

# FÍSICA I-C

## Manual de Laboratório 1º semestre

Maria Teresinha X. Silva



Porto Alegre  
Instituto de Física - UFRGS  
2004

Doação: Maria Teresinha X. Silva

R\$ 5,00

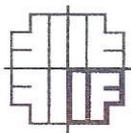
Data do recebimento: 28/03/2005

De: Maria T. X. Silva; DESC.; DESC.; DESC.; DESC.

# FÍSICA I-C

## Manual de Laboratório 1º semestre

Maria Teresinha X. Silva



Porto Alegre  
Instituto de Física - UFRGS  
2004

CIP-Brasil. Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
(Letícia Strehli; CRB 10/1279)

S586f Silva, Maria Teresinha X.  
Física I-C : manual de laboratório / Maria Teresinha X Silva. -  
Porto Alegre : Instituto de Física - UFRGS, 2004.  
38 p. : il. + 6 cadernos.

1. Mecânicas 2. Física geral 3. Experiências de Laboratório I.  
Título

CDU 53  
PACS F01.55.

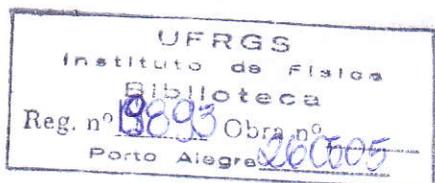
FIS

05465238

f01.50.p S586f 2000

[000458650] Silva, Maria Teresinha Xavier.  
Física I-C : manual de laboratório. Porto  
Alegre : Instituto de Física - UFRGS, 2004.  
38p. : il.

Capa: Waldomiro da Silva Olivo  
Impressão: Waldomiro da Silva Olivo



## APRESENTAÇÃO

Este manual contém os roteiros das atividades experimentais selecionadas para o primeiro semestre de 2004.

Os roteiros possuem uma breve introdução teórica e a proposição de questões preliminares a fim de propiciar um melhor aproveitamento, pelo aluno, das atividades experimentais. Além disso, com o objetivo de facilitar a organização dos resultados e, conseqüentemente, a sua discussão, foram incluídas, no centro desse manual, folhas destacáveis para a análise dos resultados.

Originalmente, os textos foram elaborados por mim e pelo professor Rolando Axt. A menos do *Experimento 5 – Cinemática da rotação*, as atividades são novas. Foram desenvolvidas na disciplina *Física Geral e Experimental I*, que é ministrada aos alunos dos cursos de *Bacharelado* e de *Licenciatura em Física*, e foram adaptadas e testadas na *Física I-C* no primeiro semestre de 2003.

Maria Teresinha Xavier Silva  
Regente da Física I-C  
Março de 2004

## Í N D I C E

<i>EXPERIMENTO 1 - Composição de dois movimentos: trajetória de um projétil .....</i>	<i>1</i>
<i>EXPERIMENTO 2 - A máquina de Atwood .....</i>	<i>9</i>
<i>EXPERIMENTO 3 - Deformações elásticas .....</i>	<i>15</i>
<i>EXPERIMENTO 4 - Colisões bidimensionais .....</i>	<i>21</i>
<i>EXPERIMENTO 5 - Cinemática da rotação .....</i>	<i>29</i>
<i>EXPERIMENTO 6 - Equilíbrio de corpos rígidos .....</i>	<i>35</i>

EXPERIMENTO 1

**COMPOSIÇÃO DE DOIS MOVIMENTOS:**  
**Trajétória de um projétil**

**Objetivo**

Estudar a composição dos movimentos horizontal e vertical de um projétil lançado horizontalmente.

**Introdução**

Qualquer objeto lançado oblíquo ou horizontalmente próximo à superfície da Terra pode ser considerado um *projétil*.

Se for desprezada a força da resistência do ar, o movimento do projétil pode ser descrito pela *composição vetorial* de um movimento retilíneo uniforme (MRU) na horizontal (direção  $x$ ) e de um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) na vertical (direção  $y$ ), resultando em uma trajetória de forma parabólica cujos pontos têm coordenadas dadas pelas *equações horárias*:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t \quad (1)$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

onde  $x_0$  e  $y_0$  (coordenadas do ponto de lançamento) e  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$  (projeções do *vetor* velocidade inicial sobre os eixos coordenados) caracterizam as chamadas *condições iniciais* de lançamento do projétil. A aceleração local da gravidade é  $g$  e a variável  $t$  representa o tempo de movimento transcorrido.

**As relações 1 e 2 fornecem as coordenadas  $x$  e  $y$  da posição do projétil em cada instante de tempo  $t$  do seu movimento.**

Nessa atividade experimental, o projétil será lançado horizontalmente de uma altura  $H$  acima do solo. Como está esquematizado na figura 1, tomemos um sistema de referência cuja origem é o ponto, no chão, diretamente abaixo do ponto de lançamento. Nesse referencial, as *condições iniciais* de lançamento do projétil serão:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = H \end{cases} \quad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

Substituindo essas condições iniciais nas relações 1 e 2, obtemos as equações horárias que descrevem o movimento desse projétil:

$$x(t) = v_0 t \quad (3)$$

$$y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2. \quad (4)$$

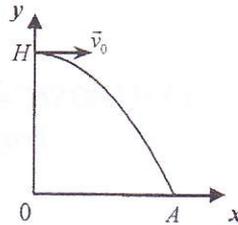


Figura 1: Trajetória de um projétil lançado horizontalmente de uma altura  $H$  acima do solo.

**As relações 3 e 4 fornecem, em cada instante de tempo  $t$ , as coordenadas  $x$  e  $y$  da posição de um projétil lançado horizontalmente, com velocidade inicial  $v_0$ , de uma altura  $H$  acima da origem do sistema de referência.**

Partindo dessas equações, é fácil demonstrar que, quando esse projétil bate no chão, isto é, quando atinge a cota  $y = 0$ , seu *alcance*  $x = A$  é dado por:

$$A = \sqrt{\frac{2H}{g}} v_0. \quad (5)$$

### Questões preliminares

Suponha que um projétil seja lançado horizontalmente como esquematizado na figura 1. Considere:

$$v_0 = 2,40 \text{ m/s}, H = 0,820 \text{ m e } g = 9,80 \text{ m/s}^2.$$

- (a) Use esses dados e as relações 3 e 4 para escrever as equações horárias que descrevem o movimento do projétil:

$$x(t) =$$

$$y(t) =$$

- (b) Utilizando essas equações, preencha a tabela 1 calculando as coordenadas dos pontos da trajetória do projétil nos instantes de tempo indicados na primeira coluna desta tabela.

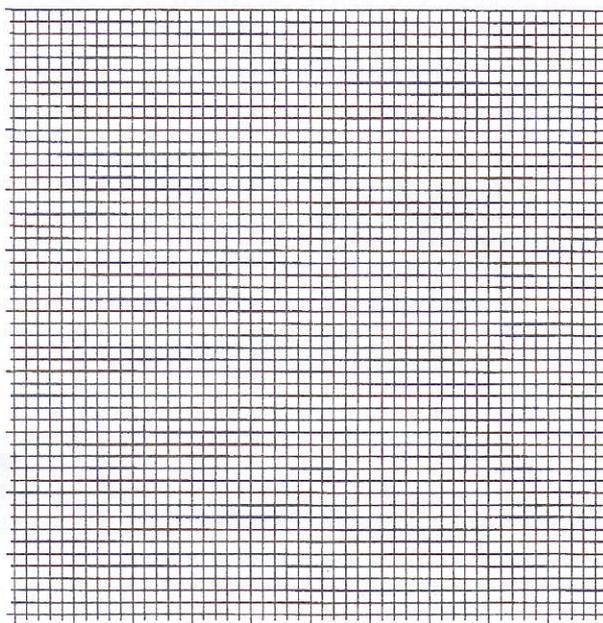
**EXPERIMENTO 1 – Composição de dois movimentos: trajetória de um projétil**

Tabela 1: Coordenadas de alguns pontos da trajetória do projétil.

$t$ (s)	$x$ (m)	$y$ (m)
0	0	0,820
0,10		
0,20		
0,30		
0,40		

- (c) Construa a trajetória parabólica do projétil fazendo o gráfico da função  $y(x)$ : represente os valores de  $x$  (coluna 2 da tabela 1) no eixo horizontal e os valores de  $y$  (coluna 3 da tabela 1) no eixo vertical. A seguir, una os pontos com uma linha suave, isto é, sem mudanças bruscas no traçado.

Gráfico 1: Trajetória do projétil.



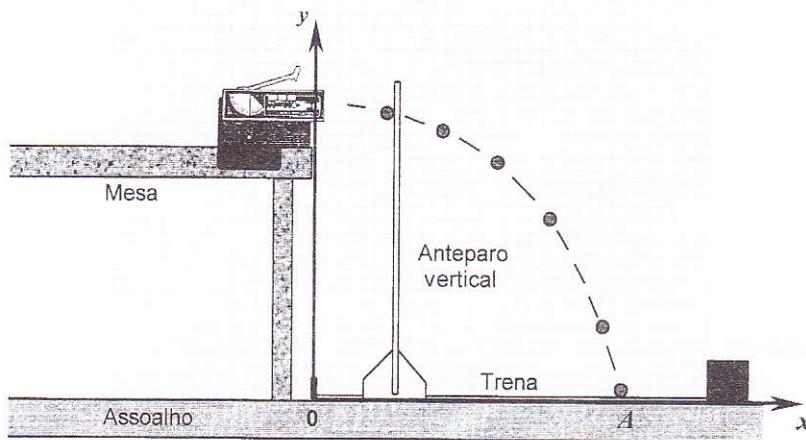
- (d) Use a relação 5 para calcular o alcance  $A$  e compare com o valor registrado no gráfico 1.

### **Equipamento**

- Disparador de projéteis com suporte e grampo de fixação
- Esfera de aço
- Bastão para engatilhar o disparador
- Cronômetro digital com dois fotossensores
- Anteparo vertical com suporte
- Papel branco, papel carbono e fita adesiva
- Fio de prumo
- Régua e trena
- Folha de instruções

O disparador de projéteis é fixado junto à lateral da mesa e ajustado para realizar lançamentos horizontais.

Inicialmente, você utilizará a montagem experimental mostrada na figura 2 para (a) medir o *alcance A* do projétil e para (b) determinar alguns *pontos de sua trajetória*, registrando os pontos de impacto do projétil sobre um anteparo vertical colocado a várias distâncias da boca do disparador. (Compare a montagem da figura 2 com a figura 1.)



*Figura 2: Montagem experimental para a determinação da trajetória do projétil.*

Depois, no item c dos *Procedimentos experimentais*, você utilizará dois fotossensores, colocados junto à boca do disparador (figura 3), para medir a *velocidade de lançamento do projétil*. Então, você poderá escrever as equações horárias (relações 3 e 4) que descrevem o movimento do projétil

e, com elas, fazer previsões para coordenadas de pontos da trajetória para comparar com os resultados obtidos anteriormente.

Consulte a Folha de instruções sobre o funcionamento do disparador de projéteis (esferas de aço), do cronômetro e dos sensores.

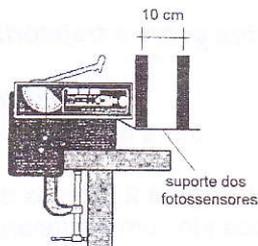


Figura 3: Montagem dos fotossensores.

### **Procedimentos experimentais**

**Atenção!**

*Em toda esta atividade, o disparador deve estar orientado de forma que os lançamentos sejam horizontais.*

*Confira freqüentemente esta condição.*

*Use somente o bastão para engatilhar o sistema.*

*Use a menor velocidade de lançamento para disparar a esfera (um único estalo no engatilhamento).*

#### **a) Medida do alcance do projétil e definição do sistema de referência**

- Veja as figuras 1 e 2. Use o fio de prumo para marcar, sobre o chão, a **origem** do sistema de referência.
- Faça um lançamento e observe o ponto de impacto da esfera com o chão. Neste ponto, fixe uma folha de papel branco sobre o chão com fita adesiva e recubra-a com papel carbono, a fim de registrar o impacto da esfera.
- Faça vários arremessos e escolha um ponto “médio” de impacto da esfera com o chão.
- Meça a distância entre a origem ( $x = 0$ ) e o ponto “médio” de impacto da esfera com o chão. Esse é o valor medido do **alcance**  $x = A_{MED}$  do projétil:

$A_{MED} = \dots\dots\dots \text{ m}$
---------------------------------------

- Fixe (use a fita adesiva) a trena no chão nesta posição.

**b) Dados sobre a trajetória do projétil**

Nosso sistema de referência é definido pela trena fixada ao solo (eixo  $x$ ) e a direção vertical (eixo  $y$ ).

Veja a figura 2. Pontos da trajetória do projétil podem ser determinados colocando um anteparo vertical em diferentes posições sobre a trena (coordenadas  $x$ ) e registrando, sobre ele, os impactos da esfera (coordenadas  $y$ ).

- Cole folhas de papel branco sobre o anteparo vertical e recubra-as com papel carbono.
- Encoste o anteparo vertical na boca do disparador e realize o disparo a fim de registrar as coordenadas iniciais ( $t = 0$ ) do projétil no momento do lançamento:  $x(0) = x_0 = 0$  e  $y(0) = y_0 = H$ .
- Afaste o anteparo vertical para a posição correspondente a  $x = 20$  cm. Dispare a esfera algumas vezes.
- Repita esse procedimento para as posições  $x = 40$  cm,  $60$  cm, etc.
- Retire o papel carbono do anteparo e escolha um ponto médio de impacto da esfera para cada posição. Complete a tabela 2 com os valores das alturas  $y$ , medidas entre esses pontos e a base do anteparo (chão).

Tabela 2: Coordenadas de alguns pontos da trajetória do projétil.

$x$ (m)	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	$A =$
$y$ (m)	$H =$						0

**c) Determinação da velocidade inicial do projétil**

- Fixe o suporte com os dois fotossensores bem junto à boca do disparador de projéteis (veja a figura 3). Ajuste o cronômetro para operar no modo **PULSE** com precisão de **0,1 ms**.
- Realize três lançamentos e meça o intervalo de tempo transcorrido durante a passagem da esfera entre os dois fotossensores. Calcule o valor médio desses intervalos.

$$\Delta t_1 = \quad \Delta t_2 = \quad \Delta t_3 = \quad \overline{\Delta t} =$$

- Determine a velocidade inicial do projétil sabendo que a distância entre os fotossensores é  $d = 0,10$  m.

$$v_0 = \frac{d}{\Delta t} = \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

### **Análise dos resultados**

Destaque, do centro desse caderno, a *folha para a análise dos resultados* dessa atividade e utilize-a para executar as seguintes tarefas:

- 1 – Faça um gráfico representando os pontos da trajetória do projétil que você determinou no item b dos *Procedimentos experimentais* (tabela 2).
- 2 – Usando a relação 5 e os valores medidos de  $H$  e de  $v_0$ , calcule o alcance  $A$  esperado para o projétil e compare-o com o valor medido  $A_{MED}$ .
- 3 – Escreva as equações horárias que descrevem o movimento do projétil (veja as relações 3 e 4) utilizando os dados obtidos no experimento.
- 4 – (a) Substitua valores arbitrários da variável  $t$  (por exemplo, use  $t = 0; 0,1$  s;  $0,2$  s; etc) nestas equações para determinar as coordenadas esperadas de alguns pontos da trajetória do projétil.  
(b) Sobre o gráfico que você construiu no item 1, faça o gráfico da função  $y(x)$  usando esses valores de  $x$  e de  $y$  (item 4-a).  
(c) Trace uma linha suave, isto é, sem mudanças bruscas no traçado, unindo os pontos do gráfico  $y(x)$  e prolongue a linha até que ela corte o eixo horizontal.  
(d) Compare o valor desta intersecção com o alcance  $A_{MED}$  medido no experimento e com o alcance  $A$  calculado a partir da relação 5 (item 2).
- 5 – Compare os dois gráficos que você construiu e discuta os resultados.



## A MÁQUINA DE ATWOOD

**Objetivo**

Estudar a dinâmica dos movimentos das massas suspensas em uma máquina de Atwood.

**Introdução**

A máquina de Atwood utilizada neste experimento consiste em um par de polias fixas, muito leves e de baixo atrito, nas quais são suspensos dois corpos de massas desiguais  $M_1$  e  $M_2$ , respectivamente, unidos por um cordão de massa desprezível (figura 1).

Supondo que  $M_1$  seja maior do que  $M_2$ , os corpos aceleram de tal modo que o corpo 2 sobe enquanto o corpo 1 desce. Portanto, considerando-se que o fio seja inextensível, e tomando-se como **positiva** a aceleração **para cima**, se a aceleração do corpo 2 for  $+a$ , a aceleração do corpo 1 deverá ser  $-a$ . (Necessariamente, as acelerações são de mesmo módulo mas de sentidos opostos e, além disso, são constantes já que as resultantes das forças exercidas sobre cada um dos corpos são constantes.)

A máquina de Atwood, mesmo sendo um dispositivo muito simples, apresenta algumas vantagens que a

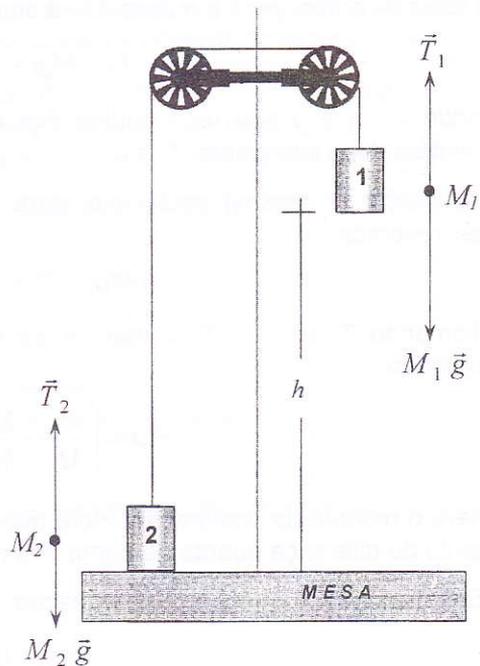


Figura 1: Montagem do experimento.

tornam especial para o estudo das leis de Newton: (1) a aceleração pode ser tornada muito pequena, o que facilita a obtenção de medidas de tempo e (2) se imaginarmos que as polias têm massa e atrito desprezíveis, o problema se reduz ao estudo das acelerações nos movimentos de translação das massas  $M_1$  e  $M_2$ .

A 2ª lei de Newton relaciona a resultante das forças exercidas sobre um corpo com a aceleração sofrida por ele:

$$\vec{F}_{RES} = M\vec{a}$$

Para aplicar essa lei a um determinado corpo devemos, inicialmente, "isolar", isto é, identificar claramente qual é esse corpo.

No nosso caso, temos os corpos de massas  $M_1$  e  $M_2$  e vamos aplicar a 2ª lei de Newton a *cada um deles*.

Isolando primeiro  $M_2$ , assinalamos as forças exercidas sobre ele (ver o diagrama de forças na figura 1) e aplicamos a 2ª lei de Newton. Consideramos a direção de movimento para cima como sendo positiva. Obtemos então, para a massa  $M_2$ , a seguinte equação:

$$T_2 - M_2g = M_2a \quad (1)$$

onde  $T_2$ ,  $g$  e  $a$  são os módulos dos respectivos vetores. A equação 1 contém duas incógnitas:  $T_2$  e  $a$ .

Aplicando o mesmo raciocínio para  $M_1$  (que se move para baixo), escrevemos:

$$M_1g - T_1 = M_1a. \quad (2)$$

Tomando  $T_1 = T_2 = T$ , somamos as equações 1 e 2 para eliminar  $T$ , obtendo,

$$a = \left( \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right) g, \quad (3)$$

para o módulo da aceleração. Note que o módulo da aceleração depende tanto da diferença quanto da soma das massas dos corpos suspensos.

Substituindo  $a$  (equação 3) na equação 1 ou na equação 2, obtemos

$$T = \left( \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right) g. \quad (4)$$

### Questões preliminares

- (a) Siga, passo a passo, os procedimentos indicados na *Introdução* desse texto e demonstre as relações 3 e 4.
- (b) Utilizando a *cinemática*, mostre que a equação que fornece a aceleração constante ( $a_{CIN}$ ) de um corpo que, partindo do repouso, percorre uma distância  $\Delta y$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$  é:

$$a_{CIN} = \frac{2\Delta y}{(\Delta t)^2}$$

### Equipamento

- Duas roldanas com suporte
- Cordão e duas massas de 500 g
- Uma massa de 10 g e massas pequenas (clipes)
- Cronômetro e trena

### Procedimentos experimentais

- Comece o experimento usando corpos de massas iguais a 500 g ( $M_1 = M_2$ ) e suspenda-as nas roldanas, como indicado na figura 1.
- Impulsione levemente o corpo 1 para baixo e observe o movimento. Faça uma nova tentativa acrescentando um clipe ao corpo 1 e torne a observar o movimento.

Na parte introdutória desse texto, imaginamos que não existe atrito nos eixos das roldanas. Contudo, após ter colocado o sistema em movimento, você deve ter concluído que o mecanismo não está desprovido de atrito.

Você deve ter notado que, quando os dois corpos de massas iguais foram suspensos na nossa máquina de Atwood, eles permaneceram em repouso. Entretanto, quando foram postos em movimento, observou-se que, transcorrido algum tempo, eles pararam. Na nossa montagem experimental, isto se deve basicamente ao fato de que existe atrito nos eixos das roldanas. Esse atrito precisa ser compensado.

### Correção do atrito

A correção do atrito é feita pelo acréscimo de uma pequena massa  $\Delta m$  a um dos corpos suspensos. No esquema sugerido na figura 1, a correção do atrito é realizada adicionando-se massa ao corpo 1.

- Acrescente alguns cliques ao corpo 1 até que você perceba que o sistema passa a se mover com velocidade constante quando a massa  $M_1$  é levemente impulsionada para baixo.

**Note que esse acréscimo  $\Delta m$  de massa faz com que a força peso  $\Delta m g$  dos cliques simplesmente compense a força dissipativa de atrito.**

**Determinação da aceleração para  $M_1 = 0,510 \text{ kg}$  e  $M_2 = 0,500 \text{ kg}$**

Se, a partir do posicionamento das massas ilustrado na figura 1, liberarmos o corpo 1 do repouso, de uma altura  $h$ , e cronometrarmos o intervalo de tempo  $\Delta t$  de sua queda até a mesa, podemos obter (veja o item b das *Questões preliminares*) o módulo da aceleração dos corpos utilizando a cinemática. Denominaremos o módulo das acelerações dos corpos assim obtido por  $a_{CIN}$ :

$$a_{CIN} = \frac{2h}{(\Delta t)^2}. \quad (5)$$

- Adicione 10 g ao corpo 1 de forma que as massas dos corpos suspensos sejam  $M_1 = 510 \text{ g}$  e  $M_2 = 500 \text{ g}$  (desconsidere a massa dos cliques).
- Meça a altura  $h$  que separa a base de  $M_1$  da superfície da mesa (figura 1).

$h = \dots \text{ m}$

- Posicione  $M_1$  como ilustrado na figura 1 e meça três vezes o intervalo de tempo que o corpo 1 leva para percorrer a altura  $h$  até a mesa. Calcule a média dos valores obtidos.

$\Delta t_1 = \quad \Delta t_2 = \quad \Delta t_3 = \quad \overline{\Delta t} = \dots \text{ s}$

- Substitua  $h$  e  $\Delta t = \overline{\Delta t}$  na equação 5 para determinar o módulo da aceleração  $a_{CIN}$  dos corpos 1 e 2.

$a_{CIN} = \dots \text{ m/s}^2$

### Análise dos resultados

Destaque, do centro desse caderno, a *folha para a análise dos resultados* dessa atividade e utilize-a para executar as seguintes tarefas:

- 1 – Use a equação 3 para calcular o valor  $a$  do módulo da aceleração dos corpos que seria esperado a partir da aplicação das leis de Newton a este problema experimental. Compare com  $a_{CIN}$  e comente o resultado.
- 2 – Calcule  $T$  usando a equação 4.
- 3 – Substitua  $a$  por  $a_{CIN}$  nas equações 1 e 2 a fim de calcular  $T_{1CIN}$  e  $T_{2CIN}$  e compare-as com  $T$  (item anterior). O que você conclui?

Uma máquina de Atwood ideal consiste em uma montagem onde duas massas desiguais são penduradas verticalmente por um fio muito leve que passa por uma polia sem massa e sem atrito. Como nossa máquina de Atwood não está livre de atrito, adotamos a técnica de acrescentar  $\Delta m$  (clipes) a um dos corpos até que o peso  $\Delta m g$  dos cliques compensasse a ação do atrito, e as massas  $M_1 = M_2$  se movimentassem com velocidade constante. Entretanto, deveríamos levar em consideração que  $\Delta m$  também é acelerada juntamente com as massas  $M_1$  e  $M_2$ . Portanto, como a massa total que é acelerada vale  $M_1 + M_2 + \Delta m$ , devemos escrever as equações 3 e 4 como:

$$a = \left( \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2 + \Delta m} \right) g$$

$$T = \left( \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2 + \Delta m} \right) g.$$

- 4 – Comente a influência da inclusão de  $\Delta m$  nos resultados do experimento realizado.



## DEFORMAÇÕES ELÁSTICAS

### Objetivo

Comparar as *constantes elásticas* de molas helicoidais de massas diferentes (a) determinadas em sistemas massa-mola em equilíbrio e (b) obtidas para os sistemas em oscilação na vertical.

### Introdução

Quando um corpo de massa  $M$  é suspenso em uma mola helicoidal, a mola deforma-se de maneira a equilibrar o peso do corpo suspenso, isto é, o peso  $M\vec{g}$  do corpo é equilibrado pela força  $\vec{F}$  exercida, para cima, pela mola (figura 1), de maneira que, em módulo,

$$F = Mg.$$

É esperado pela *lei de Hooke* que a força  $\vec{F}$  exercida pela mola, quando esta sofre uma deformação  $\vec{x}$ , seja tal que

$$\vec{F} = -k \vec{x}$$

onde a constante de proporcionalidade  $k$  é chamada *constante elástica da mola* ou, simplesmente, *constante da mola*. O sinal negativo nessa equação indica que o sentido da força da mola é contrário ao da deformação. Portanto, a relação entre os módulos de  $\vec{F}$  e de  $\vec{x}$  é:

$$F = kx. \quad (1)$$

Experimentalmente, a constante  $k$  pode ser determinada, nos limites em que sistemas elásticos obedecem à lei de Hooke, medindo-se a deformação produzida, na mola, pela aplicação de uma força conhecida que, na figura 1, é o peso  $Mg$  de um corpo suspenso de massa  $M$ . (Valores obtidos para forças pequenas não conduzem, às vezes, a bons resultados, em virtude de interações entre as espiras da mola, e forças muito grandes podem levar a deformações permanentes na mola.)

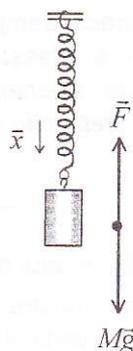


Figura 1: Sistema massa-mola em equilíbrio.

Por outro lado, quando uma massa  $M$  é posta a oscilar suspensa em uma mola, observa-se que o período de oscilação do sistema massa-mola depende tanto do valor da massa suspensa quanto da constante elástica da mola. Portanto, a constante elástica da mola pode também ser determinada medindo-se o período de oscilação do sistema massa-mola.

Para uma mola ideal, isto é, uma mola de massa desprezível, pode-se mostrar que o período  $T$  de oscilação do sistema massa-mola é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_D}} \quad (2)$$

onde  $k_D$  é a constante elástica da mola obtida por este método *dinâmico* de medida. (Observe que o índice "D" foi acrescentado à constante elástica apenas para indicar o método experimental utilizado na sua determinação.) Se uma mola pode ser considerada ideal, espera-se que a *constante elástica estática*  $k$  (relação 1) e a *constante elástica dinâmica*  $k_D$  (relação 2) sejam iguais.

Entretanto, se a massa da mola não puder ser desprezada, torna-se necessário incluí-la no problema, pois ela também estará sendo acelerada. Durante a oscilação, o ponto de suspensão da mola permanece sempre em repouso, enquanto que sua outra extremidade (ligada à massa suspensa  $M$ ) oscila com o mesmo período de  $M$ . Portanto, apenas uma fração  $m_e$  da massa  $m$  da mola – denominada *massa efetiva da mola* – deverá ser utilizada para corrigir  $M$  na relação 2:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + m_e}{k_{DC}}} \quad (3)$$

onde  $k_{DC}$  é aqui denominada *constante elástica dinâmica corrigida*.

Pode-se mostrar teoricamente que, para um sistema massa-mola que oscile na vertical, uma boa aproximação para o valor da massa efetiva  $m_e$  de uma mola helicoidal uniforme é dada por:

$$m_e = \frac{m}{3} \quad (4)$$

onde  $m$  é a massa da mola.

Nesta atividade, vamos realizar medidas que nos permitam comparar os valores das constantes elásticas obtidas pelas relações 1, 2 e 3, para duas molas de massas diferentes, e verificar a influência das massas das molas nos sistemas oscilantes em questão.

### Questões preliminares

A figura 2 mostra, graficamente, resultados de medidas das deformações produzidas em uma mola pela suspensão de diferentes cargas, como indicado na figura 1.

Observe na figura 2 que, para forças deformadoras pequenas, a mola não obedece à lei de Hooke mas, para uma carga acima de cerca de  $M = 20$  g, o comportamento da função  $F(x)$  é linear, como previsto por esta lei. Então, você só poderá determinar uma constante elástica para esta mola realizando medidas a partir de uma deformação inicial  $x_0$  acima da qual a lei de Hooke seja válida. Note que, no exemplo da figura 2, o peso de uma carga  $M_0 = 20$  g ( $F_0 = M_0g = 0,196$  N) produziria uma deformação  $x_0 = 2,5$  cm (valores aproximados) e que, acima deste ponto,  $F(x)$  é linear.

Então, a constante elástica da mola é obtida medindo-se deformações adicionais  $\Delta x$  produzidas por acréscimos  $\Delta M$  de massa e usando, ao invés da relação 1,

$$\Delta F = k\Delta x \quad (5)$$

onde  $\Delta F = \Delta Mg$ .

– Determine a constante elástica da mola da figura 2.

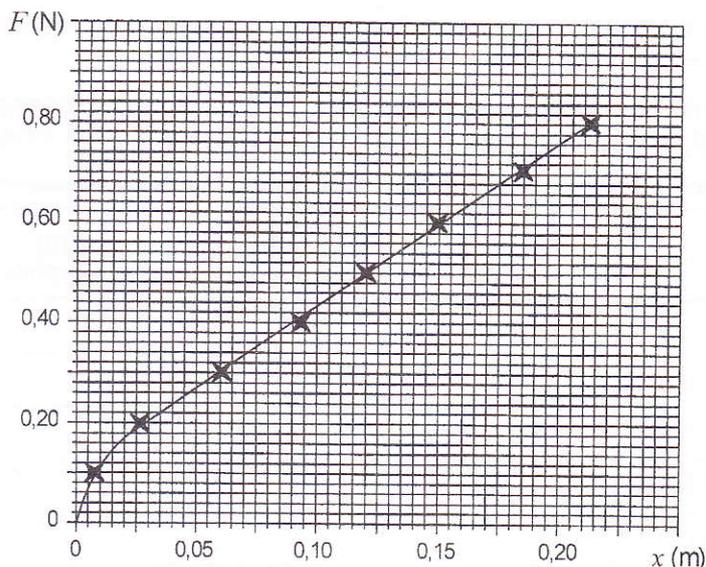


Figura 2: Deformações produzidas por forças conhecidas em uma mola.

### Equipamento

- Duas molas de massas diferentes
- Balança de Jolly
- Suporte para suspender as massas
- Cinco massas de 20 g e três massas de 100 g
- Balança
- Cronômetro

### Procedimentos experimentais

#### a) Obtenção das constantes elásticas estáticas ( $k$ )

- Suspenda a mola pequena na balança de Jolly e, em sua extremidade livre, pendure o suporte para massas.
- Ajuste a posição da mola de modo que a base do suporte coincida com o zero da escala. (A base do suporte servirá como "cursor" para as leituras, na régua, das deformações adicionais produzidas por acréscimos de massa na mola – veja as *Questões preliminares*.)
- Acrescente  $\Delta M = 20$  g ao suporte de massas e leia, na régua, a deformação  $\Delta x$  provocada na mola. Anote o resultado na terceira coluna da tabela 1.
- Complete esta coluna medindo as deformações da mola quando  $\Delta M = 40$  g, 60 g, 80 g e 100 g.
- Repita o procedimento acima para determinar as deformações da mola grande e anote seus resultados na última coluna da tabela 1.

Tabela 1: Deformações produzidas nas molas por diferentes massas suspensas.

$\Delta M$ (kg)	$\Delta F = \Delta Mg$ (N)	$\Delta x$ (m) (mola pequena)	$\Delta x$ (m) (mola grande)
0	0	0	0
0,020			
0,040			
0,060			
0,080			
0,100			

- Complete a segunda coluna da tabela 1 com os valores dos pesos das cargas acrescentadas às molas (considere  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ).
- Use a grade fornecida na *folha de análise dos resultados* dessa atividade (destaque-a do centro desse caderno) para fazer gráficos  $\Delta F \times \Delta x$  para as duas molas (lance os valores de  $\Delta F$  no eixo vertical e os valores de  $\Delta x$  no eixo horizontal).
- Trace as retas que melhor descrevem os resultados obtidos para cada uma das molas. (Se necessário, despreze o(s) primeiro(s) ponto(s). Porque?)
- De acordo com a relação 5, as declividades destas retas fornecem as *constantes elásticas estáticas*  $k$  das molas. Determine as declividades das retas e anote-as na *folha de análise dos resultados*.

**b) Obtenção das constantes elásticas dinâmicas ( $k_D$ )**

- Suspenda a mola pequena na balança de Jolly e, em sua extremidade livre, pendure uma massa  $M = 100 \text{ g}$ .
- Puxe a massa suspensa levemente para baixo e libere o sistema para oscilar.
- Meça o intervalo de tempo  $\Delta t$  de 20 oscilações completas e anote no quadro abaixo.

Mola pequena para  $M = 100 \text{ g}$ :  $\Delta t = \dots\dots\dots \text{ s}$

- Anote, na *folha de análise dos resultados*, o período de oscilação do sistema ( $T = \Delta t/20$ ) e a *constante elástica dinâmica*  $k_D$  (relação 2) da mola pequena.
- Repita este procedimento usando a mola grande e massas suspensas  $M = 100 \text{ g}$ ,  $200 \text{ g}$  e  $300 \text{ g}$ .

Mola grande para  $M = 100 \text{ g}$ :  $\Delta t = \dots\dots\dots \text{ s}$

$M = 200 \text{ g}$ :  $\Delta t = \dots\dots\dots \text{ s}$

$M = 300 \text{ g}$ :  $\Delta t = \dots\dots\dots \text{ s}$

**c) Obtenção das constantes elásticas dinâmicas corrigidas ( $k_{DC}$ )**

- Use a balança para determinar as massas das molas:

Mola pequena:  $m = \dots\dots\dots \text{ g}$       Mola grande:  $m = \dots\dots\dots \text{ g}$

- Para cada uma das molas, calcule suas massas efetivas  $m_e$  (relação 4) e anote-as na *folha de análise dos resultados*.
- Com estas massas efetivas e os períodos de oscilação medidos na etapa anterior (item b), calcule as *constantes elásticas dinâmicas corrigidas*  $k_{DC}$  (relação 3) para cada valor de massa suspensa utilizado. Use sua *folha de análise dos resultados*.

### **Análise dos resultados**

- Inicialmente, organize seus dados (valores obtidos para  $m$ ,  $k$ ,  $k_D$  e  $k_{DC}$ ) transcrevendo-os para o *Quadro de resumo na folha de análise dos resultados*.
- Para melhor comparar estes resultados, calcule as razões  $m/M$ ,  $k_D/k$  e  $k_{DC}/k$  e complete as respectivas colunas do *Quadro de resumo*.
- Observe atentamente o *Quadro de resumo* e discuta a influência das massas das molas nos resultados.

## COLISÕES BIDIMENSIONAIS

**Objetivo**

Verificar em que medida se observa a conservação da *quantidade de movimento linear* e da *energia cinética* em colisões não frontais de duas esferas de aço (partículas não ideais).

**Introdução**

No estudo das colisões entre corpos ideais (partículas puntiformes), analisam-se as conservações de duas grandezas: a *quantidade de movimento linear* e a *energia cinética*.

Para um sistema formado por duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$  que se movem com velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , respectivamente, define-se a *quantidade de movimento linear* como:

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad (1)$$

e a *energia cinética* como:

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2. \quad (2)$$

A lei da conservação da quantidade de movimento linear estabelece que:

*“Na ausência de forças externas, a **quantidade de movimento linear** de um sistema de partículas permanece constante.”*

Durante uma colisão (que ocorre em um intervalo de tempo muito curto), a intensidade da força impulsiva de interação entre as partículas é muito mais intensa que quaisquer forças externas que possam existir. Então, as forças externas serão desprezíveis frente à força impulsiva de interação e a quantidade de movimento linear do sistema de partículas se conserva, ou seja, é a mesma *imediatamente antes e logo após* a colisão.

As colisões são classificadas em *elásticas* ou *inelásticas* conforme a conservação ou não da energia cinética do sistema de partículas.

*Se a **energia cinética** também for conservada, esta colisão será dita **elástica**.*

Caso contrário, a colisão será considerada *inelástica*.

A *energia cinética* depende das massas e apenas dos *módulos* das velocidades das partículas sendo, então, uma *grandeza escalar*. Portanto, a análise da sua conservação é feita comparando-se os valores obtidos a partir da aplicação direta da relação 2 ao sistema de partículas antes e depois da colisão.

Entretanto, como a *quantidade de movimento linear* é uma *grandeza vetorial*, a análise de sua conservação deve ser feita com mais cuidado. É necessário, primeiramente, decompor o *vetor quantidade de movimento linear* (expressão 1) em relação a um sistema de referência, a fim de obter suas *componentes*  $P_x$  e  $P_y$  e, só então, a comparação poderá ser realizada. Dado um sistema de referência, podemos escrever:

$$P_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \quad (3.a)$$

$$P_y = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} \quad (3.b)$$

onde  $v_{1x}$ ,  $v_{1y}$ ,  $v_{2x}$  e  $v_{2y}$  são as componentes dos vetores velocidade das partículas neste sistema de referência.

Nesta atividade experimental, pretendemos analisar a conservação da quantidade de movimento linear e da energia cinética em *colisões bidimensionais* entre duas esferas de aço (partículas não ideais) iguais, estando uma delas inicialmente em repouso.

Estas colisões serão produzidas (como descrito mais adiante) em um plano horizontal a uma altura  $H$  acima da mesa. É fácil mostrar, partindo de seus conhecimentos sobre lançamento de projéteis, que o módulo  $v$  da velocidade de uma esfera lançada horizontalmente de uma altura  $H$  acima da mesa é proporcional ao alcance  $A$  da esfera:

$$v = \sqrt{\frac{g}{2H}} A. \quad (4)$$

Então, podemos usar medidas dos alcances das esferas para determinar suas velocidades antes e depois da colisão no nosso experimento.

### Questões preliminares

(a) Obtenha a relação 4.

Considere um sistema formado por duas esferas iguais, de massas  $m_1 = m_2 = m$ , que se movem com velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ .

(b) Demonstre que, se as condições experimentais forem tais que as velocidades das esferas possam ser obtidas a partir de medidas dos

seus alcances (como proposto no final da *Introdução*), as componentes do vetor quantidade de movimento linear do sistema formado pelas duas esferas (relações 3.a e 3.b) podem ser expressas como:

$$P_x = C(A_{1x} + A_{2x})$$

$$P_y = C(A_{1y} + A_{2y})$$

onde  $C$  é uma constante que vale

$$C = m\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

e  $A_{1x}$ ,  $A_{1y}$ ,  $A_{2x}$  e  $A_{2y}$  são as projeções, nos eixos do sistema de referência, dos alcances  $A_1$  e  $A_2$  das esferas.

- (c) Mostre que, neste caso, o módulo do vetor quantidade de movimento linear vale:

$$|\vec{P}| = C\sqrt{(A_{1x} + A_{2x})^2 + (A_{1y} + A_{2y})^2}.$$

- (d) Demonstre que, se as velocidades das esferas forem obtidas a partir de medidas dos seus alcances, a energia cinética do sistema formado pelas duas esferas pode ser escrita como:

$$K = D(A_1^2 + A_2^2)$$

onde

$$D = \frac{mg}{4H}$$

e  $A_1$  e  $A_2$  são as medidas dos alcances das esferas.

### Equipamento

- Disparador de projéteis com suporte e grampo de fixação
- Suporte para posicionar uma esfera em repouso à frente do disparador
- Duas esferas de aço de 16 mm de diâmetro
- Bastão para engatilhar o disparador
- Fio de prumo
- Papel branco, papel carbono e fita adesiva
- Régua e transferidor

O disparador de projéteis é o mesmo utilizado no Experimento 1 – “Composição de dois movimentos: trajetória de um projétil”. Um suporte regulável (figura 1) permite posicionar uma esfera em repouso à frente da esfera que é arremessada pelo disparador, de modo que seja possível produzir colisões *frontais* e *não frontais* entre elas.

Para produzir uma *colisão bidimensional* entre duas esferas iguais, é necessário assegurar que seus centros de massa, antes da colisão, desloquem-se em um mesmo plano como, por exemplo, sobre a superfície de uma mesa.

No nosso experimento, usaremos o disparador de projéteis fixado a uma certa altura da mesa para arremessar uma esfera *horizontalmente* contra outra colocada, em repouso, na sua frente. Um suporte provido de um parafuso de apoio (figura 1) permite ajustar a altura da esfera em repouso de maneira a estabelecer a condição experimental onde as velocidades das esferas depois da colisão também sejam *horizontais*.

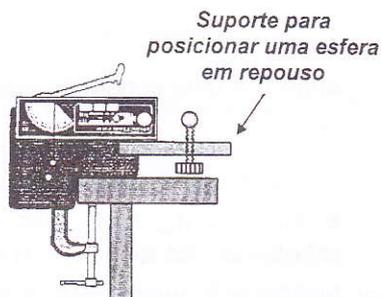


Figura 1: Disparador de projéteis com suporte para realizar colisões da esfera lançada com uma esfera em repouso.

## Procedimentos experimentais

### Atenção!

*Em toda esta atividade, o disparador deve estar orientado de forma que os lançamentos sejam horizontais.*

*Confira freqüentemente esta condição.*

*Use somente o bastão para engatilhar o sistema.*

*Use a menor velocidade de lançamento para disparar a esfera (um único estalo no engatilhamento).*

*Neste texto, a esfera que é arremessada pelo disparador será referida como sendo a esfera 1.*

*A esfera que, inicialmente em repouso, é golpeada pela esfera 1 será chamada esfera 2.*

**a) Determinação do alcance da esfera 1 e definição do sistema de referência**

- Lance a esfera horizontalmente e observe o ponto em que ela atinge a mesa. Fixe, com a fita adesiva, folhas de papel branco sobre a mesa desde a base do disparador até este ponto.
- Recubra o papel branco com papel carbono, a fim de registrar o impacto da esfera contra a mesa.
- Realize cinco lançamentos e defina (grosso modo) o ponto médio dos impactos.
- Com o auxílio do fio de prumo e da indicação impressa na lateral do disparador, assinale, sobre a mesa, o ponto que sinaliza a projeção da posição de onde a esfera 1 é liberada pela mola do disparador.
- Trace uma linha reta unindo estes dois pontos. Esta reta define a *direção do movimento da esfera 1 ao ser arremessada pelo disparador* e o seu comprimento é o alcance  $A_0$  dessa esfera.

$A_0 = \dots\dots\dots \text{ m}$
-----------------------------------

- Escolheremos esta reta (direção do movimento da esfera 1 antes da colisão) como sendo o **eixo x** do sistema de referência no nosso experimento. Use o transferidor para traçar uma linha perpendicular a esta reta que representará o **eixo y** do sistema de referência.

**b) Ensaio de colisões frontais:**

**ajuste da altura da esfera 2 em relação à boca do disparador**

- Instale o suporte para a esfera 2 sob o disparador de forma que o parafuso de sustentação desta esfera fique a de cerca de 2 cm à frente da boca do disparador.
- Engatilhe o disparador com a esfera 1 e posicione a esfera 2 sobre o parafuso de apoio.
- Realize vários lançamentos projetando a esfera 1 contra a esfera 2 e, por tentativas, faça ajustes laterais na posição do suporte, até que você observe que a esfera 2 atinge a mesa sobre o eixo x (ou muito próximo desta condição).
- Use o fio de prumo para projetar, sobre a mesa, a posição da esfera 2 em repouso, antes de ser atingida pela esfera 1.
- Com o papel carbono, meça o alcance da esfera 2 (após ser golpeada pela esfera 1) e compare-o com  $A_0$ . Por tentativas, realize várias colisões e vá ajustando a altura do parafuso de apoio até que

as colisões sejam *frontais*, isto é, até que o alcance da esfera 2 seja igual a  $A_0$  (ou muito próximo deste valor).

- Fixe o parafuso de apoio da esfera 2 nesta posição, apertando sua porca contra o suporte.

**c) Determinação dos alcances das esferas após colisões não frontais**

- Desloque *lateralmente* o suporte da esfera em repouso a fim de possibilitar uma *colisão não frontal*.
- Realize um lançamento da esfera 1 contra a esfera 2 e observe os impactos das esferas com a mesa.
- Com a fita adesiva, fixe folhas de papel branco (recobertas com papel carbono) sobre a mesa de forma a registrar os pontos de impacto das duas esferas com a mesa após a colisão.
- Realize cinco colisões e defina (grosso modo) os pontos médios dos impactos das duas esferas com a mesa.
- Use o fio de prumo para assinalar, sobre a mesa, a projeção da posição da esfera 2 em repouso antes da colisão.
- Identifique com a letra “A” os três pontos relevantes no experimento: a posição inicial da esfera 2 (em repouso) antes da colisão e os pontos médios de impacto das esferas 1 e 2 com a mesa após a colisão.
- Repita o experimento para duas outras posições iniciais da esfera 2 antes da colisão e identifique os pontos relevantes de cada um deles com as letras “B” e “C”, respectivamente.

**Análise dos resultados**

- Transcreva o valor de  $A_0$  (alcance da esfera 1 ao ser lançada pelo disparador medido no item a dos *Procedimentos experimentais*) para o *tabela 1* (referente à “colisão A”) da *folha de análise dos resultados* (destaque-a do centro desse caderno).
- Preencha, nesta tabela, os dados solicitados “Antes da colisão”.
- Determine a posição do centro da esfera 1 *no momento da colisão* com a esfera 2. (Lembre que o diâmetro das esferas vale 16 mm.)
- Trace retas unindo as posições das esferas no momento da colisão e os pontos médios de impacto com a mesa. Meça os alcances das esferas após a colisão ( $A_1$  e  $A_2$ ) e anote na *tabela 1*.

- Projete estas retas nos eixos do sistema de referência para determinar as projeções  $A_{1x}$ ,  $A_{1y}$ ,  $A_{2x}$  e  $A_{2y}$  dos alcances nas direções  $x$  e  $y$  e anote na *tabela 1*.
- Complete o restante da *tabela 1*.
- Repita este procedimento para a “colisão B” e para a “colisão C”. Complete as *tabelas 2 e 3* da *folha de análise dos resultados*.

**A seguir:**

- Use as expressões obtidas nas *Questões Preliminares* para calcular as razões das grandezas indicadas no *Quadro de resumo* da *folha de análise dos resultados*. Os índices “i” e “f” referem-se às grandezas iniciais (antes da colisão) e finais (depois da colisão), respectivamente.
- Analise esses dados (*Quadro de resumo*) à luz da conservação da quantidade de movimento linear e da energia cinética.



## CINEMÁTICA DA ROTAÇÃO

**Objetivo**

Verificar as relações básicas entre as variáveis cinemáticas do movimento de rotação de um aro em torno de um eixo fixo.

**Introdução**

Suponha que um corpo, partindo do repouso no instante  $t_0 = 0$ , inicie um movimento de *rotação* em torno de um *eixo fixo*, de tal forma que a velocidade linear de qualquer ponto material desse corpo aumente uniformemente.

Cada ponto material do corpo percorrerá uma *trajetória circular* de raio  $r$  em torno do eixo, onde  $r$  é a distância do ponto ao eixo, com velocidade uniformemente crescente em módulo (a partir de  $v_0 = 0$ ) e sempre *tangente* à trajetória (figura 1).

Transcorrido um tempo  $t$  desde o instante inicial  $t_0 = 0$ , o comprimento  $s$  do *arco* descrito pelo ponto será:

$$s = \frac{1}{2} a_T t^2 \quad (1)$$

onde  $a_T$  é a *aceleração tangencial* constante do ponto, enquanto que o módulo de sua velocidade será dado por:

$$v = a_T t \quad (2)$$

Por outro lado, o comprimento  $s$  do arco depende da distância  $r$  do ponto ao eixo (figura 1):

$$s = \Delta\theta r \quad (3)$$

onde  $\Delta\theta$  é o *deslocamento angular* do corpo, isto é, o ângulo descrito pelo corpo como um todo durante o intervalo de tempo  $\Delta t = t - t_0$ .

É claro que, assim como o comprimento  $s$  do arco, os módulos  $v$  da velocidade e  $a_T$  da aceleração tangencial dos diferentes pontos materiais do corpo também dependem de  $r$ . Pode-se mostrar que:

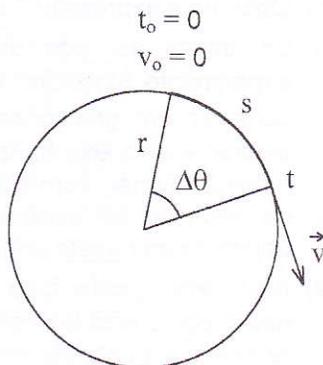


Figura 1: Ponto material descrevendo uma trajetória circular.

$$v = \omega r \quad (4)$$

$$a_T = \alpha r \quad (5)$$

onde  $\omega$  e  $\alpha$  são, respectivamente, a *velocidade angular* e a *aceleração angular* do corpo.

A partir da descrição feita acima, não é difícil demonstrar que o deslocamento angular  $\Delta\theta$  e a velocidade angular  $\omega$  de um corpo que parte do repouso ( $\omega_0 = 0$ ) com aceleração angular  $\alpha$  constante, isto é, em *Movimento Circular Uniformemente Acelerado*, valem:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (6)$$

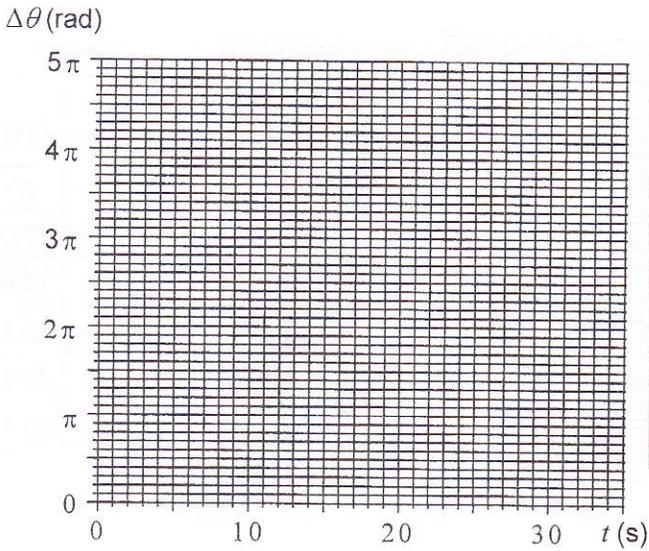
$$\omega = \alpha t \quad (7)$$

em qualquer instante de tempo  $t$  posterior a  $t_0 = 0$ .

### Questões preliminares

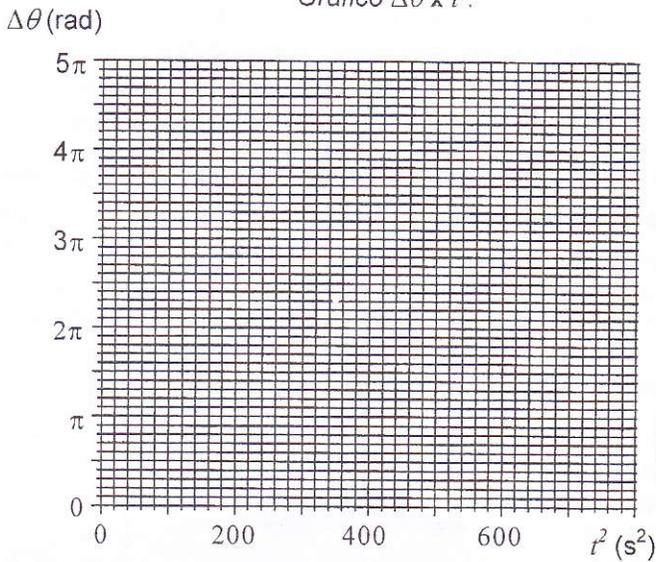
- O que significa *radiano*? Qual é a expressão, em radianos, que pode ser obtida a partir das dimensões representadas na figura 1?
- Obtenha a expressão 6 a partir das relações 1, 3 e 5.
- Obtenha a expressão 7 a partir das relações 2, 4 e 5.
- Os dados ao lado da primeira grade abaixo referem-se a um experimento hipotético de *cinemática da rotação*. Use a grade para construir um gráfico com estes dados, representando  $\Delta\theta$  no eixo vertical e  $t$  no eixo horizontal. Apenas olhando para esta figura, você poderia afirmar, com toda a certeza, que ela é realmente um gráfico da equação 6? Você poderia determinar a aceleração angular do objeto a partir deste gráfico?
- Na próxima grade, faça um novo gráfico com os mesmos dados, mas use  $t^2$  como eixo horizontal. Trace a linha reta que, a seu ver, melhor representa os pontos do gráfico.
- Use a última grade e os dados apresentados ao lado dela para fazer um gráfico representando a velocidade angular  $\omega$  em função do tempo  $t$  de duração do movimento. Trace a linha reta que, a seu ver, melhor representa os pontos do gráfico.
- Obtenha, a partir das retas traçadas nos gráficos, as relações entre  $\Delta\theta$  e  $t^2$ , e entre  $\omega$  e  $t$ . Compare com as equações 6 e 7. O que você pode concluir sobre a aceleração angular ( $\alpha$ ) do objeto?

Gráfico  $\Delta\theta \times t$ .



$\Delta\theta$ (rad)	$t$ (s)
0	0
$\pi$	12,0
$2\pi$	16,9
$3\pi$	20,7
$4\pi$	23,9
$5\pi$	26,7

Gráfico  $\Delta\theta \times t^2$ .



$\Delta\theta$ (rad)	$t^2$ (s <sup>2</sup> )
0	0
$\pi$	144
$2\pi$	286
$3\pi$	428
$4\pi$	571
$5\pi$	713

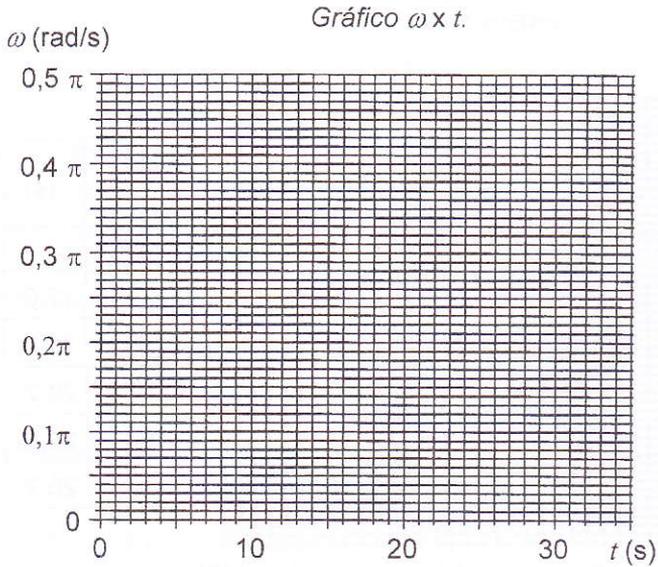


Tabela 3.

$\omega$ (rad/s)	$t$ (s)
0	0
$0,167 \pi$	12,0
$0,237 \pi$	16,9
$0,290 \pi$	20,7
$0,335 \pi$	23,9
$0,374 \pi$	26,7

### Equipamento

- Aro de bicicleta
- Roldana e fio
- Suportes para o aro e para a roldana
- Gancho para massas e massas de 10 g
- Marcador de posição
- Cronômetro
- Trena
- Papel milimetrado

Como mostrado na figura 2, um aro de roda de bicicleta é suspenso por arames presos a um núcleo metálico. Entre este núcleo e o eixo existe uma esfera metálica (ou um rolamento) que permite que

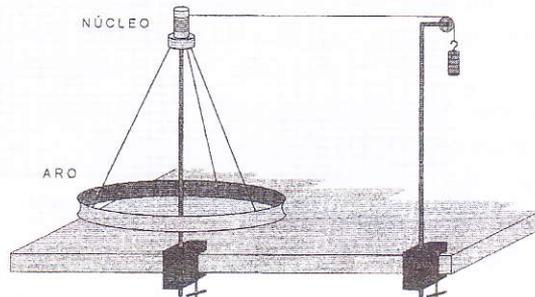


Figura 2: Montagem do experimento.

o aro gire praticamente livre de atrito. Um fio, enrolado sobre a parte mais estreita desse núcleo, transmite um torque uniforme ao aro, fazendo com que ele descreva um *Movimento Circular Uniformemente Acelerado*.

### **Procedimentos experimentais e análise dos dados**

#### **a) Medida do deslocamento angular do aro**

- Suspensa uma massa de 100 g no fio.
- Meça o tempo que o aro, partindo do repouso, leva para percorrer os *deslocamentos angulares* de  $\pi$ ,  $2\pi$ ,  $3\pi$ ,  $4\pi$  e  $5\pi$  rad. Faça três medidas de tempo para cada ângulo. Organize seus dados preenchendo as colunas  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  da *tabela 1 da folha de análise dos resultados* (destaque-a do centro desse caderno) dessa atividade.
- Calcule o valor médio dos tempos obtidos para cada um dos deslocamentos angulares do aro ( $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$ ) e complete a coluna  $t$  desta tabela. Preencha também a última coluna ( $t^2$ ).
- Construa o gráfico do deslocamento angular do aro em função do quadrado do tempo de movimento (gráfico  $\Delta\theta \times t^2$ ). Trace a reta que melhor representa os pontos obtidos. Calcule, a partir da reta traçada no gráfico, a declividade dessa reta (não esqueça as unidades).
- Escreva a equação da reta. Compare esta equação com a equação 6. O que você pode concluir?

#### **b) Medida da velocidade angular final do aro**

Na etapa anterior, obtivemos os intervalos de tempo que o aro, partindo do repouso, leva para percorrer alguns *deslocamentos angulares*. Agora, queremos determinar as *velocidades angulares*  $\omega$  atingidas pelo aro no final destes intervalos de tempo, ou seja, após executar aqueles *deslocamentos*  $\Delta\theta$ .

Note que o aro acelera *enquanto* a tensão no fio estiver realizando um torque sobre o conjunto. Se interrompermos, em dado instante, o movimento de queda da massa que traciona o fio, podemos supor que o movimento do aro passa a ser uniforme (desprezando-se o atrito) e medir, a partir deste momento, a velocidade angular uniforme do aro.

Assim sendo, deixaremos o aro executar cada um dos deslocamentos  $\Delta\theta$  em movimento acelerado (como na etapa anterior), interromperemos o movimento de queda da massa suspensa e mediremos, a partir deste momento, o tempo  $t'$  gasto pelo aro para descrever a *primeira volta* ( $2\pi$  rad) do movimento uniforme. Então,

usando a relação  $\omega = 2\pi/t'$ , poderemos calcular a *velocidade angular final* (instantânea) atingida pelo aro após ter sido acelerado durante o tempo  $t$  de movimento acelerado.

- Repouse a massa suspensa sobre uma superfície de referência (por exemplo, o assento de um banco), de forma que o fio fique esticado. Use o marcador para assinalar a posição do aro.
- Gire o aro, enrolando o fio, do ângulo correspondente ao deslocamento angular  $\Delta\theta$  desejado (primeira coluna da *tabela 2* da *folha de análise dos resultados*).
- Solte o aro e meça, a partir do momento em que a massa suspensa toca a superfície de referência (instante em que o movimento do aro passa a ser uniforme), o intervalo de tempo que o aro leva para dar uma volta completa ( $2\pi$  rad).
- Meça três vezes este tempo para cada um dos deslocamentos  $\Delta\theta$  indicados na primeira coluna da *tabela 2*, e organize os seus dados preenchendo as colunas  $t'_1$ ,  $t'_2$  e  $t'_3$  desta tabela.
- Calcule os valores médios dos tempos obtidos ( $t'_1$ ,  $t'_2$  e  $t'_3$ ) e complete a coluna  $t'$  da *tabela 2*.
- Preencha a última coluna da *tabela 2*, calculando a *velocidade angular final instantânea* atingida pelo aro em cada caso (deixe o valor de  $\pi$  indicado).
- Monte a *tabela 3* da *folha de análise dos resultados* copiando os valores de  $\omega$  obtidos na *tabela 2* e os correspondentes valores dos tempos de movimento acelerado medidos na etapa anterior (coluna  $t$  da *tabela 1*).
- Construa o gráfico da *velocidade angular instantânea final* do aro em função do *tempo de movimento acelerado* (gráfico  $\omega \times t$ ).
- Trace a reta que melhor representa os pontos obtidos. Calcule, a partir do gráfico, a declividade da reta (não esqueça as unidades).
- Escreva a equação da reta traçada. Compare esta equação com a equação 7. O que você pode concluir?
- Compare os resultados obtidos nas análises dos dois gráficos.

## EQUILÍBRIO DE CORPOS RÍGIDOS

### Objetivo

Estudar as condições de equilíbrio de um corpo rígido, isto é, demonstrar que para que um corpo rígido esteja em repouso, não basta que a soma das forças aplicadas a ele seja zero, mas que também seja nula a soma dos torques exercidos por estas forças em relação a um ponto qualquer.

### Introdução

Um corpo rígido estará em *equilíbrio* se, sob a ação de um conjunto de forças, este corpo *não translada* e *não gira*.

Um conceito importante a ser definido no estudo do equilíbrio de corpos rígidos é o centro de gravidade. O *centro de gravidade* (CG) de um corpo é aquele ponto no qual a aplicação de uma única força  $\vec{F}$  (para cima e de módulo igual ao seu peso) mantém o corpo em equilíbrio (veja a figura 1). Portanto, para efeitos práticos, o CG pode ser considerado como sendo o ponto de aplicação do vetor peso do corpo.

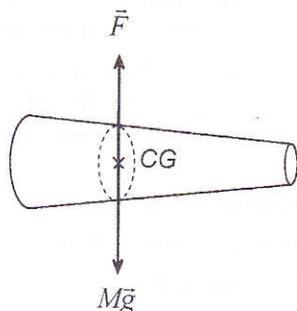


Figura 1: Definição de CG.

Para que um corpo não translade, é necessário que a soma de todas as forças aplicadas sobre ele seja nula, isto é,

$$1^{\text{a}} \text{ Condição de equilíbrio: } \sum_i \vec{F}_i = \vec{0}. \quad (1)$$

Entretanto, esta condição não é suficiente para que o corpo esteja em equilíbrio, pois se a força  $\vec{F}$  da figura 1 for aplicada em qualquer outro ponto que não seja o seu CG, o corpo certamente girará. Portanto, para equilibrar esse corpo, é também necessário que a soma dos torques de todas as forças aplicadas sobre ele seja nula:

$$2^{\text{a}} \text{ Condição de equilíbrio: } \sum_i \vec{\tau}_i = \vec{0}. \quad (2)$$

Por exemplo, para equilibrar um corpo por um ponto  $P$  que se encontra a uma distância  $d$  do CG, como ilustrado na figura 2, deve existir pelo menos uma outra força, aplicada a uma distância  $D$  de  $P$ , cujo torque seja capaz de compensar o torque da força peso do corpo aplicada no seu CG. Esta outra força pode ser devida, por exemplo, ao peso de um corpo de massa  $m$  dependurado no corpo original.

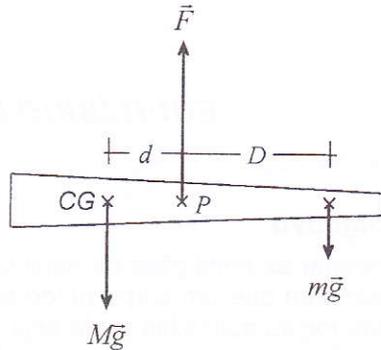


Figura 2: Equilíbrio de um corpo sob a ação de três forças.

Nesta atividade, quando for solicitado que você **“análise as condições de equilíbrio da barra”**, espera-se que você

- (i) faça o diagrama de corpo livre da barra (uma figura análoga à figura 2) e
- (ii) verifique a aplicação das duas condições de equilíbrio para o conjunto de forças considerado.

### Equipamento

- Barra não homogênea
- Roldanas e fios
- Suportes para as roldanas
- Massas diversas
- Trena

### Procedimentos experimentais e análise dos dados

#### Atividade 1

- Meça o comprimento da barra e assinale, na barra, a posição do seu **centro geométrico**. Este ponto será referido ao longo desse texto como **ponto P**.
- Amarre um fio ao suporte, suspenda a barra no fio e, por tentativas, determine o **ponto de suspensão onde a barra fica equilibrada na posição horizontal**. Este ponto é o **centro de gravidade (CG)** da barra.

- Meça a distância  $d$  entre  $P$  e CG.

$d =$

- Responda: *Em que condições o centro de gravidade de um corpo coincide com o seu centro geométrico?*

### Atividade 2

- Mantenha a barra suspensa pelo CG.
- Pendure uma carga  $m_1 = 200$  g no ponto  $P$  e uma massa  $m_2 = 100$  g a uma distância  $D$  do CG de forma a equilibrar a barra na posição horizontal. Anote os valores de  $d$  (Atividade 1) e de  $D$  na primeira parte da tabela 1 da folha de análise dos resultados (destaque-a do centro desse caderno).
- Calcule os torques de todas as forças exercidas sobre a barra, em módulo, em relação ao CG da barra e anote na segunda parte da tabela 1.
- Repita este procedimento para  $m_2 = 200$  g e  $m_2 = 400$  g. Complete a tabela 1.
- O que você pode concluir observando estes resultados?

### Atividade 3

- Agora, suspenda a barra pelo ponto  $P$ .
- Deslize uma carga  $m = 200$  g ao longo da barra a fim de equilibrá-la na horizontal.
- Analise as condições de equilíbrio da barra e determine a sua massa.

$M =$

### Atividade 4

- Veja a figura 3. Com o auxílio dos suportes, roldanas, fios e massas diversas, suspenda a barra amarrando os fios próximos de suas extremidades e ajuste as massas suspensas  $M_1$  e  $M_2$  de forma a equilibrá-la na horizontal, *com os fios na vertical*.
- Quanto valem as tensões nos fios?
- Qual é a relação entre estas tensões e o peso da barra?
- Analise as condições de equilíbrio da barra.

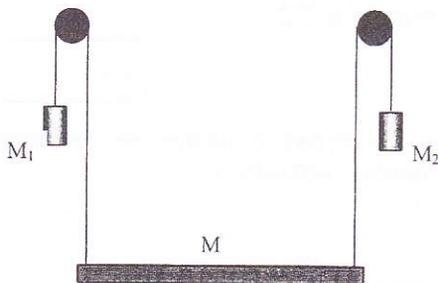


Figura 3: Montagem experimental.

#### Atividade 5

- Adicione 100 g a cada uma das massas suspensas nos fios ( $M_1$  e  $M_2$  na figura 3) e equilibre a barra na horizontal, com os fios na vertical, dependurando uma carga de massa  $m$  em algum ponto da barra.
- Analise as condições de equilíbrio da barra.

#### Atividade 6

- Equilibre a barra na horizontal, com os fios na vertical, usando massas suspensas iguais nos fios ( $M_1 = M_2$  na figura 3) e ajustando a posição da carga  $m$  dependurada na barra.
- Analise as condições de equilíbrio da barra.

#### Atividade 7

- Partindo da montagem anterior, retire a carga  $m$  e equilibre a barra na horizontal para  $M_1 = M_2$ , ajustando os ângulos dos fios.
- Analise as condições de equilíbrio da barra.

#### Atividade 8

- Discuta a influência das forças de atrito estático existentes nas roldanas e nos fios com a barra nos resultados dos experimentos.



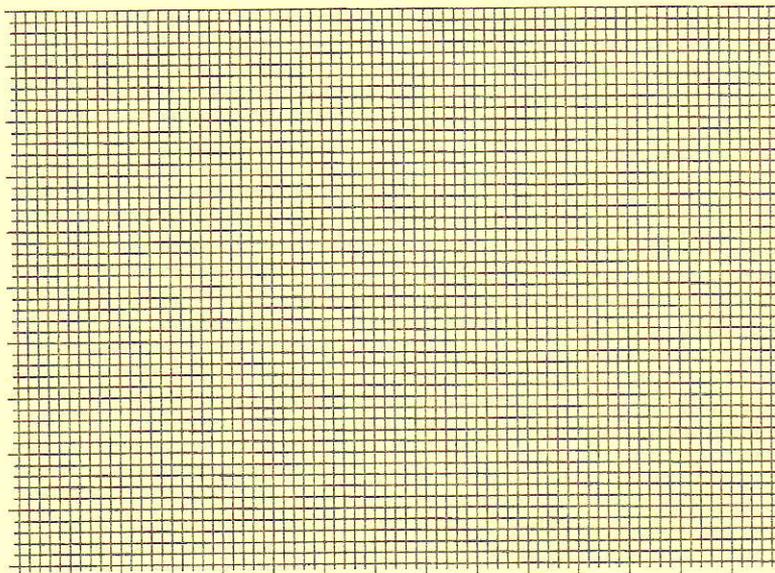
**COMPOSIÇÃO DE DOIS MOVIMENTOS:**

*Trajatória de um projétil*

*Análise dos resultados*

Nome: ..... Turma: .....

1 – Trajetória do projétil



2 – Alcance do projétil

$$H = \dots\dots\dots \text{ m}$$

$$v_0 = \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$A_{MED} = \dots\dots\dots \text{ m}$$

$$A = \sqrt{\frac{2H}{g}} v_0 =$$

3 – Equações horárias

$$x(t) = v_0 t =$$

$$y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 =$$

4 – Coordenadas de alguns pontos da trajetória previstos pelas equações horárias

$t$ (s)	$x$ (m)	$y$ (m)

5 – Discussão dos resultados

## A MÁQUINA DE ATWOOD

### Análise dos resultados

Nome: ..... Turma: .....

- 1 – Comparação das acelerações determinadas a partir da Dinâmica (leis de Newton) e a partir da Cinemática (MRUV)

$$M_1 = 0,510 \text{ kg} \quad M_2 = 0,500 \text{ kg} \quad g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Dinâmica:  $a = \left( \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right) g =$

Cinemática:  $a_{CIN} =$

Comparação:  $\frac{a}{a_{CIN}} =$

- 2 – Cálculo da tensão  $T$

$$T = \left( \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right) g =$$

- 3 – Determinação das tensões  $T_{1CIN}$  e  $T_{2CIN}$

$$T_{1CIN} = M_1(g - a_{CIN}) =$$

$$T_{2CIN} = M_2(g + a_{CIN}) =$$

Comparações:  $\frac{T_{1CIN}}{T} =$

$$\frac{T_{2CIN}}{T} =$$

Comentário:

4 – Influência da inclusão de  $\Delta m$  nos resultados

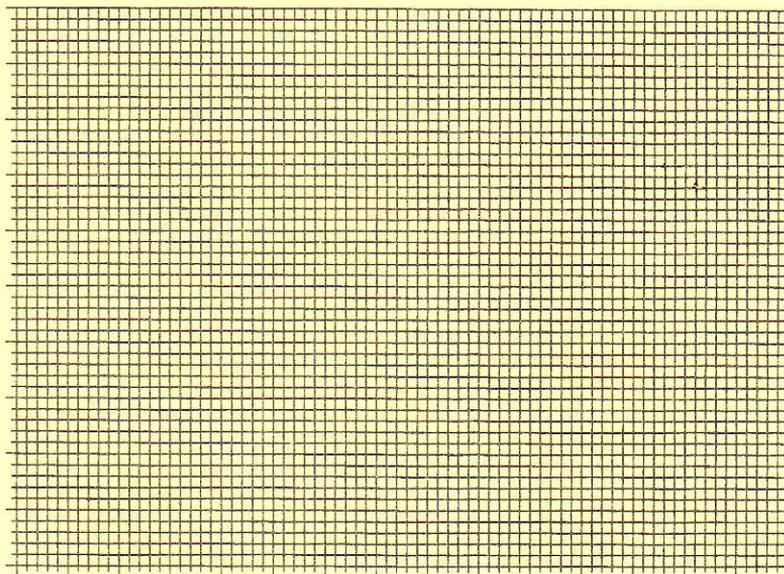
Comentários:

## DEFORMAÇÕES ELÁSTICAS

### *Análise dos resultados*

Nome: ..... Turma: .....

a) Obtenção das constantes elásticas estáticas ( $k$ )



Declividades das retas

Mola pequena:  $k = \dots\dots\dots$  N/m

Mola grande:  $k = \dots\dots\dots$  N/m

b) Obtenção das constantes elásticas dinâmicas ( $k_D$ )

Mola pequena para  $M = 0,100$  kg:  $\Delta t = \dots\dots\dots$  s

$T = \dots\dots\dots$  s

$k_D = \dots\dots\dots$  N/m

Mola grande para  $M = 0,100$  kg:  $\Delta t = \dots\dots\dots$  s

$T = \dots\dots\dots$  s

$k_D = \dots\dots\dots$  N/m

Mola grande para  $M = 0,200$  kg:  $\Delta t = \dots\dots\dots$  s

$T = \dots\dots\dots$  s

$k_D = \dots\dots\dots$  N/m

Mola grande para  $M = 0,300$  kg:  $\Delta t = \dots\dots\dots$  s

$T = \dots\dots\dots$  s

$k_D = \dots\dots\dots$  N/m

c) Obtenção das constantes elásticas dinâmicas corrigidas ( $k_{DC}$ )

Mola pequena:  $m = \dots\dots\dots$  s

$m_e = \dots\dots\dots$  s

Quando  $M = 0,100$  kg:  $T = \dots\dots\dots$  s

$k_{DC} = \dots\dots\dots$  N/m

Mola grande:

$$m = \dots\dots\dots \text{ s}$$

$$m_e = \dots\dots\dots \text{ s}$$

Quando  $M = 0,100 \text{ kg}$ :  $T = \dots\dots\dots \text{ s}$

$$k_{DC} = \dots\dots\dots \text{ N/m}$$

Quando  $M = 0,200 \text{ kg}$ :  $T = \dots\dots\dots \text{ s}$

$$k_{DC} = \dots\dots\dots \text{ N/m}$$

Quando  $M = 0,300 \text{ kg}$ :  $T = \dots\dots\dots \text{ s}$

$$k_{DC} = \dots\dots\dots \text{ N/m}$$

Quadro de resumo dos resultados experimentais.

Mola	$k$ (N/m)	$m$ (kg)	$M$ (kg)	$m/M$	$k_D$ (N/m)	$k_{DC}$ (N/m)	$k_D/k$	$k_{DC}/k$
pequena			0,100					
grande			0,100					
			0,200					
			0,300					

Discussão

## COLISÕES BIDIMENSIONAIS

### Análise dos resultados

Nome: ..... Turma: .....

Tabela 1: Resultados da colisão A.

	<i>Esfera 1</i>	<i>Esfera 2</i>	<i>Colisão A</i>
<i>Antes da colisão</i>	$A_0 =$	–	$A_0^2 =$
	$A_{0x} =$	–	$A_{0x} =$
	$A_{0y} = 0$	–	$A_{0y} = 0$
<i>Depois da colisão</i>	$A_1 =$	$A_2 =$	$A_1^2 + A_2^2 =$
	$A_{1x} =$	$A_{2x} =$	$A_{1x} + A_{2x} =$
	$A_{1y} =$	$A_{2y} =$	$A_{1y} + A_{2y} =$

Tabela 2: Resultados da colisão B.

	<i>Esfera 1</i>	<i>Esfera 2</i>	<i>Colisão B</i>
<i>Antes da colisão</i>	$A_0 =$	–	$A_0^2 =$
	$A_{0x} =$	–	$A_{0x} =$
	$A_{0y} = 0$	–	$A_{0y} = 0$
<i>Depois da colisão</i>	$A_1 =$	$A_2 =$	$A_1^2 + A_2^2 =$
	$A_{1x} =$	$A_{2x} =$	$A_{1x} + A_{2x} =$
	$A_{1y} =$	$A_{2y} =$	$A_{1y} + A_{2y} =$

Tabela 3: Resultados da colisão C.

	<i>Esfera 1</i>	<i>Esfera 2</i>	<i>Colisão C</i>
<i>Antes da colisão</i>	$A_0 =$	-	$A_0^2 =$
	$A_{0x} =$	-	$A_{0x} =$
	$A_{0y} = 0$	-	$A_{0y} = 0$
<i>Depois da colisão</i>	$A_1 =$	$A_2 =$	$A_1^2 + A_2^2 =$
	$A_{1x} =$	$A_{2x} =$	$A_{1x} + A_{2x} =$
	$A_{1y} =$	$A_{2y} =$	$A_{1y} + A_{2y} =$

Quadro de resumo dos resultados dos experimentos.

<i>Colisão</i>	$ \bar{P}_f / \bar{P}_i $	$P_{fx}/ \bar{P}_i $	$P_{fy}/ \bar{P}_i $	$K_f/K_i$
<i>A</i>				
<i>B</i>				
<i>C</i>				

Discussão

## CINEMÁTICA DA ROTAÇÃO

### Análise dos resultados

Nome: ..... Turma: .....

Tabela 1 - Dados para a análise do movimento do aro.

$\Delta\theta$ (rad)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t$ (s)	$t^2$ (s <sup>2</sup> )
0	–	–	–	0	0
$\pi$					
$2\pi$					
$3\pi$					
$4\pi$					
$5\pi$					

$\Delta\theta$ (rad)

Gráfico  $\Delta\theta \times t^2$ .

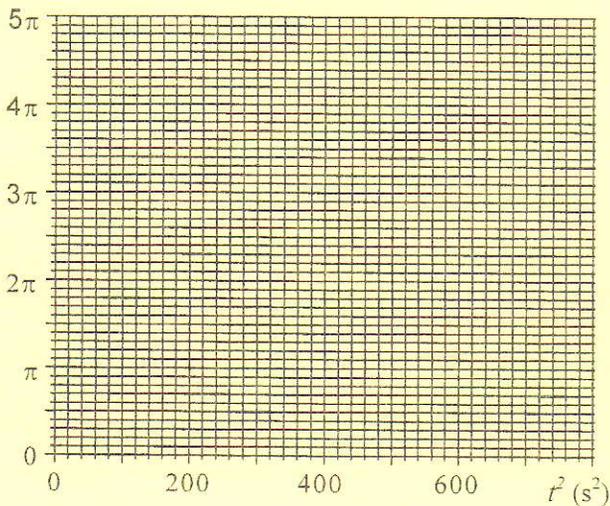


Tabela 2 - Dados para calcular as velocidades angulares instantâneas (finais) do aro.

$\Delta\theta$ (rad)	$t'_1$ (s)	$t'_2$ (s)	$t'_3$ (s)	$t'$ (s)	$\omega$ (rad/s) = $2\pi/t'$
$\pi$					
$2\pi$					
$3\pi$					
$4\pi$					
$5\pi$					

Gráfico  $\omega \times t$ .

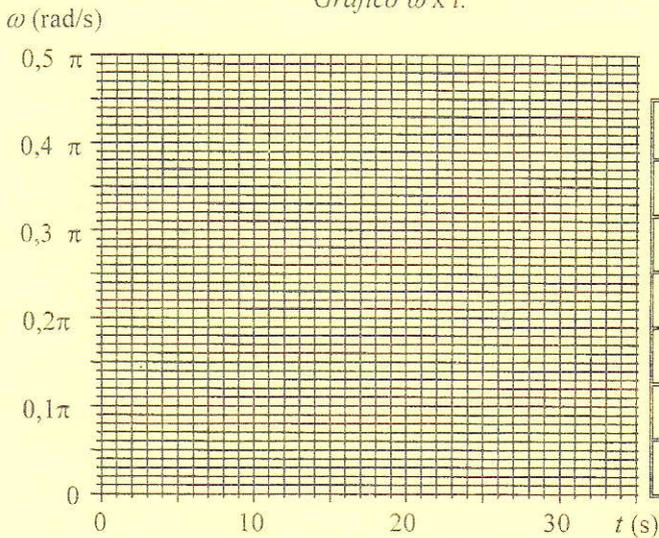


Tabela 3.

$\omega$ (rad/s)	$t$ (s)
0	0

Discussão

## EQUILÍBRIO DE CORPOS RÍGIDOS

### Análise dos resultados

Nome: ..... Turma: .....

#### Atividade 1

$d =$
-------

– Em que condições o centro de gravidade de um corpo coincide com o seu centro geométrico?

#### Atividade 2

Tabela 1

$m_1$ (g)	$d$ (cm)	$m_2$ (g)	$D$ (cm)	$\tau_{m_1g}$ (N m)	$\tau_{m_2g}$ (N m)	$\tau_{Mg}$ (N m)	$\tau_F$ (N m)
200		100					
200		200					
200		400					

– O que você pode concluir observando estes resultados?

### Atividade 3

– Analise as condições de equilíbrio da barra e determine a sua massa.

$$m = 200 \text{ g}$$

$$M =$$

### Atividade 4

$$M_1 =$$

$$M_2 =$$

– Quanto valem as tensões nos fios?

– Qual é a relação entre estas tensões e o peso da barra?

– Analise as condições de equilíbrio da barra.

### Atividade 5

– Analise as condições de equilíbrio da barra.

$$M_1 + 100 \text{ g} =$$

$$M_2 + 100 \text{ g} =$$

$$m =$$

### Atividade 6

– Analise as condições de equilíbrio da barra.

$$M_1 = M_2 =$$

$$m =$$

**Atividade 7**

– Analise as condições de equilíbrio da barra.

$$M_1 = M_2 =$$

**Atividade 8**

– Discuta a influência das forças de atrito estático existentes nas roldanas e nos fios com a barra nos resultados dos experimentos.