

O TEOREMA DA SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO EM GEOMETRIA HIPERBÓLICA

Iuri Mielniczuk Cavallet

Professores Orientadores: Eduardo Henrique de Mattos Brietzke e Miriam Telichevesky.

1 **Introdução**

A Geometria Hiperbólica surgiu quando, das tentativas de provar o quinto postulado de Euclides, cogitou-se trocá-lo por um que lhe fosse contraditório e assim fosse gerada uma teoria nova (Os matemáticos Gauss (1777-1855), Lobachewski (1793-1856) e Bolyai (1802-1860) são considerados os criadores da Geometria Hiperbólica). O 5º Postulado na Geometria Hiperbólica é o seguinte: "Dada uma reta e um ponto fora desta reta existem pelo menos duas retas que não interceptam a reta dada."



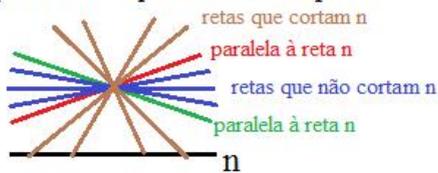
Gauss

Bolyai

Lobachewski

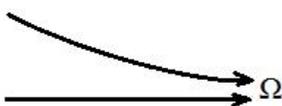
2 **As Paralelas em Geometria Hiperbólica**

A definição de reta paralela, diferente da em Geometria Euclidiana, passa a ser: Dada uma reta n e um ponto P fora dela, as retas paralelas a n são aquelas que separam o conjunto das retas que interceptam n das que não interceptam.



3 **O Ponto Ideal**

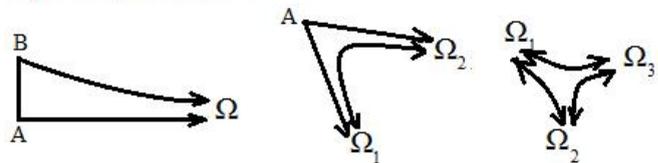
Definimos um ponto, diferente dos pontos ordinários do plano hiperbólico, que é associado às retas paralelas. Assim, a todo par de retas paralelas existe um ponto em comum, chamado ponto ideal e denotado pela letra grega Ω . (Note que retas paralelas são ainda retas que não se intersectam, logo um ponto ideal, apesar do nome, não é um ponto no sentido Euclidiano.)



4 **Triângulos Generalizados**

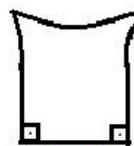
Podemos então estender a noção de triângulo ordinário a triângulos generalizados, isto é, aqueles formados por:

- i) Um ponto ideal e dois pontos ordinários;
- ii) Dois pontos ideais e um ponto ordinário;
- iii) Três pontos ideais.

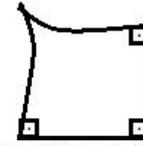


5 **Quadriláteros Especiais**

Em Geometria Hiperbólica não é possível construir um quadrilátero com quatro ângulos internos retos; Em vez disso existem os quadriláteros especiais: de Lambert (Possui três ângulos retos) e de Saccheri (Possui dois ângulos retos).



Quadrilátero de Saccheri



Quadrilátero de Lambert

6 **A Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo**

Este é o principal resultado a ser demonstrado neste trabalho:

Teorema: A soma dos ângulos internos de um triângulo (Seja ordinário ou generalizado) em Geometria Hiperbólica é menor do que dois ângulos retos.

7 **Bibliografia**

BARBOSA, J. L. M. Geometria Hiperbólica. UFG. Goiânia. 2002