

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TIAGO PIANEZZOLA CICHELERO

PROJETO DE DIPLOMAÇÃO

**DESCRIÇÃO ESPACIAL DA INFILTRAÇÃO DA ÁGUA EM
SOLO NÃO-SATURADO**

Porto Alegre
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DESCRIÇÃO ESPACIAL DA INFILTRAÇÃO DA ÁGUA EM SOLO NÃO-SATURADO

Projeto de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Jacob Scharcanski

Porto Alegre
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TIAGO PIANEZZOLA CICHELERO

DESCRIÇÃO ESPACIAL DA INFILTRAÇÃO DA ÁGUA EM SOLO NÃO-SATURADO

Este projeto foi julgado adequado para fazer jus aos créditos da Disciplina de “Projeto de Diplomação”, do Departamento de Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Jacob Scharcanski, UFRGS

Doutor pela Universidade de Waterloo – Waterloo, EUA.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valner João Brusamarello, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil.

Dr. Sílvio Crestana, EMBRAPA

Doutor pela Universidade de São Paulo – São Carlos, Brasil.

Porto Alegre, junho de 2012.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, pelo grande apoio e exemplo de inspiração ao longo de toda minha formação acadêmica e pessoal, especialmente nos momentos difíceis. Sem eles este trabalho não seria realizado.

AGRADECIMENTOS

Aos pais, pelo apoio constante.

Aos colegas de graduação, pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho.

Ao professor Jacob Scharcanski, pela ideia do assunto e por aceitar ser orientador do projeto.

À EMBRAPA, por fornecer os dados de tomografia, base essencial para o desenvolvimento deste trabalho.

A Juliana Cichelero, pelos desenhos 3D.

À UFRGS, por fornecer material, bibliografia e estrutura para esta pesquisa.

RESUMO

A agricultura é uma atividade de grande impacto ambiental, principalmente no que se refere à água. O consumo elevado de água para irrigação e a contaminação de rios e lençóis freáticos por agrotóxicos e fertilizantes são os principais fatores. O estudo do transporte de água em solos não-saturados é de suma importância para minimizar o impacto da atividade agrícola. Porém, solos são ambientes extremamente complexos e ainda são uma fronteira da ciência.

Este documento apresenta uma nova abordagem para a visualização do comportamento dinâmico e espacial da água no solo através da construção de linhas de fluxo tridimensionais. Esta visualização utiliza como base imagens de tomografia realizadas sobre amostras de solo em ensaios de infiltração. Para o estudo, são recuperados dados de um tomógrafo desenvolvido pela EMBRAPA e pela USP.

O processo consiste em duas etapas principais: a estimativa de um campo vetorial e sua visualização de forma adequada. A estimativa do campo vetorial é feita através do algoritmo de *optical flow* comparando duas seções verticais da amostra. Já a visualização baseia-se num algoritmo que cria imagens contendo linhas de fluxo através de difusão anisotrópica.

Resultados práticos são apresentados com um exemplo de análise para salientar o interesse de utilização desta metodologia.

Palavras-chaves: Tomografia, Ciência dos Solos, Visualização de Campos Vetoriais, Difusão Anisotrópica, Optical Flow.

ABSTRACT

Agriculture is an activity with a great environmental impact, being water a major issue in this context. Irrigation is responsible for an important demand of water, and rivers or underground reservoirs can be polluted by pesticides and fertilizers. The study of the transport of liquid on unsaturated soil is very important to minimize agricultural activity impact. But today soils are still a frontier of science, because it is an heterogeneous and complex environment.

This document presents a new approach for visualizing the dynamic and spatial behavior of water infiltrating in soil by the construction of tridimensional flow lines. This visualization process uses as input soil tomography images, obtained during infiltration tests on field soil samples. The data used in the project was obtained in studies conducted by EMPRAPA and USP.

The process consists in two main steps: the first one being the estimation of a vector field and the second one being its adequate visualization. The vector field represents the movement of the humidity on the soil and is constructed using the *optical flow* algorithm. The visualization is done by creating the main flow lines using an *anisotropic diffusion* algorithm.

Practical results and an analysis are presented in this document to show the interest of using this methodology.

Keywords: Tomography, Soil Science, Flow Field Visualization, Anisotropic Diffusion, Optical Flow.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	17
2	TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA	19
2.1	PRINCÍPIOS DE TOMOGRAFIA	19
2.2	TOMOGRAFIA APLICADA À CIÊNCIA DOS SOLOS.....	21
2.3	ENSAIOS DE INFILTRAÇÃO DE ÁGUA NO SOLO COM TOMÓGRAFO	23
2.3.1	Imagens de base para o estudo	25
3	MODELO DE VISUALIZAÇÃO DE CAMPOS VETORIAIS POR	
	DIFUSÃO	28
3.1	PRINCÍPIOS FÍSICOS DA DIFUSÃO.....	28
3.2	VISUALIZAÇÃO DE CAMPOS VETORIAIS POR DIFUSÃO ANISOTRÓPICA.....	29
3.2.1	Tensor de difusividade.....	30
3.2.2	Aumento de contraste	32
3.2.3	Difusão em cores	34
3.2.4	Exemplos	34
4	RESOLUÇÃO NUMÉRICA	37
4.1	RESOLUÇÃO EXPLÍCITA POR DIFERENÇAS FINITAS	37
4.2	RESOLUÇÃO IMPLÍCITA POR ELEMENTOS FINITOS.....	41
4.3	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	46
4.4	METODOLOGIA DE TESTE	49
5	ESTIMATIVA DO CAMPO VETORIAL.....	52
5.1	ESTIMATIVA USANDO O GRADIENTE.....	52

5.2 ESTIMATIVA USANDO INTERPOLAÇÃO E OPTICAL FLOW	56
5.3 LIMITAÇÕES DA INTERPOLAÇÃO DE DADOS.....	60
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS	62
6.1 AMOSTRA PC3	63
6.2 AMOSTRA PC4	64
6.3 AMOSTRA PC5	65
7 CONCLUSÃO.....	67
REFERÊNCIAS	69
ANEXO: AS QUATRO GERAÇÕES DE TOMÓGRAFOS	72
Tomógrafos de primeira geração	72
Tomógrafos de segunda geração	73
Tomógrafos de terceira geração.....	74
Tomógrafos de quarta geração	74
Referências.....	75
ANEXO: FILTROS DE DIFUSÃO PARA PROCESSAMENTO DE IMAGENS	
77	
Filtro de difusão linear	77
Filtro de difusão não linear	79
Filtro de difusão não linear anisotrópico	81
Referências.....	84

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Esquema básico de um tomógrafo (NAIME, 2001)	19
Figura 2 Exemplo de feixes incidindo sobre uma amostra heterogênea (NAIME, 2001)	20
Figura 3 Esquemático de varredura do tomógrafo	22
Figura 4 Tomógrafo realizando varredura de amostra de solo (NAIME, 2001)	22
Figura 5 Dimensões de uma amostra para ensaio de infiltração	24
Figura 6 Reconstrução 3D da amostra PC1.....	26
Figura 7 Reconstrução 3D da amostra PC2.....	26
Figura 8 Reconstrução 3D da amostra PC3.....	26
Figura 9 Reconstrução 3D da amostra PC4.....	27
Figura 10 Reconstrução 3D da amostra PC5.....	27
Figura 11 A transformação de coordenadas Bv	30
Figura 12 Função de difusividade paralela ao campo vetorial.	31
Figura 13 Função de difusividade perpendicular ao campo vetorial.	32
Figura 14 Função de aumento de contraste	33
Figura 15 Sistema bicolor para representação dos campos vetoriais.....	34
Figura 16 Campo proveniente de uma simulação 2D de MHD visualizado por difusão anisotrópica em tons de cinza (DIEWALD, 2000)	35
Figura 17 Campo proveniente de uma simulação 2D de MHD visualizado por difusão anisotrópica em duas cores (DIEWALD, 2000)	35
Figura 18 Percursos da água passando por um recipiente, gerados por difusão anisotrópica em 3D (DIEWALD, 2000).....	36

Figura 19 Esquema de numeração dos nós.	42
Figura 20 Esquema de numeração dos elementos	43
Figura 21 Sistema de numeração nos nós de um elemento	43
Figura 22 Visualização de campo vetorial por (a) sistema explícito com 100 iterações, e (b) sistema implícito com apenas 4 iterações.....	47
Figura 23 Mesmo campo vetorial visualizado com difusividade no sentido do campo (a) pequena (b) grande.	47
Figura 24 Mesmo campo vetorial visualizado com difusividade perpendicular ao campo (a) pequena, e (b) grande.	48
Figura 25 Visualização de bloco 3D de dados	49
Figura 26 Teste de difusão anisotrópica: (a) imagem inicial, e (b) imagem difusa por campo horizontal.	50
Figura 27 Teste de difusão anisotrópica: (a) campo vetorial, e (b) visualização do campo. ...	50
Figura 28 Teste de difusão anisotrópica: (a) características do campo, e (b) visualização do campo.	51
Figura 29 Esquema para estimativa do campo vetorial por gradiente	53
Figura 30 Exemplo de estimativa de campo vetorial.....	53
Figura 31 Seções verticais medidas pelo tomógrafo	55
Figura 32 Amostra PC3, instante T3, (a) corte vertical 17, e (b) corte vertical 18.	55
Figura 33 Amostra PC3, corte vertical 17, (a) instante T3, e (b) instante T4.	56
Figura 34 Estimativa das linhas de fluxo através da cor da imagem.....	57
Figura 35 Amostra PC3 T3, (a) imagem original, e (b) imagem interpolada.	58
Figura 36 Algoritmo de optical flow, (a) imagem inicial 1, (b) imagem inicial 2, e (c) campo vetorial de saída. (LIU, 2011)	59
Figura 37 Campo vetorial estimado por <i>fluid flow</i>	60

Figura 38 Zonas de maior intensidade em tomografia interpolada	61
Figura 39 Linhas de fluxo fragmentadas.....	61
Figura 40 Linhas de fluxo para amostra PC3 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.	63
Figura 41 Linhas de fluxo para amostra PC4 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.	64
Figura 42 Linhas de fluxo para amostra PC5 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.	65
Figura 43 Esquemático de um tomógrafo de primeira geração.....	73
Figura 44 Esquemático de um tomógrafo de segunda geração	73
Figura 45 Esquemático de um tomógrafo de terceira geração	74
Figura 46 Esquemático de um tomógrafo de quarta geração	75
Figura 47 Filtro de difusão linear, sendo (a) a imagem inicial com ruído e (b) o resultado da aplicação do filtro.....	78
Figura 48 As funções (a) difusividade (b) fluxo em função de s	80
Figura 49 Filtro de difusão não linear, sendo (a) a imagem inicial com ruído e (b) o resultado da aplicação do filtro	81
Figura 50 Comparativo entre filtros de difusão, sendo (a) a imagem inicial com ruído e os resultados da aplicação de (b) difusão linear, (c) difusão não linear, e (d) difusão anisotrópica (WEICKERT, 1998).....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Amostras de solo	25
Tabela 2 Gradiente das funções de base	45
Tabela 3 Lista dos nós globais em cada elemento	46
Tabela 4 Parâmetros usados no sistema de visualização	62
Tabela 5 Comparação entre as quatro gerações de tomógrafos	72

LISTA DE ABREVIATURAS

EMBRAPA: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária

MHD: Magneto-Hidrodinâmica

PC: Plantio Convencional

TC: Tomografia Computadorizada

UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas o ser humano vem se conscientizando da importância das questões ambientais. A escala global das ações humanas realizadas na exploração de recursos, intensiva industrialização e agricultura trouxeram à tona problemas graves como poluição, escassez de recursos, falta alimentos, perda de biodiversidade e aumento da temperatura média da atmosfera. A quantidade limitada de água doce de qualidade tem se mostrado um desses problemas, sendo considerado um dos bens mais valiosos no novo século.

A prática agrícola humana é uma atividade de grande impacto ambiental (NAIME, 2001), devido às grandes áreas de terra que são plantadas atualmente. As novas práticas agrícolas aumentaram enormemente a produtividade da terra, permitindo a geração de alimentos para uma população global que atinge os 7 bilhões de habitantes. Estas práticas consistem na utilização extensiva de irrigação, fertilizantes e pesticidas.

Produzir alimentos depende muito da disponibilidade da água. Para citar alguns exemplos, estima-se que são necessários 3.000 litros de água para se produzir um quilo de arroz, e espantosos 15.500 litros para um quilo de carne (PRADO, 2011). Estes números comprovam intuitivamente o fato de a agricultura se considerada detentora de 75% do consumo de água total da atividade humana (WALLACE, 2000).

A prática da irrigação na agricultura possui como característica principal o aumento expressivo da produtividade das terras. No mundo, apenas 17% da área plantada é irrigada, mas esta área corresponde a 40% da produção global de alimentos (Domingues, 2004). O Brasil detém apenas 1% da área irrigada no mundo, o que mostra que o país ainda será capaz de ampliar significativamente sua produção agrícola. Para fazer isto através do uso da irrigação, será necessário um conhecimento mais preciso do comportamento da água no solo por parte dos cientistas agrícolas.

Além de consumir muita água, a agricultura também pode ser responsável pela degradação dos recursos hídricos. Isto ocorre devido à poluição gerada pela utilização excessiva de fertilizantes e de pesticidas. A contaminação da água através de pesticidas ocorre de duas maneiras: escoamento superficial para os rios e corpos d'água e percolação profunda no solo até atingir águas subterrâneas (NAIME, 2001).

A ciência dos solos possui um papel fundamental para a redução dos impactos da prática agrária sobre os recursos hídricos. O conhecimento dos mecanismos de transporte na região não-saturada é de grande importância para a otimização da aplicação de insumos agrícolas, dentre eles a água para a irrigação, reduzindo o volume de água contaminada por pesticidas que atinge os reservatórios subterrâneos.

O estudo dos solos ainda é uma fronteira da ciência. Trata-se de ambientes extremamente complexos, porosos e heterogêneos em diferentes escalas, com a presença de fenômenos químicos e microbiológicos (BAVEYE, 2011). Atualmente, a ciência tem razoável domínio sobre o comportamento de solos saturados, mas pouco se conhece sobre os mecanismos de transporte na região não saturada dos solos, que é justamente o horizonte agriculturável na maioria das culturas (NAIME, 2001).

Uso do tomógrafo permite a medida não destrutiva e tridimensional das estruturas complexas que compõe o solo. Assim, se obtém dados experimentais que podem servir de base para o estudo de diversas propriedades dos solos, para a comprovação de teorias sobre sua composição e comportamentos, e para a comparação de diferentes tipos de solo. (NAIME, 2001) realizou a construção de um tomógrafo que mede a presença de água no solo em diferentes instantes de tempo, e em diversos pontos de um volume. Este tomógrafo foi utilizado para a aquisição de dados durante processos de infiltração em diferentes amostras de solo, e apresenta a característica de ser rápido o suficiente para capturar imagens nos

momentos iniciais deste processo, registrando assim o comportamento do mesmo na zona não-saturada.

O presente documento apresenta os esforços feitos para facilitar a análise espacial do comportamento da umidade no solo, especialmente no sentido de uma melhor compreensão dos mecanismos de transporte na região não-saturada do solo. É proposto um método de análise que consiste na estimativa e na visualização das linhas de fluxo percorridas pela água durante os diferentes instantes do processo de infiltração.

O presente projeto é apresentado como um complemento do trabalho realizado pela EMBRAPA e pela USP (NAIME, 2001), pois recupera as imagens de tomografia durante ensaios de infiltração e busca apresentar imagens contendo as linhas de fluxo do movimento da umidade no solo.

1.1 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS.

No capítulo 2 é tratado o uso do tomógrafo na ciência dos solos. Inicia-se com uma pequena apresentação dos princípios físicos deste aparelho de medida. Em seguida é apresentado um tomógrafo construído especificamente para o estudo dos solos, no qual foram realizados ensaios que geraram os dados usados para testar o procedimento de visualização proposto pelo presente documento. Também são listados os dados importantes referentes ao processo de aquisição das tomografias e são mostradas as reconstruções tridimensionais de todas as amostras disponíveis.

No capítulo 3 é apresentado o modelo matemático contendo as equações e funções que possibilitam a visualização de campos vetoriais através da criação de imagens por difusão anisotrópica. O leitor não familiarizado com os filtros de difusão usados em processamento de imagens é fortemente convidado a ler a descrição desses filtros que são fornecidas em anexo.

Os aspectos numéricos que foram desenvolvidos ao longo do projeto para a implementação dos modelos matemáticos de difusão anisotrópica são detalhados no capítulo 4. Nele são estudados duas alternativas, a resolução através de um sistema explícito bastante simplificado e a resolução através de um sistema implícito mais complexo. O desempenho destes métodos são comparados no final do capítulo.

A estimativa dos campos vetoriais é tratada no capítulo 5. Nele é feita uma argumentação da necessidade da utilização da interpolação de dados para contornar algumas limitações de resolução presente nas tomografias. Também é apresentado o uso do algoritmo de *optical flow* com o fim de encontrar a direção dos campos de velocidade do movimento da umidade no solo.

Os resultados completos aplicados a algumas tomografias reais são apresentados no capítulo 6. Nele também são analisados qualitativamente algumas propriedades das amostras de solo destacadas por este método de visualização. Finalmente, conclusões e perspectivas futuras são apresentadas no capítulo 7.

2 TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

2.1 PRINCÍPIOS DE TOMOGRAFIA

Tomografia computadorizada por transmissão (TC) é o processo de obtenção da imagem reconstruída da seção transversal ou fatia de um corpo, utilizando-se um equipamento externo, controlado por computador. O processo ocorre através de múltiplas projeções obtidas de quaisquer radiações ou partículas com energia suficiente para passar através do corpo de interesse, dentre os quais podemos citar raios X, raios γ e ondas ultrassônicas. A Figura 1 mostra o esquema básico de funcionamento de um tomógrafo.

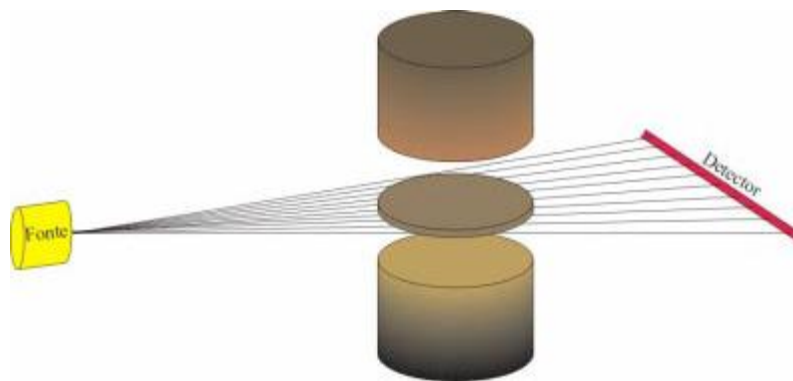


Figura 1 Esquema básico de um tomógrafo (NAIME, 2001)

Quando um feixe radioativo atravessa um material, este sofre uma atenuação porque a radiação interage com a matéria. Geralmente, os fatores que mais influem nesta atenuação são o número atômico e a massa específica dos componentes da amostra.

Tomando uma amostra de material homogêneo e de comprimento x , ao incidir sobre ela um feixe de fótons monoenergético, pode-se calcular o coeficiente de atenuação linear μ , através da relação entre o número de fótons incidentes I_0 e o número de fótons emergentes I . Esta relação é dada pela lei de Lambert-Beer:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (1)$$

Assim, o μ de um material indica a probabilidade de ocorrência de absorção, ou de espalhamento de radiação, de uma determinada energia, por unidade de comprimento do caminho que o feixe radioativo percorre neste material.

Se a tomografia for feita em uma amostra heterogênea como na Figura 2, o coeficiente de atenuação adquire diferentes valores de acordo com a parte da amostra que estará sendo analisada. Assim, os fótons emergentes são proporcionais à integral dos $\mu(x,y)$ encontrados ao longo do caminho L percorrido pelo feixe.

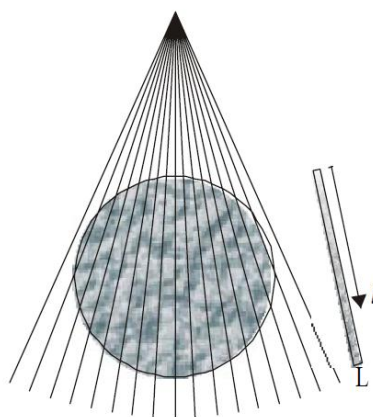


Figura 2 Exemplo de feixes incidindo sobre uma amostra heterogênea (NAIME, 2001)

A relação entre fótons incidentes e emergentes passa a ser dada pela equação:

$$I = I_0 \cdot e^{-\int_L \mu(x,y) \cdot dl} \quad (2)$$

As medidas de I e I_0 permitem o cálculo de $\ln(I/I_0)$, denominado raio-soma no caminho L. O conjunto de raios-soma forma a projeção do objeto em uma determinada direção. O princípio da tomografia é obter um número suficiente de projeções para reconstruir matematicamente a imagem do objeto, isto é, o perfil dos coeficientes de atenuação em cada seção.

Diferentes tecnologias para a construção de tomógrafos foram desenvolvidas ao longo das últimas décadas. É possível utilizar diversas geometrias de feixes radioativos e de

detectores, que permitem a obtenção de tomógrafos com características funcionais adequadas a cada aplicação, principalmente no que se refere à velocidade de varredura. Caso haja interesse do leitor, em anexo é apresentado um resumo das diferentes gerações de tomógrafos.

2.2 TOMOGRAFIA APLICADA À CIÊNCIA DOS SOLOS

A tomografia foi inicialmente concebida como uma ferramenta de apoio à medicina, sendo amplamente utilizada em hospitais e em estudos diversos. Nas últimas décadas, os tomógrafos passaram a ser utilizados também em outros campos, como é o caso da ciência dos solos para uma análise detalhada e não destrutiva deste sistema potencialmente complexo (BAVEYE, 2011).

No Brasil, a EMBRAPA, em parceria com a Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, construíram um tomógrafo especialmente para tal finalidade. Este equipamento foi utilizado pela equipe da EMBRAPA para realizar diversos ensaios de infiltração em diferentes amostras de solos. Trata-se de um tomógrafo de terceira geração, através do qual são feitas varreduras da amostra pela rotação do arranjo fonte-detector, conforme a Figura 3. Cada varredura mede uma seção vertical da amostra. O sistema inclui um mecanismo que desloca verticalmente a amostra, permitindo a análise de diferentes alturas da mesma.

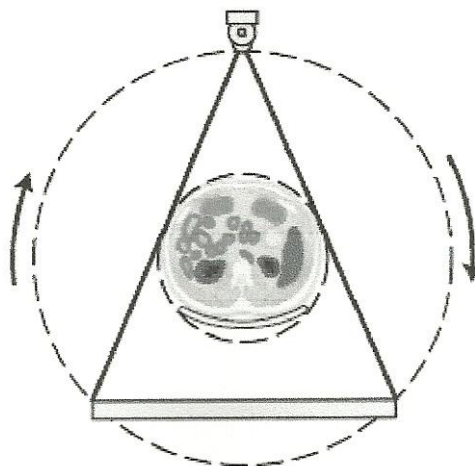


Figura 3 Esquemático de varredura do tomógrafo

O tomógrafo de terceira geração possui velocidade de varredura suficiente para acompanhar a evolução da água durante um processo de infiltração em amostras de solo (NAIME, 2001). O estudo apresentado neste documento utiliza como base os dados obtidos por este tomógrafo, que é ilustrado na Figura 4.



Figura 4 Tomógrafo realizando varredura de amostra de solo (NAIME, 2001)

2.3 ENSAIOS DE INFILTRAÇÃO DE ÁGUA NO SOLO COM TOMÓGRAFO

Os ensaios para o estudo da infiltração da água na região não saturada do solo foram realizados pela EMPRAPA em parceria com a USP. Estes ensaios são feitos com amostras provenientes de solos com plantio direto, plantio convencional e mata. A comparação do comportamento hídrico de diferentes procedências serve para uma compreensão dos impactos técnicos e ambientais de cada técnica agrícola. A seguir serão apresentados os aspectos relevantes para o escopo deste documento. Mais detalhes destes experimentos são descritos em (NAIME, 2001).

As amostras de solo que são utilizadas para os ensaios de infiltração são retiradas de campo em grandes blocos. Este material é levado a laboratório, onde é devidamente seco em um forno. Em seguida, os blocos são cortados e desbastados até atingirem a forma de um cilindro de diâmetro 40 mm e comprimento 180 mm. Cada amostra é protegida por parafina e inserida em um tubo de PVC de mesmo diâmetro interno e de comprimento 200 mm. Os espaços vazios entre as amostras de solo e a parede do tubo PVC são selados com parafina para evitar que o líquido percorra estes caminhos durante o ensaio.

Os 20 mm do comprimento tubo PVC que sobram em relação ao comprimento da amostra são usados para o preenchimento com água no início de cada ensaio, conforme ilustrado na Figura 5. Esta é a quantidade total de água que será infiltrada. Na extremidade inferior, os tubos são deixados abertos, para que a água possa ser eliminada ao atravessar toda amostra. Abaixo do tubo que contém a amostra, é colocado outro tubo PVC de diâmetro 40 mm, mas com fundo tampado em PVC para coletar a água que sai do fundo da amostra.

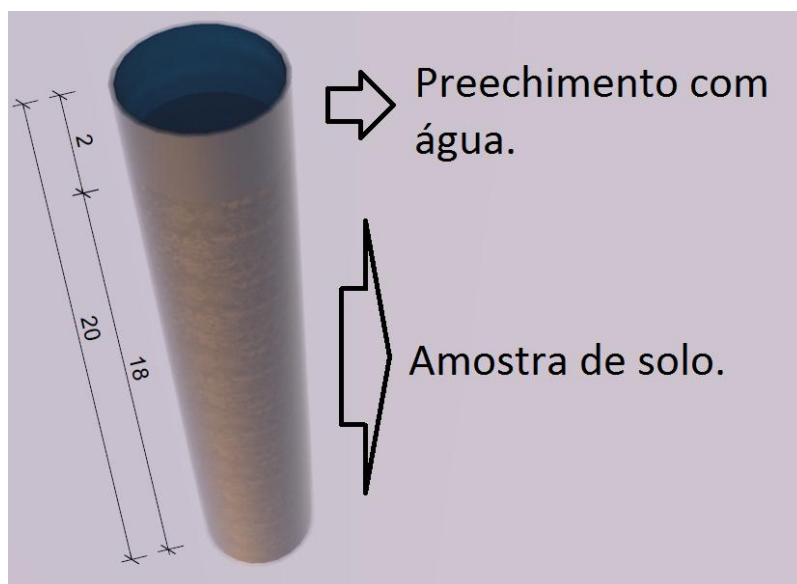


Figura 5 Dimensões de uma amostra para ensaio de infiltração

O tomógrafo faz a varredura das amostras posicionando o sistema de medida a uma altura específica da amostra e recolhendo dados através da rotação dos detectores ao redor do plano horizontal. Este processo dura 4 minutos. Após a aquisição dos dados para uma seção horizontal, um sistema de rosca sem fim desloca verticalmente a amostra, e uma nova varredura horizontal é realizada.

Nos ensaios de infiltração, o tomógrafo realiza de 4 a 6 varreduras completas da amostra, contabilizando 31 seções horizontais espaçadas de 5 mm cada. Assim, 150 mm dos 180 mm do comprimento da amostra são medidos. Uma sequência de varredura completa da amostra, abrangendo as 31 seções horizontais, dura 124 minutos.

A tomografia apresenta a resposta completa de todos os elementos presentes no percurso entre a fonte de radiação e o arranjo de detectores. Por isso, também é feita uma varredura da amostra seca, antes da infiltração, nas mesmas posições verticais. Assim, é possível fazer uma estimativa apenas do conteúdo de líquido em cada medida de infiltração através da diferença entre a amostra úmida e a amostra seca.

2.3.1 Imagens de base para o estudo

Neste projeto são utilizados como dados iniciais os resultados dos ensaios obtidos de acordo com os procedimentos apresentados na seção 2.3. Os ensaios foram feitos por (NAIME, 2001) e as imagens foram recuperadas para o desenvolvimento dos métodos de visualização realizados neste projeto. A Tabela 1 mostra as amostras que foram usadas neste projeto e a quantidade de tomografias completas realizadas em cada amostra. Todas as tomografias são feitas na resolução $71 \times 71 \times 31$ *voxels*. O solo que compõem todas as amostras é proveniente de fazendas que realizam plantio convencional.

Tabela 1 Amostras de solo

Nome da amostra	Número de tomografias
PC1	1 solo seco + 4 solo úmido
PC2	1 solo seco + 5 solo úmido
PC3	1 solo seco + 5 solo úmido
PC4	1 solo seco + 6 solo úmido
PC5	1 solo seco + 6 solo úmido

As amostras diferem no comportamento da infiltração de forma espacial e temporal. Para a análise apenas da água infiltrada ao longo do tempo, é feita a subtração entre solo seco e solo úmido. A Figura 6, a Figura 6, a Figura 7, a Figura 8, a Figura 9 e a Figura 10 representam a reconstrução 3D da umidade presentes nas cinco amostras nos diferentes instantes de tempo.

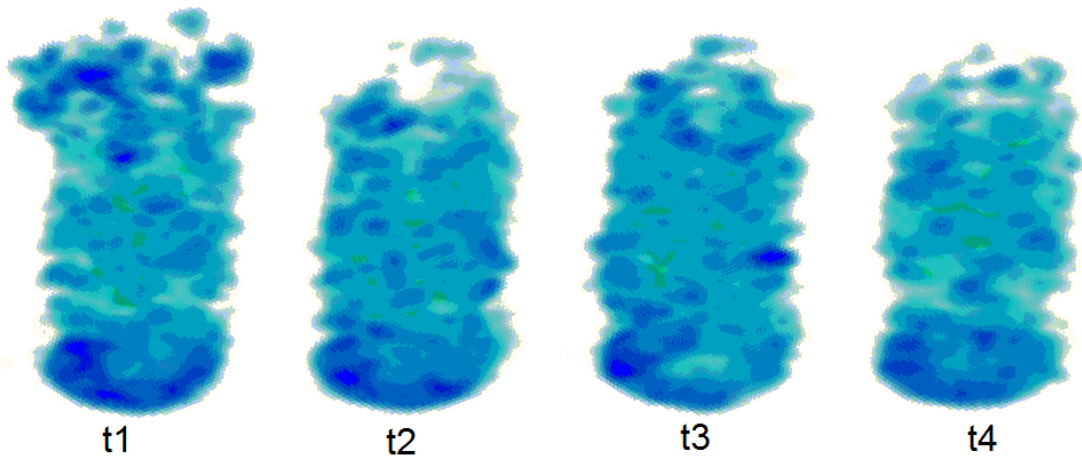


Figura 6 Reconstrução 3D da amostra PC1

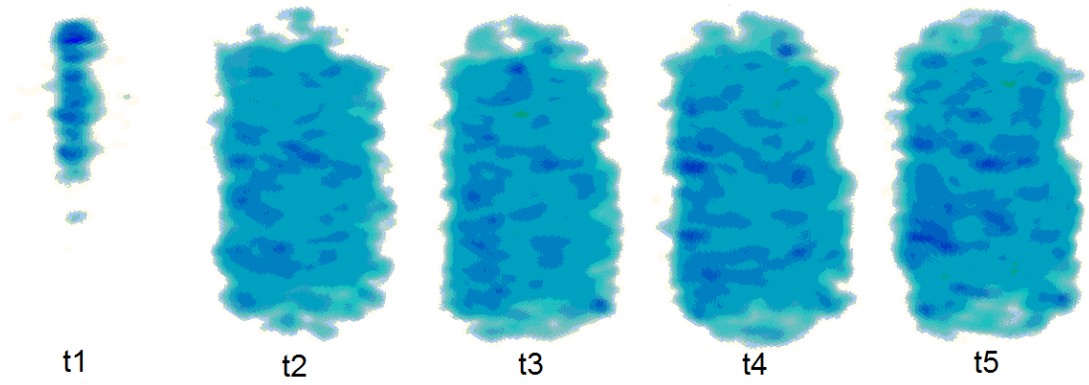


Figura 7 Reconstrução 3D da amostra PC2

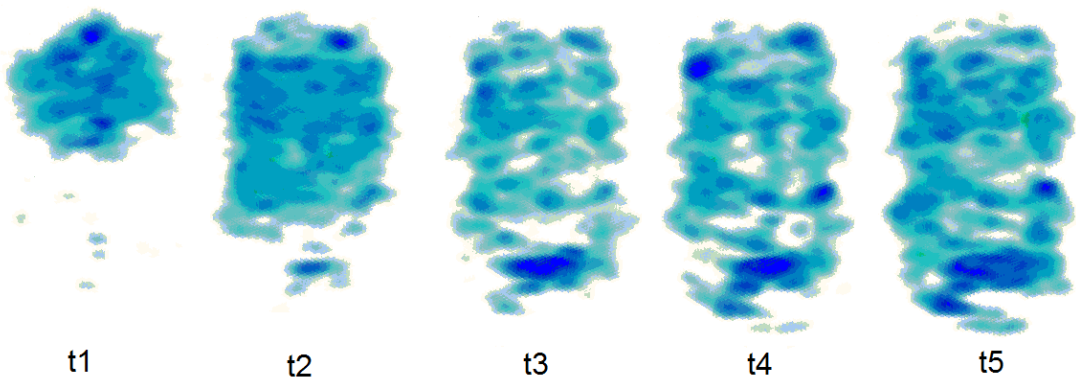


Figura 8 Reconstrução 3D da amostra PC3

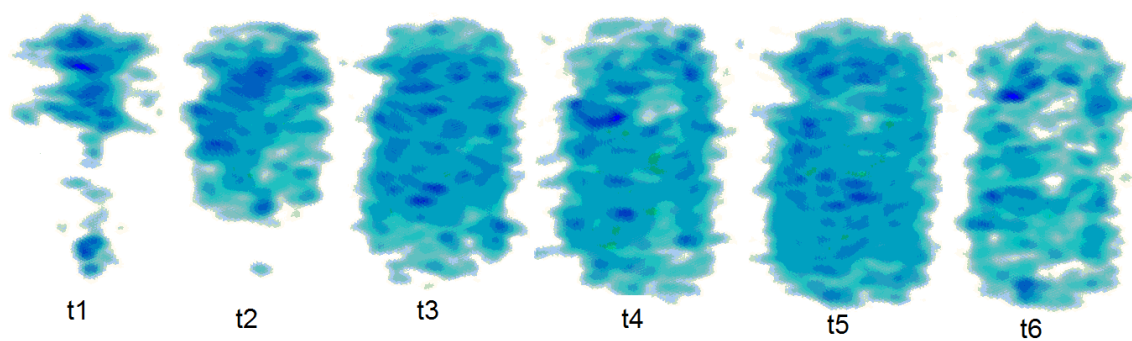


Figura 9 Reconstrução 3D da amostra PC4

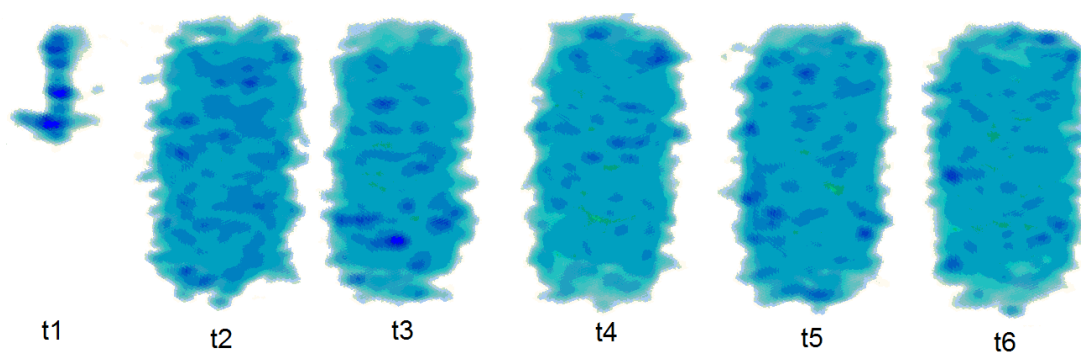


Figura 10 Reconstrução 3D da amostra PC5

3 MODELO DE VISUALIZAÇÃO DE CAMPOS VETORIAIS POR DIFUSÃO

A equação da difusão, também conhecida como equação do calor, e suas variações foram amplamente utilizadas como filtros de excelente desempenho para a remoção de ruído em imagens. Neste projeto, é implementada a metodologia proposta por (DIEWALD, 2000), que parte de um filtro não linear anisotrópico para a construção de imagens representando as linhas de fluxo em um campo vetorial. É altamente recomendado ao leitor possuir uma boa compreensão dos filtros de difusão para a compreensão deste método de visualização. Um resumo destes filtros é apresentado em anexo.

3.1 PRINCÍPIOS FÍSICOS DA DIFUSÃO

A difusão pode ser entendida intuitivamente como um processo físico que equilibra diferentes concentrações em um sistema fechado. Esta propriedade de equilíbrio pode ser expressa matematicamente através da Lei de Fick:

$$j = -D \cdot \vec{\nabla}u \quad (3)$$

Esta equação define que o gradiente da concentração u causa um fluxo j que busca equilibrar esta diferença de concentração. A relação entre $\vec{\nabla}u$ e j é descrita pelo tensor de difusividade D , uma matriz positiva, definida e simétrica. Caso $\vec{\nabla}u$ e j sejam paralelos, a difusão será denominada isotrópica, e o tensor de difusividade será substituído por uma constante de difusividade escalar e positiva g . O caso geral com $\vec{\nabla}u$ e j não paralelos será denominado difusão anisotrópica, pois se trata de uma propriedade física que depende da orientação.

A observação prática de que a difusão apenas transporta massa, sem destruí-la ou criar mais massa é expressa pela equação de continuidade (WEICKERT, 1998):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla j \quad (4)$$

Onde t é o tempo e ∇j o divergente do fluxo.

Unindo as equações (3) e (4), obtém-se a equação de difusão:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(D \cdot \vec{\nabla} u) \quad (5)$$

Esta equação é também conhecida como a *equação do calor*, presente nos estudos de transferências térmicas. Em processamento de imagens (WEICKERT, 1998), a concentração u em um dado local corresponde ao nível de cinza da imagem neste ponto. Se o tensor de difusividade for homogêneo em toda a imagem, a difusão será denominada *homogênea*. Entretanto, se o tensor de difusividade variar de acordo com a localização espacial, a difusão será denominada *não homogênea*. Finalmente, uma última notação diz respeito à evolução do tensor de difusividade ao longo das sucessivas iterações do processamento. Caso o tensor de difusividade varie com a evolução da imagem, este caso será denominado *difusão não linear*. Alternativamente, se o tensor de difusividade não depender da evolução da imagem, trata-se de *difusão linear*.

3.2 VISUALIZAÇÃO DE CAMPOS VETORIAIS POR DIFUSÃO ANISOTRÓPICA

A utilização de uma configuração de difusão anisotrópica e não linear para a visualização de campos vetoriais segue o método proposto pela bibliografia (DIEWALD, 2000). Neste trabalho é proposto que se resolva a equação da difusão:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla(D(\vec{\nabla} \rho_\epsilon, \vec{v}) \vec{\nabla} \rho) \quad (6)$$

Onde D é o tensor de difusividade composto de tal forma que as componentes de $\vec{\nabla} \rho$ paralelas ao campo vetorial são multiplicadas por um fator $\alpha(|\vec{v}|)$ e as componentes

perpendiculares são multiplicadas por um fator $G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|)$, onde ρ_ϵ é a imagem filtrada por um filtro gaussiano.

A imagem inicial $\rho(x, y, z, t = 0) = \rho_0$ é composta por ruído branco dentro do intervalo $[0,1]$. Esta imagem é progressivamente difundida seguindo os padrões impostos pelo campo vetorial através do tensor de difusividade descrito no parágrafo anterior. Também estão presentes características de simplificação dos dados por causa da difusão perpendicular ao campo vetorial.

3.2.1 Tensor de difusividade

Vejamos com mais detalhes a composição do tensor de difusividade no caso tridimensional:

$$D(\vec{v}, \vec{\nabla}\rho_\epsilon) = B(\vec{v})^T \begin{pmatrix} \alpha(|\vec{v}|) & 0 & 0 \\ 0 & G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|) & 0 \\ 0 & 0 & G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|) \end{pmatrix} B(\vec{v}) \quad (7)$$

A matriz $B(\vec{v})$ é uma matriz de rotação que coloca o arranjo ortonormal baseado no vetor \vec{v} em paralelo com a base padrão de \mathbb{R}^3 conforme a Figura 11. Esta matriz realiza a projeção do gradiente da imagem sobre o campo vetorial que será visualizado.

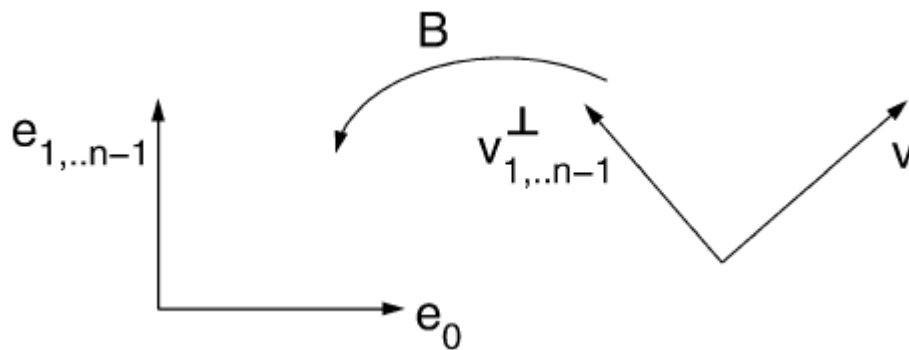


Figura 11 A transformação de coordenadas $B(\vec{v})$.

A função $\alpha(|\vec{v}|)$ serve de ajuste entre a intensidade do campo vetorial e o coeficiente de difusividade que será utilizado. É necessário usar uma função que regularize a difusão para vetores com módulo muito elevado, evitando que o coeficiente de difusividade fique muito importante. No projeto, foi proposta e utilizada a seguinte função:

$$\alpha(|\vec{v}|) = \alpha_{min} + (\alpha_{max} - \alpha_{min}) \left(1 - e^{-2|\vec{v}|/\alpha_{85\%}}\right) \quad (8)$$

Onde α_{min} , α_{max} e $\alpha_{85\%}$ são parâmetros que regulam respectivamente a difusividade mínima, máxima e a intensidade de $|\vec{v}|$ que gera 85% da difusividade máxima. A Figura 12 ilustra esta função para os parâmetros $\alpha_{min} = 0,1$, $\alpha_{max} = 1$ e $\alpha_{85\%} = 1$.

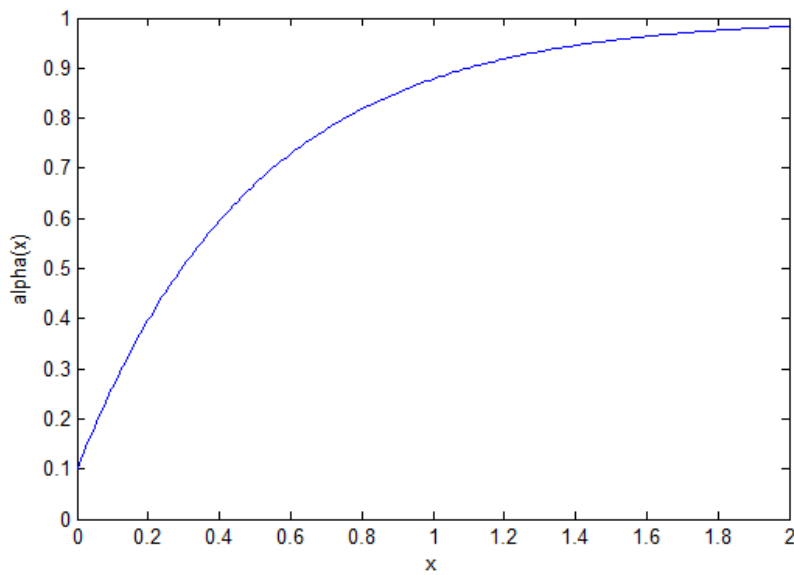


Figura 12 Função de difusividade paralela ao campo vetorial.

Finalmente, a função $G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|)$ é a função que controla a difusividade perpendicular ao campo vetorial de maneira que haja simplificação da imagem gerada. Esta função deve ser positiva para gradientes pequenos, e tender a zero para gradientes elevados para que haja preservação das características principais da imagem, funcionando de forma similar à difusão não linear proposta por Perona e Malik, detalhada na seção de anexos.

Neste projeto, foi utilizada a seguinte função de difusividade perpendicular ao campo vetorial:

$$G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|) = \beta \frac{1}{1 + \left(\frac{|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|}{\lambda}\right)^2} \quad (9)$$

Onde β e λ são parâmetros que representam respectivamente a difusividade máxima e o limiar do gradiente que separa a difusividade direta da difusividade reversa. O símbolo ρ_ϵ refere-se à imagem filtrada, que deve ser suavizada por um operador gaussiano de desvio padrão σ para garantir a estabilidade numérica do método. A Figura 13 mostra o comportamento desta função para os parâmetros $\beta=1$ e $\lambda=1$.

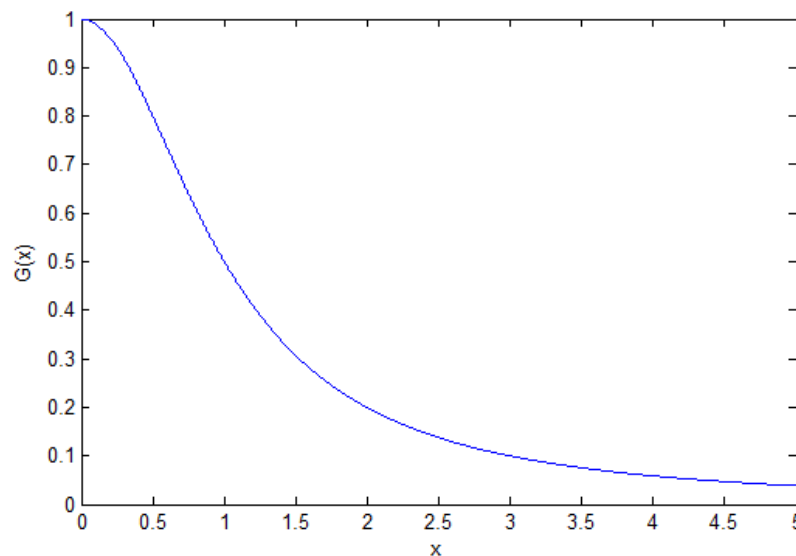


Figura 13 Função de difusividade perpendicular ao campo vetorial.

3.2.2 Aumento de contraste

Na prática, ao aplicar o processo de difusão anisotrópica para o desenho de campos vetoriais ocasiona a perda de contraste, pois os valores máximos e mínimos da imagem vão inevitavelmente difundir para os valores médios. Neste caso, como a imagem inicial é um

ruído branco no intervalo $[0,1]$, a imagem difundida tende a ficar distribuída com valores muito próximos a 0,5.

A solução para este problema é adicionar uma função de aumento de contraste na equação (6), obtendo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla(D(\vec{\nabla} \rho_\epsilon, \vec{v})\vec{\nabla} \rho) + f(\rho) \quad (10)$$

Esta função consiste em uma penalização para pontos muito próximos a 0,5. Os pontos da imagem com intensidade acima de 0,5 são forçados em direção a 1, e os pontos com intensidade abaixo de 0,5 são levados em direção a 0. No projeto foi composta e utilizada a função abaixo:

$$f(\rho) = \frac{k_f}{0,21} \cdot \frac{\rho - 0,5}{1 + \frac{0,1}{0,5 - |\rho - 0,5|}} \quad (11)$$

Onde k_f é um parâmetro que regula o valor máximo atingido pela função. A Figura 14 mostra a forma desta função para $k_f = 1$.

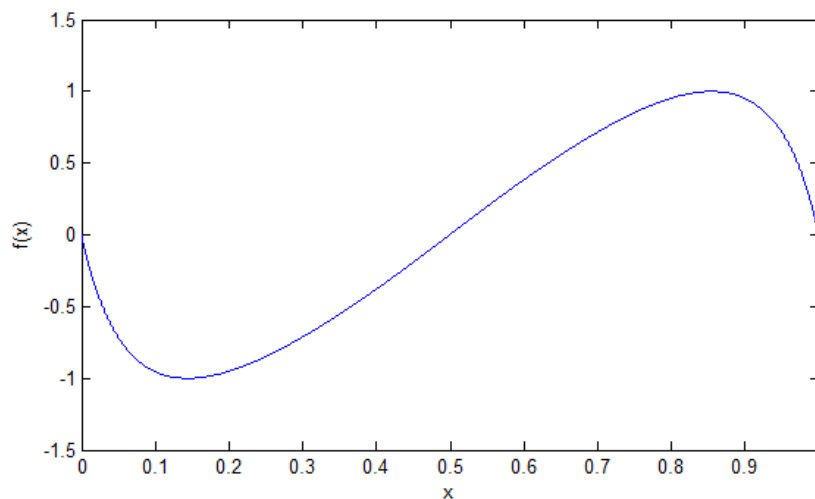


Figura 14 Função de aumento de contraste

3.2.3 Difusão em cores

O sistema descrito acima apresenta uma limitação na visualização de campos vetoriais que é o fato de possuir apenas dois pontos de equilíbrio estáveis, que são as intensidades 0 e 1. Além disto, também há o ponto de equilíbrio na intensidade 0,5 que é instável.

Para aumentar a riqueza de detalhes da imagem gerada, é proposto um sistema em duas cores. Ou seja, desta vez será utilizada uma densidade vetorial $\rho : \Omega \rightarrow [0,1]^2$ conforme apresentado na Figura 15.

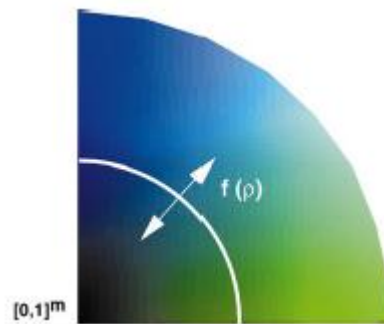


Figura 15 Sistema bicolor para representação dos campos vetoriais.

A difusão passa a ser calculada independentemente em cada cor, com o acoplamento entre os dois sistemas sendo realizado através do coeficiente de difusividade não linear $G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|)$ calculado através da norma da matriz jacobiana das intensidades vetoriais. A função de aumento de contraste passa a ser calculada através da equação:

$$f(\rho) = h(|\rho|)\rho \quad (12)$$

Sendo $h(s) = \hat{f}(s)/s$ para $s \neq 0$, onde \hat{f} é a mesma função apresentada na equação (11) para o caso escalar, e $h(0) = 0$. Uma verificação de máximos e mínimos é incorporada no algoritmo para garantir que as intensidades se mantenham dentro de um círculo de raio unitário.

3.2.4 Exemplos

Os resultados das imagens criadas pelo método de visualização por difusão anisotrópica são mais simples de serem verificados no caso bidimensional.

A Figura 16 apresenta um exemplo deste método desenvolvido em tons de cinza, onde as formas representam os principais caminhos formados pelo campo em questão. A Figura 17 apresenta um exemplo para um campo similar, mas desta vez gerada por um sistema em duas cores, aumentando a riqueza em detalhes do padrão gerado.

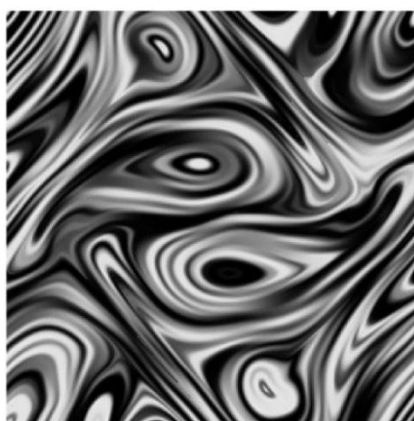


Figura 16 Campo proveniente de uma simulação 2D de MHD visualizado por difusão anisotrópica em tons de cinza (DIEWALD, 2000)

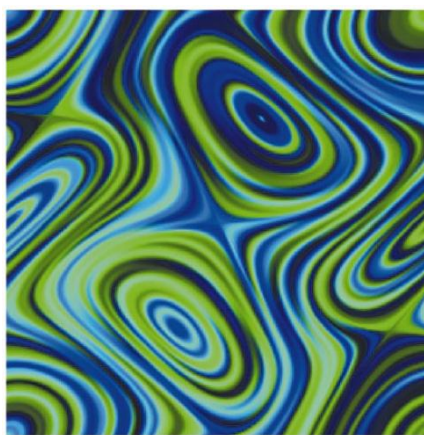


Figura 17 Campo proveniente de uma simulação 2D de MHD visualizado por difusão anisotrópica em duas cores (DIEWALD, 2000)

No caso tridimensional há o problema da apresentação dos dados tridimensionais, sem uma sobrecarga de informação em uma imagem. A bibliografia (DIEWALD, 2000) propõe a segmentação de apenas algumas regiões da imagem que apresentam a mesma cor, gerando, por exemplo, a Figura 18. Nesta figura as cores correspondem à intensidade do campo em cada ponto.

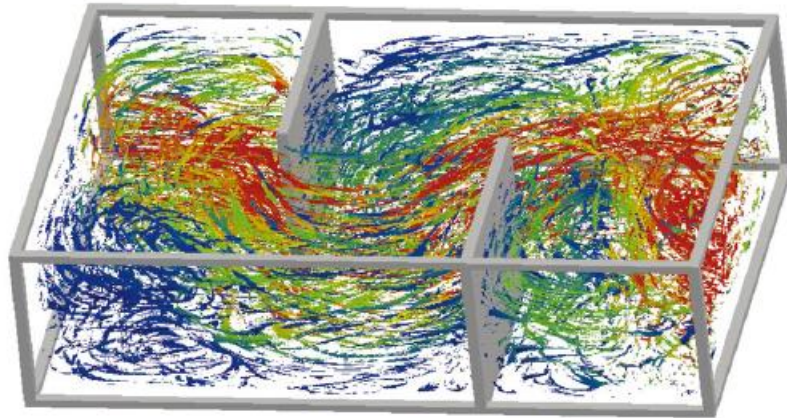


Figura 18 Percursos da água passando por um recipiente, gerados por difusão anisotrópica em 3D (DIEWALD, 2000)

4 RESOLUÇÃO NUMÉRICA

Uma vez apresentado o modelo contínuo que rege o comportamento do sistema de visualização proposto, neste capítulo será tratada a resolução numérica do mesmo. Não há publicações detalhando este aspecto, portanto grande parte dos esforços dedicados ao projeto foram concentrados para tal objetivo. Foi feita um agrupamento de informações teóricas e práticas em artigos e livros de matemática aplicada para a obtenção de um resultado adequado.

Foram considerados e desenvolvidos dois métodos numéricos distintos: o método das diferenças finitas e o método dos elementos finitos. Nos parágrafos que seguem serão apresentados todos os elementos necessários para a compreensão e implementação desses métodos. Ao final do capítulo serão apresentados os resultados para a utilização de cada um dos métodos numéricos e será feita uma comparação da utilização de cada método.

Em termos de suporte informático, todo o projeto foi desenvolvido em MATLAB, devido às ferramentas de plotagem de gráficos e manipulação de matrizes.

4.1 RESOLUÇÃO EXPLÍCITA POR DIFERENÇAS FINITAS

Primeiramente, foi utilizado o método das diferenças finitas para a resolução iterativa da equação diferencial (Kroon, 2010). Este foi o primeiro método numérico utilizado no projeto, pois se trata da forma como os filtros por difusão são normalmente implementados na prática (WEICKERT, 1998). Resolver o sistema desta forma implica em cálculos bastante simplificados e rápidos, já que esse método é explícito e o valor de cada voxel num instante depende apenas dos valores de seus vizinhos diretos nos instantes anteriores.

Recapitulando, o modelo consiste na resolução da equação diferencial abaixo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \left(D \left(G(|\vec{v} \rho_\epsilon|), \alpha(|\vec{v}|) \right) \vec{v} \rho \right) + f(\rho) \quad (13)$$

A equação de difusividade é escrita através da aproximação por diferenças:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cong \frac{\rho^{k+1} - \rho^k}{\tau} \quad (14)$$

Onde $\rho = \rho(t, x, y, z)$ é discretizada no tempo em amostras uniformemente espaçadas de intervalo τ , sendo $t = k\tau$ para $k \in \mathbb{N}_0^+$.

Assim, a partir de uma condição inicial ρ^0 , são calculados os instantes de tempo sucessivos através da relação:

$$\rho^{k+1} \cong \rho^k + \tau \left(\nabla(D \cdot \vec{\nabla} \rho^k) + f(\rho^k) \right) \quad (15)$$

Sendo $f(\rho^k)$ a função de penalização para aumento de contraste conforme a equação (11), e D o tensor de difusividade composto dos elementos:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

É possível escrever o operador divergente da Equação (15) como:

$$\nabla(D \vec{\nabla} \rho) = \frac{\partial j_1}{\partial x} + \frac{\partial j_2}{\partial y} + \frac{\partial j_3}{\partial z} \quad (17)$$

Onde j_1 , j_2 e j_3 são os componentes do fluxo descritos por:

$$\begin{cases} j_1 = D_{11} \frac{\partial \rho}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial \rho}{\partial y} + D_{13} \frac{\partial \rho}{\partial z} \\ j_2 = D_{21} \frac{\partial \rho}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial \rho}{\partial y} + D_{23} \frac{\partial \rho}{\partial z} \\ j_3 = D_{31} \frac{\partial \rho}{\partial x} + D_{32} \frac{\partial \rho}{\partial y} + D_{33} \frac{\partial \rho}{\partial z} \end{cases} \quad (18)$$

Para o cálculo das derivadas parciais de $\rho = \rho(t, x, y, z)$, esta função será discretizada no espaço utilizando a grade já proposta pelos próprios voxels da imagem, sendo as colunas representando o eixo x , as linhas o eixo y e as camadas representando o eixo z . Assim, a equação (17) é discretizada através da aproximação por diferenças. Abaixo é apresentado o primeiro dos termos desta discretização:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{11} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{\partial D_{11}}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} + D_{11} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (19)$$

A equação (19) corresponde a uma formulação contínua no espaço. Para resolver o sistema é necessário montar esta equação de forma numérica discretizada. Aqui será utilizada a discretização espacial que é fornecida pela própria matriz que compõe a imagem. Neste caso, a imagem ρ consistirá em uma matriz tridimensional composta de elementos ρ_{ijk} onde i , j e k são os três índices que identificam a posição na matriz de cada um desses elementos. Adicionalmente, D_{11ijk} serão os elementos da matriz tridimensional de mesma dimensão da imagem correspondendo aos valores do elemento D_{11} do tensor de difusividade em cada ponto da imagem.

Assim, as derivadas espaciais da equação (19) são compostas numericamente realizando aproximações por diferenças finitas que calculam o resultado dessa expressão em cada ponto da imagem realizando operações simples de soma e diferença de alguns pontos específicos da matriz da imagem ou das matrizes do tensor de difusividade, conforme a equação abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{11} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = & \frac{1}{2} \left[D_{11(i,j,k)} (\rho_{(i,j-1,k)} - 2\rho_{(i,j,k)} + \rho_{(i,j+1,k)}) \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[D_{11(i,j+1,k)} (\rho_{(i,j+1,k)} - \rho_{(i,j,k)}) \right. \\ & \left. - D_{11(i,j-1,k)} (\rho_{(i,j,k)} - \rho_{(i,j-1,k)}) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

O segundo termo da discretização é o seguinte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{12} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) = & \frac{1}{2} \left[D_{12(i,j+1,k)} \frac{\rho_{(i+1,j+1,k)} - \rho_{(i-1,j+1,k)}}{2} \right. \\ & \left. - D_{12(i,j-1,k)} \frac{\rho_{(i+1,j-1,k)} - \rho_{(i-1,j-1,k)}}{2} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Todos os outros termos da equação são compostos analogamente às equações (20) e (21) e por motivos de simplicidade não serão listados neste documento.

Uma vez definido o método de resolução por diferenças finitas, resta apresentar como é feito o cálculo do tensor de difusividade que contém os elementos que serão inseridos na equação (18). Este tensor é calculado a partir da equação abaixo:

$$D(\vec{v}, \vec{\nabla}\rho_\epsilon) = B(\vec{v})^T \begin{pmatrix} \alpha(|\vec{v}|) & 0 & 0 \\ 0 & G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|) & 0 \\ 0 & 0 & G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|) \end{pmatrix} B(\vec{v}) \quad (22)$$

Onde $\alpha(|\vec{v}|)$ é calculado conforme a equação (8) e $G(|\vec{\nabla}\rho_\epsilon|)$ é calculado conforme a equação (9). Resta definir como será feito o cálculo da matriz de rotação $B(\vec{v})$.

No caso tridimensional, foi desenvolvida uma metodologia para o cálculo da matriz de rotação através da composição de duas matrizes de rotação, uma em torno do eixo x e outra em torno do eixo z , conforme apresentado a seguir:

$$B(\vec{v}) = R_z \cdot R_x = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (23)$$

Onde θ é o ângulo de rotação em x e ψ é o ângulo de rotação em z . Estes ângulos correspondem aos ângulos que aplicados em sequência para rotacionar um dado vetor \vec{v} e coloca-lo sobre o eixo x . Para encontrar estes ângulos é necessário desenhar os vetores e realizar uma análise geométrica para encontrar as funções que os compõem. Por simplificação, apenas os resultados serão apresentados abaixo:

$$\theta = \arccos\left(\frac{v_y}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2}}\right) \quad (24)$$

$$\psi = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\sqrt{(|\vec{v}| - v_x)^2 + v_y^2 + v_z^2}}{2 \cdot |\vec{v}|}\right) \quad (25)$$

Onde v_x , v_y e v_z são as componentes em x , y e z do vetor do campo vetorial \vec{v} que está sendo visualizado. Como a difusão é anisotrópica, é necessário calcular o tensor de difusividade para cada ponto do campo vetorial discretizado.

4.2 RESOLUÇÃO IMPLÍCITA POR ELEMENTOS FINITOS

A resolução da equação da difusão não-linear foi estudada em artigos de matemática aplicada. Uma forma alternativa de solução foi proposta através do método de Newton reverso (CATTÉ, 1992). Este método é implícito, ou seja, a avaliação do estado da imagem no instante de tempo seguinte à um estado inicial leva em conta a inter-relação de todos os pontos dessa imagem nos dois instantes de tempo. A vantagem em relação ao método explícito é que se espera que os padrões nas imagens sejam formados mais rapidamente e de forma mais precisa.

A equação (13) passa a ser resolvida através do sistema seguinte:

$$\rho^{k+1} + \tau \cdot \nabla(D^k \cdot \vec{\nabla} \rho^{k+1}) \cong \rho^k + \tau \cdot f(\rho^k) \quad (26)$$

Este sistema é bastante mais trabalhoso de se resolver que o sistema explícito, pois é necessário determinar as relações entre todos os pontos. Além disso, cada ponto deve ser analisado individualmente, pois o problema imposto é anisotrópico. Em (DIEWALD, 2000) é proposta a solução através do método dos elementos finitos. Nesse caso, os elementos utilizados são retangulares, aproveitando a discretização regular imposta pela estrutura da imagem.

Para o sistema 2D, são usados elementos compostos de 4 nós, e para o sistema 3D são usados elementos compostos de 8 nós. A literatura sobre a resolução de equações diferenciais parabólicas como a equação (26) através de elementos finitos é limitada basicamente a livros de teoria matemática e há pouco material sobre a implementação numérica. O estudo para a

execução deste método foi baseado em (RESTREPO, 2003). Serão apresentados os elementos básicos para que um engenheiro sem formação aprofundada em matemática aplicada possa construir um algoritmo de elementos finitos para a visualização de campos vetoriais através de difusão anisotrópica.

Primeiramente é necessário definir a lista de nós do sistema, sendo que cada nó corresponde a um ponto da imagem. Aqui propomos um esquema de numeração para o caso 3D que corresponde a numerar de forma crescente primeiro incrementando em x , depois em y e por último em z . A Figura 19 apresenta o esquema de numeração dos nós, aplicado a uma imagem $3 \times 3 \times 2$.

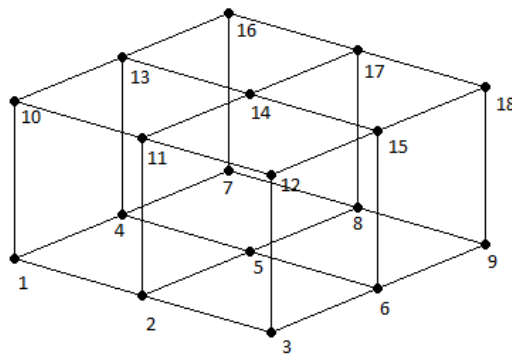


Figura 19 Esquema de numeração dos nós.

Uma vez definidos os nós, é construído o vetor $\bar{\rho}$ que contém uma lista das intensidades em cada nó. Como exemplo, no esquema da Figura 19 o vetor $\bar{\rho}$ será de dimensão 18.

Assim, a equação (26) será resolvida através da equação seguinte (DIEWALD, 2000):

$$(M^k + \tau L^k)\bar{\rho}^{k+1} = M^k \bar{\rho}^k + \tau M^k f^k \quad (27)$$

Onde f^k é a função de aumento de contraste da equação (11) aplicada ao vetor das intensidades nos nós $\bar{\rho}^k$. As matrizes M^k e L^k são de tamanho $n \times n$, sendo n número de

pontos da imagem. Estas matrizes determinam a inter-relação entre os pontos e permitem a resolução do sistema de forma implícita através da inversão da matriz $(M^k + \tau L^k)$.

Para composição das matrizes M^k e L^k é que será utilizado o método dos elementos finitos. Aqui são adotados elementos retangulares, que em 3D são compostos de 8 pontos da imagem. A primeira etapa é a definição da lista dos elementos na imagem. Propomos a utilização de um esquema de numeração semelhante ao esquema apresentado anteriormente para os nós. Um exemplo para uma imagem $3 \times 3 \times 2$ é apresentado na Figura 20.

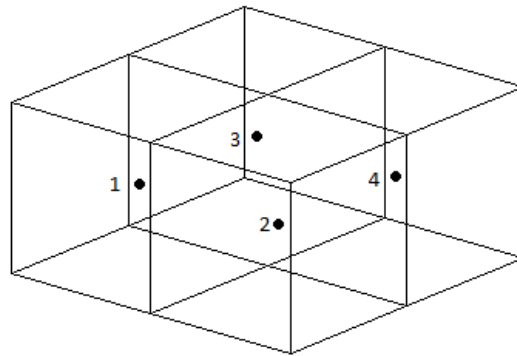


Figura 20 Esquema de numeração dos elementos

Os elementos representam um sistema de referência isolado. Em relação ao elemento, os nós receberão a numeração apresentada na Figura 21. Definiremos os elementos com todas as dimensões valendo 1 unidade, assim os cálculos serão razoavelmente simplificados.

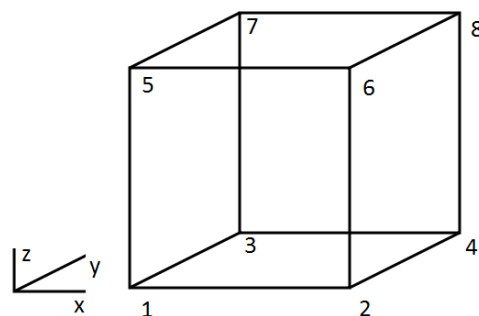


Figura 21 Sistema de numeração nos nós de um elemento

Para cada elemento do sistema global, serão calculadas duas matrizes locais, que determinam a inter-relação dos elementos desse sistema. Uma vez encontradas todas as matrizes locais, serão montadas as duas matrizes globais tendo como base uma lista de nós por elemento. No caso do problema da difusão anisotrópica as matrizes locais serão matrizes 8x8 compostas através das relações (DIEWALD, 2000):

$$m_{ij}^E = \frac{1}{8} \delta_{ij} \quad (28)$$

$$l_{ij}^E = \alpha(\nabla\Phi^i \cdot u)(\nabla\Phi^j \cdot u) + G[\nabla\Phi^i - (\nabla\Phi^i \cdot u)u] \cdot [\nabla\Phi^j - (\nabla\Phi^j \cdot u)u] \quad (29)$$

Onde i e j são os índices da matriz 8x8. δ_{ij} é uma função que vale 1 quando $i = j$ e que vale 0 nos outros pontos. α é a mesma função definida na equação (8), avaliada para o campo vetorial no centro do elemento. G é a função de difusividade perpendicular ao campo definida na equação (9) e avaliada no centro do elemento. O vetor u é um vetor unitário apontando para a mesma direção do campo vetorial no centro do elemento. O grupo de funções Φ^i será apresentado no próximo parágrafo.

As funções de teste Φ^i são funções usualmente conhecidas como funções do tipo *chapéu* que valem 1 no nó i e 0 nos outros nós. Elas simplificam enormemente a composição do sistema, pois permitem a análise isolada do efeito de cada nó dentro do sistema. Seguindo a referência adotada na Figura 21, e considerando todos os lados do elemento com comprimento 1, teremos a função Φ^1 definida para um ponto (x,y,z) qualquer no interior do elemento por:

$$\Phi^1 = (x_2 - x)(y_3 - y)(z_5 - z) \quad (30)$$

Onde x_2 é a coordenada x do nó 2, y_3 é a coordenada y do nó 3, e z_5 é a coordenada z do elemento 5. Desta relação é obtido o gradiente:

$$\nabla\Phi^1 = -(y_3 - y)(z_5 - z)\vec{i} - (x_2 - x)(z_5 - z)\vec{j} - (x_2 - x)(y_3 - y)\vec{k} \quad (31)$$

Para a equação (29), é necessário avaliar o gradiente apenas no centro do elemento. Como em uma imagem a grade é regular, as dimensões do elemento são sempre as mesmas, sendo aqui 1 unidade de comprimento em cada direção. Assim, no centro do elemento a equação (31) é simplificada para:

$$\nabla\phi^1 = -0,25 \cdot \vec{i} - 0,25 \cdot \vec{j} - 0,25 \cdot \vec{k} \quad (32)$$

As outras sete funções necessárias para o algoritmo foram calculadas de forma análoga às equações (30), (31) e (32), sempre avaliadas no centro do elemento. O resultado é listado na Tabela 2.

Tabela 2 Gradiente das funções de base

Função	Valor no centro do elemento
$\nabla\phi^1$	$-0,25 \cdot \vec{i} - 0,25 \cdot \vec{j} - 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^2$	$+0,25 \cdot \vec{i} - 0,25 \cdot \vec{j} - 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^3$	$-0,25 \cdot \vec{i} + 0,25 \cdot \vec{j} - 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^4$	$+0,25 \cdot \vec{i} + 0,25 \cdot \vec{j} - 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^5$	$-0,25 \cdot \vec{i} - 0,25 \cdot \vec{j} + 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^6$	$+0,25 \cdot \vec{i} - 0,25 \cdot \vec{j} + 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^7$	$-0,25 \cdot \vec{i} + 0,25 \cdot \vec{j} + 0,25 \cdot \vec{k}$
$\nabla\phi^8$	$+0,25 \cdot \vec{i} + 0,25 \cdot \vec{j} + 0,25 \cdot \vec{k}$

Uma vez compostas todas as matrizes locais de cada elemento da imagem, é necessário retornar ao sistema global, compondo as matrizes completas do sistema. Para tanto, faz-se uso de uma lista relacionando os números dos nós locais no elemento com os números no sistema global. A Tabela 3 é um exemplo desta lista construída para o exemplo apresentado na Figura 19, na Figura 20 e na Figura 21.

Tabela 3 Lista dos nós globais em cada elemento

Elemento	Numeração no elemento							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	4	5	10	11	13	14
2	2	3	5	6	11	12	14	15
3	4	5	7	8	13	14	16	17
4	5	6	8	9	14	15	17	18

Dessa forma são montadas as matrizes do sistema M^k e L^k , e o sistema global é escrito conforme a equação (27). Esse sistema é um sistema do tipo $Ax = b$ no qual x é a imagem no instante de tempo seguinte. Uma observação é que a matriz A é esparsa, composta por 27 diagonais, pois este é o número de vizinhos de cada nó no caso de uma grade retangular em 3D. Este sistema é resolvido através das funções já prontas no Matlab, que encontram a solução de grandes sistemas esparsos através de um método conhecido como gradiente biconjugado. A descrição do funcionamento desse método está fora do escopo deste documento.

4.3 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Resolver o sistema através do método implícito por elementos finitos mostrou-se muito mais adequado. O caso explícito simplifica demais o sistema, obrigando a utilização de muitas iterações, com difusividade baixa e discretização considerando intervalos de tempo de no máximo 0,25 segundos. No caso explícito é possível usar grandes intervalos de tempo, na ordem de até 10 segundos, e os padrões são formados já na primeira iteração. Além disso, os padrões formados através da resolução explícita são muito mais definidos, como mostra a Figura 22. Por estes motivos fica clara a opção adotada neste projeto, de desenvolver a visualização apenas pelo método implícito.

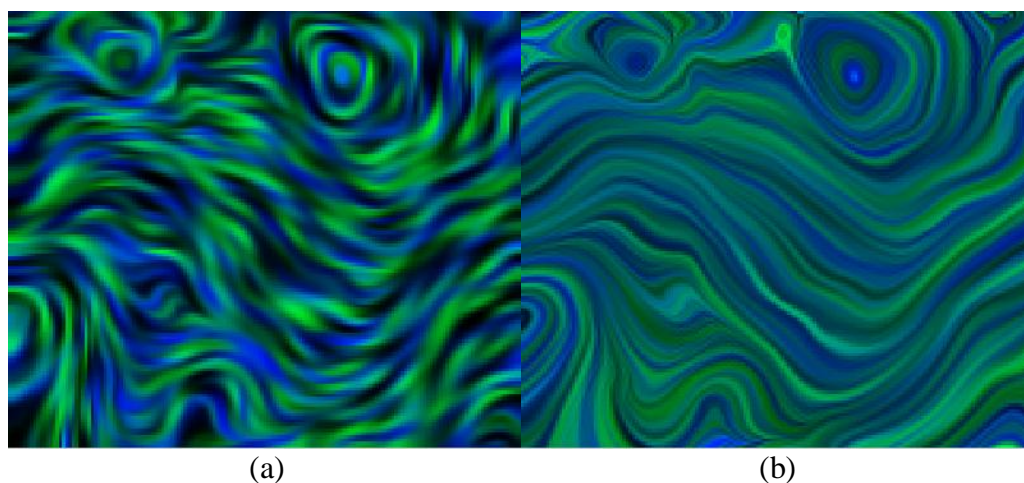


Figura 22 Visualização de campo vetorial por (a) sistema explícito com 100 iterações, e (b) sistema implícito com apenas 4 iterações.

A Figura 23 apresenta como a escolha do fator de difusividade paralelo ao campo vetorial da equação (8), definido pelo parâmetro α influencia as linhas de fluxo geradas. Um fator α mais elevado propicia linhas mais longas, percorrendo maiores regiões da imagem. Fatores α menores geram linhas de fluxo mais curtas, porém os padrões convergem mais facilmente, ficando em geral mais definidos. Cabe ao usuário encontrar a boa escolha de α para cada aplicação.

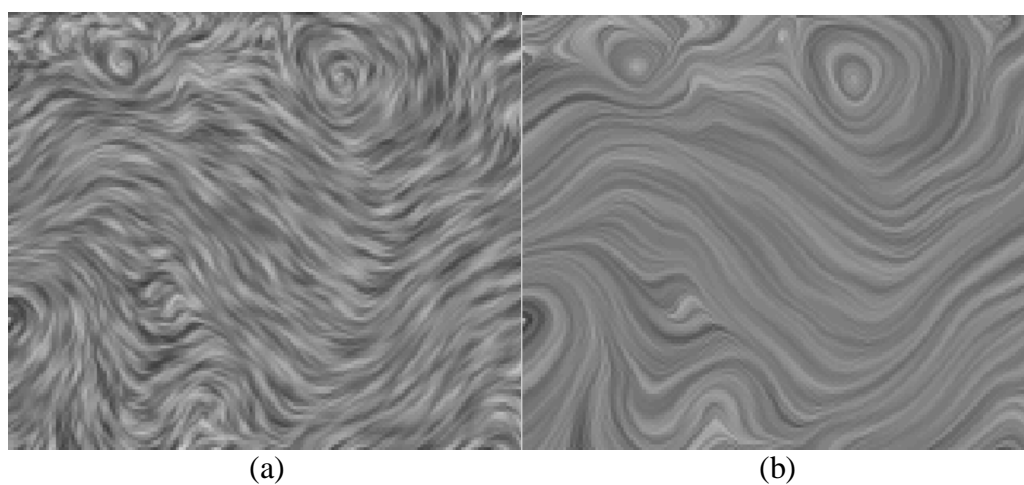


Figura 23 Mesmo campo vetorial visualizado com difusividade no sentido do campo (a) pequena (b) grande.

A Figura 24 mostra como a escolha da difusividade paralela ao campo vetorial definida equação (9) pelo parâmetro β influencia nos resultados obtidos. As imagens geradas com fatores β pequenos são menos simplificadas que as imagens geradas com fatores β grandes. Cabe ao usuário decidir qual o bom valor de β a ser adotado em cada aplicação.

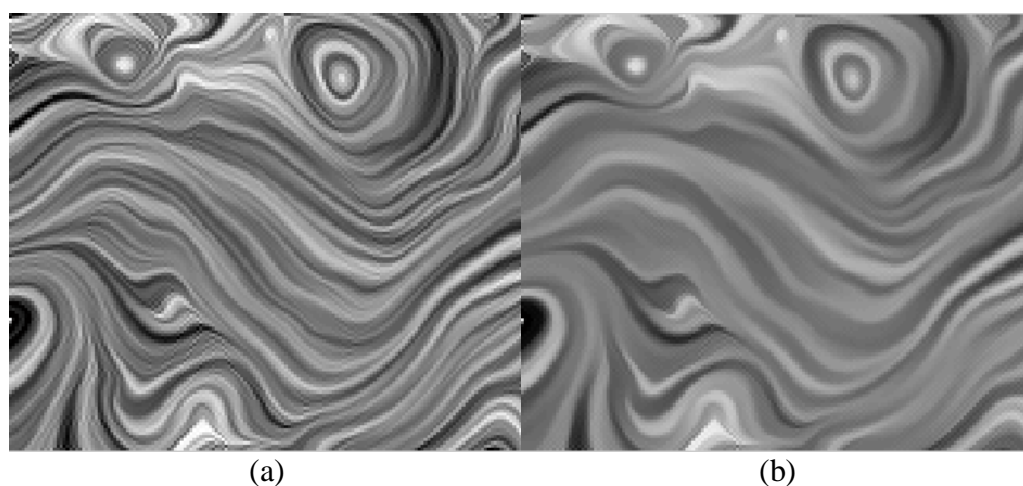


Figura 24 Mesmo campo vetorial visualizado com difusividade perpendicular ao campo (a) pequena, e (b) grande.

Durante o desenvolvimento e teste dos algoritmos de difusão anisotrópica, surgiu a dificuldade de visualização dos resultados quando trabalhado o caso 3D. Esta dificuldade foi contornada usando as ferramentas Matlab para visualização de planos de corte de blocos 3D. A interface é apresentada na Figura 25, e possibilita o deslocamento interativo dos planos de corte através de barras de rolagem. Esta ferramenta é muito prática para acompanhar de forma simples os resultados da criação de linhas de fluxo em 3D.

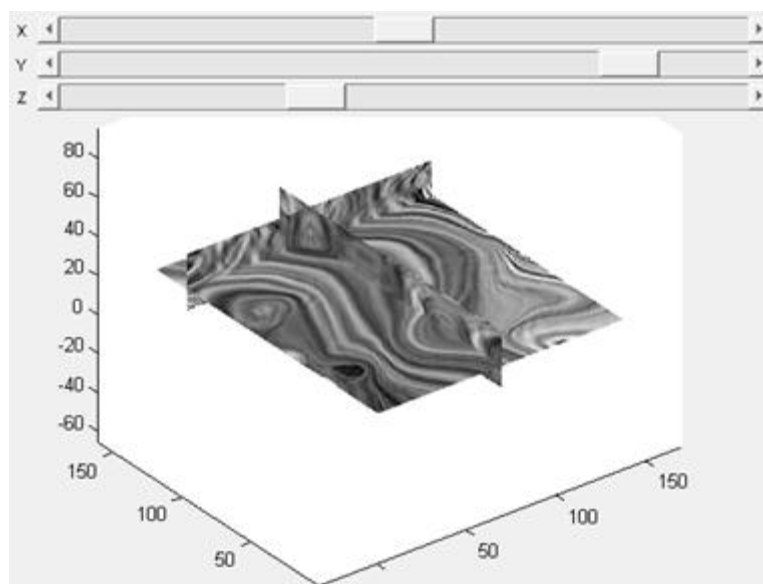


Figura 25 Visualização de bloco 3D de dados

4.4 METODOLOGIA DE TESTE

Nesta seção será apresentada a metodologia de teste para o código MATLAB do sistema de visualização. Este foi um aspecto importante do trabalho porque os campos vetoriais obtidos a partir das tomografias de infiltração em solo são muito complexos e não é possível determinar através desses campos se o programa de computador que calcula o algoritmo está apresentando resultados confiáveis. Por isso, foram utilizados diversos testes com campos vetoriais muito simplificados. Estes campos vetoriais simplificados apresentam a vantagem de que se conhece o resultado que o algoritmo deve apresentar.

Primeiramente, foi montado todo o sistema de visualização apenas para campos 2D. Estes campos tem a vantagem de gerarem imagens também 2D, que podem ser facilmente visualizadas (ao contrário do caso 3D onde é necessário verificar cortes de um volume ou trabalhar com segmentação e reconstrução).

A primeira etapa de teste foi fazer um campo vetorial difundir a imagem de um retângulo branco. Se o algoritmo funcionar corretamente, o retângulo será difundido apenas

nas bordas correspondentes ao campo vetorial escolhido. No caso da Figura 26, a imagem inicial de um retângulo é difundida por um campo apontando para a esquerda na metade esquerda da imagem, e para a direita na metade direita da imagem.



Figura 26 Teste de difusão anisotrópica: (a) imagem inicial, e (b) imagem difusa por campo horizontal.

A segunda etapa de teste do algoritmo consiste na visualização de um campo vetorial simples. Aqui é proposta a utilização de um campo vetorial circulando o centro da imagem. Caso o sistema esteja funcionando corretamente, a imagem gerada apresentará padrões elípticos. A Figura 27 mostra os resultados da aplicação deste teste.

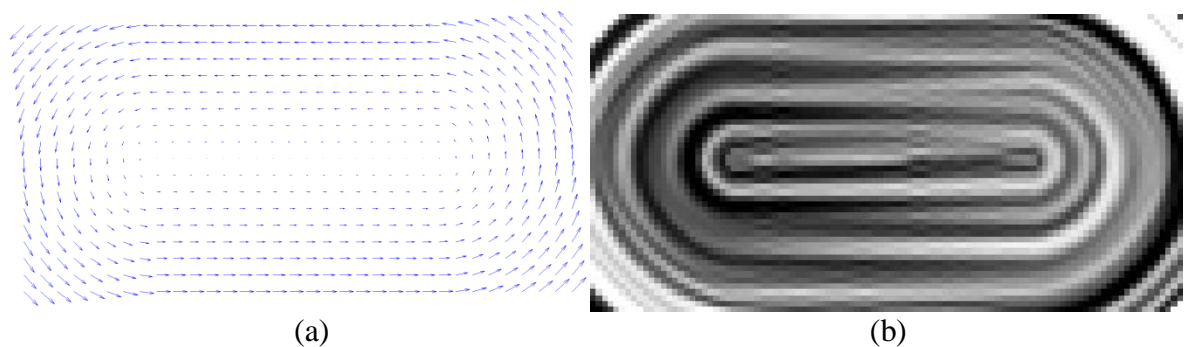


Figura 27 Teste de difusão anisotrópica: (a) campo vetorial, e (b) visualização do campo.

Finalmente, é realizado um último teste do sistema de visualização através da aplicação do algoritmo em um campo complexo, no qual há algumas características que se tem conhecimento prévio e que devem ser detectadas pelo sistema de visualização. Aqui é utilizado um campo vetorial que representa dados meteorológicos de vento, este campo é

fornecido com o próprio MATLAB para fins de testes. Este programa possui uma ferramenta chamada *streamlines* que permite a detecção de um fenômeno de turbilhão neste campo vetorial conforme mostra a Figura 28. Esta mesma figura mostra o resultado do algoritmo de visualização aplicado a este campo, que detecta este turbilhão e ainda apresenta muito mais detalhadamente outros comportamentos do campo vetorial.

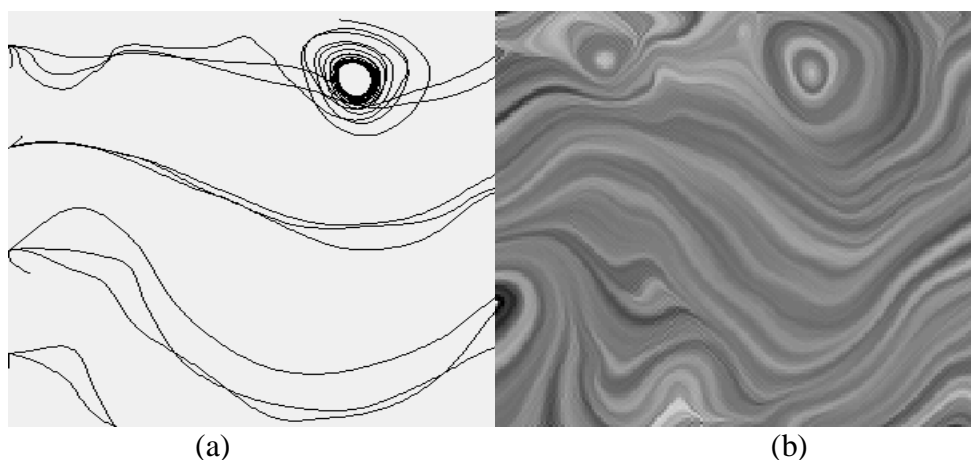


Figura 28 Teste de difusão anisotrópica: (a) características do campo, e (b) visualização do campo.

Uma vez comprovado o funcionamento do sistema 2D de visualização, foram realizados os testes para o caso 3D. Estes testes não serão apresentados neste documento porque seguem exatamente a mesma sequência de passos apresentadas para o caso 3D. A única diferença é que os resultados são blocos de dados densos, que são verificados através da representação por planos de corte conforme já foi exemplificado na Figura 25.

5 ESTIMATIVA DO CAMPO VETORIAL

Nesta seção será proposta uma metodologia para a estimativa do campo vetorial das velocidades do fluxo de água a partir de uma imagem de tomografia. Esta tarefa não é trivial, uma vez que a tomografia resulta em dados de umidade e não de fluxo. Outras limitações são lidar com o ruído inerente às tomografias e ao fato das imagens serem obtidas com uma resolução espacial e temporal limitada.

Numa primeira abordagem foi feita uma tentativa de estimar o fluxo através do gradiente das imagens de tomografia. Esse método apresentou grandes limitações devido à natureza das imagens das tomografias em questão. Em seguida foi feita uma abordagem mais complexa, utilizando interpolação e uma técnica conhecida como *optical flow*. Nos próximos parágrafos serão descritas essas duas abordagens.

5.1 ESTIMATIVA USANDO O GRADIENTE

A ideia básica deste método consiste em tomar como base as imagens da umidade em cada instante de tempo, conforme foram apresentadas na seção 2.3.1, e fazer a diferença destas imagens em instantes tempo sucessivos. Assim, se obtém imagens que representam a variação da umidade em um dado período. Calculando o gradiente dessas imagens, espera-se obter uma estimativa do campo vetorial que representa os fluxos de água percorridos na amostra entre esses dois instantes de tempo. A Figura 29 um diagrama que resume este processo de estimativa do campo vetorial.

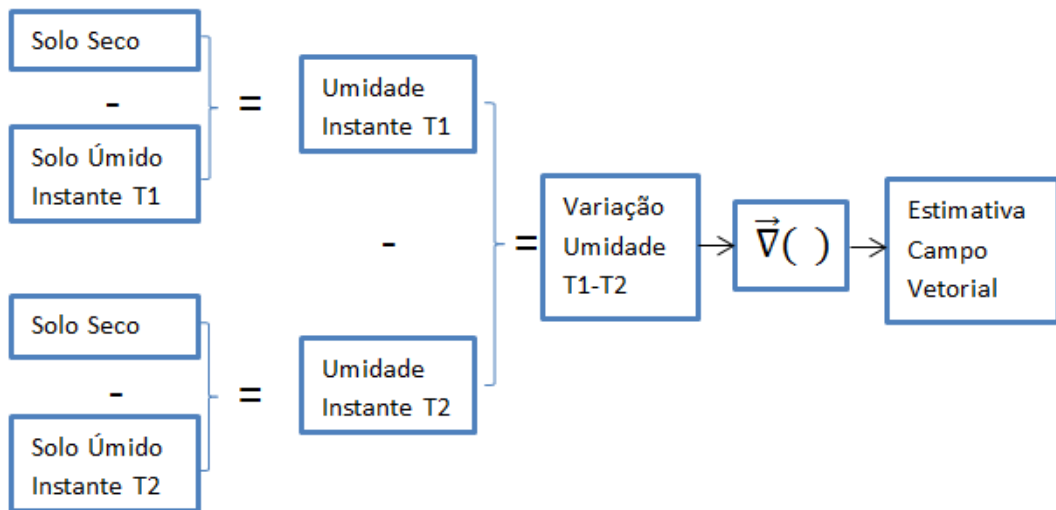


Figura 29 Esquema para estimativa do campo vetorial por gradiente

Aqui será apresentado um exemplo para o cálculo segundo o método proposto acima para as amostras PC3 entre os instantes de tempo T4 e T3. A Figura 30 apresenta uma seção do campo vetorial entre estes instantes de tempo. Cada vetor é representado por um cone cuja dimensão é proporcional à intensidade do vetor, e o posicionamento aponta na direção do campo vetorial em cada ponto.

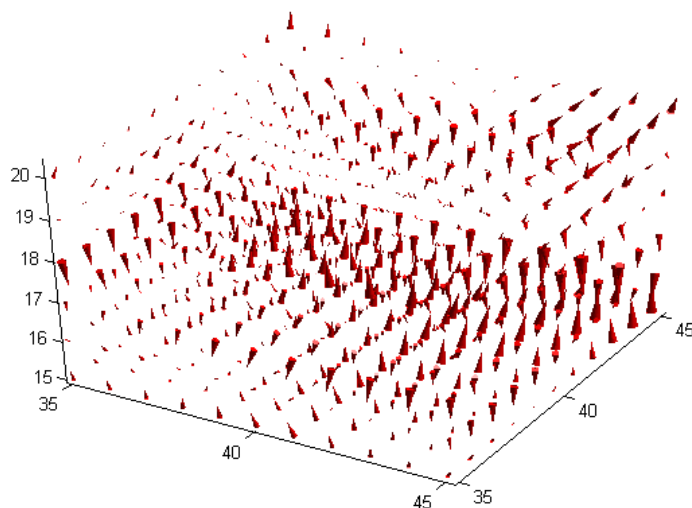


Figura 30 Exemplo de estimativa de campo vetorial

Foi verificado através de testes como o mostrado na Figura 30 que esta metodologia não representa de forma adequada o comportamento do fluxo de água no solo. O campo

vetorial apresenta comportamento bastante caótico, com grandes variações na intensidade e direção dos vetores em cada ponto. Dessa forma, fica impossível verificar linhas de fluxo através do método de difusão anisotrópica apresentado no capítulo 3.2.

Inicialmente foi considerado que a quantidade de ruído nas imagens pudesse ser proibitiva, mas um experimento realizado por (BINLEY, 1996) comprova o contrário. Neste experimento foi comparado imagens de tomografia por resistência com medidas físicas através da inserção de líquido com tinta. O resultado do experimento é que as duas técnicas apresentam o mesmo resultado. Como os resultados são muito similares aos das imagens da seção 2.3.1, podemos considerar que as imagens não apresentam quantidade proibitiva de ruído.

A resposta para a ineficácia deste método está na grande diferença das imagens entre cada varredura horizontal e entre cada instante de tempo. Estes dois fatores serão apresentados na sequência.

No caso do tomógrafo que obteve as imagens para este estudo, observa-se que a altura do fotodiodo utilizado é de 0,4 mm (NAIME, 2001). A altura do fotodiodo corresponde à seção vertical do cilindro de solo que será medida a cada varredura horizontal. Como nos experimentos as varreduras horizontais foram separadas verticalmente de 5 mm, há uma grande parcela vertical da amostra que não é medida, conforme ilustrado em escala real na Figura 31.

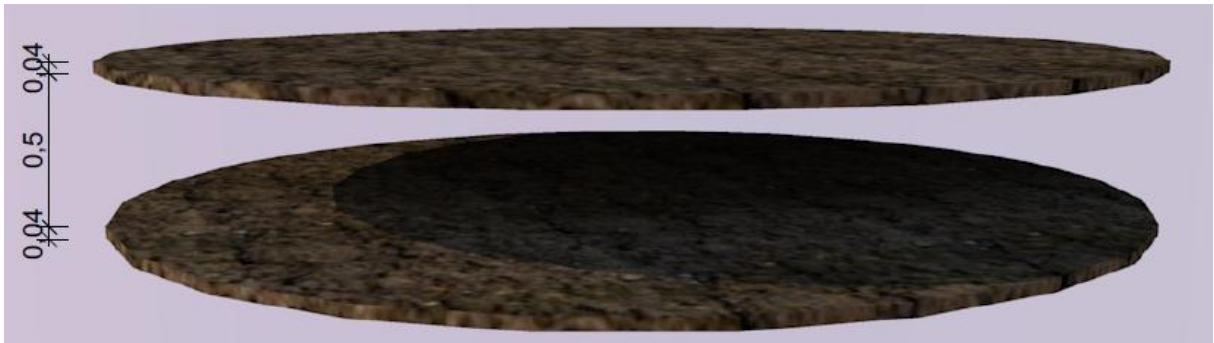


Figura 31 Seções verticais medidas pelo tomógrafo

Na Figura 32, é possível verificar como é grande a variação das imagens entre cada seção vertical. Neste exemplo, a zona de maior fluxo em (a) é localizada na parte inferior da imagem, enquanto em (b), o fluxo se concentra mais na parte superior da imagem.

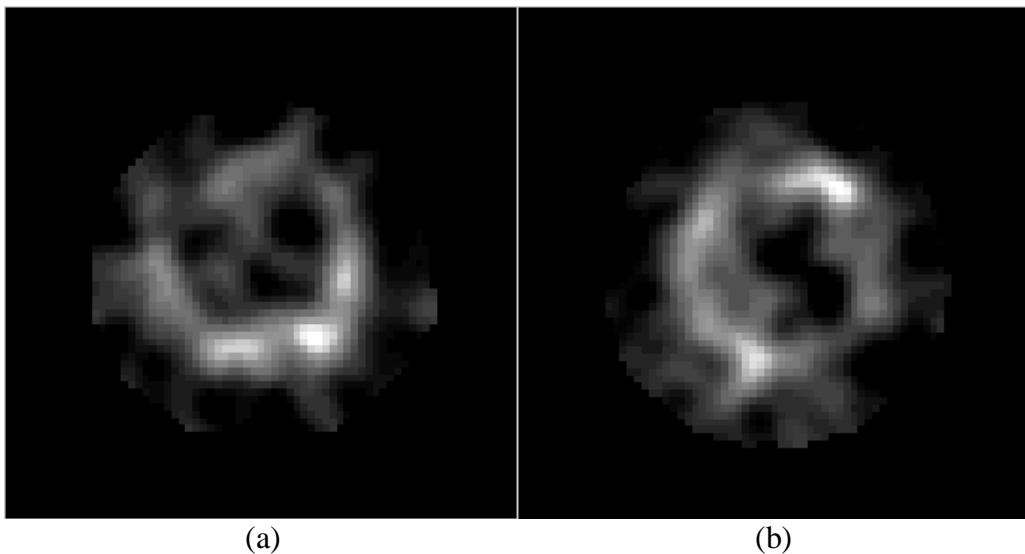


Figura 32 Amostra PC3, instante T3, (a) corte vertical 17, e (b) corte vertical 18.

Igualmente do que ocorre no espaço, também há um espaçamento temporal importante entre cada amostra. Cada varredura completa dura 124 minutos (NAIME, 2001), logo essa será a taxa de atualização das imagens de cada seção vertical. A Figura 33 mostra como há uma grande variação entre os sucessivos instantes de tempo em que uma seção vertical da amostra é medida.

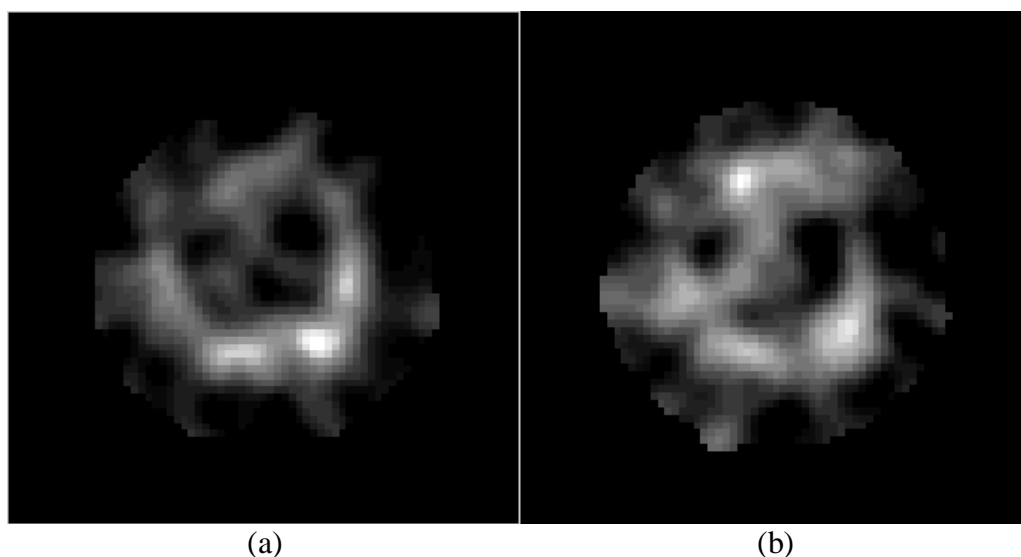


Figura 33 Amostra PC3, corte vertical 17, (a) instante T3, e (b) instante T4.

Analisando os dois argumentos expostos nos parágrafos anteriores, é possível comprovar que o método de estimativa através dos gradientes não será eficaz. Este método necessita que as diferenças entre as imagens sejam muito pequenas, na ordem dos *pixels* ou *voxels* analisados. Não é o que ocorre nestas medidas, onde imagens de seções verticais sucessivas ou de instantes de tempos sucessivos variam amplamente.

5.2 ESTIMATIVA USANDO INTERPOLAÇÃO E OPTICAL FLOW

A estimativa apresentada nessa seção procura cobrir as imperfeições da estimativa através do gradiente apresentadas na seção anterior. A ideia básica desse método é estimar o fluxo levando em conta a forma global da imagem, a partir da consideração de que as linhas de fluxo seguem regiões de mesma cor da mesma. A Figura 34 ilustra esta ideia através de um exemplo em 2D.

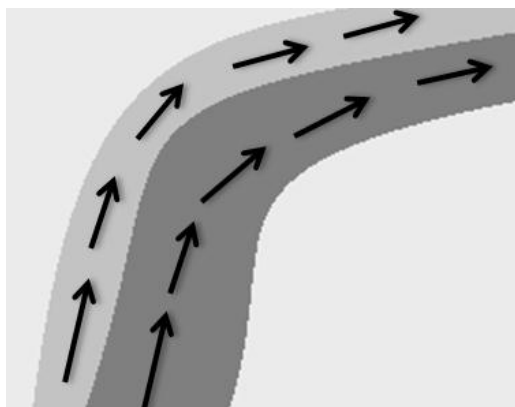


Figura 34 Estimativa das linhas de fluxo através da cor da imagem

Primeiramente, será feita uma interpolação nas imagens de tomografia para que as mudanças bruscas entre cada seção horizontal sejam atenuadas. O MATLAB possui funções que realizam interpolação em dados 3D. Será usada interpolação bicúbica dobrando a resolução em x e em y , e multiplicando por 10 em z . Escolheu-se aumentar a resolução vertical por este fator, pois é aproximadamente este o volume que não é medido nas tomografias. A Figura 35 mostra os resultados da interpolação de uma imagem de tomografia de solos, onde se verifica que as transições verticais são muito mais suaves no caso interpolado.

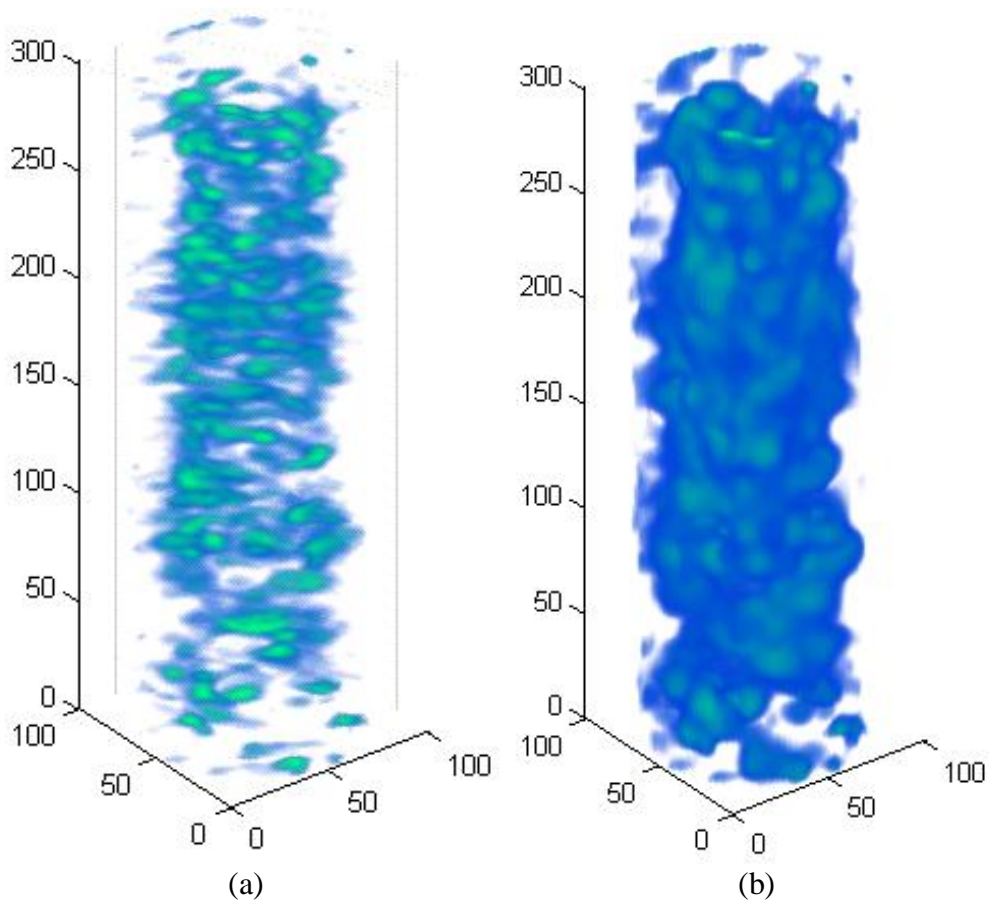


Figura 35 Amostra PC3 T3, (a) imagem original, e (b) imagem interpolada.

Uma vez obtidas imagens interpoladas, nas quais as variações de cor entre os *voxels* vizinhos são pequenas, será proposto um método para obter-se um campo vetorial que siga os caminhos verticais onde as mudanças de cor são menores.

Será utilizado o algoritmo de *optical flow*, cujo código em MATLAB está disponível em (LIU, 2011). Este algoritmo recebe como entrada duas imagens muito similares e calcula um campo de velocidades que movimenta os pontos da imagem 1 para transformá-la na imagem 2. A Figura 36 mostra os resultados deste algoritmo em um de seus campos de aplicação tradicionais, que é a estimativa do movimento de objetos. Na imagem do campo vetorial, as cores representam a direção dos vetores e a transparência representa a intensidade.

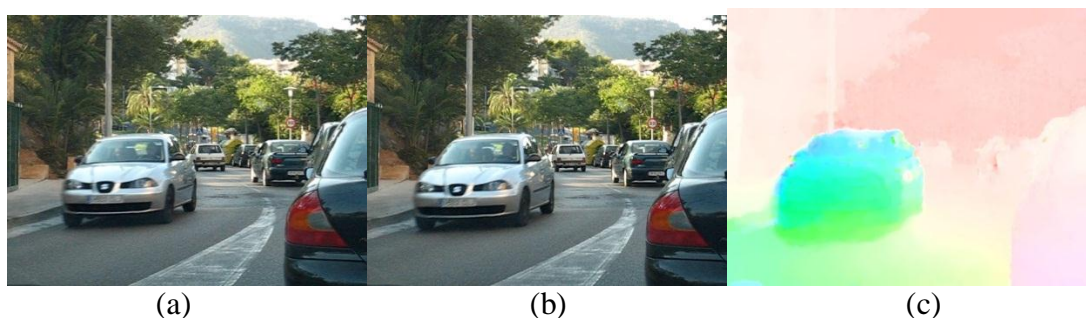


Figura 36 Algoritmo de optical flow, (a) imagem inicial 1, (b) imagem inicial 2, e (c) campo vetorial de saída. (LIU, 2011)

Para a estimativa dos fluxos nas tomografias de solo interpoladas, são enviadas ao algoritmo de *optical flow* dois cortes verticais sucessivos da imagem. Os vetores enviados pelo algoritmo são os deslocamentos em x e em y do fluxo de água enquanto este percorre uma seção vertical, logo a componente em z de todos os vetores será 1.

O campo vetorial descrito no parágrafo acima descreve as trajetórias estimadas para o fluido, mas apenas as direções devem ser levadas em consideração. O módulo de cada vetor deve ser obtido através da intensidade da imagem interpolada no ponto em questão, pois as tonalidades representam umidade e esta representa a intensidade de fluxo (NAIME, 2001).

A Figura 37 mostra um setor do campo vetorial estimado através do procedimento descrito nos parágrafos anteriores. Este campo foi estimado para a amostra PC3 no instante T5. Se compararmos estes resultados aos da Figura 30, vemos que os vetores aqui são muito mais “fluidos”, sem variações bruscas entre um ponto e outro. Este é o campo vetorial será visualizado através das técnicas de difusão anisotrópica.

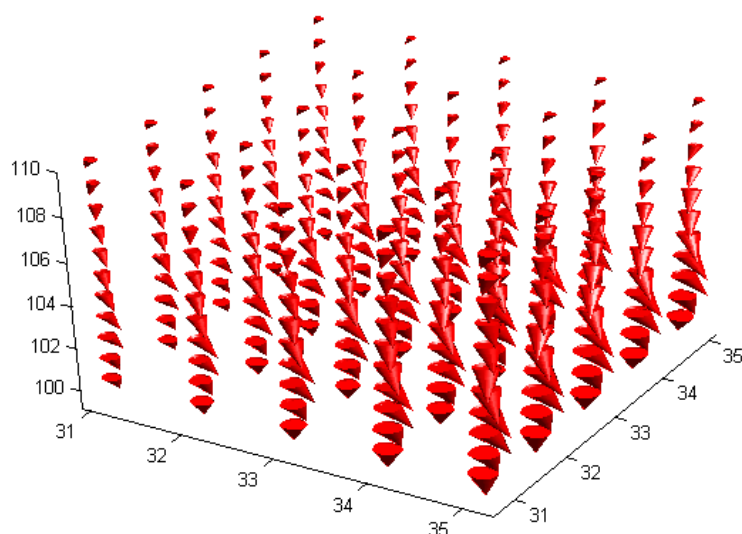


Figura 37 Campo vetorial estimado por *fluid flow*

5.3 LIMITAÇÕES DA INTERPOLAÇÃO DE DADOS

Foi verificado na prática que a interpolação dos dados fornecidos pelo tomógrafo apresenta algumas limitações na estimativa das linhas de fluxo segundo o método apresentado na seção anterior. Estas limitações se devem justamente por um excessivo espaçamento das varreduras ao longo do eixo vertical. Já foi mostrado anteriormente que apenas cerca de 10% do volume da amostra é medido.

Mesmo com a utilização da interpolação, este espaçamento vertical de 5 mm entre cada varredura é seguidamente demasiado grande para evitar discontinuidades no bloco de dados tratado. Este fenômeno pode ser verificado se forem consideradas apenas as zonas de maior umidade de uma imagem de tomografia. Estas zonas são obtidas através de simples segmentação, escolhendo-se usualmente os pontos até entre 10 a 20% mais intensos da imagem.

Se forem geradas reconstruções 3D de seções dessas segmentações, serão obtidas imagens como a da Figura 38. Esta figura mostra a criação de muitos artefatos elípticos, que

são gerados justamente pela incapacidade do algoritmo de interpolação de encontrar uma conexão desses objetos no contexto da amostra.



Figura 38 Zonas de maior intensidade em tomografia interpolada

O resultado destas interpolações defeituosas é a obtenção de linhas de fluxo fragmentadas após a execução do algoritmo de difusão anisotrópica. Um exemplo de linhas de fluxo fragmentadas é mostrado na Figura 39.

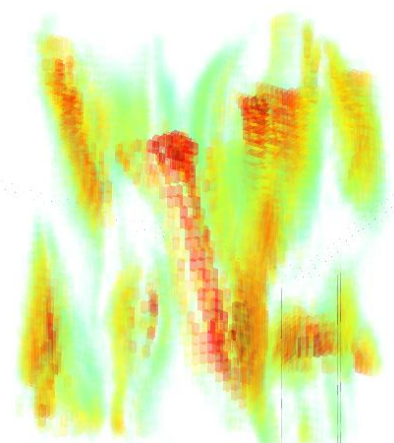


Figura 39 Linhas de fluxo fragmentadas

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção será apresentado o resultado obtido da aplicação dos algoritmos propostos nos capítulos anteriores para as tomografias apresentadas na seção 2.3.1. Foram escolhidos parâmetros que apresentaram bom comportamento para este tipo de aplicação. Os parâmetros são mostrados na Tabela 4. Em todas as amostras processadas, e em todos os instantes de tempo, foi imposto que os parâmetros usados seriam sempre os mesmos, já que em condições normais de uso não é desejado que o usuário dedique muito tempo ajustando parâmetros.

Tabela 4 Parâmetros usados no sistema de visualização

Parâmetro	Valor
τ	2,5
n° de iterações	10
α_{min}	0,2
α_{max}	5
α_{85}	1
β	0
λ	0,005
σ	0,65
k_f	0,15 (1ª it.), 0,1 (2ª it.) e 0,05 (outras it.)

Uma ressalva é feita para o parâmetro k_f , que possui valores diferentes para as duas primeiras iterações. É necessário usar um valor elevado para k_f nos instantes iniciais, pois o contraste nesses instantes é muito baixo e deve-se garantir que não se percam os padrões que estão sendo gerados para as linhas de fluxo.

Cada tomografia interpolada é de dimensões 101 x 101 x 300 *voxels*. Uma amostra deste tamanho é tratada pelo algoritmo de difusão anisotrópica como um sistema linear de cerca de 3 milhões de variáveis. Isto gera sobrecarga da memória RAM de computadores convencionais. A solução adotada foi separar o sistema em 10 blocos de dimensão 101 x 101 x 30 *voxels* resolvidos sucessivamente e reagrupados no final.

Para não gerar sobrecarga visual, as figuras dos resultados apresentam apenas os 5% de linhas com mais intensidade. Nas próximas seções serão mostrados os resultados para 4 diferentes instantes de tempo, para as amostras PC3, PC4 e PC5.

6.1 AMOSTRA PC3

A Figura 40 mostra a evolução das linhas de fluxo nos quatro primeiros instantes de tempo para a amostra PC3. Verifica-se que para esta amostra, as linhas de fluxo são bem espacialmente bem distribuídas, ocupando tanto as partes do eixo central do cilindro quando as periferias próximas ao tubo PVC que contém a amostra.

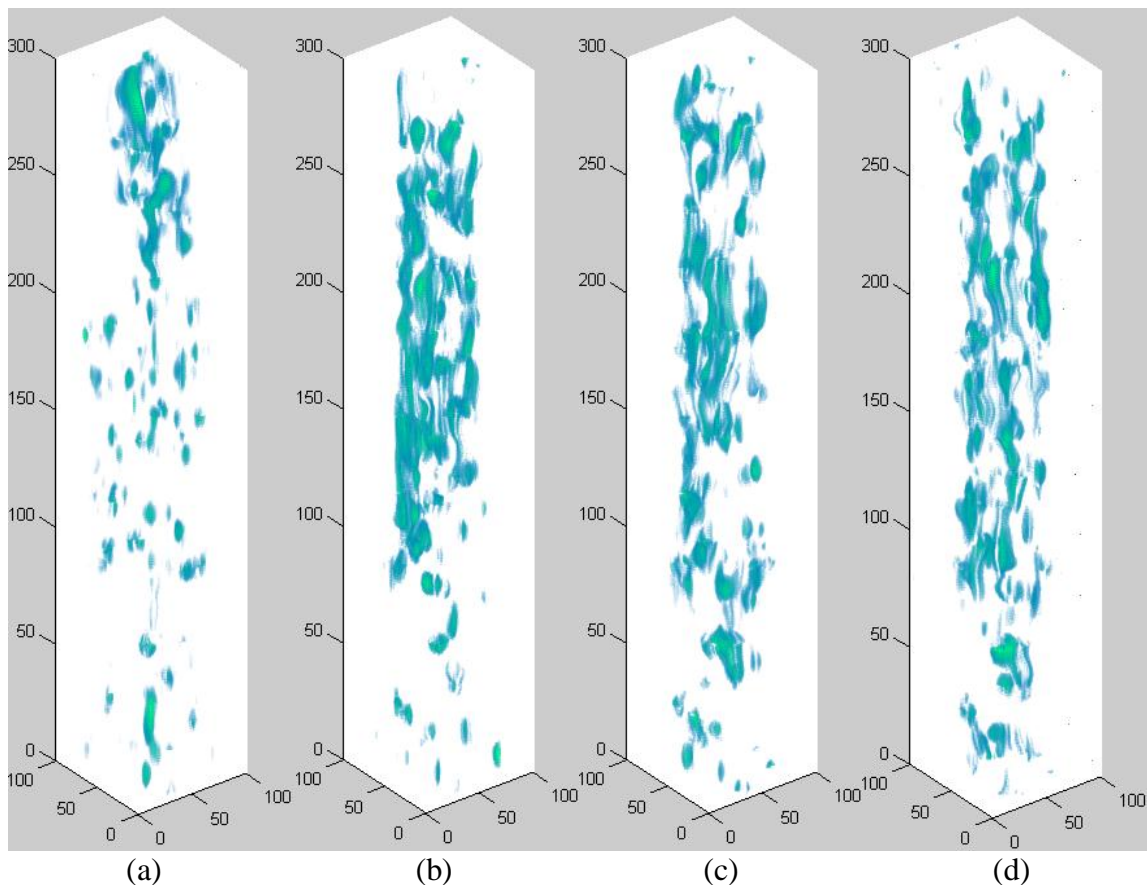


Figura 40 Linhas de fluxo para amostra PC3 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.

Para esta amostra, o avanço da frente de molhamento é mais lento que no caso das amostras PC4 e PC5 que serão mostradas na sequência. É possível inferir que o fato de as linhas de fluxo se espalharem por toda a amostra as torna menos velozes. Uma ideia de explicação pode ser a ausência de macroporos importantes, já que os macroporos são zonas vazias e conexas no interior da imagem, que facilitam a passagem de líquido (NAIME, 2001).

6.2 AMOSTRA PC4

A Figura 41 mostra as estimativas de linhas de fluxo para os ensaios de infiltração realizados na amostra PC4. Se comparada à amostra PC3, as linhas de fluxo aqui são mais centradas no meio do cilindro, principalmente no primeiro instante de tempo.

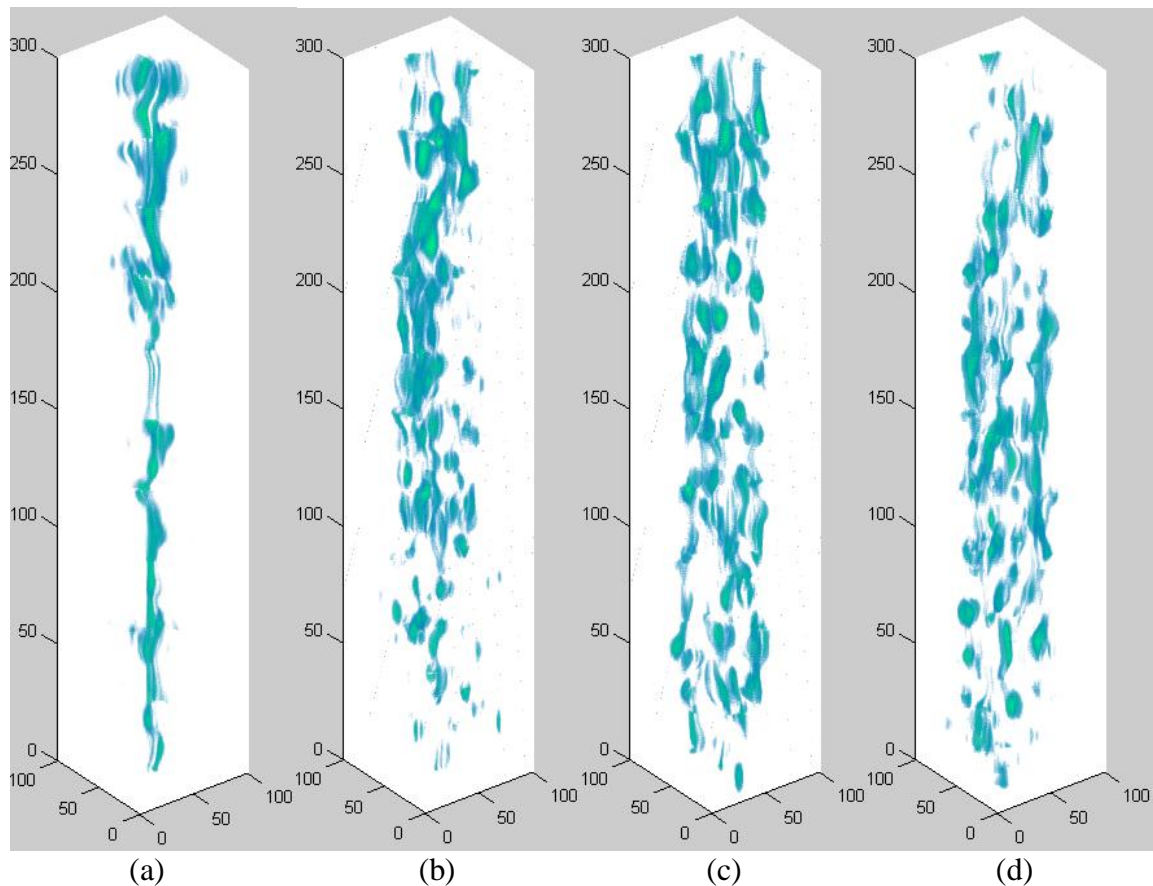


Figura 41 Linhas de fluxo para amostra PC4 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.

Provavelmente, o comportamento desta amostra é o de permitir mais facilmente a passagem de líquido na zona central, sendo que as linhas de fluxo neste caso já atingem o fundo da amostra no primeiro instante de tempo. Nas zonas periféricas, o avanço é lento. As linhas de fluxo periféricas a altura 50 no primeiro instante de tempo, a altura 200 no segundo instante de tempo e toda amostra a partir do instante de tempo 3.

6.3 AMOSTRA PC5

A Figura 42 mostra os resultados obtidos para os ensaios na amostra PC5.

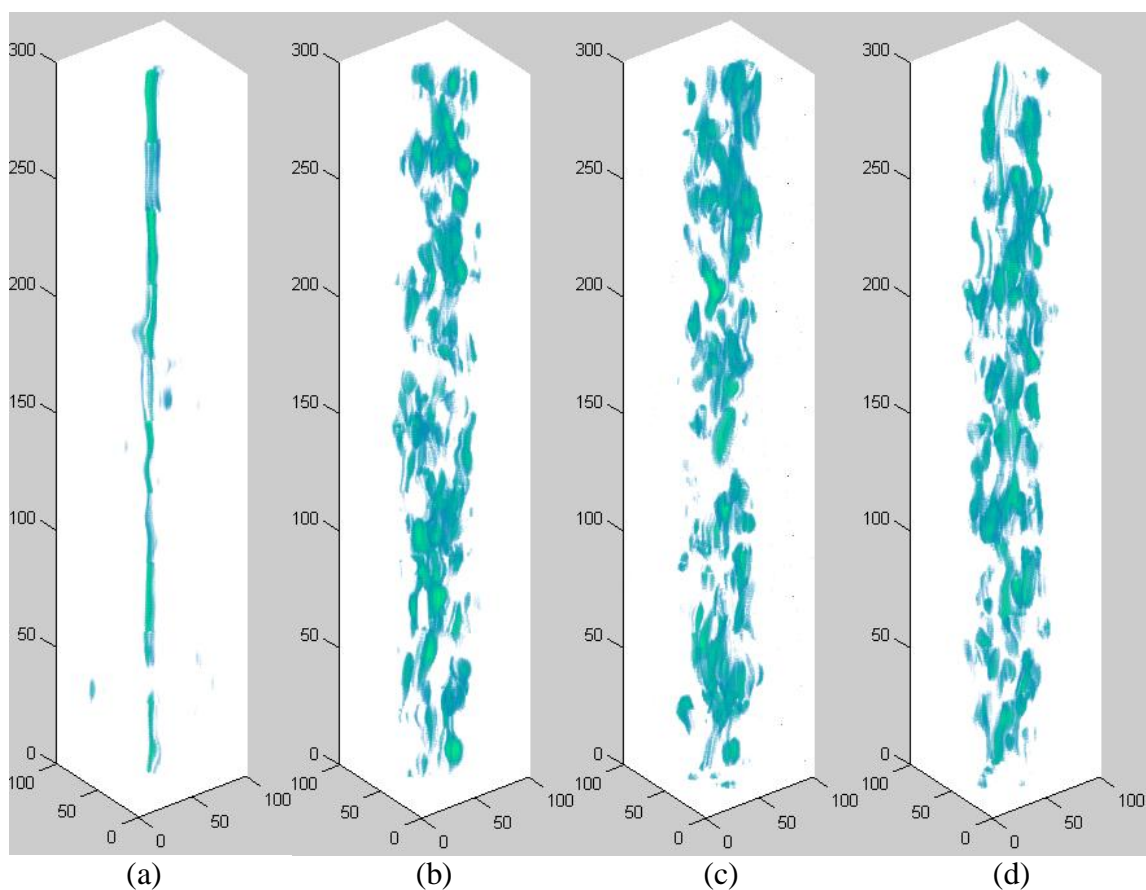


Figura 42 Linhas de fluxo para amostra PC5 (a) instante de tempo 1, (b) instante de tempo 2, (c) instante de tempo 3, e (d) instante de tempo 4.

Essencialmente, o comportamento da amostra PC5 é similar ao que foi apresentado para a amostra PC4. No caso da amostra PC5 há uma diferença que as linhas de fluxo

centradas no instante de tempo 1 são ainda mais finas que no caso anterior. Além disso, as linhas de fluxo periféricas se movimentam mais rapidamente que na amostra PC4, pois elas já atingem toda extensão da amostra no segundo instante de tempo.

7 CONCLUSÃO

O uso dos algoritmos apresentados ao longo deste documento colocam à disposição para a comunidade científica uma interessante ferramenta que facilita a análise do comportamento espacial da água ao infiltrar no solo. Os resultados apresentados ilustram como é possível fazer uma análise qualitativa da evolução e distribuição das linhas de fluxo em diferentes amostras e sua evolução no tempo. Logo, conclui-se que o objetivo principal do projeto foi alcançado: a proposição de novas ferramentas de suporte ao estudo dos fenômenos de transporte na região não-saturada do solo.

Um resultado adicional muito importante, se refere à implementação numérica do algoritmo de visualização de campos vetoriais por difusão anisotrópica. Neste projeto foi tentada a construção do sistema visualização através do método explícito que é proposto na maioria absoluta dos artigos sobre filtros de difusão. A baixa qualidade dos padrões gerados com este método mostram que é necessário recorrer à resolução implícita do sistema, através do método dos elementos finitos. Este último sendo muito mais complexo de se implementar, mas sendo definitivamente a solução mais adequada.

São grandes as expectativas de se encontrarem resultados ainda mais interessantes aplicando o processo de visualização aqui proposto em imagens provenientes de microtomografias, onde a densidade espacial de dados é muito maior. Espera-se assim obter imagens muito mais definidas, sem as discontinuidades geradas pela interpolação.

Como o procedimento proposto neste projeto é bastante complexo, além de ser uma área de pesquisa pouco explorada, ainda restam muitas vias de trabalho para melhorar os resultados alcançados. No que se refere à implementação numérica, é proposto que o algoritmo de construção das matrizes do sistema difusão anisotrópica seja migrado do Matlab para uma biblioteca de sistema a ser escrita na linguagem C++. Isto vai proporcionar tempos

de cálculo muito menores, pois estes são atualmente demasiadamente longos. Também será interessante fazer uma revisão mais aprofundada das escolhas dos parâmetros do sistema de difusão para que as linhas de fluxo fiquem as mais definidas possíveis, possibilitando uma segmentação das linhas de fluxo mais precisa e uma análise mais refinada dos fenômenos.

REFERÊNCIAS

- BAVEYE, P. C. et al. From Dust Bowl to Dust Bowl: Soils are Still Very Much a Frontier of Science. **Soil Science Society of America**, Madison, J. 75, p.2037-2048, set 2011.
- BINLEY, A.; HENRY-POULTER, S.; SHAW, B. Examination of Solute Transport in an Undisturbed Soil Column Using Electrical Resistance Tomography. **Water Resources Research**. Vol. 32, No 4, p. 763-769. AMERICAN GEOPHYSICAL UNION, 1996.
- CATTÉ, F. et al. Image Selective Smoothing and Edge Detection by Nonlinear Difusion. **SIAM Journal on Numerical Analysis**. Vol. 29, No 1, p. 182-193. STOR, 1992.
- DI EWALD, U.; PREUSSER, T.; RUMPF, M. Anisotropic Diffusion in Vector Field Visualization on Euclidean Domains and Surfaces. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**. Vol. 6, No. 2. Washington: 2000.
- DOMINGUES, A. F. et al. **Agricultura Irrigada e o Uso Racional da Água**. Ministério do Meio Ambiente – Agência Nacional da Água. Brasília: 2004.
- KROON, D. J.; SLUMP, C. H.; MAAL T. J. Optimized Anisotropic Rotational Invariant Diffusion Scheme on Cone-Beam CT. **Lecture Notes in Computer Science, Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention**. Vol. 6363, p. 221-228. MICCAI, 2010.
- LIU, C. **Optical Flow Matlab/C++ Code**. Massachusetts Institute of Technology, 2011. Disponível em: <<http://people.csail.mit.edu/celiu/OpticalFlow/>>. Acesso em: 13/06/2012.
- NAIME, J. M. **Um Novo Método Para Estudos Dinâmicos, In Situ, da Infiltração da Água na Região Não-saturada do Solo**. 166 p. Tese (Doutorado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- PERONA, P.; MALIK J. Scale Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion. **IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision**. Washington: IEEE Computer Society Press, 1987.
- PRADO, T. Pegada de Água. Água virtual: como fazer esta conta. **Planeta Sustentável**. Ed. 08/04/2010. Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://planetasustentavel.abril.com.br/noticia/desenvolvimento/agua-virtual-como-fazer-conta-577221.shtml>>. Acesso em: 22/05/2012.
- RESTREPO, J. **The Finite Element Method**. The University of Arizona, 2003. Disponível em: <<http://www.physics.arizona.edu/~restrepo/475B/Notes/source/node31.html>>. Acesso em: 27/05/2012.
- TINTINALLI, J. E. et al. Computed Tomography. In: **Tintinalli's Emergency Medicine**. New York: McGraw-Hill, 2000.
- WALLACE, J. S. Increasing Agricultural Water Use Efficiency to Meet Future Food Production. **Agriculture Ecosystems & Environment**. Vol. 82, p. 105-119. NETHERLANDS, 2000.

WEIKERT, J. **Anisotropic Diffusion in Image Processing**. Stuttgart: B. G. Teubner, 2008.

WELLWIG, G. **Partial Differential Equations**. Stuttgart: B. G. Teubner, 1977. p. 43-56.

ANEXO:

As quatro gerações de tomógrafos

ANEXO: AS QUATRO GERAÇÕES DE TOMÓGRAFOS

De acordo com a forma como é feita a varredura das amostras, e também de acordo com feixe radioativo utilizado, os tomógrafos são classificados em diferentes gerações. Distinguimos, sobretudo, quatro principais gerações de tomógrafos, cujas principais características são listadas na Tabela 5 (NAIME, 2001).

Tabela 5 Comparação entre as quatro gerações de tomógrafos

Geração	Feixe Radioativo	Detectores	Movimentos	Tempo
1 ^a	Fino, colimado	1	Translação e rotação da fonte e do detector	Horas
2 ^a	Em leque, envolvendo parte da amostra	Em torno de 10	Translação e rotação da fonte e do detector	Minutos
3 ^a	Em leque, envolvendo toda a amostra	Entre 100 e 600	Rotação da fonte e do detector	Segundos
4 ^a	Em leque, envolvendo toda a amostra	Mais de 1000	Rotação da fonte	Menos de 1s.

Tomógrafos de primeira geração

Os tomógrafos de primeira geração (TINTINALLI, 2000) são compostos de um feixe fino de raios-X passando linearmente para mapear o objeto, e de um único detector pontual no lado oposto que mede o feixe atenuado. Para adquirir medidas suficientes para a reconstrução do objeto, é necessária uma combinação de movimentos de translação e rotação, ao longo de um arco de 180 graus, conforme ilustrado pela Figura 43. Esta geração de tomógrafos apresentava um tempo de varredura muito longo, e por este motivo não é mais utilizada.

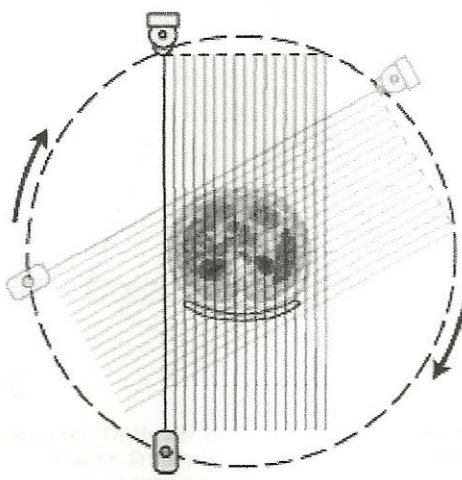


Figura 43 Esquemático de um tomógrafo de primeira geração

Tomógrafos de segunda geração

Tomógrafos de segunda geração (TINTINALLI, 2000) são compostos por um feixe de raios-X em forma de leque e de um arranjo de múltiplos detectores. O objeto, assim como na primeira geração, continua sendo varrido por uma sequência de movimentos lineares, seguidos de rotação. A Figura 44 ilustra o funcionamento deste dispositivo. O tempo de varredura recebeu uma significativa melhoria, embora continue bastante longo.

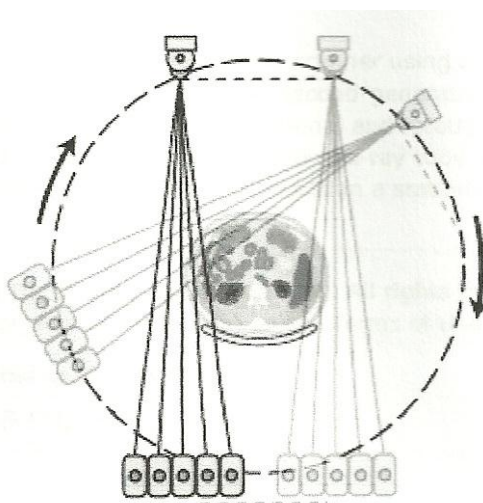


Figura 44 Esquemático de um tomógrafo de segunda geração

Tomógrafos de terceira geração

A terceira geração de tomógrafos (TINTINALLI, 2000) representa um significativo avanço tecnológico, que reduziu fortemente os tempos de varredura. Estes tomógrafos incorporam feixe de raios-X em leque e arranjo de detectores também em leque. Aqui, as varreduras são feitas apenas através da rotação do arranjo fonte-detector, pois uma leitura de cada vista é feita simultaneamente. A Figura 45 ilustra este tipo de tomógrafo.

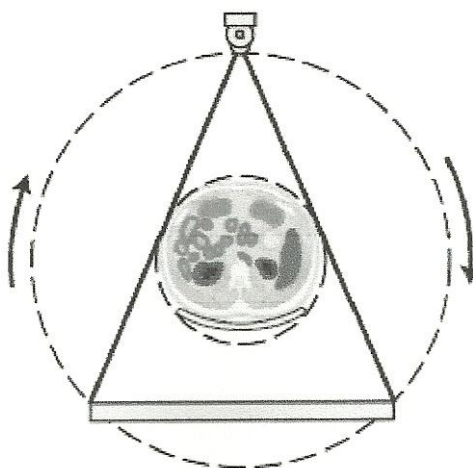


Figura 45 Esquemático de um tomógrafo de terceira geração

Tomógrafos de quarta geração

Os tomógrafos de quarta geração (TINTINALLI, 2000) , assim como os de terceira geração, dispensam a translação do sistema de medida. Nesta geração de tomógrafos, utiliza-se um feixe de raios-X em leque e um arranjo de detectores estacionários, fixados ao redor de toda a circunferência do objeto conforme a Figura 46. Aqui só é necessário realizar a rotação do feixe de raios-X para a realização da varredura completa do objeto.

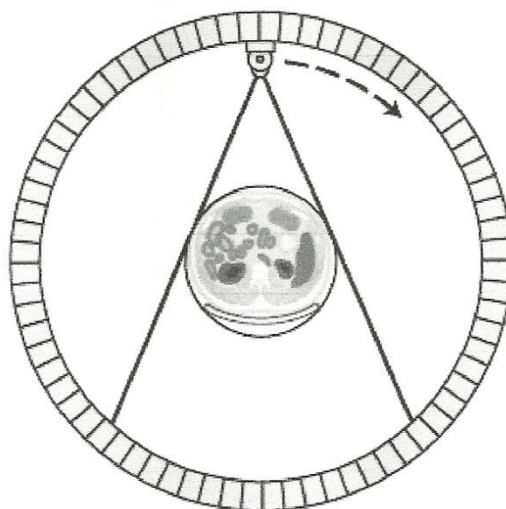


Figura 46 Esquemático de um tomógrafo de quarta geração

Referências

NAIME, J. M. **Um Novo Método Para Estudos Dinâmicos, In Situ, da Infiltração da Água na Região Não-saturada do Solo.** 166 p. Tese (Doutorado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

TINTINALLI, J. E. et al. Computed Tomography. In: **Tintinalli's Emergency Medicine.** New York: McGraw-Hill, 2000.

ANEXO:

Filtros de difusão para processamento de imagens

ANEXO: FILTROS DE DIFUSÃO PARA PROCESSAMENTO DE IMAGENS

Este documento apresenta de forma básica os fundamentos de filtros de difusão, muito populares em processamento de imagens. Serão apresentados sucessivamente os filtros de difusão linear, não-linear, e não-linear anisotrópico.

Filtro de difusão linear

O filtro de difusão linear baseia-se na resolução da equação diferencial parcial da difusão, no caso linear, homogêneo e isotrópico:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(g \cdot \vec{\nabla}u) \quad (33)$$

Onde g é uma grandeza escalar positiva denominada difusividade.

Para uma compreensão do efeito da aplicação deste processo sobre uma imagem, toma-se em conta o caso bidimensional com a escolha de $g=1$.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla^2 u \quad (34)$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad (35)$$

Este é um problema usualmente tratado na literatura básica sobre equações diferenciais. Para uma condição inicial $f \in C(\mathbb{R}^2)$, a solução (WELLWIG, 1977) será dada por:

$$u(x, t) = \begin{cases} f(x)(t = 0) \\ (K_{\sqrt{2t}} * f)(x)(t > 0) \end{cases} \quad (36)$$

Sendo $K_{\sqrt{2t}}$ a função gaussiana bidimensional com desvio padrão $\sqrt{2t}$:

$$K_{\sqrt{2t}} = \frac{1}{2\pi(2t)} \cdot e^{-\frac{|x|^2}{2 \cdot (2t)}} \quad (37)$$

Este resultado é esclarecedor, pois mostra que a difusão linear isotrópica equivale, em processamento de imagens, à aplicação de um filtro gaussiano. Mais precisamente, para uma difusividade $g=1$, a difusão linear isotrópica em um tempo t equivale à convolução desta imagem com um núcleo gaussiano de $\sigma = \sqrt{2t}$.

Assim, o filtro de difusão linear é um filtro de simplificação de imagens (WEICKERT, 1998). Para suavizar imagens até a ordem σ , é necessário parar a difusão no instante de tempo:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \quad (38)$$

A Figura 47 apresenta um exemplo da aplicação do filtro de difusão linear em uma imagem ruidosa. A imagem inicial foi obtida através da adição de um ruído gaussiano de variância de 25%. O filtro foi utilizado com $g=1$ e o processo foi terminado em $T=5$.

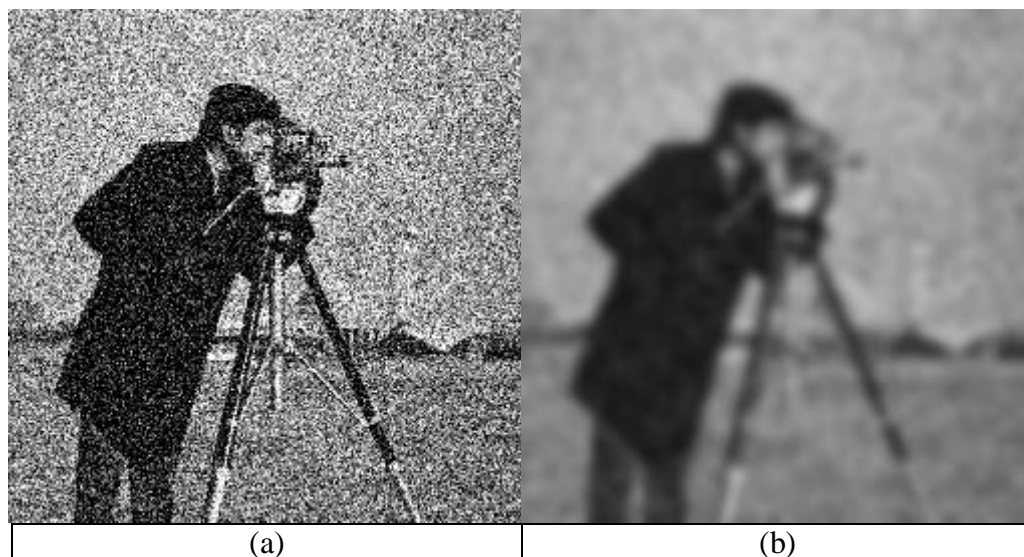


Figura 47 Filtro de difusão linear, sendo (a) a imagem inicial com ruído e (b) o resultado da aplicação do filtro

O exemplo da Figura 47 traz à tona uma das principais limitações (WEICKERT, 1998) deste tipo de filtro, que é o fato de que as informações na imagem são removidas na

mesma ordem que o ruído. Igualmente, as bordas dos elementos da imagem se deslocam com o aumento do tempo de difusão.

Filtro de difusão não linear

Nesta seção será apresentado o tipo mais popular de filtro de difusão não linear, que também é conhecido como filtro de Perona-Malik. Este filtro consiste na criação de um processo não homogêneo que reduz a difusividade nas regiões da imagem que possuem maior probabilidade de serem bordas (PERONA, 1987). Esta tendência de ser borda é medida por $|\vec{\nabla}u|^2$, de tal forma que o coeficiente de difusividade g vai depender deste fator. Uma observação importante é que os autores (PERONA, 1987) denominaram este filtro de *anisotrópico*, mas como o gradiente da imagem está alinhado com o fluxo de difusão, este filtro é denominado *isotrópico* na notação proposta neste documento.

O filtro de Perona-Malik é baseado na seguinte equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \left(g \left(|\vec{\nabla}u|^2 \right) \cdot \vec{\nabla}u \right) \quad (39)$$

A função g por sua vez é uma função monótona e decrescente, como por exemplo:

$$g(s^2) = \frac{1}{1 + s^2/\lambda^2} \quad (40)$$

Para uma compreensão do comportamento do filtro de Perona-Malik nas bordas das imagens, será estudado o caso unidimensional. Tomando a função de fluxo dada pela equação:

$$\phi(s) = s \cdot g(s) \quad (41)$$

Unindo as equações (39) e (41), obtém-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \phi'(u_x) \cdot u_{xx} \quad (42)$$

Observa-se que, para a função g proposta em (40) e ilustrado na Figura 1:

- $\phi'(s) \geq 0$ para $|s| \leq \lambda$;
- $\phi'(s) < 0$ para $|s| > \lambda$.

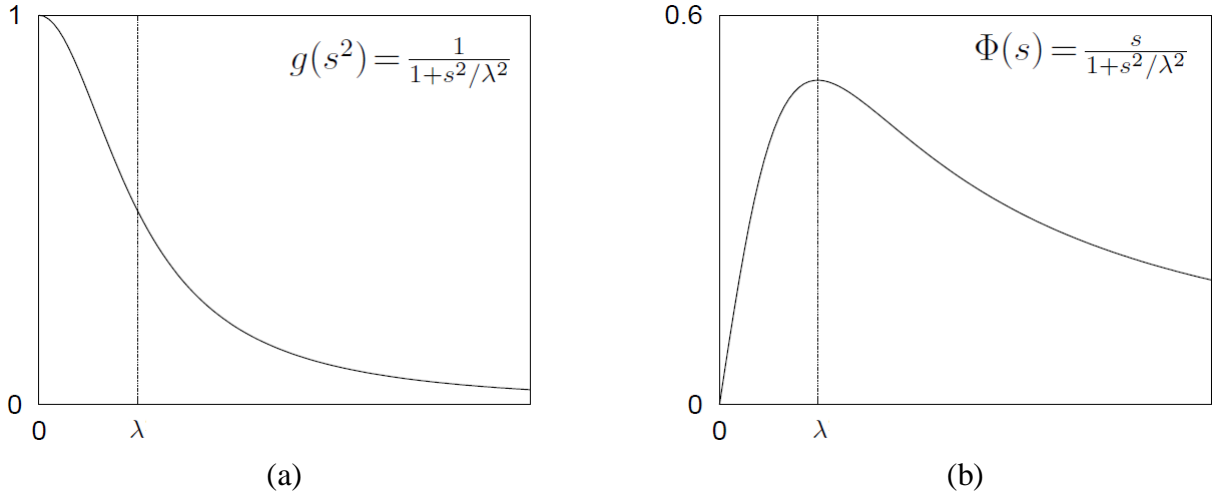


Figura 48 As funções (a) difusividade (b) fluxo em função de s .

Mais precisamente (WEICKERT, 1998), o modelo de Perona-Malik é do tipo *parabólico direto* para $|u_x| \leq \lambda$ e do tipo *parabólico reverso* para $|u_x| > \lambda$. Assim, λ assume um papel de parâmetro de contraste, separando zonas de baixo contraste de zonas de alto contraste. As transições de intensidade que se encontram numa imagem são suavizadas se estiverem no caso *parabólico direto*, e aumentadas no caso *parabólico reverso*. Logo, este método possui um bom desempenho para filtrar ruídos preservando os detalhes de uma imagem.

Foi observado posteriormente que o modelo de Perona-Malik não é matematicamente bem-posto (DIEWALD, 2000). Na prática, este problema pode ser solucionado fazendo a difusividade ser obtida através de u_σ , que é a imagem suavizada por um filtro gaussiano de desvio padrão $\sigma > 0$. Assim, o modelo de filtro de difusão não linear que será retido é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \left(g \left(|\vec{\nabla} u_\sigma|^2 \right) \cdot \vec{\nabla} u \right) \quad (43)$$

A Figura 49 apresenta um exemplo da utilização do filtro de difusão não linear. Para uma comparação entre os métodos, a imagem trabalhada é a mesma do exemplo do filtro de

difusão linear. A imagem recebeu a adição de um ruído gaussiano de variância de 25%. Aqui, os parâmetros escolhidos para o filtro foram $\lambda=14, \sigma=1$ e $m=10$. Assim como no caso linear, a difusão foi terminada em $T=5$.

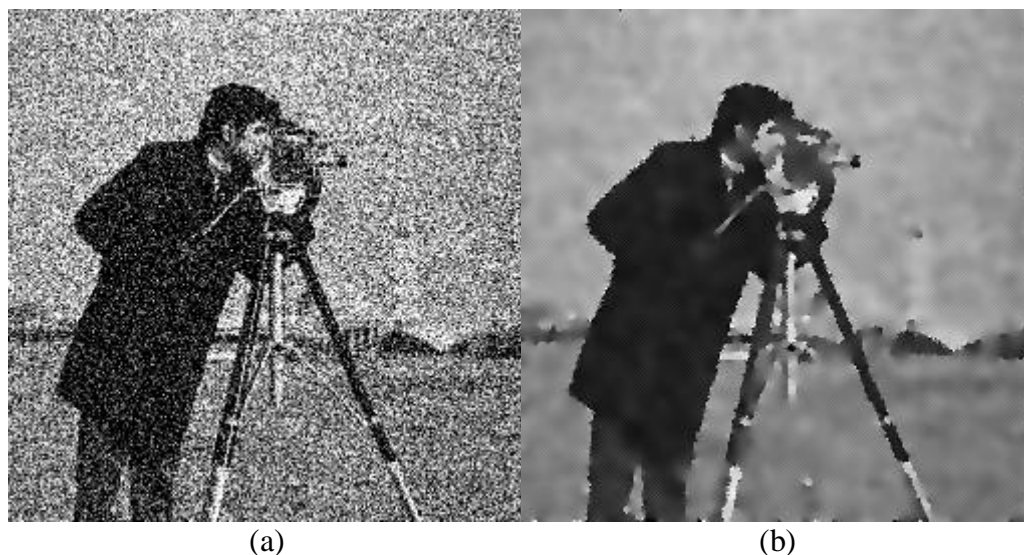


Figura 49 Filtro de difusão não linear, sendo (a) a imagem inicial com ruído e (b) o resultado da aplicação do filtro

Na prática, verifica-se que o filtro de difusão linear é muito eficiente em reter as informações essenciais, mesmo em imagens bastante ruidosas. Uma limitação é o fato do parâmetro λ ter de ser escolhido individualmente para cada utilização, e de ser muito difícil descrever matematicamente uma escolha ótima para este parâmetro. Além disto, conforme já foi apresentado anteriormente, a difusão nas zonas de elevados gradientes é reversa. Assim, nestas zonas irá ocorrer um aumento do ruído, gerando um efeito de “granulado” nas bordas dos objetos.

Filtro de difusão não linear anisotrópico

Nos métodos de processamento de imagens propostos anteriormente nas seções 0 e 0, a difusividade g era uma grandeza escalar. Desta forma, estes métodos são classificados como *isotrópicos*, pois o fluxo $j = -g\vec{\nabla}u$ sempre estava paralelo ao gradiente de u . Nesta seção é

apresentado o caso onde há uma difusão *anisotrópica*, onde o fluxo $j = -D\vec{\nabla}u$ não é necessariamente paralelo ao gradiente de u devido à introdução de D , denominado o *tensor de difusividade*.

O filtro de difusão não linear anisotrópico é interessante já que este permite o domínio tanto da intensidade quando da direção da difusão, ambos controlados pelos aspectos e características encontrados nas imagens.

Dentre as diversas aplicações para este tipo de filtro, será apresentada aqui uma proposta de melhoria para o filtro de difusão não linear da seção 0 no que se refere ao ruído nas bordas dos objetos. Este filtro apresentava o problema de que este eliminava o ruído apenas no interior dos objetos, e para preservar as formas destes objetos, inibia a difusão nas bordas, mantendo assim o ruído nestas regiões. O filtro apresentado nesta seção pretende reduzir os ruídos nas bordas permitindo a difusão ao longo destas regiões.

O modelo do filtro de difusão não linear anisotrópico apresentado nesta seção é regido pela equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(D(\vec{\nabla}u_\sigma) \cdot \vec{\nabla}u) \quad (44)$$

Para as funcionalidades apresentadas nos parágrafos anteriores, toma-se um tensor de difusividade D que leva em conta a direção do gradiente da imagem suavizada $\vec{\nabla}u_\sigma$. Constrói-se o sistema ortonormal de autovetores v_1, v_2 do tensor de difusividade D , tal que eles reflitam as estimativas de bordas da imagem:

$$v_1 \parallel \vec{\nabla}u_\sigma, \quad v_2 \perp \vec{\nabla}u_\sigma \quad (45)$$

Com o objetivo de aumentar dar preferência à difusão ao longo dos contornos, a difusividade perpendicular ao gradiente será constante. A difusão paralela ao gradiente será

proporcional à intensidade deste gradiente para haver preservação das formas dos objetos na imagem. Logo, os autovalores do tensor de difusividade serão os seguintes:

$$\lambda_1(\vec{\nabla}u_\sigma) = g(|\vec{\nabla}u_\sigma|^2) \quad (46)$$

$$\lambda_1(\vec{\nabla}u_\sigma) = 1 \quad (47)$$

A Figura 50 mostra um estudo comparativo (WEICKERT, 1998) entre os diversos métodos de difusão que foram apresentados neste documento. Verifica-se que o filtro anisotrópico cumpre os preceitos de eliminação de ruído e preservação das bordas de forma mais eficiente que os outros métodos. A desvantagem deste filtro é o fato deste arredondar as bordas dos objetos com ângulos agudos.

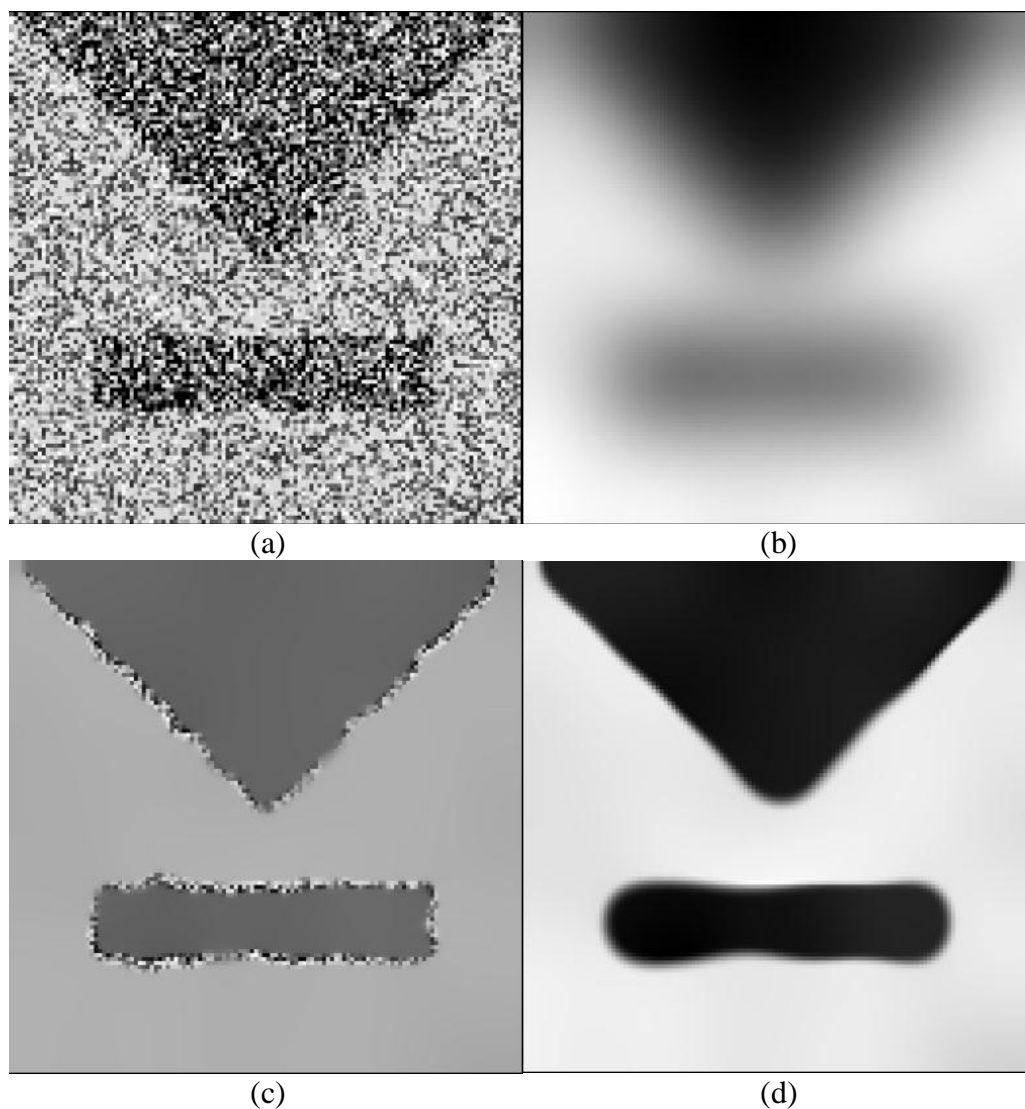


Figura 50 Comparativo entre filtros de difusão, sendo (a) a imagem inicial com ruído e os resultados da aplicação de (b) difusão linear, (c) difusão não linear, e (d) difusão anisotrópica (WEICKERT, 1998).

Referências

DIEWALD, U.; PREUSSER, T.; RUMPF, M. Anisotropic Diffusion in Vector Field Visualization on Euclidean Domains and Surfaces. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**. Vol. 6, No. 2. Washington: 2000.

PERONA, P.; MALIK J. Scale Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion. **IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision**. Washington: IEEE Computer Society Press, 1987.

WEIKERT, J. **Anisotropic Diffusion in Image Processing**. Stuttgart: B. G. Teubner, 2008.

WELLWIG, G. **Partial Differential Equations**. Stuttgart: B. G. Teubner, 1977. p. 43-56.