

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

**Formação de professores de matemática  
para o uso de tecnologia: uma experiência  
com o GeoGebra na modalidade EAD**

por

Vandoir Stormowski

Ambientes Informatizados e Ensino a Distância

Prof. Dr. Jose Valdeni de Lima  
Orientador

Prof. Dra. Maria Alice Gravina  
Coorientadora

Porto Alegre, dezembro de 2015.

## CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Stormowski, Vandoir

Formação de professores de matemática para o uso de tecnologia: uma experiência com o GeoGebra na modalidade EAD / Vandoir Stormowski.—Porto Alegre: PPGIE da UFRGS, 2015.

211 p.: il.

Tese — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2015.

Orientador: Lima, Jose Valdeni de; Coorientadora: Gravina, Maria Alice

Tese: Ambientes Informatizados e Ensino a Distância  
Formação de professores. GeoGebra. Matemática dinâmica.  
Abordagem instrumental. Representação semiótica. Educação a distância.

# **Formação de professores de matemática para o uso de tecnologia: uma experiência com o GeoGebra na modalidade EAD**

por

Vandoir Stormowski

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Informática na Educação.

## **Doutor em Informática na Educação**

Orientador Orientador: Prof. Dr. Jose Valdeni de Lima

Coorientadora: Prof. Dra. Maria Alice Gravina

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso  
PPGIE/UFRGS

Profa. Dra. Elisabete Zardo Burigo  
UFRGS

Profa. Dra. Ana Paula Jahn  
USP

Tese apresentada e aprovada em  
9 de dezembro de 2015.

Prof. Dr. Eliseo Berni Reategui  
Coordenador PPGIE

## CÓPIA DA ATA DA DEFESA



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

**ATA SOBRE A DEFESA DE TESE DE DOUTORADO  
VANDUIR STORMOWSKI**

Às nove horas do dia nove de dezembro de dois mil e quinze, na sala 329 do PPGIE/CINTED, nesta Universidade, reuniu-se a Comissão de Avaliação, composta pelos Professores Doutores: Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Elisabete Zardo Burigo e Ana Paula Jahn para a análise da defesa de Tese intitulada **“Formação de professores de matemática via EAD: o processo de apropriação do software GeoGebra”**, do doutorando do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação Vandoir Stormowski, sob a orientação do Prof. Dr. José Valdeni de Lima e coorientação da Profª. Drª. Maria Alice Gravina.

A Banca, reunida, após a apresentação e arguição, emite o parecer abaixo assinalado.

Considera a Tese aprovada

sem alterações;

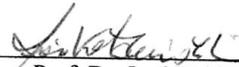
e recomenda que sejam efetuadas as reformulações e atendidas as sugestões contidas nos pareceres individuais dos membros da Banca;

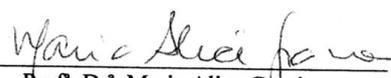
Considera a Tese reprovada.

Considerações adicionais (a critério da Banca):

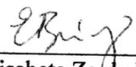
*A BANCA RECONHECE A RELEVÂNCIA DA PESQUISA REALIZADA ESPECIALMENTE NA ANÁLISE APROFUNDADA QUANTO AOS PROCEDIMENTOS DE APROPRIAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA, EVIDENCIANDO A PUBLICAÇÃO DE ARTIGOS COM OS RESULTADOS OBTIDOS, QUE CERTAMENTE CONTRIBUÍM COM A ÁREA*

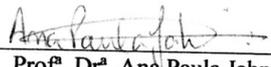
Porto Alegre, 09 de dezembro de 2015.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Valdeni de Lima  
Presidente e Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Drª. Maria Alice Gravina  
Coorientadora

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso  
PPGIE/UFRGS

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Drª. Elisabete Zardo Burigo  
UFRGS

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Drª. Ana Paula Jahn  
USP

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à UFRGS e todo seu corpo técnico e docente, pela formação profissional que recebi nesta instituição. Se hoje tenho uma profissão, se tive oportunidade de estudar num curso superior, fazer mestrado e doutorado, foi por causa de uma instituição que é pública e gratuita.

Gostaria de agradecer ao professor Dr. José Valdeni de Lima por ter me orientado durante estes anos de doutorado, me guiando na pesquisa, contribuindo para a realização deste estudo.

De maneira muito especial, agradeço à professora Dra. Maria Alice Gravina, pela orientação do trabalho, e por toda compreensão, conselhos e incentivos ao longo destes anos. Por ser mentora e guia nos estudos, por ser exemplo e inspiração para a vida profissional. Muito obrigado!

Aos professores Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Dra. Elisabete Zardo Búrigo e Dra. Ana Paula Jahn, pelas valiosas contribuições para o texto final

À minha esposa Marcia, que durante estes anos foi muito mais do que companheira e parceira. Foi compreensiva e motivadora nestes anos de doutorado, nos quais construímos um lar e construímos uma família com a recente chegada do Henrique.

Só a educação é capaz de modificar estruturas sociais e econômicas. É nisso que continuo acreditando e é por isso que agradeço.

# SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS . . . . .	VIII
LISTA DE FIGURAS . . . . .	IX
LISTA DE TABELAS . . . . .	XIII
RESUMO . . . . .	XIV
ABSTRACT . . . . .	XV
1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA QUESTÃO DE PESQUISA . . . . .	1
2 SUBSÍDIOS TEÓRICOS . . . . .	11
2.1 Sobre os registros de representação semiótica . . . . .	11
2.2 Sobre os registros dinâmicos de representação semiótica: o caso do GeoGebra . . . . .	23
2.3 Sobre a apropriação dos registros dinâmicos de representação se- miótica: a abordagem instrumental . . . . .	36
3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIA DIGITAL: ALGU- MAS REFLEXÕES . . . . .	49
3.1 Sobre o ensino e aprendizagem da matemática com o uso de tecno- logia digital . . . . .	49
3.1.1 Experiências de ensino com matemática dinâmica . . . . .	54
3.2 Sobre a formação de professores . . . . .	56
4 ENGENHARIA DIDÁTICA NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM EAD . . . . .	63
4.1 Formação de professores de matemática na modalidade EAD: um estudo preliminar . . . . .	67
4.2 Engenharia didática de formação: aspectos no nível macro . . . . .	77
4.3 Engenharia didática de formação: aspectos no nível micro . . . . .	88
5 A EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO E UMA ANÁLISE <i>A POSTERI-</i> <i>ORI</i> MACRO . . . . .	100

<b>6</b>	<b>UMA ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i> MICRO: O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL</b>	<b>108</b>
<b>6.1</b>	<b>A produção da turma de alunos: análise <i>a posteriori</i></b>	<b>109</b>
<b>6.2</b>	<b>A produção de quatro sujeitos: análise <i>a posteriori</i> com granularidade</b>	<b>124</b>
6.2.1	Sobre os dados a serem analisados	124
6.2.2	Sobre os sujeitos	125
6.2.3	As análises <i>a posteriori</i>	126
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>153</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>161</b>
<b>APÊNDICE A</b>	<b>TRANSCRIÇÃO DAS CITAÇÕES</b>	<b>168</b>
<b>APÊNDICE B</b>	<b>TERMO DE CONSENTIMENTO</b>	<b>171</b>
<b>APÊNDICE C</b>	<b>TAREFAS</b>	<b>172</b>
<b>APÊNDICE D</b>	<b>QUESTIONÁRIO REALIZADO AO FINAL DA DISCIPLINA MÍDIAS I</b>	<b>184</b>

**LISTA DE ABREVIATURAS**

AP	Arquitetura Pedagógica
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
CGI.br	Comitê Gestor da Internet no Brasil
EAD	Educação a Distância
GD	Geometria Dinâmica
ICME	International Congress on Mathematical Education
MD	Matemática Dinâmica
MMDD	Matemática, Mídias Digitais e Didática
PRDRS	Potencial dos Registros de Representação Semiótica
TMS	Teoria da Mediação Semiótica
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UAB	Universidade Aberta do Brasil
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1	Fluxograma de pesquisa . . . . .	8
Figura 2.1	Intersecção de mediatrizes . . . . .	13
Figura 2.2	Dificuldades na conversão do registro gráfico para o algébrico . . . . .	20
Figura 2.3	GeoGebra e a barra de ferramentas . . . . .	24
Figura 2.4	O que é figura dinâmica? . . . . .	25
Figura 2.5	Construção de figura dinâmica quadrado . . . . .	26
Figura 2.6	Relações de dependência . . . . .	26
Figura 2.7	Cores dos ícones das ferramentas . . . . .	27
Figura 2.8	Ferramenta mover . . . . .	28
Figura 2.9	Ferramenta Reta . . . . .	28
Figura 2.10	Ferramenta Interseção de Dois Objetos . . . . .	29
Figura 2.11	Ferramenta Reta Perpendicular . . . . .	29
Figura 2.12	Ferramenta Reta Paralela . . . . .	30
Figura 2.13	Ferramenta Círculo dado Centro e Um de seus Pontos . . . . .	30
Figura 2.14	Ferramenta Compasso . . . . .	31
Figura 2.15	Ferramenta Rotação em torno de um ponto . . . . .	31
Figura 2.16	Efeito da Rotação em torno de um ponto . . . . .	32
Figura 2.17	Protocolo . . . . .	35
Figura 2.18	Gênese Instrumental . . . . .	39
Figura 2.19	Situações de Atividades Instrumentais . . . . .	45

Figura 4.1	Engenharias . . . . .	65
Figura 4.2	Atividade analisada - nível 0. . . . .	70
Figura 4.3	Atividade analisada - nível 1. . . . .	72
Figura 4.4	Componentes da Arquitetura Pedagógica. . . . .	78
Figura 4.5	<i>Layout</i> do <i>website</i> de Mídias I. . . . .	82
Figura 4.6	MultiTela GD: construção de um triângulo isósceles. . . . .	82
Figura 4.7	Exemplo de organização no moodle. . . . .	84
Figura 4.8	Construção apresentada na tarefa I. . . . .	89
Figura 4.9	<i>Applet</i> apresentado na tarefa II. . . . .	91
Figura 4.10	<i>Applet</i> apresentado na tarefa IV. . . . .	94
Figura 4.11	<i>Applet</i> apresentado na tarefa VI. . . . .	95
Figura 6.1	Aproveitamento dos alunos em cada tarefa. . . . .	112
Figura 6.2	Representação no GeoGebra do professor-aluno CJ. . . . .	116
Figura 6.3	Relatório do professor-aluno CJ. . . . .	117
Figura 6.4	Representação do professor-aluno CC. . . . .	118
Figura 6.5	Relatório do professor-aluno CC. . . . .	118
Figura 6.6	Produção do professor-aluno BM. . . . .	119
Figura 6.7	Produção do sujeito Y . . . . .	129
Figura 6.8	Produção do sujeito W . . . . .	135
Figura 6.9	Exemplo de construção do pol. 8 . . . . .	135
Figura 6.10	Representações do sujeito Y . . . . .	136
Figura 6.11	Produção do sujeito Z. . . . .	139

Figura 6.12	Circunferência que não é tangente. . . . .	142
Figura 6.13	Representação do sujeito W. . . . .	144
Figura 6.14	Representação do sujeito Z. . . . .	144
Figura 6.15	Representação do sujeito W. . . . .	147
Figura 6.16	Construção do sujeito Y. . . . .	148
Figura 6.17	Construção apresentada por Z. . . . .	149
Figura 7.1	Aproximação teórica . . . . .	154
Figura D.1	Respostas para a questão 1. . . . .	184
Figura D.2	Respostas para a questão 2. . . . .	185
Figura D.3	Respostas para a questão 3. . . . .	185
Figura D.4	Respostas para a questão 4. . . . .	186
Figura D.5	Respostas para a questão 5. . . . .	186
Figura D.6	Respostas para a questão 6. . . . .	187
Figura D.7	Respostas para a questão 7. . . . .	188
Figura D.8	Respostas para a questão 8. . . . .	188
Figura D.9	Respostas para a questão 9. . . . .	189
Figura D.10	Respostas para a questão 10. . . . .	189
Figura D.11	Respostas para a questão 11. . . . .	190
Figura D.12	Respostas para a questão 12. . . . .	190
Figura D.13	Respostas para a questão 13. . . . .	191
Figura D.14	Respostas para a questão 16. . . . .	196
Figura D.15	Respostas para a questão 17. . . . .	197

Figura D.16	Respostas para a questão 18. . . . .	197
Figura D.17	Respostas para a questão 19. . . . .	198
Figura D.18	Respostas para a questão 20. . . . .	198
Figura D.19	Respostas para a questão 21. . . . .	199
Figura D.20	Respostas para a questão 22. . . . .	199
Figura D.21	Respostas para a questão 23. . . . .	200
Figura D.22	Respostas para a questão 24. . . . .	200
Figura D.23	Respostas para a questão 25. . . . .	201
Figura D.24	Respostas para a questão 26. . . . .	201
Figura D.25	Respostas para a questão 27. . . . .	202
Figura D.26	Respostas para a questão 28. . . . .	202

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1	Classificação dos diferentes registros mobilizáveis . . . . .	17
Tabela 2.2	Quadrado sob diferentes registros de representação. . . . .	20
Tabela 4.1	Níveis de PRDRS explorado . . . . .	74
Tabela 4.2	Organização dos módulos da disciplina. . . . .	81
Tabela 5.1	Distribuição dos professores-alunos quanto ao ano de conclusão. . . .	101
Tabela 5.2	Distribuição dos professores-alunos quanto à carga horária semanal e atuação. . . . .	101
Tabela 6.1	Distribuição dos conceitos atribuídos por tarefa. . . . .	111
Tabela 6.2	Conceito final na disciplina. . . . .	113
Tabela 6.3	Relação entre a pertinência teórica e das construções em cada categoria.	122
Tabela 6.4	Classificação das tarefas de acordo com as categorias. . . . .	123
Tabela 6.5	Indicadores dos esquemas observados no Módulo I . . . . .	129
Tabela 6.6	Indicadores dos esquemas observados no Módulo II . . . . .	134
Tabela 6.7	Indicadores dos esquemas observados no Módulo III . . . . .	138
Tabela 6.8	Indicadores dos esquemas observados no Módulo IV . . . . .	141
Tabela 6.9	Indicadores dos esquemas observados no Módulo VI . . . . .	143
Tabela 6.10	Indicadores dos esquemas observados no Módulo VII . . . . .	146

## RESUMO

Este estudo se debruça sobre a questão da formação de professores de matemática para a incorporação de recursos tecnológicos em sala de aula. No cenário da Educação a Distância (EAD), esta pesquisa se propõe a analisar a seguinte questão: na modalidade EAD, como organizar uma proposta de formação que vise a capacitação de professores de matemática para o uso do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica que se tem no software GeoGebra?

O processo de apropriação de softwares de Matemática Dinâmica (MD) por professores é analisado à luz da Abordagem Instrumental. O conhecimento matemático estabelecido culturalmente possui representação peculiar, que influencia o processo de aprendizagem matemática, e é analisado através dos Registros de Representação Semiótica. Na articulação destes aportes teóricos, identifica-se o registro dinâmico presente nos softwares de MD, e analisa-se a apropriação do recurso pelos professores através da exploração do potencial presente nesse registro.

A partir da metodologia da Engenharia Didática, é apresentado o planejamento de Arquitetura Pedagógica para uma disciplina de curso especialização, cursada a distância por professores de matemática em formação continuada.

O texto apresenta o relato da implementação da disciplina e, analisando as produções dos professores-alunos, identifica-se o desenvolvimento de esquemas de utilização do software GeoGebra, indicativos do início de apropriação desse recurso por parte dos professores de matemática participantes do estudo.

**Palavras-chave:** Formação de professores. GeoGebra. Matemática dinâmica. Abordagem instrumental. Representação semiótica. Educação a distância.

## ABSTRACT

This study focuses on the question of mathematics teacher training for the incorporation of technological resources in the classroom. In the Distance Education scenario, this research aims to analyze the question: in the distance education modality, how to organize a training proposal aimed at the training of mathematics teachers to use the potential of the dynamic register of semiotic representation at the GeoGebra software?

The process of appropriation of Dynamic Mathematics software for teachers is analyzed under the perspective of Instrumental Approach. The mathematical knowledge culturally established has peculiar representation which influence the process of learning mathematics, and is analyzed through Registers of Semiotic Representation. At the junction of these theoretical contributions, identifies the dynamic record in Dynamic Mathematics software, and analyzes the appropriation of the resource by teachers through the exploitation of this potential in this register.

Using the methodology of the Didactic Engineering, it presents the Pedagogical Architecture planning, for a specialization course's discipline given for math teachers in continuing education.

The text reports the record of achievement of the course and analyzing the productions of student teachers, identifies the development of GeoGebra software utilization schemes, indicating the start of the appropriation of this appeal by math teachers in the study.

**Key words:** Teacher training. GeoGebra. Dynamic Mathematics. Instrumental approach. Semiotic representation. Distance education.

# 1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA QUESTÃO DE PESQUISA

O desenvolvimento tecnológico está impactando a sociedade nas mais diversas áreas. Estes avanços também se fazem presentes na área da educação. Atualmente é muito comum encontrar salas de aula em que alguns alunos possuem um *smartphone* ou outro dispositivo móvel. E possivelmente este dispositivo estará conectado à internet, com disponibilidade de informações e notícias praticamente em tempo real. Desta forma, a tecnologia está se aproximando gradativamente das escolas e dos alunos que as frequentam.

Entretanto, em panorama internacional dos estudos envolvendo tecnologias digitais no ensino de matemática, Artigue (2010) e Joubert (2013) avaliam que a tecnologia continua sendo pouco utilizada em sala de aula, e que seu potencial costuma ser pouco explorado. Ao mesmo tempo, indicam que as pesquisas na área não estão conseguindo contribuir tanto quanto se esperava para a integração das tecnologias no ensino escolar. Estudos indicam que neste processo, “apenas<sup>1</sup> fornecer tecnologia não é suficiente para provocar alguma mudança” (Joubert, 2013, p. 343, tradução nossa), pois há a necessidade de rever a estrutura curricular (o que ensinar?; por que ensinar?) e as práticas docentes (como ensinar?), nisso incluindo-se os processos de avaliação. Ou seja, é fundamental a forma como o professor articula o conhecimento a ser ensinado, o processo didático e a interação dos alunos com a tecnologia. Segundo Artigue (2010), é consenso que a evolução dos sistemas educacionais depende do desenvolvimento profissional dos professores e da qualidade de sua formação.

No documento *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base* publicado pela UNESCO, no ano de 2011, dentre os inúmeros desafios listados, está o ‘desafio tecnológico’. Mesmo para países como França, com grande desenvolvimento de pesquisa na área de tecnologia para o ensino de matemática, diz o documento: “a questão da utilização eficaz e generalizada das tecnologias na educação básica, neste momento, continua não resolvida” (Artigue, 2011, p. 44, tradução nossa). E a autora ressalta

---

<sup>1</sup>Todas as citações traduzidas neste texto, serão apresentadas na língua original no Apêndice A, a partir da página 168.

a importância da formação de professores, e como esta formação precisa se adequar às necessidades dos professores.

Laborde e Strässer (2010) referem a tensão que existe entre o entusiasmo daqueles que defendem o uso de tecnologias na educação matemática e a realidade de uso que se tem realmente nas escolas. Os autores comentam que é somente no *International Congress on Mathematical Education* (ICME-10), em 2004, no grupo de discussão sobre tecnologia e educação matemática, que surge a manifestação explícita e unânime da necessidade de pesquisas que coloquem foco no professor e em sua relação com a tecnologia, pois é identificado que mudanças na sala de aula dependem, muito, da forma como se estabelece esta relação. Para a incorporação do potencial das tecnologias digitais no processo de aprendizagem dos alunos, não basta o professor conhecer os recursos dos softwares, é preciso que ocorra um processo de ‘gênese instrumental’, que desencadeie entendimento tanto quanto novas possibilidades para tratamento de conteúdos de matemática, quanto novas possibilidades de práticas de ensino.

Diversas pesquisas apontam o grande potencial dos softwares de Matemática Dinâmica<sup>2</sup> (MD), ao identificarem que o processo de exploração do dinamismo para identificar propriedades fomenta o processo de construção do pensamento matemático (LABORDE; STRÄSSER, 2010; MARIOTTI, 2000; GRAVINA, 2001; STORMOWSKI; GRAVINA; LIMA, 2013). Mas o fato de algum software apresentar um grande potencial não significa que os professores vão utilizá-lo (LABORDE; STRÄSSER, 2010). O grupo de discussão 15 do ICME-10, na sua síntese de trabalho, destaca que explorar o dinamismo em softwares de MD não é uma atividade básica para muitos usuários, principalmente para professores acostumados a mediar a aprendizagem com representações estáticas (HEALY; KAPUT, 2004, p. 356).

A mudança do ensino via sistemas estáticos de representação para ensino via sistemas dinâmicos de representação exige uma mudança de postura (modo de pensar, concepções) do professor, que não é simples. Segundo Healy e Lagrange (2010), de fato

---

<sup>2</sup>Este texto vai utilizar preferencialmente a expressão MD, dada a característica do software utilizado na pesquisa. Os softwares de MD são uma evolução recente dos softwares de Geometria Dinâmica (GD), que recentemente, incorporaram outros tópicos matemáticos além da geometria. A expressão será mantida, mesmo quando as referências estiverem analisando softwares de GD. Isto porque as propriedades de dinamismo que se analisa neste texto, são as mesmas para os softwares indicados por ambas as expressões.

este é um processo complexo, pois envolve a necessidade do professor reconhecer outras formas de pensar em matemática, quando se faz uso de recurso digitais. E também é preciso uma adaptação para gerenciar as novas formas de interação em sala de aula. Além disso, conforme Healy e Lagrange, o professor deve

assumir um papel mais proeminente na concepção de atividades de aprendizagem para seus alunos e enfrentar uma série de questões epistemológicas relacionadas com a aceitação e legitimação de práticas matemáticas não familiares ou completamente novas (HEALY; LAGRANGE, 2010, p. 288, tradução nossa)

Na apropriação de um software de matemática, questões específicas também contribuem para a complexidade do processo de apropriação - além da compreensão do funcionamento do software em si, é preciso articular o conhecimento matemático que é mobilizado com seu uso. No caso dos softwares de Matemática Dinâmica (MD), trata-se da apropriação de uma nova forma de representar o conhecimento matemático - são as representações dinâmicas.

Os sistemas de representação semiótica - língua natural e simbólica, desenhos, gráficos - têm um importante papel na produção e veiculação de conhecimento matemático (RADFORD, 2013). E, portanto, têm também importante papel na aprendizagem da Matemática e assim é natural que se tenha, na área da educação matemática, linha de pesquisa que trata de entender o papel de tais sistemas no processo de aprendizagem. Nos últimos anos, este tem sido um assunto de pesquisa recorrente e tem-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1995a) um subsídio teórico importante. Segundo Duval, a matemática acadêmica/escolar possui uma forma peculiar de representação através de símbolos específicos, e a única forma de conhecer os elementos matemáticos (que são abstratos) é através de sua representação. E, segundo o autor, a aprendizagem matemática ocorre na mudança entre as diferentes formas de representar o conhecimento matemático.

É importante mencionar que a referida área de pesquisa vem sendo alimentada, especialmente, pelas indagações que se tem sobre as implicações do potencial dos sistemas de representação que fazem uso de suporte digital na aprendizagem da matemática (MORGAN; KYNIGOS, 2014; KYNIGOS; LAGRANGE, 2014).

Tais sistemas serão denominados de registros dinâmicos de representação semiótica. Além da atenção ao conhecimento matemático que é veiculado através destes registros, é preciso entender como se dá o processo de apropriação destes registros. Neste trabalho, o interesse de estudo está nos registros dinâmicos de representação semiótica que se tem no GeoGebra. E, mais especificamente, se está interessado nas novas formas de pensar em matemática, quando se tem à disposição tais registros dinâmicos. Entender o funcionamento destes registros e tirar proveito deles para pensar em matemática, de forma diferente daquela em que se faz uso do lápis e papel, não é um processo simples. A Teoria da Abordagem Instrumental de Rabardel (1995a) vai ajudar no entendimento deste processo. Esta teoria estabelece uma forte distinção entre artefato e instrumento. Uma ferramenta, como o GeoGebra, poderá ser denominada artefato ou instrumento para determinado sujeito, dependendo dos esquemas de utilização que o mesmo associa à ferramenta<sup>3</sup>. O processo de transformação do artefato em instrumento ocorre na associação, construção e refinamento de esquemas para utilização do mesmo, e é chamado de *Gênese Instrumental* (RABARDEL, 1995a). É na realização de tarefas com a ferramenta que esquemas particulares de utilização são elaborados e adaptados, e emergem significados pessoais ou particulares. Com este referencial teórico vai se entender que é de forma gradativa que um artefato se transforma em instrumento, seja através da adaptação de esquemas familiares pré-existentes, seja através da criação de novos esquemas.

A inserção da tecnologia no contexto escolar está sendo um processo demorado e complexo e, segundo Drijvers e Trouche (2008), dada a diversidade de perspectivas de análise possível (psicológica, didática e sócio-cultural), “a Abordagem Instrumental para usar tecnologia na educação matemática é um ‘candidato’ promissor para um quadro tão abrangente” (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 364, tradução nossa), e por isso vem sendo utilizada recentemente nas pesquisas em educação matemática.

Existe um consenso, entre educadores que se baseiam em tal abordagem, de que a transformação de um artefato em instrumento se caracteriza por ter “uma evolução contínua, não-trivial e demorada” (DRIJVERS et al., 2010, p. 108, tradução nossa), e desta forma, precisa ser contemplada adequadamente no processo de formação de pro-

---

<sup>3</sup>Esta distinção entre artefato e instrumento será detalhada mais adiante no texto, mas de modo geral, um determinado artefato será denominado instrumento se o sujeito associar esquemas de uso ao mesmo.

fessores para o uso de tecnologias digitais. Quando se trata do processo de apropriação de tecnologia digital, por parte de professores, o processo de gênese instrumental é ainda mais complexo (FUGLESTAD; KYNIGOS; MONAGHAN, 2010). Tem-se os esquemas de utilização a serem desenvolvidos pelo professor para pensar matemática com o artefato – é a gênese instrumental pessoal do professor. E tem-se os esquemas de utilização a serem desenvolvidos pelo professor para que seus alunos pensem matematicamente, usando o artefato – é gênese instrumental profissional do professor. Mas para que os alunos transformem o artefato em instrumento para pensar em matemática, é preciso que o professor antecipe raciocínios, associados aos esquemas de utilização, que podem ser mobilizados na interação com o software. É preciso que o professor antecipe o potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica nas situações de aprendizagem e nisso, a gênese instrumental pessoal é de fundamental importância.

No último relatório “Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação nas Escolas Brasileiras”<sup>4</sup> (BARBOSA, 2014), resultado de pesquisa realizada no ano de 2013 pelo Comitê Gestor Da Internet no Brasil (CGI.br), tem-se como os dois grandes desafios, ainda a serem superados, para que aconteça a inserção das TICs nas escolas brasileiras: a capacitação de professores e a melhoria de infra-estrutura. A pesquisa reconhece que a formação de professores com foco nas TICs é uma preocupação relativamente recente das políticas educacionais, e quanto à capacitação, o relatório traz uma interrogação: “O desenvolvimento profissional dos docentes em relação às TICs é fundamental para a integração efetiva e sustentável dessas tecnologias à educação. Mas em que consiste uma efetiva formação de professores para o uso das TICs e como avaliar esse esforço?; o quê incluir nessa formação e como fazê-lo (BARBOSA, 2014, p. 148)? E mais adiante, diz o relatório: “em termos do uso de TICs, os resultados da pesquisa indicam que, frente à oferta reduzida de iniciativas das escolas e das redes de ensino, os professores têm sido os protagonistas do seu próprio desenvolvimento profissional” (BARBOSA, 2014, p. 150).

---

<sup>4</sup>O cadastro utilizado para seleção das escolas foi o Censo Escolar da Educação Básica 2012, realizado pelo Inep. Esse cadastro contém dados referentes a 268.244 escolas. Desse total, somente 80.349 satisfazem todas as condições de elegibilidade para participar da população de pesquisa, ou seja, escolas públicas (estaduais e municipais) e particulares em atividade, localizadas em áreas urbanas do Brasil e que oferecem ensino na modalidade regular em pelo menos um dos níveis de ensino e séries: 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental (EF-I), 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental (EF-II) e 2º ano do Ensino Médio (EM-II).

Professores de todo país anseiam por formação complementar e continuada em cursos que sejam compatíveis com seu horário de trabalho, bem como não exijam grandes deslocamentos para centros de formação distantes geograficamente, o que também dificultaria a continuidade de sua atuação profissional. Nesse contexto, os cursos oferecidos na modalidade de Educação a Distância<sup>5</sup> (EAD) são de extrema relevância para esta formação, permitindo que os participantes interajam em lugares e tempos diversos, principalmente em um país com dimensões continentais como o Brasil.

Dada a necessidade de formação de professores para a educação básica, aliada à flexibilidade temporal e geográfica da EAD, se desenvolve a Universidade Aberta do Brasil<sup>6</sup> (UAB), que segundo Costa et al. (2012), oferece cursos na modalidade EAD com foco central na formação de professores. Atualmente, além da UAB, diversas instituições de ensino oferecem cursos de formação (básica ou complementar) de professores nesta modalidade, de modo que a EAD passa a ter papel significativo na formação de professores. No que se refere à área de matemática, a UAB contempla tanto cursos EAD para formação básica de professores (licenciaturas) quanto para formação continuada (especialização).

O foco desta pesquisa está no processo de gênese instrumental pessoal de professores de matemática<sup>7</sup>; quer-se compreender sua evolução com a intenção de encontrar elementos que possam impulsionar a apropriação da tecnologia, pelos professores. Está se tomando como pressuposto que é na vivência de suas gêneses instrumentais pessoais que se tem pilar para avanço na gênese instrumental profissional (mesmo que ambas aconteçam simultaneamente). Desta forma, considera-se que é no processo de gênese instrumental que pode estar a ‘semente’ para maiores mudanças nas práticas educativas que façam efetivo uso de tecnologia digital.

---

<sup>5</sup>Dentre as diversas formas e possibilidades de Educação a Distância, neste texto a expressão será utilizada para referir os cursos que utilizam a Internet (rede mundial de computadores) para veiculação do material didático, bem como recurso de comunicação e interação entre os participantes. Desta forma, pode ser entendido como sinônimo de cursos *online*. Embora o termo *modalidade* possa gerar controvérsias, neste texto consideramos a Educação a Distância uma modalidade educacional, no sentido de “modo ou forma de fazer”.

<sup>6</sup>O programa UAB é integrado por universidades públicas que oferecem cursos superiores na modalidade EAD.

<sup>7</sup>Este texto envolve o planejamento, implementação e análise de resultados, referentes à uma disciplina de especialização para professores de matemática. No que se refere ao planejamento e implementação, tanto a gênese instrumental pessoal quanto a profissional estão contempladas. No entanto, para efeito de análise de resultados nesta tese, o foco está na gênese instrumental pessoal.

De forma mais específica, este estudo trata de questões relacionadas ao processo de capacitação de professores de matemática, na modalidade de educação a distância, visando a apropriação de software de matemática dinâmica. É uma formação com características peculiares, que exige uma arquitetura pedagógica (BEHAR, 2009) que dê conta da organização de material didático, de espaço virtual de aprendizagem, de gestão de acompanhamento dos alunos e dos tempos de realização de tarefas. Mas a atenção maior está no acompanhamento do processo de gênese instrumental pessoal dos professores-alunos<sup>8</sup>.

A **questão central de pesquisa** é: na modalidade EAD, como organizar, realizar e acompanhar uma proposta de formação que vise a capacitação de professores de matemática para o uso do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica que se tem no software GeoGebra?

Com a intenção de responder à questão, são elencados como objetivos específicos do estudo:

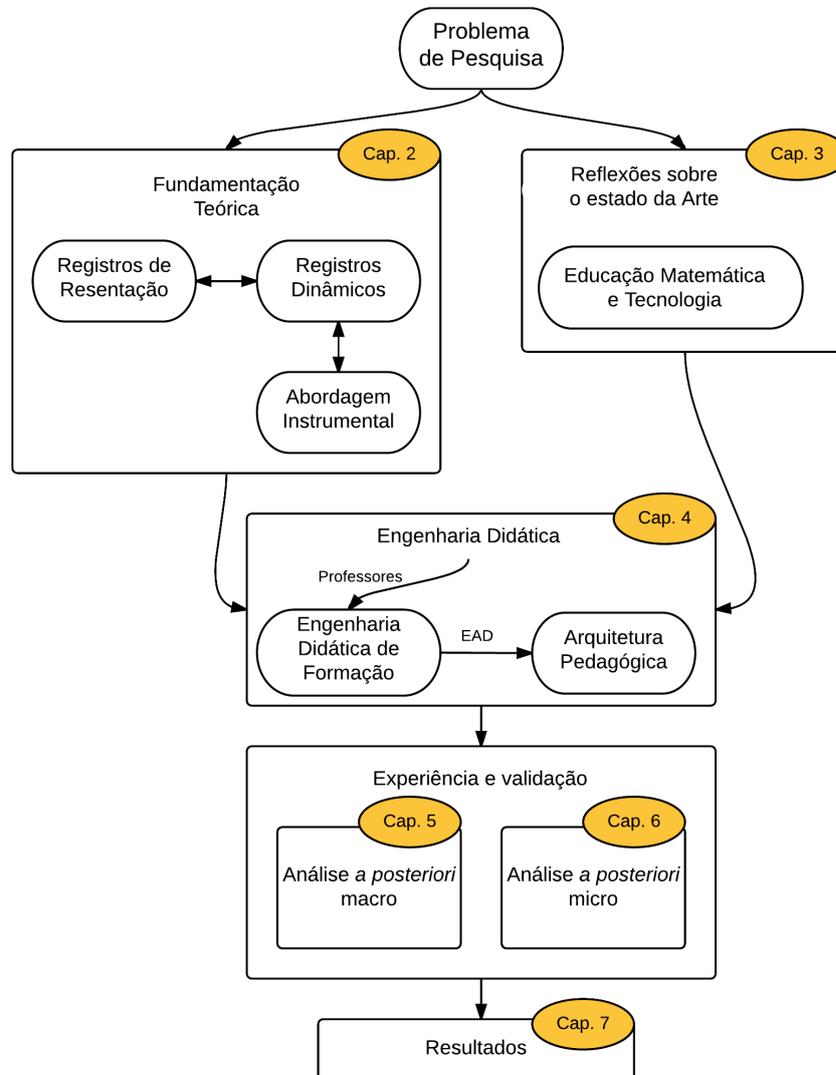
- entender o papel dos registros de representação na aprendizagem matemática;
- discutir as potencialidades dos registros dinâmicos de representação do software GeoGebra, para o processo de aprendizagem da matemática;
- entender a complexidade do processo de desenvolvimento de habilidades para usar um software de matemática, de forma a tirar proveito do potencial dos registros dinâmicos;
- desenvolver recursos didáticos digitais, para formação continuada na modalidade EAD, com o objetivo de capacitar professores de matemática para a utilização do software GeoGebra;
- conceber e implementar uma experiência de formação, na modalidade EAD, para capacitar professores de matemática para o uso do software GeoGebra;
- analisar e validar a experiência de formação e, em particular, validar o material didático digital produzido para formação na modalidade EAD.

---

<sup>8</sup>A partir deste ponto do texto, será utilizada a expressão *professor-aluno* para indicar os professores quando em cursos de formação, ou seja, quando estão no papel de aprendizes.

O caminho e a organização da pesquisa estão representados no fluxograma da Figura 1.1 que segue.

Figura 1.1: Fluxograma de pesquisa



Fonte: o autor

O capítulo 2 apresenta o aporte teórico relativo ao processo de aprendizagem em matemática e como os Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1995a) possuem papel central neste processo. Considerando o uso de software GeoGebra, e tendo como ponto de partida o aporte de Duval, são discutidos os Registros Dinâmicos e as implicações para a aprendizagem em matemática. Neste mesmo capítulo, é discutido o processo de apropriação de softwares como o GeoGebra considerando a Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995a) como ponto de partida. No capítulo 3 são apresentadas reflexões sobre o processo de aprendizagem matemática com o uso de tecnologia digital.

Neste capítulo, descreve-se o perfil do professor de matemática que se pretende formar: um professor que explore o Potencial Semiótico (MARIOTTI, 2013) dos recurso tecnológicos para a aprendizagem matemática.

No capítulo 4 temos a metodologia de pesquisa utilizada neste estudo, a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988). Como metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática se aproxima de um experimento de ensino (STEFFE; THOMPSON, 2000), tendo como diferencial o processo de validação interno, no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*.

A Engenharia Didática se apresenta como uma investigação em sala de aula, baseada no planejamento, elaboração, implementação, observação e análise de sequências didáticas<sup>9</sup>. Conforme Carneiro (2005, p. 3), nesta metodologia a “prática de ensino é articulada com prática de investigação”, e por isso está bastante adequada a este estudo que envolve pesquisa em situação de prática docente. No entanto, para este estudo, serão consideradas duas peculiaridades:

- a prática docente ocorre em contexto de Educação a Distância, de modo que não é suficiente apenas o desenvolvimento de uma sequência didática, sendo necessário se considerar aspectos tecnológicos, metodológicos e organizacionais específicos que configuram uma Arquitetura Pedagógica (BEHAR, 2009).
- a sequência didática não é destinada para o processo de aprendizagem por parte de alunos, mas sim para a formação continuada de professores para o uso de tecnologias. Deste modo, por ser destinada a professores, será desenvolvida uma Engenharia Didática de Formação conforme sugere Enprim (2007).

Nos capítulos 5 e 6 são apresentadas as análises relativas à implementação realizada, respectivamente, uma análise geral (macro) do desenvolvimento da disciplina e uma análise mais específica e detalhada (micro), relativa à produção apresentada pelos professores-alunos em formação.

---

<sup>9</sup>Sequências didáticas são sequências de atividades de sala de aula que abordam determinado tópico ou conteúdo escolar.

A validação da engenharia ocorre no confronto ou estudo comparativo entre a análise *a posteriori* (capítulos 5 e 6) e a análise *a priori* das atividades apresentadas no capítulo 4.

O capítulo 7 retoma os resultados obtidos, suas implicações e limitações, e apresenta também as considerações finais desta pesquisa.

## 2 SUBSÍDIOS TEÓRICOS

Para entender o processo de apropriação de um software, como o GeoGebra, é preciso entender o papel dos sistemas de signos na constituição do conhecimento matemático. Pesquisas apontam sobre a importância a ser dada aos sistemas de signos e suas regras, no ensino e aprendizagem da matemática. É na Teoria dos Registros de Representação (DUVAL, 1995a, 2003, 2009) que se irá buscar esse entendimento. É isso que será abordado na primeira seção do capítulo.

Quando se trata do uso de ferramentas digitais para a aprendizagem de matemática, entra em cena, de modo indiscutível, o potencial dos registros dinâmicos de representação, conforme será abordado na seção 2 do capítulo. Serão apresentados recursos do software GeoGebra que ilustram este potencial.

No que se refere à apropriação de um artefato<sup>1</sup> como o GeoGebra, procura-se entender a complexidade deste processo através do quadro teórico desenvolvido por Rabardel (1995a) - a Teoria da Abordagem Instrumental. Nesta teoria, é introduzido o conceito de instrumento, de uma forma bastante precisa: a apropriação de um artefato, depende do desenvolvimento de esquemas de uso e é o binômio ‘artefato + esquemas-de-uso’ que constitui um instrumento para o sujeito. Os diferentes conceitos da teoria serão interpretados e exemplificados para o caso do software GeoGebra. Este é o assunto da seção 3 do capítulo.

### 2.1 Sobre os registros de representação semiótica

A matemática é uma área de conhecimento que trata de objetos abstratos, e por isso depende de sistemas de representação que fazem uso da língua natural e de signos com regras de uso bem estabelecidas – são os sistemas de representação semiótica. Uma sistematização feita por Ernest (2006) ajuda a entender tais sistemas. Eles se organizam através de três componentes: um conjunto de signos expressos através da escrita

---

<sup>1</sup>Artefato é qualquer dispositivo material ou simbólico (martelo, lápis, computador, software, gráfico, etc) ao qual são associados esquemas para sua utilização.

(aqui incluindo a língua natural) e do desenho; um conjunto de regras de produção e de organização dos signos que vão dar sentido ao discurso; um conjunto de relações entre signos e seus significados, que dependem da subjacente estrutura matemática que está sendo considerada.

Com o propósito de melhor esclarecer os componentes de tais sistemas de representação, no que segue serão comentados dois exemplos, tomados em contexto escolar.

No sistema de representação algébrica, considere a equação  $y = ax^2 + bx + c$ . O conjunto de signos é  $\{a, b, c, x, x^2, y, =, +\}$ . As regras de organização e produção dizem respeito à utilização de letras  $a$ ,  $b$  e  $c$ , que são os parâmetros da equação, e das letras  $x$  e  $y$ , que são as variáveis da equação, junto com as regras de operações, que tratam da ordem em que estas operações devem ser realizadas. As relações entre signos e significados depende da estrutura matemática que está sendo considerada; neste caso está se considerando o conjunto de pares  $(x, y)$  de números reais, associados a pontos do plano através de sistema de coordenadas cartesianas, com a estrutura de soma de pares de coordenadas e multiplicação de par de coordenadas por escalar e, assim, o conjunto de pontos que resolve a equação, corresponde à curva do tipo ‘parábola’. Observe que a mesma equação poderia ser interpretada na estrutura das triplas de números  $(x, y, z)$ , com operações similares de soma de triplas e de multiplicação de tripla por escalar, e nesse caso, o conjunto de triplas  $(x, y, z)$  que resolvem a equação correspondem à superfície no espaço tridimensional, que pode ser vista como a união de família de parábolas transladadas segundo a direção dada pelo semi-eixo  $OZ$ .

Na figura 2.1 é apresentado um recorte de página de um livro de geometria escolar.

Nela se identifica uma variada coleção de signos - são letras, símbolos e figuras, que costumam ser utilizados em textos que tratem de geometria. Algumas das regras são: nomear os elementos da figura, sendo que letras maiúsculas são reservadas para os pontos e letras minúsculas para retas; elementos secundários da figura estão em ‘pontilhado’. Nas relações entre signos e significados tem-se, por exemplo, que o desenho do triângulo deve ser entendido como um representante de um triângulo qualquer, e isto tem implicações sobre a interpretação dos demais elementos - por exemplo, para o ponto  $O$

Figura 2.1: Intersecção de mediatrizes

Seja o  $\Delta ABC$ ,

**Hipótese**

$m_1, m_2, m_3$  mediatrizes de  $\overline{BC}, \overline{AC}$  e  $\overline{AB}$

**Tese**

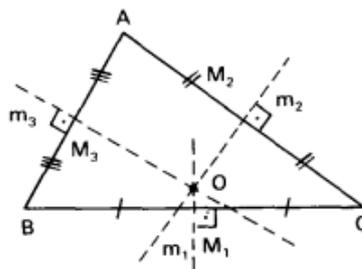
1)  $m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\}$   
2)  $\overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC}$

**Demonstração**

Seja  $O$  o ponto tal que:

$$m_2 \cap m_3 = \{O\}$$

$$\left. \begin{array}{l} O \in m_2 \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OC} \\ O \in m_3 \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OB} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \overline{OB} \equiv \overline{OC} \Rightarrow O \in m_1$$



Logo,

1)  $m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\}$  e 2)  $\overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC}$ .

Fonte: Dolce e Pompeo (2005, p. 125)

que no desenho está no interior do triângulo, também deve ser considerada a possibilidade de estar sobre um dos lados do triângulo ou ainda no exterior do triângulo.

Os exemplos servem para chamar atenção para a importância dos sistemas de representação na veiculação do conhecimento matemático. Mas, muito mais do que isto, os sistemas de representação tem papel fundamental na produção de raciocínios e argumentos que produzem novo conhecimento. A história da matemática mostra o quanto o seu desenvolvimento se faz acompanhar do desenvolvimento de sistemas de representação cada vez mais sofisticados. Nesta direção, Radford (2013) reconhece em Leibniz (1646-1716) um moderno pensador nas suas reflexões sobre signos, pensamento e realidade, sob ótica epistemológica. Partindo da relação entre a capacidade humana para comunicação e para entendimento da realidade, Leibniz acreditava que seria possível, até mesmo, desenvolver uma linguagem de signos para representar “as coisas e sua essência” (RADFORD, 2013, p. 188) e de forma tal que a associação entre signos e pensamento poderia ser combinada e operada sem nenhuma ambiguidade.

Com esta reflexão inicial, o cenário está preparado para se adentrar em questões específicas que dizem respeito à aprendizagem da matemática. Nos últimos anos, é de forma recorrente que se tem, na literatura, pesquisas que evidenciam o importante papel da semiótica para o entendimento do processo de aprendizagem da Matemática.

Sáenz-Ludlow e Presmeg (2006) apresentam uma extensa relação de artigos e produções científicas com tal aporte teórico. Em 2006, a revista *Educational Studies in Mathematics* teve uma edição especialmente dedicada ao assunto, intitulada *Semiotic Perspectives on Learning Mathematics and Communicating Mathematically*. E uma outra edição especial foi publicada em 2011, intitulada *Signifying and meaning-making in mathematics thinking, teaching and learning: Semiotic perspectives*.

Neste cenário de pesquisa, tem-se referências à semiótica como sendo uma área de conhecimento que vai além dos tipos de sistemas de representação discutidos acima. Em sentido amplo, a semiótica é uma área de estudo que trata de descrever o funcionamento da comunicação e da significação, e assim manifestações tais como gestos e tom de voz também são considerados como participantes do processo de construção de significados. Esta pesquisa está interessada em aspectos mais restritos da semiótica e assim é preciso acordar que, neste trabalho, a expressão ‘sistema de representação semiótica’ diz respeito aos signos, regras e significações que veiculam conceitos e ideias matemáticas. E mais, no texto que segue, se concentrará nos sistemas de representação como sendo ferramentas com as quais se pensa e se produz conhecimento matemático, e aqui se coloca em posição epistêmica vygotskyana. Para Vygotsky (1978), a relação entre o homem e o ambiente não ocorre de forma direta, mas mediada por ferramentas e signos, e estes são elementos que concorrem para o processo de desenvolvimento cognitivo. Em particular, quanto ao signos, meios para transformação das funções psíquicas, temos em Vygotsky (1978, p. 52, tradução nossa):

A invenção e o uso dos signos como meios que dão suporte à resolução de um dado problema psicológico (comparar, reportar, analisar, escolher, entre outras ações mentais) é análogo à invenção e ao uso de ferramentas, em certo aspecto. Os signos funcionam como instrumentos para a atividade psicológica de modo análogo ao papel das ferramentas no trabalho.

E é em continuidade com as ideias de Vygotsky que vem se consolidando, na Educação Matemática, a linha de pesquisa ‘*approach* semiótico cultural para a educação’. Nesta vertente:

a aprendizagem é um processo social, mediado por signos, de familiarização, crítica e criativa, com formas históricas e culturais de expressão, ação e reflexão. [...] Ao nascer, nós entramos em um mundo que não é só povoado por objetos concretos, mas também por sistemas de pensamento (matemático, científico, ético, estético). Aprendizagem é o encontro criativo e crítico com estas formas de pensar (RADFORD, 2013, p. 194, tradução nossa).

É importante dizer que, segundo este autor, conhecimento é um conjunto de processos, de ação e reflexão, histórica e culturalmente constituídos, e conhecer é resultado da incorporação destes processos.

Com alguns exemplos, é possível verificar as dificuldades dos alunos para estabelecer correspondências entre signos e significados. Conforme Gravina (2001), os implícitos que se tem nos sistemas de representação, e aqui falando no caso da geometria, ajudam a perceber entendimentos equivocados dos alunos: eles atribuem como propriedade do segmento altura de um triângulo ser ele “*um segmento no interior do triângulo*”; eles se referem ao paralelogramo como o “*quadrilátero com dois ângulos agudos e dois obtusos*”. Vê-se aqui dois exemplos em que as relações entre signos e significados não respeitam a estrutura matemática subjacente (no caso a geometria) e as regras do sistema de representação. A generalidade da definição de altura do triângulo ou da definição de paralelogramo não deveria ser perturbada pela instância particular dos desenhos que representam estes conceitos e, no entanto, tal comportamento é recorrente. As razões: no geral, no desenho que acompanha a definição de altura do triângulo, tal segmento está no interior do triângulo; já na definição de paralelogramo, quadrados e retângulos não são usados como possíveis instâncias de desenho, e estes casos particulares não são indicados como paralelogramos. E, assim, os alunos acabam atribuindo aos signos, no caso do tipo desenho, significados que fogem do domínio de funcionamento do sistema de representação - o desenho ‘escapa’ do significado que lhe deve ser atribuído no sistema de representação utilizado na Geometria.

Em casos extremos, os alunos até mesmo confundem características físicas do desenho - espessura do traçado, tamanho do ponto - com propriedades geométricas ao dizerem, por exemplo, que “círculos tangentes se interceptam em infinitos pontos<sup>2</sup>” (GRAVINA, 1996, p. 3), ao olharem para dois círculos na tela do computador, pois a

---

<sup>2</sup>Resposta dada por alunos calouros do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS.

intersecção parece ter este comportamento; ou ao dizerem que o “ponto de intersecção de duas retas é menor que o ponto de intersecção de três retas”<sup>3</sup> (FISCHBEIN, 1993, p. 148). Estes são outros dois exemplos que mostram uma atribuição de significado ao desenho que foge daquilo que é estipulado pelo conjunto de relações entre signos, suas regras e os significados.

Também com o propósito de evidenciar dificuldades similares com os sistemas de representação, mas agora em contexto diferente da geometria, Vinner (1991) introduz a noção de *conceito definição* como sendo aquilo que está registrado nos livros e *conceito imagem* como sendo a construção cognitiva que é feita pelo aluno, a partir do conceito definição. A dificuldade, para o aluno, está na construção do conceito imagem em sintonia com o conceito definição. Um dos exemplos apresentados pelo autor (VINNER, 1991, p. 76) é a dificuldade dos alunos em aceitarem que o gráfico de  $y = x^3$  tem uma reta tangente no ponto  $(0, 0)$ , pois o conceito imagem dominante é o de que uma reta tangente não pode cortar uma curva - este é um conceito imagem construído na situação geométrica de reta tangente a círculo, em momento escolar anterior.

Pesquisa de Gagatsis, Elia e Mousoulides (2006) mostra que nas representações icônicas os alunos encontram dificuldades, porque são maiores as exigências cognitivas para entender uma ideia matemática que está sintetizada em tal representação. Os resultados da pesquisa mostram dificuldade dos alunos para expressarem em linguagem algébrica uma função dada através de representação gráfica. Um outro resultado que chama atenção: mesmo tendo sido apresentado o gráfico da função  $f(x) = x^2$ , é da ordem de 60% o percentual dos alunos que determinam o gráfico de  $f(x) = x^2 + 3$  através de cálculo de coordenadas de pontos que satisfazem a relação, o que indica a pouca compreensão sobre os efeitos gráficos produzidos com manipulações algébricas (no caso, o novo gráfico é uma translação vertical do gráfico inicial).

Quando se coloca sob atenção a apropriação e uso de sistemas de representação semiótica e as implicações cognitivas que se tem no processo de aprendizagem da matemática, uma referência importante é a teoria dos registros de representação de Duval (1995a; 2003; 2009). Através desta teoria será possível entender aspectos dos sistemas

---

<sup>3</sup>Resposta dada por alunos de 11 anos.

de representação semiótica que explicam algumas das exigências cognitivas que se fazem presentes no processo de aprendizagem da matemática.

Duval utiliza o termo *registro* para designar diferentes sistemas de representação e, em termos amplos em matemática, os classifica em quatro tipos: língua natural, sistemas de escritas (numérica, algébrica e simbólica), figuras geométricas e gráficos (2003, p. 14). Na tabela 2.1, a seguir, estão sistematizados estes quatro registros com suas características principais.

Tabela 2.1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis

	Representação discursiva	Representação não-discursiva
Registros multifuncionais (tratamentos não são algoritmizáveis)	Língua natural, argumentação, associações verbais e conceituais.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas, com apreensão operatória. Construção com instrumentos.
Registros monofuncionais (tratamentos são principalmente algoritmos)	Sistemas de escrita numérica, algébrica e simbólica.	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14)

Para Duval (2006), objeto matemático e sua representação são distintos, e as diferentes representações de um objeto trazem entendimentos parciais sobre o mesmo. Por exemplo, a representação gráfica de uma função tem características que são diferentes daquelas que se tem na sua representação algébrica, e as possibilidades de entendimento do objeto matemático ‘função’, nos diferentes registros, também são diferentes. A atividade matemática, na sua essência, faz uso simultâneo de mais de um registro de representação, para um mesmo objeto. Esta possibilidade de trânsito entre diferentes registros ajuda no entendimento do objeto matemático e este é um dos aspectos que diferencia a matemática de outras áreas de estudo: “ao contrário de outras áreas de conhecimento, os signos e a transformação das representações semióticas são centrais na atividade matemática” (DUVAL, 2006, p. 107, tradução nossa). Isto ocorre porque os objetos matemáticos são abstratos, de modo que única forma de acessá-los e manipulá-los é através de suas representações, e além disso, cada representação evidencia peculiaridades distintas do objeto, o que faz com que a transição entre diferentes representações de um mesmo objeto é importante para a melhor compreensão do mesmo.

Para um melhor entendimento do funcionamento dos registros de representação, Duval introduz o conceito de transformação de registros e os classifica em dois tipos:

- **tratamento:** é uma transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica, dentro de um mesmo registro. A mudança ocorre em um mesmo registro.
- **conversão:** é uma transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica, dentro de outro registro. A mudança ocorre de um registro para outro.

Veja alguns exemplos destas transformações. Um tratamento, dentro do registro numérico, ocorre no caso da mudança da representação fracionária  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \dots$  para a representação  $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \dots$ . Neste caso há a mudança de representação, mas o registro utilizado continua o mesmo: escrita numérica fracionária. Este tratamento no registro numérico é necessário para a obtenção do resultado da adição apresentada,  $\frac{5}{6}$ , e envolve conceitos de frações equivalentes e suas propriedades.

Um exemplo de tratamento no registro algébrico, é o processo de resolução de uma equação tal como  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ . A sequência de etapas utilizadas na resolução é evidenciada na relação 2.1, em que são utilizadas várias manipulações algébricas com respectivas propriedades para a identificação da incógnita  $x$ .

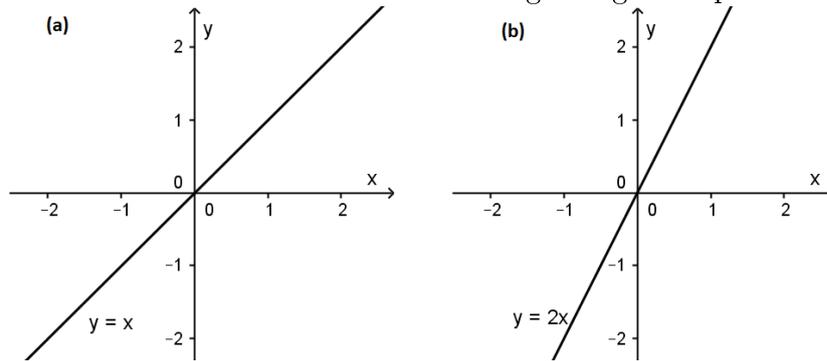
$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= 0 \\
ax^2 + bx + c - c &= 0 - c \\
ax^2 + bx &= -c \\
\frac{ax^2 + bx}{a} &= \frac{-c}{a} \\
x^2 + \frac{bx}{a} &= -\frac{c}{a} \\
x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\
x + \frac{b}{2a} &= \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
x + \frac{b}{2a} - \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a} \\
x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Observe que, na passagem de uma linha para outra são utilizadas propriedades da igualdade em operações sobre termos de uma equação, completamento de quadrados e produtos notáveis, propriedades da operação inversa de  $x^2$ , e de operações com números inteiros. Em cada uma das linhas da relação 2.1 é possível identificar equações distintas da linha anterior, mas todas equivalentes à equação inicial  $ax^2 + bx + c = 0$ . O objetivo da sequência de operações é obter equações que apresentem a mesma solução que a primeira (equações equivalentes), mas que o valor da incógnita  $x$  fique mais evidente.

Um exemplo de conversão ocorre quando o conjunto de soluções de uma equação do tipo  $ax + by = c$ , é interpretado como uma reta no plano cartesiano - aqui tem-se uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico. É interessante saber que, em situação de aprendizagem, a conversão do registro gráfico para o algébrico é sempre mais difícil para os alunos. Duval (2006) documenta que frente à solicitação de identificação da equação correspondente às retas dadas no sistema de coordenadas cartesiano, conforme figura 2.2, alunos na faixa etária de 15 a 16 anos tiveram percentual de acerto de 60% na situação (a) e de 25% na situação (b).

Duval (2006) apresenta as razões para esses desempenhos: para a conversão do registro gráfico para o algébrico é preciso ter uma compreensão global da relação entre

Figura 2.2: Dificuldades na conversão do registro gráfico para o algébrico



Fonte: adaptado de Duval (2006, p. 113).

as coordenadas dos pontos que pertencem à reta, para então estabelecer a correspondente equação. A discrepância de percentuais também mostra que, saindo-se da situação mais simples de reta passando pela origem, a saber a reta  $y = x$  (situação (a)), a dificuldade enfrentada pelos alunos aumenta de forma significativa. Já a conversão do registro algébrico para o geométrico é bem mais simples para os alunos, pois aqui eles utilizam a estratégia de encontrar dois pares de números que satisfazem a equação e assim obtêm os dois pontos, no plano cartesiano, que vão determinar a reta correspondente a esta equação.

No contexto da geometria, o registro figural tem um papel importante. Mas é um registro que, muitas vezes, precisa ser articulado com a língua natural e outros símbolos. Na tabela abaixo ilustramos esta complementaridade de registros.

Tabela 2.2: Quadrado sob diferentes registros de representação.

Descrição A	Descrição B	Figura
Quadrado de vértices A, B, C e D.	Quadrilátero convexo ABCD com $\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DA}$ e $\angle A \equiv \angle B \equiv \angle C \equiv \angle D$	

A *Descrição A* é bastante sintética, e exige o conhecimento de propriedades que não estão evidenciadas no texto. Na *Descrição B*, as propriedades do quadrado são evidenciadas, mas o registro utiliza signos e regras de uso mais complexos, bem como as relações entre signos e significados. Já no registro figural, há a vantagem da percepção visual imediata. No entanto, há de se ressaltar a dificuldade que os alunos costumam ter

em reconhecer o quadrado na posição diferente da prototípica. Na tabela 2.2 é possível observar o mesmo quadrado representado em duas posições diferentes. A primeira, com lados paralelos aos lados da folha, é uma figura prototípica e costuma ser facilmente reconhecida pelos alunos, identificação esta que não apresenta a mesma facilidade para a segunda representação.

A passagem da *Descrição A* para a *Descrição B* caracteriza um tratamento no registro língua natural de uso especializado; já da *Descrição B* para a figura tem-se uma conversão para o registro figural.

A conversão é a transformação que, primordialmente, conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão em matemática, e por isso deve ser colocada sob atenção especial no ensino da matemática<sup>4</sup> (DUVAL, 2003, p. 16). É uma maior complexidade cognitiva que se tem na conversão, comparada com aquela que se tem no tratamento. Isto pode ser explicado através do fenômeno de não-congruência entre representações: isto acontece quando a correspondência entre representação inicial com a representação obtida após a transformação não é totalmente explícita. Quanto maior é a evidência de correspondência entre representação no registro inicial e representação no registro final, maior é a congruência entre representações, e isto acontece, em particular, no caso de tratamentos no registro algébrico que transformam uma expressão em outra. No caso de registros algébrico e gráfico de uma função, os processos cognitivos envolvidos na conversão da ‘lei’ da função para gráfico da função são distintos daqueles (mais complexos) relacionados à obtenção da lei da função a partir de sua representação gráfica. Duval (2003) explica esta diferença. Para passar de registro algébrico para registro gráfico, a regra de codificação é ‘pares de números que satisfazem a relação algébrica correspondem a pontos no sistema cartesiano de coordenadas’ e com esta regra pode ser obtido o gráfico da função. A regra só permite uma leitura pontual das representações, e assim não dá conta da apreensão global e qualitativa necessária para fazer a conversão de registro gráfico para algébrico.

---

<sup>4</sup>No ensino de matemática no Brasil, geralmente apenas um dos sentidos da conversão é privilegiado, o que fica evidenciado em uma análise dos livros didáticos. Por exemplo, atividades em que é dada expressão algébrica de uma função e solicitado o seu gráfico são muito comuns. Já o sentido contrário, obter a expressão algébrica de uma função a partir do gráfico, são bem menos frequentes.

No que se refere a atividades em geometria, Duval (1995a) identifica três formas de processos cognitivos: o processo de visualização, o processo de construção e o processo de argumentação, e a proficiência em geometria depende da sinergia entre estes três processos. Os processos dependem de tratamentos e conversões envolvendo o registro figural, e nisso se fazem presentes quatro tipos de apreensão cognitiva (DUVAL, 1995b):

- sequencial: se refere às etapas da construção da figura, e ocorre também na descrição que objetiva reproduzir uma figura com ajuda de instrumentos;
- perceptiva: está relacionada à interpretação do formato da figura que, por sua vez, permite a identificação direta e imediata do objeto;
- discursiva: corresponde à identificação de elementos da figura, inclusive aquelas propriedades que não estejam explícitas ou indicadas na figura ou enunciado da atividade.
- operatória: são as operações ou modificações na figura inicial, de modo a se obter novas configurações da figura, que apontem para novos elementos ou propriedades que podem levar a possíveis soluções de determinado problema geométrico.

Quanto às apreensões perceptiva e discursiva, a primeira delas mais relacionada com o registro figural e a segunda mais relacionada com os registros língua natural e simbólico, tem-se em Fischbein (1993) um construto que indica a necessidade da participação destas duas apreensões quando se trabalha com geometria. É o conceito figural, com um componente conceitual em língua natural e/ou simbólica, e um componente figural de natureza visual expresso através de um desenho. Diz Fischbein *apud* Gravina (2001, p. 60):

[...] no caso especial de raciocínio geométrico, nós temos que lidar com um tipo especial de objeto mental, o qual possui, ao mesmo tempo, propriedades conceituais e propriedades figurais [...] É fazendo uso de figuras intrinsecamente controladas por restrições conceituais, que o processo de invenção em geometria progride de forma criativa.

O tratamento da figura é uma transformação que, por excelência, se faz necessária no processo de demonstração de propriedades geométricas. Em Gravina (2001)

tem-se uma classificação de tratamento de figura (desenho, segundo a autora) que ajuda a esclarecer as exigências cognitivas que podem se fazer presentes neste processo. Os tratamentos, sempre visando a busca de informação que avançam na argumentação dedutiva, podem ser de três tipos: reinterpretação de desenho, de dificuldade menor, corresponde à situação em que no desenho tem-se a informação de forma explícita; reconstrução de desenho, que corresponde à situação em que é preciso selecionar elementos do desenho de forma a obter um sub-desenho que explicita a informação; de extensão de desenho, o tratamento mais difícil, pois exige a inclusão de novos elementos no desenho de modo a obter informação.

Considerando que o acesso aos objetos matemáticos é feito através das representações semióticas e que cada representação evidencia particularidades distintas do objeto, nos colocamos na mesma posição de Duval: “é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática” (2003, p. 22). Na próxima seção, vai-se entender de que forma os registros dinâmicos de representação semiótica podem contribuir para maior entendimento de conceitos e ideias matemáticas, no contexto particular da geometria e das funções.

## 2.2 Sobre os registros dinâmicos de representação semiótica: o caso do GeoGebra

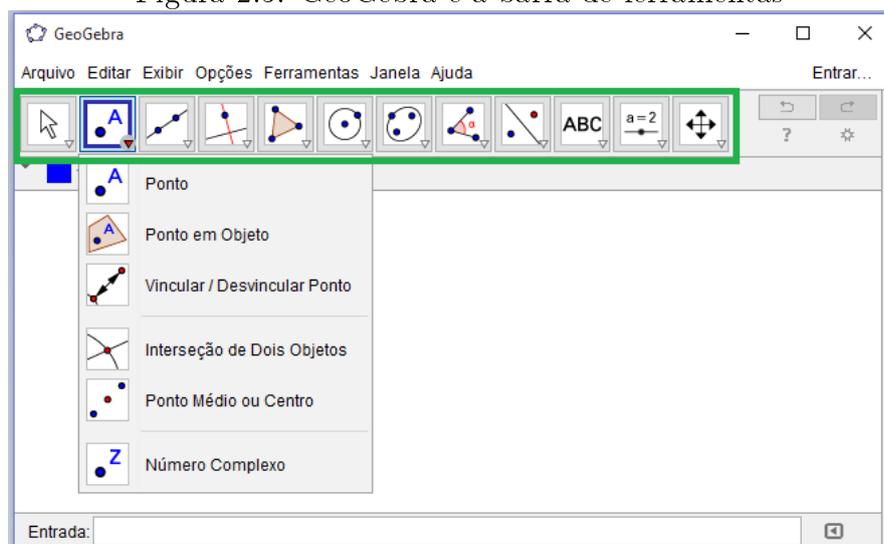
Os softwares de Matemática Dinâmica (MD) têm, entre outros recursos, a régua e compasso virtuais (GRAVINA, 2001). Com a régua e compasso físicos, tem-se muitas limitações na realização de desenhos de objetos geométricos, quando se compara com o que se pode fazer com um software de MD. Além disso, em tais softwares tem-se um leque de possibilidades de construções que já estão automatizadas e organizadas em uma *barra de ferramentas*<sup>5</sup>. Estas ferramentas possibilitam a realização de construções que dependem de uma sequência de procedimentos e que, no caso de realização com régua e compasso físicos, seriam construções bem trabalhosas. Por exemplo, com três cliques de mouse é construída a reta mediatriz de um segmento - dois cliques para construir o

---

<sup>5</sup>Esta expressão é bastante utilizada na área de informática. Deste modo, os recursos apresentados pelos softwares nesta barra, passarão a ser chamados apenas de *ferramentas* no texto.

segmento e um clique para construir a reta mediatriz. Já no lápis e papel, é preciso fazer o procedimento intermediário de construção de dois círculos de modo a determinar dois pontos pertencentes à reta mediatriz, para então traçá-la. A barra de ferramentas do GeoGebra<sup>6</sup> está destacada na figura abaixo, e nela vê-se ícones que indicam construção de ponto, construção de reta, construção de reta perpendicular, construção de polígono, construção de círculo, dentre outros.

Figura 2.3: GeoGebra e a barra de ferramentas



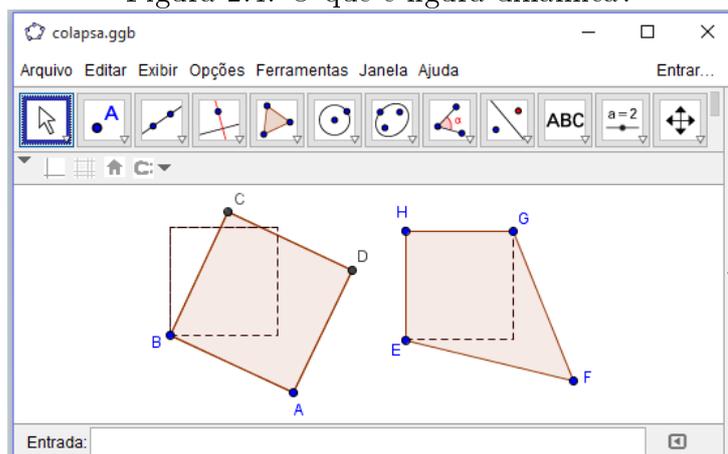
Fonte: o autor

Mas muito mais importante do que a eficiência que se tem no GeoGebra para fazer construções geométricas com a régua e compasso virtuais, é a possibilidade de trabalho com *figuras dinâmicas* (LABORDE; CAPPONI, 1994) e suas propriedades invariantes. No GeoGebra (como também em outros programas de geometria dinâmica) tem-se o recurso de ‘estabilidade da figura’: feita uma construção, a manipulação dos elementos geométricos que dão início à construção transformam o desenho que está na tela do computador, mas as relações geométricas impostas à construção, bem como as relações que delas decorrem, se mantêm invariantes.

<sup>6</sup>Neste estudo, o software de MD utilizado é o GeoGebra. Os motivos que levam à escolha do GeoGebra são diversos: 1) software gratuito, permitindo acesso livre para todos os interessados; 2) é multiplataforma, tendo versões para *tablet*, para web, dispositivos móveis, etc; 3) além de conceitos de geometria, também aborda funções, gráficos, cálculo infinitesimal, geometria espacial, geometria analítica, vetores, álgebra, matrizes, etc, e também possui planilha de cálculo integrada, podendo ser customizado de acordo com a finalidade de uso. Ou seja, é um software de MD multiuso para ensinar matemática em contexto amplo, de modo que os professores não precisariam se apropriar de outro software quando o conteúdo abordado for diferente de geometria; 4) de código aberto, em constante desenvolvimento, tendo atualizações frequentes.

Assim, para um dado objeto ou propriedade geométrica, tem-se na tela do computador, mediante manipulação de elementos geométricos iniciais, uma coleção de ‘desenhos em movimento’ que guarda invariantes geométricos, declarados ou não no procedimento de construção. Esta coleção de representações recebe o nome de figura dinâmica e guarda as informações sobre o conceito/propriedade, diferentemente do desenho no papel, que passa a ser entendido como uma só instância de representação da figura. Um exemplo ajuda a esclarecer o que é uma figura dinâmica. Na figura 2.4 tem-se um quadrado que é figura dinâmica e um quadrado que é desenho-a mão livre. Ambos têm o mesmo aspecto inicial na tela do computador (indicado pelos pontilhados), mas se manipulados o primeiro quadrado muda de tamanho ou posição, mas se mantém sempre quadrado, enquanto o segundo se deforma.

Figura 2.4: O que é figura dinâmica?

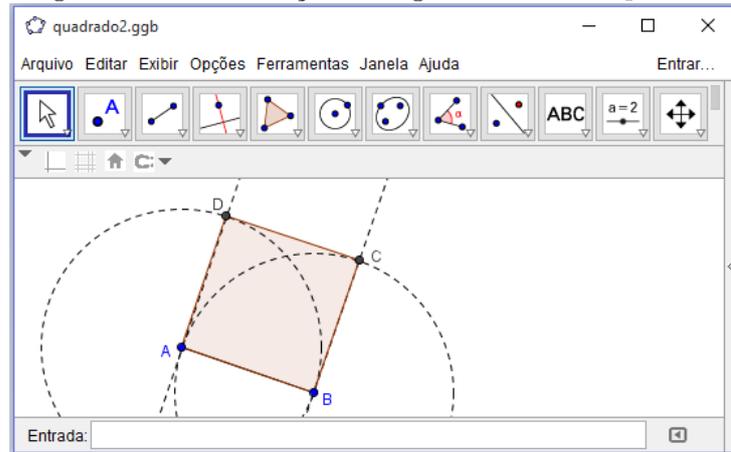


Fonte: o autor com base em Gravina (2001, p. 84).

O primeiro foi construído com relações geométricas que caracterizam o quadrado: segmento  $AB$ ; retas perpendiculares ao segmento passando pelos seus extremos; círculo de centro  $A$  passando por  $B$  e interceptando uma das retas em  $D$ ; círculo de centro  $B$  passando por  $A$  e interceptando a outra reta em  $C$ ; segmentos  $AD$ ,  $DC$  e  $CB$ . Já o segundo foi produzido a partir de impressão visual que possui o formato, mas não as propriedades geométricas. A figura 2.5 ilustra um procedimento de construção do quadrado que é uma figura dinâmica.

Uma outra característica dos softwares de MD é o conceito de relação funcional entre elementos geométricos, implícito nos diferentes procedimentos de construção disponíveis na barra de ferramentas (GRAVINA, 2001): os elementos iniciais da constru-

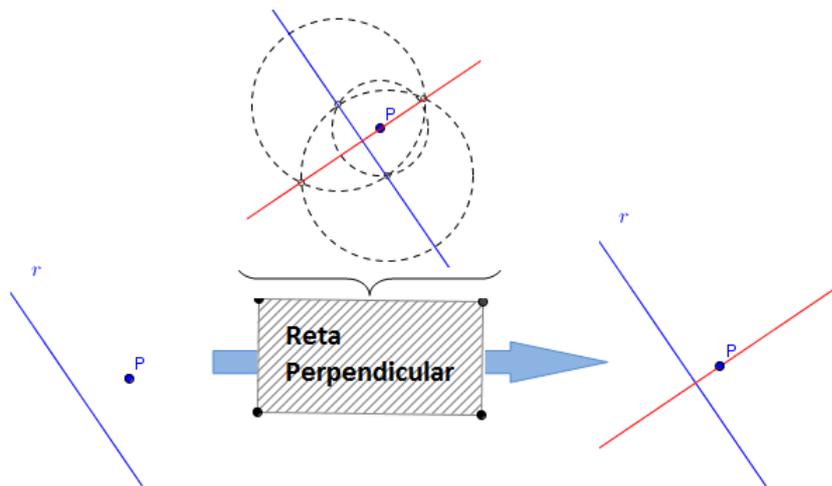
Figura 2.5: Construção de figura dinâmica quadrado



Fonte: o autor com base em Gravina (2001, p. 85).

ção são as variáveis independentes, os elementos finais são as variáveis dependentes, e a ‘lei’ da função é dada pelo procedimento intermediário (com mais ou menos passos de construção automatizados). Por exemplo, na ferramenta *Reta Perpendicular*, os elementos iniciais são uma reta  $r$  (ou segmento, vetor, semirreta, etc) e um ponto  $P$ , e a partir deles se obtém o elemento resultante ‘reta perpendicular à  $r$ , passando pelo ponto  $P$ ’.

Figura 2.6: Relações de dependência



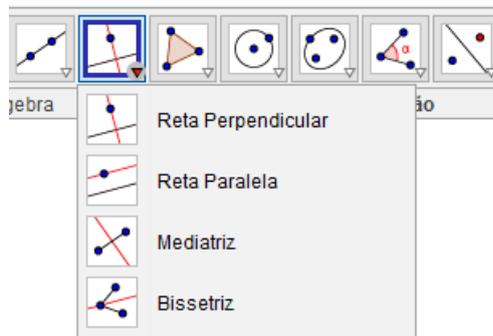
Fonte: o autor com base em Gravina (2001, p. 85).

Na ferramenta em questão, tem-se um procedimento automatizado, mas a ‘lei’ da função é dada pelos passos de construção. Na figura 2.6, os elementos iniciais estão em azul, o elemento resultante está em vermelho, e os passos da construção estão indicados pelos elementos geométricos pontilhados (a saber, circunferência  $c_1$  com centro em  $P$  passando por algum ponto  $A$  da reta  $r$ , ponto  $B$  interseção de  $c_1$  com  $r$ , circunferên-

cia  $c_2$  com centro em  $A$  passando por  $B$ , circunferência  $c_3$  com centro em  $B$  passando por  $A$ , pontos  $C$  e  $D$  interseção das circunferências  $c_2$  e  $c_3$ , reta  $p$  passando por  $C$  e  $D$ )<sup>7</sup>. O elemento resultante é uma figura dinâmica, no sentido discutido acima: ao se movimentar os elementos iniciais (os objetos livres), a situação de perpendicularidade permanece (devido às propriedades geométricas usadas da construção).

Nos ícones de identificação das ferramentas do GeoGebra tem-se um código de cor que informa, implicitamente, esta relação funcional. Elementos iniciais da construção estão na cor azul e preta e elementos finais estão na cor vermelha. Observe as cores na figura 2.7, onde estão indicadas as ferramentas de reta perpendicular, reta paralela, mediatriz de segmento e bissetriz de ângulo. Em todos os ícones, as cores azul e preta indicam os elementos iniciais (independentes) e a cor vermelha indica o elemento resultante (que depende dos elementos iniciais).

Figura 2.7: Cores dos ícones das ferramentas



Fonte: o autor.

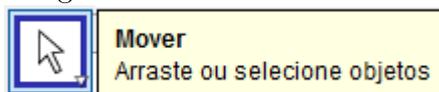
Estas duas características da MD - a figura dinâmica e a relação funcional entre elementos geométricos - já mostram novas possibilidades de registros de representação semiótica. No que segue, são apresentadas algumas ferramentas do GeoGebra, e também alguns procedimentos de construção, que ilustram o potencial dos registros dinâmicos de representação que nele se tem.

Iniciando com a ferramenta Mover (Dragging) - é o recurso para selecionar ou movimentar elementos geométricos que estão na janela de visualização do GeoGebra

<sup>7</sup>Todos estes passos da construção apresentados são procedimentos implícitos para o usuário do GeoGebra, pois o software os automatiza através da ferramenta *Reta Perpendicular*. Algo semelhante acontece para todas as outras ferramentas do software. Vale lembrar que estes passos da construção apresentados, são as etapas que deveriam ser feitas no papel, com régua e compasso, para se obter uma reta perpendicular a  $r$  passando por  $P$ .

(pontos, segmentos, retas, círculo, dentre outros). Na barra de ferramentas é o ícone em formato de ‘seta’ (ver figura 2.8) e diferentes símbolos são a ele associados na janela de visualização. Nesta janela, quando se movimenta o mouse livremente, ele aparece no formato de pequena ‘cruz’, e se um elemento estiver selecionado volta para o formato de ‘seta’. Na mesma janela, com o botão direito do mouse pressionado, se não houver elemento selecionado, ele aparece como uma ‘mão fechada’ permitindo mover toda a janela; sobre um elemento livre o *mouse* aparece como uma ‘mão semi-aberta com o indicador e polegar estendidos’ permitindo mover aqueles elementos; e quando estiver sobre elemento que não pode ser movido, ele aparece como uma ‘seta’. Estas diferentes funções da ferramenta Mover dizem sobre seu potencial do registro dinâmico de representação semiótica<sup>8</sup>, pois estão relacionadas tanto a diferentes símbolos e implicações de uso quanto às propriedades matemáticas subjacentes ao dinamismo e à possibilidade de movimento ou não de cada elemento.

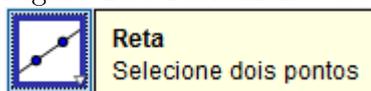
Figura 2.8: Ferramenta mover



Fonte: o autor.

As próximas ferramentas a serem analisadas têm potencial do registro dinâmico de representação semiótica que é provocador de construção de conhecimento em geometria. São elas: Reta, Reta Paralela, Reta Perpendicular, Intersecção de Dois Objetos, Círculo dados Centro e Um de seus Pontos, Compasso.

Figura 2.9: Ferramenta Reta



Fonte: o autor.

<sup>8</sup>O registro dinâmico de representação semiótica, ou apenas registro dinâmico, não é um dos registros classificados e utilizados por Duval (1995a). Para o caso das figuras geométricas, por exemplo, Duval utiliza o termo *registro figural*. Mas é o dinamismo e as propriedades subjacentes a ele, que conferem à representação objetos geométricos em softwares de MD características específicas, de modo que passam a ser classificados como *registro figural dinâmico*, conforme Salazar e Almouloud (2015). Estas características específicas de representação em softwares de MD são apresentados na continuidade deste texto, e como estes softwares também permitem a representação de elementos algébricos e gráficos, por exemplo, neste texto é utilizada a expressão *registro dinâmico* para se referir aos elementos representados nestes softwares.

O uso desta ferramenta exige a seleção (ou criação) de dois pontos; aqui está sendo respeitado o axioma primeiro da geometria euclidiana, a saber, ‘existe e é única a reta que passa por dois dados pontos’. Quando se aproxima o cursor de qualquer um dos pontos, aparece o ícone da ‘mão indicadora’ e então é possível manipular qualquer um dos pontos e isto faz com que a reta mude de direção e posição. Mas a reta pode ser também manipulada, de modo a mudar de posição sem mudar de direção – neste caso, a mão indicadora ‘segura’ a reta e faz deslocamento paralelo (translação).

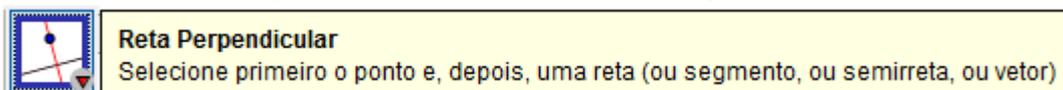
Figura 2.10: Ferramenta Interseção de Dois Objetos



Fonte: o autor.

Esta ferramenta provoca, de forma muito evidente, a ideia de intersecção de conjunto de pontos. Tendo-se na tela, por exemplo, uma reta que corta um círculo, selecionando-se o círculo e depois a reta ( a ‘cruz’ se transforma em ‘mão indicadora’ quando o mouse se aproxima de cada um dos objetos geométricos) são criados os dois pontos de intersecção, no caso da reta ser secante ao círculo.

Figura 2.11: Ferramenta Reta Perpendicular



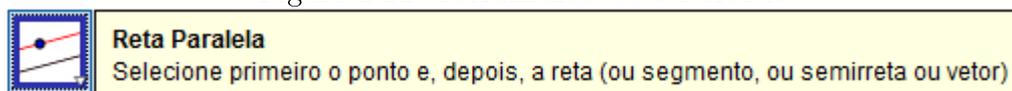
Fonte: o autor.

Para usar a ferramenta *Reta Perpendicular*, é preciso já ter na janela do GeoGebra uma reta e um ponto. O procedimento de uso da ferramenta é: seleciona-se a reta (ou segmento, ou semi-reta, ou vetor) que informa a direção em relação à qual vai ter-se a perpendicularidade e seleciona-se o ponto pelo qual vai passar a reta perpendicular. O potencial do registro dinâmico de representação semiótica desta ferramenta está na relação funcional que associa ao par (reta  $r$ , ponto  $P$ ) a reta  $p$  perpendicular que depende da reta e do ponto informados.

Nossa experiência registra que iniciantes no GeoGebra sempre têm dificuldade na utilização desta ferramenta. Por exemplo, tendo um segmento na janela de visualização do GeoGebra e tendo sido feita a escolha da ferramenta *Reta Perpendicular*, o usuário interpreta que basta escolher o ponto extremidade do segmento para que se concretize a

construção da reta perpendicular. Vê-se aqui uma forte interferência da imagem visual ‘retas perpendiculares se cortam em ângulo reto’; diríamos que é esta imagem que paralisa o usuário nas escolhas que devem ser feitas para que a ferramenta responda de forma satisfatória. O uso da mesma provoca, no usuário, o entendimento da relação que associa ao par (reta, ponto) uma nova reta, a saber a reta perpendicular. E mais, a relação é evocada no dinamismo da figura: o movimento do ponto  $P$  provoca movimento da reta  $p$ , com perpendicularidade constante – vê-se uma reta deslizando (perpendicularmente) e a outra fixa; o movimento nos pontos que determinam a reta  $r$  provoca mudanças de posição das duas retas – vê-se o movimento de duas retas com perpendicularidade, entre elas, mantida.

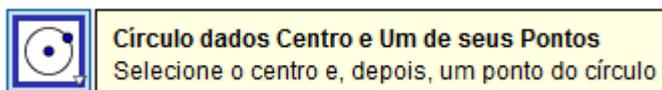
Figura 2.12: Ferramenta Reta Paralela



Fonte: o autor.

Do mesmo modo funciona o menu *Reta Paralela*, quanto ao potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica. De início, é preciso ter na tela do GeoGebra uma reta e um ponto exterior. O procedimento de uso da ferramenta é: seleciona-se a reta que informa a direção em relação à qual vai se ter o paralelismo e seleciona-se o ponto pelo qual vai passar a reta paralela. Aqui, de novo graças aos desenhos prototípicos de retas paralelas, o usuário iniciante tem dificuldade no entendimento da relação que ao par (reta  $r$ , ponto  $P$ ) associa a reta  $s$  paralela dependente da reta e do ponto informados. O uso da ferramenta *Reta Paralela* provoca o entendimento desta relação funcional. Este é o seu maior potencial. E mais, a relação funcional é evocada no dinamismo da figura: o movimento do ponto  $P$  provoca movimento da reta  $s$ , com paralelismo constante – vê-se uma reta deslizando (paralelamente) e a outra fixa; o movimento nos pontos que determinam a reta  $r$  provoca mudanças de posição das duas retas – vê-se o movimento de duas retas com paralelismo rígido.

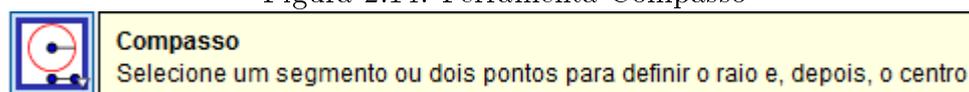
Figura 2.13: Ferramenta Círculo dado Centro e Um de seus Pontos



Fonte: o autor.

A ferramenta Círculo depende de dois pontos na tela do GeoGebra. Ao se fazer a seleção do primeiro ponto tem-se a indicação para o centro do círculo e neste momento já se obtém o círculo desenhado na tela, mas na espera de indicação do ponto pertencente a ele, este o segundo a ser indicado. O procedimento de uso da ferramenta círculo, deixa evidente que a sua determinação depende de dois pontos. É muito comum, nas primeiras construções, os alunos ficarem surpresos quando, feita a construção, ao movimentarem o ponto centro do círculo ele deixa de passar pelo segundo ponto; aqui tem-se um caso de construção que aparentemente contém o segundo ponto, pois não houve o cuidado de fazer a seleção cuidadosa, com o mouse, do segundo ponto (a ‘cruz’ deve se transformar em ‘mão indicadora’ ao se aproximar do segundo ponto). Feito o círculo, ele também pode ser movimentado rigidamente<sup>9</sup> (transladado), e isto acontece quando o mouse se aproxima da curva e a ‘cruz’ se transforma em ‘mão indicadora’.

Figura 2.14: Ferramenta Compasso



Fonte: o autor.

Esta ferramenta, também constrói um círculo, mas com procedimento muito diferente do anterior. O seu uso depende de três pontos na tela. A seleção dos dois primeiros pontos informa o tamanho do raio do círculo, e tem-se de imediato o círculo desenhado na tela, na espera de seleção do ponto que vai ser o seu centro. Feita a construção, a manipulação do ponto que é o centro provoca deslocamento rígido; para mudar o tamanho do raio, é preciso manipular os dois pontos iniciais e, neste caso, o centro do círculo fica fixo. Aqui tem-se o compasso como instrumento para construção de segmentos em congruência.

Figura 2.15: Ferramenta Rotação em torno de um ponto



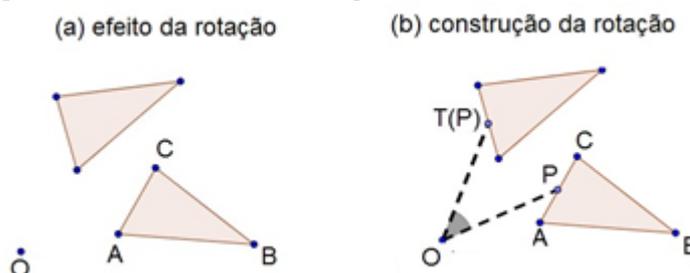
Fonte: o autor.

Um aspecto diferente do potencial dos registros dinâmicos que merece destaque, e que também diz respeito a tratamentos do registro figural, são as ferramentas

<sup>9</sup>Está se utilizando a expressão ‘movimento rígido’ para indicar o deslocamento da figura pela tela, sem que haja modificações em suas características ou formato.

que podem ser classificadas como sendo do tipo ‘caixa-preta’. Dependendo do nível de conhecimento em geometria, não é claro o efeito geométrico produzido pelo uso da ferramenta, ou seja, tem-se uma construção geométrica, mas não se conhece o procedimento que realiza a construção, daí o nome ‘caixa-preta’. Como exemplo, temos na Figura 2.16, parte (a), o efeito da aplicação da ferramenta *Rotação em torno de um ponto* no triângulo ABC. O uso da ferramenta depende da seleção do triângulo a ser rotacionado, da seleção do ponto que vai ser o centro da rotação e da seleção do valor da medida do ângulo de rotação, e assim é produzido o segundo triângulo. Para um sujeito que não conhece a definição matemática de rotação, não é simples o entendimento do efeito produzido pela ferramenta *Rotação*. A Figura 2.16, parte (b), mostra o procedimento de construção oculto na ‘caixa-preta’: para cada ponto P do triângulo ABC, tem-se um correspondente ponto T(P) tal que os segmentos OP e OT(P) são congruentes entre si, e o ângulo por eles determinado tem medida constante e igual ao valor de medida de ângulo informado.

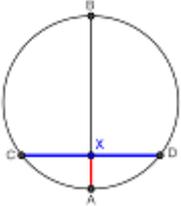
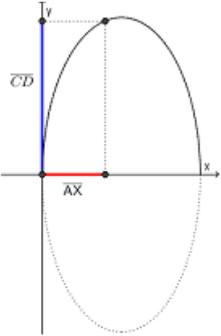
Figura 2.16: Efeito da Rotação em torno de um ponto



Fonte: o autor.

Todas as ferramentas descritas acima e os efeitos por elas produzidos correspondem a tratamentos no registro figural. Agora, se passa a analisar uma situação de registros dinâmicos que envolve tratamento e conversão de registros e é importante dizer que os diferentes tipos de registros têm uma dinâmica sincronia.

Tabela 2.3: Tratamento e conversão no registro dinâmico

Situação	Explicação
Tratamento na figura dinâmica 	Na figura dinâmica tem-se: um círculo, um diâmetro $\overline{AB}$ , um ponto $X$ sobre o diâmetro, uma corda $\overline{CD}$ perpendicular ao diâmetro contendo o ponto $X$ . A manipulação do ponto $X$ , um tratamento no registro, mostra que os comprimentos dos segmentos $\overline{AX}$ e $\overline{CD}$ apresentam uma relação especial.
Conversão de registro figural para registro gráfico 	No sistema de coordenadas está representado o ponto com coordenadas correspondentes, respectivamente, às medidas dos segmentos $\overline{AX}$ e $\overline{CD}$ . A partir da manipulação do ponto $X$ , no registro figural acima, o ponto no sistema de coordenadas se desloca e com o recurso <i>Rastro</i> é desenhado o gráfico da função que relaciona o comprimento de $\overline{AX}$ com o comprimento de $\overline{CD}$ . O gráfico também pode ser construído via a ferramenta <i>Lugar Geométrico</i> – esta ferramenta informa o lugar geométrico do ponto construído no sistema de coordenadas, de acordo com o movimento do ponto $X$ na figura dinâmica. Vê-se que o gráfico desta função tem uma forma elíptica (semielipse com $y > 0$ ).

continua na próxima página

Tabela 2.3: Tratamento e conversão no registro dinâmico (continuação)

Situação	Explicação
Conversão do registro gráfico para o registro algébrico  $y = 2\sqrt{2xr - x^2}$	Para que a relação entre $\overline{AX}$ e $\overline{CD}$ possa ser caracterizada como função no registro algébrico, $\overline{AX}$ deverá ser indicada como variável independente. Deste modo, considerando a circunferência inicial com raio $r$ , o gráfico desta relação será dada pela metade de uma elipse com eixo maior vertical, com centro no ponto $(r, 0)$ , eixo maior de comprimento $4r$ e eixo menor de comprimento $2r$ . Com a criação de cinco pontos na curva, obtida como lugar geométrico, e a aplicação da ferramenta <i>Cônica por cinco pontos</i> , se constrói a elipse que se sobrepõe parcialmente ao gráfico da função (pois é uma semi-elipse) e junto é informada a equação da elipse.

Fonte: o autor.

Esta última situação analisada mostra um recurso importante do GeoGebra: a possibilidade de articular os registros figural, gráfico e algébrico. O exemplo também serve para ilustrar uma atividade que explora o conceito de função, a partir de uma situação de variabilidade geométrica, o que seria uma nova abordagem para o estudo de funções na escola.

Finaliza-se esta seção com um exemplo de construção geométrica que ilustra de que modo recursos disponíveis no GeoGebra podem ser usados para provocar as diferentes apreensões cognitivas elencadas por Duval, no processo de tratamentos e conversões de registros figurais. No exemplo, ilustrado na figura 2.17, tem-se a construção do círculo que contém os três vértices de um triângulo.

A realização da construção depende de apreensão sequencial<sup>10</sup> – são os passos de construção, a serem implementados através de diferentes ferramentas do GeoGebra.

<sup>10</sup>É um dos tipos de apreensão cognitiva (DUVAL, 1995b) apresentadas na página 22 deste texto: apreensão sequencial, discursiva, perceptiva e operatória.

No caso, os passos de construção são: triângulo  $ABC$ , retas mediatrizes dos lados  $AB$  e  $BC$ , ponto de intersecção das duas retas (o ponto  $O$ ), e finalmente o círculo com centro no ponto  $O$  e passando pelo vértice  $A$  do triângulo. Vê-se na apreensão sequencial um tratamento no registro figural.

Feita a construção, a apreensão discursiva, junto com a apreensão sequencial, pode ser recuperada com revisão dos passos de construção – estes são os recursos *Protocolo de construção* e a *Barra de Navegação*<sup>11</sup> destacados em verde e amarelo, respectivamente, na figura 2.17. O *Protocolo de construção*, além de apresentar a sequência de passos, o faz com a indicação da descrição das propriedades geométricas envolvidas (por exemplo, reta perpendicular a  $r$  passando por  $A$ ). O recurso *Barra de Navegação* permite que o usuário reveja os passos da construção, no ritmo que o mesmo desejar. Vê-se aqui uma conversão de registro figural para registro língua natural.

Figura 2.17: Protocolo

The screenshot shows the GeoGebra interface. The main workspace displays a triangle with vertices A, B, and C. A circle is constructed with center O, which is the intersection of the perpendicular bisectors of sides AB and BC. The construction protocol panel on the right lists the following steps:

N.	Nome	Definição	Valor
3	Ponto C		$C = (3.2, 1.1...)$
4	Triângulo ...	Polígono A, B, C	$pol1 = 0.31$
4	Segmento c	Segmento [A, B] de Triângulo pol1	$c = 0.71$
4	Segmento a	Segmento [B, C] de Triângulo pol1	$a = 0.96$
4	Segmento b	Segmento [C, A] de Triângulo pol1	$b = 1.4$
5	Reta d	Mediatriz de c	$d: 0.08x + 0.0...$
6	Reta e	Mediatriz de a	$e: -0.83x + ...$
7	Ponto O	Ponto de intersecção de d, e	$O = (3.08, 2.0...$
8	Círculo f	Círculo por A com centro O	$f: (x - 3.08)^2 + ...$

Fonte: o autor.

Quanto a apreensão perceptiva, é com a manipulação dos vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$  que a figura dinâmica revela a estabilidade da relação do círculo com o triângulo – mesmo sem ter sido declarado nos passos de construção, o círculo contém também os vértices  $B$

<sup>11</sup>O GeoGebra possui interface que pode ser adaptada pelo usuário, de acordo com o conteúdo matemático sob estudo (geometria, funções, matrizes, vetores, etc). O software também permite que recursos complementares sejam exibidos.

e C do triângulo. E, finalmente, tem-se a provocação quanto à apreensão operatória, a saber, a apreensão que vai explicar a regularidade que se vê na figura construída. Novos elementos geométricos precisam ser agregados à figura, no caso os segmentos  $BO$  e  $CO$ , para que se evidencie a congruência de triângulos que explica a regularidade. Nestas duas apreensões tem-se, novamente, tratamentos no registro figural, mas que são diferentes quanto à complexidade. No caso da apreensão perceptiva, é um tratamento que resulta em diferentes instâncias de representação da figura ‘triângulo com círculo passando pelo vértice A’; no caso da apreensão operatória, tem-se tratamento que exige a inclusão de novos elementos geométricos na figura.

A discussão feita até aqui procurou mostrar a importância dos registros de representação na construção do conhecimento matemático e avançou com discussão sobre o potencial dos registros dinâmicos de representação que se tem no GeoGebra – os tratamentos e conversões de registros podem ser provocados através do uso de diferentes ferramentas. Na próxima seção vai se de entender os esquemas de utilização que podem transformar um artefato, como o GeoGebra, em um instrumento, conforme proposto por Rabardel (1995a).

### 2.3 Sobre a apropriação dos registros dinâmicos de representação semiótica: a abordagem instrumental

Nesta seção se utilizará como referência principal o trabalho de Rabardel publicado sob o título *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains*, em 1995. Sempre que feita referência a este autor, se estará considerando este trabalho, a menos que seja feita outra indicação.

A teoria desenvolvida por Rabardel, referida como Abordagem Instrumental, trata do entendimento das ações e reações de um sujeito que interage com um artefato. O artefato é um dispositivo material ou simbólico ao qual são associados esquemas de utilização – estes esquemas podem ser previsíveis para um determinado artefato, mas também podem ser esquemas novos que se constroem nas interações do sujeito com o artefato. A Abordagem Instrumental tem origem na área da ergonomia cognitiva que “estuda os aspectos comportamentais e cognitivos da relação entre o homem e os elementos físicos

e sociais do ambiente, quando esta relação é mediada pelo uso de artefatos” (CAÑAS; WAERNS, 2001, p. 4, tradução nossa). A ergonomia cognitiva, portanto, estuda como os processos cognitivos afetam ou são afetados na relação entre o homem e ambiente sociocultural (ABRAHÃO; SILVINO; SARMET, 2005) através dos artefatos.

É uma teoria que tem raízes nas ideias de Vygotsky (1930/1985), quando considera que o processo de apropriação de um artefato também modifica o indivíduo, em termos cognitivos e comportamentais. Segundo Rabardel (1995a, p. 23), a abordagem instrumental se coloca como uma contribuição à reflexão teórica e ao exame empírico das relações homem e sistemas técnicos, com foco no humano. A teoria analisa as relações do sujeito com o artefato, com atenção especial aos esquemas de utilização necessários para a realização de uma atividade, através do artefato. Assim, no seu construto teórico, tem-se três elementos fundamentais: o sujeito, isto é, o indivíduo que realiza a ação; o artefato, isto é, o dispositivo mediador da ação; os esquemas de utilização, isto é, os esquemas relativos à utilização do artefato para realização de uma atividade, com padrões invariantes de comportamentos para uma certa classe de situações.

É importante observar que o conceito de ‘esquemas de utilização’ tem raízes no conceito de ‘esquema’ introduzido por Piaget e no conceito posteriormente refinado por Vergnaud (1991, p. 136-142). Para Vergnaud, um esquema tem quatro elementos: antecipação e metas (objetivos a serem atingidos), regras de ação (conduzem a ação do sujeito a partir da busca de informações e controle dos resultados em ação), inferências (raciocínio que avalia as situações imediatamente) e invariantes operatórios (conhecimentos contidos nos esquemas que dirigem o reconhecimento do indivíduo).

Rabardel, considerando as interações do sujeito com o artefato, com o objetivo de realização de uma atividade, particulariza o conceito de ‘esquema’ ao introduzir os ‘esquemas de utilização’ e fazer uma classificação em duas categorias:

- os esquemas de uso: são aqueles que estão presentes em ações específicas e diretamente relacionadas com o artefato, e que respondem pelas tarefas secundárias (*tâches secondes*), a serem executadas como parte de uma tarefa maior. São esquemas elementares e necessários na realização da tarefa maior, e que dizem respeito a gestão de características e particularidades do artefato.

- os esquemas de ação instrumentada: são aqueles que englobam esquemas de uso em uma totalidade, e que respondem pela realização da tarefa primordial - a tarefa maior (*tâches premières*). São esquemas complexos, associados a uma significação global das tarefas que realizam a tarefa maior.

Para ilustrar os construtos elencados acima, pode se considerar um exemplo de Rabardel (1995a, p. 92): o artefato é um carro, o sujeito é o motorista e o esquema de ação instrumentada é “realizar uma ultrapassagem”. O sujeito precisa coordenar uma série de esquemas de uso (elementares) e é esta coordenação que vai constituir o esquema de ação instrumentada (complexo) que garante a realização da ultrapassagem. Dentre os esquemas de uso que participam do esquema de ação instrumentada tem-se, por exemplo: olhar no espelho retrovisor, ligar o pisca-pisca ou seta, acelerar o carro, girar o volante. A ultrapassagem é uma ação instrumentada - para realizar a ultrapassagem, não basta o motorista ter domínio dos esquemas de uso listados; é necessário o domínio de um esquema formado por uma totalidade articulada e simultânea de esquemas de uso - este é o esquema de ação instrumentada.

Na teoria da Abordagem Instrumental, artefato e instrumento são conceitos diferenciados. Um instrumento deve ser entendido como um artefato ao qual estão agregados esquemas de utilização e, assim, o instrumento é um construto psicológico individual. Parte da figura 2.18 na página 39 ilustra o instrumento como combinação de artefato e esquemas de utilização.

Feita esta diferenciação, fica mais fácil entender que é de forma gradual e progressiva que um artefato se transforma em instrumento, pois é um processo que depende da adaptação de esquemas familiares pré-existentes e/ou da criação de novos esquemas. Este processo de transformação do artefato em instrumento é o que Rabardel denomina de Gênese Instrumental. Retomando o exemplo dado acima, o artefato carro se transforma em instrumento de ultrapassagem quando o motorista utiliza o esquema de ação instrumentada ‘realizar uma ultrapassagem’.

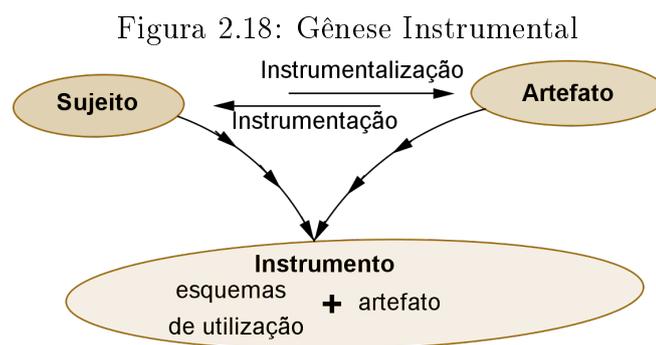
As palavras de Drijvers e Trouche ajudam a realçar as características do conceito de instrumento:

Somente depois que o usuário toma consciência de como o artefato pode estender suas capacidades para um determinado tipo de tarefa relevante, e depois que ele tenha desenvolvido meios de usar o artefato para esta finalidade específica, o artefato se torna parte de um instrumento valioso e útil que medeia a atividade. (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 6, tradução nossa)

O processo da gênese instrumental possui duas dimensões (RABARDEL, 1995a, p. 110, 111):

- o processo de instrumentalização (com efeitos no artefato) que se caracteriza pela emergência e evolução de componentes do artefato, através de seleção, reagrupamento e instituição de funções; pela criação de ‘atalhos’ de uso, e até mesmo pela criação de função que expande as possibilidades de uso do artefato.
- o processo de instrumentação (com efeitos no sujeito) que diz respeito ao surgimento e evolução dos esquemas de utilização, a partir das potencialidades e/ou limitações do artefato.

Tanto o conceito de instrumento quanto as dimensões do processo de gênese instrumental, estão ilustradas na figura 2.18.



Fonte: elaboração do autor a partir de Rabardel (1995a)

Nas palavras de Rabardel:

as elaborações instrumentais do usuário são, portanto, ambas dirigidas para si mesmo, o que é a dimensão do processo de gênese instrumental que nós referimos como instrumentação, e voltada para o artefato, é a dimensão da instrumentalização. (1995a, p. 110, tradução nossa)

Ou seja, ambos os processos são resultantes da ação do sujeito.

No processo de instrumentação, o resultado da ação tem reflexos nos esquemas de utilização do sujeito, na sua constituição, no seu funcionamento e na sua evolução.

A descoberta gradual das propriedades (intrínsecas) do artefato pelos sujeitos é acompanhada pela acomodação de seus esquemas, mas também de mudanças de significação do instrumento resultante da associação do artefato a novos esquemas. [...] A criação de esquemas, a assimilação de novos artefatos aos esquemas (dando assim uma nova significação aos artefatos), a acomodação de esquemas (contribuindo para a sua mudança de significação), são constitutivas desta segunda dimensão de gênese instrumental: o processo de instrumentação. (1995a, p. 116, 117, tradução nossa)

Na instrumentalização, o resultado da ação tem reflexos no modo de funcionamento do artefato, e assim este processo pode também ser definido como sendo aquele com o qual o sujeito enriquece as propriedades do artefato; é um processo que age sobre as propriedades intrínsecas do artefato, e que pode mesmo implicar em nova função para o artefato (por exemplo, usar o martelo para fazer algo diferente para o qual foi concebido).

Em ambos os processos, a estruturação, o controle e regulação das ações são fundamentais para que se constitua o instrumento, nos seus dois componentes: o artefato e os esquemas de utilização. Isto porque, no processo de instrumentalização, as ações do sujeito interferem nas funções do artefato; enquanto na instrumentação, as ações do sujeito, frente às possibilidades e restrições do artefato, interferem nos seus próprios esquemas de utilização.

A teoria da Abordagem Instrumental, produzida no contexto de pesquisas que tratam da ergonomia do trabalho conforme já mencionado, vem sendo, nos últimos anos, transposta para pesquisas que tratam do processo de inserção de recursos digitais (especialmente softwares) nas práticas escolares. Conforme diferentes autores (ARTIGUE, 2002a; DRIJVERS; TROUCHE, 2008; GRAVINA; BARRETO; NOTARE, 2013; HASPEKIAN, 2013), a Abordagem Instrumental é um promissor quadro teórico para tratar o uso de tecnologia digital na educação matemática. Isto porque ela permite a análise da constituição de esquemas de utilização que contribuem para o processo de aprendizagem da matemática, e também leva em consideração a utilização, de caráter não trivial, de tais ferramentas.

A diferença estabelecida entre artefato e instrumento é um construto teórico, introduzido por Rabardel, que ajuda, em parte, a esclarecer a demora com que os recursos digitais estão sendo integrados nas práticas de ensino. Uma questão crucial, e cuja resposta pode ajudar na direção de uma maior integração de recursos digitais nas práticas escolares, é: de que forma um software se transforma em instrumento? Em Drijvers e Trouche tem-se uma resposta:

falamos de um instrumento quando existe uma significativa relação entre o artefato e o usuário para lidar com determinado tipo de tarefa - no nosso caso, uma tarefa matemática - que o usuário tem a intenção de resolver. [...] Particularmente para ferramentas matemáticas, que podem ser consideradas ‘extensões da mente’ em vez de extensões do corpo, esses processos mentais são essenciais. Portanto, o instrumento é composto tanto pelo artefato quanto pelos esquemas mentais que o acompanham e que o usuário desenvolve para usá-lo na execução de tipos específicos de tarefas. (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 6, tradução nossa)

E quando um aluno tem à disposição um tal instrumento, novas são as possibilidades para pensar e fazer matemática, para construir conhecimento em matemática. São possibilidades que podem contribuir de forma substancial com a aprendizagem matemática a ser potencializada pelo professor em sala de aula.

O processo de transformação de um software em instrumento é complexo. Isto porque o construto psicológico associado ao software vai se constituindo, de forma gradual, nas interações sujeito-artefato, através da instrumentação e da instrumentalização. Existe um consenso de que “é uma evolução contínua, não-trivial e demorada” (DRIJVERS et al., 2010, p. 108, tradução nossa).

Na apropriação de um software de matemática, pode-se dizer que o processo de instrumentação é o que tem maior peso e é o mais importante. Esta particularidade de uma gênese instrumental foi considerada por Rabardel, quando ele diz que: “ambos os processos contribuem conjuntamente para o surgimento e evolução dos instrumentos, embora, dependendo da situação, um deles pode ser mais desenvolvido, dominante ou o único utilizado” (RABARDEL, 1995a, p. 112, tradução nossa).

Um exemplo de Artigue (2002a) ajuda a entender o processo de instrumentação - aquele que diz respeito ao surgimento e evolução dos esquemas de utilização, a partir das potencialidades e/ou limitações do artefato. Usando calculadora científica

para estudar a função  $f(x) = x(x + 7) + \frac{9}{x}$ , os alunos deveriam obter um gráfico acurado da função e então fazer conjecturas e buscar explicações sobre o seu comportamento. Na sua grande maioria, se defrontaram com o problema de dimensionamento da tela de representação gráfica, que dependia de alguns procedimentos simples na calculadora (a função proposta foi cuidadosamente escolhida de forma a exigir tal redimensionamento). Nesta atitude é possível identificar dificuldades que dizem respeito ao esquema de uso para o ‘recurso *zoom-in/zoom-out*’ disponível na calculadora. Já os poucos alunos que redimensionaram adequadamente a tela gráfica, avançaram em conjecturas e explicações sobre relações entre o formato do gráfico e a expressão algébrica, e aqui, neste caso, é possível identificar um esquema de ação instrumentada para ‘estudar o comportamento de uma função’, constituído por uma totalidade de esquemas de uso, dentre eles ‘digitar a expressão da função’ e ‘dimensionar a tela gráfica’.

Segundo Drijvers (2003), os esquemas de ação instrumentada são coerentes e significativos esquemas mentais para utilização de um artefato digital com a intenção de resolver um problema. E mais, são esquemas que têm duas dimensões: uma técnica, relacionada às ações diretas no software; e uma conceitual ou mental, que inclui entendimento de ideias e propriedades matemáticas, e que também dá sentido à dimensão técnica. Artigue (2002a) também destaca esta dialética entre características conceituais e técnicas dos esquemas de utilização quando se usa um software de matemática.

No que segue, retoma-se os diferentes construtos da teoria da Abordagem Instrumental para explicitar uma possibilidade de processo de apropriação do software GeoGebra. Entenda-se por apropriação o domínio para o uso do potencial dos registros dinâmicos de representação para construir e produzir conhecimento em matemática.

A apropriação dos registros dinâmicos de representação semiótica não é um processo simples, pois depende de desenvolvimento de habilidades, depende de experiência de uso, depende da incorporação de novas atitudes cognitivas, dentre elas:

- entender uma figura dinâmica como uma coleção de desenhos que guardam, em comum, algumas características geométricas - um exemplo é a altura do triângulo<sup>12</sup>;

---

<sup>12</sup>Situação comentada na página 15 deste texto.

- construir figuras com estabilidade geométrica - um exemplo é o quadrado ‘a mão livre’ e quadrado com estabilidade<sup>13</sup>;
- identificar propriedades a partir das características do dinamismo da figura - triângulo e círculo aparentemente iguais mas que no dinamismo têm comportamentos diferentes.

É através dos esquemas de utilização que se constituem as interações do sujeito com o GeoGebra. Quanto à gênese instrumental para uso do GeoGebra, é sobretudo no processo de instrumentação que estamos interessados. Apenas a título de esclarecimento, de forma breve, é possível elencar algumas das ações relacionadas com o processo de instrumentalização: escolher a configuração da barra de ferramentas, a disposição das janelas, usar ‘atalhos’ existentes para realizar as construções geométricas de modo mais rápido, criar novas ferramentas, etc.

No processo de instrumentação acontece o desenvolvimento de esquemas de utilização, a serem incorporados pelo sujeito, de modo que o GeoGebra se transforme em instrumento para pensar e construir conhecimento matemático. São esquemas que estão em relação direta com as características dos itens disponíveis na barra de ferramentas do GeoGebra, discutidos na seção 2.2, e também com as atividades de tratamentos e conversões de registros, também discutidos naquela seção. Tanto nos esquemas de uso quanto nos esquemas de ação instrumentada, ambos desdobramentos dos esquemas de utilização, é preciso atenção tanto à dimensão técnica quanto à dimensão conceitual.

Ambos os esquemas envolvem ações do sujeito que interferem, alteram e enriquecem os seus esquemas. Por exemplo, a atividade de construir uma circunferência inscrita em um triângulo exige um elaborado processo de tratamento no registro figural. Neste caso, os esquemas de uso ‘construir triângulo’ e ‘construir circunferência’ não são suficientes para realizar a atividade. Para realizar a tarefa, é necessário um esquema de ação instrumentada, que exige técnica e conceito, que se constitui em uma totalidade de esquemas de uso.

Os esquemas de uso exigem conhecimentos sobre propriedades da bissetriz de ângulo, sobre propriedades de reta tangente à circunferência. É este conhecimento de

---

<sup>13</sup>Exemplo comentado na página 25 deste texto.

conceitos e propriedades, junto com o conhecimento técnico (saber usar as ferramentas do GeoGebra), que constitui o esquema de ação instrumentada que produz a configuração geométrica desejada, a saber: construir triângulo, construir bissetriz de dois dos ângulos do triângulo, construir o ponto  $O$  de intersecção das duas bissetrizes, construir reta perpendicular a um dos lados do triângulo passando pelo ponto  $O$ ; construir círculo com centro em  $O$  e passando pelo ponto de intersecção entre a reta perpendicular e o lado do triângulo.

Os esquemas são fruto de situações experimentadas pelo indivíduo, que vivendo em sociedade também recebe influências culturais, de modo que “todos os esquemas possuem aspectos individuais e sociais” (TROUCHE, 2004, p. 289, tradução nossa). Deste modo, os esquemas relacionados ao software de MD podem ser fruto da experiência individual na sua utilização, bem como oriundos de experiências de outros indivíduos que são compartilhadas<sup>14</sup> em sociedade.

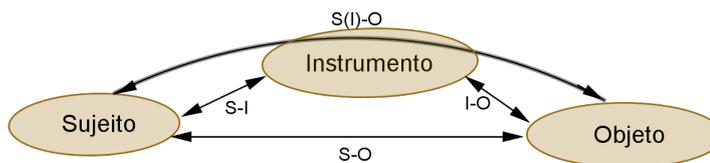
Entendido o modo como se dá a transformação de um artefato em instrumento, finalizamos o capítulo trazendo a tríade sujeito-objeto-software, e as ideias de Vygotsky que articulam a relação do sujeito com o objeto com a mediação do instrumento. No que segue, vamos tomar como instrumento o software GeoGebra e como objeto o conhecimento matemático.

Para analisar as relações entre o sujeito e o objeto, mediadas pelo instrumento, Rabardel propõe o modelo de Situações de Atividades Instrumentadas (SAI), pois “mostra a multiplicidade e complexidade das relações e interações entre os diferentes polos, sem relação alguma com a habitual modelagem bipolar de situações de interação sujeito-objeto” (1995a, p. 52, tradução nossa). No modelo SAI, a interação entre sujeito e objeto [S-O] continua sendo analisada, mas outras relações entre os polos são enfatizadas: interação entre sujeito e instrumento [S-I], interações entre instrumento e objeto [I-O], e também a interação entre sujeito e objeto mediada pelo instrumento [S-I-O] (RABARDEL, 1995b).

---

<sup>14</sup>Este compartilhamento pode ocorrer através do diálogo com colegas, da simples observação do uso por outro sujeito, de vídeos demonstrativos disponibilizados na internet, em cursos de formação específica em que o instrutor compartilha suas experiências com os aprendizes, etc.

Figura 2.19: Situações de Atividades Instrumentais



Fonte: adaptado de Rabardel (1995a, p. 53)

Além das relações evidenciadas, é importante considerar que o ambiente também influencia cada um dos polos da relação, bem como cada uma das interações já apresentadas, ampliando ainda mais as possibilidades de análise.

No caso em que o instrumento é o software GeoGebra e o objeto é o conhecimento matemático, o modelo SAI permite observar que:

1. com seus registros dinâmicos, os softwares permitem que o sujeito construa conhecimentos matemáticos [S-I-O] distintos daqueles que obteria sem a utilização do mesmo [S-O]. Esta potencialidade dos aplicativos reside no recurso dinâmico. Em particular, as figuras dinâmicas possibilitam a observação de invariantes geométricos e de relações entre variáveis, e assim o instrumento tem um status de laboratório de experimentação e simulação geométrica.
2. as dificuldades na realização de alguma atividade podem ser analisadas separadamente, tanto pela relação direta [S-O] quanto indireta [S-I-O], permitindo a identificação de dificuldades relativas ao uso do software [S-I], que são distintas das dificuldades relacionadas ao objeto.

De acordo com a forma de uso, o instrumento pode ser entendido sob três pontos de vista (RABARDEL, 1995a, p.71-72):

- entidade intermediária: é o ponto de vista mais utilizado, quando o instrumento é visto como elemento intermediário, entre o sujeito utilizador do instrumento, e o objeto sobre o qual a ação é dirigida. A característica principal é a dupla adaptação tanto ao sujeito e quanto ao objeto, levando em consideração as propriedades materiais, mas também cognitivas e semióticas em função do tipo de atividade que está envolvido.

- meio de ação: neste ponto de vista o enfoque está na ação realizada, e dependendo da natureza da ação, temos diferentes tipos de instrumentos<sup>15</sup>.
- conhecimento: quando consideramos que o instrumento é o uso específico que fazemos da ferramenta em dada situação, mas que possui uma conotação mais geral, dado que este uso poderá ser readaptado em uma classe de situações similares. Deste modo, a ferramenta permite a “cristalização” da experiência acumulada em distintos uso da ferramenta. “Neste sentido, todo instrumento é conhecimento” (RABARDEL, 1995a, p. 73).

A Abordagem Instrumental fornece elementos “teóricos apropriados para o estudo da ação do sujeito, mediada por um instrumento” (BITTAR, 2011, p. 160) tal como o uso de softwares pelo professor, bem como a análise de situações de ensino e aprendizagem, tanto presenciais como a distância (GOMES, 1999). Isto porque, não basta que o professor apenas aprenda a utilizar o computador e conhecer alguns aplicativos. Apesar de cursos de formação de professores, específicos para o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, a tecnologia continua não sendo incorporada à sala de aula (BITTAR, 2011; ABAR, 2011; BARBOSA, 2012), já que é necessário o planejamento e articulação de atividades que provoquem mudanças relacionadas ao saber. Ou seja, é preciso compreender que tipo de conhecimentos são mobilizados e possíveis de serem construídos através do uso de determinada tecnologia, e em alguns casos, podem ser situações que somente são articuladas com o uso destes recursos.

Desta forma, o conhecimento que o professor precisa ter de determinado software é diferente do conhecimento de alguém que é simplesmente um usuário do software. Como ilustração, considere uma planilha eletrônica: para que este recurso seja incorporado à sala de aula, os conhecimentos e articulações que o professor precisa realizar com a mesma são muito distintos do uso técnico para elaboração de um relatório de custos de uma empresa, por exemplo. O professor, além de conhecer o uso técnico da planilha (esquemas de uso), precisa entender a matemática envolvida no seu funcionamento, e principalmente articular situações de sala de aula que possam desencadear processos de aprendizagem com seus alunos.

---

<sup>15</sup>Rabardel destaca que estas classes de instrumentos não são disjuntas, de modo que um dado instrumento pode realizar mais de uma função em determinada atividade do sujeito.

Quando se trata do processo de apropriação de tecnologia por parte de professores, “o processo de gênese instrumental é particularmente complexo, pois os artefatos tornam-se instrumentos não só nas práticas matemáticas dos professores, mas também em suas práticas didáticas” (FUGLESTAD; KYNIGOS; MONAGHAN, 2010, p. 296, tradução nossa). Para especificar esta complexidade, pode-se considerar uma “cascata de processos de gênese instrumental” (GRAVINA; BARRETO; NOTARE, 2013) relacionado aos cursos de formação de professores: inicialmente ocorre a gênese relativa à aprendizagem matemática do professor-aluno, onde o software de MD se transforma em instrumento para explorar conceitos matemáticos, sendo mediador na relação do sujeito com os objetos matemáticos, promovendo a aprendizagem; em seguida, o artefato se transforma em instrumento didático para o professor-aluno, quando as características, limitações e potencialidades pedagógicas do software se evidenciam; em um terceiro momento, há a expectativa de que o professor-aluno consiga promover o processo de gênese instrumental com seus alunos em sala de aula, de modo que estes possam se utilizar do aplicativo para aprender matemática. E embora estes processos estejam aqui descritos ordenadamente, nas situações práticas de formação de professores eles ocorrem simultaneamente em cada atividade, de modo que cada aspecto pode ter maior ou menor destaque, dependendo do tipo de atividade em questão. E além de ocorrerem ao mesmo tempo, se repetem ‘recursivamente’ para cada atividade proposta ao longo do curso de formação, enquanto gradativamente o professor se apropria do software de MD.

A transformação de um artefato em instrumento por si só já caracteriza a gênese instrumental como “uma evolução contínua, não-trivial e demorada” (DRIJVERS et al., 2010, p. 108, tradução nossa), de modo que esta complexidade aumenta substancialmente considerando as diferentes gêneses colocadas em cascata na formação de professores, fazendo com que o professor-aluno precise de “muitas experiências com o artefato” (GRAVINA; BARRETO; NOTARE, 2013) para a efetiva apropriação deste recurso.

É preciso portanto, que os cursos de formação de professores para uso de tecnologia, se empenhem em uma efetiva apropriação destes recursos por parte do professor, oportunizando que os mesmos se transformem em aliados importantes pra promover o processo de aprendizagem. E exatamente por tratar da apropriação destes recursos

que a Abordagem Instrumental possui contribuições importantes para a articulação da tecnologia na formação de professores (BITTAR, 2011; ROCHA; BITTAR, 2012).

Este capítulo, com esta dupla abordagem teórica se caracteriza como suporte para toda a pesquisa. Por um lado há os Registros de Representação Semiótica que são fundamentais na aprendizagem matemática, e nos softwares de MD a representação possui peculiaridades específicas que levam a caracterizar os Registros Dinâmicos de Representação Semiótica. Por outro lado, a Abordagem Instrumental é fundamental para entender as relações entre o sujeito e o artefato, e como esquemas são mobilizados para transformar o artefato em instrumento. Nos softwares de MD, estes esquemas estão diretamente relacionados com a realização de tarefas que exploram as propriedades matemáticas presentes nos registros dinâmicos.

Ou seja, ambos os aportes teóricos apresentados se articulam com os registros dinâmicos que se tem no software GeoGebra, e o processo de apropriação deste recurso pelos professores passa pela exploração do PRDRS ali presente.

### **3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIA DIGITAL: ALGUMAS REFLEXÕES**

No capítulo anterior se tratou do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica de um software de matemática dinâmica como o GeoGebra. Também se abordou os esquemas de utilização, que podem ajudar a compreender o processo pelo qual se dá a apropriação de um software de matemática, na perspectiva da abordagem instrumental.

Neste capítulo se direciona o olhar para possibilidades e desafios que se tem na educação matemática, quando se faz uso de tecnologia digital. A primeira seção inicia com uma reflexão que ajuda a entender o que significa propor uma situação de ensino na qual ‘se tira proveito do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica’. Também se tratará da teoria da mediação semiótica, proposta por Bussi e Mariotti (2008), porque nela é discutida mediação a ser feita pelo professor, nas situações de ensino em que se faz uso de um software de matemática dinâmica. A seção é finalizada com algumas pesquisas sobre ensino de matemática com tecnologia que mostram propostas que contemplam o potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica.

Na segunda seção do capítulo se trata da formação de professores para o uso de tecnologia. São considerações gerais sobre dificuldades que se apresentam na incorporação da tecnologia digital na prática escolar; são menções específicas sobre as dificuldades, inerentes ao processo de apropriação das tecnologias por parte dos professores; são referências a experiências que ilustram o processo de gênese instrumental de professores em formação e que dizem sobre o quão demorada e complexa é a apropriação de um software quando se pretende um uso que produza mudanças em sala de aula.

#### **3.1 Sobre o ensino e aprendizagem da matemática com o uso de tecnologia digital**

Algumas considerações sobre artefatos e desenvolvimento da sociedade ajudam a situar a discussão desta seção. Shaffer e Clinton (2006) introduzem a expressão

*ferramentaparapensamento* (*toolforthoughts*) para caracterizar que artefatos digitais e formas de pensar estão em completa dependência, pois se por um lado estes artefatos são a externalização de concepção humana, por outro lado os pensamentos são internalizações de ações sobre os artefatos. Dizem os autores:

Todos os pensamentos estão ligados a ferramentas, e todas as ferramentas estão ligadas aos pensamentos: cada vez que nós consideramos um pensamento (porque ele é uma internalização da ação com uma ferramenta) ele está inextrincavelmente ligado a uma ferramenta, e cada vez que consideramos uma ferramenta (porque esta é uma exteriorização de um pensamento) ela está inextrincavelmente ligado a um pensamento. Neste ponto de vista, as ferramentas não são distintos dos pensamentos; em vez disso, a relação recíproca entre a ferramenta e pensamento existe em ambos. Cada ferramenta contém pensamentos, e cada pensamento contém ferramentas. (SHAFFER; CLINTON, 2006, p. 290, tradução nossa)

E desta forma, na concepção dos autores, os softwares de MD atuam como artefatos para promover e veicular conhecimento matemático. É na identificação das propriedades dos registros dinâmicos e na ação do sujeito sobre os mesmos que o conhecimento matemático é internalizado, e no momento da construir uma figura dinâmica, o sujeito precisa externalizar propriedades (conhecimentos), de modo que a figura tenha as características desejadas. Nesta concepção, como *ferramentasparapensamento* segundo os autores, os softwares de MD possuem um grande potencial a ser explorado na contribuição com a aprendizagem em matemática.

Mas o fato é que a discussão sobre o potencial dos registros dinâmicos de um artefato digital e a aprendizagem da matemática é bastante recente. Alguns trabalhos importantes nesta área são de Bussi e Mariotti (2008) e Mariotti (2012; 2013). As autoras sinalizam que na exploração de atividades com recursos tecnológicos emergem significados e relações que precisam ser colocadas em consonância com o saber matemático, e aqui é importante a mediação semiótica a ser realizada pelo professor, na condução de atividades em que artefatos são utilizados em aula para promover aprendizagem em matemática. Esta ideia de mediação semiótica tem raízes no trabalho de Vygotsky (1978), em que o pressuposto fundamental é de que a relação do homem com mundo se dá pela mediação de signos<sup>1</sup> e artefatos.

---

<sup>1</sup>Aqui o termo signo é entendido como a relação indissolúvel ente significando e significante, da mesma forma que Mariotti (2012) utiliza.

Na relação com o mundo, o homem se utiliza de ferramentas. São as ferramentas externas que o sujeito utiliza para modificar o mundo. São as ferramentas internas, os signos, que controlam as ações psicológicas do próprio sujeito (PASSERINO, 2005). Na interação social, a mediação é realizada através de signos (linguagem, gestos, etc), que emergem e evoluem através de atividades instrumentadas e através da própria interação social. O processo de apropriação de conceitos, a aprendizagem e a construção do conhecimento dependem de interações em que os signos têm importância fundamental.

Na sala de aula, o professor se torna o promotor da transformação de signos pessoais, que emergem nas atividades, em conhecimento matemático estabelecido culturalmente. É nesta relação que se instala o processo de mediação semiótica (SÁENZ-LUDLOW; PRESMEG, 2006; ERNEST, 2006; FALCADE; LABORDE; MARIOTTI, 2007; WELLS, 2007) – uma forma específica de mediação, na qual os signos são foco da atenção. A Teoria da Mediação Semiótica (TMS) foi desenvolvida no trabalho de Bussi e Mariotti (2008) sob o título *Semiotic mediation in the mathematics classroom: artefacts and signs after a Vygotskian perspective*. Neste trabalho não foi utilizada tal expressão; ela passou a ser empregada em trabalhos posteriores, tanto das autoras quanto de outros pesquisadores, mas sempre se referindo à obra de 2008.

Considerando que a matemática é uma área em que as representações semióticas têm destacada importância, a discussão sobre o processo de mediação semiótica é uma consequência natural. A TMS reconhece o papel central dos signos nas atividades de ensino-aprendizagem e destaca o papel central do professor - “promover e orientar este processo é uma questão crucial e uma tarefa exigente para o professor” (MARIOTTI, 2012, p. 27, tradução nossa).

A relação entre artefato e conhecimento matemático se faz presente em situações de atividades didáticas nas quais são utilizados recursos tais como ábaco, material dourado, material concreto em geral, softwares variados. Nesta relação, Mariotti (2013) destaca que é preciso distinguir dois tipos de significados matemáticos: evocados e emergentes. Por exemplo, em uma atividade com o ábaco (BUSSI; MARIOTTI, 2008), o significado evocado está na relação do ábaco com o sistema de numeração decimal posicional, e em todas outras relações com conhecimento matemático que este material pode oferecer, e que são reconhecidas pelo professor. Ou seja, são tanto os significados mate-

máticos contemplados no artefato quando de sua criação, quanto aqueles que o professor articula em atividades com o artefato, mesmo que não tenham sido previstos pelo desenvolvedor.<sup>2</sup> Os significados que o aluno vai atribuindo e identificando nas atividades com o ábaco, são os significados emergentes, que provêm dos esquemas mobilizados para a realização da atividade ou que se relacionam com o uso do próprio artefato.

Ou seja, na utilização do artefato para realização de uma atividade, se constituem os significados e esquemas pessoais de cada indivíduo, em relação com os significados emergentes. Ao mesmo tempo, significados matemáticos têm relação com o artefato e sua utilização – são os significados evocados. As potencialidades do artefato, para que aconteça a articulação dos significados pessoais e significados matemáticos no processo de aprendizagem matemática, é o que deve ser entendido como ‘o potencial semiótico do artefato’. Nas palavras de Mariotti (2013, p. 442, tradução nossa):

o potencial semiótico do artefato se encontra na relação do mesmo com os significados pessoais que emergem das atividades instrumentadas, e na relação com os conhecimentos evocados pelo seu uso, que são reconhecidos como matemática pelo especialista

Observa-se que a concretização do potencial semiótico de um artefato, nas suas possibilidades de articular significados emergentes e significados evocados, depende de atividades instrumentadas e dos esquemas de utilização que são provocados. Assim, vê-se que as características de um software, bem como a natureza da atividade – e aqui está se falando de potencial semiótico – têm estreita relação com o processo de gênese instrumental.

Do que foi dito até aqui, não há dúvida de que a identificação do potencial semiótico de um artefato é parte importante do planejamento de atividade que pretenda o seu uso:

apesar da dificuldade que tal identificação pode apresentar, a determinação do potencial semiótico constitui certamente um elemento básico para a concepção de qualquer plano pedagógico centrado na utilização de um dado artefato. (MARIOTTI, 2009, p. 429, tradução nossa)

---

<sup>2</sup>No caso dos softwares de MD, são aqueles conceitos matemáticos que não são contemplados por nenhum comando ou recurso direto do artefato. Mesmo assim, estes aplicativos permitem a realização de construções geométricas ou planejamento de atividades pelo professor, de modo a serem explorados com a utilização do artefato.

No caso de artefato como um software de MD, um ponto de partida para a identificação de seu potencial semiótico é o entendimento das ferramentas que se tem no software, bem como de procedimentos que usam estas ferramentas<sup>3</sup>. Este entendimento, envolvendo aspectos técnicos e conceituais, foi tratado nas seções 2.2 e 2.3 do capítulo 2.

Neste ponto é importante fazer esclarecimento quanto às duas expressões que estão sendo usadas neste trabalho. As expressões são: ‘potencial semiótico de um artefato’ e ‘potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica’. A primeira expressão é um construto teórico dentro da TMS e tem a ver com a articulação entre significados emergentes e significados evocados quando se faz uso de um artefato. É uma expressão, que quando utilizada, imediatamente remete à TMS. A segunda expressão, introduzida no capítulo 2, refere-se ao entendimento de ferramentas que se tem em um software de MD, nos seus aspectos semióticos, e foi disto que tratamos na seção 2.2 do capítulo. Agora, a identificação do potencial semiótico de um artefato, que é sempre referida no contexto da TMS, sem dúvida, depende do entendimento do potencial dos registros dinâmicos que o software disponibiliza, e esta é a relação que se pode estabelecer entre as duas expressões.

Mas a TMS vai além da discussão sobre o potencial semiótico do artefato. De fato, seu ponto central é a questão da mediação semiótica a ser realizada pelo professor, nas situações de aprendizagem, quando os alunos fazem uso de um artefato, e nas quais o domínio do potencial semiótico do artefato, por parte do professor, é de fundamental importância.

A teoria apresenta um *modelo de ciclo didático* que pode ajudar o professor no seu papel de mediador (BUSSI; MARIOTTI, 2008; MARIOTTI; MARACCI, 2010; MARIOTTI, 2012, 2013). O ciclo didático tem três etapas, que se articulam para que aconteça a mediação semiótica: a) a etapa da concepção de atividades que promovem o surgimento de significados relacionados com aqueles que podem ser evocados pelo artefato; b) a etapa da produção individual de signos, reflexões com dúvidas e questionamentos sobre a atividade realizada, registrada através do produção escrita ; c) e finalmente a etapa da produção coletiva de signos, através de discussão na qual o professor incentiva

---

<sup>3</sup>Uma outra possibilidade é analisar atividades a serem realizadas com o artefato e identificar provocações quanto a evocação de significados. Tal tipo de análise será feita no capítulo 4, no momento da apresentação das atividades que fazem parte do material a ser utilizado na proposta de formação continuada para professores de matemática.

o compartilhamento dos signos pessoais e promove a transição gradativa dos significados emergentes para os significados matemáticos evocados e que dependem do potencial semiótico do artefato.

Explorar o potencial semiótico de um artefato não é um processo simples, pois requer um domínio considerável do professor por ter que conceber atividades que articulem signos e significados (propriedades) que possam ser mobilizados pelos alunos e em seguida, transformados em conceitos matemáticos com a ajuda do professor. É preciso ter um domínio dos conceitos matemáticos envolvidos, e como estes poderão ser mobilizados pelos alunos na realização da tarefa. É neste processo que o *ciclo didático* proposto pretende contribuir.

A seguir serão apresentadas alguns estudos com experiências que envolvem o uso de tecnologias para produzir conhecimento.

### 3.1.1 Experiências de ensino com matemática dinâmica

No cenário brasileiro, a pesquisa sobre possibilidades de uso de softwares de MD na educação matemática, começa a ter presença a partir do ano 2000, momento em que se inicia a difusão de tais softwares. Um dos primeiros artigos nesta área é *Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria*<sup>4</sup> (GRAVINA, 1996). Neste trabalho tem-se a análise de uma experiência de ensino, na qual as estratégias dos alunos mostram, segundo a autora, uma nova abordagem para o ensino e aprendizagem da geometria: os alunos fazem conjecturas manipulando figuras dinâmicas e a partir do *feedback* dado pelo software, testam e refinam suposições, até que propriedades estáveis, sob a ação de movimento, sejam enunciadas. Neste artigo, especialmente referenciado a partir de 2008 (conforme GoogleScholar), está o germe de pesquisa que mostra de que forma o uso da geometria dinâmica pode propiciar o entendimento do significado e necessidade de uma demonstração, bem como o desenvolvimento de habilidades para produção de demonstrações, no contexto da geometria (GRAVINA, 2001)<sup>5</sup>. Este segundo trabalho de Gravina, apresenta uma análise de experiência de ensino mostrando que, através da di-

---

<sup>4</sup>GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria, Anais do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte MG, 1996.

<sup>5</sup>GRAVINA, M. A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – UFRGS, Porto Alegre.

alética de construção de uma figura e da determinação, nela, de fatos explícitos/implícitos, que podem ser observados na manipulação dinâmica, os alunos entendem que fatos explícitos (declarados na construção) produzem fatos implícitos (observados como invariantes não declarados). E, em um segundo momento, entendem que é necessário uma argumentação para explicar a implicação que existe entre fatos declarados e implícitos. Aqui tem-se um exemplo no qual o potencial das figuras dinâmicas foi usado para que os alunos entendessem a pertinência de uma explicação para uma inferência do tipo ‘se ... então ...’ – um típico enunciado de teorema de geometria.

Em Jahn (2002) tem-se pesquisa que mostra as possibilidades dos recursos *Rastro* e *Lugar Geométrico* do software Cabri-Géomètre, no estudo de transformações geométricas, de forma tal que alunos, na faixa etária de 15 a 16 anos, transitem da representação ‘transformação de figura’ para ‘transformação de ponto’. A sequência de atividades proposta faz uso de transformações que são do tipo ‘caixa-preta’ e é através da manipulação do ponto  $M$  que os alunos tratam de identificar o comportamento do ponto transformado  $M' = T(M)$ , ora usando o recurso *Rastro*, ora usando o recurso *Lugar Geométrico*.

O estudo de Monzon (2012) apresenta a concepção, implementação e validação de uma experiência de ensino que trata de uma introdução às funções de variável complexa. Este é um assunto que usualmente é tratado em nível universitário. Mas com o uso de representações dinâmicas, alunos do Ensino Médio entenderam o comportamento geométrico das operações com números complexos e o comportamento geométrico das funções  $F(Z) = A \cdot Z + B$  e  $F(Z) = Z^2$ , com  $Z \in \mathbb{C}$ .

Salin (2014) apresenta uma sequência didática que faz uso do GeoGebra para explorar diferentes representações de uma função. As atividades envolvem o conceito de função e os processos conversão e tratamento nos registros geométrico, gráfico e numérico que as funções apresentam. A autora destaca a importante contribuição do GeoGebra para o desenvolvimento de múltiplas conexões entre as diferentes formas de representação de uma função.

O estudo de Santos (2011) explora conceitos relacionados à função logarítmica, a partir de visualizações no GeoGebra. É desenvolvida uma sequência didática em

que o software é utilizado como estratégia pedagógica. A autora relata que, apesar das dificuldades dos alunos com a conversão do registro gráfico para o algébrico e numérico, o software contribuiu para o desenvolvimento de ‘pensamento matemático avançado’ como a descoberta por investigação, mudança de representação, generalização a abstração.

Estes são alguns exemplos de estudos que envolvem situações de ensino com matemática dinâmica, e contribuem para ilustrar as potencialidades dos recursos tecnológicos no processo de aprendizagem em matemática.

No que segue é abordado o contexto da formação de professores para o uso da tecnologia, com resultados de estudos que contribuem para o planejamento deste trabalho.

### 3.2 Sobre a formação de professores

Na formação de professores, grande é o leque de aspectos que precisam ser contemplados, relacionados tanto aos conteúdos de área disciplinar, quanto às questões didáticas e pedagógicas, e também questões mais gerais relativas a atuação profissional. Considerando as múltiplas características que podem estar presentes em uma formação, em particular de professores de matemática, Curi (2000) apresenta uma extensa lista de habilidades e competências a serem consideradas em tais formações, iniciando com aquelas que dizem respeito ao conhecimento matemático (raciocínio lógico, cálculos, consistência de argumentação, compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, etc...), e indo até aquelas que dizem respeito a atuação profissional (trabalho em equipe, elaboração de material didático, planejamento de aulas, etc...)

Com o desenvolvimento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), tem-se mais um aspecto a ser considerado nos programas de formação, a saber, a inserção das TIC nas práticas escolares. O desenvolvimento tecnológico traz mudanças constantes na sociedade, tanto no que se refere à forma de realizar determinada tarefa quanto ao desenvolvimento de técnicas que estendem e modificam raciocínios e que provocam novas formas de comunicar e produzir conhecimento (LÉVY, 1993). Mudanças na escola, tam-

bém decorrentes do desenvolvimento tecnológico, poderiam estar acontecendo em larga escala e de forma a impactar o processo de ensino-aprendizagem.

Há muito que os Parâmetros Curriculares Nacionais (publicado em 1998) estabelecem que um dos objetivos básicos do Ensino Fundamental é capacitar os alunos a “utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento” (BRASIL, 1998). O mesmo documento sinaliza contribuições das TIC’s para o processo de ensino-aprendizagem de matemática (BRASIL, 1998, p. 43): i) reduz a importância da manipulação algébrica e cálculo mecânico, pois com o uso de tecnologia eles são realizados de forma rápida e eficiente; ii) evidencia a importância da representação gráfica, permitindo a utilização de novas estratégias de resolução para variados problemas; iii) provoca interesse por projetos e atividades de exploração e investigação; iv) ajuda os alunos no entendimento da matemática.

No entanto, pesquisas indicam que a presença da tecnologia nas salas de aula das escolas ainda é incipiente. O Comitê Gestor da Internet no Brasil, desde o ano de 2010, vem realizando pesquisas sobre o uso das tecnologias da informação e comunicação nas escolas brasileiras, a partir de plano amostral que envolve escolas públicas e privadas das regiões urbanas do Brasil. No relatório publicado em 2014 (BARBOSA, 2014), relativo a pesquisa feita no ano de 2013, foram envolvidos 1279 escolas (públicas e privadas), 1987 professores, além de gestores e alunos. No relatório publicado em 2014, é dito que 85% das escolas públicas possuíam laboratório de informática, e 6% tinham algum computador instalado na sala de aula. E em relação à formação dos professores, 52% afirmam ter feito curso específico para uso de tecnologias em sala de aula (este dado se mantém estável comparado ao relatório de 2012). Apesar disso, segundo o relatório publicado em 2012, a incorporação das TIC nas atividades de ensino continua um desafio, e a sala de aula ainda se caracteriza essencialmente por exercícios de fixação de conteúdo, aula expositiva e interpretação de textos. Atividades de ensino utilizando internet e computador são muito pouco frequentes (BARBOSA, 2012).

A limitação de recursos é um fator que explica a ausência da tecnologia digital nas salas de aula, bem como a falta de qualificação dos professores para o uso das TIC. É surpreendente que mesmo que cerca de metade dos professores já tendo realizado formação específica para o uso das TIC em práticas escolares, a sala de aula continua

essencialmente com aula expositiva e sem um impacto contundente do uso de tecnologias (BARBOSA, 2012). Essa informação nos provoca na busca de entendimento de razões que podem explicar o atraso das escolas na integração das TIC.

Guimarães e outros (2013) analisaram os efeitos do projeto “Um computador por Aluno (UCA)”<sup>6</sup> em duas das escolas que dele participaram. Mesmo sendo um projeto apoiado pelo Ministério da Educação, em que *laptops* especialmente desenvolvidos para atenderem demandas de ensino e aprendizagem escolar (a custo de cem dólares por *laptop*) foram distribuídos em seis escolas, o resultado não é satisfatório. A pesquisa informa que professores e alunos usaram os *laptops* com frequência muito abaixo do esperado; que, para o uso do potencial dos *laptops* como um recurso educacional, é preciso suporte técnico mais adequado; que dificuldades para reunir professores comprometeram uma formação em que fossem repensadas as suas práticas escolares, a partir das potencialidades da tecnologia disponível; e, talvez o resultado mais importante é de que é preciso uma reestruturação dos modelos pedagógicos vigentes para que o uso da tecnologia digital realmente produza impactos e mudanças na qualidade da educação. Na pesquisa chama atenção que somente 5 dentre os 37 professores de uma das escolas, e 10 dentre os 27 professores da outra escola, se dispuseram a participar da entrevista qualitativa de avaliação do projeto; os ausentes indicaram ter pouca expectativa em relação ao projeto e mostraram pouca disposição para mudanças em suas práticas de ensino.

Trabalho de Blanchar, Cazes e Vanderbrouck (2013) registra o quão demorado é o processo de inserção da tecnologia em sala de aula, ao longo de um ano de acompanhamento de grupo de professores. Os professores tendem a iniciar com atividades que são do tipo ‘reforço’ de conteúdo já estudado em aula; muitas das vezes são aulas extras para alunos em dificuldades; outras vezes são atividades extra-classe para os alunos que tiverem interesse; não existe regularidade de uso da tecnologia. O estudo mostra também que os professores preferem recursos do tipo ‘exercício *on-line*’ (*base d’exercices en ligne*) e no geral os exercícios propostos não diferem muito daqueles que os alunos resolvem com lápis e papel. Quanto às vantagens no uso da tecnologia digital, os professores referem a facilidades para os alunos aprenderem de forma autônoma, pois

---

<sup>6</sup>O UCA foi um projeto do Ministério da Educação com o objetivo de intensificar as TIC nas escolas, por meio da distribuição de computadores portáteis aos alunos da rede pública de ensino.

têm o *feedback* imediato para as suas respostas aos exercícios. O que chama a atenção é que nunca foi observado o uso da tecnologia digital para a introdução de novo conteúdo. O estudo não chega a aprofundar no uso do potencial da tecnologia digital para mudanças no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

No que segue não se irá tratar das muitas variáveis que deveriam/poderiam ser consideradas em estudo que pretendesse dar conta da complexidade do processo de integração das TIC na escola (dentre elas a política de governo, o apoio da direção da escola a novas iniciativas, a infraestrutura da escola em termos de equipamentos e apoio técnico, a qualidade da conexão à Internet). O texto se concentra na variável que refere ao domínio das TIC e mudanças nas práticas de ensino. Esta escolha prepara o cenário de apresentação do experimento que é objeto de análise e validação nesta pesquisa.

Diversos autores na área de Educação Matemática, tais como Borba e Penteado (2007) e Jahn e Allevato (2010), mostram que o uso das TIC na sala de aula modificam e enriquecem o processo de ensino e aprendizagem. Por exemplo, a característica de *feedback* rápido e a fácil geração de gráficos, tabelas e expressões, potencializam atividades experimentais e de exploração que estimulam a formulação de conjecturas, bem como a coordenação de diferentes representações de um determinado conceito (BORBA; PENTEADO, 2007).

Segundo Pais (2005), as TIC favorecem estratégias de ensino mais audaciosas, com interatividade e simulação articuladas. Quanto mais interativas as relações entre o usuário e a simulação, “maiores as possibilidades de enriquecer as condições de elaboração do saber” (PAIS, 2005, p. 150). Isto porque nas situações de simulação, tem-se a possibilidade de manipulação de parâmetros que provocam a elaboração de conjeturas e a identificação dos indícios de solução do problema.

Também segundo Bittar (2011), a incorporação das TIC em sala de aula propicia mudanças em relação a aquisição de saberes, quando se faz uso de atividades interativas e de simulação. São “atividades matemáticas diferentes daquelas habitualmente tratadas no ambiente papel e lápis” (BITTAR, 2011, p. 159), que dão acesso a conceitos e propriedades matemáticos.

Mas se por um lado tem-se resultados de pesquisa que sinalizam o uso do potencial das TIC, por outro lado também tem-se resultados que não são tão animadores.

Pesquisa realizada por Barcelos (2011, p.177), mostra que os processadores de texto e planilhas de cálculos são mais utilizados pelos professores de matemática do que os softwares educacionais e internet; e mostra que a maioria das situações de uso destes recursos refere-se ao trabalho de elaboração de provas, confecção de apostilas e de registro de notas. No grupo pesquisado, apenas 25% dos professores disse utilizar softwares educacionais ou internet para o desenvolvimento de atividades de ensino com os alunos.

Em pesquisa de Bittar (2006), os professores fazem referência ao uso de tecnologia digital de forma bastante superficial e desvinculada de situações que de fato promovam, nos alunos, a aprendizagem da matemática. Segundo a autora, pouco pode ser visto sobre o aproveitamento das potencialidades das TIC e as razões para isto, nas suas palavras, são:

estudos mostram que o uso da tecnologia é deficiente nos cursos de formação inicial de professores e, que nos cursos de formação continuada, essa discussão tem sido insuficiente para uma integração que venha a contribuir com o progresso da aprendizagem do aluno [...] Mesmo tendo participado de cursos específicos sobre o uso de tecnologia, os professores não a incorporam em suas aulas” (BITTAR, 2011, p. 158).

É preciso entender que “ninguém facilita o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de aprimorar em si mesmo” (MELLO, 2000, p. 102). Se, nos cursos de licenciatura, as disciplinas específicas de matemática são abordadas sem apoio de tecnologia, talvez no futuro este professor reproduza ‘modelo de aprendizagem’ que experimentou, mesmo que tenha cursado disciplinas específicas para capacitação no uso de softwares. Ou seja, é importante que o professor em formação (básica ou continuada) tenha a experiência de aprender matemática através da exploração de recursos digitais, e é assim que ele pode ‘transportar’ esta vivência para sua atividade profissional.

Segundo Lovis e Franco (2013), em uma experiência com formação de professores de matemática (minicurso), observou-se a dificuldade de os professores realizarem a atividade ‘construir um quadrado no GeoGebra’. Os autores afirmam que nenhum dos 32 participantes do minicurso realizou construção adequada, e quando questionados

para relatarem o processo de construção com régua e compasso no papel, apenas onze apresentaram resposta adequada. Em outra atividade do mesmo minicurso, tendo sido apresentada uma figura dinâmica para identificar propriedades, nenhum dos professores conseguiu identificar dois triângulos semelhantes presentes na figura. A conclusão dos autores é que os professores “apresentam lacunas no que se refere aos conceitos desse conteúdo” (LOVIS; FRANCO, 2013, p. 157), e que este é um fator importante nas dificuldades com o software.

Gravina, Barreto e Notare (2013) apresentam resultados de um curso de formação continuada de professores, e destacam que os professores realizaram atividades com seus alunos usando o GeoGebra, mas ainda de forma modesta. Mas salientam o entusiasmo dos professores com o recurso, e destacam que a apropriação do software ocorre em um processo de contínuo desenvolvimento. Estes resultados apresentados pelas autoras se referem a curso de especialização Matemática Mídias Digitais e Didática (MMDD). É uma das disciplinas deste curso que terá como foco o planejamento apresentado no capítulo 4.

Com o que foi apresentado neste capítulo, constata-se que a incorporação das tecnologias no contexto escolar requer que o professor tenha capacidade de explorar o *potencial semiótico* presente no GeoGebra, e assim desencadear processos em que seus alunos aprendam a pensar matemática através do software.

Para isto, é preciso que o professor-aluno em formação mobilize processos de gêneses: a Gênese Instrumental Pessoal em que o artefato se transforma em instrumento para o sujeito, e a Gênese Instrumental Profissional em que este instrumento se transforma em recurso didático para propiciar a aprendizagem de seus alunos.

É preciso ficar claro que neste texto se entende:

- que a gênese pessoal envolve necessariamente a exploração do PRDRS de um software para pensar em matemática. São raciocínios e explicações matemáticas que não são só do tipo empírico, ou seja, é muito mais do que manipular um parâmetros para ver a mudança de concavidade de uma parábola, por exemplo. Ou seja, o foco está na articulação adequada de conceitos matemá-

ticos através do GeoGebra, e se entende que as questões técnicas de uso do software são mobilizados como consequência.

- que a gênese profissional leva a mudanças nas práticas de ensino no que diz respeito a aprendizagem dos alunos dos professores-alunos em formação. É muito mais do que gerenciar questões técnicas e operacionais de uso de tecnologia. É preciso uma ‘mudança de postura’ e abordagem por parte do professor-aluno, para que o uso de tecnologia traga contribuições significativas (referidas na literatura) para o processo de aprendizagem em matemática de seus alunos.

Estas duas gêneses, fundamentais para a incorporação efetiva das tecnologias no contexto escolar, ocorrem de forma simultânea quando se trata de professores de matemática em formação. No entanto, a Gênese Instrumental Pessoal contribui para que ocorra a Gênese Profissional, já que para pensar em atividades didáticas com o software, o professor precisa reconhecer as formas de mobilizar conceitos matemáticos com o mesmo. O professor precisa reconhecer formas de pensar matemática com o software, e deste modo, planejar atividades que desencadeiem este processo com seus alunos. Deste modo, o professor precisa explorar o PRDRS do GeoGebra (pensar em matemática com o software), e isto contribui efetivamente para que ele consiga explorar o *potencial semiótico* do software com seus alunos (promover aprendizagem matemática através do software).

Esta pesquisa apresenta no capítulo 4 o planejamento de uma disciplina de formação de professores de matemática, com o objetivo de promover a Gênese Pessoal e Profissional dos professores-alunos com o software GeoGebra. O foco da análise desta pesquisa se restringirá ao processo de Gênese Instrumental Pessoal, com o objetivo de identificar o quanto os professores em formação exploraram o PRDRS presente no GeoGebra, pensando em matemática através deste recurso.

## 4 ENGENHARIA DIDÁTICA NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM EAD

Os capítulos anteriores apresentaram questões relativas à motivação da pesquisa realizada, bem como questões pertinentes ao aporte teórico utilizado como subsídio para este estudo.

O capítulo atual trata de planejamento: tanto o planejamento do processo de investigação e a apresentação de sua metodologia, quanto o planejamento da sequência didática para promover o processo de apropriação do GeoGebra por parte dos professores de matemática em formação continuada.

Este estudo insere-se em um contexto que articula pesquisa em um plano teórico (Registros de Representação Semiótica, Registros Dinâmicos, Gênese Instrumental, etc) com prática de ensino (disciplina em um curso EAD de formação continuada de professores) no plano experimental. É esta articulação entre pesquisa e prática pedagógica que justifica a escolha da *Engenharia Didática* como a metodologia de investigação para este estudo. Ela permite uma sistematização do processo de investigação, ancorada em teoria e prática, e segundo Pais, “esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na condução da investigação do fenômeno didático, pois sem uma articulação entre a pesquisa e ação pedagógica, cada uma dessas dimensões tem seu significado reduzido” (2008, p. 99).

A Engenharia Didática surge nos anos 80, na França, proveniente de estudos da área de didática da matemática. Possui base em autores importantes da área como Guy Brousseau, Yves Chevallard e Règine Douady, e tem seu principal referencial nas obras de Michèle Artigue. Sua denominação provém da analogia do trabalho do engenheiro com o do professor de matemática que, para concepção, planejamento, execução e análise do seu trabalho, requer conhecimento técnico e científico, mas as situações particulares e inesperadas de cada projeto apresentam problemas “para os quais não existe teoria prévia” (CARNEIRO, 2005, p. 89), mas que exigem alguma intervenção ou solução.

A Engenharia Didática se coloca como uma metodologia de pesquisa e investigação, baseada no planejamento, elaboração, implementação, observação e análise de

sequências didáticas. A teoria da Engenharia Didática é um referencial para a produção de material ou conhecimento, envolvendo tanto a prática de pesquisa quanto a prática de ensino. Ela possui foco especial nas situações envolvendo a produção de sequências didáticas, que são formadas por “um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem” (PAIS, 2008, p. 102), e que envolvem os conceitos e abordagens previstas na pesquisa. Segundo Artigue,

a engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se principalmente por ser esquema experimental baseado em 'realizações didáticas', ou seja, na concepção, implementação, observação e análise de sequências de ensino (1988, p. 285, tradução nossa)

E as contribuições, segundo Carneiro (2005), ocorrem tanto nos processos de pesquisa e investigação em didática da matemática, quanto na formação dos professores de matemática.

Segundo Artigue (1988) a *Engenharia Didática* se organiza em quatro fases:

- i. **Análises prévias:** envolve a apresentação das condições gerais em que a pesquisa se insere, contendo constatações empíricas, concepções dos sujeitos envolvidos, bem como compreender as condições em que a atividade será realizada (PAIS, 2008, p. 101), abordando as dimensões cognitivas, didática e epistemológica.
- ii. **Concepção e análise *a priori*:** ocorre o planejamento e definição de objetivos específicos. Se caracteriza pela determinação das variáveis a serem analisadas no estudo, tanto no âmbito global da sequência didática, quanto no âmbito local em cada tarefa planejada. Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 67), “o objetivo da análise *a priori* é determinar como as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”.
- iii. **Experimentação:** é a fase em que se implementa a sequência de ensino planejada, e se fazem todos os registros necessários para possibilitar uma futura análise. Na aplicação das atividades, deve-se ter atenção a todos os fenômenos em análise, e coordenar a atividade de modo a alcançar os objetivos previamente definidos.

- iv. **Análise *a posteriori*** e **validação**: é a fase da organização dos dados coletados, para uma rigorosa análise, que permita, se possível, identificar os raciocínios e procedimentos utilizados pelos alunos. Este processo se enriquece quando for possível comparar dados de diferentes fontes de coleta, que complementem os dados obtidos. A avaliação ou validação ocorre no confronto ou comparação dos dados obtidos na análise *a posteriori* com os da análise *a priori*, considerando os objetivos e hipóteses da pesquisa.

Se por um lado a Engenharia Didática é uma metodologia que surge no contexto da pesquisa que trata da aprendizagem da matemática escolar, por outro lado é uma metodologia que pode ser usada no contexto da pesquisa que trata de formação de professores de matemática para o uso de tecnologia digital. Um primeiro autor que faz esta transposição da metodologia é Emprin<sup>1</sup> (2007), que utiliza a expressão ‘engenharia didática de formação’ para nomear o processo de formação de professores em seu estudo. O autor faz uma analogia com a expressão ‘engenharia de formação’ que é “largamente utilizada em vários setores econômicos e do mundo da educação [...] e possui três aspectos: planejamento, projeto e implementação” (EMPRIN, 2007, p. 220, tradução nossa).

Observe que o processo de formação é uma das etapas da pesquisa, e desta modo, de forma análoga a Emprin (2007, p. 223), este texto utiliza a expressão ‘engenharia didática’ para tratar da metodologia de pesquisa, e ‘engenharia didática de formação’ para o processo específico de formação que faz parte da pesquisa.

Figura 4.1: Engenharias



Fonte: o autor

E deste modo, conforme a figura 4.1, é importante diferenciar o planejamento da pesquisa (mais amplo) do planejamento da engenharia de formação que está relacionado

<sup>1</sup>Tese de Fabien Emprin que aborda o processo de formação de professores para ensinar matemática com recursos tecnológicos, sob o título de “*Formation initiale et continue pour l’enseignement des mathématiques avec les TICE: cadre d’analyse des formations et ingénierie didactique*”.

com o planejamento, projeto e implementação de uma disciplina de formação professores que ocorre na modalidade EAD.

As etapas da Engenharia Didática, correspondentes à esta investigação, estão organizadas neste texto da seguinte forma:

- as análises prévias estão contempladas nos capítulos 2 e 3, em que está apresentado o aporte teórico pertinente ao processo de apropriação do GeoGebra por parte dos professores em formação.
- a concepção e análise *a priori* da engenharia de formação estão apresentadas nas seções 4.2 e 4.3 com o detalhamento de toda a estrutura da disciplina, tanto em aspectos gerais quanto em aspectos mais específicos de cada tarefa. A seção 4.1 também contribui para este planejamento, pois apresenta uma análise das atividades realizadas pelos professores-alunos participantes desta disciplina em edição anterior do curso de especialização.
- a experimentação é descrita no capítulo 5, apresentando um panorama geral de como ocorreu todo o andamento da disciplina, com delineamento das intervenções realizadas, eventuais situações inesperadas, bem como o momento em que ocorreram e como transcorreram todas as coletas de dados do estudo.
- a análise *a posteriori* começa no capítulo 5 com uma análise ampla da implementação e continua no capítulo 6 com uma análise mais detalhada dos resultados. Neste capítulo é analisada detalhadamente a produção dos professores-alunos participantes do curso de formação, com o objetivo de se identificar fatores que influenciaram o processo de apropriação do software GeoGebra.
- a validação, quando os dados (análise *a posteriori*) são confrontados ou comparados com a análise *a priori*, ocorre tanto no capítulo 5 quanto no 6, contemplando respectivamente aspectos gerais e específicos observados. É uma etapa importante do estudo, em que os resultados obtidos servirão de base para verificação ou não das hipóteses de pesquisa.

É importante destacar que a Engenharia Didática se diferencia de outras metodologias pela característica da validação. Em outros métodos, é bastante comum a

validação externa através de comparações estatísticas do desempenho de grupos de experimento e grupos de controle (ARTIGUE, 1988). Segundo Artigue (2002b), na Engenharia Didática a validação é interna, com o confronto da análise *a priori* e da análise *a posteriori*, confirmando ou não as hipóteses envolvidas na investigação. É nesta etapa, de validação interna, que se amplia a vigilância para garantir a essência do caráter científico, e segundo Pais, “enquanto procedimento metodológico, a Engenharia Didática se fundamenta em registros de estudos de casos, cuja validade é interna e circunscrita ao contexto da experiência realizada” (2008, p. 103), mas podendo se estender para situações com características semelhantes.

Como o processo de pesquisa já foi apresentado, as seções que seguem tratam do processo de planejamento da engenharia de formação, relativa a uma disciplina de um curso de especialização. O processo de planejamento começa com uma análise da produção dos alunos desta disciplina em edição anterior do curso, o que será apresentado na seção 4.1. É a partir desta análise, e considerando o aporte teórico apresentado nos capítulos anteriores, que as seções 4.2 e 4.3 apresentam o planejamento da engenharia de formação, sempre tendo em mente a questão central de pesquisa<sup>2</sup>: na modalidade EAD, como organizar uma proposta de formação que vise a capacitação de professores de matemática para o uso do PRDRS que se tem no software GeoGebra?

## 4.1 Formação de professores de matemática na modalidade EAD: um estudo preliminar

A parte prática desta pesquisa, que é a implementação de uma engenharia de formação, ocorre em uma disciplina do curso de especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica (MMDD). É um curso que ocorre na modalidade EAD, oferecido pela UFRGS em parceria com a UAB, e destinado a professores de matemática atuantes na Educação Básica.

A disciplina Mídias Digitais na Educação Matemática I compõe a grade curricular do curso MMDD, e faz parte deste estudo como fonte para coleta de dados e

---

<sup>2</sup>Contemplando os princípios da Engenharia Didática, a hipótese de pesquisa será apresentada ao final deste capítulo, após a apresentação do planejamento feito.

respectivas intervenções planejadas. É através da análise de dados obtidos na primeira edição da disciplina, que este estudo teve início. Na primeira edição do curso de especialização, a referida disciplina ocorreu no segundo semestre de 2009. E a partir de agora, esta seção apresenta a análise das produções dos professores-alunos durante a primeira implementação da disciplina, de modo que sirva de subsídio para o planejamento da segunda edição desta disciplina que é foco deste estudo.

A súmula da disciplina contempla a análise e utilização de diferentes softwares e objetos de aprendizagem para o ensino de matemática, bem como a exploração de sites na área de Educação Matemática e seus possíveis usos nas salas de aula. Tem como objetivo “capacitar o professor de Matemática no uso de mídias digitais para Educação Matemática, com concomitante domínio dos conteúdos matemáticos que estão presentes nas mídias”<sup>3</sup>.

Na primeira edição da disciplina foram implementados quatro módulos, cada um com objetivos específicos<sup>4</sup>, e com o encaminhamento de uma tarefa a ser realizada pelos professores-alunos.

No primeiro módulo, o objetivo geral envolvia a abordagem de conceitos elementares de geometria através da relação entre geometria e arte, ao mesmo tempo em que ocorriam os primeiros contatos com software GeoGebra. A Tarefa 1 se constitui na realização de réplica geométrica de uma peça de mosaico, escolhida por cada participante. Esta réplica a ser realizada no GeoGebra precisava apresentar construções estáveis, envolvendo algumas ferramentas básicas da GD.

O módulo II propôs o estudo das transformações geométricas isométricas. São abordadas conceitualmente e exploradas dinamicamente no GeoGebra. A Tarefa 2 requer a realização de um ladrilhamento a partir de uma peça de mosaico, utilizando as transformações geométricas no GeoGebra

O terceiro módulo estabelece a relação entre sistemas articulados (formas geométricas em movimento) e a matemática. O módulo apresenta alguns exemplos de

---

<sup>3</sup>Obtido de documento disponibilizado no AVA da disciplina.

<sup>4</sup>A organização por módulos e os respectivos objetivos aqui apresentados foram obtidos no *website* da disciplina, disponível em: <[http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitais\\_I/](http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/)>. Acesso em: 10 ago. 2013.

mecanismos articulados (ventilador, macaco de carro, pistão, balança) e a geometria envolvida, juntamente com os procedimentos para representação no GeoGebra. A Tarefa 3 pedia que os professores-alunos identificassem sistemas articulados no cotidiano, e com os recursos de régua e compasso da GD, realizassem a representação de um modelo desse sistema.

O módulo IV abordou o processo de construção com régua e compasso e as demonstrações em geometria. Quando se realiza a construção com régua e compasso, existem fatos que são declarados na construção<sup>5</sup>. Por exemplo, dado um triângulo  $ABC$ , a intersecção  $P$  entre as mediatrizes dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$  fornece o centro da circunferência que circunscreve  $ABC$ . Isso significa que  $\overline{AP} \equiv \overline{BP} \equiv \overline{CP}$ , mas estes fatos não são declarados na construção, e portanto precisam ser explicados (justificados). Para a Tarefa 4 são apresentadas algumas construções geométricas sem a indicação dos passos da construção, e os professores-alunos devem fazer esta construção e encontrar a explicação (demonstração) para os fatos evidentes, mas não declarados.

A produção dos professores-alunos na disciplina de Mídias Digitais I foi detalhadamente analisada a partir do aporte teórico previamente apresentado, com o objetivo de se identificar nas produções<sup>6</sup> o PRDRS, conforme apresentado na seção 2.2 a partir da página 23. Deste modo, a análise buscou identificar o quanto este PRDRS do GeoGebra foi explorado, e a forma com que esta exploração ficava evidente na produção de cada professor-aluno.

Em uma análise preliminar, constatou-se que as produções dos professores-alunos apresentavam características peculiares, tanto quando comparadas com seus pares, quanto em comparações entre diferentes produções do mesmo indivíduo ao longo do curso. Desta forma, identificamos classes de produções distintas e a partir dessa análise, elabora-

---

<sup>5</sup>Quando representamos uma reta perpendicular, o ângulo reto é um fato declarado na construção.

<sup>6</sup>Cabe ressaltar que o projeto deste estudo apontava para o Potencial Semiótico e não para o Potencial dos Registros Dinâmicos de Representação Semiótica - PRDRS. Com o aprofundamento da pesquisa e das leituras, chegou-se à constatação que o Potencial Semiótico necessariamente envolve o processo de Mediação Semiótica, em que a atuação presencial do professor tem papel central. Como este estudo envolve formação em modalidade EAD, a identificação que realizamos passou a ser denominada de PRDRS, conforme apresentado previamente no aporte teórico.

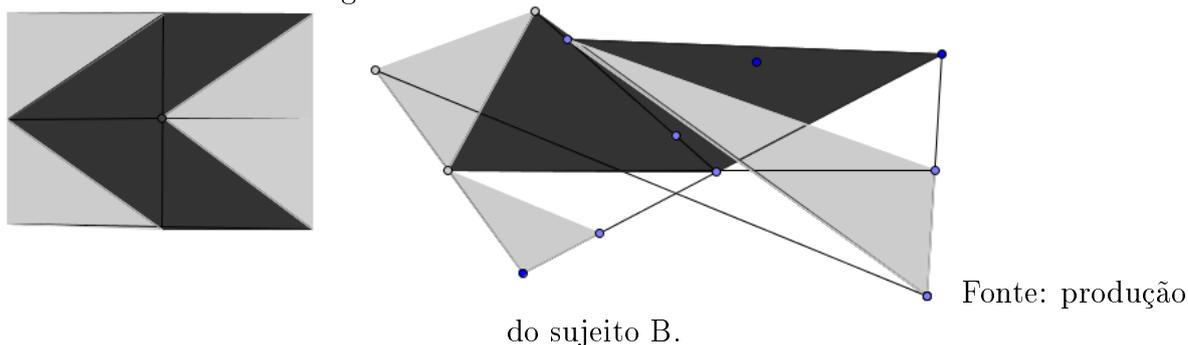
mos uma sequência de categorias para identificar diferentes níveis de PRDRS explorados com o artefato<sup>7</sup>.

Considerando estes conceitos, e a análise da produção dos professores-alunos, categorizou-se diferentes níveis de PRDRS explorado, que são apresentados a seguir.

**Nível 0:** está relacionado às dificuldades mais elementares com o uso da geometria dinâmica (GD), e dificuldades básicas com o software em questão. Neste nível as representações não são estáveis. Aparecem dificuldade de marcar ponto sobre uma reta, de identificar qual ferramenta está selecionada para determinada ação, e mesmo quando a ferramenta correta é selecionada (reta perpendicular, por exemplo), possui dificuldade em executar o comando. Ou seja, as dificuldades estão relacionadas ao uso do instrumento, e praticamente não há relação com os conceitos matemáticos<sup>8</sup>.

Na figura 4.2 abaixo, temos a produção de um professor-aluno realizada no GeoGebra. O objetivo era representar uma peça de mosaico utilizando recursos básicos tais como retas, circunferências e reta perpendicular. A intenção era que a peça ficasse com a aparência da imagem à esquerda. No entanto, quando são movimentados os pontos da representação, ela se deforma totalmente, tal como indica a imagem à direita. Isso acontece pois nenhuma relação geométrica foi utilizada na construção.

Figura 4.2: Atividade analisada - nível 0.



<sup>7</sup>A análise aqui apresentada envolve as construções dos professores-alunos feitas no GeoGebra, ou seja, na primeira edição da disciplina não havia relatório descritivo que acompanhava todas as tarefas. Algumas das tarefas tinham registro escrito, mas dedicado à identificação de fatos declarados e fatos implícitos e as respectivas argumentações matemáticas. Outro fato importante a ser dito, é que estas categorias criadas nas análises prévias, somente foram utilizadas naquele momento, início deste processo de pesquisa.

<sup>8</sup>Para utilizar a ferramenta *reta perpendicular* adequadamente no GeoGebra, este exige que sejam indicados um ponto e uma reta (ou segmento). Isto está diretamente relacionado ao conceito de reta perpendicular.

**Nível 1:** as representações apresentam características de esboços e também de construções. Ou seja, são representações parcialmente estáveis sob o movimento. Neste caso, ocorre a construção de retas perpendiculares, circunferências, identificando os elementos necessários das definições de cada elemento. Ou seja, os recursos básicos da GD (circunferências, retas paralelas, perpendiculares) são utilizados nas representações. No entanto, estes recursos são utilizados adequadamente em parte da representação, de modo a se ter uma parcial estabilidade sob movimentos. Alguns procedimentos de construção são mais óbvios do que outros - por exemplo, na construção do quadrado, usar o compasso para construir lados congruentes não é uma atitude imediata dos alunos; já quanto à construção de lados perpendiculares, não se identifica maiores dificuldades.

É o nível em que começa a se estabelecer relações com os conceitos matemáticos relativos aos recursos básicos do GeoGebra, no entanto, o cuidado matemático ainda não se estende ao total representado.

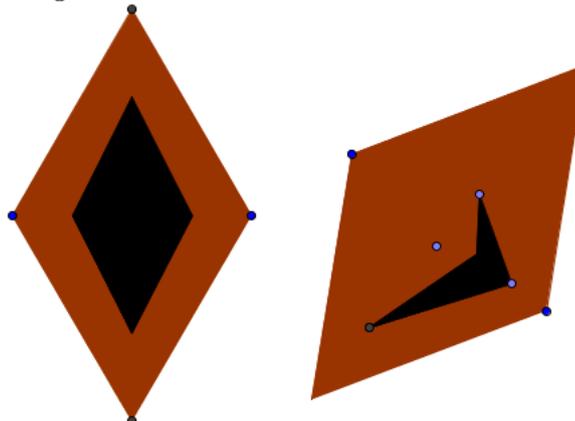
Neste nível, as argumentações ou deduções geométricas dificilmente ocorrem, pois os conceitos geométricos envolvidos na representação não estão completamente compreendidos.

Por exemplo, na figura abaixo temos a produção de um professor-aluno com o objetivo de representar uma peça de mosaico, tal como a imagem à esquerda. Sob movimento, o polígono externo se mantém estável, mas o interno deforma, não mantendo as características visuais pretendidas pelo elaborador. Ocorre também em situações que parte dos elementos construídos considera a proporcionalidade, envolvendo propriedades geométricas, e outra parte se deforma sob o movimento, ou não mantém a proporcionalidade.

**Nível 2:** neste nível temos as construções geométricas, e a construção inteira se mantém estável sob movimento. De modo geral, é a utilização adequada dos recursos mais elementares do GeoGebra, tais como retas, segmentos, paralelas, perpendiculares, circunferências, proporcionalidade, etc, conceitos elementares de geometria sintética, que de modo geral, garantem a estabilidade das representações.

No entanto, neste nível ainda há a repetição de comandos ou de elementos básicos construídos. Há um excesso de trabalho na construção geométrica, que poderia

Figura 4.3: Atividade analisada - nível 1.



Fonte: produção do sujeito C.

ser mais enxuta com a utilização de ferramentas mais avançadas do GeoGebra, tal como transformações geométricas. Quando ocorrem, as argumentações e deduções são bem elementares. Neste nível não ocorrem as deformações indicadas nas figuras 4.2 e 4.3.

**Nível 3:** ocorrem construções geométricas com a utilização de ferramentas que deixam a construção mais enxuta e definida. Neste nível, transformações geométricas mais elementares como translação e rotação são utilizadas para reduzir o excesso de repetições no uso das mesmas ferramentas. Recursos mais elaborados do GeoGebra são utilizados com certa familiaridade, mas as relações matemáticas por trás da ferramenta não são compreendidas. Por exemplo, se utiliza a reflexão com familiaridade, mas o sujeito tem dificuldade de apresentar uma argumentação geométrica que justifique o resultado da simetria. Ou seja, estes recursos passam a ser utilizados, mas sem uma conexão com o conceito matemático que os envolve.

Argumentações e justificativas geométricas passam a ser mais comuns, ampliando o leque de conceitos matemáticos nelas envolvidas.

**Nível 4:** os recursos mais avançados do GeoGebra passam a ser utilizados, tais como as cônicas, lugar geométrico, inversão, etc. O GeoGebra é utilizado com certa desenvoltura, e as justificativas geométricas da reflexão e rotação, passam a ser apresentadas<sup>9</sup>, e de modo geral, a argumentação passa a ter papel importante. O GeoGebra começa a aparecer como ambiente de simulação, onde algumas conjecturas são testadas. No en-

<sup>9</sup>Nesse nível ainda não é alcançado a compreensão de função da reflexão por exemplo, que leva de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$ , o que passa ser algo mais complexo e avançado.

tanto, recursos mais “complexos matematicamente”, tal como inversão e lugar geométrico, carecem de compreensão adequada e justificativa geométrica plausível.

Ocorrem as primeiras incursões com comandos extras, através da linha de comando, ou de relações funcionais entre elementos geométricos básicos.

**Nível 5:** é o nível de uso autônomo do instrumento. É quando o sujeito utiliza o GeoGebra como “laboratório de simulação” para situações matemáticas, e a partir da observação de invariantes, testa e refuta hipóteses, bem como atua na obtenção de soluções para uma referida atividade ou problema matemático.

É o caso do matemático utilizando o GeoGebra para suas pesquisas, ou do professor de matemática analisando problemas matemáticos que sejam de seu próprio interesse, e que eventualmente contribuam para sua formação. Ou por iniciativa do próprio estudante, que o utiliza para resolver determinados problemas ou realizar determinada atividade.

Neste nível, o sujeito cria as próprias ferramentas, adaptando o GeoGebra com macros<sup>10</sup> que passam a ser úteis no sua atividade de pesquisa ou estudo, propiciando uma maior eficiência do instrumento junto às necessidades do usuário.

A elaboração destes diferentes níveis evidencia a evolução de dois processos importantes na exploração do PRDRS. Por um lado, temos a transformação do artefato em instrumento em que se evidenciam os esquemas de uso atribuídos à ferramenta e os esquemas de ação instrumentada na realização da tarefa. Esta transformação aparece com mais destaque nos três primeiros níveis, mas percorre todos eles, já que a Gênese Instrumental é um processo complexo e lento, e que necessita de muitas experiências do sujeito com o artefato. Por outro lado, gradativamente se descortinam os conhecimentos matemáticos subjacentes ao software, às suas ferramentas e às atividades propostas.

Os níveis apresentados acima foram utilizados para uma análise inicial da produção dos professores-alunos na disciplina de Mídias Digitais I, para a qual obteve-

---

<sup>10</sup>A criação de *macros* no GeoGebra é simplesmente a criação de alguma ferramenta específica que não tenha sido disponibilizada na interface. Para isso, basta informar os elementos iniciais e finais para que o GeoGebra crie a ferramenta e a incorpore na interface. É a adaptação do GeoGebra para o sujeito e suas necessidades.

se uma amostra aleatória de 20 indivíduos do total de 181 matriculados no início da disciplina.

Identificados os 20 sujeitos, foram analisadas as Tarefas de 1 a 4, descritas anteriormente, bem como a atividade realizada no encontro presencial. Foram avaliadas as representações no GeoGebra e as argumentações relacionadas, e classificadas conforme os níveis de PRDRS. Confira os dados<sup>11</sup> apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Níveis de PRDRS explorado

Sujeito	Tarefa 1	Presencial	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4
A	-	-	2	3	3
B	0	-	0	-	3
C	1	-	2	0	3
D	2	-	3	1	3
E	0	3	0	1	4
F	2	3	-	3	3
G	3	3	3	0	-
H	2	-	0	1	3
I	0	-	1	1	4
J	0	2	1	1	3
K	2	3	1	1	4
L	3	1	3	1	3
M	2	-	3	3	2
N	1	-	2	0	1
O	2	3	2	1	4
P	2	2	2	2	4
Q	2	3	2	1	2
R	2	3	0	1	2
S	0	-	3	3	3
T	3	3	3	3	1

Fonte: o autor.

Para as tarefas 1, 2 e 3, foram analisadas apenas as representações feitas no GeoGebra, já que as atividades não envolviam registro escrito por parte dos professores-alunos. Desta forma, analisaram-se as características das representações que pudessem caracterizar determinado nível, não sendo possível verificar que raciocínios ou justificativas foram utilizados e que pudessem indicar signos pessoais mobilizados nesta representação.

Algumas considerações sobre os dados obtidos:

<sup>11</sup>O traço '-' é utilizado na tabela para indicar tarefas não entregues pelos professores-alunos.

- na tarefa 1, algumas produções não seguiram as orientações da atividade, e utilizaram o ferramenta “polígono regular” para criar um quadrado. Isso fez com que fossem classificadas como nível 2, mesmo não tendo seguido as orientações<sup>12</sup>.
- a tarefa presencial apresentou várias produções no nível 3, no entanto há de se considerar que esta tarefa teve acompanhamento dos tutores, que orientaram o uso das transformações geométricas no GeoGebra. São exatamente estas transformações que permitem que a construção seja enxuta e estável, únicas características do nível 3 que são possíveis analisar na ausência de registro escrito sobre a mobilização de signos nesta atividade.
- a tarefa 2 apresentou grande heterogeneidade, com pequena melhora de resultados em relação à tarefa 1. No entanto, a expectativa era de que esta evolução ocorresse para a maioria dos sujeitos, já que a atividade envolvia a mesma construção feita na tarefa 1, mas que deveria ser articulada com transformações geométricas (abordadas na tarefa presencial) para a composição dos mosaicos. Essa expectativa não se confirmou, e algumas produções apresentaram até diminuição de nível.
- a tarefa 3 apresentou redução no nível para vários sujeitos. A interpretação é de que este nível acaba representando melhor a exploração do sujeito por dois motivos. Primeiro, porque todas as atividades anteriores envolveram representações geométricas similares, criando certa familiaridade do sujeito com a representação, e quando este se deparou com uma atividade um pouco diferente, características do PRDRS que apareciam nas atividades anteriores, não se confirmaram. Segundo, porque os níveis de PRDRS pretendem considerar um estado geral, e deste modo, um nível menor na tarefa 3, supõe que os resultados apresentados nas tarefas anteriores tenham sido pontuais.
- na tarefa 4 houve os maiores resultados, mas foram impulsionados pelos diversos exemplos das construções disponibilizadas no *website* da disciplina, e a partir destes exemplos, vários alunos obtiveram o nível 3. O principal objetivo da atividade é que se apresentasse argumentações convincentes, o que

---

<sup>12</sup>As classificações dos níveis não considera se a atividade foi realizada de acordo com o que foi pedido.

caracterizaria o nível 4, mas poucos professores-alunos o alcançaram, mesmo que pontualmente.

A análise do nível do PRDRS explorado nas produções, considera o processo de aprendizagem de geometria dos professores-alunos, através de atividades com o uso do GeoGebra. Na maioria das avaliações, as produções apresentaram nível razoável, mas algumas avaliações mais baixas (principalmente na tarefa 3) levam a questionar avaliações maiores nas outras tarefas. Ao mesmo tempo, para que se pudesse ter um resultado mais preciso sobre o potencial explorado, o ideal é que se tivesse um maior número de atividades a serem analisadas (facilitando a identificação de um panorama geral), e a obtenção de mais registros em que se possa identificar o processo de reflexão do professor-aluno sobre a atividade.

Outro fator que deve ser considerado na análise, e talvez contemplado na continuação deste estudo, é a criatividade ou a complexidade da representação. Na maioria das tarefas analisadas, os professores-alunos faziam escolhas de situações do cotidiano para representar. Se a escolha envolve representações mais simples, é mais fácil articular adequadamente os componentes geométricos envolvidos, enquanto escolhas mais complexas, pela dificuldade de representação, poderiam reverter em nível menor de PRDRS explorado por não se conseguir realizá-las adequadamente.

A análise apresentada nesta seção, constituindo o processo de análises prévias do processo de pesquisa, possibilitou o embasamento necessário para a elaboração de uma engenharia de formação que promovesse uma melhor exploração do PRDRS. Esta análise feita contribui para a reformulação do planejamento da disciplina em vários aspectos, tais como: o tipo de atividades (tarefas com atividades mais próximas da matemática escolar, em vez da relação entre geometria e arte), conteúdos matemáticos (saem as transformações geométricas, e além de geometria entram tópicos de funções), processo gradativo no reconhecimento do dinamismo e do PRDRS (começando com a identificação de movimento de pontos, passando para propriedades explícitas, depois implícitas, etc), bem como implementações técnicas para aperfeiçoar o processo de formação em EAD e a organização de tutores no encaminhamento das tarefas.

Deste modo, a seção 4.1 apresentou a análise da produção dos professores-alunos na disciplina ocorrida na edição anterior do curso (2009) de especialização. Esta análise possibilitou reformulações para a disciplina ocorrida em 2014, na qual o planejamento, apresentado nas seções que seguem, foi implementado. E portanto, as seções 4.2 e 4.3 apresentam o planejamento e projeto da engenharia de formação, com o objetivo de explorar o PRDRS do GeoGebra, bem como promover a Gênese Instrumental no processo de apropriação do software por parte dos professores-alunos em formação.

## 4.2 Engenharia didática de formação: aspectos no nível macro

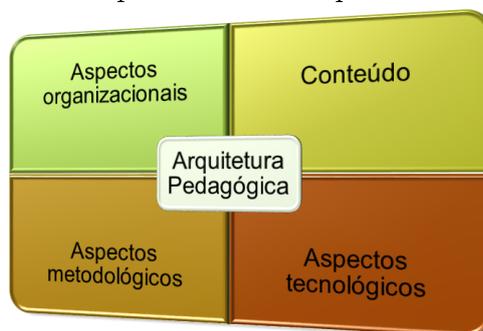
Esta seção apresenta o planejamento e projeto da engenharia de formação da disciplina de Mídias I, ou seja, a sequência didática proposta para a referida disciplina (implementada a partir de março de 2014) do curso de especialização MMDD para formação continuada de professores de matemática. Esta disciplina ocorre na modalidade EAD, e portanto o planejamento envolve uma série de recursos tecnológicos, de organização e metodológicos distintos daqueles quando a sequência didática é planejada para encontros presenciais.

A inclusão destes outros itens no planejamento da sequência didática buscou contemplar uma *Arquitetura Pedagógica* (AP) para a estruturação da disciplina Mídias I. Conforme Behar (2009), AP é “um sistema de premissas teóricas que representa, explica e orienta a forma como se aborda o currículo e que se concretiza nas práticas pedagógicas e nas interações professor-aluno-objeto de estudo/conhecimento”. Ainda segundo a autora, é a elaboração das estratégias para a efetivação da aprendizagem com apoio tecnológico, com base em um modelo pedagógico.

Um modelo pedagógico para a EAD caracteriza as premissas teóricas que estabelecem a forma como o currículo é abordado, e como isto é efetivado nas práticas pedagógicas e nas interações entre professor, aluno e objeto de estudo (BEHAR, 2009). O modelo pedagógico acaba sendo evidenciado pela forma como ocorrem as interações entre estes elementos, e segundo a autora, pode envolver uma ou mais teorias educacionais que dão suporte ao processo de aprendizagem.

O modelo pedagógico proporcionará o desenvolvimento de uma estrutura específica chamada de Arquitetura Pedagógica (AP) que contempla (BEHAR; BERNARDI; SILVA, 2009) aspectos organizacionais, conteúdo, aspectos metodológicos e aspectos tecnológicos. Todos estes elementos precisam funcionar de forma integrada a fim de garantir o alcance dos objetivos estabelecidos, mas para compreender sua estrutura é necessário uma análise ‘individual’ de cada componente e como ele se relaciona com o todo (ALMEIDA et al., 2009) para efetivar o funcionamento desta dinâmica complexa.

Figura 4.4: Componentes da Arquitetura Pedagógica.



Fonte: adaptação do autor a partir de Behar (2009, p. 25).

Os aspectos organizacionais se referem à fundamentação do planejamento pedagógico, aos objetivos do processo de aprendizagem, à organização do tempo e espaço, bem como estabelece a atuação de cada participante (BEHAR, 2009).

Na AP, o conteúdo está relacionado aos materiais instrucionais, objetos de aprendizagem, ou todo o recurso utilizado com o objetivo de promover a aprendizagem (BEHAR; BERNARDI; SILVA, 2009) dos objetivos de estudo.

Segundo Behar (2009), os aspectos metodológicos da AP englobam a organização da sequência didática e todos os seus elementos, bem como os procedimentos de interação, comunicação e avaliação.

Aspectos tecnológicos determinam os recursos de comunicação e o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) a ser utilizado (BEHAR, 2009).

Considerando que a disciplina em questão é realizada na modalidade EAD, com apoio de diversos recursos tecnológicos, é fundamental que o planejamento da mesma envolva todos os aspectos que compõe uma AP. E desta forma, a etapa da engenharia de

formação que trata do planejamento de uma sequência didática, no contexto da EAD se amplia para os aspectos de uma Arquitetura Pedagógica.

Neste texto, as componentes da AP não serão apresentados separadamente, mas sim apresentados em contexto mais amplo em que cada aspecto tenha sua contribuição. Além disso, nem sempre é possível fazer uma separação estanque entre cada um dos componentes. Como exemplo, podemos considerar um vídeo sobre triângulo retângulo, que pode ser analisado segundo aspectos de cada uma das componentes da AP. No componente tecnológico é possível considerar o formato do vídeo, a resolução, duração, meio de divulgação ou apresentação, etc. No aspecto conteúdo há os conceitos geométricos sobre o triângulo retângulo e suas relações métricas, por exemplo. A forma como o vídeo é articulado na sequência didática, se é acompanhado de resenha, de trabalho em grupo, ou como vídeo de sensibilização, são aspectos do componente metodológico. Ou seja, um único item – vídeo – possui aspectos de diferentes componentes da AP, e por isso os mesmos não serão analisados separadamente neste texto.

Nesta seção, é apresentado o planejamento mais geral da disciplina que aqui será denominado *macroengenharia*. O termo *macroengenharia* está sendo utilizado em alusão ao que Artigue (1988, p. 291) denomina como variáveis macrodidáticas que estão envolvidas no processo de planejamento e organização global.

É importante ressaltar também que durante o processo de planejamento, o projeto da engenharia de formação foi se modificando de acordo com as circunstâncias que foram surgindo. Desta forma, desde a apresentação do projeto desta pesquisa até o início da disciplina, várias foram as mudanças que ocorreram no projeto. E mesmo durante a implementação da disciplina, diversos fatores influenciaram a reformulação de módulos posteriores, em função do que ia acontecendo ao longo da implementação. Desta maneira, com finalidade de produzir texto mais objetivo, aqui se opta por apresentar o planejamento que, de fato, foi implementado.

A disciplina foi organizada com dois professores (este autor e a profa. Maria Alice Gravina) que ficaram responsáveis pelo planejamento didático, organização da disciplina e produção do material a ser disponibilizado para os professores-alunos. Também contribuíram diretamente com a formação onze tutores, que ficaram responsáveis pelo

acompanhamento mais direto dos participantes, motivando, discutindo dúvidas, dando *feedback* nos fóruns e avaliando as tarefas.

A disciplina foi planejada para um período de dez semanas. Neste período ocorreram três encontros presenciais nos polos EAD: um para iniciar a disciplina, um para terminar e outro na metade. Nos encontros presenciais, os tutores se deslocam até cada polo para acompanhar os professores-alunos nas atividades. No turno da manhã, através de webconferência, os professores fazem orientações referente à disciplina, e conduzem atividades a serem realizadas pelos professores-alunos nos laboratórios de informática de cada polo presencial. No turno da tarde, as atividades presenciais são conduzidas pelos tutores, com tarefas relacionadas aos tópicos de estudo e suas aplicações no contexto escolar. As atividades presenciais também são instrumento de avaliação nesta disciplina, conforme prevê a legislação pertinente.

O projeto da disciplina contempla sete módulos com atividades envolvendo a apropriação do GeoGebra e a articulação com conceitos de matemática. A tabela 4.2 apresenta a relação dos módulos com um panorama geral da organização.

Como visto no capítulo 2, o uso do GeoGebra e suas ferramentas articula necessariamente uma série de conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo, a formação se destina a professores em sala de aula, e por isso, a escolha por conteúdos envolvendo geometria, álgebra e funções, que estejam presentes na grade curricular das escolas. A apropriação do GeoGebra é organizada de forma gradativa, iniciando com construções dinâmicas simples que evidenciam as características do dinamismo, até construções mais elaboradas articulando geometria e gráfico de funções. Um maior detalhamento dos tópicos abordados, bem como dos objetivos específicos em cada módulo serão apresentados na seção 4.3.

Todo o material de suporte, tanto à abordagem dos conceitos matemáticos quanto à utilização do GeoGebra, é organizado em um *website* disponível em [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitais\\_I/](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/). O *layout* que o mesmo apresenta (veja figura 4.5) é semelhante em todas as disciplinas do curso MMDD, de modo a facilitar a navegação e orientação dos professores-alunos na exploração do mesmo. A barra de navegação do site é organizada pelos respectivos módulos apresentados na tabela 4.2.

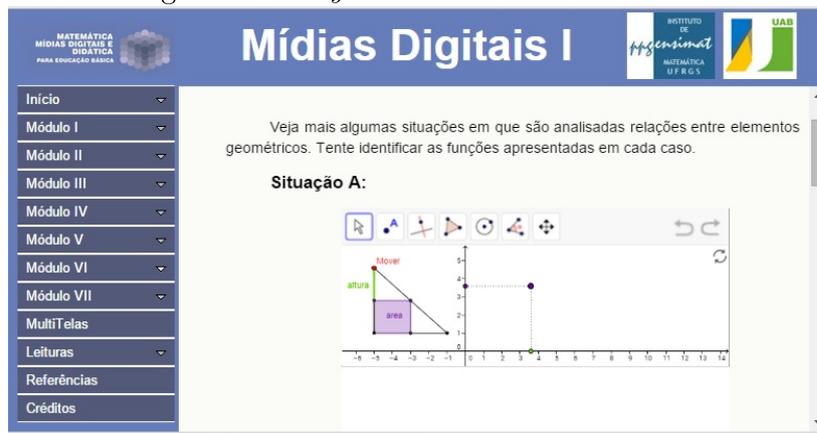
Tabela 4.2: Organização dos módulos da disciplina.

	Conteúdo matemática	Apropriação do GeoGebra
Módulo I	Conceitos e definições de elementos geométricos básicos: retas, segmentos, circunferências, etc.	Dinamismo dos pontos e propriedades explícitas simples.
Módulo II	Triângulos e suas propriedades (classificações).	Dinamismo dos pontos, propriedades explícitas e implícitas.
Módulo III	Quadriláteros e suas propriedades.	Dinamismo e propriedades implícitas. Conversão do registro língua natural para registro dinâmico de representação geométrica.
Módulo IV	Circunferências inscritas e circunscritas a triângulos. Propriedades da mediatriz e bissetriz.	Dinamismo e propriedades explícitas e implícitas.
Módulo V	Transformações geométricas.	<i>Applets</i> com o GeoGebra.
Módulo VI	Atividade articulando álgebra e geometria. Relações algébricas para parametrização de segmentos de retas.	Conversão do registro figural para o algébrico no GeoGebra.
Módulo VII	Atividade articulando funções e geometria.	Relações de dependência no GeoGebra e a obtenção do gráfico de função, sem que se tenha a expressão algébrica. Conversão do registro figural para o gráfico no GeoGebra.

Fonte: elaborado pelo autor.

Em cada módulo tem-se quatro seções: apresentação, que trata dos objetivos; conteúdos, que trata de conceitos e propriedades matemáticas; recursos, onde são disponibilizadas explicações, com animações interativas, que tratam do uso do GeoGebra; atividades, que trata da tarefa semanal a ser entregue. Em analogia ao contexto escolar, o *website* pode ser entendido como o ‘livro didático’ da disciplina, onde todas as tarefas e material de consulta é disponibilizado aos professores-alunos.

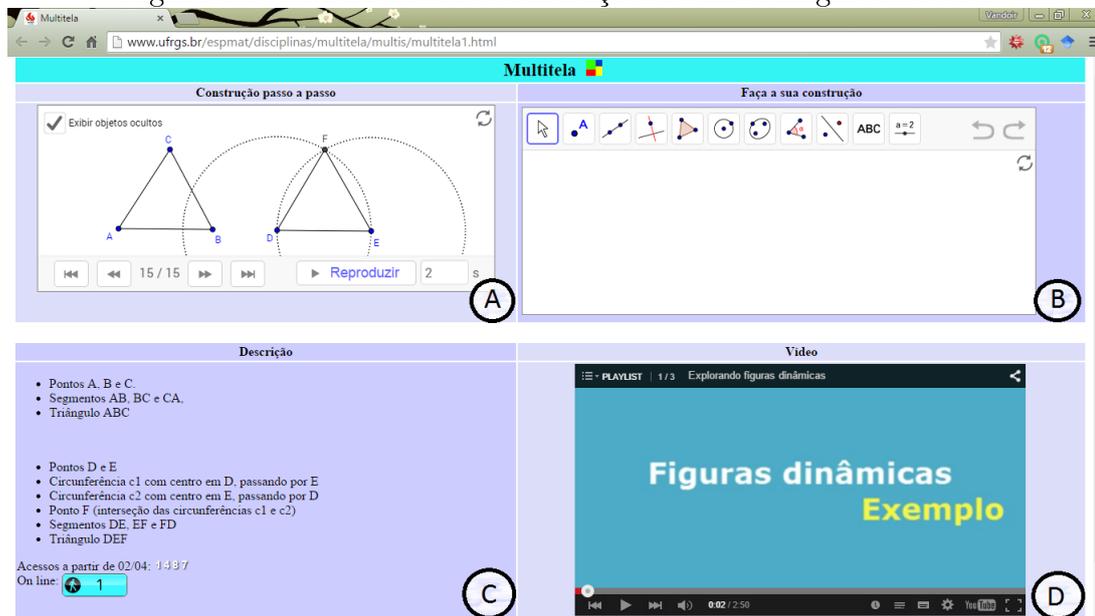
Como complemento ao material disponibilizado no *website* foi desenvolvido o recurso MultiTela GD, com o objetivo de dar suporte à atividade EAD e ao material disponibilizado no *website*. É através da MultiTela GD que os professores-alunos são orientados quanto ao uso do software GeoGebra. Foi desenvolvido com o objetivo de reduzir a dificuldade de visualização das diferentes telas no computador (GeoGebra, Moodle, *website*, *applet*, editor de texto, etc), que se tornam exaustivas e dificultam a concentração

Figura 4.5: *Layout do website de Mídias I.*

Fonte: o autor.

no aprendizado. Analisando a formação de professores de matemática em AVA, Santos (2006, p. 102) já observou que “maximizar/minimizar diferentes ‘janelas’ na tela do computador, como a do Wingeom, a do portfólio e a do chat, tornaram-se ações constantes” e que dificultam o coordenação de todos os recursos, bem como tiram a atenção da questão central da atividade.

Figura 4.6: MultiTela GD: construção de um triângulo isósceles.



Fonte: o autor.

A figura 4.6 apresenta a MultiTela GD, desenvolvida em *html* e *JavaScript*, articulando quatro telas importantes na exploração de conceitos matemáticos com o GeoGebra, bem como suporte ao uso das ferramentas do software.

A tela A permite apresentar *applet* dinâmico com construção do GeoGebra, e que permite revisar, passo a passo, todas as etapas da construção. Na parte B temos a interface do GeoGebra integrada<sup>13</sup> na webpage, permitindo que o professor-aluno faça suas representações diretamente nela, sem precisar mudar para uma tela do software. A tela C apresenta a descrição de cada uma das etapas apresentadas na tela A, articulando assim diferentes registros de representação semiótica, conforme sugere Duval (2009). A tela D apresenta hipervídeo relacionado, indicando as formas de uso do software e comentando o conteúdo matemático envolvido na construção.

O objetivo é que diferentes atividades articulem conhecimentos nas diversas direções das telas (A->B, C->B, A->C, etc.), possibilitando o processo de conversão de diferentes registros de representação semiótica (figural, língua natural, etc) bem como a exploração do dinamismo das figuras representadas (tratamento no registro figural), articulando os conteúdos matemáticos com o uso das ferramentas do GeoGebra.

Diferentes MultiTelas podem ser criadas, e apresentadas gradativamente aos professores-alunos, tanto no que se refere aos conceitos matemáticos envolvidos quanto no uso adequado do software GeoGebra. A MultiTela GD pode ser caracterizada como um multi-objeto de aprendizagem, tanto por integrar diferentes mídias, quanto pela sua fácil adaptação para as mais diferentes representações em GD, de modo que é possível customizá-la para as mais diferentes atividades envolvendo o conteúdo de geometria.

O diferencial deste recurso não está na tecnologia empregada, mas na forma de organizar e disponibilizar o material digital desenvolvido, visando um processo didático que potencialize tanto a apropriação do software de GD quanto a compreensão dos conceitos matemáticos que estão sendo abordados (STORMOWSKI; GRAVINA; LIMA, 2014). Para a disciplina Mídias I, foram elaboradas dez MultiTelas distintas, apresentando diferentes exemplos de representação no GeoGebra. As MultiTelas GD podem ser encontradas no *website* da disciplina, ou diretamente no endereço <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/multitela/>.

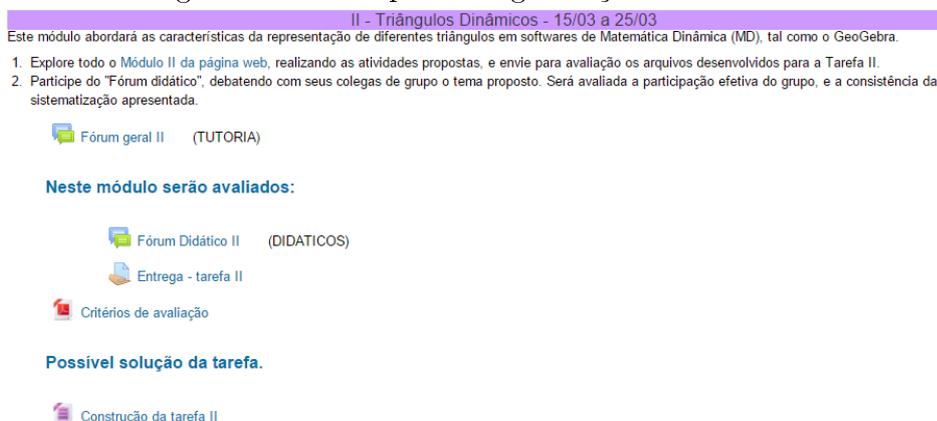
Para o encaminhamento das atividades da disciplina, se utiliza o AVA Moodle, em que são disponibilizadas todas as orientações de atividades, avisos, prazos, entrega

---

<sup>13</sup>Com todas as funcionalidades do GeoGebra, inclusive permite salvar os arquivos no formato típico do software (.ggb).

de tarefas e demais recomendações para o acompanhamento da disciplina. É também através do AVA que ocorrem as interações entre professores-alunos, tutores e professores da disciplina, utilizando essencialmente os fóruns e o envio de mensagens para avisos. O Moodle foi organizado cuidadosamente para que os professores-alunos se orientassem com mais facilidade no ambiente. A organização de cada módulo no AVA está ilustrada na figura 4.7. Em analogia ao contexto escolar, o Moodle foi utilizado na disciplina como ‘sala de aula’, local em que ocorrem as interações entre os participantes, e todas as orientações referentes à disciplina.

Figura 4.7: Exemplo de organização no moodle.



Fonte: o autor.

Os professores-alunos são divididos em grupos de seis ou sete participantes. Esta divisão em grupos reduzidos visa propiciar uma efetiva participação nos fóruns da disciplina, pelos integrantes de cada grupo. Se considera que a realização de fóruns com grupos muito grandes, faz com que, ou alguns participantes não se manifestem com tanta frequência, ou a discussão no fórum tome muitas direções, deixando de lado o foco proposto. Desta forma, com um grupo mais reduzido, se espera um melhor aproveitamento deste recurso disponível no AVA Moodle.

Para acompanhamento das atividades nos fóruns, avaliação de tarefas, *feedback* de dúvidas, suporte ao uso do GeoGebra, cada tutor ficou responsabilizado por até três grupos de professores-alunos. O acompanhamento dos tutores possui um papel importante na realização da disciplina, pois são os tutores que fazem o contato mais próximo com os professores-alunos, incentivando, acompanhando e avaliando suas produções.

Dada esta importância, foram programadas reuniões semanais com o grupo de tutores, desde dez dias antes do começo da disciplina. Em cada uma destas reuniões foram apresentadas as atividades e os respectivos critérios de avaliação. Como a avaliação das tarefas ficou ao encargo dos tutores, após a apresentação dos critérios de avaliação, os mesmos foram discutidos com o grupo para elucidar quaisquer dúvidas de interpretação. E, por mais que tivessem sido estabelecidos critérios de avaliação, a avaliação sempre envolve algo de interpretação e subjetividade. Por isso, na semana seguinte à avaliação das tarefas, os tutores foram convidados a exemplificar avaliações realizadas, com o objetivo de se ‘ajustar’ as interpretações de tarefas avaliadas, e assim reduzir possíveis discrepâncias na efetivação dos critérios de avaliação apresentados.

Todo o planejamento até aqui apresentado contempla a apropriação do GeoGebra por parte dos professores-alunos, que articulando conceitos matemáticos na realização das tarefas, explorem o PRDRS presente no software. O que está em jogo é o desenvolvimento de esquemas de uso e de ação instrumentada que contribuam para o processo de Gênese Instrumental pessoal.

Ao mesmo tempo, considerando que os professores-alunos são atuantes na Educação Básica, é natural que também se busque contemplar o processo de Gênese Instrumental profissional na organização da disciplina. Para tal, foram planejados especificamente dois momentos na disciplina: fóruns didáticos e elaboração de plano de aula.

Os fóruns didáticos ocorrem ao longo da disciplina, e separados em grupos, os participantes debatem os seguintes temas propostos:

- Fórum didático I: na Wikipedia tem-se a definição “Altura de um triângulo é um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. Este lado é chamado base da altura, e o ponto onde a altura encontra a base é chamado de pé da altura”. Pergunta: como você explicaria para os seus alunos o conceito de “altura de um triângulo” usando o GeoGebra? Os integrantes do grupo devem discutir sobre possíveis explicações, o tipo de construção no GeoGebra, e como abordar o

assunto com os alunos. Ao final, de forma coletiva, o grupo sistematiza a discussão.

- Fórum didático II: após ler as seções 2.1 e 2.2 do trabalho<sup>14</sup> “As imagens conceituais e a geometria dinâmica”, discuta com seus colegas: a diferença entre conceito e imagem conceitual, se possível ilustrando com exemplos; o que são os exemplos prototípicos no ensino da Geometria? No caso da altura do triângulo, quais são estes exemplos? Como a geometria dinâmica pode ajudar a mudar esta ideia de “desenho prototípico”, que tanto dificulta o aprendizado? Após a discussão feita, a proposta de ensino para o conceito de altura de um triângulo, apresentada pelo grupo no Fórum Didático da semana passada, seria alterada? Justifique sua resposta e, se for o caso, apresente uma nova proposta de ensino.
- Fórum didático III: Apresente suas opiniões sobre o uso de tecnologias nas aulas de matemáticas. No dois primeiros dias, apresente uma mensagem para cada uma das perguntas, sobre o uso de tecnologia nas aulas de matemática: costuma utilizar algum recurso tecnológico em suas aulas? Quais recursos, e como os utiliza? Compartilhe alguma experiência que tivesse como professor e que consideras interessante. Sobre a disciplina Mídias I: o que aprendeste até aqui? Quais as suas maiores dificuldades? Sugestões e contribuições? Após o compartilhamento destas respostas, fomente o debate sobre as experiências compartilhadas.
- Fórum didático IV: O vídeo ‘The Wounderful World of Cabri’ (em <http://www.youtube.com/watch?v=nnH00kdAcGU>) mostra trabalhos de alunos de oitavo ano do EF feitos com Geometria Dinâmica. No vídeo ‘The Wonderful World of Cabri’, que conteúdos matemáticos é possível identificar? Apresente construções no GeoGebra, similares às que constam no vídeo. Feito isto, discuta com seus colegas sobre esta atividade: ela é interessante? é possível fazer na escola? os alunos gostariam da atividade? os alunos aprenderiam geometria?

---

<sup>14</sup>Trabalho de conclusão de curso de Arthur Barcellos Bernd, disponível em <<http://hdl.handle.net/10183/37100>>, acesso em 10/03/2014.

- Fórum didático V: no módulo V da *webpage*, item complementos, estão disponibilizados alguns *applets* de GD com o objetivo de auxiliarem na compreensão de conceitos, fórmulas e relações em Matemática. Explore os *applets* disponibilizados, identifique suas propriedades e possíveis aplicações destes recursos em sala de aula. Feito isto, discuta com seus colegas sobre a possibilidade de uso destes recursos. Podem ser utilizados? Em quais situações? Quais os conteúdos explorados? Quais as contribuições para o processo de aprendizagem? Que tipo de perguntas seriam feitas aos alunos para explorá-los? Publique no fórum arquivos do GeoGebra com construções semelhantes, explorando algum conceito importante. Ou ainda, construções que melhorem ou aperfeiçoem os recursos disponibilizados.
- Fórum didático VI: desde o início da disciplina foram apresentados recursos do GeoGebra para o processo de aprendizagem em matemática. Ao mesmo tempo, foi incentivado o debate e discussão sobre as potencialidades de uso deste recurso em sala de aula. Neste fórum, debata com seus colegas sobre as possibilidades de uso do GeoGebra nas aulas de matemática, e quais são suas ideias de uso deste recurso para o planejamento didático que está sendo desenvolvido. Apresente sugestões, compartilhe construções interessantes, e compartilhe ideias.
- Fórum didático VII: neste fórum, debata com seus colegas (em grupos de até 3 participantes) sobre os aperfeiçoamentos possíveis para o plano de aula em questão. Apresente sugestões, compartilhe construções interessantes, e contribua para o aperfeiçoamento.

Observe que os fóruns didáticos propiciam a discussão sobre formas de uso do GeoGebra em contexto escolar, mas articulam simultaneamente construções no GeoGebra, ou seja, este tipo de atividade possui foco na gênese profissional mas também pretende contribuir para o processo de gênese pessoal. No contexto da formação de professores as gêneses instrumental e pessoal se desenvolvem simultaneamente, com maior ênfase para uma ou outra dependendo do tipo de atividade proposta.

Também com esta intencionalidade, foi proposto aos professores-alunos a elaboração de um plano de aula, que contemplasse o uso do GeoGebra em contexto escolar. Em um primeira etapa, os professores-alunos elaboraram individualmente um plano de aula abordando algum assunto de geometria. Na segunda etapa, em grupos de três ou quatro participantes, os planos de aula eram compartilhados. E em grupo, discutiam o aperfeiçoamento destes planos, aprimorando o plano de aula inicial. Cada grupo deveria apresentar um dos planos aperfeiçoados, ou apresentar um novo plano oriundo da junção aperfeiçoada dos três planos individuais.

Tanto os planos de aula quanto os fóruns didáticos contribuem para o processo de gênese profissional, articulando o uso do GeoGebra em contexto escolar de atuação do professor-aluno. A gênese profissional não é objeto de análise desta pesquisa, mas se considera importante apresentar o planejamento completo da disciplina, pois estas atividades podem influenciar e contribuir para o processo de Gênese Instrumental pessoal que está sendo analisado nesta pesquisa.

Tendo sido apresentados os componentes globais do planejamento da disciplina Mídias I, a seção seguinte apresenta um maior detalhamento das atividades propostas, com atenção especial para as tarefas de cada módulo.

### **4.3 Engenharia didática de formação: aspectos no nível micro**

Nesta seção está apresentado o detalhamento do que foi planejado para cada módulo da disciplina. E deste modo são colocadas em foco as variáveis microdidáticas da engenharia de formação, e que segundo Artigue “envolvem a organização local da engenharia, ou seja, a organização de um encontro ou uma fase” (1988, p. 291, tradução nossa) abordando as variáveis específicas de cada conteúdo educacional que está sendo abordado.

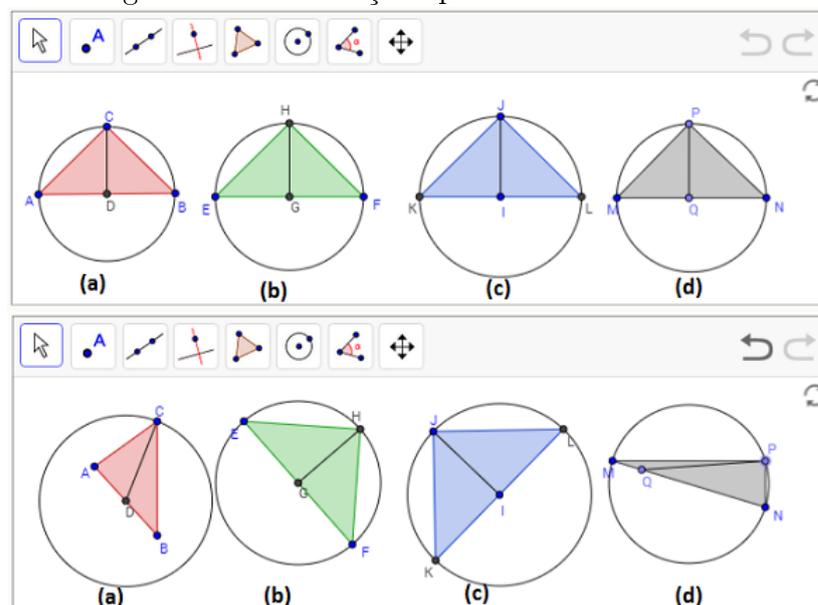
A partir do que é apresentado nesta seção, recebe atenção especial a análise *a priori* de cada atividade, que no processo de pesquisa atua como ‘hipótese’ de cada módulo, e que posteriormente, sendo confrontada com a análise *a posteriori* permitirá a etapa de validação dentro da metodologia de Engenharia Didática.

No que segue, é apresentado cada módulo com um detalhamento que permite perceber o processo de formação envolvido<sup>15</sup>.

### Módulo I

Na tarefa proposta aos professores-alunos, é apresentado um *applet* com quatro construções dinâmicas, conforme indica a Figura 4.8. As quatro construções são apresentadas na mesma posição (parte superior), mas apresentam características distintas quando os pontos são movimentados (parte inferior).

Figura 4.8: Construção apresentada na tarefa I.



Fonte: o autor.

Observe que as construções verde (b) e azul (c), preservam ângulos quando os pontos são movimentados, com a diferença que a figura verde (b) tem liberdade de movimento no segmento EF (diâmetro da circunferência) enquanto a figura azul (c) tem liberdade de movimento no segmento JI (altura do triângulo).

As construções vermelha (a) e cinza (d) não preservam medidas de ângulo quando movimentadas. A figura vermelha (a) apresenta circunferência que não é circunscrita ao triângulo e o segmento CO é mediana relativa ao lado AB. A figura cinza (d)

<sup>15</sup>Para visualizar cada atividade na íntegra, veja o apêndice C a partir da página 172. Neste apêndice estão apresentadas todas as tarefas e orientações para os relatórios descritivos, exatamente da forma que foram apresentados aos professores-alunos.

possui circunferência circunscrita ao triângulo, e o segmento QP não é mediana relativa ao lado MN, pois o ponto Q tem liberdade parcial de movimento sobre o segmento MN.

O objetivo da tarefa é que os alunos movimentem os pontos das figuras e identifiquem as características do dinamismo presentes, podendo utilizar os recursos do GeoGebra disponibilizados no *applet*. Após a identificação, os professores-alunos devem fazer a construção das figuras no GeoGebra, de modo que sob movimento, apresentem as mesmas características e mesmo comportamento das figuras apresentadas.

**Análise *a priori*:** é movimentando os pontos das figuras que os professores-alunos exploram as propriedades (invariantes geométricos) das figuras, e verificam o tipo de estabilidade de cada construção, bem como as relações de dependência entre os elementos representados. O foco da atividade está no desenvolvimento de esquemas de ação instrumentada, tal como o movimento dos pontos (tratamento no registro figural) para identificar a liberdade de movimento dos pontos e as propriedades geométricas envolvidas, e realizar a construção dinâmica com as mesmas propriedades identificadas.

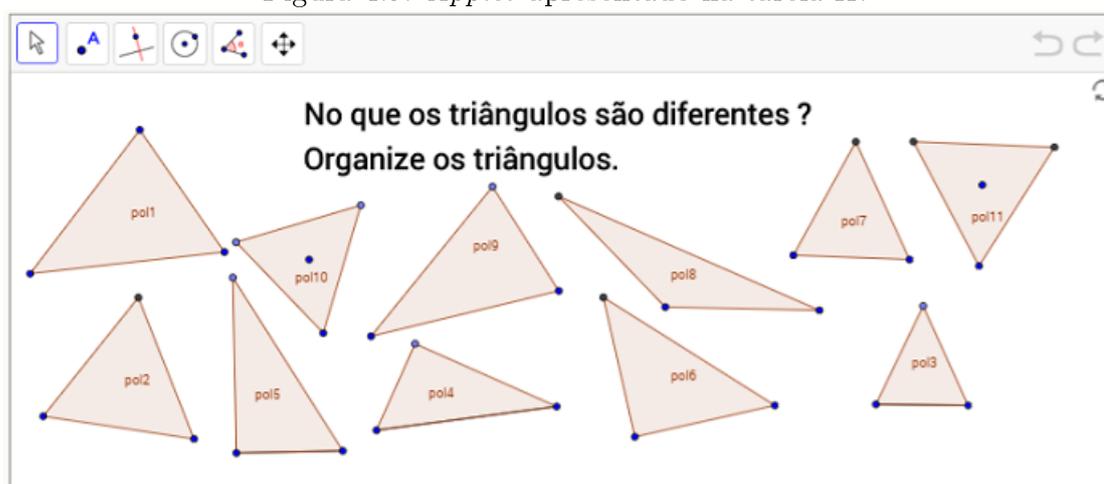
Em um primeiro momento a atividade visa à compreensão das características dinâmicas das figuras representadas no GeoGebra, e a partir do movimento sobre os pontos, possibilitar a identificação do formato das figuras (apreensão perceptiva) e as propriedades geométricas envolvidas (apreensão discursiva). Em um segundo momento, na construção destas figuras no software, explora o desenvolvimento de esquemas de uso das ferramentas do GeoGebra, e o processo cognitivo de construção de modo a garantir as mesmas propriedades das figuras. É no relatório descritivo da atividade que se manifesta o processo cognitivo de argumentação, relacionando a construção com propriedades e conhecimentos de geometria.

## Módulo II

Nesta atividade, são apresentados onze triângulos (figura 4.9), que possuem características diferentes quando exploradas dinamicamente (movimentando os pontos ou elementos). Os critérios de construção subjacentes, que determinam as propriedades dos triângulos, precisam ser identificados a partir da exploração dinâmica. Os elementos adicionais nas construções estão ocultos, aparecendo apenas os vértices dos triângulos (para dois dos triângulos também aparecem os centros da respectiva circunferência circunscrita).

É importante destacar que o enunciado não faz referência ao movimento dos elementos das figuras. O enunciado é típico de construções estáticas, e quando sugere o uso de recursos disponíveis no *applet* para verificar as propriedades, implicitamente sugere o uso de medida, o que de fato é necessário para alguns triângulos. No entanto, no relatório descritivo solicitado, a primeira questão fala em ‘após movimentar os vértices dos triângulos’, fazendo referência ao movimento de pontos.

Figura 4.9: *Applet* apresentado na tarefa II.



Fonte: o autor.

No relatório a ser entregue, as perguntas guiam o professor-aluno na exploração do dinamismo das figuras até a identificação de propriedades. Essas propriedades serão fundamentais para a escolha das ferramentas do GeoGebra, bem como de cada etapa da construção. Estas escolhas estão tanto relacionadas a propriedades típicas de triângulos (isósceles, equilátero, retângulo, etc), quanto às características dinâmicas das construções (tal como pontos com movimentos restritos).

**Análise a priori:** apesar de não ser informado no enunciado, é o movimento dos pontos das figuras que permite a identificação das propriedades (invariantes geométricas) das figuras. O foco desta atividade também está no desenvolvimento de esquemas de ação instrumentada, tal como o movimento dos pontos (tratamento no registro figura) para identificar a liberdade de movimento dos pontos e as propriedades geométricas envolvidas. Diferentemente da atividade anterior, nesta há alguns triângulos em que a construção só é possível após a identificação de propriedades implícitas (aprensão operatória). As propriedades implícitas são decorrentes de fatos da geometria, e não são consequência direta da construção. Ou seja, esta atividade envolve um grau de

complexidade maior, tanto na identificação das propriedades, quanto na realização das construções.

Além disso, as construções são um pouco mais complexas do que na tarefa anterior, e o número de construções a serem realizadas é bem maior. Ou seja, embora os esquemas de uso (relativos às ferramentas do GeoGebra) sejam semelhantes aos de atividade anterior, os esquemas de ação instrumentada são mais exigidos, necessitando-se uma melhor articulação de esquemas para a elaboração da tarefa.

### Módulo III

Esta tarefa, diferente das anteriores, não apresentou uma construção inicial do GeoGebra. Desta forma, não é possível identificar o dinamismo dos pontos e as propriedades envolvidas a partir da exploração. O ponto de partida são os conceitos matemáticos que precisam ser mobilizados e possibilitar uma representação dinâmica que mantenha as propriedades das figuras solicitadas.

O enunciado da atividade é: ‘A partir da diagonal, represente o paralelogramo, retângulo e losango no GeoGebra, observando: a representação deve ser geral, ou seja, não deve se restringir a casos particulares; a representação deve partir da diagonal, ou seja, é o primeiro elemento a ser representado; que ao movimentar os vértices, a representação mantenha as características desejadas.’

Para realizar a construção a partir da diagonal, é preciso que o professor-aluno recorra às propriedades das diagonais destes quadriláteros. E isso não está evidente no enunciado, embora o relatório descritivo questione sobre as propriedades das diagonais.

Para cada um dos três quadriláteros, foram solicitados os passos da construção (fatos declarados) e propriedades dos quadriláteros observadas sob movimento dos vértices mas que não são evidentes na construção (fatos implícitos).

**Análise a priori:** sem a figura dinâmica como ponto de partida, os professores-alunos precisam inicialmente relembrar as propriedades dos quadriláteros. E como as figuras a serem construídas devem iniciar pela diagonal, as propriedades mais conhecidas relacionadas a lados e ângulos não são o suficiente para realizar a tarefa. É preciso relembrar ou pesquisar sobre as propriedades das diagonais, e garantir que as figuras construídas

a partir da diagonal tenham como consequência as propriedades da definição usual<sup>16</sup> dos quadriláteros. Ou seja, requer a conversão do registro língua natural (propriedades das diagonais) em registro dinâmico de representação semiótica (figura dinâmica), articulando o conhecimento matemático subjacente, e garantindo que as propriedades da definição de quadrilátero sejam consequências da construção obtida a partir das propriedades das diagonais.

Os esquemas de uso de ferramentas do GeoGebra são consequência da realização da tarefa, que por sua vez necessita de esquemas de ação instrumentada mais aprimorados, que articulam o conhecimento matemático com propriedades das ferramentas do software, como, por exemplo, a utilização da circunferência para construir segmentos congruentes<sup>17</sup>.

#### Módulo IV

O enunciado da atividade pede que os professores-alunos movimentem os elementos do *applet* (ilustrado na figura 4.10), e identifiquem as respectivas propriedades. Para esta exploração, o sujeito deve utilizar algumas ferramentas disponibilizadas (reta, segmento, perpendicular, paralela, mediatriz, bissetriz, círculo dado centro e ponto, compasso, círculo por três pontos), que podem ser utilizados na exploração e identificação de propriedades (apreensão operatória de figuras).

A partir disso, solicita-se a representação das três primeiras figuras no GeoGebra<sup>18</sup> e a realização do respectivo relatório descritivo.

O que distingue as figuras é o ponto de partida de cada construção<sup>19</sup>. Por exemplo, as figuras verde e azul aparentam ser iguais, mas movimento os pontos é possível observar propriedades distintas. Na figura azul, a construção começa pela circunferência com centro em E, passando por F. Depois disso, basta marcar os pontos G e H sobre a circunferência e assim determinar o triângulo FGH. Na figura verde, a construção começa

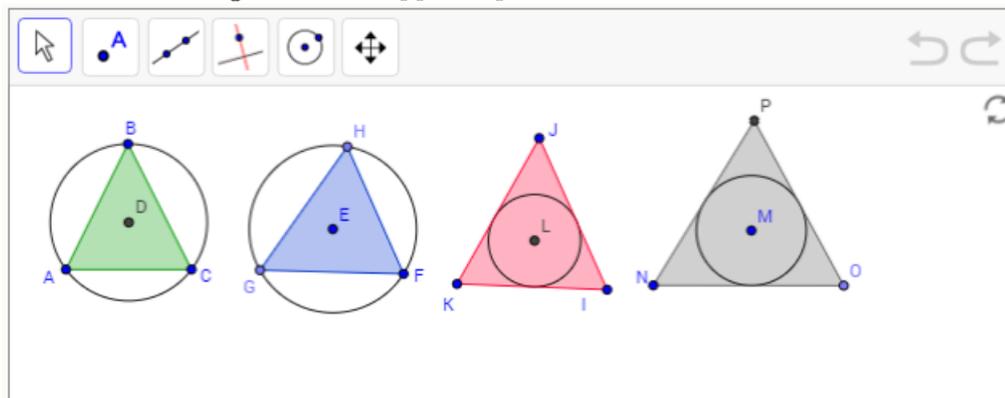
---

<sup>16</sup>Por exemplo, na definição usual de paralelogramo se encontra que é um quadrilátero com lados opostos paralelos.

<sup>17</sup>A ferramenta *Círculo dados Centro e Um de seus pontos* tem a função virtual do compasso, mas obter segmentos congruentes é consequência das propriedades da circunferência, e não é consequência direta da ferramenta.

<sup>18</sup>Pela complexidade envolvida, a figura cinza foi proposta como atividade complementar de desafio.

<sup>19</sup>Tal como foi proposto na tarefa I, mas desta vez com um grau maior de dificuldade sendo necessário articular propriedades da mediatriz e bissetriz para se obter a construção.

Figura 4.10: *Applet* apresentado na tarefa IV.

Fonte: o autor.

pelo triângulo ABC, e é necessário determinar o centro da circunferência que o circunscreve. Este não é um processo imediato e envolve propriedades implícitas das mediatrizes dos lados do triângulo.

**Análise *a priori*:** é preciso explorar o dinamismo dos pontos (tratamento na figura dinâmica) para identificar as propriedades implícitas, e as respectivas relações distintas de dependência (triângulo depende da circunferência ou circunferência depende do triângulo). Para obter as figuras verde e vermelha é preciso articular propriedades implícitas que não são óbvias para obter os pontos das circunferências circunscrita e inscrita respectivamente – a saber, interseção de duas mediatrizes e duas bissetrizes, respectivamente. Ou seja, é preciso mobilizar propriedades da mediatriz e bissetriz, que não de percepção imediata nas figuras, já que estas retas não aparecem na construção (estão ocultas), e desta modo são propriedades implícitas com certa complexidade de identificação (apreensão sequencial).

As três figuras exigem esquemas de ação instrumentada com níveis diferente de complexidade, conforme já referido, e além disso, na figura vermelha é preciso articular também as propriedades de tangente à circunferência. Isto ocorre, pois após a obtenção do centro da circunferência inscrita, é preciso obter um ponto que pertence à circunferência, e este não se encontra visível na figura, diferente das figuras verde e azul em que a circunferência passa por um dos vértices dos triângulos.

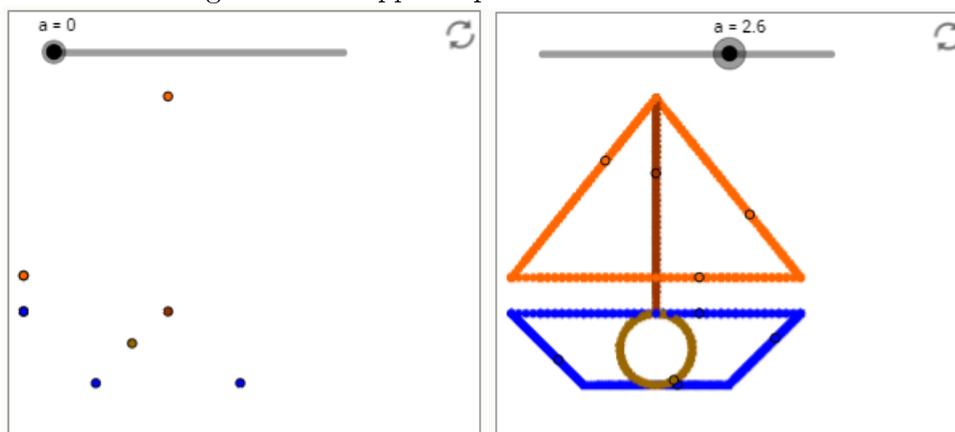
## Módulo VI

Esta tarefa<sup>20</sup> difere das demais, por articular geometria e álgebra através da parametrização de pontos no plano.

Na tarefa, é solicitado que se movimente o parâmetro<sup>21</sup>  $a$ , e que a partir da observação se tente identificar quais as relações algébricas envolvidas na representação dos pontos que se movem na tela. É o percurso destes pontos na tela<sup>22</sup>, em função do parâmetro  $a$ , que origina a representação (ver figura 4.11).

A partir disso é solicitada a criação de uma figura (liberdade para criação) rica em formas geométricas envolvidas, desde que todos os elementos representados sejam comandados por um único parâmetro.

Figura 4.11: *Applet* apresentado na tarefa VI.



Fonte: o autor.

No relatório a ser entregue, as perguntas levam o professor-aluno a identificar as relações entre as coordenadas de cada ponto, de modo que a partir da variação do parâmetro inicial  $a$  se tenha o ponto se movimentando sobre segmentos com diferentes inclinações. Para isso é preciso identificar o tipo de “variação” possível para cada componente do ponto, e como elas se relacionam para determinar o deslocamento sobre aquele segmento.

<sup>20</sup>No módulo V não há tarefa específica no GeoGebra, e por isso não está apresentada neste texto.

<sup>21</sup>É a ferramenta de controle deslizante do GeoGebra, que cria uma barra com um ponto sobre a mesma. Movimentando-se este ponto, um determinado parâmetro (neste caso  $a$ ) assume diferentes valores, variando dentro de um intervalo previamente estabelecido.

<sup>22</sup>No GeoGebra há a possibilidade de se habilitar o rastro de um objeto enquanto ele é movido, ou seja, o rastro fica desenhado na tela.

**Análise a priori:** tendo como ponto central a articulação entre geometria e álgebra, a atividade possui enfoque na conversão do registro figural para o registro algébrico (expressão de cada ponto em função de  $a$ ). A atividade estimula essencialmente a análise do tipo de variação das coordenadas de um ponto, ambas expressas em função do mesmo parâmetro  $a$ . É na análise destas variações que é possível obter pontos que se desloquem sobre segmentos crescentes, decrescentes ou com variação constante.

Os esquemas de ação instrumentada requerem a articulação adequada entre as variações de cada coordenada, parametrizadas com base em um mesmo elemento, e os esquemas de uso se relacionam à edição das coordenadas de pontos interferindo na definição de cada ponto e não apenas na aparência dos mesmos. Dada a liberdade de criação da figura, é na diversidade e riqueza das relações apresentadas, que se observará maior desenvoltura dos sujeitos na realização da tarefa.

## Módulo VII

Nesta tarefa não é apresentada nenhuma figura inicial a ser explorada (embora alguns exemplos de exploração sejam apresentados no item complementos e recursos do *website*).

É solicitado que o professor-aluno crie representações geométricas, de modo a identificar elementos geométricos que estejam em relação de dependência (relação funcional), e que sejam situações possíveis de explorar tais conceitos em sala de aula.

A partir da representação geométrica apresentada, deve-se identificar os elementos em relação funcional, e representar suas medidas no plano cartesiano, de modo a se obter a representação gráfica da relação funcional apresentada.

Após a obtenção da representação gráfica, é solicitada a exploração da situação de modo a se obter a lei algébrica da função  $f(x) = \dots$ . Ou seja, a atividade explora a relação entre funções e geometria, e aborda o conceito de funções fazendo o caminho inverso do que é costumeiramente abordado (normalmente o tema é abordado partindo-se da lei algébrica para depois obter a representação gráfica).

**Análise a priori:** o foco da atividade está na articulação entre funções e geometria. Envolve dois processos de conversão de registros, em direções não usuais:

registro figural para o registro gráfico, e do registro gráfico (ou figural) para o registro algébrico. A atividade mobiliza aspectos explorados antes individualmente, como é o caso da figura dinâmica em contexto geométrico nas quatro primeiras atividades, e a expressão algébrica na atividade anterior. Neste caso, é preciso que o sujeito crie figuras dinâmicas em que seja possível identificar relações de dependência entre seus elementos geométricos, tal como a dependência entre a área de um quadrado e a medida do lado.

E esta mesma conjunção se observa no desenvolvimento de esquemas de ação instrumentada, articulando os esquemas desenvolvidos nas atividades anteriores, e neste sentido requer o desenvolvimento de esquemas mais complexos para a realização desta atividade. Isto dependerá da complexidade da situação apresentada por cada professor-aluno (atividade com criação livre), o que também indicará uma maior autonomia dos sujeitos na articulação destes esquemas. Em relação aos esquemas de uso ocorre algo semelhante, pois serão necessárias ferramentas para representação geométrica utilizadas nas quatro primeiras tarefas, e a edição algébrica das coordenadas de pontos para obter a representação gráfica da relação funcional identificada.

Percebendo que a análise *a priori* de cada uma das atividades se constitui como uma hipótese específica do que cada tarefa irá mobilizar, é importante direcionar o olhar para todo o conjunto de atividades, e por isso se apresenta um panorama do que se espera que os professores-alunos desenvolvam ao longo da disciplina:

- explorar dinamismo - movimento dos pontos. A essência da primeira atividade está na identificação dos movimentos dos pontos e nas propriedades explícitas<sup>23</sup> simples. Este tipo de exploração acaba sendo necessário em todas as tarefas seguintes, mas se articula com tarefas mais complexas, de modo que esta identificação passa a ser feita de forma mais corriqueira em situações com nível de complexidade maior.
- explorar dinamismo - identificar propriedades explícitas e implícitas. Neste caso, se observa uma evolução gradativa do tipo de propriedades a serem identificadas. Desde a primeira tarefa, que requer a identificação de propri-

---

<sup>23</sup>Propriedades oriundas diretamente da construção no GeoGebra, tal como um ângulo reto como consequência do uso de reta perpendicular.

idades explícitas simples, vai evoluindo para situações em que é necessário identificar propriedades implícitas que nem sempre são óbvias, e requerem a articulação de conceitos matemáticos pertinentes.

- articulação de conhecimento matemático através dos processos de tratamento e conversão é exigida em todas as atividades. Nos dois itens anteriores com ‘explorar dinamismo’, já ocorre o processo de tratamento no registro figura dinâmica, em que o movimento dos pontos coloca a mesma figura em diferentes posições para se poder identificar propriedades subjacentes. Além disso, nas primeiras atividades, predomina o processo de tratamento no registro figural, e ao longo das atividades vão sendo exigidos processos de conversão (que segundo Duval (1995a) é mais complexo que o tratamento), culminando na tarefa VII que exige dois processos de conversão para realizar a atividade.
- esquemas de ação instrumentada. Quanto mais complexa a tarefa, mais se exige no desenvolvimento dos esquemas para a realização da tarefa, envolvendo tanto os esquemas de uso das ferramentas do GeoGebra, como a articulação com o conhecimento matemático, em atividades que evoluem gradativamente para tarefas mais complexas. Nas duas últimas atividades que apresentam liberdade de criação, esta evolução será observada através da ‘riqueza’ da situação apresentada, tanto no que se refere ao número de relações, quanto ao conhecimento matemático mobilizado em cada situação.
- os esquemas de uso são mobilizados como consequência da realização das tarefas, e embora não sejam apresentadas todas as ferramentas<sup>24</sup> do GeoGebra, ampliando a quantidade de itens explorados.

E com esta sistematização, que apresenta a evolução gradativa do que se espera que os professores-alunos desenvolvam, finaliza-se a etapa de planejamento da engenharia de formação, tanto nas aspectos específicos quanto no contexto geral da AP contemplando cada um de seus componentes (conteúdo, aspectos organizacionais, metodológicos e tecnológicos).

---

<sup>24</sup>O que seria quase impossível pela grande variedade de recursos do software.

Este capítulo, além do planejamento da engenharia de formação, também apresentou o planejamento e estruturação da pesquisa através da Engenharia Didática. Para completar os princípios desta metodologia, frente a todo o planejamento apresentado, é hora de explicitar a hipótese a ser validada. Com a arquitetura pedagógica concebida – a organização de uma sequência de atividades na forma de módulos com material interativo, a disponibilização do recurso digital MultiTela GD e a organização para o acompanhamento da formação no AVA Moodle – tem-se uma proposta de educação a distância para formação de professores de matemática que pretende favorecer o desenvolvimento de competências para o uso do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica disponibilizados no software GeoGebra.

No próximo capítulo, passa-se a relatar a implementação do que foi planejado, e a apresentar uma análise do que foi observado em um contexto amplo.

## 5 A EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO E UMA ANÁLISE *A POSTERIORI* MACRO

O capítulo anterior apresentou o planejamento da pesquisa e da engenharia de formação para capacitação dos professores de matemática para apropriação do GeoGebra.

No escopo da metodologia de pesquisa adotada, a Engenharia Didática, este capítulo traz o relato da experiência de formação realizada, apresentando o seu desenvolvimento, e apontando aspectos que podem ser ressaltados. Ao mesmo tempo que o relato é feito, também é apresentada uma análise macro, com o olhar no contexto geral de desenvolvimento da experiência, da atuação dos sujeitos, dos procedimentos e materiais utilizados.

A implementação da engenharia de formação para a disciplina de Mídias Digitais na Educação Matemática I ocorreu nos meses de março a maio de 2014, totalizando dez semanas de atividades. A disciplina foi a segunda que os professores-alunos cursaram nesta edição do curso MMDD, sendo que a disciplina anterior, Alfabetização para EAD, tinha o propósito de ambientação dos participantes com o curso, com os recursos tecnológicos e as interações na modalidade EAD, bem como com a metodologia e participantes envolvidos.

A disciplina começou com a participação de 164 professores-alunos, distribuídos em 6 polos presenciais de apoio nas seguintes cidades do Rio Grande do Sul: Balneário Pinhal, Camargo, Faxinal do Soturno, Novo Hamburgo, Picada Café e Três Passos. Cada um destes polos contou com o suporte de uma pessoa responsável pelo apoio técnico e garantindo as condições de utilização do espaço físico nos momentos de atividades presenciais.

Para uma análise do perfil dos professores-alunos participantes, obteve-se resultados relativos a um grupo de 104 indivíduos que responderam questionário de perfil no momento da matrícula. Neste grupo, uma parcela significativa, 88%, eram do gênero feminino. E quanto à área de formação, grande parte possui graduação em licenciatura, sendo que 79% em Matemática e 12% em Ciências e Matemática.

A Tabela 5.1 apresenta os dados relativos ao período de formação, é possível observar que, quanto mais recente o período considerado, maior é o número de formados neste período, sendo que 78% dos indivíduos do grupo eram formados há no máximo dez anos quando iniciaram a disciplina.

Tabela 5.1: Distribuição dos professores-alunos quanto ao ano de conclusão.

Ano de conclusão	Percentual de professores-alunos
1995–1999	8%
2000–2004	15%
2005–2009	35%
2010–2013	42%

Fonte: elaborado pelo autor.

Ou seja, são parcelas significativas que possuem formação em licenciatura e cujo ano de formação é recente. E em relação ao uso do GeoGebra, 55,9% afirmam nunca terem usado, e 21,5% dizem ter usado pouco. Deste modo, apesar da formação recente e em cursos de licenciatura envolvendo matemática, é expressiva a parcela de indivíduos que nunca utilizaram o software, o que indica uma dificuldade destes cursos de graduação no que diz respeito à contemplar em sua formação a apropriação do referido software<sup>1</sup>.

Tabela 5.2: Distribuição dos professores-alunos quanto à carga horária semanal e atuação.

Horas em sala de aula	Percentual de professores-alunos
0 horas	10%
Até 20 horas	28%
21–30 horas	28%
31–40 horas	28%
41 horas ou mais	7%

Fonte: elaborado pelo autor.

Em relação à atuação profissional, se destaca o percentual de 67% que atuam em escolas do Ensino Fundamental. E essa atuação profissional se distribui nas mais diferentes cargas horárias semanais conforme indica a tabela 5.2.

A disciplina foi implementada com o apoio de 11 tutores a distância, que ficaram responsáveis pelo acompanhamento dos alunos na realização das atividades, fomentando a participação dos professores-alunos, acompanhando o andamento das ativi-

<sup>1</sup>O GeoGebra surge em 2001, e desde então tem prosseguido em desenvolvido. Em 2005, o software já era mundialmente conhecido, tendo recebido diversos prêmios em diferentes países, conforme *website* do software. Disponível em <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 20 de set. 2015.

dades, dirimindo dúvidas sempre que necessário, e ficando responsáveis pela avaliação e *feedback* das atividades propostas. Ou seja, os tutores a distância foram responsáveis pela interação e acompanhamento mais próximo dos professores-alunos.

O autor deste texto ficou responsável pelo planejamento da disciplina e a disponibilização dos materiais de estudo na webpage e AVA da disciplina, tendo a supervisão da professora Dra. Maria Alice Gravina. Estes, junto com os tutores a distância, formavam a equipe de acompanhamento da disciplina de Mídias I, sendo que todos os componentes eram tratados como ‘professores’ por parte dos professores-alunos.

Durante o período de realização da disciplina, a equipe de acompanhamento se reuniu semanalmente no Instituto de Matemática da UFRGS. Esses encontros semanais tinham a finalidade ajustar as ações da equipe no acompanhamento da disciplina, e tendo como pauta os seguintes temas:

- relato dos componentes da equipe sobre o acompanhamento dos professores-alunos na semana anterior, com um panorama geral das interações, das avaliações e *feedback* das atividades, e sugestões para a semana seguinte;
- apresentação aos tutores dos módulos e atividades a serem solicitadas nas semanas seguintes;
- apresentação dos critérios de avaliação a serem adotados em cada atividade;
- organização e planejamento das viagens aos polos pelos tutores, para acompanhamento dos encontros presenciais;

Estes encontros semanais da equipe de acompanhamento foram muito importantes no gerenciamento de diversos componentes envolvidos em uma disciplina na modalidade EAD: questões técnicas de uso do software, moodle, website e MultiTela GD; questões de avaliação e acompanhamento dos alunos, uniformizando e qualificando o *feedback* fornecido; questões metodológicas na organização e disponibilização do material da disciplina; questões operacionais de viagens aos polos presenciais; dentre outras.

No desenrolar da disciplina, estes encontros da equipe foram essenciais, sendo determinantes em algumas adaptações e alterações de estratégias na condução das atividades.

A disciplina começou com um encontro presencial nos polos. Ao longo da disciplina ainda ocorreram mais dois encontros deste tipo, sempre aos sábados, apresentando uma organização semelhante. Os tutores viajaram aos polos para acompanhar as atividades presencialmente. Na parte da manhã, as atividades eram conduzidas diretamente de Porto Alegre através de webconferência, em que os professores da disciplina apresentaram questões práticas de organização da disciplina, e atividades práticas relacionadas ao uso do GeoGebra. Na parte da tarde, as atividades eram conduzidas pelos tutores em cada polo, momento em que foram realizadas avaliações presenciais e outras atividades.

O recurso de webconferência foi utilizado nos três encontros presenciais. A implementação e suporte técnico das webconferências ficou a cargo dos técnicos do polo EAD da UFRGS. O objetivo era que as transmissões ocorressem principalmente de Porto Alegre para os polos presenciais, e que em alguns momentos os professores-alunos presentes nos polos pudessem interagir e fazer suas explanações diretamente a partir de cada polo.

Para que se obtivesse sucesso na utilização deste recurso, foi orientado aos responsáveis para que fizessem testes técnicos prévios, verificando o funcionamento dos recursos em cada polo, de modo que tudo ocorresse conforme planejado na data dos encontros presenciais.

Apesar disso, o uso da webconferência se mostrou precário, por dois motivos: primeiro, pela demora dos técnicos em realizar as devidas conexões e configurações necessárias no equipamento na data da aula presencial, atrasando o seu início em todas as situações; segundo, pela dificuldade de conexão de alguns polos com o sistema gerenciado em Porto Alegre.

Esta dificuldade com as webconferências também foi observada pelos alunos que responderam o questionário final da disciplina (questionário completo na apêndice D na página 184). Os professores-alunos relatam que a atividade era proveitosa, mas que os atrasos e dificuldades de transmissão atrapalharam bastante, o que também se manifesta no item 24 do questionário, em que apenas 10% referem estar totalmente satisfeitos

com este recurso, e ao mesmo tempo 8,6% se dizem totalmente insatisfeitos. Embora sejam percentuais não muito elevados, eles são muito diferentes se comparados aos demais recursos avaliados pelos professores-alunos.

O módulo I, com o objetivo de ambientar os participantes ao software e seus recursos de dinamismo, ocorreu com bastante tranquilidade, sem fatos que chamassem a atenção quanto ao andamento das atividades. Um dos fatores importantes que pode ter colaborado para isso, é que a atividade do módulo foi apresentada durante o encontro presencial, e assim, as principais dúvidas e dificuldades dos participantes puderam ser apresentadas diretamente aos tutores presentes nos polos.

No desenvolvimento das atividades, o módulo II se destacou pela não adequação da dimensão da ao tempo disponível. A tarefa envolvia onze triângulos para identificação de propriedades e respectiva construção no GeoGebra. Neste módulo, o prazo de entrega da tarefa foi postergado em quatro dias<sup>2</sup>, dadas as constatações dos tutores junto aos professores-alunos.

É preciso considerar que vários professores-alunos possuíam carga de trabalho extensa (veja tabela 5.2), o que também influencia no tempo disponível para a realização da tarefa. Independente disto, em implementações futuras se considera adequado reduzir o número de triângulos da tarefa, evitando construções de triângulos com propriedades semelhantes

Os módulos III e IV transcorreram dentro de certa normalidade, sem interferências no andamento das atividades. Apenas chama atenção o maior número de questionamento dos professores-alunos aos tutores, sobre o ponto de partida para a construção da tarefa III, já que o enunciado da mesma não envolvia a apresentação de nenhuma figura dinâmica.

No período de realização dos módulos III e IV, observaram-se dificuldades importantes em relação ao aproveitamento dos fóruns didáticos. Para a realização destes fóruns, os professores-alunos foram divididos em grupos de seis a oito participantes por

---

<sup>2</sup>Conforme planejamento, os módulos foram concebidos para serem desenvolvidos por uma semana, para desenvolvimento das atividades e entrega das tarefas no moodle.

dois motivos: por possibilitarem uma maior interação entre os participantes<sup>3</sup>; e estes grupos se dividiriam em dois grupos de três ou quatro participantes para a realização do plano de aula aperfeiçoado conforme apresentado na página 87 deste texto.

O fato é que, na realização destes fóruns desde o início da disciplina, alguns dos participantes dos grupos não participaram ou participaram muito pouco, o que dificultou diretamente a troca de ideias nesses grupos, dado o número reduzido de participantes. Outra situação que ocorreu é a de um participante acessar o fórum apenas em um dia da semana, neste dia fazer duas ou três postagens, sem retornar.

Em virtude destas situações, foram enviadas mensagens aos professores-alunos explicando o espírito de um fórum em EAD, e a importância do acompanhamento rotineiro de todos os participantes ao longo da semana. Com estas intervenções nas primeiras semanas, junto com o incentivo dos tutores, esperava-se que a participação melhorasse nestes grupos até o módulo IV, o que não se confirmou. Alguns alunos continuaram ausentes, e outros acessavam poucas vezes<sup>4</sup>. A análise realizada é a de que esta situação pode ser decorrente de uma não compreensão de que esta disciplina EAD requer o acompanhamento rotineiro dos fóruns, ou também pela limitação de tempo disponível devido à carga horária de trabalho dos professores-alunos. Em todo caso, em uma possível implementação futura, é importante reavaliar tanto a formação dos grupos para os fóruns, quanto prever uma preparação prévia dos participantes, dada a importância da interação e acompanhamento nos fóruns em cursos na modalidade EAD.

A não solicitação de tarefa dirigida no Módulo V, é consequência de uma das reuniões da equipe de acompanhamento, onde se obteve comentários por parte dos tutores de, talvez, propiciar atividades em que os professores-alunos tivessem mais liberdade de criação com o GeoGebra. Este tipo de liberdade já estaria presente nos módulos VI e VII, e considerou-se adequado também ajustar neste módulo. Os professores-alunos foram motivados a fazerem representações livres no GeoGebra, inspirados no vídeo 'The

---

<sup>3</sup>Esta constatação vem em decorrência de fóruns realizados com muitos integrantes costumam ter um número elevadíssimo de postagens, o que dificulta o acompanhamento do raciocínio de debate, e ao mesmo tempo contribui com que sujeitos que não são ativos no fórum passem 'desapercebidos', já que o fórum 'funciona normalmente' sem a participação dos mesmos.

<sup>4</sup>É importante lembrar que os alunos foram informados no início da disciplina que a participação nos fóruns seria avaliada, tendo sido inclusive apresentados os respectivos critérios de avaliação.

Wonderful World of Cabri<sup>5</sup>, que mostra trabalhos de alunos de oitavo ano do EF feitos com Geometria Dinâmica. Além disso, foi disponibilizada uma relação de *applets* do GeoGebra que exploram relações importantes de geometria, e os professores-alunos foram questionados sobre a utilidade destes recursos para as aulas de matemática.

Destaca-se que este é o módulo (V) em que 23,7% os professores-alunos referem ter mais aprendido sobre o uso do GeoGebra, e é o segundo módulo do qual os alunos mais gostaram, também com 23,7% das opiniões. Neste módulo, foram apresentadas ferramentas do GeoGebra relativas às transformações geométricas, para que os participantes pudessem realizar construções inspiradas no vídeo apresentado. No entanto, as muitas manifestações dos professores-alunos, através de mensagens e dos fóruns, leva a crer que boa parte dos que referiram ter sido o módulo em que mais aprenderam sobre o GeoGebra, estavam se referindo às possibilidades do GeoGebra na elaboração de *applets* úteis para serem utilizados em sala de aula. Nas mensagens, diversos participantes questionam sobre a forma de se construir os *applets* e manifestaram interesse em aprender a elaborar recursos deste tipo. Para estes *applets* não haviam sido planejadas MultiTelas GD devido à complexidade de algumas destas construções, mas para contemplar as solicitações dos participantes, foram disponibilizados os respectivos arquivos .ggb com a construção passo-a-passo.

O módulo VI é o de que os alunos mais gostaram, com 31,2% das opiniões, e é o módulo em que foi explorada a relação entre geometria e álgebra através da atividade ‘números comandando pontos’. Se considera que em uma futura implementação, neste módulo também se deveria enfatizar e explorar o sentido da trajetória de cada ponto (de baixo para cima, ou de cima para baixo), ampliando assim a riqueza das propriedades matemáticas que podem ser exploradas.

Quando questionados sobre o módulo em que mais aprenderam matemática, é interessante observar uma certa uniformidade dos módulos escolhidos, variando do módulo V com 11,5% para o módulo IV com 21,5%. Apenas o módulo I destoou deste quesito, com apenas 3,2% das opiniões.

---

<sup>5</sup>Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=nnH00kdAcGU>>. Acesso em: 10 mar. 2014.

As atividades e tarefas do módulo VII transcorreram normalmente, sem intervenções não planejadas. A partir do questionário, 50,5% dos professores-alunos afirmam ter sido o módulo em que mais aprenderam sobre o uso didático da tecnologia em sala de aula. O que pode ter influenciado a escolha deste módulo pelos participantes, é o fato de ter sido disponibilizada uma relação de trabalhos acadêmicos (monografias e dissertações) que apresentavam sequências didáticas em que a tecnologia é usada didaticamente. Estes textos foram disponibilizados para contribuir para a troca de ideias no fórum didático e na preparação dos planos de aulas pelos participantes, o que deve ter contribuído para o percentual acima referido.

O recurso disponibilizado aos alunos, e que foi mais destacado pelos professores-alunos, foi a MultiTela GD. Os participantes referem a relevância do recurso para a disciplina EAD: *o multitela é de extrema importância já que o curso é a distância, é como se tivesse uma aula presencial, por isso os vídeos são necessários! Esse recurso foi fundamental para o sucesso da disciplina.*

Uma proporção expressiva (cerca de 80%) das respostas do item 10 do questionário confirma a satisfação dos usuários com o uso da MultiTela GD em cursos EAD, o que também é confirmado em diferentes repostas quando foram solicitados comentários sobre o recurso. Respostas como *foi um plus neste material, quando me sentia insegura quanto ao que estava sendo apresentado me encontrava por ali e claro no material de apoio, bem como É um espaço ótimo, pois permite testar, observar, verificar, tudo em um só local... Parabéns pela ideia, e também É como uma aula...*, enfatizam a satisfação de boa parte dos usuários. E esta última parece ser uma clara alusão à aula presencial, dando a entender que o respondente considera o processo na modalidade EAD muito diferente do presencial.

Deste modo, destaca-se a boa aceitação dos professores-alunos em relação à AP proposta, em que os sujeitos relatam que aprenderam sobre matemática, sobre o uso do GeoGebra e sobre o uso de tecnologias em sala de aula. E assim, em termos gerais de uma análise *macro*, obtiveram-se retornos bastante positivos, em relação à adequação da AP ao que foi proposto.

## 6 UMA ANÁLISE *A POSTERIORI* MICRO: O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL

No capítulo anterior foi feita análise ampla e quantitativa da AP proposta para formação continuada de professores de matemática na modalidade EAD, e nela já se tem resultados positivos que contribuem para sua validação. Mas a resposta à questão de pesquisa, no que diz respeito a capacitação dos professores para o uso do potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica de um software de matemática dinâmica, exige uma análise qualitativa minuciosa. Um software de MD, tal como o GeoGebra, é um artefato, e conforme discutido no capítulo 2, ele se transforma em instrumento para determinado sujeito, quando este associa, a ele, esquemas de uso e esquemas de ação instrumentada. É este processo de gênese instrumental que a AP planejada para a disciplina de Mídias I quer provocar nos professores-alunos; com tal arquitetura quer-se criar as condições para o início da transformação do GeoGebra em instrumento pessoal e instrumento didático<sup>1</sup>.

Esta análise é apresentada em dois níveis, e disto tratam as duas seções do capítulo. A primeira seção inicia com a apresentação do desempenho dos professores-alunos que cursaram a disciplina, de acordo com a avaliação das atividades realizadas durante a mesma, e com isso tem-se um panorama geral de aproveitamento que servirá de base para análises mais detalhadas. Com o objetivo de caracterizar os diferentes níveis de aproveitamento observados, faz-se uma análise da produção de um grupo de oito professores-alunos e aqui são identificadas quatro categorias de produção de tarefas. Levando-se em consideração estas categorias, na segunda seção do capítulo apresenta-se uma análise detalhada da produção de quatro destes sujeitos. Nela, são explicitados, ao longo de seis tarefas, indicadores de desenvolvimento de esquemas de uso e esquemas de ação instrumentada. Com a análise de recortes da produção, à luz da discussão teórica feita no capítulo 2, se faz o acompanhamento do processo de gênese instrumental deste grupo de professores. Particularmente, observa-se o quanto cada professor-aluno explorou

---

<sup>1</sup>Lembrando que este é um processo “não-trivial, demorado” (DRIJVERS et al., 2010, p. 108) e complexo (FUGLESTAD; KYNIGOS; MONAGHAN, 2010, p. 296), e se tratando de uma disciplina de 10 semanas de duração, não se tem a pretensão de considerar este processo concluso, e por isso se utiliza a expressão ‘iniciar o processo’.

o PRDRS do GeoGebra durante a realização das tarefas. E na confrontação desta análise *a posteriori* com a análise *a priori*, feita no capítulo 4, é então respondida a questão de pesquisa e é validada, agora de modo mais substancial, a AP proposta para formação de professores de matemática na modalidade EAD.

## 6.1 A produção da turma de alunos: análise *a posteriori*

Esta seção apresenta o desempenho geral dos professores-alunos, considerando as tarefas entregues, seguida de uma análise que busca identificar fatores que possam ter contribuído para diferentes níveis de desempenho.

O ponto de partida são as avaliações que os tutores fizeram das tarefas entregues pelos professores-alunos<sup>2</sup>. Os conceitos atribuídos a cada tarefa, seguem os parâmetros da UFRGS, com conceitos<sup>3</sup> A, B, C e D. Estes conceitos foram atribuídos conforme critérios específicos estabelecidos para cada tarefa. Durante a disciplina, estes critérios foram definidos de forma distinta para cada uma das tarefas. No entanto, neste texto, seguem apenas os parâmetros gerais utilizados na definição dos critérios, conforme segue:

- Conceito A - PRDRS explorado plenamente.
  - arquivo .doc: as propriedades (características) das figuras são corretamente identificadas a partir da exploração proposta. Passos da construção são compatíveis com a representação apresentada, e os fatos declarados e fatos implícitos estão corretos e compatíveis com a construção (para todas ou quase todas as figuras). Identifica as propriedades matemáticas presentes, ou utiliza argumentos matemáticos pertinentes para justificar a construção.
  - arquivo .ggb: construções estáveis que reproduzem completamente as propriedades identificáveis das figuras. Quando for o caso, explora os

---

<sup>2</sup>De acordo com a organização da disciplina EAD, cada tutor acompanhou um grupo de alunos, e ficou responsável pela avaliação das tarefas entregues por este grupo

<sup>3</sup>Os conceitos A, B e C, costumam ser de atividades passíveis de aprovação, e conceito D para atividades insuficientes passíveis de reprovação.

recursos do software e busca realizar construção criativas e com bom potencial para exploração de propriedades.

- Conceito B - PRDRS explorado parcialmente.
  - arquivo .doc: apenas parte das propriedades (características) das figuras são corretamente identificadas. Passos da construção são parcialmente compatíveis com a construção apresentada, e os fatos declarados e fatos implícitos estão corretos apenas para algumas das construções. Identifica algumas propriedades matemáticas presentes, ou nem sempre utiliza argumentos matemáticos pertinentes para justificar a construção.
  - arquivo .ggb: maioria das construções estáveis, mas nem todas reproduzem completamente as propriedades identificáveis das figuras. Quando a atividade requer criatividade, apresenta construções pertinentes mas que não possuem grande potencial para exploração de propriedades.
- Conceito C - não explora adequadamente o PRDRS.
  - arquivo .doc: poucas (ou nenhuma) propriedades (características) das figuras são corretamente identificadas, ou com boa parte de propriedades equivocadas. Passos da construção não são compatíveis com a maioria das construções apresentadas.
  - arquivo.ggb: preponderam construções que se deformam, ou que não reproduzem adequadamente as propriedades identificáveis das figuras. Quando a atividade requer criatividade, apresenta construções que apenas reproduzem ou imitam exemplos apresentados anteriormente, ou que possuem pouco potencial para exploração de propriedades.
- Conceito D - tarefa incompatível ou insuficiente frente ao que foi solicitado. Construções completamente sem estabilidade e sem justificativas matemáticas pertinentes, ou identificação de propriedades relacionadas.

Estes critérios foram adaptados para cada tarefa solicitada, e apresentados previamente aos tutores a distância. Além disso, em algumas reuniões semanais da equipe de acompanhamento da disciplina, os tutores compartilhavam avaliações que haviam feito

e, ilustrando com exemplos para cada conceito atribuído, buscou-se padronizar<sup>4</sup> a avaliação realizada pelos tutores.

Considerando apenas os conceitos atribuídos pelos tutores a distância em suas avaliações das tarefas, os professores-alunos obtiveram o seguinte desempenho ao longo da disciplina<sup>5</sup>:

Tabela 6.1: Distribuição dos conceitos atribuídos por tarefa.

	Tarefa I	Tarefa II	Tarefa III	Tarefa IV	Tarefa VI	Tarefa VII
Conceito A	38%	30%	39%	35%	45%	41%
Conceito B	36%	35%	22%	29%	12%	13%
Conceito C	13%	14%	15%	7%	5%	9%
Conceito D	3%	3%	1%	1%	1%	1%
Não entregue	10%	18%	23%	28%	37%	36%

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos resultados das avaliações.

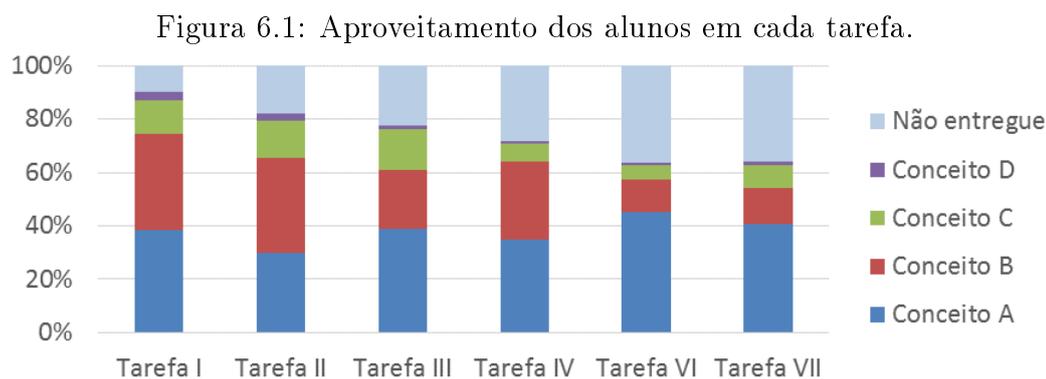
Observa-se claramente uma predominância significativa de conceitos A e B ao longo de toda a disciplina. Quando consideradas apenas as tarefas entregues, a proporção de conceitos A e B nunca é inferior a 78%, o que enfatiza que boa parte dos professores-alunos explorou adequadamente o PRDRS durante a realização das atividades. Esta participação fica mais perceptível na figura 6.1 apresentada logo a seguir.

A tabela 6.1 também apresenta que o peso de conceitos C e D vai se reduzindo ao longo da disciplina, de modo que o conceito D tem peso bem pequeno. Os conceitos B, que de acordo com os critérios de avaliação, corresponde a ‘não explora adequadamente o PRDRS’, apresentam percentuais não superiores a 15%, e serão objeto de análise ainda nesta seção, com o objetivo de se identificar algum fator que possa ter contribuído para este aproveitamento.

Esta proporção dos conceitos atribuídos a cada tarefa, bem como a evolução ao longo da disciplina também podem ser identificados visualmente no gráfico apresentado em seguida.

<sup>4</sup>Embora as avaliações tenham critérios previamente estabelecidos, sempre há algumas diferenças de interpretações dada a individualidade de cada tutor, e como este interpreta o que é apresentado pelos professores-alunos.

<sup>5</sup>O módulo V não apresenta uma tarefa com respectiva avaliação, já que a atividade proposta tinha liberdade de criação, sem critérios de avaliação definidos.



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados coletados.

A frequência de tarefas não entregues vai aumentando ao longo da disciplina, dando indicativos de possíveis professores-alunos candidatos à evasão. Observe que esta frequência vai aumentando de 10% a 36% da primeira até a última tarefa. Embora estes valores sejam significativos, a taxa final de evadidos e reprovados na disciplina ficou em 24%, conforme tabela 6.2 na página 113 deste texto. Comparando estes dados com o Censo da EAD no Brasil de 2014, com base em dados de 2013 (ABED, 2014), identifica-se que a taxa de evasão média em cursos regulamentados totalmente a distância é de 19,06%, e que portanto, a taxa de evasão da disciplina não é tão discrepante dessa média quanto poderia parecer. Ao mesmo tempo, esses são percentuais que precisam de atenção, e que podem ser objeto de análise em outros estudos e pesquisas futuras.

Além disso, é importante lembrar que os dados se referem à segunda disciplina do curso, período dos cursos em que o percentual de evasão tende a ser maior, devido à não adaptação do professor-aluno à modalidade EAD ou à incompatibilidade de horários disponíveis frente às exigências do curso<sup>6</sup>.

Outro dado importante a ser observado é o conceito final de cada aluno na disciplina. Isso porque o resultado final obtido por cada aluno envolve mais instrumentos de avaliação do que apenas o desempenho nas tarefas. O conceito final considera também a participação nos fóruns, os planejamentos didáticos elaborados pelos professores-alunos, e o desempenho nas avaliações presenciais. Além disso, a todos os alunos foi oferecida a

<sup>6</sup>Durante a disciplina, é recorrente o relato da grande carga horário de trabalho dos professores-alunos, o que é confirmado em respostas ao questionário realizado ao final da disciplina, apresentado no apêndice D, mais especificamente à questão 29 na página 202.

oportunidade de realizar uma tarefa complementar com o objetivo de melhorar o conceito em tarefas anteriores, ou obter conceito em tarefas que não haviam sido entregues.

A tabela 6.2 apresenta o resultado final considerando todos os instrumentos de avaliação da disciplina.

Tabela 6.2: Conceito final na disciplina.

	Proporção	Alunos
Conceito A	35,4%	58
Conceito B	26,8%	44
Conceito C	11,6%	19
Pendência	3,7%	6
Reprovados e Evadidos	22,5%	37
Total	100%	164

Fonte: o autor.

Comparando estes dados gerais com o os da tabela 6.1 que apresenta conceitos obtidos apenas nas tarefas, constata-se que as frequências em cada conceito ao longo das tarefas é bastante similar aos percentuais de cada conceito na avaliação final, com pequenas diferenças. A frequência de conceitos final A é um pouco menor do que a média de conceitos A ao longo das tarefas, o que pode ser justificado por se considerar outros instrumentos de avaliação além das tarefas<sup>7</sup>.

Além disso, observa-se que a proporção de reprovados e evadidos na avaliação final é menor do que a proporção de tarefas não entregues na tabela 6.2. Isto se deve principalmente aos outros instrumentos de avaliação - tal como a avaliação presencial - e à oportunidade da tarefa complementar, que possibilitou recuperar conceitos de tarefas não entregues ou melhorar conceitos anteriores, o que fez também com que aumentasse a frequência de conceitos B e C no resultado final.

É possível observar que há 6 alunos na situação de ‘pendência’, que são professores-alunos sem conceito final definido, e que deverão realizar atividade de recuperação posteriormente no curso. São casos em que o desempenho não era suficiente para

---

<sup>7</sup>Para avaliação do professor-aluno na disciplina, também foi considerada a participação efetiva nos fóruns didáticos, elaboração de plano de aula individual e em grupo, e principalmente avaliações presenciais nos polos EAD.

aprovação, mas que apresentavam possibilidade de melhorar o seu desempenho no curso<sup>8</sup> e, desta forma, lhes foi oferecida uma avaliação complementar posterior<sup>9</sup>.

A partir desta análise geral das avaliações dos professores-alunos, e dos conceitos atribuídos a cada uma das tarefas pelos tutores a distância, buscou-se identificar indícios nas produções que pudessem ser indicativos para o desempenho de cada participante, bem como de evidências ou características da exploração do PRDRS em cada atividade. Neste momento, a pergunta que se coloca é: o que fez com que os professores-alunos tivessem diferentes níveis de aproveitamento?

Assim, na medida do possível, procurou-se identificar professores-alunos que mantivessem um determinado padrão de aproveitamento ao longo da disciplina. Para isto se contou com a ajuda dos tutores: a eles foi solicitada a indicação de exemplos de professores-alunos que pudessem ser considerados como representativos dos seguintes padrões de aproveitamento:

- padrão AA - professores-alunos com produções excelentes, acima da média, que se destacavam dos demais tanto pela qualidade das tarefas entregues, quanto pelo empenho e dedicação no acompanhamento das atividades da disciplina;
- padrão A - que apresentou bom aproveitamento e acompanhamento da disciplina, sempre alcançando os objetivos propostos para cada atividade;
- padrão B - que apresenta aproveitamento regular, e que não alcança a totalidade dos objetivos propostos para cada atividade;
- padrão C - professores-alunos que, ao longo da disciplina, apresentaram algumas dificuldades no acompanhamento das atividades, e que tiveram produções que de modo geral poderiam ser consideradas apenas como satisfatórias, mas que em grande parte não exploravam adequadamente o PRDRS.<sup>10</sup>

---

<sup>8</sup>É importante lembrar que a reprovação na disciplina acarreta a exclusão do curso, já que cada disciplina é oferecida apenas uma única vez no período da edição do curso

<sup>9</sup>Destes 6 alunos, 1 deles realizou a avaliação complementar posterior, tendo sido aprovado. Os outros 5, se configuraram como evadidos ao longo do curso, e não realizaram esta avaliação complementar.

<sup>10</sup>Não foram analisadas as produções com aproveitamento insuficiente (padrão D) para cada tarefa, principalmente pelo número muito reduzido de produções com esta característica. O que se observa no

A partir do retorno dos tutores, foi selecionado um grupo de oito professores-alunos, sendo dois representantes de cada um dos quatro padrões de aproveitamento para cada padrão estabelecido acima.

Neste grupo analisou-se cada uma das seis tarefas, usando-se as figuras dinâmicas feitas no GeoGebra (arquivo .ggb) e o texto do relatório da atividade (arquivo .doc).

O objetivo desta análise foi identificar, na medida do possível, características que pudessem esclarecer o aproveitamento peculiar de cada participante. Buscou-se identificar, inicialmente, como eram as construções geométricas que foram produzidas - se preservavam o dinamismo, se eram casos particulares ou gerais. Também foram observadas as ferramentas de construção utilizadas e o conhecimento matemático exigido. No relatório, através da linguagem utilizada, procurou-se identificar o entendimento dos professores-alunos quanto às construções dinâmicas, bem como o conhecimento matemático utilizado - e aqui a descrição, por eles apresentada, do procedimento de construção, bem como o comportamento da figura dinâmica, foi fundamental.

A sistematização das características resultou na organização de quatro categorias quanto ao tipo de produção: faz construções aparentes (CA); enuncia propriedades geométricas tradicionais (PT); imita representações dinâmicas (IR); e explora propriedades (EP). Para detalhar e sistematizar estas categorias, é apresentada, de forma resumida, a análise da produção feita na tarefa<sup>11</sup> III<sup>12</sup>.

### Sujeito CJ

A figura 6.2, apresenta na primeira linha de quadriláteros, a representação realizada no GeoGebra. Logo de início se percebe que as figuras sequer possuem as características dos quadriláteros dados no enunciado. Os quadriláteros apresentados pelo

---

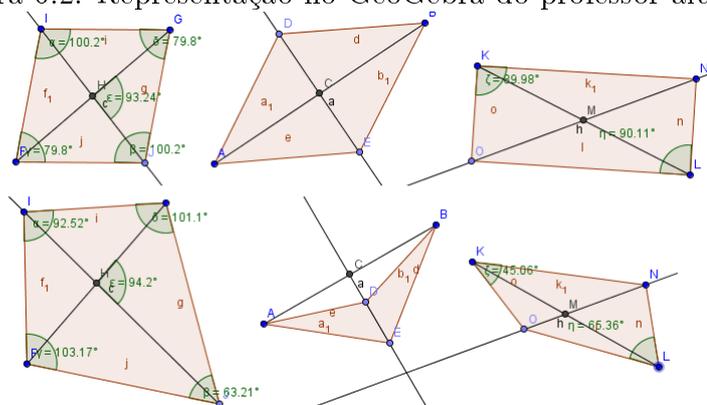
acompanhamento é que nas raras vezes que tal conceito era atribuído, isto acontecia por ter sido entregue tarefa incompleta, e acabava sendo um caso isolado dentre as demais tarefas deste aluno (não possuindo um padrão), ou acabava implicando em tarefas seguintes não entregues, sendo indicativos de uma possível evasão.

<sup>11</sup>Esta tarefa solicitava a representação do retângulo, do losango e do paralelogramo, de modo que suas construções no GeoGebra tivessem como elemento de partida uma das diagonais. A descrição completa do enunciado da atividade está apresentado na página 176.

<sup>12</sup>Os professores-alunos analisados serão identificados pela abreviação AA, AT, AK, AS, BF, BM, CC e CJ, onde a primeira letra identifica o padrão de aproveitamento nas atividades.

professor-aluno foram colocados em posições de modo que tivessem uma aparência próxima a dos quadriláteros solicitados (retângulo, losango e paralelogramo), mas a própria indicação dos ângulos nas figuras<sup>13</sup> esclarece, por exemplo, que o terceiro quadrilátero não é um retângulo.

Figura 6.2: Representação no GeoGebra do professor-aluno CJ.



Fonte: o autor a partir da tarefa analisada.

O professor-aluno utilizou o recurso *Fixar objeto* do software com a intenção de dar alguma estabilidade para a figura. Ou seja, ele está ciente de que as figuras devem apresentar estabilidade sob movimento, mantendo as características desejadas. Como ele não conseguiu fazer isto com a construção, tenta dar esta aparência com um recurso alternativo do software. Na parte inferior da figura 6.2 estão os mesmos quadriláteros, depois de ter sido removido o recurso *fixar* e tendo-se movimentado os vértices. Ou seja, as representações apresentadas não são estáveis sob movimento, de modo que não se identificam propriedades referentes aos quadriláteros solicitados.

No relatório descritivo, é possível verificar uma mistura entre procedimentos de construção e de propriedades relativas aos lados e ângulos do quadrilátero que se deseja representar.

A figura 6.3 apresenta o relatório do professor-aluno para o losango, e não há referência às propriedades das diagonais deste quadrilátero, algo que poderia ser considerado natural, já que a tarefa solicitava a construção a partir da diagonal. A impressão é de que esta listagem de propriedades apresentada na figura foi apenas transferida para o relatório a partir de alguma outra fonte. Tudo isso, sem que haja alguma evidência de como

<sup>13</sup>A indicação dos ângulos nas figuras foi uma opção de quem realizou a tarefa, possivelmente com a intenção de verificar se os quadriláteros obtidos atendiam ao solicitado.

Figura 6.3: Relatório do professor-aluno CJ.

→ Losango:

Um losango é todo paralelogramo (quadrilátero convexo que possui dois pares de lados paralelos) que possui os seus quatro lados congruentes entre si (os lados têm medidas iguais).

- \* segmento AB na diagonal;
- \* C ponto médio de AB;
- \* reta b passando por C e perpendicular a a;
- \* os lados tem a mesma medida: AD, AE, BD, BE;
- \* os ângulos internos e opostos são congruentes e tem medidas iguais;
- \* os ângulos internos e adjacentes são suplementares (a soma é  $180^\circ$ );
- \* todos os quadrados são ao mesmo tempo losangos e retângulos.
- \* o encontro das retas deve apresentar um ângulo de  $90^\circ$ .

Fonte: o autor a partir da tarefa analisada.

estas propriedades pudessem ser processadas pelo indivíduo e repercutir na representação apresentada.

Observe que os três primeiros itens (figura 6.3) fazem referência a um processo de construção no GeoGebra, no entanto, o mesmo não está completo, e os demais itens da lista apresentam propriedades que o losango deveria ter, mas que não se observam na construção apresentada. Estas propriedades apresentadas em momento algum são articuladas com os passos da construção, e o relatório não apresenta outros indícios de que o indivíduo estabeleceu esta relação. Além disso, as propriedades que o professor-aluno apresenta se referem às características gerais dos quadriláteros, e não aquelas necessárias para a representação adequada, a saber: propriedades das diagonais dos quadriláteros.

No relatório, em nenhum momento são apresentadas as propriedades das diagonais necessárias para a realização da tarefa (por exemplo, o retângulo possui diagonais congruentes e que se bissectam no ponto médio), apesar do enunciado da tarefa fazer referência explícita às diagonais.

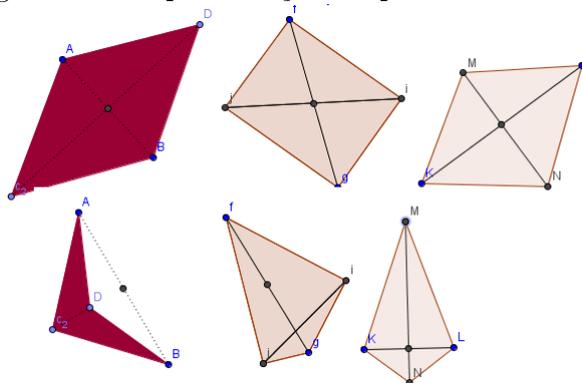
A produção do sujeito CJ é um exemplo pertencente à categoria ‘faz construções aparentes’ (CA). Na produção, a construção feita no GeoGebra, e por conseguinte também o relatório apresentado, não atendem ao que é solicitado na tarefa; e mais, o relatório não apresenta articulação com a construção feita por ele no GeoGebra.

### Sujeito CC

Em relação à representação do GeoGebra, a situação repete o exemplo anterior: quando o arquivo .ggb é aberto se observam posições que podem aparentar os quadriláteros solicitados na tarefa.

Entretanto, as representações não preservam as propriedades dos quadriláteros solicitados, deformando-se quando os vértices são movimentados.

Figura 6.4: Representação do professor-aluno CC.



Fonte: o autor a partir da tarefa analisada.

No entanto, o relatório descritivo apresenta corretamente as propriedades das diagonais dos quadriláteros, que é a informação necessária para se conseguir realizar a construção corretamente. As propriedades enunciadas estão corretas, e os passos da construção apresentados indicam que houve uma tentativa de explorar estas propriedades na construção, mas que não surtiu efeito.

Figura 6.5: Relatório do professor-aluno CC.

#### PASSOS PARA A CONSTRUÇÃO DO LOSANGO

- Ponto AB
- Diagonal AB
- Ponto médio E
- Círculos dados centro de um de mais pontos
- Diagonal CD
- Polígono - ponto A,B,C,D,A
- Triângulo ADB = BCA

Fonte: o autor a partir da tarefa analisada.

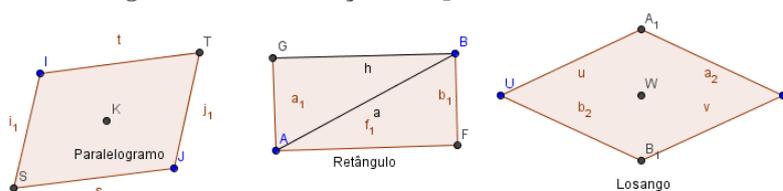
Conforme relatório, a parte inicial da construção envolve o ponto médio, o que está relacionado à propriedade das diagonais do losango, mas os passos seguintes são imprecisos, e a construção apresentada não mantém as propriedades deste quadrilátero.

A produção do sujeito CC é um exemplo pertencente à categoria ‘enuncia propriedades geométricas tradicionais’ (PT). As propriedades necessárias para a construção são identificadas e bem enunciadas no relatório, mas a construção no GeoGebra não reflete a consideração das propriedades. Observa-se que há dificuldade de relacionar as propriedades e conceitos matemáticos com a correspondente construção no GeoGebra. Ou seja, o sujeito não consegue realizar a conversão de registro, a saber, do registro língua natural (propriedades enunciadas) para registro figural dinâmico (registro dinâmico).

### Sujeito BM

A representação no GeoGebra está adequada, de modo que mantém as propriedades quando os vértices são movimentados. São construções corretas, começando pela diagonal conforme solicitado, e explorando as respectivas propriedades<sup>14</sup>.

Figura 6.6: Produção do professor-aluno BM.



Fonte: o autor a partir da tarefa analisada.

O relatório apresenta os passos da construção, mas nenhuma justificativa para a sua realização. Nenhuma propriedade dos quadriláteros é identificada no relatório, e está bastante incompleto no que diz respeito à abordagem matemática solicitada; não há identificação de fatos declarados e implícitos<sup>15</sup>. Ou seja, a construção correta no GeoGebra não encontra articulação com os respectivos conceitos matemáticos.

Esta produção é um exemplo que está na categoria ‘imita representações dinâmicas’ (IR). As construções no GeoGebra estão corretas, mas no relatório não são

<sup>14</sup>A única observação é referente a elementos adicionais desnecessários para a construção, que o indivíduo *oculta* no GeoGebra em vez de excluí-los. Parece que este sujeito não desenvolveu adequadamente esquemas de uso para as ferramentas *Apagar* e *Ocultar* do software. Ou talvez, tem receio de apagar alguma elemento e perder os demais elementos construídos, o que poderia ser uma dificuldade de identificar a existência (ou não) de relações de dependência entre os elementos geométricos. Uma maior atenção ao desenvolvimento de esquemas de uso para as ferramentas do GeoGebra será discutida na próxima seção deste capítulo.

<sup>15</sup>Os fatos declarados são propriedades oriundas diretamente da construção, tal como um ângulo reto em função da construção de reta perpendicular. Os fatos implícitos são propriedades decorrentes da construção, e que matematicamente precisam de argumento que os valide, tal como o triângulo inscrito em uma semicircunferência é retângulo.

estabelecidas relações entre a construção e propriedades das diagonais. A impressão que se tem é a de que o sujeito tenta repetir (imitar) alguma representação semelhante vista anteriormente ou de outra fonte.

### Sujeito AA

A representação do GeoGebra está totalmente correta, mantendo todas as propriedades dos quadriláteros solicitados. E o relatório descritivo é completo e muito detalhado, com cuidado para justificar matematicamente cada uma das etapas da construção, e utilizando e articulando adequadamente as propriedades matemáticas necessárias. A produção do sujeito AA é um exemplo da categoria ‘Explora Propriedades’ (ER).

Os exemplos apresentados acima são ilustrativos dos diferentes tipos de produção que foram apresentados pelos professores-alunos. Esta variabilidade na produção se fez presente nas tarefas dos oito sujeitos analisados. Isto nos permite elencar as características das categorias identificadas, com algum detalhamento:

→ Faz Construções Aparentes - CA - são produções em que as propriedades matemáticas envolvidas não são identificadas e nem exploradas na construção. Em consequência, quando o indivíduo consegue realizar alguma representação, estas são inadequadas, ou de modo geral, não preservam as propriedades matemáticas desejadas. Por não preservarem propriedades, as eventuais representações têm foco na aparência (figura que aparenta ser retângulo inicialmente, mas não possui nenhuma propriedade para tal e portanto se deforma sob movimento).

Nos relatórios das atividades, é comum o relato de exaustivas tentativas para identificar propriedades, mas sem sucesso na observação de invariantes<sup>16</sup>. O relatório apresenta poucas relações matemáticas, que parecem ser consequência de dificuldades em associar as atividades a serem realizadas com o conhecimento matemático necessário para executá-las.

→ Enuncia Propriedades Tradicionais - PT - Identificam propriedades matemáticas (nem sempre fica claro se por exploração, ou por consulta na internet ou outras fontes), mas esta identificação não se reflete adequadamente nas construções e nos passos

---

<sup>16</sup>Invariantes que poderiam ser consequência de propriedades implícitas.

da construção e suas justificativas. No relatório se observa a apresentação tradicional de definições e enunciados de propriedades matemáticas, mas nenhuma referência a reflexões sobre estas propriedades que pudessem contribuir para uma representação dinâmica pertinente. Ou seja, as propriedades são enunciadas mas não são utilizadas no relatório e na representação dinâmica.

Ou seja, identifica-se uma dificuldade na conversão do registro língua natural e registro figural dinâmico<sup>17</sup>. E ainda mais, a ausência de argumentação geométrica plausível, indica dificuldades em estabelecer relação com os conceitos matemáticos pertinentes, ou pelo menos, na conversão para o registro figural, que poderia ser visto como um processo intermediário da conversão para o registro dinâmico.

registro língua natural  $\Rightarrow$  registro figural  $\Rightarrow$  registro dinâmico

Isto se evidencia em duas outras formas: 1) quando apresentados, os passos da construção são precários, apontando deficiências em definições, conceitos e símbolos de geometria; 2) alguns alunos desta categoria manifestaram dificuldades com algumas ferramentas do GeoGebra, e o que se identificava era uma dificuldade de articular o uso da ferramenta com os conceitos matemáticos subjacentes<sup>18</sup>.

→ Imita Representações - IR - as construções apresentadas estão corretas em grande parte. No entanto, o relatório da atividade é precário, não identificando propriedades matemáticas envolvidas, e não conseguindo explicar ou justificar os procedimentos utilizados para realizar a representação.<sup>19</sup>

Algo típico desta categoria é a falta ou dificuldade de articulação com conceitos matemáticos. Ou seja, o relatório descritivo é impreciso e deficiente.

→ Explora Propriedades - EP - são produções de alunos que exploram as figuras e seu dinamismo, e através desta exploração identificam propriedades matemáticas importantes para a construção. As representações são justificadas com bastante argumen-

---

<sup>17</sup>Neste texto se utiliza de forma mais sintética apenas *registro dinâmico*.

<sup>18</sup>As propriedades matemáticas subjacentes em algumas ferramentas do GeoGebra foram discutidas a partir da página 28 deste texto.

<sup>19</sup>Em alguns comentários dos relatórios é possível observar uma dependência de exemplos, ou de ajuda dos tutores nos encontros presenciais. Outro fato é que em atividades que não apresentam uma representação (apenas enunciado com propriedades desejadas), as dificuldades parecem ser maiores: talvez uma dependência de “procedimentos ou representações a serem imitadas”.

tação matemática que articulam adequadamente as propriedades envolvidas, justificando as etapas da construção realizada e as ferramentas utilizadas. As construções são adequadas e em diversas vezes utilizam recursos extras do GeoGebra para confirmar suas hipóteses ou ampliar a exploração.

Percebe-se que a articulação adequada do conhecimento matemático, se reflete em construções que preservam as propriedades geométricas desejadas, independentemente de seu conhecimento prévio sobre o uso do GeoGebra.

A partir da explicitação das características das categorias, vê-se relação entre a produção de figuras dinâmicas (observado no arquivo .ggb) e conhecimento matemático (observado no arquivo .doc). É isto que indicamos na tabela 6.3:

Tabela 6.3: Relação entre a pertinência teórica e das construções em cada categoria.

	Figura Dinâmica pertinente	Enunciados matemáticos pertinentes
Explora Propriedades (EP)	sim	sim
Enuncia Propriedades Tradicionais (PT)	não	sim
Imita Representações (IR)	sim	não
Faz Construções Aparentes (CA)	não	não

Fonte: o autor.

As duas últimas categorias da tabela (CA e IR) são de produções que não apresentam a articulação de propriedades matemáticas na forma de registro língua natural/simbólico, independente de terem sido feitas as construções dinâmicas. Na categoria PT, tem-se as produções em que há o enunciado das propriedades necessárias (registro língua natural/simbólico), mas não há articulação destas propriedades com o registro figural dinâmico, o que levanta questionamento sobre o quanto as propriedades enunciadas fazem parte, de fato, do conhecimento matemático do sujeito.

Identificadas as quatro categorias (EP, PT, IR e CA), as seis tarefas apresentadas pelos oito professores-alunos do grupo sob análise foram revistas classificadas conforme tabela 6.4.

Em alguns casos, algumas tarefas recebem duas classificações. Isto acontece quando a tarefa exige mais de uma construção dinâmica (p. ex., a tarefa II é composta de onze triângulos distintos), e assim características de diferentes categorias são observadas nas diferentes construções. As categorias servem para ajudar no acompanhamento do

Tabela 6.4: Classificação das tarefas de acordo com as categorias.

Padrão	Indivíduo	Tarefas					
		I	II	III	IV	VI	VII
AA	AA	EP	EP	EP	EP	EP	EP
AA	AT	EP	EP	EP	EP	EP	EP
A	AK	EP	EP	EP, PT	EP	EP, IR	EP, IR
A	AS	EP	EP	EP	EP	EP	EP, IR
B	BF	EP, IR	EP, IR	CA, IR	IR	EP, IR	IR
B	BM	IR	IR	IR	IR	IR	EP, IR
C	CC	EP, IR	CA, IR	PT	CA	IR	CA
C	CJ	CA	CA	CA	CA	-	-

Fonte: o autor.

processo de gênese instrumental. Mas não refletem totalmente o processo de produção de um professor-aluno, pois na indicação de classificação de sua tarefa em um única categoria estão sendo consideradas as características que preponderam ou que são mais evidentes.

A tabela 6.4 indica uma relação direta dos sujeitos que receberam conceito A (padrão A e AA) com produção de tarefas que foram classificadas na categoria EP – estes sujeitos apresentam, no geral, construções dinâmicas pertinentes e também pertinente articulação com propriedades geométricas.

Já nos sujeitos que receberam conceito B, tem-se um misto de produções nas categorias EP e IR. Nestas categorias, as construções dinâmicas no GeoGebra são adequadas, mas nem sempre há uma articulação com respectivas propriedades matemáticas. Este comportamento chama atenção, pois a produção de figuras dinâmicas pressupõe um certo domínio de propriedades geométricas. A pergunta que fica é: estes sujeitos fizeram a articulação matemática, mas não a colocaram de forma adequada no relatório descritivo (arquivo .doc)? Ou conseguiram fazer as construções dinâmicas, independente da articulação com propriedades geométricas?

Para os sujeitos que receberam conceito C, é preponderante na classificação de suas produções a categoria CA, aquela em que são mais evidentes as construções sem estabilidade e sem articulação matemática. O sujeito CJ não apresentou as tarefas VI e VII, fez a tarefa complementar que também foi classificada na categoria CA. Neste caso é possível identificar que o procedimento para construção de figuras dinâmicas fica comprometido por certa dificuldade na articulação de conhecimento matemático pertinente. Isto também vale para produções classificadas nas categorias IR e PT, pois elas mostram al-

guma precariedade quanto ao uso de propriedades matemáticas no processo de construção das figuras dinâmicas.

Pode-se dizer que a produção dos alunos padrão C, quando comparada aos demais, parece ter sido influenciada diretamente por alguma dificuldade de articular os conceitos matemáticos, mais especificamente relacionados à geometria. Esta constatação remete à discussão feita na seção 2.2, do capítulo 2. O potencial dos registros dinâmicos de representação semiótica está, em parte, relacionado com os conceitos geométricos associados às ferramentas que estão disponíveis no GeoGebra – o uso deste potencial depende de esquemas de uso, as ações secundárias. Mas o seu potencial é maior, e este uso depende de esquemas de ação instrumentada. Considerando que as tarefas propostas sempre exigiram mais do que apenas utilizar algumas ferramentas do GeoGebra, a articulação de conhecimento geométrico torna-se um fator de peso no desenvolvimento dos esquemas de ação instrumentada que fazem parte do processo de gênese instrumental. As tarefas exigiam o uso do GeoGebra para pensar matemática<sup>20</sup>, e assim dificuldades conceituais em geometria podem implicar em dificuldades no desenvolvimento das tarefas.

## 6.2 A produção de quatro sujeitos: análise *a posteriori* com granularidade

Na Micro Engenharia Didática apresentada no capítulo 4, foi previsto que o processo de gênese instrumental pessoal seria provocado com a realização de diferentes tarefas, ao longo dos dois meses de funcionamento da disciplina Mídias Digitais I. Nesta seção, o que se busca são evidências do desenvolvimento deste processo.

### 6.2.1 Sobre os dados a serem analisados

Nesta seção os dados serão analisados com maior refinamento, e novamente tem-se as construções no software GeoGebra (arquivo .ggb) e o relatório descritivo (arquivo .doc) como foco de análise, já que os professores-alunos não foram observados pessoalmente, dada a característica do curso na modalidade EAD.

---

<sup>20</sup>Pensar matemática está em analogia com a afirmação de Drijvers e Trouche, entendendo estes softwares como “extensões da mente” (2008, p. 6).

O arquivo do ggb permite a verificação da estabilidade das figuras representadas, e a identificação do atendimento ou não ao que foi solicitado em cada tarefa. Ao mesmo tempo, o recurso *Protocolo de Construção* do GeoGebra permite a verificação do passo-a-passo da construção realizada por cada sujeito.

O relatório descritivo permite a identificação da articulação que cada professor-aluno estabelece entre a construção no GeoGebra e os conceitos matemáticos, ou seja, permite identificar o quanto o PRDRS foi explorado em cada tarefa. O relatório descritivo<sup>21</sup> solicitado segue um modelo, contemplando sempre os seguintes itens: propriedades observadas no dinamismo das figuras; passos da construção utilizados com identificação de fatos declarados e fatos implícitos; questionamentos a respeito das propriedades das figuras; questionamentos relativos à utilização deste tipo de atividade em sala de aula; e dificuldades e sugestões na exploração do material do módulo e do software.

A análise tem base nestes recursos e na coerência entre o que foi apresentado no relatório e a construção no GeoGebra.

### 6.2.2 Sobre os sujeitos

Para acompanhar o processo de apropriação do GeoGebra, visando o uso do PRDRS – este o assunto da próxima sessão – é pertinente uma redução na complexidade do problema que se está colocando. A discussão feita na seção 6.1 justifica a escolha que se está fazendo. Para acompanhar o processo de gênese instrumental foram escolhidos quatro dos professores-alunos, considerando as categorias identificadas previamente. Esta escolha garante a entrega de produção com mais elementos, tanto no que diz respeito à construção das figuras dinâmicas, quanto na articulação matemática documentada no relatório descritivo.

No acompanhamento dos professores-alunos por parte dos tutores, observou-se que este acompanhamento teve ‘oscilações’ ao longo da disciplina, com momentos de acompanhamento mais qualificado e outros com uma certa falta de interação entre tutores e professores-alunos. A partir destas observações, buscou-se identificar tutores que tive-

---

<sup>21</sup>Para verificar exatamente o modelo de relatório apresentado em cada módulo, veja o apêndice C a partir da página 172.

ram um acompanhamento contínuo ao longo de toda disciplina, bem como um *feedback* qualificado aos sujeitos e na avaliação das tarefas. Isso permitiu a identificação de dois tutores que tiveram este acompanhamento descrito.

E é a partir dos grupos de professores-alunos acompanhados por estes dois tutores, que foram identificados quatro sujeitos que tiveram um padrão de aproveitamento classificado como AA, A ou B, conforme comentado anteriormente. Estes sujeitos serão nomeados por X, Y, Z e W.

### 6.2.3 As análises *a posteriori*

Para um entendimento das análises a serem feitas, é bom relembrar que a transformação de um artefato, como o GeoGebra, em instrumento para pensar em matemática depende de uma gênese instrumental<sup>22</sup>. No processo de gênese instrumental, os esquemas de utilização desenvolvidos pelo sujeito têm importância crucial. Estes esquemas, por sua vez, podem ser classificados como: esquemas de uso, quando relacionados diretamente ao artefato e sua manipulação técnica – no caso são os esquemas associados ao uso das ferramentas do GeoGebra (usar, por exemplo, as ferramentas *Reta Perpendicular*, *Mediatriz*, *Reflexão segundo uma reta*); esquemas de ação instrumentada relacionados com a realização de uma atividade específica com o uso deste artefato – no caso são os esquemas associados à construção de figuras dinâmicas, à manipulação de figuras dinâmicas para identificação de propriedades, dentre outros (construir, por exemplo, a figura dinâmica da situação ‘círculo inscrito em um triângulo’). Estes últimos são os esquemas necessários para a efetivação de uma dada tarefa considerando o contexto global da mesma ((1995a)).

Na Micro Engenharia didática discutida na seção 4.3 do capítulo 4, foi previsto que as tarefas teriam como foco principal o desenvolvimento de esquemas de ação instrumentada – os esquemas necessários para a realização de uma tarefa em âmbito global<sup>23</sup>. Estes esquemas de ação instrumentada, por sua vez, mobilizam uma série de esquemas de uso específicos do GeoGebra<sup>24</sup>. Na disciplina não foi planejada uma apresentação inicial de

---

<sup>22</sup>Aqui está se retomando aspectos que já foram discutidos na seção 2.3 do capítulo 2.

<sup>23</sup>É o que Rabardel denomina como atividade primeira

<sup>24</sup>É o que Rabardel denomina como atividade segunda

cada ferramenta do GeoGebra <sup>25</sup>, para depois então tratar de atividades mais desafiadoras e provocadoras de raciocínios matemáticos. Para cada tarefa está previsto que o sujeito vai aprender a usar determinadas ferramentas do GeoGebra, mas dentro do objetivo de realizar uma construção mais desafiadora. Ou seja, o planejamento supôs o desenvolvimento simultâneo de esquemas de uso e de esquemas de ação instrumentada, considerando que, segundo Rabardel, os esquemas de ação instrumentada “incorporam, como constituição, os esquemas de primeiro nível (esquemas de uso)” (RABARDEL, 1995a, p. 91, tradução nossa).

É importante dizer que os sujeitos analisados não foram observados enquanto realizavam a tarefa, pois se tratava de uma disciplina na modalidade EAD. As considerações e conclusões serão feitas a partir das produções dos quatro professores. Os esquemas de uso, relacionados diretamente com as ferramentas de construção disponíveis no GeoGebra, serão observados nos procedimentos de construção das figuras dinâmicas e na descrição apresentada nos relatórios descritivos. Os esquemas de ação instrumentada, voltados para a construção de uma figura dinâmica e/ou identificação de propriedades geométricas, serão observados nos resultados obtidos no dinamismo das figuras (arquivo .ggb), bem como no registro língua natural e/ou simbólica na descrição do dinamismo da figura e na apresentação das propriedades matemáticas que precisam ser articuladas (relatório .doc) para realizar a construção no GeoGebra.

Na análise a ser feita, serão trazidas indicações de desenvolvimento de esquemas de uso e de ação instrumentada. São indicações, de fato, pois a análise é feita a partir das tarefas entregues. Assim, por exemplo, se nos passos da construção apresentados no relatório estiver indicado o uso da ferramenta *Reta perpendicular* e, no arquivo .ggb, a construção da reta perpendicular ocorrer de forma adequada, será considerado que aqui há uma indicação de que o esquema para uso da ferramenta *reta perpendicular* foi constituído pelo sujeito. Se, com o uso do dinamismo, o sujeito descreve com pertinência relações que existem entre objetos geométricos em uma figura dinâmica, tem-se uma indicação de apropriação do esquema de ação instrumentada dinamismo para identificar propriedade. Estas indicações serão sistematizadas como *indicadores* nas tabelas que or-

---

<sup>25</sup>Ou seja, não foram propostas atividades como “vá no menu reta paralela, e represente uma reta paralela à reta dada, procedendo desta ou daquela maneira”.

ganizam os resultados das análises. Os indicadores devem ser entendidos como informação de constituição de esquemas de uso.

No que segue, serão apresentados os resultados da análise de indicadores para cada uma das seis tarefas apresentadas pelos professores-alunos, sendo que o procedimento de análise foi explicado acima. Além dos resultados sistematizados na forma de tabela, traz-se recortes da produção dos professores-alunos, acompanhados de comentários. O propósito é ilustrar de que modo observou-se, ou nos arquivos ggb ou nos relatórios descritivos, a manifestação de indicadores de esquemas de uso e de ação instrumentada.

### **Análise da Tarefa I**

Nesta atividade, uma análise inicial das tarefas entregues pelos quatro sujeitos destacou a possibilidade da presença dos seguintes indicadores nas tarefas dos sujeitos, relativos aos esquemas de ação instrumentada:

- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar o tipo de movimento de cada ponto;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes geométricos explícitos, que são as propriedades declaradas diretamente na construção;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes geométricos implícitos<sup>26</sup>, que são as propriedades decorrentes de teoremas de geometria;
- realizar a construção dinâmica, de modo a reproduzir as propriedades e características observadas;

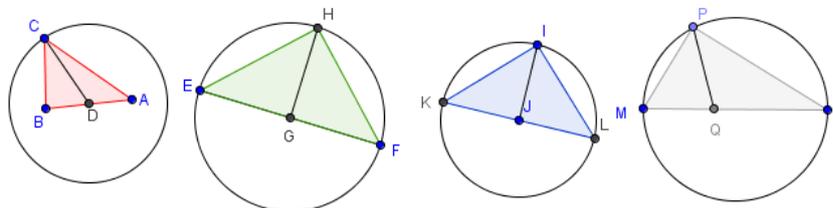
E em relação aos esquemas de uso que podem ser mobilizados a partir da realização da atividade, destacam-se os indicadores relativos às seguintes ferramentas do

---

<sup>26</sup>Os invariantes explícitos são aqueles decorrentes diretamente dos passos da construção, por exemplo, quando se utiliza reta perpendicular a um segmento, aquele ângulo será um ângulo reto. Os invariantes implícitos são decorrentes de propriedades matemáticas, tal como um triângulo inscrito em uma semicircunferência terá um ângulo reto. Os invariantes implícitos são mais difíceis de serem observados, pois requerem a mobilização de conceitos matemáticos pertinentes, e além disso, não costumam ser muito evidentes.

GeoGebra: mover, apagar/esconder, ponto, ponto médio, ponto de interseção, segmento, reta, reta perpendicular, mediatriz, circunferência com centro e ponto, e polígono.

Figura 6.7: Produção do sujeito Y



Fonte: o autor.

A tabela que segue, apresenta os resultados gerais observados em relação à presença de indicadores de desenvolvimento de esquemas de uso e de ação instrumentada para estes sujeitos<sup>27</sup>:

Tabela 6.5: Indicadores dos esquemas observados no Módulo I

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	S	S	S
	Ponto	S	S	S	S
	Ponto médio	S	S	S	S
	Ponto de interseção	S	S	S	S
	Segmento	S	S	S	S
	Reta	S	S	S	S
	Perpendicular	S	S	S	S
	Mediatriz (ponto médio + perpendicular)	S	S	S	S
	Circunferência centro e ponto	S	S	S	S
	Polígono	S	S	S	S
	Ângulo	S	N	N	N
	Apagar/esconder	S	S	S	S
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - movimento dos pontos	S	P	S	P
	Dinamismo - identificar propriedades explícitas	S	S	S	S
	Dinamismo - identificar propriedades implícitas	P	N	N	N
	Dinamismo - construções com propriedades	S	S	S	S

Fonte: o autor.

Em relação aos esquemas de uso, mobilizados como consequência da realização da tarefa, todos os sujeitos apresentam passos de construção que indicam o uso das respectivas ferramentas do GeoGebra, e portanto, o desenvolvimento dos esquemas de uso

<sup>27</sup>A letra S (sim) indica que foi observado a presença de indicador para o referido esquema, letra N (não) quando não foi observado, e letra P (parcial) para situações em que este desenvolvimento ocorreu de forma parcial, ou não se tem certeza sobre o seu desenvolvimento.

a elas relacionadas. Os passos da construção, em sua maioria, são apresentados com clareza e coerência lógica, tal como o sujeito Y que usa “*Reta perpendicular h a EF passando por G*”, indicando claramente o ponto e a direção à qual a reta é perpendicular, o que envolve um processo de conversão de registro, a saber, a conversão do registro figural para a língua natural. Este é um indicativo de que a matemática subjacente às ferramentas está sendo articulada adequadamente, de modo que o PRDRS está sendo explorado.

No caso do esquema de uso para a ferramenta ângulo, apenas o sujeito W faz referência explícita a tal uso, quando afirma “*o movimento do ponto P sobre a circunferência ainda nos permite observar que, com o auxílio da ferramenta Ângulo, o triângulo sempre é retângulo no vértice P*”. Para os demais sujeitos, não há nenhum indicativo se de fato utilizaram tal ferramenta. Em nenhuma atividade da disciplina há a necessidade explícita de se utilizar a ferramenta Ângulo para alguma construção. O que se espera é que ela seja utilizada como recurso auxiliar para a identificação de propriedades. Deste modo, nem sempre será possível identificar se de fato um determinado sujeito utilizou esta ferramenta, a não ser que haja manifestação expressa no relatório ou na construção analisada<sup>28</sup>.

Os sujeitos X, Y e Z identificam as propriedades necessárias para realizar a construção solicitada, mas não há evidências se eles utilizaram o recurso ângulo para esta identificação, ou o fizeram de outra forma.

Em relação aos esquemas de ação instrumentada, em primeiro lugar observa-se no arquivo .ggb que todos os sujeitos apresentaram construções adequadas com o dinamismo e as propriedades, ou seja, as construções estão corretas e conforme solicitado. E portanto, o esquema apresentado na última linha da tabela 6.2.3 é contemplado por todos os sujeitos.

Em relação à exploração do dinamismo para identificar o tipo de movimento dos pontos, observa-se que os sujeitos X e Z o fazem de forma parcial. Isto porque acabam identificando corretamente o tipo de movimento de alguns pontos, mas não o de outros. Por exemplo, o sujeito X afirma que a figura cinza (d) não apresenta pontos com restrição de movimento, dizendo que todos se movem. O correto seria identificar o movimento

---

<sup>28</sup>E por este motivo, nos demais módulos analisados o indicador será apresentado na tabela, mas não será comentado neste texto, a não ser que haja referência que mereça ser destacada.

com restrição parcial dos pontos P (move-se sobre a circunferência) e Q (move-se sobre o segmento MN).

Cabe ressaltar que, apesar de dois sujeitos não terem identificado corretamente o tipo de movimento de todos os pontos, eles apresentaram construções que tinham o tipo esperado, apesar de não o terem identificado de forma objetiva<sup>29</sup>.

O sujeito W comete apenas um equívoco quanto à identificação do tipo de movimento ao descrever a figura vermelha (primeira figura). Diz: “*só é possível mover o vértice C sobre a circunferência.*” Aqui tem-se um aspecto sutil da geometria dinâmica: o movimento do ponto *C* é livre, no entanto, W considera o componente figural ao dizer que *C* só se movimenta no círculo. Para que isto aconteça, o ponto *C* deveria ter sido construído sobre um círculo já existente. Ou seja, apesar do ponto e da circunferência estarem vinculados, neste caso é a circunferência que depende do ponto, e não o contrário.

Ainda quanto às características de movimento dos pontos, o professor-aluno W chama atenção para as cores dos pontos, afirmando: “*verifica-se também que alguns vértices são azuis e outros pretos [...], percebe-se que só é possível movimentar os vértices azuis.*” Esta é uma característica semiótica peculiar<sup>30</sup> da representação de pontos no software GeoGebra.

Em relação à exploração do dinamismo para identificar as propriedades explícitas, todos os sujeitos identificaram corretamente estas propriedades. Isto se observa tanto no relatório descritivo em que estas propriedades são apontadas pelos sujeitos, quanto nas construções corretas apresentadas. A identificação das propriedades explícitas presentes no dinamismo é condição necessária para a obtenção correta das representações solicitadas no GeoGebra.

A identificação das propriedades implícitas, mais difíceis de serem identificadas pois envolvem a articulação de propriedades matemáticas, foi realizada parcialmente

---

<sup>29</sup>Talvez tenha sido apenas uma interpretação equivocada dos sujeitos em relação ao tipo de restrição que se esperava que fosse comentado no relatório.

<sup>30</sup>Os pontos na cor azul escuro possuem movimento livre. Os pontos na cor azul clara possuem movimento restrito ao elemento sobre o qual estão representados, tal como uma circunferência ou uma reta. Os pontos na cor preta possuem movimento dependente, ou seja, somente se movimentam em consequência de outros elementos, e podem ser obtidos com interseções, por exemplo. Esta é a coloração padrão do software para pontos, mas pode ser modificada com a edição das propriedades pelo usuário.

pelo sujeito W, que identificou parte destas propriedades na tarefa<sup>31</sup>. O sujeito W observou corretamente que a figura cinza (d) é um triângulo retângulo, quando diz: “o movimento do ponto  $P$  sobre a circunferência ainda nos permite observar que, com o auxílio da ferramenta *Ângulo*, o triângulo sempre é retângulo no vértice  $P$ , o que se deve ao fato do segmento  $\overline{MN}$  ser a base do triângulo (diâmetro da circunferência), e como o ponto  $P$  pertence a circunferência, movendo-se o ponto  $P$ , o triângulo sempre será retângulo”. Neste caso, W identifica uma propriedade implícita, observando inicialmente que o ângulo indicado é invariável, e posteriormente apresentando justificativa matemática para tal fato. Em contrapartida, os triângulos das figuras (b) e (c) que poderiam ser considerados como casos particulares desta mesma propriedade, não foram identificados como retângulos pelo sujeito W, que os identifica apenas como isósceles.

Os demais sujeitos (X, Y e Z) não identificaram as propriedades implícitas na tarefa, o que não comprometeu em nada a execução da atividade, já que não se necessita identificá-las, neste caso, para obter as figuras dinâmicas.

Cabe ressaltar ainda que o sujeito W evidencia o desenvolvimento de esquemas relativos ao dinamismo da figura, quando afirma: “ao movimentar os pontos das quatro figuras fui observando o que acontecia com a forma dos triângulos e também o que ia acontecendo com os ângulos internos dos triângulos. [...] Finalizo esta descrição destacando a importância da exploração do movimento das figuras apresentadas. Testar hipóteses quanto às suas propriedades geométricas utilizando para isto o GeoGebra com certeza facilita o processo de percepção, compreensão e construção de figuras matemáticas.” E desta forma, o sujeito destaca a importância do dinamismo (realizando o tratamento na figura) para a identificação de propriedades e a respectiva articulação com o conhecimento matemático na formulação de hipóteses e conjecturas.

Algo semelhante é referido pelo sujeito X: “ao explorar os movimentos das figuras ajudou sim na construção (...), pois podíamos ter uma base de como deveria ser essa construção, que métodos serem utilizados para que um ponto se movesse e outro não, ou seja, contribuiu para o desenvolvimento do trabalho com o GeoGebra”. O sujeito reconhece a importância de explorar o dinamismo das figuras para identificar as propriedades

---

<sup>31</sup>As propriedades implícitas são que as figuras verde e azul ((b) e (c) apresentam triângulos retângulos isósceles) e a figura cinza (d) apresenta triângulo retângulo.

subjacentes. Algo que foi importante nesta tarefa, e que será base para todas as tarefas seguintes.

### **Análise da Tarefa II**

A atividade deste módulo envolve a representação de onze triângulos com propriedades dinâmicas distintas. A partir da análise das tarefas entregues, foram observados os seguintes esquemas de ação instrumentada:

- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar o tipo de movimento de cada ponto;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes geométricos explícitos, que são as propriedades declaradas diretamente na construção;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes implícitos<sup>32</sup>, que são as propriedades decorrentes de teoremas de geometria;
- realizar a construção dinâmica, de modo a reproduzir as propriedades e características observadas;
- explorar as propriedades da circunferência, tal como construir segmentos congruentes, transferir e comparar medidas.

E em relação aos esquemas de uso que podem ser mobilizados a partir da realização da atividade, se repetem os mesmos do módulo anteriores, acrescentando apenas o a ferramenta bissetriz.

A tabela 6.2.3 sintetiza a análise, apontando os indicadores observados.

Em relação aos esquemas de uso, a ferramenta bissetriz não foi utilizada<sup>33</sup> por três sujeitos. Esta ferramenta seria necessária em apenas um dos polígonos (pol. 8)

---

<sup>32</sup>Nesta módulo, a identificação dos invariantes implícitos é condição essencial para que se consiga realizar a figura dinâmica, algo que não aconteceu na tarefa anterior.

<sup>33</sup>E portanto não há indicativos de que esquemas de uso tenham sido mobilizados para este recurso.

Tabela 6.6: Indicadores dos esquemas observados no Módulo II

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	P	S	S
	Ponto	S	S	S	S
	Ponto médio	S	S	S	S
	Ponto de interseção	S	S	S	S
	Segmento	S	S	S	S
	Reta	S	S	S	S
	Perpendicular	S	S	S	S
	Mediatriz (ponto médio + perpendicular)	S	S	S	S
	Circunferência centro e ponto	S	S	S	S
	Polígono	S	S	S	S
	Ângulo	S	S	N	P
	Apagar/esconder	S	S	S	S
	Bissetriz	S	N	N	N
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - movimento dos pontos	S	S	P	S
	Dinamismo - identificar propriedades explícitas	S	S	P	S
	Dinamismo - identificar propriedades implícitas	S	P	N	P
	Dinamismo - construções com propriedades	S	S	P	P
	Explora propriedades da circunferência	S	S	N	S

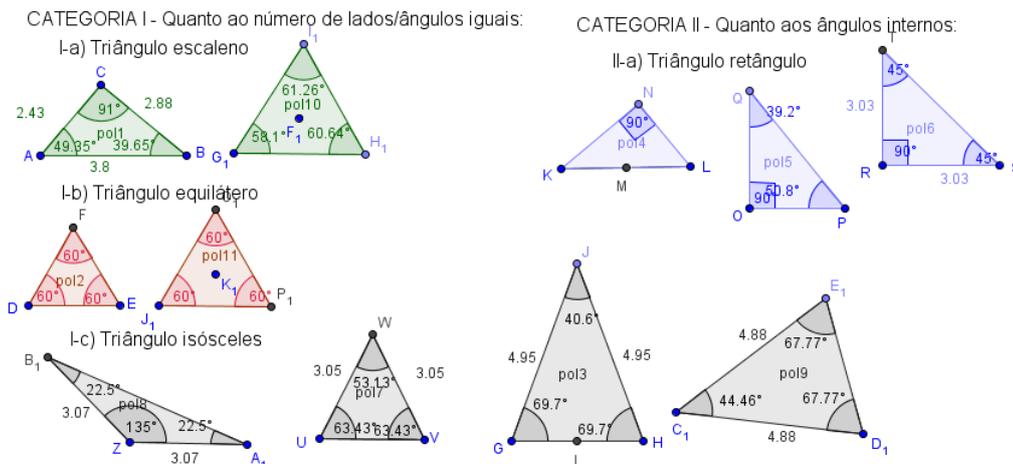
que necessita a representação de um ângulo de  $135^\circ$ , e é exatamente um dos polígonos que apresenta representação errada por parte destes sujeitos.

A ferramenta Mover não é utilizada completamente pelo sujeito X, que apesar de claramente mover os elementos para identificar as propriedades presentes, refere que teve dificuldades em mover a figura inteira.

O sujeito W (veja figura 6.8) apresenta construções corretas e um relatório descritivo bastante minucioso, apontando articulação adequada e precisa de conceitos matemáticos. Percebe-se que explora o dinamismo das figuras, identificando propriedades explícitas e implícitas, e a partir desta identificação realiza construções corretas.

Em relação aos esquemas de ação instrumentada para identificar propriedades implícitas, nota-se certa dificuldade por parte dos sujeitos X e Z, e principalmente por parte de Y.

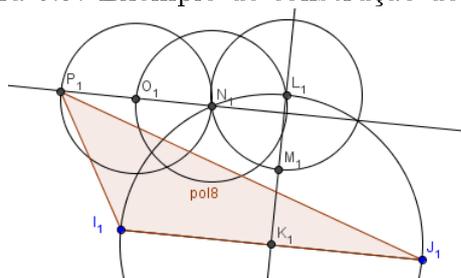
Figura 6.8: Produção do sujeito W



Fonte: o autor.

Os sujeitos X e Z identificam algumas das propriedades implícitas (tal como<sup>34</sup> o pol. 4), mas não para todas as representações. Um destes exemplos é o pol. 8 (triângulo isósceles com ângulo de 135°), em que estes dois sujeitos identificam corretamente o tipo de movimento dos pontos, e tentam reproduzir este movimento na sua representação. No entanto, a construção apresenta uma sequência de passos tal como indicada na figura 6.9 que tenta garantir a aparência da figura e a peculiaridade do movimento do vértice  $P_1$ , mas que acaba não sendo um triângulo isósceles e nem possui os ângulos corretos.

Figura 6.9: Exemplo de construção do pol. 8



Fonte: o autor

No relatório de X e Z o pol. 8 é classificado como isósceles, mas não há referência ao ângulo peculiar de 135°. Embora não se tenha certeza, o mais provável é

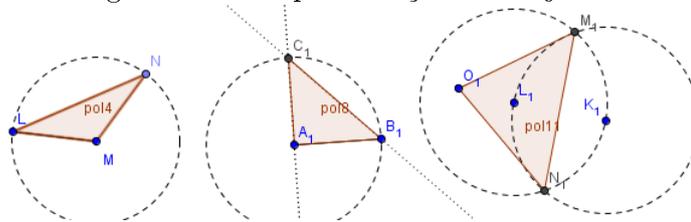
<sup>34</sup>O pol. 4 apresenta propriedade implícita peculiar, decorrente de teorema (triângulo inscrito em semicircunferência), cuja identificação não é imediata pois o vértice com ângulo reto apresenta movimento, o que pode suscitar a interpretação de variação por causa do movimento do vértice.

que não tenham feito esta identificação, e portanto também não utilizaram a ferramenta<sup>35</sup> bissetriz para ajudar a obter tal ângulo.

O sujeito Y merece ser analisado separadamente, pois apresenta grande parte (cinco de onze) das construções equivocadas. Nenhuma das figuras que apresenta propriedades implícitas é identificada corretamente, de modo que este sujeito não mobilizou os respectivos esquemas de ação instrumentada.

O que chama a atenção, é que este sujeito identifica corretamente todos os pontos livres e os pontos com restrição de movimento, desta forma explorando o dinamismo dos pontos, tal como já fizera na atividade anterior. E isto acaba repercutindo diretamente na construção das figuras dinâmicas, em que o sujeito tenta garantir o tipo de movimento dos pontos identificados. É o que se percebe na figura 6.10, em que o ponto N do pol4 se movimenta sobre uma circunferência, e o ponto C do pol8 possui movimento restrito em um triângulo isósceles, e o pol11 que apresenta dois pontos fixos e um móvel. No entanto, estas mesmas figuras não apresentam as propriedades conforme atividade proposta.

Figura 6.10: Representações do sujeito Y



Fonte: o autor

O que fica evidente é que o sujeito Y não mobilizou esquemas para identificar as propriedades das figuras, talvez pela estratégia visual que diz ter utilizado: *“utilizei mais a ferramenta visual para identificar cada um, pois esta semana meu tempo estava apertado”*. O relatório descritivo deste sujeito também é bastante incompleto, não permitindo maiores análises.

<sup>35</sup>Poderia se considerar que a construção equivocada ocorre por não terem imaginado (ou não saberem) utilizar a ferramenta bissetriz, mas aparentemente sequer identificaram o referido ângulo peculiar. Neste caso, talvez tenha faltado utilizar a ferramenta ângulo do GeoGebra para fazer tal identificação de forma correta.

### **Análise da Tarefa III**

A atividade deste módulo envolve a construção do retângulo, losango e paralelogramo, a partir das diagonais. Diferente dos módulos anteriores, neste não é apresentada nenhuma figura dinâmica a ser explorada. Os professores-alunos devem identificar as propriedades dos quadriláteros e suas diagonais, interpretá-las, e realizar construções que garantam estas propriedades. A partir da análise das tarefas entregues, foram observados os seguintes esquemas de ação instrumentada:

- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) - garantindo que as figuras de fato sejam dinâmicas<sup>36</sup>;
- realizar a construção dinâmica, de modo a reproduzir as propriedades e características observadas;
- interpretar as propriedades das diagonais (conversão do registro língua natural para registro figural) - o sujeito precisa apresentar as propriedades das diagonais, interpretá-las, e ‘transferir’ estas características para a figura dinâmica.

E em relação aos esquemas de uso que podem ser mobilizados a partir da realização da atividade, se repetem boa parte das ferramentas dos módulos anteriores, mas desta vez não utilizando a ferramenta bissetriz.

A tabela 6.2.3 sintetiza a análise, apontando os indicadores observados.

O primeiro fato a destacar nesta atividade, é que todos os quatro sujeitos apresentaram construções que são estáveis (não se deformam), preservando a aparência dos quadriláteros solicitados. Ou seja, aparentemente neste momento os sujeitos estão articulando corretamente esta peculiaridade da figura dinâmica, mesmo quando as construções não são gerais ou não são feitas conforme o solicitado (construção partindo da diagonal, para explorar as propriedades das mesmas).

---

<sup>36</sup>Diferente dos módulos anteriores, neste caso a relação com o dinamismo da figura ocorre em processo inverso: o sujeito deve construir figuras dinâmicas tendo em mente que elas deverão apresentar dinamismo para serem construções gerais.

Tabela 6.7: Indicadores dos esquemas observados no Módulo III

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	S	S	S
	Ponto	S	S	S	S
	Ponto médio	S	S	S	S
	Ponto de interseção	S	S	S	S
	Segmento	S	S	S	S
	Reta	S	S	S	S
	Perpendicular	S	S	S	S
	Mediatriz (ponto médio + perpendicular)	S	S	S	S
	Circunferência centro e ponto	S	S	S	S
	Polígono	S	S	S	S
	Ângulo	S	P	N	S
	Apagar/esconder	S	S	S	S
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - movimento dos pontos	S	S	S	S
	Dinamismo - construções com propriedades	S	P	P	P
	Explora propriedades da circunferência	S	S	S	S
	Interpreta propriedades	S	P	P	N

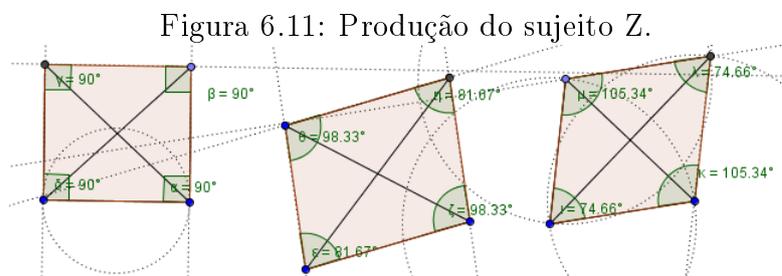
Os sujeitos que apresentaram construções com a aparência dos quadriláteros, mas não tinham construções gerais ou partindo das diagonais, foram identificados como tendo explorado parcialmente (P) o esquema de ação instrumentada relativo à construção dinâmica com propriedades.

O que diferencia esta atividade das demais é que ela não apresenta figura inicial a ser explorada, e apenas é solicitada a construção dos quadriláteros a partir da diagonal. Em consequência os alunos devem pesquisar sobre as propriedades das diagonais, e realizar a construção que as preserve, realizando a conversão do registro língua natural para o registro figural (dinâmico). É exatamente esta peculiaridade que trouxe dificuldades para os sujeitos X, Y e Z.

Todas as construções realizadas pelo sujeito X iniciam pela diagonal, conforme o solicitado, mas o retângulo e o losango são construções particulares que não exploram as propriedades das diagonais. Esta dificuldade parece estar diretamente relacionada à não identificação ou desconhecimento destas propriedades por este sujeito, já que o relatório descritivo em nenhuma vez faz referência a elas. Ou seja, neste caso não é possível garantir que a dificuldade esteja apenas no processo de conversão, pois sequer as propriedades foram identificadas para tal.

Já para o sujeito Y, é esta a dificuldade que parece estar em jogo, já que as propriedades são identificadas no relatório, mas não são articuladas na construção. O retângulo e o paralelogramos são construções que não começam pelas diagonais, e não utilizam estas propriedades. Pelo fato do sujeito ter referido estas propriedades no relatório, e ter feito a construção correta para o losango, aparentemente o sujeito não consegue fazer a conversão de registro língua natural para registro dinâmico no caso destes quadriláteros, e por isso realiza a construção começando pelo lado para pelo menos garantir a estabilidade da figura e aparência desejada.

Em parte de seu relatório, o sujeito refere não saber utilizar a ferramenta ângulo: *“gosto muito de explorar, mas gostaria de aprender a parte das ferramentas de ângulos, que poderia ter atribuído na construção do paralelogramo, mas como não sabia não apliquei e nem arrisquei”*. É a primeira vez que este sujeito faz referência a esta ferramenta na disciplina, o que indica que os respectivos esquemas de uso não foram mobilizados. Apesar disso, o máximo que esta ferramenta poderia contribuir neste caso, seria para verificar se as figuras de fato são os quadriláteros solicitados.



Fonte: o autor

O sujeito Z, por sua vez, não faz referência nenhuma às propriedades das diagonais, e nenhuma das construções começa por elas. Apresenta construções com a aparência dos quadriláteros solicitados, mas com construções começando pelos lados. Apresenta relatório enxuto e pouco articulado com conceitos matemáticos.

O sujeito W apresenta construções adequadas, e destaca-se a sua manifestação em relação à identificação de propriedades: *“Após marcar os ângulos e medidas das diagonais, e ao explorar o dinamismo da figura, observa-se que estas propriedades se confirmam e permanecem inalteradas”*. Esta referência explícita a explorar o dinamismo para identificar propriedades também é observada em resposta deste sujeito a questionamento sobre o tipo de atividade que proporia a seus alunos: *“esta observação e análise*

*dos resultados é muito importante para o aluno quanto à construção do seu conhecimento, visto que o faz confrontar suas ideias com suas construções, assim como com os resultados das mesmas*". Esta peculiaridade da figura dinâmica, sendo um potencial dos recursos dinâmicos, é contemplada pelo sujeito em reflexões sobre uma possível prática docente.

Destaca-se ainda que todos os sujeitos exploram propriedades da circunferência para conseguir construir segmentos congruentes, necessários para a correta obtenção das propriedades das diagonais.

#### **Análise da Tarefa IV**

É o módulo que explora propriedades da bissetriz de um ângulo e mediatriz de um segmento. Na tarefa os professores-alunos devem identificar as propriedades de três figuras dinâmicas (circunferência circunscrita e inscrita em triângulos), e realizar as respectivas representações no GeoGebra. A partir da análise das tarefas entregues, foram observados os seguintes esquemas de ação instrumentada:

- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar o tipo de movimento de cada ponto;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes geométricos explícitos, que são as propriedades declaradas diretamente na construção;
- explorar o dinamismo da figura (tratamento no registro figural) para identificar as propriedades e invariantes implícitos, que são as propriedades decorrentes de teoremas de geometria;
- realizar a construção dinâmica, de modo a reproduzir as propriedades e características observadas;

E em relação aos esquemas de uso que podem ser mobilizados a partir da realização da atividade, se repetem os mesmos de módulos anteriores, acrescentando novamente a ferramenta bissetriz.

A tabela que segue sintetiza a análise, apontando os indicadores observados:

Tabela 6.8: Indicadores dos esquemas observados no Módulo IV

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	S	S	S
	Ponto	S	S	S	S
	Ponto médio	S	S	S	S
	Ponto de interseção	S	S	S	S
	Segmento	S	S	S	S
	Reta	S	S	S	S
	Perpendicular	S	S	S	S
	Mediatriz (ponto médio + perpendicular)	S	S	S	S
	Circunferência centro e ponto	S	S	S	S
	Polígono	S	S	S	S
	Ângulo	S	N	N	N
	Apagar/esconder	S	S	S	S
	Bissetriz	S	S	S	S
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - movimento dos pontos	S	S	S	S
	Dinamismo - identificar propriedades explícitas	S	S	S	S
	Dinamismo - identificar propriedades implícitas	S	S	P	S
	Dinamismo - construções com propriedades	S	S	P	S

A atividade envolve propriedades da mediatriz e bissetriz para obter o incentro e o circuncentro de triângulos. Esta atividade também exige a exploração de propriedades por parte dos professores-alunos, mas a diferença é que agora lhes são apresentados *applets* que permitem a manipulação para identificar estas propriedades, ao mesmo tempo que se tem uma ideia do formato desejado da representação, no que se refere ao tipo de movimento de cada ponto<sup>37</sup>.

De modo geral, os quatro sujeitos tiveram sucesso na realização da atividade, apresentando representações adequadas e coerentes com o que foi solicitado.

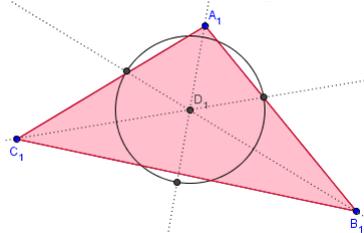
Chama a atenção o sujeito W que refere: “Considerando ainda a influência do início da construção nas diferenças constatadas nas figuras, é interessante destacar que, para construir as figuras verde e vermelha, necessito conhecer as propriedades, enquanto que nas figuras azul e cinza, posso identificá-las através da construção da figura. Além disso, o início da construção definirá quais serão os pontos móveis das figuras, como já mencionado anteriormente”. Observe que há referência direta e diferenciação entre as

<sup>37</sup>A peculiaridade de movimentar os pontos havia sido impossibilitada no módulo III, quando não foram apresentadas figuras iniciais.

propriedades explícitas oriundas da construção (azul e cinza) e as propriedades implícitas (verde e vermelha) que são oriundas de propriedades geométricas.

Dentre os quatro sujeitos, a única construção parcialmente equivocada é a figura vermelha realizada pelo sujeito Y, conforme figura 6.12.

Figura 6.12: Circunferência que não é tangente.



Fonte: o autor

Nela, observa-se que o sujeito encontrou corretamente o incentro com a interseção das bissetrizes, mas teve dificuldades para definir o raio da circunferência (ou ponto de tangência). Faltou ao sujeito, observar que uma propriedade implícita em retas tangentes a circunferências, é que o raio da circunferência é perpendicular à reta tangente. E a não identificação deste fato, levou o sujeito a apenas marcar um ponto sobre o segmento  $A_1B_1$ , o que não garante que a circunferência fique inscrita no triângulo.

### Análise da Tarefa VI

Neste módulo é explorado principalmente o processo de conversão de registros, mais precisamente a conversão do registro figura (representação idealizada pelo sujeito) em registro algébrico. A partir da análise das tarefas entregues, foram observados os seguintes esquemas de ação instrumentada:

- explorar o dinamismo da representação, fazendo com que todos os pontos tenham movimento simultâneo, diretamente dependentes da variação do parâmetro  $a$ ;
- explorar a propriedade das relações algébricas, identificando tipos de movimento dos pontos (crescente, decrescente, etc) bem como a forma adequada de parametrizar segmentos com diferentes inclinações e comprimentos;

- explorar uma diversidade de de relações indica uma maior maturidade quanto ao item anterior (sujeitos com dificuldade de obter as relações algébricas, costumam apresentar figuras dinâmicas simples e com poucas relações);

Nesta atividade, com natureza distinta dos módulos anteriores, os esquemas de uso também são específicos, envolvendo: mover, ponto, editar definição<sup>38</sup> (propriedades de um ponto), rastro e controle deslizante;

A tabela que segue sintetiza a análise, apontando os indicadores observados:

Tabela 6.9: Indicadores dos esquemas observados no Módulo VI

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	-	S	S
	Ponto	S	-	S	S
	Editar propriedades - definição	S	-	S	S
	Rastro	S	-	S	S
	Controle deslizante	S	-	S	S
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - movimento simultâneo dos pontos	S	-	S	S
	Explora propriedades das relações	S	-	S	P
	Diversidade de relações	S	-	N	N

Inicialmente observa-se que todos os três<sup>39</sup> sujeitos realizaram a tarefa, atendendo em grande parte o que foi solicitado.

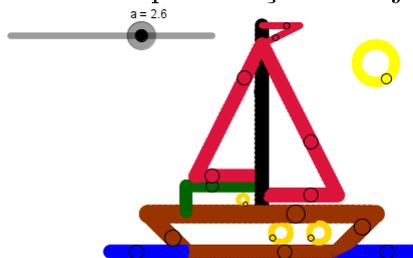
O sujeito W apresenta figura semelhante à que foi sugerida no enunciado da atividade, mas com um acréscimo significativo de novas relações (figura 6.13), o que configura um processo familiarizado de conversão do registro figural para o registro algébrico.

Além da variedade de relações, é possível identificar segmentos e diferentes inclinações e comprimentos, o que indica certo domínio sobre o tipo de variação de cada coordenada do ponto em função do parâmetro  $a$ . O sujeito apresenta justificativas para cada relação algébrica, mas apenas para garantir determinada posição, e não analisando o

<sup>38</sup>Os professores-alunos já vinham editando propriedades dos elementos representados no GeoGebra, com o objetivo de mudar a aparência (cor, espessura, tracejado, etc), desde a primeira atividade. Ela não foi considerada como indicador pois não interfere em nada no processo de aprendizagem em matemática. Neste módulo está se considerando a edição de propriedades, pois se trabalha com edição da definição das coordenadas de um ponto, atribuídas por relações algébricas.

<sup>39</sup>O sujeito X não realizou esta tarefa.

Figura 6.13: Representação do sujeito W.



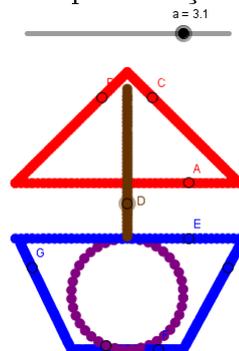
Fonte: o autor

tipo de variação de cada coordenada (indicando, por exemplo, que quando a coordenada  $x$  aumenta em determinada proporção, a coordenada  $y$  diminui em outra).

O sujeito Y apresenta uma construção igual ao sugerido, mas mais simples, com um menor número de relações. Ou seja, o sujeito não explora uma diversidade de relações, dando indícios de certa insegurança ao processo de conversão. Este fato se confirme no relatório, que apesar de correto é bastante enxuto e reduzido<sup>40</sup>. O sujeito ainda faz referência à aula presencial, indicando a contribuição para esta atividade: “*neste módulo não tive muitas dificuldades, pois também trabalhamos estas ferramentas no dia da aula presencial o que ajudou a sanar algumas dúvidas do grupo*”.

O sujeito Z, além de apresentar uma construção bem simples, dá indícios de que teve dificuldades no processo de conversão do registro figural para o registro algébrico, conforme indica a figura 6.14.

Figura 6.14: Representação do sujeito Z.



Fonte: o autor

É possível observar que o segmento determinado pelo ponto D, não alcança a altura desejada. Na relação algébrica utilizada pelo sujeito para este ponto,  $(2, 6 -$

<sup>40</sup>O que é afirmado neste parágrafo também pode estar associado com a falta de tempo, que o sujeito já referiu em outras oportunidades.

$a/2(4/3) - 0.3$ ), observam-se frações e decimais na coordenada  $y$  do ponto. A utilização de decimal dá indicativos de que o segmento tenha sido obtido pelo processo de ‘tentativa e erro’, pela dificuldade do sujeito de realizar o processo de conversão adequadamente. Este fato também pode ser um indicativo do pequeno número de relações que o sujeito utilizou. Esta dificuldade também pode ser percebida na manifestação: *“Encontrei algumas dificuldades em construir a atividade proposta, principalmente na criação dos segmentos inclinados, pois tínhamos que definir um ponto de partida e outro ponto limite, e este foram mais complicados de se fazer”*.

### **Análise da Tarefa VII**

O último módulo da disciplina aborda a relação entre geometria e funções, através de um processo de conversão de registros, diferente do que costuma se enfatizado em muitas abordagens didáticas: obter a representação gráfica de uma função sem possuir a expressão algébrica correspondente. Os gráficos são obtidos a partir da identificação de relações de dependência entre elementos geométricos, e tendo o gráfico obtido, se solicita a expressão algébrica correspondente.

Foram observados os seguintes esquemas de ação instrumentada:

- realizar uma construção dinâmica, que apresente estabilidade e relações matemáticas pertinentes<sup>41</sup>;
- realizar o processo de conversão do registro figural para o registro gráfico, em que, a partir de uma representação geométrica e a identificação de relações de dependência entre seus elementos, se obtenha o gráfico da relação identificada;
- realizar o processo de conversão do registro gráfico para o algébrico, em que partindo do gráfico, se obtém a expressão algébrica da respectiva função;
- a complexidade ou criatividade da situação apresentada também é um indicador de esquema de ação instrumentado, sendo que quanto mais complexa

---

<sup>41</sup>Neste momento não se está mais dividindo a exploração do dinamismo em vários esquemas de uso. Como a construção apresentada é de livre escolha dos professores-alunos, propriedades distintas poderão aparecer e terão que ser mobilizadas pelos sujeitos, mas neste caso, toda a abordagem dinâmica da construção está resumida e condensada neste esquema de ação instrumentada

e criativa for a situação, maior terá sido a autonomia do sujeito na realização da atividade, e na mobilização dos demais esquemas de ação instrumentada<sup>42</sup>;

Nesta atividade, as construções geométricas eram de livre escolha dos sujeitos, e deste modo, não serão elencados os possíveis indicadores de esquemas de uso que poderiam ser mobilizados. Serão evidenciados apenas aqueles relacionados diretamente com a obtenção da representação gráfica: mover, ponto, editar propriedades (definição) e rastro.

A tabela que segue sintetiza a análise, apontando os indicadores observados:

Tabela 6.10: Indicadores dos esquemas observados no Módulo VII

		Sujeitos			
		W	X	Y	Z
Esquemas de uso	Mover	S	S	S	S
	Ponto	S	S	S	S
	Editar propriedades - definição	S	S	S	S
	Rastro	S	S	S	S
Esquemas de ação instrumentada	Dinamismo - construção com propriedades	S	S	S	S
	Conversão - registro figural para o gráfico	S	S	S	S
	Conversão - registro gráfico para o algébrico	S	N	N	N
	Complexidade das situação apresentada	P	P	P	P

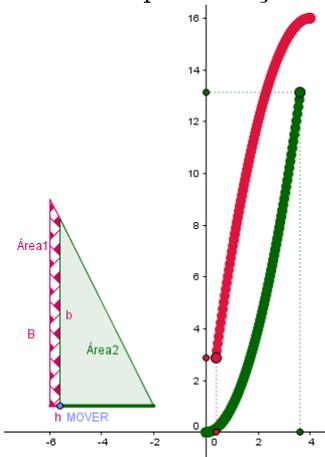
Na análise das tarefas entregues por cada um dos professores-alunos, observou-se que os esquemas de uso necessários para a realização da tarefa foram mobilizados adequadamente para todo o grupo. Ao mesmo tempo que são ferramentas similares às utilizadas na tarefa anterior, percebe-se uma certa facilidade no uso dos recursos do software.

Em relação aos esquemas de ação instrumentada, os dois primeiros identificados na tabela 6.2.3 foram contemplados por todos os sujeitos em suas tarefas entregues, de modo que apresentaram construções geométricas estáveis, preservando as propriedades desejadas, e realizando adequadamente o conversão do registro figural para registro gráfico. Ou seja, cada um dos sujeitos identificou corretamente alguma relação funcional no registro figural, e de forma adequada obteve o gráfico correspondente.

<sup>42</sup>Neste módulo foram apresentados vários exemplos de situações, e professores-alunos que reproduziram situações de exemplos apresentados, indicam terem explorado pouco os esquemas de ação instrumentada correspondente, demonstrando pouca autonomia nos processos envolvidos.

O sujeito W obtém a expressão algébrica de forma adequada. Destaca-se que, a expressão algébrica da função é obtida a partir da construção geométrica (veja figura 6.15), calculando a área do trapézio e do triângulo apresentados.

Figura 6.15: Representação do sujeito W.



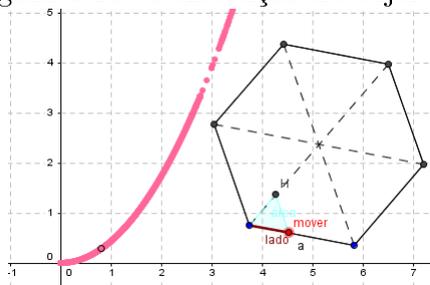
Fonte: o autor

A construção entregue apresenta características com certa simplicidade, e as funções identificadas envolvem a área do triângulo e do trapézio apresentados. O que chama a atenção é que ambos os gráficos apresentam variação crescente, mas ao se movimentar o ponto ‘mover’, observa-se que uma das áreas aumenta enquanto outra diminui. O motivo disto acontecer, é que o sujeito utilizou a medida do segmento  $h$  como domínio do gráfico vermelho, e para o gráfico verde indicou domínio  $a - h$ . Desta forma, quando  $h$  cresce  $a - h$  diminui, invertendo o comportamento esperado no gráfico. O objetivo do professor-aluno parece ser em estabelecer a função área do trapézio e do triângulo, em função de suas respectivas bases  $h$  e  $a - h$ . No entanto, como os gráficos estão sobrepostos, é natural fazer um comparativo entre ambos. Esta comparação é contraditória com o esperado, já que movimentando o ponto ‘mover’ se observa que uma das áreas aumenta enquanto outra diminui, mas ambos os gráficos apresentam comportamentos crescentes.

Neste caso, parece que o professor-aluno não se preocupou com as interpretações que esta construção poderia promover. Ou seja, o sujeito apenas tentou atender o que foi solicitado na tarefa, sem se preocupar se a construção poderia suscitar questionamentos sobre a matemática envolvida.

O sujeito Y também apresenta uma construção bem simples. Acaba apresentando um hexágono, mas para a função utiliza a área do triângulo em função de seu lado, conforme indica a figura 6.16.

Figura 6.16: Construção do sujeito Y.



Fonte: o autor

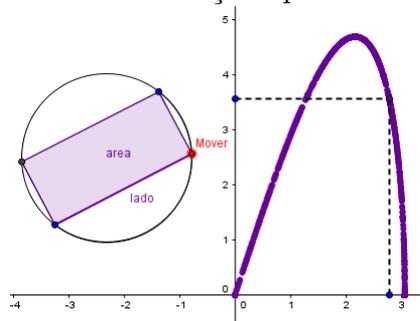
O sujeito Y não faz de forma adequada a conversão para o registro gráfico. Indica que utilizou coordenadas de três pontos do gráfico, e considerando que o gráfico é uma parábola, obtém a expressão  $f(x) = 0,35x^2 + 0,35x - 0,3$ . O professor-aluno poderia ter identificado facilmente que a expressão está errada, pois quando a medida do lado do triângulo for zero, a área também será, e isto não se verifica na expressão.

Mas se o sujeito não errou nos cálculos, qual a origem do erro? Neste caso é devido à forma que o GeoGebra exibe o valor das coordenadas dos pontos: na tela são exibidas apenas duas casas decimais. O sujeito não reconheceu isto, o que implicou em expressão algébrica equivocada.

Os sujeitos X e Z apresentaram tarefas bem parecidas. Ambos obtiveram a função da área de um retângulo em função de um de seus lados, enquanto um de seus vértices se movimentava sobre uma circunferência, conforme figura 6.17. Embora esta seja uma construção bastante criativa e com certa complexidade, o esquema de ação instrumentada relativo à complexidade da situação foi avaliado como *parcial* para estes sujeitos. Isto se deve à situação apresentada ser um dos exemplos do material disponibilizado. O material não apresenta o processo de construção, de modo que os sujeitos tiveram que identificar as propriedades e realizar a construção, mas não utilizaram sua criatividade para apresentar uma situação diferente dos exemplos disponibilizados.

Tanto o sujeito X quanto o Z obtiveram expressões algébricas equivocadas. Partindo do gráfico, consideraram que o mesmo é uma parábola (o que é um equívoco

Figura 6.17: Construção apresentada por Z.



Fonte: o autor

pois sequer o gráfico apresenta simetria), e a partir disto, utilizando as coordenadas dos pontos do gráfico, obtiveram uma função quadrática. Diz o sujeito Y: *ao movimentar o ponto vermelho o gráfico formado será uma parábola de concavidade voltada para baixo, o que nos indica que o valor do a será negativo. Assim, podemos concluir que a lei algébrica da função em questão é  $f(x) = -x^2 + 4x + 0$* . E mesmo com esta constatação, não fica muito claro o processo de obtenção da referida expressão algébrica.

A partir dos dados analisados nesta seção, é possível apresentar um perfil da evolução de cada um destes sujeitos ao longo da disciplina, analisando os esquemas de uso e principalmente de ação instrumentada mobilizados ao longo das tarefas.

O sujeito W apresentou um ótimo aproveitamento de acordo com os indicadores identificados. Teve sucesso na identificação de propriedades das figuras dinâmicas, e mostrou uso adequado dos recursos do GeoGebra para as tarefas solicitadas. Apresentou a identificação de propriedades implícitas (que não são de identificação imediata) ao longo de toda a disciplina, mesmo quando esta identificação não era necessária para realizar a tarefa, tal como no módulo I.

O bom aproveitamento deste sujeito parece estar qualidade da argumentação matemática observadas nos relatórios, sempre com identificação de propriedades acompanhadas de justificativas claras e precisas.

O sujeito afirma em questionário<sup>43</sup> que nunca havia utilizado o GeoGebra antes, o que indica que a engenharia de formação atingiu seus objetivos com este sujeito,

<sup>43</sup>Questionário disponível no anexo D a partir da página 184. Neste caso, mais especificamente a questão 16 do questionário.

dadas as tarefas qualificadas apresentadas. Para este sujeito, todas as hipóteses apresentadas na análise *a priori* do capítulo 4 são confirmadas na análise *a posteriori* apresentada com a identificação dos indicadores.

O sujeito Z também afirma nunca ter utilizado o GeoGebra antes da disciplina. Este sujeito apresenta uma evolução ao longo das atividades, principalmente na identificação de propriedades, que nas primeiras atividades não eram feitas de forma imediata, e que o sujeito parece ter aperfeiçoado ao longo da disciplina.

O sujeito apresenta dificuldades em tarefas que envolvem o processo de conversão de registros. Isto acontece no módulo III, na conversão do registro língua natural para o registro dinâmico de representação; bem como o módulo VII, no processo de conversão necessário para obter a expressão algébrica da função.

É preciso observar que nas atividades que propiciaram liberdade de criação por parte dos professores-alunos, este sujeito apresentou situações bem simples, e em diversos relatórios descritivos do sujeito Z, o mesmo é bastante ‘sucinto’ e sem muitas justificativas para suas afirmações. O motivo disso pode estar tanto relacionado com as dificuldades do professor-aluno com o software ou com a articulação matemática das tarefas, quanto com a dificuldade de tempo para executar as atividades, referida pelo sujeito em alguns momentos do relatório.

Os sujeitos X e Y referem já terem utilizado ‘um pouco’ o GeoGebra antes da disciplina, mas apresentam produções com qualidade inferior quando comparados com o sujeito W, por exemplo, o que é observado a partir da não identificação de indicadores de alguns esquemas de uso e ação instrumentada.

A análise dos indicadores do sujeito X mostra características muito similares ao sujeito Z. O sujeito X também apresenta algumas dificuldade na identificação de propriedades implícitas, mas que vão se aperfeiçoando ao longo das atividades. Este sujeito deixou de entregar uma das tarefas, e realizou tarefa complementar.

O sujeito X também apresentou dificuldades nas tarefas com conversão de registros, observadas no módulo II (língua natural para registro dinâmico) e na obtenção da expressão algébrica da função no último módulo.

Na análise das tarefas do sujeito Y, observaram-se diversas dificuldades na identificação de propriedades das figuras dinâmicas, e em alguns momentos refere o uso da aparência da figura para lhe atribuir propriedades (análise do módulo II).

Esta identificação através da ‘aparência’ também se verifica em situações que o sujeito não explora suficiente o dinamismo das figuras para verificar se a construção que acabara de fazer está correta. A figura 6.12 na página 142 mostra o resultado de uma construção sem este cuidado. Em outras situações (módulo II, por exemplo) o sujeito também se guia pela impressão visual.

As dificuldades deste sujeito se confirmam no relatório com afirmações matemáticas imprecisas, e esta imprecisão se estende para a descrição do uso das ferramentas do GeoGebra, embora utilizadas corretamente em sua maioria, são muitas vezes expressas de forma confusa, não permitindo ao leitor identificar se a construção é coerente.

A análise deste capítulo permitiu identificar o processo de desenvolvimento de esquemas de uso e de ação instrumentada importantes na apropriação do GeoGebra pelos professores em formação.

O que se observou é que a articulação adequada de conceitos matemáticos é condição necessária para determinar a “velocidade” com que são desenvolvidos esquemas de uso e de ação instrumentada, na realização de tarefas com o software. Quando os conceitos matemáticos são mobilizados com eficiência pelo sujeito, este acaba produzindo figuras dinâmicas ou identificando propriedades de forma mais precisa, tendo um processo mais eficiente de Gênese Instrumental Pessoal, tal como acontece com o sujeito W, mesmo este nunca tendo utilizado o software antes.

Considerando a evolução global dos quatro sujeitos analisados, de início se observa uma certa hesitação em manipular os elementos representados dinamicamente, e em como identificar propriedades presentes nestas representações. Mas as poucos se passa a observar registros de que passaram a “movimentar para ver ...”, de modo que o conceito de figura dinâmica foi se consolidando de forma efetiva ao longo das tarefas. Esta consolidação é favorecida através da associação das representações dinâmicas às propriedades matemáticas presentes, de modo que se explorasse o PRDRS ao longo da realização das tarefas.

Ao longo de todas as atividades os processos de tratamento e conversão de registros são contemplados. O tratamento no registro figural possui destaque desde o início, em que se tem a necessidade de movimentar os elementos representados para identificar as propriedades, e após a construção, que as propriedades se preservem sob movimento. E desta forma, em todas as atividades os professores-alunos apresentaram um desenvolvimento contínuo no entendimento do processo de tratamento no registro figural, e perceberam sua importância no uso de *software* de MD. O processo de conversão de registro acontece em todas as tarefas através da realização do relatório descritivo pelos professores alunos, em que se coloca na forma escrita as propriedades e peculiaridades da representação dinâmica realizada em cada tarefa. E de forma mais efetiva, na tarefa 6 a conversão entre os registros algébrico e gráfico, e na tarefa 7 na conversão entre os registros figural, gráfico e algébrico, são mobilizados de forma efetiva pelos professores-alunos. É no processo de conversão que se evidencia a aprendizagem em matemática, e este processo, mesmo com algumas dificuldades específicas, é compreendido e realizado de forma satisfatória ao longo das tarefas analisadas.

Nas análises fica claro o potencial da AP planejada em articular diferentes registros de representação, com atividades focadas em tarefas e não em ferramentas do software, e em apresentar uma sequência de atividades que, de forma gradativa, requer a exploração de uma característica essencial dos softwares de MD: o dinamismo.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa é resultado de inquietações em relação à apropriação das tecnologias digitais por parte dos professores, e seu uso em contexto escolar, contribuindo para o processo de aprendizagem. E de uma forma mais específica, na apropriação dos softwares de Matemática Dinâmica (MD) tal como o GeoGebra, que possuem nas representações dinâmicas sua principal característica e potencial. A inquietação é decorrente do distanciamento entre o potencial destes recursos apontado por diversos estudos, e a sua efetiva contribuição para a aprendizagem matemática nas escolas.

Este distanciamento também é referido na literatura em âmbito internacional, e embora possa ser atribuído a vários fatores (infraestrutura, incentivo governamental, etc), a formação dos professores é apontada como um dos fatores importantes a serem considerados (ARTIGUE, 2011; JOUBERT, 2013).

Dentre a diversidade de enfoques possíveis para abordar a formação dos professores par uso destas tecnologias, este estudo se concentra nos Registros de Representação Semiótica para compreender o processo de veiculação e aprendizagem em matemática – que possui peculiaridades específicas nos softwares de MD – e na Abordagem Instrumental para entender a apropriação do software pelos professores de matemática, sendo o software GeoGebra e os professores o artefato e o sujeito nesta abordagem.

As leituras que deram suporte a esta pesquisa conduziram para uma aproximação entre os campos teóricos citados. Esta aproximação se dá precisamente através da representação dinâmica presente no GeoGebra. Percebeu-se em Duval (1995a) a importância dos diferentes registros de representação semiótica (língua natural, figural, gráfico, escrita numérica/algébrica/simbólica) para a aprendizagem em matemática, tendo que as mudanças de registro, denominadas de tratamento e conversão, são condição necessária para a aprendizagem em matemática.

Os softwares de MD propiciam uma representação dinâmica, que se caracteriza por preservar subjacentes propriedades matemáticas na exploração do dinamismo das representações. Conforme apresentado na seção 2.2, estas representações dinâmicas possuem peculiaridades e características que as distinguem dos registros classificados por

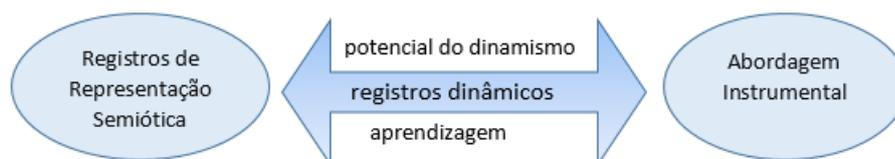
Duval, de modo que este estudo as classifica em um novo registro denominado Registro Dinâmico.

Estas potencialidades da representação dinâmica, que se caracterizam pela articulação de propriedades matemáticas subjacentes na representação, podem ser identificadas tanto na exploração do dinamismo de uma figura dinâmica pronta, quanto na necessidade de se empregar propriedades na construção de uma figura para que ela permaneça estável. Este é um potencial importante dos *software* de MD, pois mobiliza conhecimento matemático tanto na exploração do dinamismo quanto na construção de uma figura dinâmica, e foi denominado neste estudo de Potencial dos Registros Dinâmicos de Representação Semiótica (PRDRS).

Em relação à apropriação dos softwares de MD pelos professores-alunos, Rabardel (1995a) conceitua a Gênese Instrumental, processo pelo qual o artefato se transforma em instrumento à medida que determinado sujeito associa esquemas de utilização ao artefato. Neste processo, Rabardel distingue os esquemas de utilização em esquemas de uso (relativos ao funcionamento do artefato) e esquemas de ação instrumentada (relativos à execução de uma tarefa global com o artefato). O autor enfatiza a importância dos esquemas de ação instrumentada, como sendo desencadeadores de esquemas de uso.

Considerando o artefato GeoGebra, os esquemas de ação instrumentada são mobilizados através da realização de tarefas, que dada a característica do software, envolverá necessariamente a representação dinâmica de elementos matemáticos. E desta forma, a Abordagem Instrumental se relaciona com os registros dinâmicos, e se propõe a identificar o processo de evolução do artefato para instrumento, quando o sujeito utiliza o software para executar tarefas realizando representações dinâmicas.

Figura 7.1: Aproximação teórica



Fonte: o autor.

Este tipo de exploração de propriedades, em que se articula a representação com conhecimento matemático subjacente, é muito importante para o processo de for-

mação de professores de matemática para o uso de tecnologia. É nele que se encontra o potencial de exploração e simulação, que transforma o software em ambiente rico para o desenvolvimento de atividades didáticas. Ou seja, a apropriação do software GeoGebra pelo professor-aluno se dará na medida em que este explorar o PRDRS presente no software, através da realização de atividades com o artefato.

É preciso considerar que esta pesquisa se desenvolveu com foco de análise no processo de Gênese Instrumental pessoal, na identificação da exploração do PRDRS por parte dos professores-alunos. No entanto, todo o processo de concepção e planejamento das atividades sempre considerou o objetivo a longo prazo da formação destes sujeitos, vislumbrando a conseqüente incorporação do GeoGebra nas práticas pedagógicas destes professores, ou seja, o desenvolvimento da Gênese Instrumental pessoal. É neste sentido também, que a formação pretendeu contribuir para o desenvolvimento de um professor que no futuro consiga explorar o potencial semiótico do GeoGebra com seus alunos, quando o software for empregado em atividades didáticas, em que os alunos realizem tarefas das quais possam emergir signos e significados pessoais, que evoluem para signos e significados culturalmente estabelecidos, através do processo de mediação semiótica conduzido por este professor. Esta estudo, com foco na Gênese Instrumental pessoal, pretende ter contribuído com esta formação a longo prazo.

Levando em consideração este cenário, e na aproximação com as referidas teorias emerge a engenharia de formação, relativa ao planejamento, projeto e execução de uma disciplina de formação de professores para apropriação do GeoGebra.

Em relação ao planejamento e projeto, destacam-se três aspectos: a sequência de tarefas, o *website* e a MultiTela GD. A sequência de tarefas foi planejada com evolução contínua e gradativa, tanto no desenvolvimento de esquemas de uso e de ação instrumentada, quanto de conteúdos matemáticos através da articulação de distintos registros de representação semiótica. Estas atividades foram organizadas em *website*, em que se destaca a utilização de variados *applets* que possibilitam explorar o dinamismo das figuras apresentadas. Dependendo das características da atividade, o *applet* foi customizado para apresentar apenas determinada lista de ferramentas do GeoGebra, e apenas com estas o sujeito podia explorar o dinamismo. A MultiTela GD também foi uma contribuição importante deste estudo, por ser um grande aliado na formação EAD, por ser

suporte aos professores-alunos em relação ao uso do GeoGebra, por articular diferentes registros de representação do conceitos envolvidos, por articular o uso do GeoGebra e suas ferramentas com as justificativas matemáticas para cada passo de construção nos comentários dos vídeos (STORMOWSKI; GRAVINA; LIMA, 2014). A MultiTela GD foi muito bem recebida pelos professores-alunos, e em participação no Prêmio UniRede de Inovação Tecnológica realizado no Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância – ESUD 2014, obteve 2º lugar dos avaliadores técnicos e 4º lugar considerando também a votação do público (UNIREDE, 2014).

A implementação da disciplina ocorreu em espaço curto de tempo (dez semanas) se considerarmos o processo demorado de Gênese Instrumental. Os aspectos negativos observados se referem mais a características da modalidade EAD, que deveriam ter sido melhor gerenciadas: alguns atrasos na disponibilização do material de um módulo para outro; o *feedback* aos alunos mais demorado de alguns tutores; a participação irregular de alunos nos fóruns didáticos; o uso da *webconferência* devido a problemas de suporte técnico e de infraestrutura.

Mas os pontos positivos foram diversos, contribuindo para o processo de formação qualificado. Destacam-se as reuniões semanais da equipe de professores e tutores, na análise do material, discussão de critérios de avaliação, permitindo uma equipe de acompanhamento atualizada e organizada.

O mais importante, no entanto, é obtido como consequência da análise dos dados, em que se verificou um bom aproveitamento dos professores-alunos, de modo que uma parcela significativa dos participantes obteve níveis positivos no que se refere à exploração do PRDRS do GeoGebra. Na análise dos esquemas de uso e de ação instrumentada observa-se uma evolução significativa destes indicadores em um período curto de realização da disciplina. Sujeitos que nunca tinham tido contato com o software apresentam resultados expressivos, com um desenvolvimento significativo de esquemas de ação instrumentada, permitindo a exploração do PRDRS presentes no software. Tanto os dados da análise apresentada, quanto o *feedback* dos professores-alunos em questionário, fornecem elementos para considerar a contribuição positiva de todo o planejamento da engenharia de formação. Foram identificados itens a serem aperfeiçoados, tal como uma adequação do ‘tamanho’ de algumas tarefas e o tempo disponível, ou ainda ao tipo de encaminhamento

em algumas atividades, mas estes são processos de reflexão e aperfeiçoamento que devem acontecer em qualquer atividade didática, entre uma aplicação e outra.

A identificação dos esquemas de uso e ação instrumentada confirma que o processo de apropriação do GeoGebra por parte dos professores-alunos é demorado e complexo, e a peculiaridade do PRDRS requer uma articulação pertinente de conhecimento matemático. Desta forma, quanto maior a dificuldade do sujeito em articular conceitos matemáticos, mais difícil e demorada é a Gênese Instrumental. E este é um fato importante, já que o uso simples de qualquer ferramenta do software envolve conceitos matemáticos subjacentes, e esta articulação é ainda mais necessária quando se trata da realização de tarefas envolvendo figuras dinâmicas, as características destas representações fazem emergir outros conceitos e propriedades importantes.

Como consequência do aporte teórico apresentado, e das análises deste estudo, se reafirma a necessidade da formação de professores de matemática para apropriação de softwares de MD, ser focada na realização de tarefas, em pensar matemática através do software, e não focar apenas nas ferramentas do software. No caso do exemplo já citado por Rabardel, o foco deve ser a realização de ultrapassagens e não nas formas de ‘apertar os botões’ do carro.

Isto está em consonância com a ideia de que o professor-aluno só conseguirá planejar e conduzir atividades, em que seus alunos pensem matemática com o software, se ele mesmo passar por este processo de pensar matemática com o GeoGebra.

Esta ideia vai ao encontro da concepção de Shaffer e Clinton (2006) que apresentam o termo *ferramentaparapensamentos* (toolforthoughts) para expressar a total conexão entre pensamentos e ferramentas digitais como os softwares MD. Segundo os autores, é o estágio da *cultura virtual*, em que as formas de interagir com os sistemas de representação permitem a internalização e externalização de pensamentos. A manipulação de figuras dinâmicas, explorando o dinamismo, permitem a internalização de pensamentos referente à propriedades matemáticas que vão sendo descobertas, e a na construção das figuras dinâmicas pelo sujeito ocorre a externalização dos pensamentos através do *software*. Com os registros dinâmicos se tem uma nova forma de criar e registrar conhecimento. Segundo os autores, “neste ponto de vista as ferramentas não são distintas dos

pensamentos; em vez disso, a relação recíproca entre a ferramenta e pensamento existe em ambos. Cada ferramenta contém pensamentos, e cada pensamento contém ferramentas” (SHAFFER; CLINTON, 2006, p. 290, tradução nossa).

Mas o professor de matemática transformar estes recursos em *ferramentapensamentos* não é um processo simples e imediato, principalmente por envolver novas formas de pensar e de produzir conhecimento. E este processo é duplo, pois envolve a transformação do software em *ferramentaparapensamentos* particular e, no contexto escolar, o professor precisa elaborar estratégias que motivem esta transformação em seus alunos, levando-os a pensar matemática com o GeoGebra.

A engenharia de formação proposta não teve o objetivo de fazer esta transformação por completo. Ela se propõe a desencadear o processo de Gênese Instrumental pessoal, iniciando a transformação do GeoGebra em *ferramentaparapensamento* para os professores-alunos. Esta é uma etapa necessária para o processo de incorporação das tecnologias digitais em sala de aula, embora ambos possam se desenvolver simultaneamente de forma gradativa. Considera-se que a engenharia de formação obteve resultados positivos, principalmente considerando o período curto de formação realizado.

Tendo em mente os apontamentos feitos até aqui, considera-se em grande parte atendidos os questionamentos iniciais deste estudo apresentados na página 7. E ao mesmo tempo, é possível apresentar um resumo das contribuições deste estudo:

- a aproximação entre os aportes teóricos: Registros de Representação Semiótica e Abordagem Instrumental. Esta aproximação se dá através dos registros dinâmicos de representação presentes em *softwares* como o GeoGebra;
- o desenvolvimento de uma engenharia de formação que contribui efetivamente para a apropriação do GeoGebra pelos professores alunos, com ênfase na exploração do PRDRS para capacitar o professor na articulação do conhecimento matemático através dos softwares de MD, conhecimento este que nem sempre é muito evidente;
- formação com foco em atividades que desenvolvam esquemas de ação instrumentada, que mesmo sendo mais complexos, articulam diferentes esquemas

de uso, e além disso fornecem subsídios importantes para que o professor desenvolva as suas próprias atividades didáticas, e desta forma potencialize a gênese instrumental profissional. Este é um item importante, pois para fazer com que os professores-alunos pensem matemática com o software, é essencial que a formação vá além do que apenas considerar instruções técnicas de uso das ferramentas do software;

- *website* com a sequência de atividades que contemplam o item anterior, e com uma série de *applets* dinâmicos que conferem ao material uma riqueza de conceitos a serem explorados;
- a MultiTela GD que é um recurso importante para o contexto da formação em EAD para uso do GeoGebra, e que articula simultaneamente uma série de registros de representação distintos, contribuindo para a compreensão da matemática envolvida nas representações dinâmicas;

Ao mesmo tempo, a pesquisa é um processo vivo e em movimento constante, de modo que sempre restam perguntas em aberto a serem respondidas em estudos futuros:

- qual o impacto deste tipo de formação na Gênese Instrumental profissional? Ou seja, quais as consequências deste tipo de formação nas práticas docentes dos professores-alunos?
- analisar as variações deste planejamento para ser realizado ao longo de todo um curso de graduação, por exemplo. Neste caso, se teria licenciandos com formação matemática em desenvolvimento, mas com um período mais longo de formação. Talvez com atividades em escala ainda mais gradativa, em que cada etapa possa ter sub-atividades com foco mais específico na formação matemática destes sujeitos, ao mesmo tempo que são articulados aspectos das gêneses pessoal e profissional.
- adaptação da engenharia de formação para outros recursos digitais, preservando características do foco em tarefas que articulem o conhecimento matemático, de modo que os participantes pensem matemática com estes recursos.

Este estudo mostrou-se bastante denso e amplo, pois além de abordar o processo de apropriação do GeoGebra através de duas abordagens teóricas, também é impactado pelas características peculiares da formação em EAD. Mas também, é com esta modalidade que se pode flexibilizar o tempo e o espaço de formação para professores de matemática que anseiam por formação complementar.

Ao mesmo tempo, este estudo contribui para o aperfeiçoamento do processo de formação de professores de matemática para a apropriação do GeoGebra. Com atividades que exploram gradativamente esquemas de uso e ação instrumentada, necessariamente direcionadas a tarefas que articulem conhecimento matemático, de modo que os participantes explorem o PRDRS presente no software. O objetivo a longo prazo é que estes professores utilizem o software para pensar matemática, e se aprimorem gradativamente com a finalidade de elaborar atividades pedagógicas que levem os seus alunos a fazerem o mesmo. Este é um processo longo e de evolução contínua, mas essencial para que as tecnologias digitais tenham o impacto esperado na aprendizagem de matemática. E se considera que a engenharia de formação desenvolvida tenha contribuído significativamente para colocar em curso este processo.

## REFERÊNCIAS

- ABAR, C. A. A. P. Educação Matemática na Era Digital. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, [S.l.], n.27, p.13–28, Septiembre 2011.
- ABED. **Censo EaD.br**: relatório analítico da aprendizagem a distância no brasil 2013. Disponível em: <[http://www.abed.org.br/censoead2013/CENSO\\_EAD\\_2013\\_PORTUGUES.pdf](http://www.abed.org.br/censoead2013/CENSO_EAD_2013_PORTUGUES.pdf)>. Acesso em: 8 abr. 2015.
- ABRAHÃO, J. I.; SILVINO, A. M. D.; SARMET, M. M. Ergonomia, cognição e trabalho informatizado. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, vol. 21, p.163–171, 8 2005.
- ALMEIDA, R. M. T.; KONRATH, M. L. P.; ALONSO, C. M. M.; MEDINA, R. Mídias na Educação: gestão eficiente para uma prática pedagógica qualificada em ead. **RENOTE**, Porto Alegre, vol. 7, n.1, jul. 2009.
- ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em ttrabalho apresentados no gt-19 / anped. **REVEMAT - REvista Eletrônica de Educação Matemática**, UFSC, vol. 3, n.6, p.62–77, 2008.
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques - RDM**, Grenoble, vol. 9, n.3, p.281–308, 1988.
- ARTIGUE, M. Learning mahematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Netherlands, n.7, p.245–274, 2002.
- ARTIGUE, M. Didactical Engineering as a framework for the conception of teaching products. In: BIEHLER, R.; SCHOLZ, R.; STRASSER, R.; WINKELMANN, B. (Org.). **Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p.27–39. (Mathematics Education Library, vol. 13).
- ARTIGUE, M. The future of teaching and learning mathematics with digital technologies. In: HOYLES, C.; LAGRANGE, J.-B. (Org.). **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. [S.l.]: Springer US, 2010. p.463–475. (New ICMI Study Series, vol. 13).
- ARTIGUE, M. **Les défis de l’enseignement des mathématiques dans l’éducation de base**. Paris: UNESCO, 2011.
- BARBOSA, A. (Org.). **Pesquisa sobre o uso das tecnologia de informação e comunicação no Brasil**: tic educação 2011. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2012.
- BARBOSA, A. (Org.). **Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras**: tic educação 2013. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2014.
- BARCELOS, G. T. **Tecnologias na prática docente de professores de matemática**: formação continuada com apoio de uma rede social na internet. 2011. Tese (Doutorado em Informática na Educação) — PPGIE/UFRGS, Porto Alegre.

- BEHAR, P. A. Modelos Pedagógicos em Educação a Distância. In: BEHAR, P. A. (Org.). **Modelos Pedagógicos em Educação a Distância**. Porto Alegre: Artmed, 2009. p.15–32.
- BEHAR, P. A.; BERNARDI, M.; SILVA, K. K. A. da. Arquiteturas Pedagógicas para a Educação a Distância: a construção e validação de um objeto de aprendizagem. **RENOTE**, [S.l.], vol. 7, n.1, julho 2009.
- BITTAR, M. Possibilidades e dificuldade da incorporação do uso de softwares na aprendizagem da matemática. Um estudo de caso: o software aplusix. **III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, [S.l.], 2006.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, p.157–171, 2011.
- BLANCHARD, M. A.; CAZES, C.; VANDERBROUCK, F. Théorie de l'activité et double approche: genèses d'usage de bases d'exercices en ligne. In: LAGRANGE, J. B. (Org.). **Les technologies numériques pour l'enseignement: usages, dispositifs et genèses**. Toulouse: Octares, 2013.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries): matemática**, Brasília, 1998.
- BUSSI, M. G. B.; MARIOTTI, M. A. Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a vygotskian perspective. **Handbook of international research in mathematics education**, New York, p.746–783, 2008.
- CAÑAS, J. J.; WAERNS, Y. **Ergonomía Cognitiva: aspectos psicológicos de la interacción de las personas con la tecnología de la información**. Madrid: Editorial Medica Panamericana, 2001.
- CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, vol. 13, n.23, p.85–118, 2005.
- COSTA, A. M.; SOARES, A. A. S.; MARQUES, C. S. E.; MELO, P. A.; MORE, R. P. O. Educação a distância no Brasil: eexperiência com a universidade aberta do brasil. **Congreso Universidad**, [S.l.], vol. 1, n.3, 2012.
- CURI, E. **Formação de professores de matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. 2000. Dissertação (Educação Matemática) — PUCSP, São Paulo.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana**. 8.ed. São Paulo: Atual, 2005. vol. 9.
- DRIJVERS, P. **Learning algebra in a computer algebra enviroment: design research on the understanding of the concept of parameter**. 2003. Doctoral Dissertation — Utrecht University, Netherlands.

- DRIJVERS, P.; KIERA, C.; MARIOTTI, M. A.; AINLEY, J.; ANDRESSEN, M.; CHAN, Y. C.; DANA-PICARD, T.; GUEUDET, G.; KIDRON, I.; LEUNG, A.; MEGHER, M. Integrating Technology into Mathematics Education: theoretical perspectives. In: HOYLES, C.; LAGRANGE, J.-B. (Org.). **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. [S.l.]: Springer US, 2010. p.89–132. (New ICMI Study Series, vol. 13).
- DRIJVERS, P.; TROUCHE, L. From artifacts to instruments: a theoretical framework behind the orchestra metaphor. In: BLUME, G. W.; HEID, M. K. (Org.). **Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics**: volume 2. Charlotte, North Carolina: NCTM, 2008. vol. 2, p.363–392.
- DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiótiques et apprentissages intellectuels. Bern: Peter Lang, 1995. 395p. (Exploration, vol. 91).
- DUVAL, R. Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processings. In: **Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education**. [S.l.]: Springer, 1995. vol. 138, p.142–157.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11–34.
- DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 61, n.1-2, p.103–131, 2006.
- DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- EMPRIN, F. **Formation initiale et continue pour l’enseignement des mathématiques avec les TICE**: cadre d’analyse des formations et ingénierie didactique. 2007. Doctorat Didactique des Mathématiques — Université PARIS DIDEROT (Paris 7), Paris.
- ERNEST, P. A semiotic perspective of mathematical activity. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, vol. 61, 2006.
- FALCADE, R.; LABORDE, C.; MARIOTTI, M. A. Approaching functions: cabri tools as instruments of semiotic mediation. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 66, p.317–333, 2007.
- FISCHBEIN, E. The theory of figural concepts. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, vol. 24/2, p.139–162, 1993.
- FUGLESTAD, A. B.; KYNIGOS, L. H. C.; MONAGHAN, J. Working with teachers: context and culture. In: HOYLES, C.; LAGRANGE, J.-B. (Org.). **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. [S.l.]: Springer US, 2010. p.293–310. (New ICMI Study Series, vol. 13).
- GAGATSI, A.; ELIA, I.; MOUSOULIDES, N. Are registers of representations and problem solving processes on functions compartmentalized in students’ thinking? **RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, [S.l.], vol. 9, n.1, p.197–224, 2006.

- GOMES, A. S. **Developpement conceptuel consecutif a l'activite instrumentee: l'utilisation d'uns système informatique de géométrie dynamique au collège**. 1999. Tese de Doutorado em Sciences de l'Education — Université Paris V - Rene Descartes, Paris.
- GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, [S.l.], p.1–13, 1996.
- GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) — UFRGS, Porto Alegre.
- GRAVINA, M. A.; BARRETO, M. M.; NOTARE, M. Continuing professional development and digital media in mahematics education. **Proceedings of CERME 8 - Congress of European Research in Mathematics Education**, Turkey, February 2013.
- GUIMARÃES, L. B. M.; RIBEIRO, J. L. D.; ECHEVESTE, M. E.; JACQUES, J. J. de. A study of the use of the laptop XO in Brazilian pilot schools. **Computers &**, [S.l.], vol. 69, p.263 – 273, November 2013.
- HASPEKIAN, M. Enseigner avec un tableur: quelles genèses instrumentales? In: LAGRANGE, J. B. (Org.). **Les technologies numériques pour l'enseignement: usages, dispositifs et genèses**. Toulouse: Octares, 2013.
- HEALY, L.; KAPUT, J. The role and the use of technology in the teaching and learning of mathematics. In: NISS, M. (Org.). **Proceedings of the 10th Intenational Congress on Mathematical Education**. Denmark: Roskilde University, 2004.
- HEALY, L.; LAGRANGE, J. B. Introduction to section 3. In: HOYLES, C.; LAGRANGE, J.-B. (Org.). **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. [S.l.]: Springer US, 2010. p.287–292. (New ICMI Study Series, vol. 13).
- JAHN, A. P. “Locus” and “Trace” in Cabri-géomètre: relatrelation between geometric and functional aspects in a study of transformations. **ZDM Mathematics Education**, [S.l.], vol. 34, n.2, p.78 – 84, 2002.
- JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.). **Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores**. Recife: SEBEM, 2010.
- JOUBERT, M. Using digital technologies in mathematics teaching: developing an understanding of the landscape using three “grand challenge” themes. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 82, n.3, p.341–359, March 2013.
- KYNIGOS, C.; LAGRANGE, J. B. Cross-analysis as a tool to forge connections amongst theoretical frames in using digital technologies in mathematical learning. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 85, p.321–327, 2014.
- LABORDE, C.; CAPPONI, B. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. **RDM**, [S.l.], vol. 14, n.1.2, p.165–210, 1994.

- LABORDE, C.; STRÄSSER, R. Place and use of new technology in the teaching of mathematics: icmi activities in the past 25 years. **ZDM Mathematics Education**, [S.l.], n.42, p.121–133, 2010.
- LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 4, 1993.
- LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. Reflexões sobre o uso do GeoGebra e o ensino de Geometria Euclidiana. **Informática na Educação: teoria & prática**, Porto Alegre, vol. 16, n.1, p.149–160, jan./jul. 2013.
- MARIOTTI, M. A. Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, vol. 44, p.25–53, 2000.
- MARIOTTI, M. A. Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. **ZDM Mathematics Education**, [S.l.], vol. 41, p.427–440, 2009.
- MARIOTTI, M. A. ICT as opportunities software for theaching-learning in a mathematics classroom: the semiotic potencial of artefacts. In: TSO, T. Y. (Org.). **Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Taipei, Taiwan: PME, 2012. vol. 1, p.25.
- MARIOTTI, M. A. Introducing students to geometric theorems: how the teacher can exploit the semiotic potencial of a dgs. **ZDM Mathematics Education**, [S.l.], vol. 45, p.441–452, March 2013.
- MARIOTTI, M. A.; MARACCI, M. Les artefacts comme outils de médiation sémiotique: quel cadre pour les ressources de l'enseignant? **Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.**, [S.l.], p.91–107, 2010.
- MELLO, G. N. Formação inicial de professores para a educação básica: uma (re)visão radical. **São Paulo em perspectiva**, [S.l.], vol. 14, n.1, p.98–110, 2000.
- MONZON, L. W. **Números complexos e funções de variável complexa no ensino médio: uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem**. 2012. Mestrado profissional em Ensino de Matemática — UFRGS - PPGENSIMAT, Porto Alegre.
- MORGAN, C.; KYNIGOS, C. Digital artefacts as representations: forging connections between a constructionist and a social semiotic perspective. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 85, p.357–379, 2014.
- PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- PASSERINO, L. M. **Pessoas com autismo em ambientes digitais de aprendizagem: estudo dos processos de interação social e mediação**. 2005. Tese de doutorado em Informática na Educação — UFRGS/PPGIE, Porto Alegre.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995a.

- RABARDEL, P. Qu'est-ce qu'un instrument? Appropriation, conceptconceptual, mises en situation. **Des outils pour le calcul et le traçage de courbes**, [S.l.], n.19, Mar 1995b.
- RADFORD, L. On semiotics and education. **Education & didactique**, Ontário, Canadá, vol. 7, n.1, p.185–204, 2013.
- ROCHA, K. M.; BITTAR, M. Um estudo do processo de Gênese Instrumental do software Superlogo por acadêmicos de um curso de pedagogia para o ensino de matemática. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, [S.l.], vol. 3, n.3, 2012.
- SALAZAR, J. V. F.; ALMOULOU, S. A. Registro figural no ambiente de geometria dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, vol. 17, n.5, p.919 – 941, 2015.
- SALIN, E. B. **Matemática Dinâmica**: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas. 2014. Dissertação (Ensino de Matemática) — UFRGS, Porto Alegre.
- SANTOS, A. T. C. dos. **O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra**. 2011. Mestrado em Educação Matemática — PUCSP, São Paulo.
- SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem**: o caso da geometria euclidiana espacial. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — UNESP, Rio Claro.
- SÁENZ-LUDLOW, A.; PRESMEG, N. Semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], vol. 61, p.1–10, 2006.
- SHAFFER, D. W.; CLINTON, K. A. Toolforthoughts: reexamining thinking in the digital age. **Mind, Culture, and Activity**, [S.l.], vol. 13, n.4, p.283–300, 2006.
- STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching Experiment Methodology: underlying principles and essential elements. In: LESH, R.; KELLY, A. E. (Org.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale: NJ, 2000. p.267–307.
- STORMOWSKI, V.; GRAVINA, M. A.; LIMA, J. V. Tecnologia na aula de matemática: a importância do potencial semiótico. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, vol. 11, n.3, Dezembro 2013.
- STORMOWSKI, V.; GRAVINA, M. A.; LIMA, J. V. MultiTela GD: um recurso para a formação de professores de matemática em ead. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, vol. 12, n.2, Dezembro 2014.
- TROUCHE, L. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized Learning Environments: guiding student's command process through instrumental orchestrations. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Netherlands, n.9, p.281–307, 2004.

- UNIREDE. **Resultado do Prêmio Unirede de Inovação Tecnológica**. Disponível em <<http://esud2014.nute.ufsc.br/wp-content/uploads/2014/09/Resultado-Pr%C3%AAmio-UniRede.pdf>>, acesso em: 20 de dez. 2014.
- VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S.l.], vol. 10/2.3, p.133–170, 1991.
- VINNER, S. The role of definition in the teaching and learning of mathematics. In: TALL, D. (Org.). **Advanced Mathematical Thinking**. [S.l.]: Springer Netherlands, 1991. p.65–81. (Mathematics Education Library, vol. 11).
- VYGOTSKY, L. S. **Mind in society: the development of higher psychological processes**. Cambridge MA: Harvard University Press, 1978.
- WELLS, G. Semiotic mediation, dialogue and the construction of knowledge. **Human Development**, Basel, vol. 50, n.5, p.244–274, September 2007.

## Apêndice A TRANSCRIÇÃO DAS CITAÇÕES

Neste apêndice está apresentado o texto original das citações que foram traduzidas no texto.

**Página 1:** *provision of technology alone is not enough to bring about change.* (JOURBERT, 2013, p. 343)

**Página 1:** *la question d'une utilisation efficace généralisée de ces technologies dans la scolarité de base en mathématiques reste pour l'instant non résolue.* (ARTIGUE, 2011, p. 44).

**Página 3:** *take a more prominent role in designing learning activities for their students and confront a range of epistemic issues related to the acceptance and legitimization of unfamiliar or even completely new mathematical practices* (HEALY; LAGRANGE, 2010, p. 288)

**Página 4:** *Instrumental genesis is an ongoing, nontrivial and time-consuming evolution* (DRIJVERS et al., 2010, p. 108).

**Página 4:** *the instrumental approach to using technology in mathematics education is a promising 'candidate' for such a comprehensive framework.* (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 364)

**Página 14:** *The invention and use of signs as auxiliary means of solving a given psychological problem (to remember, compare something, report, choose, and so on) is analogous to the invention and use of tools in one psychological respect. The sign acts as an instrument of psychological activity in a manner analogous to the role of a tool in labor.* (VYGOTSKY, 1978, p. 52)

**Página 15:** *Learning is the social, embodied, and sign-mediated process of creatively and critically discerning and getting acquainted and conversant with historical, cultural forms of expression, action and reflection. [...] At birth, we all enter a world that is not only populated by concrete objects but also by systems of thinking (mathematical, scientific, aesthetic, ethical, juridical, etc.). Learning is the creative and critical encounter with those forms of thinking.* (RADFORD, 2013, p. 194)

**Página 17:** *Unlike the other areas of scientific knowledge, signs and semiotic representation transformation are at the heart of mathematical activity.* (DUVAL, 2006, p. 107).

**Página 37:** *una disciplina científica que estudia los aspectos conductuales y cognitivos de la relación entre el hombre y los elementos físicos e sociales del ambiente, cuando esta relación está mediada por el uso de artefactos.* (CAÑAS; WAERNS, 2001, p. 4)

- Página 39:** *Only after the user has become aware of how the artifact can extend his capacities for a given kind of relevant task, and after he has developed means of using the artifact for this specific purpose, does the artifact becomes part of a valuable and useful instrument that mediates the activity.* (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 6)
- Página 39:** *Les élaborations instrumentales des utilisateurs sont donc à la fois dirigées vers eux-mêmes, c'est la dimension du processus de genèse instrumentale que nous désignons comme instrumentation, et dirigée vers l'artefact, c'est la dimension instrumentalisation.* (RABARDEL, 1995a, p. 110)
- Página 40:** *La découverte progressive des propriétés (intrinsèques) de l'artefact par les sujets s'accompagne de l'accommodation de leurs schèmes, mais aussi de changements de signification de l'instrument résultant de l'association de l'artefact à de nouveaux schèmes. [...] La genèse des schèmes, l'assimilation de nouveaux artefacts aux schèmes (donnant ainsi une nouvelle signification aux artefacts), l'accommodation des schèmes (contribuant à leurs changements de signification), sont constitutifs de cette seconde dimension de la genèse instrumentale: les processus d'instrumentation.* (RABARDEL, 1995a, p. 116, 117)
- Página 41:** *we speak of an instrument when there exists a meaningful relationship between the artifact and the user for dealing with a certain type of task ? in our case a mathematical task ? which the user has the intention to solve. [...] Particularly for mathematical tools, which can be considered to be ?extensions of the mind? rather than extensions of the body, these mental processes are essential. Therefore, the instrument consists of both the artifact and the accompanying mental schemes that the user develops to use it for performing specific kinds of tasks.* (DRIJVERS; TROUCHE, 2008, p. 6)
- Página 41:** *Instrumental genesis is an ongoing, nontrivial and time-consuming evolution* (DRIJVERS et al., 2010, p. 108).
- Página 41:** *Les deux processus contribuent solidairement à l'émergence et l'évolution des instruments, même si, selon les situations, l'un d'eux peut être plus développé, dominant, voire seul mis en oeuvre.* (RABARDEL, 1995a, p. 112)
- Página 44:** *All schemes have individual and social aspects.* (TROUCHE, 2004, p. 289).
- Página 44:** *Cette modélisation triadique fait apparaître la multiplicité et la complexité des relations et des interactions entre les différents pôles, sans commune mesure avec les modélisations bipolaires habituelles de situations d'interaction sujet-objet.* (RABARDEL, 1995a, p. 52).
- Página 50:** *All thoughts are connected to tools, and all tools are connected to thoughts: Every time we consider a thought (because it is an internalization of action with a tool) it is inextricably linked to a tool, and every time we consider a tool (because it is an externalization of a thought) it is inextricably connected*

*with a thought. In this view, tools are not distinct from thoughts; rather, the reciprocal relation between tool and thought exists in both. Every tool contains thoughts, and every thought contains tools. (SHAFFER; CLINTON, 2006, p. 290)*

**Página 51:** *Fostering and guiding this process is a crucial issue and a demanding task for the teacher.(MARIOTTI, 2012, p. 27).*

**Página 52:** *The semiotic potential of an artefact consists in the double relationship that occurs between an artefact and on the one hand the personal meanings emerging from its use to accomplish a task (instrumented activity), and on the other hand the mathematical meanings evoked by its use and recognizable as mathematics by an expert. (MARIOTTI, 2013, p. 442)*

**Página 52:** *In spite of the difficulty that such identification may present, determining the semiotic potential certainly constitutes a basic element for designing any pedagogical plan centered on the use of a given artifact.(MARIOTTI, 2009, p. 429)*

**Página 64:** *L'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des "réalisations didactiques" en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse de séquences d'enseignement. (ARTIGUE, 1988, p. 285)*

**Página 65:** *largement utilisé dans différents secteurs économiques et dans le monde de l'enseignement [...] elle comporte trois aspects: la conception, l'étude et la réalisation. (EMPRIN, 2007, p. 220).*

**Página 88:** *concernent l'organisation locale de l'ingénierie, c'est-à-dire l'organisation d'une séance ou d'une phase (ARTIGUE, 1988, p. 291)*

**Página ??:** *Ces schèmes, incorporent, à titre de constituants, les schèmes du premier niveau (schèmes d'usage). (RABARDEL, 1995a, p. 91)*

**Página 157:** *In this view, tools are not distinct from thoughts; rather, the reciprocal relation between tool and thought exists in both. Every tool contains thoughts, and every thought contains tools. (SHAFFER; CLINTON, 2006, p. 290).*

## Apêndice B TERMO DE CONSENTIMENTO

Abaixo o ‘termo de consentimento livre e esclarecido’ que os participantes da pesquisa receberam para assinatura.

### Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**Título da pesquisa:** *Formação de professores de Matemática a distância: processos de gêneses instrumentais e potencial semiótico para uso de software no ensino.*

**Pesquisador:** Vandoir Stormowski

**Orientador:** Prof. Dr. José Valdeni de Lima

**Coorientadora:** Profa. Dra. Maria Alice Gravina

Prezado(a) Senhor(a):

Gostaríamos de convidá-lo (a) a participar da pesquisa “*Formação de professores de Matemática a distância: processos de gêneses instrumentais e potencial semiótico para uso de software no ensino*”, realizada no âmbito da Educação a Distância, com foco na disciplina de Mídias Digitais I do curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da UFRGS. A pesquisa faz parte do curso de doutorado do pesquisador no Programa de Pós-graduação em Informática na Educação da UFRGS. O objetivo da pesquisa é “contribuir para a qualificação dos cursos na modalidade EAD de formação de professores de matemática para o uso de softwares no ensino. Tendo sido realizada profunda reformulação do material didático da disciplina de Mídias Digitais I, o que esta pesquisa pretende verificar é o quanto estas reformulações contribuíram para o alcance dos objetivos da disciplina e apropriação de software para o ensino de matemática pelos professores em formação”. A sua participação é muito importante e ela se daria da seguinte forma: permitindo que seus registros no moodle da disciplina de Mídias Digitais I, tais como tarefas entregues, postagens em fóruns, planejamentos realizados, e toda e qualquer interação no moodle, possam ser coletados e servirem de base de dados de análise para a referida pesquisa. Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade.

Informamos que o(a) senhor(a) não pagará nem será remunerado por sua participação.

Caso o(a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode nos contatar pelo telefone (51) 3779-0519 e email vandoir@yahoo.com.br.

Porto Alegre, 05 de março de 2014.

Pesquisador Responsável: Vandoir Stormowski – RG 5061026331

Eu, \_\_\_\_\_ (nome legível), tendo sido devidamente esclarecido sobre os procedimentos da pesquisa, concordo em participar **voluntariamente** da pesquisa descrita acima.

Assinatura (ou impressão dactiloscópica): \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

## Apêndice C TAREFAS

Neste apêndice estão apresentadas todas as tarefas solicitadas aos professores alunos durante a disciplina Mídias Digitais I, objeto desta pesquisa. Cada uma das tarefas envolve uma atividade no GeoGebra e o respectivo relatório descritivo. Ou seja, a Tarefa I envolve a Atividade I e o Relatório I.

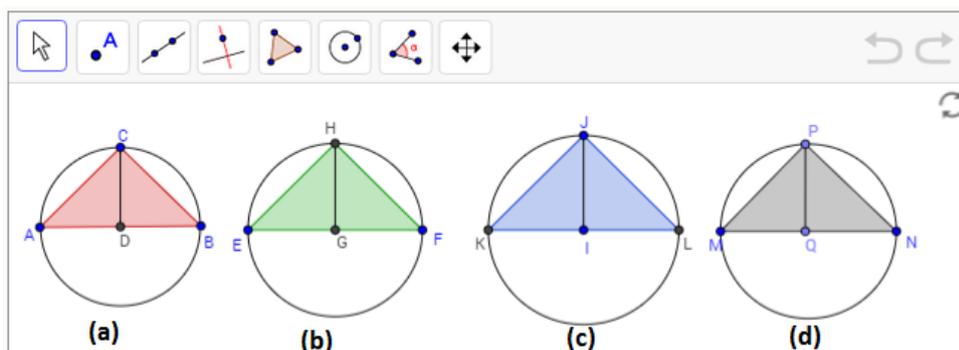
A opção de apresentá-los na íntegra aqui é devido à intenção de evitar dúvidas e questionamentos que possam estar relacionados ao enunciado de cada situação.

Cada atividade relacionada abaixo também pode ser consultada no site da disciplina, acessando o item 'Atividades' de cada módulo do menu: [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitais\\_I/](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/). Neste mesmo site também é possível explorar os *applets* de forma dinâmica.

Para todos os relatórios descritivos solicitados aos professores-alunos, foi disponibilizado no moodle um modelo de relatório, com perguntas e encaminhamentos que funcionassem como guia da atividade. São estes modelos de relatório que estão apresentados abaixo, na sequência das atividades a que se referem.

### Atividade I

Movimente os elementos geométricos representados, e observe as características que cada figura apresenta. Utilize, caso necessário, alguns recursos do GeoGebra que estão disponíveis na barra de ferramentas para testar suas conjecturas e analisar possíveis propriedades.



Em seguida, indicando as figuras através das cores (vermelha, verde, azul e cinza), para cada uma delas responda:

- a) quais os pontos que são móveis?
- b) quando se move um ponto, como se comportam os demais?
- c) há pontos com restrição de movimento? Que tipo de restrição?
- d) no que as figuras são diferentes?

Além disso, faça a construção das quatro figuras no GeoGebra, de modo que se comportem da mesma forma do apresentado.

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo as respostas para cada uma das perguntas acima, referentes a cada uma das figuras apresentadas. No mesmo arquivo, encaminhe o relatório da atividade (veja instruções para o relatório).
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com as construções das figuras, de modo que as figuras se comportem da mesma forma do apresentado.

## Relatório I

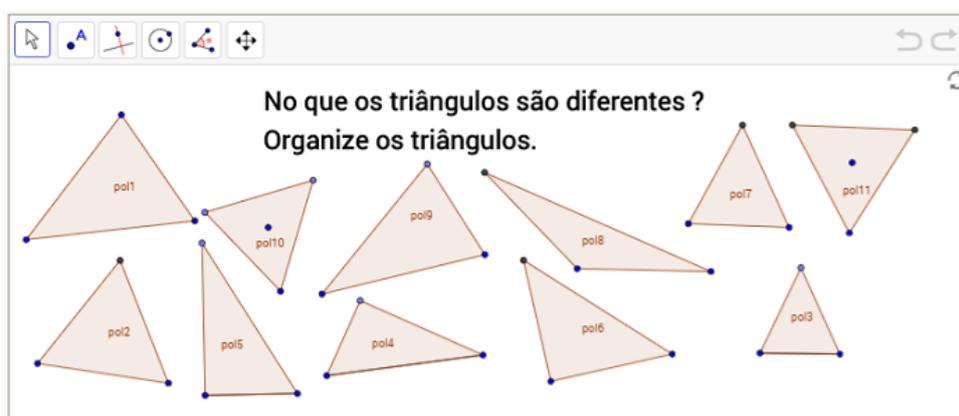
Orientações para o arquivo de texto da Tarefa I:

1. Para cada figura (vermelha, verde, azul e cinza), apresente as repostas para as perguntas da tarefa:
  - (a) quais os pontos que são móveis?
  - (b) quando se move um ponto, como se comportam os demais?
  - (c) há pontos com restrição de movimento? Que tipo de restrição?
  - (d) no que as figuras são diferentes?

2. Para cada figura (vermelha, verde, azul e cinza), apresente os passos da construção realizada no GeoGebra.
3. Apresente o relatório descritivo da atividade. Este relatório, deve contemplar as seguintes perguntas:
  - Quais regularidades e propriedades geométricas que você observa quando movimenta pontos da figura?
  - Explorar o movimento da figura ajudou na construção? De que forma?
  - Com a exploração do movimento da figura, que propriedades podem ser enunciadas?
4. Quais as suas dúvidas, dificuldades, sugestões encontradas durante a exploração do material deste módulo? Dificuldades com o GeoGebra?

## Atividade II

Observe as peculiaridades ou características que cada triângulo apresenta. Se necessário, utilize alguns recursos do GeoGebra que estão disponíveis na barra de ferramentas para testar suas conjecturas e analisar possíveis propriedades. A partir destas propriedades que você observa, crie categorias, e organize os triângulos de modo a agrupar aqueles que estão na mesma categoria.



Para cada um dos triângulos apresentados:

- a) registre as características ou propriedades geométricas observadas;

- b) crie categorias (apresentando uma descrição de cada categoria), e classifique cada triângulo conforme as categorias criadas.
- c) apresente os passos da construção (fatos declarados) e as outras propriedades observadas (fatos implícitos),

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo as respostas para cada uma das perguntas acima, referentes a cada uma das figuras apresentadas. No mesmo arquivo, encaminhe o relatório da atividade (veja instruções para o relatório).
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com as construções das figuras, de modo que as figuras se comportem da mesma forma do apresentado.

## Relatório II

Orientações para o arquivo de texto da Tarefa II:

1. Após de movimentar os vértices dos triângulos (os que são possíveis de aplicar movimento):
  - (a) Registre as propriedades observadas.
  - (b) Apresente um PrintScreen da tela do GeoGebra em que os triângulos estão agrupados segundo algum critério. Dê nomes aos agrupamentos feitos.
2. Para cada triângulo apresente:
  - Os passos da construção, que denominamos fatos declarados;
  - Propriedades observadas quando se movimenta os vértices, e que não foram declarados nos passos da construção. Estas propriedades são chamadas de fatos implícitos.

	Fatos declarados	Fatos implícitos
Pol 1		
Pol 2		
Pol 3		
Pol 4		
Pol 5		
Pol 6		
Pol 7		
Pol 8		
Pol 9		
Pol 10		
Pol 11		

3. Relatório descritivo da atividade:

- Como foram estabelecidos os critérios para criar os agrupamentos de triângulos?
- Quais dificuldades que você encontrou para agrupar os triângulos?
- Explique com suas palavras o que você entendeu sobre “fatos declarados” e “fatos implícitos” relativos a figura construída no GeoGebra?

4. Quais as dificuldades e sugestões encontradas durante a exploração do material do módulo II? Em particular, quais as dificuldades com o GeoGebra?

### Atividade III

A partir da diagonal, represente o paralelogramo, retângulo e losango no GeoGebra, observando:

- a representação deve ser geral, ou seja, não deve se restringir a casos particulares;
- a representação deve partir da diagonal, ou seja, é o primeiro segmento a ser representado;

- que ao movimentar os vértices, a representação mantenha as características desejadas;

Em seguida, realize o relatório da atividade, indicando os fatos declarados e fatos implícitos, bem como as propriedades relacionadas às diagonais.

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo o relatório da atividade conforme modelo disponível no moodle.
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com as construções dos quadriláteros solicitados.

## Relatório III

Orientações para o arquivo de texto da Tarefa III:

1. Para os três quadriláteros construídos a partir da diagonal, apresente:
  - Os passos da construção, que denominamos fatos declarados;
  - Propriedades observadas quando se movimenta os vértices, e que não foram declarados nos passos da construção. Estas propriedades são chamadas de fatos implícitos.

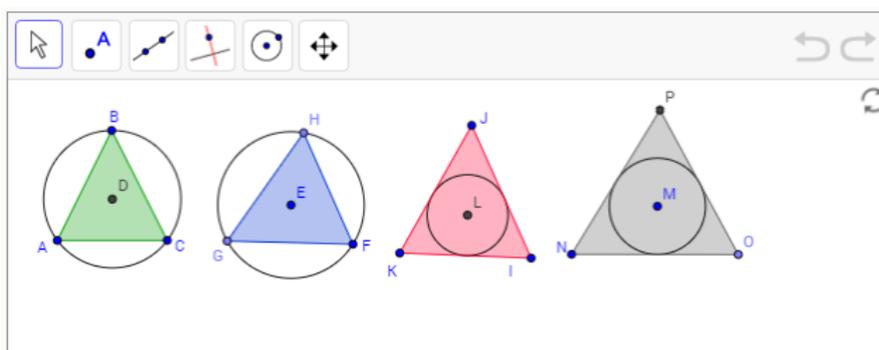
	Fatos declarados	Fatos implícitos
Retângulo		
Paralelogramo		
Losango		

2. Relatório descritivo da atividade:
  - Você deve ter observado propriedades das diagonais dos quadriláteros, para a partir destas realizar a construção. Quais propriedades das diagonais você identificou para:
    - o retângulo?

- o losango?
  - o paralelogramo?
  - As propriedades atribuídas às diagonais, no procedimento de construção, garantem as características que definem os três quadriláteros construídos? Como você explicaria isto para os seus alunos?
- 3) Quais as dificuldades e sugestões encontradas durante a exploração do material do módulo III? Em particular, quais as dificuldades com o GeoGebra?

## Atividade IV

Movimente os elementos das figuras abaixo, e observe suas características. Utilize, caso necessário, alguns recursos do GeoGebra que estão disponíveis na barra de ferramentas para testar suas conjecturas e analisar possíveis propriedades.



No que as figuras são diferentes? Que propriedades estão presentes?

Faça a construção das três primeiras figuras (verde, azul e vermelho) no GeoGebra, de modo que se comportem da mesma forma do apresentado. (Atenção: é proibido utilizar o recurso “Círculo definido por três pontos” do GeoGebra.)

Realize o relatório da atividade.

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo o relatório da atividade conforme modelo disponível no moodle.
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com as construções solicitadas.

## Relatório IV

Orientações para o arquivo de texto da Tarefa IV:

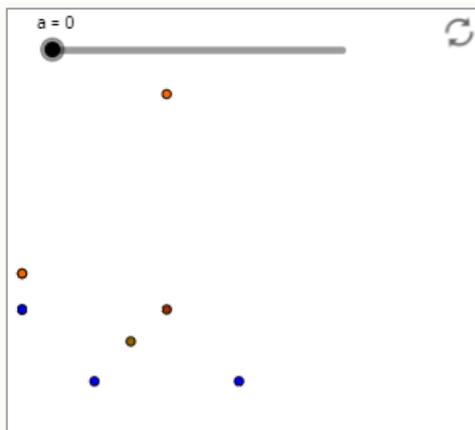
1. Para as três figuras solicitadas na tarefa, apresente:
  - Os passos da construção, que denominamos fatos declarados;
  - Propriedades observadas quando se movimentam os vértices, e que não foram declarados nos passos da construção. Estas propriedades são chamadas de fatos implícitos.

	Fatos declarados	Fatos implícitos
Figura verde		
Figura azul		
Figura vermelha		

2. Relatório descritivo da atividade:
  - Entre as figuras verde e azul, e entre as figuras vermelha e cinza, que diferenças você observou? Qual a influência do início da construção nestas diferenças?
  - As propriedades atribuídas à mediatriz e bissetriz, interferem no processo de construção das figuras? Como você explicaria isto para os seus alunos?
3. Quais as dificuldades e sugestões encontradas durante a exploração do material do módulo IV? Em particular, quais as dificuldades com o GeoGebra?

## Atividade VI

Movimente o parâmetro a indicado, e observe a figura que se forma. Quais as relações algébricas envolvidas nesta representação geométrica?



Para tarefa VI, você pode utilizar a sua imaginação e criar uma figura no GeoGebra com estes procedimentos. Você tem liberdade de escolher a figura, desde que seja uma figura “rica” em formas geométricas. Quem não quiser criar uma outra figura, poderá representar a figura acima.

O importante, é que um único “número” comande todos os pontos envolvidos.

Realize o relatório da atividade.

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo o relatório da atividade conforme modelo disponível no moodle.
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com a construção solicitada.

## Relatório VI

Orientações para o arquivo de texto da Tarefa VI:

1. Para a figura solicitada na tarefa, apresente:
  - (a) As relações algébricas utilizadas em cada ponto que cria a figura, ou o processo de obtenção daquele ponto;
  - (b) A “justificativa” para a utilização de cada relação algébrica. (Veja um exemplo qualquer em vermelho)

	Relações algébricas	Justificativa
Ponto A	$(0, 1 + a/2)$	Para que o segmento desenhado fique na vertical, foi utilizada a coordenada 0 para $x$ . Ao mesmo tempo, o segmento começa no ponto $(0, 1)$ , e por isso foi somado 1 na coordenada em $y$ , que varia apenas a metade do número $a$ para que o segmento fique com tamanho menor.
ponto B		
Ponto C		

2. Relatório descritivo da atividade:

- As relações algébricas utilizadas para a representação de figuras, podem ser utilizadas para explorar quais conceitos de matemática?
- Comparando com tópicos tradicionais do currículo de matemática, com quais destes tópicos este tipo de atividade possui relação? Justifique.
- Como você abordaria este tipo de representação com seus alunos? Para quais detalhes chamaria mais atenção? Por quê?

3. Quais as dificuldades e sugestões encontradas durante a exploração do material do módulo VI? Em particular, quais as dificuldades com o GeoGebra?

## Atividade VII

Para esta tarefa, você pode se inspirar nas situações apresentadas no item “Recursos” e no item “Complementos” que ilustram diversas situações geométricas onde são analisadas funções (relações especiais entre elementos geométricos). Utilize a sua imaginação e crie uma situação parecida, onde é possível identificar funções na relação entre elementos geométricos.

Esta situação a ser criada deve explicitar o seu estudo dos conceitos deste módulo, bem como ser uma situação que possa ser explorada em alguma aula de matemática.

A situação criada deve seguir as seguintes etapas:

1. apresentar o contexto geométrico;
2. obter a representação gráfica da relação entre as variáveis analisadas (gráfico da função);
3. indicar a lei algébrica da função indicada no gráfico ( $f(x) = \dots$ ).

Realize o relatório da atividade.

Para realizar esta tarefa, envie dois arquivos no moodle:

- arquivo de texto (.doc ou semelhante): contendo o relatório da atividade conforme modelo disponível no moodle.
- arquivo do GeoGebra (.ggb): com a construção solicitada, indicando a situação geométrica e a representação gráfica.

## Relatório VII

Orientações para o arquivo de texto da Tarefa VII:

1. Para a situação criada por você, apresente:
  - Os “passos da construção” da relação geométrica construída no GeoGebra;
  - Quais as variáveis analisadas? Existem outras variáveis envolvidas na representação geométrica que poderiam ser utilizadas? Neste caso, justifique a escolha das variáveis analisadas.
  - As relações algébricas e passos da construção utilizados para obter a representação gráfica da situação, e a justificativa para a utilização de cada relação algébrica ou passo da construção. (Veja exemplo abaixo.)

	Relações algébricas	Justificativa
Ponto A	$(0, lado)$	Para que o ponto $A$ se movimente na vertical, foi utilizada coordenada 0 para $x$ . Com a medida $lado$ utilizada em $y$ , temos que ponto apresentará a variação do lado, representada sobre o eixo $y$ .
ponto B		
Ponto C		

2. Relatório descritivo da atividade:

- Após a representação geométrica e a obtenção do gráfico, qual a lei algébrica da função obtida?
- Separadamente, apresente as contribuições da representação gráfica e da representação geométrica para obtenção da lei algébrica da função.
- O que motivou a definição da variável independente e dependente? A variável definida como dependente poderia ter sido abordada como independente? Justifique.
- Neste tipo de abordagem do conceito de função, quais as principais diferenças, vantagens, desvantagens ou outras peculiaridades quando comparadas com a abordagem que costuma ser feita pelos livros didáticos?
- Você utilizaria tal abordagem do conceito de função com seus alunos? Justifique. Para quais detalhes chamaria mais atenção? Por quê?

3. Quais as dificuldades e sugestões encontradas durante a exploração do material do módulo VII? Em particular, quais as dificuldades com o GeoGebra?

## Apêndice D QUESTIONÁRIO REALIZADO AO FINAL DA DISCIPLINA MÍDIAS I

Neste apêndice está apresentado o questionário completo respondido voluntariamente e identificado pelos alunos ao final da disciplina. Dos cerca de 130 alunos que concluíram a disciplina, 93 responderam o questionário. Tanto as questões do questionário quanto os resultados obtidos estão apresentados abaixo.

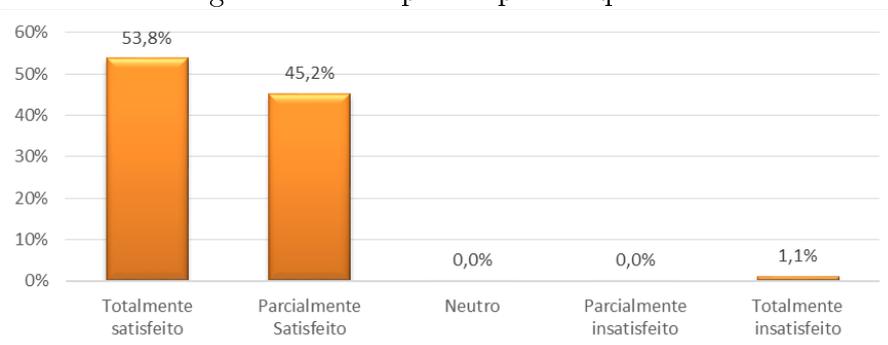
### QUESTIONÁRIO

Pedimos a sua participação, respondendo este questionário a respeito da disciplina de Mídias Digitais I. Suas respostas contribuirão em muito para aprimorarmos o material e estrutura da mesma.

#### Sobre o material utilizado na disciplina:

1. Quanto à organização da disciplina no moodle, você está:
  - a) Totalmente satisfeito
  - b) Parcialmente Satisfeito
  - c) Neutro
  - d) Parcialmente insatisfeito
  - e) Totalmente insatisfeito

Figura D.1: Respostas para a questão 1.

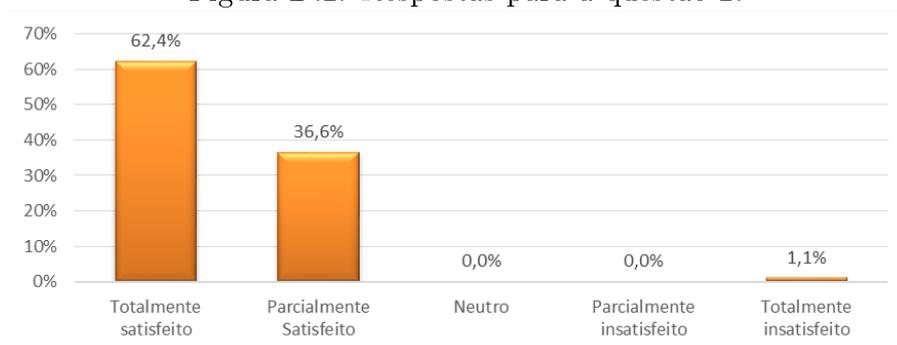


Fonte: o autor

2. Quanto ao material da disciplina disponibilizado na webpage Mídias I, você está:
  - a) Totalmente satisfeito

- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.2: Respostas para a questão 2.

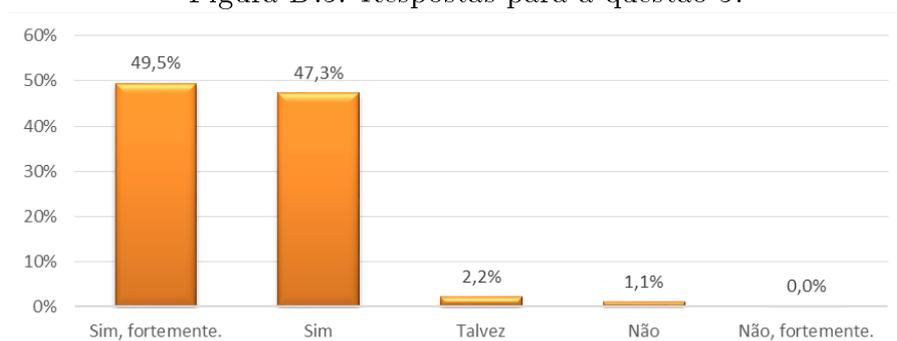


Fonte: o autor

3. Você recomendaria a um colega professor uma visita ao site Mídias I?

- a) Sim, fortemente.
- b) Sim.
- c) Talvez.
- d) Não.
- e) Não, fortemente.

Figura D.3: Respostas para a questão 3.

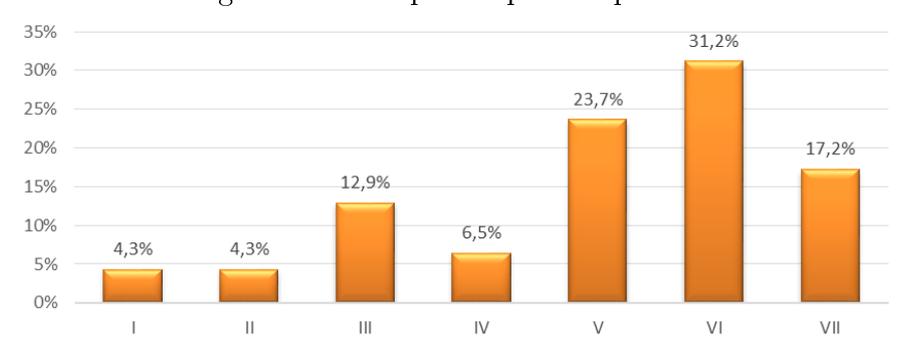


Fonte: o autor

4. Qual o módulo da disciplina que você mais gostou?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V
- f) VI
- g) VII

Figura D.4: Respostas para a questão 4.

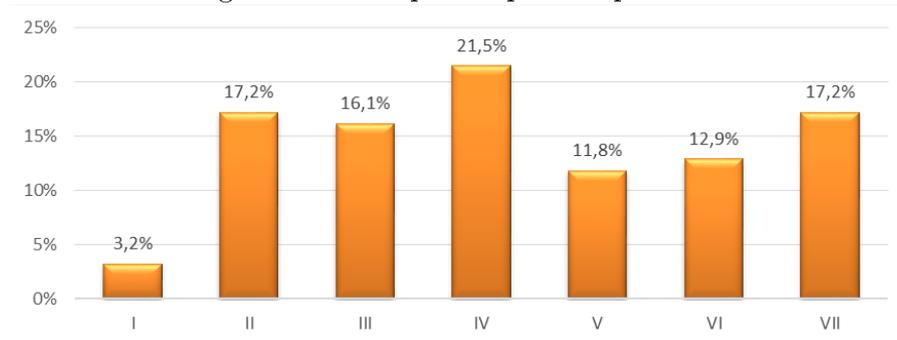


Fonte: o autor

5. Em qual módulo você aprendeu mais sobre conceitos matemáticos?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V
- f) VI
- g) VII

Figura D.5: Respostas para a questão 5.

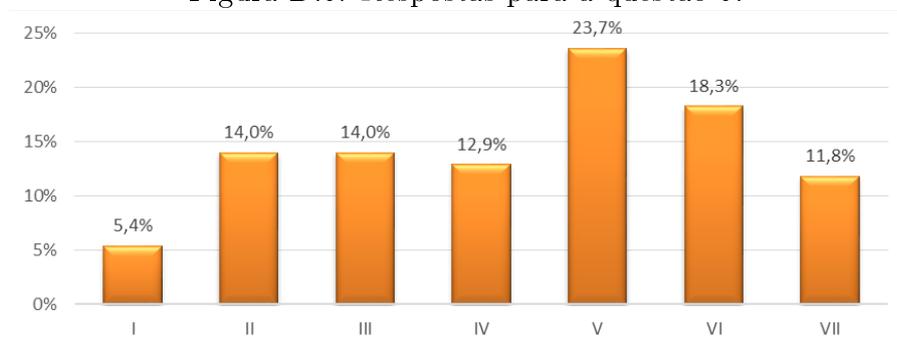


Fonte: o autor

6. Em qual módulo você aprendeu mais sobre o uso do GeoGebra?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V
- f) VI
- g) VII

Figura D.6: Respostas para a questão 6.

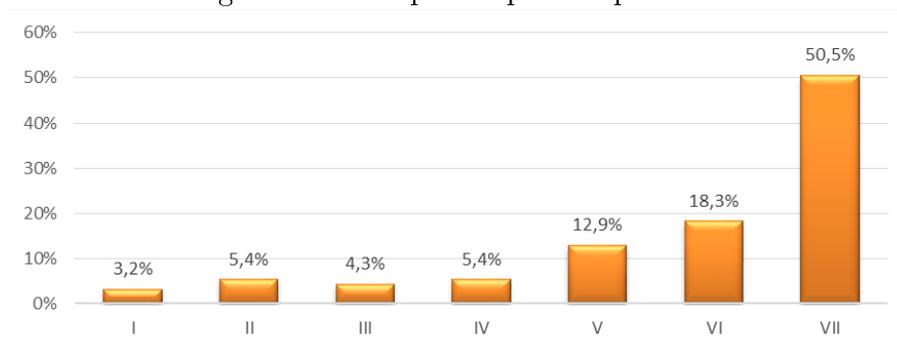


Fonte: o autor

7. Em qual módulo você aprendeu mais sobre o uso didático da tecnologia em sala de aula?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V
- f) VI
- g) VII

Figura D.7: Respostas para a questão 7.



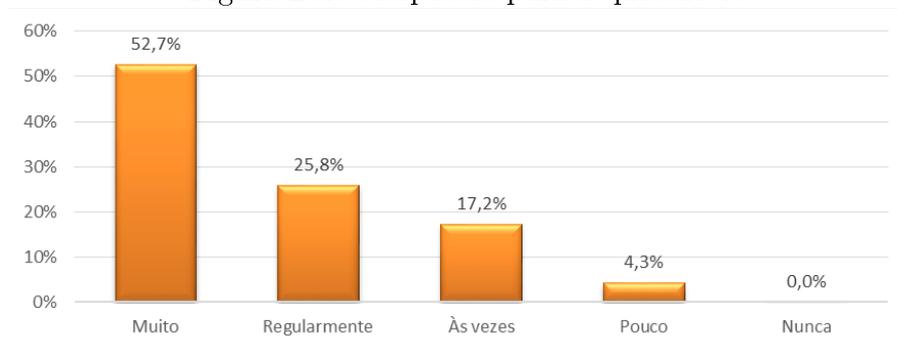
Fonte: o autor

**Em particular, sobre o material MULTITELA:**

8. Você utilizou o recurso Multitela durante a disciplina?

- a) Muito
- b) Regularmente
- c) Às vezes
- d) Pouco
- e) Nunca

Figura D.8: Respostas para a questão 8.



Fonte: o autor

9. A sua utilização da Multitela ao longo da disciplina ocorreu:

- a) Durante toda a disciplina
- b) Mais no início da disciplina
- c) Mais ao final da disciplina
- d) Em alguns módulos mais, outros menos, dependendo das atividades.

Figura D.9: Respostas para a questão 9.



Fonte: o autor

10. O recurso Multitela para a aprendizagem em EAD é:

- a) Muito relevante
- b) Relevante
- c) Indiferente
- d) Pouco relevante
- e) Nada relevante

Figura D.10: Respostas para a questão 10.



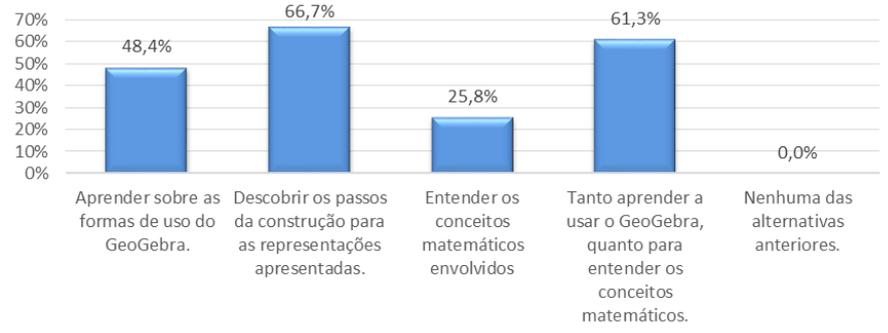
Fonte: o autor

11. Quando você utilizou a Multitela, o principal motivo era: (PERMITIR MAIS DE UM)

- a) Aprender sobre as formas de uso do GeoGebra.
- b) Descobrir os passos da construção para as representações apresentadas.
- c) Entender os conceitos matemáticos envolvidos

- d) Tanto aprender a usar o GeoGebra, quanto para entender os conceitos matemáticos.
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Figura D.11: Respostas para a questão 11.



Fonte: o autor

12. Quando você NÃO utilizou a Multitela, o principal motivo era: (PERMITIR MAIS DE UM)
- a) Não tinha tempo.
- b) Já sabia fazer a tarefa.
- c) Conexão com a internet lenta.
- d) A Multitela não me explicava o que eu queria saber.
- e) Vídeos ou applets não funcionavam.
- f) Nenhuma das alternativas anteriores.

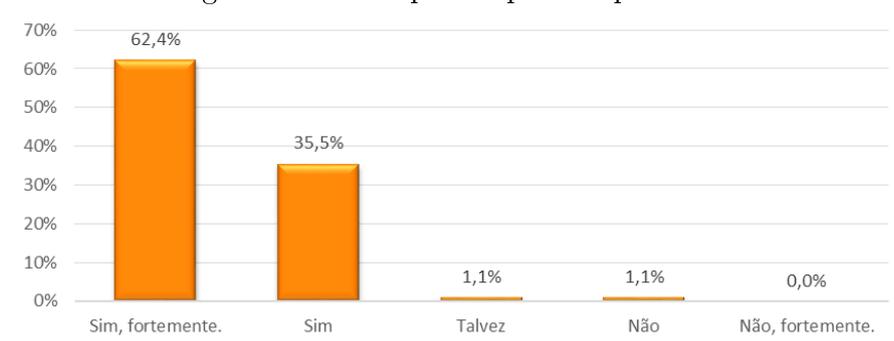
Figura D.12: Respostas para a questão 12.



Fonte: o autor

13. Você recomendaria a um colega professor conhecer o material disponibilizado no Multitela?
- a) Sim, fortemente.
- b) Sim
- c) Talvez

Figura D.13: Respostas para a questão 13.



Fonte: o autor

- d) Não
- e) Não, fortemente.

#### 14. Quais as suas sugestões e críticas para aperfeiçoar a Multitela?

“A sugestão seria disponibilizar um canal do youtube para professores se inscreverem para acessar os vídeos que tínhamos acesso no recurso multitela.”

“A sugestão seria disponibilizar um canal do youtube para professores se inscreverem para acessar os vídeos que tínhamos acesso no recurso multitela.”

“Pode ter sido distração minha, mas apenas descobri o multitela no módulo IV ou V, então sugiro que seja comunicado ou comentado que o recurso existe, nas aulas presenciais ou através das mensagens enviadas a nós falando das tarefas.”

“Na minha opinião, deveria ter mais multitelas, pois eram elas que mais ajudavam...”

“Ele pode melhorar, aperfeiçoar as explicações e explorar mais o GeoGebra. Mudar a música que não soa bem.”

“Se possível implementá-lo com mais atividades enriquecedoras que podem auxiliar na compreensão e aprendizagem.”

“Para mim, não tenho nenhuma sugestão para acrescentar.”

“Acredito que este recurso é necessário para entendermos conceitos e a utilização de algumas ferramentas do GeoGebra”

“Acho que todas as Multitelas estavam muito boas. Nada a acrescentar.”

“O Multitela poderia apresentar os conceitos matemáticos envolvidos, além dos passos de construção.”

“Poderiam existir mais tutoriais, haviam atividades que não conseguia compreender o processo para sua realização.”

“Sem sugestões e críticas.”

“Poderia ser disponibilizado mais exemplos.”

“Sugestão é ter em todas as demais disciplinas, pois como somos leigos ainda com o GeoGebra podemos aperfeiçoar nossos conhecimentos e instiga-lo mais. Não possuo críticas.”

- “Acredito ser uma excelente ferramenta, não tenho sugestões relevantes.”
- “Acho que seria interessante que os passos ficassem gravados como no Geogebra e mais exemplos com uso do Geogebra.”
- “tive dificuldades para abrir a Multitela ou demorava mais de meia hora e daí já tinha outra atividade para resolver.”
- “Que mostre sempre passo a passo para a construção das figuras.”
- “Ótima forma de aprendizado para aulas EAD.”
- “Colocar mais conteúdos sobre a disciplina (diversificar).”
- “Mais informação sobre o recurso multitela, demorei para usar pois não sabia que havia esse recurso.”
- “A Multitela deveria tem mais construções e também exemplos de figuras e suas construções, pois ela demonstra bem detalhado como são feitas as figuras geométricas, desenhos, funções e conteúdos matemáticos.”
- “Melhorar a disponibilidade de visualizar a Multitela sem depender exclusivamente das variações de sinal da internet.”
- “Pode-se oferecê-la em arquivo para download.”
- “Acredito que está muito boa já.”
- “Para mim a Multitela tem todas as informações necessárias, para compreender os conceitos matemáticos e as construções do GeoGebra.”
- “existem exercicios pedidos para serem feitos no moodle que não se sabe fazer e nos recursos da multitela não tem dicas para se fazer depois a tarefa”
- “Gosto como esta, parece bem completa. Sempre me ajudou a tirar dúvidas.
- “Senti falta da recomendação de mais videos no final dos videos do you tube.
- “Gostei da apresentação do Multitela, talvez colocasse mais exemplos.
- “Como sugestão seria para nas construções pudéssemos ver os passos que ficam ocultos nas construções.
- “Acredito que a Multitela esta bem organizada, com explicações, demonstrações, vídeos e atividades, um material muito rico.
- “colocar mais exemplos de construção de figuras geometricas envolvendo conceitos geometricos e matematicos.
- “Poderia ser mais detalhado, principalmente, no momento de esclarecer e expor os fatos implícitos e explícitos.
- “Nenhum.
- “colocar os passos da construção, pois em alguns momentos não sabíamos qual a ferramenta utilizada.
- “Na multitela gosto dos vídeos explicativos com exemplos sobre as tarefas propostas. Gostaria que continuasse sendo postados videos explicativos.”
- “Uma variedade maior de figuras.”
- “Usei pouco porém acredito que está satisfatória a forma com que ela é apresentada.”
- “Acho que esta muito bom.”

- “Deixou a desejar, pois nem sempre funcionavam, mas em contrapartida quase sempre que precisei, foram esclarecedoras. ”
- “Não utilizei a multitela, até acessei mas não utilizei.”
- “Em algumas tarefas tinha bastante exemplos, mas em algumas pouca. Minha sugestão é ter exemplos variados, já que a pós é a distância.”
- “O material disponibilizado no Multitela está muito bom.”
- “Nenhuma critica em relação a Multitela”
- “Acredito que o material disponível na multitela não precisaria ser aperfeiçoado.”
- “Eu adorei o uso da multitela, é muito esclarecedor.”
- “Deveria apresentar o um arquivo com o passo a passo, apenas visualizar não é suficiente para conseguir realizar uma tarefa. ”
- “Não tenho sugestões, para mim estava ótimo a organização.”
- “Aprender a construir a multitela, para empregar em sala de aula.”
- “Para mim foi muito bom.”
- “Crítica, pois algumas vezes não consegui ver os vídeos.”
- “Amei todo o material e o que realmente me incomodou, me impediu de desenvolver a complementar foi o fato de não saber lidar muito com a máquina e ficar com medo dos vírus.”
- “Acredito que é um espaço bastante útil, pois em alguns momentos norteia para que possamos aprender novas formas de utilização do geogebra. Acho que está bom como está.”
- “Desejo saber como usar a multitela nas minhas aulas, isto não ficou claro.”

15. Faça comentários sobre aspectos do Multitela que você considera importantes/interessantes.

- “O recurso é interessante, porque é como se tivéssemos uma aula no momento que estávamos assistindo os vídeos.”
- “Como não temos o domínio do GeoGebra é importantíssimo o multitela para aprendermos o básico dele, pois as vezes sabemos o conteúdo e as propriedades matemáticas, mas na hora de desenhar no geogebra encontramos dificuldades, que sem esse recurso seria muito difícil cumprir as tarefas”
- “Achei bastante significativo as explicações no multitela e poder rever, pausar e analisar várias vezes uma construção e bem importante quando temos dificuldades de compreensão nas aulas EAD.”
- “É importante ver e escutar sobre os temas é como uma aula.”
- “Claro e objetivo o recurso, muito bom.”
- “É um ótimo recurso para compreender conceitos e aprender a trabalhar no GeoGebra”
- “É importante para nós situarmos com o conteúdo a ser estudado. É um bom material de apoio.”
- “Foi um recurso muito importante para compreender alguns conceitos e, principalmente, para aprender a trabalhar com o GeoGebra.”

- “O passo a passo é extremamente importante para ter uma primeira noção de como iniciar os desenhos e tentar descobrir o conteúdo envolvido por trás da construção.”
- “Interativo. Disponibiliza uma compreensão mais ampla do conteúdo que está sendo trabalhado.”
- “O importante do multitela é que temos opções para escolhermos a maneira pela qual podemos aprender o conteúdo exposto.”
- “Os vídeos disponibilizado foram de muita utilidade.”
- “O multitela é de extrema importância já que o curso é a distância, é como se tivesse uma aula presencial, por isso os vídeos são necessários! Esse recurso foi fundamental para o sucesso da disciplina. ”
- “Achei todos os recursos Multitelas interessante, mas o que me chamou muito a atenção foi no vídeo no qual ensinava a criação de uma nova ferramenta, pois não conseguia fazer o download de um arquivo do GeoGebra disponível no ambiente, então criei a ferramenta a partir do vídeo.”
- “A multitela permite que eu vá desenvolvendo o exercício com o parametro correto ao meu dispor. Posso ver o resultado e ao mesmo tempo corrigir meus erros e buscar outros possibilidades na execução do exercício.”
- “Ela é muito importante pois mostra como foi construída a figura e no vídeo vemos comentários sobre o assunto e suas explicações.”
- “É um excelente recurso para demonstrar e ensinar as construções.”
- “É indispensável para acontecer a interação dos conceitos e a prática, pois é uma forma de relacionar os conceito implícitos com a prática através de explicações. Facilita a compreensão de uma forma clara.”
- “Foi muito bom consegui aprender melhor do que olhando no google.”
- “É necessário destacar a informação sobre o recurso multitela.”
- “A Multitela foi um recurso muito importante, pois me auxiliou em alguns momento de duvida, em que eu não conseguia encontrar alguns pontos ou fazer algumas construções no GeoGebra, dessa forma ela teve um papel muito importante no esclarecimento de duvidas e localizar certos pontos e costruções.”
- “Na demosntração da Multitela, a locução discursiva aos fatos que decorrem durante o manuseio do GeoGebra favorecem o entendimento claro e prático sobre a construção das atividades.”
- “Com o passo a passo fica fácil. ”
- “Este recurso foi muito importante para que eu conseguisse compreender determinadas construção feitas pelo geogebra. As demonstrações foram claras e fácil de compreender.”
- “Muito interessante ter em uma mesma tela o passo-a-passo da construção e o vídeo explicando-a, dessa forma é possível entender melhor os conceitos envolvidos nas construções realizadas.”
- “são bem explicativos mas como disse antes tem alguns recursos que não sabemos como usar no geogebra e só depois quando falamos como o professor que nos dá a dica é que usamos e isso poderia ter na multitela”
- “Construção passo a passo; Descrição; Vídeo; São ótimos!”
- “O Multitela é uma ferramenta excelente para complementar nossos estudos. Sempre que tive tempo, estudei os recursos disponíveis.”

- “Primeiro lendo os passos de construção ia imaginando a construção e depois no passo a passo confirmava o tinha pensado. ”
- “Para mim é completo porque utiliza a teoria com as construções isso me auxiliou muito nos estudos”
- “Acredito que os vídeos e a exibição da construção são os fatos mais importantes.”
- “achei bem interessante, porém quando tentei colocar em meu plano de aula a dedução da fórmula do triângulo através da diagonal do quadrado não consegui, pois queria fazer o ‘movimento de recorte’ de um quadrado em 2 triângulos retângulos e não sabia fazer abrir a figura, quando pedi orientação do professor quando recebi uma resposta meio irônica fazendo referência a meu trabalho que tinha feito junto com outra colega, creio que o mesmo não entendeu a pergunta, que era simples, como fazer e desfazer o movimento de recorte, fiz um quadrilátero hachurando a figura em 2 triângulos, não ficou como eu queria, mas foi o possível no momento.”
- “No início devido a não saber usar o Geogebra o Multitela foi fundamental, e durante todo processo ele dava ideias e era tido como base na resolução das atividades.”
- “Nenhum.”
- “A estrutura como um todo; passo a passo das construções explorando várias habilidades, auditivo, visual, texto...”
- “O multitela foi importante para verificar passos de cada construção, principalmente nos movimentos com inclinação.”
- “Acredito que o material do Multitela foi fundamental para que nós pudessemos realizar as atividades propostas pela disciplina pois.”
- “Não senti a necessidade de utilizar a multitela.”
- “O passo a passo é de fácil entendimento e tem clareza nas explicações.”
- “O multitela me auxiliou muito na realização das tarefas e como usar o GeoGebra.”
- “Muito importante na concepção e entendimento do que está sendo trabalhado.”
- “Na multitela é possível acompanhar o processo de construção que as vezes eu não sabia como fazer.”
- “O interessante do Multitela é a explicação das construções abrangendo os conceitos.”
- “A principal é a visualização e depois a ideia de como iniciar a atividade com o software utilizado.”
- “Minha internet é lenta, então tive muitas dificuldades para fazer uso desse material.”
- “Algumas dúvidas foram contempladas com o uso da multitela, tornando a aplicação dos recursos mais dinâmicas.”
- “Eu acho importante todos os aspectos do Multitela,”
- “A Multitela me auxiliou muito, pois como eu não conhecia o software pesquisei nela muitas vezes. Todas as vezes que utilizei sempre me auxiliou e tirou minhas dúvidas.”
- “Para mim, o multitela foi um plus neste material, quando me sentia insegura quanto ao que estava sendo apresentado me encontrava por ali e claro no material de apoio!! ”
- “É um espaço ótimo, pois permite testar, observar, verificar, tudo em um só local... Parabéns pela ideia”
- “Acredito que o uso do multitela deva ser para acrescentar no que já construímos e não para copiarmos o que está sendo mostrado.”

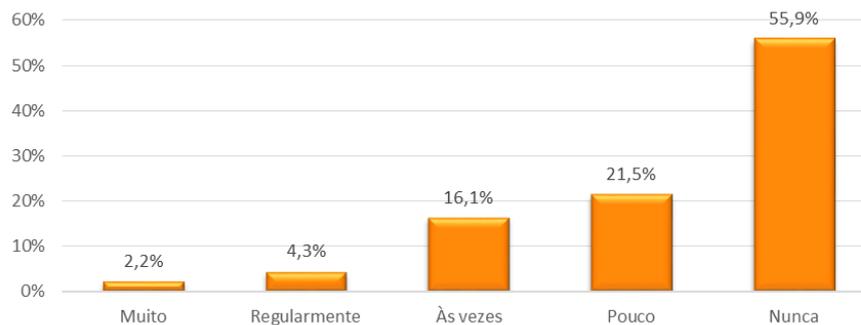
“gostaria de saber criar uma multitela, entendendo que poderia fazer parte do curso, já que estamos trabalhando com as tecnologias que podem ser usadas em sala de aula.”

### Sobre as aprendizagens:

16. Você já utilizava o GeoGebra antes de começar a disciplina?

- a) Muito
- b) Regularmente
- c) Às vezes
- d) Pouco
- e) Nunca

Figura D.14: Respostas para a questão 16.

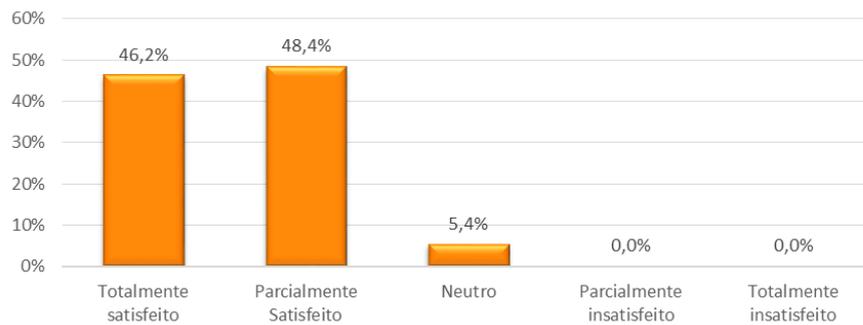


Fonte: o autor

17. No que se refere ao que a disciplina lhe propiciou no estudo de conceitos matemáticos, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.15: Respostas para a questão 17.

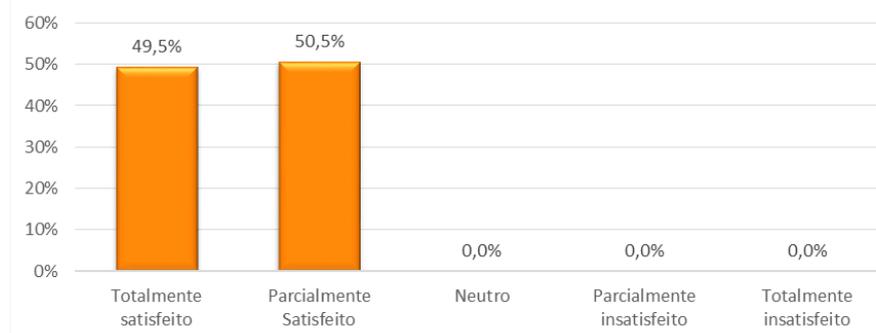


Fonte: o autor

18. Quanto ao que a disciplina lhe apresentou para aperfeiçoar o uso do GeoGebra, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.16: Respostas para a questão 18.

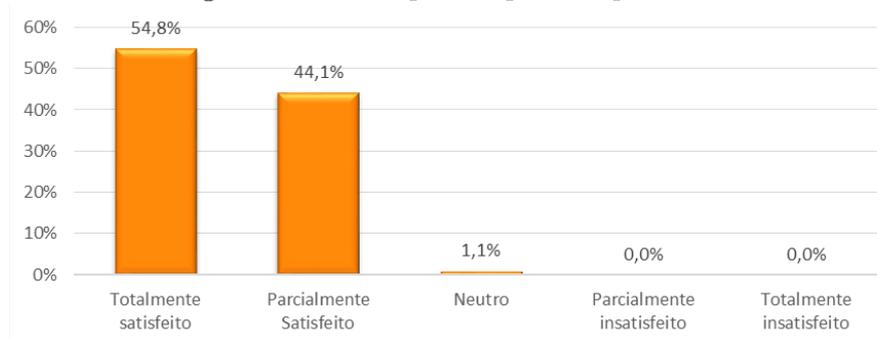


Fonte: o autor

19. Em relação às reflexões sobre o uso de tecnologia no ensino de matemática, possibilitados na disciplina, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.17: Respostas para a questão 19.



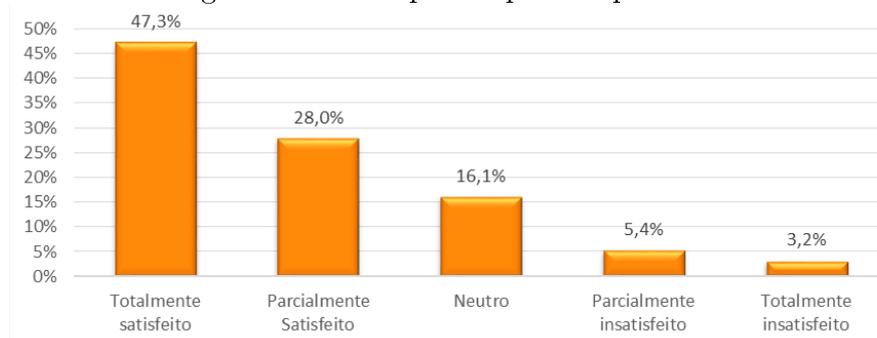
Fonte: o autor

### Sobre o acompanhamento das atividades

20. Em relação ao acompanhamento semanal dos tutores, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.18: Respostas para a questão 20.

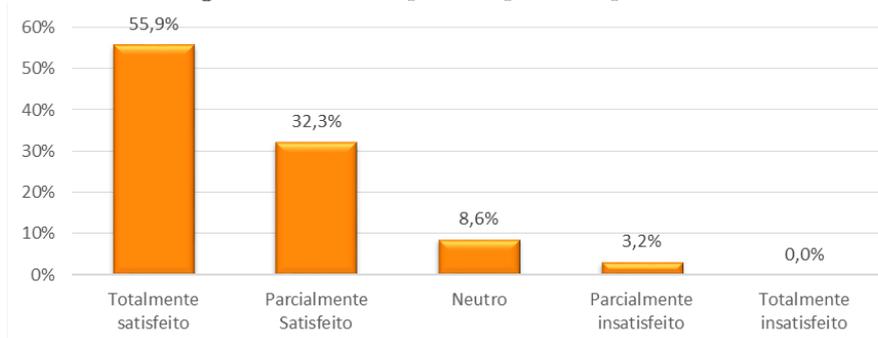


Fonte: o autor

21. Em relação ao acompanhamento dos professores da disciplina, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

Figura D.19: Respostas para a questão 21.

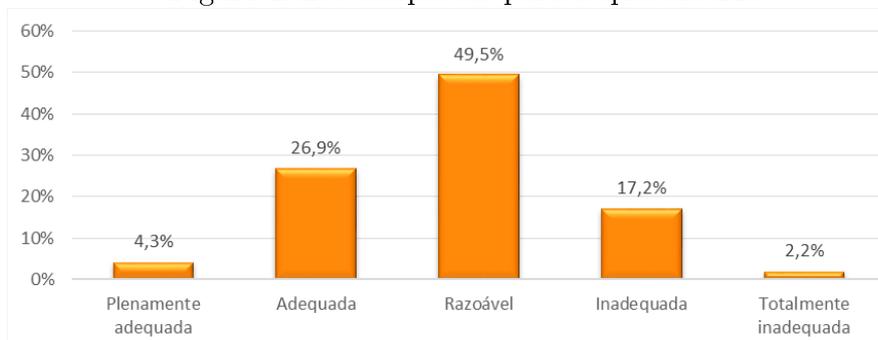


Fonte: o autor

22. Quanto a quantidade de atividades propostas na tarefa semanal, você considera:

- a) Plenamente adequada
- b) Adequada
- c) Razoável
- d) Inadequada
- e) Totalmente inadequada

Figura D.20: Respostas para a questão 22.

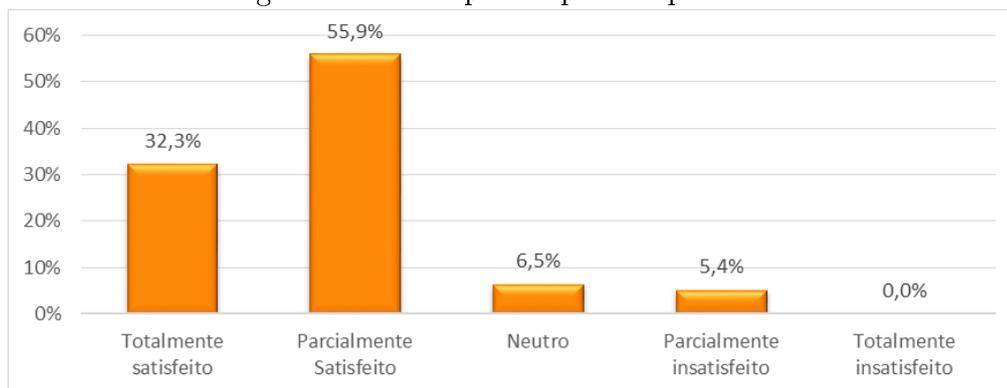


Fonte: o autor

23. Em relação às atividades realizadas nos encontros presenciais, você está:

- a) Totalmente satisfeito
- b) Parcialmente Satisfeito
- c) Neutro
- d) Parcialmente insatisfeito
- e) Totalmente insatisfeito

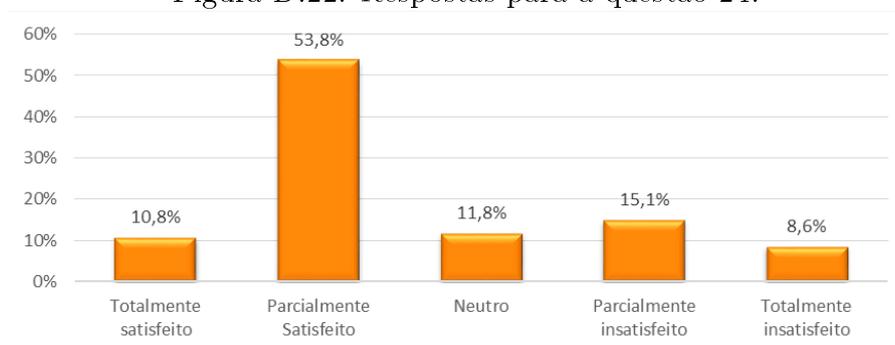
Figura D.21: Respostas para a questão 23.



Fonte: o autor

24. Em relação às webconferências realizadas ao longo da disciplina, você ficou
- a) Plenamente satisfeito
  - b) Satisfeito
  - c) Nem satisfeito nem insatisfeito
  - d) Insatisfeito
  - e) Plenamente insatisfeito

Figura D.22: Respostas para a questão 24.

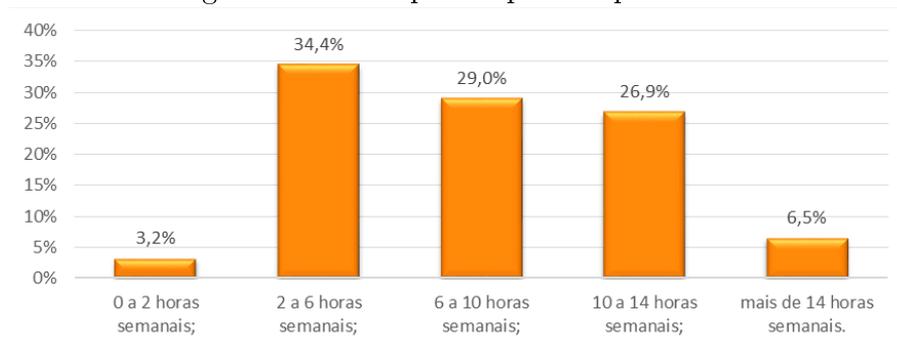


Fonte: o autor

### **Sobre a sua participação na disciplina**

25. Indique a quantidade de horas semanais que, em média, você dedicou:
- a) 0 a 4 horas semanais;
  - b) 4 a 8 horas semanais;
  - c) 8 a 12 horas semanais;
  - d) 12 a 16 horas semanais;
  - e) mais de 16 horas semanais.

Figura D.23: Respostas para a questão 25.

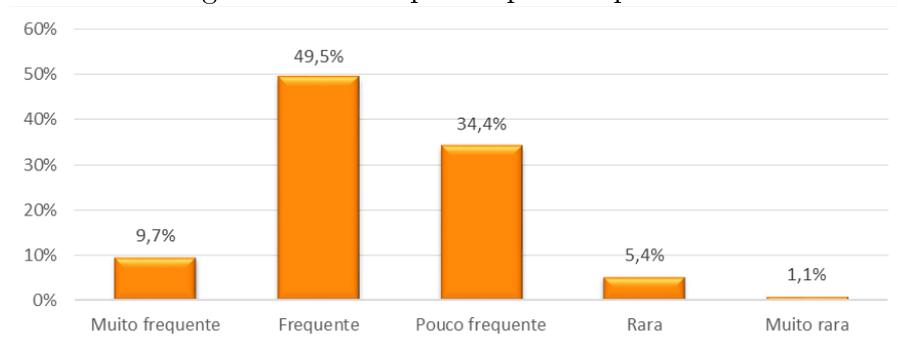


Fonte: o autor

26. Você considera que a sua participação nos fóruns didáticos

- a) Muito frequente
- b) Frequente
- c) Média
- d) Rara
- e) Muito rara

Figura D.24: Respostas para a questão 26.

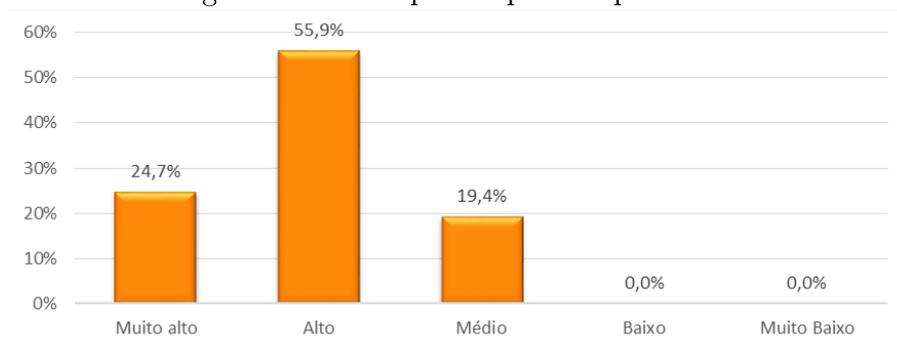


Fonte: o autor

27. Quanto ao meu empenho para superar as dificuldades que se apresentaram ao longo da disciplina, considero que foi:

- a) Muito alto
- b) Alto
- c) Médio
- d) Baixo
- e) Muito Baixo

Figura D.25: Respostas para a questão 27.

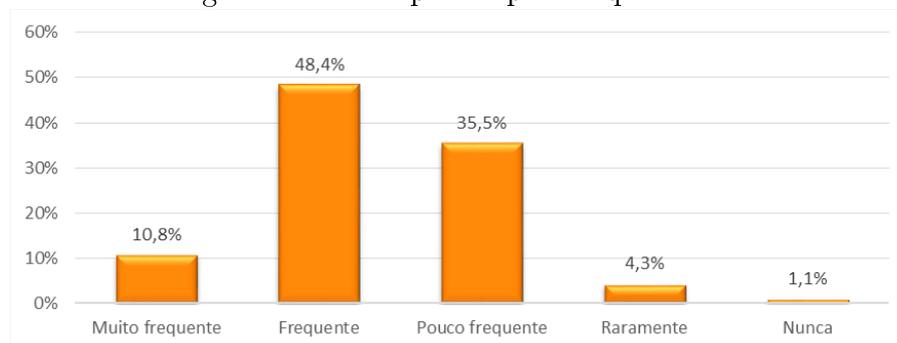


Fonte: o autor

28. Considerando a troca de ideias com os colegas do curso, elas aconteceram de forma

- a) Muito frequente
- b) Frequente
- c) Pouco frequente
- d) Raramente
- e) Nunca

Figura D.26: Respostas para a questão 28.



Fonte: o autor

29. Quais as suas sugestões e críticas para aperfeiçoar a disciplina?

“Gostaria que os prazos estipulados, as atividades, os critérios de avaliação ficassem bem explicados e esclarecidos na primeira postagem que os professores fazem aos alunos, para que ficasse bem entendidos e que quando fosse necessário aumentar o prazo de entrega de uma atividade, que fosse de uma semana. Me senti prejudicado por fazer uma tarefa atrasada e não conseguir postar. Depois de algum tempo, abriram mais uns dois dias de prazo, e nesse período eu não acessei o moodle por motivos pessoais, enfim, daí um dia depois do novo prazo, verifiquei que o prazo havia sido estendido, mas mesmo assim não poderia postar meu trabalho novamente.”

“As webconferencias deveriam ser preparadas antes das 9 horas, para que as 9 realmente comece as informações pertinentes a disciplina, pois da maneira como está se perde em média uma hora testando se os polos estão ouvindo o que acaba desmotivando as aulas presenciais.”

- “Sugiro mais encontros presenciais e rever a quantidade de tarefas e sua extensão, pois o prazo é curto para sua realização. Desta forma ampliando os prazos podemos nos dedicar mais e trocar mais informações e dúvidas com os colegas.”
- “Equilibrar as atividades semanais, pois teve semanas que foram muitas atividades e muitos colegas da minha cidade desistiram. Maior assistência para dificuldades. Os conceitos avaliativos demoraram.”
- “Atividades muito longas para pouco tempo de execução. Trabalho em grupo muito complicado, pois cada um tem seu tempo e ter que aguardar pelos colegas se decidiram é angustiante. Talvez em dupla seja mais interessante e por afinidades.”
- “Poderia ter mais participação dos colegas.”
- “Uma das críticas é ter tido muitas atividades juntas para realizar, sendo que todas eram importantes e necessitam de um esforço ainda maior para conseguir realizá-las. Sugestão: Diminuir as atividades dadas em cada módulo.”
- “Que se possível sejam dispostos mais dias para a realização das tarefas, visto que todos trabalham aproximadamente 40 horas ou mais, assim não sendo possível acessar o moodle todos os dias.”
- “Para mim, o mais complicado foi participar dos fóruns, pois não tenho como acessar o moodle todos os dias em função das minhas horas de trabalho. Sobre as atividades, algumas foram muito extensas e cansativas, mas aprendi bastante com todas elas.”
- “A disciplina foi muito importante para o ensino de matemática, algumas atividades de alguns módulos poderiam ter mais exemplos e as atividades de entrega (algumas) poderiam ter um prazo maior para entrega.”
- “Poderiam ser trabalhadas menos atividades avaliativas e mais trabalhos cooperativos, para que de fato houvesse a aprendizagem, no meu caso passava horas tentando resolver um dos ‘problemas’ e não conseguia. ”
- “Houve um período que não consegui realizar as atividades de forma satisfatória devido ao acúmulo de atividades propostas. Teve semanas que tivemos até três tarefas para serem realizadas, o que compromete a qualidade do trabalho entregue.”
- “Explorar a Geometria Espacial com o uso do GeoGebra.”
- “Sugiro a disponibilização de mais Multitelas, pois são fundamentais para sanar dúvidas e também, menos atividades semanais, ou maior prazo para entrega das mesmas.”
- “Para a participação dos fóruns e trabalhos em grupo penso que os estudantes que deveriam escolher os grupos, pois cada um sabe da afinidade que tem com o outro.”
- “Se for fazer trabalho em grupo que seja por afinidade, onde todos os membros do grupo tenha livre arbítrio.”
- “Gostaria de ter tido mais tempo para a elaboração das questões. Tivemos um material muito rico para ser explorado porém pouco tempo para isso.”
- “Apesar de sermos professores formados nem todos trabalham com os mesmos conteúdos então às vezes conceitos que são visto frequentemente por alguns é algo pouco conhecidos de outros. Acho que seria interessante divulgar o objeto de estudo com alguma antecedência. Na próxima semana estudaremos ..... para nos prepararmos para as atividades sem nos preocuparmos com os conceitos propriamente ditos.”
- “Acho que o moodle é muito difícil de compreender as orientações do que deve ser feito ( não são claras). Recados curtos ajudariam a compreensão.”
- “Que tivesse mais prazo para entregar as atividades. Inicialmente as atividades semanais eram bastante extensas, em função da falta de habilidade com o geogebra.”

- “Deveria ser cobrado mais dos alunos as discussões no fórum.”
- “Mais tempo para realizar as atividades ou atividades mais curtas.”
- “Poderiam ter apresentado exemplos de conteúdos mais detalhados.”
- “É necessário implementar imediatamente maior tempo (número de dias) para realização das Tarefas. Isto é a minha voz e uma necessidade coletiva da turma que compõe o Pólo Novo Hamburgo. Cabe lembrar que um dos critérios utilizados na oferta do curso foi que o aluno estivesse atuando em sala de aula como professor.”
- “Os fóruns coletivos não tiveram sucesso.”
- “Melhorar as webconferências e um pouco mais claras nas atividades pedidas.”
- “Acredito que a disciplina transcorreu muito bem. Talvez, apenas, rever a composição dos grupos, pois não foi possível trocar ideias com muitos colegas, ficou restrito aquele grupo que fomos colocados e o meu acabou tendo a participação de poucos colegas.”
- “deixar livre para formar o grupo de trabalho; ter menos atividades e mais encontros presenciais; deixar as vídeos conferencias para serem assistidas em casa e ter mais atividades nos encontros
- “Ser pontual no início das aulas presenciais. O som das webconferências era muito baixo.”
- “Excelente disciplina.”
- “Formar grupos por afinidade ou proximidade, facilitaria na aplicação de planos de aula.”
- “Sempre há o que melhorar, pensando na busca de se aproximar da realidade dos professores que estão em sala de aula na quantidade de atividades que por muitas vezes não pude melhorar a atividade porque faltava tempo para aperfeiçoar em virtude do trabalho. As Web Conferências é preciso melhorar a transmissão.”
- “Que os fóruns não sejam avaliados em grupo, pois não temos como obrigar os colegas a participarem.”
- “trabalho em grupo não é tão fácil de início,em aula presencial, quanto mais EAD, com pessoas que não se conhecem a primeira vista e acertar afinidades. Assim, caso, o restante do grupo; não de muita possibilidade, tal pessoa pode passar como relapsa,não participante.”
- “menso tarefas ou maior prazo e possiilitar troca de ideias com outros colegas.”
- “As avaliações deverão ser melhor analisadas, pois tive muitos problemas em relação as minhas notas, incoerências e falta de interpretação por parte dos tutores e professores, mais dedicação e atenção dos tutores, melhorar suas orientações! As atividades deverão ser melhoradas quanto a sua quantidade e/ou prazo de entrega. Prazo insuficiente para sua realização!”
- “Deve-se repensar a quantidade de atividades propostas na semana, pois como somos todos professores, muitas vezes, não dispusemos de tempo suficiente para realizar de forma efetiva e qualificado tudo que foi proposto. Logo, algumas tarefas não foram entregues 100%, mas sempre tentando explora-lá ao máximo.”
- “Nenhuma.”
- “Diminuir a quantidade de tarefas e aumentar o aprendizado em algumas que eram de extrema importância.”
- “Está tudo bem.”
- “Por mais que o objetivo era incluir a disciplina de discussão de estratégias acredito que a utilização dos fóruns foi equivocada. Com pouca participação, inclusive minha, ideias superficiais que pouco agregavam à ideia anteriormente apresentada.”

- “Que as atividades não fossem tão extensas, (algumas). Que quando houvesse a necessidade de formar grupos, que eles sejam formados dentro do polo e por afinidade, acredito que melhoraria muito os trabalhos.”
- “Entendo que estudando individualmente a aprendizagem é mais significativa, já que a busca pela compreensão e as descobertas ao longo deste processo acontecem com frequência, mas sinto a necessidade de aulas mais explicativas, mesmo que por web conferência, poder ouvir e ver as construções e definições apresentadas pelos professores. Esta relação aluno/professor ainda é muito importante na minha opinião. Gostei bastante da aula, em um dos sábados, que assim foi trabalhado. Em relação a quantidade de exercícios, no início estava muito excessiva, mas ao decorrer da disciplina achei que ficou numa quantidade adequada. Penso que como é uma especialização para professores que estão trabalhando na educação básica, a grande maioria mais de 40hs, as atividades precisam manter a qualidade (assim como mantiveram), mas cuidar na quantidade, do contrário sempre existirão colegas (ou eu mesma) que não poderão participar tanto das discussões e construções coletivas, com a qualidade ou dedicação necessária.”
- “Os prazos de entregas dos trabalhos podem ser mais adequados a nossa realidade ( carga horária muito extensa).
- “Fazer as atividades em grupo, pois eu aprendi muito fazendo alguns trabalhos com meus colegas.”
- “O tempo para realizar as tarefas é muito pouco, ou seja tem que ter mais tempo ou diminuir o tamanho das tarefas.”
- “as discussões sobre o uso de tecnologia é um tanto desnecessária. tantas leituras e reflexões são realizadas nas escolas, nas formações, palestras...estou dando prioridade as construções no geogebra e preocupada em utilizar o software. ”
- “A única crítica é em relação ao pouco tempo que temos para realizar as tarefas levando em conta que trabalhamos o dia todo.”
- “Acredito que se houve a construção no Geogebra não precisaria pedir o passo a passo das construções na forma de texto.”
- “Não tenho críticas e considero satisfatório até o momento o curso.”
- “Utilizar os encontros presenciais para tirar dúvidas e não somente para nos encher de conteúdo. Era tanta coisa, que eu chegava em casa, não lembrava e não conseguia fazer aquilo que foi visto e feito em aula.”
- “Gostaria que a disciplina fosse pensada e liberado de uma só vez e não em partes como aconteceu em alguns módulos.”
- “Algumas atividades foram longas e outras muito curtas, na grande maioria não obtive respostas de algumas dúvidas e faltou sabermos os resultados das atividades.”
- “Para mim a disciplina foi muito boa,”
- “Gostaria de receber um reforço na ferramenta do Geogebra que possibilita a construção de novas ferramentas.”
- “Quanto a disciplina, tudo bem. Mas se for aperfeiçoar, acredito que o excesso de atividades, as vezes impedem o bom entendimento e a boa apresentação. Trabalhos em grupo no ead é muito complicado (conheci os colegas do meu grupo no dia da apresentação).”
- “Poderia ser organizado grupos de estudos com alunos, quando tiver mais atividades em uma tarefa disponibilizar mais tempo. Fornecer, ao término da atividade, um relatório de como deveria ser as respostas corretas, para sanar possíveis dúvidas.”

“Na minha opinião a disciplina é muito útil, ajuda bastante par aprimoramento do uso da tecnologia em sala de aula, eu, particularmente, passai a utilizar bastante o geogebra, pois a disciplina deu suporte para novos aprendizados, então, acredito que o que pode mudar é a quantidade de tarefas (por exemplo, não ficar acrescentando coisas aos poucos, pois muitas vezes quando pensávamos que estava tudo pronto tinha mais alguma coisa para fazer) e no meu caso as web, que não puderam ser assistidas em função do som.”

“Poderia ter um espaço aberto para os alunos postarem suas construções, mesmo depois que tenha passado o prazo de entrega, pois assim os alunos sentem-se mais motivados, uma vez que muitas construções nós conseguimos após o prazo.”

“As orientações para a entrega das tarefas dos encontros presenciais ficaram um pouco confusas. No segundo encontro presencial, no turno da tarde, nos orientaram a construir (em grupo) as figuras que apareceram na prova. Depois disso, não sabiam dizer se só um integrante poderia postar a atividade ou todos deveriam fazer isso. No final, uma só colega acabou postando as construções em nome do grupo, conforme orientação da tutora.”

“Penso que deveria ter menos quantidade de tarefas ou se for o caso aumentar o tempo para entrega.”

“que os tutores realizassem comentários sobre o porque dos conceitos e onde é possível melhorar, e não simplesmente postar A,B,C,... ”

30. Qual a sua avaliação geral da disciplina? Apresente sugestões e críticas para que possamos aperfeiçoar a sua oferta em nova edição do curso.

“Gostei da disciplina, porque aprendi muito sobre o software geogebra. Gostaria que fossem publicados vídeos em um canal do youtube com outras práticas, tanto para trabalhar com crianças pequenas, adolescentes, ou até mesmo com atividades mais avançadas para quem quiser pesquisar e continuar, ou até mesmo com atividades que possam ser aplicadas em sala de aula. Também poderiam ser disponibilizadas outras referências na internet, ou livros que possam ser usados para o professor poder criar novos planos de aula e aplicar, com isso, a utilização do geogebra.”

“A minha avaliação da disciplina é boa já que tive que relembrar diversos conceitos e aprender a buscar soluções para as reproduções ou novos desenhos. ”

“Uma disciplina muito boa e com bastante exigência, o que pode ser revisto, pois ocorreram muitas desistências por parte dos colegas e em alguns momentos desmotivação frente a tantas dificuldades. Gostaria de ressaltar a importância dos tutores presenciais , sua competência e atenção com os alunos, o que foi diferente na disciplina de Alfabetização para EAD.”

“mais assistência para dificuldades”

“No começo dessa disciplina tive muitas dificuldades e dúvidas para responder aos questionários, e também ara manusear o software GeoGebra, pois não tinha muito conhecimento, porém foi através dessas atividades que tive a oportunidade de conhecer melhor o GeoGebra e acredito que hoje posso dizer que sei manusear e claro que terei um recurso a mais para minhas aulas de matemática. No entanto, não tive muito tempo para se ater as atividades, como teria que ter feito, penso que se as atividades tivesse um numero menor, daria mais tempo para estudar e elaborar melhor a cada resolução.”

- “Gostei muito de trabalhar a geometria no Geogebra e gostaria de ter oportunidade de ampliar e saber utilizar as demais ferramentas no software.”
- “Está boa, pois oportuniza ao professor uma reflexão sobre a fazer pedagógico e um aprendizado na questão de usar as mídias, os softwares como ferramenta dinâmica no processo ensino aprendizagem. ”
- “São relevantes as propostas da disciplina. Foi bem dinâmico e bem organizado o cronograma das tarefas.”
- “Avaliação positiva. Pois aprendi bastante com o Geogebra, embora tempo pouco tempo para estudar.”
- “A disciplina foi muito importante para o meu aperfeiçoamento didático e profissional.”
- “As webconferências no pólo de Picada Café sempre tiveram problemas com áudio ou imagem. Ficou muito ruim para acompanhar. Acho que isso poderia ser testado antes do horário de início para que pudesse começar pontualmente.”
- “Eu acredito que poderia ter aproveitado bem mais, se pudesse ter escolhido meu grupo. Fiquei num grupo onde ninguém participou dos fóruns, logo, não consegui trocar ideias e participar como gostaria. O tutor que acompanhou o grupo também nunca se fez presente. Fiz o máximo que pude, mas sinceramente, como tinham atividades que necessitavam da participação de todos, me senti prejudicada nesse aspecto.”
- “A disciplina apresentou maneiras diferentes de ensinar geometria e poder utilizar a informática em favor do ensino. Nas atividades presenciais talvez poderíamos ter explorado mais do geogebra em atividades de construir figuras e verificar as propriedades envolvidas, pois nos encontros presenciais a discussão sobre os assuntos é mais ampla, onde todos podem expor seu posicionamento em relação a maneira de ensinar o mesmo conteúdo. ”
- “O tempo era pouco para a quantidade de trabalhos, em especial para pessoas que não são da área da Matemática (meu caso), além disto poderiam ter mais alguns tutoriais sobre o processo de exploração do software GeoGebra.”
- “Sem sugestões.”
- “A disciplina foi de muita utilidade, porém tiveram atividades muito cansativas, a disciplina poderia ser mais longa para podermos explorar mais o uso do GeoGebra.”
- “Boa.”
- “Alé da escolha dos grupos, alguns módulos foram muito longos e deveriam ser menos extensos ou ter mais tempo para realizar algumas tarefas. E deve-se abrir os módulos nos dias combinados, pois algumas vezes se passavam dois dias até conseguirmos abrir a atividade.”
- “A disciplina foi ótima, pude aprender muito, principalmente como trabalhar com mídias digitais em sala de aula. Mas muitas vezes achei as tarefas grandes para pouco tempo de resolução. Como sugestão continuar as páginas da web como apoio de aprendizagem e auxílio de ensino para o aluno/professor.”
- “Eu acredito que os professores se empenharam e também foram se moldando com o passar do tempo. Sinto que planejaram, porém tiveram que fazer alguns ajustes que não esperavam (sinto muitas vezes isso na pele, como qualquer professor). Mas a avaliação no geral foi boa, diria um 8,5, em função principalmente do fator tempo X atividades para ser entregues.”
- “Acredito el de dificuldade deve ser revisto pois as turmas são muito heterogeneas. Eu sou m daqueles casos que estavam matriculados em um polo mas assisto aula em outro no

início foi muito difícil de lidar com a situação pois os critérios eram muito confusos. Nesta etapa tem sido mais fácil de lidar com os tutores e os critérios tem sido bem mais claros e lineares. A troca de tutor presencial a cada encontro parecia absurda mais achei bem interessante assim todos conhecerão os alunos e poderão interagir com eles em algum momento achei ótimo.”

“Gostei muito apesar de saber muito pouco sobre o geogebra. Adorei e hoje que sei como usá-lo acho a Matemática ainda mais linda.”

“Foi uma experiência excelente e a busca de novos aprendizados. Mais prazo para a entrega das atividades. E que o Multitela sempre tivesse disponibilizado.”

“Excelente oportunidade de aprendizagem, o geogebra oportunizou uma avaliação da minha atuação como educadora, melhorando a qualidade das minhas aulas tornando-as mais atrativas com o uso da ferramenta que faz parte do cotidiano dos nossos alunos. A razão pela qual procurei fazer o curso foi a necessidade de atualização e isso encontrei no tripé: Matemática, Mídias Digitais e Didática.”

“Poderia ter apresentado outros softwares para usar a geometria.”

“Minha avaliação é positiva quanto a disciplina.”

“O curso é muito bom, pois nos proporcionou o contato com o programa GeoGebra, onde muitos não conheciam, tivemos a oportunidade de trabalharmos com ele e conhecer melhor esses recursos tecnológicos. Deveriam ter disponibilizado mais atividades resolvidas para explorarmos melhor o GeoGebra. E terem cobrado menos tarefas com prazos curtos de entrega.”

“Boa estruturação da proposta da disciplina. A execução do planejamento deixou a desejar com a pouca assistência de alguns tutores, a formatação aleatória dos grupos de estudos, desconsiderando as afinidades dos alunos (o que dificultou até mesmo a qualidade da elaboração das tarefas) e o pouco tempo imposto para a realização das tarefas.”

“No início da disciplina, achei muitas atividades. Trabalho 40h e tenho um filho pequeno, que só diz, você já vai fazer as coisas do pós, e eu? Isso abala qualquer mãe, mas fazer o quê a escolha foi minha. Poderia ser mais simples ou menos extensas.”

“Gostei muito da disciplina e acredito que tenha aproveitado bastante, pois ainda não tinha tido contato com o Geogebra e acabei conhecendo-o bem. Através dessa disciplina tive algumas ideias para trabalhar Geometria e quero colocá-las em prática. Procurei aproveitar ao máximo todas as tarefas para aprender todos os recursos do Geogebra e aprofundar os conceitos matemáticos trabalhados através da Geometria Dinâmica.”

“eu sou suspeita a falar pois o curso veio em meu encontro como uma saída para melhorar as minhas aulas, eu adorei aprender o programa, mas ainda não sou tão boa como gostaria de ser, o que não tem nada haver com as atividades porém com a falta de tempo, e isso cabe a mim e não a vocês ”

“A disciplina atendeu sua proposta de relembrar os conceitos matemáticos e instigar os alunos no uso do GeoGebra particular e em sala de aula. Foi muito desafiante. Gostei muito! ”

“Eu adorei a disciplina, enriqueci muito meus conhecimentos.

“Sugiro que os encontros presenciais dos sábados sejam de um turno, com postagem final do trabalho até domingo à noite. ”

- “Gostei muito da disciplina e aprendi a usar o Geogebra, a experiência que tive com software de régua e compasso anteriormente não foi boa e nesta disciplina tive a oportunidade de mudar de ideia.”
- “Gostei muito da disciplina, aprendi muito sobre o GeoGebra. O acompanhamento dos professores tanto a distância quanto ao do professor Marcio que nos acompanhou nos encontros presenciais foram positivas e sempre esclarecedoras nas dúvidas. Eu avalio que eu devia ter procurado mais os professores nos momentos das dúvidas.”
- “Uma disciplina muito rica em atividades, acredito que em novos cursos irá enriquecer muito a prática pedagógica.”
- “Acho que poderia existir mais vídeo aulas sobre temas considerados difíceis. Poderia existir de início ou ao longo do curso um questionário para verificar afinidades, sobre quais temas matemáticos cada pessoa gostaria de trabalhar, para no final, montar os grupos de cada polo por afinidade de cada tema escolhido a ser trabalhado no geogebra, não saindo fora do plano de aula do curso. Não gostei de ser obrigado a trabalhar com Trigram, gostaria de ter trabalhado outro tema mais inovador com meu grupo.”
- “achei muito boa, apesar de alguns problemas, mas no geral foi muito boa, vídeos instrutivos e as aulas presenciais muito proveitosas. Deve melhorar os tutores, apesar de que as tutoras que acompanharam no polo de NH foram excelentes, diferente do tutor que acompanhou o grupo on line.”
- “A disciplina foi boa na medida do possível, porém existem alguns aspectos a serem melhorados conforme informado na pergunta anterior!”
- “Foi boa. Mas precisa rever alguns aspectos, estes já foram marcados e apontados por mim durante a pesquisa.”
- “As tarefas foram muito extensas e disponibilizado pouco tempo para a entrega. A troca de tutores nos encontros presenciais, prefiro um tutor único durante a disciplina. Os questionamentos nos fóruns e as perguntas feitas para os tutores e professores, foram respondidas com muita demora.”
- “Foi boa a disciplina, mas ainda teve algumas considerações sobre o geogebra que gostaria de saber para aperfeiçoar minha aula e não aprendi. faltou um pouco de tempo para ensinar interesses nossos, foi dado muitas tarefas e não conseguimos absorver algumas coisas por falta de tempo.”
- “Ótima. a sugestão é apresentar mais exemplos sobre as atividades.”
- “Estou muito satisfeita. Estou utilizando tudo que aprendi com meus alunos. E, muito mais, a cada dia descubro formas diferentes de utilizar o geogebra. Também estou percebendo melhores resultados de meu trabalho, os alunos manifestam que aprendem mais e gostam das aulas.”
- “As videoconferências não foram legais, pois geralmente a qualidade de áudio e imagem eram muito ruins.”
- “Fora os fóruns fiquei bastante satisfeita com a disciplina.”
- “Muito boa, principalmente quanto ao uso do Geogebra. Fique encantada com os recursos que ele oferece.”
- “Aprendi muito com a disciplina, me dediquei muito para isso e me sinto segura para começar a utilizar o Geogebra em sala de aula. Vejo a tecnologia como uma importante ferramenta no ensino e aprendizagem da matemática e algumas de minhas experiências docentes já comprovam isso. Notei uma boa evolução ao longo da disciplina,

acredito que as atividades tenham sido bem elaboradas e direcionadas. O mais importante é que o curso, assim como esta disciplina, está pautado na melhora do trabalho docente em sala de aula, no pensar em ideias e no construir ou elaborar formas diferentes, claras e atrativas aos estudantes. As leituras também foram importantes, reflexivas e norteadoras na elaboração dos planos ou mesmo em nosso processo de aprendizagem durante a disciplina. Percebi, com a utilização do software Geogebra, que a Matemática pode ser ainda mais interessante, bela e divertida do que eu já achava.”

“A disciplina foi boa, porém poderia ter mais noções básicas do GeoGebra.”

“Eu gostei muito da disciplina, encontrei dificuldade em realizar algumas tarefas acredito eu por não praticar o necessário, no momento estou mais confiante, pois me sinto segura para começar a trabalhar com meus alunos, confesso que achei bastante atividades para um curto período, mas passou e o importante é que eu aprendi muito com esta disciplina.”

“Acho que a quantidade de tarefas oferecidas por semana poderia ser diminuída ou o tempo fornecido para a entrega poderia ser maior.”

“gostaria de ter mais atividades voltadas para trabalho com alunos. fazer planos de aulas objetivos para aplicação. sugestões de aulas relacionadas aos conteúdos.”

“A organização do curso está boa, somente o caso do tempo para entrega dos trabalhos.”

“A disciplina nos proporcionou muitos momentos, fóruns, tarefas, planos de aula, ou seja, vários instrumentos para que pudessemos melhorar e nos aperfeiçoar.”

“Muito boa e interessante. Oportuniza outra visão para aplicação de conteúdos na sala de aula.”

“Foi boa. Quanto a quantidade de atividades semanais, penso que teria que diminuir, o objetivo não é a quantidade e sim a qualidade dos trabalhos. Aproveitar os encontros presenciais para conversar e conhecer os colegas. Trabalho em grupo, que possamos nos organizar nas aulas presenciais, pois tive problemas com relação a isso.”

“Aprendemos a utilizar o geogebra, mas esperava algo a mais sobre outros recursos.”

“Por mim, se eu tivesse tempo, gostaria de mais atividades e conteúdo, porém como não tenho tempo não tem como. Por isto que repito que foi muito bom pois aproveitei bem o que foi colocado. E quanto a este questionamento gostaria de justificar algumas respostas, como por exemplo quando se trata de tutores, o presencial, Professor Sergio, nota MIL pra ele, atencioso, dedicado, enfim ótimo, o que eu não gostei muito foi o professor que era responsável pela correção das atividades, pois como tenho dificuldades em fazer relatórios, seria interessante se as atividades fossem corrigidas logo eu saberia no que melhorar os próximos relatórios, porém também sou professor e sei das dificuldades. No final deu tudo certo. Parabéns aos organizadores, eu estou gostando muito do curso.”

“A disciplina na modalidade EAD, tem se mostrado mais operante do que o esperado, ou seja surpreende positivamente a forma como as atividades se dão. O fato de se tratar de um estudo à distância não empobreceu as possibilidades de aprendizado.”

“A disciplina jóia, mas quanto ao pós iniciaria por esta disciplina, aqui aprendi a trabalhar.”

“A disciplina foi muito boa e proveitosa, contribui para refletir sobre as práticas em sala de aula. Espero que as próximas edições continuem contribuindo...”

“Minha avaliação é muito bom.”

“Poderia ter um espaço aberto para os alunos postarem suas construções, mesmo depois que tenha passado o prazo de entrega, pois assim os alunos sentem-se mais motivados,

uma vez que muitas construções nós conseguimos após o prazo. Adorei muito a disciplina, porém como somos todos profissionais da educação acho que as atividades poderiam abrir numa quinta-feira e se encerrar no segundo domingo, pois assim teríamos sempre dois finais de semana para efetivar nossas tarefas, mesmo que tenhamos outra em andamento, dessa forma ficaríamos mais seguros e as ideias fluiriam. Por exemplo abre-se uma tarefa dia 15/05 e encerra-se dia 24/05, isso daria mais segurança aos alunos. O fórum ficaria como já tá apenas a entrega da tarefa.”

“De modo geral a disciplina foi boa. Porém, penso que os encontros presenciais devem ser bem planejados. O tutor não pode ter dúvidas quanto as orientações que vai passar aos alunos. O tamanho das tarefas também poderia ser revisto.”

“A disciplina foi muito boa, poderia ser desenvolvida em dois módulos. Geogebra I - exploração e conceitos básicos; Geogebra II - avançado - desenvolvimento de funções.”

“Feedback melhor.”