O CÁLCULO NAS AULAS DE FÍSICA DA UFRGS: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO
(Calculus in physics classes at UFRGS: an exploratory study)

Maria Cecilia Pereira Santarosa [mcpsrosa@smail.ufsm.br]
Departamento de Matemática, Centro de Ciências Naturais e Exatas
Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, Brasil.

Marco Antonio Moreira [moreira@if.ufrgs.br]
Departamento de Física, Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil.

Resumo

Este estudo é parte de um trabalho mais amplo cujo objetivo geral é investigar e desenvolver uma nova estratégia de ensino do Cálculo Diferencial e Integral I, específica para os alunos de graduação em Física, através de uma possível integração com o ensino da Física Geral e Experimental I. Com o objetivo específico de identificar situações-problema da Física que possam dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos no Cálculo I e de linguagens e notações que possam ser adotadas no ensino do Cálculo para favorecer o aprendizado da Física investigou-se, através de um estudo do tipo etnográfico, a forma como a Matemática é transposta nas aulas de Física Geral e Experimental I, em turmas dos Cursos de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Ao longo da investigação foram identificados problemas que corroboram aqueles apontados na literatura com relação ao processo de ensino e aprendizagem nas disciplinas introdutórias dos Cursos de Física. Os resultados obtidos deverão subsidiar a elaboração de um material instrucional potencialmente significativo, a ser adotado numa fase posterior da pesquisa, onde será investigada a aprendizagem de conhecimentos declarativos e procedimentais em Física Básica Universitária a partir de um ensino que integra situações-problema da Física e conceitos matemáticos do Cálculo.
Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral I; Física Geral e Experimental I; situações-problema; conceitos; linguagens e notações matemáticas; etnografia de sala de aula; UFRGS.

Abstract

This study is part f a larger one whose general objective is to investigate and to develop a new strategy for teaching Differential and Integral Calculus I, specifically for physics majors, through a possible integration with the teaching of General and Experimental Physics I. With the specific objective of identifying physics problem-situations that may help in making sense of the mathematical concepts used in Calculus I, and languages and notations that might be used in the teaching of Calculus to favor physics learning, it was investigates, through an ethnographic study, the may mathematics is transposed to classes of General and Experimental Physics I, in classes of physics courses at the Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS). Some findings of this study confirmed those reported in the literature regarding the teaching and learning process in introductory college physics courses. These findings will subsidize the preparation of potentially meaningful instructional materials that will be used in a second stage of the research designed to investigate the learning of declarative and procedural knowledge in basic college physics under an approach that integrates problem-situation in physics and calculus mathematical concepts.
Keywords: Differential and Integral Calculus I; General and Experimental Physics I; problem-situations; concepts; mathematical languages and notations; classroom ethnography; UFRGS.

Introdução: a aprendizagem mecânica no Cálculo

Este estudo é parte de um trabalho mais amplo cujo objetivo é investigar e desenvolver uma nova abordagem de ensino para a disciplina de Cálculo I, específica para os Cursos de Física, que possa promover a aprendizagem significativa em Física Básica Universitária. A proposta foi motivada por problemas vivenciados com o sistema de ensino/aprendizado da disciplina para os estudantes dos Cursos de Física, ao perceber que métodos tradicionais de ensino são potencialmente favorecedores da aprendizagem mecânica. Ou seja, uma aprendizagem basicamente memorística, sem significado, e que serve apenas para aplicação em situações conhecidas, a curto prazo. Moreira (2005) nos alerta para esse fato, enfatizando que no Ensino Superior estamos formando aplicadores, não geradores, de conhecimento. Além disso, corroborando o argumento de Artigue (1995), ainda que consigamos ensinar os alunos a resolverem mecanicamente alguns cálculos e alguns problemas-padrão é difícil fazê-los compreender satisfatoriamente os conceitos centrais desse campo das matemáticas. Preocupam-nos as consequências deste processo no domínio da Física, já que os estudantes precisam desenvolver habilidades para expressar fenômenos naturais com o uso da linguagem matemática[1]. Contudo, concordamos com Pietrocola (2002) quando afirma que dominar os conteúdos matemáticos com ênfase na operacionalidade não significa incorporar estas habilidades. Segundo o autor, é preciso que os estudantes saibam apreender teoricamente o real através da estruturação matemática. Para os professores de Física participantes do Grupo de Reelaboração do Ensino de Física, da Universidade de São Paulo, os alunos têm sido expostos ao aparato matemático-formal, antes mesmo de terem compreendido os conceitos físicos a que tal aparato deveria corresponder, o que faz com que a Física seja frequentemente confundida com a Matemática (GREF, 2002, pp. 15-16). Nessa perspectiva parece-nos conveniente refletir sobre o papel das disciplinas matemáticas, em especial do Cálculo, na formação científica destes estudantes, e investigar de que maneira os conceitos matemáticos devem ser transpostos na etapa introdutória dos Cursos de Graduação em Física, de forma a favorecer a aprendizagem significativa nas disciplinas físicas específicas.

O Cálculo e a Física: ensinos desarticulados

De um modo geral, o Cálculo Diferencial e Integral compartilha o mesmo espaço que a disciplina de Física Geral e Experimental I, já na primeira etapa da vida acadêmica dos estudantes do Curso de Física. Embora existam casos em que as duas disciplinas não são concomitantes, não existem resultados publicados sobre possíveis repercussões disto no aprendizado dos estudantes.

No entanto, parece que a articulação que se faz necessária entre as duas áreas está restrita ao mundo científico teórico e experimental, ficando a área educacional sujeita aos tradicionais sistemas de ensino compartimentados. Diante deste fato, até mesmo as origens históricas do surgimento do Cálculo através da Física são esquecidas, e muitas vezes até desconhecidas por alguns professores.

Garber (1999) nos lembra que para entender a Física é necessário que entendamos simultaneamente ambos os desenvolvimentos da Física e do Cálculo, e Couto (2007) destaca alguns matemáticos cujas obras foram impulsionadas por problemas da Física, numa época em que as Ciências Naturais envolviam a Física e a Matemática de modo quase indistinto, como Newton, Euler, Laplace, Gauss e Riemann. Parece ser esta a relação da Matemática com o mundo científico sugerida por Pietrocola (ibid. 2002).

[1] Brasil. Mistério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares para os Cursos de Física*, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES1304.pdf.

Mas, se articulações entre o Cálculo e a Física, em termos de conteúdo, estão presentes em muitos livros didáticos de ambas as disciplinas, porque não são enfatizadas pelos professores? Para Munby (1984), as crenças e os princípios do professor constituem parte significante do contexto para escolhas sobre implementar um novo currículo ou mudar sua prática profissional. Acreditamos que a história de formação e acima de tudo a acomodação aos padrões tradicionalmente transmitidos no meio profissional são elementos que influenciam diretamente as decisões do professor.

Nos ensinos de Cálculo I e II, por exemplo, é comum que os programas ocultem o estudo do movimento em uma e duas dimensões, com a justificativa de que este conteúdo faz parte da disciplina de Física. Às vezes, são vistos superficialmente como uma *aplicação da Matemática na Física*, quando na verdade trata-se de uma importante situação da Mecânica que pode dar sentido aos conceitos de diferenciação e integração de funções escalares e vetoriais. Da mesma forma, os conceitos matemáticos do Cálculo importantes para a resolução dos problemas da Mecânica são superficialmente comentados nas aulas de Física, sob o pretexto de que serão *aprofundados na disciplina de Cálculo.* De fato, a experiência mostra que os conceitos são desenvolvidos com muito empenho pelos professores de Cálculo, porém com linguagens e notações que podem ser diferentes daquelas necessárias para o domínio da Física, em situações exclusivas do campo das matemáticas, e em instantes diferentes. Nesse contexto, o único prejudicado em termos de aprendizagem é o aluno quando se depara com um obstáculo epistemológico que pode se tornar instransponível em meio a um emaranhado de situações e conceitos descorrelacionados.

Para Garber (ibid. 1999, p.2) o que os físicos necessitam para extrair informações físicas de uma expressão matemática particular não é claro. Realizar a transformação dos conceitos físicos aplicados para um caso particular através da interpretação matemática requer imaginação e habilidade na abstração de tal forma que a situação física possa ser apresentada na forma matemática, e habilidade analítica para escolher a relação matemática.

De fato a Física não é Matemática. Contudo não há como fugir da articulação que se faz necessária no ensino, entre as duas áreas. Não levar em conta esta possível articulação pode subentender um isolacionismo da matemática com relação às áreas científicas.

O Cálculo e a Física: pensando articuladamente

Muitos estudos têm sido feitos na tentativa de articular o Cálculo com a Física, de alguma forma. Na área das novas tecnologias destacam-se os de Veit et al. (2002, 2010) com a utilização do aplicativo MODELLUS para modelagem computacional matemática em cursos introdutórios de Mecânica, no Instituto de Física da UFRGS.

Outras ações foram criadas com o objetivo de aumentar, nos alunos, a compreensão por temas relacionados com a sincronização entre as duas áreas. Destacam-se o curso *Integrated Physics and Calculus*, da Universidade de Puget Sound, numa parceria entre os Departamentos de Física e Matemática (Rex e Jackson, 1999), e o Projeto *Volta às Origens*, do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa e Ensino de Matemática, da Universidade Federal de São Carlos (Costa e Salvador, 2004). No nível de Ensino Médio essa integração foi investigada recentemente por Santos (2010), que foca sua atenção para a formação física dos professores de Matemática, já que estes profissionais vêm assumindo as disciplinas de Física nas Escolas Estaduais de São Paulo.

Estudos relacionados a tópicos específicos do Cálculo estão sendo desenvolvidos por pesquisadores da área do Ensino de Física, para dar conta das dificuldades no aprendizado de conteúdos matemáticos nas aulas de Física. A análise gráfica de funções é um clássico exemplo e uma importante habilidade necessária aos físicos. McDermott et al. (1987) chamam a atenção para a dificuldade que os estudantes têm em conectar gráficos com a Física e não atribuem exclusivamente essa falta de habilidade às dificuldades matemáticas. Araújo et al. (2004) analisam algumas destas dificuldades e sugerem atividades de modelagem computacional complementares às atividades tradicionais no ensino da Cinemática.

Outra importante habilidade física exigida aos estudantes é a resolução de problemas. Ao investigar a transferência de aprendizagem do Cálculo para a Física, Cui (2006) revela que esse tipo de habilidade requer dois tipos de transferência: *horizontal*, que implica aplicar as idéias previamente aprendidas na resolução do problema e *vertical*, que envolve construir novas idéias para resolver o problema. A autora conclui que embora os estudantes possuam as habilidades necessárias do Cálculo, na segunda etapa dos Cursos de Graduação ainda têm dificuldades em aplicá-las no contexto da Física. Um exemplo disso é a decisão sobre variáveis e limites de integração que devem ser usadas nos problemas e clareza nos critérios para decidir se determinado cálculo é aplicável ou não ao problema físico. Cui (ibid. 2006) sugere que o ensino do Cálculo seja mais direcionado para as aplicações da Física.

Na mesma linha de raciocínio Sherin (2001) investiga como os estudantes compreendem as equações físicas nos cursos de Física introdutória, onde conclui que nesse processo eles utilizam um vocabulário de *formas simbólicas.* Cada forma simbólica associa um esquema conceitual simples com um padrão de símbolos numa equação.

São numerosas as investigações relacionadas ao aprendizado dos conceitos do Cálculo, no domínio exclusivo da Matemática. Destacam-se os estudos sobre dificuldades conceituais em *limite de funções* de Williams (2001), Szydlik (2000), Espinoza e Azcárate (2000); estudo sobre inconsistências no significado do termo *infinito* de Garbin e Azcárate (2002); estudos sobre o desenvolvimento do esquema de *derivada* de García et al. (2006) e Matamoros et al. (2008) e o estudo sobre a *abordagem clássica de limites através de infinitesimais* de Todorov (2001).

Também é importante o apanhado histórico feito por Artigue (1995) sobre o ensino do Cálculo, na França, desde 1902, quando a disciplina foi introduzida no nível secundário. Dentre as críticas elaboradas pela comissão de reforma no ensino, dos anos oitenta, a autora destaca a introdução das noções básicas na disciplina sem o planejamento de um problema, ou *a partir de problemas muito distantes do aluno.* Apesar da reforma sugerir mais atenção para a contextualização do ensino, a experiência mostra que na prática não houve mudanças significativas. Na melhor das hipóteses, a definição e a demonstração matemática formal do conceito de limite foi transferida para o Curso de Análise Matemática, passando a ser enfatizada, no Cálculo, a interpretação gráfica do conceito. Ávila (1985) em seu artigo que trata da evolução histórica dos conceitos de *função* e de *integral* lembra que a preocupação prematura com o rigor matemático é uma grave falha no ensino, pois atropela o desenvolvimento natural do estudante.

Outras investigações, também exclusivas do domínio da Matemática, seguem a linha construtivista de Piaget introduzida em estudos relacionados ao *Pensamento Matemático Avançado* (Tall, 1991). Dentre eles destacam-se o trabalho de Theodore Eisenberg sobre as dificuldades de aprendizagem associadas com o conceito de *função*[2], o trabalho de Bernard Cornu sobre as

[2] O tema mais importante destacado por Eisenberg é que *funções* e suas notações associadas não são concebidas visualmente. Os estudantes parecem pensar no conceito de *função* em um único modo representacional simbólico (apud Tall, 1991).

dificuldades com conceito de *limite*[3] e o trabalho de Michèle Artigue voltado para a área da Análise Matemática[4].

Também é importante foco de atenção da comunidade acadêmica ações que tentam promover satisfatoriamente a transição dos alunos entre Ensino Médio e o Ensino Superior, principalmente em termos das lacunas relacionadas aos conteúdos preliminares de Matemática e de Física. Destaca-se, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o curso PRÉ-CÁLCULO oferecido semestralmente pelo Instituto de Matemática, e o curso PRÉ-FÍSICA oferecido anualmente pelo Instituto de Física. São estratégias independentes, que não visam alguma espécie de sincronismo em termos de metodologias ou de conteúdos. Semelhante é a atividade CÁLCULO, QUÍMICA E FÍSICA ZERO, oferecida aos estudantes de Engenharia, pelo Departamento de Propedêutica da Universidade Presbiteriana Mackenzie. Em ambos os contextos é uma forma de adaptar o aluno a uma nova realidade de estudos, necessária para um bom aproveitamento nas disciplinas introdutórias dos Cursos. São estratégias de extrema relevância, contudo devemos refletir sobre a importante tarefa do professor nesta etapa de transição, já que nessa fase inicia-se, nos estudantes, um processo de incorporação de valores. A história de vida do professor e a acomodação aos padrões tradicionalmente transmitidos no meio profissional são importantes fatores, nessa fase[5]. Assim, esse primeiro contato não deve condicionar o aluno a uma aprendizagem mecânica.

Outras pesquisas estão sendo desenvolvidas para detectar fatores que possam influenciar os desempenhos dos estudantes nos cursos de Cálculo e Física introdutória (Hoyles, Newman e Noss, 2001; Sadler e Tai, 2000; Anthony, 2000; Cox, 2001). Dentre os resultados os estudos sugerem que ao adotar-se novas estratégias a fim de minimizar a problemática da reprovação e da desistência, deve-se ter cuidado em não desqualificar o ensino das disciplinas introdutórias matemáticas e físicas no Ensino Superior. Ao contrário, deve-se fomentar a discussão em torno de reestruturações nos dois níveis de ensino a fim de favorecer o aprendizado.

Luk (2004) sugere que na conjuntura universidade-escola há uma mudança do ponto de vista *elementar* para o *avançado*, resultando em lacunas específicas em Álgebra, Cálculo e Geometria. Para Thwaites (1972) os estudantes que ingressam no Ensino Superior não compreendem que, a fim de estudarem Matemática de forma intensiva, devem trabalhar muito em cima de suas idéias antigas para descobrir as novas.

A complexidade da matemática da Física é classificada por Ferreyra et al. (2000) como uma das causas do alto índice de reprovação e evasão nos Cursos de Física das Universidades Argentinas. Aliado a isto, Redisch e Steinberg (1999) criticam os métodos tradicionais de ensino nas disciplinas de Física introdutória nas universidades americanas, sugerindo alternativas como Tutoriais ou Workshops.

---

[3] Segundo Cornu, um obstáculo epistemológico que aparece nesse domínio é que o termo limite favorece uma concepção de *limite* (no contexto do Cálculo) como uma barreira intransponível e não alcançável (apud Tall, 1991).

[4] Para Artigue existem três tipos de dificuldades de acesso ao Cálculo: a complexidade dos objetos básicos da disciplina (números reais, sucessões e funções), a conceitualização e formalização da noção de limite (centro do campo do Cálculo) e as dificuldades vinculadas com as rupturas necessárias com relação aos modos de pensamento puramente algébricos (Artigue, 1995).

[5] Munby (1984) mostra, utilizando a técnica de repertório em rede, como as crenças e os princípios de um professor constituem parte significante do contexto para as escolhas sobre adotar as descobertas da pesquisa, implementar novo curículo, ou, em outras palavras, mudar a prática profissional.

A nosso ver, o Ensino Superior segue padrões tradicionais, de uma época em que havia uma continuidade bem sequenciada, em termos de conteúdo, entre o antigo Científico[6] e o Ensino Superior. De lá para cá, o Ensino Médio sofreu muitas reformas, onde conteúdos de Matemática e de Física foram sendo automaticamente excluídos dos programas. No entanto, o Ensino Superior continuou adotando a mesma sistemática. Então, as dificuldades oriundas da falta de conhecimentos prévios são detectadas exatamente na fase transitória do ingresso na academia e, se não resolvidas ainda nesta etapa, comprometem a aprendizagem ao longo de toda a graduação.

No Brasil, Ávila (2006) sugere que tópicos sobre derivadas e integrais voltem a ser introduzidos ainda no primeiro ano do Ensino Médio, como forma de facilitar a posterior transição para a matemática superior. Pereira (2009) corrobora os argumentos de Ávila sugerindo o uso de pequenos aplicativos na linguagem JAVA, como estratégia. Essas ações requerem que programas de matemática do Ensino Médio sejam revistos em comum acordo com profissionais do Ensino Superior, e pensamos que não terão sentido se a ênfase for num ensino puramente tecnicista. Ressaltamos o importante papel dos professores das disciplinas de Cálculo e Física universitária nesta etapa de transição dos alunos.

O professor de Cálculo e o aluno do curso de Física

Diante dos problemas relacionados, nos perguntamos o que pode fazer o professor de Cálculo para contribuir com a formação científica dos alunos da Física. Um bom começo é buscar a pretendida articulação com o ensino da Física, pois não parece ser suficiente analisar os problemas de aprendizado destes estudantes com uma visão isolada do ensino. Como já foi dito, o aprendizado dos conteúdos físicos está estritamente relacionado com a habilidade em manusear conceitos matemáticos. Como professores de Cálculo, conhecemos algumas dificuldades apresentadas pelos alunos no domínio da Matemática, mas não sabemos como seus erros e suas dúvidas repercutem diante das situações físicas com que se deparam. Na verdade, desconhecemos estas situações. Podemos ter uma vaga ideia delas, através da análise de livros didáticos da Física introdutória, da revisão de artigos relacionados e de discussões com profissionais da área. Contudo, isso está longe de ser uma visão abrangente já que, como professores, somos diferentes no pensar e no agir, como já foi dito por Munby (ibid., 1984).

Interessa-nos conhecer as reais dificuldades com que se deparam estes estudantes com o campo conceitual do Cálculo, porém no domínio das situações-problema da Mecânica. Queremos saber como de fato podemos articular o ensino do Cálculo com o ensino da Física em termos de conteúdos, no uso de linguagens e notações e na forma como a Matemática pode ser transposta como meio favorecedor do aprendizado dela própria e da Física.

É verdade que físicos e matemáticos têm visões e objetivos distintos e que tradicionalmente, na forma como o sistema está estruturado, não há diálogo entre as duas áreas. Entretanto, para que haja um compromisso maior com a formação acadêmica e profissional desses alunos, parece ser conveniente a visão do ensino e a compreensão da aprendizagem por ângulos distintos. Acreditamos que só então poderemos refletir sobre a implantação de novos currículos e novas estratégias didáticas para as disciplinas introdutórias dos Cursos de Graduação em Física.

[6] Até a década de sessenta, o ensino médio brasileiro, tinha duas opções: clássico e científico. A primeira mais voltada para a área humanística e a segunda mais dirigida à área científica. Nesta, no terceiro ano chegava-se a limites e derivadas.

O Cálculo através da Física: um olhar qualitativo

É comum pesquisadores e professores das áreas das Ciências Naturais, Exatas e Humanísticas, apresentarem certa resistência com relação aos estudos de natureza qualitativa. Este fato pode ser fruto de desconhecimento, de crenças e valores individuais ou de padrões adotados em diferentes contextos profissionais. De fato, somos egressos de um sistema de formação que enfatiza a quantificação. Quando avaliamos, nos detemos em resultados quantificados e, no meio profissional, esperamos ser avaliados da mesma forma.

Lopes (1999) nos lembra que a tendência das diferentes áreas das Ciências é se *matematizarem* cada vez mais, na medida em que se encontram e descobrem leis, regras, tendências ou princípios que podem ser *quantificados* para expressarem de maneira *determinística ou estatística* os diversos fenômenos que se deseja analisar. Esta é a constante realidade de busca presenciada nos laboratórios de pesquisa em Ciências, e uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento científico.

A importância de uma abordagem quantitativa, em muitas situações, é necessária. No ensino, *medições* e *análises estatísticas* são muito importantes na discussão de fenômenos como reprovação e evasão. Porém, neste mesmo contexto, *a construção das complexas relações que unem os sujeitos do ensino e da aprendizagem é uma variável que, muitas vezes, é difícil de ser quantificada.*

Assim, nosso foco principal, num primeiro momento, não é fazer *uma análise quantitativa* do desempenho dos alunos nas disciplinas introdutórias de Cálculo e/ou de Física. Esse tipo de estudo terá sentido numa fase posterior da investigação, quando faremos uma intervenção no ensino da disciplina de Física Geral I A e analisaremos o processo da aprendizagem através da triangulação dos dados obtidos ao longo da investigação[7].

Nesta fase exploratória o interesse é por uma abordagem qualitativa, onde o *investigador é o instrumento principal de investigação e o ambiente natural é a fonte direta dos dados* (Bogdan e Biklen, 1994). Para isso, através de um *estudo do tipo etnográfico*, optamos pela observação participante nas aulas de Física introdutória dos Cursos de Física da UFRGS.

Dentre os objetivos específicos desta etapa destacam-se *verificar como a Matemática é transposta nas aulas de Física, como as situações-problemas da Cinemática e da Dinâmica podem dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos no Cálculo I e como se dá o processo de enculturação que começa a se formar na etapa inicial do Curso, com relação à importância da Matemática para o aprendizado da Física.*[8]

Apesar de metas estipuladas é importante salientar que o interesse na abordagem qualitativa de pesquisa está focado mais no *processo* do que simplesmente nos *resultados ou produtos*. A investigação é *descritiva* e a análise dos dados é feita de forma *indutiva*, com ênfase nos *significados* (ibid., 1994).

[7] O método da *triangulação* utiliza ambas as orientações, qualitativa e quantitativa, para o reconhecimento de um mesmo e idêntico aspecto da realidade social (Bericat, 1998).

[8] Para Spradley (1980), *cultura* é o conhecimento acumulado que as pessoas utilizam para interpretar a experiência e induzir o comportamento (apud Bogdan e Biklen, 1994).

Etnografia: componente histórica dapesquisa qualitativa

Para entendermos o *estudo do tipo etnográfico* devemos entender a *etnografia* e seu papel como componente histórica da pesquisa qualitativa. Este tipo de abordagem de pesquisa *qualitativa* ou *naturalista* surgiu como um *novo paradigma* no final do século XIX, como forma de questionar o método positivista no estudo do conhecimento dos fenômenos humanos e sociais (André, 1998) [9]. A fase inicial da pesquisa qualitativa deu-se com o historiador Wilhelm Dilthey, através da hermenêutica e com Max Weber, que defendia a compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos às suas ações[10]. Neste contexto, a perspectiva do conhecimento é *idealista-subjetivista* em oposição a uma visão *empiricista* do conhecimento. O valor é para a *interpretação em lugar da mensuração* e pela *descoberta em lugar da constatação* (ibid., 1998).

A *pesquisa qualitativa* tem suas raízes teóricas na *fenomenologia*, no *interacionismo simbólico*, na *etnometodologia* e na *etnografia*. O mapa conceitual da figura 1 apresenta a especificidade de cada uma dessas abordagens, destacando a *etnografia*, tradicionalmente utilizada pelos antropólogos para estudar a cultura de um grupo social.

Para McDermott (1976) a *etnografia* deve explicar o comportamento das pessoas recorrendo à descrição daquele conhecimento que estas possuem e que lhes permite comportarem-se de forma adequada, dadas as normas de senso comum nas respectivas comunidades (apud Bogdan e Biklen, 1994, p.58).

Os objetivos dos etnógrafos são os de apreender os significados que os membros da cultura têm como dados adquiridos e, posteriormente, apresentar o novo significado às pessoas exteriores à cultura. Isto é, o etnógrafo preocupa-se essencialmente com as representações (ibid. 1994, p.59).

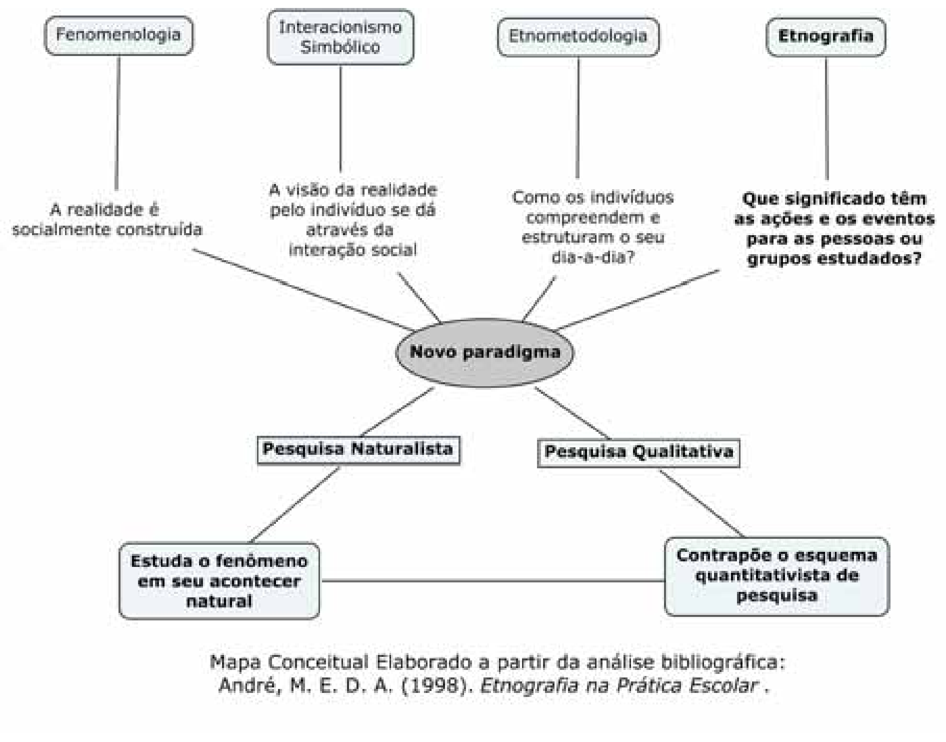


Figura 1: Raízes Teóricas da Pesquisa *Qualitativa* ou *Naturalista.*

---

[9] O positivismo, criado por Augusto Comte, reconhecia apenas dois tipos de conhecimentos científicos: o empírico, representado pelos achados das ciências naturais, o mais importante de ambos; e o lógico, constituído pela lógica e pela matemática (Triviños, 2008, p. 39).

[10] A *hermenêutica* se caracteriza pela interpretação dos significados contidos num texto.

A etnografia no contexto educacional

Para André (2005) os estudos etnográficos realizados no contexto educacional podem ser denominados *estudos do tipo etnográfico.* Por haver uma diferença de enfoques nas duas áreas, *antropológica* e *educacional*, certos requisitos da etnografia não precisam necessariamente ser cumpridos em estudos educacionais (ibid., p. 25).

As características principais do *estudo do tipo etnográfico* são: *a observação participante; a entrevista intensiva; a análise de documentos; a interação entre o pesquisador e o objeto pesquisado; a ênfase no processo e não nos resultados finais; a preocupação com o significado; a importância da visão pessoal dos participantes; o trabalho de campo; a descrição e indução e a busca de formulações de hipóteses, conceitos, abstrações, teorias e não sua testagem* (André, 1998).

Assim, a pesquisa do tipo etnográfico, que se caracteriza fundamentalmente pelo contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir processos e as relações que configuram a experiência escolar diária (ibid., p. 41).

Portanto, levando em conta todas as características deste tipo de abordagem de pesquisa, justificamos a sua escolha nesta fase exploratória, já que nossa crença, como já foi dito, é que o professor de Cálculo I deve conhecer um pouco da realidade contextual dos seus alunos do Curso de Física para tentar entender epistemologicamente suas dificuldades.

Os cursos de Física da UFRGS

Como já foi dito, as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e de Física são básicas na primeira etapa dos Cursos de Física, em diferentes contextos. Na UFRGS elas compartilham esta realidade desde a criação do Curso de Física, que antecede o surgimento do próprio Instituto de Física, numa época em que o Curso pertencia a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras instituída em 1942 (Maciel, 1987). Em 1953, os Cursos de Física e Matemática pertenciam a um único Departamento de Matemática e Física quando, neste mesmo ano, o Ministério de Educação e Cultura sugeriu a separação dos Cursos. Em 1957, o Conselho Universitário aprovou o regimento da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras onde constavam os Cursos de Bacharelado (3 anos) e Licenciatura (1 ano após o Bacharelado), em 13 áreas, dentre as quais o Curso de Física, que agrupava cadeiras em 10 diferentes departamentos. Particularmente, o Departamento de Física era constituído pelas cadeiras de Análise Matemática e Análise Superior, Geometria, Mecânica Racional, Mecânica Celeste, Física Geral e Experimental, Física Matemática, Física Teórica e Física Superior. A seriação do Curso de Física na época era dada pelas seguintes cadeiras (ibid., Maciel 1987, pp. 2-3):

1ª Série: Análise Matemática, Geometria Analítica e Projetiva, Física Geral e Experimental e Cálculo Vetorial;
2ª Série: Análise Matemática, Geometria Descritiva e Complementos de Geometria, Mecânica Racional, Física Geral e Experimental;
3ª Série: Análise Superior, Física Superior, Física Matemática, Física Teórica, Mecânica Analítica.

Observa-se que as disciplinas relacionadas aos conteúdos do Cálculo e da Geometria Analítica faziam parte do Departamento de Física sendo, portanto, lecionadas por profissionais pertencentes aquele Departamento. Este fato corrobora os argumentos citados por outros autores a respeito de uma época em que os Departamentos de Matemática e Física fundiam-se num único

Departamento e que as disciplinas de Matemática e de Física eram trabalhadas quase como uma unidade, com um único fim, a formação científica dos alunos.

A peça chave no processo de fundação do Instituto de Física, no ano de 1959, foi o surgimento do Centro de Pesquisas Físicas, órgão de natureza científica e autônoma, diretamente subordinado à Reitoria. No mesmo ano foi fundado também o Instituto de Matemática, quando então os Cursos de Física e Matemática passaram a pertencer a Departamentos distintos. Desde aquela época, o Curso de Pós-Graduação em Física da UFRGS vem ocupando lugar de destaque dentre os Centros de Pesquisa Nacionais e Internacionais.

De fato, o Instituto de Física foi inicialmente constituído sob a forma de órgão de pesquisa. No setor de ensino, limitou-se inicialmente a colaborar no preparo de estagiários e bolsistas, visando a estimular vocações e adestrar pessoal especializado e a formar seleto grupo de investigação (Paglioli, 1952).

Em 1959, o Instituto de Física divulgou um panfleto explicativo sobre o Curso de Física a fim de estimular os alunos que estavam concluindo o Curso Científico, para a carreira científica. Fica claro da leitura do texto a intenção em preparar o aluno para a área da pesquisa em Física, estando em menor evidência à ênfase para a área do Ensino. Observa-se também a apresentação de um Curso que prioriza a sólida formação científica de ambos profissionais físicos: professores para o magistério secundário e pesquisadores. Isto é, importa que os professores formados para o magistério tenham, antes, a formação de pesquisadores. Contudo, a mesma prioridade não é evidente quanto à formação dos pesquisadores físicos no papel de professores do Ensino Superior, já que para tanto não há exigências em termos de disciplinas específicas da área do Ensino. O papel atribuído às disciplinas de cunho matemático também parece ser evidente para a formação científica do aluno, porém de maneira paralela, e não integradora, aos conhecimentos físicos necessários para o mesmo fim.

> Entre os cursos ordinários que ministra a Faculdade de Filosofia encontra-se o de Física, que se destina à preparação de professores e de pesquisadores. O curso tem duração de três anos, ao fim dos quais é conferido ao estudante o título de Bacharel em Física. Para dedicar-se ao magistério secundário, é necessário obter ainda, subseqüentemente, o título de Licenciado, o que implica em mais um ano de estudo de disciplinas como Didática, Psicologia, Biologia, Sociologia e Administração. Durante o primeiro e o segundo ano do Curso, a Física é estudada sob o título de Física Geral e Experimental. Todos os grandes temas que já constam do programa do colégio (Mecânica, Acústica, Calor, Eletricidade, Magnetismo e Ótica) são retomados com maior amplitude e profundidade em um curso teórico e prático. Concomitantemente vai-se aprofundando o conhecimento de Matemática nas cadeiras de Análise Matemática e de Geometria. No segundo ano agrega-se ademais, a essas disciplinas, a de Mecânica Racional. No último ano o estudo da Física se desdobra em quatro disciplinas. Graças aos estudos de Física e de Matemática feitos nos dois anos anteriores, o aluno já está em condições de abordar problemas em um novo nível[11].

As habilitações do Curso de Física da UFRGS até 1999/2 eram Bacharelado e Licenciatura em Física. A partir de 2000/1 incluiu-se a Licenciatura Noturna. Atualmente, desde 2010/1, o Bacharelado passou a ser composto por quatro habilitações: *Astrofísica; Física Computacional; Materiais e Nanotecnologia e Pesquisa Básica.*

[11] Texto retirado do documento histórico intitulado: *Você tem pensado em Física?* Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/historia/50anos.html.

Na tabela 1 são apresentadas as grades curriculares relativas aos períodos onde houve algum tipo de mudança nas disciplinas do primeiro semestre letivo do Curso de Bacharelado, no período de 1980/1 até 2010/1. Nas tabelas 2 e 3 são apresentadas, respectivamente, as súmulas das disciplinas da Matemática e da física introdutórias, em períodos de alteração curricular, de 1995/1 até 2010/1 [12].

Com relação à disciplina de Cálculo, observa-se em 1984/1 uma redução significativa na carga horária, de 120 horas para 90 horas. A disciplina de 90 horas que tratava dos tópicos da matemática elementar, presente no currículo em 1980/1, foi extinta em 1984/1 quando então é incluída, no currículo, a disciplina de Geometria Analítica, de 60 horas. Observa-se, com a extinção da disciplina de Geometria Analítica em 1997/1, a perda da abordagem introdutória dos conteúdos da *Álgebra Vetorial* do domínio da Matemática, ficando a *representação vetorial* sob responsabilidade da disciplina FIS01156-Física I-B (ver tabelas 2 e 3). Atualmente, a disciplina de Cálculo mantém o conteúdo tradicional sobre diferenciação e integração de funções de uma variável real preservando, da geometria analítica, o *estudo sobre retas e curvas planas* (ibid., tabela 2).

Fica evidente através da análise destes currículos a existência de problemas com a base matemática do Ensino Médio, nos momentos em que são incluídas novas disciplinas ou reformulados programas e cargas horárias do Cálculo na tentativa de resolver problemas de aprendizado na fase introdutória do Curso. Também é evidente a preocupação de que o currículo introdutório não seja carregado de disciplinas puramente matemáticas em detrimento das cadeiras específicas da Física.

Atualmente, como já foi mencionado, o Instituto de Matemática da UFRGS incrementou o programa de extensão PRÉ-CÁLCULO como forma de solucionar problemas relacionados com a defasagem matemática oriunda do Ensino Médio. Contudo, é um Programa de caráter não obrigatório, disponibilizado aos alunos que, apesar de terem obtido aprovação no Concurso Vestibular, tiveram um desempenho insatisfatório na prova de Matemática.

Com relação à disciplina de Física, observa-se que de 1980/1 até 1997/2 a parte experimental era separada da parte teórica. Em 1998/1 as duas fundem-se numa única disciplina de 135 horas. Em 2010/1 a disciplina passa a ser novamente dividida em física teórica e física experimental, observando que a carga horária da parte experimental é reduzida de 45 horas para 30 horas semestrais (ver tabela 1). Evidencia-se, em certo momento, a preocupação com o sincronismo que de fato deve haver, entre as atividades didáticas teóricas e experimentais. No entanto, os problemas que parecem surgir nesse contexto culminam numa nova separação, com o currículo de 2010/1. É evidente que a desarticulação pressuposta existente entre o Cálculo e a Física parece estar presente também entre as áreas da Física teórica e da Física experimental.

Atualmente as disciplinas FIS01257 Física Geral I-A e FOS01258 Física Experimental I-A, ofertadas semestralmente em três horários distintos, são exclusivas para os alunos dos Cursos de Bacharelado ou Licenciatura em Física. A disciplina MAT01353 Cálculo e Geometria Analítica I A também é ofertada semestralmente, em seis horários distintos, para alunos das áreas das Engenharias, Computação, Matemática, Física, Química e Ciências Atuariais. Em ambas três disciplinas existe um professor coordenador responsável, no entanto reserva-se ao Cálculo um

[12] Dados obtidos em: http://www1.ufrgs.br/graduacao/xInformacoesAcademicas/curriculo.php?CodHabilitacao=42&CodCurriculo=127&CodCurso=330&sem=2010012

sistema de ensino unificado, onde os alunos dos Cursos de Física dividem o espaço com alunos de outras áreas (~70 estudantes por turma) [13].

Tabela 1: Disposição curricular das disciplinas introdutórias do curso de Bacharelado em Física da UFRGS: mudanças significativas de 1980/1 até 2010/2

1980/1 MAT133 – Cálculo e Geometria Analítica I (120h); HUM464 – Estudo de Problemas Brasileiros I (30h); FIS157 – Física Experimental I (45h); FIS156 – Física I-B (90h); MAT170 – Tópicos de Matemática Elementar (90h);	1984/1 MAT166 – Cálculo I (90h); HUM464 – Estudo de Problemas Brasileiros I (30h); FIS157 – Física Experimental I (45h); FIS156 – Física I-B (90h); MAT157 – Geometria Analítica (60h);
1994/1 MAT166 – Cálculo I (90h); FIS157 – Física Experimental I (45h); FIS156 – Física I-B (90h); MAT157 – Geometria Analítica (60h);	1995/1 MAT01166 – Cálculo I (90h); FIS01157 – Física Experimental I (45h); FIS01156 – Física I-B (90h); MAT01157 – Geometria Analítica (60h);
1997/1 MAT01353 Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01157 – Física Experimental I (45h); FIS01156 – Física I-B (90h);	1998/1 MAT01353 – Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01002 – Física Geral e Experimental I (135h); QUI01103 – Química Geral B (75h);
2000/1 MAT01353 – Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01002 – Física Geral e Experimental I (135h); QUI01016 – Química para Físicos (60h);	2007/1 MAT01353 – Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01200 – Física Geral e Experimental I (135h); QUI01016 – Química para Físicos (60h);
2008/1 MAT01353 – Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01200 – Física Geral e Experimental I (135h); QUI01009 – Química Fundamental A (60h);	2010/1 (Hab. Materiais e Nanotecnologia) MAT01353 – Cálculo e Geometria Analítica I A (90h); FIS01257 – Física Geral I A (90h); FIS01258 – Física Experimental I A (30h); QUI01009 – Química Fundamental A (60h);

Tabela 2: Súmulas das disciplinas introdutórias da Matemática para o curso de Bacharelado em Física: mudanças significativas de 1995/1 até 2010/1.

Ano	Disciplinas da Matemática	Súmulas
1995/1	MAT01166 Cálculo I	Números reais. Funções de uma variável real. Cálculo diferencial e integral de funções de uma variável real.
	MAT01157 Geometria Analítica	Matrizes. Determinantes. Sistemas lineares. Vetores, operações com vetores; distâncias, áreas e volumes. Sistemas de coordenadas. Estudo da reta e de curvas planas. Estudo da reta, do plano, de curvas e de superfícies no espaço.
1997/1	MAT01353 Cálculo e Geometria Analítica I A	Estudo da reta e de curvas planas. Cálculo diferencial de uma variável real. Cálculo integral das funções de uma variável real.

[13] As provas realizadas são as mesmas independentemente do Curso contemplado pela disciplina; adota-se um livro de onde são retirados os exercícios e os conteúdos das aulas, que devem ser sincronizados pelos professores de todas as turmas.

Tabela 3: Súmulas das disciplinas introdutórias da Física para o curso de Bacharelado em Física: mudanças significativas de 1995/1 até 2010/1.

Ano	Disciplinas da Física	Súmulas
1995/1	FIS01156 Física I-B	Introdução. Grandezas físicas. Representação vetorial. Sistemas de unidades. Movimento em uma e duas dimensões. Dinâmica da partícula. Trabalho e energia. Conservação de energia. "Momentum Linear". Cinemática e dinâmica de rotações.
	FIS01157 Física Experimental I	Experiências de laboratório versando sobre: medidas, estudo do movimento, leis de Newton, forças de atrito, trabalho de energia, colisões elásticas e inelásticas. Cinemática e dinâmica de rotação.
1998/1	FIS01002 Física Geral e Experimental I	Introdução: grandezas físicas. Representação vetorial. Sistemas de unidades. Movimento em uma e duas dimensões. Dinâmica da partícula. Trabalho e energia. Conservação de energia. Momentum linear. Cinemática e dinâmica de rotações. Experiências de laboratório versando sobre: medidas, estudo do movimento, leis de Newton, forças de atrito, trabalho e energia, colisões elásticas e inelásticas.
2007/1	FIS01200 Física Geral e Experimental I A	Introdução: grandezas físicas. Representação vetorial. Sistemas de unidades. Movimento em uma e duas dimensões. Dinâmica da partícula. Trabalho e energia. Conservação de energia. Momentum linear. Cinemática e dinâmica de rotações. Equilíbrio de corpos rígidos. Gravitação Universal. Experimentos semanais sobre estes tópicos.
2010/1	FIS01257 Física Geral I A	Grandezas físicas. Representação vetorial. Sistemas de unidades. Movimento em uma e duas dimensões. Dinâmica da partícula. Trabalho e energia. Conservação de energia.
	FIS01258 Física Experimental I A	Atividades experimentais envolvendo prioritariamente tópicos de cinemática, dinâmica e energia mecânica, objetivando o domínio de técnicas básicas de medida das grandezas relacionadas a esses tópicos e o desenvolvimento de boas práticas de laboratório. Introdução ao cálculo da incerteza em uma medição.

Transposição da Matemática nas aulas de Física

Conhecer como os conceitos matemáticos são transpostos nas aulas de Física torna-se uma importante meta de investigação quando o interesse do professor de Matemática é desenvolver estes conceitos a partir de situações que possam lhes dar significado, ou ainda, quando pretende direcionar estes conceitos para as aplicações físicas. O uso da linguagem e das notações da Matemática nas aulas de Física pode esclarecer o papel que a abstração deve exercer como instrumento facilitador da aprendizagem conceitual e experimental dos fenômenos físicos. A riqueza de informações que podem ser obtidas através de uma investigação neste nível é fundamental para a elaboração de novas estratégias de ensino e de novos currículos que busquem a articulação da Matemática com a Física. Nesta seção apresenta-se a descrição fiel de como se deu esse processo nas aulas da disciplina de física introdutória dos cursos de Graduação em Física da UFRGS, nos semestres de 2009/2 e 2010/1. O método utilizado foi uma *observação participante* cujos fundamentos teóricos já foram apresentados na seção anterior.

A turma de 2009/2

Na turma de 2009/2 a disciplina observada foi FIS01200 Física Geral e Experimental I[14], ofertada para os Cursos de Física Bacharelado e Licenciatura, cuja carga horária e ementa estão descritas nas tabelas da seção anterior. Foram observadas 28 aulas teóricas e 15 aulas práticas, num total de 101 horas.

A turma era constituída por 29 alunos ingressantes na Licenciatura em Física Noturna. As aulas teóricas eram ministradas no horário das 20h30min até 22h30min nas segundas-feiras, quartas-feiras e sextas-feiras. A parte prática era ministrada no Laboratório de Ensino de Ondas e Física para Biologia, no horário das 18h30min até 21h30min, nas terças-feiras.

O regente da disciplina era um Físico Experimental, que denominaremos *professor A.* As aulas teóricas foram sempre ministradas pelo *professor A* e as aulas no Laboratório foram divididas entre ele e uma professora da área da Física Teórica, que denominaremos *professora B.* 15 alunos estavam sob o comando do *professor A* e os 15 restantes com a *professora B.*

A entrada no campo de observação deu-se através de contato via e-mail com o *professor A.* Depois de especificados os objetivos da pesquisa, o professor mostrou-se interessado em colaborar da forma que fosse preciso, e autorizou as observações nas suas aulas. Uma experiência inicial com gravações não foi bem sucedida. Percebeu-se certo constrangimento por parte do professor e dos alunos diante do instrumento, motivo pelo qual que se optou pela transcrição fiel dos eventos num diário de campo.

Naquele semestre as aulas estavam previstas para terem início no dia 02/08/09, mas devido ao surto de Gripe A em Porto Alegre e no interior do Estado do Rio Grande do Sul, as aulas começaram no dia 17/08/09, e as aulas de Laboratório iniciaram duas semanas após, no dia 01/09/09.

Como objetivo final na disciplina esperava-se que o aluno fosse capaz de descrever o movimento de uma partícula material em uma e duas dimensões, bem como a rotação e o rolamento de um corpo rígido, de utilizar corretamente as leis de Newton e de aplicar as leis de conservação do momento linear, da energia mecânica e do momento angular.

A previsão era que as aulas fossem de caráter teórico, com exposição do conteúdo programático pelo docente em 4 horas semanais e resolução de exercícios propostos em 2 horas semanais (optou-se pelas aulas de exercícios nas segundas-feiras). Nas aulas práticas deveriam ser realizados experimentos pelos discentes e o respectivo registro em caderno de laboratório.

Os critérios de avaliação foram pré-definidos no primeiro dia de aula. Os discentes deveriam ter freqüência mínima de 75%, tanto nas aulas teóricas como nas aulas práticas, para não reprovarem por frequencia (conceito final FF). Aqueles com frequência mínima seriam avaliados em quatro provas escritas a serem realizadas em datas pré-estabelecidas, ao final de cada unidade de ensino. Para fins de aprovação, todas as notas deveriam ser $\geq 3{,}0$ e a média aritmética simples tanto nas provas escritas (T) quanto nas atividades de laboratório (L) deveria ser $\geq 6{,}0$. A nota final (N) conferida ao aluno estava prevista pela média aritmética ponderada de T (peso 3) e L (peso 1): $N = (3T + L)/4$. Um conceito final seria atribuído a partir de N da seguinte forma: A: $\mathrm{N} \geq 9{,}0$; B:

[14] Informações sobre o plano de ensino, conteúdo programático, bibliografias recomendadas, listas de exercícios, roteiros dos experimentos, etc., encontram-se disponíveis em: http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01200/.

$7,5 \leq N < 9,0$; C: $6,0 \leq N < 7,5$; D: $0 \leq N < 6,0$. Estava prevista uma atividade de recuperação onde cada discente poderia realizar uma quinta prova escrita, cuja nota substituiria, para efeito de cálculo das médias, a nota obtida em uma das quatro primeiras provas. A quinta prova deveria tratar do mesmo conteúdo da prova cuja nota o discente desejasse substituir.

Tanto nas aulas teóricas como nas práticas foram anotados fielmente os conteúdos transcritos na lousa, os comentários dos professores (CP) e dos alunos (CA), e comentários do observador (CO) que pudessem contribuir com os objetivos da pesquisa. Nas aulas práticas repetia-se a mesma sistemática, incluindo-se os procedimentos experimentais realizados pelos grupos de alunos, intercalando-se um grupo distinto a cada aula. A grande extensão deste material se torna indevida para ser apresentada neste documento. Contudo, apresenta-se nas tabelas 4 e 5 os registros feitos nas três primeiras aulas teóricas e experimentais, respectivamente, a fim de que o leitor possa fazer parte do processo de análise dos resultados apresentados.

Tabela 4: Registro dos dados das três primeiras aulas teóricas da disciplina FIS01200 Física Geral e Experimental I A

AULA DO DIA 17/08/09
ASSUNTO ABORDADO: Medições; o que é a ciência Física; exemplos de grandezas físicas; grandezas físicas fundamentais e derivadas; unidades no SI; conversão de unidades; dois exemplos de conversões de unidades; padrões (comprimento, tempo e massa); um exercício de conversão de unidades para ser feito em casa. COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO): (CP) O curso de física da UFRGS é um dos melhores do país; (CP) O curso tem uma vida, uma história dentro da universidade e é assim que funciona; (CP) Não recomendo retirar sempre o livro da biblioteca; arrumem um livro de Mecânica; (CP) Existem dificuldades em termos de monitoria para o horário noturno, mas é assim mesmo; (CP) Nem tudo é perfeito, tentamos fazer o possível; (CP) Não sabemos tudo, ninguém sabe tudo; (CP) Existem semestres em que 1/3 da turma nunca aparece nas aulas. Isto é sério e preocupante por ser uma universidade pública. É uma falta de respeito com quem aguarda vaga. O mínimo que se espera é que venha até o fim; (CP) Duas notas abaixo de 3,0 não há mais o que fazer, está reprovado; (CP) Física aprende-se pelo "braço", recomendo em média dois exercícios diários da lista de exercícios; (CP) Recomendo estudar diariamente; (CP) Física não é literatura (CP) Pensem no problema e montem o problema, é assim que se aprende Física; (CP) Física é a ciência que se ocupa da energia, da matéria e de suas interações; (CP) As Ciências são quantitativas, isto é um aspecto fundamental; (CP) A partir de hoje a vida de vocês nunca mais será a mesma, em "tudo" deverá aparecer unidade; (CP) Não trabalhem na base da "decoreba"; (CP) Vocês não vão sobreviver no "mundo" apenas com o caderno de Física I; (CP) É conveniente usar a conversão de unidades em cadeia; (CP) Uma das ferramentas é a calculadora, saibam como usá-la; (CP) Ao longo do Curso vocês começam a pegar "velocidade";
AULA DO DIA 19/08/09
ASSUNTO ABORDADO: Rápida revisão da aula anterior; grandezas vetoriais e escalares; adição de vetores; interpretação geométrica da adição vetorial; propriedades e decomposição de vetores; adição analítica de vetores; multiplicação de vetores (por um escalar e por um vetor); interpretação do produto escalar (a componente de um dos vetores ao longo do outro); produto vetorial; Representação vetorial em termos dos vetores unitários em três dimensões. COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO): (CP) Se alguém tiver alguma dúvida pode interromper. A decomposição de vetores vem das relações trigonométricas e é básica ao longo da Mecânica. Quando o ângulo está fora do intervalo $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ a calculadora não resolverá o $arctg\theta$. Tenham cuidado com a diferença entre as notações $tg^{-1}\theta \neq 1/tg\theta$. (CA) E se girar o sistema como fica a representação em três dimensões? (CA) Como é a representação da hélice circular em três dimensões? (CA) C_x (a componente escalar do vetor $\vec{C}$ na direção de x) não tem representação de vetor? (CP) Não se pode igualar um vetor a um escalar.

(CP) Na multiplicação de um vetor por um escalar só muda o seu módulo.
(CA) Há representação gráfica para o produto de um vetor por um escalar?
(CO) O professor desenha na lousa o vetor $\vec{s} = 2\vec{v}$.
(CO) Depois o professor representa um vetor na origem do sistema de coordenadas retangulares, e fora do sistema coloca um vetor com mesmo módulo, direção e sentido, perguntando aos alunos se são iguais. Um dos alunos responde que não.
(CO) O professor explica que o que caracteriza um vetor é o seu módulo, sua direção e deu sentido e não, sua "origem".
(CO) Após o professor colocar a fórmula para o cálculo do produto escalar entre dois vetores na lousa: $\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\phi$ o aluno pergunta:
(CA) O lado direito da equação não é um vetor também?
(CP) Observem que dois vetores perpendiculares entre si têm produto escalar igual a zero.
(CA) Como fica a projeção do menor vetor sobre o maior?
(CP) O produto vetorial entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ resulta num terceiro vetor $\vec{c}$, perpendicular ao plano formado por ab . O sentido segue a regra da mão direita.
(CA) $\vec{c}$ troca de plano?
(CP) Um vetor sozinho não define um plano.
(CP) Sobre o exercício resolvido, não é copiar o exercícios, é tentar resolver até o fim sem olhar.
(CO) O professor propõe um exercício para decomposição de um vetor situado no terceiro quadrante, $\vec{a}$ situado a 250° no sentido anti-horário em relação a $\hat{i}$. O aluno pergunta:
(CA) Como fica a projeção no eixo x?
(CP) Resolvam na calculadora!
(CO) O professor justifica o sinal negativo da componente projetada na direção do eixo x pelo fato de apontar no sentido contrário ao de $\hat{i}$.

AULA DO DIA 21/08/09

ASSUNTO ABORDADO: Cinemática: movimento em uma dimensão; velocidade; aceleração; movimento unidimensional com aceleração constante; queda livre; aplicações.

COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO):

(CP) A aula de segunda-feira será de exercícios e vocês devem saber usar a calculadora;
(CP) A Cinemática trata os movimentos sem se preocupar com suas causas e a Dinâmica explica por que algo se move;
(CP) Uma partícula é um corpo ideal, é algo bem definido, não tem tamanho, é um ponto no espaço, por isso tem apenas translação, não gira nem vibra;
(CP) Velocidade é a razão segundo a posição muda no tempo;
(CO**)** O professor faz o desenho de uma curva genérica no plano, define os vetores posição nos instantes t_1 e t_2, e define velocidade média como: $\vec{v}_{média} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, onde $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{r(t_2)} - \overrightarrow{r(t_1)}$
(CA) Para fazer a soma de um vetor tem que pegar a origem de um e colocar na extremidade do outro?
(CP) $\vec{v}_{med}$ tem módulo $\left|{\Delta\vec{r}}/{\Delta t}\right|$ e, direção e sentido de $\Delta\vec{r}$;
(CP) Se a velocidade média é constante então temos um MRU, não muda nem em módulo, nem em direção e nem em sentido.
(CP) Para definir a velocidade instantânea vamos aproximar B de A na curva para obtermos: $\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
(CP) A Física sem o Cálculo perde a graça!
(CP) O módulo de $\vec{v}$ é a velocidade escalar instantânea. Sua direção é tangente à trajetória. Ser tangente significa passar de "raspão". A interpretação geométrica da derivada é *declividade;*
(CO) A aula aborda parte do conteúdo sobre funções vetoriais, específico da disciplina de Cálculo e Geometria Analítica II A;
(CP) Por enquanto vocês não farão cálculos de derivadas!
(CP) O mundo em uma dimensão é uma reta;
(CP) Precisamos de vetores para resolver os problemas físicos;
(CP) A aceleração é a razão da mudança da velocidade no tempo. Definimos aceleração média como $\vec{a}_{med} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. No meio do semestre ainda tem gente calculando Δt errado!
(CP) Se a aceleração é nula, então a velocidade é constante;
(CP) Se mudar qualquer característica do vetor velocidade então muda a aceleração;
(CO) O professor define a aceleração instantânea como $\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ e então utiliza a anotação vetorial $\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} \Rightarrow \vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$
(CP) Agora vamos obter as equações do movimento. Como resolver este problema sem utilizar o Cálculo?
(CP) 1ª equação: equação linear com x ausente: Se $\vec{a} = cte$ então $\vec{a} = \vec{a}_{med}$, e em uma dimensão temos: $a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_x - v_{x0}}{t-0} \Rightarrow v_x = v_{x0} + a_x t$; x, v_x, a_x e t . A Cinemática são essas quatro coisas e nada mais!

(CP) 2ª equação: equação linear com a_x ausente: Se v_x varia uniformemente no tempo então $v_{x,med} = \frac{v_{x0} + v_x}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0}$. Logo $x = v_{x,med}t + x_0$, ou ainda $x = x_0 + \left(\frac{v_{x0} + v_x}{2}\right)t$

(CP) 3ª equação: equação quadrática com v_x ausente: Substituindo a primeira equação na segunda obtemos: $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

(CP) 4ª equação: equação linear com t ausente: Isolando t na primeira equação e substituindo na terceira equação obtemos: $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - t_0)$

(CP) Estas são as quatro equações para o movimento retilíneo (1D) com aceleração constante. Um caso particular é a queda livre;

(CP) Em geral $a_y = -9{,}8 m/s^2$ e consideramos $y_0 = 0$;

(CP) Cuidado com o sinal! Se esquecê-lo as coisas vão para cima!

(CP) O passo zero para a resolução dos exercícios é definir o referencial!

(CA) Professor, tá bom ficar no Cálculo três vezes? A Física I seria boa se não tivesse o Cálculo junto!

Tabela 5: Registro dos dados nas três primeiras aulas práticas da disciplina FIS01200 Física Geral eExperimental I A

AULA DO DIA 01/09/09

ASSUNTO ABORDADO: Medições;

ATIVIDADE EXPERIMENTAL: lance simultaneamente dois dados e registre a soma dos valores obtidos em cada um; repita pelo menos 49 vezes; construa um histograma para representar a distribuição dos resultados; calcule a média $\bar{x}$; calcule o desvio padrão σ_x; expresse o resultado desse experimento como $x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$.

COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO):

(CO) O professor explica a forma como os alunos devem trabalhar no laboratório, fazendo todas as anotações no Caderno de Laboratório;

(CP) Não fui eu que inventei a forma como deve se trabalhar no laboratório. Isto deve ser feito assim! É assim que é a Física de Laboratório;

(CP) Quem sabe utilizar bem a calculadora tem vantagem, ganho de tempo;

(CO) Estão presentes na aula 23 alunos. O professor inicia explicando o roteiro de funcionamento das aulas de laboratório. Fala sobre algarismos significativos, incerteza em medições, erros, precisão e exatidão, distribuição estatística de dados experimentais (ou “como determinar a incerteza em uma medida”). Tudo é descrito na lousa. Em seguida, divide a turma em grupos de dois ou três alunos para propor a primeira atividade experimental. Ao final, o professor recolhe todos os cadernos, independente da tarefa ter sido finalizada. Uma das dificuldades detectadas na observação dos grupos de trabalho foi com relação ao uso da calculadora, incluindo a utilização da memória e o uso das funções estatísticas. Também houve dificuldade com a montagem do histograma. Os alunos desconheciam este tipo de instrumento. O objetivo da tarefa experimental era praticar os procedimentos adequados em incerteza de medições. O professor salienta que no Caderno de Laboratório o aluno deverá descrever com suas palavras todos os passos do experimento.

AULA DO DIA 08/09/09

ASSUNTO ABORDADO: Cinemática da Translação;

ATIVIDADE EXPERIMENTAL: O equipamento consiste em um trilho metálico inclinado sobre o qual rola um volante. Um faiscador temporizado, conectado a uma vela de carro, dispara várias vezes contra uma fita de papel termossensível que está atada ao volante. Conhecendo os intervalos de tempo entre os disparos, é possível descrever a distância D percorrida pelo volante em função do tempo de movimento t com o auxílio de uma régua.

COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO):

(CO) O objetivo principal deste experimento era apresentar ao aluno algumas técnicas de análise gráfica usando como exemplo o movimento retilíneo acelerado. O *professor A* está sendo substituído por um aluno de Pós-Graduação que inicia a aula explicando sobre o experimento. A turma é dividida em grupos de quatro alunos. O instrutor chama os grupos individualmente para explicar o funcionamento do equipamento. Na parte 1 da tarefa os alunos devem calcular a distância $D(cm)$ em função do tempo de movimento $t(s)$ e completar uma tabela para t variando de 1 a 10 segundos. Na parte 2 da tarefa os alunos devem determinar a velocidade média do volante a cada intervalo de tempo com $\Delta t = 1s$ e completar nova tabela onde devem ser especificados $\Delta D(cm)$ e $V_m(cm/s)$. Na parte 3 da tarefa os alunos tinham que construir em papel milimetrado o gráfico Dxt e concluir algo a respeito do gráfico. Percebe-se uma grande dificuldade, desde a escala que deveria ser utilizada até a escolha dos eixos coordenados. Os alunos

achavam que deveriam aproximar os pontos experimentais por uma reta. A dificuldade se acentua na parte 4 da tarefa, quando têm que construir o gráfico Dxt^2. Percebe-se uma falta de entendimento do conceito de relação entre variáveis. Neste gráfico sim, deveriam obter uma reta aproximando os pontos experimentais e calcular o coeficiente angular. Para esse cálculo, ao invés de tomarem pontos da reta aproximada, tomavam pontos experimentais, e a maioria deles não sabia como calcular a inclinação da reta. Para responder o que representa o número obtido no cálculo do coeficiente angular deveriam conhecer as equações do movimento retilíneo uniformemente acelerado. Muitos não conseguiam fazer essa transferência. Na parte 5 da tarefa os alunos tinham que construir o gráfico de Vxt, onde V é a velocidade instantânea do volante em função do tempo de movimento t e obter a declividade da reta, além de explicar o que representa. Para tanto deveriam considerar o que se sabe sobre a velocidade média em um $MRUV$. Além das dificuldades já comentadas com relação à construção dos gráficos e cálculo das inclinações, percebe-se uma dificuldade conceitual de que no movimento retilíneo uniformemente acelerado a velocidade média em determinado intervalo de tempo é igual à velocidade instantânea no ponto médio do intervalo.
AULA DO DIA 15/09/09
ASSUNTO ABORDADO: Composição de dois movimentos: trajetória de um projétil. ATIVIDADE EXPERIMENTAL: Na primeira parte da atividade o aluno deve utilizar a montagem ilustrada na figura 1 (esquematizada no roteiro) para determinar a trajetória de um projétil lançado horizontalmente. Na segunda parte da atividade o aluno deve medir a velocidade de lançamento do projétil com o auxílio de dois fotossensores colocados junto à boca do lançador (figura 2 do roteiro). COMENTÁRIOS DO PROFESSOR (CP), DOS ALUNOS (CA) E DO OBSERVADOR (CO): (CO) O professor A inicia a aula criticando os trabalhos individuais e em grupos da aula anterior; (CP) Velocidade média sem nenhuma explicação de como foi feito. Tudo que se escreve foi medido e calculado. Comenta que não é fácil ver que a curva obtida no primeiro gráfico é uma parábola. Não dá para concluir sem fazer algumas contas. Os pontos dos gráficos são tão pequenos que não dá para visualizá-los. O objetivo de vários pontos é tentar passar uma curva que melhor aproxime os pontos. No segundo gráfico, se é uma reta, tem que calcular a declividade! O resultado é da reta que foi ajustada. Qual o sentido físico da inclinação da reta? A declividade deve ser igual à metade da aceleração! A explicação de como a velocidade média transformou-se em velocidade instantânea faltou! Não esqueçam que ciência é quantitativa! Vocês devem ter concluído que as expressões do $MRUV$ descrevem adequadamente o experimento! Ciência é quantitativa! (CO) O professor comenta que o tempo de aula do Laboratório deve ser otimizado. Para o experimento os alunos terão de fazer um lançamento e registrar o alcance (com cinco disparos). O grupo observado, composto por cinco alunos, inicia a descrição do experimento preenchendo os dados no Caderno do Laboratório. Testam o equipamento e colocam o primo a 90° com a horizontal. Os cinco disparos caem quase todos muito próximos uns dos outros. A medida obtida pelo grupo é: 1,11m. A altura do lançamento calculada é: 85,6cm. Os alunos esforçam-se para realizar o experimento no tempo estipulado. O professor circula entre os grupos e tira as dúvidas. O grupo obtém as medidas sem muita dificuldade e constroem os gráficos, completando o Caderno de Laboratório em tempo hábil.

A turma de 2010/1

No semestre 2010/1 foram observadas as disciplinas FIS01257 – Física Geral I A e FIS01258 – Física Experimental I A, nas suas novas versões (parte teórica e parte prática separadas na forma de duas disciplinas, cujas ementas e carga horária constam nas tabelas 1 e 3).

A disciplina de Física Geral I A observada foi ofertada para 57 alunos dos Cursos de Bacharelado e Licenciatura em Física Diurna, no horário das 8h30min às 10h10min (2ª feira, 4ª feira e 6ª feira). A disciplina de Física Experimental I A observada foi ofertada para 5 alunos dos Cursos de Bacharelado e Licenciatura Noturna, no horário das 18h30min às 20h10min (3ª feira). Foram 92 horas observadas, 80 de teoria e 22 de práticas. A entrada em campo foi similar à do semestre anterior observado.

O regente da disciplina FIS01257 foi um físico teórico, que denominaremos *professor C.* O mesmo professor alternava as aulas práticas da disciplina FIS01258, do horário noturno, com a *professora B*, já citada.

As referências bibliográficas indicadas aos alunos eram as mesmas da turma observada no semestre anterior. Houve diferença nos critérios de avaliação apresentados, apenas três provas e uma quarta prova de recuperação, cujo objetivo era recuperar uma nota inferior a 3,0. O conteúdo programático foi reduzido em relação ao conteúdo do semestre anterior. Neste semestre, os conteúdos sobre dinâmica de rotações e gravitação fazem parte do programa da disciplina Física Geral II. As aulas de laboratório são desvinculadas das aulas práticas (disciplinas distintas), sendo sua avaliação baseada nos cadernos de laboratório de cada aluno e de sua participação e desempenho nas atividades experimentais.

Da mesma forma que foi feito nas tabelas 4 e 5, a tabela 6 apresenta as transcrições de algumas aulas, mantendo a sistemática de apontar os comentários do professor, dos alunos e do observador com as respectivas abreviações CP, CA e CO.

Tabela 6: Registro de dados das 4 primeiras aulas da disciplina FIS01257 - Física Geral I A

AULA DO DIA 08/03/2010
Neste semestre, os alunos do Curso de Física assistirão às aulas de Física Geral I e de Cálculo com Geometria Analítica I A no prédio 43324 (o prédio “novo” de salas de aula) do Campus Vale. As aulas de Física Geral I serão na sala 108 e as aulas de Cálculo com Geometria Analítica I A, na sala 106. O professor inicia a aula descrevendo o funcionamento da disciplina: (CO) O fato das aulas de Física Geral I e Cálculo com Geometria Analítica I A serem ministradas no mesmo prédio, durante toda a manhã é um fator favorecedor para o aluno calouro, que não precisa se deslocar por distâncias muito grandes no Campus Vale, num mesmo turno. É uma forma de favorecer os alunos com relação à adaptação e conhecimento do local no seu ingresso à Universidade. (CP) Pessoal, nossa disciplina é de seis horas/aula semanais, sendo que destas, quatro horas/semanais serão de teoria e 2 horas semanais serão de resolução de exercícios. Eu farei o papel de monitor, procurando sanar suas dúvidas. A Física Teórica aprende-se resolvendo muitos exercícios. Até lá vocês prestarão atenção às minhas explicações. (CP) A Física é uma ciência experimental, não é a mesma coisa que a Matemática. O objetivo da Física é aplicar os conceitos físicos para resolução dos problemas. (CP) Onde estudar? Consultem a página virtual da disciplina para obterem todas as informações necessárias: http://www.if.ufrgs.br, acessem o link Graduação e Disciplinas Virtuais. Ali vocês verão informações da antiga disciplina FIS1200 e da disciplina FIS1181, a Física para as Engenharias. Em termos de conteúdo, trata-se aproximadamente da mesma disciplina. Porém vocês, físicos, verão o conteúdo de uma forma mais aprofundada. (CO) Há uma preocupação por parte da COMGRAD do Curso de Física, que os alunos estudem mais detalhadamente os conteúdos iniciais da Mecânica, por isso foram retirados do programa de ensino os conteúdos relacionados a rotações e gravitação, que passam a fazer parte da Física Geral II, a partir de 2010/1. Até este momento não paravam de entrar alunos, havia um número aproximado de 55 alunos. Até que três alunos veteranos pediram licença para o professor a fim de conversarem com os calouros. São alunos do terceiro semestre do Curso, que chamam a atenção dos novatos para as tradicionais atividades de início de semestre. Dão-lhes boas vindas, avisam sobre um churrasco e sobre os dez reais de custo por pessoa. Também convidam a um encontro a ser realizado na quinta-feira próxima, no anfiteatro da Física. Chamam a atenção que será um encontro apenas para os alunos, professores não devem estar presentes, pois falarão sobre o funcionamento do Curso e darão suas dicas com relação a diversos assuntos relacionados ao Curso. Solicitam ainda, a paciência do professor para que os alunos possam responder a um questionário elaborado pelos veteranos. O professor permite a brincadeira. Os veteranos recolhem os questionários e agradecem ao professor, avisando os calouros que não deixem de trazer uma toalha grande nas próximas aulas. Assim o professor continua. (CO) A disciplina de Física Geral I não é unificada (participam apenas alunos dos Cursos de Física), portanto a média de alunos nas turmas do diurno é de 50 alunos. Já a disciplina de Cálculo com Geometria Analítica I é unificada (alunos de Cursos distintos) e atendem alunos de todas as áreas das ciências exatas, com turmas de aproximadamente 70 alunos. O mesmo procedimento de turmas unificadas é utilizado para a Física Geral I dos cursos de Engenharia. (CP) Deixo a escolha do livro que vocês vão utilizar bastante livre. Minhas aulas não são necessariamente a sequência de livros. Cada um de vocês estudará conforme suas necessidades. Na página virtual da antiga disciplina constam algumas referências consideradas importantes: Halliday, Tipler, Sears e Nussensveig. (CP) A Física não é um conjunto de equações. A Matemática é a linguagem para resolver nossas situações físicas. Às vezes pode-se cometer o engano de dar muita ênfase à parte matemática da solução em detrimento dos conceitos físicos. Não que a Matemática não seja importante, mas neste curso, estaremos interessados em aplicar os conceitos físicos para resolver problemas mais realistas. (CP) Só recomendo a vocês adquirirem algum livro se tiverem certeza que será utilizado durante toda a faculdade. A ideia aqui é diferente da ideia do Ensino Médio, onde vocês tinham que adquirir todos os livros que os professores adotavam, do início ao fim do ano letivo. É essencial que vocês leiam o conteúdo teórico antes das aulas de exercícios, para que não estejam presentes apenas

para copiar as resoluções.Vocês necessitarão bastante tempo para estudarem e tentarem resolver os exercícios sozinhos.

Após toda esta discussão o professor inicia então, o conteúdo que será abordado na disciplina, em meio ao silêncio e à atenção dos alunos.

(CP) A Física Geral I é basicamente uma parte da Mecânica. A Mecânica é dividida em: Cinemática, Dinâmica (forças) – Leis de Newton; Trabalho e Energia – Conservação da energia; Sistema de partículas, momento linear (quantidade de momento e conservação do momento linear). Todo este conteúdo faz parte da Mecânica Clássica. Seus conceitos são muito antigos, desde o tempo de Galileu e Newton. Tudo foi muito testado através de experimentos.

(CO) O professor enfatiza a importância do resgate histórico com respeito ao surgimento do Cálculo através da Mecânica. Os alunos demonstram interesse pelo assunto. Não questionam, mas expressam surpresa diante da primeira nova informação que recebem. Este enfoque dado pelo professor pode ser um fator estimulante para o aprendizado dos conceitos físicos e da correspondente linguagem matemática necessária para dar conta das situações apresentadas.

(CP) A Física é uma ciência sempre em construção. Todas as leis são falseáveis. Novos experimentos podem reformular as leis existentes.

(CO) Questões epistemológicas parecem vir à tona na fala do professor. Nesta discussão, o professor salienta que a Física está diretamente relacionada com a Matemática. O professor esforça-se para estimular os alunos a conscientizarem-se da importância da linguagem Matemática na Física.

(CP) As Leis de Newton têm uma abrangência limitada. Descrevem o movimento em velocidades pequenas comparadas com a velocidade da luz. Não descrevem o mundo microscópico e não descrevem movimentos à velocidade da luz.

(CP) A Física não é Filosofia e não é Matemática. A Matemática é diferente. Os teoremas e axiomas são provados e valem para sempre. A Matemática é uma importante linguagem para a Física. A Matemática deve extrair as coisas comuns de todos os experimentos.

(CP) Parte filosófica da Física: vamos sempre trabalhar com um modelo para as observações do real. Este modelo depende das observações; é simplificado; necessita uma linguagem matemática para descrevê-lo. Quando o modelo não for suficiente devemos buscar outros.

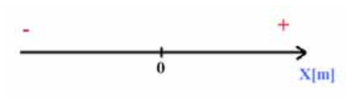
(CP) Alguém tem algum comentário? Caso contrário, darei início ao conteúdo. A participação de vocês é importante. Se não houver interação entrarei no sistema do piloto automático!

(CO) O professor tenta iniciar uma possível interação com os alunos. Instiga-os a perguntarem, a questionarem. Reitera que um ensino fundamentado no princípio do diálogo trará benefícios para o aprendizado.

(CP) Façam perguntas sobre o que não entenderem. Em quinze anos lecionando Física I percebo que os alunos apresentam sempre as mesmas dúvidas porque não perguntam em sala de aula. Vamos começar o conteúdo, então.

CINEMÁTICA

(CP) Iniciaremos com o movimento retilíneo unidimensional (MRU em uma dimensão). Para tanto, necessita-se um sistema de referência.



(CO) O MRU é uma situação física que pode justificar a construção dos números reais sobre um eixo. Cronometrando o tempo podemos marcar distintas posições e explicar a representação gráfica dos pontos no plano. Pode-se discutir todo o sistema de coordenadas retangulares em cima de um exemplo fundamentado no MRU. Quando o professor fala em deslocamento negativo, ele apresenta uma situação física que justifica as propriedades de desigualdade dos números reais abordadas no Cálculo.

(CP) O espaço e o tempo são os conceitos mais básicos da Mecânica. X[m] é a coordenada da posição, onde a unidade de medida é o metro (m).

Deslocamento: Sejam $X_1 = X(t_1)$ a posição da partícula no instante t_1 e $X_2 = X(t_2)$ a posição da partícula no instante t_2, definimos deslocamento por: $\Delta X = X_2 - X_1$. Se $\Delta X > 0$ o deslocamento é para a direita e, se $\Delta X < 0$ o deslocamento é para a esquerda.

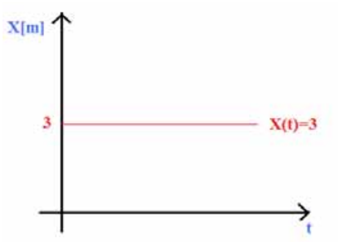
Velocidade Escalar Média: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$. Interpretação Gráfica de $\bar{v}$: construção gráfica da posição em função do tempo.

(CP) A velocidade escalar média representa a taxa de variação da posição com o tempo. Escalar está relacionado com uma dimensão (unidimensional).

(CO) No Cálculo esta equação é interpretada como a taxa de variação média para diferenciar da taxa de variação instantânea.

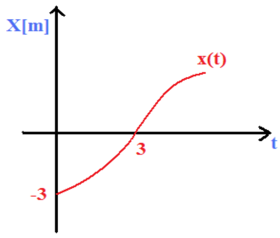
Percebe-se a importância do conhecimento sobre funções (especialmente a função linear). Para os físicos parece ser mais importante a interpretação gráfica de uma função do que a interpretação analítica. No Cálculo Diferencial e Integral I o conteúdo sobre funções é visto após o conteúdo sobre problemas de modelagem. Nesta etapa os alunos podem sentir a necessidade de transferir os significados matemáticos vistos no Cálculo para a interpretação e a resolução dos problemas físicos. Um fator que pode favorecer esta transferência de significados é o uso das mesmas notações no ensino do Cálculo e no ensino da Física Geral. Na Física, os alunos lidam com as funções posição, velocidade e aceleração, cuja variável independente sempre é o tempo. Na Matemática a notação é diferente, sendo a variável independente denotada, em geral, por x. Na Física Geral, costuma-se adotar a variável x como a variável posição dependente do tempo t. Outro detalhe importante que difere das aulas de Cálculo, é que as unidades passam a fazer parte da vida dos estudantes da Física, portanto o metro (m), o tempo (t), a velocidade (v) aparece na construção dos gráficos e na resolução analítica dos exercícios. O professor enfatiza que não há problema maior na questão do tempo negativo. Pode-se interpretar um tempo negativo como um tempo anterior ao início da cronometragem. Esta é uma situação real para os físicos.

Exemplo (1):



Este gráfico diz que em qualquer instante de tempo a posição da partícula é $x(t) = 3m$, isto é, a função posição com o tempo é constante. Se considerarmos a posição de uma pessoa, neste caso ela está parada e, portanto, sua velocidade média é nula.

Exemplo (2):



(CP) Observem a partir do gráfico, que o deslocamento a partir de t=0 é sempre para a direita. Então como vamos calcular a velocidade média entre t=0 e t=3s?

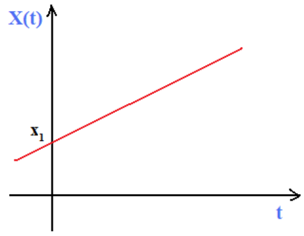
(CO) Uma análise mais aprofundada da curva exemplificada pelo professor requer o entendimento de muitos conceitos do Cálculo que dizem respeito à análise gráfica. Dentre eles destacam-se: crescimento/decrescimento de funções; concavidade; pontos de inflexão; pontos críticos; máximos e mínimos locais e globais. Este conteúdo é abordado mais tarde no Cálculo. No entanto, para o objetivo do professor é suficiente verificar, no gráfico, que para todo $t_1 < t_2$ tem-se $x_1 < x_2$ (que é a definição de função crescente). Neste caso $\Delta x > 0$, o que fisicamente significa um deslocamento é para a direita.

(CP) Vamos aplicar a fórmula dada acima para mostrar que a velocidade média neste intervalo de tempo é de 1m/s.

(CO) Neste momento, o professor ainda não faz comentários sobre a interpretação geométrica da velocidade média como inclinação da reta secante à curva nos pontos onde $t = 0$ e $t = 3s$. No Cálculo, a interpretação geométrica das taxas de variação média (velocidade média) e instantânea (velocidade instantânea) é vista anteriormente ao conceito de função derivada. Para obtermos a velocidade instantânea, calcularemos a velocidade média em instantes menores.

OBS: $\bar{v} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = \bar{v}(t_2 - t_1) \Leftrightarrow x_2 = x_1 + \bar{v}(t_2 - t_1)$

Forma da equação de uma linha reta: $x(t) = x_1 + \bar{v}\, t$



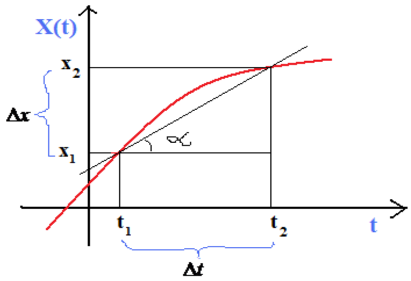
(CP) Como obtivemos uma reta se o movimento no gráfico anterior gerou uma curva? Devemos olha para a fórmula de $\bar{v}$ e observar no que ela implica.

(CP) Vou encerrar a aula. Quanto à chamada, de vez em quando eu faço apenas com o objetivo de conhecer vocês. Mas vocês devem ter 75% da frequência.

AULA DO DIA 10/03/10

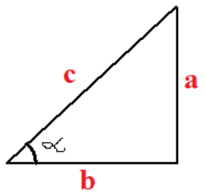
(CO) O professor retoma o conceito de velocidade média dado na aula anterior.

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, onde $\bar{v}$ representa graficamente a inclinação da linha que passa pelos pontos (x_1, t_1) e (x_2, t_2). Na equação, $x_1 = x(t_1)$ e $x_2 = x(t_2)$.



(CO) O professor enfatiza a importância de sempre se fazer um paralelo entre a equação e a análise gráfica. Como já foi dito, a análise gráfica é um dos tópicos do Cálculo abordado no final do segundo mês de aula. O professor instiga os alunos a perceberem que a velocidade média é a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo horizontal. Percebe-se uma preocupação do professor em resgatar os conceitos matemáticos que são importantes à medida que o conteúdo físico é abordado, só que antecipadamente às aulas de Cálculo.

(CP) Este conceito vocês já devem conhecer. Também é importante relembrar as relações trigonométricas de um triângulo retângulo. $v = tg\alpha$ $\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = \bar{v}(t_2 - t_1) \Leftrightarrow x_2 = x_1 + \bar{v}(t_2 - t_1)$



$$sen\alpha = \frac{a}{c}$$
$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$
$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

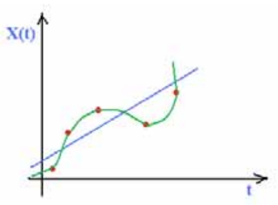
(CP) Se interpretarmos x_1 como uma condição inicial, podemos fazer o gráfico e obter x_2, se conhecermos $\bar{v}$. De uma forma mais geral temos uma reta, onde $x(t) = x_1 + \bar{v}(t - t_1)$, onde $\bar{v}$ é a inclinação da reta.

(CO) Esta é a equação de uma reta apresentada inicialmente na forma ponto-inclinação e após na forma reduzida. Neste caso são conhecidos a inclinação da reta e um ponto pertencente à reta. Uma dificuldade constatada no Cálculo é que dada a equação da reta na forma geral, é comum que os alunos não identifiquem o coeficiente angular ao colocá-la na forma reduzida. Um problema de deficiência na álgebra elementar.

(CP) Esta equação descreve um movimento uniforme, com velocidade constante. Porém, a equação mais geral do movimento não é uma reta. No laboratório vocês devem aproximar os pontos obtidos experimentalmente por uma reta. Então poderão concluir que o movimento é uniforme com velocidade constante. Para obterem a velocidade do *movimento deverão calcular a inclinação aproximada da reta obtida experimentalmente.*

(CO) Aqui, o professor mostra a real situação com que os alunos irão deparar-se nas aulas de laboratório. Saber aproximar os pontos experimentais por uma reta e calcular sua inclinação é a chave para obtenção da velocidade do movimento (caso o movimento seja uniforme). Comenta que em quinze anos lecionando Física Geral, observa um erro comum cometido pelos alunos: o cálculo da inclinação a partir de dois pontos experimentais e não de dois pontos sobre a reta aproximada. Para realizar esta tarefa no Laboratório, os alunos necessitam de régua e de papel milimetrado. É claro que as inclinações obtidas são valores aproximados, com algum erro nas aproximações. No entanto, constata-se que a preocupação do professor é verídica ao observar as aulas de Laboratório nos semestres 2009/2 e 2010/1. O enfoque dado no Cálculo é diferente, não é baseado na experimentação. As equações das retas são apresentadas na forma pronta. A tarefa do aluno é isolar a variável dependente e identificar a inclinação da reta como sendo a constante que precede a variável independente. Contudo, a ênfase maior no Cálculo é interpretar a inclinação da reta tangente à curva num dado ponto como sendo a inclinação da reta tangente à curva neste ponto. E esta inclinação é a função derivada substituída na abcissa do ponto. Um erro bastante comum dos alunos na construção da equação da reta tangente é substituir a inclinação pela função derivada e não pelo valor da função derivada no ponto x dado.

(CP) Necessitamos de um modelo matemático que melhor descreva nossos problemas físicos. Uma questão importante é: dados os pontos experimentais, qual é a melhor curva que aproxima os pontos? Nem sempre será uma reta.



(CP) Alguma pergunta? Volto a dizer, qualquer dúvida levantem a mão e perguntem.

(CP) Necessitamos de bastante matemática. Por exemplo, trigonometria vocês devem ter aprendido no Ensino Médio. Apesar disso, tentarei rever a matemática necessária para o problema, quando necessário.

(CO) A preocupação do professor é a mesma da maioria dos docentes que ministram disciplinas no primeiro semestre dos Cursos das Ciências Exatas: os fundamentos matemáticos básicos necessários são tópicos do Ensino Médio e, no entanto, os alunos demonstram surpresa com alguns resultados.

Exercícios: Um motorista dirige um veículo numa rodovia retilínea a 70 km/h. Após rodar 8 km o veículo para por falta de gasolina. O motorista caminha 2 km até o posto de abastecimento mais próximo, em 27 min (0,45 h). Qual é a velocidade média do motorista desde a partida do veículo até chegar ao posto?

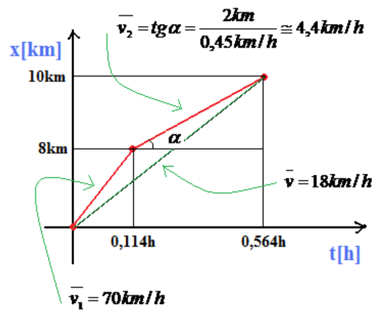
(CP) Observem que o deslocamento está dividido em duas partes.

Solução: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, onde Δx_1 é o deslocamento do motorista quando andou de carro até faltar gasolina e Δx_2 é o deslocamento do motorista quando caminhou até o posto. Como $\Delta x_1 = 8km$ e $\Delta x_2 = 2km$ temos que $\Delta x = 10km$. Da mesma forma devemos calcular Δt :

$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Para calcular Δt_1 usaremos o fato de que a velocidade é constante e igual a 70 km/h nos primeiros 8 km. Δt_2 representa o tempo de caminhada dado no problema.

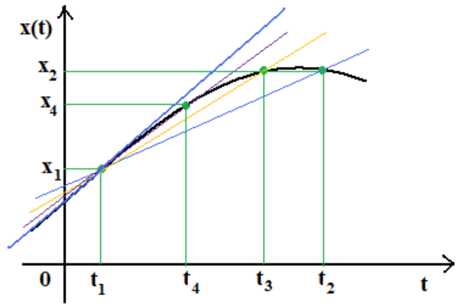
$\overline{v_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{\overline{v_1}} = \frac{8km}{70km/h} = 0{,}114h$, $\Delta t_2 = 0{,}45h$ Assim: $\Delta t = 0{,}114h + 0{,}45h = 0{,}564h$ e $\bar{v} = \frac{10km}{0{,}564h} \cong 18km/h$. A análise gráfica é feita abaixo:

(CO) Aqui, o professor enfatiza a questão das unidades nos gráficos dos deslocamentos. Seria importante que a disciplina de Cálculo pudesse adotar as mesmas notações. A situação apresentada no exercício justifica o conceito de funções definidas por partes, onde podemos incluir a função modular, se considerarmos, por exemplo, o motorista retornando ao posto de combustível mais próximo. A ênfase continua nas funções lineares e no cálculo de suas inclinações.



Após, o professor introduz a definição de velocidade instantânea.

Velocidade Instantânea: a velocidade instantânea é a velocidade num instante de tempo. Diferentemente da velocidade média, que é a velocidade num intervalo de tempo. A velocidade instantânea é obtida através do cálculo do limite de uma sequência de velocidades médias em intervalos cada vez menores.



(CP) Suponha que estejamos interessados na velocidade instantânea no instante t_t, a idéia básica é calcular a velocidade média em intervalos de tempo cada vez menores, nos quais t_2 se aproxime cada vez mais de t_t. À medida que isto acontece, a linha que passa pelos pontos t_1 e t_2 vai aumentando a inclinação até que se aproxima da linha tangente a curva posição no instante t_t.

(CO) A definição de velocidade instantânea pelo cálculo sucessivo de velocidades médias é a situação física que dá sentido ao conceito de limite e derivada abordados no Cálculo. Do ponto de vista do Cálculo, a velocidade instantânea é abordada de forma muito superficial como uma aplicação da derivada.

(CP) Precisamos de uma notação para a velocidade instantânea em termos da velocidade média. Precisamos perceber que ao diminuir Δt diminui-se também Δx. O resultado esperado às vezes é finito, isto é, não diverge.

(CO) Importa, aqui, a noção intuitiva de limite. Por essa razão, a interpretação gráfica é imprescindível. Dado o gráfico da velocidade instantânea, pode-se estimular o aluno a analisar intuitivamente a convergência (existência) ou a divergência (não existência) de um limite. Notação: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Problema: como calcular a velocidade instantânea?

(CA) Professor, esta forma de calcular já existia quando Newton descobriu as leis do movimento?

(CP) Newton necessitava desta fórmula para resolver as equações do movimento. Porém ele não foi o único. Existiram outros matemáticos que chegaram à mesma conclusão, dentre eles destaca-se Leibinitz. Hoje em dia muitos físicos-matemáticos são mais matemáticos do que físicos. Mais adiante Einstein contribuiu com a Ciência utilizando o Cálculo tensorial. A história da Matemática e da Física muitas vezes estão juntas.

(CO) Há sempre uma discussão entre os alunos da Física de quem descobriu o Cálculo Diferencial e Integral primeiro: Newton ou Leibnitz? É importante que os alunos possam conhecer a história do surgimento do Cálculo a partir do estudo do movimento. Dificilmente isto é enfatizado pelos professores nas aulas de Cálculo e/ou de Física.

(CP) A velocidade instantânea será a inclinação da reta tangente da linha que tangencia o ponto. A velocidade média é a tangente da linha que passa por dois pontos da curva posição.

(CP) Ainda que eu não saiba calcular analiticamente v, experimentalmente calculo a inclinação da reta que tangencia o ponto.

(CO) A situação física apresentada dá sentido aos conceitos de taxa de variação média e taxa de variação instantânea e de suas aplicações nas áreas das Ciências.

(CP) Graficamente a velocidade instantânea em um ponto (x_1, t_1) corresponde à inclinação da reta tangente à curva $x(t)$ no ponto (x_1, t_1) .

(CO) Neste momento, o professor usa a definição formal de derivada para calcular o limite. No Cálculo, a função derivada é trabalhada após as técnicas de cálculo de limites.

(CP) A velocidade instantânea tem o nome de derivada no Cálculo Diferencial, $v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt} x(t)$

(CA) O senhor vai usar integrais nas aulas de Física?

(CP) Sim, daqui a pouco, quando falar em aceleração.

(CP) Como calcular $v(t)$?

Exemplo: Experimentalmente, cronometramos o tempo e obtivemos os pontos. Vimos que a curva que melhor aproxima os pontos é um polinômio de grau 2, dado por: $x(t) = 5t^2 + 8t - 1$. Vamos calcular $v(t)$ analiticamente:

$$x(t+\Delta t) = 5(t+\Delta t)^2 + 8(t+\Delta t) - 1$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{5(t+\Delta t)^2 + 8(t+\Delta t) - 1 - 5t^2 - 8t + 1}{\Delta t} \Leftrightarrow v(t) = 10t + 8$$

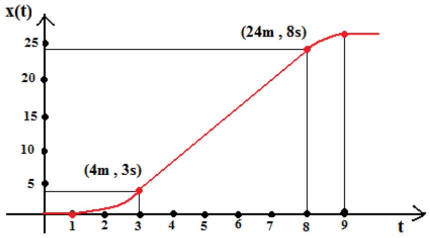
(CO) Ao simplificar a expressão obtida com o cálculo da expressão $[x(t+\Delta t) - x(t)]/\Delta t$, estamos, na verdade, obtendo uma nova expressão (estamos obtendo uma nova função) que tem o mesmo comportamento da expressão original quando Δt tende a zero. É importante que o aluno entenda intuitivamente o que está sendo feito no cálculo do limite.

AULA DO DIA 12/03/10

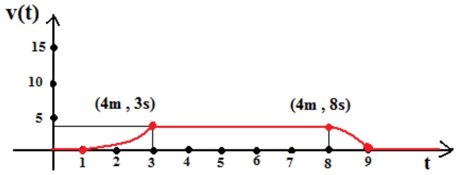
O professor retoma a definição de velocidade instantânea dada na aula anterior, inclusive refazendo o gráfico e explicando a noção intuitiva de limite.

(CP) Graficamente, determinar a velocidade instantânea é um processo mais delicado. Se tangenciarmos graficamente um ponto, sempre cometeremos um erro de precisão, a não ser que usemos um recurso gráfico computacional. Portanto o cálculo analítico é necessário.

Exemplo: O professor sugere que os alunos construam o gráfico do movimento e da velocidade de um elevador que se encontra em repouso no primeiro segundo, de 1s até 3s o elevador acelera, de 3s até 8s o elevador mantém a velocidade constante. De 8s até 9s ele vai parando e a partir de 9s mantém-se parado.



A construção de um gráfico aproximado para a velocidade:



(CO) Nesta etapa inicial do semestre, o aluno ainda não tem informações no Cálculo a respeito da concavidade da curva. Como saber se é côncava convexa? Mesmo assim, o professor procura esboçar o gráfico da velocidade instigando os alunos a raciocinarem a respeito do crescimento e/ou decrescimentos das tangentes à curva da função posição. Este é um resultado muito importante, abordado na parte de análise de gráficos, na disciplina de Cálculo. No entanto esta informação, sem muitos detalhes, está à frente no curso de Física Geral, sem o formalismo matemático exigido nas disciplinas específicas de Cálculo. Os alunos são obrigados a aplicar, no contexto da Física, resultados que ainda não foram vistos no Cálculo. Isto é, em instantes diferentes, com o uso de notações diferentes, e com objetivos diferentes.

(CP) A Física é uma ciência experimental, necessitamos de um laboratório de pontos experimentais para graficarmos e obtermos as informações necessárias.

(CA) Se o gráfico é uma reta, a velocidade não é constante? Entre t=1s e t=3s a velocidade não deveria ser instantânea?

(CP) O gráfico da posição entre t=1s e t=3s não é uma reta, portanto a velocidade não pode ser constante neste intervalo. Desconhecemos a equação que representa a curva posição entre estes instantes, porém observamos bem que não é uma reta. Se fosse, a velocidade seria constante.

O professor retoma o argumento de que devemos aprender a calcular analiticamente $v(t)$:

<u>Exercícios</u>: Calcule analiticamente $v(t)$ sabendo que $x(t) = at^2 + bt + c$, onde $a, b,$ e c são constantes numéricas:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{a(t+\Delta t)^2 + b(t+\Delta t) + c - at^2 - bt - c}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (2at + \Delta t + b) = 2at + b$$

(CP) Observem que basta fazer $\Delta t = 0$ na expressão numérica final para obtermos o valor do limite.

(CO) Existem várias propriedades de limites vistas no Cálculo que justificam estas passagens. Ao se trabalhar com funções polinomiais do segundo grau, esta conta não se torna tão complexa, ficando fácil de resolver analiticamente. No entanto, a noção de limite é um dos conceitos mais complexos do Cálculo.

(CA) Professor, esta seria a equação da reta tangente?

(CO) Esta dúvida é bastante comum entre os alunos que estão iniciando o curso de Cálculo. Na verdade a equação obtida é uma reta. Porém quando substituímos t por algum valor numérico nesta equação, obtemos a inclinação da reta tangente à curva no ponto t (velocidade instantânea no ponto t).

(CP) Não exatamente. Isto é a velocidade instantânea, ou ainda, a inclinação da reta tangente em cada ponto t.

(CP) Quando a curva posição é uma parábola, a velocidade é linear. No exemplo anterior, se entre 1s e 3s tivéssemos *uma parábola no gráfico da posição, então no gráfico da velocidade teríamos uma reta.*

O professor faz menção ao conceito de derivada, $v(t) = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$ $\Longrightarrow$ derivada de $x(t)$ respeito a t

(CP) Mais adiante vocês aprenderão as regras de derivação no curso de Cálculo. Aqui veremos as regras que serão mais necessárias para o nosso curso. Com estas regras o cálculo do limite não precisará ser efetuado, apenas aplicaremos as regras de derivação.

(CO) Nas aulas de Cálculo muitas vezes os alunos da Física reclamam: "Por que não aprendemos a derivar antes de aprendermos a resolver os limites? Poderíamos aplicar a regra de L'Hôpital e tudo seria mais fácil". O interesse maior no Cálculo é que os alunos entendam que o cálculo do limite é o que justifica as regras de derivação que são utilizadas. Afinal, a derivada é um limite. Alguns alunos da Física reclamam quando têm que efetuar contas algébricas e simplificações.

(CP) As funções mais comuns na Física são os polinômios. Vejamos algumas regras.

1) Derivada da Potência: $f(t) = t^n \Leftrightarrow \frac{df}{dt} = nt^{n-1}$

2) A constante não é afetada na derivação: $\frac{d}{dt}[af(t)] = a\frac{df}{dt}$

3) A derivada de uma soma é a soma das derivadas: $\frac{d}{dt}[f(t) + g(t)] = \frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt}$

4) A derivada de uma constante é zero: $\frac{d}{dt}[a] = 0$

O professor retorna ao exemplo anterior para mostrar que fica mais fácil calcular $v(t)$ pelas regras de derivação do que pelo cálculo analítico do limite. $\frac{d}{dt}[at^2 + bt + c] = \frac{d}{dt}[at^2] + \frac{d}{dt}[bt] + \frac{d}{dt}[c] = a\frac{d}{dt}[t^2]b\frac{dt}{dt} + 0 = 2at + b$ $v(t) = 2at + b$

(CP) A velocidade é uma derivada. Não podemos fugir disto. O ideal é que os alunos fizessem a disciplina de Física Geral já sabendo calcular limites e derivadas. Alguns físicos acham que no primeiro semestre deveria haver só Matemática. Eu sou totalmente contra. Acho que não tem sentido um aluno de Física não ter nenhuma disciplina de Física no primeiro semestre. Alguns autores não gostam de iniciar a Física com a Cinemática porque tem que induzir muito a Matemática. Então iniciam com uma discussão em torno das leis de Newton.

(CP) Podemos fazer as coisas em paralelo. Aliar conceitos físicos com os conceitos matemáticos. Toda a Física está fundamentada no Cálculo Diferencial e Integral. Portanto, procurem interpretar as coisas do Cálculo, principalmente os gráficos, não apenas fazer contas. Assim vocês conseguirão fazer uma conexão interessante. Procurem entender as coisas. Vocês têm que aprenderem a gostar disto.

(CO) Ao mesmo tempo em que defende o ensino da Física no primeiro semestre do Curso, o professor salienta a importância do Cálculo para o aprendizado dos conceitos físicos, e chama a atenção dos alunos para o fato de que o Cálculo fundamenta a Física. Neste discurso percebe-se a possibilidade de um diálogo muito rico entre a Física e o Cálculo.

Exercício: A posição de uma partícula que se move ao longo do eixo x é dada por: $x(t) = 7{,}8 + 9{,}2t - 2{,}1t^3$. (a) Qual é a velocidade em t=3,5s? (b) A velocidade é constante ou está variando?

(CO) O professor resolve o exercício e comenta a respeito das unidades que estão subentendidas nas constantes da equação.

$$x[m] = 7{,}8[m] + 9{,}2[m/s][s] - 2{,}1[m/s^3][s^3]$$

(CO) O professor questiona:

(CP) O que representaria uma velocidade negativa fisicamente?

(CA) A partícula está parando.

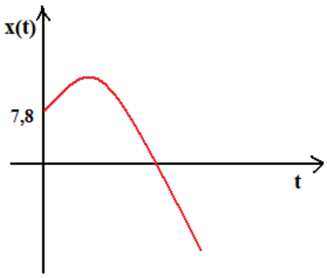
(CP) Não necessariamente.

(CA) A partícula está se deslocando para a esquerda.

(CP) Exatamente. Velocidade negativa significa que o corpo está andando para a esquerda.

(CO) Se a velocidade é negativa, quer dizer que a derivada da posição é negativa, isto implica que o gráfico da posição é decrescente. Fisicamente a partícula está se deslocando para a esquerda. Este resultado se deve a um teorema do Cálculo que nos permite calcular os intervalos de crescimento e decrescimento de uma função contínua e diferenciável num dado intervalo. A Física básica trabalha com funções polinomiais, que satisfazem estas condições, sem muito rigorismo matemático.

(CP) Podemos tentar graficar esta situação física.



Para esboçar o gráfico o professor analisa o que acontece com a imagem da função para tempos grandes. O termo em t^3 prevalecerá sobre os outros termos.

(CO) Esta é a noção intuitiva de limites de polinômios no infinito.

(CP) Vocês têm que aprender a raciocinar a respeito dos gráficos. Devem fazer uma análise qualitativa.

(CA) Onde ficaria o ponto t=3,5s no gráfico?

(CP) Olhando para a resposta certamente ele fica do pico do gráfico para a direita.

(CA) O negativo na velocidade também indica que a inclinação da reta tangente é negativa?

(CP) Bom comentário. Sim! Em particular, o gráfico da velocidade será uma parábola.

No final da aula, alguns alunos procuram o professor para perguntarem sobre a posição do ponto t=3,5s no gráfico.

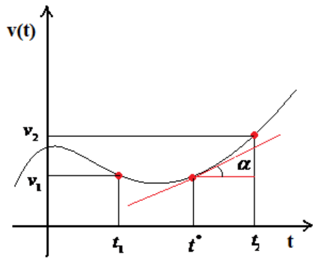
AULA DO DIA 15/03/10

O professor inicia a aula dando as coordenadas para a resolução das listas de exercícios, www.if.ufrgs.br – graduação – disciplinas – FIS01181.

(CP) Resolver os exercícios é a parta mais difícil. Não é como assistir as aulas. Nós comentaremos os exercícios nas aulas de sexta-feira. Porém, se vocês só estiverem aqui para olhar a resolução dos problemas não ajudará vocês em nada. Estudar em grupo é importante, porém haverá um momento em que vocês terão de tentar resolver os exercícios sozinhos. Uma grande deficiência no ensino da Física Geral I era de não haver uma aula de exercícios. Agora, no novo sistema vamos ver se vocês se adaptam. Para complementarmos o conceito de velocidade demos de definir aceleração.

Aceleração Média: a existência de uma aceleração está vinculada ao fato da velocidade poder mudar no tempo.

$$\bar{a} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

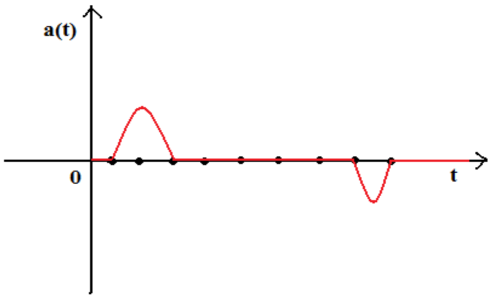


Aceleração Instantânea: Para obtermos a aceleração instantânea adotaremos o mesmo processo utilizado para a obtenção da velocidade instantânea. O limite das acelerações médias em intervalos de tempo cada vez menores. A interpretação gráfica da derivada é a inclinação da reta tangente à curva velocidade num ponto específico. Observe que esta inclinação varia a cada ponto.

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad a(t) = \frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad a(t^*) = \mathrm{tg}\,\alpha$$

(CO) O professor volta ao exemplo do movimento de um elevador, o qual no primeiro segundo encontra-se em repouso, entre t=1s e t=3s o elevador acelera, de t=3s e t=8s o elevador mentem-se à velocidade constante, de t=8s à t=9s o elevador desacelera e vai parando, e a partir de t=9s volta a ficar em repouso. Então o professor esboça o gráfico da aceleração no tempo. Neste processo estaremos interessados em fazer uma análise qualitativa de como varia a velocidade com o tempo.

(CO) No Cálculo I esta análise qualitativa é fundamentada nos teoremas equivalentes ao *teste da primeira derivada* e *teste da segunda derivada* para análise gráfica. Para isto, são importantes os conceitos de ponto crítico, ponto de inflexão, tangentes verticais e cúspides. Diante desta situação pode-se, também, conceituar os pontos de não diferenciabilidade (quebras e "bicos" nos gráficos). O professor não dá muita ênfase para a aceleração instantânea como a derivada de segunda ordem da posição. Constrói o gráfico intuitivamente, analisando os sinais das inclinações das retas tangentes. Os alunos permanecem em silêncio. Não questionam. O professor pergunta se há alguma dúvida entre eles.



Exemplo: A posição de uma partícula é dada por $x(t) = 4 - 27t + t^3$, onde x é medido em metros (m) e t em segundos (s). Calcule $v(t)$ e $a(t)$ e faça uma análise do movimento:

(CO) Uma maneira de conhecer se o aluno está conseguindo transferir os conhecimentos do Cálculo para a Física ou vice-versa, é propondo uma situação nova, para que faça a interpretação física e matemática. Pode-se abordar a questão do domínio contextual do problema. O professor denomina este tipo de solução de análise qualitativa (uma análise sem muitos detalhes).

Solução: o professor soluciona o problema utilizando as regras de derivação vista na aula anterior.

$$v(t)=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}[4-27t+t^3]=-27+3t^2 \iff v(t)=-27+3t^2$$

$$a(t)=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}[-27+3t^2]=6t \iff a(t)=6t \qquad \begin{cases} x(t=0)=4m & x(t=3s)=-50m \\ v(t=0)=-27m/s & v(t=3s)=0 \\ a(t=0)=0 & a(t=3s)=18m/s^2 \end{cases}$$

(CA) Como você elimina o divisor dt na derivada do termo t^3?

(CO) Este tipo de dúvida é muito comum no Cálculo; alguns alunos apresentam dificuldades em entender como o operador diferencial opera sobre uma função; acreditam que, por apresentar-se na forma de quociente, o numerador e o denominador podem ser simplificados.

(CP) Não significa que no segundo termo você corta dt de cima com dt de baixo. A operação derivada não é um quociente. Nós aplicamos a regra de derivação da função potência.

(CA) Entendi professor. Se tivéssemos $2t^3$, a derivada seria $6t^2$?

(CP) Sim, pois sempre que tivermos uma constante multiplicando uma função, a derivada não afeta a constante.

(CP) Como tarefa, façam os gráficos e observem o que acontece.

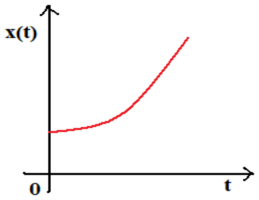
(CP) Isto é Cinemática! Saber as relações entre posição, velocidade e aceleração. O problema da Cinemática é observar como estão se movimentando as coisas. Sempre que fazemos medições da natureza obtemos curvas matemáticas conhecidas. Na Cinemática não nos preocupamos com o que originou o movimento. A Física Clássica ainda tem muitos problemas interessantes que ainda não foram resolvidos. Por exemplo: o estudo da formação de uma nuvem (formação de moléculas). Este problema pode ser abordado a partir das Leis de Newton. O problema do movimento dos terremotos também pode ser abordado como um problema da Física Clássica. O problema do caos é um problema da Mecânica Clássica.

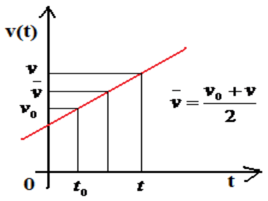
(CO) De uma forma bastante sábia, o professor salienta a importância da Mecânica Clássica discutindo exemplos atuais.

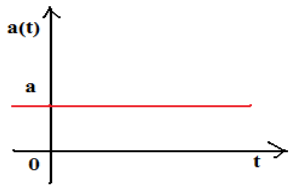
(CP) Tentem tornar interessantes os problemas mais simples que estão sendo vistos. Isto dependerá da motivação de cada um de vocês.

<u>Movimento Uniformemente Acelerado</u>: MRUV

(CP) O MRUV é um exemplo de movimento que está associado a forças constantes. Sua maior importância é histórica. $a(t)=cte$ **.** O professor faz os gráficos a partir da informação de que a aceleração é constante.







(CP) O cálculo feito para $\bar{v}$ como a média aritmética das velocidades inicial e final vale apenas para variações lineares.

(CO) Estes cálculos são vistos com mais detalhes utilizando o Teorema do Valor Médio para Integrais.

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\text{, fazendo } t_2=t, t_1=t_0, v_2=\text{v} \text{ e } v_1=\text{v}_0 \text{ e sabendo que } \bar{a}=a\text{, temos:}$$

$$a(t)=\frac{v-v_0}{t-t_0}=a \iff v(t)=v_0+a(t-t_0)$$

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \text{ fazendo } x_2 = x \text{ e } x_1 = x_0 \text{ e sabendo que } \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \text{ temos:}$$

$$x(t) = x_0 + \bar{v}(t - t_0) \Leftrightarrow x(t) = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)(t - t_0), \text{ fazendo } t = 0, \text{ obtemos:}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

(CP) Esta construção faz parte de um processo histórico. Newton trabalhou com a queda dos corpos, através de estudos antecipados por Galileu. Provou-se que este tipo de movimento ocorre quando a aceleração é aproximadamente constante.

(CO) Quando o professor fala em fazer a chamada, os alunos veteranos pedem licença para falar com os calouros sobre um churrasco que haverá na sexta-feira. Eles pedem que os calouros procurem se entrosar no curso uns com os outros, já que eles (veteranos) não receberam este tipo de tratamento dos seus veteranos. O professor diz que vai deixar a chamada para a próxima aula. Estão presentes aproximadamente 53 alunos.

Comentários acerca das observações

Os comentários aqui apresentados são fruto da análise interpretativa das descrições das aulas observadas, cujos exemplos são apresentados na seção anterior. Esta análise fundamenta-se na transcrição fiel dos registros, no estudo dos diários de campo e no processo de inserção do pesquisador no ambiente investigado. Soma-se aos comentários a larga experiência da autora com o ensino de Cálculo, especialmente aquela adquirida na UFRGS.

1) *Formação de excelência*

O Instituto de Física da UFRGS têm a tradição de formar bons pesquisadores, através do Curso de Pós-Graduação em Física, muito bem conceituado junto à comunidade científica. Observa-se uma grande preocupação, por parte dos professores, em preservar um elevado nível de preparação para este fim, já imposto desde o ingresso dos estudantes, nos Cursos de Graduação. Prima-se pela auto-suficiência do aluno frente ao currículo apresentado. Para os alunos, de maneira geral, o principal objetivo é obter os melhores conceitos.

2) *Inovações didáticas*

As aulas de ambas as disciplinas, Cálculo e Física são expositivas, sem a utilização de recursos audiovisuais ou computacionais e sem uma relação mais próxima com as atividades de laboratório. Particularmente nas salas de aula teóricas não há suporte para o uso de recursos audiovisuais e tecnológicos, tampouco espaço para desenvolvimento de atividades experimentais. Estas parecem ser atividades exclusivas dos laboratórios de ensino. Nas aulas de Física observadas não era adotada uma bibliografia específica, apesar de serem referenciadas no plano de ensino oficial da disciplina. As listas de exercícios, elaboradas por docentes do próprio Instituto de Física, ficavam disponíveis para os alunos na home-page do Curso. Já na disciplina de Cálculo I, adota-se um livro específico, com exercícios recomendados.

3) *Relação da Matemática com a Física*

Por um lado alguns alunos parecem conceber a Matemática como em empecilho para o aprendizado da Física, chegando a considerar as duas disciplinas como uma única. Por outro lado, trazem consigo a crença de que a Matemática pode ser ensinada de forma isolada das áreas correlatas. Alguns afirmam que não é necessário conhecer Física para aprender Matemática. No entanto, os alunos reproduzem aquilo que recebem, e parece ser muito fácil convencê-los nesta etapa de suas vidas acadêmicas. Nas turmas observadas, percebeu-se uma intensa preocupação dos professores de Física em valorizar a importância da Matemática ao longo das atividades. Percebe-se que os professores das disciplinas introdutórias dos Cursos exercem uma grande influência sobre os alunos, que aceitam passivamente (sem muita participação ou discussões) as informações que recebem. Os alunos do Curso de Licenciatura em Física noturna parecem ser mais críticos e participativos, apesar do aproveitamento ser inferior ao dos Cursos diurnos.

4) *"Bagagem" do Ensino Médio*

Os professores, tanto de Cálculo como de Física, ensinam os conteúdos pressupondo que os alunos têm os conhecimentos prévios necessários, num nível elevado de abstração[15]. Especificamente no Cálculo, os professores contam com conhecimentos prévios que os alunos possam ter adquirido no Curso Pré-Cálculo. Todos os docentes observados procuram manter um relacionamento de interação com os alunos, questionando-os e instigando-os a fazerem perguntas relativas ao conteúdo.

5) *Desarticulação no ensino*

Percebeu-se uma falta de sincronismo entre os conteúdos abordados nas disciplinas de Cálculo e de Física, em momentos que poderiam ter sido articulados. Por um lado, os conteúdos matemáticos do Cálculo são desenvolvidos no domínio exclusivo da Matemática, com pouca ou nenhuma menção às aplicações físicas. Por outro lado, no domínio exclusivo da Física, os conceitos matemáticos do Cálculo são contornados de forma a não serem necessários na resolução dos problemas, ou então, são apresentados antecipadamente, com linguagem e notações distintas daquelas utilizadas no domínio da Matemática.

6) *Dificuldades de aprendizagem*

Tanto as aulas da Física Teórica como da Física Experimental apresentam, constantemente, situações que requerem o uso de conceitos matemáticos para serem solucionadas. Em muitas ocasiões os alunos esbarram na parte matemática para dar conta destas situações. Dentre as dificuldades identificadas destacam-se a falta de habilidade no esboço e na interpretação dos gráficos, e confusão no significado das relações entre grandezas físicas, fatores já detectados em outros estudos. Os alunos sentem necessidade de uma orientação matemática, tanto nas aulas teóricas como nas aulas experimentais.

7) *Cálculo versus Física*

Em geral, os estudantes da Física apreciam mais a Física do que o Cálculo. Contudo, as duas disciplinas competem muito em termos de avaliação e quantidade de exercícios propostos. O atual sistema de avaliação da disciplina do Cálculo (testes aplicados ao longo do semestre) parece manter os alunos mais envolvidos com o Cálculo do que com a Física.

8) *Formas de aprendizagem*

Em geral, os professores de Cálculo I não abordam o conteúdo de forma contextualizada com a área de formação dos estudantes. Costumam desenvolver o conteúdo no domínio exclusivo da Matemática, com o uso de linguagem e notações exclusivas desta área. Os alunos que se destacam nas disciplinas de Cálculo e de Física conseguem realizar mecanicamente todas as tarefas propostas. Alguns preferem que o ensino seja direcionado para a aprendizagem mecânica.

9) *Atendimento extra-classe*

---

[15] Além dos conceitos de derivada e integral de funções escalares, abordam-se também, na disciplina da Física I, os fundamentos da Análise Vetorial, incluindo a revisão da teoria de vetores. Estes são conceitos desenvolvidos detalhadamente na disciplina do Cálculo II, no segundo semestre letivo dos Cursos de Física.

Há pouca procura pela monitoria das disciplinas de Cálculo I e de Física I. Em geral, os alunos ingressantes buscam atendimento nas vésperas das provas. Pesquisam provas de semestres anteriores e listas de exercícios já resolvidas por outros colegas veteranos, como forma de garantir um bom desempenho nas avaliações. Na disciplina de Cálculo e Geometria Analítica I A, as provas não são devolvidas aos alunos. Alguns professores costumam não devolver a prova alegando que os alunos acabam estudando apenas pelas provas. Na disciplina de Física Geral I A as provas são devolvidas.

10) *Aulas de Laboratório*

Quanto às aulas experimentais, a desarticulação sugerida entre os ensinos do Cálculo e da Física parece estender-se para o contexto teoria-prática. Através de roteiros pré-estabelecidos, os alunos são induzidos a obterem as leis, fórmulas e regras que regem os fenômenos naturais estudados com grande ênfase no método empirista-indutivista[16]. Como forma de tentar solucionar problemas com o ensino e a aprendizagem, a partir de 2010/1 a Comissão de Graduação dos Cursos de Física da UFRGS decidiu separar a disciplina FIS01200 em duas disciplinas. Os alunos adaptam-se facilmente às aulas experimentais, demonstrando um grande interesse por este campo da Física. Muitos reprovam na disciplina teórica, tendo sido aprovados na disciplina experimental.

Conclusão

O texto procura descrever os resultados de um estudo exploratório, do tipo etnográfico, fundamentado nas concepções da pesquisa qualitativa ou naturalista, defendida por Bogdan e Biklen (1994) e por André (1988; 2005). Utilizando a técnica da observação participante, inicialmente foi possível identificar possíveis links que podem ser construídos entre o campo conceitual da Mecânica e o campo conceitual do Cálculo Diferencial e Integral. Ao longo das transcrições das aulas são apresentadas situações físicas que podem dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos no Cálculo. Destacam-se: *situações que envolvem os conceitos de velocidade e aceleração; situações que envolvem os conceitos de força, trabalho, energia e momentum linear; situações que envolvem análise e interpretação de gráficos da cinemática e situações que envolvem conceitos básicos da trigonometria e da álgebra vetorial.*

Os resultados apontam para a necessidade da elaboração de um material instrucional, que possa apresentar os conceitos físicos desenvolvidos na Mecânica nos dois domínios, da Matemática e da Física, através da integração no uso de linguagens e notações.

A análise interpretativa do histórico de formação do Curso de Física na UFRGS e as transcrições dos registros em sala de aula induzem às dez questões relevantes, relacionadas ao tema investigado, apresentadas nos comentários anteriores: *formação de excelência; inovações didáticas; relação da Matemática com a Física; Bagagem do Ensino Médio; desarticulação no ensino; dificuldades de aprendizagem; Cálculo versus Física; forma de aprendizagem; atendimento extra-classe; aulas de laboratório.*

Atribui-se a importância deste estudo ao rigor metodológico adotado, onde os resultados corroboram aqueles já apresentados na literatura científica, com a utilização de outros métodos de pesquisa.

[16] Este fato corrobora os argumentos de Silveira e Ostermann (2002) quanto ao prevalecimento deste enfoque nos laboratórios de ensino de Física, apesar de constituir-se atualmente em uma teoria do conhecimento ultrapassada.

Referências

André, M. E. D. A. (1988). *Etnografia da Prática Escolar*. São Paulo: Papirus Editora.
André, M. E. D. A. (2005). *Estudo de Caso em Pesquisa e Avaliação Educacional.* Brasília/DF: Liber Livro Editora Ltda.

Anthony, G. (2000). Factors influencing first-year students' success in mathematics. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 31, nº1, 3-14.

Araújo, I. S.; Veit, E. A.; Moreira, M. A. (2004). Atividades de Modelagem Computacional no Auxílio à Interpretação de Gráficos da Cinemática. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, nº2, p. 179-184.

Artigue, M. (1995). *La Enseñanza de los Princípios del Cálculo: Problemas Epistemológicos, Cognitivos y Didácticos.* Em Gómez, P. (ed). Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: um Esquema para la Investigación y la Innovación em la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas, pp. 97-140. Méjico DC: Iberoamérica.

Ávila, G. (1985). Evolução dos Conceitos de Função e de Integral. *Revista Matemática Universitária*, nº1. Sociedade Brasileira de Matemática.

Ávila, G. (2006). Limites e Derivadas no Ensino Médio? *Revista do Professor de Matemática*, 2º quadrimestre, nº 60. Sociedade Brasileira de Matemática.

Bericat, E. (1998). *La Integración de los Métodos Cuantitativo y Cualitativo em La Investigación Social: Significado y Medida.* Barcelona: Editora Ariel S.A.

Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos.* Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora LDA.

Costa, I. M.; Salvador, J. A. (2004). *Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: Experiências no DM – UFSCar.* In: anais do VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPEM), USP – São Paulo.

Couto, M. I. M. F. S. (2007). *Contributos Para a Interdisciplinaridade no Ensino da Física e da Matemática.* Dissertação de Mestrado. Departamento de Física. Faculdade de Ciências. Universidade do Porto. 95p.

Cox, W. (2001). On the expectations of the mathematical knowledge of first-year undergraduates. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.,* vol 32, nº 6, 847-861.

Cui, L. (2006). *Assessing College Students' Retention and Transfer from Calculus to Physics.* PhD Thesis. Kansas States University, College of Arts and Science. Department of Physics. 187p.

Espinoza, L.; Azcárate, D. (2000). Organizaciones Matemáticas y Didácticas em Torno Al objeto de "Límite del Función": Uma Propuesta Metodológica para El Análisis. *Enseñanza de las Ciencias.* 18(3), 355-368.

Ferreyra, A.; González, E. M. (2000). Reflexiones Sobre La Enseñanza de La Física Univesitaria. Enseñanza de lãs Ciencias. 18(2), 189-199.

García, G. S-M; Blanco, M. G.; Ciscar, S. L. (2006). El Desarrollo Del Esquema de Derivada. *Enseñanza de lãs Ciencias*., 24(1), 85-98.

Garber, E. (1999). *The Language of Physics: The Calculus and the Development of Theoretical Physics in Europe, 1750 – 1914.* Birkhäuser Boston.

GREF – Grupo de Reelaboração do Ensino da Física – *Física I: Mecânica.* EDUSP, 2002.

Hoyles, C.; Newman, K.; Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university mathematics. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.,* vol 32, nº 6, 829-845.

Lopes, A. (1999). Algumas Reflexões Sobre a Questão do Alto Índice de Reprovação nos Cursos de Cálculo da UFRGS. *Matemática Universitária*, nº 26/27, pp. 123-146. Sociedade Brasileira de Matemática

Luk, H. S. (2005). The gap between secondary school and university mathematics. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol 36, nº 2-3, 161-174.

Maciel, A. (1987). *A História do Instituto de Física.* Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Física, Biblioteca. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/historia/50anos.html.

McDermott, R. (1976). *Kids make sense: Na ethnographic account of the interacional management of success and failure in one first grade classroom.* Unpublished doctoral dissertation, Stanford University.

McDermott, L. C.; Rosenquist, M. L; Van Zee, E. H. (1987). Student Difficulties in Connecting Graphs and Physics: Examples from Kinematics. *American Journal of Physics,* vol. 55, issue 6, pp. 503-513. 24.

Moreira, M. A. (2005). *Aprendizagem Significativa Crítica.* Porto Alegre, RS. 47p.

Munby, H. (1984). A Qualitative Approach to the Study of a Teacher's Beliefs. *Journal of Research in Science Teaching,* vol. 21, nº 1, pp. 27-38.

Paglioli, E. (1952). *Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Uma Fase em sua História, 1952 – 1964.* Relatório do Reitorado do Profº Elyseu Paglioli. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/historia/50anos.html

Pietrocola, M. (2002). A matemática como estruturante do conhecimento físico. Caderno *Catarinense de Ensino de Física*, v. 19, n.1: pp. 88-108.

Redish, E. F.; Steiberg, R. N. (1999). Teaching Physics: Figuring Out What Works. *Physics Today*, January, pp. 24-30.

Rex, A.; Jackson, M. (1999). *Integrated Physics and Calculus.* Addison-Wesley volumes I e II.

Sadler, P. M.; TAI, R. H. (2001). *Success in Introductory College Physics: The Role of High School Preparation.* John Wiley & Sons. Inc.

Sánchez-Matamoros, G.; García, M.; Llinares, S. (2008). La comprensión de la Derivada como Object of Investigacion em Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa*. 11(2): 267-296.

Santos, C. A. P. (2010). *O Ensino da Física na Formação do Professor de Matemática*. São Paulo. Universidade Cruzeiro do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências. Tese de Doutorado, 189p.

Sherin, B. L. (2001). How Students Understand Physics Equations. Cognition and Instruction, 19(4), pp. 479-541.

Silveira, F. L.; Ostermann, F. A. (2002). A insustentabilidade da proposta indutivista de descobrir a lei a partir de resultados experimentais. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física.* V.19, nº especial, p.7-27.

Szydlik, J. E. (2000). Mathematical Beliefs and Conceptual Understanding of the Limit of a Function. *Journal for Research in Mathematics Educations, v*ol 31, nº 3, pp. 258-276.

Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking.* Volume 11. Kluwer Academic Publishers. The Language of Science. The Netherlands.

Todorov, T. D. (2001). Back to Classics: teaching limits throught infinitesimals*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol*., vol. 32, nº 1, 1-20.

Thwaites, B. (1972). *SMP: The First Tem Years.* London: Cambridge University Press.

Triviños, A. N. S. (2008). *Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação – O Positivismo, A Fenomenologia e O Marxismo.* São Paulo: Editora Atlas S.A.

Veit, E. A.; Mors, P. M.; Teodoro, V. D. (2002). Ilustrando a Segunda Lei de Newton no Século XXI. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 24, nº 2, junho, pp. 176-184.

Veit, E. A.; Mors, P. M. (2010). *Física Geral Universitária: Mecânica Interativa.* Belo Horizonte. Universidade Federal de Minas Gerais. Editora UFMG. 255p. + CD-ROM.

Williams, S.R. (2001). Predications of the Limit Concept: an application of repertory grids*. Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 32, nº 4, pp. 343-367.

Recebido em: 30.06.11
Aceito em: 30.10.11