

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UMA SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA TRANSFERÊNCIA DE SPIN

ARTUR DIFINI ACCIOLY

Porto Alegre

2008

Artur Difini Accioly

UMA SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA TRANSFERÊNCIA DE SPIN

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para Graduação em Física Bacharelado.

ORIENTADOR: Prof. Luis Gustavo Pereira

Porto Alegre, novembro de 2008

RESUMO

O conceito de inversão da magnetização por transferência de spin foi introduzido independentemente por Slonczewski^[1] e Berger^[2] em 1996. Mais tarde, trabalhos experimentais em nanopilares^[3,4,5,6], nanofios^[7] e nanocontatos^[8] confirmaram este efeito. O controle da magnetização via transferência de spin é de grande interesse para a aplicação em memórias magnéticas não-voláteis e sistemas de telecomunicações de alta frequência. Neste trabalho, apresentamos um estudo analítico da equação que governa o fenômeno de transferência de spin, a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG), acrescida de um termo de transferência, para um nanopilar. A fim de obter uma solução analítica, foi escolhida uma configuração cujas simetrias permitam a simplificação do problema matemático, o qual é bastante complexo. Em especial, considerando que os campos de anisotropia e desmagnetizante são colineares e se anulam mutuamente, o sistema de equações assume uma forma simples, permitindo uma solução analítica. Esta solução é usada para "traçar" a evolução temporal dos momentos magnéticos da camada livre. Até poucos anos atrás, o estudo sobre efeito de transferência de spin era feito sem a inclusão do campo induzido pela corrente no condutor (campo de Oersted), porém trabalhos recentes feitos com a inclusão do termo de campo de Oersted tem demonstrado que efeitos importantes decorrem da presença desse campo induzido. Assim, serão analisados dois casos no trabalho um sem a inclusão do campo de Oersted e outro com a inclusão do campo induzido.

Palavras-chaves: Transferência de spin; Magnetização; Landau-Lifshitz-Gilbert; Campo de Oersted.

SUMÁRIO

1. Introdução	4
2. Efeito de transferência de spin.....	6
3. Transferência de spin: análise teórica.....	8
4. Caso 1: Transferência de spin em nanopilar sem campo de Oersted	11
4.1. Solução analítica.....	11
4.2. Cálculo da frequência de precessão ω e simulação computacional.....	15
5. Caso 2: Transferência de spin em nanopilar incluindo o campo de Oersted.....	17
5.1. Solução analítica.....	17
5.2. Cálculo da frequência de precessão e simulação computacional	22
6. Considerações Finais	27
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	28
APÊNDICE A - Transformação de coordenadas	29
APÊNDICE B – Desenvolvimento das equações (7), (13) e (14) para chegar às soluções (15), (16) e (17).....	30
APÊNDICE C – Fatores de conversão e ordens de grandeza dos campos e constantes utilizados	31
APÊNDICE D – Gráficos do comportamento das funções relacionadas a m_θ no caso 2.....	32

1. Introdução

Para entender o efeito de transferência de spin em sistemas nanomagnéticos é necessário voltar ao final da década de 1980, mais precisamente em 1988, quando Baibich *et al*^[12] observaram pela primeira vez o efeito de válvula de spin, ou como ficou conhecido, magneto-resistência gigante (GMR, do inglês Giant Magnetoresistance), em multicamadas magnéticas de ferro/cromo. Esse efeito tem como origem propriedades quânticas dos condutores magnéticos e só pode ser observado quando, no mínimo, uma das dimensões do sistema for da mesma ordem de grandeza do livre caminho médio eletrônico no meio, que é de alguns nanômetros. O efeito observado nas medidas de transferência de spin tem a mesma origem e é similar a GMR, mas apresenta uma diferença significativa no que diz respeito aos estados magnéticos: a variação na configuração relativa entre os momentos magnéticos das camadas magnéticas adjacentes, causada por um campo externo aplicado para a GMR, ocorre devido a um torque causado pela corrente spin-polarizada no caso da transferência de spin.

O conceito de transferência de spin foi introduzido independentemente por Slonczewski e Berger em 1996. O fenômeno pode ser entendido da seguinte forma: uma corrente elétrica spin-polarizada atravessa uma fina camada ferromagnética e os momentos de spin dos elétrons interagem com os momentos da camada, criando um torque cujo efeito é a mudança na direção da magnetização da camada interagente. A tendência é de inverter completamente o sentido da magnetização, ou seja, uma configuração antiparalela. Estágios intermediários também são observados.

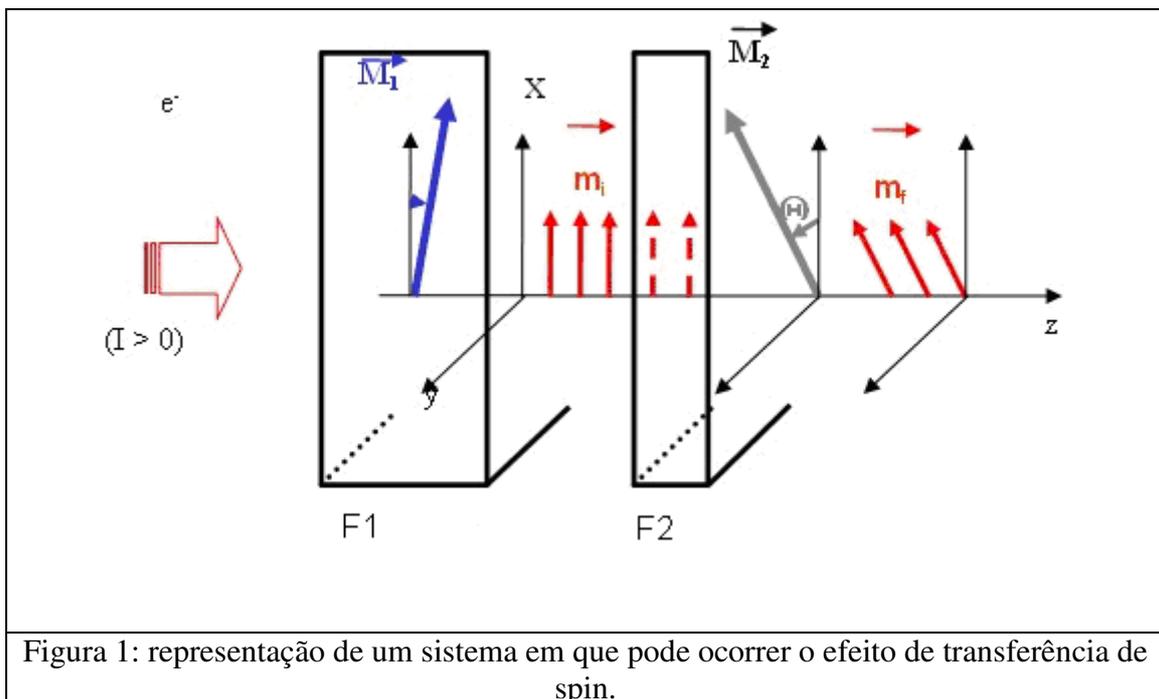
O tema tem sido alvo de inúmeras pesquisas nos últimos anos, porém quase toda a literatura encontrada é baseada em resultados numéricos, que muitas vezes são os únicos possíveis. Entretanto, isso nos motiva a pesquisar casos em que uma solução

analítica pode ser encontrada. Um desses casos é o analisado nesse trabalho, de um sistema do tipo nanopilar com alto grau de simetria (cilíndrica) e magnetização fora do plano. O alto grau de simetria e a suposição de ausência de anisotropias efetivas no sistema permitem que o tratamento matemático seja relativamente simples e possibilitam a obtenção de uma solução analítica.

Essa mesma configuração ainda foi analisada para dois casos diferentes, um em que foi incluído o campo magnético induzido pela corrente percorrendo o condutor e outro em que esse termo não foi considerado. Os motivos e explicações para essa análise serão dados ao longo do trabalho.

2. Efeito de transferência de spin

O fenômeno conhecido como transferência de spin é causado pela interação entre os spins eletrônicos de uma corrente spin-polarizada e os momentos magnéticos de uma camada ferromagnética de dimensões nanométricas, o que altera a magnetização dessa camada. Imaginemos uma tricamada do tipo F1/N/F2, em que F1 e F2 correspondem a metais (ou ligas) magnéticos e N a um metal não magnético e que a camada F1 é suficientemente espessa para que sua magnetização possa ser considerada fixa, ou seja, que ela não sofra ação de torque por transferência de spin. De forma a exemplificar melhor o efeito, será utilizada a figura 1 (abaixo), que apresenta um diagrama esquemático de uma configuração para transferência de spin, como forma de referência.



Nesse diagrama, a corrente eletrônica flui da esquerda para a direita, ou seja, da camada mais espessa F1 de magnetização M_1 para a camada mais fina F2 de magnetização M_2 . Ao passar por F1, os elétrons são polarizados na mesma direção da

magnetização da camada (na figura estão representados por m_i e m_f os momentos magnéticos dos elétrons de condução, tomados como antiparalelos aos seus momentos de spin). Ao passar pela segunda camada, cuja magnetização apresenta uma orientação levemente diferente da magnetização de F1, os spins eletrônicos irão interagir com o momento magnético de F2, gerando um torque que causará a rotação da magnetização da camada fina. Em alguns casos, pode ocorrer uma reversão completa da magnetização, mas também existem estados intermediários que levam a magnetização a um determinado ângulo. Esses estados de equilíbrio possíveis são estados precessionais e a frequência de precessão depende das características do sistema, tais como anisotropias existentes, campo magnético externo e densidade de corrente. O movimento precessional pode ser coerente, ou seja, ter todos os momentos em fase e a frequência é da ordem de Gigahertz. Esse fenômeno é chamado de hiperfrequência e tem sido objeto de grande interesse da comunidade científica nos últimos anos.

3. Transferência de spin: análise teórica

O desenvolvimento teórico para o modelamento do efeito de transferência de spin tem como ponto de partida a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) acrescida de um termo de torque. A equação LLG é uma equação não linear e não conservativa, pois existe um termo de amortecimento e sua versão acrescida do termo de torque apresenta a seguinte forma:

$$\dot{\vec{m}} = -\gamma \vec{m} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\gamma a_j}{M_s} \vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{M}) + \frac{\alpha}{M_s} \vec{m} \times \dot{\vec{m}} \quad (1)$$

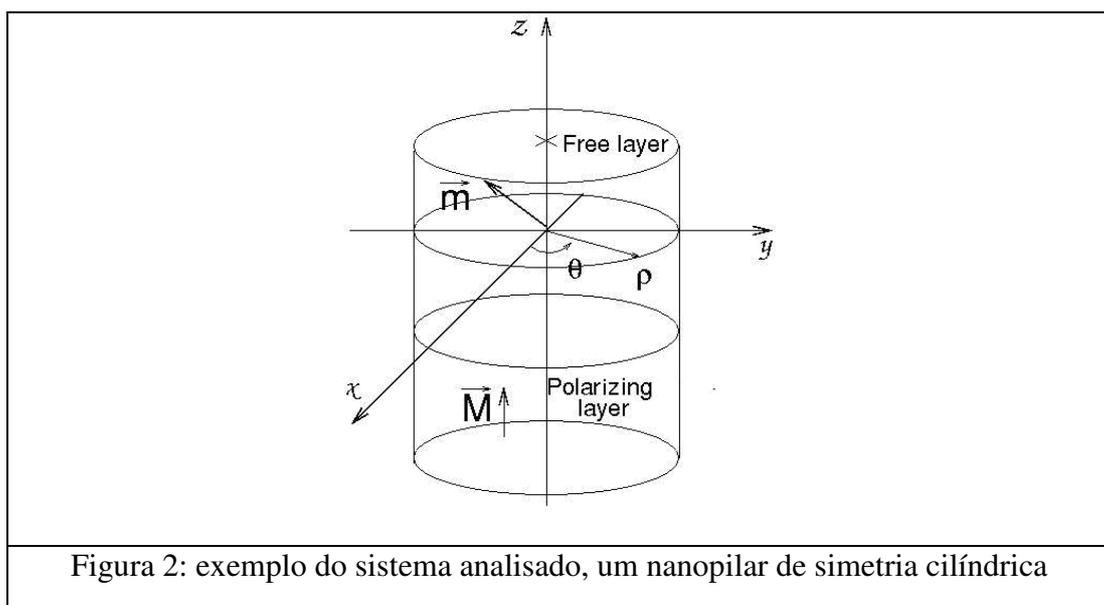
Sendo que:

- **m**: vetor magnetização da camada livre
- **M**: vetor magnetização da camada de polarização
- γ : razão giromagnética
- M_s : magnetização de saturação
- α : termo de amortecimento
- **H_{eff}**: campo magnético efetivo
- a_j : termo relacionado a corrente, com dimensão de campo magnético

A equação original foi inicialmente proposta por Landau e Lifshitz em 1935 para modelar o movimento de precessão da magnetização em um sólido, porém essa funcionava bem apenas para amortecimento pequeno e falhava para amortecimento grande. Para solucionar o problema, Gilbert sugeriu uma alteração na equação de Landau-Lifshitz mudando o termo de amortecimento. A equação resultante passou a ser conhecida como equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) e é a forma atualmente utilizada.

O efeito de transferência de spin e sua análise dependerão profundamente da configuração escolhida, devido as diferenças entre valores de campo aplicado, corrente, termo de amortecimento, etc, entre diferentes casos. Muitas vezes, dependendo dessa escolha, a equação resultará em um sistema que não terá solução analítica, mas apenas através de métodos numéricos e grande parte do estudo sobre transferência de spin hoje é feita através de métodos numéricos. Para esse trabalho, a intenção é justamente avaliar casos em que existe uma solução analítica para o problema e serão analisados dois casos em especial, ambos com simetria cilíndrica e parâmetros similares, porém com uma diferença significativa: em um dos casos não será incluído o campo magnético de Oersted (campo induzido pela corrente na amostra), caso 1, e no outro caso esse termo será incluído, caso 2. Para ambas as situações, a intenção é chegar a uma solução analítica e depois comparar os resultados, visando observar diferenças e similaridades. Isso será feito também através de comparação de simulação computacional dos resultados obtidos.

O sistema básico que será analisado é o de transferência de spin em um nanopilar, representado aqui esquematicamente pela figura 2, abaixo:



O nanopilar considerado é um sistema idealizado com simetria cilíndrica e que tem todas as dimensões de ordem nanométrica. Um exemplo seria uma altura típica da ordem de 400 nm e raio de cerca de 100 nm. Deve existir uma diferença razoável de tamanho (altura) entre a camada de polarização (com magnetização \mathbf{M}) e a camada livre (de magnetização \mathbf{m}), diferença essa em torno de uma ordem de grandeza, de forma que a camada de magnetização possa ser considerada fixa e que a camada livre possa ter fácil mudança de magnetização.

Maiores detalhes sobre a análise teórica serão dados nos itens 4 e 5 em que serão vistos detalhadamente os dois casos previamente citados de transferência de spin no nanopilar sem e com a inclusão do termo de campo induzido.

O primeiro caso aqui analisado é aquele em que não se inclui o campo de Oersted nos cálculos. Isso decorre de essa ser a maneira tradicional para estudo de efeito de transferência de spin até poucos anos atrás. O segundo caso é o que inclui o campo de Oersted e vem sendo alvo de pesquisas nos últimos anos.

4. Caso 1: Transferência de spin em nanopilar sem campo de Oersted

4.1. Solução analítica

Partindo da equação LLG (1) e analisando a simetria do problema, ve-se que pode ser interessante abrir o produto da equação e fazer a transformação para coordenadas cilíndricas (ρ, θ, z) ¹. Fazendo isso chega-se a três equações acopladas (2, 3 e 4):

$$\dot{m}_\rho = \gamma H_\theta m_z + \gamma \frac{a_j}{M_s} (m_\rho M_z - m_z M_\rho) m_z - \frac{\alpha}{M_s} m_z m_\rho \dot{m}_\theta \quad (2)$$

$$m_\rho \dot{m}_\theta = -\gamma \frac{a_j}{M_s} M_\theta + \gamma (m_\rho H_z - m_z H_\rho) + \frac{\alpha}{M_s} (m_z \dot{m}_\rho - \dot{m}_z m_\rho) \quad (3)$$

$$\dot{m}_z = -\gamma m_\rho H_\theta + \gamma \frac{a_j}{M_s} (m_z M_\rho - m_\rho M_z) m_\rho + \frac{\alpha}{M_s} m_\rho^2 \dot{m}_\theta \quad (4)$$

Através das relações 2 e 4, chega-se a conclusão de que o módulo da magnetização da camada livre permanece constante durante o processo de transferência de spin, ou seja:

$$m_z \dot{m}_z + m_\rho \dot{m}_\rho = 0 \quad (5)$$

$$m_\rho^2 + m_z^2 = |\vec{m}|^2 = m^2 \quad (6)$$

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

Para o caso específico em análise, foi escolhida a magnetização da camada de polarização como estando apenas em z , podendo ser para cima ou para baixo, ou seja:

$$M_\theta = M_\rho = 0 \quad \text{e} \quad M_z = \sigma = \pm 1$$

¹ - Detalhes da transformação de coordenadas no Apêndice A

Dessa forma, passamos a ter as seguintes equações:

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

$$m_\rho \dot{m}_\theta = \gamma(m_\rho H_z - m_z H_\rho) - \frac{\alpha}{M_s} m^2 \frac{\dot{m}_z}{m_\rho} \quad (8)$$

$$\dot{m}_z = -\gamma m_\rho H_\theta + \left(\frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} \right) m_\rho^2 \quad (9)$$

Para prosseguir agora, devemos definir qual será a forma do campo H efetivo atuando no sistema, o que significa basicamente dizer quais são as componentes H_θ , H_ρ e H_z . O campo H efetivo é uma característica específica do sistema analisado e inclui diversos parâmetros, tais como campos externos, campo de anisotropia e campo desmagnetizante. Dependendo da configuração desses campos uma solução analítica para o sistema de equações pode ou não ser possível. Devido a simetria do problema analisado, escolhemos uma configuração em que o campo externo, o campo de anisotropia e o campo desmagnetizante tem a mesma direção, na forma:

$$\vec{H}_{eff} = H_z \vec{k} = \left[H + \left(\frac{H_K}{M_s} - 4\pi \right) m_z \right] \vec{k} \quad (10)$$

$$H_\theta = H_\rho = 0$$

Com as componentes H_θ e H_ρ iguais a zero, logo o campo está todo no sentido do eixo z (representado pelo vetor unitário \vec{k}). H_K/M_s é o campo de anisotropia, $-4\pi m_z$ é o campo desmagnetizante e H o módulo do campo externo aplicado. Aqui será estudado um caso em especial, o caso em que os campos de anisotropia e desmagnetizante se anulam mutuamente, ou seja, $H_K = 4\pi M_s$. Isso simplifica significativamente o problema e leva ao seguinte sistema de equações:

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

$$m_\rho \dot{m}_\theta = \gamma(m_\rho H_z) - \frac{\alpha}{M_s} m^2 \frac{\dot{m}_z}{m_\rho} \quad (11)$$

$$\dot{m}_z = \left(\frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} \right) m_\rho^2 \quad (12)$$

Esse sistema de equações tem solução analítica e inclusive permite a inclusão de parametros dependentes do tempo. Isso pode ser feito escrevendo o campo externo como sendo composto de uma componente estática H e uma componente de radio frequência de amplitude h e frequência angular ϕ . De maneira similar, o parametro a_j pode ser reescrito na forma de uma corrente a_j constante e outra componente de amplitude b_j e frecuencia angular ξ . Então foram feitas as atribuições

$$a_j \rightarrow a_j + b_j \cos(\xi t)$$

$$H \rightarrow H + h \cos(\phi t)$$

e o novo sistema de equações é:

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

$$\dot{m}_\theta = \gamma(H + h \cos(\phi t)) - \frac{\alpha m^2}{M_s} \frac{\dot{m}_z}{m_\rho^2} \quad (13)$$

$$\frac{\dot{m}_z}{m_\rho^2} = \frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta - \gamma \frac{\sigma}{M_s} (a_j + b_j \cos(\xi t)) \quad (14)$$

Esse sistema pode ser integrado² e resulta em:

$$m_\rho = m \operatorname{sech}(\beta t + g_z(\phi, \xi, t) + C_1) \quad (15)$$

²- Integração feita usando o Mathematica. Mais detalhes no Apêndice B.

$$m_\theta = \omega t + g_\theta(\phi, \xi, t) + C_2 \quad (16)$$

$$m_z = m \tanh(\beta t + g_z(\phi, \xi, t) + C_1) \quad (17)$$

Sendo que

$$g_\theta(\phi, \xi, t) = \frac{\gamma}{M_s^2 + \alpha^2 m^2} \left[\frac{\alpha \sigma m^2 b_j}{\xi} \text{sen}(\xi t) - \frac{M_s^2 h}{\phi} \text{sen}(\phi t) \right] \quad (18)$$

$$g_z(\phi, \xi, t) = \frac{\gamma m M_s}{M_s^2 + \alpha^2 m^2} \left[\frac{\sigma b_j}{\xi} \text{sen}(\xi t) - \frac{\alpha h}{\phi} \text{sen}(\phi t) \right] \quad (19)$$

$$\omega = \frac{\gamma}{M_s^2 + \alpha^2 m^2} (M_s^2 H + \alpha \sigma m^2 a_j) \quad (20)$$

$$\beta = \frac{\gamma m M_s}{M_s^2 + \alpha^2 m^2} (\alpha H + \sigma a_j) \quad (21)$$

Esse é o caso mais geral, mas estamos interessados em analisar a situação mais simples em que h e b_j são nulos, voltando para o sistema estacionário. Nesse caso a solução adquire a simples forma

$$m_\rho = m \text{sech}(\beta t + C_1) \quad (22)$$

$$m_\theta = \omega t + C_2 \quad (23)$$

$$m_z = m \tanh(\beta t + C_1) \quad (24)$$

onde C_1 e C_2 são as constantes de integração.

Assim, foi alcançado o objetivo inicial de encontrar uma solução analítica para o caso de transferência de spin no nanopilar. De posse desse resultado, agora podemos analisá-lo traçando computacionalmente a evolução temporal da magnetização da

camada livre, buscando observar reversão da orientação e estado precessional, além de calcular a frequência de precessão.

4.2. Cálculo da frequência de precessão ω e simulação computacional

Na busca por uma solução analítica para o caso de transferência de spin no nanopilar sem inclusão do campo induzido, chegamos a conclusão de que há uma frequência de precessão ω bem determinada, dada por

$$\omega = \frac{\gamma}{M_s^2 + \alpha^2 m^2} (M_s^2 H + \alpha \sigma m^2 a_j) \quad (20)$$

Para facilitar vamos normalizar $m = 1$ e $\sigma = 1$. Dessa forma,

$$\omega = \frac{\gamma}{M_s^2 + \alpha^2} (M_s^2 H + \alpha a_j)$$

mas $M_s^2 \gg \alpha^2$ e $M_s^2 H \gg \alpha a_j$, então de maneira aproximada:

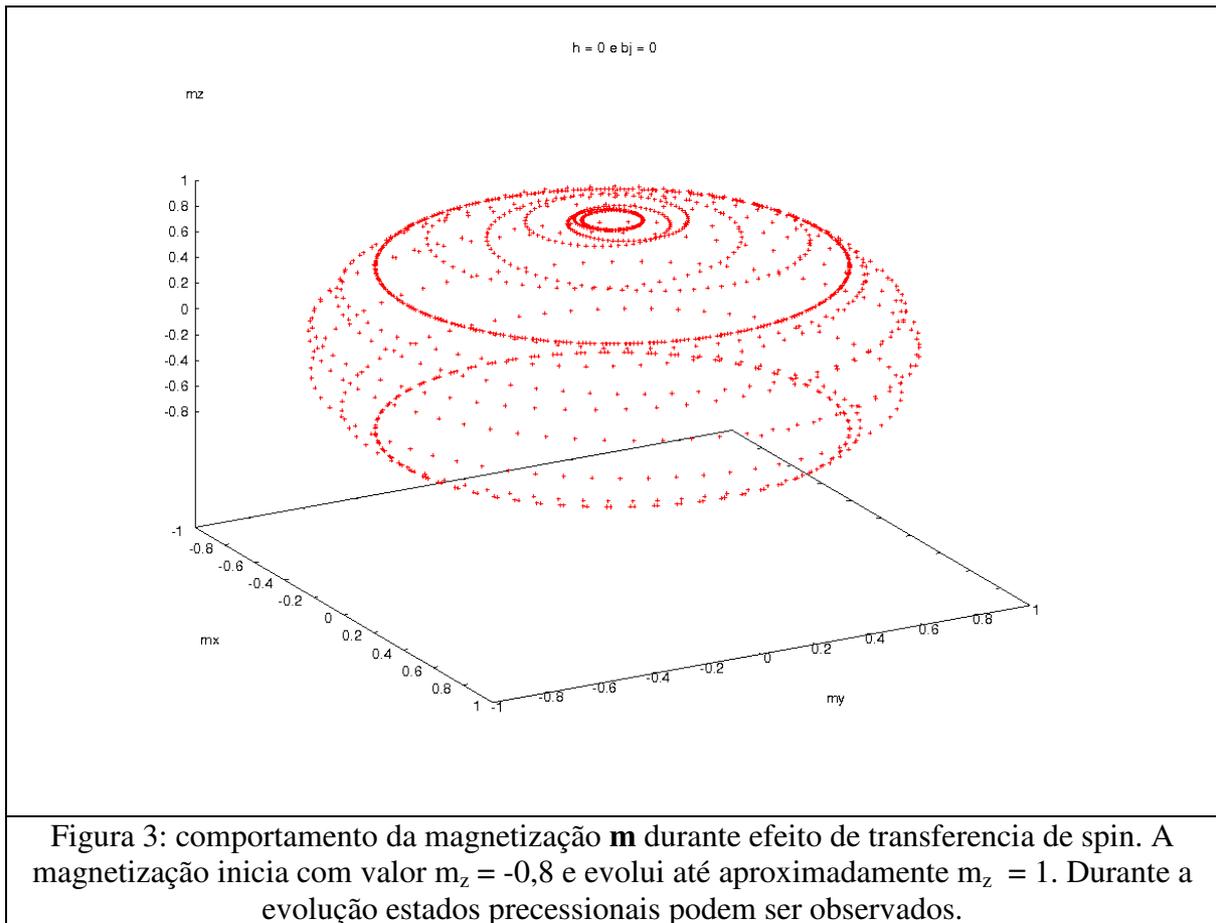
$$\omega \approx \gamma H$$

Assim a ordem de grandeza da frequência de precessão ω será dada por γH , enquanto o “ajuste fino” dessa frequência será dado por a_j (que dependerá basicamente da corrente). Para valores típicos de H em experimentos de transferência de spin, como $H = 90000$ A/m e γ dado por $\gamma = 2,211 \cdot 10^5$ m/(A.s), então ω é da ordem de gigahertz, o que está de acordo com dados experimentais³

$$\omega \approx 19,9 \text{ GHz}$$

Por fim, de forma a completar a análise desse primeiro caso devemos fazer a simulação computacional dos resultados obtidos e traçar a evolução temporal da magnetização m da camada livre, buscando observar reversão da magnetização e precessão da mesma. Isso pode ser facilmente visto no gráfico abaixo, da figura 3.

³ - Ver por exemplo a referência bibliográfica [9]



Completada essa etapa, a análise desse primeiro caso foi bem sucedida e podemos partir para a análise do segundo caso de transferência de spin em nanopilar, agora incluindo o campo induzido pela corrente (campo de Oersted).

5. Caso 2: Transferência de spin em nanopilar incluindo o campo de Oersted

5.1. Solução analítica

Como visto anteriormente, na análise do efeito de transferência de spin utiliza-se a equação LLG em que um dos termos é o campo efetivo H_{eff} . O campo H_{eff} deve ser composto por todos os campos de origem magnética atuando no sistema, porém no cálculo anterior (caso 1) um termo em especial não foi incluído: o campo de Oersted, ou seja, o campo induzido pela corrente na amostra. Essa era a análise padrão até pouco tempo atrás. Porém estudos recentes tem sido feitos com a inclusão desse termo e indicam que o campo de Oersted tem importante papel na dinâmica da magnetização da camada livre. Esse papel se revela especialmente em casos em que são considerados os microestados de spin (ou microspin) e não apenas os macroestados (ou macrospin). Aqui será avaliado o caso de macrospin.

O sistema considerado é basicamente o mesmo do caso 1, um nanopilar de simetria cilíndrica e os cálculos seguem exatamente a mesma linha até chegar as equações:

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

$$m_\rho \dot{m}_\theta = \gamma(m_\rho H_z - m_z H_\rho) - \frac{\alpha}{M_s} m^2 \frac{\dot{m}_z}{m_\rho} \quad (8)$$

$$\dot{m}_z = -\gamma m_\rho H_\theta + \left(\frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} \right) m_\rho^2 \quad (9)$$

Esse é o ponto em que é necessário definir a forma do campo H_{eff} atuando no sistema, ou seja, incluir suas componentes no sistema de equações. No caso anterior,

consideramos que $H_\theta = H_p = 0$. Porém isso claramente não pode ocorrer para o campo induzido, pois esse campo será dado por

$$\vec{H} = i \frac{r}{2\pi R^2} \hat{e}_\theta$$

e terá uma componente H_θ não nula, apontando no sentido do vetor unitário e_θ de coordenadas cilíndricas. Um exemplo de campo de Oersted típico pode ser visto na figura 4 abaixo:

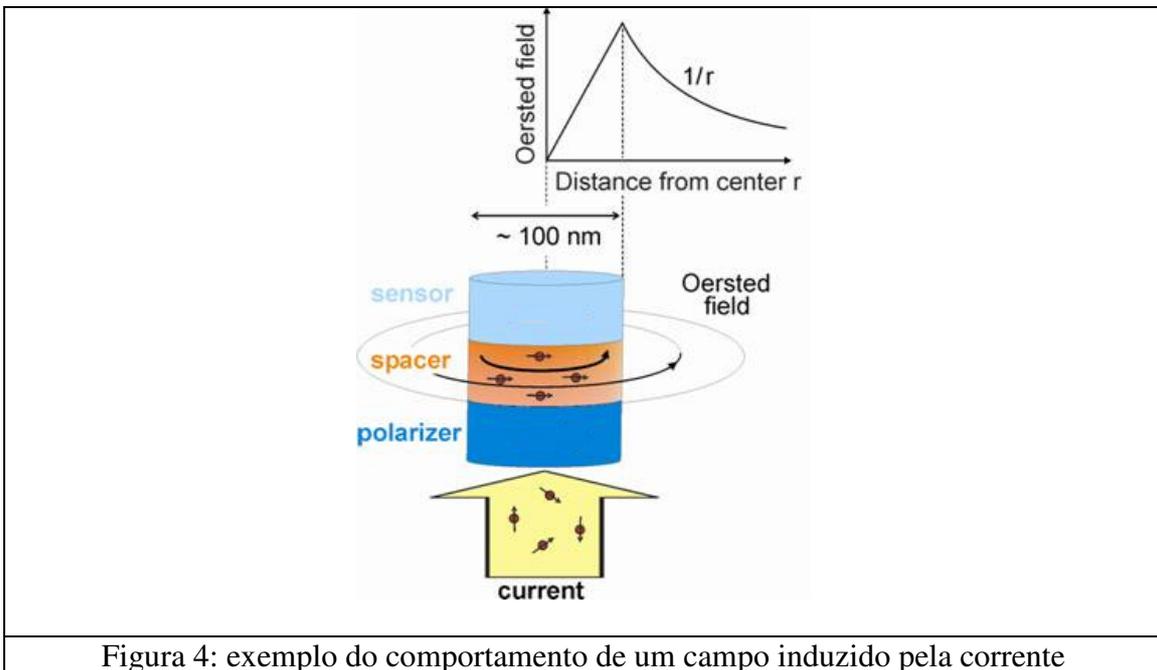


Figura 4: exemplo do comportamento de um campo induzido pela corrente

O campo induzido no interior do condutor cresce linearmente com o raio e claramente deve ter um rotacional não nulo. Isso significa que o campo de Oersted é um campo capaz de causar torque, ao contrário dos campos previamente analisados.

O campo efetivo nessa situação terá a forma:

$$\vec{H}_{eff} = H_z \vec{k} + H_\theta \vec{e}_\theta \quad (25)$$

E novamente foi considerado que os campos de anisotropia e desmagnetizante se anulam mutuamente. Além disso a componente H_p é igualmete zero, ou seja:

$$H_\rho = 0 \quad \text{e} \quad \frac{H_K}{M_s} - 4\pi = 0$$

Por causa dessa componente H_θ não nula, o sistema de equações fica levemente diferente do primeiro caso analisado:

$$m_\rho^2 + m_z^2 = m^2 \quad (7)$$

$$m_\rho \dot{m}_\theta = \gamma(m_\rho H_z) - \frac{\alpha}{M_s} m^2 \frac{\dot{m}_z}{m_\rho} \quad (26)$$

$$\frac{\dot{m}_z}{m_\rho} = -\gamma H_\theta + \frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta m_\rho - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} m_\rho \quad (27)$$

Substituindo a equação (26) na equação (27), chega-se a:

$$\dot{m}_z + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2} \dot{m}_z = \frac{\alpha}{M_s} \gamma H_z m_\rho^2 - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} m_\rho^2 - \gamma H_\theta m_\rho \quad (28)$$

e utilizando a identidade (8),

$$\dot{m}_z \left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2} \right) = \left(\frac{\alpha}{M_s} \gamma H_z - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} \right) (m^2 - m_z^2) - \gamma H_\theta \left(\sqrt{m^2 - m_z^2} \right) \quad (29)$$

chegamos na equação diferencial para m_z . De forma a facilitar os próximos passos vamos chamar

$$a = \left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2} \right), \quad b = \left(\frac{\alpha}{M_s} \gamma H_z - \gamma \sigma \frac{a_j}{M_s} \right) \quad \text{e} \quad c = \gamma H_\theta$$

e a equação em m_z fica:

$$am\dot{m}_z = b(m^2 - m_z^2) - c\left(\sqrt{m^2 - m_z^2}\right) \quad (30)$$

essa equação pode ser mais facilmente resolvida (integrada) ao se fazer a substituição

$$m_z = m\text{sen}(\phi) \quad e \quad m_\rho = m\text{cos}(\phi)$$

de forma que

$$\dot{m}_z = m\dot{\phi}\text{cos}(\phi)$$

e a equação fica:

$$am\dot{\phi}\text{cos}(\phi) = bm^2\text{cos}^2(\phi) - cm\text{cos}(\phi) \quad (31)$$

$$\frac{dt}{a} = \frac{d\phi}{bm\text{cos}(\phi) - c} \quad (32)$$

Essa equação tem solução analítica⁴

$$\frac{t}{a} + s = \frac{2}{\sqrt{b^2m^2 - c^2}} \text{arctanh}\left(\frac{(c + bm)\tan\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\sqrt{b^2m^2 - c^2}}\right) \quad (33)$$

Assim, a solução para ϕ fica

$$\phi = 2\text{arctan}\left[\frac{\sqrt{b^2m^2 - c^2}}{c + bm} \tanh\left(\sqrt{b^2m^2 - c^2}\left(\frac{t}{2a} + s\right)\right)\right] \quad (34)$$

e finalmente

$$m_z = m\text{sen}\left\{2\text{arctan}\left[\frac{\sqrt{b^2m^2 - c^2}}{c + bm} \tanh\left(\sqrt{b^2m^2 - c^2}\left(\frac{t}{2a} + s\right)\right)\right]\right\} \quad (35)$$

⁴ - Integração feita com Mathematica; s é a constante de integração

$$m_\rho = m \cos \left\{ 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{b^2 m^2 - c^2}}{c + bm} \tanh \left(\sqrt{b^2 m^2 - c^2} \left(\frac{t}{2a} + s \right) \right) \right] \right\} \quad (36)$$

que são as soluções para m_z e m_ρ .

Para encontrar a solução em m_θ , deve-se substituir a equação (27) para dm_z/dt na equação (26) para m_θ , resultando em

$$\dot{m}_\theta = \gamma H_z - \frac{\alpha m^2}{M_s} \left(-\gamma \frac{H_\theta}{m_\rho} + \frac{\alpha \dot{m}_\theta}{M_s} - \gamma \frac{\sigma a_j}{M_s} \right) \quad (37)$$

Reorganizando os termos

$$\dot{m}_\theta \left(1 + \frac{\alpha m^2}{M_s} \right) = \gamma H_z + \gamma \frac{\alpha \sigma a_j m^2}{M_s^2} + \alpha m^2 \gamma \frac{H_\theta}{m_\rho} \quad (38)$$

lembrando que

$$a = \left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2} \right)$$

e fazendo

$$k_1 = \gamma H_z + \gamma \frac{\alpha \sigma a_j m^2}{M_s^2}$$

$$k_2 = \alpha m^2 \gamma H_\theta$$

temos a equação para dm_θ/dt :

$$a \dot{m}_\theta = k_1 + \frac{k_2}{m_\rho} \quad (39)$$

Logo

$$am_{\theta} + const = k_1 t + k_2 \int \frac{dt}{m \cos \left\{ 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{b^2 m^2 - c^2}}{c + bm} \tanh \left(\sqrt{b^2 m^2 - c^2} \left(\frac{t}{2a} + s \right) \right) \right] \right\}} \quad (40)$$

com

$$p = \sqrt{b^2 m^2 - c^2} \quad \text{e} \quad q = c + bm$$

A integral tem a seguinte solução analítica⁵:

$$\begin{aligned} am_{\theta} + const = k_1 t + k_2 & \left(\frac{1}{m(p^2 - q^2)} (-(p^2 + q^2)(2as + t)) \right. \\ & - 2aq \ln \left(p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2a} \right) \right) - q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2a} \right) \right) \right) \\ & \left. + 2aq \ln \left(q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2a} \right) \right) + p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2a} \right) \right) \right) \right) \quad (41) \end{aligned}$$

Assim, atingimos o objetivo de encontrar uma solução analítica para o caso de transferência de spin em nanopilar com inclusão do campo induzido de Oersted. É visível ao se comparar essa solução com a do caso anterior (caso 1), que essa é uma solução bem mais complexa e que não permite uma análise simples. Porém, para termos uma análise mais completa ainda é necessário fazer uma simulação computacional dos resultados e estimar a frequência de precessão.

5.2. Cálculo da frequência de precessão e simulação computacional

Para começar a análise da frequência de precessão desse caso, é interessante olhar com alguma atenção para a solução em m_{θ} obtida anteriormente. De forma a

⁵ - Integração feita via Mathematica.

simplificar um pouco o problema, vamos desconsiderar a constante de integração (const = 0) e fazer a aproximadamente igual a um ($a \sim 1$). Assim, a solução fica:

$$m_\theta = k_1 t + k_2 \left(\frac{1}{m(p^2 - q^2)} (-(p^2 + q^2)(2s + t) - 2q \ln \left(p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) - q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) \right) + 2q \ln \left(q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) + p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) \right) \right) \quad (42)$$

E abrindo o produto:

$$m_\theta = k_1 t - k_2 t \frac{(p^2 + q^2)}{m(p^2 - q^2)} - k_2 2s \frac{(p^2 + q^2)}{m(p^2 - q^2)} + \frac{1}{m(p^2 - q^2)} \left(- 2q \ln \left(p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) - q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) \right) + 2q \ln \left(q \cosh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) + p \sinh \left(p \left(s + \frac{t}{2} \right) \right) \right) \right) \quad (43)$$

Há ainda um termo constante proporcional a K_2 que não irá influenciar o valor da frequência, podendo ser ignorado.

Para que os termos de logaritmos de soma de senos e cossenos hiperbólicos estejam definidos para todo t maior que zero é necessário que p seja maior que q . Nesse caso, a soma dos logaritmos gera um termo constante, que pode ser ignorado. Infelizmente, essa não é a situação padrão. Lembrando as definições de p e q

$$p = \sqrt{b^2 m^2 - c^2} \quad \text{e} \quad q = c + bm$$

e sabendo que normalmente $c \gg b^6$, então p será imaginário ($p = ui$). Isso transforma a soma de logaritmos de senos e cossenos hiperbólicos em uma soma de logaritmos de senos e cossenos, na forma

$$\ln(q \cos(u(x)) - u \operatorname{sen}(u(x))) - \ln(-u \operatorname{sen}(u(x)) - q \cos(u(x)))$$

devido as identidades $\cosh(ix) = \cos(x)$ e $\sinh(ix) = i \operatorname{sen}(x)$. Devido a isso, m_θ não estará bem definido em todos os pontos (pontos em que não está definido o logaritmo de um número negativo). De qualquer forma, nos pontos em que a função \ln está definida, ela não terá grande influência no valor de frequência. Assim, para qualquer um dos casos, fazendo $m = 1$, podemos aproximar a frequência de precessão W por:

$$W = k_1 - k_2 \frac{(p^2 + q^2)}{(p^2 - q^2)} \quad (44)$$

Em casos em que $p > q > 0$, automaticamente o termo que acompanha k_2 é positivo e faz com que $W < \omega$, ou seja, nesse caso a frequência de precessão é maior no caso em que não se considera o campo de Oersted. Já no caso mais comum em que p é imaginário, ou seja, $p = ui$, não estamos limitados pela condição $p > q$ e podemos utilizar as definições de p e q de forma a concluir que

$$W = k_1 - k_2 \frac{(b + c)}{(b - c)} \quad (45)$$

Mas como foi dito anteriormente, $c \gg b$, o que leva a

$$W \approx k_1 + k_2 \quad (46)$$

Assim, na grande maioria dos casos teremos $W > \omega$, ou seja, a inclusão do campo de Oersted tende a aumentar a frequência de precessão da magnetização da

⁶ - Ver Apêndice C para ordens de grandeza

camada livre. Aqui é interessante estimar o valor desse aumento. Podemos fazer isso buscando as definições de k_1 e k_2 :

$$k_1 = \gamma H_z + \gamma \frac{\alpha \sigma a_j m^2}{M_s^2} \quad \text{e} \quad k_2 = \alpha m^2 \gamma H_\theta$$

Novamente adotando que $\sigma = m = 1$, e sabendo que $M_s^2 \gg \gamma \alpha a_j$, então teremos

$$W \approx \gamma H_z + \alpha \gamma H_\theta \quad (47)$$

Como forma de comparação, vamos calcular W para os mesmos valores utilizados para calcular w no caso anterior ($H = 90000$ A/m e $\gamma = 2,211 \cdot 10^5$ m/(A.s)), com $\alpha = 0,02$ e $H_\theta = 40000$ A/m, o que nos dá

$$W \approx 20,1 \text{ GHz}$$

Comparando o resultado obtido para W com o resultado anterior obtido para ω (19,9 GHz), vemos que a inclusão no sistema do termo referente ao campo induzido causou um aumento de cerca de 1% na frequência de precessão. Evidentemente essa variação será maior tanto quanto for maior o valor de H_θ .

Por fim, devemos fazer uma simulação computacional dos resultados obtidos, de forma a, como no caso anterior, acompanhar a evolução temporal de \mathbf{m} . A simulação está representada na figura 5.

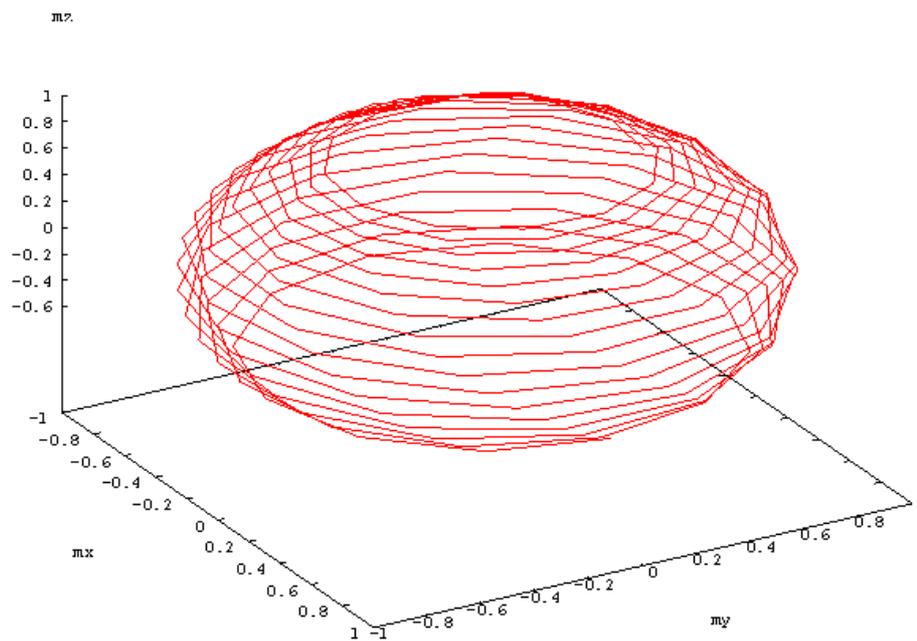


Figura 5: comportamento da magnetização \mathbf{m} durante efeito de transferencia de spin. A magnetização inicia com valor $m_z = -0,6$ e evolui até aproximadamente $m_z = 0,8$. Durante a evolução estados precessionais podem ser observados.

6. Considerações Finais

O objetivo inicial do trabalho era o de analisar o fenômeno de transferência de spin em um nanopilar e obter uma solução analítica tanto para a situação em que o campo de Oersted não é incluído no cálculo, como para a situação em que o mesmo é considerado. Sob este aspecto, houve êxito no trabalho, pois as duas soluções foram alcançadas. A comparação entre elas mostra que há uma diferença significativa entre os casos, principalmente no que se refere a frequência de precessão da magnetização da camada livre, que no primeiro caso analisado está bem definida, porém no segundo caso, com a inclusão do termo referente ao campo induzido, passa a ter uma forma complexa e não bem definida.

Nesse trabalho foi abordada apenas a questão envolvendo os macroestados de spin (macrospin), porém um ponto interessante de pesquisa envolve o comportamento dos microestados (microspin) em casos de transferência de spin com a inclusão do campo de Oersted. Trabalhos recentes nesse sentido^[9, 10, 11] tem mostrado que os microestados se comportam de maneira bem diferente do macroestado, devido ao torque causado pelo campo de Oersted (que tem rotacional não nulo, como mencionado anteriormente). Isso faz com que esses microestados tenham orientações diferentes da do macroestado e podem alterar significativamente uma leitura de magneto-resistência gigante feita no sistema por exemplo.

Assim, esse trabalho abre perspectivas de um desenvolvimento futuro considerando casos de microspin, além de inclusão de campos variáveis e anisotropias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Slonczewski, J. Magn. Magn. Mater. **159** L1 (1996).
- [2] L. Berger, Phys. Rev. B 54, (1996) 9353.
- [3] J. A. Katine, Phys. Rev. Lett. 84, (2000) 3149;
F. J. Albert et al., Appl. Phys. Lett. 77, (2000) 3809.
- [4] J. Z. Sun et al., Appl. Phys. Lett. 81, (2002) 2202.
- [5] J. Grollier et al., Appl. Phys. Lett. 77, (2001) 3663.
- [6] U. Urasdhin et al., cond-mat / 0303149.
- [7] J. E. Wegrove et al., Europhys. Lett. 45, (1999) 626.
- [8] M. Tsoi et al., Phys. Rev. Lett. 80, (1998) 4281.
- [9] M. A. Hofer, T. J. Silva; amath.colorado.edu/student/hofer/cond-mat-0609030.pdf
- [10] K Ito *et al* 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 1261-1267
- [11] Y. Acremann *et al* 2006, Phys. Rev. Lett. vol. 96, no21
- [12] M. Baibich *et al* 1988, Phys. Rev. Lett. vol. 61, no21

APÊNDICE A - Transformação de coordenadas

A relação entre as coordenadas cartesianas e cilíndricas é dada pelas componentes $x = \rho \cos(\theta)$, $y = \rho \sin(\theta)$ e $z = z$ e pelos vetores unitários das coordenadas cilíndricas \mathbf{e}_ρ , \mathbf{e}_θ e \mathbf{k} :

$$\hat{\mathbf{e}}_\rho = \cos(\theta)\hat{\mathbf{i}} + \sin(\theta)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_\theta = \cos(\theta)\hat{\mathbf{j}} - \sin(\theta)\hat{\mathbf{i}}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{k}}$$

Assim, as componentes da equação LLG em coordenadas cilíndricas ficam:

$$\vec{m} = m_\rho \hat{\mathbf{e}}_\rho + m_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\dot{\vec{m}} = \dot{m}_\rho \hat{\mathbf{e}}_\rho + m_\rho \dot{m}_\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta + \dot{m}_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{H}_{eff} = H_\rho \hat{\mathbf{e}}_\rho + H_\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta + H_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{M} = M_\rho \hat{\mathbf{e}}_\rho + M_\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta + M_z \hat{\mathbf{k}}$$

E os produtos vetoriais são:

$$\vec{m} \times \vec{H} = -H_\theta m_z \hat{\mathbf{e}}_\rho + (m_z H_\rho - m_\rho H_z) \hat{\mathbf{e}}_\theta + m_\rho H_\theta \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{m} \times \vec{M} = -M_\theta m_z \hat{\mathbf{e}}_\rho + (m_z M_\rho - m_\rho M_z) \hat{\mathbf{e}}_\theta + m_\rho M_\theta \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{M}) = m_\rho (m_z M_\rho - m_\rho M_z) \hat{\mathbf{k}} - (m_\rho^2 + m_z^2) M_\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta + m_z (m_\rho M_z - m_z M_\rho) \hat{\mathbf{e}}_\rho$$

$$\vec{m} \times \dot{\vec{m}} = m_\rho^2 \dot{m}_\theta \hat{\mathbf{k}} + (m_z \dot{m}_\rho - m_\rho \dot{m}_z) \hat{\mathbf{e}}_\theta - m_z m_\rho \dot{m}_\theta \hat{\mathbf{e}}_\rho$$

Aplicando esses resultados na equação (1), obtemos as equações (2), (3) e (4).

APÊNDICE B – Desenvolvimento das equações (7), (13) e (14) para chegar às soluções (15), (16) e (17)

Substituindo-se a equação (13) na (14), obtem-se:

$$\frac{\dot{m}_z}{m_\rho^2} + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2} \frac{\dot{m}_z}{m_\rho^2} = \frac{\alpha}{M_s} \gamma(H + h \cos(\phi t)) - \gamma \frac{\sigma}{M_s} (a_j + b_j \cos(\xi t))$$

$$\left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2}\right) \frac{\dot{m}_z}{m^2 - m_z^2} = \frac{\alpha}{M_s} \gamma(H + h \cos(\phi t)) - \gamma \frac{\sigma}{M_s} (a_j + b_j \cos(\xi t))$$

$$\left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2}\right) \frac{dm_z}{m^2 - m_z^2} = \frac{\alpha}{M_s} \gamma(H + h \cos(\phi t)) dt - \gamma \frac{\sigma}{M_s} (a_j + b_j \cos(\xi t)) dt$$

No segundo passo foi utilizada a equação (7) que relaciona m_z e m_ρ . A integração resulta na solução em m_z , e através novamente de (7) obtem-se a solução em m_ρ .

Para obter a solução em m_θ é feito o caminho oposto, substitui-se (14) em (13):

$$\dot{m}_\theta = \gamma(H + h \cos(\phi t)) - \frac{\alpha m^2}{M_s} \left(\frac{\alpha}{M_s} \dot{m}_\theta - \gamma \frac{\sigma}{M_s} (a_j + b_j \cos(\xi t)) \right)$$

$$\dot{m}_\theta \left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2}\right) = \gamma(H + h \cos(\phi t)) + \gamma \frac{\alpha m^2 \sigma}{M_s^2} (a_j + b_j \cos(\xi t))$$

$$dm_\theta \left(1 + \frac{\alpha^2 m^2}{M_s^2}\right) = \gamma(H + h \cos(\phi t)) dt + \gamma \frac{\alpha m^2 \sigma}{M_s^2} (a_j + b_j \cos(\xi t)) dt$$

E a integração dá a solução em m_θ .

APÊNDICE C – Fatores de conversão e ordens de grandeza dos campos e constantes utilizados

Relação entre Ampere.m⁻¹ e Oersted:

$$1 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe}$$

Ordens de grandeza:

$$\gamma = 2,211 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{A.s}}$$

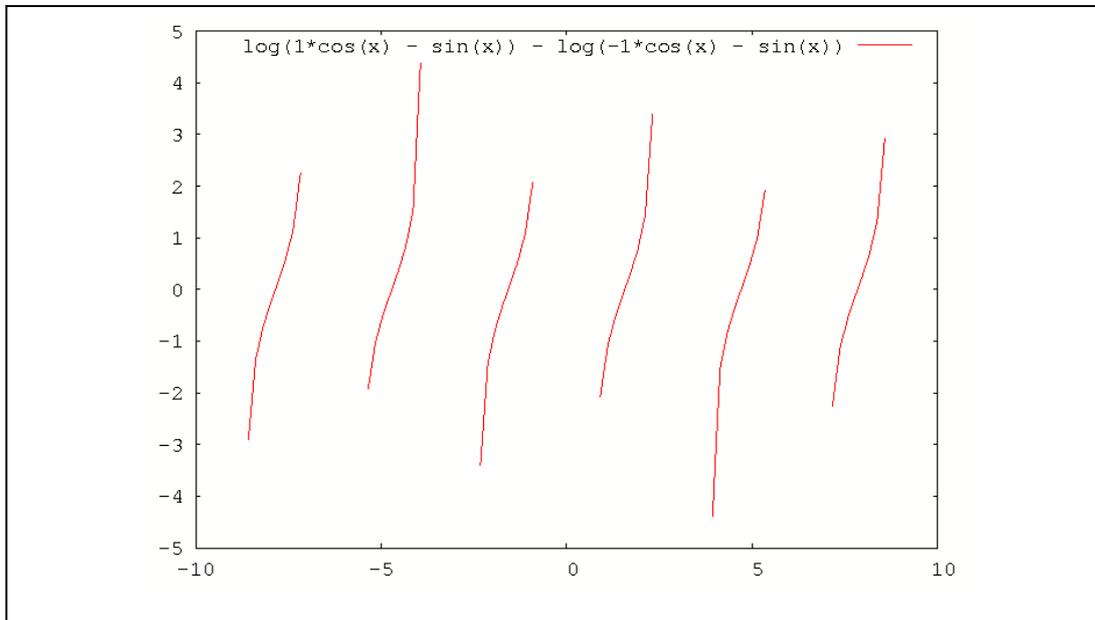
$$a_j \approx 200 \text{ Oe}$$

$$H_\theta \approx 500 \text{ Oe}$$

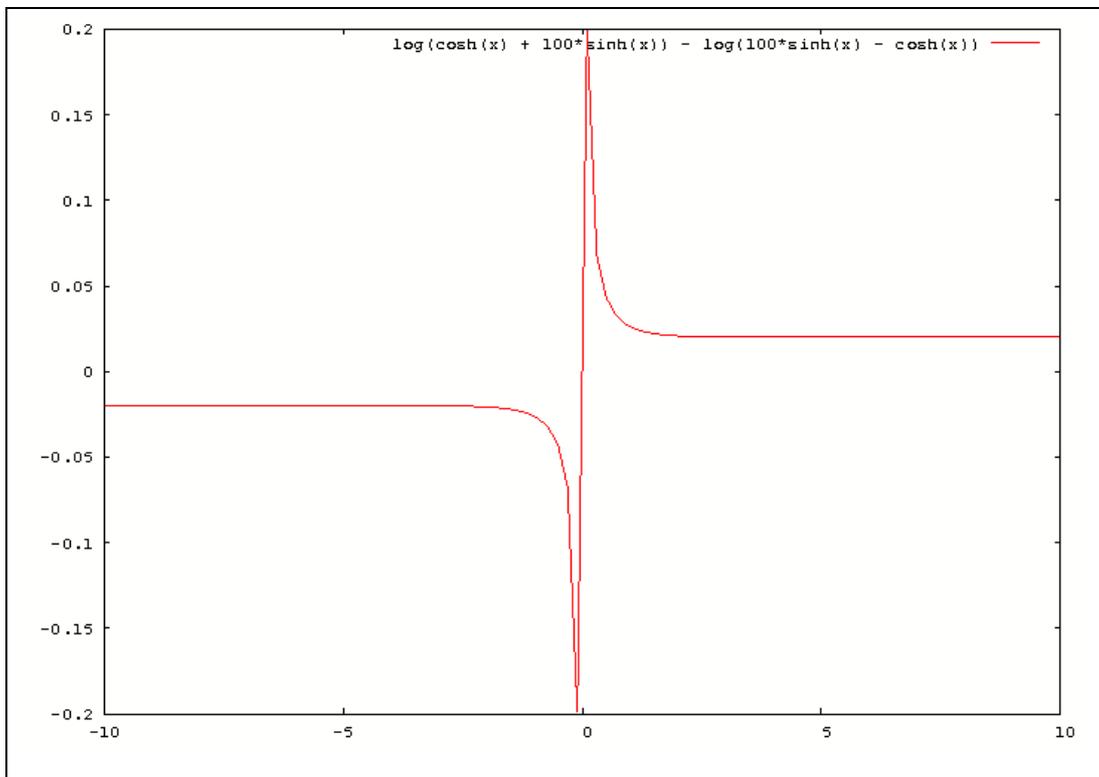
$$H \approx 1500 \text{ Oe}$$

$$M_s \approx 10000 \text{ Oe}$$

APÊNDICE D – Gráficos do comportamento das funções relacionadas a m_0 no caso 2



Comportamento de $\ln[\cos(x) - \text{sen}(x)] - \ln[-\cos(x) - \text{sen}(x)]$. Caso em que $p = u$ e u e q tem mesma ordem de grandeza.



Comportamento da soma dos logaritmos da soma de senos e cossenos hiperbólicos para p muito maior que q .