

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE TENSÃO EM HASTES RETANGULARES NO  
INTERVALO DE FREQUÊNCIA DE (0;100 [KHz]).

por

Eduardo Becker Groth

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, fevereiro de 2016

PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE TENSÃO EM HASTES RETANGULARES NO  
INTERVALO DE FREQUÊNCIA DE (0;100 [KHz]).

por

Eduardo Becker Groth  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,  
da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte  
dos requisitos necessários para a obtenção do Título de:

Mestre em engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignacio Iturrioz

Coorientador: Prof. Dr. Thomas Gabriel Rossauro Clarke

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Thiago Becker, PROMEC /UFRGS

Prof. Dr. Alexandre Balbinot, PPGEE/UFRGS

Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Junior, FEM/ UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 29 de fevereiro de 2016

À minha mãe Juçara Karla Becker

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à UFRGS, ao PROMEC, ao GMAp, ao LAMEF e ao CNPQ pelo aporte financeiro.

Também agradeço aos orientadores.

## RESUMO

Essa dissertação aborda o tema de propagação de ondas de tensão em hastes metálicas retangulares. Este tipo de onda pode ser utilizada como base na verificação da integridade estrutural através de um ensaio não destrutivo (END). A propagação de ondas elásticas em sólidos apresenta muito potencial quando se deseja estimar a integridade de determinada estrutura. Porém para transformar esse fenômeno físico em uma técnica aplicável na detecção de danos, alguns passos devem ser seguidos, dentre eles: a compreensão das características de propagação da estrutura em estudo, interação das ondas elásticas com defeitos, atenuação das ondas propagadoras devido a fontes de amortecimento e dispersão. Neste contexto o presente trabalho tem o principal foco no desenvolvimento de uma metodologia eficiente para a investigação da propagação de ondas de tensão em hastes retangulares metálicas, abordando o tema por diversos aspectos. No decorrer do mesmo são calculadas as curvas de dispersão de uma haste retangular com seção transversal de 15 x 5 [mm], para uma faixa de frequência determinada [0,100 kHz], utilizando três metodologias distintas e realizando a comparação crítica entre elas. São realizadas investigações teóricas, de forma analítica e numérica (via análise explícita empregando elementos finitos) e uma investigação experimental das características de propagação da geometria referida. Também os efeitos da atenuação das ondas na geometria é estudado. Os resultados obtidos são discutidos procurando mostrar sua coerência e enfatizando a informação sobre o comportamento mecânico das ondas de tensão nesse tipo de estrutura, observando aspectos relevantes à concepção de técnicas de END que possibilitem a avaliação da integridade dessas estruturas.

Palavras-chave: Ondas de tensão, Hastes retangulares, Curvas de dispersão, Atenuação.

## **ABSTRACT**

This dissertation addresses the issue of propagation of stress waves in metallic rectangular rods. This type of wave can be used as the integrity check structural integrity through a non-destructive test (NDT). The propagation of elastic waves in solids has a lot of potential when estimating the given structure integrity. But to turn this physical phenomenon in an applicable technique for the detection of damage, some steps should be taken, including: understanding of propagating characteristics of the structure under study, interaction of elastic waves with defects, attenuation of the propagating waves due to sources of damping and dispersion. In this context, the present work is the main focus in developing an effective methodology for investigating the propagation of stress waves in rectangular metal rods, addressing the issue by several aspects. During the same are calculated dispersion curves of a rod with rectangular cross section 15 x5 [mm], for a given frequency range [0,100 kHz], using three different methodologies and performing the critical comparison between them. Are performed theoretical investigations, in analytical and numerical form (via explicit analysis using finite element) and an experimental investigation of the propagation features said geometry. Also the effects of attenuation of the waves on geometry is studied. The results are discussed trying to show their consistency and emphasizing information about the mechanical behavior of stress waves in this type of structure, observing relevant aspects to the design of NDT techniques to enable the assessment of the integrity of these structures.

**Keywords:** Stress waves, Rectangular rods, Dispersion curves, Attenuation.

# ÍNDICE

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1	Objetivos .....	2
1.2	Estrutura do trabalho .....	3
2	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	3
2.1	Ondas em meio infinito - ondas de corpo .....	6
2.1.1	Onda dilatacional .....	7
2.1.2	Onda equivoluminial .....	8
2.2	Reflexão e Transmissão .....	8
2.3	Atenuação .....	10
2.3.1	Atenuação Geométrica .....	10
2.3.2	Atenuação por dispersão .....	11
2.3.3	Atenuação por espalhamento e difração.....	11
2.3.4	Atenuação por mecanismos de dissipação de energia .....	11
2.3.5	Atenuação em estruturas .....	12
2.3.6	Atenuação em Decibel.....	12
2.4	Propagação de ondas em hastes finas.....	13
2.4.1	Propagação da onda longitudinal .....	14
2.5	Propagação da onda torsional .....	15
2.6	Propagação da onda flexural em hastes .....	16
2.7	Ondas de Lamb.....	18
2.7.1	Incidência oblíqua .....	18
2.7.2	Solução de Lamb - propagação em placas sólidas .....	20
2.8	Efeitos acoplados em vibrações torsionais de hastes.....	22
3	<b>DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DAS CURVAS DE DISPERSÃO</b> .....	23
3.1	Determinação das curvas de dispersão utilizando decomposição do deslocamento na direção do guia de ondas em harmônicas .....	23
3.2	Determinação das curvas de dispersão calculando modos e frequências em um modelo de elementos finitos tridimensional, considerando condições periódicas.....	25
3.3	Determinação das curvas de dispersão calculando modos e frequências num modelo de elementos finitos axissimétrico .....	28
4	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	31
4.1	Pacotes comerciais de elementos finitos .....	31
4.1.1	COMSOL Multiphysics .....	31

4.1.2	Ansys APDL .....	31
4.1.3	Ls-Dyna .....	32
4.2	Vibrometria Laser.....	32
4.3	Análise multimodal de sinais - dupla transformada de Fourier.....	33
4.4	Função Tone-Burst.....	34
4.5	Piezoelétricos .....	35
5	<b>APLICAÇÕES RELACIONADAS COM MODOS PROPAGADORES..</b>	36
5.1	Cálculo das curvas de dispersão .....	36
5.2	Simulação numérica de uma haste retangular metálica finita sujeita a uma excitação tipo Toneburst .....	45
5.3	Ensaio dos modos de propagação em hastes finas retangulares a baixas frequências .....	47
6	<b>INVESTIGAÇÃO DA ATENUAÇÃO.....</b>	53
6.1	Investigação da atenuação do sinal - modo longitudinal .....	53
6.1.1	Experimento II - atenuação .....	54
6.1.2	Sinais obtidos no experimento .....	55
6.1.3	Modelo numérico simplificado .....	58
6.1.4	Discussão dos resultados do experimento II .....	60
7	<b>CONCLUSÕES .....</b>	64
7.1	Sugestões para trabalhos futuros .....	64
	<b>APÊNDICE A.....</b>	68
	<b>APÊNDICE B.....</b>	72
	<b>APÊNDICE C.....</b>	74
	<b>APÊNDICE D.....</b>	76
	<b>APÊNDICE E.....</b>	77
	<b>APÊNDICE F.....</b>	79

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Ultrassom x ondas guiadas .....	2
Figura 2.1	Propagação da onda harmônica. ....	5
Figura 2.2	Propagação de ondas em meio infinito. ....	7
Figura 2.3	Lei de Snell .....	9
Figura 2.4	Transmissão entre dois meios .....	10
Figura 2.5	Equilíbrio longitudinal .....	14
Figura 2.6	Torsão em hastes .....	15
Figura 2.7	Flexão em hastes .....	16
Figura 2.8	Curva de dispersão modo flexural .....	18
Figura 2.9	Onda guiada em placas .....	19
Figura 2.10	curvas de dispersão para uma placa de fluído .....	20
Figura 2.11	Placa de Lamb .....	21
Figura 2.12	Curvas de dispersão da placa sólida .....	21
Figura 3.1	esquema do modelo periódico .....	26
Figura 3.2	condições de contorno SAFE III .....	27
Figura 3.3	pontos das curvas .....	28
Figura 3.4	esquema axissimétrico .....	29
Figura 4.1	vibrometro Polytec .....	33
Figura 4.2	Esquema fft2d .....	34
Figura 4.3	Toenburst .....	35
Figura 4.4	Cerâmica piezoelétrica .....	35
Figura 5.1	Curvas de dispersão haste retangular .....	37
Figura 5.2	Resultados SAFE condições periódicas .....	38
Figura 5.3	SAFE modelo axissimétrico .....	40
Figura 5.4	Curvas de dispersão por SAFE III .....	41
Figura 5.5	modo flexural em 3d .....	41
Figura 5.6	modo flexural em 3d .....	42
Figura 5.7	modo longitudinal em 3d .....	42
Figura 5.8	modo torsional em 3d .....	43
Figura 5.9	modo de Lamb em 3d .....	43
Figura 5.10	Modelo numérico .....	46
Figura 5.11	FFT2d do modelo numérico .....	47
Figura 5.12	esquema do vibrometro sobre o corpo de prova .....	48
Figura 5.13	Disposição das cabeças de laser .....	49
Figura 5.14	resultados experimentais excitação de 70 kHz .....	50

Figura 5.15	Resultado experimental da excitação transversal .....	51
Figura 5.16	FFT2d dos resultados experimentais .....	52
Figura 6.1	Experimento II .....	54
Figura 6.2	Esquema experimental II .....	55
Figura 6.3	Decaimento do sinal configuração I .....	56
Figura 6.4	Decaimento do sinal configuração II .....	57
Figura 6.5	Decaimento do sinal configuração III .....	58
Figura 6.6	Evolução do modelo numérico .....	59
Figura 6.7	Resultados modelo numérico .....	60
Figura 6.8	Amplitude x pressão .....	61
Figura 6.9	Coeficiente de atenuação x pressão .....	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Atenuação característica em dutos metálicos para coeficientes em decibéis .....	13
Tabela 5.1	Comparação entre resultados analíticos e semianalíticos .....	44

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EDP	Equação Diferencial Parcial
END	Ensaio não destrutivo
GMAp	Grupo de Mecânica Aplicada
LAMEF	Laboratório de Metalurgia Física
PROMEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
SAFE	Semi Analytical Finite Element Method
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	amplitude
$k$	número de onda
$f$	frequência
$\omega$	frequência angular
$\lambda$	comprimento de onda
$\sigma$	tensão
$\alpha$	coeficiente de atenuação
$\epsilon$	deformação
$\lambda_L$	constante de Lamé
$\mu$	constante de Lamé
$c_0$	velocidade de propagação
$c$	velocidade de fase
$c_T$	velocidade do modo torsional
$c_L$	velocidade do modo longitudinal
$c_f$	velocidade do modo flexural
$c_s$	velocidade da onda equivolúminial
$c_p$	velocidade da onda dilatacional
$\bar{A}$	área
$u$	deslocamentos
$E$	módulo de elasticidade longitudinal
$G$	módulo de elasticidade transversal
$\nu$	constante de Poisson
$x$	posição
$t$	tempo
$M$	momento fletor
$V$	cortante
$T$	momento torsor
$T_0$	período

## 1 INTRODUÇÃO

A engenharia de estruturas tem como foco primeiro o projeto e concepção de estruturas que não colapsem, que apresentem bom desempenho ao longo de sua vida útil sem falhar abruptamente. Porém nem sempre é possível estimar a vida útil de estruturas reais, uma grande quantidade de fatores, tais como homogeneidade das propriedades dos materiais utilizados na construção e severidade das ações atuantes, entre outros, torna a estimativa de vida estrutura um problema complexo. Nesse sentido o desenvolvimento de métodos que revelem a situação da integridade estrutural são de fundamental importância. Essa razão justifica o enorme investimento realizado na engenharia moderna em desenvolver técnicas de avaliação e monitoramento das estruturas sem produção de dano à mesma, os chamados ensaios não destrutivos (END). Dentre as técnicas existentes, as baseadas na propagação de ondas de tensão têm sofrido sensível avanço.

As ondas transportam energia enquanto se propagam por um meio e quando o meio é físico (não vácuo) e a onda ao propagar deforma esse meio, o fenômeno é conhecido por acústica, que é o ramo da física que estuda o som, não necessariamente audível pelo homem. Uma quantidade grande de aplicações da acústica com END em estruturas é atualmente utilizada, tanto no monitoramento, quanto na avaliação da saúde das mesmas.

Existem duas abordagens na utilização da acústica em END, numa os sons produzidos pela estrutura, submetida ao carregamento normal ou uma sobrecarga controlada, são constantemente monitorados e, quando há uma variação no padrão do sinal sonoro gerado pela estrutura, causado por uma falha (propagação de uma trinca, por exemplo), o mesmo é percebido. Esse grande campo é conhecida como emissão acústica [Eagle, 2005]. Outra abordagem consiste em causar uma perturbação na estrutura, deixando que a mesma propague e interaja com os defeitos existentes na estrutura e retorne. Avaliando o padrão do retorno estima-se a integridade da estrutura. Alguns exemplos dessas técnicas são: ultrassom convencional, ultrassom phased array, tomografia e ondas guiadas [Rose, 2014]. As técnicas apresentam dois focos diferentes, priorizar o alcance, caso das ondas guiadas ou priorizar a precisão na caracterização do defeito como é o caso da tomografia. Em função disso muitas vezes estas técnicas são combinadas. Por exemplo, através das ondas guiadas se localizam os defeitos através de um END baseado em ondas guiadas e uma vez que o defeito tem sua posição localizada pode-se aplicar a técnica de tomografia para avaliar com exatidão a forma geométrica do mesmo.

Na figura 1.1 é possível ver como a técnica por ondas guiadas consegue um

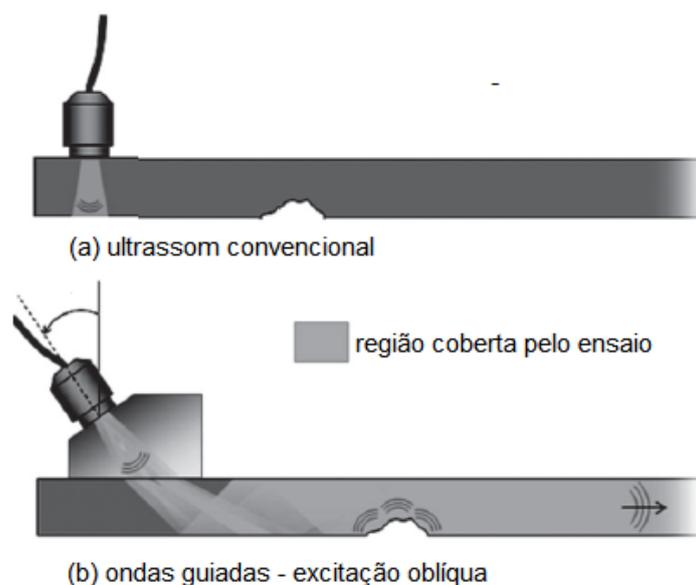


Figura 1.1 – Comparação entre o alcance de um ensaio por ultrassom e ondas guiadas [Rose, 2014]

maior alcance, devido a sua incidência oblíqua. Observando a figura pode-se notar o grande potencial da técnica por ondas guiadas para estruturas com uma dimensão muito maior que as outras, o que a caracteriza como um guia de ondas. Na prática essas estruturas são: dutos, trilhos de trem, perfis estruturais, entre outros. No caso dos trilhos e dutos, por exemplo, essas estruturas sofrem com carga e descarga cíclica, no caso do trilho, o trem passando; no caso do duto, a variação de pressão, e esse esforço gera fadiga e posteriormente fratura. Ainda no caso de dutos existe a corrosão, que pode ser severa conforme o meio em que o duto está imerso e o material transportado, o que acarreta em um grande interesse na avaliação e monitoramento dessas estruturas, estes são apenas alguns exemplos de uma série de aplicações que se encontram para os ensaios não destrutivos baseados em ondas elásticas.

## 1.1 Objetivos

Como objetivo geral do trabalho se propõe:

Explorar o potencial das ondas guiadas em hastes metálicas retangulares em técnicas de (END).

Como objetivos específicos do trabalho se propõem:

- Determinar as curvas de dispersão de uma haste metálica retangular de seção transversal 15 x 5 [mm] no intervalo de frequência de [0,100 kHz] utilizando três técnicas semi-analíticas diferentes, realizando uma discussão das características dos modos propagantes.
- Comparar resultados experimentais e teóricos de uma onda que propaga numa haste

metálica finita, identificando como a onda propagante se polariza nos modos de propagação definidos nas curvas de dispersão.

- Realizar um estudo teórico experimental de atenuação de um modo de propagação, considerado mais promissor dentre os estudados, para a aplicação em técnicas de END por ondas guiadas.

## 1.2 Estrutura do trabalho

A presente dissertação está organizada da seguinte maneira: inicialmente no capítulo 1 é introduzido o assunto do trabalho bem como são apresentados os objetivos do mesmo. No capítulo 2 é apresentado o referencial teórico pertinente a dissertação. No capítulo 3 as metodologias utilizadas no cálculo das curvas de dispersão da haste metálica retangular são descritas. O capítulo 4, materiais e métodos, apresenta tópicos que são ferramentas utilizadas na concepção da presente dissertação.

No capítulo 5 são apresentados dois tópicos desenvolvidos no trabalho. A determinação das curvas de dispersão da haste metálica em estudo (seção 15 x 5 [mm]) compreendidas na faixa de frequência definida [0,100 kHz], utilizando três metodologias semi analíticas . Também no capítulo 5 é apresentada a comparação teórica experimental de uma onda propagando sobre uma haste metálica retangular finita, relacionando a informação obtida com as curvas de dispersão previamente calculadas. O capítulo 6 traz o estudo teórico experimental da atenuação do modo de propagação escolhido dentre os modos existentes como o com maior potencial na utilização em END. No capítulo 7, são apresentadas as conclusões e considerações finais. A dissertação contém quatro anexos com informações que completam os tópicos desenvolvidos nos diferentes capítulos.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Acústica é o estudo de deformações variáveis no tempo, ou vibrações, no meio material. Os átomos que formam o meio material oscilam em torno de sua posição de equilíbrio quando o respectivo meio material é submetido a um movimento vibratório. Diferentes padrões de movimento vibratório podem existir em nível atômico. Porém, para o estudo da acústica muitos desses padrões são irrelevantes. No estudo da acústica considera-se que o material é formado por pequenas partículas, mas cada partícula contém vários átomos que se movimentam em unissonância. Assim a acústica pode ser considerada um fenômeno macroscópico onde a matéria é modelada como um meio contínuo[Auld, 1973].

A equação 2.1, chamada de equação da onda, e todas as soluções já desenvolvidas sobre ela são de grande importância no estudo das ondas de tensão, por

que a equação da onda é como um molde, na qual uma série de outras equações se encaixará sobre esse molde e a velocidade de propagação, que é uma das variáveis mais importantes na aplicação de ondas em END, será revelada através dessa prática, como será visto mais à frente.

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Nessa equação  $x$  é a posição na direção de propagação da onda,  $t$  o tempo e  $c_0$ , por enquanto, é uma constante. A letra  $y$  representa uma quantidade genérica que é alterada com a passagem da onda, como por exemplo a posição perpendicular a  $x$ .

**Solução de D’Alambert** D’Alambert, 1794, no estudo da equação 2.1, conseguiu um grande *insight* do ponto de vista físico quando propôs a seguinte troca de variável:

$$\xi = x - c_0 t, \quad \zeta = x + c_0 t \quad (2.2)$$

Então, utilizando a diferenciação por regra da cadeia as segundas derivadas de  $y(x, t)$  ficam:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \zeta} + \frac{\partial^2 y}{\partial \zeta^2}, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c_0^2 \left( \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \zeta} + \frac{\partial^2 y}{\partial \zeta^2} \right) \quad (2.3)$$

Substituindo 2.3 em 2.1 chega-se a condição:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \zeta} = 0 \quad (2.4)$$

Integrando 2.4, em relação a  $\xi$  e depois em relação a  $\zeta$  tem-se a solução:

$$y(\xi, \zeta) = f(\xi) + g(\zeta) \quad (2.5)$$

Substituindo 2.2 em 2.5 recupera-se a solução no domínio de  $x$  e  $t$ :

$$y(x, t) = f(x - c_0 t) + g(x + c_0 t) \quad (2.6)$$

onde  $f$  e  $g$  no são funções arbitrárias. Tomando  $f$ , considerando  $x - c_0 t = \text{constante}$ , logo, um incremento em  $t$  de  $\Delta t$  acarreta em um incremento de  $c_0 \Delta t$  em  $x$ , para manter a igualdade. Então, com essas considerações, se pode admitir que a função arbitrária  $f$  representa uma perturbação que propaga no sentido positivo de  $x$  a uma velocidade  $c_0$  e, da mesma forma,  $g$  representa a propagação no sentido oposto. Desde que não haja mudança na forma de  $f$  a propagação é dita sem distorção ou sem perdas,

ideal e a perturbação viajará pelo sólido tal como sua forma inicial. [Graff, 1975] ; [Achenbach, 1973].

Outra solução de interesse para a equação 2.1 é a solução harmônica, a obtenção dessa solução consiste na aplicação da técnica de separação de variáveis bem como a proposta da solução harmônica, a solução se verifica e esse procedimento encontra-se facilmente em literatura específica [Eagle, 2005]. Abaixo será apresentada a solução diretamente, em duas formas. A primeira, mais didática, onde alguns conceitos de mecânica ondulatória já serão convenientemente inseridos, e outra, em forma exponencial mais útil do ponto de vista de manipulação matemática de equações.

Define-se então a solução como a seguinte:

$$y = A \cos(kx - \omega t) = A \cos k(x - c_0 t) \quad (2.7)$$

Onde  $A$  é a amplitude,  $k$  é o número de onda [ $1/m$ ],  $x$  é a posição [ $m$ ],  $\omega$  é a frequência angular [ $rad/s$ ],  $c_0$  é a velocidade de propagação [ $m/s$ ], também chamada velocidade de fase  $c$  e  $t$  o tempo [ $s$ ],  $y$  será da mesma unidade da amplitude que pode ser [ $V$ ], [ $m$ ], [ $m/s$ ], etc. A figura 2.1 mostra a evolução de uma onda harmônica ao longo do tempo, onde os parâmetros da solução harmônica também são apresentados.

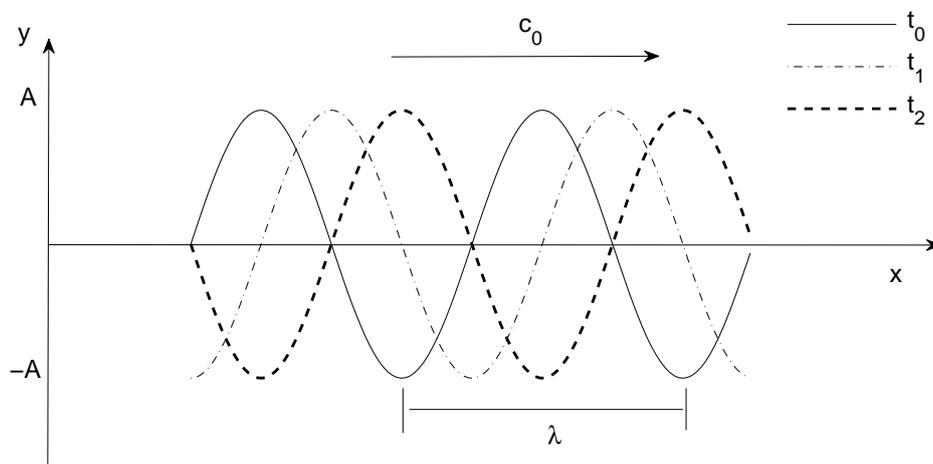


Figura 2.1 – Propagação de um trem de onda harmônico, e as variáveis presentes na equação 2.7.  $t_0 < t_1 < t_2$ .

Também é possível escrever as seguintes relações entre os parâmetros já vistos:

$$c = \frac{\omega}{k}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{T}, \quad cT_0 = \lambda \quad (2.8)$$

Onde  $T_0$  é o período [ $s$ ],  $\lambda$  é o comprimento de onda [ $m$ ],  $f$  é a frequência em [ $Hz$ ] e as outras variáveis são como dito acima. A equação 2.9 apresenta a mesma solução

harmônica, porém, na sua forma exponencial. Quando se trabalha com a solução em sua forma exponencial utiliza-se a parte real de  $y$  [Eagle, 2005].

$$y = Ae^{i(kx - \omega t)} \quad (2.9)$$

## 2.1 Ondas em meio infinito - ondas de corpo

O estudo da propagação de ondas em meio infinito é de grande valor para o entendimento da transferência de energia por movimento ondulatório em um meio elástico. Existem dois movimentos básicos que um cubo infinitesimal inserido em um meio elástico pode sofrer ao perceber a passagem da onda por si, um movimento de dilatação/compressão e um movimento de distorção. O primeiro altera o volume do cubo elementar sem alterar os ângulos retos de suas arestas. Já no movimento de distorção o volume permanece constante enquanto o mesmo distorce. Para a onda que altera o volume do cubo o nome mais usual é onda dilatacional, ou onda P (primary), e para a onda que altera os ângulos entre as arestas deu-se o nome de equivoluminal, ou S (secondary)[Eagle, 2005]. O efeito da passagem das ondas pode ser visto na Figura 2.2.

Agora será apresentado o modelo matemático que rege os deslocamentos comentados acima. A equação geral que relaciona os deslocamentos  $u_i$  de um material de densidade  $\rho$ , com o campo de tensões dado pelo tensor  $\sigma_{ij}$ , Equação 2.10, é a equação de equilíbrio. Substituindo na lei de Hook, Equação 2.11, o tensor infinitesimal, Tensor 2.12, em 2.10 pode-se obter, então, as equações de Navier, Equações 2.13 [Drozd, 2008].

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda_L \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

$$(\lambda_L + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

onde  $\rho$  é densidade,  $\sigma$  é tensão,  $\varepsilon$  é deformação,  $\lambda_L$  e  $\mu$  são as constantes de Lamé e  $t$  é o tempo. Os subíndices  $i, j$  e  $k$  representam as três dimensões e valem 1, 2 ou 3.

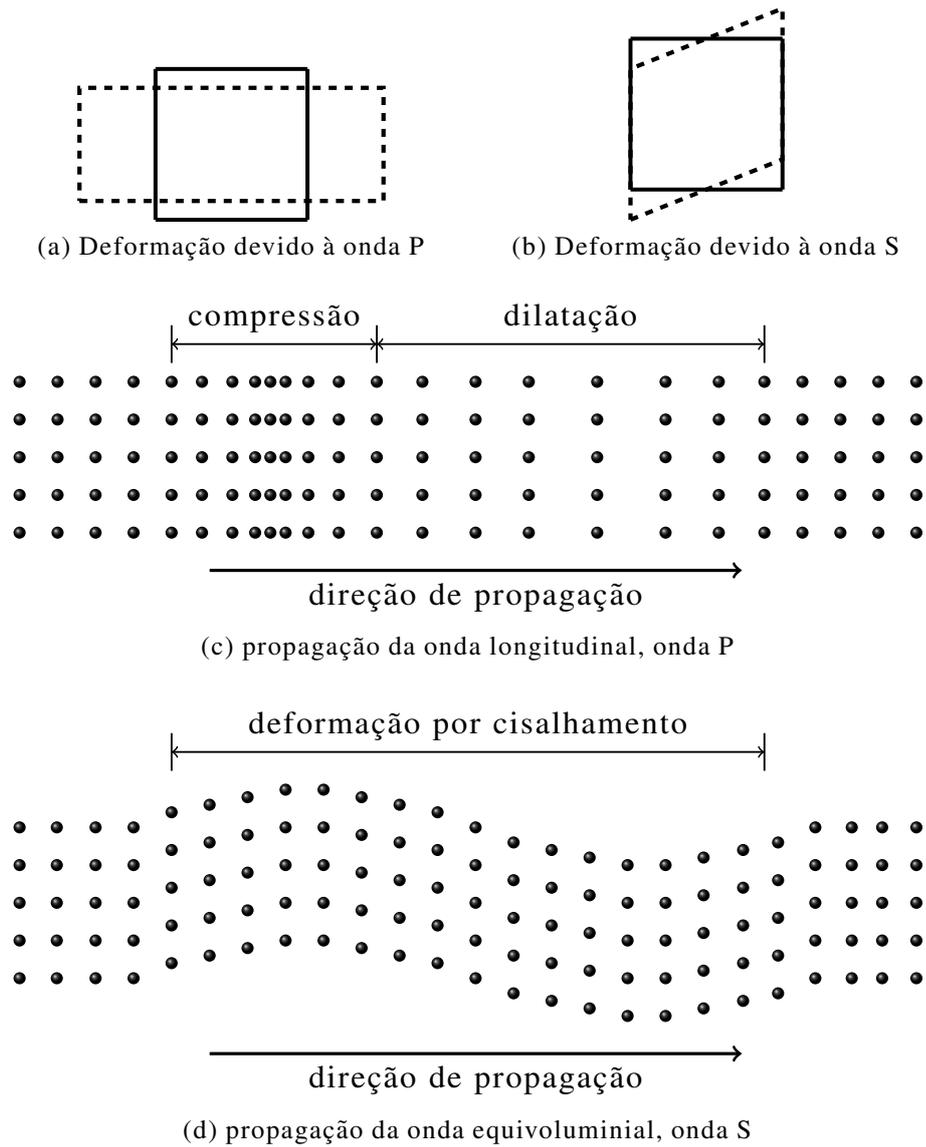


Figura 2.2 – Movimentos possíveis das partículas que compõem um meio infinito devido a passagem de uma onda de tensão. Acima deformações percebidas por um cubo infinitesimal em vista lateral (2D). (a) e (b) deformações percebidas pelo cubo infinitesimal. (c) e (d) movimento das partículas do sólido durante a passagem das ondas de corpo.

### 2.1.1 Onda dilatacional

Considerando somente dilatação agindo sobre o volume infinitesimal, derivando a expressão 2.13 em relação a  $x_i$  e somando nas três direções obtêm-se:

$$(\lambda_L + \mu) \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

rearranjando os termos:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ii}}{\partial x_i^2} = \frac{\rho}{\lambda_L + 2\mu} \frac{\partial^2 \varepsilon_{ii}}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

Fazendo a comparação com a equação da onda e lembrando a solução de D’Lambert temos a velocidade de propagação da onda dilatacional no sólido.

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda_L + 2\mu}{\rho}} \quad (2.16)$$

### 2.1.2 Onda equivolúminial

Derivando a expressão 2.13 com  $i = 2$  em relação a  $x_3$  e vice versa e depois subtraindo as duas expressões encontradas se chega a:

$$\mu \sum_{n=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} \underbrace{\left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right)}_{\text{rotação em torno de } x_1} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \quad (2.17)$$

Onde se ve novamente o molde da equação da onda, que modela, neste caso, a propagação da onda dilatacional na direção de  $x_1$ , onde a velocidade de propagação é:

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.18)$$

Procedendo da mesma forma nas outras duas direções chega-se a mesma velocidade de propagação [Das, 1982]. Nessa seção foram abordadas as ondas de corpo desde a equação de equilíbrio até as velocidades de propagação.

## 2.2 Reflexão e Transmissão

Nessa seção será visto o comportamento de uma onda de corpo ao chegar a fronteira do meio propagante. Dois comportamentos podem acontecer, a onda pode refletir na fronteira e retornar ao interior do meio ou pode refratar ao outro meio que está na interface da fronteira. Inicialmente esse segundo meio será considerado vácuo, assim a onda que incide sobre uma fronteira será totalmente refletida e esse comportamento será regido pela lei de Snell. Quando se está trabalhando em um meio sólido e a onda reflete em uma das fronteiras do sólido, mesmo que seja uma onda puramente longitudinal, ela se separará em duas, uma longitudinal e outra transversal. A Lei de Snell-Descartes foi desenvolvida inicialmente para a luz, porém, pode ser aplicada a outros tipos de ondas, como ondas elásticas que são as ondas de interesse neste caso. Essa lei trata da reflexão e refração da onda quando a mesma incide sobre uma interface onde há mudança nas características do meio de propagação. No caso de

se considerar uma superfície livre, a onda que chega a essa superfície será totalmente refletida, pois o meio em contato com a superfície é um meio de não propagação (vácuo). No caso de uma onda transversal, onda puramente cisalhante incidente, a equação 2.20 fornece o ângulo  $\theta_{rl}$ , que é o ângulo de saída da onda longitudinal gerada na reflexão em função do ângulo de incidência  $\theta_i$  da onda transversal incidente que chega a borda e das velocidades de propagação das ondas longitudinal e transversal,  $c_p$  e  $c_s$ , respectivamente.

$$\frac{\text{sen}\theta_{rl}}{c_p} = \frac{\text{sen}\theta_i}{c_s} \quad (2.19)$$

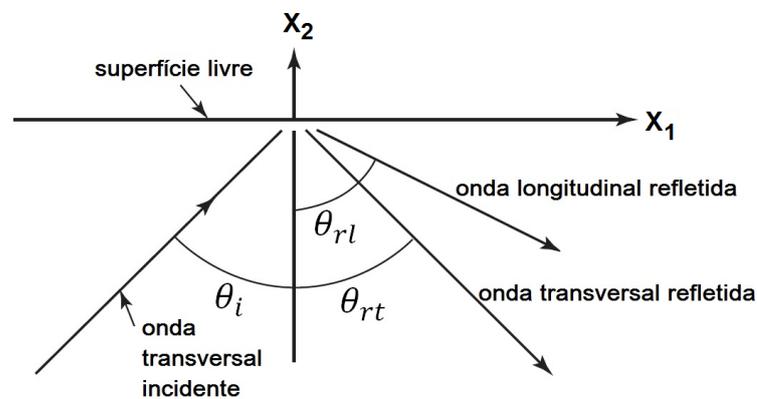


Figura 2.3 – Reflexão da onda transversal em fronteira livre, reflexão total [Eagle, 2005].

Para o caso da onda incidente ser uma onda  $p$ , longitudinal a expressão 2.20 fica:

$$\frac{\text{sen}\theta_{rt}}{c_s} = \frac{\text{sen}\theta_i}{c_p} \quad (2.20)$$

Sendo  $\theta_i$  o ângulo entre a onda longitudinal incidente e a normal à superfície.

A transmissão entre dois meios com propriedades distintas pode ser acompanhada nas equações 2.21 e 2.22 onde os subíndices indicam propriedades do meio 1 e meio 2. A incidência da onda nesse caso está sendo considerada normal a fronteira [Eagle, 2005].

$$A_t/A_i = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \quad (2.21)$$

$$A_t/A_i = \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \quad (2.22)$$

onde  $\rho$  e  $c$  são a densidade e a velocidade de propagação em cada meio,  $A$  representa a amplitude, incidente, refletida e transmitida, conforme os subíndices da figura 2.4. Essas equações são válidas tanto para ondas longitudinais quanto ondas transversais.

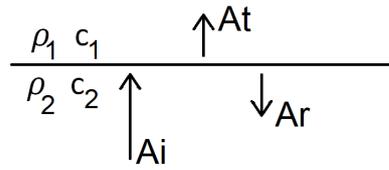


Figura 2.4 – Transmissão e reflexão da onda normal incidente à uma interface do meio.

## 2.3 Atenuação

Por diversos mecanismos uma perturbação que propaga em um meio sólido atenua. Tanto em interações com as fronteiras do sólido, quanto com mecanismos internos, como o atrito entre as partículas, fazem com que o sinal (amplitude da propagação) atenua. Porém, mesmo sendo vários os tipos de atenuação existentes o decaimento do sinal tem um comportamento exponencial [dos Santos, 2008].

### 2.3.1 Atenuação Geométrica

Acontece preferencialmente em ondas com frentes esféricas e cilíndricas, nas quais, a área da frente de onda aumenta a medida que a onda afasta-se do ponto emissor. É esperado que a amplitude da onda decaia pois a energia contida nela se redistribui sob a frente de onda. Como a quantidade de energia é sempre a mesma, a amplitude do deslocamento causado pela passagem da onda sob as partículas do sólido diminui, conforme a Equação 2.23 [Eagle, 2005].

$$u(t, r) = -\frac{1}{4\pi c_1^2} \frac{1}{r^2} g \left( t - \frac{r}{c_p} \right) + \frac{1}{rc_p} g' \left( t - \frac{r}{c_p} \right) \quad (2.23)$$

onde  $r$  é o raio da frente de onda a partir da fonte,  $c_1$  é a velocidade de propagação da onda P,  $g$  é a variação da força aplicada com o tempo  $t$ ,  $g'$  é proporcional à derivada temporal de  $g$ . Na Equação 2.23 o valor  $u$  tem mais dependência de  $g$  quando se está perto da fonte emissora e mais dependência de  $g'$  quando se está longe da fonte, pois o primeiro decai com  $r^2$  e o segundo com  $r$ . Usualmente, o primeiro termo é chamado de campo próximo da fonte e o segundo é chamado campo distante, adotando que  $g'$  não seja identicamente nula. Neste caso está sendo considerado o caso da onda dilatacional, onda P. Também ondas equivolúminiais e de superfície terão comportamento similar. As ondas de superfície tem um decaimento menor proporcional a  $1/r^{0,5}$  na direção da superfície, no campo distante, indicando o potencial desse tipo de ondas em END. Propagações com frente de onda plana, ondas em placas geradas por fontes em linha e ondas em uma dimensão, tais como cordas, barras e vigas não estão sujeitas a atenuação geométrica.

### 2.3.2 Atenuação por dispersão

Dispersão é um fenômeno causado pela dependência da velocidade de propagação com a frequência ocorrente em alguns casos de propagação de ondas em sólidos. Esse fenômeno da dispersão está mais atrelado a geometrias tipo placas e vigas, onde uma ou duas dimensões estão na ordem do comprimento de onda  $\lambda$  [Eagle, 2005].

Seja  $g$  uma perturbação periódica, que possa ser decomposta em harmônicas pela transformada de Fourier. Em seções anteriores já foi apresentada a equação  $c = \omega/k$  que mostra a dependência da velocidade de propagação da onda com a frequência, ou seja, ao iniciar uma viagem pelo sólido,  $g$  vai se decompor em suas harmônicas, pois elas viajarão a velocidades diferentes. O efeito global percebido neste fenômeno é que a amplitude da onda diminui a medida que a mesma se espalha produzindo a atenuação por dispersão. Adiante na dissertação será abordado com mais profundidade o fenômeno da dispersão.

### 2.3.3 Atenuação por espalhamento e difração

A separação das ondas que propagam em um sólido acontece devida à interação da mesma com trincas, discordâncias, trocas de seção e complexidades geométricas, as quais as ondas iram perder intensidade ao colidir com essa descontinuidades. No choque, parte da energia das ondas iram se separar do grupo principal. Também ocorre a interação da onda quando chega à fronteira do sólido, pois parte da onda passará ao outro meio. Por esse dois mecanismos uma onda pode ser atenuada ao viajar, principalmente em um meio complexo, o qual expõe a onda que viaja a mudanças.

### 2.3.4 Atenuação por mecanismos de dissipação de energia

Os meios de propagação não idealizados são ditos não conservativos, pois a energia mecânica, ora potencial, ora cinética, não é conservada durante a troca, o que gera uma atenuação na propagação de uma perturbação. Internamente ao material muitos mecanismos de dissipação de energia agem simultaneamente, alguns em escala atômica, outros em escalas maiores. Um tipo de atenuação que é inerente a qualquer meio onde uma onda mecânica esteja propagando é a atenuação devido dissipação de energia por calor. O fenômeno termoelástico está associado à deformação plástica, criação de novas superfícies em propagação de trincas e interações com movimentos das deslocções do material [Eagle, 2005]. Outro fenômeno chamado histerese causa atenuação do sinal de amplitude da onda, bem como as perdas por efeitos viscosos, que pode ser mensurada através da equação 2.24 [dos Santos, 2008].

$$\alpha_v = \frac{\eta\omega^2}{2c^2\rho} \quad (2.24)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade do meio [ $Ns/m^2$ ],  $c$  é a velocidade de propagação,  $\rho$  é a densidade e  $\omega$  é a frequência angular. Existem também mecanismos de dissipação de energia em escala atômica, mas sua contribuição na atenuação global é ínfima e podem ser desconsiderados em END [Eagle, 2005].

### 2.3.5 Atenuação em estruturas

Uma estrutura real, na prática, está sujeita a ação de todos os tipos de atenuação simultaneamente. Dependendo das características da propagação um ou outro mecanismo de atenuação atuará com mais força, porém, de maneira, geral a atenuação em estruturas pode ser representada pela Equação 2.25, ou seja, no sinal há uma envoltória em forma de exponencial decrescente [Royer e Dieulesaint, 1996].

$$u = U e^{-\alpha x_1} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.25)$$

onde  $U$  representa o deslocamento inicial da perturbação e  $x$  a posição atual a partir do zero (fonte da excitação),  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação em nepers por unidade de comprimento. Um neper é uma escala logarítmica natural correspondente a redução de amplitude de  $e^{-1}$  vezes o valor inicial. O coeficiente de atenuação é também usualmente expresso em decibéis por metro [Eagle, 2005].

### 2.3.6 Atenuação em Decibel

O Decibel é uma escala logarítmica usada em propagação de ondas, em acústica é a escala mais utilizada. O decibel é a décima parte do Bel (homenagem ao inventor do telefone, Alexander Graham Bell), essa, porém, é uma escala pouco usada. A tabela 2.1 apresenta alguns valores que contextualizam a escala. A equação 2.26 abaixo mostra como calcular o valor em decibéis de uma quantidade.

Tabela 2.1 – Atenuação característica em dutos metálicos para coeficientes em decibéis

Condição de propagação	atenuação (dB/m)	Alcance [m]
Trecho reto - bom estado	-0,15 a -0,5	50 a 200
Isolante térmico - bom estado	-0,17 a -0,75	40 a 175
Corrosão leve	-0,5 a -1,5	20 a 50
Corrosão severa	-1 a -2	15 a 30
Revestimento de Kevlar	-0,15 a -1	30 a 200
Revestimento de Epoxi	-0,75 a -1	30 a 50
Trecho enterrado (terra compactada)	-1 a -2	15 a 30
Fita de betume “duro” (espessura < 2,5 [mm])	-1,25 a -6	5 a 25
Fita de betume “macio” (espessura > 2,5 [mm])	-4 a -16	2 a 8
Revestimento de concreto com baixa adesão	-4 a -16	2 a 8
Revestimento de concreto com alta adesão	-16 a -32	1 a 2

$$\alpha_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{A_0}{A} \right) \quad (2.26)$$

$A_0$  representa um valor de referência, por exemplo quando se está trabalhando com acústica como som audível, os valores de referências serão os umbrais da audição humana.

A grande vantagem de usar esse tipo de escala é agrupar uma grande faixa de valores para facilitar a visualização das informações. Além disso, a escala em decibels na acústica audível é muita adequada pois a percepção do ouvido humano se dá em forma logarítmica, por essa razão a utilização do decibel na área de ondas é usual e está presente em diversos trabalhos e também equipamentos.

A conversão do coeficiente de atenuação em nepers para decibel, e vice-versa, pode ser feito com base na equação 2.27 [dos Santos, 2008].

$$\alpha_{dB} = 8.7\alpha \quad (2.27)$$

## 2.4 Propagação de ondas em hastes finas

Hastes finas são elementos estruturais com alto grau de esbeltez, onde as dimensões da seção transversal são muito menores que o comprimento. Nessa seção será abordada a teoria de propagação nesse tipo de estrutura. Três teorias principais são abordadas: tração/compressão, torção e flexão, a seguir serão apresentadas as três abordagens com foco nos pontos mais relevantes ao presente trabalho.

### 2.4.1 Propagação da onda longitudinal

A equação que governa a propagação de ondas longitudinais em hastes é obtida através do equilíbrio de um segmento infinitesimal da haste, conforme mostrado na figura 2.5.

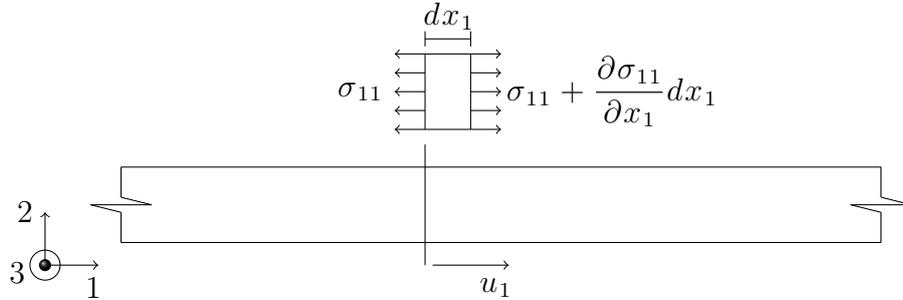


Figura 2.5 – Equilíbrio longitudinal haste.

Aqui estão sendo assumidas as condições clássicas da mecânica de barra, como tensão uniaxial, seção constante e isotropia. Mas um dos principais efeitos que está sendo negligenciado é o efeito de inércia lateral, que está associado ao movimento de expansão/compressão da barra por efeito de Poisson durante a passagem da onda, no caso, onda longitudinal, no anexo A o tópico da inércia lateral será abordado de maneira mais detalhada.

$$-\sigma_{11}\bar{A} + \left(\sigma_{11} + \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1}dx_1\right)\bar{A} = \rho\bar{A}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.28)$$

onde  $\bar{A}$  representa a área da seção transversal da haste. Reescrevendo 2.28 com as devidas considerações chega-se há:

$$E\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.29)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade. Aqui novamente é vista a equação da associada a tipologia estrutural já estudada. A velocidade de propagação da onda longitudinal pode ser considerada, pela equação da onda 2.1, como:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.30)$$

Vale lembrar que o presente trabalho disserta sobre a propagação de ondas de tensão em haste finas, as mesmas podem hora ser consideradas barras, hora serem consideradas vigas, dependendo da análise vibratória na qual se está interessado. A seguir será apresentada a propagação de uma onda torsional pela haste.

## 2.5 Propagação da onda torsional

A torsão em hastes retangulares produz esforço axial. A figura 2.6 apresenta as grandezas físicas envolvidas neste tipo de esforço mecânico em um pedaço infinitesimal de uma haste retangular. O esforço torsional apresenta grande dependência com a geometria da seção transversal da haste, sendo as seções circulares as mais simples de serem analisadas, pois não apresentam empenamento da seção quando submetidas à torsão, as outras seções apresentaram empenamento quando solicitadas por torsão. O empenamento é um movimento da seção transversal da haste fora do plano da mesma, sua formulação é complexa e com forte dependência na geometria.

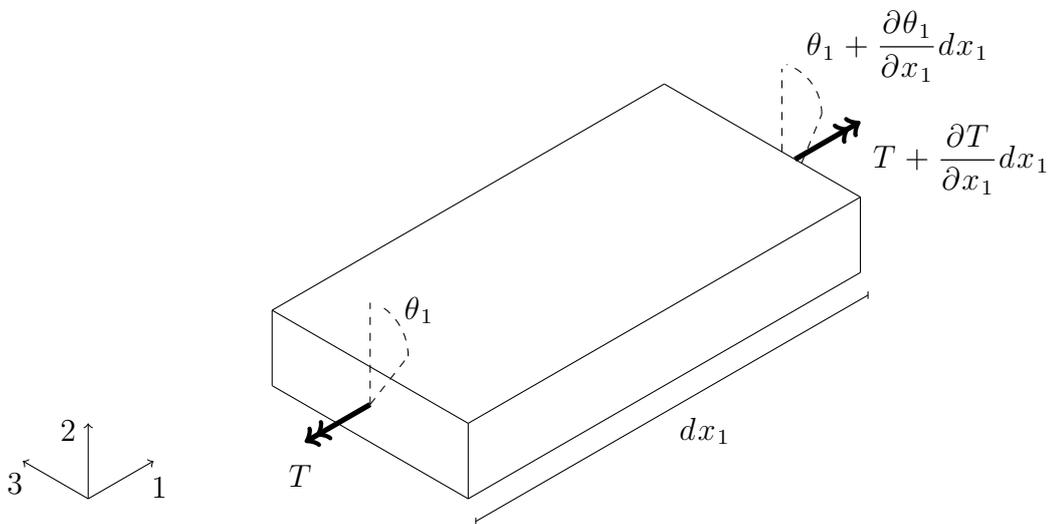


Figura 2.6 – Torsão sob um pedaço infinitesimal de uma haste retangular

A equação 2.31 representa o equilíbrio sobre o elemento infinitesimal, considerando apenas momento torsor aplicado.

$$-T + \left( T + \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 \right) = \rho J dx_1 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial t^2} \quad (2.31)$$

onde  $T$  é o momento torsor em  $[N/m^2]$ ,  $\theta_1$  é o giro entorno do eixo 1 e  $J$  é o momento polar de inércia  $[m^4]$ . A equação 2.32 é a lei de Hook, para hastes sob torsão.

$$T = C_T \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \quad (2.32)$$

onde  $C_T$  representa a rigidez torsional dada em  $[N/m]$ . Substituindo 2.32 em 2.31 chega-se há:

$$C_T \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x_1^2} = \rho J \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial t^2} \quad (2.33)$$

Observando a expressão 2.33 novamente se vê o molde da equação da onda 2.1 onde

a velocidade de propagação será:

$$c_T = \sqrt{\frac{C_T}{\rho J}} \quad (2.34)$$

No caso da haste de seção retangular  $C_T = a^3 b \mu / 3$ . Onde  $a$  e  $b$  são a base e a altura do retângulo que forma a seção da haste, também a seguinte condição deve ser verificada:  $a \gg b$ . A seguir será apresentada a propagação de uma onda flexural pela haste.

## 2.6 Propagação da onda flexural em hastes

Essa seção trata de linhas gerais da propagação de ondas transversais causadas por momento fletor. A figura 2.7 mostra as forças aplicadas consideradas para o desenvolvimento do equilíbrio sobre um elemento infinitesimal da haste.

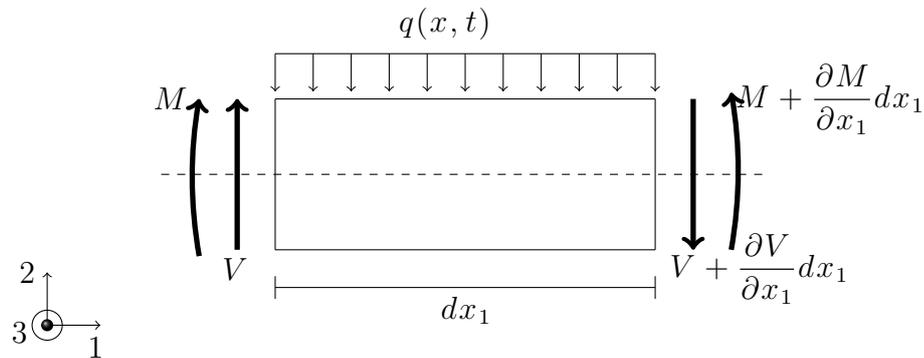


Figura 2.7 – Equilíbrio sobre pedaço infinitesimal de uma haste retangular

No equacionamento que segue estão sendo feitas as considerações de Euler - Bernoulli no desenvolvimento de vigas. A linha neutra cruza o centróide da seção transversal e a seção transversal permanece transversal a dita linha. Também são consideradas condições de isotropia, seção constante ao longo da viga e forças de corpo nulas.

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} = -\frac{M_3}{EI_3} \quad (2.35)$$

onde  $M_3$  e  $I_3$  são momento e o momento de inércia da seção em torno do eixo 3 [ $N/m$ ] e [ $m^4$ ].

$$V_2 = \frac{\partial M}{\partial x_1} \quad (2.36)$$

onde  $V_2$  é a força de cisalhamento [ $N$ ], no sentido do eixo 2. O somatório de forças na direção 2 resulta:

$$-V_2 + \left( V_2 + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} dx_1 \right) = \rho \bar{A} dx_1 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad (2.37)$$

Substituindo 2.36 em 2.37 se chega à:

$$\frac{\partial^2 M_3}{\partial x_1} = \rho \bar{A} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad (2.38)$$

Substituindo 2.35 na equação 2.38 se chega à:

$$\frac{\partial^4 u_2}{\partial x_1^4} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = 0, \quad a = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.39)$$

Substituindo a solução harmônica trata anteriormente:  $u_2 = Ae^{i(kx - \omega t)}$  na equação 2.39 resulta:

$$k^4 - \frac{\omega^2}{a^2} = 0 \quad (2.40)$$

No caso das ondas flexurais, sendo a mesma uma função harmônica, a velocidade de propagação vai ter dependência do comprimento de onda e frequência, evidenciado na equação 2.40. Em termos da velocidade de fase :

$$c_f = ak \quad (2.41)$$

A expressão 2.41 ilustrada na figura 2.8 mostra a dependência das propriedades geométricas e material na velocidade de propagação do modo flexural, vale ressaltar que uma série de considerações simplificadoras foram feitas para que a curva da 2.41 pudesse ser gerada, bem como a condição de impor a solução harmônica. A relação entre comprimento de onda  $k$  e frequência  $f$  é chamada de curva de dispersão. Esse nome é dado à essas curvas porque através da análise das mesmas é possível determinar o quanto um determinado modo de propagação dispersa ao viajar pelo guia de ondas.

Mais à frente o assunto será trazido a tona novamente, pois a curva de dispersão em ondas guiadas é uma ferramenta de trabalho indispensável, que contém uma série de informações úteis ao trabalho. A própria dispersão, que pode ser analisada com essas curvas, é uma característica do modo propagador que obrigatoriamente deve ser analisada previamente à escolha de modos de propagação utilizados em técnicas de END. Quanto mais dispersivo o modo de propagação menos distância ele trafega sem se dissolver no meio.

Até agora a propagação foi tratada a partir das equações da elasticidade, nas próximas seções a abordagem da propagação será do ponto de vista da física ondulatória, os quais serão agregados os conceitos de reflexão para modelar a propagação, ainda é uma abordagem analítica porém mais moderna que as apresentadas anteriormente.

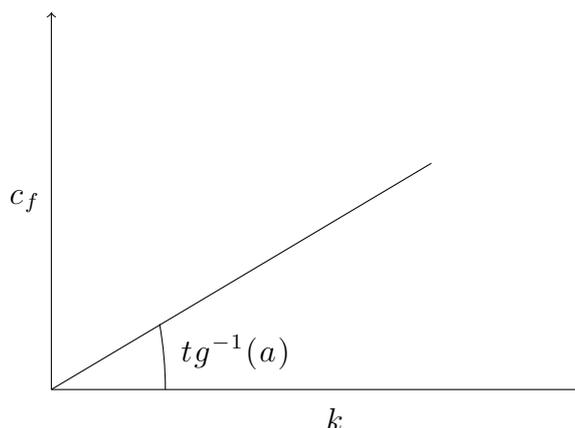


Figura 2.8 – Curva de dispersão teórica obtida de forma analítica do modo flexural

## 2.7 Ondas de Lamb

A principal contribuição dos estudos de Horace Lamb para a mecânica ondulatória recai sobre placas. Placas são geometrias conhecidas por possuir uma dimensão muito menor que as outras duas e tem muitas aplicações em engenharia. Inicialmente será apresentada a ideia geométrica da solução de Lamb, para, a posteriori, serem apresentadas as relações matemáticas obtidas por Lamb, que permitem o cálculo das curvas de dispersão em placas infinitas.

### 2.7.1 Incidência oblíqua

Nesta subseção será mostrada a ideia central das ondas de Lamb, que consiste em uma onda com frente plana viajando obliquamente e chocando-se com as bordas da placa, figura 2.9. Para facilitar o entendimento, nessa primeira abordagem será desconsiderada a resistência ao cisalhamento do material, ou seja, a porção de placa mostrada na figura 2.9 é feita de um fluído e por essa razão a onda incidente não irá se particionar em duas como mostrou a lei de Snell, apresentada na seção 2.2 deste trabalho, pois a onda S não existe em meios fluídos.

Na figura 2.9 o vetor de onda  $k$  que é perpendicular a frente de onda pode ser decomposto em  $k_1$ , componente na direção 1 e  $k_2$ , na direção 2, sendo que  $k = k_1 + k_2$ . A direção de propagação é 1 e na direção 2 esse modelo trata da propagação como uma onda estacionária e harmônica, como se mesma estivesse presa num ressonador, um modelo análogo ao do ressonador é a corda de um violão, que quando tocada vibra por inteiro e a onda contida na corda é dita estacionária. A partir dessa idéia a equação 2.42 mostra a condição de ressonância para uma placa de espessura  $L$ , onde  $n$  deve ser um número inteiro, para o caso de  $n$  não inteiro o modo é dito evanescente, por

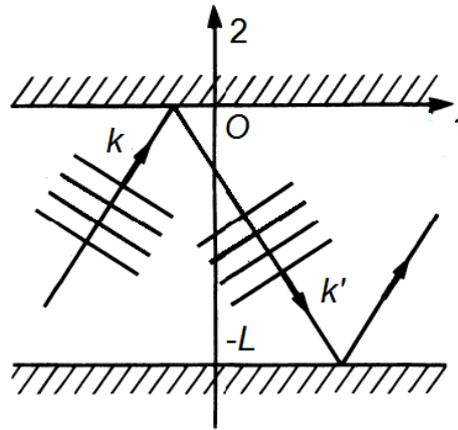


Figura 2.9 – Imagem mostrando onda plana viajando, refletindo nos bordos do guia de ondas [Royer e Dieulesaint, 1996].

que não propaga e fica fora das curvas de dispersão [Royer e Dieulesaint, 1996].

$$k_2 = \frac{n\pi}{L} \quad (2.42)$$

Agora será introduzida a variável  $\beta$  que excepcionalmente nessa seção representa o número de onda na direção de propagação, com a decomposição do vetor de onda  $k$  elevada ao quadrado,  $\beta$  resulta em:

$$\beta^2 = k^2 - k_2^2 = k^2 - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \quad (2.43)$$

A velocidade de fase, conforme já foi colocado em seção anterior vale:  $c = \omega/k$ . Reescrevendo essa expressão 2.43 em termos de  $\beta$  se obtém:

$$\omega = c\sqrt{\beta^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \quad (2.44)$$

A figura 2.10 mostra as curvas de dispersão calculadas conforme a expressão 2.44 ( $\omega(\beta, c)$  e  $c(\omega, \beta)$ ). para alguns valores de  $n$ . As curvas de dispersão são uma grande ferramenta de investigação em propagação de ondas em sólidos. Quando se está trabalhando com ondas harmônicas, a frequência e comprimento de onda são variáveis que estão dentro da solução e as curvas de dispersão estarão presentes, serão possíveis de calcular e serão de grande utilidade, principalmente quando escritas em termos da velocidade de fase. A sequência segue a solução de Lamb para placas, construída sobre a equação 2.13, equação de Navier, com os conceitos abordados acima.

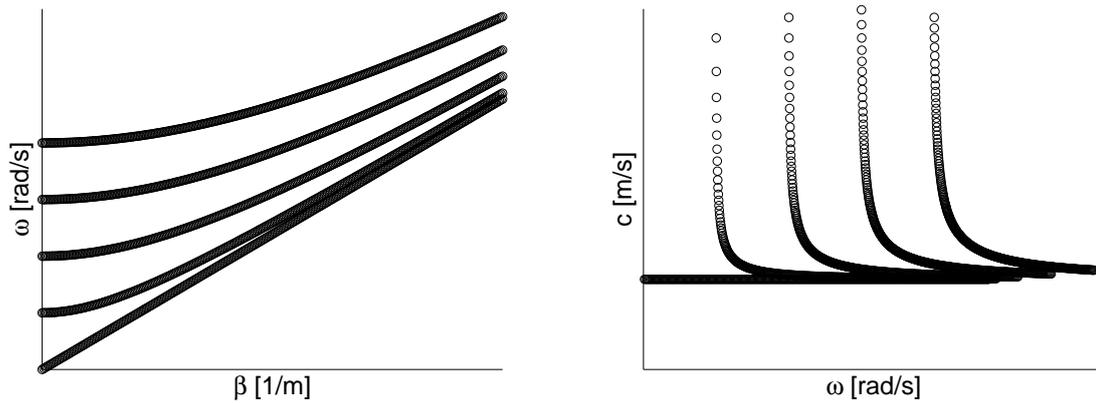


Figura 2.10 – Curvas de dispersão para uma placa de fluido. Esquerda a relação da frequência com o comprimento de onda e na direita a relação da velocidade de propagação com a frequência.

### 2.7.2 Solução de Lamb - propagação em placas sólidas

A propagação em placas é de grande valor didático, pois sua solução, quando obtida através das equações de Rayleight-Lamb, as quais serão apresentadas a seguir, não possuem dependência no tempo. Fica a cargo das curvas de dispersão todas as possibilidades de modos propagadores (maneiras da onda propagar) que a placa pode ter, funcionando como um mapa da propagação. Em uma estrutura específica as curvas de dispersão da estrutura são limites que não serão ultrapassados, ou seja, nunca haverá uma onda que propague com um par  $(\omega; k)$  que esteja fora das linhas das curvas de dispersão [Rose, 2003]. O modelo apresentado nessa seção é desenvolvido em duas dimensões e, por esse motivo é incompleto do ponto de vista da propagação. Existe ainda em placas uma família de modos chamados SH, esses modos não são captados pelo modelo de Lamb apresentado nessa seção. O modo SH consiste numa onda cisalhante (onda S) atuando no plano formados pelos eixos 1-3, no sentido de 3 e propagando no sentido de 1 (ver os eixos na figura 2.11). Mais informações sobre o modo SH de placas podem ser encontradas no segundo volume de [Auld, 1973].

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_p^2} - k^2, \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2} - k^2 \quad (2.45)$$

$$\frac{tg(qh)}{tg(ph)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2} \quad (2.46)$$

$$\frac{tg(qh)}{tg(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq} \quad (2.47)$$

onde a expressão 2.46 refere-se aos modos simétricos e a expressão 2.47 refere-se aos modos antissimétricos. O modos simétricos (S) possuem simetria em relação a linha central da placa  $x_2 = h/2$  e antissimétricos (A) em relação ao eixo 2 e os modos

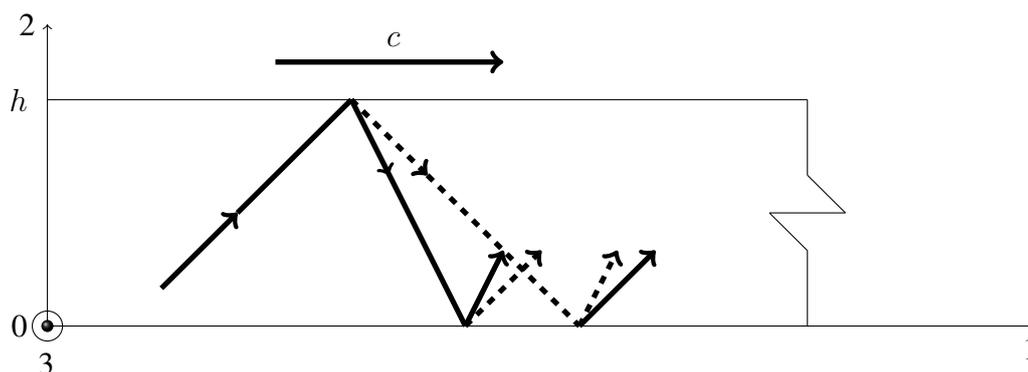


Figura 2.11 – Esquema da placa modelada por Lamb, onde se pode ver uma perturbação oblíqua propagando

antissimétricos são o contrário. As expressões 2.45 - 2.47, foram obtidas a partir da equação 2.13 reescrita para o estado plano de deformações. Para se chegar a esse resultado também foi considerada a onda estacionária no sentido 2 e a condição de contorno de borda livre, ou seja, tensão nula nas superfícies da placa. Esse conjunto de equações é encontrado na literatura como equações de Rayleight-Lamb que é um conjunto de equações transcendentes. A dedução completa pode ser encontrada em detalhes no livro de Joseph L. Rose, páginas 79-83 [Rose, 2014].

Na figura 2.11 as setas pretas indicam uma onda longitudinal e as pontilhadas, a onda de cisalhamento. A imagem ilustra uma onda longitudinal com incidência oblíqua refletindo nas bordas da placa. Apesar de parecer que ao longo da propagação a onda irá se transformar num infinito de pequenas frentes, pois a cada choque na borda uma onda se reflete em duas (lei de Snell), na verdade a onda, depois de um trecho transiente, assume um padrão onde as reflexões irão se repetir do ponto de vista geométrico, de tanto em tanto, formando o modo propriamente dito, sendo que é esse um padrão que se repete no espaço e no tempo.

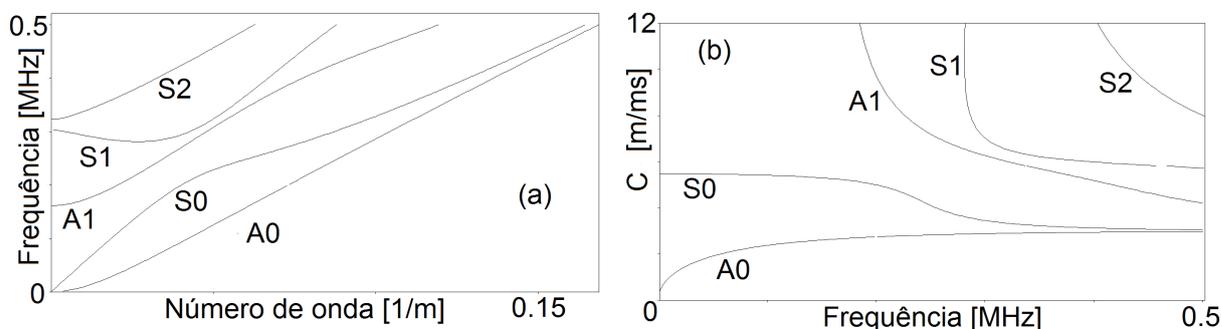


Figura 2.12 – Curvas de dispersão para uma placa sólida de titânio. A refere-se aos modos assimétricos e S aos simétricos

As curvas apresentadas na figura 2.12 foram obtidas pela solução das equações de Rayleight-Lamb pelo programa comercial Disperse@, calculadas para uma placa

de titânio (material que a versão free do programa oferece) de espessura de 10 [mm], as propriedades do titânio são:  $E = 120[GP a]$  e  $\mu = 44[MP a]$ . Na propagação em placas ainda existe um modo de propagação chamado SH (ondas de Love) [Su e Ye, 2009], já comentado anteriormente.

Comparando a figura 2.12 com a figura 2.10, curvas de dispersão para uma placa sólida e uma fluída respectivamente, é possível notar o que, no modelo fluído apenas uma linha parte da origem no domínio frequência por número de onda, enquanto do modelo sólido partem duas curvas da origem.

Quando for acrescentada mais uma dimensão ao problema (passagem da placa para haste) teremos mais duas curvas partindo da origem, como será apresentado seção 5.1) posteriormente (ver figura 5.1), mostrando que a complexidade do traçado das curvas de dispersão vai aumentando a medida que aumenta o número de restrições geométricas.

No trabalho de Cegla, ao investigar a distribuição de energia dos modos de propagação em altas frequências para hastes finas [Cegla, 2008], é possível observar na figura 3 do artigo que calcular as curvas de dispersão para uma placa de espessura igual a um dos lados da haste e, posteriormente, calcular as curvas de dispersão para uma placa de espessura igual ao outro lado da haste, e sobrepor as curvas encontradas, tem como resultado as curvas de dispersão da respectiva haste, porém incompletas, pois essa metodologia não engloba as ondas de flexão e torção entre outras limitações.

## **2.8 Efeitos acoplados em vibrações torsionais de hastes**

As vibrações torsionais em hastes possuem um efeito acoplado devido ao empenamento da seção transversal da haste. Apenas seções circulares não apresentam empenamento, por tanto, hastes com esse tipo de seção não apresentaram os efeitos acoplados e uma onda torsional pode propagar sozinha e de maneira muito estável. Porém se a seção não for circular, uma torção pode gerar um movimento no sentido longitudinal da haste e, caso o centróide da seção não coincida com o centro de corte da mesma, uma torção pode gerar um efeito acoplado de flexão, caso de uma seção que não possuem dois eixos de simetria. O estudo detalhado desse efeito pode ser encontrado no trabalho de Deger, que desenvolveu um estudo específico sobre o tema [Deger, 1984]. Mais adiante, no presente trabalho, essa característica da propagação será observada na investigação dos modos de propagação das hastes de seção retangular. Os efeitos do acoplamento na propagação de modos é um tema interessante e pouco encontrado na literatura.

### 3 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DAS CURVAS DE DISPERSÃO

Esse capítulo disserta sobre como obter as curvas de dispersão para guias de onda com apenas uma dimensão infinita. Analiticamente já foram apresentadas algumas soluções no capítulo anterior, porém atualmente vêm-se desenvolvendo metodologias que são capazes de traçar as curvas de dispersão completas. Essas metodologias usam técnicas numéricas associadas a uma abordagem analítica.

No estudo da mecânica ondulatória o problema tem caráter dinâmico, a resposta sempre tem uma dependência no tempo e outra no espaço. Num modelo numérico, ao buscar melhor refino e, por conseguinte, precisão tem-se que aumentar a discretização em ambas variáveis, tempo e espaço, o que acaba restringindo o modelo numérico, pois o mesmo se torna muito pesado do ponto de vista do processamento computacional, quando se trabalha com um esquema de elementos finitos explícito, usual para simulações dinâmicas. Devido a essa dificuldade pesquisadores investem em métodos semi-analíticos de investigação da propagação em estruturas tipo guia de ondas. Esses métodos são capazes de calcular as curvas de dispersão. As curvas de dispersão podem ser consideradas como um mapa das formas de propagação do guia de ondas. Três métodos de obtenção das curvas de dispersão serão apresentados e comentados. Apesar de gerarem o mesmo resultado, cada um dos métodos possui características próprias. Os métodos quando usados em conjunto permitem a geração das curvas de dispersão e a compreensão das formas dos modos associados a elas.

Esses métodos são encontrados na literatura com a sigla SAFE “semi analical finite element method”. Na continuação são apresentadas três metodologias utilizadas para determinar as curvas de dispersão em estruturas com duas dimensões finitas. Na primeira os deslocamentos no sentido do guia de ondas é decomposto em funções harmônicas dependentes de  $k$  e  $\omega$ ; a segunda realiza uma análise modal sobre um modelo de elementos finitos tridimensional sobre o qual aplicam-se condições de contorno periódicas na direção de propagação das ondas. No terceiro modelo os modos de vibração de um modelo axissimétrico de elementos finitos são calculados de maneira seletiva.

#### 3.1 Determinação das curvas de dispersão utilizando decomposição do deslocamento na direção do guia de ondas em harmônicas

Essa metodologia consiste em propor como solução para o campo de deslocamentos  $u(x_1, x_2, x_3, t)$  a expressão 3.1.

$$u = U(x_2, x_3)e^{\sqrt{-1}(kx_1 - \omega t)} \quad (3.1)$$

Onde  $U$  representa a amplitude do deslocamento,  $t$  o tempo,  $x_n$  a coordenada espacial na direção  $n$ .

A equação 3.2 é a equação de Cauchy e governa o equilíbrio estático em um domínio  $\Omega$ . A equação 3.3 representa as tensões  $\sigma_i$  sobre o contorno  $\Gamma$ , ou seja, as condições de contorno.

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_l} + \rho \omega^2 u_i = 0 \quad em \quad \Omega \quad (3.2)$$

$$\sigma_i = C_{ijkl} \frac{\partial u_j}{\partial x_l} n_k \quad em \quad \Gamma \quad (3.3)$$

com  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ , onde  $n_k$  representa o vetor normal as fronteiras (contornos).  $C$  é a matriz constitutiva. Originalmente o segundo termo da equação 3.2 representa as forças de corpo, porém nessa versão adaptada está sendo considerado o produto do deslocamento pelo quadrado da frequência, que mantém a consistência dimensional ([N]) e irá permitir a implementação da metodologia. A substituição da equação 3.1 em 3.2 e 3.3 define completamente o problema a ser resolvido.

A estratégia utilizada nesse método para a solução do problema descrito é resolvê-lo como um problema de autovalores quadrático. Essa estratégia é uma técnica de solução de problemas de valor inicial. No presente trabalho o software COMSOL é usado nessa solução. Ele tem disponível a equação 3.4 como uma EDP (equação diferencial parcial) genérica [COMSOL, 2013]. O softwear tem a capacidade de resolver essa equação em autovalores e autovetores sobre um domínio definido, e a escolha dos coeficientes que estão à frente de cada termo que faz a transformação da equação 3.4 na equação 3.2. A equação 3.5 também está disponível na EDP em forma de coeficientes genérica do COMSOL, refere-se as condições de contorno, e também a escolha dos coeficientes deve ser coerente para que ajuste a condição de contorno conforme a equação 3.3.

$$-\lambda d_a \bar{U} + \nabla(-c \nabla \bar{U} + \alpha \bar{U}) - \beta_1 \nabla \bar{U} - a \bar{U} = f \quad (3.4)$$

$$-n(c \nabla \bar{U} + \alpha \bar{U}) = 0 \quad (3.5)$$

As letras  $c$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  da equação 3.4, aqui são matrizes de coeficientes, bem como  $d_a$  e  $a$ .  $\lambda$  é o autovalor calculado. E o arranjo dos coeficientes também é tal que coloca o  $k$  da expressão no seu lugar. Logo, cada autovalor calculado é um número de onda do guia e associado a ele está um autovetor que é o campo de deslocamento do modo. A geração das curvas de dispersão se dá pela solução do problema descrito

para diferentes valores de  $\omega$ . A passagem detalhada do problema elástico no PVI do COMSOL e outros aspectos do método pode ser encontrada no trabalho de referência Mihai Predoi [Predoi et al., 2007].

Algumas observações adicionais sobre a metodologia apresentada:

- A estratégia de adaptar o problema descrito em um problema disponível no pacote comercial de simulações numéricas pode ser substituído pela solução do problema formado pelas equações 3.2 e 3.3 juntamente com 3.1, através de sua forma fraca via elementos finitos. Detalhes da implementação podem ser consultados no trabalho de Takahiro Hayashi [Hayashi et al., 2003].
- No anexo C encontram-se as matrizes de coeficientes que foram utilizadas pra gerar as curvas de dispersão ora estudadas. Os resultados obtidos são apresentados no capítulo 5.
- No trabalho de Mihai [Predoi et al., 2007], onde encontra-se a dedução completa da metodologia aqui exposta, é comentado também o potencial do método para calcular curvas de dispersão de estruturas transversalmente periódicas como chapas com reforço, por exemplos, chapas de cascos de navios. A metodologia permite o cálculo da velocidade de grupo. O cálculo da velocidade de grupo não foi implementado no presente trabalho.

### **3.2 Determinação das curvas de dispersão calculando modos e frequências em um modelo de elementos finitos tridimensional, considerando condições periódicas**

Neste caso o método consiste em modelar em elementos finitos uma porção do guia de onda, conforme representa o detalhe da figura 3.1, e sobre as faces **A** e **B** são aplicadas as condições de contorno periódicas. Essas condições de contorno fazem o acoplamento entre os deslocamentos das faces de modo que a face **A** tenha um deslocamento igual a face **B**, ou deslocamento da face **A** seja igual a da **B** em módulo, porém sentido contrario.

As condições de contorno periódicas são aplicadas no modelo nó a nó, de maneira que cada nó da face **A** tem seu respectivo par na face **B** e ambos estão acoplados. No presente trabalho o método foi implementado no software Ansys [Ansys, 2009], cujo o comando que permite a aplicação das condições periódicas é chamado **ce**. Através do comando o acoplamento entre os nós é regido pela equação 3.6.

$$\sum_{i=1}^n (u_{Aj}^i C_A + u_{Bj}^i C_B) = 0 \quad (3.6)$$

Sendo  $u_{Aj}^i$  o deslocamento do  $i$ ésimo nó da face **A** na direção  $j$  e  $u_{Bj}^i$  o deslocamento

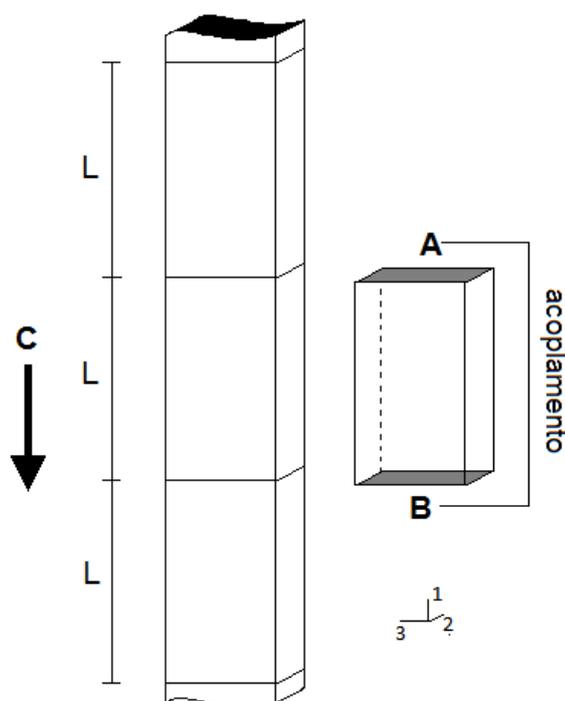


Figura 3.1 – Porção do guia de ondas utilizado na elaboração do modelo de comprimento  $L$ . No detalhe as faces **A** e **B** sob as quais são aplicadas as condições de contorno periódicas

do  $i$ ésimo nó parente pertencente a face **B** e  $C_A$  e  $C_B$  os coeficientes escalares que determinam as características desta restrição.

Aplicando as condições de contorno sobre o deslocamento das seções laterais do modelo, a análise modal do mesmo fornece as frequências de vibração, que serão as frequências (imagem) das curvas de dispersão. O domínio  $k$  é o inverso do número de onda  $\lambda$ . Esse por sua vez sai da expressão:

$$\lambda = \frac{L}{p} \quad (3.7)$$

onde  $L$  é o comprimento do modelo (um valor arbitrário que pode ser convenientemente escolhido, acordo com a região das curvas de dispersão de interesse) e  $p$  é o valor de vezes que o padrão de deslocamentos pertencente ao modo se repete dentro do modelo. A figura 3.3 ilustra a relação entre  $p$ ,  $L$  e  $\lambda$  de maneira esquemática. Na prática, a determinação de  $p$  depende de uma análise visual de cada um dos modos calculados. O objetivo do método consiste em, com as condições periódicas impostas, fazer com que o modelo imite o comportamento do guia de ondas na passagem de uma propagação. Procedendo dessa maneira é possível gerar as curvas de dispersão de um guia de ondas de qualquer geometria.

A grande vantagem dessa metodologia é a possibilidade da visualização do

modo de propagação em um modelo de três dimensões. A desvantagem está na dificuldade de automatização do método. Mais detalhes podem ser encontrados no trabalho de referência [Sorohan et al., 2011].

Na continuação são apresentadas algumas observações adicionais sobre a implementação do método proposto nessa seção:

- É importante entender que há uma liberdade na escolha da relação entre as condições de contorno das faces **A** e **B**, pois a lógica da metodologia é através das condições de contorno reproduzir o deslocamento do guia de ondas à passagem de uma perturbação. E através da escolha das condições de contorno se pode dar preferência pelo deslocamento característico de um o outro modo.
- A princípio se poderia trabalhar com os contornos livres para deslocar como quiserem, porém ao calcular os modos de vibração via análise modal apareceriam modos que não pertencem ao guia de ondas e também, seria dificultada a identificação dos modos uma vez que essa tarefa deve ser feita através de uma inspeção visual como será apresentado mais adiante. Por essas razões se aplicam as condições periódicas.

A figura 3.2 representa esquematicamente como seriam os deslocamentos devido condições de contorno simétricas e antissimétricas aplicas sobre a face do modelo.

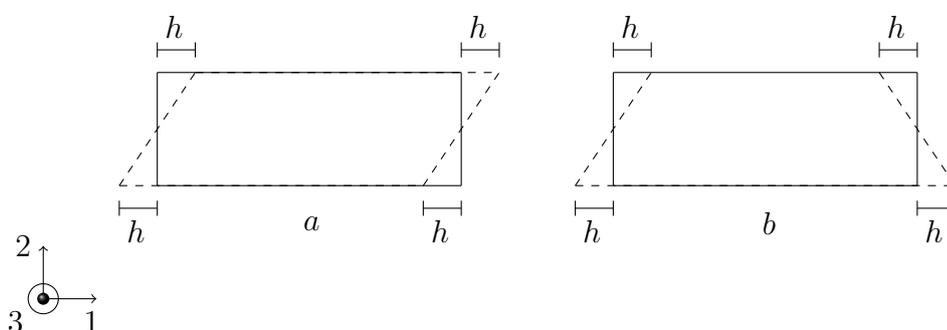
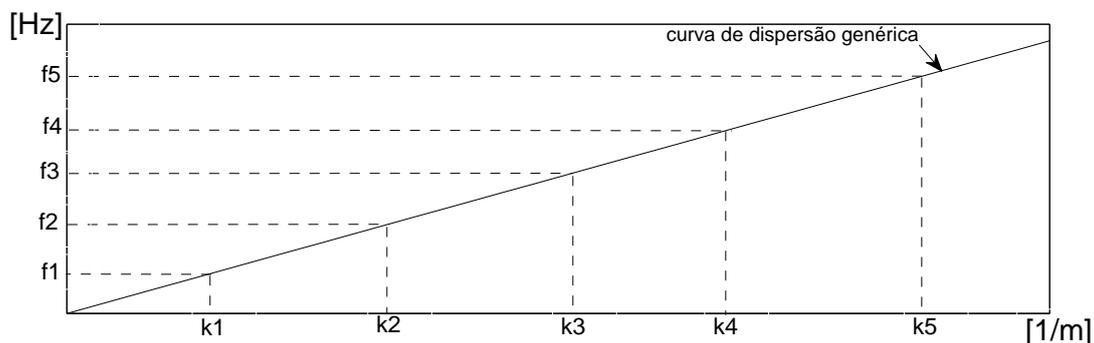


Figura 3.2 – condições de contorno simétricas (b) e antissimétricas (a)

Ao rodar a análise modal por elementos finitos serão calculadas uma série de frequências naturais, cada qual com seu respectivo campo de deslocamentos característico (modo de vibração). Dentre modos gerados é possível determinar padrões que vão se repetindo, ou seja, a uma determinada frequência  $f$  o modelo apresenta um campo de deslocamentos e a uma frequência  $f'$  ( $f > f'$ ) irá aparecer o mesmo campo de deslocamentos porém reduzido, de forma que o padrão se repete diferentes vezes dentro do modelo de tamanho  $L$ . E isso vai acontecendo sucessivamente, na medida que vão sendo calculadas frequências mais altas na análise modal os padrões vão se repetido, porém cada vez menores. Cada padrão será um modo propagador e cada frequência onde aparece o mesmo modo é uma frequência pertencente a curva

do respectivo modo.



(a) Curva de dispersão genérica

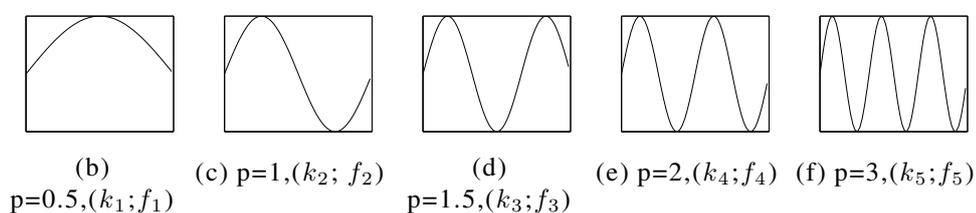


Figura 3.3 – Evolução do modo com o aumento da frequência,

Na figura 3.3 é possível acompanhar como o método estudado nessa seção trabalha, (a) representa uma curva de dispersão genérica de um modo qualquer do guia de onda. Essa é a curva que se quer gerar, (b) (c) (d) (e) e (f) representam os modos calculados (aqui didaticamente estão representados por uma linha, na prática o resultado é um campo 3D) para o modelo de tamanho  $L$ . Pode-se notar que o número de vezes que o padrão se repete vai aumentando junto com a frequência, enquanto  $L$  permanece o mesmo. Assim, procedendo dessa forma é possível gerar as curvas de dispersão de qualquer guia de onda. Existem estudos sobre a automatização da geração da curva através de um tratamento matemático sobre os modos encontrados no trabalho de Stefan Sorohan, que foi a referência sobre a metodologia da presente dissertação [Sorohan et al., 2011]. Pode ser consultada a técnica do número de MAC que refere-se a mencionada construção das curvas de forma automatizada bem como podem ser consultados outros detalhes sobre o método. Neste trabalho a metodologia foi usada na confecção das curvas de dispersão de uma haste de seção retangular, a implementação foi feita "artesanalmente" porém os resultados foram muitos satisfatórios como será visto no capítulo 5.

### 3.3 Determinação das curvas de dispersão calculando modos e frequências num modelo de elementos finitos axissimétrico

O terceiro método estudado modela o guia de ondas através de um aro, no qual a seção do guia de ondas será a seção transversal do aro, perpendicular a tangente do

mesmo. O aro é um sólido de revolução e, desde que as condições de contorno possuam também simetria axial, o mesmo pode ser resolvido por um modelo construído em elementos finitos axissimétricos [Boeraeve, 2010]. Em análise modal de modelos dessa natureza, os pacotes de simulação oferecem uma maneira de pré estabelecer quantos nós e antinós os modos encontrados na análise podem ter, é como aplicar uma restrição nos deslocamentos da seção transversal periodicamente. o caso do aro, a restrição de deslocamentos perpendiculares a seção transversal ( $u_1 = 0$ ) gera os antinós. e a restrição nos deslocamentos paralelos a seção ( $u_2; u_3 = 0$ ) gera os nós. A figura 3.4 ilustra um aro de raio  $R$  com 16 nós e 16 antinós fixados.

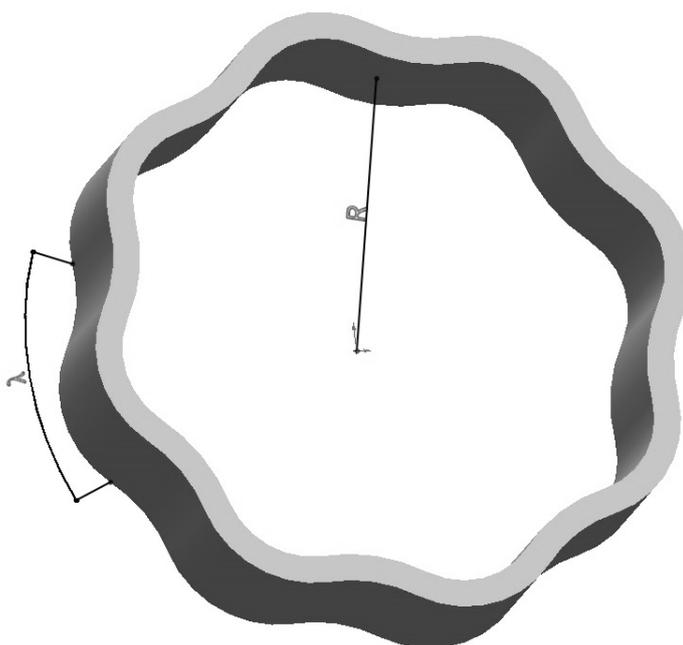


Figura 3.4 – Esquema do safe por modelo axissimétrico com  $C_{order} = 8$

Nos softwares comerciais de elementos finitos, que oferecem a análise modal de modelos axissimétricos, é usual o set da condições de contorno descritas através de um comando. Esse comando pré-estabelece, então, a quantidade de comprimentos de onda  $\lambda$  o qual o modelo está sujeito a vibrar. Essa quantidade é fixada através de um valor, cujo o nome na literatura foi encontrado como  $C_{order}$  [Cegla, 2008]. Com base nisso, confeccionando um modelo com um raio  $R$  com dimensões muito maior que as dimensões da seção transversal é possível fixar  $k$ , através da expressão 3.8 (lembrar que  $k = 2\pi/\lambda$ ).

$$\lambda = \frac{2\pi R}{C_{order}} \quad (3.8)$$

onde  $R$  é o raio do aro e  $C_{order}$  é o parâmetro estabelecido na confecção do modelo axissimétrico em elementos finitos.

Para obter as curvas de dispersão utilizando esse método deve-se fazer uma varredura na banda de comprimentos de onda de interesse. Para variar o valor de  $k$  se deve variar o valor de  $C_{order}$  ou  $R$  e, conseqüentemente, irá variar o valor de  $\lambda$  e  $k$ . Para cada novo valor de  $C_{order}$  a análise modal calculará um conjunto de frequências naturais, sendo que cada uma delas pertence a um modo propagador do guia de ondas, ou seja, o par  $[k(R, C_{order}); \omega]$  (análise modal) será um ponto das curvas de dispersão do guia de ondas com mesma seção transversal do aro. A confecção das curvas de dispersão se dá através da solução da análise modal amíúde, para diferentes valores de  $C_{order}$  e  $R$ , sendo que a cada solução são gerados pontos das curvas de mesmo  $k$  e diferentes  $\omega$ s. Trabalhando dessa forma é gerada uma nuvem de pontos, que quando plotados e ligados corretamente entre si revelam a curvas de dispersão.

No presente trabalho foi utilizado o sistema Ansys para a confecção do modelo axissimétrico, cujo o comando que permite a fixação do  $C_{order}$  chama-se **mode** [Ansys, 2009]. Mais detalhes sobre essa forma de determinar pontos da curva de dispersão, utilizando esse método, podem ser encontrados em [Cegla, 2008]. Resultados obtidos no cálculo das curvas de dispersão utilizando o método aplicado a uma haste retangular metálica são apresentados no capítulo 5.

Algumas observações relevantes ao estudado na presente seção:

- A grande vantagem desse método refere-se à drástica redução no custo computacional do modelo de elementos finitos do guia de ondas estudado [Boeraeve, 2010]. Para a confecção do modelo em elementos finitos é necessário desenhar apenas a seção transversal do guia de ondas.
- O procedimento pode ser aplicado a guias de ondas de qualquer seção transversal. Podem ser dutos, trilhos de trem, seções com materiais diferentes com dutos revestidos, guias de onda que estejam livres como uma tubulação suspensa ou com condições de contorno periódicas, como os dormentes dos trilhos de trem, mas nesse último caso a condição periódica deve ser aplicada além do  $C_{order}$ . O fato de o método se basear em um modelo axissimétrico resolvido em elementos finitos confere grande versatilidade ao mesmo.
- Para variar o  $k$  pode-se variar tanto  $R$  quanto  $C_{order}$ , e a escolha de alterar um ou outro parâmetro não segue uma regra, mas existe uma relação entre eles e as dimensões da seção transversal que não deve ser negligenciada. O que foi inferido na implementação do método foi:  $R$  deve ser suficientemente maior que a maior dimensão da seção transversal do guia de ondas e quanto maior for a faixa de frequência, maior devem ser  $C_{order}$  e  $R$ .
- Feito todo esse procedimento o resultado é uma coleção de pares  $(k; f)$  que colocados num plano cartesiano,  $k$  abscissa e  $f$  ordenada, formaram as curvas de dispersão,

uma maneira de interpolar os pontos corretamente para que se forme a curva de dispersão propriamente dita não foi encontrada na literatura. Para a presente literatura o processo foi feito manualmente.

## **4 MATERIAIS E MÉTODOS**

Nessa seção serão apresentadas as ferramentas utilizadas para a realização das simulações numéricas, das medições experimentais e do tratamento dos dados obtidos tanto nas simulações quanto nos experimentos.

### **4.1 Pacotes comerciais de elementos finitos**

Uma das ferramentas utilizadas na investigação da propagação das ondas de tensão nas hastes finas, ora em estudo, foram os pacotes comerciais de simulação mecânica por elementos finitos. Rotinas dos softwares Ls -Dyna [Hallquist, 2006], Ansys APDL [Ansys, 2009] e COMSOL Multiphysics [COMSOL, 2013] em conjunto com o Matlab [MathWorks, 2011] foram utilizadas. A investigação numérica levantada no presente trabalho segue duas linhas principais: modelos numéricos por integração explícita e modelos semi analíticos associados às curvas de dispersão. Os resultados obtidos com os dois tipos de simulações mostraram-se coerentes como será evidenciado na seção 5.3.

#### **4.1.1 COMSOL Multiphysics**

O software COMSOL é um poderoso ambiente de simulação numérica no qual problemas que envolvem diferentes campos da física (magnética e estrutural, por exemplo) podem ser resolvidos em conjunto. O software mencionado tem um grande grau de interação com o usuário, o que permite a solução de problemas que podem ser: transiente ou estacionário, linear ou não linear ou ainda respostas no domínio da frequência e problemas de autovalores. [COMSOL, 2013].

Esse software é muito flexível e pode se comunicar com o software Matlab. Isso acarreta em um ambiente interativo, pois através do prompt do Matlab é possível gerenciar as ações do COMSOL e ler os resultados gerados pelo mesmo. Essa característica foi fundamental para a implementação do método SAFE por decomposição em harmônicas apresentado na seção 3.1.

#### **4.1.2 Ansys APDL**

Um dos mais consagrados “solvers” de elementos finitos é o do ANSYS. Desde 1970 esse pacote computacional se encontra disponível no mercado. Seu uso é bem

conhecido em simulações computacionais mecânicas e atualmente o pacote disponibiliza a possibilidade de resolver problemas térmicos, elétricos, magnéticos e problemas onde os diversos fenômenos estão acoplados. APDL (Ansys Parametric Desing Language) é uma linguagem de programação desenvolvida pela companhia. Essa linguagem foi desenvolvida pela Ansys com o intuito de parametrizar o modelo, o que resultou em um ganho sensível de flexibilidade [Ansys, 2009]. No presente trabalho o Ansys APDL foi utilizado para a implementação dos métodos SAFE por condições periódicas, apresentado na seção 3.2 e SAFE por modelo axissimétrico, seção 3.3.

#### 4.1.3 Ls-Dyna

Desenvolvido pela Livermore Software Technology Corporation (Califórnia, EUA), o software Ls-Dyna é um pacote de simulação computacional dedicado a simulações dinâmicas (com dependência no tempo). O software resolve a equação 4.1 por elementos finitos, por integração explícita pelo método das diferenças centrais [Hallquist, 2006].

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

onde  $\rho g_i$  representa as forças de corpo, se houver.

O Ls-Dyna é um software indicado para problemas dinâmicos tais como propagação de ondas em sólidos. No presente trabalho o software foi utilizado para elaborar um modelo em três dimensões da haste metálica que é o objeto de estudo da presente dissertação. Os resultados obtidos forma muito satisfatórios.

#### 4.2 Vibrometria Laser

A partir dos anos 90 o uso do vibrômetro a laser vem sendo cada vez comum na indústria e pesquisa, em geral na área de vibrações. A grande vantagem desse sistema é que não há contato entre a massa do equipamento de medição com o campo que se está medindo, logo a massa do sensor não terá influência na resposta, e essa é a grande vantagem da vibrometria a laser, a não interferência no campo das tensões de uma onda mecânica, ao qual se quer medir. Na presente dissertação foi utilizado o vibrômetro Polytec 4.1 modelo OFV 505 (figura 4.1), mais detalhes no anexo F.



Figura 4.1 – “Cabeça” do vibrometro Polytec utilizado no presente trabalho, imagem extraída do site da Polytec. O esquema de funcionamento é mostrado na figura ?? do anexo F

### 4.3 Análise multimodal de sinais - dupla transformada de Fourier

A análise de sinais os quais contém mais de um modo de propagação as vezes é complexa de fazer por monitoramento de um único ponto pelo qual a onda passa. Na prática o sinal obtido com o monitoramento em um único ponto produz um gráfico com informações ocultas devido a sobreposição de modos gerados, por diversas causas. Uma solução que pode ser adotada para o problema é a análise por transformada de Fourier em duas direções, pois a mesma tem a capacidade de revelar os modos propagadores mesmo se eles estiverem sobrepostos.

A transformada de Fourier de uma função produz o espectro de frequências que contém a função, fornecendo a amplitude de cada uma das frequências. As frequências dominantes possuem espectro muito elevado e destacam-se. Valendo-se dessa característica a técnica de investigação de modos de propagação através de fft consiste em gerar um sinal no tempo e no espaço. Obter esse sinal requer a coleta dos valores de deslocamento (no tempo,  $u_n(t)$ ), de pontos sucessivos de uma linha que representará o sinal em  $x$ , de um mesmo evento repetido ponto a ponto [Alleyn e Cawley, 1991].

O evento referido é a perturbação de alguma região do sólido, superficial ou não. A presente dissertação se dedica a investigação da propagação em hastes retangulares, e, para essa geometria, a figura 4.2 ilustra o procedimento. A perturbação mais utilizada em END por ondas de tensão é a função Toneburst que é uma maneira de excitar uma banda de frequências conhecida.

Após a obtenção do sinal no espaço e no tempo, toma-se a FFT sob ambas as variáveis e o resultado é uma análise espectral no espaço e no tempo simultaneamente. Coincidentemente as curvas de dispersão possuem as mesmas dimensões do espectro produzido na FFT2d. Sobrepondo ambos é possível identificar quais modos estão propagando.

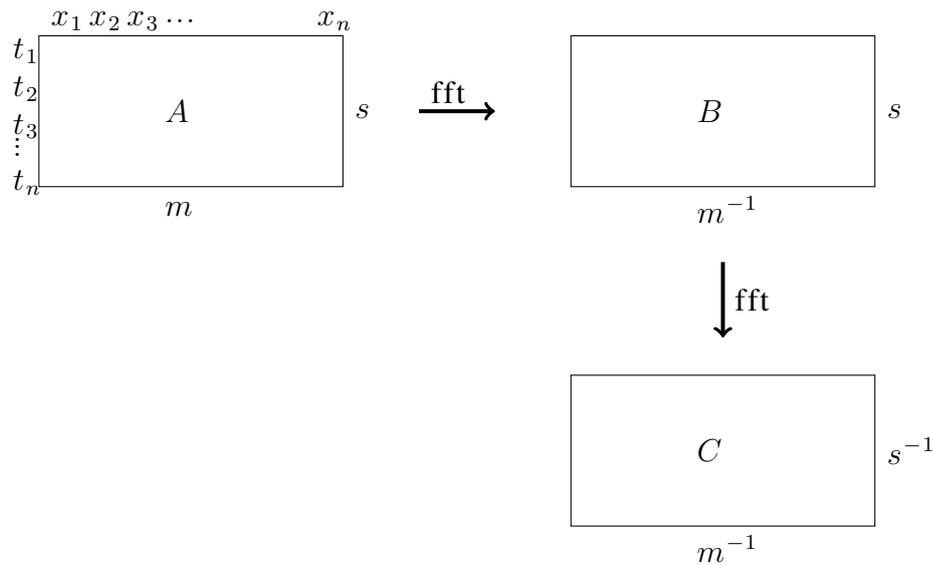


Figura 4.2 – esquema mostrando como é gerada uma FFT2d.  $A$  representa os dados (experimentais ou numéricos) organizados em uma matriz onde a primeira coluna contém os deslocamentos no tempo do ponto de posição  $x_1$ , a segunda de  $x_2$  e assim sucessivamente.  $B$  representa a matriz após a aplicação da transformada de Fourier sobre a direção do tempo.  $C$  representa a matriz com a fft aplicada sobre as duas direções da mesma, plotando a matriz. A superfície gerada pode ser sobreposta às curvas de dispersão e indicar os modos que estão propagando.

#### 4.4 Função Tone-Burst

A função Tone-Burst, figura 4.3, é comum no meio dos END por propagação de ondas de tensão. Essa função consiste em uma harmônica modulada por uma envoltória que pode ser função de Gauss ou um cosseno deslocado. A característica dessa perturbação é excitação de uma banda de frequências conhecidas, dessa maneira a excitação de um modo específico do guia de ondas é facilitado, pois cada linha modal das curvas de dispersão tem suas frequências certas de ativação.

Duas variáveis são escolhidas quando se vai utilizar uma Tone burst: a frequência, que vai ser a frequência central da banda contida na Toneburst, e o número de ciclos, essa variável é regulada pelo tamanho da envoltória. A figura 4.3) apresenta uma Tone Burst com cinco ciclos. Nas simulações e testes realizados nesse trabalho todas as Toneburst utilizadas são de cinco ciclos. Se optou por essa quantidade de ciclos para que esse parâmetro não influenciasse nos resultados. Utilizar cinco ciclos na função Toneburst é usualmente encontrada em testes similares documentados na bibliografia específica [Alleyene e Cawley, 1991].

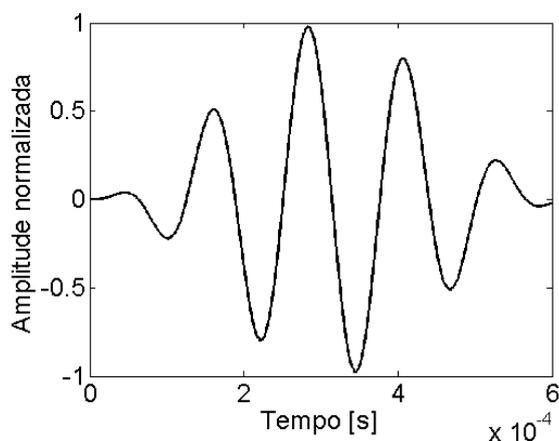


Figura 4.3 – Função tone burst

#### 4.5 Piezoelétricos

Outra tecnologia utilizada para a realização dos testes foi a piezoeletricidade. Transdutores piezoelétricos são amplamente usados em acústica com muito boa eficiência tanto para excitar uma onda quando para sensoriar a propagação.

A característica básica de um material piezoelétrico é a interação entre uma diferença de potencial elétrico aplicada sobre o material (em forma de condutor) e a expansão e retração do volume do condutor com a variação da diferença de potencial [V]. Um modelo detalhado de cerâmicas piezoelétricas e sua utilização na excitação de ondas guiadas pode ser encontrado em no trabalho de Raghavan e Cesnik, [Raghavan e Cesnik, 2005]. Nos experimentos realizados nessa dissertação a excitação das ondas foi feita com uma chapa de cerâmica piezoelétrica (1 x 2 x 12 [mm]). Na figura 4.4 se pode observar uma das placas de cerâmica piezoelétrica utilizada, foi aplicada uma tensão elétrica sobre a mesma, variando no tempo, em forma de Toneburst com valor de pico de 100 [V], mais detalhes serão relatados nas seções subsequentes.



Figura 4.4 – Cerâmica piezoelétrica acoplada a haste metálica, os sinais + - indicam a aplicação da diferença de potencial elétrico.

Detalhes sobre as cerâmicas piezo utilizadas podem ser encontrados no tra-

balho de Lúcio Corrêa [Corrêa, 2014], onde o autor utilizou as mesmas cerâmicas na investigação da propagação em dutos anisotrópicos. No trabalho encontram-se a resposta em frequência da cerâmicas e outros detalhes técnicos de interesse.

O acoplamento entre a amostra (haste) e a placa piezo foi feito com resina epóxi. Existem outras diversas maneiras de acoplar os transdutores à amostra quando se está trabalhando com ondas de tensão. O acoplamento é um tema de importância nesse tipo de trabalho pois a qualidade do sinal está diretamente ligada ao mesmo. No presente trabalho, a resina epóxi apresentou bom resultado, porém tem a dificuldade de uma vez colada a cerâmica, a mesma não pode mais ser retirada.

## 5 APLICAÇÕES RELACIONADAS COM MODOS PROPAGADORES

Nas seções subsequentes serão apresentados aspectos relacionados com a propagação de ondas numa haste retangular metálica ( $\rho = 7860 [Kg/m^3]$ ,  $E = 200 [GPa]$ ,  $\nu = 0.3$ ) com seção transversal de  $15 \times 5$  [mm] (seção da figura 4.4). O material empregado é um aço ao carbono ABNT 1020.

Inicialmente é realizado o cálculo das curvas de dispersão da geometria considerada utilizando três metodologias diferentes. Posteriormente é realizada uma comparação entre resultados experimentais e numéricos gerados utilizando o modelo de elementos finitos empregando um esquema explícito de integração no tempo. Nos testes experimentais sobre uma haste retangular metálica finita será aplicada uma excitação tipo Toneburst e serão identificadas as ondas que propagam na estrutura.

### 5.1 Cálculo das curvas de dispersão

A partir dos três métodos apresentados no capítulo 3 as curvas de dispersão foram obtidas para a seção transversal de interesse. E a investigação dos modos de propagação está atrelada a interpretação dessas curvas. Nessa seção será feita a comparação entre as curvas de dispersão obtidas pelos três métodos.

O método por decomposição em harmônicas foi usado pra gerar as curvas apresentadas na figura 5.1. A partir da implementação no softwear COMSOL, foi possível a confecção das curvas de dispersão no intervalo de frequências de (0,100 [kHz]). Detalhes da implementação podem ser encontrados no anexo C.

As curvas de dispersão mostradas na figura 5.1 mostram quatro linhas modais que partem da origem e uma linha modal com frequência de corte em 90 [kHz]. As quatro linhas que partem da origem, aqui, serão chamadas de linhas fundamentais e estão associadas a quatro movimentos conhecidos da mecânica de vigas: tração/compressão, flexões em torno dos eixos 3 e 2 (lembrando que o eixo 1 é a direção de propagação) e torção. Na figura 5.2 são identificadas as curvas de dispersão com os campos de

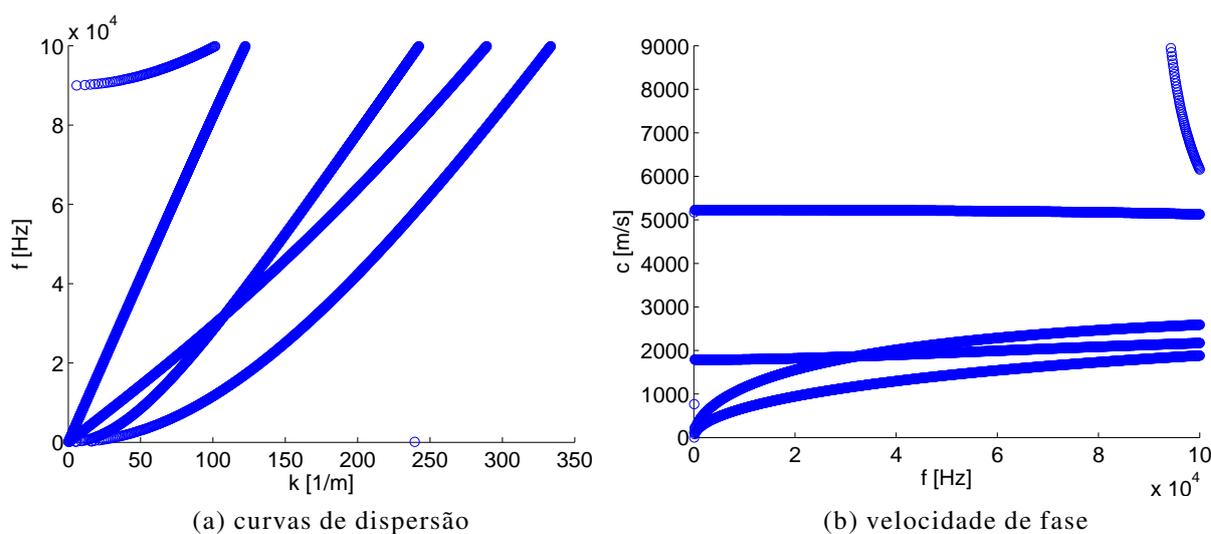


Figura 5.1 – Curvas de dispersão haste retangular utilizando método de decomposição em harmônicas

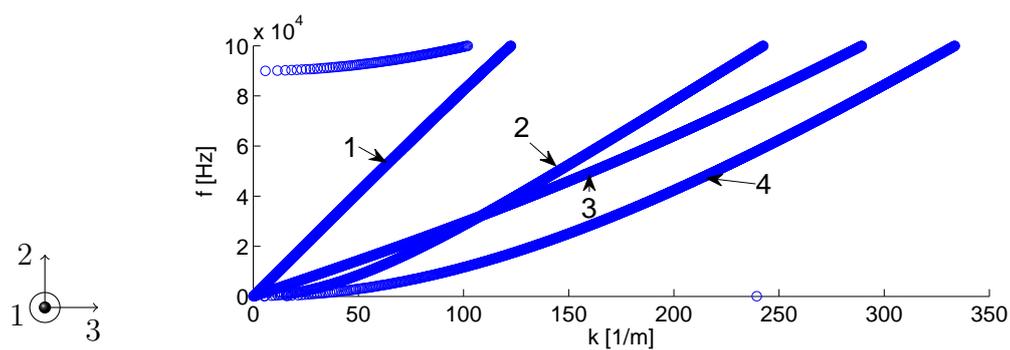
deformação característicos, referentes aos modos comentados. A linha modal com frequência de corte em 90 [kHz] está sendo considerado como um modo de Lamb. Os campos de deslocamentos característicos desse modo encontram-se no anexo D e nos resultados obtidos nos métodos SAFE apresentados nas seções 3.2 e 3.3.

Muitas informações estão disponibilizadas nas curvas de dispersão, principalmente porque em END normalmente trabalha-se com excitações harmônicas, então qualquer excitação aplicada sobre o guia de ondas irá se acomodar sobre as curvas de dispersão naturalmente, assim, as principais informações constatadas nesses gráficos, além da própria quantidade de modos, são a velocidade de fase e a dispersão de cada modo.

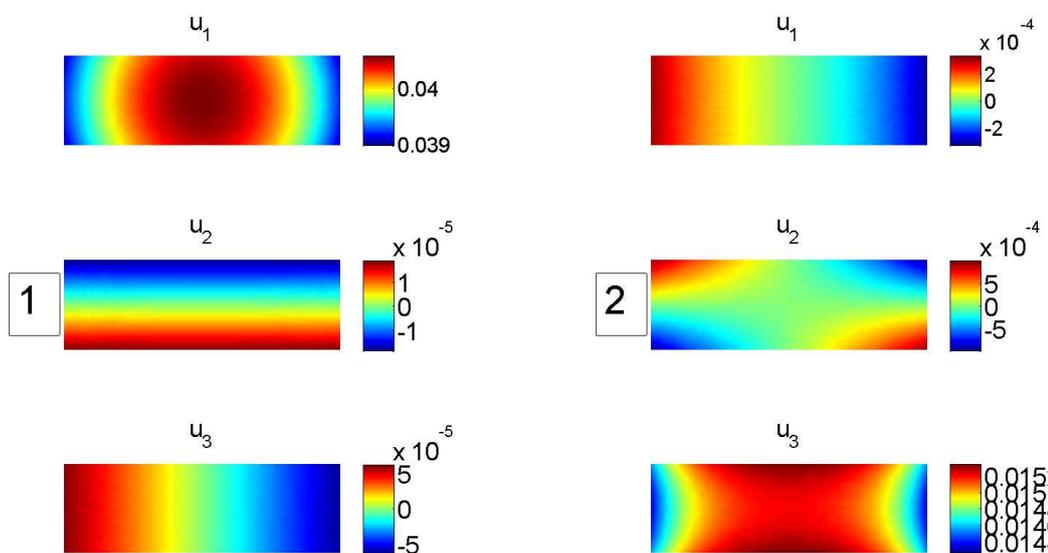
A velocidade de fase é fundamental para a identificação do modo propagador, pois é única para cada modo e é a variável mais fácil de ser detectada experimentalmente.

Quando realiza-se um experimento, normalmente monitora-se uma região da amostra, que se considera como um ponto, e observa-se como a mesma varia no tempo. Assim, com o tempo que transcorre entre a excitação e a perturbação passar por determinado ponto, e a distância entre a excitação e o respectivo ponto, é possível calcular a velocidade em que a perturbação propaga, então, tomando as curvas de dispersão pode-se deduzir que modo está propagando através da comparação entre a medida de velocidade e a velocidade de fase extraída da curva de dispersão para a frequência excitada.

A dispersão do modo pode ser vista na variação da curva de dispersão, no domínio de  $c_f$ . Se a curva for uma reta horizontal o modo é não dispersivo, pois a

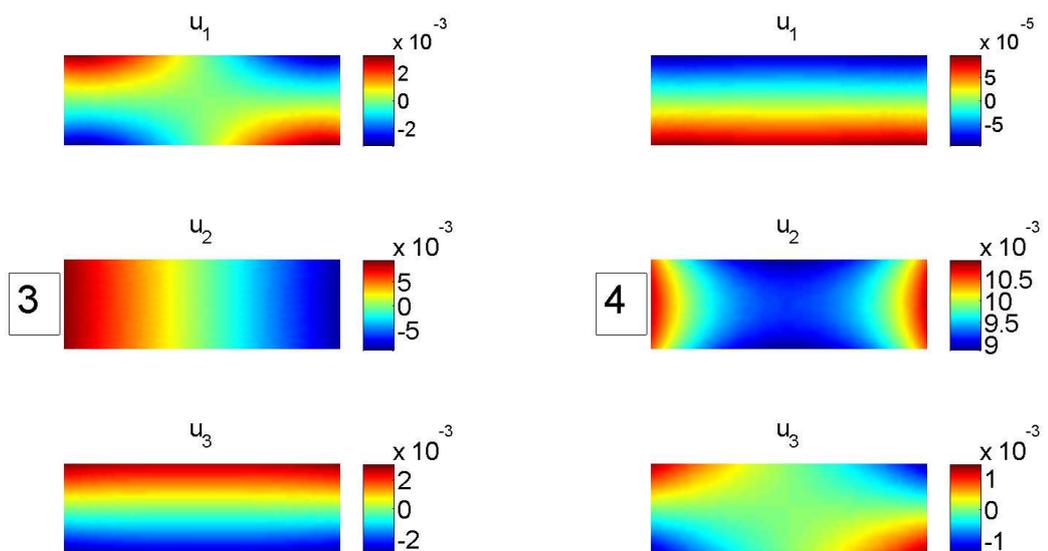


(a) Curvas de dispersão



(b) Longitudinal

(c) Flexural em 2



(d) Torcional

(e) Flexural em 3

Figura 5.2 – Os quatro modos fundamentais calculados pelo método da seção 3.1. A curva que parte de 90 [kHz] está associada a um modo de Lamb

qualquer frequência a velocidade de propagação é a mesma, e uma excitação, tipo Toneburst por exemplo, que excita uma banda de frequência irá viajar coesa, sem dispersão, por que mesmo excitando diferentes frequências, toda excitação viaja na mesma velocidade.

Se uma Tone-Burst é usada para excitar outro modo, um modo dispersivo com uma curva de dispersão que não seja constante no domínio  $c_f$ , essa mesma Toneburst ao viajar irá se separar em menores frentes de onda porque a velocidade tem variação com a frequência. Excitar um ou outro modo depende da orientação em que é aplicada a perturbação, como será visto mais na frente.

A figura 5.2 apresenta os campos de deslocamentos pertinentes a cada modo propagador referente a cada uma das quatro curvas de dispersão fundamentais. Através da escala de cores é possível fazer uma análise do deslocamento preferencial de cada modo, por exemplo, o modo longitudinal apresenta um deslocamento mais acentuado na direção 1, direção do guia de ondas. Também é possível visualizar na figura qual linha modal está associada a qual modo. No anexo D encontram-se os campos de deslocamentos para diversos pontos das curvas. É interessante observar como o campo de deslocamentos se mantém ao longo das curvas, variando apenas a magnitude dos deslocamentos.

No cálculo das curvas de dispersão através do método que utiliza o modelo axial (seção 3.3) os resultados foram similares. Com isso pode-se notar boa concordância entre esse método (seção 3.3) e o método de decomposição em harmônicas (seção 3.1). A figura 5.3 apresenta os resultados obtidos. A metodologia foi implementada no pacote Ansys APDL. Sendo o comando que permite a escolha da quantidade de comprimentos de onda é o **mode** [Ansys, 2009]. Esse comando **mode** permite tanto a escolha da quantidade de nós e antinós em que o modelo “vibrará” como também a escolha do campo de deslocamentos que será plotado, o do nó ou do antinó. Na figura estão plotados os dois, pois os deslocamentos na direção 2 e 3 no nó são nulos na análise modal e no antinó o deslocamento em 1 é nulo. Assim a combinação dos deslocamentos nas duas regiões resulta no deslocamento característico dos modos propagadores. Como será visto nos resultados obtidos pela metodologia de condições periódicas, apresentada na seção 3.2, o deslocamento máximo do modo não acontece ao mesmo tempo na mesma seção, ou seja, quando está ocorrendo  $u_2$  máximo está ocorrendo  $u_1$  mínimo na mesma seção, por exemplo. Cada modo propagador terá sua relação própria de deslocamentos.

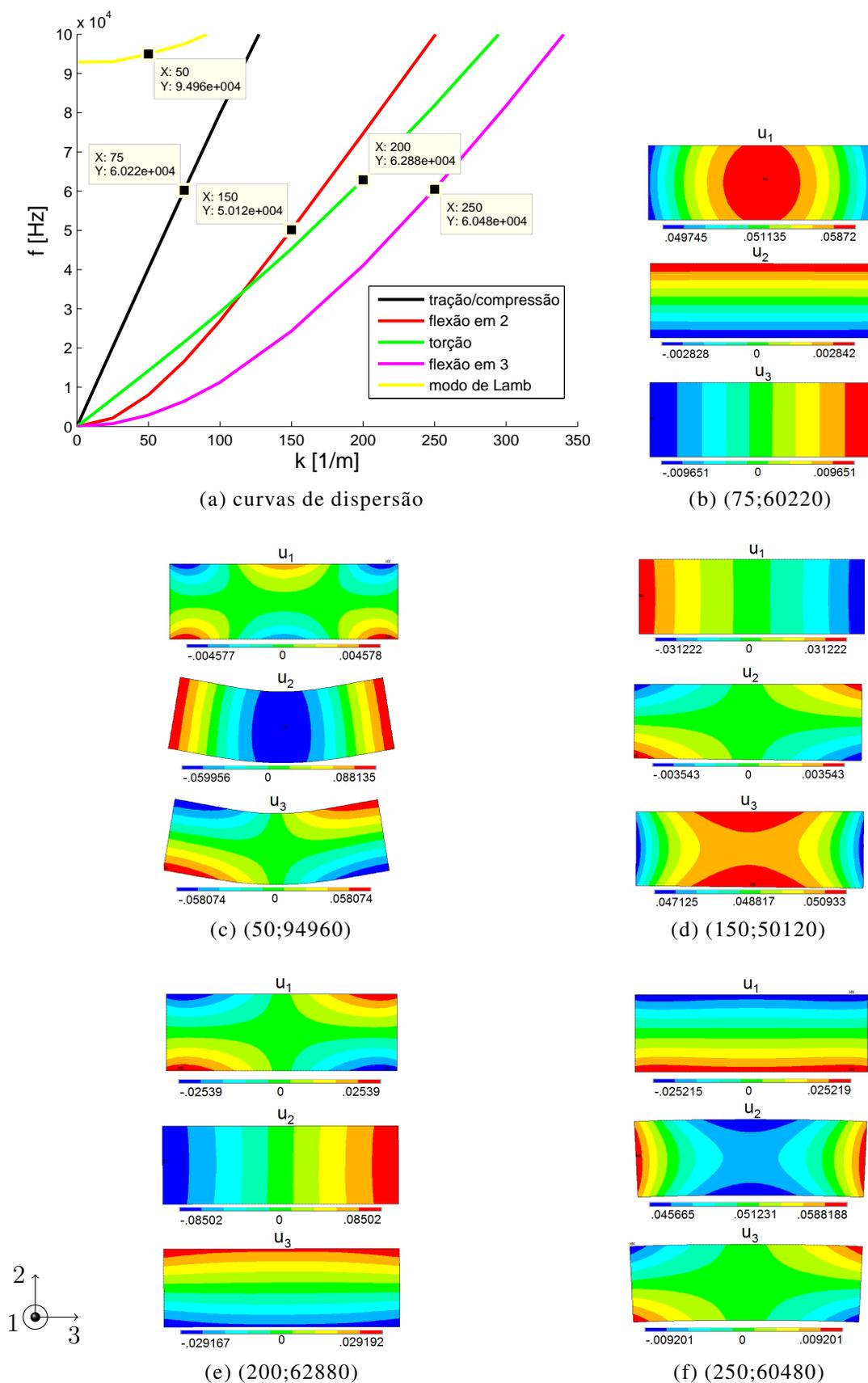


Figura 5.3 – Resultados obtidos pela metodologia SAFE axissimétrico, (a) curvas de dispersão, (b) (c) (d) (e) (f) campos de deslocamentos dos modos encontrados

O cálculo das curvas de dispersão pelo método condições periódicas, apresentado na seção 3.2, gerou resultados similares aos das outras duas metodologias, os resultados são apresentados na figura 5.4. As figuras 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 referem-se aos campos de deslocamentos encontrados por esse método. Os eixos 1, 2 e 3 estão de acordo com as figuras que mostram os resultados dos outros métodos.

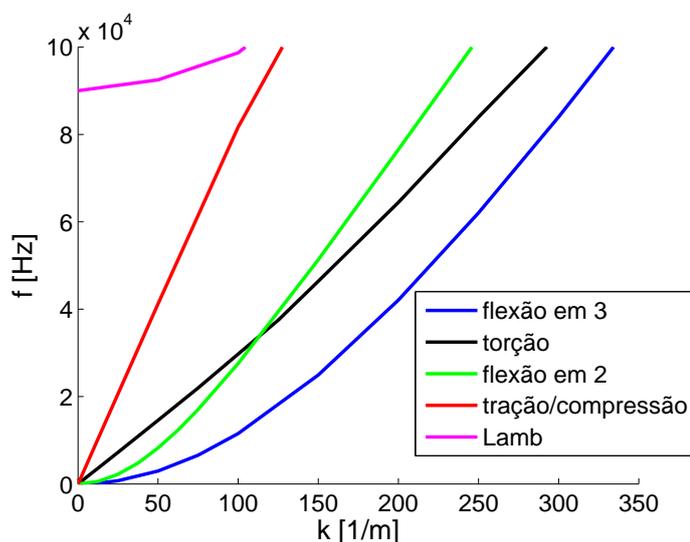


Figura 5.4 – Curvas de dispersão da geometria de estudo geradas com a SAFE por condições periódicas

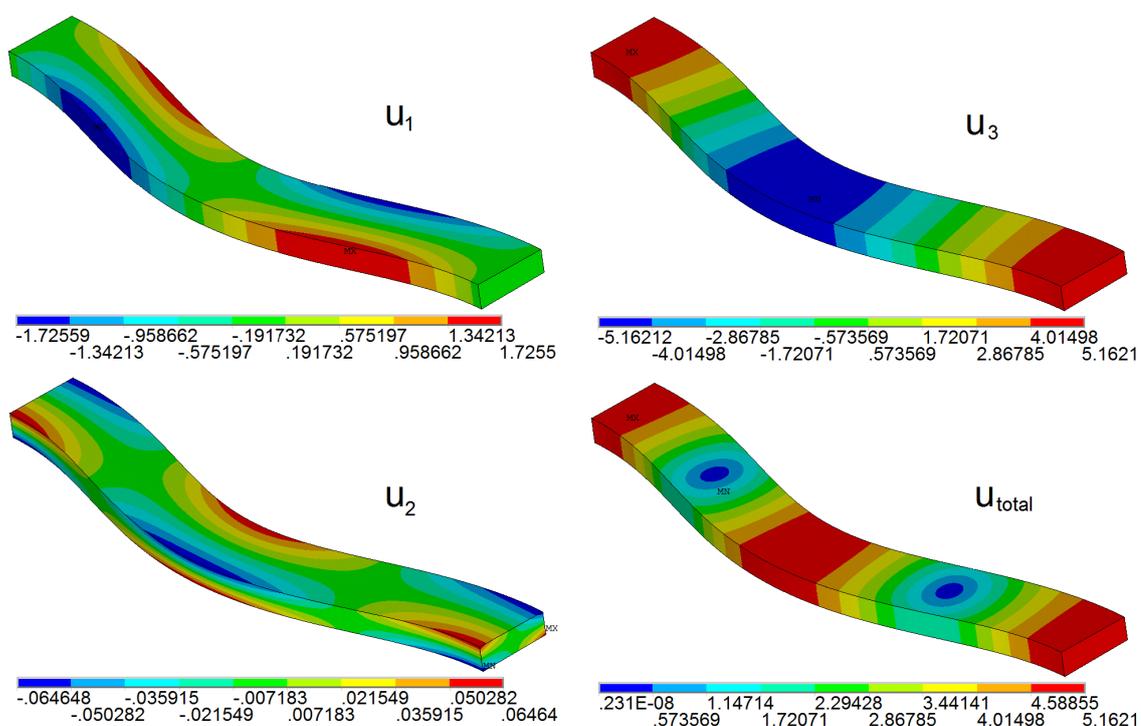


Figura 5.5 – Modo flexural em torno de 2, calculado pelo método das condições periódicas, seção 3.2

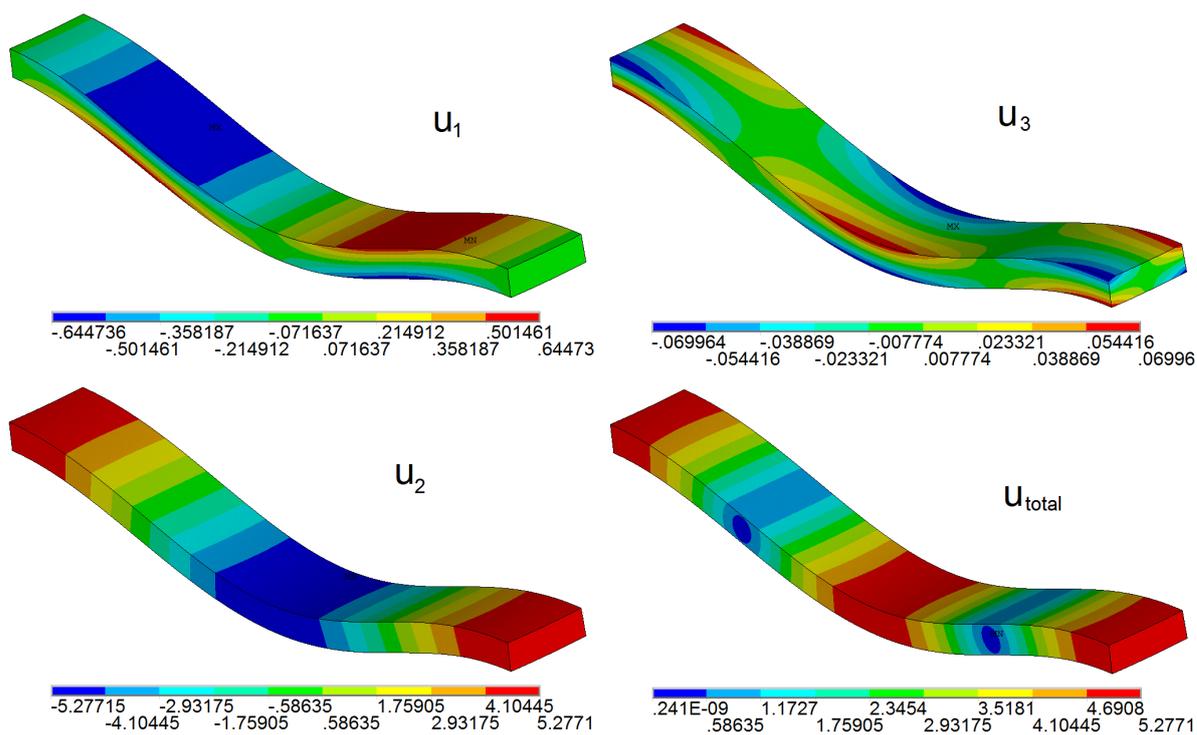


Figura 5.6 – Modo flexural em torno de 3 calculado pelo método das condições periódicas, seção 3.2

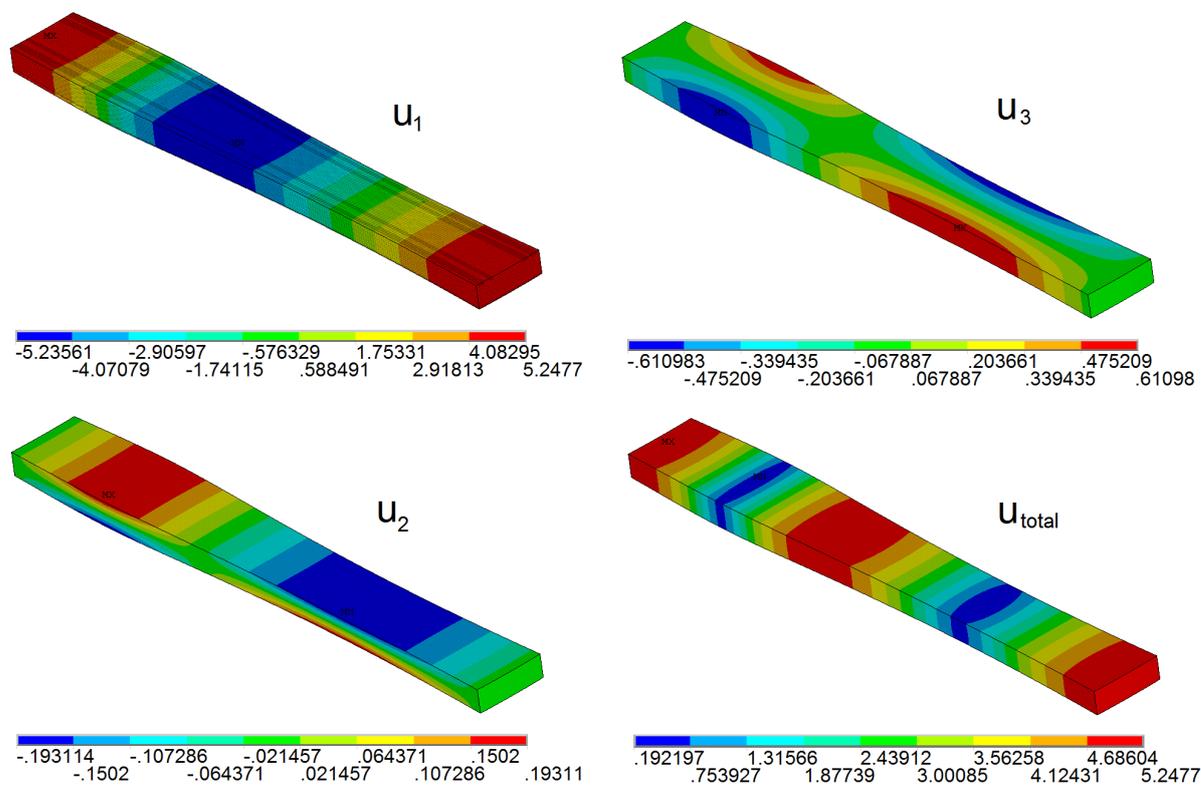


Figura 5.7 – Modo longitudinal, calculado pelo método das condições periódicas, seção 3.2

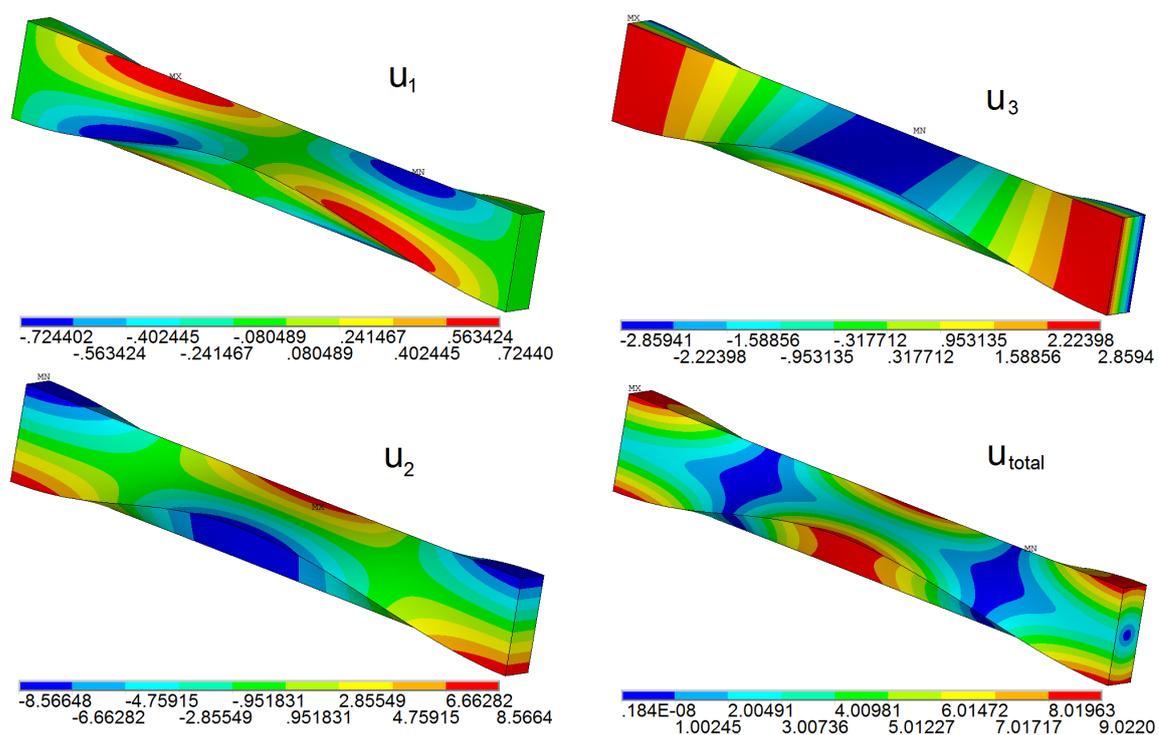


Figura 5.8 – Modo torsional, calculado pelo método das condições periódicas, seção 3.2

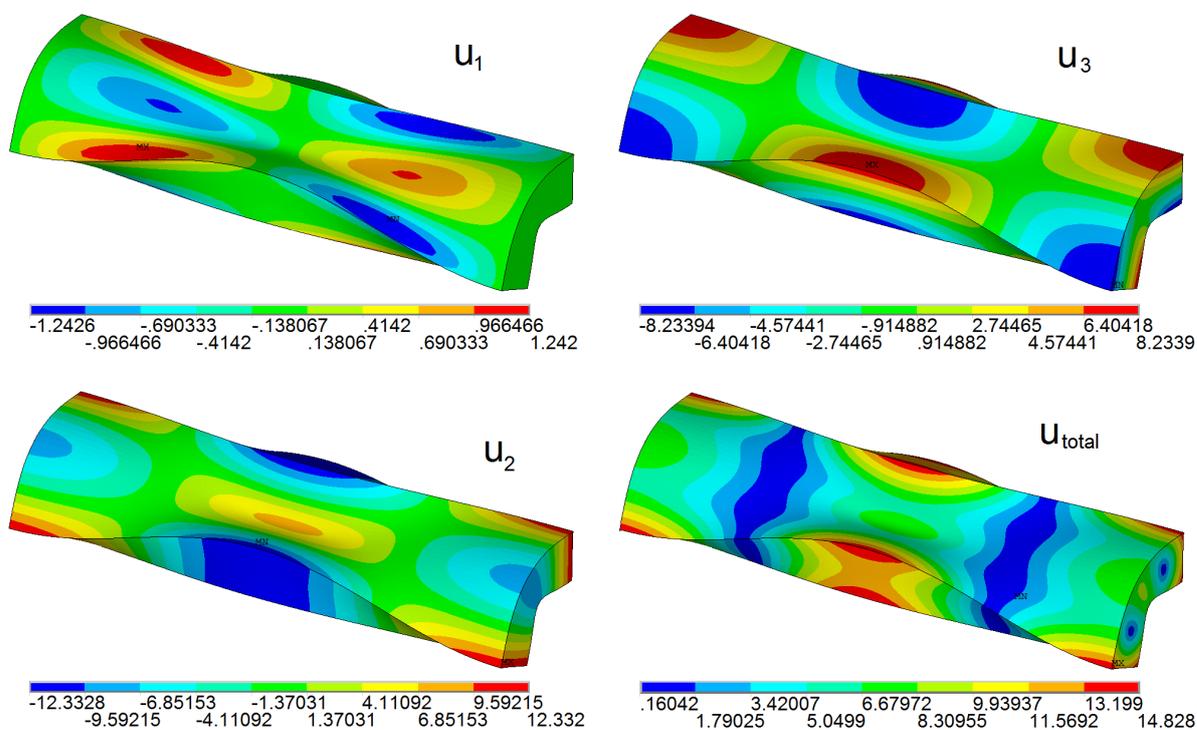


Figura 5.9 – Modo de Lamb com frequência de corte de 90 [kHz], calculado pelo método das condições periódicas, seção 3.2

O método SAFE por condições periódicas na presente dissertação foi implementado no Ansys APDL. O comando que faz o acoplamento entre as faces laterais do modelo é o **ce** [Ansys, 2009], que permite criar restrições internas nos graus de liberdade do modelo que podem ser escritos como segue:

$$\sum_{i=1}^n A_i b_i = constante \quad (5.1)$$

onde  $A_i$  representa um valor arbitrário e  $b_i$  o grau de liberdade do  $i$ -ésimo nó do modelo em elementos finitos. A partir desse recurso é possível acoplar os nós das faces e estabelecer as condições de contorno como se deseja. O método SAFE por condições periódicas é um tanto difícil de ser usado porque requer um filtro que separe o que é um modo do guia de ondas de outras coisas que o software calcula ao realizar a análise modal e também apresenta dificuldade de ser automatizado, porém a vantagem de apresentar o modo propagador em três dimensões faz desse método uma ferramenta de grande utilidade para a interpretação das curvas de dispersão.

Os três métodos de implementação do SAFE estudados apresentaram boa coerência nos resultados, tanto entre si quanto com os equacionamentos analíticos apresentados nas seções 2.4.1, 2.5 e 2.6, as quais apresentam maneiras de calcular a velocidade de propagação dos modos longitudinal ( $c_L$ ), torsional ( $c_T$ ) e flexurais ( $c_{f2}$  e  $c_{f3}$ ), respectivamente. A tabela 5.1 mostra os valores encontrados para a frequência de 50 [kHz]. Os resultados não apresentam uma concordância absoluta em valores, porém pelas características dos problemas em acústica os resultados podem ser considerados coerentes.

Tabela 5.1 – Comparação entre resultados analíticos e semianalíticos

Velocidade [m/s]	analítico	SAFE
$c_L$	5043	5200
$c_T$	1793	1900
$c_{f2}$	2606	2200
$c_{f3}$	1599	1441

Todos os três métodos SAFE estudados mostraram-se eficazes, sendo que cada um dos métodos apresenta prós e contras. Os métodos por decomposição de  $u_1$  em harmônicas e o por modelo axissimétrico apresentam as mesmas características em termos de resultados, produzem as curvas de dispersão e os campos de deslocamentos em duas dimensões, o método por decomposição em harmônicas necessita de uma filtragem nos resultado pois, ao calcular a análise modal, o método calcula vários modos com alta parcela imaginária, sendo que esses modos devem ser descartados, já o método por modelo axissimétrico não apresentou essa necessidade, pois todos

os modos calculados pertenciam às curvas de dispersão. O método por condições periódicas mostrou-se de grande valia para trabalhar em conjunto com algum dos outros métodos, apesar da dificuldade de compor as curvas de dispersão via esse método, depois de prontas as curvas, a compreensão das mesmas, e, conseqüentemente, a investigação da propagação do guia, é muito facilitada. Conclui-se que a metodologia SAFE é muito útil na mecânica ondulatória de guias de onda, principalmente quando forem geradas por mais de um método.

As curvas de dispersão em associação à técnica da dupla transformada de Fourier é uma ferramenta poderosa em trabalhos experimentais, como será visto mais adiante. A seguir o modelo transiente da haste metálica retangular feito em elementos finitos será apresentado.

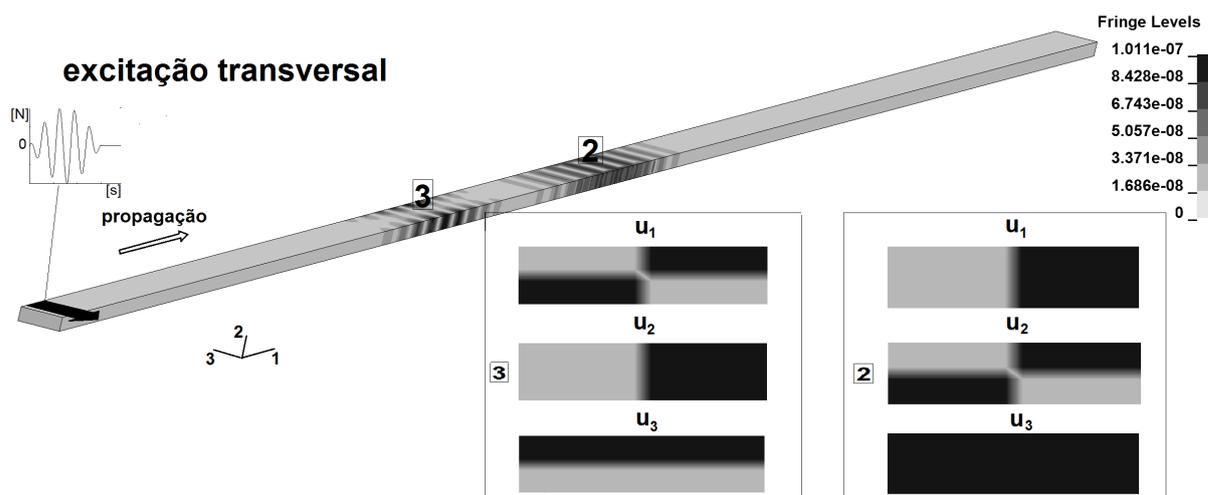
## 5.2 Simulação numérica de uma haste retangular metálica finita sujeita a uma excitação tipo Toneburst

No software Ls-Dyna foi elaborado um modelo transiente em elementos finitos da haste metálica em estudo. Foi criado um modelo de geometria da haste de interesse com 1,5 [m] de comprimento (1500 x 15 x 5 [mm]) formado por elementos cúbicos de oito nós, com seis graus de liberdade por nó. Cada elemento possui 0.5 [mm] de aresta, as propriedades do material são: módulo de elasticidade de 200 [Gpa], coeficiente de Poisson de 0,3 e densidade de 7860 [Kg/m<sup>3</sup>]. O material é elástico, linear e isotrópico, sem amortecimento interno.

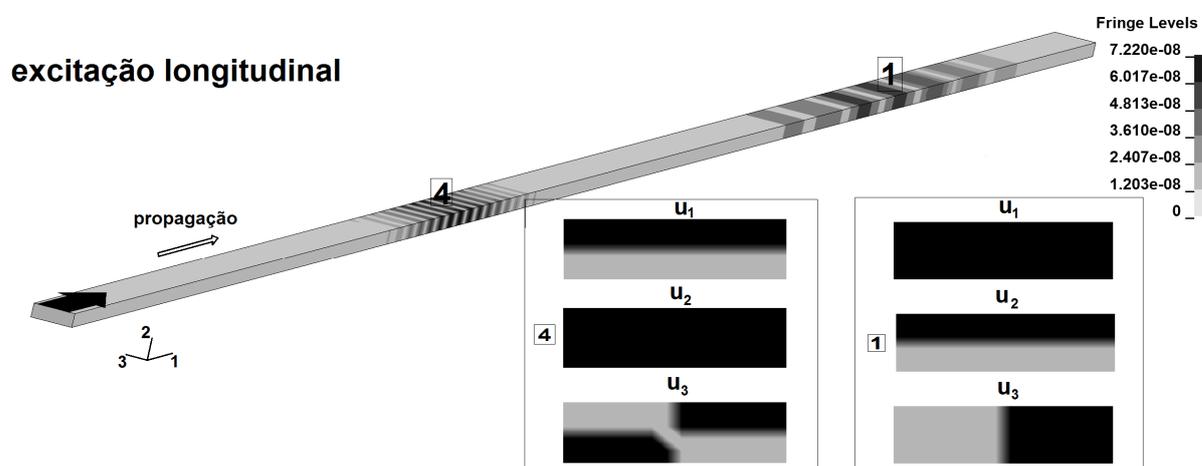
No modelo engastou-se os quatro nós dos cantos numa das extremidades da haste e aplicou-se uma força com variação temporal dada pela função de Toneburst na outra extremidade, conforme a região indicada na figura 5.10. Foram aplicadas cargas no sentido do eixo 1 e 3, com Tone-Burst de 5 ciclos e frequências de 50, 70 e 90 [kHz]. Trabalhar a mais baixas frequências acarreta em um comprimento de onda muito grande: a 50 [kHz] o comprimento de onda do modo longitudinal vale 0,1 [m]. Como o modo tem mais de um comprimento de onda, acima de 50 [kHz] se considerou uma região confortável para trabalhar com um modelo de 1.5 [m] de comprimento. Também devido ao custo computacional que simulações dinâmicas exigem, os modelos numéricos dessa natureza devem ser os menores possíveis para reduzir o tempo de processamento e também o pós processamento, pois essas simulações tem uma discretização do tempo bem refinada, o passo de tempo utilizado foi 1<sup>-8</sup> [s]. Na presente dissertação foi usado um computador com memória RAM de 8 [GHz] e processador Intel de 3,3 [GHz].

Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os resultados obtidos até aqui. Para 70 [kHz] os resultados podem ser vistos na figura 5.10. Porém em termos de modos gerados, todas frequências simuladas excitaram os mesmos modos,

conforme ali é mostrado. No detalhe da figura veem-se cortes realizado nas regiões indicadas pelos números correspondentes. Durante a passagem do modo nota-se que os campos de deslocamentos gerados estão em concordância com os gerados pelos métodos SAFE, como pode ser consultado na figura 5.2 (a numeração está em concordância). A escala de cores nos cortes foi alterada no pós-processamento para salientar a forma dos campos de deslocamentos gerados pela passagem de cada modo.



(a) torção e flexão em 2



(b) tração/compressão e flexão em 3

Figura 5.10 – Modelo numérico excitado em duas direções

Outra técnica que foi utilizada para a investigação dos modos gerados pela simulação numérica foi a dupla transformada de Fourier em associação às curvas de dispersão geradas pelo SAFE por decomposição em harmônicas. A figura 5.11 mostra os principais resultados obtidos. Para a confecção das duplas transformadas de Fourier foram coletados os deslocamentos em pontos sob uma linha localizada a um metro da excitação sob a superfície da haste. No centro da face, tomou-se 300

pontos separados por uma distância de 0,5 [mm] entre eles. Após os dados foram dispostos em uma matriz e foram aplicadas as transformadas conforme está indicado na figura 4.2. Os resultados são os campos de cores nos quais foram sobrepostas as curvas de dispersão. É possível notar o potencial da técnica, pois a identificação dos modos é facilitada após a aplicação da mesma. Na próxima sessão é apresentada a análise experimental da haste com corpo de prova de mesma geometria do modelo numérico.

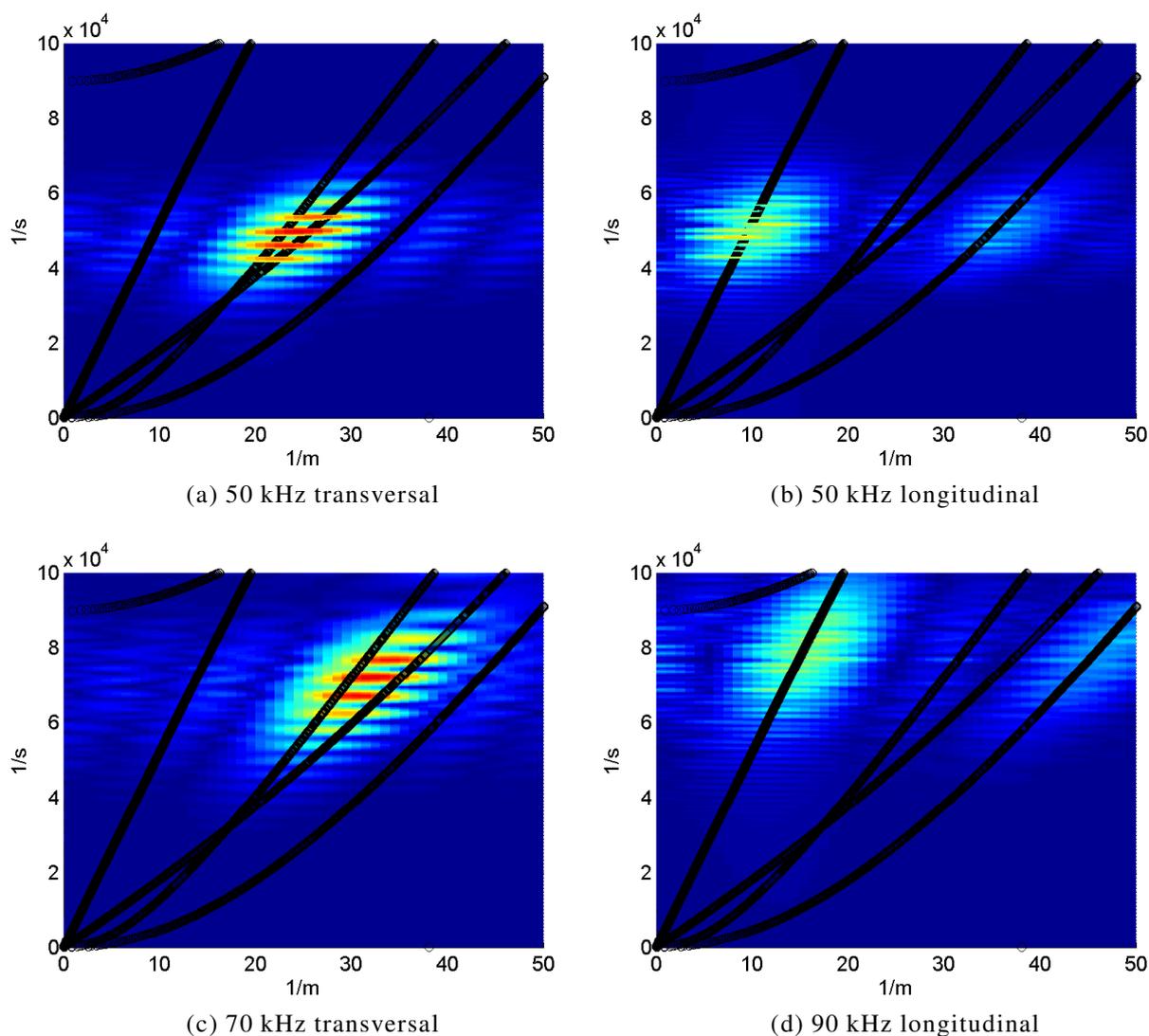


Figura 5.11 – Curvas de dispersão plotadas sobre as FFTs geradas a partir dos modelos numéricos

### 5.3 Ensaios dos modos de propagação em hastes finas retangulares a baixas frequências

Utilizando um corpo de prova de geometria similar ao utilizado nos modelos numéricos ( $1,5 \times 0,015 \times 0,005$  [m]), confeccionado em aço ABNT 1020, foi feita, por vibrometria a laser, uma investigação da propagação de maneira experimental.

O experimento consiste em aplicar excitação na extremidade da barra (Tone-Burst 5 ciclos) nas direções longitudinal e transversal a diversas frequências, ou seja, fazer experimentalmente o que foi feito numericamente na seção anterior.

Para realizar o experimento foi utilizado um set experimental que contém um sistema de aquisição de dados da marca National modelo Frank, fonte amplificadora de tensão Kohn-hite, osciloscópio Agilent e os vibrômetros Poytec dispostos em ângulo como mostra a figura 5.12. A amostra e o transdutor piezo de excitação (figura 4.4) completam o set. No anexo E há fotos dos equipamentos utilizados. O arranjo dos vibrômetros está preso a uma bancada que permite que os mesmos tenham liberdade nas três direções, porém o ângulo entre os lasers é fixo.

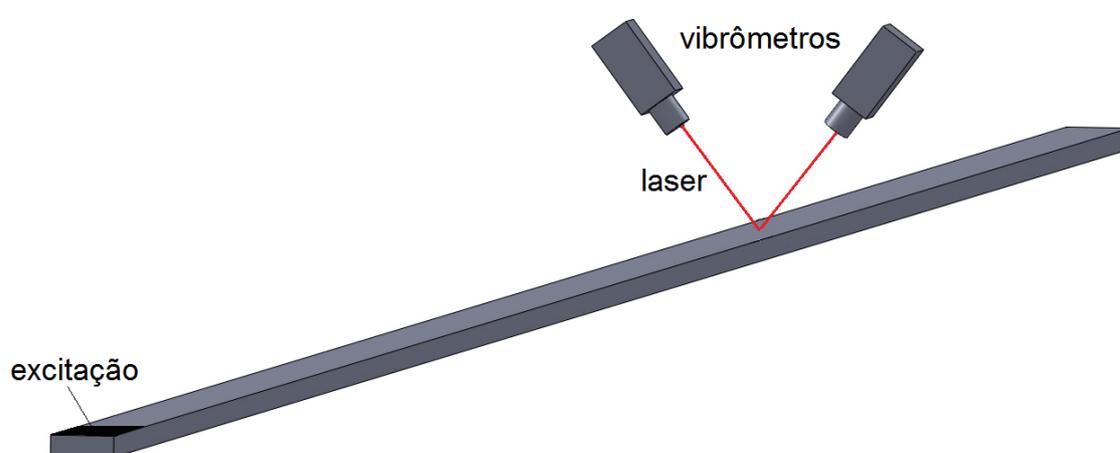


Figura 5.12 – Esquema mostrando como o vibrômetro está arranjado sobre o corpo de prova

A dinâmica do experimento é a seguinte: o sistema de aquisição Frank (National) gera o sinal de tensão em forma de Tone-Burst através de uma programação em LabView; esse sinal é amplificado pela fonte até 100 [V] de tensão de pico a pico e enviado ao transdutor piezoelétrico acoplado na extremidade da haste. Neste mesmo momento (por um 'trigger') o sistema começa a adquirir os dados lidos nos vibrômetros (deslocamento 2d no ponto monitorado) com uma frequência de aquisição de 2 [Mhz] por um intervalo de tempo preestabelecido. Esse processo é repetido 750 vezes e a média dos deslocamentos ( $u_n \times t$ ) lidos nos vibrômetros é armazenada em arquivos .txt, que posteriormente serão tratados utilizando o software Matlab. A técnica de repetir o evento diversas vezes para depois extrair a média é feita com o objetivo de reduzir o ruído no sinal, uma vez que o ruído é um fenômeno aleatório, sua média tende a ser zero. Ao final sobra só o sinal de interesse. A técnica é de grande utilidade mas a filtragem do sinal é necessária em um pós-processamento. Dessa forma se obtém os deslocamentos em um ponto (ponto onde os lasers estão apontados) num determinado intervalo de tempo.

O arranjo de vibrômetros foi disposto paralelamente à direção de propagação (direção 1 figura 5.10) nas excitações longitudinais, e perpendicular ao eixo 1, nas excitações transversais. A figura 5.13 ajuda na compreensão dos movimentos captados para cada configuração. O ângulo entre os vibrômetros é de sessenta graus e a percepção dos deslocamentos em uma ou outra direção do plano se dá pela decomposição do sinal captado. A grande vantagem de usar dois lasers arranjados desta maneira é que quando o deslocamento for na direção 2 o sinal dos dois vibrômetros estará em fase e quando o movimento for na outra direção, os sinais estarão defazados de 180 graus.

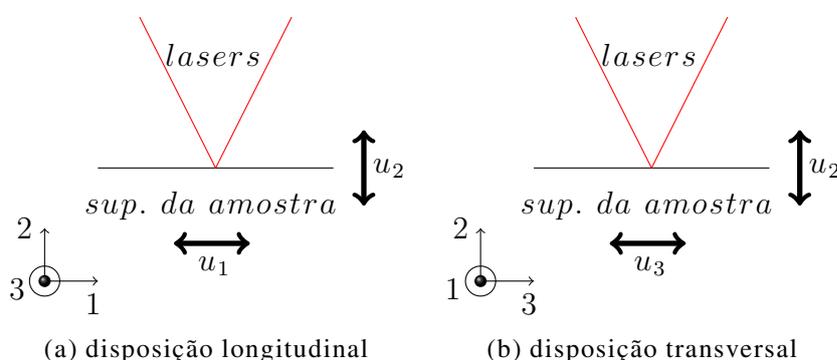


Figura 5.13 – Movimentos no plano captados pelo arranjo de vibrômetros nas duas disposições utilizadas

O arranjo de vibrômetros tem liberdade para transladar, permitindo que fossem feitas varreduras em uma linha no centro da superfície superior da haste. Essa linha possui 200 [mm] e foram coletados os deslocamentos de pontos espaçados de 0.5 [mm] sobre a linha, similar ao que foi feito no modelo numérico. Organizando os dados é possível medir o comprimento de onda, a frequência e aplicar a técnica da dupla transformada de Fourier. O processo todo foi aplicado para diversas frequências num intervalo de 20 a 100 [kHz].

Os resultados obtidos com o experimento estão apresentados a seguir, foram escolhidos os melhores resultados, que estão em torno de 70 [kHz], pois essa é a frequência em que a cerâmica piezo, utilizada na excitação da amostra, apresentou melhor performance. Cabe salientar que uma frequência natural da mesma está próximo a 70 [kHz]. Os resultados abaixo de 50 [kHz] são ruins tanto pela baixa amplitude do sinal obtido, quanto pelos altos comprimentos de onda gerados nessas excitações. Na figura 5.14 são apresentados os resultados obtidos para a excitação longitudinal a 70 [kHz]: (a) o monitoramento de um ponto da superfície da amostra, (b) e (c) os comprimentos de onda dos modos gerados pela excitação longitudinal.

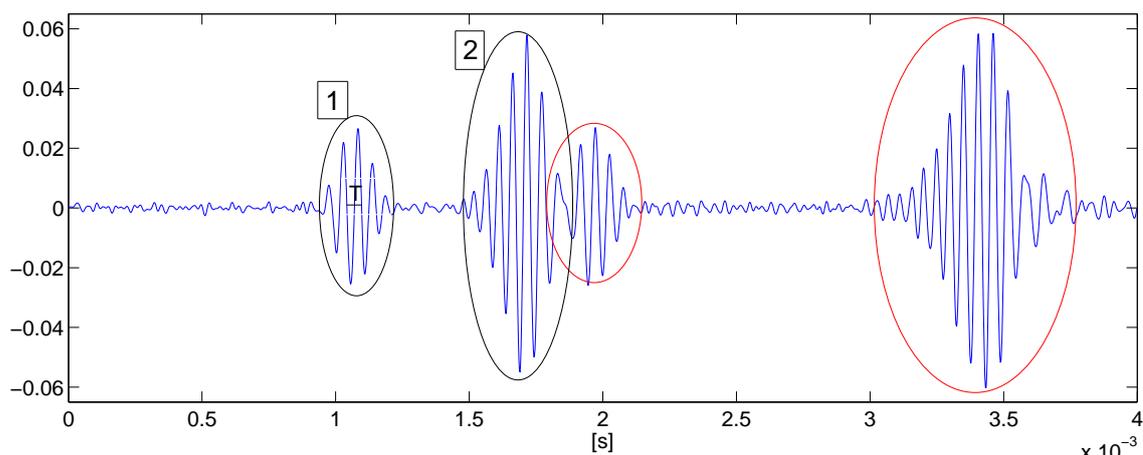
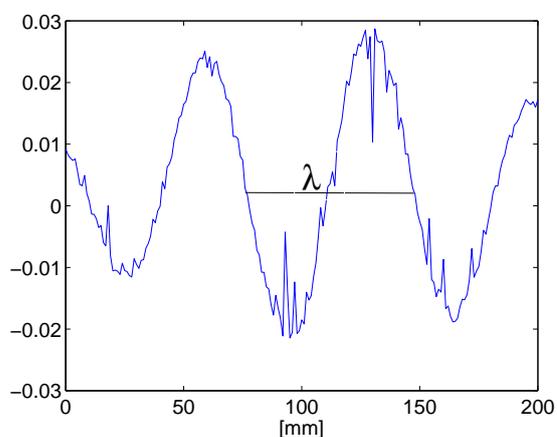
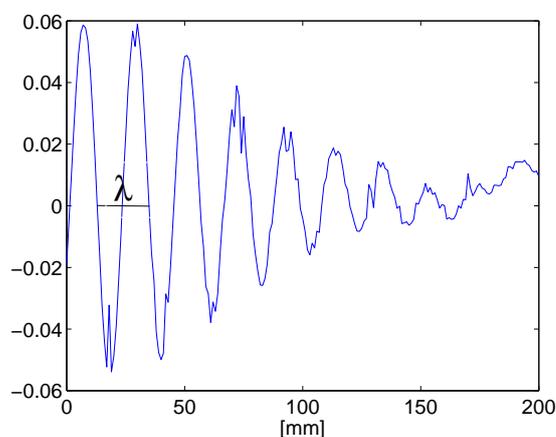
(a) Monitoramento de um ponto ( $x_1 = 1000mm$ )(b)  $\lambda = 40mm$ , modo longitudinal(c)  $\lambda = 22mm$ , modo flexão em 3

Figura 5.14 – Resultados obtidos na excitação no sentido longitudinal da haste, a 70 [kHz]

Na figura 5.14 (a) a elipse 1 envolve o modo longitudinal e a elipse 2 envolve o modo de flexão em 3, as elipses vermelhas são as reflexões dos dois modos após colidirem com a extremidade da barra e retornarem. Os comprimentos de onda encontrados estão de acordo com os calculados pelas curvas de dispersão, bem como as velocidades de fase de cada modo. Na figura 5.16 (c) está apresentada a dupla transformada de Fourier obtida nesse ensaio posta sob as curvas de dispersão. Nesta é possível observar um resultado muito satisfatório bem como o potencial das curvas de dispersão no trabalho com ondas guiadas. A amplitude do modo de flexão em 3 é maior do que o modo longitudinal, essa informação pode ser vista, na intensidade das cores da dupla transformada de Fourier. A figura 5.15 mostra o resultado da excitação transversal a 70 [kHz].

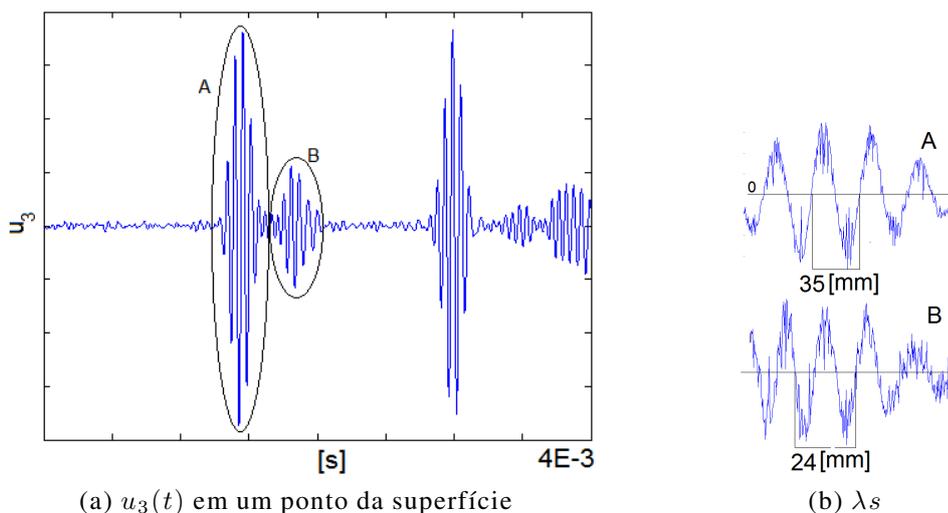


Figura 5.15 – Resultado obtido a partir da excitação transversal da haste com uma perturbação tipo Toneburst de 70[kHz] e 5 ciclos.

Na figura 5.15 (a) a elipse **B** circula o modo torsional e a **A** o modo de flexão em torno do eixo 2. Os comprimentos de onda encontrados, apresentados em (b) estão de acordo com as investigações anteriores. A dupla transformada de Fourier do ensaio está na figura 5.16 (d) e mostra a conformidade entre os resultados experimentais e as curvas de dispersão calculadas. Da mesma forma que a excitação longitudinal, na dupla transformada de Fourier desse ensaio se pode notar uma maior amplitude do modo de flexão em 2, observação que pode ser confirmada na imagem do sinal no tempo (figura 5.15 (a)).

A figura 5.16 contém 6 transformadas de Fourier, para diferentes frequências tanto para a excitação longitudinal quanto para a excitação transversal. Os resultados para a excitação longitudinal são mais fáceis de interpretar, pois os modos gerados com essa excitação são bem distintos entre si. Já no caso da excitação transversal, devido a seção transversal da amostra não ser circular, a torsão possui um efeito acoplado de flexão e também pelo fato de que nessa faixa de frequência as curvas de torsão e flexão em 2 estarem muito próximas, a identificação desses modos individualmente ficou dificultada, como pode ser visto nas imagens. Com a figura 5.16 fecha-se a investigação dos modos de propagação na haste retangular. A seguir uma análise experimental da atenuação do modo longitudinal será apresentada.

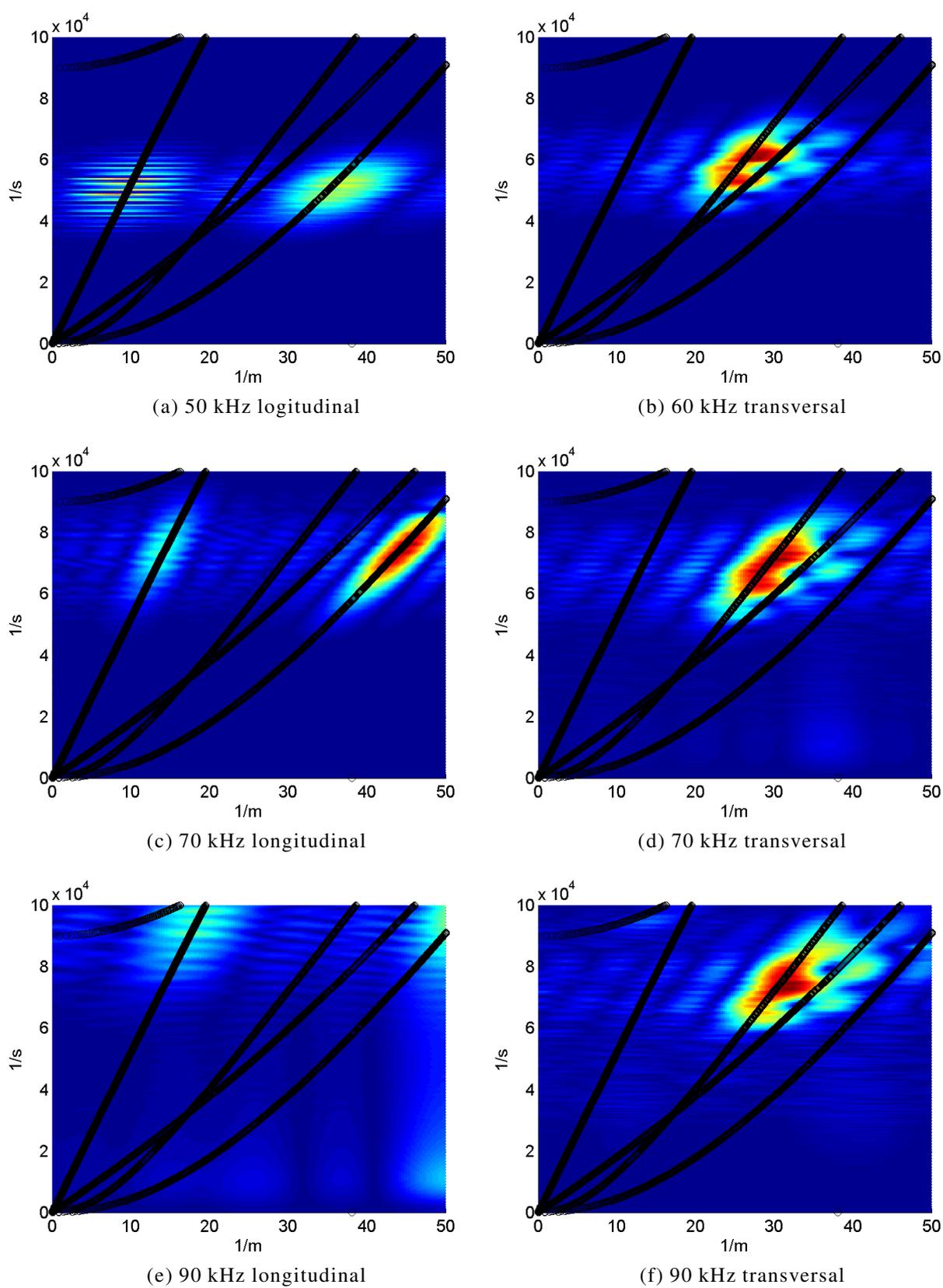


Figura 5.16 – Curvas de dispersão plotadas sobre as FFTs geradas a partir dos ensaios experimentais da haste

## 6 INVESTIGAÇÃO DA ATENUAÇÃO

A motivação para o presente trabalho é o estudo da propagação de ondas elásticas em tiras metálicas de seção transversal retangular, conforme visto em seções anteriores. A compreensão das características de propagação da haste tem o intuito de fornecer a base para a criação de uma técnica de inspeção de referidas hastes por ondas guiadas.

As estruturas nem sempre estão envolvidas por ar; muitas vezes as estruturas podem estar inseridas em outros meios tais como, concreto, borracha, polímeros, etc. Ainda, além de estar inserida em meios com alta interação com a propagação, as estruturas podem estar expostas a pressões externas e carregamentos, como uma estrutura subaquática, por exemplo, e todos esses fatores dificultam a propagação das ondas e conseqüentemente a inspeção de mencionadas estruturas. O último tópico da presente dissertação tem por objetivo explorar essa questão através de uma análise experimental da atenuação do modo longitudinal com a haste metálica exposta a diferentes condições de contorno.

### 6.1 Investigação da atenuação do sinal - modo longitudinal

O potencial de utilização da propagação de ondas em estruturas na busca por defeitos está diretamente ligado com a distância de propagação, pois, a partir da propagação se pode estimar a distância máxima em que o sinal tem condições de interagir com um defeito e retornar ao ponto emissor, premissa para uma verificação da integridade estrutural por propagação de ondas, sejam elas guiadas ou não. Conforme visto na seção 2.3, a atenuação da amplitude da onda se dá de forma exponencial, na qual  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação que pode estar em *neper*/[m] ou *decibel*/[m] ( $\alpha_{dB}$ ). Quando o coeficiente é apresentado em *neper* a amplitude do sinal vale:  $A = A_0 e^{-\alpha t}$ , quando apresentado em *decibel* o coeficiente é um número que representa a atenuação (o sinal apresenta um decaimento de  $n$  dB por metro).

Inicialmente será apresentado um experimento que foi feito com a intenção de estimar a atenuação do modo longitudinal propagando em uma amostra metálica de 15 x 5 x 1500 [mm] confeccionada em aço ABNT 1020. Depois um modelo numérico simplificado do experimento será apresentado, para servir de apoio na interpretação dos resultados, que por sua vez serão apresentados ao final da seção. A investigação da atenuação de maneira experimental é de fundamental importância, pois através dela se pode escolher um modo propagador que melhor se encaixe ao sistema que se está querendo avaliar, ou validar a escolha de determinado modo no qual foi usado algum outro critério de escolha (facilidade de excitação do modo, por exemplo).

### 6.1.1 Experimento II - atenuação

Para o presente trabalho, com foco no objetivo específico, foi escolhido o modo longitudinal como de interesse no estudo da propagação da haste. Escolheu-se esse modo pois o movimento das partículas sob o contorno do sólido são, em magnitude, principais no plano 1-3. Já nos outros modos investigados, observa-se movimentos relativamente grandes fora desse plano. Dessa forma pretende-se diminuir a interação dos movimentos do modo propagador com o ambiente no qual o guia está inserido. A figura 6.1 mostra o experimento que foi elaborado pra investigar o modo longitudinal em diferentes ambientes.

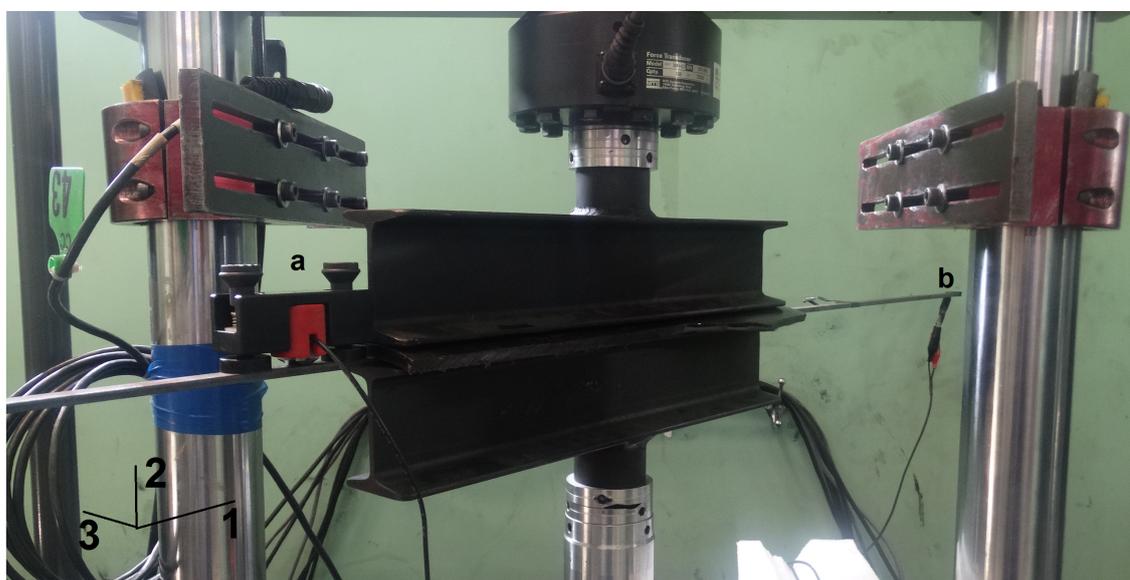


Figura 6.1 – Imagem do experimento II. **a** sensor e **b** transdutor de excitação

O experimento consiste em fazer um "sanduíche" com a amostra, excitar uma das extremidades com um piezo acoplado por resina epóxi **b** e coletar os deslocamentos no plano 1-3 na direção de 1 utilizando um sensor piezo **a**, acoplado por pressão. A pressão é feita por um dispositivo específico que usa molas e ímãs magnéticos para acoplar o sensor, o anexo E possui imagens detalhadas do dispositivo e também dos atuadores piezos utilizados. Assim, variando a configuração do "sanduíche" pretende-se averiguar a atenuação do modo longitudinal pra diferentes ambientes aos quais as estruturas metálicas possam estar inseridas. A figura 6.2 especifica como foi feito o set experimental e também descreve o caminho do sinal obtido.

Então, no experimento observado na figura 6.1, a excitação é longitudinal, e o monitoramento é longitudinal também. As peças feitas em aço com perfil I são dispositivos utilizados para a transferência da força aplicada pela máquina de compressão (MTS 50K com capacidade de 250 [kN]), para a superfície da amostra.

Três configurações de 'sanduíche' foram experimentadas, duas com contato

metal com metal e uma utilizando uma capa polimérica de 1,5 [cm] de espessura. As três configurações podem ser vistas na figura 6.2. Para cada uma das configurações aplicou-se força de zero a 105 [kN], que gera uma pressão sobre a amostra de 140 [bar] e varreu-se a faixa de pressão de zero a 140 [bar] com incremento de 10[bar]. A excitação foi a mesma para todos os ensaios, sempre Tone-Burst de 70 [KHz] e 5 ciclos, com 100 [V] de tensão sob o piezo. O tempo de aquisição foi escolhido a fim de ser vista a atenuação completa do sinal, 0,03 [s]. A frequência de aquisição é de 2 [MHz].

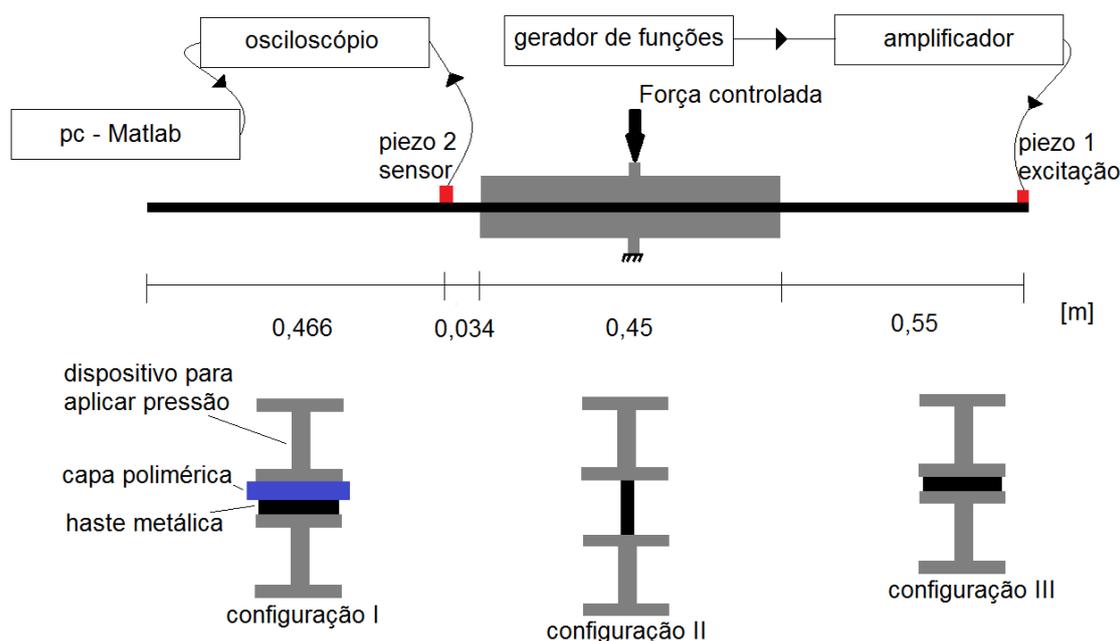


Figura 6.2 – Esquema apresentando a configuração do segundo experimento realizado. Abaixo as três posicionamentos usados no experimento.

Além dos piezos e da máquina de compressão foram utilizados no set experimental o osciloscópio Agilent modelo 54846A, fonte amplificadora de tensão Krohn-Hite e gerador de funções Agilent 33521A. O anexo E contém imagens dos mesmos.

### 6.1.2 Sinais obtidos no experimento

Na sequência serão apresentados os resultados obtidos nas três configurações. Os sinais foram gerados partir da média de 512 repetições de cada teste, após a média (feita pelo osciloscópio) os sinais foram filtrados no MatLab, através da função pré-programada *filtfilt*. O osciloscópio tem participação especial nesse experimento, além de adquirir os sinais do sensor e fazer a média, ele fornece o trigger (gatilho do inglês), que sincroniza o início da aquisição com o início da excitação.

**Configuração I** Nessa configuração do experimento pode-se ver o decaimento em forma exponencial para o caso de nenhuma carga aplicada, figura 6.3 esquerda superior, lembrando que a onda fica indo e vindo, refletindo nas extremidades livres da barra, que é como se ela estivesse viajando num guia longo, em termos de atenuação. Nos outros casos de pressão é possível ver uma queda mais acentuada e não uniforme, sendo esse efeito dado pelo encontro da onda com as anomalias do guia.

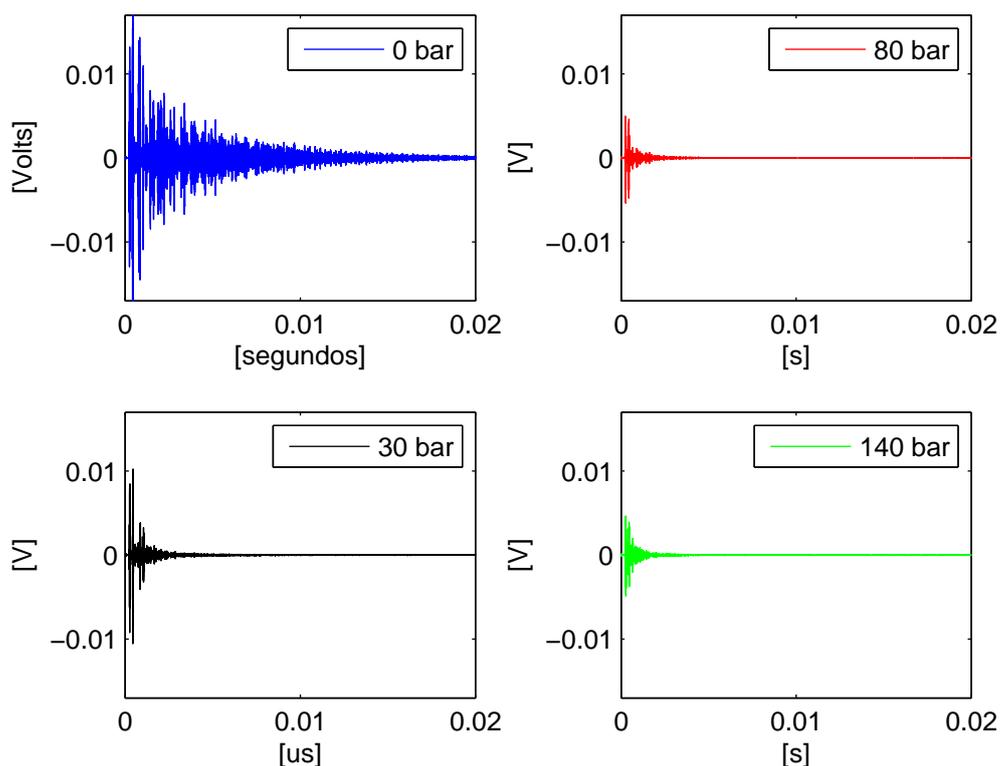


Figura 6.3 – Decaimento do sinal para a configuração I, com capa, para quatro pressões aplicadas.

Analisando os quatro gráficos da figura 6.3 é possível notar uma queda mais uniforme em 0 e 140 [bar], os dois gráficos de 30 e 80 [bar] possuem quedas abruptas, com um comportamento mais instável, essa instabilidade é devida ao choque da frente de onda com o início e o fim do dispositivo, cada vez que uma frente de onda encontra essa região grande parte da amplitude da mesma pode ser refletida. Na condição sem carga aplicada o fenômeno de reflexão só ocorre nos extremos, e ainda é uma reflexão total, que provoca uma atenuação exponencial. No carregamento máximo aplicado, 140 [bar], o comportamento do sinal também apresenta uma melhor estabilidade, apesar de possuir um  $\alpha$  grande. A essa pressão, a frente de onda viaja uma vez pela amostra e durante o trajeto perde tanta amplitude devido as reflexões, que ao final desse trajeto ela se subdividiu em muitos fragmentos, ocasionando ao final uma

vibração de corpo todo na amostra, como se a mesma estivesse sendo “chacoalhada”, o modelo numérico apresentado mais a frente irá ajudar a compreensão desse fenômeno. No anexo B veem-se os coeficientes de atenuação encontrados em todos os testes feitos entre zero e 100 [bar] e também a descrição de como foram calculados os mesmos.

**Configuração II** Conforme a figura 6.4 é possível acompanhar a evolução da queda do sinal com o aumento da pressão para o caso da configuração II. Com essa configuração se pretende estudar qual a influência do contato lateral entre a haste retangular e estruturas metálicas na propagação do modo longitudinal. Pode-se observar que a evolução é mais acentuada de 0 para 50 [Bar] do que de 50 para 100, como mostra quantitativamente o detalhe da imagem. Na continuação do trabalho serão mostrados gráficos que relacionam  $\alpha$  com a pressão aplicada, que, como indica o detalhe, possuem uma relação não linear. Nessa configuração se observa também uma maior não uniformidade da envoltória do sinal à medida que a pressão é maior, comparando com um padrão exponencial.

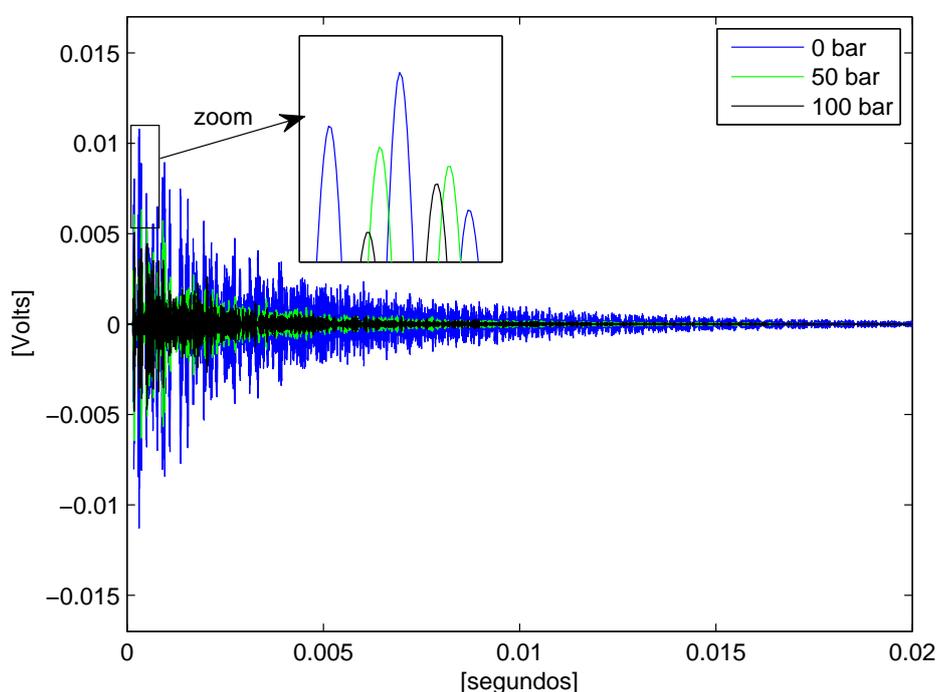


Figura 6.4 – Decaimento do sinal para a configuração II, para três pressões aplicadas.

**Configuração III** Essa é a condição mais severa de carregamento, pois o contato metal metal tem um efeito muito forte sob o modo propagante, o mesmo é subdividido em parcelas menores rapidamente. É possível observar na figura 6.5 o elevado efeito

da separação do sinal, pois o sinal referente a pressão de 100 [Bar] visualmente tem uma queda menos acentuada, ou seja, o sinal foi subdividido em parcelas menores, que ficam reverberando dentro da barra de maneira desorientada, ocasionando a diminuição da atenuação do sinal. Vale lembrar que esse é o sinal do piezo 2, por a caso, esse sinal já passou uma vez sob a região de atenuação e essa passagem que transformou o mesmo em diversos sinais pequenos. Esse efeito pode ser observado na queda da amplitude do sinal. Mais a frente será apresentado um gráfico com a relação da primeira amplitude (maior amplitude do primeiro sinal que chega no sensor) com a pressão aplicada. Olhando por essa ótica também as relações entre as amplitudes máximas e pressões aplicadas, pode-se notar uma relação não linear.

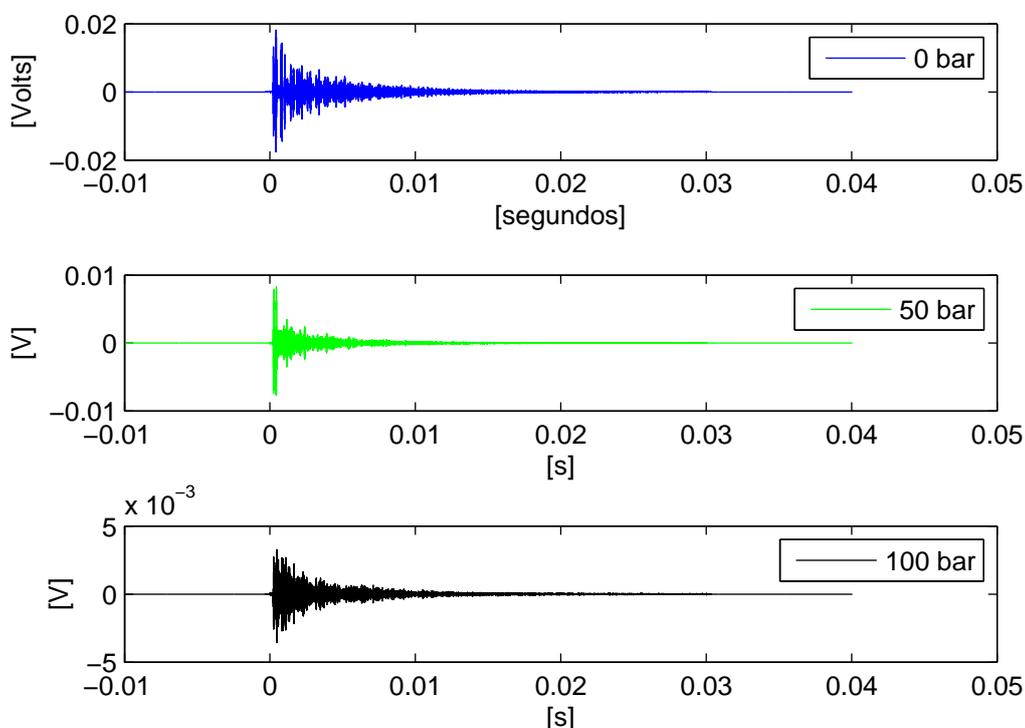


Figura 6.5 – Decaimento do sinal na configuração III, para três pressões aplicadas.

Na continuação do trabalho será apresentado um modelo numérico que pretende auxiliar na interpretação das informações já apresentados nessa seção, bem como facilitar a visualização do comportamento das ondas nessa situação de alta reflexão.

### 6.1.3 Modelo numérico simplificado

O modelo numérico apresentado a seguir foi elaborado no softwear Ls Dyna. A discretização é feita com elementos cúbicos de 1 [mm] de lado, material linear isotrópico com módulo de elasticidade de 200 [GPa], densidade de 7860 [kg/m]

e coeficiente de Poisson de 0,3 . O modelo consiste em uma barra de geometria variável, que tem como objetivo a visualização principalmente da distribuição espacio-temporal do sinal, quando o mesmo encontra uma variação de seção. A geometria do modelo começa com a seção de interesse 15 x 5 [mm], na metade da haste (modelo) tem um aumento de seção, a mesma triplica, e o último terço da haste volta a ter seção igual ao início. A excitação foi feita tal qual no experimento II, aplicando uma Tone-Burst de 70 [kHz] e 5 ciclos em nós numa região da superfície da haste, divisa com a extremidade, como mostra a figura 6.6, na direção longitudinal. Essa excitação acaba gerando dois modos, o longitudinal e o de flexão. Nessa figura encontram-se os resultados plotados em tensão de Von Mises para quatro tempos diferentes.

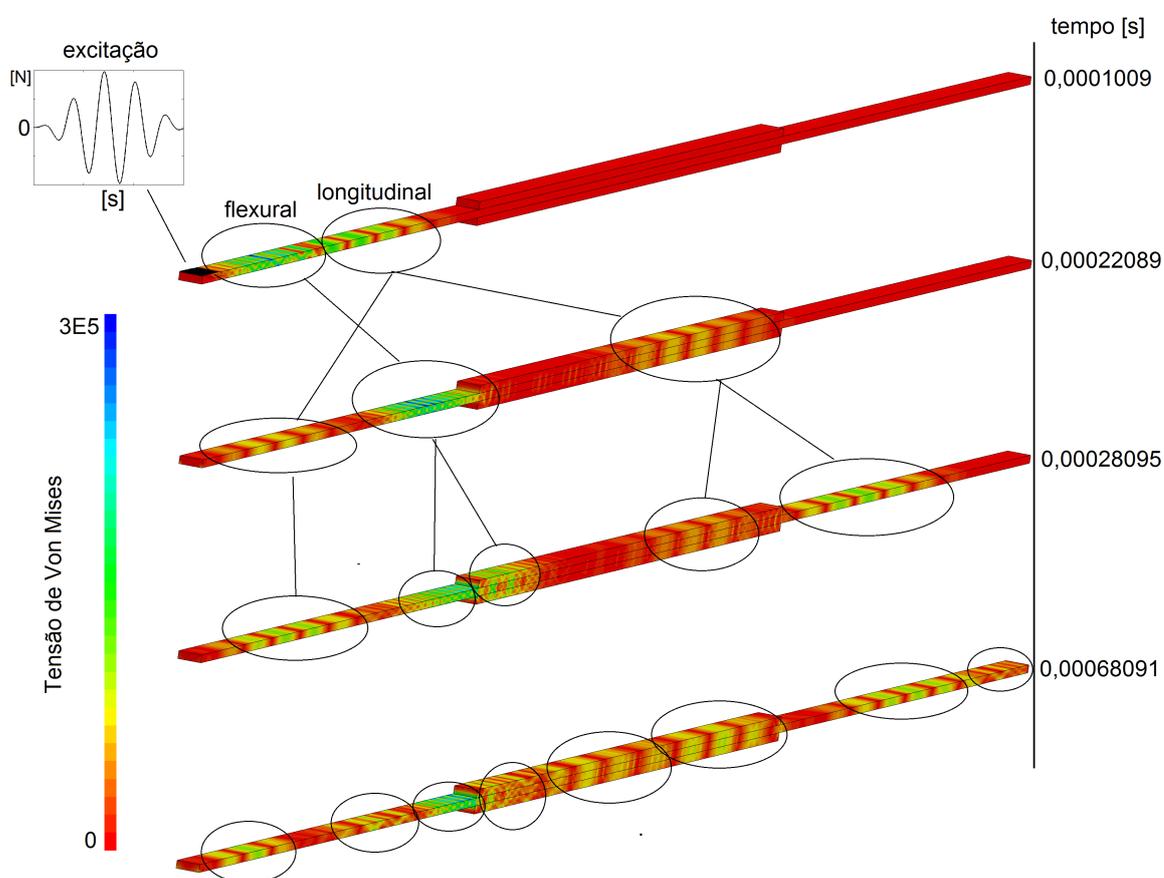


Figura 6.6 – Separamento do sinal devido a mudança de seção do guia, após 0,00068091 [s] a perturbação inicial se separou em oito sub-ondas.

Claramente a figura 6.6 mostra o efeito da mudança de seção no guia de ondas. Está sendo considerado como se o dispositivo que aplica pressão estivesse soldado ao corpo de prova, caso que pretende representar uma pressão extrema, pois o contato entre superfícies, nesse caso, é total. Na análise da figura 6.6 é possível observar os modos se subdividindo de forma sucessiva num processo que acaba por distribuir toda

a energia aplicada na excitação por todo o comprimento da haste.

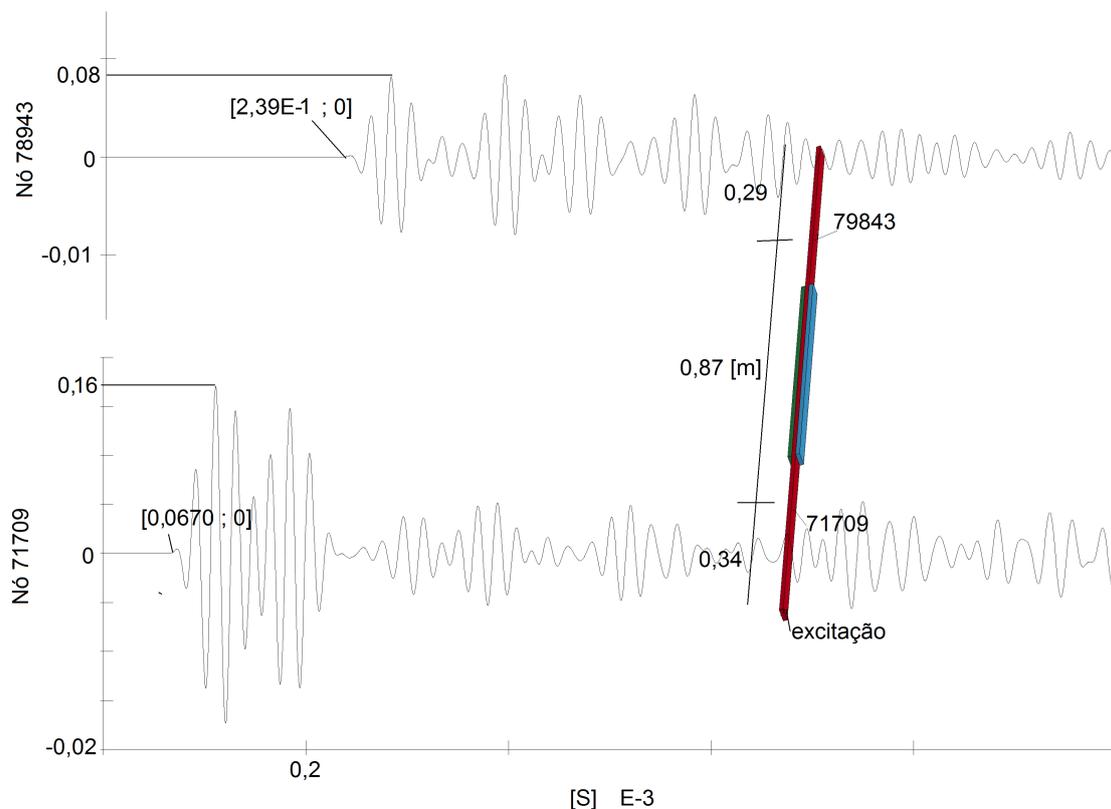


Figura 6.7 – Amplitude do sinal numérico da velocidade em  $x_1$  para dois nós situados antes e depois da irregularidade geométrica. Apesar do material ser considerado sem perdas a atenuação por separação do modo longitudinal foi de  $\alpha_{dB} = 6,92$ .

A figura 6.7 mostra o deslocamento na direção longitudinal de dois nós, um antes e um depois do aumento de seção. O decaimento do sinal devido a passagem na região foi de cinquenta por cento. A velocidade de propagação do modo longitudinal encontrada no modelo pode ser calculada com base nos dados mostrados na figura (distância/intervalo de tempo), que dá 5058[m/s], empregando a clássica expressão  $(E/\rho)^{0.5}$  obtém-se 5044 [m/s], mostrando que o primeiro modo a chegar no sensor é o modo longitudinal e também esse resultado ajuda na validação da simulação.

#### 6.1.4 Discussão dos resultados do experimento II

Nesse experimento pretendeu-se averiguar a eficiência do modo longitudinal em guias de onda de seção retangular. A utilização de determinado modo de propagação em um END está diretamente ligada com a atenuação do mesmo, quanto mais longe o modo propagar, melhor.

O guia de ondas pode estar inserido em diversos meios, com variadas maneiras de interação, por exemplo, ambiente marinho, ambiente subterrâneo, inseridos em

capas poliméricas, proteção ao calor, e uma grande gama de possibilidades oferecidas pela diversidade tecnológica da indústria atual. Com esse foco, foi criado, de forma experimental, um obstáculo, para testar a capacidade do modo longitudinal de conseguir cruzar o mesmo e, conseqüentemente, fazer uma primeira avaliação do potencial de dito modo ser utilizado em END. Sem carga, com a amostra ao ar atmosférico, os experimentos indicaram uma meia vida do sinal gerado em torno de 35 [m]. A meia vida é um indicador da distância máxima que um sinal pode ser usado em um END, pois seria a distância máxima em que o sinal teria para interagir com um defeito e ter energia suficiente para retornar ao ponto emissor. Seguem os resultados.

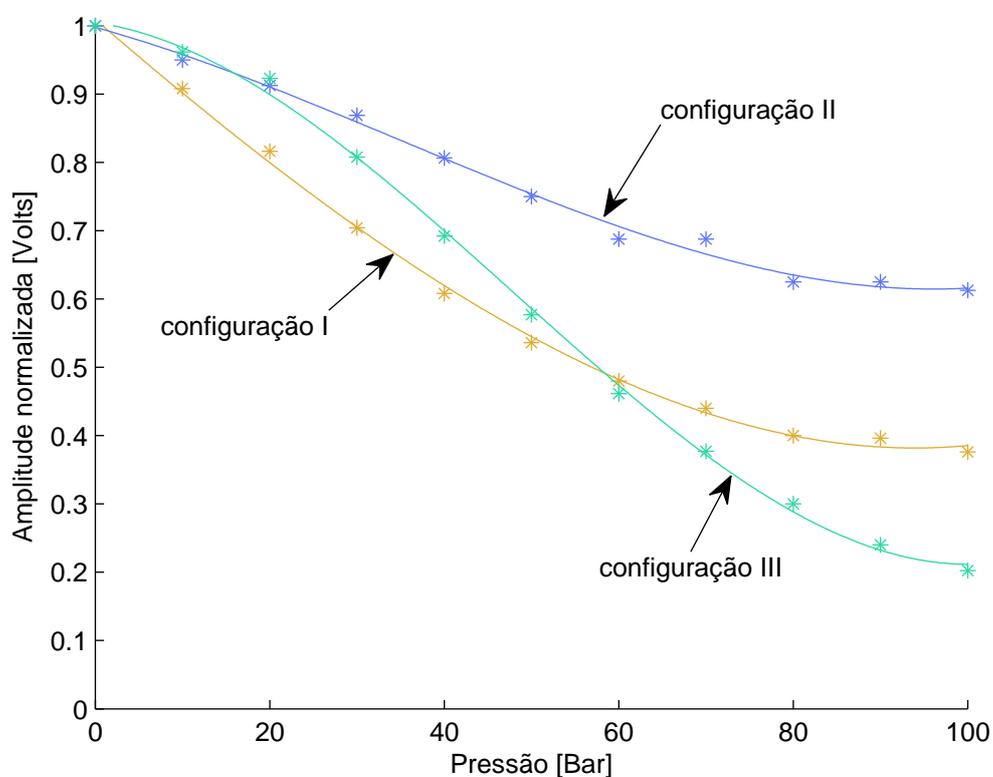


Figura 6.8 – Decaimento da amplitude do primeiro sinal que chega no sensor. Asteriscos são os valores experimentais e as linhas cheias são interpolações quadráticas dos mesmos.

Na figura 6.8 é comparada a primeira amplitude do sinal do modo longitudinal que chega ao sensor piezo posicionado depois do obstáculo, similar ao que foi feito no nó 78943 na figura 6.7. Os valores estão normalizados em respeito ao sinal sem carga.

As curvas mostram uma queda da amplitude com o aumento da pressão aplicada, sendo que a condição II, na qual o contato com o obstáculo é pelas laterais do guia, é onde existe uma menor área de contato. Entre as configurações III e I, os contatos são

feitos nas superfícies superior e inferior da haste.

Na condição de metal com metal, configuração III, para valores baixos de carga (<60[Bar]) apresentam uma baixa atenuação da onda, porém a partir de 60 [Bar] a condição passa a agir de forma mais severa. Uma explicação para esse fenômeno é que em baixas pressões a configuração metal-metal tenha menor área de contato, pois as superfícies envolvidas possuem imperfeições geométrica. No caso da configuração I, com a capa polimérica, em baixas pressões a capa cede e acomoda-se melhor à superfície da amostra oferecendo mais interação com a onda propagante. A configuração I também apresenta uma curva de atenuação versus pressão mais "comportada", com uma derivada sempre decrescendo, à medida que a pressão aumenta, fato que corrobora com a hipótese apresentada acima.

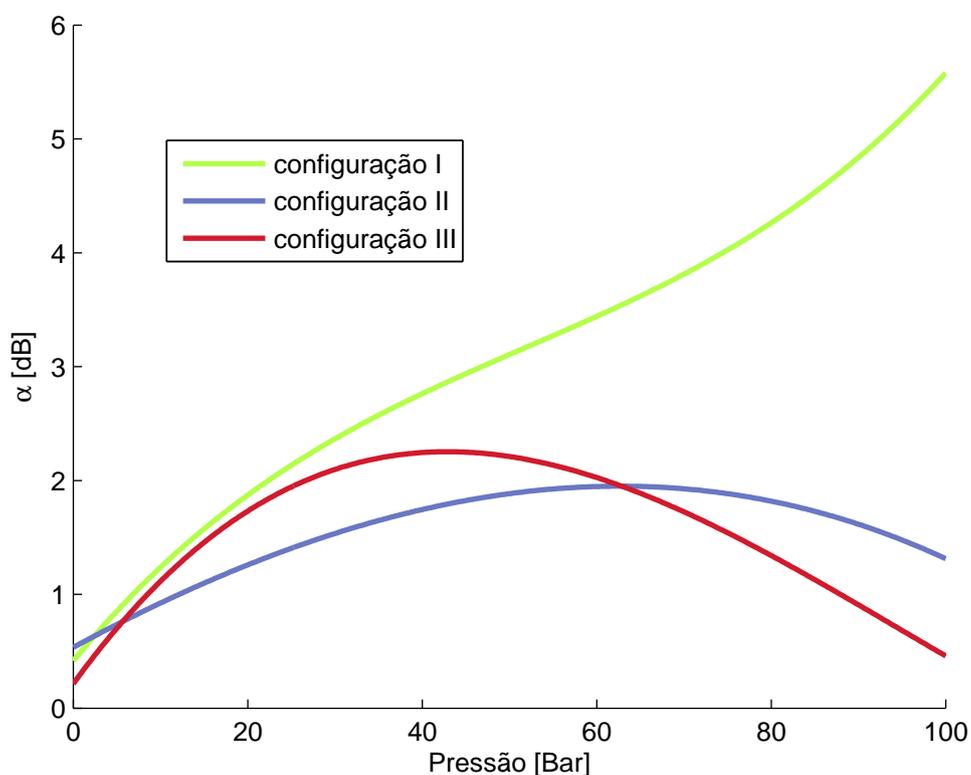


Figura 6.9 – Comportamento do coeficiente de atenuação versus a pressão aplicada.

A outra variável comparada foi o coeficiente de atenuação obtido em cada um dos testes do experimento, a figura 6.9 apresenta as curvas encontradas. Os valores utilizados na geração dessas curvas estão no anexo B. A configuração I, em relação ao coeficiente de atenuação, apresenta um comportamento sempre crescente, à proporção que a pressão aumenta, coisa que não acontece nos outros dois casos.

A explicação para a queda do coeficiente de atenuação com o aumento da pressão aplicada, para as configuração II e III, é que devido a grande parcela da

amplitude do sinal é refletida no choque da onda com o obstáculo. O método usado para calcular a atenuação do teste leva em conta a amplitude do sinal somente após a passagem do mesmo pelo obstáculo (detalhes do método no anexo B). Conforme foi visto no modelo numérico simplificado, em um obstáculo de alta interação, a passagem da onda uma vez, por toda a amostra, separa a mesma em muitas pequenas frentes, que ficam reverberando a amostra como um todo, então, o coeficiente de atenuação que foi medido não mede a atenuação do modo longitudinal em si, mas mede a atenuação de um movimento vibratório da barra, que depende das forças de amortecimento, ou seja, o sinal lido no sensor não é pertencente a modos propagantes, e está mais relacionado a vibrações mecânicas, por essa razão os coeficientes de atenuação vão se tornando cada vez menores. Cada incremento de pressão (a partir de certo valor) fortalece mais a vibração mecânica da barra e extermina mais fortemente os modos propagadores.

## 7 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta o estudo de vários aspectos da propagação de ondas em uma haste retangular de dimensões de 15 x 5 [mm], no intervalo de frequência [0,100 kHz]. As curvas de dispersão são calculadas por três métodos diferentes. Também é realizada a simulação e o ensaio experimental de uma haste retangular metálica de dimensões finitas, nas quais tal estrutura é excitada empregando um sinal tipo Tone Burst. A discussão dos tipos de onda propagantes na haste finita é feita empregando as curvas de dispersão anteriormente calculadas. Por último uma análise de várias configurações da haste metálica é realizada para estudar a atenuação que acontece em cada configuração. No transcurso do trabalho foram obtidas as seguintes conclusões:

- As metodologias empregadas para calcular as curvas de dispersão da haste retangular metálica se mostram coerentes e a comparação dos resultados permitiu ter uma idéia mais clara da forma dos modos propagantes nas diferentes regiões das curvas de dispersão.
- Na construção das curvas de dispersão foram identificados quatro modos fundamentais associados aos quatro movimentos conhecidos de vigas: tração/compressão, torção e flexões em torno dos eixos 2 e 3.
- A simulação numérica via elementos finitos, numa análise explícita da haste retangular metálica finita sobre a qual se aplicaram na extremidade excitações tipo tipo Tone burst, forneceu resultados coerentes com os obtidos de forma experimental e esses resultados também se mostraram compatíveis com as curvas de dispersão calculadas.
- Dentre os quatro modos encontrados escolheu-se o modo longitudinal para estudo experimental sobre a interação do modo com anomalias que por ventura possam existir no guia. Foi elaborado um experimento no qual um obstáculo foi criado no guia de ondas e foi testada a capacidade do modo longitudinal de cruzar tal obstáculo, percebendo a atenuação da onda propagante nestes casos. A escolha do modo longitudinal como sendo o mais promissor para a concepção de um END nas hastes retangulares foi feita com base nos estudos apresentados até o capítulo 6 do trabalho. Com base nas informações obtidas observou-se que o modo longitudinal apresenta o menor deslocamento nos sentidos 2 e 3, sendo que o sentido 1 e o sentido da propagação da onda. Essa característica é relevante quando se quer evitar que o modo interaja com o meio o qual o guia de ondas está inserido.

### 7.1 Sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho pode servir de base para diversas linhas de estudo na propagação de ondas em hastes retangulares, tanto do ponto de vista acadêmico,

quanto do ponto de vista da Engenharia.

Do ponto de vista acadêmico a interação dos modos propagadores com os vários tipos de defeitos, bem como o estudo da propagação em mais altas frequências podem ser desenvolvidas aproveitando principalmente os avanços computacionais e de equipamentos de laboratório, para, com associação a teorias clássicas e consolidadas, obter respostas mais detalhadas dos problemas de mecânica ondulatória. Também estudos teóricos sobre a atenuação dos modos fundamentais são uma possibilidade de trabalho. Uma variável que não foi muito explorada no presente trabalho foi a velocidade de grupo ( $c_g = \partial\omega/\partial k$ , [Cegla, 2008]), a qual pode ser levantada sobre as curvas de dispersão da presente dissertação oferecendo mais informações sobre a propagação em hastes retangulares.

Com respeito a aplicações práticas de interesse em engenharia se pode aproveitar a compreensão dos modos propagadores para gerar sensores que excitem determinado modo. O modo longitudinal foi testado apresentando potencial de inspeção, logo um dispositivo que excite esse modo pode se tornar um equipamento de interesse futuro. Sendo que o presente trabalho oferece as informações necessárias do ponto de vista de excitação para a concepção de um transdutor que trabalhe com esse modo de propagação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Achenbach, J. D. **Wave Propagation in Elastic Solids**. volume I. Elsevier Science publishers B. V., 1973.

Alleyene, D. and Cawley, P. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals, **Journal of Acoustical Society of America**, vol. 89, p. 1159–1168, 1991.

Ansys, I. **Programmer's Manual for Mechanical APDL**. Ansys, Inc., 2009.

Auld, A. B. **Acoustic Fields and Waves in Solids**. volume I. Jonh Wiley and Sons Inc, 1973.

Boeraeve, P. **Introduction to The Finite Element Method**. Institut Gramme-LIEGE, 2010.

Cegla, F. B. Energy concentration at the center of large aspect ratio rectangular waveguides at high frequencies, **Journal of Acoustical Society of America**, vol. 123, p. 4218–4226, 2008.

COMSOL. **Multiphysics Reference Manual**. Comsol AB, 2013.

Corrêa, L. A. **Estudo de Propagação de Ondas em Tubos Epóxi Reforçado com Fibra de Vidro**. Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

Das, B. M. **Fundamentals of Soil Dynamics**. volume I. Elsevier Science publishers B. V., 1982.

Davies, R. M. A critical study of the Hopkinson pressure bar, **The Royal Society**, vol. 240, 1948.

Deger, Y. Coupling effects on torsional vibrations of prismatic bars, **Ingenieur - Archiv Springer-Verlag**, vol. 55, 1984.

dos Santos, M. J. F. **Ondas ultra-sonoras guiadas na caracterização e controle não destrutivo de materiais**. Doutorado, Universidade de Coimbra, 2008.

Drozd, M. B. **Efficient Finite Element Modelling of Ultrasound Waves in Elastic Media**. Doutorado, Imperial College of Science Technology and Medicine - University of London, 2008.

Eagle, D. M., **Acoustic Emission Testing**, volume XI of *Nondestructive Testing Handbook*, chapter Fundamentals of Acoustic Emission Testing, pages 143–183. American Society for Nondestructive Testing, Columbus U.S.A., 3rd edition, 2005.

Graff, K. F. **Wave Motion in Elastic Solids**. volume I. Dover Publications, New York U.S.A, 1975.

Hallquist, J. O. **LS-DYNA Theory Manual**. Livermore Software Technology Corporation, 2006.

Hayashi, Song, W.-J., and Rose, J. L. Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example, **Ultrasonics**, vol. 41, p. 175–183, 2003.

MathWorks. **Reference Manual**. The MathWorks, Inc., 2011.

Polytec. **Basic Principle of Vibrometry**, 2016.

Predoi, M., Castaings, M., Hostern, B., and Bacon, C. Wave propagation along transversely periodic structures, **Journal of Acoustical Society of America**, vol. 121, 2007.

Raghavan, A. and Cesnik, C. E. S. Finite-dimensional piezoelectric transducer modeling for guided wave based structural health monitoring, **Smart Materials and Structures**, vol. 14, p. 1448–1461, 2005.

Rose, J. L. Dispersion Curves in Guided Wave Testing, **Materials Evaluation**, vol. 240, 2003.

Rose, J. L. **Ultrasonic Guided Waves in Solid Media**. volume I. Cambridge University Press, 2014.

Royer, D. and Dieulesaint, E. **Elastic Waves in Solids Free and Guided Propagation**. volume I. Springer, 1996.

Sorohan, S., Constantin, N., Gavan, M., and Anghel, V. Extraction of dispersion curves for waves propagating in free complex waveguides by standart element codes, **Ultrasonics**, vol. 51, p. 503–515, 2011.

Su, Z. and Ye, L. **Indentification of Damage Using Lamb Waves**. volume I. Springer, 2009.

## APÊNDICE A - Inércia Lateral

Neste anexo o efeito da inércia lateral na propagação do modo longitudinal, em hastes retangulares, será melhor abordado.

**Choque axial** A propagação de um choque ocorrido na face de uma haste provoca um pulso, figura abaixo, que irá viajar através da estrutura. Pelo fato do pulso ser aplicado perpendicularmente à seção da haste, predominantemente cria-se uma frente de onda plana, formada por ondas longitudinais. O exemplo da figura que segue foi elaborado no software Ls - Dyna, que é um sistema de elementos finitos comercial, que permite integrar a equação do movimento resultante da discretização espacial via elementos finitos, empregando um esquema explícito. Características sobre essa ferramenta de simulação são dadas no capítulo 4.

Com o exemplo a ser analisado a seguir pretende-se mostrar principalmente duas coisas: a reflexão nas extremidades e o efeito da inércia lateral.

A reflexão nas extremidades da haste depende da condição de contorno da mesma, no modelo elaborado em elementos finitos, o lado esquerdo, lado que recebe o choque, está livre e o direito engastado, claramente se vê que quando a onda chega à extremidade engastada ela retorna espelhada entorno do eixo 1 e quando ela reflete na extremidade livre ela volta espelhada sobre o eixo 2, esse fenômeno conhecida como a regra do espelho[Graff, 1975]. A regra do espelho determina que uma onda de compressão, ao chegar na extremidade engastada retorna como uma onda de tração e uma onda de compressão ao chegar em uma extremidade livre retorna como onda de compressão e vice-versa. Lembrando que aqui estamos em um caso de extremidade totalmente reflexiva, para o caso do final da haste estar em contato com outro meio pode se modelar o efeito do choque da onda em dita interface pela lei de Snell, já mostrada em seções anteriores.

O efeito na inércia lateral pode ser visto na ondulação formada após a crista do pulso, caso não existisse esse efeito o pulso não apresentaria essa oscilação após o pico de tensão.

Davies [Davies, 1948] comparou três teorias utilizando vigas de seção circular:

- A teoria de Love que leva em conta o efeito de inércia. Love considerou a solução harmônica para as equações desenvolvidas no trabalho Rayleigh sobre a inércia lateral em barras.

- A teoria exata que existe para o caso de uma seção circular.

- A teoria que desconsidera a influência da inércia lateral.

Na figura abaixo a comparação entre as três teorias é apresentada, em termos da variação da velocidade de fase, definida como  $\bar{c} = c/c_L$  onde  $c$  é a velocidade de fase e  $\bar{\gamma} = \nu 2\pi r_g/\lambda$ , onde,  $r_g$  é o raio polar de giração da seção,  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

Nos gráficos acima nota-se que as teorias apresentam valores próximos para grandes comprimentos de onda e vão se afastando a medida que essa grandeza vai diminuindo. Trabalhos sobre a barra de Honpikson, detalham bem o efeito da inércia lateral pois o seu conhecimento é fundamental na medição das propriedades materiais através do choque axial em uma haste construída do material a ser investigado.

O modelo do choque axial apresentado utiliza haste de seção quadrada, mas o efeito pode ser percebido nas "franjas" vistas na crista da onda da figura . As curvas de dispersão apresentadas abaixo salientam o efeito da inércia lateral na haste retangular

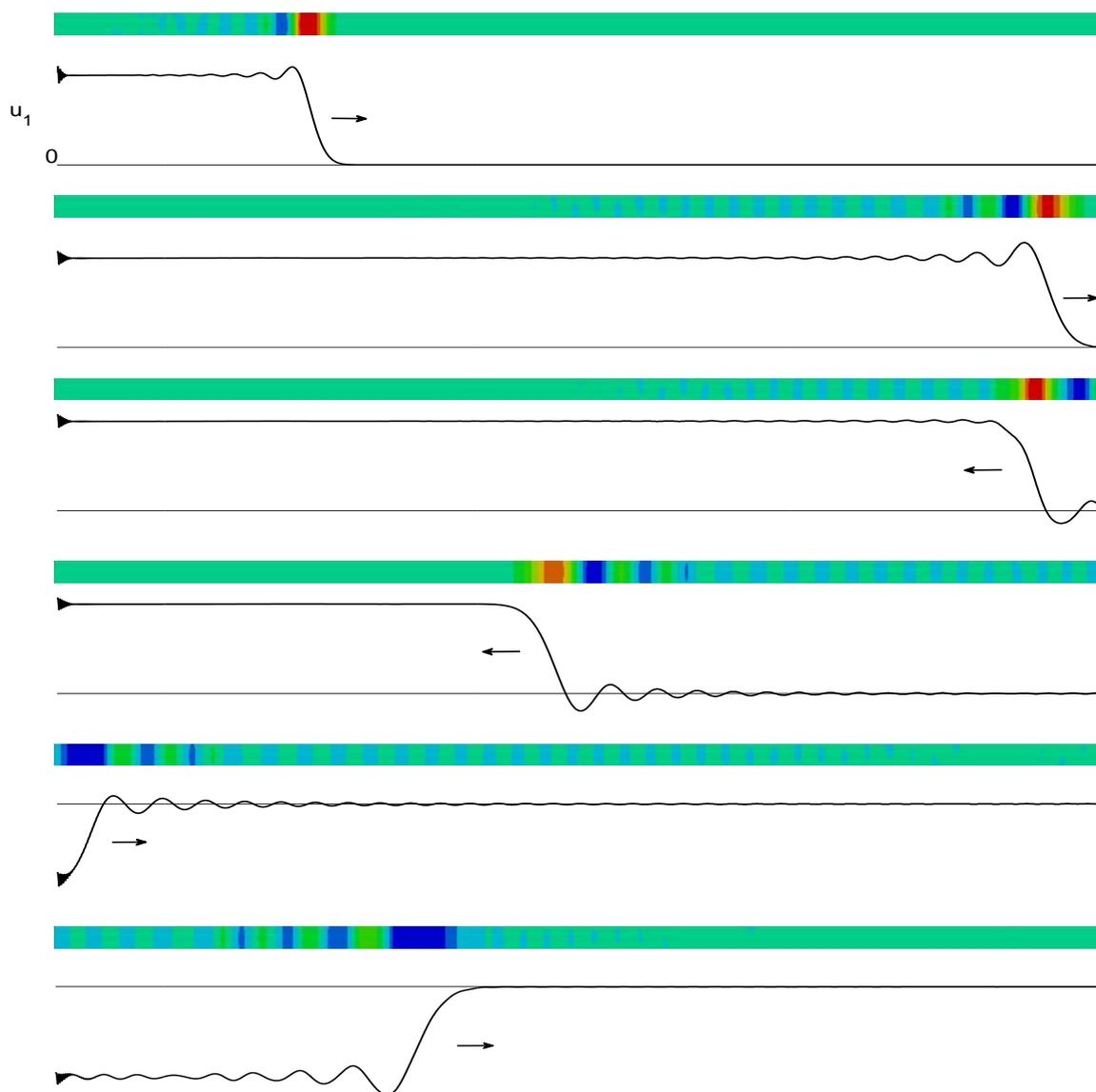
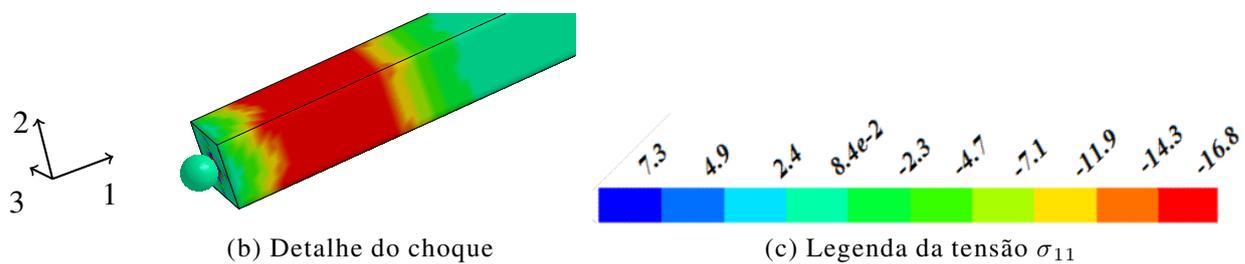


Figura A1 – Deslocamento  $u_1$  de haste submetida a um choque axial. As dimensões da haste são:  $0,1 \times 0,1 \times 100$  m. A esfera possui massa,  $M=15,43$  Kg e velocidade,  $v=100$  m/s. A haste possui a extremidade do choque livre e a outra engastada.

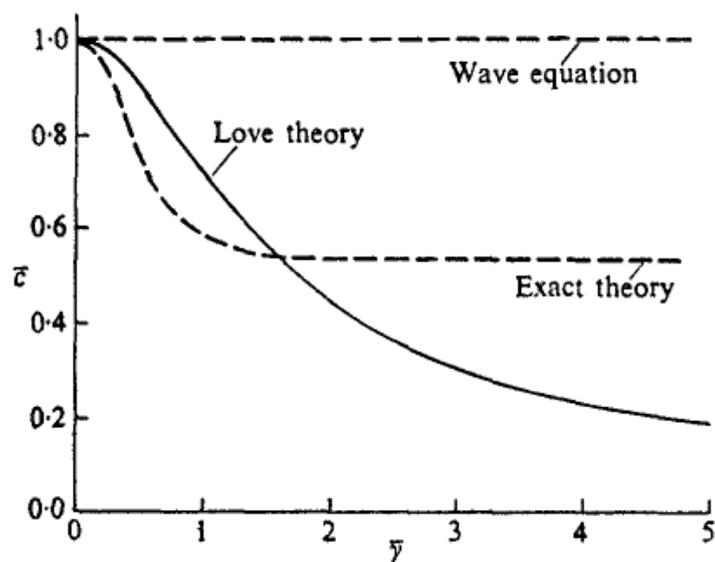


Figura A2 – Efeito de dispersão na velocidade de propagação do modo longitudinal. [Graff, 1975].

em estudo.

Agora são apresentadas as curvas de dispersão da haste estudada (seção retangular 15 x 5 [mm]) para uma faixa frequência de um pouco maior que a proposta no trabalho. O objetivo principal desse anexo é verificar o efeito da inércia lateral apresentado, o tópico encontra-se na seção 2.4.1 da presente dissertação.

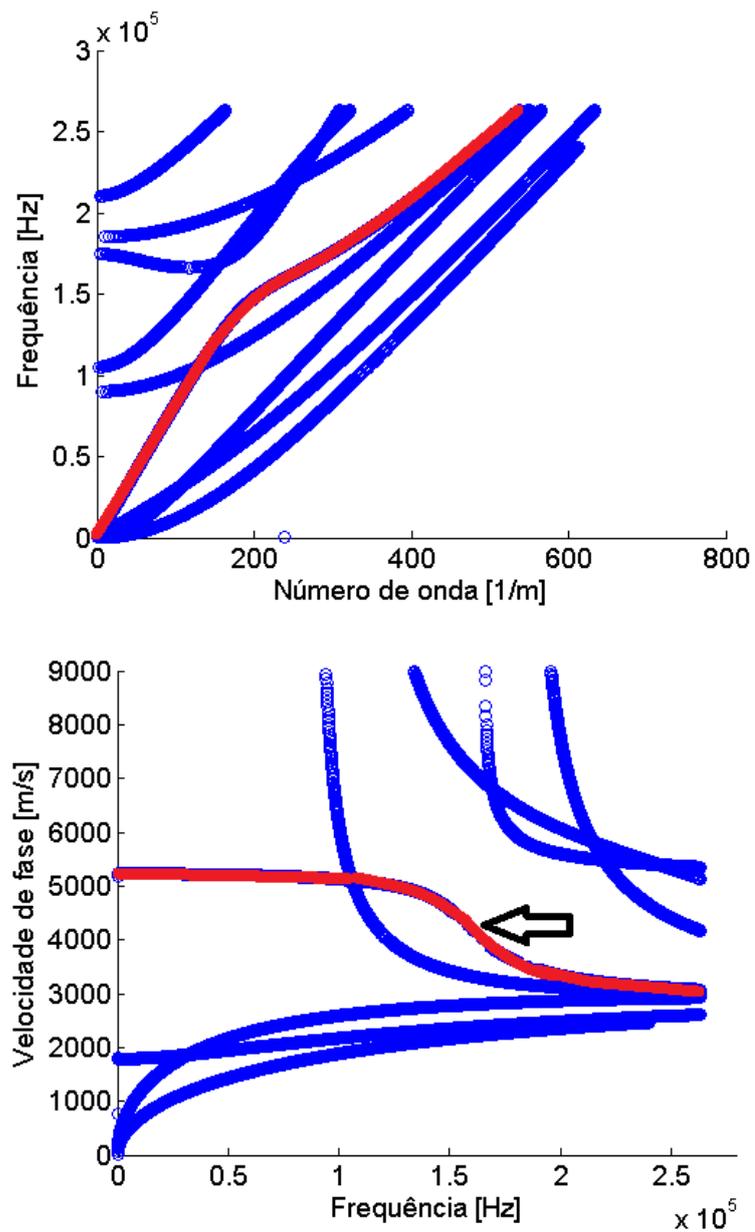


Figura A3 – Curvas de dispersão de haste retangular 15 x 5 [mm], em vermelho o modo longitudinal com a seta indicando o efeito da inércia lateral.

## APÊNDICE B - Metodologia para a cálculo da atenuação do sinal

A atenuação do sinal apresentada na seção 6.1.4, foi calculada da seguinte maneira: Utilizando os pontos marcados na figura 7.1 procede-se com os cálculos apresentados abaixo.

$$\text{Amplitude 1} = 0,01317 - (-0,01293) = 0,0261;$$

$$\text{Amplitude 2} = 0,01094 - (-0,01078) = 0,02172;$$

$$\text{Distância} = 5043 * x (0.0009779 - 0.0002023) = 3,95 \text{ [m];}$$

\* (c de propagação)

$$\alpha = (1 / \text{Distância}) * \ln(\text{Amplitude 1} / \text{Amplitude 2}) = 0,0092 \text{ [1/m];}$$

$$\alpha_{dB} = 8,6 * \alpha = 0,079 \text{ [dB/m];}$$

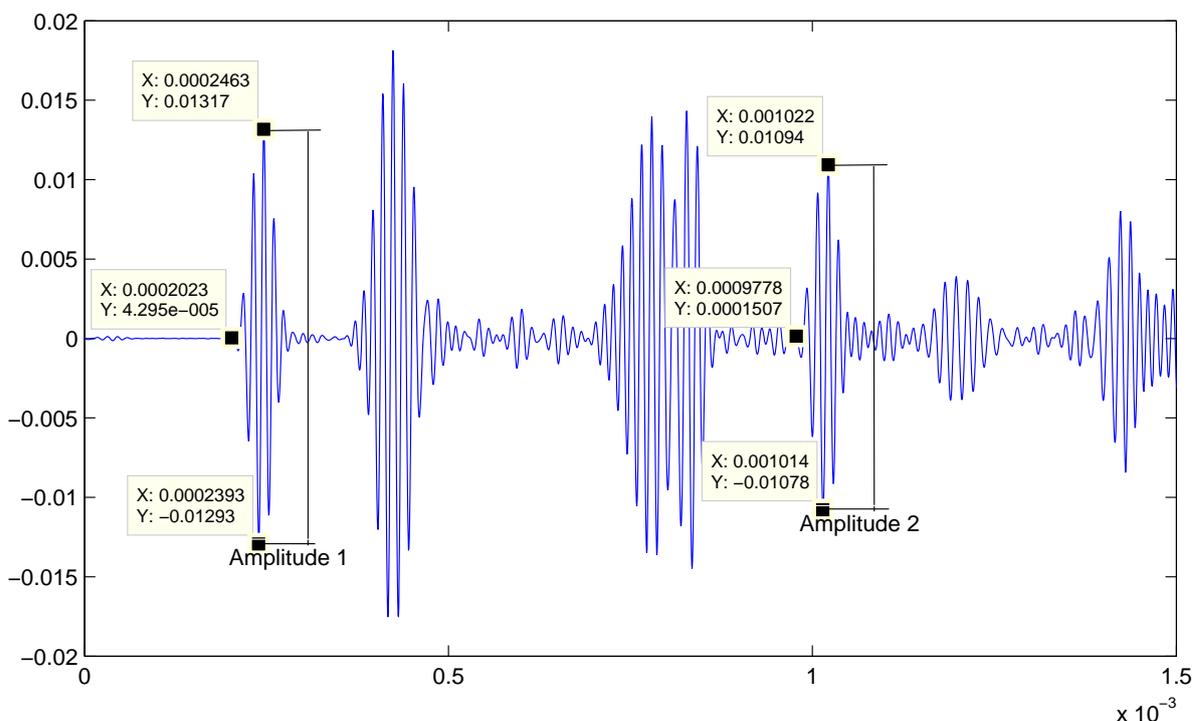


Figura B1 – Análise do decaimento do sinal a 0 bar, pontos usados nos cálculos.

O segredo para o êxito no cálculo do decaimento da amplitude de um modo específico está na identificação do modo dentro do sinal total coletado. A identificação do modo dentro do sinal pode ser feita a partir da velocidade de propagação do mesmo, uma vez que o gráfico apresenta o sinal no tempo, com a velocidade descobre-se a distância que a onda propagou em determinado instante de tempo. Com a posição do sensor em relação a fonte emissora se tem o tempo que a onda deve cruzar o sensor e assim é possível identificar o modo dentro do sinal total. No caso da onda ficar indo e vindo em uma barra (caso deste trabalho) o raciocínio é o mesmo, no qual a cada nova ida e vinda da onda se vai somando a distância percorrida pela mesma. Segue na tabela abaixo os resultados para todos os valores de pressão usados no experimento,

bem como os resultados de atenuação.

### Resultados do experimento II

Bar	configuração I			configuração II			configuração III		
	Ampli.1	$\alpha_{dB}$	$\alpha_{np}$	Ampli.1	$\alpha_{dB}$	$\alpha_{np}$	Ampli.1	$\alpha_{dB}$	$\alpha_{np}$
0	0,0237	0,079	0,0092	0,016	0,5	0,057	0,026	0,4	0,045
10	0,0227	1,72	0,2	0,0152	1,08	0,12	0,024	1,87	0,21
20	0,0204	2,06	0,236	0,0146	1,07	0,12	0,024	1,87	0,21
30	0,0176	2,21	0,254	0,0139	1,5	0,17	0,021	1,42	0,16
40	0,0152	2,51	0,28	0,0129	1,86	0,214	0,018	2,82	0,32
50	0,0134	3,1	0,356	0,012	1,97	0,22	0,015	2,61	0,3
60	0,012	3,4	0,39	0,011	1,85	0,21	0,012	2,04	0,23
70	0,011	3,72	0,43	0,011	1,85	0,14	0,0098	1,17	0,13
80	0,01	4,35	0,5	0,01	1,94	0,22	0,0078	1,43	0,16
90	0,099	5,24	0,6	0,01	1,55	0,18	0,00624	0,95	0,1
100	0,094	5,3	0,607	0,0098	1,33	0,15	0,00526	0,5	0,0052

Observação: A tabela acima apresenta alguns valores que podem gerar dúvida, por exemplo, as amplitudes para condição sem carga são diferentes para as três configurações. Esse efeito é devido ao acoplamento do sensor com a haste, cada vez que o sensor é recolocado, um novo acoplamento gerará uma nova amplitude, essa dificuldade é comum em trabalhos com ondas guiadas. Dentro de cada configuração a pressão foi aumentada gradativamente sem o desacoplamento do sensor, por essa razão os resultados são comparáveis dentro da configuração, mas não comparáveis em valor absoluto entre configurações.

## APÊNDICE C - Matrizes de coeficientes utilizadas na implementação do método decomposição em harmônicas do SAFE

Nesse anexo encontram-se o set das variáveis utilizadas na seção 3.1. As matrizes estão dispostas tal qual a forma implementadas no software COMSOL e podem ser utilizadas com facilidade por quem quiser gerar as curvas de dispersão pela metodologia.

$$\bar{U} = [ u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_{1*} \quad u_{2*} \quad u_{3*} ]^T$$

$$f = [ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 ]^T$$

$$d_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_L + 2\mu \\ -\rho\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho\omega^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i\mu \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i\mu \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} i\lambda_L \\ 0 \\ 0 \\ i\lambda_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



## APÊNDICE D - Detalhamento das curvas de dispersão calculadas

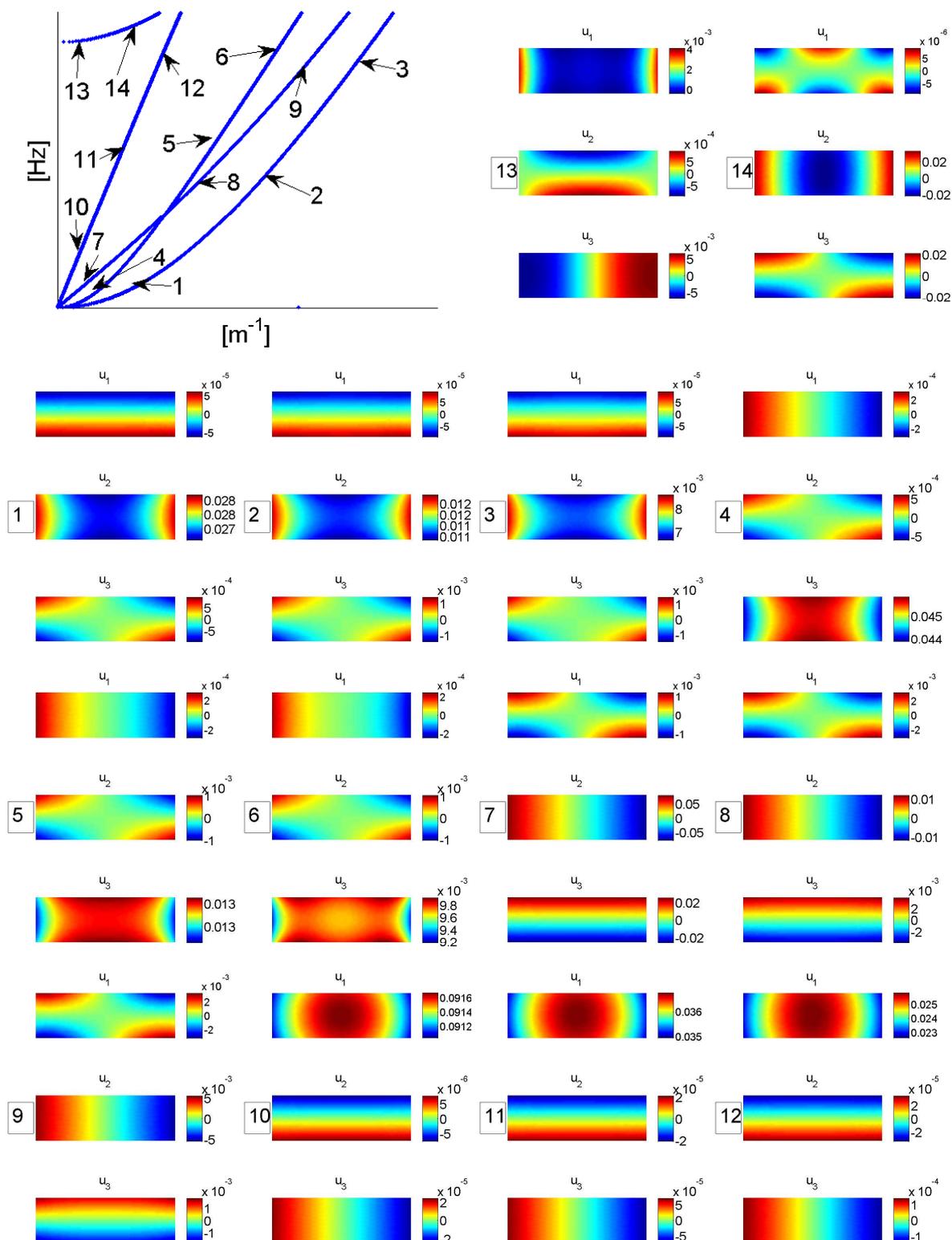


Figura D1 – Resultados obtidos a partir da implementação do método SAFE por decomposição em harmônicas

## APÊNDICE E - Fotos de equipamentos utilizados nos experimentos



Figura E1 – Vibrômetros do Laboratório de Metalurgia Física - LAMEF UFRGS



Figura E2 – **a** osciloscópio Agilent 54846A, **b** fonte amplificadora de tensão Krohn-Hite modelo 7500, **c** gerador de funções Agilent 33521A.

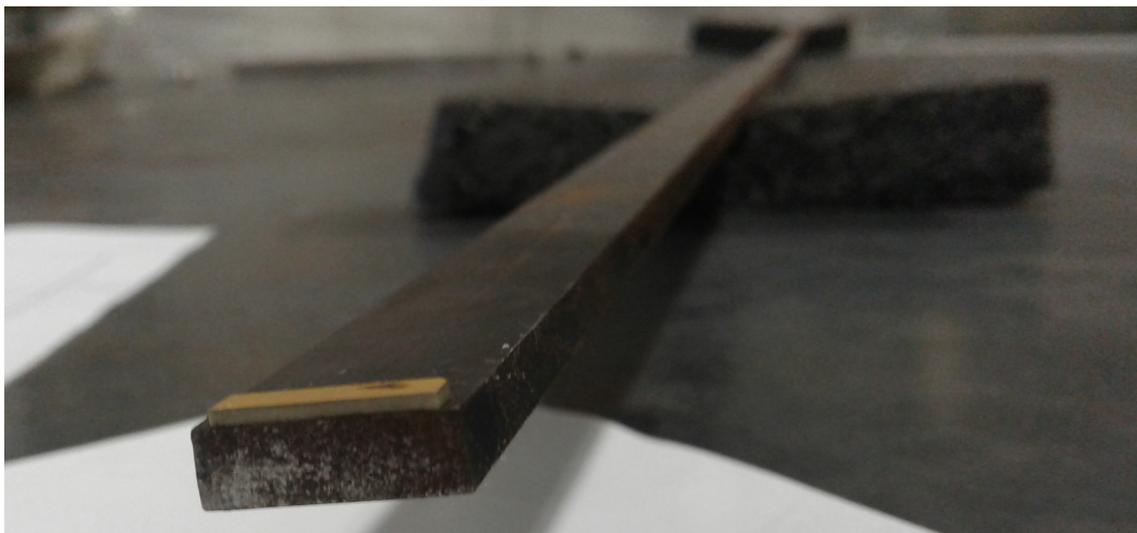


Figura E3 – Cerâmica piezoelétrica acoplada a amostra utilizada na excitação dos modos nos trabalhos experimentais.

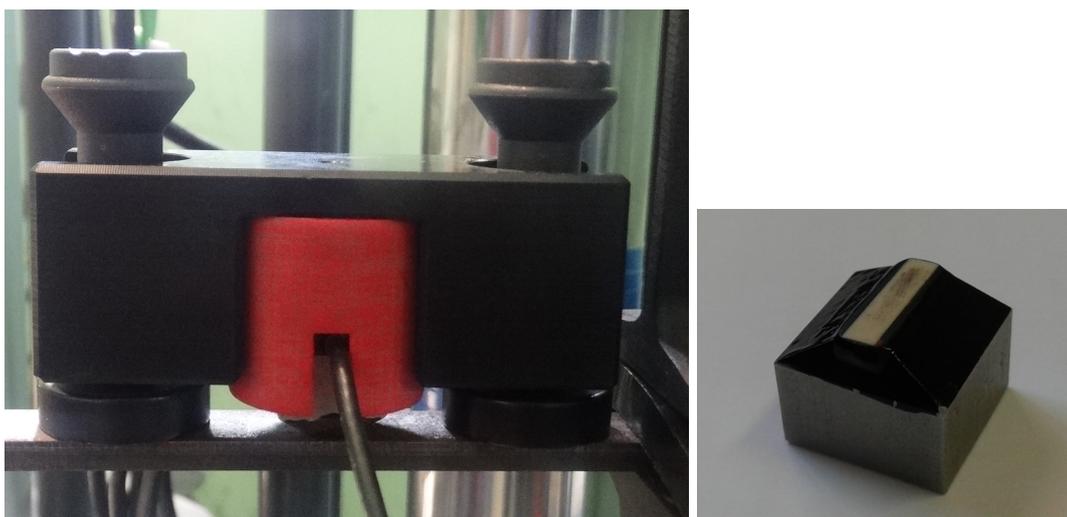


Figura E4 – Sensor piezo preso a amostra por um prendedor magnético, durante o ensaio de atenuação. No detalhe está o sensor, a parte branca é uma resina protetora onde embaixo está a cerâmica piezo, que por sua vez está presa à massa (parte metálica) que serve para dar inércia ao conjunto.

## APÊNDICE F - Detalhes do vibrômetro Polytec

O vibrômetro mais comum é o por efeito Doppler, o qual emprega a tecnologia interferométrica para medir a vibração e os movimentos de superfícies. Esse efeito, pode ser visto na figura F1, onde uma fonte emissora de um sinal variável no tempo se desloca a uma velocidade  $V$  do ponto **B** para o ponto **A**, as linhas circulares representam o sinal emitido a cada instante de tempo viajando a partir da fonte no sentido radial. Um observador posicionado próximo de **B** irá perceber um tempo maior entre um e outro sinal emitido pela fonte, ao passo que um observador situado perto de **A** irá perceber um intervalo cada vez menor entre um e outro sinal emitido pela fonte. Com base nesse princípio, infere-se que um observado fixo é capaz de perceber a passagem da fonte apenas percebendo o tempo entre os sinais. Na figura E1 é mostrado o esquema do equipamento de vibrometria, em uma analogia ao elemento da figura F1 tem-se que superfície é a fonte emissora e o observador é o comparador, esse irá comparar o sinal de referência com o refletido na superfície e dessa forma calcular a velocidade ou deslocamento da superfície [Polytec, 2016]. A superfície transforma-se em fonte emissora no momento que reflete o laser pulsado incidido sobre ela.

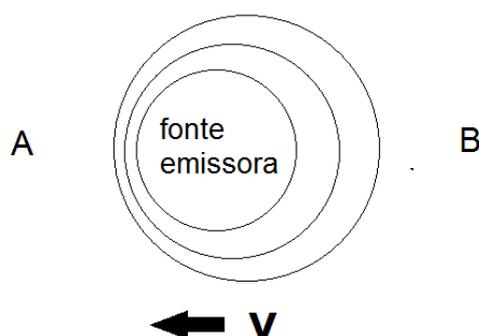


Figura F1 – Efeito Doppler

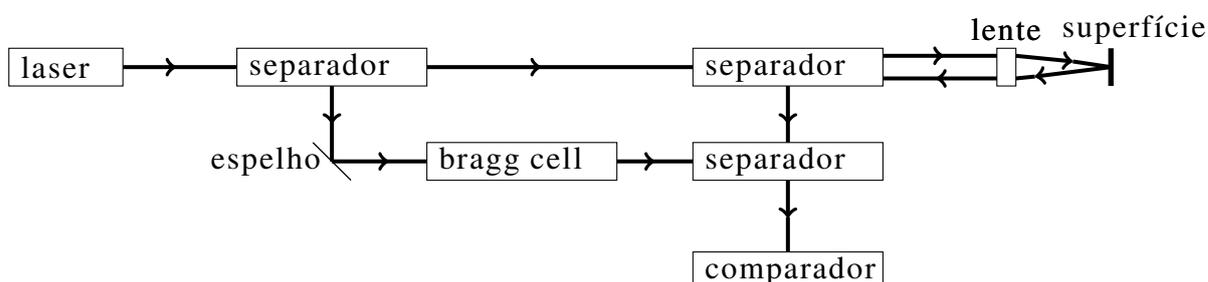


Figura F2 – Esquema mostrando funcionamento do vibrômetro a laser Polytec

O vibrômetro Polytec, figura 4.1, utilizado para a realização da presente dissertação, trabalha com a frequência de um feixe de luz refletido numa superfície que se move, incidindo sobre a mesma um feixe com comprimento de onda conhecido. A frequência varia de acordo com a razão da velocidade da superfície pelo comprimento de onda ( $\Delta f = v/\lambda$ ).