

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Marina Iara Espina de Franco

**VIGAS-PAREDE: COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Porto Alegre
dezembro 2015

MARINA IARA ESPINA DE FRANCO

**VIGAS-PAREDE: COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheira Civil

Orientadora: Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa

Porto Alegre
dezembro 2015

MARINA IARA ESPINA DE FRANCO

**VIGAS-PAREDE: COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRA CIVIL e aprovado em sua forma final pela Professora Orientadora.

Porto Alegre, dezembro de 2015

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a meus pais, Elnio e Marta, com todo amor e gratidão, por me apoiarem incondicionalmente e proporcionarem a conquista de todos os meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me abençoar todos os dias com saúde e força para enfrentar os desafios da vida e por ter me agraciado com a família que tenho.

Agradeço aos meus pais, Elnio David Dansa de Franco e Marta Iara Espina de Franco, por jamais deixarem de acreditar no meu potencial e por estarem comigo nos momentos em que mais precisei, principalmente aqueles durante a graduação. Obrigada por todas as oportunidades proporcionadas, pelo orgulho que sentem de mim, pelos sacrifícios que fizeram pela nossa família, pela compreensão, pela educação e pelos valores que me deram. Vocês são os melhores pais que uma filha poderia ter!

Agradeço as minhas irmãs, Marcela Andrea e Luiza Helena, pelo carinho, amizade e pelo companheirismo compartilhado todos esses anos. Obrigada pelas risadas, pelas inúmeras histórias, por me aguentarem de mau humor (especialmente na execução deste trabalho) e por serem irmãs tão protetoras.

Agradeço aos meus avós, Manoel e Iara, pelo imenso amor e carinho e por sempre acharem um jeito de estarem presentes em cada conquista minha. Vó, obrigada por sempre estar disponível para me ouvir e aconselhar, mesmo sendo pelo telefone, por ser uma amiga incrível e por me dar ânimo nos momentos difíceis. Carregar o teu nome é uma honra pra mim.

Agradeço a minha melhor amiga e confidente, Thaís Macêdo, por todos esses anos de amizade me aturando, pelas nossas longas conversas sobre absolutamente tudo, por dividir comigo todos os sonhos, expectativas e até mesmo as frustrações da vida, por torcer por mim e por toda cumplicidade que temos. Nem os mais de dois mil km conseguiram nos separar!

Agradeço a minha orientadora, professora Virgínia, pela atenção, ensinamento, disponibilidade, paciência e dedicação oferecidas durante toda a execução deste meu trabalho.

Agradeço aos professores que tive a oportunidade de conhecer nos diversos colégios em que estudei nas diversas cidades em que morei, por me darem a base de conhecimento necessária para ingressar num curso tão difícil quanto esse de Engenharia Civil.

Agradeço à UFRGS e, principalmente, aos professores desta Instituição pela excelente qualidade de aprendizagem e por sempre me incentivarem a buscar o melhor da nossa profissão.

Agradeço aos amigos que fiz na UFRGS por tornarem as aulas, as vésperas de provas e os finais de semestre menos desgastantes e mais tranquilos de lidar. Agradeço, em especial, a amiga Thaís Frota por ser a primeira pessoa a me acolher nesta Universidade e por me apoiar todos esses anos, a amiga Roberta Hampe pelo companheirismo ao longo dos últimos semestres da faculdade e ao amigo Matheus Benincá por ser o melhor parceiro de trabalho que tive, por me acompanhar nas cadeiras de estruturas e por torcer por mim e por este trabalho dar certo.

Agradeço à UFSM pelo meu primeiro ano de faculdade, onde vivi toda euforia de passar no vestibular e ingressar numa excelente instituição de ensino e aos professores da UFSM pelo meu primeiro contato com este curso que tanto amo. Mas, especialmente, agradeço pela UFSM me proporcionar conhecer pessoas tão maravilhosas quanto os amigos que fiz. Queridos, obrigada por manterem nossa amizade mesmo à distância, vocês não imaginam quão complicado foi me separar de vocês!

Por fim, agradeço a todos que me apoiaram direta ou indiretamente neste longo caminho até me tornar Engenheira Civil. Obrigada a todos vocês que demonstraram algum interesse no que eu faço mesmo não entendendo nada de cálculo, física, concreto armado, comportamento estrutural e essas coisas.

Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão
uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe
faltasse uma gota.

Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

Aos elementos estruturais compostos por regiões que não obedecem à hipótese de Bernoulli é dada a designação de especiais. Sabe-se que tal hipótese enuncia que as seções planas de um elemento permanecem planas após a ocorrência de flexão neste e que ela possibilita um dimensionamento das estruturas de forma simplificada, porém segura, justificando seu uso tão difundido. O objetivo deste trabalho é a comparação de diferentes metodologias de cálculo para um tipo de elemento estrutural específico, onde a região que não atende à hipótese das seções planas abrange toda sua extensão, de forma que todo o elemento possui um comportamento não-linear de tensões e deformações quando submetido a perturbações, as chamadas vigas-parede. O Método das Bielas e Tirantes e o Método Corda-Painel foram os escolhidos para se analisar este tipo de elemento para que, posteriormente, os resultados obtidos pudessem ser comparados com os provenientes da análise experimental efetuada por Leonhardt e Walther (1966), a qual foi utilizada por d'Avila (2003) em seu estudo pelo Método dos Elementos Finitos. Foram escolhidas duas vigas-parede de mesma geometria, porém com taxas de armadura e carregamentos distintos e criou-se um modelo de bielas e tirantes e um modelo de cordas e painéis, com o auxílio da literatura existente, que atendessem a geometria das mesmas. Foi verificado que o modelo empregado e analisado pelo Método das Bielas e Tirantes resultou em uma área de armadura longitudinal bem maior que a empregada nos ensaios experimentais, sendo que uma das estruturas chegou a apresentar uma área de aço superior em mais de 170%, e que, para este mesmo tipo de armadura, o modelo de cordas e painéis foi mais satisfatório, pois se necessitou acrescentar apenas uma barra da mesma bitola utilizada pelos pesquisadores em uma das vigas e três barras na outra. A respeito da armadura transversal, foi observado que o Método das Bielas e Tirantes demandou uma área de aço igual a utilizada nos ensaios experimentais. O Método Corda-Painel superdimensionou esta armadura, resultando numa área de aço dez vezes maior que a empregada para o mesmo carregamento utilizado, o que ocasionaria a utilização de barras com bitolas maiores e com pequenos espaçamentos entre elas.

Palavras-chave: Vigas-parede. Dimensionamento de vigas-parede. Método das Bielas e Tirantes. Método Corda-Painel.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama do delineamento do trabalho	17
Figura 2 – Distribuição linear de deformações em viga de concreto armado	19
Figura 3 – Representação do Princípio de Saint-Venant	20
Figura 4 – Situações típicas de regiões D	21
Figura 5 – Tensões σ_x e posição dos esforços resultantes no meio do vão, em vigas de um só vão, com carregamento uniforme superior para diversos valores de ℓ/h	23
Figura 6 – Influência de ℓ/d , f_{ck} e taxa geométrica de armadura ρ no tipo de ruptura de vigas-parede sem armadura de alma	24
Figura 7 – Ruptura por flexão em vigas-parede biapoiadas	25
Figura 8 – Ruptura por cisalhamento em vigas-parede biapoiadas	26
Figura 9 – Ruptura por flexão-cisalhamento em vigas-parede biapoiadas	27
Figura 10 – Ruptura local em vigas-parede biapoiadas	27
Figura 11 – Armação típica de viga-parede com $h \leq \ell$	29
Figura 12 – Modelo de bielas e tirantes para uma viga-parede	34
Figura 13 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão	36
Figura 14 – Distribuição de armadura em malha em bielas do tipo garrafa	39
Figura 15 – Nós distribuídos (1) e nós singulares (2) em uma região D	41
Figura 16 – Classificação dos nós nos modelos de bielas e tirantes	43
Figura 17 – Elementos do modelo de cordas e painéis	46
Figura 18 – Modelo de cordas e painéis para uma viga-parede	47
Figura 19 – Comportamento linear das forças normais (N) nas cordas	48
Figura 20 – Variação linear dos esforços normais nas cordas do Método Corda-Painel .	51
Figura 21 – Ações e deslocamentos em um painel	56
Figura 22 – Tensões atuantes nas faces do painel	56
Figura 23 – Relações constitutivas que podem ser utilizadas para o comportamento das cordas	67
Figura 24 – Sobreposição de esforços em um elemento de membrana	69
Figura 25 – Geometria das vigas-parede analisadas	75
Figura 26 – Detalhamento da viga-parede WT2	76
Figura 27 – Detalhamento da viga-parede WT3	76
Figura 28 – Comparação entre as flechas no meio do vão para WT2	78
Figura 29 – Comparação entre as flechas no meio do vão para WT3	78
Figura 30 – Tensão na armadura inferior no meio do vão para a WT2	79
Figura 31 – Tensão na armadura inferior no meio do vão para a WT3	79

Figura 32 – Tensão na armadura inferior próxima ao apoio para a WT2	80
Figura 33 – Tensão na armadura inferior próxima ao apoio para a WT3	80
Figura 34 – Tensões no concreto para a viga-parede WT4	81
Figura 35 – Trajetórias e distribuição das tensões elásticas e modelo de bielas e tirantes correspondente	82
Figura 36 – Esforços nas bielas e tirantes obtidos via CAST para viga-parede WT2	85
Figura 37 – Esforços nas bielas e tirantes obtidos via CAST para viga-parede WT3	85
Figura 38 – Enumeração dos elementos do modelo de bielas e tirantes proposto	94
Figura 39 – Predição da carga última para as vigas-parede estudadas	101
Figura 40 – Discretização das vigas-parede pelo modelo de cordas e painéis	102
Figura 41 – Distribuição e valores dos esforços normais nas cordas (em kN) e tensões cisalhantes nos painéis (em MPa) da viga-parede WT2	103
Figura 42 – Distribuição e valores dos esforços normais nas cordas (em kN) e tensões cisalhantes nos painéis (em MPa) da viga-parede WT3	103
Figura 43 – Esforço de cisalhamento nos painéis (em kN/cm ²) da viga-parede WT2	107
Figura 44 – Esforço de cisalhamento nos painéis (em kN/cm ²) da viga-parede WT3	107
Figura 45 – Distribuição de armaduras obtidas no pré-dimensionamento da WT2	109
Figura 46 – Distribuição de armaduras obtidas no pré-dimensionamento da WT3	109
Figura 47 – Flecha máxima e abertura de fissuras para a viga-parede WT2	111
Figura 48 – Flecha máxima e abertura de fissuras para a viga-parede WT3	112
Figura 49 – Gráfico fator de carga x deslocamento (mm) obtido por análise não-linear para a viga-parede WT2	113
Figura 50 – Gráfico fator de carga x deslocamento (mm) obtido por análise não-linear para a viga-parede WT3	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Intervalos permitidos para o ângulo θ entre as diagonais comprimidas e a armadura longitudinal no modelo de bielas e tirantes	43
Tabela 2 – Propriedades dos concretos das vigas-parede WT2 e WT3	77
Tabela 3 – Verificação das cordas comprimidas da WT2	104
Tabela 4 – Verificação das cordas comprimidas da WT3	105
Tabela 5 – Determinação das armaduras das cordas tracionadas da WT2	105
Tabela 6 – Determinação das armaduras das cordas tracionadas da WT3	106
Tabela 7 – Dimensionamento das armaduras nos painéis da WT2	108
Tabela 8 – Dimensionamento das armaduras nos painéis da WT3	109
Tabela 9 – Verificação do concreto nos painéis da WT2	110
Tabela 10 – Verificação do concreto nos painéis da WT3	110
Tabela 11 – Comparação das armaduras pelas diferentes metodologias utilizadas para a viga-parede WT2	114
Tabela 12 – Comparação das armaduras pelas diferentes metodologias utilizadas para a viga-parede WT3	114
Tabela 13 – Comparação dos fatores de segurança por cada um dos métodos para a viga-parede WT2	117
Tabela 14 – Comparação dos fatores de segurança por cada um dos métodos para a viga-parede WT3	117

LISTA DE SIGLAS

ACI – American Concrete Institute

CAST – Computer Aided Strut and Tie

MB – Método das Bielas e Tirantes

MCP – Método Corda-Painel

NBR – Norma Brasileira

SPanCAD – Stringer Panel Computer Aided Design

LISTA DE SÍMBOLOS

I – LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A – área da seção transversal de uma corda (cm^2)

A'_s – área da armadura de compressão ao longo do comprimento das bielas (cm^2)

A_c – área de concreto (cm^2)

A_{cs} – área da seção transversal numa extremidade de uma biela, segundo um plano perpendicular ao eixo da mesma (cm^2)

A_{cx} – área de concreto na direção x (cm^2)

A_{cy} – área de concreto na direção y (cm^2)

A_{nz} – área de uma face de uma região nodal ou seção através da região nodal (cm^2)

A_p – área da superfície de um painel (cm^2)

A_s – área de aço (cm^2)

A_{sx} – área de aço na direção x (cm^2)

A_{sy} – área de aço na direção y (cm^2)

B – matriz que relaciona a deformação generalizada com os deslocamentos locais em um elemento

$C(x)$ – matriz que relaciona deformação axial com esforço normal em uma corda

D – matriz que relaciona a tensão e a deformação generalizada em um elemento

E – módulo de elasticidade longitudinal (kN/cm^2)

E_{compl} – energia de deformação complementar total (kN.cm)

F_1, F_2, F_3 – ações atuantes em uma corda (kN)

F_i – força na biela ou tirante i (kN)

F_{nn} – resistência nominal da face de uma região nodal (kN)

F_{ns} – resistência nominal de uma biela (kN)

F_{RS} – resultante na direção principal 1 das forças atuantes nas armaduras dispostas nas direções x e y (kN)

F_{sd} – valor de cálculo da força de tração determinada no tirante (kN)

F_{us} – força normal majorada atuante em uma biela ou em região nodal (kN)

G – módulo de rigidez transversal secante (kN/cm²)

K – matriz de rigidez de um elemento

N_1, N_2 – esforços normais nas extremidades de uma corda (kN/cm²)

$N_{d,max}^t$ – valor de cálculo do esforço normal de tração (kN)

$N_{d,max}^c$ – valor de cálculo do esforço normal de compressão (kN)

$N(x)$ – esforço normal atuante na seção transversal de área A e definida pela coordenada x (kN)

$P(x)$ – matriz do trabalho realizado pelas forças externas atuantes sobre uma corda (kN.cm)

R_{st} – força resultante dos esforços de tração (kN)

R_{cc} – força resultante dos esforços de compressão (kN)

U_c – energia de deformação complementar total

V – volume do elemento

W – trabalho realizado pelas forças externas atuantes na corda

II – LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

b – largura da seção transversal (cm)

b_w – largura de uma corda (cm)

d – altura útil da viga (cm)

e – deformação generalizada

f – vetor das ações atuantes em uma corda (kN)

f_c' – resistência característica à compressão do concreto, de acordo com ACI 318/2014 (kN/cm²)

f_s – tensão na armadura em malha, a qual permite-se considerar igual a tensão de escoamento do aço da armadura (kN/cm²)

$\{f\}$ – vetor das ações atuantes nas faces de um painel (kN)

f_1, f_2, f_3, f_4 – ações atuantes nas faces de um painel (kN)

f_{cd} – resistência de cálculo do concreto (kN/cm²)

f_{cd}^* – resistência limite de cálculo do concreto (kN/cm²)

f_{cd1} – tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método das Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde confluem somente bielas de compressão (nós CCC) (kN/cm²)

f_{cd2} – tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método das Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de tração transversal e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados (nós CTT) (kN/cm²)

f_{cd3} – tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método das Bielas e Tirantes, em nós onde conflui um tirante tracionado (nós CCT) (kN/cm²)

f_{ce} – resistência efetiva à compressão do concreto em uma biela (kN/cm²)

f_{ck} – resistência característica do concreto (kN/cm²)

f_e – tensão efetiva no concreto comprimido (kN/cm²)

f_{sx} – tensão na armadura do elemento de membrana na direção x (kN/cm²)

f_{sy} – tensão na armadura do elemento de membrana na direção y (kN/cm²)

f_{yd} – resistência ao escoamento de cálculo do aço (kN/cm²)

f_{yx} – tensão de escoamento do aço na direção x (kN/cm²)

f_{yy} – tensão de escoamento do aço na direção y (kN/cm²)

h – altura da seção transversal (cm)

h_e – altura de uma corda (cm)

k_1, k_2, k_3, k_4 – constantes

k_f – soma das constantes k_1, k_2, k_3, k_4

ℓ – vão, comprimento total (cm)

$\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ – comprimento das faces de um painel (cm)

ℓ_i – comprimento do elemento i (cm)

q – força uniformemente distribuída ao longo do comprimento de uma corda (kN/cm)

t – espessura de um painel (cm)

$u(x)$ – deslocamento axial em um ponto de coordenada x (cm)

u_1, u_2, u_3, u_4 – deslocamentos de um elemento (cm)

u'_1, u'_2, u'_3, u'_4 – componente dos deslocamentos ao longo das faces do painel (cm)

u_c – energia de deformação específica complementar

v – força cortante atuante em um painel e em suas faces por unidade de comprimento (kN/cm)

x – posição ao longo da corda (cm)

x_1, x_2, x_3, x_4 – valores das coordenadas x dos vértices do painel (cm)

y – posição ao longo da corda (cm)

y_1, y_2, y_3, y_4 – valores das coordenadas y dos vértices do painel (cm)

III– LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Π_c – energia potencial complementar total de uma corda

Π'_c – energia potencial complementar por unidade de volume

IV– LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α – ângulo que define as direções principais de tensões ($^\circ$)

β – tensão generalizada

β_n – fator utilizado para contabilizar os efeitos da ancoragem dos tirantes sobre a resistência à compressão de uma zona nodal

β_s – fator que leva em conta o efeito da fissuração e da armadura de confinamento na resistência efetiva à compressão de uma biela

γ – distorção no centro do painel

γ_c – coeficiente de segurança do concreto

ε – deformação axial

ε_{mi} – deformação média do elemento i (cm/cm)

ν – fator de eficiência do concreto

ρ – taxa de armadura (cm²)

ρ_x – taxa de armadura do elemento de membrana na direção x (cm²)

ρ_y – taxa de armadura do elemento de membrana na direção y (cm²)

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ – ângulos entre as faces do painel e o eixo x do sistema de referência ($^\circ$)

σ – tensão normal (kN/cm²)

σ_{1c}, σ_{2c} – tensões principais atuantes no concreto do elemento de membrana (kN/cm²)

σ_{cd} – resistência uniaxial de cálculo do concreto (kN/cm²)

σ_x – tensão normal total atuante na direção x (kN/cm²)

σ_{xc} – tensão normal atuante no concreto na direção x (kN/cm²)

σ_y – tensão normal total atuante na direção y (kN/cm²)

σ_{yc} – tensão normal atuante no concreto na direção y (kN/cm²)

τ – tensão cisalhante no elemento de membrana (kN/cm²)

$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ – tensões de cisalhamento atuantes nas faces do painel (kN/cm²)

τ_{xy} – tensão cisalhante em relação aos eixos x e y (kN/cm²)

τ_{xyc} – tensão cisalhante atuante no concreto em relação aos eixos x e y (kN/cm²)

ϕ – fator de redução de resistência para o concreto pela ACI 318/2014.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 DIRETRIZES DA PESQUISA	15
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	15
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	15
2.2.1 Objetivo principal	15
2.2.2 Objetivo secundário	15
2.3 PRESSUPOSTOS	15
2.4 DELIMITAÇÕES	16
2.5 LIMITAÇÕES	16
2.6 DELINEAMENTO	16
3 VIGAS-PAREDE	19
3.1 DEFINIÇÃO	19
3.2 COMPORTAMENTO	22
3.3 MECANISMOS DE RUPTURA	24
3.3.1 Ruptura por flexão	24
3.3.2 Ruptura por cisalhamento	25
3.3.3 Ruptura por flexão-cisalhamento	26
3.3.4 Ruptura por esmagamento do concreto	27
3.4 RECOMENDAÇÕES DA NBR 6.118/2014	28
4 ALTERNATIVAS DE DIMENSIONAMENTO	30
4.1 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	30
4.1.1 Histórico	30
4.1.2 Definição	31
4.1.3 Geometria dos modelos	32
4.1.4 Regiões B e D	33
4.1.5 Análise estrutural	33
4.1.6 Definição do caminho de carga	34
4.1.7 Bielas	35
4.1.8 Tirantes	39
4.1.9 Nós	41
4.1.9.1 Tipos de nós	41
4.1.9.2 Parâmetros de resistência	42
4.2 MÉTODO CORDA-PAINEL	45

4.2.1 Histórico	45
4.2.2 Definição	46
4.2.3 Sistema de equilíbrio	47
4.2.4 Formulação matricial	48
4.2.4.1 Matriz de rigidez da corda	48
4.2.4.2 Matriz de rigidez do painel	56
4.2.5 Dimensionamento	65
4.2.5.1 Considerações gerais	65
4.2.5.2 Armaduras resistentes das cordas	67
4.2.5.3 Armaduras resistentes dos painéis	69
4.2.5.4 Verificação da tensão no concreto	73
5 EXEMPLOS ANALISADOS	74
5.1 VIGAS-PAREDE ANALISADAS	74
5.1.1 Carregamento	75
5.1.2 Armaduras	75
5.1.3 Propriedades do concreto	76
5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS X ANÁLISE VIA MEF	77
5.3 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	82
5.3.1 Escolha do modelo	82
5.3.2 Definição das cargas e pontos de carregamento	83
5.3.3 Resolução do modelo através do programa CAST	84
5.3.4 Dimensionamento	86
5.3.5 Armadura em malha	87
5.3.5.1 NBR 6.118/2014	87
5.3.5.2 ACI 318/2014	88
5.3.6 Verificação dos pontos de carregamento	88
5.3.6.1 Schlaich e Schäfer (1991)	89
5.3.6.2 NBR 6.118/2014	89
5.3.6.3 ACI 318/2014	90
5.3.7 Verificação dos apoios	91
5.3.7.1 Schlaich e Schäfer (1991)	92
5.3.7.2 NBR 6.118/2014	92
5.3.7.3 ACI 318/2014	93
5.3.8 Verificação das bielas	94
5.3.8.1 Schlaich e Schäfer (1991)	96

5.3.8.2 NBR 6.118/2014	97
5.3.8.3 ACI 318/2014	98
5.3.9 Predição automática da carga última pelo CAST	99
5.4 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO CORDA-PAINEL	101
5.4.1 Discretização da estrutura	101
5.4.2 Análise elástica linear	102
5.4.3 Análise não-linear – fissuração do concreto	110
5.4.4 Análise não-linear – fissuração do concreto e não-linearidade na compressão	112
5.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	114
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
REFERÊNCIAS	120

1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento de grande parte dos elementos estruturais tem sido feito simplificarmente há muitos anos, pois se admite a aplicabilidade da hipótese das seções planas a eles. Tal hipótese é decorrente de ensaios experimentais e permite que os elementos sejam dimensionados de forma aproximada, mas segura. No entanto, existem casos especiais de estruturas nas quais esta hipótese não se aplica, levando os projetistas a dimensioná-las de forma questionável, através de regras empíricas e em suas experiências de projetos anteriores.

Estes elementos estruturais são ditos especiais por possuírem regiões chamadas de “descontínuas”, que não apresentam uma distribuição de tensões e deformações com comportamento linear quando submetidas a perturbações. A natureza destas descontinuidades pode ser estática, geométrica ou estática e geométrica, como pontos de aplicação de cargas concentradas, apoios discretos, mudanças bruscas na geometria da peça, vigas com aberturas, etc.

Há estruturas nas quais esse comportamento não-linear de deformações se estende à estrutura como um todo, como as chamadas vigas-parede, que são estruturas planas verticais submetidas a ações atuando em seu próprio plano e apoiadas de forma descontínua como as vigas. A NBR 6.118 ainda as define como “[...] vigas altas em que a relação entre o vão e a altura l/h é inferior a 2 em vigas biapoiadas e inferior a 3 em vigas contínuas.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 181).

Apesar de não serem muito utilizadas em construções comuns, elas são muito empregadas, por exemplo, em fachadas de edifícios, em reservatórios como caixas d’água e silos, em estruturas *offshore* e como elementos de contenção em subsolos. Vê-se então que as vigas-parede de concreto armado são de considerável interesse na prática estrutural, o que demanda um real entendimento de seu comportamento para um projeto seguro e preciso (SANTOS, 1999, p. [1]).

Foi a partir do século XX que o dimensionamento das vigas-parede e de outras estruturas com descontinuidades ganhou destaque entre pesquisadores do mundo todo e suas publicações mostraram que dois métodos contam com grande prestígio científico. São eles o Método dos

Elementos Finitos e o Método das Bielas e Tirantes, o qual é baseado na análise plástica. Ambos são capazes de representar o comportamento resistente dos elementos estruturais descontínuos, levando a uma análise satisfatória destas estruturas.

Nos últimos anos, pesquisadores da Dinamarca, Itália e Holanda vêm tentando difundir outro método, baseado na análise não-linear, denominado Método Corda-Painel. Este método é muito utilizado pela indústria aeronáutica desde o começo da década de 1930 (SOUZA, 2012, p. 2), no entanto, é pouco conhecido na Engenharia Civil, apesar de comprovada sua eficiência na análise sistemática de elementos com descontinuidade.

A NBR 6.118/2014 recomenda o uso do Método dos Elementos Finitos, bem como do Método das Bielas e Tirantes para o cálculo de estruturas especiais, mas não fornece diretrizes claras para o emprego de tais métodos em projetos estruturais. E, apesar da referida Norma não citar explicitamente o Método Corda-Painel, ela permite que as estruturas com descontinuidades sejam dimensionadas por modelos não-lineares.

Assim, este trabalho visa à comparação entre os resultados provenientes da análise de vigas-parede através do Método das Bielas e Tirantes e do Método Corda-Painel com resultados experimentais e resultados já existentes utilizando o Método dos Elementos Finitos.

2 DIRETRIZES DA PESQUISA

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do trabalho é: quais as diferenças observadas nos resultados da análise de vigas-parede, quando se compara o Método dos Elementos Finitos, o Método das Bielas e Tirantes e o Método Corda-Painel com resultados experimentais?

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal do trabalho é a comparação entre os resultados dos ensaios experimentais e os da análise de vigas-parede pelo Método dos Elementos Finitos, Método das Bielas e Tirantes e Método Corda-Painel.

2.2.2 Objetivo secundário

O objetivo secundário do trabalho é a descrição da aplicação do Método das Bielas e Tirantes e Método Corda-Painel para o dimensionamento de vigas-parede.

2.3 PRESSUPOSTOS

O trabalho tem por pressupostos que:

- a) as determinações da NBR 6.118/2014 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento são consideradas válidas;

- b) as determinações da ACI 318/2014 – *Building Code Requirements for Structural Concrete* – são consideradas válidas;
- c) a análise de vigas-parede pelo Método dos Elementos Finitos feita por d’Avila (2003, p. 100-113) conduz a resultados compatíveis com as estruturas reais.

2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se a análise apenas de vigas-parede biapoiadas.

2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

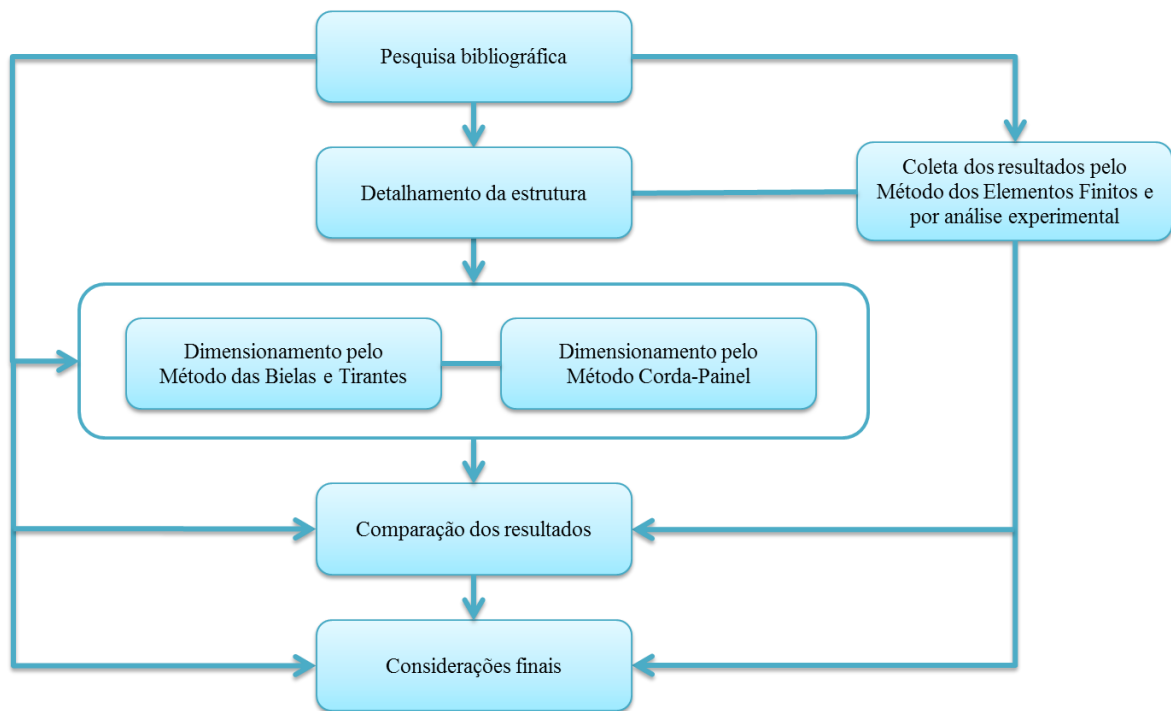
- a) as vigas-parede serão submetidas a carregamentos superiores pré-estabelecidos;
- b) na determinação dos esforços no Método das Bielas e Tirantes será utilizado o *software* CAST (*Computer Aided Strut and Tie*), versão 0.9.11;
- c) na determinação dos esforços no Método Corda-Painel será utilizado o *software* SPanCAD (*Stringer Panel Computer Aided Design*), versão 2000;
- d) os resultados obtidos pelos métodos estudados serão comparados com duas vigas-parede ensaiadas experimentalmente que possuem relação entre vão e altura aproximadamente igual a 1 (um), 10 cm de base da seção transversal e 160 cm de altura.

2.6 DELINEAMENTO

O trabalho será realizado através das etapas apresentadas a seguir, que estão representadas na figura 1, e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) detalhamento da estrutura a ser analisada;
- c) coleta dos resultados obtidos por análise experimental e por análise pelo Método dos Elementos Finitos;
- d) dimensionamento pelo Método das Bielas e Tirantes;
- e) dimensionamento pelo Método Corda-Painel;
- f) comparação entre os resultados;
- g) considerações finais.

Figura 1 – Diagrama do delineamento do trabalho



(fonte: elaborado pela autora)

Primeiramente foi realizada a **pesquisa bibliográfica**, que se estendeu por toda a execução do trabalho, e que teve por objetivo o estudo do comportamento não-linear dos elementos estruturais especiais e a compreensão dos métodos usualmente utilizados para dimensioná-los. Para isso foram utilizados materiais como normas técnicas, teses, dissertações, artigos e livros tanto nacionais como estrangeiros.

Na etapa **detalhamento da estrutura a ser analisada**, tomou-se o estudo sobre vigas-parede efetuado por d'Avila (2003, p. 100-113) para se escolher uma das geometrias estudadas, para que posteriormente os resultados dos trabalhos pudessem ser comparados.

Na **coleta dos resultados obtidos por análise experimental e por análise pelo Método dos Elementos Finitos** volou-se ao estudo efetuado por d'Avila (2003, p. 100-113), que comparou os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos com a análise experimental efetuada por Leonhardt e Walther¹ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100-113). Foram extraídos os resultados de duas vigas-parede de mesma geometria, mas com configurações e taxas de armaduras diferentes.

¹ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

A próxima etapa foi do **dimensionamento pelo Método das Bielas e Tirantes**. Através da bibliografia foram definidas as configurações das bielas e dos tirantes que conseguissem representar o comportamento das vigas-parede, bem como que atendessem às recomendações das Normas NBR 6.118/2014 e ACI 318/2014. Esses modelos foram lançados no *software* CAST para se obterem as solicitações em cada uma das barras.

Simultaneamente, foi realizado o **dimensionamento pelo Método Corda-Painel**, que teve as configurações dos painéis e das cordas definidas com base em estudos já realizados. Os modelos para este método foram colocados no programa SPanCAD para gerar os esforços na estrutura.

Na etapa seguinte, uma **comparação dos resultados** foi efetuada, visto que se teve em posse os resultados obtidos pelos métodos estudados no trabalho, juntamente com os provenientes do estudo de d'Avila (2003, p. 100-113). O objetivo dessa etapa foi identificar e avaliar as diferenças dos produtos de cada método com os resultados experimentais.

Por fim, com as comparações finalizadas, o trabalho foi concluído através das **considerações finais** que discutiu as diferenças acentuadas entre os resultados e o porquê disto. Foi discutido também as dificuldades encontradas na aplicação de cada modelo de cálculo para vigas-parede.

3 VIGAS-PAREDE

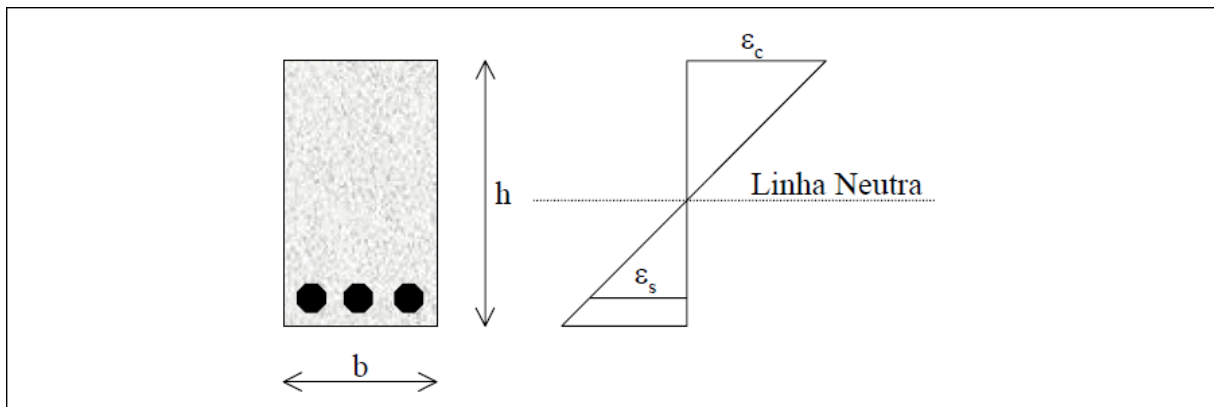
Este capítulo apresenta o conceito, as características quanto à ruptura e comportamento das estruturas especiais denominadas vigas-parede. Em seu último item, o capítulo traz as recomendações da NBR 6.118/2014 quanto às armaduras destes tipos de estruturas.

3.1 DEFINIÇÃO

Vigas-parede são estruturas planas verticais apoiadas descontinuamente como as vigas, que recebem carregamentos atuantes em seu próprio plano. A NBR 6.118/2014 as define como “[...] vigas altas em que a relação entre o vão e a altura ℓ/h é inferior a 2 em vigas biapoiadas e inferior a 3 em vigas contínuas.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 181) e ainda as classifica como sendo elementos estruturais especiais, que para serem entendidos é necessário se conhecer o conceito da hipótese de Bernoulli e do Princípio de Saint-Venant.

A hipótese de Bernoulli, enunciada por Jacob Bernoulli (1654-1705), estabelece que as seções planas permanecem planas e perpendiculares à linha neutra de uma barra, após a deformação. Portanto, pode-se assumir que a distribuição de deformações é mantida linear, desde o início do carregamento até a ruína (figura 2).

Figura 2 – Distribuição linear de deformações em viga de concreto armado



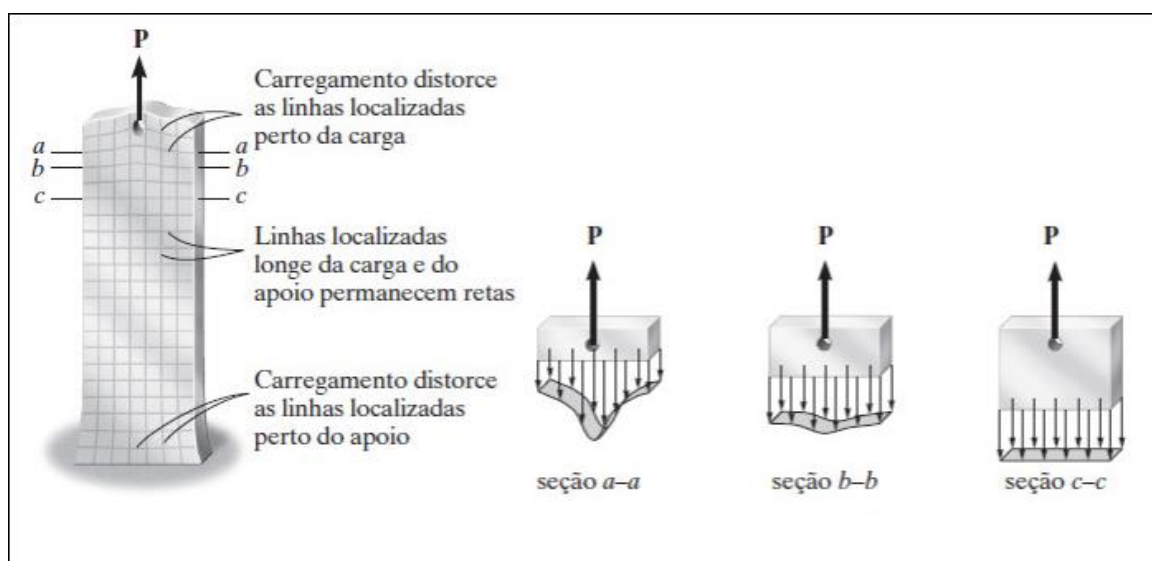
(fonte: SOUZA, 2004, p. 6)

Tal hipótese comumente despreza as deformações de distorção provocadas pelo esforço cortante, o que possibilita um dimensionamento prático para a maioria dos elementos estruturais. Porém, aos elementos estruturais especiais, esta hipótese, também chamada de hipótese das seções planas, não pode ser estendida, uma vez que eles possuem, em sua constituição, regiões onde não se observa a linearidade na distribuição de deformações. Tais regiões podem ser entendidas ao se estudar o Princípio de Saint-Venant.

O Princípio de Saint-Venant, ilustrado na figura 3, é um conceito fundamental da elasticidade e (SOUZA, 2004, p. 7):

[...] estabelece que: “se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças sendo aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes, mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezíveis em regiões suficientemente afastadas da área de aplicação das cargas. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas de tensão.”.

Figura 3 – Representação do Princípio de Saint-Venant



(fonte: adaptada de HIBBELER, 2010, p. 86)

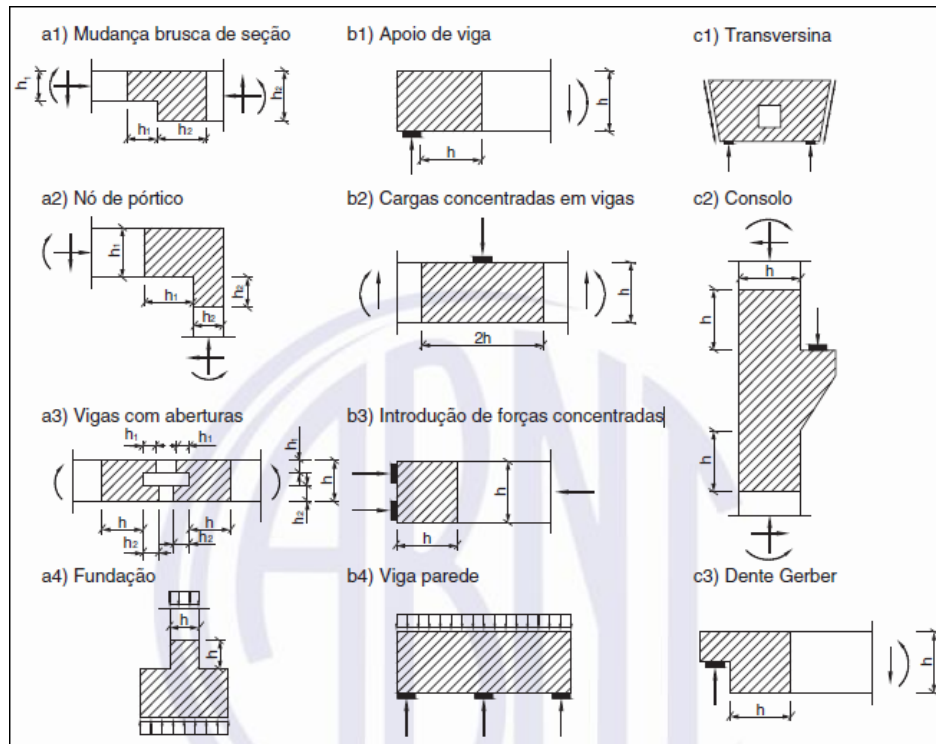
Pelo Princípio de Saint-Venant pode-se concluir que em apenas regiões suficientemente afastadas do ponto de aplicação da carga a hipótese de Bernoulli é válida, pois nestas regiões não ocorrem grandes perturbações de tensão. Já na região imediatamente abaixo do ponto carregado, as deformações por esforço cortante apresentam valores significativos, obrigando a sua consideração no dimensionamento dos elementos estruturais.

A partir da hipótese de Bernoulli e do Princípio de Saint-Venant, os engenheiros alemães Schlaich e Schäfer (1991, p. 113-114, tradução nossa) classificaram as regiões das estruturas em regiões B e D. Às regiões nas quais a hipótese de Bernoulli de distribuição linear de tensões e deformações é válida, foram designadas de regiões B. A letra B deriva de Bernoulli, *Beam* (viga) e *Bending theory* (teoria de flexão). O estado interno de tensões é obtido dos esforços seccionais (momentos de flexão e de torção, esforço cortante e normal) (CAMPOS FILHO, 1996, p. 3). Às regiões onde a hipótese não é válida foram chamadas de regiões D, onde a letra D é de Descontinuidade, Distúrbio, *Deep beam* (viga-parede). Na maioria dos casos, o limite entre as regiões B e D pode ser considerado localizado a uma distância h da seção efetiva da descontinuidade (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 179).

Nas áreas hachuradas dos elementos estruturais da figura 4, encontram-se ilustradas regiões D com distribuição de deformações não-linear devido à descontinuidade:

- a) geométrica;
- b) estática;
- c) geométrica e estática.

Figura 4 – Situações típicas de regiões D



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 180)

Observa-se que em alguns elementos estruturais a descontinuidade é generalizada, logo, a estrutura como um todo é definida como região D, que é o que ocorre nos consolos curtos, nos blocos de fundação e nas vigas-parede.

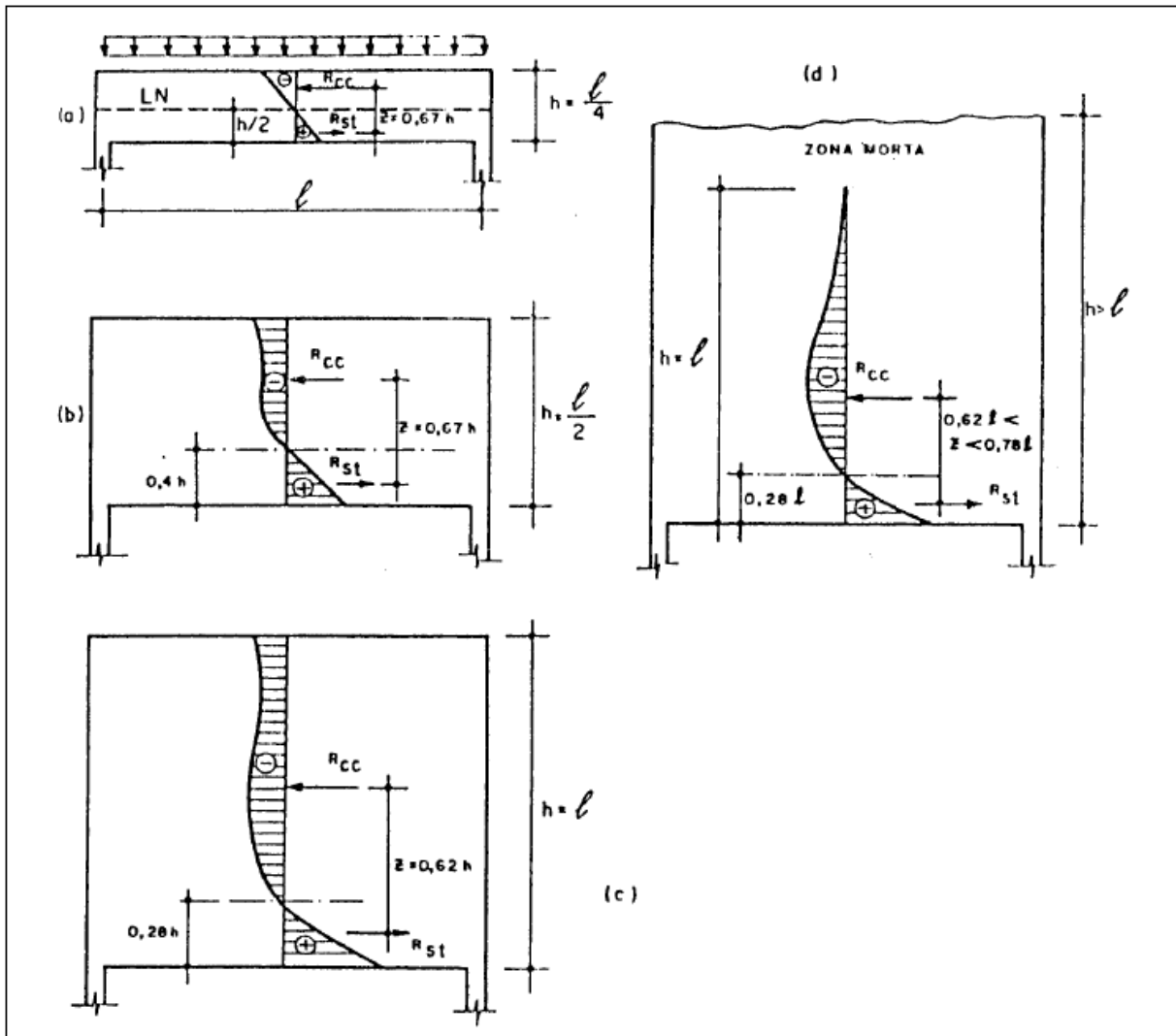
3.2 COMPORTAMENTO

O comportamento estrutural de vigas-parede começa a se diferenciar gradualmente do comportamento de vigas esbeltas a partir da relação entre vão e altura igual a 2 (dois), no caso de vigas de um só vão. Quanto menor é esta relação, mais o diagrama das deformações deixa de ser retilíneo, conseqüentemente, mais a linha neutra da seção é empurrada para baixo (SANTOS, 1999, p. 7).

A figura 5 mostra a dependência entre a componente σ_x (tensão normal à seção transversal) e a esbeltez ℓ/h , na seção do meio do vão, para uma viga-parede submetida a carregamento uniformemente distribuído sobre apoios diretos. As resultantes dos esforços de tração (R_{st}) e compressão (R_{cc}) são caracterizadas por sua posição ao longo da altura da viga, sendo z a distância entre elas. Para uma esbeltez $\ell/h = 4$, a distribuição de tensões é linear, confirmando a validade da hipótese das seções planas para vigas esbeltas (figura 6a). Já para uma esbeltez igual a 2 (dois), a distribuição das tensões deixa de ser linear e a linha neutra da seção passa a uma distância de $0,4h$ medida da borda inferior da viga (figura 6b), observa-se que é a partir dessa esbeltez que a diferença dos valores de z torna-se perceptível. A mesma não linearidade de tensões é observada para uma relação $\ell/h = 1$, sendo que a linha neutra agora passa a $0,28h$ também medida da borda inferior (figura 6c). E, finalmente, para $h \geq \ell$, apesar da distância z entre as resultantes diminuir ainda mais, o valor de R_{st} varia pouco, isto significa que apenas a parte inferior da parede, com uma altura ℓ , colabora na resistência e que a parte superior atua como uma carga uniformemente distribuída (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 21).

Percebe-se que para diferentes relações de ℓ/h , ter-se-ão distribuições singulares para as tensões, o que leva a comportamentos resistentes distintos. Esta é uma das inúmeras variáveis que dificultam o dimensionamento de vigas-parede, assim como podem ser citadas: a posição do carregamento (superior ou inferior) e do bordo onde está aplicado; a espessura da viga; a presença ou não de enrijecedores de apoio, de engrossamentos locais e da existência de pilares nas extremidades; a resistência do concreto utilizado e as taxas e distribuições das armaduras na peça (KUEHN, 2002, p. 47).

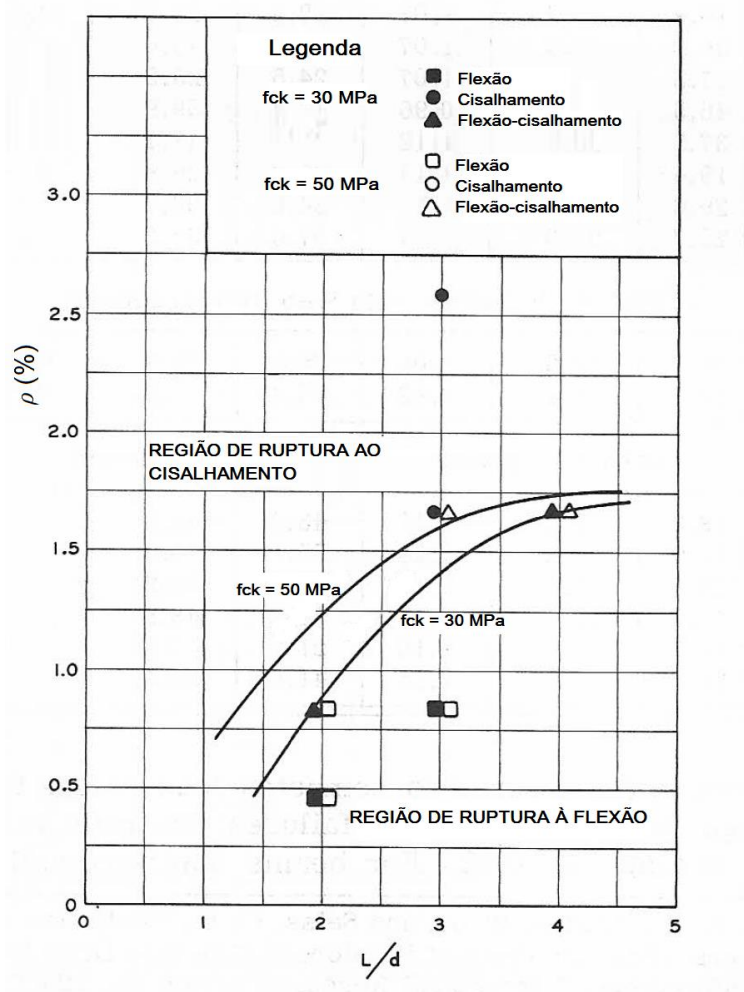
Figura 5 – Tensões σ_x e posição dos esforços resultantes no meio do vão, em vigas de um só vão, com carregamento uniforme superior para diversos valores de l/h



(fonte: adaptada de LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 21)

Numa viga esbelta sob carregamento, o estado de tensão é tal que se pode estimar a sua capacidade de carga como a de sua resistência à flexão, caso não ocorra alguma ruptura prematura por cisalhamento (geralmente evitada com armadura de alma). Porém, em vigas-parede, esta resistência nem sempre é atingida, o que leva a peça a ser rompida por cisalhamento para níveis de carga menores que os esperados para a flexão, apesar de estes valores serem altos (MANUEL et al., 1971, p. 956, tradução nossa; SMITH; VANTSIOTIS, 1982, p. 211, tradução nossa). Segundo Paiva e Siess (1965, p. 31, tradução nossa), esta mudança do tipo de ruptura é função da porcentagem de aço, ou seja, da taxa de armadura, e o nível em que isto ocorre aumenta com l/d e f_{ck} (figura 6).

Figura 6 – Influência de l/d , f_{ck} e taxa geométrica de armadura ρ no tipo de ruptura de vigas-parede sem armadura de alma



(fonte: adaptada de PAIVA; SIESS, 1965, p. 33)

3.3 MECANISMOS DE RUPTURA

A fim de que se possa desenvolver uma formulação apropriada para o dimensionamento de vigas-parede, são de suma importância o conhecimento e o entendimento dos seus mecanismos de ruptura que, de maneira geral, são: ruptura por flexão, por cisalhamento, por flexão-cisalhamento e, finalmente, ruptura local.

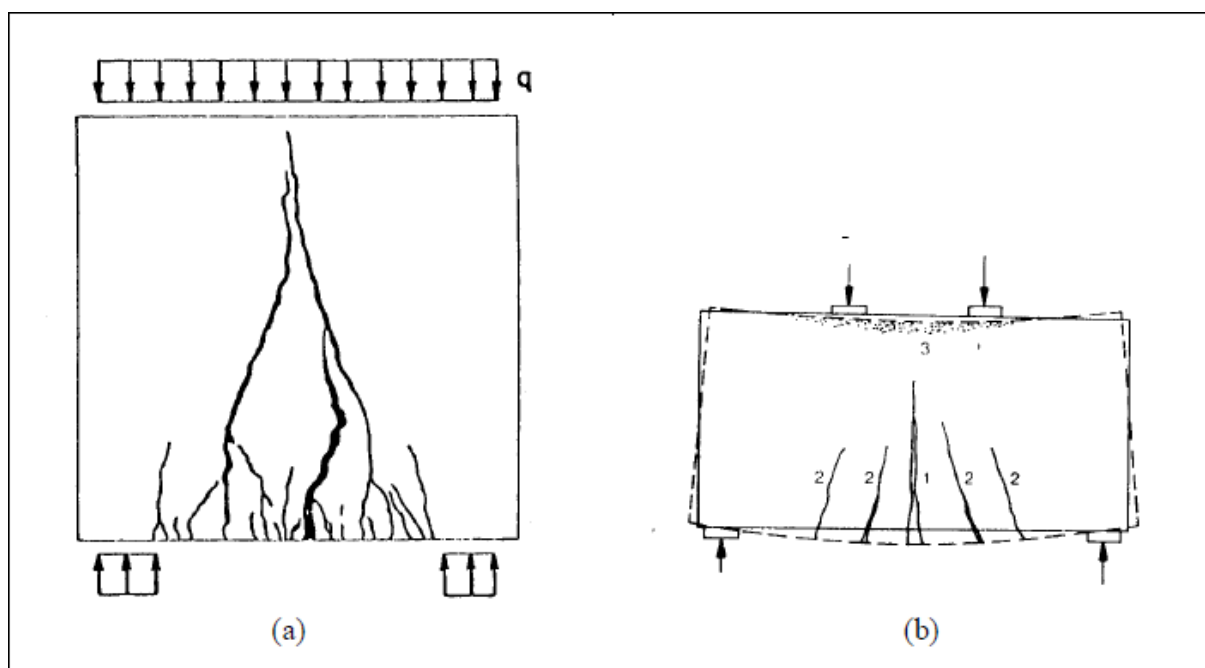
3.3.1 Ruptura por flexão

É caracterizada principalmente pela ultrapassagem do limite de escoamento da armadura de flexão (armadura longitudinal) no meio do vão. Há o aparecimento de fissuras verticais na base da viga que se prolongam até quase toda a sua altura. Via de regra, a ruptura ocorre pelo

escoamento da armadura e só em casos especiais com o esmagamento do concreto (SANTOS, 1999, p. 11).

A figura 7 ilustra duas vigas-parede rompendo por flexão: uma sob carregamento uniformemente distribuído e a outra sob ação de cargas concentradas. Destaca-se que em (b), os eventos 1 e 2 correspondem ao aparecimento de fissuras e o evento 3 ao esmagamento do concreto.

Figura 7 – Ruptura por flexão em vigas-parede biapoiadas



(fonte: SANTOS, 1999, p. 12)

3.3.2 Ruptura por cisalhamento

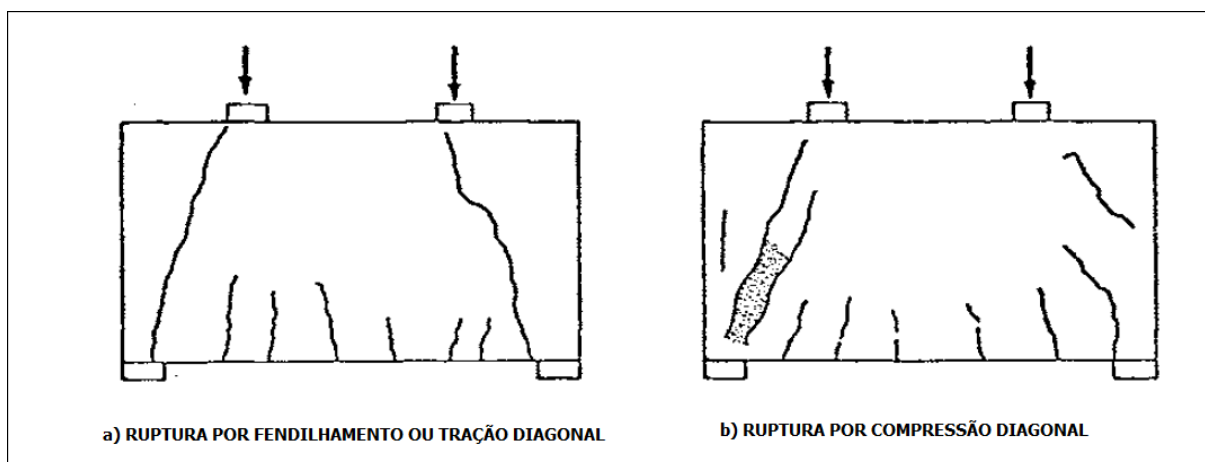
A ruptura por cisalhamento, ao contrário da flexão, depende fundamentalmente da localização e distribuição das cargas aplicadas (MELO, 1984, p. 15). Para as vigas-parede biapoiadas carregadas no bordo superior, a ruptura se inicia com a formação repentina de uma fissura diagonal principal em ambos os vãos de cisalhamento, próxima aos apoios, que se propaga em direção ao ponto de aplicação da carga concentrada mais próxima ou em direção ao ponto a 1/3 do vão a partir do apoio no caso de carregamento distribuído (NEPOMUCENO, 2012, p. 8).

Segundo Melo (1984, p. 15), dependendo, entre outros fatores, da existência ou não e da eficácia da armadura de alma, a ruptura por cisalhamento em vigas-parede biapoiadas divide-se em duas:

a) ruptura por fendilhamento ou tração diagonal (figura 8a): em geral, ocorre ao mesmo tempo em que a fissura diagonal é formada, sem esmagamento do concreto. Com o acréscimo de carga aplicada, aumentam as forças de compressão na biela inclinada e, conseqüentemente, da tração indireta transversal a ela. Este tipo de ruptura está associado à inexistência da armadura de alma (KUMAR², 1976 apud MELO, 1984, p. 16) ou a sua ineficiência (TANER et al., 1977, p. 516, tradução nossa);

b) ruptura por compressão diagonal (figura 8b): após a aparição da primeira fissura de cisalhamento entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, surgem novas fissuras paralelas a primeira formando uma biela comprimida, cujo esmagamento leva a estrutura à ruína. Segundo Kumar³ (1976 apud MELO, 1984, p. 17), esta ruptura é a mais provável que ocorra quando se utiliza armadura de alma.

Figura 8 – Ruptura por cisalhamento em vigas-parede biapoiadas



(fonte: MELO, 1984, p. 16)

3.3.3 Ruptura por flexão-cisalhamento

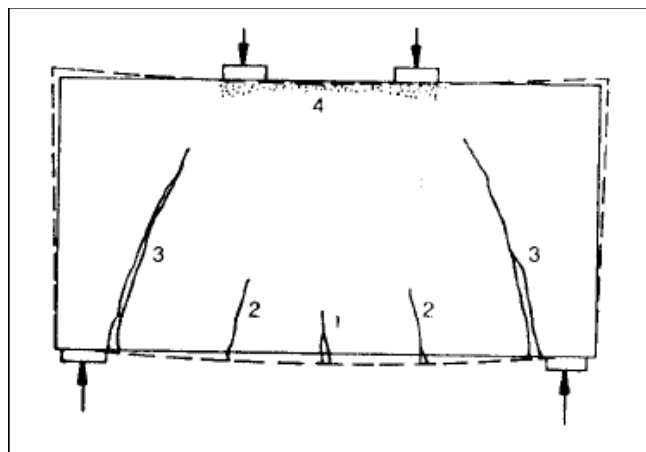
Segundo Santos (1999, p. 14), a ruptura se inicia pelo escoamento da armadura seguido pelo esmagamento do concreto na zona comprimida. No entanto, a resistência última ao cisalhamento é atingida antes do esmagamento total do concreto na zona de compressão.

² KUMAR, P. Collapse load of deep reinforced concrete beams. *Magazine of Concrete Research*, London, v. 28, n. 94, p. 30-36, Mar. 1976.

³ op. cit.

A ruptura por flexão-cisalhamento encontra-se representada na figura 9, sendo que os números indicam a ordem dos eventos.

Figura 9 – Ruptura por flexão-cisalhamento em vigas-parede biapoiadas



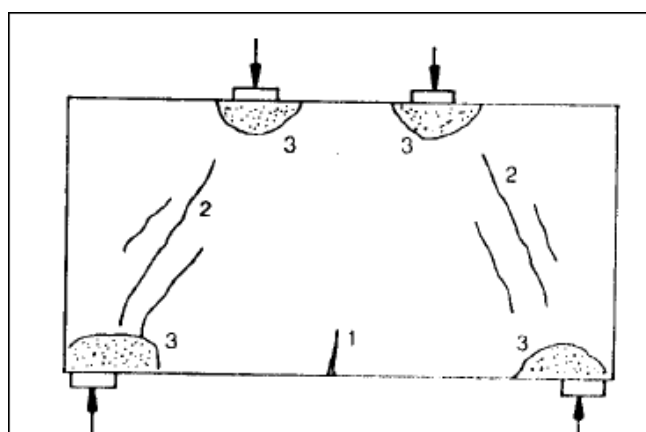
(fonte: SANTOS, 1999, p. 15)

3.3.4 Ruptura por esmagamento do concreto

Também chamada de ruptura local, caracteriza-se pela ocorrência de esmagamento do concreto sobre o apoio ou sob cargas concentradas devido às elevadas tensões de compressão nestas regiões, antes que a capacidade resistente da viga tenha sido esgotada.

Os eventos 1 e 2, representados na figura 10, correspondem ao aparecimento de fissuras e o evento 3 ao esmagamento do concreto quando da ocorrência de ruptura local.

Figura 10 – Ruptura local em vigas-parede biapoiadas



(fonte: SANTOS, 1999, p. 17)

3.4 RECOMENDAÇÕES DA NBR 6.118/2014

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (2014, p. 181) ressalta no seu item 22.4.2 que o comportamento estrutural das vigas-parede apresenta algumas características específicas, sendo que a ineficiência, tanto à flexão quanto ao cisalhamento, quando comparadas às vigas usuais merecem maior destaque. Destaca ainda que este comportamento e também a resistência da estrutura podem ser significativamente influenciados por perturbações geradas por cargas concentradas, aberturas ou engrossamentos. E, que por serem estruturas altas, as vigas-parede acabam por apresentar problemas de estabilidade como corpo rígido e, às vezes, estabilidade elástica, necessitando frequentemente de enrijecedores de apoio ou travamentos laterais.

Quanto ao dimensionamento de vigas-parede, a NBR 6.118/2014 permite, em seu item 22.4.3, que sejam utilizados modelos planos elásticos lineares ou não lineares e modelos concebidos a partir do Método das Bielas e Tirantes.

A Norma ainda preconiza sobre o detalhamento das armaduras de flexão e vertical e da ancoragem da armadura de flexão positiva nos apoios (figura 11):

a) armadura de flexão,

- os tirantes de tração devem cobrir toda a zona efetivamente tracionada, não sendo permitida a concentração em uma ou poucas camadas de armadura, conforme o modelo de cálculo adotado. Essa armadura deve ser distribuída em altura da ordem de $0,15h$;
- a taxa de armadura horizontal mínima deve ser $0,075\%b$ por face, por metro;

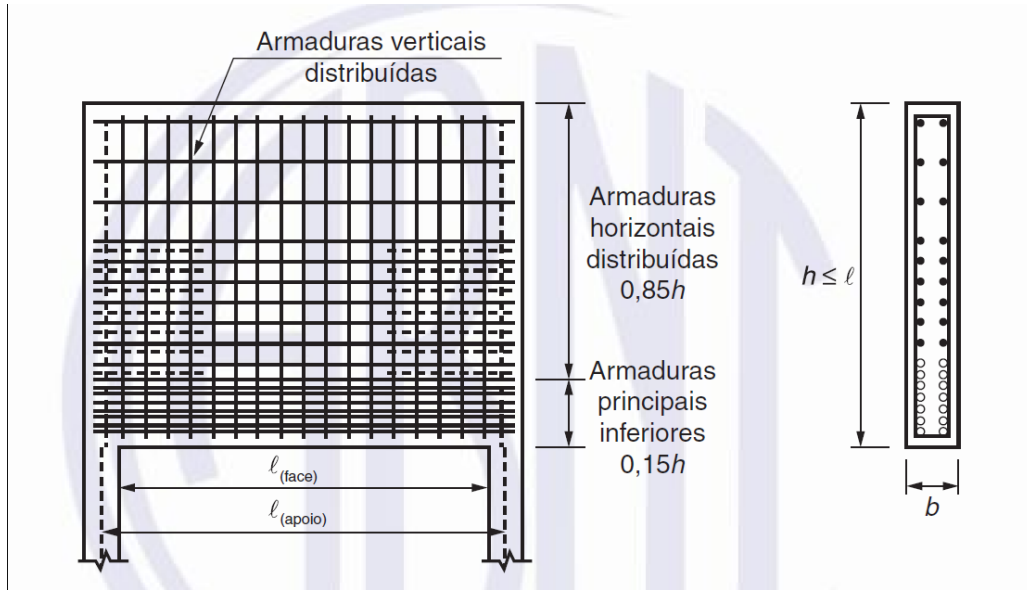
b) armadura vertical,

- a taxa mínima de armadura deve ser $0,075\%b$ por face, por metro;
- deve envolver as armaduras horizontais, principais ou secundárias;

c) ancoragem da armadura de flexão positiva nos apoios,

- a armadura de flexão deve ser prolongada integralmente até os apoios e aí bem ancorada;
- não é permitido o uso de ganchos no plano vertical, devem-se usar preferencialmente laços ou grampos no plano horizontal ou então dispositivos especiais.

Figura 11 – Armação típica de viga-parede com $h \leq \ell$



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 183)

4 ALTERNATIVAS DE DIMENSIONAMENTO

Este capítulo apresenta as alternativas de dimensionamento, que serão utilizadas no presente trabalho para vigas-parede, estando subdividido nas seguintes partes: Método das Bielas e Tirantes (MB) e Método Corda-Painel (MCP).

4.1 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

A seguir, é apresentado o histórico do Método das Bielas e Tirantes (MB), seguido pela sua definição e as etapas de dimensionamento.

4.1.1 Histórico

Por volta de 1900, Wilhelm Ritter e Emil Mörsch propuseram, para a determinação da armadura transversal necessária ao equilíbrio de uma viga esbelta de concreto armado, uma teoria em que o mecanismo resistente da viga já fissurada (estádio II) pudesse ser associado ao funcionamento de uma treliça (NEPOMUCENO, 2012, p. 10). A esta teoria deu-se o nome de “Analogia de Treliça”.

De acordo com Nepomuceno (2012, p. 11), tal analogia inicialmente não foi bem aceita, pois além de conduzir a resultados de resistência ao cisalhamento muito conservadores, à medida que negligenciava a contribuição do concreto, ela levava ao dimensionamento de uma armadura transversal exagerada, pois a tensão calculada na armadura era maior que a tensão real. No entanto, com o desenvolvimento das técnicas de ensaio de estruturas, foi constatado que o modelo proposto por Mörsch e Wilhelm poderia ser empregado, desde que fossem feitas correções adequadas.

A partir das modificações e aperfeiçoamentos efetuados, a teoria teve reconhecimento mundial, sendo considerada uma das concepções mais duradouras da história do concreto armado (SILVA; GIONGO, 2000, p. 3). E mesmo que diversas mudanças tenham ocorrido desde então, como o aumento das resistências do concreto e do aço, os princípios da analogia continuam válidos e ainda hoje são usados como base de cálculo ao cisalhamento.

Para o tipo de estrutura estudada neste trabalho, a utilização do Método das Bielas e Tirantes para o seu dimensionamento foi impulsionada após a publicação dos trabalhos apresentados pelos pesquisadores alemães Schäfer e Schlaich⁴ (1988 apud SOUZA, 2004, p. 89) e Schäfer e Schlaich (1991, p. 113-125, tradução nossa).

4.1.2 Definição

Os modelos de bielas e tirantes consistem em representações discretas dos campos de tensão de tração e compressão nos elementos estruturais de concreto armado. As bielas são idealizações dos campos de tensões de compressão no concreto na direção da biela e os tirantes, campos de tensão de tração, que podem ser absorvidos por uma ou várias camadas de armadura. Em casos especiais, as tensões de tração também podem vir a serem absorvidas pelo concreto, como é o caso das lajes sem estribos (SILVA; GIONGO, 2000, p. 4).

O modelo idealizado, que é uma estrutura de barras de treliça, concentra todas as tensões em barras comprimidas e tracionadas unindo-as através de nós em combinação com forças de ancoragem e/ou forças de compressão externas (ações concentradas ou reações de apoio). Os nós podem ser definidos como um volume de concreto que envolve as interseções das bielas comprimidas e os tirantes.

Nepomuceno (2012, p. 13) afirma que uma das grandes vantagens do modelo de bielas e tirantes é poder analisar qualquer elemento estrutural sem que seja necessária a separação dos esforços solicitantes e das forças internas para equilibrá-los, constituindo assim um modelo mais realista.

O MB é baseado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, o qual institui que (SOUZA, 2004, p. 88):

[...] um campo tensorial que satisfaz as condições de equilíbrio e de contorno e que não viole o critério de escoamento em nenhum ponto da estrutura, fornece um limite inferior para a estimativa da capacidade de materiais elasto-plásticos perfeitos. No entanto, para que isso seja verdade, o esmagamento do concreto nas escoras e nas regiões nodais não pode ocorrer antes do escoamento das armaduras (tirantes e estribos).

⁴ SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J. Consistent design of structural concrete using strut and tie models. In: COLÓQUIO SOBRE COMPORTAMENTO E PROJETO DE ESTRUTURAS, 5., 1988, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1988.

A este tipo de campo de tensões, dá-se o nome de estaticamente admissível ou seguro, pois uma carga atuante referida a ele é sempre menor que a carga de colapso real da estrutura, ou seja, os limites inferiores são sempre valores a favor da segurança.

Segundo Campos Filho (1996, p. 5), a exigência de que a capacidade de deformação não seja excedida em nenhum ponto da estrutura para regiões com tensões elevadas é respeitada quando se colocam as bielas e os tirantes nas direções principais de tensões, conforme a Teoria da Elasticidade. Para regiões com médias e baixas tensões, estas direções podem se afastar mais das principais, de acordo com as necessidades de projeto. O elemento estrutural vai se adaptar a estrutura interna escolhida para o modelo.

4.1.3 Geometria dos modelos

O modelo de bielas e tirantes adotado está relacionado à geometria da estrutura e às ações atuantes em seu contorno. Segundo Silva e Giongo (2000, p. 6), a geometria do modelo pode ser obtida mediante análise dos seguintes fatores:

- a) tipos de ações atuantes na estrutura;
- b) ângulos entre bielas e tirantes;
- c) área de aplicação das ações e reações;
- d) número de camadas da armadura;
- e) cobrimento da armadura.

Ainda pelos autores citados anteriormente, os ângulos formados entre as bielas e os tirantes estão relacionados com a distribuição de tensões elásticas produzidas pelas ações atuantes. Já as dimensões das bielas e regiões nodais dependem das áreas de aplicação das ações e reações, como também do número de camadas e do cobrimento da armadura.

As bielas e os tirantes devem ser dispostos de tal forma que os centros de gravidade de cada membro da modelo, bem como as linhas de ação de todas as ações aplicadas externamente, coincidam em cada um dos nós (WIGHT; MACGREGOR, 2012, p. 889-890, tradução nossa). Esta é uma alternativa para se limitar as dimensões das bielas.

4.1.4 Regiões B e D

De acordo com o boletim 150 do CEB (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1982, p. 32), as regiões de um elemento estrutural subdividem-se em regiões B e D. As regiões B, que possuem distribuição linear de deformações ao longo da altura da seção transversal do elemento, quando já se encontram fissuradas podem ser projetadas utilizando-se os modelos de treliça usuais. Os modelos de bielas e tirantes representam o fluxo interno de tensões em regiões D de maneira aproximada. Esses últimos modelos citados possibilitam uma análise simultânea dos dois tipos de regiões, pois o modelo de treliça nada mais é que um caso particular do modelo de bielas e tirantes.

A subdivisão da estrutura em regiões contínuas e descontínuas pode ser efetuada a partir da consideração das trajetórias de tensões nas proximidades das regiões D. Conforme visto anteriormente, pelo Princípio de Saint-Venant, há uma região definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da seção transversal do elemento carregado, no qual se processa a regularização das tensões.

4.1.5 Análise estrutural

Os esforços solicitantes no contorno das regiões descontínuas são necessários para o projeto dessas regiões e eles são obtidos a partir da análise estrutural e do projeto das regiões B adjacentes (figura 12a). Para o caso de vigas-parede, que se constitui apenas de região D, as forças no contorno são as próprias ações aplicadas e as reações de apoio.

Segundo Silva e Giongo (2000, p. 10), a divisão da estrutura em regiões B e D e a definição dos esforços no contorno são de fundamental importância para o delineamento dos caminhos de tensões dentro dos elementos estruturais. O modelo adotado para a estrutura é então função da geometria da mesma e das ações atuantes em seu contorno. Estruturas de mesma geometria e ações diferentes, em geral, serão modeladas de maneiras diferentes, por isso, não é adequado o uso de apenas os parâmetros geométricos para a modelagem das estruturas. Logo, as relações l/h , muito utilizadas para a classificação das vigas-parede e dos consolos, podem não ser suficientes.

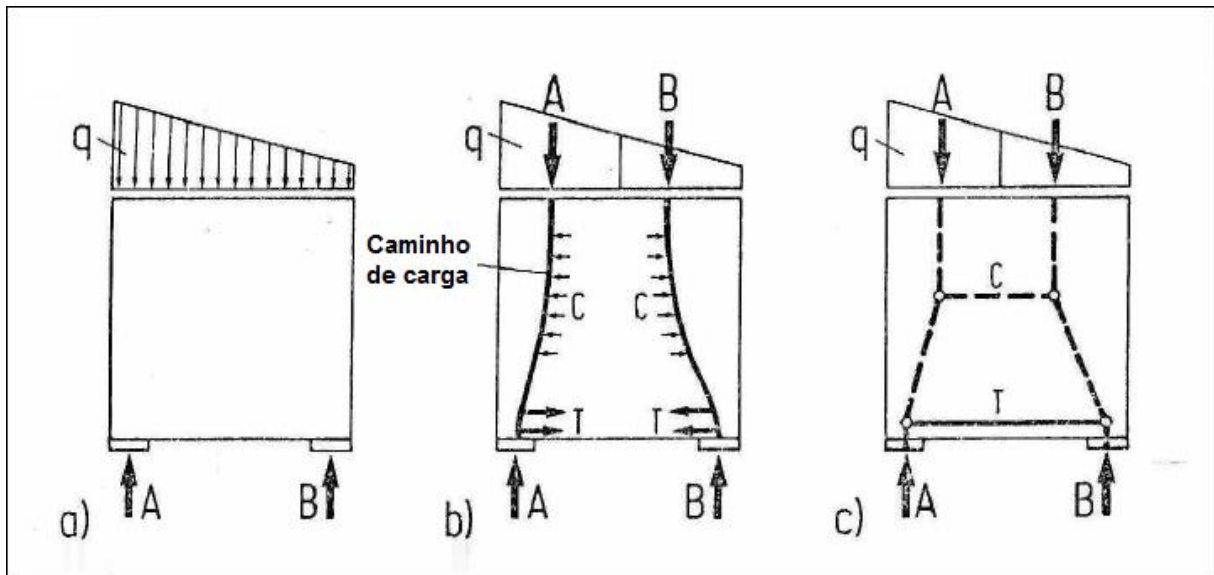
4.1.6 Determinação do caminho de carga

Modelos de bielas e tirantes podem ser sistematicamente desenvolvidos traçando-se o fluxo de tensões por dentro da região D pelo processo do caminho de carga (*load path*) da seguinte forma (CAMPOS FILHO, 1996, p. 5):

- a) todas as forças aplicadas nos contornos da região D são subdivididas de tal forma, que as resultantes individuais de tensões nos lados opostos da região tenham do outro lado ações que as equilibrem e possam ser ligadas por linhas de fluxo que não se cruzam e que estejam alinhadas entre si (figura 12b);
- b) após traçar todas as linhas de fluxo, deve-se substituí-las por poligonais que são divididas em bielas e tirantes, sendo as bielas representadas por linhas interrompidas e os tirantes por linhas contínuas, cuidando-se para adicionar outras bielas e tirantes para o equilíbrio transversal do modelo (figura 12c).

Na figura 12 está representado um modelo de bielas e tirantes para uma viga-parede. Em (a) está ilustrada a estrutura e suas cargas, em (b) o fluxo de forças no interior da estrutura e em (c) finalmente tem-se o modelo de bielas e tirantes correspondente.

Figura 12 – Modelo de bielas e tirantes para uma viga-parede



(fonte: adaptada de SCHLAICH; SCHÄFER, 1991, p. 114)

Segundo Campos Filho (1996, p. 5), a utilização de um programa de elementos finitos (análise elástica linear) pode facilitar o traçado do caminho de carga e para se evitar problemas de incompatibilidade, deve-se evitar utilizar ângulos entre os elementos inferiores de 45° nos modelos de bielas e tirantes.

O autor ainda afirma que qualquer modelo é aceitável, desde que atenda as condições de equilíbrio, que seja orientado pela Teoria da Elasticidade e que resulte em uma posição prática para a armadura.

Schäfer e Schlaich (1991, p. 115, tradução nossa) comentam que podem aparecer algumas dúvidas quanto ao modelo de bielas e tirantes a ser escolhido dentre as diversas possibilidades. Os autores afirmam que, na seleção do modelo, é interessante considerar que os esforços tendem a se encaminhar a caminhos mais curtos e com as menores deformações. Uma vez que as armaduras dos tirantes são bem mais deformáveis que as bielas de concreto, o modelo mais adequado será aquele que tiver o menor número de tirantes e estes com os menores comprimentos. Este simples critério pode ser expresso numericamente, através da expressão 1.

$$\sum F_i \times \ell_i \times \epsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (\text{expressão 1})$$

Sendo:

F_i = força na biela ou tirante i (kN);

ℓ_i = comprimento do elemento i (cm);

ϵ_{mi} = deformação média do elemento i (cm/cm).

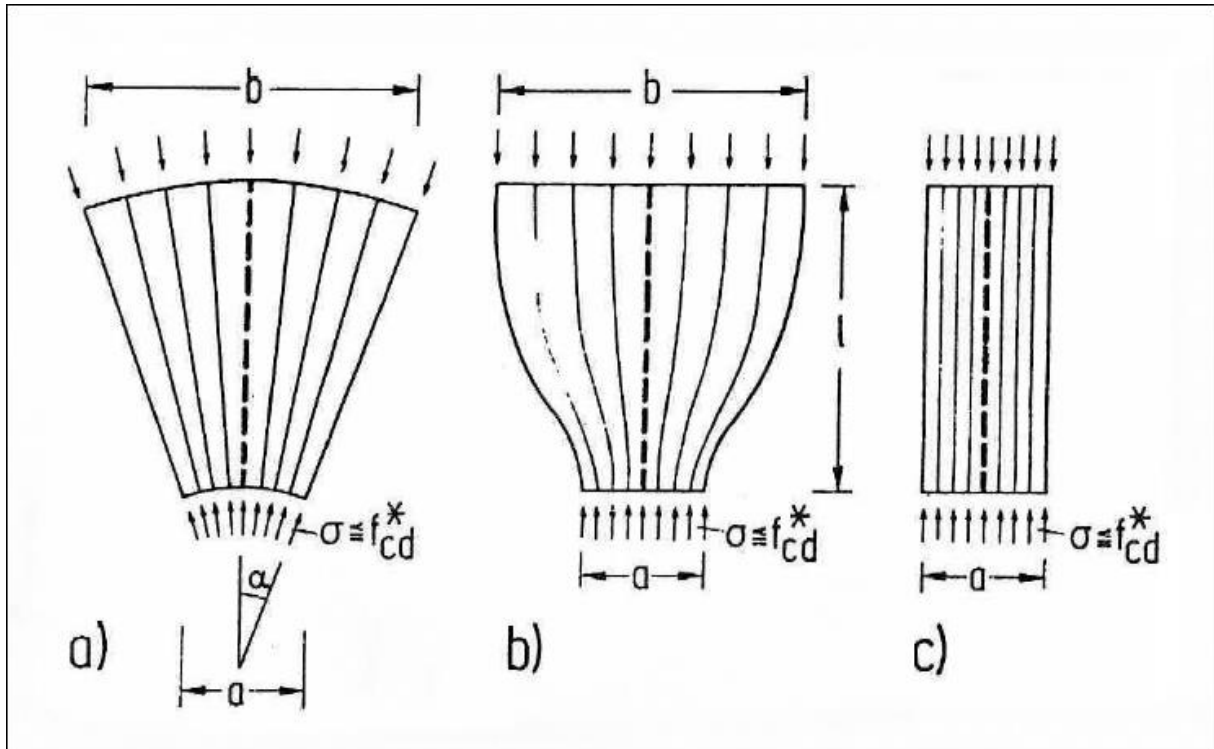
4.1.7 Bielas

Bielas são discretizações, no modelo, de campos de tensão de compressão no concreto. Para cobrir todos os casos de campos de compressão, incluindo aqueles que aparecem nas regiões B, são suficientes três configurações típicas (figura 13) (CAMPOS FILHO, 1996, p. 8):

- a) o campo de tensões em forma de leque (*fan-shaped*): trata-se de uma idealização de um campo de tensões com uma curvatura desprezível, sem que se desenvolvam tensões de tração transversais (figura 13a). Utiliza-se a resistência uniaxial de cálculo do concreto ($\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$) em sua verificação;
- b) o campo de tensões em forma de garrafa (*bottle-shaped*): trata-se de um campo de tensões que apresenta tensões transversais consideráveis: a compressão no pescoço e a tração na base (as tensões transversais combinadas as tensões de compressão longitudinal podem provocar o aparecimento de fissuras longitudinais e iniciar uma ruptura prematura, o que indica a necessidade de armadura (figura 13b). Deve ser empregado um critério de ruptura multiaxial;

c) o campo de tensões em forma de prisma (*prism-shaped*): o campo de tensões prismático ou paralelo é um caso particular dos dois precedentes e trata-se de um campo de tensões que se distribui uniformemente, sem perturbação, e que não produz tensão transversal de tração (figura 13c), sendo por isso típico das regiões B. Neste tipo de campo de tensões utiliza-se a resistência uniaxial de cálculo do concreto ($\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$) em sua verificação.

Figura 13 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão



(fonte: SCHLAICH; SCHÄFER, 1991, p. 115)

De acordo com Silva e Giongo (2000, p. 17), a resistência do concreto nas bielas depende, substancialmente, de seu estado multiaxial de tensões e das perturbações causadas pelas fissuras e armaduras. A compressão transversal é favorável, principalmente se ocorre em ambas às direções transversais, como é o caso das regiões confinadas, onde o confinamento é produzido pela existência de um volume considerável de concreto envolvendo o campo de tensão ou armadura transversal. Já as tensões de tração transversais e as fissuras por ela provocadas são prejudiciais, pois podem conduzir à ruptura do concreto com tensões inferiores a sua resistência à compressão.

4.1.7.1 Parâmetros de resistência

Para um dimensionamento prático de todos os campos de tensão, Schäfer e Schlaich (1991, p. 116, tradução nossa) sugerem os seguintes valores para as resistências das bielas:

- a) $f_{cd}^* = 1,0 \times \sigma_{cd}$: para um estado uniaxial de tensões e sem perturbação;
- b) $f_{cd}^* = 0,8 \times \sigma_{cd}$: para campos de tensão de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- c) $f_{cd}^* = 0,6 \times \sigma_{cd}$: para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Como $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$, deve-se considerar a fórmula 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 1})$$

Sendo:

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto (kN/cm²);

f_{ck} = resistência característica do concreto (kN/cm²);

γ_c = coeficiente de segurança do concreto.

Ainda segundo os referidos autores, os valores acima são válidos para concreto estrutural, com as limitações de aberturas de fissuras que aparecem usualmente nas normas. Os valores para concreto fissurado devem também ser aplicados ao concreto com tensões de tração transversal abaixo da resistência à tração e quando uma armadura de tração cruzar o campo de tensão.

De acordo com item 23.3.1 da norma ACI 318/2014, a resistência das bielas com reforço longitudinal, que é o caso do objeto de estudo deste trabalho, deve respeitar os critérios indicados pelas fórmulas 2, 3 e 4:

$$\phi F_{ns} \geq F_{us} \quad (\text{fórmula 2})$$

$$F_{ns} = f_{ce}A_{cs} + A'_s f'_s \quad (\text{fórmula 3})$$

$$f_{ce} = 0,85 \beta_s f'_c \quad (\text{fórmula 4})$$

Sendo:

ϕ = fator de resistência para o concreto;

F_{ns} = resistência nominal de uma biela (kN);

F_{us} = força normal majorada atuante em uma biela (kN);

f_{ce} = resistência efetiva à compressão do concreto em uma biela (kN/cm²);

A_{cs} = área da seção transversal numa extremidade de uma biela, segundo um plano perpendicular ao eixo da mesma (cm²);

A'_s = área da armadura de compressão ao longo do comprimento das bielas (cm²);

f'_s = tensão na armadura em malha, a qual permite-se considerar igual a tensão de escoamento do aço da armadura (kN/cm²);

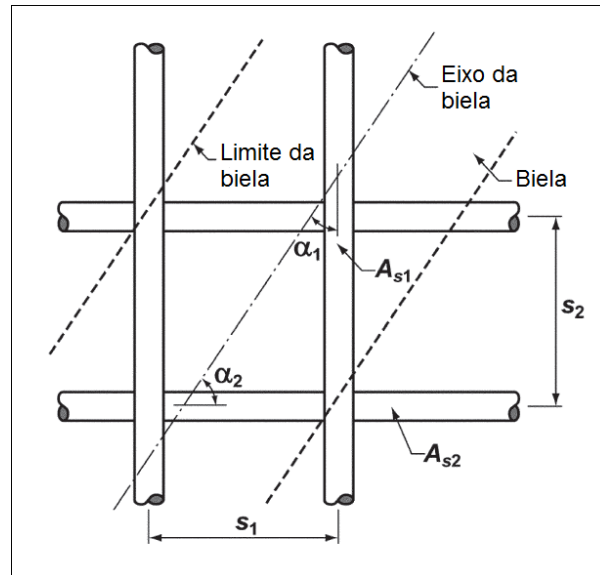
β_s = fator que leva em conta o efeito da fissuração e da armadura de confinamento na resistência efetiva à compressão de uma biela;

f'_c = resistência característica à compressão do concreto, de acordo com ACI 318/2014 (kN/cm²).

Os valores do coeficiente β_s são:

- a) $\beta_s = 1,0$: para bielas uniformes de seção constante;
- b) $\beta_s = 0,75$: para bielas do tipo garrafa que satisfaçam o item 23.5, da ACI 318/2014, de distribuição de uma malha de armadura igual a $\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \geq 0,003$, conforme ilustra a figura 14;
- c) $\beta_s = 0,60\lambda$: para bielas do tipo garrafa que não satisfaçam o item 23.5, da ACI 318/2014, de distribuição de uma malha de armadura, mencionado acima;
- d) $\beta_s = 0,40$: para bielas localizadas em elementos de tensão ou nas zonas de tensão de membros;
- d) $\beta_s = 0,60\lambda$: para todos os outros casos.

Figura 14 – Distribuição de armadura em malha em bielas do tipo garrafa



(fonte: adaptada de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 394)

No item 22.3.2 da versão mais recente da NBR 6.118/2014 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 181) tem-se, para a verificação de tensões de compressão máximas nas bielas, os seguintes parâmetros de resistência:

- a) $f_{cd1} = 0,85 \alpha_{v2} f_{cd}$: para bielas prismáticas;
- b) $f_{cd2} = 0,60 \alpha_{v2} f_{cd}$: para bielas atravessadas por mais de um tirante;
- c) $f_{cd3} = 0,72 \alpha_{v2} f_{cd}$: para bielas atravessadas por um único tirante.

O valor de α_{v2} é dado pela fórmula 5:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{fórmula 5})$$

Sendo:

f_{ck} = resistência característica do concreto (MPa);

4.1.8 Tirantes

Segundo Campos Filho (1996, p. 8), os tirantes podem ser subdivididos em: tirantes em tração com armadura e tirantes de concreto em tração sem armadura. Os primeiros são

essencialmente elementos lineares ou unidimensionais entre dois nós, enquanto os segundos são campos de tensão bi ou tridimensionais entre dois nós adjacentes.

Nos tirantes tracionados de concreto, deve-se utilizar a resistência à tração. O referido autor ainda cita que usando o fluxo de forças para construção dos modelos de bielas e tirantes, ocorre situações em que o equilíbrio só pode ser satisfeito se a resistência do concreto à tração for considerada.

A maioria das normas de concreto, de forma equivocada, não reconhece o fato de que sem usar a resistência à tração do concreto, nenhuma ancoragem, laje sem estribo, nó de pórtico ou, de forma geral, nenhuma biela não armada ou elemento comprimido pode trabalhar. Sendo que ainda substitui essa resistência à tração por aderência, cisalhamento e outros nomes.

Ainda de acordo com Campos Filho (1996, p. 10):

Deve-se considerar, em cada caso, qual fração da resistência à tração pode ser usada para suportar cargas e qual fração deve ser usada para tensões decorrentes da retração e da variação de temperatura. Se o campo de tensões de tração é cruzado por um campo de compressão, deve-se adotar uma resistência reduzida.

Quanto aos tirantes de tração, as armaduras são colocadas para resistir a esses esforços. O eixo da armadura deve coincidir com o eixo do tirante do modelo e o dimensionamento destes tirantes é efetuado pela fórmula 6:

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (\text{fórmula 6})$$

Sendo:

A_s = área necessária do tirante de aço (cm²);

F_{sd} = valor de cálculo da força de tração determinada no tirante (kN);

f_{yd} = resistência ao escoamento de cálculo do aço (kN/cm²).

À ancoragem destas armaduras nas extremidades das regiões nodais, deve ser dada uma atenção especial. A utilização de bitolas mais finas e em maior quantidade de camadas é

recomendável, pois a disposição das armaduras ao longo de uma área suficientemente grande, evita o esmagamento das regiões nodais (NEPOMUCENO, 2012, p. 17).

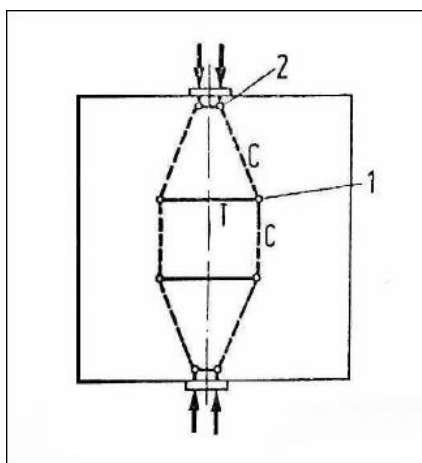
4.1.9 Nós

Um nó ou região nodal é uma idealização simplificadora da realidade de uma região de concreto no qual ocorrem mudanças bruscas na direção das forças, provindas das bielas comprimidas, dos tirantes tracionados, de forças de ancoragem e forças externas (ações concentradas ou reações de apoio). Esse desvio, em elementos estruturais reais de concreto armado, normalmente ocorre num determinado comprimento e numa determinada largura, ao contrário do que se idealiza, simplificadamente, de acontecer pontualmente.

4.1.9.1 Tipos de nós

Os nós podem ser separados em dois tipos: singulares ou concentrados e distribuídos ou contínuos (figura 15). Segundo Silva e Giongo (2000, p. 22), nós singulares são aqueles em que forças concentradas são aplicadas e o desvio destas forças é feito de forma localizada. Esses tipos de nós são críticos e devem ter suas tensões verificadas. Eles são originados principalmente de ações concentradas, reações de apoio e forças concentradas introduzidas pela armadura (placas de ancoragem, laços). Já os nós contínuos são caracterizados pelo desvio de forças ser feito em comprimentos razoáveis. Desde que as ancoragens das armaduras sejam convenientemente verificadas e detalhadas, esses nós, em geral, não são críticos.

Figura 15 – Nós distribuídos (1) e nós singulares (2) em uma região D



(fonte: SCHLAICH; SCHÄFER, 1991, p. 116)

No dimensionamento de nós singulares, é necessária a garantia de que o concreto da região nodal é capaz de resistir o estado de tensões a qual está submetido e que a armadura possa resistir à força de tração requerida. Para isso, precisa-se conhecer a geometria do nó, a resistência do concreto e as condições de ancoragem das armaduras.

Há muitas alternativas sugeridas por pesquisadores para a definição geométrica dos nós concentrados, tais quais podemos citar Tjhin e Kuchma (2002, p. 589, tradução nossa) e Schäfer e Schlaich (1991, p. 116, tradução nossa).

Tjhin e Kuchma (2002, p. 589, tradução nossa) enunciam que, tradicionalmente, o dimensionamento de um nó é feito buscando-se estabelecer um arranjo nodal tal que as tensões em todos os seus lados sejam iguais. Para isso, dimensionam-se as fronteiras do nó, de forma tal que elas sejam proporcionais e perpendiculares às forças atuantes nele.

Na definição da largura do nó no qual concorre um tirante, pode-se admitir que a força do tirante seja de compressão e que ela esteja atuando além do nó. Este tipo de nó é chamado de hidrostático, pois o estado biaxial de tensão resultante no interior dele também é hidrostático.

Um método mais simplificado foi proposto por Schäfer e Schlaich (1991, p. 116, tradução nossa), no qual o nó tem sua geometria definida pela intersecção das dimensões das bielas e tirantes, cujos eixos devem coincidir. Dessa forma, as tensões planas atuantes em todos os lados da região nodal não precisam ser iguais, no entanto as tensões em cada um dos lados devem ser constantes e, além disso, devem permanecer abaixo de um limite pré-estabelecido para a tensão nodal.

4.1.9.2 Parâmetros de resistência

De acordo com Santos (2006, p. 40), um fator limitante para a segurança e confiabilidade de uma região nodal é o ângulo formado pelas bielas e tirantes que nele concorrem. A tabela 1 apresenta os intervalos permitidos para estes ângulos, segundo recomendações das normas brasileira e americana e dos pesquisadores Schlaich e Schäfer (1991, p. 114, tradução nossa). Sabe-se que quanto menor este ângulo, menor será a resistência à compressão da biela.

Tabela 1 – Intervalos permitidos para o ângulo θ entre as diagonais comprimidas e a armadura longitudinal no modelo de bielas e tirantes

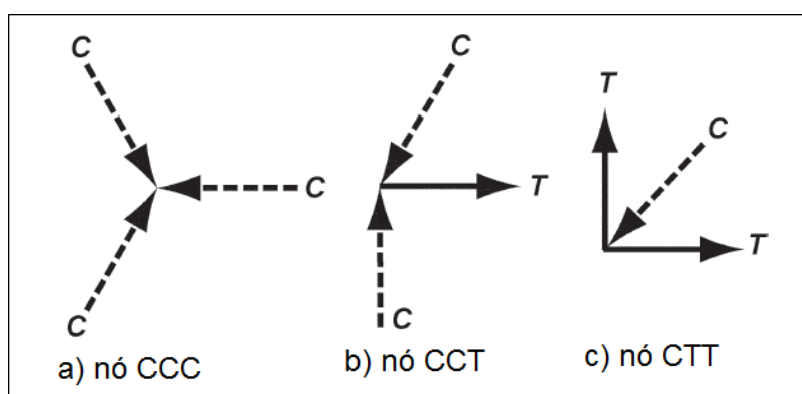
NORMA OU PESQUISADOR	Ângulo θ (°)
ACI 318/2014	$25^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$
NBR 6.118/2014	$30^\circ \leq \theta \leq 63^\circ$
Schlaich e Schäfer	$45^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$

(fonte: elaborada pela autora)

Como a NBR 6.118/2014 não apresenta parâmetros para a classificação das regiões nodais, serão adotados os parâmetros presentes na norma americana ACI 318/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, p. 389, tradução nossa). Tal norma sugere a seguinte divisão para os nós, ilustrados pela figura 16:

- a) CCC: para região nodal circundada apenas por bielas;
- b) CCT: para região nodal circundada por bielas e um único tirante;
- c) CTT: para região nodal circundada por uma única biela e tirantes em uma ou mais direções.

Figura 16 – Classificação dos nós nos modelos de bielas e tirantes



(fonte: adaptada de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 391)

Os pesquisadores Schäfer e Schlaich (1991, p. 116, tradução nossa) sugerem os seguintes limites para as tensões médias de compressão nos contornos dos nós:

- a) $f_{cd}^* = 1,1 \times \sigma_{cd}$: para nós onde somente se encontram bielas comprimidas, criando um estado de tensões bi ou tridimensional;
- b) $f_{cd}^* = 0,8 \times \sigma_{cd}$: para nós onde as barras de armadura são ancoradas.

De acordo com o item 23.3.1 da norma ACI 318/2014, para as regiões nodais os critérios de resistência são dados pelas fórmulas 7 a 9:

$$\phi F_{nn} \geq F_{us} \quad (\text{fórmula 7})$$

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} \quad (\text{fórmula 8})$$

$$f_{ce} = 0,85 \beta_n f'_c \quad (\text{fórmula 9})$$

Sendo:

F_{nn} = resistência nominal da face de uma região nodal (kN);

F_{us} = força normal majorada atuante em uma região nodal (kN);

f_{ce} = resistência efetiva à compressão do concreto em uma região nodal (kN/cm²);

A_{nz} = área de uma face de uma região nodal ou seção através da região nodal (cm²);

β_n = fator utilizado para contabilizar os efeitos da ancoragem dos tirantes sobre a resistência à compressão de uma zona nodal.

Os valores do coeficiente β_n são:

- a) $\beta_n = 1,0$: para zonas nodais circundadas por bielas ou placas de apoio, ou ambas;
- b) $\beta_n = 0,80$: para zonas nodais ancorando um único tirante;
- c) $\beta_n = 0,60$: para zonas nodais ancorando dois ou mais tirantes.

A NBR 6.118/2014 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 181) traz os mesmos parâmetros de resistência das bielas para as zonas nodais, conforme segue:

- a) $f_{cd1} = 0,85 \alpha_{v2} f_{cd}$: para nós CCC;
- b) $f_{cd2} = 0,60 \alpha_{v2} f_{cd}$: para nós CTT;
- c) $f_{cd3} = 0,72 \alpha_{v2} f_{cd}$: para nós CCT.

4.2 MÉTODO CORDA-PAINEL

A seguir, é apresentado o histórico do Método Corda-Painel (MCP), seguido pela sua definição e as etapas de dimensionamento.

4.2.1 Histórico

O Método Corda-Painel tem sido utilizado pela indústria aeronáutica, para a modelagem de fuselagem de aeronaves, desde a década de 1930 (TARQUINI; SGAMBI, 2003, p. [2], tradução nossa). Porém, as primeiras aplicações dentro da Engenharia Civil começaram quase duas décadas mais tarde.

Segundo Souza (2004, p. 66), o MCP teve seu início no Método das Forças, assim como o Método dos Elementos Finitos. Porém, buscando-se uma maior facilidade na programação, ele foi sendo gradualmente substituído pelo Método dos Deslocamentos.

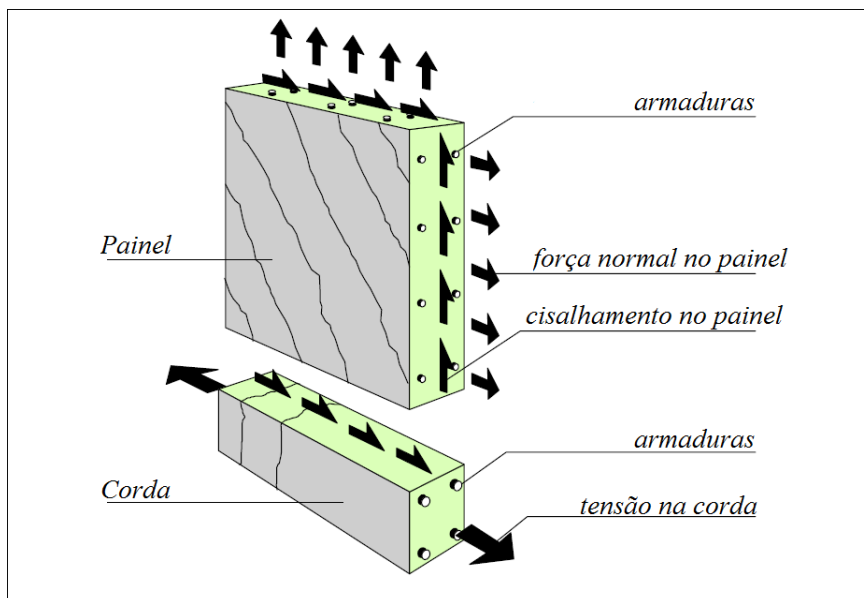
O método, quando começou a ser utilizado, destinava-se apenas a estruturas de aço, porém com o passar dos anos ele foi gradualmente sendo empregado também em estruturas de concreto. Atualmente, o MCP é mais indicado para estruturas do tipo paredes, porém estudos têm comprovado sua eficiência na análise de consolos e vigas, com ou sem flanges, se tornando atrativo para classes específicas de problemas estruturais (BLAAUWENDRAAD; HOOGENBOOM, 1996, p. 305, tradução nossa).

Hoje em dia, pesquisadores de universidades na Dinamarca, Itália e Holanda vêm conduzindo diversas pesquisas sobre o assunto, focadas principalmente na expansão da abrangência do Método Corda-Painel, já que este é apenas utilizado em geometrias ortogonais. À implementação computacional também é dada atenção especial pelos pesquisadores. Blaauwendraad e Hoogenboom (1997, p. 162, tradução nossa) da Universidade de Delft, na Holanda, desenvolveram um *software*, que aplica o MCP em elementos estruturais, chamado SPanCAD. Este programa é muito interativo, capaz de ser implementado diretamente no AutoCAD, utilizando sua interface.

4.2.2 Definição

O Método Corda-Painel consiste em estabelecer um modelo formado por um conjunto de barras horizontais e verticais, chamadas de cordas (*stringers*), estabilizadas por painéis retangulares de concreto (*panels*) (figura 17).

Figura 17 – Elementos do modelo de cordas e painéis



(fonte: adaptada de WANG; HOOGENBOOM, 2004, p. 27)

As cordas são utilizadas para a transferência de força normal de tração ou de compressão. Elas são verificadas da mesma forma que se verificam os elementos que constituem o modelo de bielas e tirantes. Souza (2004, p. 69) nos dá um exemplo:

[...] se uma corda está sendo comprimida, a tensão no concreto deve ser verificada e, caso ultrapasse a tensão efetiva do material, deve-se prever armaduras para o confinamento da corda, visando aumentar a resistência à compressão da mesma.

Por outro lado, se uma corda estiver sendo tracionada, despreza-se a resistência do concreto à tração e determina-se a quantidade de armaduras necessárias para combater a força normal atuante na corda.

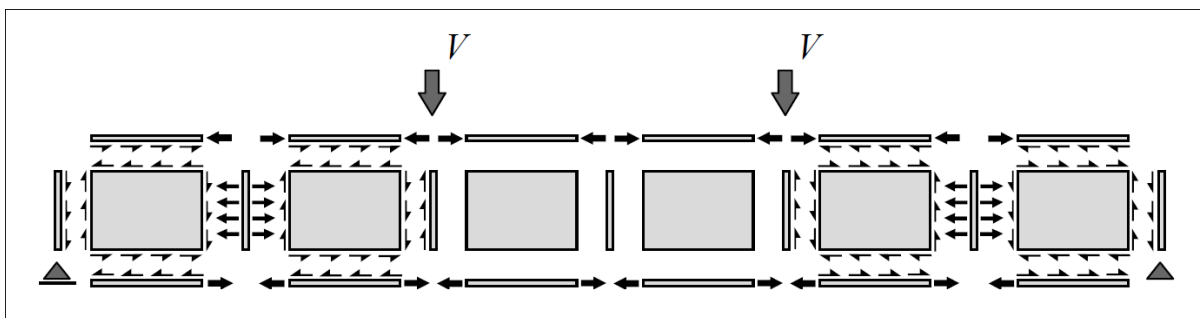
Os painéis são elementos retangulares de concreto que são disponibilizados sempre entre quatro cordas e que ficam submetidos, ao longo de suas bordas, a esforços cortantes.

Segundo Hauksdóttir (2007, p. 11, tradução nossa), o método é fundamentado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, tal qual o Método das Bielas e Tirantes. Por este

motivo, ele pode ser utilizado a todos os materiais onde a Teoria da Plasticidade seja válida, ou seja, materiais em que as deformações elásticas são muito menores que as deformações plásticas numa situação extrema.

O Método Corda-Painel pode ser utilizado tanto para análise linear quanto não-linear. Na análise linear, tanto as cordas quanto os painéis, têm comportamento elástico-linear, ou seja, não se leva em conta a perda de rigidez dos elementos e os painéis estão submetidos apenas a esforços cortantes, enquanto as cordas ficam submetidas a todos os esforços normais. No modelo não-linear, no entanto, apenas as tensões de cisalhamento provaram não ser suficientes para descrever o comportamento das paredes com precisão. Por isso, na análise não-linear os painéis podem ficar submetidos tanto aos esforços cortantes quanto aos normais, como pode ser visto na figura 18 (BLAAUWENDRAAD; HOOGENBOOM, 1997, p. 161, tradução nossa).

Figura 18 – Modelo de cordas e painéis para uma viga-parede

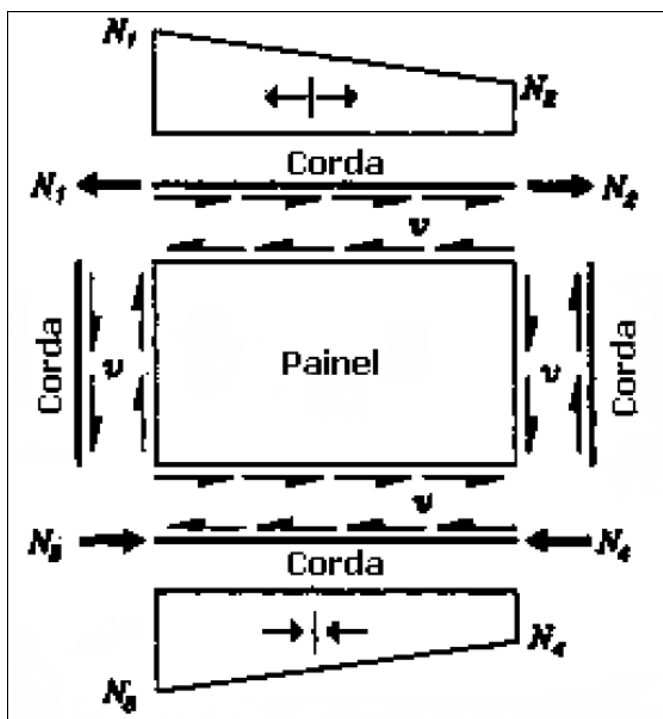


(fonte: BLAAUWENDRAAD; HOOGENBOOM, 1997, p. 160)

4.2.3 Sistema de equilíbrio

Segundo Blaauwendraad e Hoogenboom (1996, p. 297, tradução nossa), apenas uma força cortante ocorre em um painel, sendo que ela tem o mesmo valor v por unidade de comprimento em todas as posições dele. Essa força cortante v também atua na interface entre o painel e as cordas que se localizam em sua borda. Então, conforme as condições de equilíbrio, a força normal na corda pode aumentar ou diminuir linearmente (figura 19).

Figura 19 – Comportamento linear das forças normais (N) nas cordas



(fonte: adaptada de BLAAUWENDRAAD; HOOGENBOOM, 1996, p. 297)

4.2.4 Formulação matricial

Nos próximos itens, será introduzida a formulação das matrizes de rigidez das cordas e dos painéis, que constituem o MCP.

4.2.4.1 Matriz de rigidez da corda

A formulação da matriz de rigidez dá-se pelo emprego do Princípio da Mínima Energia de Deformação Potencial Complementar. Para isso, deve-se conhecer a energia potencial complementar total de uma corda. Tal energia é definida como o trabalho realizado por todas as forças atuantes no elemento (internas e externas), quando este é movido de sua configuração com carga para uma posição sem carregamento. A energia potencial complementar total de uma corda é dada pela fórmula 10:

$$\Pi_c = U_c - W \quad (\text{fórmula 10})$$

Sendo:

Π_c = energia potencial complementar total de uma corda;

U_c = energia de deformação complementar total;

W = trabalho realizado pelas forças externas atuantes na corda.

De acordo com a Mecânica dos Sólidos, em um determinado ponto de um elemento submetido a um estado uniaxial de tensão, a energia de deformação específica complementar é dada pela fórmula 11:

$$u_c = \int_0^{\sigma} \varepsilon d\sigma \quad (\text{fórmula 11})$$

Sendo:

u_c = energia de deformação específica complementar;

ε = deformação axial;

σ = tensão normal.

Em um dado volume V do elemento, a energia de deformação complementar total é definida pela fórmula 12:

$$U_c = \int_V u_c dV \quad (\text{fórmula 12})$$

Sendo:

U_c = energia de deformação complementar total;

V = volume do elemento;

Substituindo a fórmula 11 na 12, tem-se a fórmula 13:

$$U_c = \int_V \int_0^\sigma \varepsilon d\sigma dV \quad (\text{fórmula 13})$$

Admitindo-se que a seção transversal da corda é constante ao longo de seu eixo, a tensão normal em qualquer ponto dela é dada pela fórmula 14:

$$\sigma = \frac{N(x)}{A} \quad (\text{fórmula 14})$$

Sendo:

$N(x)$ = esforço normal atuante na seção transversal de área A e definida pela coordenada x ;

A = área da seção transversal.

Substituindo a fórmula 14 na fórmula 13 e considerando que $dV = A dx$, tem-se a fórmula 14:

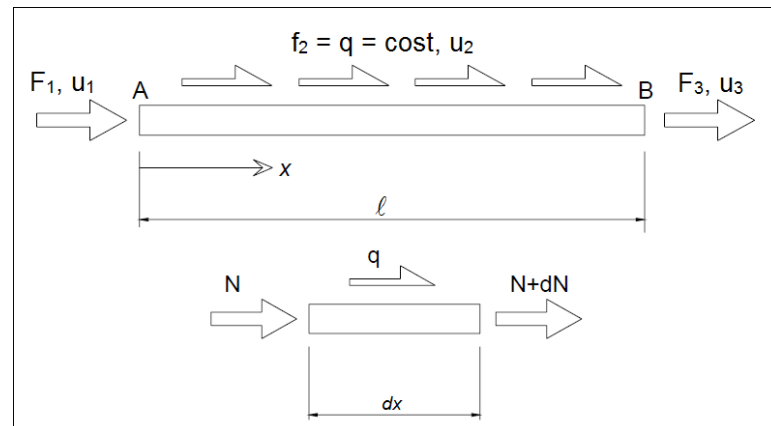
$$U_c = \int_0^l \int_0^{N(x)} \varepsilon N(x) dN dx \quad (\text{fórmula 15})$$

Sendo:

l = comprimento da corda.

Às cordas são atribuídos três graus de liberdade, sendo dois deslocamentos axiais nos dois extremos, associados a forças concentradas F_1 e F_3 , e um deslocamento extra na direção axial ao longo do comprimento da corda. Esse grau de liberdade extra está associado com a força de interface f_2 entre o painel e a corda, conforme figura 20.

Figura 20 – Variação linear dos esforços normais nas cordas do Método Corda-Painel



(fonte: TARQUINI; SGAMBI, 2003, p. [3])

Desta maneira, o esforço normal varia linearmente ao longo da corda, com uma distribuição dada pela fórmula 16:

$$N(x) = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right) N_1 + \frac{x}{l} N_2 \right] \quad (\text{fórmula 16})$$

Sendo:

x = posição ao longo da corda;

N_1 = esforço normal no início da corda ($x = 0$);

N_2 = esforço normal no final da corda ($x = l$).

O trabalho realizado pelas forças externas atuantes na corda é obtido através da fórmula 17:

$$W = F_1 u_1 + F_3 u_3 + q \int_0^l u(x) dx \quad (\text{fórmula 17})$$

Sendo:

F_1 = força concentrada no início da corda;

$q = F_2$ = força uniformemente distribuída ao longo do comprimento da corda;

F_3 = força concentrada no final da corda;

u_1 = deslocamento no início da corda;

u_3 = deslocamento no final da corda;

$u(x)$ = deslocamento axial em um ponto de coordenada x .

Por considerações de equilíbrio, admitindo-se que os esforços normais de compressão são negativos e os de tração são positivos, têm-se as relações das fórmulas 18 a 20 entre as forças externas e os esforços normais N_1 e N_2 :

$$F_1 = -N_1 \quad (\text{fórmula 18})$$

$$F_2 = q = (N_1 - N_2)/l \quad (\text{fórmula 19})$$

$$F_3 = N_2 \quad (\text{fórmula 20})$$

Substituindo as fórmulas 18 a 20 na fórmula 17, tem-se a fórmula 21 para o trabalho das forças externas:

$$W = -N_1 u_1 + N_2 u_3 + \frac{1}{l} \int_0^l (N_1 - N_2) u(x) dx \quad (\text{fórmula 21})$$

O deslocamento no ponto médio da corda, u_2 , é dado pela fórmula 22:

$$u_2 = \frac{1}{l} \int_0^l u(x) dx \quad (\text{fórmula 22})$$

Substituindo a fórmula 22 na fórmula 21, obtém-se o trabalho das forças externas em função dos deslocamentos nodais, dado pela fórmula 23:

$$W = -N_1 u_1 + N_2 u_3 + (N_1 - N_2) u_2 \quad (\text{fórmula 23})$$

Substituindo as fórmulas 15 e 23 na fórmula 10, tem-se a fórmula 24 para a energia potencial complementar total de uma corda:

$$\Pi_c = \int_0^l \int_0^{N(x)} \varepsilon N(x) dN dx + N_1 u_1 - N_2 u_3 - (N_1 - N_2) u_2 \quad (\text{fórmula 24})$$

Assim, finalmente pode-se aplicar o Princípio da Mínima Energia de Deformação Potencial Complementar, de acordo com as fórmulas 25 e 26:

$$\frac{\partial \Pi_c}{\partial N_1} = 0 \quad (\text{fórmula 25})$$

$$\frac{\partial \Pi_c}{\partial N_2} = 0 \quad (\text{fórmula 26})$$

Utilizando as condições definidas pelas fórmulas 25 e 26 na fórmula 24, juntamente com o auxílio da fórmula 16, resulta nas fórmulas 27 e 28:

$$\frac{\partial \Pi_c}{\partial N_1} = \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \varepsilon N(x) dx + u_1 - u_2 = 0 \quad (\text{fórmula 27})$$

$$\frac{\partial \Pi_c}{\partial N_2} = \int_0^l \left(\frac{x}{l}\right) \varepsilon N(x) dx + u_2 - u_3 = 0 \quad (\text{fórmula 28})$$

O vetor das deformações generalizadas é dado pela fórmula 29. A matriz B, dada pela fórmula 30, o relaciona ao vetor dos deslocamentos da corda, u, dado pela fórmula 31:

$$e = \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{Bmatrix} = B \{u\} \quad (\text{fórmula 29})$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{fórmula 30})$$

$$u = \{u_1 \quad u_2 \quad u_3\}^T \quad (\text{fórmula 31})$$

Com o auxílio das fórmulas 27 e 28, os deslocamentos generalizados podem ser obtidos pelas fórmulas 32 e 33:

$$e_1 = \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \varepsilon N(x) dx \quad (\text{fórmula 32})$$

$$e_2 = \int_0^l \left(\frac{x}{l}\right) \varepsilon N(x) dx \quad (\text{fórmula 33})$$

Os coeficientes de flexibilidade da corda são dados pelas fórmulas 34:

$$F_{ij} = \frac{\partial e_i}{\partial N_j} \quad (\text{fórmula 34})$$

Logo, utilizando as fórmulas 32 e 33 na fórmula 34, obtém-se a matriz de flexibilidade de ordem (2x2) de uma corda, dada pela fórmula 35:

$$F_s = \begin{bmatrix} \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{d\varepsilon}{dN} dx & \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right) \frac{d\varepsilon}{dN} dx \\ \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right) \frac{d\varepsilon}{dN} dx & \int_0^l \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{d\varepsilon}{dN} dx \end{bmatrix} \quad (\text{fórmula 35})$$

Quando a rigidez axial variar ao longo da corda, as integrais que aparecem na fórmula 35 são resolvidas por integração numérica. Para isso emprega-se a regra de Quadratura Gaussiana e chega-se a uma matriz de flexibilidade correspondente. Substituindo a inversa desta matriz na fórmula 36, pode-se finalmente obter a matriz de rigidez de uma corda:

$$K_s = B^T F_s^{-1} B \quad (\text{fórmula 36})$$

Considerando, particularmente, uma corda elástica linear com rigidez axial constante EA, a matriz de flexibilidade é dada pela fórmula 37 e a correspondente matriz de rigidez pela fórmula 38:

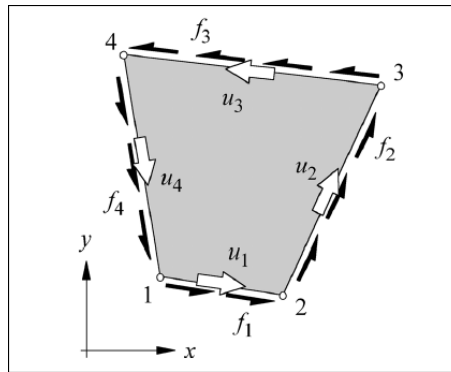
$$F_s = \frac{1}{EA} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (\text{fórmula 37})$$

$$K_s = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 \\ -6 & 12 & -6 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{f\u00f3rmula 38})$$

4.2.4.2 Matriz de rigidez do painel

Os pain\u00e9is possuem quatro graus de liberdade paralelos \u00e0s suas respectivas faces (figura 21) e, para um estado de cisalhamento constante, cada borda deles se deslocar\u00e1 na sua pr\u00f3pria dire\u00e7\u00e3o, sendo que os deslocamentos s\u00e3o iguais para todas as posi\u00e7\u00f5es de uma borda.

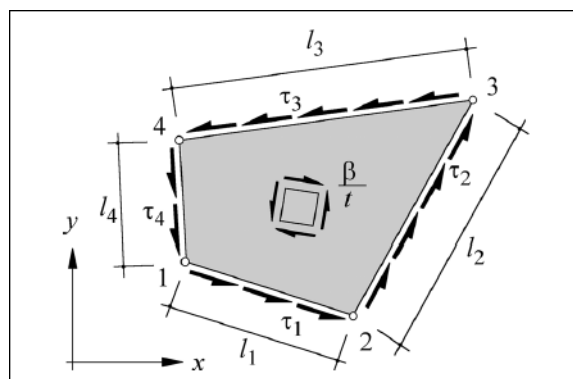
Figura 21 – A\u00e7\u00f5es e deslocamentos em um painel



(fonte: HOOGENBOOM; BLAAUWENDRAAD, 2000, p. 1691)

O painel representado na figura 22 est\u00e1 posicionado num plano bidimensional Cartesiano, sendo que os seus v\u00e9rtices est\u00e3o enumerados de 1 a 4. Em cada face est\u00e3o representadas as tens\u00f5es cisalhantes, que s\u00e3o positivas seguindo a dire\u00e7\u00e3o da enumera\u00e7\u00e3o.

Figura 22 – Tens\u00f5es atuantes nas faces do painel



(fonte: HOOGENBOOM; BLAAUWENDRAAD, 2000, p. 1691)

As forças no painel devem estar em equilíbrio, ou seja, as somas das forças nas direções x e y devem ser nulas, conforme fórmulas 39 e 40, bem como a soma de momentos das mesmas em relação à origem dos eixos, conforme fórmula 41:

$$\tau_1 t l_1 \cos \theta_1 + \tau_2 t l_2 \cos \theta_2 + \tau_3 t l_3 \cos \theta_3 + \tau_4 t l_4 \cos \theta_4 = 0 \quad (\text{fórmula 39})$$

$$\tau_1 t l_1 \sin \theta_1 + \tau_2 t l_2 \sin \theta_2 + \tau_3 t l_3 \sin \theta_3 + \tau_4 t l_4 \sin \theta_4 = 0 \quad (\text{fórmula 40})$$

$$\begin{aligned} \tau_1 t l_1 \cos \theta_1 y_1 + \tau_1 t l_1 \sin \theta_1 x_1 - \tau_2 t l_2 \cos \theta_2 y_2 + \tau_2 t l_2 \sin \theta_2 x_2 \\ - \tau_3 t l_3 \cos \theta_3 y_3 + \tau_3 t l_3 \sin \theta_3 x_3 - \tau_4 t l_4 \cos \theta_4 y_4 \\ + \tau_4 t l_4 \sin \theta_4 x_4 = 0 \end{aligned} \quad (\text{fórmula 41})$$

Sendo:

$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ = tensões de cisalhamento atuantes nas faces do painel;

l_1, l_2, l_3, l_4 = comprimentos das faces do painel;

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ = ângulos entre as faces do painel e o eixo x do sistema de referência;

x_1, x_2, x_3, x_4 = valores das coordenadas x dos vértices do painel;

y_1, y_2, y_3, y_4 = valores das coordenadas y dos vértices do painel;

t = espessura do painel.

Expressando os cossenos e senos dos ângulos θ_i em função das coordenadas dos vértices e dos comprimentos dos lados do painel, têm-se as fórmulas 42 a 45:

$$\cos \theta_1 = \frac{x_2 - x_1}{l_1} ; \quad \text{sen } \theta_1 = \frac{y_2 - y_1}{l_1} \quad (\text{fórmula 42})$$

$$\cos \theta_2 = \frac{x_3 - x_2}{l_2} ; \quad \text{sen } \theta_2 = \frac{y_3 - y_2}{l_2} \quad (\text{fórmula 43})$$

$$\cos \theta_3 = \frac{x_4 - x_3}{l_3} ; \quad \text{sen } \theta_3 = \frac{y_4 - y_3}{l_3} \quad (\text{fórmula 44})$$

$$\cos \theta_4 = \frac{x_1 - x_4}{l_4} ; \quad \text{sen } \theta_4 = \frac{y_1 - y_4}{l_4} \quad (\text{fórmula 45})$$

Com as fórmulas 42 a 45, podem-se simplificar as relações de equilíbrio (fórmulas 39 a 41) resultando nas fórmulas 46 a 48:

$$\tau_1(x_2 - x_1) + \tau_2(x_3 - x_2) + \tau_3(x_4 - x_3) + \tau_4(x_1 - x_4) = 0 \quad (\text{fórmula 46})$$

$$\tau_1(y_2 - y_1) + \tau_2(y_3 - y_2) + \tau_3(y_4 - y_3) + \tau_4(y_1 - y_4) = 0 \quad (\text{fórmula 47})$$

$$\begin{aligned} \tau_1(x_1y_2 - x_2y_1) + \tau_2(x_2y_3 - x_3y_2) + \tau_3(x_3y_4 - x_4y_3) \\ + \tau_4(x_4y_1 - x_1y_4) = 0 \end{aligned} \quad (\text{fórmula 48})$$

De acordo com Hoogenboom e Blaauwendraad (2000, p. 1692, tradução nossa), a tensão generalizada β , dada pela fórmula 48, é definida pela média das tensões nas bordas do painel multiplicada pela espessura do mesmo. Este fluxo de cisalhamento médio pode ser interpretado como uma aproximação das tensões cortantes no meio do painel tão próximo quanto possível na direção das bordas (figura 23):

$$\beta = \frac{1}{4}(-\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 + \tau_4)t \quad (\text{fórmula 49})$$

As fórmulas 46 a 49 podem ser reescritas em forma matricial, conforme fórmula 50:

$$\begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4\beta/t \end{bmatrix} \quad (\text{fórmula 50})$$

Os termos C_i , S_i , r_i , que aparecem na fórmula 50, são obtidos de acordo com a fórmula 51:

$$C_1 = x_2 - x_1 ; C_2 = x_3 - x_2 ; C_3 = x_4 - x_3 ; C_4 = x_1 - x_4$$

$$S_1 = y_2 - y_1 ; S_2 = y_3 - y_2 ; S_3 = y_4 - y_3 ; S_4 = y_1 - y_4 \quad (\text{fórmula 51})$$

$$r_1 = x_1y_2 - x_2y_1 ; r_2 = x_2y_3 - x_3y_2 ; r_3 = x_3y_4 - x_4y_3 ; r_4 = x_4y_1 - x_1y_4$$

Aplica-se a regra de Cramer na fórmula 50 para se determinar a tensão τ_1 , assim obtém-se a fórmula 52:

$$\tau_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 0 & S_2 & S_3 & S_4 \\ 0 & r_2 & r_3 & r_4 \\ 4\beta/t & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (\text{fórmula 52})$$

$$= \frac{-4\beta}{t} \frac{\begin{vmatrix} C_2 & C_3 & C_4 \\ S_2 & S_3 & S_4 \\ r_2 & r_3 & r_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_2 & C_3 & C_4 \\ S_2 & S_3 & S_4 \\ r_2 & r_3 & r_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_4 \\ S_1 & S_3 & S_4 \\ r_1 & r_3 & r_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_4 \\ S_1 & S_2 & S_4 \\ r_1 & r_2 & r_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{vmatrix}}$$

Para simplificar, podem-se associar os determinantes a uma constante k_i de acordo com a fórmula 53:

$$k_1 = \begin{vmatrix} C_2 & C_3 & C_4 \\ S_2 & S_3 & S_4 \\ r_2 & r_3 & r_4 \end{vmatrix} \quad k_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_4 \\ S_1 & S_3 & S_4 \\ r_1 & r_3 & r_4 \end{vmatrix} \quad (\text{fórmula 53})$$

$$k_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_4 \\ S_1 & S_2 & S_4 \\ r_1 & r_2 & r_4 \end{vmatrix} \quad k_4 = \begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{vmatrix}$$

Sabendo que as forças nas bordas do painel são dadas por $f_i = \tau_i t l_i$, pode-se escrevê-las em função de k_i , como se pode observar pelas fórmulas 54 a 57:

$$f_1 = \frac{-4k_1 l_1 \beta}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \quad (\text{fórmula 54})$$

$$f_2 = \frac{4k_2 l_2 \beta}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \quad (\text{fórmula 55})$$

$$f_3 = \frac{-4k_3 l_3 \beta}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \quad (\text{fórmula 56})$$

$$f_4 = \frac{4k_4 l_4 \beta}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \quad (\text{fórmula 57})$$

Sendo:

f_1, f_2, f_3, f_4 = forças atuantes nas faces do painel.

Com o auxílio das fórmulas 54 a 57, escreve-se a relação entre o vetor das forças no painel, f , e a tensão generalizada, β , dada pela fórmula 58:

$$f = B_p^T \beta \quad (\text{fórmula 58})$$

A matriz B_p , que os relaciona, é dada pela fórmula 59:

$$B_p^T = \frac{4}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \begin{bmatrix} -k_1 l_1 \\ k_2 l_2 \\ -k_3 l_3 \\ k_4 l_4 \end{bmatrix} \quad (\text{fórmula 59})$$

Considerando a figura 20, escreve-se a fórmula 60 da energia potencial complementar de um painel:

$$\begin{aligned} \Pi_c = t \int_{A_p} \Pi'_c dA_p - t \int_{l_1} \tau_1 u'_1 dl_1 - t \int_{l_2} \tau_2 u'_2 dl_2 - t \int_{l_3} \tau_3 u'_3 dl_3 \\ - t \int_{l_4} \tau_4 u'_4 dl_4 \end{aligned} \quad (\text{fórmula 60})$$

Sendo:

Π'_c = energia potencial complementar por unidade de volume;

A_p = área da superfície do painel;

u'_1, u'_2, u'_3, u'_4 = componente dos deslocamentos ao longo das faces do painel.

Consideram-se as tensões τ_i constantes ao longo das faces do painel, enquanto os deslocamentos u'_i são assumidos com variação linear ao longo dos lados l_i , logo a fórmula 60 pode ser simplificada na fórmula 61:

$$\Pi_c = t \int_{A_p} \Pi'_c dA_p - t \tau_1 u_1 l_1 - t \tau_2 u_2 l_2 - t \tau_3 u_3 l_3 - t \tau_4 u_4 l_4 \quad (\text{fórmula 61})$$

Substituindo-se as fórmulas 58 e 59 e $\tau_i = f_i/(t l_i)$ na fórmula 61, tem-se a fórmula 62:

$$\Pi_c = t \int_{A_p} \Pi'_c dA_p - e\beta \quad (\text{fórmula 62})$$

De acordo com Hoogenboom e Blaauwendraad (2000, p. 1693, tradução nossa), a relação cinemática entre as deformações generalizadas (e) e os deslocamentos nodais do painel (u_1 , u_2 , u_3 e u_4), dada pela fórmula 63, pode ser derivada com o emprego da energia potencial complementar, pois é possível se estimar o fluxo de cisalhamento apenas pelo carregamento e a geometria do painel:

$$e = B_p u \quad (\text{fórmula 63})$$

Finalmente, aplica-se o Princípio da Mínima Energia Complementar à fórmula 62 obtendo-se a fórmula 64:

$$\frac{d}{d\beta} \left(t \int_{A_p} \Pi'_c dA_p \right) - e = 0 \quad (\text{fórmula 64})$$

A fórmula 63 resulta na fórmula 65 para a deformação generalizada e :

$$e = \frac{d}{d\beta} \left(t \int_{A_p} \Pi'_c dA_p \right) \quad (\text{fórmula 65})$$

Conforme Silva (2004, p. 35), a energia de deformação complementar por unidade de volume, Π'_c , é dada pela área sobre a curva do gráfico da tensão pela distorção no painel (τ x γ), como pode ser observado através da fórmula 66:

$$\Pi'_c = \int_0^{\tau} \gamma d\tau \quad (\text{fórmula 66})$$

A distorção no painel γ pode ser relacionada à tensão τ através do módulo de rigidez transversal secante na origem G^* , conforme fórmula 67:

$$\gamma = \frac{\tau}{G^*} \quad (\text{fórmula 67})$$

Considerando que o painel está sujeito a uma tensão de cisalhamento constante e igual a β/t e utilizando as fórmulas 49, 65 e 66, chega-se a fórmula 68 para a deformação generalizada:

$$e = \frac{A_p}{t} \frac{d}{d\beta} \int_0^{\beta} \frac{\beta}{G^*} d\beta \quad (\text{fórmula 68})$$

A fórmula 69 expressa a relação entre a tensão e a deformação generalizadas:

$$D = \frac{\beta}{e} = \frac{tG^*}{A_p} \quad (\text{fórmula 69})$$

Com o auxílio das fórmulas 49, 63 e 68, escreve-se a fórmula 70, que relaciona a distorção no painel e o vetor dos deslocamentos nodais:

$$\gamma = \frac{B_p u}{A_p} \quad (\text{fórmula 70})$$

Similarmente ao que se fez para uma corda, a matriz de rigidez de um painel é calculada pela fórmula 71:

$$K_p = B_p^T D B_p \quad (\text{fórmula 71})$$

4.2.5 Dimensionamento

A seguir, serão vistos os procedimentos que se deve seguir para o dimensionamento dos elementos que constituem um modelo de cordas e painéis.

4.2.5.1 Considerações gerais

O dimensionamento das cordas e dos painéis é executado pelos resultados da análise linear elástica. Na formulação original, as cordas são projetadas considerando a sua tensão axial, enquanto os painéis são projetados considerando-se apenas os esforços de cisalhamento. O dimensionamento das armaduras e as verificações necessárias são executados com os critérios do Método das Bielas e Tirantes (TARQUINI; SGAMBI, 2003, p. [2], tradução nossa).

Dependendo da situação do campo de cisalhamento nos painéis, pode-se precisar de uma armadura dupla ortogonal distribuída em forma de malha neles. Tal situação é estabilizada na metade do painel e os resultados são representativos à estrutura como um todo (BLAAUWENDRAAD; HOOGENBOOM, 1996, p. 300, tradução nossa). Segundo Tarquini e Sgambi (2003, p. [2], tradução nossa), a relação entre as rigidezes das duas malhas de reforço caracterizam a forma de ruptura, que pode ser:

- a) dúctil-dúctil;
- b) dúctil-frágil;
- c) frágil-frágil;
- d) ruptura equilibrada.

Hoogenboom (1998, p. 23, tradução nossa) enuncia que para o dimensionamento de paredes de concreto pelo Método Corda-Painel o procedimento mais comum é o que segue os seguintes passos:

- 1) pré-dimensionamento da estrutura;
- 2) estabelecer todos os carregamentos e suas combinações;
- 3) análise elástica linear da estrutura discretizada com a avaliação das tensões em todos os elementos sob todas as combinações de cargas;
- 4) dimensionamentos das armaduras da malha ortogonal dos painéis e das armaduras das cordas (no caso de estarem tracionadas) e verificação do concreto (no caso de cordas comprimidas). As cordas são dimensionadas conforme o Método das Bielas e Tirantes;
- 5) análise não-linear da estrutura projetada sem o escoamento da armadura das cordas;
- 6) redimensionamento das armaduras da malha ortogonal dos painéis utilizando os resultados da análise não-linear;
- 7) verificação estrutural considerando todos os elementos com comportamento não linear sob a combinação de carregamento mais importante e a determinação da carga de ruptura;
- 8) detalhamento das armaduras.

No primeiro passo a estrutura é modelada com um modelo de cordas e painéis. As cordas são posicionadas ao longo das bordas da estrutura, em volta de aberturas, nos apoios e nas cargas concentradas. Os painéis simplesmente são desenhados entre as cordas. A dimensão das cordas é estimada e a espessura dos painéis é arbitrada igual a da parede analisada. Neste passo, não são escolhidas as quantidades de armaduras. Comparado aos modelos de bielas e tirantes, os modelos de cordas e painéis são mais simples de serem formulados, pois não se precisa antecipar as tensões nem determinar a inclinação das bielas.

No segundo passo, os carregamentos do modelo são determinados conforme o pré-dimensionamento da estrutura total. Fatores de segurança são escolhidos e, no terceiro passo, as distribuições das forças são obtidas utilizando-se a análise linear. Avaliam-se as envoltórias das forças nos painéis e cordas.

No quarto passo, as forças das cordas e painéis são utilizadas para a escolha das barras das armaduras nas cordas e para o dimensionamento das armaduras da malha ortogonal nos painéis (é assumido um padrão de ruína do tipo dúctil-dúctil). Verifica-se o esmagamento do concreto nas cordas comprimidas.

No quinto passo, as distribuições das forças são obtidas novamente, porém desta vez utilizando-se uma análise não linear. Isto mostra a influência da fissuração do concreto e do

escoamento das armaduras dos painéis nestas distribuições, por causa da mudança da rigidez dos elementos. Considera-se que a armadura das cordas não escoou, ao invés disso, ela continua a se comportar linearmente para além do seu limite de escoamento (figura 20). Limites apropriados do material devem ser utilizados.

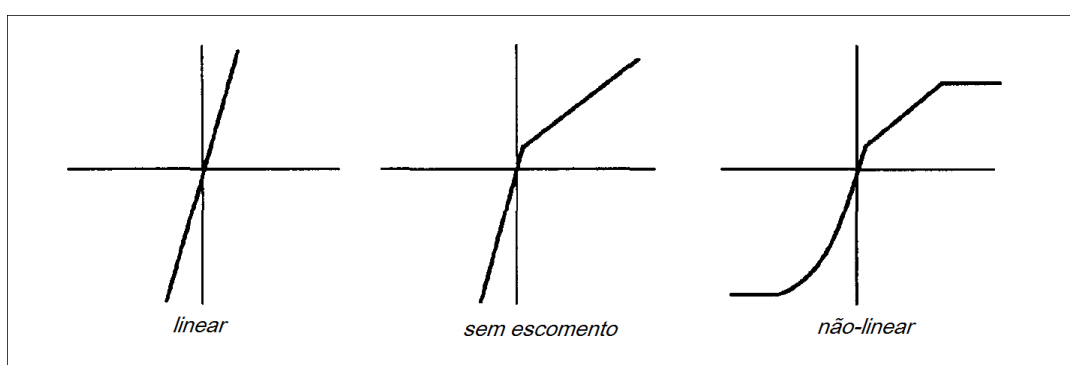
No sexto passo, os resultados das combinações de serviço são usados para avaliar as deformações e as dimensões das fissuras. As envoltórias das forças nas cordas para todas as combinações de cargas são utilizadas, caso necessário, para o dimensionamento de novas armaduras nelas.

Na verificação do sétimo passo, a estrutura total é verificada utilizando-se comportamento não linear de todos os elementos, inclusive das cordas.

Finalmente, no último passo, são detalhadas as ancoragens das armaduras e os esforços nos apoios são verificados.

A figura 23 ilustra várias relações constitutivas que podem ser utilizadas para o comportamento das cordas. O comportamento linear é utilizado para o dimensionamento inicial, para melhorá-lo é utilizado o comportamento sem escoamento e para a última verificação é utilizado o comportamento não linear.

Figura 23 – Relações constitutivas que podem ser utilizadas para o comportamento das cordas



(fonte: adaptada de HOOGENBOOM, 1998, p. 22)

4.2.5.2 Armaduras resistentes das cordas

O dimensionamento das armaduras nas regiões tracionadas das cordas pode ser feito admitindo-se que o concreto sob tração não oferece resistência ao esforço normal, sendo

absorvido somente pelo aço. Desta forma, a área de aço da armadura de tração é dimensionada pela fórmula 72:

$$A_s = \frac{N_{d,max}^t}{f_{yd}} \quad (\text{fórmula 72})$$

Sendo:

A_s = área de aço da armadura de tração numa corda (cm^2);

$N_{d,max}^t$ = valor de cálculo do esforço normal de tração (kN);

f_{yd} = resistência ao escoamento de cálculo do aço (kN/cm^2).

Em caso de projeto estrutural, devem ser inseridos coeficientes de segurança recomendados pelas normas de ações e segurança estrutural (SILVA, 2004, p. 27).

Somente se faz o cálculo de armadura nas cordas comprimidas quando o valor da tensão atuante supera a resistência do concreto à compressão, sendo que neste caso a armadura é dimensionada para absorver a parcela do esforço normal que ultrapassa aquela que corresponde à resistência da seção de concreto. O valor da área da armadura é dado pela fórmula 73:

$$A_s = \frac{N_{d,max}^c - f_{cd}h_e b_w}{f_{yd} - f_{cd}} \quad (\text{fórmula 73})$$

Sendo:

A_s = área de aço da armadura de compressão numa corda (cm^2);

$N_{d,max}^c$ = valor de cálculo do esforço normal de compressão (kN);

h_e = altura da corda (cm);

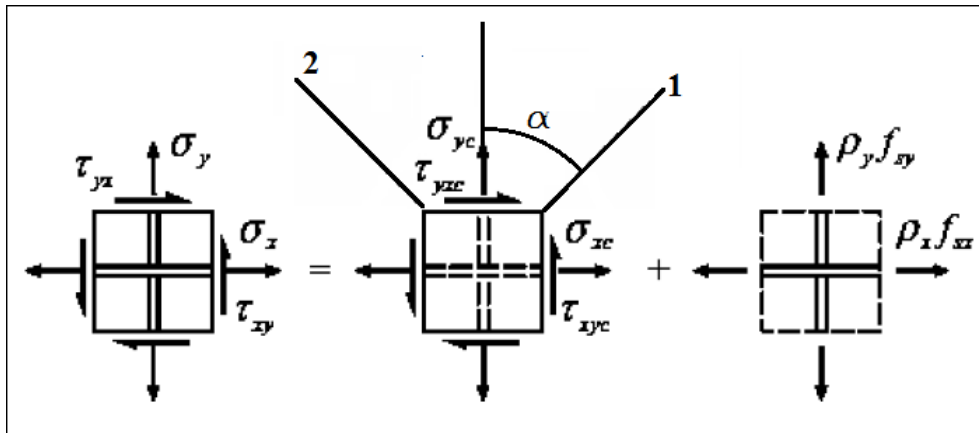
b_w = largura da corda (cm);

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão (kN/cm^2).

4.2.5.3 Armaduras resistentes dos painéis

Os painéis apresentam uma armadura disposta em forma de grelha, com barras nas direções vertical e horizontal, formando assim uma malha ortogonal. Para o dimensionamento das armaduras toma-se como base o esquema da figura 24.

Figura 24 – Sobreposição de esforços em um elemento de membrana



(fonte: adaptada de SOUZA, 2004, p. 74)

O esquema da figura 24 mostra as tensões atuantes em um elemento de membrana em concreto armado, onde é suposto que as tensões cisalhantes são absorvidas apenas pelo concreto e as tensões normais pelos dois materiais, conforme descrito pelas fórmulas 74 a 76:

$$\sigma_x = \sigma_{xc} + \rho_x f_{sx} \quad (\text{fórmula 74})$$

Sendo:

σ_x = tensão normal total atuante na direção x (kN/cm²);

σ_{xc} = tensão normal atuante no concreto na direção x (kN/cm²);

f_{sx} = tensão na armadura do elemento de membrana na direção x (kN/cm²);

ρ_x = taxa de armadura do elemento de membrana na direção x (cm²).

$$\sigma_y = \sigma_{yc} + \rho_y f_{sy} \quad (\text{fórmula 75})$$

Sendo:

σ_y = tensão normal total atuante na direção y (kN/cm²);

σ_{yc} = tensão normal atuante no concreto na direção y (kN/cm²);

f_{sy} = tensão na armadura do elemento de membrana na direção y (kN/cm²);

ρ_y = taxa de armadura do elemento de membrana na direção y (cm²).

$$\tau_{xy} = \tau_{xyc} \quad (\text{fórmula 76})$$

Sendo:

τ_{xy} = tensão cisalhante no elemento de membrana (kN/cm²);

τ_{xyc} = tensão cisalhante atuante no concreto do elemento de membrana (kN/cm²).

Fazendo uma análise do elemento da figura 21, sem as armaduras, têm-se as equações de equilíbrio das fórmulas 77 e 78:

$$\sigma_{xc} = \sigma_{2c} \cos^2 \alpha + \sigma_{1c} \sin^2 \alpha \quad (\text{fórmula 77})$$

Sendo:

σ_{1c}, σ_{2c} = tensões principais atuantes no concreto do elemento de membrana (kN/cm²);

α = ângulo que define as direções principais de tensões (°).

$$\sigma_{yc} = \sigma_{1c} \cos^2 \alpha + \sigma_{2c} \sin^2 \alpha \quad (\text{fórmula 78})$$

Para efeito de dimensionamento, admite-se que as tensões σ_x, σ_y , bem como a tensão principal de tração σ_{1c} , são nulas e considera-se que todas as armaduras estão escoando. Desta maneira, as fórmulas 74 e 75 resultam nas fórmulas 79 e 80:

$$\rho_x f_{yx} = -\sigma_{2c} \cos^2 \alpha \quad (\text{fórmula 79})$$

Sendo:

f_{yx} = tensão de escoamento do aço na direção x (kN/cm²).

$$\rho_y f_{yy} = -\sigma_{2c} \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (\text{fórmula 80})$$

Sendo:

f_{yy} = tensão na armadura do elemento de membrana na direção y (kN/cm²).

Através das fórmulas 79 e 80, chega-se a fórmula 81:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\rho_y f_{yy}}{\rho_x f_{yx}} \quad (\text{fórmula 81})$$

As tensões principais σ_1 e σ_2 atuantes em um elemento de membrana em estado de cisalhamento puro se relacionam com a tensão cisalhante τ através das fórmulas 82 e 83:

$$\sigma_1 = 2\tau \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (\text{fórmula 82})$$

Sendo:

τ = tensão cisalhante no elemento de membrana (kN/cm²).

$$\sigma_2 = -2\tau \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (\text{fórmula 83})$$

A fim de se determinar as taxas de armadura nas direções x e y, é assumido que a tensão principal de tração na direção 1 é absorvida inteiramente pelas armaduras dispostas nestas direções. As forças atuantes nelas apresentam a resultante na direção principal 1 dada pela fórmula 84:

$$F_{RS} = A_{sx} f_{yx} \operatorname{sen} \alpha + A_{sy} f_{yy} \cos \alpha \quad (\text{fórmula 84})$$

Sendo:

F_{RS} = resultante na direção principal 1 das forças atuantes nas armaduras dispostas nas direções x e y (kN);

A_{sx} = área de aço na direção x (cm²);

A_{sy} = área de aço na direção y (cm²).

As taxas geométricas de aço nas direções x e y são dadas pelas fórmulas 85 e 86:

$$\rho_{sx} = \frac{A_{sx}}{A_{cx}} = \frac{A_{sx}}{t \operatorname{sen} \alpha} \quad (\text{fórmula 85})$$

Sendo:

A_{cx} = área de concreto na direção x (cm²);

t = espessura do painel (cm).

$$\rho_{sy} = \frac{A_{sy}}{A_{cy}} = \frac{A_{sy}}{t \operatorname{cos} \alpha} \quad (\text{fórmula 86})$$

Sendo:

A_{cy} = área de concreto na direção y (cm²).

Igualando a resultante ao produto de σ_1 e t na fórmula 84 e utilizando as fórmulas 85 e 86, chega-se a fórmula 87:

$$\sigma_1 = \rho_{sx} f_{yx} \operatorname{sen}^2 \alpha + \rho_{sy} f_{yy} \operatorname{cos}^2 \alpha \quad (\text{fórmula 87})$$

Dividindo a fórmula 87 por $\operatorname{cos}^2 \alpha$ e inserindo as fórmulas 81 e 82 nela, a taxa geométrica de armadura na direção y é dada pela fórmula 88. Da mesma forma, encontra-se a taxa de armadura na direção x dada pela fórmula 89:

$$\rho_{sy} = \frac{\tau}{f_{yy}} \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{fórmula 88})$$

$$\rho_{sx} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\tau}{f_{yx}} \quad (\text{fórmula 89})$$

4.2.5.4 Verificação da tensão no concreto

A tensão atuante no concreto, tanto nas cordas quanto nos painéis, deve ser maior que a tensão efetiva no concreto comprimido, e menor que zero, de maneira a evitar a ruptura por compressão. Simone e Malerba⁵ (2001 apud SOUZA, 2004, p. 76), a partir de simulações utilizando o Método Corda-Painel, recomendam adotar o fator de eficiência v do concreto como sendo igual a 1,0 para as cordas e igual a 0,6 para os painéis. Calcula-se a tensão efetiva no concreto comprimido pela fórmula 90:

$$f_e = v f_{ck} \quad (\text{fórmula 90})$$

Sendo:

f_e = tensão efetiva no concreto comprimido (kN/cm²);

v = fator de eficiência do concreto.

⁵ SIMONE, A.; MALERBA, P. G. Modelli discreti nel progetto di strutture in C.A., il modello Stringer-and-Panel. In: TECNICHE DI PROGETTAZIONE STRUT-AND-TIE DI ELEMENTI STRUTTURALI IN CEMENTO ARMATO, 16., 2001, Firenze. **Analli...** Milano: Università degli Studi di Milano, 2002. p. 41-51.

5 EXEMPLOS ANALISADOS

Neste capítulo caracterizaram-se as vigas-parede estudadas no presente trabalho, bem como mostraram-se os resultados experimentais obtidos pelos pesquisadores Leonhardt e Walther⁶ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100-113) e os resultados provenientes da análise pelo Método dos Elementos Finitos efetuada por d'Avila (2003, p. 103-112). Em seguida, e, com o auxílio destes resultados, fez-se o dimensionamento das vigas-parede pelo Método das Bielas e Tirantes, utilizando o *software* CAST e as normas NBR 6.118/2014 e ACI 318/2014, e pelo Método Corda-Painel, utilizando o programa SPanCad.

5.1 VIGAS-PAREDE ANALISADAS

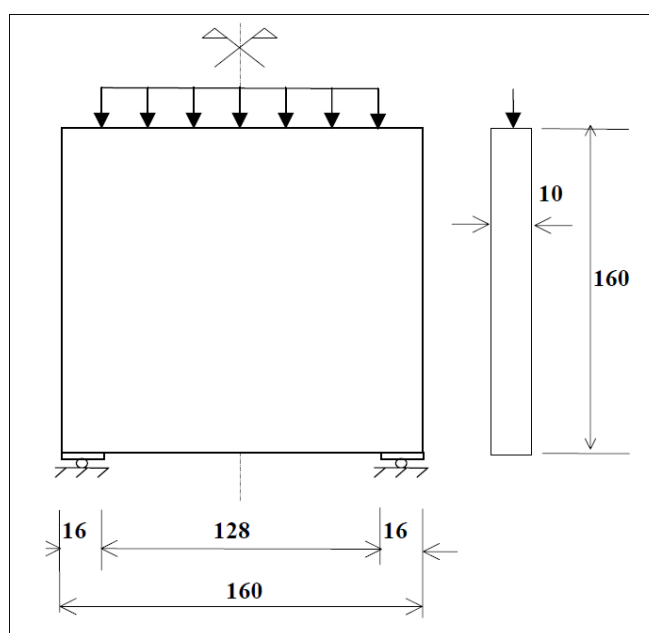
Leonhardt e Walther⁷ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100-113) realizaram um amplo estudo sobre o comportamento de vigas-parede de concreto armado, no qual foram realizados testes experimentais em quatro vigas-parede isostáticas, denominadas por eles de WT1, WT2, WT3 e WT4. A diferença entre as quatro estruturas dava-se em relação às taxas de armadura e alargamento da seção transversal na base.

As vigas-parede WT2 e WT3 foram as estruturas escolhidas para este estudo. Ambas possuem altura e comprimento de 160 cm e espessura de 10 cm (figura 25). A relação entre vão/largura igual a 1 (um) caracteriza um estado de tensões tipicamente bidimensional, o que facilita o emprego dos métodos estudados neste trabalho, os quais serão vistos adiante.

⁶ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

⁷ op. cit.

Figura 25 – Geometria das vigas-parede analisadas



(fonte: adaptada de D'AVILA, 2003, p. 101)

5.1.1 Carregamento

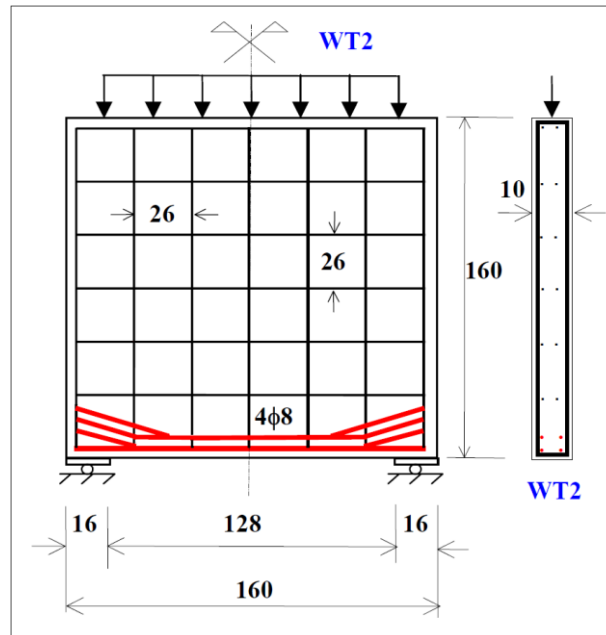
O carregamento externo das duas estruturas está distribuído uniformemente na parte superior, num comprimento de 128 cm, entre as placas de apoio, cujo comprimento mede 16 cm e a espessura mede 10 cm. Desta forma, a placa acompanha toda a espessura das vigas.

5.1.2 Armaduras

Ambas as vigas possuem armadura transversal de aço com tensão de escoamento, f_y , igual a 220 MPa e composta por estribos de 5 mm de diâmetro espaçados em 26 cm. A armadura de flexão de cada uma é composta de barras de 8 mm de diâmetro. A diferença entre essa armadura é que a WT2 possui 4 barras de 8 mm dispostas em duas camadas e um dobramento diferenciado nas zonas localizadas sobre os apoios, resultando numa área de armadura igual a 2,14 cm². Já a WT3 possui 8 barras retas dispostas em 4 camadas, ou seja, uma área de 4,28 cm² de armadura. O aço utilizado nesta armadura longitudinal possui tensão de escoamento, f_y , igual a 428 MPa.

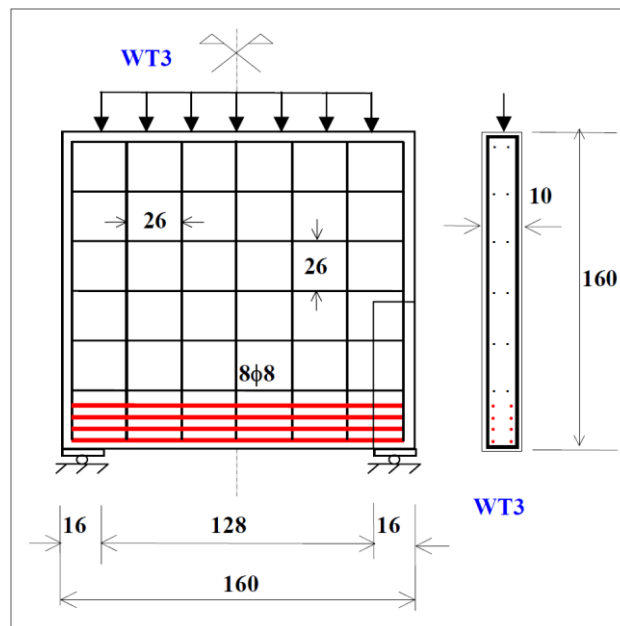
As figuras 26 e 27 ilustram as armaduras existentes nas vigas. Em virtude do dobramento da armadura longitudinal da WT2 ser de pequena magnitude, o mesmo foi desconsiderado no presente estudo.

Figura 26 – Detalhamento da viga-parede WT2



(fonte: adaptada de D'AVILA, 2003, p. 101)

Figura 27 – Detalhamento da viga-parede WT3



(fonte: adaptada de D'AVILA, 2003, p. 101)

5.1.3 Propriedades do concreto

O concreto utilizado nos testes experimentais efetuados na WT2 possui resistência cilíndrica à compressão de 29,9 MPa, ligeiramente inferior ao empregado na WT3, cujo f_c é igual a 30,2 MPa. Tais valores, assim como os referentes à resistência cúbica à compressão, à resistência

cilíndrica à compressão, à resistência à tração e ao módulo de deformação longitudinal inicial dos concretos das vigas encontram-se na tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades dos concretos das vigas-parede WT2 e WT3.

Viga-parede	f_{cub} (MPa)	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)	E_{c0} (MPa)
WT2	35,2	29,2	2,91	32000
WT3	33,8	30,2	2,93	32000

(fonte: adaptada de D'AVILA, 2003, p. 102)

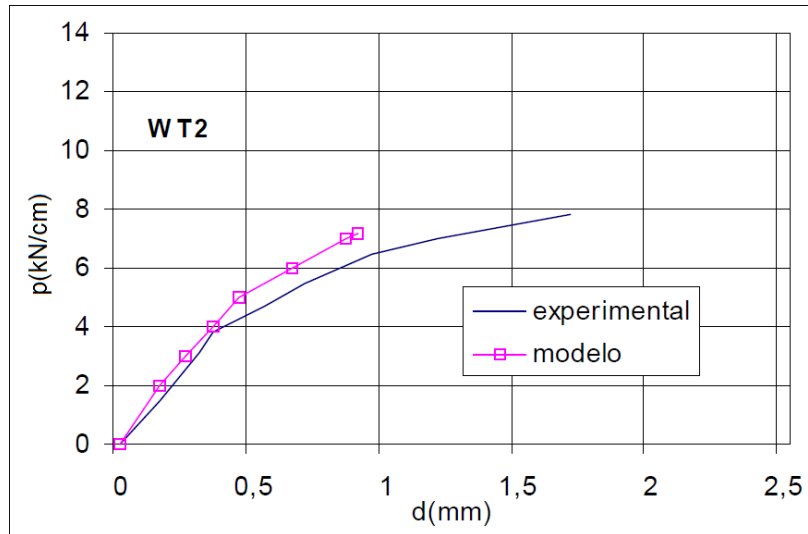
5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS X ANÁLISE VIA MEF

D'Avila (2003, p. 100-113) realizou uma análise computacional via Método dos Elementos Finitos das quatro vigas-parede ensaiadas experimentalmente pelos pesquisadores alemães Leonhardt e Walther⁸ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100-113). Tal análise foi feita através de uma malha de cinquenta elementos quadrangulares quadráticos (5 na horizontal x 10 na vertical) de oito nós para estado plano de tensões, sendo que esta malha discretizava apenas metade das vigas, por causa da simetria das mesmas. As diversas comparações entre os resultados obtidos foram mostradas através de gráficos.

As figuras 28 e 29 ilustram a comparação da evolução das flechas, no meio do vão, ao longo do carregamento para as vigas WT2 e WT3.

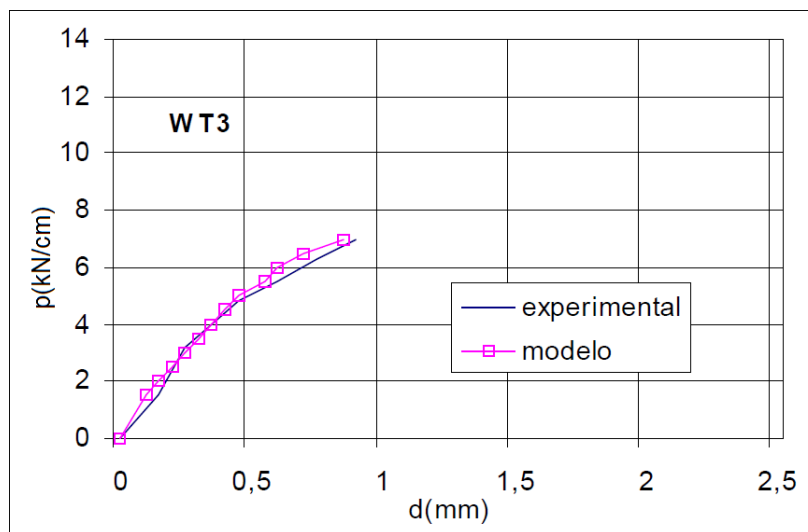
⁸ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

Figura 28 – Comparação entre as flechas no meio do vão para WT2



(fonte: D'AVILA, 2003, p. 104)

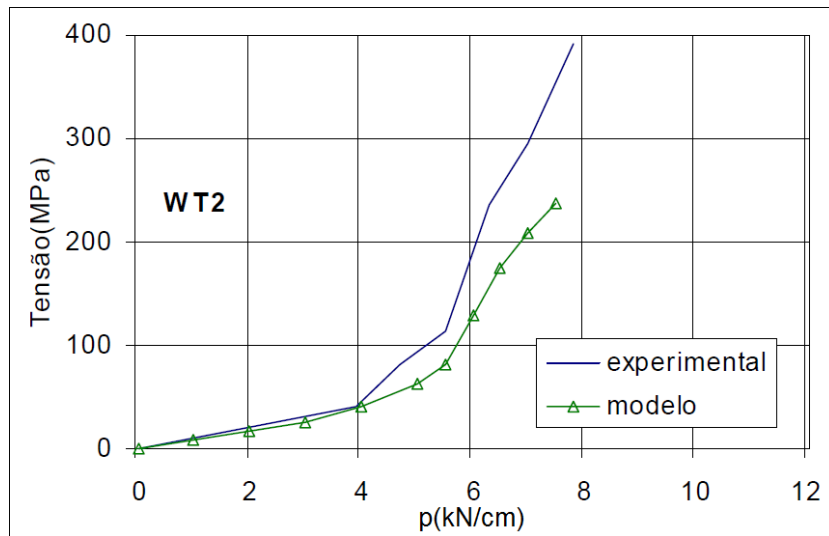
Figura 29 – Comparação entre as flechas no meio do vão para WT3



(fonte: D'AVILA, 2003, p. 104)

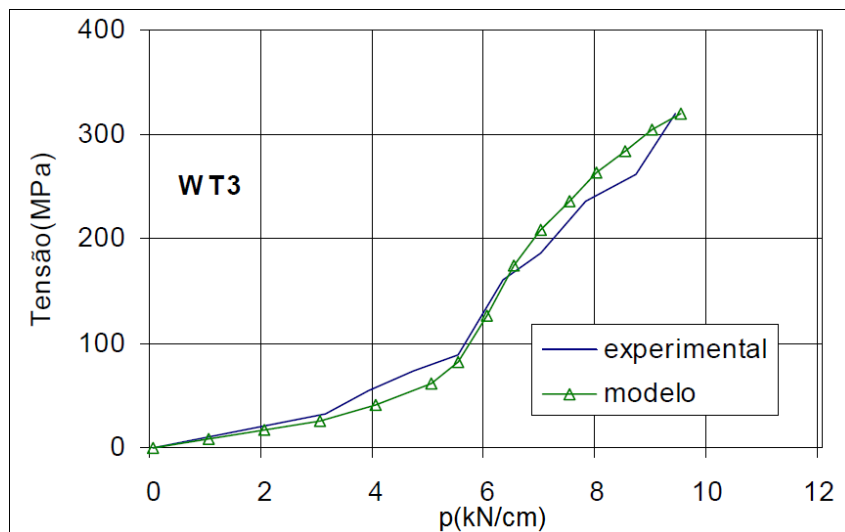
As figuras 30 e 31 mostram a comparação dos valores obtidos para a tensão do aço em pontos localizados no meio do vão da armadura de flexão, enquanto as figuras 32 e 33 mostram esta mesma comparação, porém em pontos localizados sobre os apoios das vigas.

Figura 30 – Tensão na armadura inferior no meio do vão para a WT2



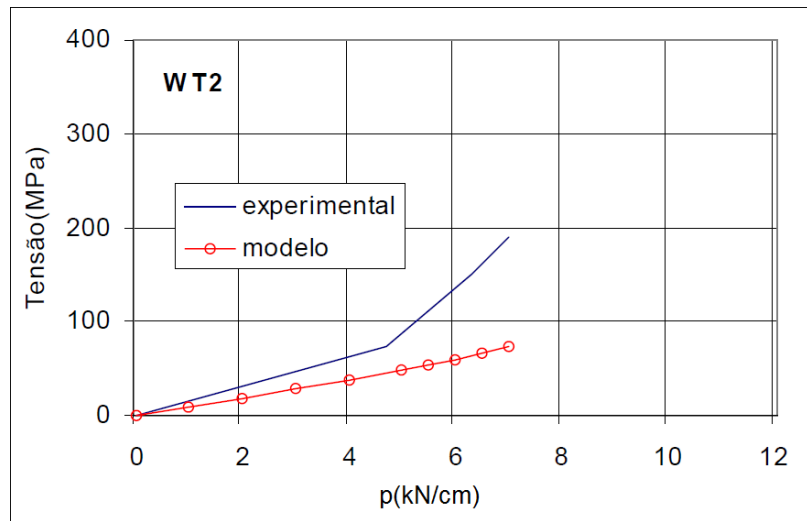
(fonte: D'AVILA, 2003, p. 105)

Figura 31 – Tensão na armadura inferior no meio do vão para a WT3



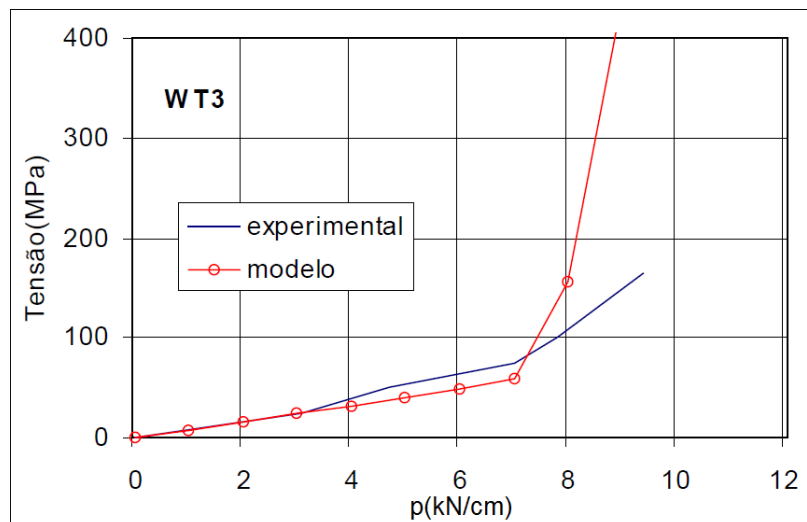
(fonte: D'AVILA, 2003, p. 105)

Figura 32 – Tensão na armadura inferior próxima ao apoio para a WT2



(fonte: D'AVILA, 2003, p. 107)

Figura 33 – Tensão na armadura inferior próxima ao apoio para a WT3



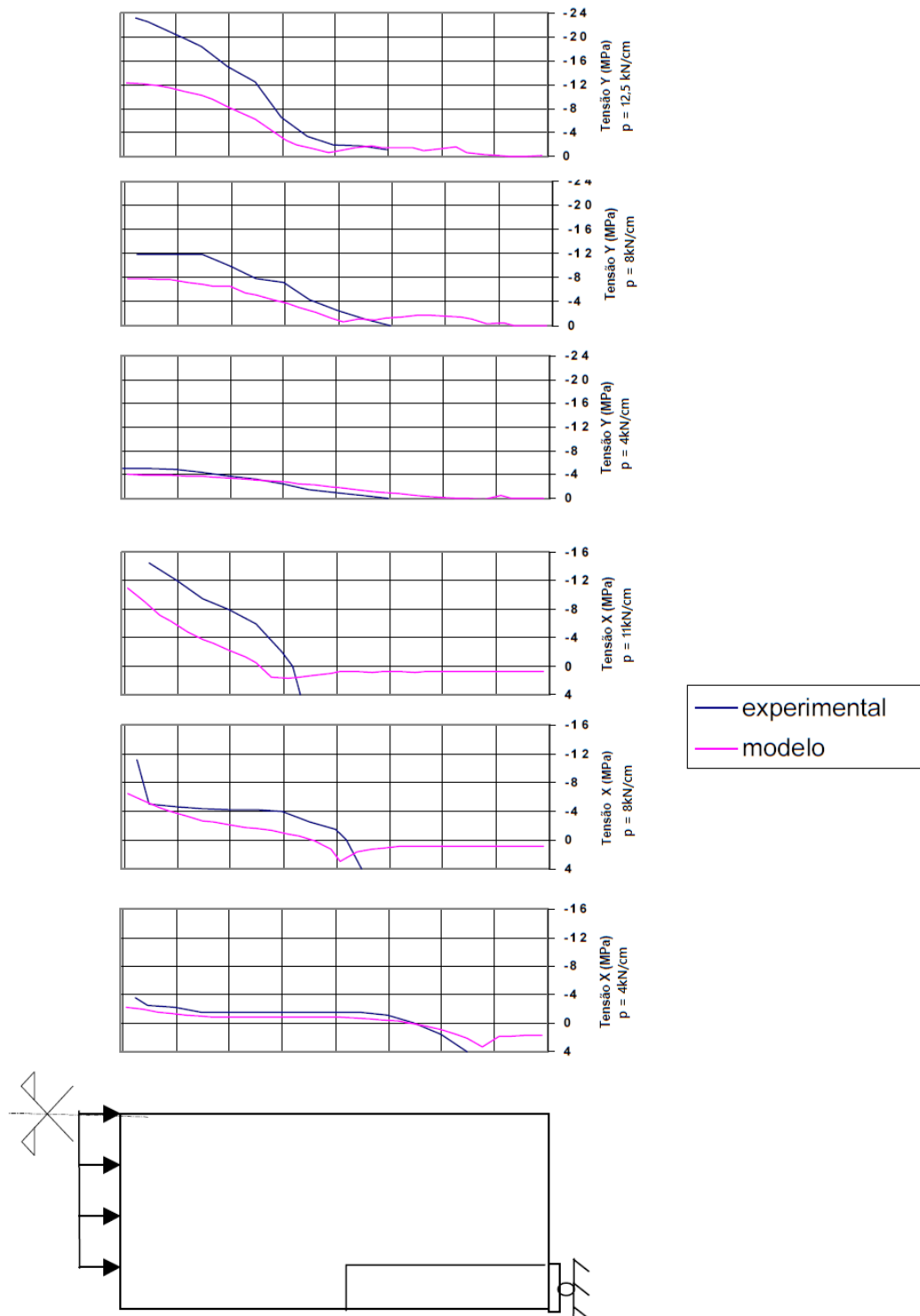
(fonte: D'AVILA, 2003, p. 107)

Através dos gráficos comparativos com os valores de flechas e tensões em diferentes pontos das armaduras e no concreto, percebe-se que o modelo proposto por d'Avila (2003, p. 100-113) para análise pelo Método dos Elementos Finitos conduziu a valores bem próximos àqueles obtidos via análise experimental. Desta forma, pode-se dizer que o MEF é capaz de representar de forma bastante satisfatória o comportamento das vigas-parede fletidas de concreto armado.

Embora a viga-parede WT4 não seja foco deste trabalho, é interessante mostrar o estudo feito por d'Avila (2003) sobre a variação das tensões σ_x e σ_y no concreto ao longo da viga. Na

figura 34, percebe-se claramente o comportamento não-linear das tensões σ_x e σ_y e, também, a evolução da posição da linha neutra. Assim, fica comprovado que não se deve empregar a hipótese de Bernoulli para vigas-parede.

Figura 34 – Tensões no concreto para a viga-parede WT4



(fonte: D'AVILA, 2003, p. 111)

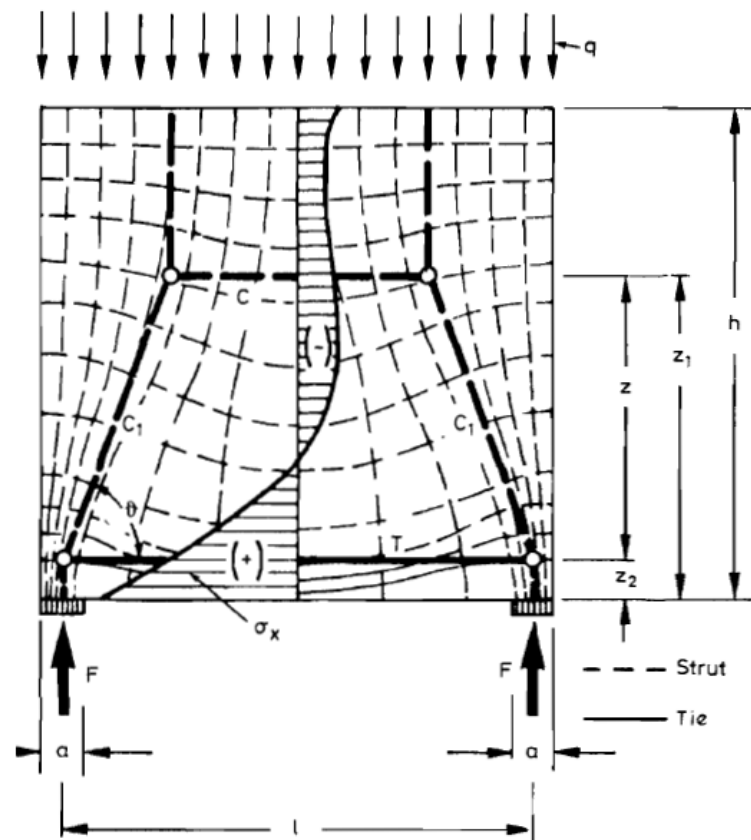
5.3 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

Realizou-se o dimensionamento das vigas-parede pelo Método das Bielas e Tirantes de acordo com a literatura existente apresentada anteriormente. Através do *software* gratuito CAST foram determinados os esforços nas barras do modelo e a partir da força encontrada no tirante conseguiu-se dimensionar as armaduras.

5.3.1 Escolha do modelo

O modelo utilizado foi proposto por Schlaich e Schäfer (1991, p. 114, tradução nossa) com base numa análise elástica feita pelo Método dos Elementos Finitos de uma viga-parede submetida a um carregamento uniformemente distribuído na parte superior da estrutura. Desta análise, obtiveram-se as direções das tensões principais e tensões elásticas numa viga-parede. A direção das bielas pode ser obtida com a direção das tensões principais de compressão enquanto o tirante segue as tensões principais de tração, conforme figura 35.

Figura 35 – Trajetórias e distribuição das tensões elásticas e modelo de bielas e tirantes correspondente



(fonte: adaptada de SCHLAICH; SCHAFFER, 1991, p. 114)

Na definição do ângulo de inclinação entre bielas e tirantes buscou-se utilizar as recomendações da norma brasileira NBR 6.118/2014, americana ACI 318/2014 e dos pesquisadores Schlaich e Schäfer (1991, p. 114, tradução nossa). Desta forma, arbitrou-se um modelo com inclinação cuja tangente tem valor igual a 2. Um ângulo de $63,4^\circ$ não só respeita os limites das normas presentes na Tabela 1, como também se situa muito próximo ao valor limite proposto pelos pesquisadores alemães.

Mediante a definição do ângulo, pode-se partir para a obtenção do braço de alavanca, z , entre o tirante e a biela horizontal. Para isso, dividiu-se o comprimento entre os eixos das placas de apoio em três partes iguais, resultando em um comprimento de 48 cm. Assim, como a tangente entre o ângulo é igual a 2, a medida do braço ficou igual a 96 cm.

A distância do tirante à borda inferior das vigas foi estipulada de acordo com a recomendação presente no item 22.4.4.1 da NBR 6.118/2014, a qual menciona que a armadura de flexão deve ser distribuída em uma altura $0,15h$, sendo h a altura da estrutura. Assim sendo, como as estruturas possuem 160 cm de altura, as armaduras longitudinais devem ser distribuídas em 24 cm. Posicionando-se o tirante no meio desta altura, tem-se a distância de 12 cm à borda inferior.

5.3.2 Definição das cargas e pontos de carregamento

Na definição das cargas utilizadas para o dimensionamento das estruturas WT2 e WT3, utilizaram-se os gráficos das figuras 29, 30, 31 e 32. Através das máximas tensões nas armaduras inferiores, pegaram-se as máximas cargas correspondentes a esses valores. Dessa forma, ficou estabelecido um carregamento de 7,85 kN/cm para a WT2 e 9,45 kN/cm para a WT3, aonde a parcela do peso próprio das estruturas está incluído.

Como o carregamento de ambas as vigas é distribuído entre as placas de apoio, ou seja, em um comprimento de 128 cm, multiplicaram-se as cargas por este valor e os resultados obtidos foram divididos por 2. Desta forma, cada parcela ficaria aplicada a cada uma das bielas verticais do modelo, cujos valores são dados por:

$$a) (7,85 \text{ kN/cm} \times 128 \text{ cm})/2 = 1004,82/2 = 502,41 \text{ kN, para WT2;}$$

$$b) (9,45 \text{ kN/cm} \times 128 \text{ cm})/2 = 1209,91/2 = 604,96 \text{ kN, para WT3.}$$

Além das áreas de apoio das estruturas, nos pontos de carregamento das mesmas, também é comum o emprego de placas. Elas tornam-se necessárias à medida que as tensões devidas às cargas aplicadas, se colocadas pontualmente, são bem elevadas. Isto acaba gerando fissuração excessiva, podendo até mesmo causar rupturas prematuras nestas áreas. Com o uso das placas, tais tensões são distribuídas numa área maior, aliviando a pressão nos pontos de carregamento.

Tendo isso em vista, definiram-se as placas para aplicação de cargas com dimensões de 22 cm de comprimento por 10 cm de espessura.

5.3.3 Resolução do modelo através do programa CAST

Os modelos para as duas vigas foram lançados no software CAST e, a partir da disposição e inclinação dos elementos que os compõe, dos carregamentos e das vinculações, ele pode calcular os esforços em cada uma das bielas e tirantes.

O programa não só gerou um relatório com os resultados obtidos, como também mostra nas próprias barras e vinculações os esforços calculados. As bielas são representadas com linha tracejada e o tirante com linha cheia, sendo que o programa consegue identificar e representar, com linha traço e ponto fina vermelha, os estabilizadores dos modelos.

A figura 36 ilustra os resultados obtidos para a viga-parede WT2 e a figura 26 os resultados para a WT3.

5.3.4 Dimensionamento

O dimensionamento das armaduras de cada uma das vigas foi feito com o auxílio da fórmula 6 e com os valores das forças obtidas em cada tirante, 251,2 kN para WT2 e 302,5 kN para WT3. Posteriormente, dividiram-se estes valores pela tensão de escoamento do aço, igual a 428 MPa. Não foi necessário multiplicar o resultado pelo fator de majoração das cargas de valor igual a 1,4, pois a comparação neste estudo foi feita com resultados experimentais.

A área de armadura para a WT2 com o carregamento de 1004,82 kN resultou em um valor de 5,87 cm², maior que o dobro da armadura ensaiada experimentalmente. Já a área de aço para a WT3 submetida a um carregamento igual a 1209,91 kN resultou igual a 7,07 cm², um aumento de cerca de 65% da armadura colocada na WT3, cujo valor era 4,28 cm².

Percebe-se que pelo Método de Bielas e Tirantes, as áreas de armaduras deram bem maiores que as que foram utilizadas nos ensaios experimentais. Desta forma, pode-se concluir que, pela geometria do modelo proposto, o método leva a resultados de armaduras bem conservadores para ambas as vigas. Logo, as vigas-parede estarão seguras se dimensionadas pelo MB, pois estará se colocando cerca de 174% a mais de aço do que o previsto para a WT2 e cerca de 65% a mais de aço para a WT3.

Embora as altas áreas de armaduras de flexão pareçam seguras, elas tornam-se inviáveis, à medida que a espessura das vigas-parede é muito pequena, igual a 10 cm apenas. O máximo diâmetro de barra que pode ser utilizado para essa espessura tem valor igual a 12,5 mm, o que resultaria numa distância entre barras de 2,5 cm. Isto se não for considerada a armadura transversal de diâmetro de 5 mm. Caso ela seja levada em conta, o valor máximo do diâmetro de barra que pode ser utilizado decresce para 10 mm. Quaisquer diâmetros de barras acima desse valor não poderão ser utilizados, por não oferecem um cobrimento mínimo entre as armaduras.

Caso se deseje utilizar a NBR 7.480/2007 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 10), pode-se escolher, pela tabela B.1, 8 barras de 10 mm para a WT2 e para a WT3 9 barras de 10 mm. Como se dispõe de apenas de 24 cm para a distribuição das barras verticalmente, a quantidade de camadas fica limitada, o que torna inexecutável a adoção de muitas barras de armadura.

A título de curiosidade, fez-se um teste nas estruturas para que se soubessem quais cargas seriam necessárias pelo modelo para que se obtivessem os esforços nos tirantes que resultassem nas mesmas armaduras ensaiadas experimentalmente.

Sabe-se que para uma área de armadura de 2,14 cm², como é o caso na WT2, e um aço com tensão de escoamento igual a 428 MPa, se necessita de um esforço no tirante de 91,592 kN. E para uma área de armadura igual a 4,28 cm², se necessita de 183,184 kN de força no tirante. Com o auxílio do CAST, arbitraram-se valores e se descobriu que, para a WT2, era necessária uma carga em cada biela vertical do modelo de 183,20 kN, enquanto que, para a WT3, essa carga necessária era de apenas 366,30 kN.

5.3.5 Armadura em malha

Tanto a NBR 6.118/2014 quanto a ACI 318/2014, ressaltam que deve se dispor de uma armadura em malha de forma que elas absorvam as tensões de tração inclinadas de pequena intensidade e evitar a abertura de fissuras transversais nas bielas do tipo “garrafa”.

5.3.5.1 NBR 6.118/2014

Segundo a Norma brasileira, deve se dispor de uma armadura em malha em ambas as faces das vigas-parede de área no mínimo igual a 0,15% da área da seção transversal do concreto, em cada direção, conforme o cálculo abaixo:

$$A_{s,malha} = 0,15\% \times b \times h = \frac{0,15}{100} \times 10 \times 100 = 1,50 \text{ cm}^2/m$$

Ou seja, utilizando a NBR 7.480/2007, esta armadura seria composta por barras de 5 mm de diâmetro, espaçadas em 26 cm, tal qual a armadura em malha adotada pelos pesquisadores Leonhardt e Walther⁹ (1966 apud D’AVILA, 2003, p. 100).

⁹ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

5.3.5.2 ACI 318/2014

Fez-se uma verificação para a armadura em malha obtida, de acordo com o item 23.5.3 da ACI 318/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 394). Para isso, foi necessária a determinação dos ângulos α_1 e α_2 , conforme figura 15. Sabe-se que A_{si} é a área total de armadura para um espaçamento s_i que faz um ângulo α_i com o eixo das bielas.

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{960}{480} = 63,4349^\circ \quad e \quad \alpha_1 = 90^\circ - 63,4349^\circ = 26,5651^\circ$$

Com os ângulos obtidos, pode-se realizar a seguinte verificação:

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s \times s_i} \text{sen } \alpha_i = \frac{2,45}{10 \times 26} \text{sen } 26,5651^\circ + \frac{2,45}{10 \times 26} \text{sen } 63,4349^\circ = 0,01264$$

Como o resultado é superior a 0,003, a verificação da ACI 318/2014 foi atendida.

5.3.6 Verificação dos pontos de carregamento

Efetuuou-se a verificação da capacidade resistente dos pontos de aplicação de carga das estruturas analisadas através das fórmulas apresentadas pelos pesquisadores Schlaich e Schäfer (1991, p. 116, tradução nossa), pela NBR 6.118/2014 e pela ACI 318/2014.

Para a viga-parede WT2, sabe-se que a tensão no ponto de aplicação da carga de 502,41 kN é dada por:

$$\frac{P_u}{A_{placa}} = \frac{502,41}{22 \times 10} = 2,2837 \text{ kN/cm}^2$$

Para a viga-parede WT3, sabe-se que a tensão no ponto de aplicação da carga de 604,96 kN é dada por:

$$\frac{P_u}{A_{placa}} = \frac{604,96}{22 \times 10} = 2,7498 \text{ kN/cm}^2$$

5.3.6.1 Schlaich e Schäfer (1991)

Com o auxílio da fórmula para verificação das regiões nodais onde apenas se encontram bielas comprimidas, a qual foi apresentada pelos pesquisadores em seus estudos realizados em 1991, podem-se verificar os pontos de carregamento para as duas vigas-parede estudadas.

As tensões máximas nos pontos de aplicação de carga para as duas estruturas são dadas abaixo. Tendo em vista que se estava trabalhando com dados experimentais, a resistência de cálculo do concreto, f_{cd} , é diretamente o valor obtido no ensaio, no caso da WT2 igual a 2,92 kN/cm² e da WT3 igual a 3,02 kN/cm².

$$f_{cd}^* = 1,1 \times 0,85 \times f_{cd} = 1,1 \times 0,85 \times 2,92 = 2,7302 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd}^* = 1,1 \times 0,85 \times f_{cd} = 1,1 \times 0,85 \times 3,02 = 2,8237 \text{ kN/cm}^2$$

Pelos autores citados, a tensão nos pontos de aplicação de carga nas placas da WT2 deve ser inferior ou igual ao valor limite de 2,7302 kN/cm² para que estes pontos estejam seguros. Para a WT3 o valor limite é igual a 2,8237 kN/cm². Como o cálculo das tensões resultou em valores inferiores aos limites em ambas as vigas, pode-se dizer que as verificações foram atendidas para estas regiões.

5.3.6.2 NBR 6.118/2014

Através da fórmula específica para nós CCC apresentada pela norma em seu item 22.3.2, pode-se calcular a tensão máxima nos pontos de carregamento da WT2 e na WT3.

$$f_{cd1} = 0,85 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} = 0,85 \times \left(1 - \frac{29,2}{250}\right) \times 29,2 = 21,9210 \text{ MPa} = 2,1921 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd1} = 0,85 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} = 0,85 \times \left(1 - \frac{30,2}{250}\right) \times 30,2 = 22,5691 \text{ MPa} = 2,2569 \text{ kN/cm}^2$$

Percebe-se que a tensão sob a placa no ponto de carregamento da WT2 supera apenas 0,0916 a tensão máxima permitida pela NBR 6.118/2014. Uma diferença assim tão pequena entre as tensões pode não ser considerada significativa. Portanto, não se pode afirmar com precisão que a superioridade da tensão sob as placas de carregamento da WT2 implica numa região insegura de aplicação de carga.

Já a verificação para a viga-parede WT3 é falha, visto que a tensão sob a placa de carregamento supera em cerca de 22% a tensão máxima permitida. Ainda que não seja uma porcentagem tão elevada, pode-se dizer que a região corre risco de romper prematuramente antes do escoamento do aço das armaduras. Isto se justifica à medida que foi adotada a carga última de ruína da estrutura para o dimensionamento.

5.3.6.3 ACI 318/2014

Utilizando-se as fórmulas 8 e 9 presentes na norma americana, fez-se a verificação, expressa pela fórmula 7, da tensão máxima sob as placas de carregamento. O coeficiente β_n para zonas circundadas por placas de apoio é igual a 1,0. Considerou-se o fator de redução de resistência, ϕ , igual a 0,75, conforme a tabela 21.2.1 da ACI 318/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 341).

Para a viga-parede WT2, tem-se:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} = (0,85 \times 1,0 \times 2,92) \times (22 \times 10) = 546,04 \text{ kN}$$

$$\phi F_{nn} = 0,75 \times 546,04 = 409,53 \text{ kN}$$

Para a viga-parede WT3, tem-se:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} = (0,85 \times 1,0 \times 3,02) \times (22 \times 10) = 564,74 \text{ kN}$$

$$\phi F_{nn} = 0,75 \times 564,74 = 423,56 \text{ kN}$$

Conclui-se então que, pela ACI 318/2014, ambas as vigas-parede estudadas não passam na verificação da região sob as placas de carregamento. Para WT2 a carga aplicada vale 502,41 kN e para WT3 vale 604,96 kN, superando os limites calculados pela norma de 409,53 kN e 423,56 kN. Pode-se dizer que ambas as vigas não estão seguras em suas regiões de carregamento.

5.3.7 Verificação dos apoios

Efetuiu-se a verificação da capacidade resistente nos apoios das estruturas analisadas através das fórmulas apresentadas pelos pesquisadores Schlaich e Schäfer (1991, p. 116, tradução nossa), pela NBR 6.118/2014 e pela ACI 318/2014.

Para a viga-parede WT2, sabe-se que a tensão sobre as placas de apoio devido a carga de 502,41 kN é dada por:

$$\frac{P_u}{A_{placa}} = \frac{502,41}{16 \times 10} = 3,1401 \text{ kN/cm}^2$$

Já para a viga-parede WT3, sabe-se que a tensão sobre as placas de apoio devido a carga de 604,96 kN é dada por:

$$\frac{P_u}{A_{placa}} = \frac{604,96}{16 \times 10} = 3,7810 \text{ kN/cm}^2$$

5.3.7.1 Schlaich e Schäfer (1991)

A verificação de acordo com os pesquisadores para as regiões dos apoios foi feita a partir da fórmula abaixo.

Para a estrutura WT2, tem-se:

$$f_{cd}^* = 0,80 \times 0,85 \times f_{cd} = 0,80 \times 0,85 \times 2,92 = 1,9856 \text{ kN/cm}^2$$

Para a estrutura WT3, tem-se:

$$f_{cd}^* = 0,80 \times 0,85 \times f_{cd} = 0,80 \times 0,85 \times 3,02 = 2,0536 \text{ kN/cm}^2$$

Nota-se que o valor para a tensão nessas regiões da WT2 não deveria ultrapassar o valor de 1,9856 kN/cm² e para a WT3 não deveria ultrapassar o valor de 2,0536 kN/cm², o que não é verificado, visto que ambos os valores de tensão para as duas estruturas estudadas são bem maiores que este limite. Isto indica que as regiões sobre as placas de apoio não são seguras, o que pode acarretar numa ruptura nelas por esmagamento do concreto.

5.3.7.2 NBR 6.118/2014

Através da fórmula específica para nós CCT apresentada pela norma em seu item 22.3.2, pode-se calcular a tensão máxima sobre a placa de apoio das vigas-parede.

Para a viga-parede WT2, tem-se:

$$f_{cd3} = 0,72 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} = 0,72 \times \left(1 - \frac{29,2}{250}\right) \times 29,2 = 18,5684 \text{ MPa} = 1,8568 \text{ kN/cm}^2$$

Para a viga-parede WT3, tem-se:

$$f_{cd3} = 0,72 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} = 0,72 \times \left(1 - \frac{30,2}{250}\right) \times 30,2 = 19,1173 \text{ MPa} = 1,9117 \text{ kN/cm}^2$$

Conclui-se que a NBR 6.118/2014 é muito restritiva quanto a essas regiões, pois os valores limites das tensões são bem baixos. A tensão nas placas da WT2 supera em quase 70% do valor recomendado pela referente Norma. A situação é ainda mais crítica nas placas da WT3, cujo valor supera em quase 98% o limite. Desta forma, pode-se esperar que, por esta verificação, estas regiões sofram ruptura antes de atingidas as cargas que farão o aço das armaduras longitudinais escoar.

5.3.7.3 ACI 318/2014

O procedimento para a verificação da capacidade resistente dos apoios pela ACI 318/2014 é similar ao executado na verificação dos pontos de aplicação de carga. A diferença está no coeficiente β_n para zonas ancorando um único tirante, cujo valor é igual a 0,80. Considerou-se o fator de redução de resistência, ϕ , igual a 0,75, conforme a tabela 21.2.1 da ACI 318/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 341).

Para a WT2, tem-se:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} = (0,85 \times 0,80 \times 2,92) \times (16 \times 10) = 317,696 \text{ kN}$$

$$\phi F_{nn} = 0,75 \times 317,696 = 238,272 \text{ kN}$$

Para a WT3, tem-se:

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} = (0,85 \times 0,80 \times 3,02) \times (16 \times 10) = 328,576 \text{ kN}$$

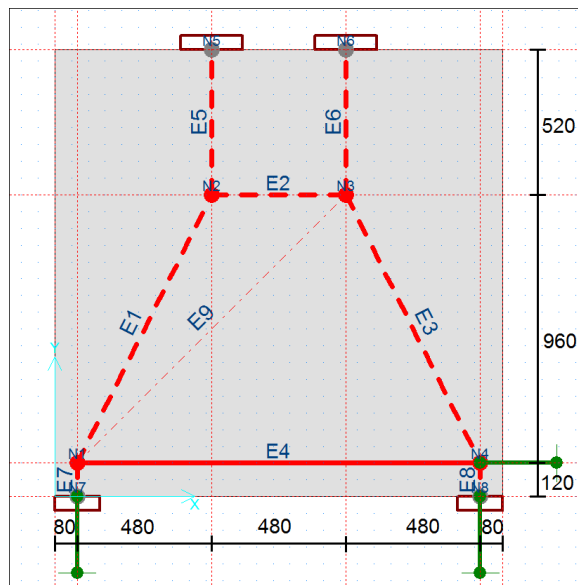
$$\phi F_{nn} = 0,75 \times 328,576 = 246,43 \text{ kN}$$

Como ocorreu na verificação pelos pesquisadores e pela norma brasileira, a região sobre as placas de apoio das estruturas não é segura. Indicando uma fragilidade destas regiões possivelmente causada pelas pequenas dimensões das placas.

5.3.8 Verificação das bielas

Efetuiu-se a verificação da capacidade resistente de cada uma das bielas do modelo de bielas e tirantes proposto através das fórmulas apresentadas pelos pesquisadores Schlaich e Schäfer (1991, p. 116, tradução nossa), pela NBR 6.118/2014 e pela ACI 318/2014. A figura 38 ilustra a enumeração de cada uma das bielas do modelo de forma a facilitar o entendimento dos cálculos.

Figura 38 – Enumeração dos elementos do modelo de bielas e tirantes proposto



(fonte: elaborada pela autora)

Para o cálculo da tensão nas bielas, foi necessária a definição da largura das mesmas. Com o auxílio da recomendação presente no item R.23.4.1 da ACI 318/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 392, tradução nossa), se estabeleceu que as larguras das bielas, para modelos bidimensionais de bielas e tirantes, possuem a largura da espessura da estrutura, logo, 10 cm.

Para a biela prismática E2 da viga-parede WT2, tem-se a seguinte tensão:

$$\frac{F_{E2}}{b \times w_s} = \frac{251,20}{10 \times 10} = 2,5120 \text{ kN/cm}^2$$

E para a biela prismática da WT3, tem-se:

$$\frac{F_{E2}}{b \times w_s} = \frac{302,50}{10 \times 10} = 3,0250 \text{ kN/cm}^2$$

Para as bielas do tipo “garrafa”, E1 e E3, da estrutura WT2, fez-se um cálculo único visto que os valores são iguais. Logo, tem-se o seguinte valor de tensão:

$$\frac{F_{E1}}{b \times w_s} = \frac{F_{E3}}{b \times w_s} = \frac{561,70}{10 \times 10} = 5,6170 \text{ kN/cm}^2$$

As bielas do tipo “garrafa” da estrutura WT3, têm o seguinte valor de tensão:

$$\frac{F_{E1}}{b \times w_s} = \frac{F_{E3}}{b \times w_s} = \frac{676,40}{10 \times 10} = 6,7640 \text{ kN/cm}^2$$

5.3.8.1 Schlaich e Schäfer (1991)

Para a biela E2 da viga-parede WT2, calculou-se a tensão máxima que uma biela submetida a um estado uniaxial de tensão, ou seja, uma biela prismática poderia suportar.

$$f_{cd}^* = 1,0 \times 0,85 \times f_{cd} = 1,0 \times 0,85 \times 2,92 = 2,4820 \text{ kN/cm}^2$$

Para a biela E2 da viga-parede WT3, tem-se a seguinte tensão limite:

$$f_{cd}^* = 1,0 \times 0,85 \times f_{cd} = 1,0 \times 0,85 \times 3,02 = 2,5670 \text{ kN/cm}^2$$

Nota-se que para a biela prismática da WT2 a verificação por muito pouco não é atendida, enquanto para a WT3 os valores se distanciam bastante, indicando uma vulnerabilidade nesta biela comprimida.

Utilizando-se a fórmula abaixo, pode-se calcular o valor limite para a tensão nas bielas do tipo “garrafa”, que é o caso das bielas E1 e E3, da viga WT2.

$$f_{cd}^* = 0,80 \times 0,85 \times f_{cd} = 0,80 \times 0,85 \times 2,92 = 1,9856 \text{ kN/cm}^2$$

Para as bielas E1 e E3 da WT3, tem-se o seguinte valor limite:

$$f_{cd}^* = 0,80 \times 0,85 \times f_{cd} = 0,80 \times 0,85 \times 3,02 = 2,0536 \text{ kN/cm}^2$$

As tensões nas bielas do tipo “garrafa” em ambas as vigas WT2 e WT3 ultrapassam de forma significativa a tensão limite recomendada pelos pesquisadores. Isto indica que as vigas podem vir a sofrer ruptura por cisalhamento, o que é perfeitamente compreensível por ter-se adotado a carga última de ruptura para a análise via MB.

5.3.8.2 NBR 6.118/2014

Como a norma brasileira traz as mesmas fórmulas para as verificações das regiões nodais e das bielas, os cálculos das tensões máximas para as bielas prismática e do tipo “garrafa” já foram realizadas nos itens 5.3.6.2 e 5.3.6.2, respectivamente.

Tem-se o valor limite para a biela prismática da WT2:

$$f_{cd1} = 2,1921 \text{ kN/cm}^2$$

E para a biela prismática da WT3:

$$f_{cd1} = 2,2569 \text{ kN/cm}^2$$

As bielas do tipo “garrafa” da WT2 têm o valor limite igual a:

$$f_{cd3} = 1,8568 \text{ kN/cm}^2$$

E as da WT3 têm:

$$f_{cd3} = 1,9117 \text{ kN/cm}^2$$

Novamente tem-se uma ultrapassagem significativa dos valores limites das tensões nas bielas. Ou seja, caso se fizer o dimensionamento de acordo com a NBR 6.118/2014, as bielas não estariam seguras. Vale ressaltar que a norma não considera a parcela referente ao reforço das bielas causado pelo emprego de uma armadura em malha, o que negligencia o aumento de resistência nestes elementos.

5.3.8.3 ACI 318/2014

A verificação das bielas pela norma americana deu-se através das fórmulas 2, 3 e 4. Definindo-se β_s igual a 1,0 para as bielas prismáticas e igual a 0,75 para as do tipo “garrafa”, já que a condição da armadura de malha expressa no item 23.5.3 da ACI 38/2014 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 394) foi verificada no item 5.3.5.2 deste trabalho.

Para a biela E2, prismática, da WT2, tem-se:

$$F_{ns} = [(0,85 \times 1,0 \times 2,92) \times (10 \times 10)] + [(2,40 \times 1,0733) \times 22] = 304,870 \text{ kN}$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times 304,870 = 228,653 \text{ kN}$$

E para a biela E2 da WT3, tem-se:

$$F_{ns} = [(0,85 \times 1,0 \times 3,02) \times (10 \times 10)] + [(2,40 \times 1,0733) \times 22] = 313,370 \text{ kN}$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times 313,370 = 235,028 \text{ kN}$$

As forças nas bielas prismáticas das duas estruturas ultrapassam os valores limite estabelecidos pela Norma americana, sendo que biela E2 da WT2 supera apenas cerca de 10% o limite.

Para as bielas do tipo “garrafa”, E1 e E3, da WT2 têm-se:

$$F_{ns} = [(0,85 \times 0,75 \times 2,92) \times (10 \times 10)] + [(2,40 \times 1,0733) \times 22] = 242,820 \text{ kN}$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times 242,820 = 182,115 \text{ kN}$$

E para as bielas E1 e E3 da WT3, têm-se:

$$F_{ns} = [(0,85 \times 0,75 \times 3,02) \times (10 \times 10)] + [(2,40 \times 1,0733) \times 22] = 249,195 \text{ kN}$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times 249,195 = 186,896 \text{ kN}$$

De acordo com esta verificação, a situação das bielas do tipo “garrafa” é bem mais crítica que a situação das bielas prismáticas das duas estruturas. O valor da WT2 supera em 200% o limite, enquanto a WT3 supera cerca de 260%. O que indica que, provavelmente, estas bielas serão responsáveis pela ruptura das estruturas por cisalhamento.

5.3.9 Predição automática da carga última pelo CAST

De forma a comparar quanto a geometria do modelo de bielas e tirantes proposto podia suportar com o resultado obtido experimentalmente, fez-se a predição da carga última via *software* CAST. Esta função permite que, a partir de dada geometria do modelo de bielas e tirantes proposto e critérios de resistência escolhidos pelo usuário, o programa calcule a máxima carga possível de ser aplicada à estrutura. Tal cálculo é realizado de forma simples, por meio do fator de eficiência do concreto, onde se limita a tensão máxima nas bielas. Como a geometria já foi definida se determina a máxima força para que a biela de determinada espessura não supere a resistência do concreto. Utilizaram-se as recomendações de eficiência da ACI 318/2014 existentes no programa para a verificação dos nós e das bielas e definiram-se alguns aspectos como:

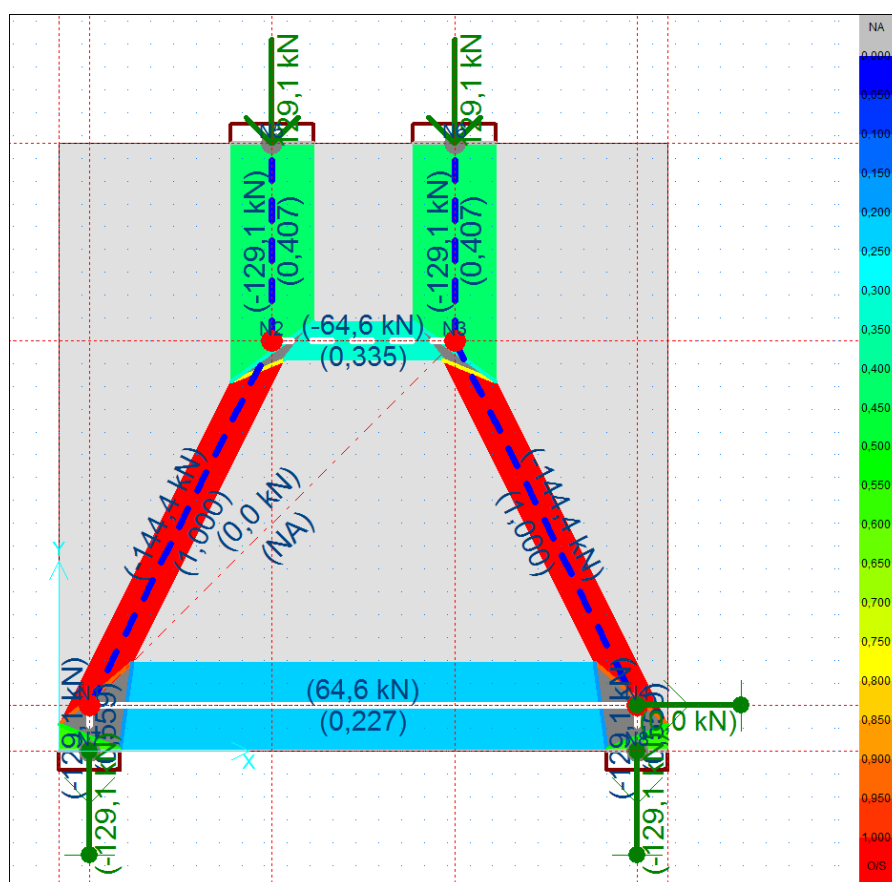
- a) os nós N1 e N4 são do tipo CCT;
- b) os nós N2 e N3 são do tipo CCC;
- c) a largura das bielas E1, E2 e E3 tem valor igual a 100 mm;
- d) as demais bielas têm largura compatível com as placas de apoio;
- e) o tirante E4 possui largura 240 mm.

Colocaram-se os dados no programa e, através da função “*Run Simple Capacity Prediction*”, ele forneceu o valor da carga última para as duas estruturas, bem como qual dos elementos limita a capacidade do modelo.

Para as vigas-parede, a limitadora de capacidade foram as bielas do tipo “garrafa” E1 e E3, o que indica que, por esta análise, a ruptura será por cisalhamento nestes elementos. O valor de carga máxima possível para as vigas foi de 129,10 kN. A figura 39 mostra os valores máximos de força em cada um dos elementos, bem como a carga última obtida pela análise.

Este resultado era esperado, tendo em vista que o MB é baseado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, ou seja, a carga referida é menor que a carga de colapso real da estrutura.

Figura 39 – Predição da carga última para as vigas-parede estudadas



(fonte: elaborada pela autora)

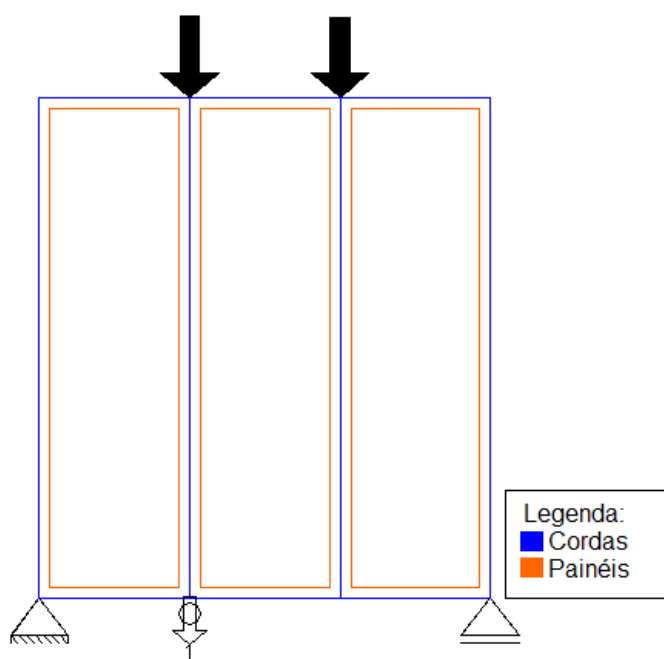
5.4 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO CORDA-PAINEL

O dimensionamento das vigas-parede WT2 e WT3 pelo Método Corda e Painel foi realizado de acordo com a literatura apresentada no item 4.2 deste trabalho. Através do *software* gratuito SPanCAD foram determinados os esforços nas cordas e painéis do modelo e a partir disso conseguiu-se dimensionar as armaduras.

5.4.1 Discretização da estrutura

Discretizou-se a estrutura em cordas e painéis de tal maneira que as cordas foram posicionadas no centro das placas de apoio, delimitando a estrutura com 144 cm de comprimento, e também sob os pontos de aplicação de carga. Como se sabe, os painéis foram gerados automaticamente dentro dos polígonos fechados formados pelas cordas. As fronteiras verticais ficaram distantes dos pontos de aplicação de carregamento em 48 cm. A figura 40 ilustra a discretização das estruturas estudadas pelo modelo de cordas e painéis.

Figura 40 – Discretização das vigas-parede pelo modelo de cordas e painéis



(fonte: elaborada pela autora)

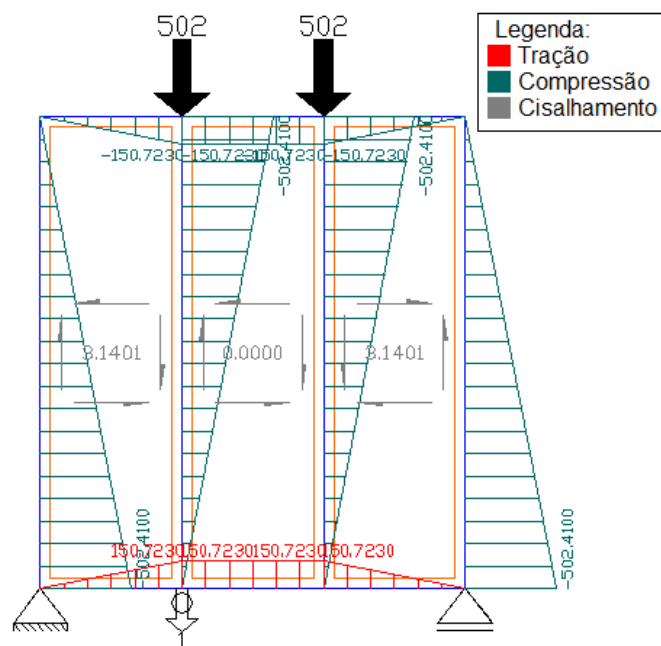
Tanto para as cordas horizontais quanto para as verticais, foi empregada uma seção transversal de 240 cm², sabendo-se que a espessura das vigas-parede é de 10 cm e que foi adotado 24 cm de largura para todas elas, tendo em vista a recomendação da NBR 6.118/2014 de distribuir a armadura longitudinal em torno de 0,15h (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p.182). Considerou-se um cobrimento de armadura de 2,5 cm.

As propriedades dos materiais que constituem as vigas-parede WT2 e WT3 foram retiradas da tabela 2 e os dados do carregamento foram os mesmos apresentados no item 5.3.2 para análise pelo Método das Bielas e Tirantes.

5.4.2 Análise elástica linear

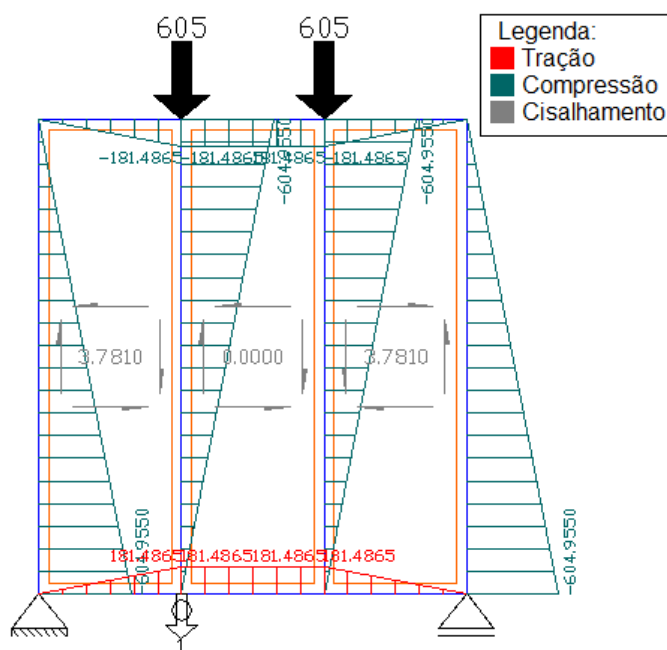
Após a elaboração do modelo de cordas e painéis para ambas as vigas WT2 e WT3, realizou-se, através do programa SPanCAD, uma análise elástica das estruturas. Dessa forma, determinaram-se os esforços internos atuantes nas cordas e as tensões cisalhantes nos painéis. A figura 41 apresenta em maiores detalhes os resultados obtidos para a viga-parede WT2 e a figura 42 os resultados para a WT3.

Figura 41 – Distribuição e valores dos esforços normais nas cordas (em kN) e tensões cisalhantes nos painéis (em MPa) da viga-parede WT2



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 42 – Distribuição e valores dos esforços normais nas cordas (em kN) e tensões cisalhantes nos painéis (em MPa) da viga-parede WT3



(fonte: elaborada pela autora)

Através das figuras 41 e 42, percebe-se que a máxima força normal de tração na viga-parede WT2 é de 150,72 kN e na WT3 é de 181,49 kN, sendo que ambas atuam na corda horizontal inferior central do modelo. Nota-se também que todas as cordas verticais das duas estruturas

encontram-se comprimidas, com a maior tensão de compressão atuante nelas de 20,93 MPa na WT2 e de 25,21 MPa na WT3.

Em posse das tensões máximas de compressão nas cordas das duas estruturas e com o auxílio da fórmula 90, fez-se uma verificação e se constatou que, pelo fato destas tensões serem menores que o valor da tensão efetiva no concreto comprimido, as cordas não necessitariam de armadura de compressão.

As tabelas 3 e 4 ilustram as verificações das cordas comprimidas para as duas vigas-parede estudadas. A enumeração das cordas deu-se de cima para baixo e da esquerda para a direita, começando pelas cordas horizontais e posteriormente para as cordas verticais.

Tabela 3 – Verificação das cordas comprimidas da WT2

Corda	N (kN)	A_{corda} (cm ²)	f_{corda} (MPa)	f_{ck} (MPa)	ν	f_e (MPa)	Verificação
1	-150,72	240	6,28	29,2	1,0	29,2	Ok
2	-150,72	240	6,28	29,2	1,0	29,2	Ok
3	-150,72	240	6,28	29,2	1,0	29,2	Ok
7	-502,41	240	20,93	29,2	1,0	29,2	Ok
8	-502,41	240	20,93	29,2	1,0	29,2	Ok
9	-502,41	240	20,93	29,2	1,0	29,2	Ok
10	-502,41	240	20,93	29,2	1,0	29,2	Ok

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 4 – Verificação das cordas comprimidas da WT3

Corda	N (kN)	A_{corda} (cm ²)	f_{corda} (MPa)	f_{ck} (MPa)	ν	f_e (MPa)	Verificação
1	-181,49	240	7,56	30,2	1,0	30,2	Ok
2	-181,49	240	7,56	30,2	1,0	30,2	Ok
3	-181,49	240	7,56	30,2	1,0	30,2	Ok
7	-604,96	240	25,21	30,2	1,0	30,2	Ok
8	-604,96	240	25,21	30,2	1,0	30,2	Ok
9	-604,96	240	25,21	30,2	1,0	30,2	Ok
10	-604,96	240	25,21	30,2	1,0	30,2	Ok

(fonte: elaborada pela autora)

Com base nos esforços de tração e na tabela B.1 da NBR 7.480/2007 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 10), foram dimensionadas as armaduras das cordas tracionadas. Tais resultados podem ser visualizados nas tabelas 5 e 6, das vigas-parede WT2 e WT3, respectivamente.

Tabela 5 – Determinação das armaduras das cordas tracionadas da WT2

Corda	N (kN)	A_{corda} (cm ²)	f_y (MPa)	A_s (cm ²)	Armadura adotada	A_s adotada (cm ²)
4	150,72	240	428	3,52	7 ϕ 8 mm	3,52
5	150,72	240	428	3,52	7 ϕ 8 mm	3,52
6	150,72	240	428	3,52	7 ϕ 8 mm	3,52

(fonte: elaborada pela autora)

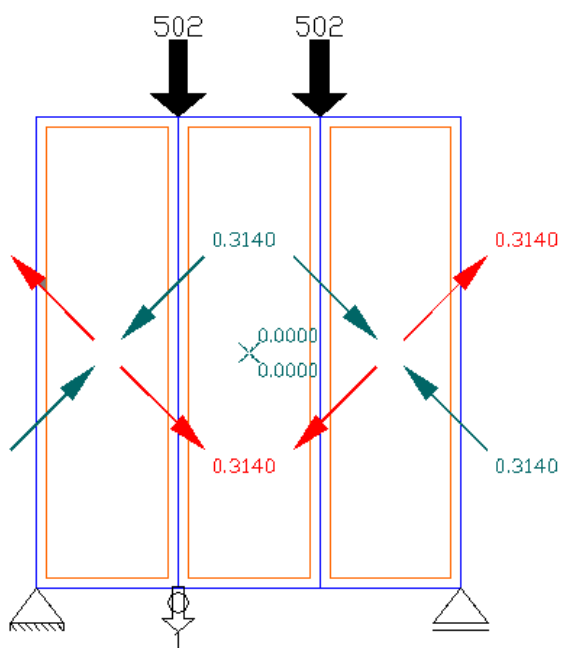
Tabela 6 – Determinação das armaduras das cordas tracionadas da WT3

Corda	N (kN)	A _{corda} (cm ²)	f _y (MPa)	A _s (cm ²)	Armadura adotada	A _s adotada (cm ²)
4	181,49	240	428	4,24	9 ϕ 8 mm	4,52
5	181,49	240	428	4,24	9 ϕ 8 mm	4,52
6	181,49	240	428	4,24	9 ϕ 8 mm	4,52

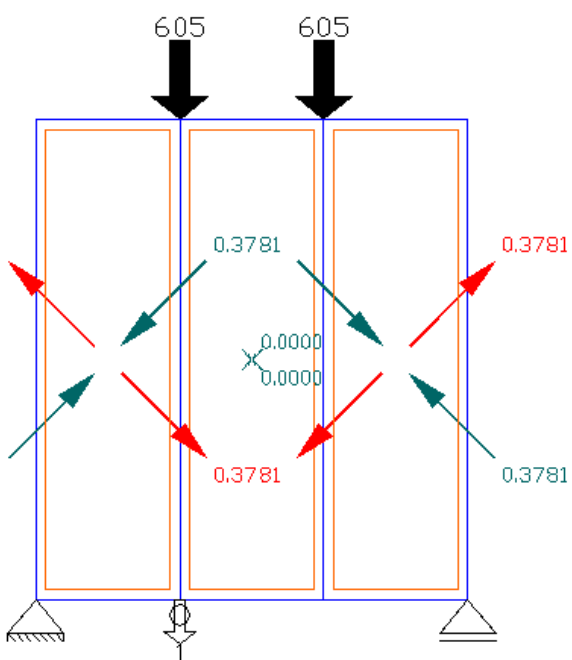
(fonte: elaborada pela autora)

Percebe-se que as áreas de armaduras obtidas para as cordas de ambas as estruturas não se distanciam muito dos valores utilizados na análise experimental. À viga WT3, por exemplo, foi adicionada apenas uma barra, indicando que o Método Corda-Painel encontrou resultados bem satisfatórios e próximos aos utilizados experimentalmente para o mesmo carregamento.

Em relação aos painéis, os laterais apresentaram esforço de cisalhamento de magnitude 3,14 kN/cm na WT2 (figura 43) e 3,78 kN/cm na WT3 (figura 44), enquanto o painel central não apresentou tensões de cisalhamento. Percebe-se que o ângulo α , que define as direções principais de tensões, possui valor de 45°. As tabelas 7 e 8 mostram os dimensionamentos das armaduras dos painéis. Tais dimensionamentos foram efetuados mediante uso das fórmulas 85, 86, 88 e 89. Para o painel central foi empregada a taxa de armadura mínima recomendada pela NBR 6.118/2014 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 182-183).

Figura 43 – Esforço de cisalhamento nos painéis (em kN/cm²) da viga-parede WT2

(fonte: elaborada pela autora)

Figura 44 – Esforço de cisalhamento nos painéis (em kN/cm²) da viga-parede WT3

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 7 – Dimensionamento das armaduras nos painéis da WT2

Painel	V (kN/cm)	t (cm)	τ (kN/cm ²)	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	$A_{sx} = A_{sy}$ (cm ² /m)	A_s /face
1	3,14	10	0,314	220	220	1,43	1,43	14,27	$\phi 10$ c/ 11 cm
2	0	10	0	220	220	0,15	0,15	1,50	$\phi 5$ c/ 26 cm
3	3,14	10	0,314	220	220	1,43	1,43	14,27	$\phi 10$ c/ 11 cm

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 8 – Dimensionamento das armaduras nos painéis da WT3

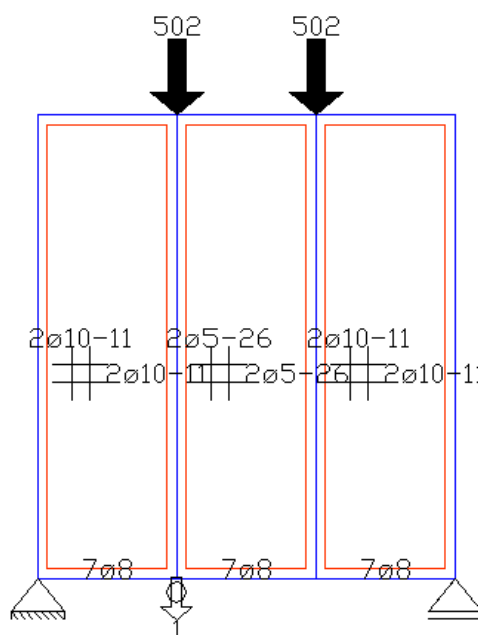
Painel	V (kN/cm)	t (cm)	τ (kN/cm ²)	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	$A_{sx} = A_{sy}$ (cm ² /m)	A_s /face
1	3,78	10	0,378	220	220	1,72	1,72	17,18	$\phi 10$ c/ 9 cm
2	0	10	0	220	220	0,15	0,15	1,50	$\phi 5$ c/ 26 cm
3	3,78	10	0,378	220	220	1,72	1,72	17,18	$\phi 10$ c/ 9 cm

(fonte: elaborada pela autora)

Os painéis laterais apresentaram um volume de aço muito superior ao empregado nos ensaios experimentais e aos obtidos pelo Método das Bielas e Tirantes. Caso se pensasse pelo ponto de vista construtivo, tornar-se-ia inviável o emprego de diferentes bitolas de armaduras com diferentes espaçamentos entre elas, obrigando a se utilizar nos painéis centrais, sem cisalhamento, a mesma armadura encontrada para os laterais.

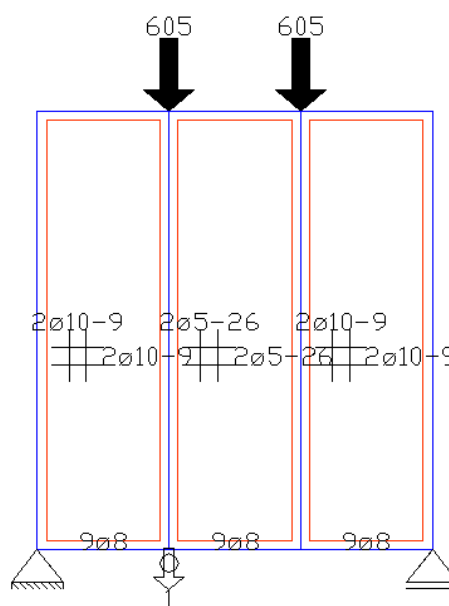
As figuras 45 e 46 ilustram os padrões de armação obtidos nos pré-dimensionamentos das vigas-parede WT2 e WT3. Percebe-se que se optou em manter a taxa mínima de armadura em cada uma das faces dos painéis centrais.

Figura 45 – Distribuição de armaduras obtidas no pré-dimensionamento da WT2



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 46 – Distribuição de armaduras obtidas no pré-dimensionamento da WT3



(fonte: elaborada pela autora)

Efetuiu-se a verificação das tensões atuantes nos concretos dos painéis das duas vigas-parede através das fórmulas 76 e 90, sendo que os resultados encontram-se nas tabelas 9 e 10.

Tabela 9 – Verificação do concreto nos painéis da WT2

Painel	τ (MPa)	f_{ck} (MPa)	ν	f_e (MPa)	Verificação
1	3,14	29,2	0,6	17,52	Ok
2	0	29,2	0,6	17,52	Ok
3	3,14	29,2	0,6	17,52	Ok

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 10 – Verificação do concreto nos painéis da WT3

Painel	τ (MPa)	f_{ck} (MPa)	ν	f_e (MPa)	Verificação
1	3,78	30,2	0,6	18,12	Ok
2	0	30,2	0,6	18,12	Ok
3	3,78	30,2	0,6	18,12	Ok

(fonte: elaborada pela autora)

5.4.3 Análise não-linear – fissuração do concreto

A partir da colocação dos modelos de cordas e painéis das vigas WT2 e WT3, bem como das respectivas armaduras obtidas nos pré-dimensionamentos, fizeram-se as análises não-lineares com o objetivo de se obterem as respostas das mesmas.

Para isto, considerou-se, nas cordas, que o concreto comprimido possuía comportamento elástico-linear e que ao concreto tracionado considerou-se a fissuração e o chamado “*tension stiffening*”. Nos painéis foi considerado um comportamento não-linear, onde consideram-se as mudanças de rigidez devido à fissuração do concreto e ao escoamento das armaduras.

A análise não-linear indicou que a máxima força observada nas cordas tracionadas foi de 46,67 kN na WT2 e 65,51 kN na WT3, que correspondem às tensões médias nas armaduras dos tirantes principais de 1,94 MPa na WT2 e 2,73 na WT3. Percebe-se que as tensões para as armaduras das duas vigas-parede resultaram em valores bem abaixo do limite de escoamento do aço utilizado nelas.

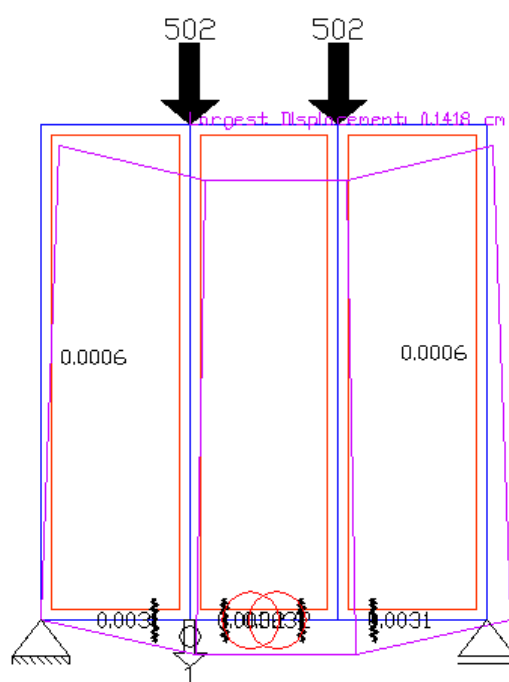
Para as cordas comprimidas, os máximos valores obtidos foram de 531,57 kN para a WT2 e 628,33 kN para a WT3 e deram-se para as cordas verticais das estruturas. Tais forças

correspondem aos seguintes valores de tensões médias no concreto: 22,15 MPa para a WT2 e 26,18 MPa para a WT3.

Os valores encontrados para as flechas máximas das duas estruturas foram de 1,42 mm para a viga-parede WT2 e 1,68 mm para a WT3. Sabe-se que a NBR 6.118/2014 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 77) limita o deslocamento máximo que um elemento estrutural pode ter em condições de serviço, utilizando-se, para isto, de uma relação entre o comprimento do vão do mesmo pelo valor 250. Como as vigas-parede estudadas possuem 1600 mm de vão, o máximo deslocamento permitido pela Norma é de 6,4 mm. Logo, os valores encontrados para as estruturas estão bem abaixo do valor máximo, o que indica que as mesmas possuem bons comportamentos em serviço.

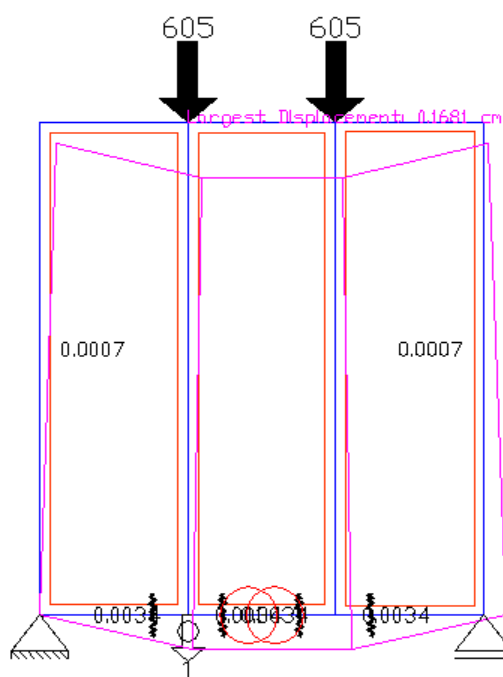
As figuras 47 e 48 ilustram as deformadas das estruturas, bem como as aberturas de fissuras registradas para estas condições.

Figura 47 – Flecha máxima e abertura de fissuras para a viga-parede WT2



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 48 – Flecha máxima e abertura de fissuras para a viga-parede WT2



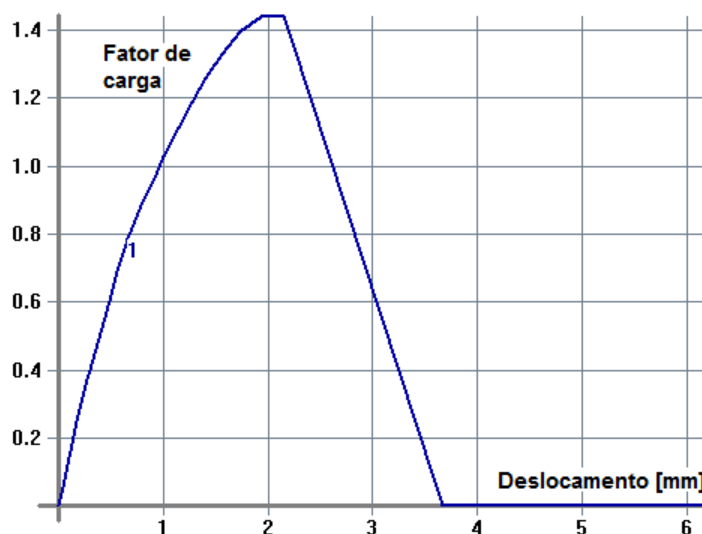
(fonte: elaborada pela autora)

As armaduras em malha obtidas através do pré-dimensionamento das vigas WT2 e WT3 mostraram-se satisfatórias frente às análises não-lineares efetuadas. Como foi visto, elas resultaram em valores bem superiores aos utilizados na análise experimental e, principalmente, aos valores obtidos pelo Método das Bielas e Tirantes, que apenas foram gerados pela taxa mínima recomendada pela NBR 6.118/2014.

5.4.4 Análise não-linear – fissuração do concreto e não linearidade na compressão

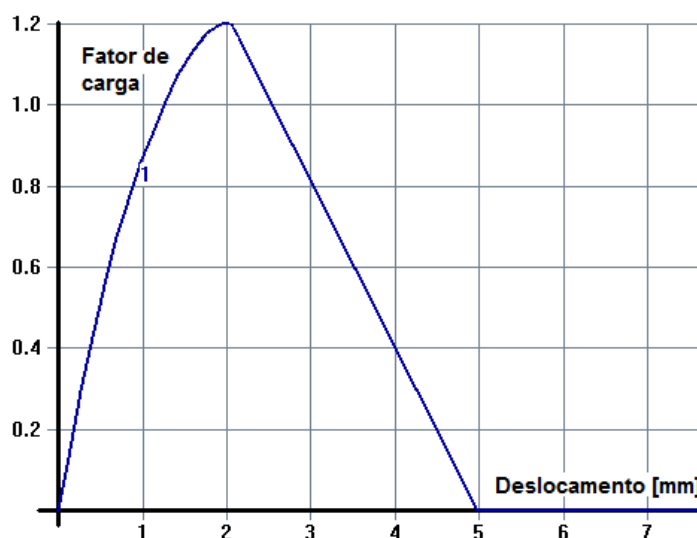
O *software* SPanCAD ainda possibilitou uma análise considerando todos os materiais componentes das estruturas com comportamentos não lineares. Através destas simulações puderam-se obter os gráficos que relacionam as cargas aplicadas com os deslocamentos obtidos pelas análises não-lineares. Tais gráficos encontram-se ilustrados nas figuras 49 e 50.

Figura 49 – Gráfico fator de carga x deslocamento (mm) obtido por análise não-linear para a viga-parede WT2



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 50 – Gráfico fator de carga x deslocamento (mm) obtido por análise não-linear para a viga-parede WT3



(fonte: elaborada pela autora)

A análise indicou que a ruptura das estruturas deu-se pelo esmagamento do concreto. A viga-parede WT2 apresentou fator de carga igual a 1,45, ou seja, o modelo suporta uma carga 45% maior que a utilizada na análise, o que corresponde a 728,49 kN. Já o fator de carga para a WT3 apresentou um valor de 1,2, indicando que a carga de ruptura pelo modelo adotado é 20% maior que os 604,96 kN aplicados, ou seja, possui um valor de 725,95 kN.

5.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

De posse dos resultados obtidos pelo Método das Bielas e Tirantes e do Método Corda-Painel, efetuou-se a comparação de todos os resultados disponíveis para as vigas-parede WT2 e WT3.

As tabelas 11 e 12 trazem as comparações dos resultados, no que diz respeito às armaduras, obtidos neste trabalho através do MB e MCP com os valores utilizados pelos pesquisadores Leonhardt e Walther¹⁰ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100-113) em seus ensaios experimentais.

Tabela 11 – Comparação das armaduras pelas diferentes metodologias utilizadas para a viga-parede WT2

Metodologia	Armadura longitudinal (cm ²)	Armadura em malha (cm ² /m)
Análise experimental	2,14	1,51
Método das Bielas e Tirantes	5,87	1,50
Método Corda-Painel	3,52	14,27

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 12 – Comparação das armaduras pelas diferentes metodologias utilizadas para a viga-parede WT3

Metodologia	Armadura longitudinal (cm ²)	Armadura em malha (cm ² /m)
Análise experimental	4,28	1,51
Método das Bielas e Tirantes	7,07	1,50
Método Corda-Painel	4,24	17,18

(fonte: elaborada pela autora)

Observou-se que o modelo adotado, para a geometria das vigas-parede utilizadas neste trabalho, e analisado pelo Método das Bielas e Tirantes conduz a um dimensionamento de armadura longitudinal bem superior àquele empregado na análise experimental e que foi

¹⁰ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

posteriormente verificado pelo Método dos Elementos Finitos para ambas as vigas-parede estudadas.

A área de aço para a WT2 encontrada pelo MB foi bem maior que a área de aço utilizada nos ensaios, um aumento de mais de 170% foi registrado para o mesmo carregamento utilizado. Se fosse empregada esta mesma área, a carga última de ruptura diminuiria drasticamente para um valor de 183,20 kN, ou seja, a carga aplicada teria que diminuir quase 320 kN para se atingir a mesma quantidade de aço utilizada pelos pesquisadores. Vale ressaltar que o dobramento diferenciado das barras na área dos apoios foi desprezado, podendo com isso ter alterado os resultados obtidos.

Para a viga WT3 a área de aço nos tirantes resultou em 7,07 cm², cerca de 65% superior ao utilizado experimentalmente. Fazendo a mesma abordagem utilizada para a estrutura WT2, percebe-se que a carga de ruptura seria de 366,30 kN caso se desejasse utilizar a mesma área de aço.

Para as armaduras transversais foram adotados os valores mínimos recomendados pela NBR 6.118/2014 com base na área de concreto das estruturas. Como as vigas possuem 10 cm de base, a área da seção por estribo resultou em 1,50 cm²/m, a qual seria composta por barras de 5 mm de diâmetro, espaçadas em 26 cm, tal qual a armadura em malha adotada pelos pesquisadores Leonhardt e Walther¹¹ (1966 apud D'AVILA, 2003, p. 100).

O que se pode notar do modelo utilizado pelo Método das Bielas e Tirantes é que ele não foi capaz de retratar o comportamento real das vigas-parede. Tal ineficiência pode ser explicada pela dificuldade na concepção do modelo, na hora de se escolher o ângulo de inclinação que as bielas fazem com o tirante principal, e, conseqüentemente, na escolha de um braço de alavanca interno adequado. A limitação do ângulo pelas Normas utilizadas neste trabalho, NBR 6.118/2014 e ACI 318/2014, foi o que mais dificultou na escolha do modelo. Caso fosse utilizado um ângulo de inclinação de, por exemplo, 72°, este geraria no tirante uma força de tração equivalente a 177,70 kN para a WT2 e a 214 kN para a WT3, ou seja, a medida que aumentamos o braço de alavanca do modelo e, conseqüentemente, tornamos as bielas inclinadas mais verticais, as forças nos tirantes vão se aproximando dos valores utilizados experimentalmente. Conclui-se a partir disso que o MB é capaz de prever a mesma área de

¹¹ LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, n. 178, p. 33-78, 1966.

armadura utilizada em ensaios experimentais, desde que se adotem ângulos compatíveis, ainda que eles estejam fora dos limites estipulados pelas Normas vigentes.

Vale ressaltar que nas Normas utilizadas para a verificação dos parâmetros de resistência de cada um dos elementos de bielas e tirantes estão embutidos coeficientes de segurança que, conseqüentemente, diminuem tais resistências, o que pode ter prejudicado as verificações. Como a comparação dos resultados deu-se com análise experimental, o mais correto seria tentar tirar ao máximo tais coeficientes para que a comparação ficasse mais realista.

Quanto ao dimensionamento pelo Método Corda-Painel, os resultados para as armaduras longitudinais mostraram-se mais satisfatórios que os obtidos pelo Método das Bielas e Tirantes. Ainda que a área de aço, para a WT2, obtida foi cerca de 64% maior que a empregada nos ensaios de 2,14 cm², foi um aumento inferior ao encontrado pelo MB. Já a WT3 encontrou resultados muito parecidos, inclusive valores um pouco inferiores aos utilizados pelos pesquisadores na análise experimental. Para a área encontrada de 4,24 cm², pode-se escolher, pela NBR 7.480/2014, 9 barras de 8 milímetros, ou seja, apenas uma barra a mais que a empregada. Esta escolha de armadura resulta numa área de aço de 4,52 cm², que também atende à área de 4,28 cm² utilizada experimentalmente.

O grande problema do MCP diz respeito às armaduras transversais, visto que as áreas obtidas para os painéis laterais resultaram em valores muito superiores aos que foram empregados para a obtenção das cargas últimas obtidas experimentalmente tanto para a viga-parede WT2 quanto para a WT3. Logo, pode-se dizer que este modelo tende a ser bastante carregado e que, pelos pequenos espaçamentos dos estribos dos painéis laterais, o emprego construtivo torna-se inviável.

A fim de se visualizar a eficiência de cada um dos métodos, calcularam-se os fatores de segurança para cada um deles. Para isto foi realizada uma análise pelo MCP de maneira a se obter quais as cargas resultariam nas mesmas armaduras utilizadas pelos pesquisadores em seus ensaios experimentais, semelhantemente ao que foi feito pelo Método das Bielas e Tirantes. Obteve-se, então, para a viga-parede WT2, uma carga última de 305,30 kN e para a viga WT3, 610,60 kN. Os fatores de segurança correspondentes a estes valores, bem como o obtido por d'Avila (2003) pelo Método dos Elementos Finitos encontram-se nas tabelas 13 e 14.

Tabela 13 – Comparação dos fatores de segurança por cada um dos métodos para a viga-parede WT2

Metodologia	Fator de segurança
Método dos Elementos Finitos	1,04
Método das Bielas e Tirantes	2,74
Método Corda-Painel	1,65

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 14 – Comparação dos fatores de segurança por cada um dos métodos para a viga-parede WT3

Metodologia	Fator de segurança
Método dos Elementos Finitos	1,00
Método das Bielas e Tirantes	1,65
Método Corda-Painel	0,99

(fonte: elaborada pela autora)

Observa-se através das tabelas 13 e 14 que a análise pelo MEF efetuada por d'Avila conduziu a valores quase idênticos aos resultados experimentais e que o Método das Bielas e Tirantes apresentou coeficiente de segurança de 2,74 para a WT2 e 1,65 para a WT3. Os altos valores significam que o método é conservador, ou seja, bem a favor da segurança, porém que leva a projetos antieconômicos pelo consumo excessivo de aço.

De maneira similar, o MCP, para a WT2, gerou um coeficiente de 1,65, bem menor que o obtido pelo MB para a mesma viga. Isto indica que, neste caso, o MCP é mais vantajoso que o MB, ainda que também dimensione a estrutura conservadoramente. Já para a WT3, o método de cordas e painéis não se mostrou seguro, uma vez que o coeficiente de segurança obtido foi ligeiramente inferior a 1 (um).

Tais resultados podem ser explicados mediante o tipo de análise que fazem. Como o MEF é baseado numa análise não-linear e d'Avila (2003) empregou um processo de solução do sistema de equações do tipo incremental-iterativo com incrementos de carga, este foi o que gerou os resultados mais próximos da realidade. Ainda que o Método Corda-Painel também realize uma análise não-linear, esta não foi realizada de forma iterativa, o que pode ter

prejudicado a obtenção de um dimensionamento mais próximo ao empregado experimentalmente nos painéis.

Pode-se associar os resultados bem superiores obtidos pelo Método das Bielas e Tirantes a sua análise plástica, pois, como se sabe, esta é uma simplificação da análise não-linear, e nela considera-se que o concreto e o aço têm deformações plásticas limitadas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de verificar o comportamento de vigas-parede submetidas a carregamentos superiores, este estudo ofereceu uma interessante comparação entre diferentes métodos que são comumente utilizados.

Viu-se que a utilização do Método das Bielas e Tirantes, para o dimensionamento das estruturas especiais do tipo viga-parede, passa por algumas dificuldades, como a definição do ângulo de inclinação das bielas com o tirante principal, a definição da largura das bielas e os parâmetros de resistência efetiva para a integridade das mesmas e a complexidade das regiões nodais.

A utilização do CAST para a análise da carga última de ruptura pode gerar certa desconfiança por ser um programa computacional simples. No entanto, como os fatores de segurança resultaram em valores bem elevados, é seguro dizer que utilizá-lo não traria grandes problemas para o dimensionamento de elementos estruturais, apenas despenderia mais material, o que pode não ser tão aceito economicamente.

O Método Corda-Painel mostrou-se satisfatório no cálculo das armaduras de tração das vigas-parede, porém acarretou num grande volume de aço para a armadura em malha, dificultando seu emprego prático. Tal metodologia além de se mostrar antieconômica, tem pouca literatura disponível e SPanCAD teve sua última atualização ainda no ano 2000, o que dificulta fortemente sua utilização.

REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, MI, USA, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6.118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7.480**: aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – especificação. Rio de Janeiro, 2007.
- BLAAUWENDRAAD, J.; HOOGENBOOM, P. C. J. Stringer panel model for structural concrete design. **ACI Structural Journal**, Farmington Hills, MI, USA, v. 93, n. 3, p. 295-305, May-June 1996.
- _____. Discrete elements in structural concrete design. **HERON**, Delft, Netherlands, v. 42, n. 3, p. 159-168, Jan. 1997. Disponível em: <<http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid%3A8f820bf0-f31b-49e7-a3c8-8f546d4963a1>>¹². Acesso em: 13 jun. 2015.
- CAMPOS FILHO, A. **Detalhamento das estruturas de concreto pelo método das Bielas e Tirantes**. Porto Alegre, 1996. Apostila da disciplina de Tópicos Avançados em Concreto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: <<http://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/topicos/bielas.pdf>>. Acesso em 1 maio 2015.
- CAST, version 0.9.11: computer aided strut and tie. Illinois, USA: Tjhin, T.; Kuchma, D., 2004.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Detailing of concrete structures**. Bulletin d'Information n. 150, Paris, 1982.
- D'AVILA, V. M. R. **Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos**. 2003. 259 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/1685>>¹³. Acesso em: 8 jun. 2015.
- HAUKSDÓTTIR, B. **Analysis of a reinforced concrete shear wall**. 2007. 104 f. Thesis (Master's Degree in Civil Engineering) – Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Denmark, 2007.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- HOOGENBOOM, P.C.J. **Discrete elements and nonlinearity in design of structural concrete walls**. 1998. 172 f. Dissertation (Master's Degree in Civil Engineering) –
-
- ¹² estando no site <<http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid%3A8f820bf0-f31b-49e7-a3c8-8f546d4963a1>>, localize <Blaauwendraad_1997.pdf> abaixo de “Attachments”: selecione para abrir o documento.
- ¹³ estando no site <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/1685>>, localize na parte final da página a indicação <visualizar/abrir>: selecione para abrir o documento.

Department of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1998. Disponível em: <<http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid%3A9ebcace7-f3d7-4ee0-93ff-cd157f4e5774>>¹⁴. Acesso em: 15 jun. 2015.

HOOGENBOOM, P. C. J.; BLAAUWENDRAAD, J. Quadrilateral shear panel. **Engineering Structures**, Amsterdam, v. 22, n.12, p. 1690-1698, Dec. 2000. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029699000619>>¹⁵. Acesso em: 18 ago. 2015.

KUEHN, A. **Comparação entre métodos de análise estrutural para reservatórios retangulares de concreto armado**. 2002. 201 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/82637>>¹⁶. Acesso em: 15 jun. 2015.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v. 2.

MANUEL, R. F.; SLIGHT, B. W.; SUTER, G. T. Deep beams behavior affected by length and shear span variation. **ACI Structural Journal**, Detroit, v. 68, n. 12, p. 954-958, Dec. 1971.

MELO, G. S. S. A. **Análise paramétrica de vigas-parede de concreto armado pelo método dos elementos finitos**. 1984.102 f. Tese (Mestrado em Ciências de Engenharia Civil – Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1984.

NEPOMUCENO, C. L. **Análise de vigas-parede aplicando modelo de biela e tirante e microtreliça**. 2012. 160 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Brasília, Brasília, DF, 2012.

PAIVA, H. A. R.; SIESS, C. P. Strength and behavior of deep beams in shear. **Journal of the Structural Division**, Ann Arbor, USA, v. 91, n. 5, p. 19-41, Sept.-Oct. 1965.

SANTOS, G. G. M. **Análise sistemática de vigas-parede biapoiadas de concreto armado**. 1999. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia Civil – Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, London, v. 69, n. 06, p. 113-125, Mar. 1991.

SILVA, J. G. T. S. **Contribuição ao projeto de elementos estruturais de concreto armado com descontinuidades através do modelo de painéis enrijecidos**. 2004. 104 f. Dissertação

¹⁴ estando no site <<http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid%3A9ebcace7-f3d7-4ee0-93ff-cd157f4e5774>>, localize <ceg_hoogenboom_19980915.PDF> abaixo de “Attachments”: selecione para abrir o documento.

¹⁵ download disponível através do proxy da UFRGS.

¹⁶ estando no site <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/82637>>, localize a indicação <185386.pdf>: selecione para abrir o documento.

(Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2004. Disponível em: <<http://www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgec/content/jo%C3%A3o-gilberto-teixeira-silva>>¹⁷. Acesso em: 15 jun. 2015.

SILVA, R. C. da; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SMITH, K. N.; VANTSIOTIS, A. S. Shear strength of deep beams. **ACI Structural Journal**, Detroit, v. 79, n. 3, p. 201-213, May-June 1982.

SOUZA, R. A. de. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. 413 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

_____. Abordagem manual e computacional do "*Stringer and Panel Method*" para análise e dimensionamento de paredes em concreto estrutural. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 54., 2012, Maceió. **Anais...** São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2012. p. 1-16.

SPANCAD, version 2001: stringer panel computer aided design. The Netherlands: Delft University of Technology, 1999. Disponível em: <<http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/spancad/index.html>>¹⁸. Acesso em: 16 out. 2015.

TANER, N.; FAZIO, P. P.; ZIELINSKI, Z. A. Strength and behavior of beam-panels – tests and analysis. **ACI Structural Journal**, Shepherdsville, USA, v. 74, n. 10, p. 511-520, Oct. 1977.

TARQUINI, G.; SGAMBI, L. Stringer Panel Method: a discrete model to project structural reinforced concrete elements. In: INTERNACIONAL STRUCTURAL ENGINEERING CONSTRUCTION CONFERENCE, 2., 2003, Roma. **Proceedings...** Roma: University of Roma, 2003. Não paginado.

WANG, Q.; HOOGENBOOM, P. C. J. Nonlinear analysis of reinforced concrete continuous deep beams using stringer-panel model. **Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)**, Tehran, Iran, v. 05, n. 1-2, p. 25-40, Jan.-Apr. 2004. Disponível em: <<http://en.journals.sid.ir/SearchPaper.aspx?writer=52353>>¹⁹. Acesso em: 11 jun. 2015.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics and design**. 6th ed. Upper Saddle River, USA: Pearson Prentice Hall, 2012.

¹⁷ estando no site <<http://www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgec/content/jo%C3%A3o-gilberto-teixeira-silva>>, localize a indicação <Download>: selecione para abrir o documento.

¹⁸ estando no site <<http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/spancad/index.html>>, localize a indicação <spancad.zip>: selecione para fazer o download do *software*.

¹⁹ estando no site <<http://en.journals.sid.ir/SearchPaper.aspx?writer=52353>>, localize a indicação <Download PDF> ao lado de "*FullText*": selecione para abrir o documento.