Física I – C

Manual de Laboratório

2º Semestre

Maria Teresinha Xavier Silva

Departamento de Física
Instituto de Física – UFRGS

2004

Física I – C

Manual de Laboratório

2º Semestre

Maria Teresinha Xavier Silva

Departamento de Física
Instituto de Física – UFRGS

2004

FICHA CATALOGRÁFICA
Elaborada pela Biblioteca do IF-UFRGS
por: Lourdes Maria Agnes - CRB 10/777
Luiz Antonio Kozminski - CRB 10/936

S586a Silva, Maria Teresinha Xavier
Física I-C : manual de laboratório / Maria Teresinha Xavier Silva. – Porto Alegre : Instituto de Física-UFRGS, 2004.

45p. : il.

1.Física:Ensino:Laboratórios.I.Silva, Maria Teresinha Xavier.II.Título.

CDU: 53
53:371.388

PACS: Ø1.5Ø.P

Impressão: Waldomiro da Silva Olivo

Apresentação

O presente manual contém roteiros destinados às atividades de laboratório de Física I C (FIS01181), uma disciplina básica dos cursos de engenharia e de ciências exatas, que atende em torno de 1000 alunos por ano, na maioria calouros.

Esses textos, originalmente elaborados por mim e pelo professor Rolando Axt, foram posteriormente adaptados aos novos equipamentos adquiridos pelo Projeto PROIN, em 1997, e vêm sendo anualmente revisados a partir de então.

Maria Teresinha Xavier Silva
Regente de Física I C

março de 1999

Sumário

Experimento 1

CINEMÁTICA DA TRANSLAÇÃO

Objetivo

Estudar as variáveis cinemáticas do movimento retilíneo de translação de um volante sobre um trilho inclinado e verificar suas principais relações.

Introdução

Um objeto move-se sobre uma linha reta (**Movimento Retilíneo**) sendo x_0 a sua posição no instante inicial t_0 e x é a sua posição em um instante posterior t qualquer. No **intervalo de tempo** $\Delta t = t - t_0$, compreendido entre os instantes inicial e final, o **deslocamento** desse móvel será:

$$\Delta x = x - x_0$$

Neste o intervalo de tempo define-se a **velocidade média** (v_{MED}) do objeto como:

$$v_{MED} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}. \qquad (1)$$

Seja v_0 a velocidade instantânea inicial do objeto (no instante t_0) e v, a sua velocidade instantânea final (num instante posterior t). Define-se a sua **aceleração média** (a_{MED}) através da relação:

$$a_{MED} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}. \qquad (2)$$

Se o movimento do objeto for tal que $a_{MED} = 0$ para qualquer intervalo de tempo Δt, obtém-se (da equação 2) que $v = v_0$, ou seja, o objeto descreve um **Movimento Retilíneo Uniforme** (MRU), já que a sua velocidade é constante. Nesse caso, a velocidade média v_{MED} do objeto será a sua própria velocidade v constante e, se $t_0 = 0$, pode-se obter, diretamente da equação 1, a sua posição x em qualquer instante de tempo posterior t:

$$x = x_0 + vt. \qquad (3)$$

Por outro lado, se o movimento do objeto for tal que a sua aceleração média a_{MED} é sempre a mesma, para qualquer intervalo de tempo Δt considerado, pode-se afirmar que a aceleração instantânea a do objeto é constante e que $a_{MED} = a$. Tomando-se $t_0 = 0$, obtém-se (da equação 2):

$$v = v_0 + at. \quad (4)$$

Esta expressão fornece a velocidade instantânea v do objeto em qualquer instante posterior de tempo t. Agora, o objeto descreve um **Movimento Retilíneo Uniformemente Variado** (MRUV), já que a velocidade varia linearmente com o tempo de movimento. Neste caso, também é válida a relação

$$v_{MED} = \frac{v + v_0}{2} \quad (5)$$

e, a partir das equações 1, 4 e 5, pode-se mostrar que a posição do objeto, em função do tempo de movimento, será dada pela seguinte expressão:

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2. \quad (6)$$

Para $x_0 = 0$ e $v_0 = 0$, tem-se

$$x = \tfrac{1}{2} a t^2. \quad (7)$$

Questões Preliminares

Os dados da tabela ao lado referem-se a um experimento hipotético de cinemática da translação.

t (s)	x (cm)
4	10
8	40
12	90
16	160

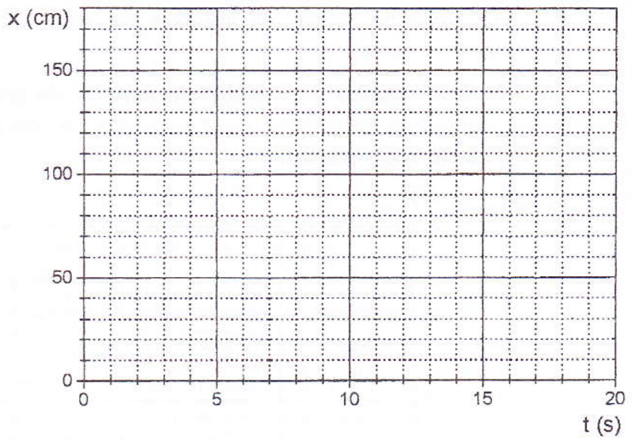
(a) Utilizando este conjunto de dados, construa um gráfico representando x no eixo vertical e t no eixo horizontal. Apenas olhando para esta figura, você poderia afirmar, com toda a certeza, que ela é realmente um gráfico da equação 6 ou da equação 7? Você poderia determinar a aceleração do objeto a partir deste gráfico?

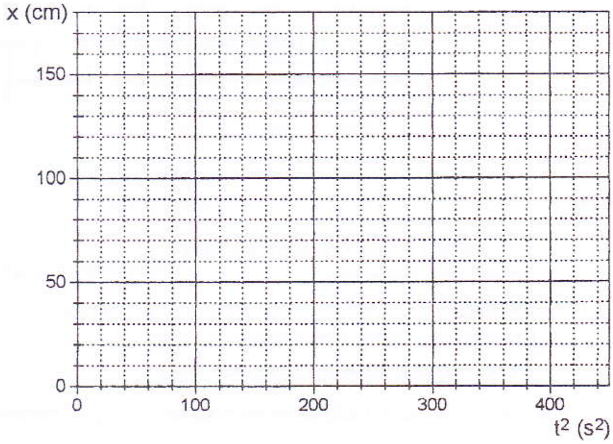
(b) Faça um novo gráfico com os mesmos dados, mas use t^2 (tabela ao lado) como eixo horizontal. (A forma deste gráfico deve ser uma linha reta.)

t^2 (s^2)	x (cm)
16	10
64	40
144	90
256	160

(c) Obtenha, **a partir do gráfico** do item b, a relação entre x e t^2, e compare com as equações 6 e 7. O que você pode concluir sobre a posição inicial (x_0), a velocidade inicial (v_0) e a aceleração (a) do objeto? Seria o gráfico ainda uma reta se o valor de v_0 fosse diferente desse que você encontrou?

Na análise solicitada no item anterior, você deve ter concluído que, no instante inicial ($t_0 = 0$), o objeto parte ($v_0 = 0$) da origem do sistema de referência ($x_0 = 0$).





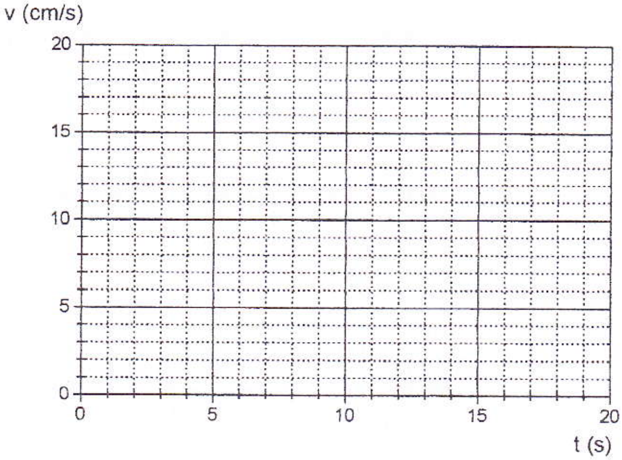
(d) Use a equação 1 para calcular a velocidade média do objeto nos intervalos de tempo e respectivos deslocamentos especificados na tabela abaixo.

$t_0 \to t$	$x_0 \to x$	v_{MED} (cm/s)
$0 \to 4$ s	$0 \to 10$ cm	
$0 \to 8$ s	$0 \to 40$ cm	
$0 \to 12$ s	$0 \to 90$ cm	
$0 \to 16$ s	$0 \to 160$ cm	

t (s)	v (cm/s)
4	
8	
12	
16	

(e) Com a equação 5 e os resultados do item anterior, calcule a velocidade instantânea do objeto nos instantes de tempo indicados na penúltima coluna da tabela.

(f) Construa o gráfico v x t e obtenha, **a partir do gráfico**, a relação entre a velocidade instantânea (v) e o tempo de movimento (t) do objeto. Interprete o seu resultado.



Equipamento

- Trilho longo com inclinação regulável
- Trilho curto horizontal
- Volante
- Cronômetro digital com disparador ótico
- Trena, régua e papel milimetrado

A figura 1 mostra o esquema do dispositivo experimental utilizado.

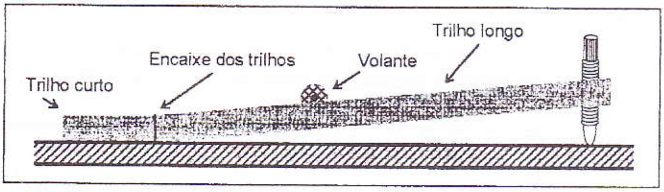


Figura 1: Montagem experimental.

Cronômetro Digital com Disparador Ótico

O **Cronômetro Digital com Disparador Ótico** pode ser utilizado na realização de vários tipos de medidas de tempo. Além de operar como um cronômetro digital comum (acionado manualmente), permite medir intervalos de tempo com maior precisão usando, como gatilho, sinais eletrônicos gerados por vários dispositivos.

Um dos dispositivos que será muito utilizado é o chamado **Fotossensor**, ilustrado na figura 2. Possui um **Fotoemissor** que emite um feixe de luz infravermelha na direção do **Fotodetector**, gerando um sinal eletrônico. Se o feixe de luz é bloqueado de alguma maneira, por exemplo, pela passagem de um objeto opaco (**Interruptor**) entre o fotoemissor e o fotodetector, a **Lâmpada Piloto** acende, indicando que a geração do sinal eletrônico foi interrompida.

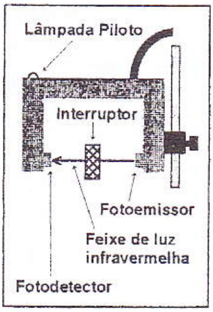


Figura 2: Fotossensor.

Os sinais gerados por fotossensores ou outros dispositivos são enviados para uma **Estação Digital de Medidas de Tempo**, aparelho que permite selecionar tipo desejado de medida de tempo. Os ajustes necessários para a realização das medidas de tempo utilizadas neste experimento serão especificados na descrição dos Procedimentos Experimentais abaixo.

Nesta atividade experimental, as medidas de tempo serão de dois tipos:

(i) o tempo de movimento de um corpo entre dois pontos de sua trajetória e

(ii) o intervalo de tempo no qual um corpo passa por um fotossensor localizado em um ponto fixo da trajetória do corpo.

Procedimentos Experimentais

- Ajuste a Estação Digital de Medidas de Tempo para operar no modo **PULSE** com precisão de **1 ms**. (Nestas condições, pressionando-se o botão branco (**Start/Stop**), a estação funciona como um cronômetro comum. Antes de cada medida, aperte o botão vermelho (**Reset**) para zerar o mostrador do aparelho.)

- Use a estação como um cronômetro manual e regule a inclinação do trilho até que o volante percorra 160 cm em cerca de 16 s.

- É muito importante que o volante não tenha o seu movimento alterado ao passar pelo encaixe dos trilhos inclinado e horizontal (veja a figura 1). Confira esta condição soltando o volante várias vezes sobre o trilho inclinado, de uma pequena distância do encaixe, e observe o seu movimento. Se necessário, coloque um pedaço de papel dobrado, junto ao encaixe, sob o trilho inclinado.

- A figura 3 representa o equipamento visto de cima. O eixo do volante encontra-se exatamente sobre o encaixe dos trilhos, com o trilho curto (horizontal) à esquerda e o trilho longo (inclinado) à direita. Repouse o volante sobre o encaixe dos trilhos e, como indicado pela seta na figura, desloque o suporte do fotossensor em direção ao volante. Cuidadosamente, encontre a posição onde a lâmpada piloto está prestes a acender. Isto assegura que o feixe de luz seja bloqueado no momento em que o volante alcança o final do trilho.

Não mova o fotossensor desta posição até o final do experimento.

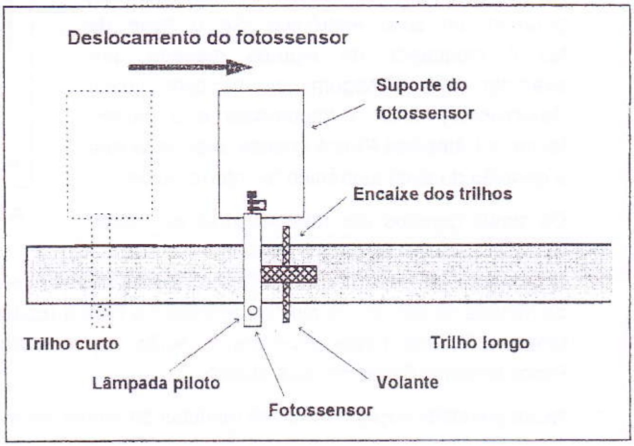


Figura 3: Posicionamento do fotossensor.

Você deverá medir os tempos que o volante leva para percorrer os deslocamentos Δx = 10, 40, 90 e 160 cm, partindo do repouso nas posições assinaladas no trilho inclinado, até o seu final (encaixe dos dois trilhos). Sugere-se que você inicie as medidas pelo deslocamento Δx = 160 cm.

- Posicione o volante a 160 cm do final do trilho inclinado, de forma que o eixo do volante fique perpendicular ao trilho. <u>Assegure-se de que o cronômetro está zerado</u>. Solte o volante e, simultaneamente, inicie a contagem de tempo, pressionando o botão branco do cronômetro. A contagem de tempo será encerrada no instante em que o volante bloqueia a passagem de luz no fotossensor no final do trilho inclinado. Faça três medidas de tempo para cada percurso. Organize os seus dados preenchendo a segunda (t_1), terceira (t_2) e quarta (t_3) colunas da tabela 1.
- Calcule o valor médio dos três tempos obtidos (t_1, t_2 e t_3) para cada um dos deslocamentos do volante sobre o trilho inclinado, e complete a coluna $\bar{t}$ da tabela 1. Preencha também a última coluna ($\bar{t}^2$).

A seguir, você irá determinar a velocidade do volante no momento em que este alcança o final do trilho.

- Ajuste a Estação digital de medidas de tempo para operar no modo **GATE** com precisão de **0,1 ms**. (Nestas condições, a contagem de tempo será realizada <u>durante</u> o intervalo de tempo em que a luz do fotossensor for bloqueada, ou seja, <u>enquanto</u> o volante estiver passando pelo fotossensor.)

Tabela 1: Dados para a análise do movimento do volante sobre o trilho inclinado.

Δx (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)	$\bar{t}^2$ (s^2)
0	–	–	–	0	0
10					
40					
90					
160					

- Como antes, solte o volante a partir das posições assinaladas no trilho. Anote os intervalos de tempo em que o feixe de luz do fotossensor permaneceu bloqueado pela passagem do volante. Faça três medidas do tempo de passagem do volante pelo fotossensor para cada um dos deslocamentos Δx. Organize os seus dados preenchendo a segunda (Δt_{B1}), terceira (Δt_{B2}) e quarta (Δt_{B3}) colunas da tabela 2.

- Calcule o valor médio dos três intervalos de tempo (Δt_{B1}, Δt_{B2} e Δt_{B3}) e complete a coluna $\Delta \bar{t}_B$ da tabela 2.

Tabela 2: Dados para a análise da velocidade final do volante sobre o trilho inclinado.

Δx (cm)	Δt_{B1} (s)	Δt_{B2} (s)	Δt_{B3} (s)	$\Delta \bar{t}_B$ (s)	$\bar{t}$ (s)	v (cm/s)
0	–	–	–	0	0	0
10						
40						
90						
160						

- Finalmente, determine a **largura efetiva** com que o volante bloqueia o fotossensor, isto é, a largura do volante "vista" pelo fotossensor. Repouse o volante sobre o encaixe dos trilhos e, lentamente, role o eixo do volante sobre o trilho horizontal. Observe que a lâmpada piloto permanecerá acesa enquanto o volante bloquear o fotossensor. Assinale a posição do eixo do volante onde a lâmpada piloto apaga. A distância entre este ponto e o encaixe dos trilhos será a largura efetiva d do volante que obstrui o fotossensor.

$$d =$$

- Preencha a última coluna da tabela 2, calculando a velocidade instantânea do volante no final do trilho inclinado ($v = d / \Delta t_B$).

- Copie, na sexta coluna da tabela 2, os tempos de movimento do volante sobre o trilho inclinado (coluna cinco da tabela 1), ou seja, os intervalos tempo transcorridos até que o volante, partindo do repouso, alcance as velocidades finais calculadas.

Análise dos Dados

Observação: Nos gráficos solicitados abaixo, utilize sempre o **tempo** ($\bar{t}$ ou $\bar{t}^2$, conforme o caso) como **eixo horizontal.**

- Usando os resultados da tabela 1, construa o **Gráfico 1 - Deslocamento do volante em função do tempo de movimento** (gráfico Δx x $\bar{t}$) e trace uma linha suave que represente aproximadamente o seu conjunto de dados experimentais. O que você pode concluir a partir da observação desta curva?

- Faça um novo gráfico com os mesmos dados, mas use $\bar{t}^2$ como eixo horizontal: **Gráfico 2 - Posição do volante em função do quadrado do tempo de movimento** (gráfico Δx x $\bar{t}^2$). Trace a reta que melhor represente os pontos obtidos. Calcule, a partir do gráfico, a declividade dessa reta (não esqueça as unidades). Interprete o seu resultado.

- Com os dados da tabela 2, construa o **Gráfico 3 - Velocidade instantânea final do volante em função do tempo de movimento sobre o trilho inclinado** (gráfico v x $\bar{t}$). Trace a reta que melhor represente os pontos obtidos. Calcule, a partir do gráfico, a declividade dessa reta (não esqueça as unidades). Interprete o seu resultado.

Discussão dos Resultados

- Descreva o movimento do volante no trilho inclinado e no trilho horizontal.

- Escreva a equação 6 com os dados do gráfico 2.

- Escreva a equação 4 com os dados do gráfico 3.

- A aceleração de um objeto que desliza, sem atrito, ao longo de um plano inclindo que faz um ângulo θ com a horizontal é $a = g \operatorname{sen} \theta$. Esse valor é bem maior do que encontrado para a aceleração do volante nesse experimento. Como você explica isso? Note que o volante tem dois movimentos ao longo do plano inclinado: um de translação e outro de rotação. Como isso afeta a aceleração de translação do volante?

- O que há de especial com os pontos 10, 40, 90 e 160 cm escolhidos? Por que são eles convenientes?

Experimento 2

SEGUNDA LEI DE NEWTON

Objetivo

Verificar a Segunda Lei de Newton a partir da análise do movimento de translação de um corpo sobre um plano horizontal variando-se a força resultante, quando a massa total do sistema é mantida constante.

Introdução

Um corpo de massa M pode deslizar com atrito desprezível sobre um trilho horizontal (figura 1). Este corpo está ligado a uma massa m suspensa, por um fio leve e inextensível que passa por uma roldana de massa desprezível. Suponha que os efeitos do atrito no eixo da roldana e dos corpos em movimento através do ar sejam extremamente pequenos.

Se os corpos forem liberados a partir do repouso, o corpo de massa m cairá verticalmente, enquanto que M irá se movimentar para a direita e, como o fio é inextensível, os módulos das acelerações dos dois corpos serão iguais.

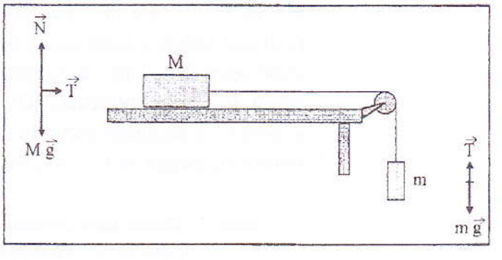


Figura 1.

A 2ª lei de Newton estabelece que:

$$\vec{F}_R = M_{tot}\,\vec{a} \qquad (1)$$

onde $\vec{F}_R$ é a força resultante exercida sobre o sistema, M_{tot} é a sua massa total ($M_{tot} = M + m$) e $\vec{a}$ é a aceleração do sistema. Aplicando-se a 2ª lei de Newton a cada um dos corpos individualmente (veja os diagramas de forças mostrados na figura 1), obtém-se as relações:

$$\begin{cases} N - M\,g = 0 \\ T = M\,a \end{cases} \qquad \text{e} \qquad m\,g - T = m\,a$$

onde N e T são os módulos das forças normal e de tensão no fio, enquanto que g e a são os módulos da aceleração da gravidade e da aceleração dos corpos, respectivamente. Eliminando-se T nas equações acima, obtém-se:

$$m\,g = (M + m)\,a \qquad (2)$$

A comparação desta relação com a equação 1 (2ª lei de Newton) permite identificar mg como sendo a **força resultante** exercida sobre o sistema de **massa total** $M_{tot} = M + m$, isto é, o sistema é constituído pelos dois corpos.

Nesta atividade experimental, a verificação da 2ª lei de Newton é feita a partir da determinação da aceleração do sistema de massa total $M + m$ constante para vários valores de a força resultante. Em cada caso, a aceleração constante do sistema é obtida medindo-se o tempo transcorrido durante um deslocamento Δx conhecido do corpo de massa M sobre o trilho horizontal, para o sistema partindo do repouso, e utilizando-se a relação:

$$a = \frac{2\Delta x}{t^2} \qquad (3)$$

Questões Preliminares

Antes de efetuar qualquer medida, resolva as seguintes questões:

(a) Obtenha a relação 2.

(b) Suponha que, inicialmente, M = 0,500 kg e m = 0,050 kg na situação ilustrada na figura 1. Calcule a aceleração do sistema usando a relação 2 (aqui, considere g = 10 m/s^2), e preencha a primeira linha da tabela 1 (por enquanto, deixe a última coluna em branco). Para variar a força resultante exercida sobre o sistema, mas sem variar a sua massa total, imagine que você retire 0,010 kg da massa suspensa e a adicione ao corpo que desliza sobre o plano horizontal. Qual será, agora, a aceleração do sistema? Preencha a segunda linha da tabela 1. Repita este procedimento até que a massa suspensa seja m = 0,010 kg e complete o restante da tabela 1.

Tabela 1: Dados para o cálculo da aceleração do sistema quando a força resultante é variada e a massa total é mantida constante.

m (kg)	M (kg)	$(M + m)$ (kg)	a (m/s^2)	
0,050	0,500	0,550		
0,040		0,550		
0,030		0,550		
0,020		0,550		
0,010		0,550		

(c) Calcule a força resultante ($F_R = mg$) exercida sobre o sistema para cada um dos arranjos de massas e preencha a última coluna da tabela 1. Faça o gráfico da aceleração do sistema (eixo vertical) em função da força resultante (eixo horizontal). Determine a equação da reta obtida e interprete o seu resultado.

Equipamento

- Trilho de alumínio com trena fixada a ele
- Carrinho com rolamentos de baixo atrito e interruptor ótico
- Roldana com grampo de fixação e fio
- Gancho para massas e massas de 10 g
- Cronômetro digital com dois disparadores óticos
- Balança
- Fita adesiva e papel milimetrado

A montagem experimental está esquematizada na figura 2. O trilho é colocado junto a uma das extremidades da mesa, de forma que a massa suspensa, que traciona o carrinho sobre o trilho, possa cair até o chão.

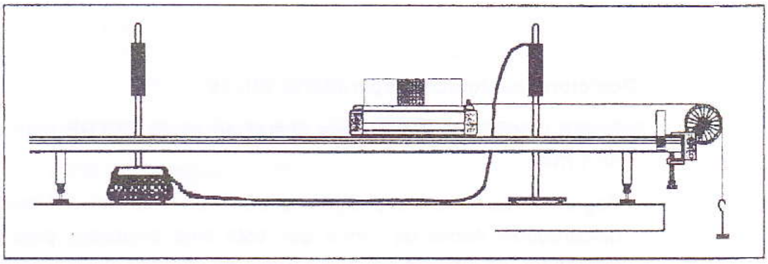


Figura 2: Esquema do dispositivo experimental utilizado na verificação da 2ª lei de Newton .

Dois disparadores óticos são utilizados para medir, em vários casos, os tempos de movimento que o carrinho leva para percorrer uma distância conhecida, partindo do repouso. Sabendo-se que o movimento é uniformemente variado, estes tempos permitem determinar a aceleração do sistema em cada caso.

Procedimentos Experimentais

ATENÇÃO: Não deixe o carrinho <u>bater</u> nas extremidades do trilho, pois este poderá ser deslocado e desnivelado, e todos os seus dados serão perdidos!

- Determine a massa do carrinho (com o interruptor ótico).

$$M_{carr} =$$

Escolha das posições inicial e final do movimento do carrinho

A escala (trena) fixa ao trilho representa o seu sistema de referência para determinar as diferentes posições do carrinho sobre o trilho.

- Suspenda m = 50 g (incluindo a massa do suporte) na extremidade livre do fio que está preso ao carrinho e, passando o fio pela roldana, desloque o carrinho lentamente sobre o trilho até que a massa suspensa toque o chão. Leia, na escala fixa ao trilho, a posição que corresponde à **frente** do carrinho neste momento. Esta é a **coordenada máxima** permitida para o carrinho:

  $x_{max} =$

- Desloque o carrinho no sentido contrário até que a massa suspensa alcance a roldana, mas ainda penda na vertical, e leia novamente a posição que corresponde à **frente** do carrinho. Esta é a **coordenada mínima** permitida para o carrinho:

  $x_{min} =$

- Escolha, no espaço delimitado por x_{max} e x_{min}, as posições inicial (x_i) e final (x_f) para o movimento do carrinho nos experimentos, de forma que o seu deslocamento seja cerca de 70 cm.

  $x_i =$

  $x_f =$ $\Delta x =$

Posicionamento dos disparadores óticos

- Ajuste cronômetro digital para operar no modo **PULSE** com uma precisão de 1 **ms**.
- Segure o carrinho na posição x_i que você escolheu. Posicione um dos disparadores óticos de forma que este seja acionado, pela passagem do interruptor, no instante em que a frente do carrinho alcance esta posição x_i.
- Repita o mesmo procedimento para posicionar o outro disparador ótico em relação a x_f.

Determinações da aceleração do sistema

- Suspenda m = 50 g (incluindo a massa do suporte) ao fio. Observe que a massa total do sistema (veja a figura 1) vale:

  $M_{tot} = M + m = M_{carr} + 0{,}050 \text{ kg} =$

- Preencha a coluna M da última linha da tabela 2 com o valor da massa do carrinho (M_{carr}) que você já determinou.
- Meça três vezes o tempo de movimento do carrinho entre os pontos x_i e x_f, partindo do repouso em x_i, e anote na última linha da tabela 2.
- Como descrito no item b das Questões Preliminares, meça os tempos de movimento do carrinho entre os pontos x_i e x_f para cada um dos valores de

m dados na tabela 2. Use a fita adesiva para fixar as massas adicionadas ao carrinho.

- Calcule o valor médio dos tempos obtidos e a aceleração do sistema (equação 3) em cada caso e anote na sexta e sétima colunas da tabela 2.
- Complete a última coluna da tabela calculando o peso do corpo suspenso em cada caso. (Use g = 9,8 m/s^2.)

Tabela 2: Dados para o cálculo da aceleração do sistema quando a força resultante é variada e a massa total é mantida constante.

m (kg)	M (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t (s)	a (m/s^2)	mg (N)
0,010							
0,020							
0,030							
0,040							
0,050							

Análise dos Dados

- Faça o gráfico da aceleração do sistema (eixo vertical) em função do peso do corpo suspenso (eixo horizontal).
- Determine a equação da reta obtida e interprete o seu resultado.
- **A partir desta equação**, escreva a 2ª lei de Newton.

Discussão dos Resultados

Discuta como seriam modificados os resultados do experimento se:

- as perdas devidas ao atrito não fossem desprezíveis;
- a massa do fio não fosse desprezível;
- o experimento fosse realizado na Lua, onde a aceleração da gravidade é seis vezes menor do que a da Terra.

Experimento 3

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Objetivo

Verificar a Conservação da Energia Mecânica no movimento vertical de um sistema massa-mola.

Introdução

Um corpo de massa m está inicialmente em repouso, suspenso por uma mola de constante elástica k, como ilustrado na figura 1. Portanto,

$$kx_A - mg = 0, \qquad (1)$$

onde x_A é a deformação da mola quando o sistema está em equilíbrio e g é a aceleração local da gravidade.

Se o corpo de massa m for deslocado de sua posição de equilíbrio e depois for liberado, o seu movimento será oscilatório, entre os níveis B e C indicados na figura 1, em torno da posição de equilíbrio (nível A).

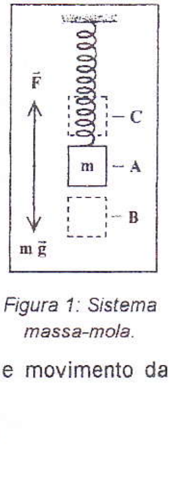


Figura 1: Sistema massa-mola.

Desconsiderando-se as perdas por atrito, pela deformação e movimento da mola, e outras, as trocas de energia ocorrerão entre:

energia cinética de translação	$K = \frac{1}{2}mv^2$
energia potencial gravitacional	$U_g = mgy$
energia potencial elástica	$U_e = \frac{1}{2}kx^2$

onde, em cada instante, v é a velocidade, y é a altura em relação a um dado referencial e x é a deformação da mola. Nesta atividade, consideraremos o nível B como origem do referencial ($y = 0$).

O **Princípio da Conservação da Energia Mecânica** estabelece que, neste caso, a quantidade

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy + \frac{1}{2}kx^2 \qquad (2)$$

não se altera, isto é, a **Energia Mecânica** (E) do sistema é conservada.

Nesta atividade experimental, analisaremos a conservação da energia mecânica em um sistema massa-mola onde uma massa suspensa m movimenta-se verticalmente, partindo do repouso no nível B (estado inicial) e passando pelo nível A (estado final).

Observe a figura 2. Distendendo-se a mola de uma distância h a partir da posição de equilíbrio (nível A), a massa m alcança o nível B (origem do referencial). Portanto, para o sistema massa-mola em sua configuração inicial (massa m em repouso no nível B),

$$v_B = 0 \quad \text{e} \quad y_B = 0,$$

e a energia mecânica inicial do sistema (equação 2) será dada apenas pela energia potencial elástica armazenada na mola:

$$E_B = \tfrac{1}{2} k x_B^2$$

onde a deformação x_B da mola vale:

$$x_B = x_A + h.$$

(Lembre que x_A é a deformação da mola quando o sistema está em equilíbrio e pode ser obtida através da equação 1.)

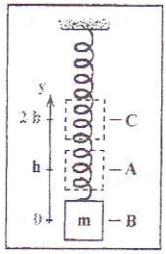


Figura 2: Configuração inicial do sistema massa-mola.

Quando a massa m passar pelo nível A, após ter sido liberada, a energia mecânica do sistema será:

$$E_A = \tfrac{1}{2} m v_A^2 + m g y_A + \tfrac{1}{2} k x_A^2$$

onde v_A é a velocidade da massa m, $y_A = h$ e x_A (equação 1) é a deformação da mola.

Ocorrendo conservação da energia mecânica, é satisfeita a igualdade:

$$E_A - E_B = 0.$$

Questões Preliminares

Observe a figura 2 e resolva o seguinte problema:

Suponha que uma massa m = 100 g, presa a uma mola vertical de massa desprezível e de constante elástica k = 2,80 N/m, seja deslocada para baixo, a partir de sua posição de equilíbrio, para um ponto a 10 cm desta posição (h = 10 cm na figura 2).

(a) Quais são as deformações da mola quando a massa m está no nível A ou está no nível B?

$x_A =$ $\qquad\qquad$ $x_B =$

(b) Qual é a energia mecânica do sistema (em joules) no instante em que a massa m é liberada da posição B?

$E_B =$

(c) No momento em que a massa m passa pelo o nível A, quanto valem a energia potencial gravitacional da massa m e a energia potencial elástica da mola (em joules)?

$$mgh =$$

$$\frac{1}{2}kx_A^2 =$$

(d) Suponha que, experimentalmente, você obtenha $v_A = 0{,}50$ m/s. Calcule a energia cinética de m e a energia mecânica do sistema no instante em que a massa m passa pelo nível A.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 =$$

$$E_A =$$

(e) Calcule a razão entre a energia mecânica final (E_A) e a energia mecânica inicial (E_B) do sistema, e interprete o seu resultado.

$$\frac{E_A}{E_B} =$$

Equipamento

- Suporte para suspender a mola
- Mola
- Peça especial de cerca de 80 g
- Gancho para massas e massas de 20 g
- Cronômetro digital com um disparador ótico
- Balança
- Régua

A montagem do experimento é mostrada, esquematicamente, na figura 3. (As proporções entre as dimensões dos componentes não foram respeitadas.)

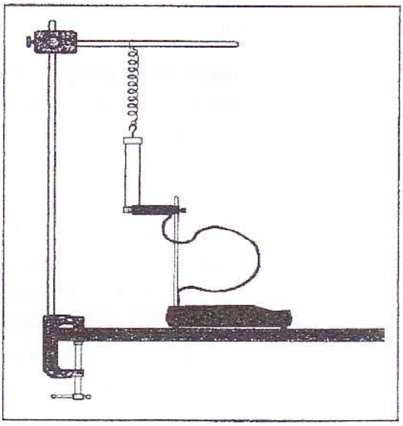


Figura 3: Montagem do experimento.

Para obter a energia mecânica do sistema no seu estado final, isto é, no nível A da figura 2, é necessário determinar a velocidade da massa m quando ela passa por esta posição. Uma peça foi especialmente desenhada para este fim. Consiste de um disco de latão de 1 cm de espessura, suspenso por duas hastes, um disco plástico e um gancho (figura 3). No estado inicial do sistema (nível B na figura 2), a peça está tracionada verticalmente para baixo e o disparador ótico está localizado nível A, no espaço livre entre as hastes. Ao ser liberada, a peça movimenta-se para cima em direção a este nível, e a sua velocidade pode ser determinada medindo-se o tempo de passagem do disco pelo disparador ótico pela primeira vez. Entretanto, quando o sistema é liberado para se movimentar, m oscilará em torno do nível A.

Utilização do cronômetro digital no experimento

Nosso cronômetro permite a utilização de um artifício para obter apenas o primeiro intervalo de tempo medido: se a sua memória está ativada (a lâmpada piloto do painel está acesa), a primeira medida de tempo é apresentada no mostrador, enquanto que a soma desta com as posteriores vai sendo armazenada na memória do aparelho. Portanto, basta operar o cronômetro com a memória ativada e ler apenas os números apresentados no mostrador, sem levar em consideração o conteúdo da memória.

Procedimentos Experimentais

Determinação da massa suspensa m

- Determine a massa da peça que representa a massa suspensa m no experimento (figura 3).

$m =$

Determinação da constante elástica k da mola

- Suspenda o gancho de 20 g à mola e meça a altura desde a mesa até a base do gancho (veja a figura 4).

$x_0 =$

- Adicione Δm = 20 g ao gancho e meça a nova distância da base do gancho até a mesa. Determine a variação de deformação Δx ocorrida na mola. Preencha as colunas Δx e $(\Delta m)g$ da tabela abaixo.

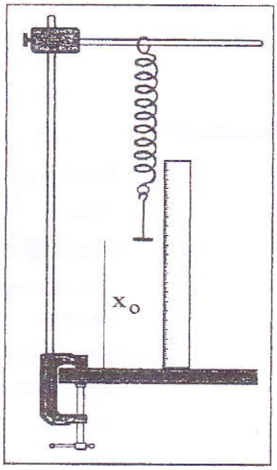


Figura 4: Determinação da constante k *da mola.*

Δm (kg)	Δx (m)	$(\Delta m)g$ (N)	k (N/m)
0,020			
0,040			
0,060			

$\overline{k} =$

- Repita este procedimento para Δm = 40 g e Δm = 60 g.
- Lembrando que, em módulo, $\Delta F = k\ \Delta x$, onde $\Delta F = (\Delta m)g$ é o peso da massa adicionada e Δx é a deformação provocada por este acréscimo de

massa, você poderá obter, em cada caso, a constante elástica k da mola (atenção às unidades).

- Determine a constante elástica k da mola, calculando a média dos três valores obtidos. (Anote ao lado da tabela.)

Determinação da deformação da mola para o sistema em equilíbrio

- Usando a equação 1 e os valores de m e de k determinados acima, calcule a deformação x_A da mola (sistema em equilíbrio).

$x_A =$

Determinação de v_A

Observação: O sistema de fixação do fotossensor (disparador ótico) à base do cronômetro é muito frágil. Se você julgar necessário melhorar o ajuste da posição do interruptor ótico (disco de latão) em relação ao fotossensor, modifique a altura da haste horizontal que suspende a mola (veja a figura 3). Para aproximar ou afastar o fotossensor em relação ao interruptor, mova todo o cronômetro por sua base.

- Ajuste o cronômetro para operar no modo **GATE** com precisão de **0,1 ms**, com a memória ativada.
- Suspenda a peça de massa m à mola.
- Confira o posicionamento do disparador ótico em relação ao interruptor (disco de latão): para o sistema em equilíbrio, seus centros devem estar na mesma altura (veja a nota acima).
- Com cuidado, desloque a massa suspensa o mais verticalmente possível para baixo, afastando-a 5 cm de sua posição de equilíbrio (h = 5 cm na figura 2).
- Assegure-se de que a mola e o seu suporte não estejam vibrando. Então, solte a massa suspensa, e meça o tempo de passagem do interruptor pelo fotossensor. Repita este procedimento dez vezes e anote os tempos medidos na grade abaixo. Calcule a média dos tempos obtidos e determine a velocidade com que m passa pela posição de equilíbrio. (A espessura do disco de latão é d = 1,0 cm.)

Tempos medidos para h = 5 cm:

$\bar{t} =$

$v_A =$

- Analogamente, determine a velocidade de m quando esta passa pela posição de equilíbrio, após ter sido deslocada 10 cm desta posição (h = 10 cm na figura 2).

Tempos medidos para h = 10 cm:

$\bar{t} =$

$v_A =$

Análise dos Dados

- Primeiramente, organize os seus resultados transcrevendo-os abaixo.

massa suspensa: $m =$

constante elástica da mola: $k =$

deformação da mola para o sistema em equilíbrio: $x_A =$

	h = 0,05 m	h = 0,10 m
Configuração inicial:	$v_B = 0$ $y_B = 0$ $x_B = x_A + h =$	$v_B = 0$ $y_B = 0$ $x_B = x_A + h =$
Configuração final:	$v_A =$ $y_A = h = 0{,}05$ m $x_A =$	$v_A =$ $y_A = h = 0{,}10$ m $x_A =$

- Usando a relação 2, calcule a energia mecânica do sistema em suas configurações inicial (E_B) e final (E_A) para os dois casos analisados.

h = 0,05 m $\begin{cases} E_B = \\ E_A = \end{cases}$

h = 0,10 m $\begin{cases} E_B = \\ E_A = \end{cases}$

- Compare os resultados e discuta a conservação da energia mecânica nos dois casos.

Experimento 4

CINEMÁTICA DA ROTAÇÃO

Objetivo

Verificar as relações básicas entre as variáveis cinemáticas do movimento de rotação de um aro em torno de um eixo fixo.

Introdução

Suponha que um corpo, partindo do repouso no instante $t_0 = 0$, inicie um movimento de rotação em torno de um eixo fixo, de tal forma que a velocidade linear de qualquer ponto material desse corpo aumente uniformemente. Cada ponto material do corpo percorrerá uma trajetória circular de raio r em torno do eixo, onde r é a distância do ponto ao eixo, com velocidade uniformemente crescente em módulo (a partir de $v_0 = 0$) e sempre tangente à trajetória (figura 1).

Transcorrido um tempo t desde o instante inicial $t_0 = 0$, o comprimento s do arco descrito pelo ponto será:

$$s = \frac{1}{2} a_T t^2 \qquad (1)$$

onde a_T é a aceleração tangencial constante do ponto, enquanto que o módulo de sua velocidade será dado por:

$$v = a_T t . \qquad (2)$$

Por outro lado, o comprimento s do arco depende da distância r do ponto ao eixo (figura 1):

$$s = \Delta\theta \, r \qquad (3)$$

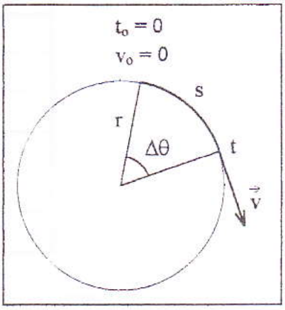


Figura 1: Ponto material descrevendo uma trajetória circular.

onde $\Delta\theta$ é o **deslocamento angular** do corpo, isto é, o ângulo descrito pelo corpo como um todo durante o intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$.

É claro que, assim como o comprimento s do arco, os módulos v da velocidade e a_T da aceleração tangencial dos diferentes pontos materiais do corpo também dependem de r. Pode-se mostrar que:

$$v = \omega\, r \tag{4}$$

$$a_T = \alpha\, r \tag{5}$$

onde ω e α são, respectivamente, a **velocidade angular** e a **aceleração angular** do corpo.

A partir da descrição feita acima, não é difícil demonstrar que o deslocamento angular $\Delta\theta$ e a velocidade angular ω de um corpo que parte do repouso ($\omega_0 = 0$) com aceleração angular α constante, isto é, em **Movimento Circular Uniformemente Acelerado**, valem:

$$\Delta\theta = \tfrac{1}{2}\, \alpha\, t^2 \tag{6}$$

$$\omega = \alpha\, t \tag{7}$$

em qualquer instante de tempo t posterior a $t_0 = 0$.

Questões Preliminares

(a) O que significa **radiano**? Qual é a expressão, em radianos, que pode ser obtida a partir das dimensões representadas na figura 1?

(b) Obtenha a expressão 6 a partir das relações 1, 3 e 5.

(c) Obtenha a expressão 7 a partir das relações 2, 4 e 5.

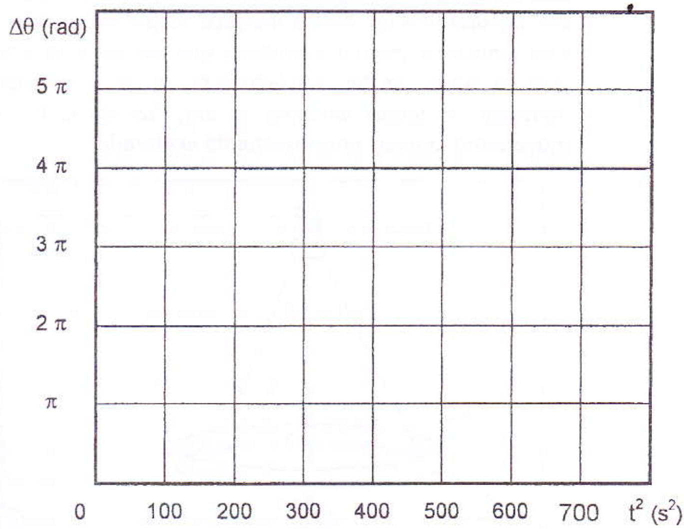
Considere o conjunto de dados apresentados na tabela a seguir.

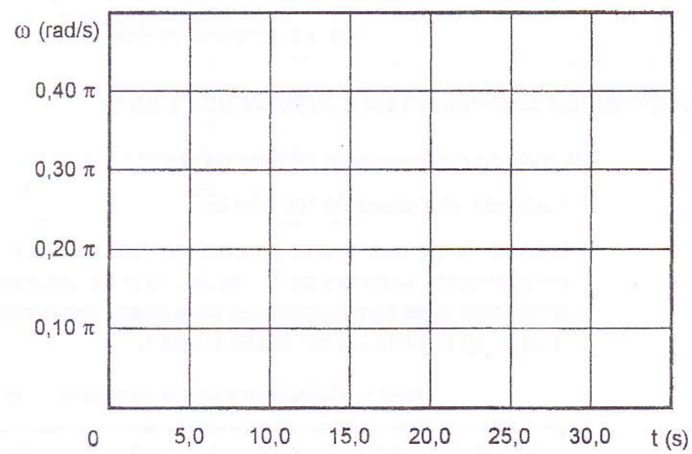
$\Delta\theta$ (rad)	t (s)	t^2 (s^2)	ω (rad/s)
0	0	0	0
π	12,0	144	0,167 π
2π	16,9	286	0,237 π
3π	20,7	428	0,290 π
4π	23,9	571	0,335 π
5π	26,7	713	0,374 π

(d) Construa um gráfico usando $\Delta\theta$ como eixo vertical e t^2 como eixo horizontal. Trace a linha reta que, a seu ver, melhor representa os pontos do gráfico.

(e) Faça um gráfico representando a velocidade angular ω em função do tempo t de duração do movimento. Trace a linha reta que, a seu ver, melhor representa os pontos do gráfico.

(f) Obtenha, **a partir das retas traçadas nos gráficos**, as relações entre $\Delta\theta$ e t^2, e entre ω e t. Compare com as equações 6 e 7. O que você pode concluir sobre a aceleração angular (α) do objeto?





Equipamento

- Aro de bicicleta
- Roldana e fio
- Suportes para o aro e para a roldana
- Gancho para massas e massas de 10 g
- Marcador de posição
- Cronômetro
- Trena e papel milimetrado

Como mostrado na figura 2, um aro de roda de bicicleta é suspenso por arames presos a um núcleo metálico. Entre este núcleo e o eixo existe uma esfera metálica (ou um rolamento) que permite que o aro gire praticamente livre de atrito. Um fio, enrolado sobre a parte mais estreita desse núcleo, transmite um torque uniforme ao aro, fazendo com que ele descreva um **movimento circular uniformemente acelerado.**

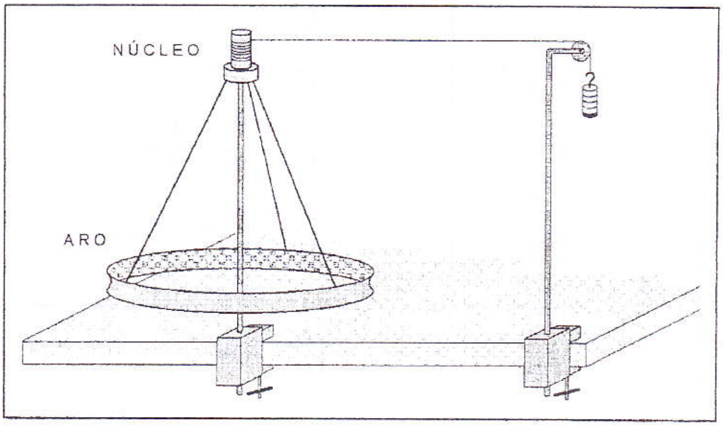


Figura 2: Montagem do experimento.

Procedimentos Experimentais e Análise dos Dados

Medida do deslocamento angular do aro

- Suspenda uma massa de 100 g no fio.
- Meça o tempo que o aro, partindo do repouso, leva para percorrer os deslocamentos angulares de π, 2π, 3π, 4π e 5π rad. Faça três medidas de tempo para cada ângulo. Organize seus dados preenchendo a segunda (t_1), terceira (t_2) e quarta (t_3) colunas da tabela 1.

Tabela 1 - Dados para a análise do movimento do aro.

$\Delta\theta$ (rad)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t (s)	t^2 (s^2)
0	–	–	–	0	0
π					
2π					
3π					
4π					
5π					

- Calcule o valor médio dos tempos obtidos para cada um dos deslocamentos angulares do aro (t_1, t_2 e t_3) e complete a coluna t desta tabela. Preencha também a última coluna (t^2).
- Construa o gráfico do deslocamento angular do aro em função do quadrado do tempo de movimento (gráfico $\Delta\theta \times t^2$). Trace a reta que melhor representa os pontos obtidos. Calcule, a partir da reta traçada no gráfico, a declividade dessa reta (não esqueça as unidades).
- Escreva a equação da reta. Compare esta equação com a equação 6. O que você pode concluir?

Medida da velocidade angular final do aro

Queremos medir as velocidades angulares finais ω atingidas pelo aro após os deslocamentos $\Delta\theta$ indicados na tabela 1.

- Copie, para a segunda coluna da tabela 2, os valores dos tempos de movimento obtidos para cada um dos deslocamentos angulares (penúltima coluna da tabela 1).

O aro acelera enquanto a tensão no fio estiver realizando um torque sobre o conjunto. Se interrompermos, em dado instante, o movimento de queda da massa que traciona o fio, podemos supor que o movimento do aro passa a ser uniforme (desprezando-se o atrito).

Portanto, se desejarmos determinar a velocidade angular alcançada pelo aro após ele ter sido acelerado durante um certo tempo, basta interromper o movimento de queda da massa suspensa e medir a velocidade angular uniforme do aro a partir deste momento.

Medindo o tempo t' gasto pelo aro para descrever a primeira volta desse movimento uniforme, isto é, logo após interrompermos o movimento de queda da massa suspensa, podemos calcular a velocidade angular final (instantânea) do aro através da relação $\omega = \Delta\theta_{MCU}/t'$, onde $\Delta\theta_{MCU} = 2\pi$ rad (1 volta) e t' é o tempo obtido experimentalmente. Esta será a velocidade angular final atingida pelo aro no instante em que o movimento da massa suspensa foi interrompido, isto é, após ter sido acelerado durante o tempo t de movimento (segunda coluna da tabela 2).

Para medir o tempo de movimento uniforme logo após o aro ter sido acelerado, proceda da seguinte maneira:

- Repouse a massa suspensa sobre uma superfície de referência (por exemplo, o assento de um banco), de forma que o fio fique esticado. Use o marcador para assinalar a posição do aro.
- Gire o aro, enrolando o fio, do ângulo correspondente ao deslocamento angular $\Delta\theta$ desejado (primeira coluna da tabela 2).
- Solte o aro e meça, a partir do momento em que a massa suspensa toca a superfície de referência (instante em que o movimento do aro passa a ser uniforme), o intervalo de tempo que o aro leva para dar uma volta completa.

- Meça três vezes este tempo para cada um dos deslocamentos $\Delta\theta$ indicados na primeira coluna da tabela 2, e organize os seus dados preenchendo a quarta (t'_1), quinta (t'_2), e sexta (t'_3) colunas desta tabela.

Tabela 2 - Dados para a análise da velocidade angular instantânea (final) do aro.

Mov. acelerado		Movimento uniforme					ω (rad/s)
θ (rad)	t (s)	$\Delta\theta_{MCU}$ (rad)	t'_1 (s)	t'_2 (s)	t'_3 (s)	t' (s)	
π		2π					
2π		2π					
3π		2π					
4π		2π					
5π		2π					

- Calcule os valores médios dos tempos obtidos (t'_1, t'_2, e t'_3) e complete a sétima coluna (t') da tabela 2.
- Preencha a última coluna da tabela 2, calculando a velocidade angular final instantânea atingida pelo aro em cada caso ($\omega = \Delta\theta_{MCU}/t'$).
- Construa o gráfico da velocidade angular instantânea final do aro em função do tempo de movimento acelerado (gráfico ω x t). Observe que o eixo vertical desse gráfico representa a velocidade angular final do movimento (última coluna da tabela 2), e o eixo horizontal representa os correspondentes tempos de movimento acelerado (segunda coluna da tabela 2).
- Trace a reta que melhor representa os pontos obtidos. Calcule, a partir do gráfico, a declividade da reta (não esqueça as unidades).
- Escreva a equação da reta traçada. Compare esta equação com a equação 7. O que você pode concluir?
- Compare os resultados obtidos nas análises dos dois gráficos.

Discussão dos Resultados

- Descreva o movimento do aro, (i) quando é exercido sobre ele um torque resultante, e (ii) quando esse torque é subitamente reduzido a zero.
- O que você esperaria, com relação à aceleração do aro, se o fio fosse enrolado na parte mais larga do núcleo? Experimente!

Experimento 5

MOMENTO DE INÉRCIA

Teorema de Steiner dos Eixos Paralelos

Objetivo

Comparar os momentos de inércia de um corpo em relação a um eixo que passa por seu centro de massa e em relação a um eixo qualquer paralelo a este.

Introdução

A figura 1 representa uma partícula de massa m deslocando-se com velocidade v sobre uma trajetória circular de raio R. A energia cinética K desta partícula é dada por:

$$K = \frac{1}{2}\, m\, v^2 = \frac{1}{2}\, m\, (\omega R)^2 = \frac{1}{2}\left(m R^2\right)\omega^2$$

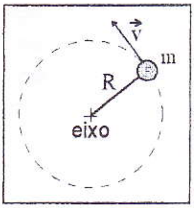


Figura 1: Partícula em trajetória circular.

onde ω é a velocidade angular e $v = \omega R$ é a velocidade linear da partícula girando a uma distância R do eixo.

A figura 2 representa duas partículas, de massas m_1 e m_2, ligadas por uma haste de massa desprezível. O sistema gira, com velocidade angular ω, em torno de um eixo que passa por um ponto qualquer da haste (veja a figura 2). Sabendo que

$$K = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}\, m_1\, v_1{}^2 + \frac{1}{2}\, m_2\, v_2{}^2,$$

é fácil mostrar que

$$K = \frac{1}{2}\left(m_1 R_1{}^2 + m_2 R_2{}^2\right)\omega^2 \qquad (1)$$

onde R_1 e R_2 são os raios das trajetórias circulares das partículas.

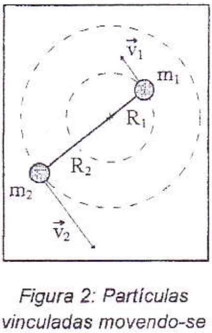


Figura 2: Partículas vinculadas movendo-se com velocidade angular ω.

Se várias partículas giram, com a mesma velocidade angular ω em torno de um eixo fixo no espaço, ligadas a este eixo por hastes de massas desprezíveis, não é difícil mostrar que a energia cinética do sistema será:

$$K = \sum_i \left(\tfrac{1}{2}\, m_i\, v_i^{\,2}\right) = \tfrac{1}{2}\left(\sum_i m_i\, R_i^{\,2}\right)\omega^2 \qquad (2)$$

onde m_i é a massa da i-ésima partícula, e R_i é a distância que a separa do eixo.

A energia cinética desse sistema de N partículas girando com uma velocidade angular ω em torno de um eixo fixo pode ser expressa, de forma mais compacta, como

$$K = \tfrac{1}{2}\, I\, \omega^2$$

onde o somatório $$I = \sum_{i=1}^{N} m_i\, R_i^{\,2}$$

é o chamado MOMENTO DE INÉRCIA do sistema formado pelas N partículas de massas m_i, cada uma delas localizada a uma distância R_i do eixo de rotação. Portanto, conclui-se que o momento de inércia de um corpo não depende apenas de sua massa, mas principalmente de *como* esta massa está distribuída em torno do eixo de rotação considerado.

Para um corpo rígido que possua alguma simetria, não é difícil calcular o seu momento de inércia em relação a um eixo que passe por seu centro de massa (CM). Por exemplo, o cálculo do momento de inércia para um disco homogêneo de massa M e raio R, em relação ao eixo que passa por seu CM mostrado na figura 3, fornece:

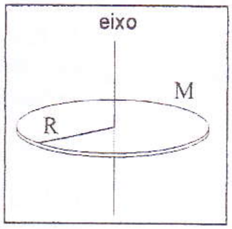


Figura 3: Disco homogêneo.

$$I_D^{CM} = \tfrac{1}{2}\, M\, R^2 \qquad (3)$$

Já para uma haste homogênea de massa m e comprimento L, que gira em torno de um eixo passando por seu CM, como indicado na figura 4a,

$$I_H^{CM} = \tfrac{1}{12}\, m\, L_H^2\,. \qquad (4)$$

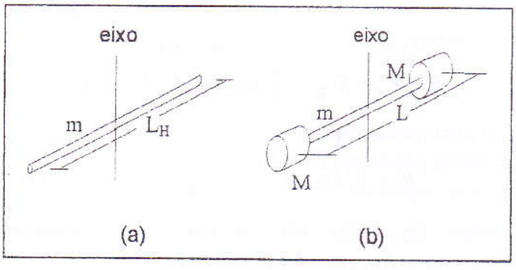


Figura 4: (a) Haste homogênea e (b) haste homogênea com duas massas acopladas.

Se duas massas M estiverem acopladas às extremidades desta haste (figura 4b), o momento de inércia desse conjunto valerá

$$I_{H+2M}^{CM} = \tfrac{1}{12}\, m\, L_H^2 + 2\, M \left(\tfrac{1}{2} L\right)^2 = \tfrac{1}{12}\, m\, L_H^2 + \tfrac{1}{2}\, M\, L^2. \qquad (5)$$

Questões Preliminares

(a) Demonstre as relações 1 e 2.

(b) Demonstre a relação 5, considerando que as massas M são puntuais.

(c) O que você espera que ocorra com o momento de inércia do conjunto representado na figura 4b, se as massas M forem escorregadas, sobre a haste, em direção ao eixo?

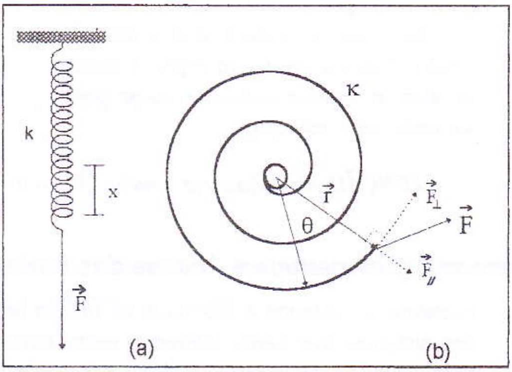


Figura 5: (a) Deformação produzida em uma mola comum.
(b) Deformação produzida em uma mola de torção.

(d) O módulo da força F (figura 5a), que deve ser aplicada a uma mola a fim de distendê-la, é dada por:

$$F = k\, x,$$

onde k é a constante elástica da mola e x é a deformação produzida. Veja agora a figura 5b, que representa uma mola de torção (a ser usada neste experimento). A mola de torção consiste em uma lâmina espiral metálica deformável pela ação de um torque τ_F. Na figura, um torque

$$\vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}$$

é exercido sobre a mola de torção causando uma deformação dada pelo ângulo θ. A constante κ, que caracteriza a mola de torção, chama-se ***constante de torção*** da mola. Por analogia à equação $F = k\, x$, formule a versão rotacional para a mola de torção.

Equipamento

- Dispositivo com mola de torção e acessórios
- Haste, massas M e disco perfurado
- Cronômetro digital com disparador ótico
- Etiquetas adesivas
- Balança
- Papel milimetrado

O equipamento experimental utilizado nesta atividade, esquematizado na figura 6, consiste em um eixo vertical que pode girar com pouco atrito, preso a rolamentos. O eixo está ligado a uma mola de torção. Quando um corpo rígido é fixado ao eixo, o sistema mola-eixo-corpo pode ser posto em oscilação.

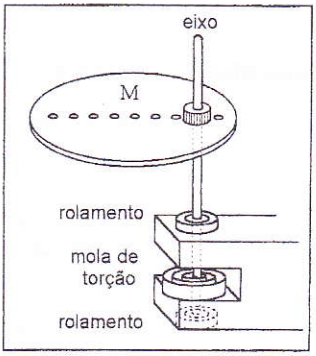


Figura 6: Montagem do experimento.

ATENÇÃO. Evite quebrar a mola: Não a torça mais do que uma volta!

Procedimentos Experimentais e Análise dos Dados

Inicialmente, obtenha o momento de inércia em relação ao CM de cada um dos sistemas que serão utilizados nesta atividade: disco, haste e conjunto formado pela haste e massas M em suas extremidades.

Momento de inércia do disco

- Meça a massa e o raio do disco.

$M_D =$ $\qquad\qquad\qquad$ $R_D =$

- Use a relação 3 para calcular o momento de inércia do disco em relação ao seu CM (não esqueça as unidades).

$I_D^{CM} =$

Momento de inércia da haste

- Meça a massa e o comprimento da haste.

$m_H =$ $\qquad\qquad\qquad$ $L_H =$

- Use a relação 4 para calcular o momento de inércia da haste em relação ao seu CM (não esqueça as unidades).

$I_H^{CM} =$

Momento de inércia da haste com as massas M nas extremidades

- A massa da haste (m_H) já foi determinada acima e o valor da massa M é 1,0 kg. Prenda as duas massas M nas extremidades da haste (veja a figura 4b). Note que as massas M não são puntuais como imaginamos na equação 5. Considere M concentrada no ponto onde é apertado o parafuso de fixação e meça a distância L entre os parafusos.

$m_H =$ $L =$

$M = 1{,}0$ kg

- Use a relação 5 para calcular o momento de inércia do conjunto formado pela haste e as duas massas M ilustrado na figura 4b (não esqueça as unidades).

$I^{CM}_{H+2M} =$

Obtenção do momento de inércia a partir da medida do período de oscilação

Pode-se mostrar que o período T do movimento harmônico simples, descrito por um corpo preso a uma mola de constante de torção κ, é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_P}{\kappa}} \qquad (6)$$

onde I_P é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo qualquer P em torno do qual ocorre a oscilação. Portanto,

$$I_P = \frac{\kappa T^2}{4\pi^2}. \qquad (7)$$

Sendo fácil medir T, esta é uma relação apropriada para determinar experimentalmente o momento de inércia de um corpo em relação a um dado eixo P.

Medida de T com o cronômetro digital com disparador ótico

O cronômetro digital com disparador ótico dispõe de uma opção para medidas de períodos. Quando ajustado para operar nesta condição (modo PEND), a contagem de tempo é iniciada assim que o sensor ótico é obstruído pela primeira vez. A segunda passagem do interruptor pelo sensor é rejeitada e o término da contagem de tempo acontece quando ocorre a terceira interrupção. (Pense, por exemplo, na medida do período de um pêndulo.)

- Ajuste o cronômetro para operar no modo **PEND** com precisão de **1 ms**.

Determinação da constante de torção κ da mola

No início desta seção, você utilizou as relações 3 e 4 para calcular os momentos de inércia de um disco e de uma haste em relação a um eixo que passe por seus CM, conhecendo as suas massas e as suas dimensões. Portanto, a relação 6 pode ser utilizada para obter κ, determinando os valores de I_D^{CM} e I_H^{CM} (a partir de suas massas e dimensões) e medindo os períodos de oscilação destes corpos em relação ao eixo que passa pelo CM.

- Fixe uma etiqueta adesiva junto à borda do disco, na posição indicada na figura 7, que servirá como interruptor do disparador ótico nas medidas do período de oscilação.

- Acople o disco à mola de torção através do eixo que passa pelo seu CM. (Você dispõe de uma pequena haste que, inserida no orifício localizado no eixo do aparelho, permite segurar este eixo a fim de fixar o disco na posição desejada.)

- Com o sistema em repouso, posicione o disparador ótico junto à etiqueta, como mostrado na figura 7.

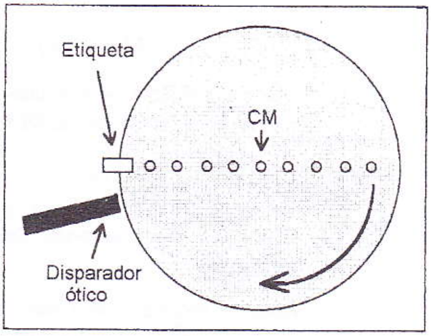


Figura 7: Fixação do interruptor ao disco de alumínio.

- Gire o disco no sentido indicado pela seta na figura 7 em <u>quase</u> uma volta, até que o interruptor (etiqueta) alcance o disparador ótico, mas <u>não o ultrapasse</u>.

- Faça três determinações do período de oscilação e calcule o valor médio destes períodos.

$T_1 =$ $\qquad$ $T_2 =$ $\qquad$ $T_3 =$ $\qquad$ $\overline{T} =$

- Use a relação 6 e o valor calculado de I_D^{CM} para determinar o valor de κ a partir das medidas do período de oscilação do disco (não esqueça as unidades).

$\kappa_D =$

- Fixe uma etiqueta adesiva junto a uma das extremidade da haste, a fim de que a etiqueta possa servir como interruptor para o disparador ótico nas medidas do período de oscilação da haste.

- Acople a haste à mola de torção através do eixo que passa pelo seu CM e, analogamente aos procedimentos indicados acima para o disco, posicione o disparador ótico de forma que seja possível medir o seu período de oscilação.

- Gire a haste no mesmo sentido em que você girou o disco, até que o interruptor (etiqueta) alcance o disparador ótico, mas <u>não o ultrapasse</u>.

- Faça três determinações do período de oscilação e calcule o valor médio destes períodos.

$T_1 =$ $T_2 =$ $T_3 =$ $\overline{T} =$

- Determine o valor de κ obtido a partir das medidas do período de oscilação da haste (não esqueça as unidades).

$\kappa_H =$

- Calcule a média dos dois valores de κ obtidos acima. $\kappa =$

Determinação do momento de inércia da haste com as massas M nas extremidades através do período de oscilação do conjunto

- Prenda as duas massas M nas extremidades da haste (veja a figura 4b).
- Determine três vezes o período de oscilação do conjunto.

$T_1 =$ $T_2 =$ $T_3 =$ $\overline{T} =$

- Agora, com o auxílio da equação 6, obtenha o momento de inércia a partir da medida do período de oscilação.

$I_T =$

- Compare os resultados obtidos anteriormente (I_{H+2M}^{CM}) e agora (I_T).

Teorema de Steiner dos eixos paralelos

- O disco tem diversos furos (eixos) situados a distâncias x do CM. Coloque-o em oscilação, preso a cada um desses eixos paralelos ao CM e determine (três vezes) os correspondentes períodos de oscilação T. Organize os seus resultados preenchendo a tabela 1.
- Calcule a média dos períodos obtidos em cada caso.

Tabela 1: Dados para a obtenção do momento de inércia de um disco em função da distância do eixo de rotação ao seu centro de massa.

x (m)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	$\overline{T}$ (s)	I (kg m^2)	x^2 (m^2)
0						
0,03						
0,06						
0,09						
0,12						

- Utilize a relação 7 e o valor medido de κ para completar a penúltima coluna da tabela 1. Preencha também a última coluna.
- Construa um gráfico de I x x^2. Determine a equação da reta obtida.

- Interprete fisicamente os parâmetros da equação da reta que você determinou, comparando-os com o **TEOREMA DE STEINER DOS EIXOS PARALELOS**, que estabelece que:

$$I_P = I_{CM} + M x^2$$

onde I_{CM} é o valor do momento de inércia do disco em relação ao seu centro de massa, M é a massa do disco, e x é a distância do eixo de rotação P ao centro de massa.

Experimento 6

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS OSCILAÇÕES

Objetivo

Medir o período de alguns sistemas oscilatórios.

Introdução

Esta atividade foi imaginada para ser realizada antes de você estudar Oscilações. Lembramos, a seguir, algumas definições que certamente você já conhece.

Sistemas periódicos são aqueles que repetem o seu movimento de tempos em tempos iguais.

Se o corpo executa um movimento de vai-e-vem sobre uma mesma trajetória, o movimento é dito **oscilatório**.

O tempo de uma oscilação completa é o chamado **período de oscilação**.

Este texto contém roteiros para três experimentos e, ao final de cada um, você encontrará as fórmulas que relacionam os períodos dos sistemas oscilatórios estudados com as suas variáveis características, a fim de que você possa utilizar os seus resultados para comprovar, experimentalmente, a validade destas equações.

Experimento 6.1

SISTEMA MASSA-MOLA

Um sistema massa-mola é formado ligando-se uma massa m a uma mola. Quando a massa m é deslocada de sua posição de equilíbrio, provocando uma deformação da mola na direção da linha do seu comprimento, e liberada para se movimentar, a massa m executará um movimento oscilatório.

Equipamento

- Mola pendurada na vertical
- Suporte de 20 g para as massas
- Massas de 20 g
- Cronômetro
- Régua
- Papel milimetrado

Procedimentos Experimentais

Você irá medir o período de oscilação de um sistema massa-mola (figura 1) para vários valores da massa suspensa m. Recomenda-se que você inicie a série de medidas utilizando m = 80 g (incluindo a massa do suporte) e, a cada determinação do período de oscilação, retire 20 g.

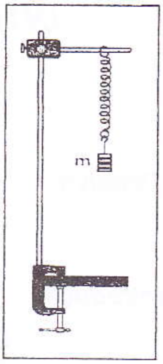


Figura 1: Sistema massa-mola.

- Para cada valor de m, meça o tempo t transcorrido para 10 oscilações completas e anote esses dados na segunda coluna da tabela 1.
- Complete a terceira coluna da tabela 1 com o período de oscilação T do sistema massa-mola em cada caso (T = t/10). Preencha também a última coluna desta tabela.

Tabela 1: Períodos de oscilação do sistema massa-mola para vários valores de m

m (kg)	t (s)	T (s)	T^2 (s^2)
0,020			
0,040			
0,060			
0,080			

- Construa o gráfico T x m (T no eixo vertical e m no eixo horizontal), onde T é o período de oscilação e m é a massa suspensa na mola, e trace uma linha suave unindo os pontos.
- Partindo apenas desta curva, você poderia estabelecer o tipo de equação que relaciona T e m?
- Construa o gráfico T^2 x m e obtenha, a partir do gráfico, a equação que expressa a dependência do período de oscilação com a massa em um sistema massa-mola.
- Use a relação que você obteve acima para prever o que acontece com o período de um sistema massa-mola quando a massa suspensa é quadruplicada. Observe os seus resultados experimentais e confirme a sua previsão.

Determinação da constante elástica da mola

Ao estudar Oscilações, você irá demonstrar que o período do sistema massa-mola depende apenas da massa m e da constante elástica k da mola:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (1)$$

Portanto, para utilizar os resultados obtidos acima a fim de verificar esta relação experimentalmente, você precisará determinar o valor da constante elástica da mola utilizada. Faça-o agora.

- Suspenda apenas o suporte de massas na mola e meça a altura da base do suporte até a superfície da mesa. Adicione 100 g ao suporte e meça a nova distância da base do suporte à mesa. Lembrando que, em módulo, $\Delta F = k\ \Delta x$, onde $\Delta F = (\Delta m)g$ é o peso da massa adicionada e Δx é a deformação provocada por este acréscimo de massa, você pode obter a constante elástica k da mola (atenção às unidades):

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} =$$

- ***Compare a relação entre T e m que você obteve com a equação 1.***

Experimento 6.2

PÊNDULO SIMPLES

O pêndulo simples é um sistema idealizado que consiste de uma massa puntiforme suspensa por um fio inextensível e sem massa.

Pode-se mostrar que, para pequenas oscilações, o período do pêndulo simples depende apenas do comprimento do fio e da aceleração local da gravidade.

Os exercícios que você irá resolver sempre supõem que as oscilações são pequenas. Entretanto, medir e analisar a dependência do período de um pêndulo simples em função da amplitude de oscilação seguramente vai ajudá-lo(a) a melhor compreender as aproximações feitas no desenvolvimento da teoria, bem como a importância do conhecimento destas aproximações na comparação de resultados experimentais com previsões teóricas.

Se as oscilações não forem pequenas, o período do pêndulo simples pode ser calculado pela fórmula

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{2^2}\times \mathrm{sen}^2\frac{\theta_M}{2} + \frac{1}{2^2}\times\frac{3^2}{4^2}\times \mathrm{sen}^4\frac{\theta_M}{2} + \ldots\right) \qquad (2)$$

onde T_0 é o período do pêndulo simples para pequenas oscilações e θ_M é o deslocamento angular máximo do fio, em relação à direção vertical, durante o movimento (figura 2).

Um sistema real, que pode ser considerado como um pêndulo simples em boa aproximação, é construído dependurando-se um pequeno objeto de um material de alta massa específica (uma esfera de ferro, por exemplo) em um fio longo.

Neste experimento, vamos utilizar um "pêndulo simples" deste tipo para estudar a dependência do seu período com a amplitude das oscilações.

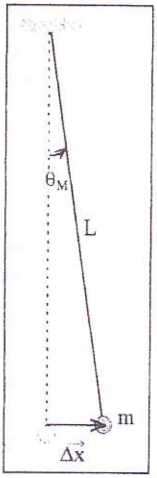


Figura 2: Pêndulo simples.

Equipamento

- Esfera de ferro suspensa em um fio longo
- Cronômetro digital com disparador ótico
- Régua com suporte e trena

Procedimentos Experimentais

O pêndulo simples já foi previamente montado e dependurado no alto da sala de aula.

- Ajuste o cronômetro para operar no modo **PEND** (pêndulo) com precisão de **1 ms**.
- Com o pêndulo em repouso, posicione o disparador ótico e a régua como mostra a figura 3, ou seja, de forma que o feixe luminoso do disparador seja obstruído quando a esfera passe pelo ponto mais baixo de sua trajetória, e que o zero da escala da régua assinale esta posição.
- Desloque a esfera lateralmente por uma distância Δx = 5 cm (veja a figura 2).
- Zere o cronômetro, solte a esfera, e meça o período de oscilação do pêndulo:

  T_0 =

  <u>Este</u> é o período do pêndulo simples <u>para pequenas oscilações</u>. Anote o resultado também na segunda coluna da tabela 2.

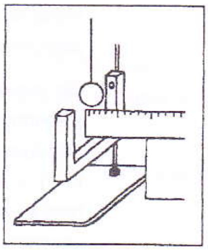


Figura 3: Montagem experimental.

- Preencha o restante da segunda coluna da tabela 2 com as medidas do período de oscilação correspondentes aos demais deslocamentos laterais Δx.

Tabela 2: Dados para a análise do período do pêndulo simples.

Δx (cm)	T (s)	sen θ_M	θ_M (graus)	$\frac{1}{4}$ sen$^2 \frac{\theta_M}{2}$	T_1 (s)	θ_M (rad)
5						
10						
15						
20						
30						
40						
50						
60						

- Com o auxílio da trena, faça a melhor determinação possível do comprimento do pêndulo.

  L =

- Calcule, para cada deslocamento lateral Δx, o valores de sen θ_M (veja a figura 2) e de θ_M (em graus), onde θ_M é o deslocamento angular máximo do fio. Preencha as colunas correspondentes da tabela 2.

- Levando em conta a precisão com a qual as medidas dos períodos de oscilação foram realizadas ($\pm$ 1 ms), até que ângulo θ_M as oscilações podem ser consideradas <u>pequenas</u>, isto é, o período do pêndulo simples é praticamente independente da amplitude de oscilação?

- Calcule o fator de correção em primeira ordem ao período de oscilação do pêndulo simples (veja a equação 2), e complete a coluna ($\frac{1}{4}$ sen$^2 \frac{\theta_M}{2}$) da tabela 2.

- Determine o valor corrigido, em primeira ordem, do período de oscilação do pêndulo simples:

$$T_1 = T_0 + T_0 \left(\frac{1}{4} \operatorname{sen}^2 \frac{\theta_M}{2} \right)$$

  onde T_0 é o período medido para pequenas oscilações (para Δx = 5 cm). Anote os resultados na sexta coluna da tabela 2.

- Compare os períodos de oscilação medidos (T) com os valores calculados a partir da correção (T_1). Até que ângulo θ_M os períodos corrigidos apenas em primeira ordem (T_1) fornecem valores compatíveis com os períodos medidos (T)?

- Finalmente, preencha a última coluna da tabela 2 com os valores de θ_M calculados em radianos. O que significa a afirmação:

"Se θ é pequeno, sen $\theta \approx \theta$"?

Para pequenas oscilações, o período de oscilação de um pêndulo simples vale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (3)$$

onde L é o comprimento do fio e g é a aceleração local da gravidade.

- ***Use os seus resultados e a relação 3 para determinar g.***

Experimento 6.3

PÊNDULO FÍSICO

Um pêndulo físico é um corpo qualquer posto a oscilar em relação a algum eixo. Portanto, todo o pêndulo que possa ser construído (por exemplo, o "pêndulo simples" utilizado no experimento anterior) é, na realidade, um pêndulo físico.

A fórmula que relaciona o período do pêndulo físico com a distância d entre o eixo de oscilação e o centro de massa do corpo **não é uma equação simples** como, por exemplo, T diretamente proporcional a d ou a d^2, como você concluirá ao final da realização deste experimento.

Equipamento

- Régua de alumínio de 1,0 m de comprimento perfurada a cada centímetro
- Suporte com pino de encaixe
- Cronômetro digital com disparador ótico
- Papel milimetrado

O arranjo experimental a ser utilizado é mostrado na figura 4.

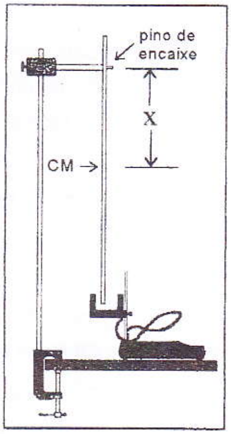


Figura 4: Montagem experimental do pêndulo físico.

Procedimentos Experimentais

Você irá determinar o período de oscilação da régua de alumínio em relação a vários eixos, isto é, para diversas distâncias x (figura 4) do eixo de oscilação (pino) ao centro de massa (CM).

Sugere-se que você inicie as medidas com o eixo em $x = 0,45$ m do CM, e vá diminuindo esta distância, modificando gradativamente a altura do pino de encaixe. Use pequenas oscilações.

Atenção: Cuidado para não deixar a régua cair sobre o cronômetro!

- Pendure a régua no pino de encaixe a uma distância $x = 0,45$ m do seu CM e posicione o disparador ótico de forma que o feixe luminoso seja bloqueado quando a régua estiver na posição vertical, como ilustrado na figura 4. (Cole uma etiqueta adesiva nesta extremidade da régua, a fim de que o feixe não passe através dos furos.)

- Meça três vezes o período de oscilação da régua, para pequenas oscilações, com o eixo em cada uma das distâncias ao CM indicadas na primeira coluna da tabela 3, e anote os resultados nas colunas T_1, T_2 e T_3 desta tabela.

- Complete a última coluna da tabela 3 calculando o valor médio dos períodos de oscilação do pêndulo físico obtidos em cada caso.

- Construa o gráfico T x x, trace uma linha suave unindo os pontos, e observe a curva resultante. Você acredita que a equação matemática que relaciona T e x para o pêndulo físico seja simples?

Tabela 3: Períodos de oscilação do pêndulo físico.

d (m)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	T(s)
0,05				
0,10				
0,15				
0,20				
0,25				
0,30				
0,35				
0,40				
0,45				

Pode-se mostrar que o período de oscilação de um pêndulo físico é uma função da distância x do eixo de oscilação ao centro de massa que é dada por:

$$T(x) = 2\pi\left(\frac{I_{CM} + M\,x^2}{M\,g\,x}\right)^{1/2}$$

onde M é a massa do corpo, I_{CM} é o seu momento de inércia em relação ao CM, e g é a aceleração local da gravidade.

Esta função possui um mínimo para

$$x_{MIN} = \sqrt{\frac{I_{CM}}{M}}.$$

Para uma barra longa, $I_{CM} = \frac{1}{12} ML^2$ e L é o comprimento da barra.

- ***Calcule o valor de x_{MIN} para uma barra longa e compare com a posição do mínimo da curva que você construiu.***