

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
DOS RECURSOS HÍDRICOS E SANEAMENTO AMBIENTAL

**APLICABILIDADE DE ALGUMAS TÉCNICAS DE ANÁLISE MULTIOBJETIVO  
AO PROCESSO DECISÓRIO NO ÂMBITO DE COMITÊS  
DE GERENCIAMENTO DE BACIA HIDROGRÁFICA**

SÉRGIO BRIÃO JARDIM

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre, outubro de 1999

## **APRESENTAÇÃO**

*Este trabalho foi desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental do Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação do Prof. PhD Antônio Eduardo Leão Lanna da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.*

*Aos meus três amores:  
Zuleika, minha esposa,  
Eugênia e Leonora, minhas filhas.*

## AGRADECIMENTOS

Aos professores *Dulcemar Coelho Lautert* e *Eduardo Giugliani ME*, pelo grande incentivo para meu reingresso no curso de Pós-Graduação.

Ao professor *Antônio Eduardo Leão Lanna, Ph. D.*, como reconhecimento pela sua invulgar visão de futuro para a Gestão das Águas, por ter trazido ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas a discussão atualizada sobre o tema dessa dissertação e pela orientação.

Ao professor Dr. *Francisco Carlos Bragança de Souza*, pelas importantes sugestões apresentadas para o aprimoramento desse trabalho.

Ao professor e amigo *Almir Schäffer*, pelo desprendimento e companheirismo demonstrados na forma de auxílio na programação computacional das técnicas aqui estudadas.

Aos funcionários *Ana Paula Lewkowicz*, *João Henrique Santos da Silva*, *Maria Helena de Almeida Duarte* e *Jussara Silva*, pela digitação, computação gráfica e apresentação final do trabalho.

## RESUMO

A complexidade das ações no plano decisório da Gestão das Águas e a necessidade do atendimento simultâneo das exigências que visam à obtenção do desenvolvimento sustentável, impõem uma abordagem multiobjetivo.

O uso múltiplo das águas, o caráter multidisciplinar e subjetivo dos agentes envolvidos no processo, a aleatoriedade dos eventos hidrológicos, a incerteza dos processos econômicos, sociais e ambientais, a necessária consideração de aspectos de difícil mensuração, como o bem estar social, a preservação do ambiente e as questões culturais e estéticas, além da tradicional eficiência econômica, caracterizam o contexto presente.

Este trabalho apresenta, descreve e compara algumas técnicas de análise multiobjetivo como importante meio de apoio à tomada de decisões diante dos problemas de Gestão das Águas.

Três métodos são aplicados e comparados em um estudo de caso, para suporte à decisão em um Comitê de Gerenciamento, tendo como objetivo estratégico o desenvolvimento sustentável em uma Bacia Hidrográfica, com um cenário configurado a partir da experiência acumulada na última década no Rio Grande do Sul e à luz da legislação vigente para a Política de Recursos Hídricos.

Na análise desenvolvida através dos métodos ELECTRE I e II, Programação de Compromisso e Analítico Hierárquico, consideram-se a participação de múltiplos decisores, a questão da subjetividade e o reconhecimento da incerteza como inerente ao processo.

## ABSTRACT

The complexity of actions at the decision level in water management and the requirements of sustainable development demands a multiobjective approach to this subject.

The analysis of the decision process in allocating different uses for water involves several difficulties which characterizes the present context. Among the most important are the necessary interdisciplinary approach to the subject matter, the subjectivity of the agents involved in the process of water management, the randomness of the hydrologic events, the uncertainty of the economic, social and environmental processes, the difficulties in measuring such variables as social well-being and environmental protection and others as cultural and aesthetics, besides the traditional problem of measuring economic efficiency

This dissertation presents, examines and compare some techniques of multiobjective analysis as important support tools for decision-making in water management.

In the present dissertation a river basin management committee in Rio Grande do Sul State, Brazil is used as a case-study in order to analyse the application of three methods of decision support for water management. This analysis takes into account the strategic objective of sustainable development in a scenario developed during the last ten years in Rio Grande do Sul and accordingly to the the legal framework on Water Resources at State and Federal level.

The analysis was carried out using the ELECTRE I and II methods, Compromise Programming and Analytic Hierarchy Process, the multiple decision makers participation, the subjectivity and the admission of uncertainty as part of the process.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....	001
1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	004
1.1 O conceito multiobjetivo.....	004
1.2 A questão da subjetividade.....	011
1.3 A questão da incerteza.....	015
1.4 As técnicas de análise multiobjetivo.....	018
1.4.1 Técnicas de geração de soluções <i>não-dominadas</i> .....	018
1.4.2 Técnicas com antecipação de preferências.....	020
1.4.3 Técnicas com articulação progressiva de preferências.....	020
2. METODOLOGIAS UTILIZADAS.....	029
2.1 A matriz de avaliação.....	029
2.2 As técnicas utilizadas.....	030
2.3 O método ELECTRE.....	031
2.3.1 Descrição do método.....	031
2.3.2 Exemplo de aplicação.....	040
2.4 O método da Programação de Compromisso.....	049
2.4.1 Descrição do método.....	049
2.4.2 Exemplo de aplicação.....	053
2.5 O método Analítico Hierárquico.....	058
2.5.1 Descrição do método.....	058
2.5.2 A aplicação do método analítico hierárquico na gestão das águas.....	063
3. ESTUDO DE CASO.....	067
3.1 Considerações preliminares .....	067
3.2 Comitê da bacia hidrográfica do rio Gravataí.....	067
3.3 Descrição do problema.....	075
3.4 Ponderação dos critérios de avaliação.....	080
3.5 Matriz de avaliação.....	098
3.6 Solução do problema.....	101
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	102
4.1 Método ELECTRE.....	102
4.2 Método de Programação de Compromisso.....	115
4.3 Método analítico hierárquico.....	117
4.4 Análise de sensibilidade.....	121
4.5 Classificação das alternativas - <i>solução mais robusta</i> .....	125
4.6 Comparação dos resultados.....	130
4.7 Análise para um cenário alternativo.....	138
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	152

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 158

ANEXO: Exemplo simplificado de aplicação do método ELECTRE I e II

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1:	Espaço dos objetivos soluções <i>não-dominadas</i> .....	005
FIGURA 2.2	Espaço das variáveis de decisão.....	008
FIGURA 2.3	Espaço dos objetivos.....	009
FIGURA 3.1	Gráfico do método ELECTRE.....	036
FIGURA 3.2	Gráfico de preferência normal.....	045
FIGURA 3.3	Estruturas de preferência para a classificação <i>para-a-frente</i> – exemplo ELECTRE.....	046
FIGURA 3.4	Estruturas de preferência para a classificação <i>para-trás</i> – exemplo ELECTRE.....	047
FIGURA 3.5	Representação gráfica de <i>solução ideal</i> e das <i>solução de compromisso</i> – método de Programação de Compromisso.....	050
FIGURA 4.1	Composição das alternativas de solução – Estudo de caso.....	079
FIGURA 4.2	Ponderação dos critérios de avaliação - Método Analítico Hierárquico - Estrutura de hierarquização - Estudo de caso.....	081
FIGURA 4.3	Matrizes de comparação dos objetivos principais.....	083
FIGURA 4.4	Matrizes de comparação dos critérios sociais.....	086
FIGURA 4.5	Matrizes de comparação dos critérios ambientais.....	090
FIGURA 4.6	Matrizes de comparação dos critérios econômicos.....	094
FIGURA 4.7	Classificação das alternativas - Método ELECTRE - Estudo de caso – Situação 1 - Pesos originais.....	113
FIGURA 4.8	Gráficos de estruturas de preferência - Método ELECTRE - Estudo de caso – Situação 1 - Pesos originais.....	114
FIGURA 4.9	Classificação das alternativas - Método da Programação de compromisso - Estudo de caso – Situação 1 - Pesos originais.....	116
FIGURA 4.10	Classificação das alternativas - Método Analítico Hierárquico - Estudo de caso – Situação 1 - Pesos originais.....	120
FIGURA 4.11	Classificação das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 1 - Análise de sensibilidade – ênfase social.....	122
FIGURA 4.12	Classificações das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 1 - Análise de sensibilidade – ênfase ambiental.....	123
FIGURA 4.13	Classificações das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 1 - Análise de Sensibilidade – Ênfase Econômica.....	124
FIGURA 4.14	Alternativas de solução de maior atratividade - Estudo de caso – Situação 1.....	126
FIGURA 4.15	Classificações das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 2 Pesos originais.....	141
FIGURA 4.16	Classificação das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 2 Análise de sensibilidade – ênfase social.....	142
FIGURA 4.17	Classificações das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 2 Análise de sensibilidade – ênfase ambiental.....	143
FIGURA 4.18	Classificações das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso – Situação 2 Análise de sensibilidade – ênfase econômica.....	144
FIGURA 4.19	Alternativas de solução de maior atratividade – Estude de caso – Situação 2.....	145

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1:	Matriz de avaliação.....	029
TABELA 3.2	Escala de avaliação – exemplo ELECTRE.....	041
TABELA 3.3	Matriz de avaliação do exemplo ELECTRE.....	041
TABELA 3.4	Matriz de concordância – exemplo ELECTRE.....	042
TABELA 3.5	Escala numérica comum – exemplo ELECTRE.....	043
TABELA 3.6	Matriz de discordância – exemplo ELECTRE.....	044
TABELA 3.7	Alternativas de solução – exemplo Programação de Compromisso .....	056
TABELA 3.8	Crítérios de avaliação – exemplo Programação de Compromisso.....	056
TABELA 3.9	Matriz de avaliação – exemplo Programação de Compromisso.....	056
TABELA 3.10	Classificação das alternativas – exemplo Programação de Compromisso – Pesos Originais.....	057
TABELA 3.11	Classificação das alternativas – exemplo Programação de Compromisso – Pesos Iguais.....	058
TABELA 3.12	Matriz de comparação de elementos aos pares – Método Analítico Hierárquico.....	059
TABELA 3.13	Matriz de comparação paritária, a partir dos pesos dos elementos – Método Analítico Hierárquico.....	060
TABELA 3.14	Matriz de avaliação - Método Analítico Hierárquico.....	063
TABELA 3.15	Matriz subjetiva - Método Analítico Hierárquico.....	064
TABELA 3.16	Escala de avaliação subjetiva - Método Analítico Hierárquico.....	064
TABELA 3.17	Matriz tecnológica - Método Analítico Hierárquico.....	065
TABELA 3.18	Matriz de prioridades - Método Analítico Hierárquico.....	066
TABELA 3.19	Classificação das alternativas de solução - Método Analítico Hierárquico.....	066
TABELA 4.1	Crítérios de avaliação – Estudo de caso.....	077
TABELA 4.2	Alternativas de solução – Estudo de caso – Situação 1.....	079
TABELA 4.3	Composição do grupo decisor – Estudo de caso.....	080
TABELA 4.4	Hierarquização dos objetivos principais – exemplo - Método Analítico Hierárquico...	085
TABELA 4.5	Hierarquização dos critérios sociais – exemplo - Método Analítico Hierárquico.....	089
TABELA 4.6	Hierarquização dos critérios ambientais – exemplo - Método Analítico Hierárquico...	093
TABELA 4.7	Hierarquização dos critérios econômicos – exemplo - Método Analítico Hierárquico..	097
TABELA 4.8	Ponderação final dos critérios de avaliação – exemplo - Método Analítico Hierárquico.....	098
TABELA 4.9	Matriz de avaliação – Estudo de caso – Situação 1.....	100
TABELA 4.10	Pesos relativos e amplitudes da escala numérica comum dos critérios de avaliação – Estudo de caso – Situação 1.....	103
TABELA 4.11	Sugestão para a escolha dos valores $p$ e $q$ – Método ELECTRE – Estudo de caso.....	107
TABELA 4.12	Média e desvio-padrão de $C_{ij}$ e $D_{ij}$ - Método ELECTRE – Estudo de caso – Situação 1 – Pesos originais.....	107
TABELA 4.13	Parâmetros da Programação de Compromisso – Estudo de caso – Situação 1 – Pesos originais.....	115
TABELA 4.14	Classificação das alternativas – Método de Programação de Compromisso – Estudo de caso – Situação 1 – Pesos originais.....	116
TABELA 4.15	Comparação das alternativas de solução para o critério C1 – Método Analítico Hierárquico – Estudo de caso – Situação 1.....	118

TABELA 4.16	Classificação das alternativas – Método Analítico Hierárquico – Estudo de caso – Situação 1 – Pesos originais.....	119
TABELA 4.17	Pesos relativos dos critérios de avaliação para análise de sensibilidade – Estudo de caso – Situação 1.....	121
TABELA 4.18	Conjunto reduzido das alternativas de solução com maior atratividade – Estudo de caso – Situação 1.....	128
TABELA 4.19	Solução de melhor compromisso para cada ponderação dos critérios de avaliação – Estudo de caso – Situação 1.....	129
TABELA 4.20	Solução mais robusta – Estudo de caso – Situação 1.....	129
TABELA 4.21	Estratégias e ações de intervenção das alternativas de solução com maior atratividade – Estudo de caso – Situação 1.....	129
TABELA 4.22	Comparação das classificações – Método ELECTRE e Programação de compromisso – Estudo de caso – Situação 1 – Pesos originais.....	132
TABELA 4.23	Índices de correlação entre as classificações finais para cada ponderação – Estudo de caso – Situação 1.....	133
TABELA 4.24	Índices médios de correlação e desvios-padrão entre as classificações – Estudo de caso – Situação 1.....	133
TABELA 4.25	Comparação das Classificações para os três métodos e as quatro ponderações – Estudo de caso – Situação 1.....	135
TABELA 4.26	Método ELECTRE – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso – Situação 1.....	136
TABELA 4.27	Método da Programação de Compromisso – Solução de melhor compromisso – Estudo de caso – Situação 1.....	136
TABELA 4.28	Método Analítico e Hierárquico – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso – Situação 1 .....	136
TABELA 4.29	Solução mais robusta, por método - Estudo de caso – Situação 1.....	137
TABELA 4.30	Solução mais robusta - Estudo de caso – Situação 2 .....	145
TABELA 4.31	Conjunto reduzido das alternativas de solução de maior atratividade – Estudo de caso – Situação 2.....	147
TABELA 4.32	Solução de melhor compromisso para cada ponderação dos critérios de avaliação – Estudo de caso – Situação 2.....	147
TABELA 4.33	Solução mais robusta – Estudo de caso – Situação 2.....	148
TABELA 4.34	Estratégias e ações de intervenção das alternativas de solução de maior atratividade – Estudo de caso – Situação 2.....	148
TABELA 4.35	Comparação das classificações para os três métodos e as quatro ponderações – Estudo de caso – Situação 2.....	149
TABELA 4.36	Método ELECTRE – Solução de melhor compromisso – Estudo de caso – Situação 2	150
TABELA 4.37	Método da Programação de Compromisso – Solução de melhor compromisso – Estudo de caso – Situação 2.....	150
TABELA 4.38	Método Analítico Hierárquico – Solução de melhor compromisso – Estudo de caso – Situação 2.....	150
TABELA 4.39	Solução mais robusta, por método – Estudo de caso – Situação 2.....	150

## LISTA DE SÍMBOLOS

$Z(x)$	Função objetivo
$x$	Vetor das variáveis de decisão
$g(x)$	Função de restrição
$X$	Região viável do espaço das decisões
$X^*$	Conjunto das <i>soluções não-dominadas</i> no espaço das variáveis de decisão
$Z(X^*)$	Conjunto das <i>soluções não-dominadas</i> no espaço dos objetivos
$C_i$	Critérios $i$ de avaliação
$A_i$	Alternativa $i$ de solução
$w_i$	Peso relativo do critério $i$ de avaliação
$C_{(i,j)}$	Índice de concordância da alternativa $i$ com relação à $j$
$D_{(i,j)}$	Índice de discordância da alternativa $i$ com relação à $j$
$p, q$	Parâmetros do método ELECTRE
$C$	Conjunto das alternativas <i>não-dominadas</i> na estrutura de preferência forte
$A$	Conjunto das alternativas <i>não-dominadas</i> na estrutura de preferência fraca; matriz de comparação paritária no método Analítico Hierárquico
$v'(x)$	Classificação progressiva da alternativa $x$
$v''(x)$	Classificação regressiva da alternativa $x$
$\bar{v}(x)$	Classificação final da alternativa $x$
$L_s$	Distância da <i>solução ideal</i> usada no método da Programação de Compromisso
$s$	Parâmetro do método da Programação de Compromisso
$X_i$	Peso do critério $i$ de avaliação no método da Programação de Compromisso

$a_{ij}$	Elemento de matriz de comparação paritária do método Analítico Hierárquico
$\lambda_{\max}$	Autovalor máximo
I	Matriz identidade
IC	Índice de consistência
$W_i(C_j)$	Peso da alternativa $i$ sob critério $j$
$P_i$	Prioridade (classificação) da alternativa $i$ no método Analítico Hierárquico
R	Coefficiente de correlação de Spearman

## INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

A instituição da Política Nacional dos Recursos Hídricos, através da Lei Federal 9433 de 8 de janeiro de 1997 e dos Planos Estaduais vigentes neste contexto, reforçam a necessidade de um enfoque atualizado para as questões ligadas à Gestão das Águas.

Cada vez mais, em termos de expectativas e práticas, a abordagem dos problemas na área em questão recorre a outros meios, além da tradicional análise benefício-custo, largamente utilizada e aceita até meados dos anos 70.

A realidade atual tem exigido a consideração dos aspectos ambientais, estéticos, culturais e de bem estar social, além da abordagem estritamente econômica.

A análise multiobjetivo permite a eficiente inclusão de aspectos de difícil mensuração, através de escalas e medidas adequadas para cada uma das novas variáveis que passam a ser admitidas no processo decisório.

Trata-se, em geral, de técnicas baseadas na modelagem matemática e na análise matricial, com forte apoio dos avançados recursos computacionais disponíveis e diante de múltiplos objetivos.

O objetivo principal deste trabalho, é apresentar aos decisores, estudiosos, analistas e profissionais atuantes na área da Gestão das Águas, através de um estudo de caso,

técnicas de análise multiobjetivo que possam ser entendidas, facilmente implementadas e operadas e que permitam a eficaz interação entre analistas e decisores no campo das novas ações promovidas pela atual Política de Recursos Hídricos.

No caso estudado utilizam-se alternativas discretas e contínuas, dentro de um contexto hipotético, com a utilização de alguns dados reais, constituído para o cenário de um Comitê de Gerenciamento de Bacia Hidrográfica.

Os dados referentes à composição do comitê, objetivos fixados e critérios de avaliação, foram trazidos da experiência acumulada nos últimos dez anos, principalmente nos comitês dos rios Gravataí e dos Sinos e comissões criadas para outras bacias hidrográficas no Estado do Rio Grande do Sul e com base nos dispositivos legais vigentes.

O tema do presente trabalho está delimitado, essencialmente, pela formulação descritiva do problema multiobjetivo, apresentação crítica dos tipos de técnicas de análise, estudo e apresentação exemplificada dos métodos ELECTRE - BENAYOUN e. al. (1966) e ROY (1971), Programação de Compromisso – ZELENY (1973) e Analítico Hierárquico - SAATY (1977, 1980) e desenvolvimento de um estudo de caso, com a solução do problema através da aplicação dos três métodos estudados, com a comparação dos resultados obtidos.

A fase de estruturação do problema, caracterizada pela discussão e estabelecimento de objetivos, critérios e processo de avaliação e alternativas de solução, antecede ao tema desenvolvido na dissertação, não estando incluída no escopo da mesma. Parte-se de matrizes de avaliação previamente estabelecidas. Da mesma forma, não faz parte do assunto escolhido a inclusão da incerteza, inerente ao processo decisório, devido à aleatoriedade dos fenômenos hidrológicos e ambientais, e à complexidade das negociações sociais, econômicas e políticas.

Todos os exemplos apresentados, inclusive o caso estudado, são configurados para o ambiente decisório de um Comitê de Gerenciamento de Bacia Hidrográfica, nas formas de *enquadramento*, *hierarquização das ações de intervenção* e classificação de alternativas de solução para o *desenvolvimento sustentável* na bacia.

Um cenário alternativo também é submetido à análise multiobjetivo, admitindo-se uma situação caracterizada pela mudança da política governamental em termos de destinação plurianual dos recursos financeiros.

A questão da subjetividade é abordada por meio de procedimentos propostos com vistas à minimização dessa característica peculiar à análise multiobjetivo.

Finalmente, para o caso estudado, com vinte e sete alternativas de solução avaliadas sob quinze critérios, são definidas através de análise de sensibilidade, para duas situações, as soluções de melhor compromisso e a *solução mais robusta*, além da indicação do grupo das alternativas de maior atratividade.

Os resultados são comparados, ressaltando-se as vantagens, desvantagens e limitações das técnicas utilizadas, verificando-se a aplicabilidade de cada uma delas ao contexto decisório dos comitês de gerenciamento de bacia hidrográfica, para situações similares à do caso estudado.

# 1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

## 1.1 O Conceito multiobjetivo

Diferentemente das situações em que há problemas com objetivo único, em que a solução ótima é obtida através da simples maximização (ou minimização) de uma função-objetivo de variáveis de decisão sujeitas a restrições, a análise multiobjetivo seleciona a *solução de melhor compromisso* ou, numa abordagem mais detalhada e segura, a *solução mais robusta* (considerando-se a incerteza e a subjetividade inerentes ao processo decisório), em um cenário em que há múltiplos objetivos. Aqui se busca a otimização do conjunto das funções-objetivo, através de critérios e julgamento das alternativas de solução do problema.

Essa definição se deve ao fato de que, na análise multiobjetivo, a classificação é feita com base em determinados critérios de avaliação e sob condições e cenários específicos que, se alterados, poderão indicar outra alternativa como melhor solução.

Isso é feito através da identificação e estudo das *relações-de-troca* ("trade-offs") (ou de compromisso) entre os vários objetivos mensuráveis, ou não, e conflitantes por natureza.

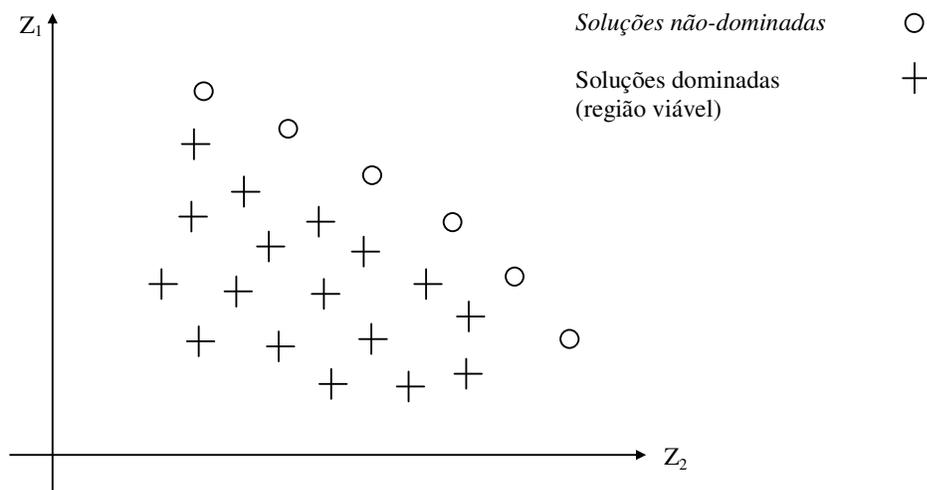
Na realidade, a solução apontada para a tomada de decisão, através da análise multiobjetivo, tem caráter fortemente político, resultado da ação conjunta de analistas e decisores.

Na análise multiobjetivo aplica-se, como já foi referido e por extensão, o Princípio da Otimalidade de Pareto, segundo o qual, para o conjunto das *soluções não-dominadas*, é impossível sair-se de uma posição sem que algumas alternativas melhorem seu atendimento ao conjunto dos objetivos e outras tenham, em detrimento, sua eficiência diminuída.

PORTO e AZEVEDO (1998), citando COHON (1978) e HAIMES (1987), definem o conceito de *não-dominância* da seguinte forma: uma *solução não-dominada* é aquela em que a melhoria de uma função-objetivo só pode ser conseguida às custas da degradação de outra.

No conceito multiobjetivo, cada uma dessas *soluções não-dominadas* pode ser escolhida como uma solução ótima no conceito de Pareto.

A Figura 2.1 mostra, para os objetivos  $Z_1$  e  $Z_2$ , a região viável no espaço dos objetivos considerados e o conjunto das *soluções não-dominadas*.



**FIGURA 2.1:** Espaço dos objetivos *Soluções não – dominadas*

Analicamente, o problema multiobjetivo pode ser conceituado como um processo de *otimização por vetor*, com a estrutura que segue, estabelecida por COHON e MARKS (1979):

$$\text{Max } \mathbf{Z}(\mathbf{x}) = [ \mathbf{Z}_1(\mathbf{x}), \mathbf{Z}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{Z}_p(\mathbf{x}) ]$$

sujeito a:

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Onde  $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$  = função-objetivo p-dimensional

(p = número de objetivos)

$g_i(\mathbf{x})$  = função-restrição m-dimensional

$x_j$  = vetor n-dimensional das variáveis de decisão

Para o conjunto X das soluções viáveis no espaço das variáveis de decisão, tem-se:

$$X = \{ \mathbf{x} / g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ e } x_j \geq 0 \text{ para todo } i, j \}$$

$$\mathbf{x} \in X$$

Uma *solução não-dominada*  $\mathbf{x}$  é uma solução viável do conjunto X, não havendo outra solução viável  $\mathbf{x}' \in X$ , em que ocorram:

$$Z_r(\mathbf{x}') > Z_r(\mathbf{x}) \text{ para algum } r = 1, 2, \dots, p$$

e  $Z_k(x') \geq Z_k(x)$  para todo  $k$  diferente de  $r$ .

O conjunto  $X^*$  das *soluções não-dominadas* é representado por:

$$X^* = \{ x/x \in X \text{ e } x \text{ conforme definido acima} \}.$$

O conceito multiobjetivo fica melhor elucidado com o exemplo extraído de COHON e MARKS (1975), para um problema com dois objetivos  $Z_1$  e  $Z_2$  e duas variáveis de decisão  $x_1$  e  $x_2$ , com a estrutura seguinte:

$$\text{Max } Z(x) = [Z_1(x_1), Z_2(x_2)]$$

$$Z_1(x) = 5x_1 - 2x_2$$

$$Z_2(x) = -x_1 + 4x_2$$

sujeito a:

$$g_1(x) = -x_1 + x_2 - 3 \leq 0$$

$$g_2(x) = x_1 + x_2 - 8 \leq 0$$

$$g_3(x) = x_1 - 6 \leq 0$$

$$g_4(x) = x_2 - 4 \leq 0$$

$$g_5(x) = -x_1 \leq 0$$

$$g_6(x) = -x_2 \leq 0$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

A Figura 2.2 mostra a região viável no espaço das variáveis de decisão  $X$  e o conjunto das *soluções não-dominadas*  $X^*$ .

A Figura 2.3 mostra a região viável no espaço dos objetivos  $Z(x)$  e o conjunto das *soluções não-dominadas*  $Z(X^*)$ .

A região viável no espaço dos objetivos, na Figura 2.3, foi obtida marcando-se os pontos do espaço das variáveis de decisão  $(x_1, x_2)$  no espaço dos objetivos, usando as funções-objetivo  $Z_1$  e  $Z_2$ .

O conjunto das *soluções não-dominadas* no espaço dos objetivos  $Z(X^*)$ , define-se pela aplicação do conceito de *não-dominância*, segundo Pareto.

Ressalta-se que, cada ponto extremo no espaço das decisões  $X$ , corresponde a outro no espaço dos objetivos  $Z(X)$ .

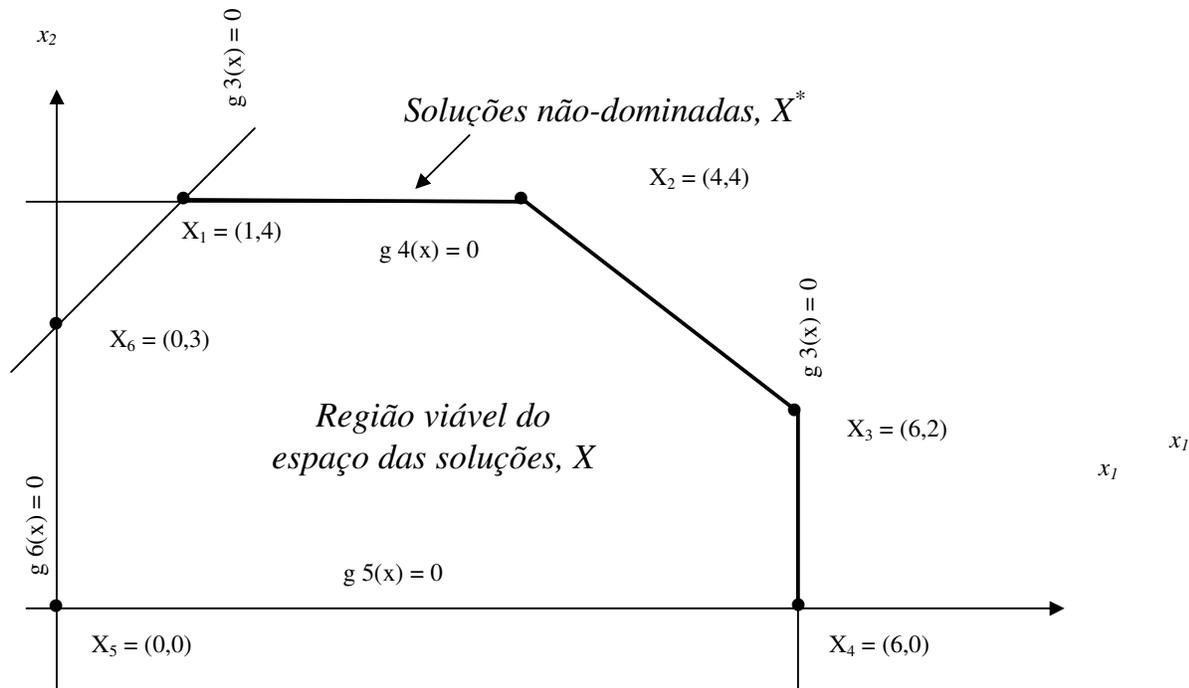
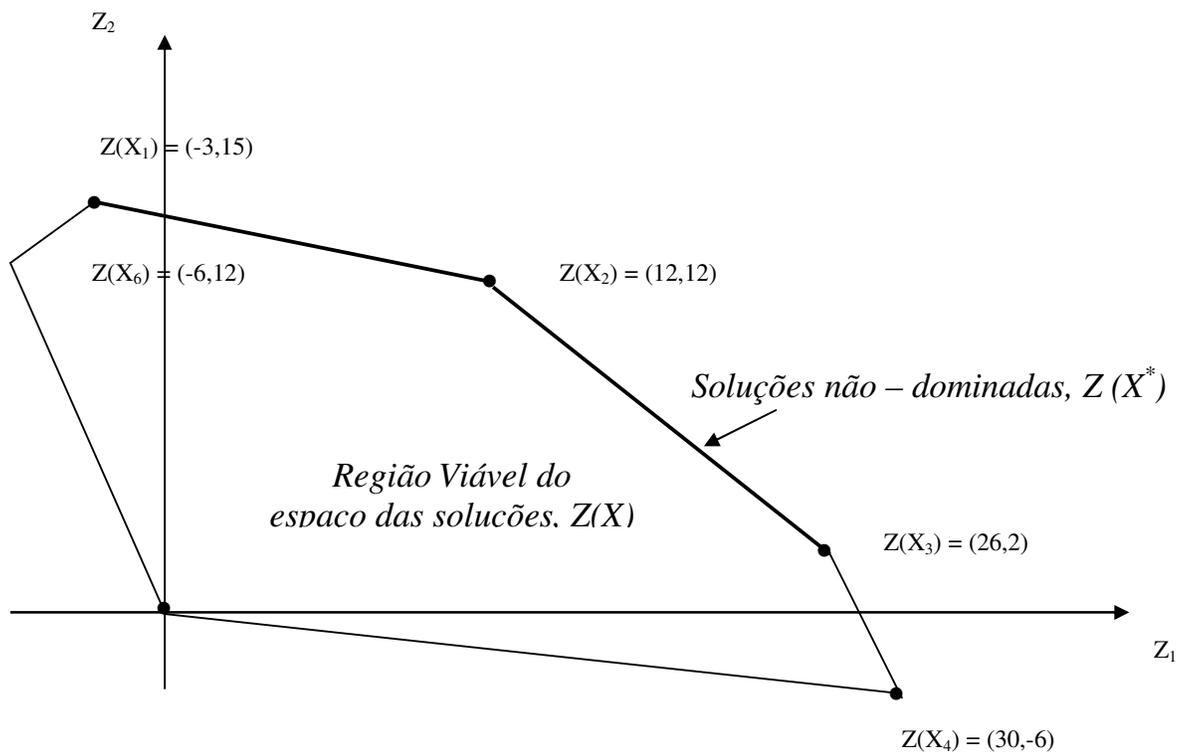


FIGURA 2.2: Espaço das variáveis de decisões



**FIGURA 2.3:** Espaço dos Objetivos

Na Figura 2.3, do espaço dos objetivos, a sequência dos segmentos em destaque, na ordem  $Z(X_1)$ ,  $Z(X_2)$ ,  $Z(X_3)$  e  $Z(X_4)$  representa o conjunto das *soluções não-dominadas*.

Este conjunto representa a otimização das funções-objetivo.

O conjunto das *soluções não-dominadas* das funções-objetivo pode ser caracterizado pelo fato de que, à luz do Princípio de Otimalidade de Pareto, é impossível melhorar-se o atendimento de um ou mais objetivos sem detrimento dos demais.

Por outro ângulo, para qualquer outra solução viável do espaço dos objetivos (excluídas as *não-dominadas* ) sempre haverá uma *solução não-dominada* que melhora, pelo menos, um dos objetivos pretendidos.

A solução do modelo apresentado como exemplo do problema multiobjetivo fornece, como resultado, um conjunto de soluções *não-dominadas*.

A análise multiobjetivo, através de vários métodos, otimiza o processo decisório de escolha da mais adequada das *soluções não-dominadas*, sob os critérios de avaliação adotados e para as condições peculiares de cada problema.

Cada um dos aspectos do problema, sujeitos ao processo decisório, é mensurado através de uma função-objetivo, não havendo necessidade de que estas funções utilizem a mesma unidade de mensuração.

Para a avaliação das questões ambientais, sociais, culturais e de bem-estar da população, por exemplo, de difícil mensuração, surge um dos aspectos críticos da análise multiobjetivo, que é a *subjetividade* inerente ao processo.

Esse importante fator depende, essencialmente, do julgamento humano, em termos de preferências manifestadas.

Outra característica de grande influência na análise multiobjetivo, quando aplicada aos problemas dos recursos hídricos, é a *incerteza*, função da aleatoriedade dos fenômenos hidrológicos e dos processos econômicos, sociais e ambientais.

## 1.2 A Questão da subjetividade

A tomada de decisões, especialmente na área dos recursos hídricos, é um processo que depende, essencialmente, de fatores condicionados ao comportamento humano.

Na abordagem de problemas complexos não estruturados, característicos na gestão das águas, ocorre sempre uma parcela considerável de julgamento humano, com a incorporação dos aspectos positivos e negativos dessa condição.

O campo da psicologia é farto em teorias e modelos que ajudam a entender o comportamento das pessoas diante de problemas decisórios.

PORTO e AZEVEDO (1998) citando JANNIS e MANN (1976) sobre decisões sob *stress* e KAHNEMAN e TVERSKY (1979) sobre distorções do julgamento humano diante de problemas decisórios, incorporando incerteza e risco, afirmam que as pessoas tendem a agir de forma não objetiva diante de decisões arriscadas. Também afirmam que, segundo estudos experimentais, a citada *não objetividade* segue padrões regulares, podendo ser descrita em termos matemáticos.

Alguns desvios comportamentais comuns, que ocorrem diante de problemas decisórios constituem uma interessante constatação, que pode ser vista na adaptação que segue, colhida em PORTO e AZEVEDO (1998), citando SAGE(1991) e KLEIN e METHLIE(1990):

*Disponibilidade:* O decisor tende a utilizar apenas as informações disponíveis, ignorando as de difícil obtenção. Isso leva à super-estimação de um evento, por exemplo, quando é fácil recordar as últimas ocorrências do mesmo.

*Ajustamento:* Quando há excesso de dados, há a tendência à escolha de parte dos mesmos, que pareçam mais representativos, para economia de tempo de análise, ou por limitação financeira.

*Crenças:* Há a tendência ao uso de informações consagradas, sem confirmação, em detrimento das que negam estas crenças.

*Conservadorismo:* É a tendência da não revisão de estimativas e procedimento, diante de novas informações que justifiquem as revisões.

*Valorização da forma de apresentação:* Informações são valorizadas não pela sua importância, mas pela forma como são apresentadas. Informações resumidas e visualmente bem apresentadas, são preferidas às aquelas apresentadas de forma muito detalhada ou dispersa.

*Encerramento prematuro da coleta de dados:* Via de regra, as decisões são tomadas com base em quantidade insuficiente de dados, devido ao encerramento antecipado da fase de coleta dos mesmos.

*Confirmação de profecias:* O decisor prevê ou valoriza um certo tipo de resultado e tende a analisar somente as informações que, de forma tendenciosa, acabam levando à confirmação do resultado desejado.

*Facilidade de lembrança:* Quando dados são facilmente lembrados, há a tendência de conferir aos mesmos pesos maiores do que os reais.

*Confusão fato-crença:* Crenças muito arraigadas tendem a ser confundidas com fatos.

*Erro de atribuição de sucesso-falha:* O decisor tende a atribuir os sucessos às suas habilidades e competência. Os erros ficam por conta da má sorte, conspirações e outros fatores externos.

*Falácia do jogador:* O decisor pode acreditar, indevidamente, que a ocorrência de uma sequência de eventos aumenta a probabilidade de certas ocorrências futuras.

*Hábito:* A familiaridade ou experiência com certas regras ou metodologias faz com que o decisor tenda a reutilizá-las em situações semelhantes, sem considerar devidamente as características específicas de cada caso. A superstição também tem forte influência neste caso.

*Ilusão de controle:* Um bom resultado pode advir de uma má decisão, fato que pode induzir o decisor a um falso controle da situação.

*Ilusão de correlação:* Admite-se correlação entre dois eventos quando, na realidade, a mesma não existe ou é fraca.

*Lei dos pequenos números:* Os decisores podem tender a confiar mais em pequenas amostras que não desconfirmam resultados esperados do que em grandes amostras com pequenas evidências de desconfirmação.

*Ordem de apresentação:* A primeira e a última informação são mais facilmente recordadas. A ordem de apresentação dos dados influencia a capacidade de memorização.

*Confiança exagerada:* Os decisores tendem a confiar mais quando dispõem de abundância de dados, descuidando com a verificação da qualidade e consistência dos mesmos.

*Redundância:* A redundância de dados pode levar os decisores a acreditarem que certos eventos têm probabilidade de ocorrência maior do que, de fato, ocorre.

*Percepção seletiva:* Os decisores tendem a procurar informações que confirmem seus pontos de vista e convicções. Aqui entram os preconceitos, experiências e expectativas.

*Pistas empíricas:* A efetiva realização de eventos com baixa probabilidade ou mero acaso pode ser aceita pelos decisores com um peso falsamente maior.

*Confusão de correlação e relação de causa-efeito:* A existência de correlação entre duas variáveis não implica na existência de relação causa-efeito. O oposto é frequentemente aceito.

Os desvios mostrados não são independentes entre si, sendo que um pode ser decorrência de outro, naturalmente ou por indução deliberada e, a partir daí, permitimo-nos incluir situações e dificuldades que podem ocorrer em grupos decisores heterogêneos, por exemplo, nos Comitês de Gerenciamento de Bacias Hidrográficas:

*Formação de “lobbies”:* Grupos formados em torno de interesses comuns podem induzir pessoas e conduzir o processo decisório em benefício próprio.

*Manipulação de dados:* Grande parte dos desvios citados anteriormente podem ser deliberadamente induzidos no contexto do processo decisório, através da manipulação de dados e informações.

*Falta de qualificação dos decisores:* A heterogeneidade, em termos de conhecimento e nível de preparo dos decisores, que caracteriza o ambiente decisório dentro

da nova visão participativa na gestão das águas, pode acarretar sérias dificuldades de implementação das técnicas multiobjetivo.

Nesse trabalho, apresenta-se uma forma proposta por SINGER e HARRIS (1991) e SIMONOVIC (1998) para minimizar a subjetividade na ponderação dos critérios de avaliação das alternativas ou solução de um problema multiobjetivo.

### **1.3 A questão da incerteza**

Segundo LANNA (1998), nos sistemas de recursos hídricos, além da aleatoriedade básica dos processos hidrológicos, ou da incerteza hidrológica, que estabelecem a disponibilidade de água, há a incerteza dos processos econômicos, sociais e ambientais que determinam as demandas de água.

Outro tipo de incerteza que ocorre diante dos processos decisórios com múltiplos objetivos, característica dos sistemas de recursos hídricos, é a possibilidade de ocorrência de complexas negociações sociais para a tomada de decisão.

Alguns tipos de aleatoriedades e suas características, podem ser encontrados em LANNA(1997):

Aquelas que podem ser avaliadas por modelos probabilísticos, como os fenômenos hidrológicos, econômicos e o crescimento populacional;

Aquelas que, aparentemente, não podem ser avaliadas por modelos probabilísticos, como as guerras, revoluções, demandas sociais;

Aquelas devidas ao desconhecimento dos estados presente e futuro da natureza, como ocorrências naturais, como chuvas, vazões, temperatura, etc;

A aleatoriedade do valor sócio-econômico presente de benefícios que ocorrerão no futuro, como o valor e custo de produção, as externalidades, a taxa de desconto, etc;

A aleatoriedade na escolha das metas de planejamento; na fixação dos objetivos e restrições a serem adotados;

O aspecto temporal do processo decisório, por exemplo, a decisão deve ser tomada hoje ou será melhor postergá-la para o futuro, a fim de coletar mais informações?

É importante esclarecer que no contexto em análise, não decidir (*no action*) é também uma decisão.

Nesse cenário complexo, subjetivo e incerto, o processo decisório tem de ser entendido, segundo SIMON (1972), citado em PORTO e AZEVEDO (1998), dentro do conceito de *racionalidade limitada*, onde o analista é obrigado a lidar com dados imprecisos, incompletos e inconsistentes.

Em certas situações, o máximo que o analista pode fazer é descrever certas variáveis em termos probabilísticos e avaliar o impacto da incerteza a elas associadas no restante do sistema.

É preciso ter em conta, por outro lado, que a abordagem através de técnicas probabilísticas não só torna a análise do sistema mais complexa, como também, dificulta a tomada de decisões.

A abordagem sistêmica, no que se refere à concepção do problema dos recursos hídricos, tem sido o caminho para a instrumentalização da questão decisória, através da abstração dos aspectos mais relevantes, sendo implementada, principalmente, através das técnicas de simulação matemática e otimização.

A simulação matemática tem sido largamente utilizada, enquanto que as técnicas de otimização tem tido um uso mais discreto. Nos problemas mais complexos de sistemas de recursos hídricos, com número elevado de variáveis de decisão, o método deixa de ser atrativo, em termos de demanda computacional.

PORTO e AZEVEDO (1998), confirmam a larga utilização dos modelos de simulação e relatam que a aplicação das técnicas de otimização para a solução dos problemas de recursos hídricos têm ficado aquém da expectativa, pelos seguintes motivos:

- os métodos utilizados são muito complexos e abstratos;
- existe uma grande carência de *softwares* generalizados e de fácil utilização;
- com frequência, os métodos não tratam os problemas realisticamente.

A *abordagem descritiva* que, segundo PORTO e AZEVEDO (1998), se preocupa em conhecer como o ser humano organiza o seu processo de tomada de decisões, como percebe e reage diante de certas características deste processo, principalmente diante da incerteza e quais os desvios ou falhas que normalmente apresenta quando enfrenta o ato de decidir.

Por outro lado, a *abordagem normativa*, baseia-se na Teoria da Decisão de HOWARD (1968) e NORTH (1968) citados em PORTO e AZEVEDO (1998), desenvolvida

originalmente na área da economia, que preconiza a maximização da utilidade da escolha do decisor. Essa abordagem prescreve como escolher entre diferentes alternativas, mas não aborda como definir o problema, como desenvolver alternativas e estabelecer objetivos.

Essa abordagem admite que futuras conseqüências de decisões tomadas no presente possam ser previstas e que também as futuras preferências o possam ser.

Acontece que essas previsões são difíceis de serem feitas, devido à incerteza.

Essa abordagem formaliza e procura tornar mais objetiva a solução do problema da escolha de uma entre muitas alternativas em um ambiente de incerteza ("formalização do bom senso").

A incerteza aqui é tratada através da consideração da *probabilidade de ocorrência*, o que é feito por meio da estatística e da teoria das probabilidades.

## **1.4 As técnicas de análise multiobjetivo**

As técnicas de análise multiobjetivo podem ser classificadas, conforme a posição relativa entre analista e decisor, nos grupos que seguem, conforme COHON e MARKS (1975):

### **1.4.1 Técnicas de geração das soluções não-dominadas**

São técnicas que não levam em conta as preferências do decisor, onde o conjunto das *soluções não-dominadas* é estabelecido pelo analista com base exclusiva nas restrições físicas do problema e para um máximo de três objetivos. Para mais de três

objetivos, torna-se confuso para o analista o estabelecimento das *relações-de-troca* entre os objetivos.

O uso dessas técnicas fica prejudicado no contexto decisório da gestão das águas onde há a multiplicidade de objetivos, devido à restrição a três objetivos, à não consideração das preferências do decisor e à falta de agilidade dessas técnicas em termos de implementação e operação. Ressalte-se, por outro lado, que a dificuldade que o analista encontra para estabelecer as *relações de troca* frente a problemas com mais de três objetivos, traz a diminuição da confiabilidade do resultado, aumentando o nível de incerteza no processo.

Pelos motivos citados, esse tipo de técnica não será considerado aplicável aos problemas da gestão das águas, no âmbito deste trabalho.

Alguns exemplos dessas técnicas:

Método das Ponderações, ZADEH (1963)

Método das Restrições, ZADEH (1963)

Método Multiobjetivo Linear, PHILLIP (1972)

### **1.4.2 Técnicas com antecipação de preferências**

Nessas técnicas, as preferências são estabelecidas *a priori* pelos decisores, pelo analista ou por consenso de ambos.

Esse processo ocorre na forma de manifestação antecipada do juízo de valor sobre as possíveis *relações-de-troca* ("trade-offs") entre os objetivos fixados e sobre os pesos relativos de julgamento entre eles.

Esses métodos não garantem a *não-dominância* das alternativas selecionadas, devendo ser confirmadas por uma análise de sensibilidade.

Alguns exemplos dessas técnicas:

Método da Função Multidimensional, KEENEY e WOOD (1977)

Método da Programação por Metas, CHARNES e COOPER (1961)

Método ELECTRE, BENAYOUN e.al., (1966) e ROY (1971)

Método do Valor Substituto de Troca, HAIMES e HALL (1974)

Método Analítico Hierárquico, SAATY (1977,1980)

### **1.4.3 Técnicas com articulação progressiva de preferências**

Nessas técnicas, ocorre a interação progressiva entre analista e decisor ao longo do processo decisório.

Apresentada uma *solução não-dominada* , o decisor manifesta-se sobre a mesma.

Não satisfazendo, refaz-se a análise a partir dos ajustes de julgamento, com base no relaxamento de algumas preferências, até obter-se uma nova solução.

O processo é concluído quando for alcançado o nível de satisfação do decisor, atingindo-se a *solução de melhor compromisso*, ou de forma mais exigente, a *solução mais robusta*.

É possível que não seja atingido o nível de satisfação do decisor, devendo, mesmo nesse caso, ser apresentada uma solução.

Alguns exemplos dessas técnicas:

Método da Programação de Compromisso, ZELENY(1973)

Método dos Passos, BENAYOUN (1971)

Método SEMOPS MONARCHI e.al.,(1973)

As técnicas de análise multiobjetivo são recentes, com desenvolvimento conceitual a partir de 1970 e experiências concretas nos últimos vinte anos.

Caracterizam-se pela complexidade e pela controvérsia, sob determinados aspectos, mas que têm demonstrado sua validade em muitas situações, como meios importantes de apoio à tomada de decisões na área dos recursos hídricos.

Nos grupos decisores das questões que envolvem a gestão das águas, como no âmbito dos *Comitês de Gerenciamento das Bacias Hidrográficas*, as naturais diferenças de ponto de vista, interesses, ideologias e formação dos participantes são fatores sempre presentes que devem ser valorizados no processo decisório.

Frente a interesses radicalmente conflitantes, quando os decisores avaliarem de forma muito diferente os objetivos fixados em alguns casos, o método pode falhar.

De forma muito objetiva, PORTO e AZEVEDO (1998) esclarecem que a idéia central das técnicas de análise multiobjetivo é permitir que cada um dos participantes avalie as consequências da implementação das suas idéias, com o auxílio de modelos aceitos por todos, a partir de uma base comum de informações.

Ainda preconizam que, a partir daí, começam a surgir as oportunidades de soluções negociadas e participativas que tendem a contar com o apoio e comprometimento de todo o grupo.

Nesse sentido, é fundamental que as técnicas de análise multiobjetivo propostas facilitem o entendimento por parte dos decisores, que propiciem a interação entre estes e os analista e que sejam de fácil implementação, em termos de futura operação, por parte dos decisores e seus assessores.

Entendemos, como fundamental, a consistência dos julgamentos.

Será mostrado adiante, que há como revisar julgamentos e obter consistência no estabelecimento dos juízos de valor, através do método Analítico Hierárquico, SAATY (1977, 1980).

Entre os autores mais conhecidos, há uma certa discordância quanto à classificação e aplicabilidade das técnicas em questão.

COHON e MARKS (1975) consideram o método ELECTRE (*ELimination Et Choix Traduisant la REalité*), BENAYON (1966), ROY (1971), inadequado para a solução de problemas com múltiplos objetivos na área de recursos hídricos, por não ser atrativo em

termos computacionais, aspecto ratificado por HARBOE (1992) e porque as *relações de troca* ("trade-offs"), para o estabelecimento de compromisso entre os objetivos, *obscurecem* a análise.

KRZYSZTOFOWICZ e. al (1977), GERSHON e. al. (1982) e outros, por outro lado, consideram o método aplicável, com sucesso, aos problemas dos recursos hídricos.

TECLE (1992), ao avaliar quinze técnicas de análise multiobjetivo através de um estudo sob vinte e quatro critérios, na forma de um problema multiobjetivo, concluiu que a menos adequada, para problemas de recursos hídricos, é a técnica conhecida por Valor Substituto de Troca HAIMES e.al. (1974).

COHON e MARKS (1975), por outro lado, classificam essa técnica como uma potente ferramenta para as situações em que os decisores tenham dificuldade no julgamento das *relações-de-troca* ("trade-offs") entre os objetivos (questão crítica da análise), dando clareza e significado ao problema multiobjetivo.

Sob outro aspecto, com relação à classificação das técnicas de análise, BARBOSA (1997) e HARBOE (1992), classificam o método do Valor Substituto de Troca no grupo das que operam com articulação progressiva de preferências, enquanto COHON e MARKS (1975) o consideram como técnica com articulação antecipada de preferências.

GOBBETTI (1993), SIMONOVIC (1998) e grande parte dos analistas classificam o método da Programação de Compromisso ZELENY (1973) no grupo dos que funcionam com articulação progressiva de preferências, enquanto BARBOSA (1997), HARBOE (1992) e SINGER e HARRIS (1991) entendem que este é um método de articulação de preferências *a priori*.

Com relação à questão da subjetividade, decorrente da componente humana, valorizada na aplicação das técnicas de análise multiobjetivo, principalmente para os sistemas de recursos hídricos, podem ser citados dois trabalhos realizados com o mesmo enfoque, utilizando o mesmo método.

SINGER e HARRIS (1991) e SIMONOVIC (1998) destacam a importância da consideração da subjetividade no estabelecimento da ponderação a ser usada para os critérios de julgamento dos objetivos fixados em processos decisórios onde haja vários decisores. Simonovic introduz, também o conceito de *solução mais robusta*, em extensão ao de *solução de melhor compromisso*, designação consagrada na análise multiobjetivo, na mesma linha de argumento de Singer e Harris.

Os citados autores utilizam o método da Análise Hierárquica de SAATY (1980), por ser menos passível de manipulação e de mais fácil entendimento e implementação.

Com respeito à inclusão da incerteza na análise multiobjetivo, encontra-se em GOBBETTI e BARROS (1995) uma análise multiobjetivo aplicada à revisão do Plano Diretor de Esgotos da Região Metropolitana de São Paulo, utilizando o método ELECTRE III ROY (1992).

Trabalho semelhante, também com o uso da técnica ELECTRE III, encontra-se em BALTAR e CORDEIRO NETTO (1998), que analisaram a hierarquização de investimentos na área de recursos hídricos para o Programa de Desenvolvimento Sustentável de Recursos Hídricos para o Semi-Árido Brasileiro- PROÁGUA-Governo Federal.

Os mesmos autores também desenvolveram uma análise de sensibilidade usando o mesmo caso, mas com uma abordagem hipotética.

Eles concluem pela complexidade resultante da implementação da referida técnica, principalmente com relação à dificuldade de entendimento por parte dos decisores.

Esse é um aspecto preocupante, segundo entendemos, no que concerne à utilização do método ELECTRE.

Não obstante a crítica precedente, a utilização das técnicas de análise multiobjetivo, tende a ser implementada na gestão das águas, principalmente devido à recente Lei Federal 9433.

Algumas das experiências mais expressivas no Brasil, bem como no contexto internacional, em termos de efetiva aplicação na prática e na área da gestão das águas, estão relacionadas a seguir:

BRAGA (1985)	Seleção de modelos de previsão de vazões- Reservatório da Ponte Nova-SP
BRAGA e ROCHA (1988)	Localização do Pólo Petroquímico do Rio de Janeiro
ALMEIDA e BOND (1992)	Metodologia para seleção de alternativas de divisão de queda no estudo de inventário hidrelétrico da bacia do rio Doce.
BRAGA e. al. (1991)	Análise de decisão multiobjetivo: O caso do vale do rio Doce .

- SINGER e HARRIS (1989) Determinação de sítios potenciais para aproveitamentos hidrelétricos reversíveis –SP.
- SINGER e HARRIS (1991) Reduzindo a subjetividade da ponderação de critérios na análise multicriterial para recursos hídricos
- TEIXEIRA e BARBOSA (1995) Avaliação multicriterial de alternativas de projeto de barragens de uso múltiplo
- CORDEIRO NETTO e BALTAR (1998) Métodos multicritério aplicados à hierarquização de investimentos na área de recursos hídricos
- CORDEIRO NETTO e BALTAR (1998) Análise de sensibilidade em hierarquização de projetos: o caso do ELECTRE III
- SINGER e al. (1989) Análise multiobjetivo da bacia do rio Piracicaba-SP
- GOBBETTI e BARROS (1991) Alternativas de solução na revisão do Plano Diretor de Esgotos de SP
- GOICOECHEA e al. (1976) Planejamento e gestão das águas do rio São Pedro Tucson-Arizona

- GOICOECHEA e. al. (1992) Avaliação experimental de modelos de análise multicriterial no planejamento de recursos hídricos-Washington-DC
- KEENEY e WOOD (1977) Planejamento sob aspectos econômico, ambiental, social e técnico da bacia do rio Tisza- Hungria
- DUCKSTEIN e OPRICOVIC (1980) Planejamento, a longo prazo, das alternativas para fim de abastecimento de água no rio Tisza-Hungria
- GERSHON e. al. (1982) Alternativas de gestão das águas, aspecto qualidade, rio Santa Cruz-Arizona
- SHAMIR (1983) Experiências em planejamento e gestão de sistemas de recursos hídricos, através da análise multiobjetivo-Israel
- LABADIE e. al. (1992) Otimização operacional da bacia do rio Han-Coréia
- BOGARDI e DUCKSTEIN (1992) Análise multiobjetivo interativa-alocação de água na Tailândia
- ROY e. al. (1992) Planejamento de sistemas de abastecimento de água em áreas rurais-Polônia

WOLDT e BOGARDI (1992)	Projeto de rede de monitoramento de águas subterrâneas através da análise multiobjetivo e geoestatística-Rhode Island
HARBOE (1992)	Estabelecimento e otimização de regras operacionais dos reservatórios Shasta e Folson- EUA e rio Wupper-Alemanha

Confrontando-se as prescrições contidas na nova Lei Federal 9433 de 8 de janeiro de 1997, que institui a Política Nacional de Recursos Hídricos e na Lei Estadual 10350 de 30 de dezembro de 1994, da Política Estadual dos Recursos Hídricos e a limitada experiência nacional no uso da análise multiobjetivo, vemos, nesse momento, uma larga lacuna a ser preenchida com a implementação desse valioso e atualizado meio de tomada de decisões, que motiva o desenvolvimento da presente dissertação.

## 2 METODOLOGIAS UTILIZADAS

### 2.1 A matriz de avaliação

A abordagem multiobjetivo fica mais clara quando estruturada na forma matricial, como mostrado a seguir:

**TABELA 3.1: Matriz de avaliação**

		Alternativas				
		A1	A2	A3	.....	An
c	C1	C1(A1)	C1(A2)	C1(A3)	.....	C1(An)
r	C2	C2(A1)	C2(A2)	C2(A3)	.....	C2(An)
i	C3	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
t	.	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
é	.	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
r	.	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
i	.	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
o	.	⋮	⋮	⋮	.....	⋮
s	Cp	Cp(A1)	CP(A2)	Cp(A3)	.....	Cp(An)

Em síntese, cada uma das  $n$  alternativas de solução é avaliada sob os  $p$  critérios estabelecidos no processo decisório.

Os critérios de avaliação das alternativas representam a especificação dos objetivos em características e qualidades, em medidas adequadas de desempenho das soluções de planejamento.

Na análise, há uma comparação de cada alternativa com todas as demais, com estabelecimento de um hierarquia que aponta o conjunto das soluções de maior atratividade

(*não-dominadas*) e a escolha da *solução de melhor compromisso* e, ainda melhor, a *solução mais robusta*, em termos de melhor atendimento do conjunto dos objetivos e sob os critérios fixados para a análise.

## 2.2 As técnicas utilizadas

Nesse trabalho são apresentadas três técnicas de análise multiobjetivo:

O método ELECTRE I e II - BENAYOUN e.al. (1966) e ROY(1971), como exemplo de técnica com manifestação antecipada de preferências.

A sigla ELECTRE significa *ELimination Et Choix Traduisant la REalité*.

O método Programação de Compromisso, ZELENY (1973), como exemplo de técnica com articulação progressiva de preferências.

O Método Analítico Hierárquico, SAATY (1977,1980), que também se caracteriza pela manifestação de preferências *a priori* por parte dos decisores.

As justificativas para a escolha das técnicas utilizadas, são as seguintes:

- a) O método ELECTRE, para a análise conclusiva, diante da polêmica existente no meio acadêmico e entre analistas, em termos de aplicabilidade para a Gestão das Águas.
- b) O Método de Programação de Compromisso, por ser uma técnica bastante simplificada em termos matemáticos e para verificação da eficácia diante de problemas multiobjetivo complexos.

- c) O Método Analítico Hierárquico por ser uma técnica que reduz o risco de manipulação no processo decisório e por possibilitar a obtenção de julgamentos consistentes, por meio da revisão orientada.

## **2.3 O Método ELECTRE**

### **2.3.1 Descrição do método**

O método ELECTRE foi concebido para a abordagem multiobjetivo na solução de problemas de gestão das águas caracterizados por alternativas avaliadas por critérios preferencialmente qualitativos, com fixação prévia das preferências, por parte dos decisores.

Essa técnica também pode ser usada para variáveis contínuas, sob critérios quantitativos, ou para situações mistas.

A metodologia, desenvolvida por BENAYOUN e. al. (1966) e ROY (1971) sustenta-se nos três conceitos fundamentais: *concordância*, *discordância* e *valores-limite* e utiliza um *intervalo de escala* no estabelecimento das *relações-de-troca* para a comparação das alternativas, aos pares.

Segundo GERSHON e. al. (1982) o método se baseia na separação, do conjunto das alternativas de solução, daquelas que são as preferidas na maioria dos critérios de avaliação, sem causar um nível de descontentamento inaceitável para qualquer um dos critérios fixados.

A partir da matriz de avaliação, as alternativas são comparadas, aos pares, com base em relações de preferência.

$a > b$  significa que a alternativa **a** é preferida à alternativa **b**

$a = b$  significa que **a** é equivalente à **b**

É importante ressaltar que o processo admite a intransitividade nas relações de preferência, com base no fato de que os critérios de estabelecimento das preferências podem ser diferentes.

Por exemplo, podemos ter:

$a > b$  **a** é preferida a **b**

$b > c$  **b** é preferida a **c**

$c > a$  **c** é preferida a **a**

Tal situação caracteriza um *ciclo fechado* no contexto do método, determinando a mesma preferência (classificação) para as três alternativas.

Como já foi referido, o método é baseado nos conceitos de *concordância* e *discordância*.

A *concordância* entre duas alternativas  $i$  e  $j$  é uma medida ponderada do número de critérios sob os quais a alternativa  $i$  é preferida ou equivalente à alternativa  $j$ .

O *índice de concordância* é calculado pela seguinte fórmula:

$$C(i, j) = \frac{\sum [w(k') + 1/2w(k'')] }{\sum w(p)} \quad (3.1)$$

Sendo:

$w(k')$  = pesos dos critérios sob os quais  $i > j$

$w(k'')$  = pesos dos critérios sob os quais  $i = j$

$w(p)$  = pesos de todos os critérios

Para maior clareza, os índices de concordância são apresentados na forma de uma matriz de concordância, onde  $C(i, j)$  representa o elemento da linha  $i$  e coluna  $j$ , ou seja, a satisfação que o decisor sente ao preferir a alternativa  $i$  frente à alternativa  $j$ , sob certo critério.

Por definição,  $0 = C(i, j) \leq 1$ .

O *índice de discordância*  $D(i, j)$  representa o desconforto sentido pelo decisor ao escolher a alternativa  $i$  frente à alternativa  $j$ .

Para o estabelecimento da matriz de discordância, inicialmente é definida uma escala numérica comum para todos os critérios, sendo que cada critério deve ter um intervalo de escala diferente. A escala é usada para comparar o desconforto causado entre o menor valor numérico (*pior* escolha) e o maior valor numérico (*melhor* escolha) de cada critério para cada par de alternativas.

Essa escala comum é usada para medir o desconforto que o decisor sente ao preferir a alternativa  $i$  à alternativa  $j$ , considerados todos os critérios.

O maior valor da escala numérica comum define o critério sob o qual o decisor sente o maior desconforto ao mudar de nível, quando estabelece seu juízo de valor, em termos de preferência manifesta.

O índice de discordância é calculado como segue:

$$D(i, j) = \max \{ [Z(j, k) - Z(i, k)] / R^* \} \quad (3.2)$$

$$k \in (j > i)$$

Sendo:

$(j > i)$  conjunto onde a alternativa  $j$  é preferida à alternativa  $i$

$k$ : os critérios sob os quais  $j > i$

$Z(j, k)$ : a avaliação da alternativa  $j$  sob o critério  $k$

$Z(i, k)$  a avaliação da alternativa  $i$  sob o critério  $k$

$R^*$ : o maior valor numérico dos intervalos de escala.

Os índices de discordância também são apresentados na forma de uma matriz de discordância, onde  $D(i, j)$  representa o elemento da fila  $i$  e coluna  $j$ , ou seja, o desconforto experimentado pelo decisor ao optar pela alternativa  $i$  frente à alternativa  $j$  sob um determinado critério.

Sintetizando, os valores entre um e zero ( $p, q$ ), contidos nas matrizes de *concordância* e *discordância*, são determinados pelos decisores ao avaliarem as alternativas, aos pares, sob os critérios de análise fixados.

Assim, tem-se que  $p = 1$  significa concordância plena, quando a alternativa  $i$  é preferida à alternativa  $j$  sob todos os critérios. (na matriz de concordância).

A condição  $q = 0$  significa sem discordância (na matriz de discordância).

Uma vez definidas as matrizes de concordância e discordância, passa-se para um segunda fase, conforme já foi referido, fixando-se valores limites para  $p$  (índice mínimo de concordância) e  $q$  (índice máximo de discordância).

Por meio desse procedimento, conhecido como *filtragem*, separam-se as alternativas *não - dominadas* que atendem, simultaneamente, aos limites fixados para  $p$  e  $q$ , mas sem a classificação dessas.

Até aqui, está caracterizado o método ELECTRE I, concebido por BENAYOUN e. al.(1966).

Essa seleção preliminar das alternativas de maior atratividade, a partir da fixação dos valores limites para  $p$  e  $q$ , pode ser representada graficamente, através dos símbolos e terminologia que seguem:



representa uma alternativa, na forma de nó.



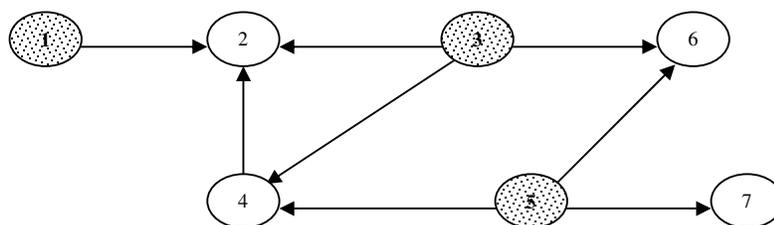
indica dominância de uma alternativa sobre a outra, em termos de preferência.

O conjunto reduzido das alternativas *não-dominadas*, conhecido como, *núcleo* (“*kernel*”) obtido pela *filtragem* é extraído do gráfico, observadas as seguintes condições, segundo BENAYOUN e. al. (1966):

1. Uma alternativa selecionada não pode dominar outra também selecionada;
2. Cada alternativa dominada (não selecionada) deve ser dominada, pelo menos, por uma das alternativas selecionadas.

Na apresentação do estudo de caso, o autor mostra que os procedimentos e restrições contidas no método ELECTRE I são passíveis de discussão e propõe melhorias para a seleção do *núcleo* das alternativas de maior atratividade.

No gráfico do método ELECTRE I, mostrado abaixo como ilustração, o conjunto das alternativas de maior atratividade é constituído pelas opções 1, 3 e 5.



**FIGURA 3.1: Gráfico do método ELECTRE**

Para a classificação das alternativas selecionadas pelo método ELECTRE I, na fase preliminar, utiliza-se o método aperfeiçoado por ROY (1971), conhecido como ELECTRE II.

O processo se baseia na fixação de valores mais estritos para  $p$  e  $q$ .

Isso depende de um aumento na rigidez, ou relaxamento maior por parte dos decisores, em termos de julgamento das alternativas sob os critérios fixados e na forma das preferências manifestadas, como, por exemplo:

Para preferência forte: ( $P_F$ )

$p = 0,9$  índice mínimo de concordância

$q = 0,2$  índice máximo de discordância

Para preferência fraca: ( $P_f$ )

$$p = 0,7$$

$$q = 0,5$$

Na apresentação do estudo de caso, o autor propõe um critério para a fixação dos parâmetros  $p$  e  $q$ , com base na estrutura de preferências de cada problema multiobjetivo e a partir da estatística e da probabilidade.

Dessa forma, são gerados dois gráficos à semelhança do descrito anteriormente para o método ELECTRE I, o de preferência forte ( $P_F$ ) e o de preferência fraca ( $P_f$ ).

O desenvolvimento do método ELECTRE II é feito pelo estabelecimento de dois ordenamentos:

*Classificação para-a-frente e*

*Classificação para-trás*

A classificação final das alternativas de maior atratividade é obtida através da média das classificações alcançadas nos dois citados ordenamentos.

Na primeira etapa, correspondente à classificação *para-a-frente*, usando o gráfico de preferência forte, são identificados as alternativas (nós) sem precedentes (aquelas em que não há seta chegando), ou seja, *não-dominadas*.

Este conjunto é definido por  $C$ .

A seguir, são identificadas, no gráfico de preferência fraca, as alternativas do conjunto  $C$  que não possuem precedentes. Este conjunto é definido por  $A$ , representando o

primeiro passo e as colocadas em primeiro lugar da classificação *para-a-frente* (primeira iteração).

O próximo passo é eliminar, dos gráficos de preferência forte e de preferência fraca, as alternativas (nós) do conjunto **A** e as setas que partem destes nós.

O novo gráfico de preferência forte obtido é analisado, identificando-se os nós que não possuem precedentes. Estes nós passam a compor um novo conjunto **C**. Define-se, então, um novo conjunto **A** conforme anteriormente descrito (segunda iteração), das que ficam em segundo lugar.

O procedimento continua até que todos os nós sejam eliminados de ambos os gráficos (de preferência forte e fraca).

Na classificação *para-trás*, inicialmente são invertidos todos os sentidos das setas nos dois gráficos ( $P_F$  e  $P_f$ ). Isso equivale a mudar as preferências inicialmente manifestadas.

Nos gráficos da classificação *para-trás*, onde havia alta concordância, passa a haver baixa concordância. Onde havia baixa discordância, passa a haver alta discordância.

Na seqüência, o processo iterativo é o mesmo utilizado na classificação *para-a-frente*, com a diferença de que o ordenamento das iterações (passos) deve ser considerado na forma inversa.

Esse cuidado restabelece a ordem correta da classificação.

A classificação final das alternativas é obtida através do ordenamento crescente das médias das classificações das alternativas nos dois processos. Por exemplo, se

uma alternativa ficou classificada em segundo lugar no processo *para-a-frente* e em terceiro lugar no processo *para-trás*, sua pontuação (classificação) final será 2,5.

O processo iterativo ganha maior clareza quando colocado sob a forma dos algoritmos que seguem:

Classificação *para-a-frente*:

1) Partindo de  $t = 0$

2) No gráfico de preferência forte  $P_F(t)$ , identificar o conjunto  $C$  ( alternativas  $x$  ), caracterizado pelos nós não-dominados (sem setas precedentes)

3) No gráfico de preferência fraca  $P_f(t)$ , identificar as alternativas (nós) do conjunto  $C$  *não-dominadas* (às quais não chegam setas), que passam a caracterizar o conjunto  $A$ .

4) Classificar as alternativas do conjunto  $A$ , segundo  $v'(x) = t + 1$

5) Reduzir os conjuntos  $P_F(t)$  e  $P_f(t)$ , do seguinte modo:

$$P_F(t+1) = P_F(t) - A(t)$$

$$P_f(t+1) = P_f(t) - A(t)$$

Se  $P_F(t+1) =$  conjunto vazio. O processo pára.

Caso contrário,

6) Fazer  $t = t + 1$  e seguir, a partir do passo 2, até que todos os nós sejam eliminados.

Classificação *para-trás* :

- 1) Inverter os sentidos de todas as setas (preferências) nos gráficos  $P_F$  e  $P_f$
- 2) Obter a classificação  $a(x)$  de forma idêntica à usada para a classificação  $v'(x)$
- 3) Restabelecer as preferências corretas, através da classificação:

$$v''(x) = 1 + \max [a(x)] - a(x) \quad (3.3)$$

$$x \in X$$

A classificação final é obtida pelo ordenamento, em ordem crescente, das médias das classificações obtidas, para cada alternativa, em cada um dos dois processos.

### 2.3.2 Exemplo de aplicação

Considera-se o processo decisório no contexto de um Comitê de Gerenciamento de Bacia Hidrográfica, com vistas ao *enquadramento* das águas de um rio, para um determinado trecho, de conformidade com a Resolução 20/86 CONAMA e Lei Estadual 10350, que instituiu a Política de Recursos Hídricos no Rio Grande do Sul.

Admite-se que o resultado do processo de julgamento, por parte do grupo decisor, das cinco alternativas possíveis (Classes IV, III, II, I e E) de *enquadramento* das águas do rio, conforme adaptações das possibilidades de uso (critérios e seus pesos) e para o trecho considerado seja representado pela matriz de avaliação contida na Tabela 3.3:

A escala discreta usada na avaliação das alternativas é de uso consagrado, segundo SAATY (1980), com o seguinte significado:

**TABELA 3.2: Escala de avaliação do exemplo ELECTRE**

Valor	Significado
1	mesma importância
3	pequena preferência
5	significativa preferência
7	preferência muito forte
9	preferência absoluta
2, 4, 6, e 8	valores intermediários

Os *índices de concordância* são calculados pela equação (3.1) e com a estrutura de pesos descrita na Tabela 3.3.

**TABELA 3.3 Matriz de Avaliação do exemplo ELECTRE**

Usos Possíveis (Critérios)	Pesos (%)	Classes (Alternativas)				
		IV	III	II	I	E
1. Abastecimento doméstico sem prévia ou com simples Desinfecção	3	0	0	0	0	7
2. Preservação do equilíbrio natural das comunidades Aquáticas	3	0	0	0	0	9
3. Abastecimento doméstico após tratamento simplificado	5	0	0	0	5	6
4. Proteção das comunidades aquáticas	4	0	0	7	8	9
5. Irrigação de hortaliças e frutas consumidas cruas sem remoção de película	8	0	0	0	9	0
6. Recreação de contato primário (natação, mergulho, esqui, etc)	5	0	0	7	9	0
7. Irrigação de hortaliças e plantas frutíferas	4	0	0	5	7	0
8. Criação natural e/ou intensiva (agricultura) de espécies destinadas à alimentação humana	12	0	0	9	4	0
9. Abastecimento doméstico após tratamento Convencional	18	0	5	9	0	0
10. Irrigação de culturas arbóreas, cerealíferas e forrageiras	5	0	5	7	9	0
11. Dessedentação de animais	8	0	3	9	5	0
12. Diluição de efluentes domésticos, industriais de mineração e de resíduos agrícolas*	10	0	8	6	3	0
13. Navegação	8	2	3	8	8	0
14. Harmonia paisagística	4	2	3	7	9	9
15. Geração de energia	3	1	1	1	1	0

0 significa *uso não compatível*, segundo Resolução 20/86 CONAMA

\* Sob a condição de que os despejos só podem ser realizados se:

- a) atenderem aos padrões de emissão de efluentes estabelecidos na legislação;
- b) não alterarem a classe do rio para pior. Nas águas de Classe Especial não poderão ser lançadas águas residuárias, resíduos sólidos, fertilizantes químicos, defensivos agrícolas e outros poluentes, mesmo tratados.

Os resultados são apresentados na forma da matriz que segue:

**TABELA 3.4: Matriz de concordância do exemplo ELECTRE**

Classes	IV	III	II	I	E
IV	-	0,155	0,110	0,265	0,695
III	0,845	-	0,210	0,425	0,785
II	0,890	0,790	-	0,565	0,810
I	0,735	0,575	0,435	-	0,740
E	0,305	0,215	0,190	0,260	-

Por exemplo, para a determinação dos *índices de concordância* entre as classes II e I:

$$C_{(11,1)} = \frac{\left(12 + 18 + 8 + 10 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{8}{2} + \frac{3}{2}\right)}{100} = 0,565$$

Os *índices de discordância* são calculados pela equação (3.2), com base na escala numérica comum para todos os critérios, gerada conforme segue.

**TABELA 3.5: Escala Numérica para o exemplo ELECTRE**

<i>Critério</i>	<i>Escala Numérica Comum</i>	<i>Avaliação</i>									
		<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>
Uso 01	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Uso 02	0 – 135	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Uso 03	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Uso 04	0 – 180	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Uso 05	0 – 135	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Uso 06	0 – 126	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126
Uso 07	0 – 108	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
Uso 08	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Uso 09	0 – 162	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162
Uso 10	0 – 135	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Uso 11	0 – 126	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126
Uso 12	0 – 216	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216
Uso 13	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Uso 14	0 – 135	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Uso 15	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Para elucidar o significado da escala numérica comum usada para o calcular os índices de discordância, admite-se que, para o Uso 12 (Diluição de efluentes domésticos, industriais, de mineração e de resíduos agrícolas), haja vários níveis de tratamento e os correspondentes custos de implementação, para cada classe de enquadramento possível.

O valor máximo da escala numérica (200) equivale ao custo mínimo de depuração das águas residuárias (classe compatível mais baixa).

Nesse ítem, o grupo decisor experimenta o maior desconforto ao baixar de nível na escala (diante da necessidade dispendioso para um tratamento mais exigente). Aqui é oportuno recordar que o valor mais alto da escala representa a solução menos dispendiosa e o menor valor, a solução mais cara.

Para os demais usos, segue-se a mesma lógica.

Os *índices de discordância* ficam melhor representados através da matriz que segue:

TABELA 3.6: Matriz de discordância do exemplo ELECTRE.

Classes	IV	III	II	I	E
IV	-	0,889	0,667	0,741	0,833
III	0,000	-	0,648	0,741	0,833
II	0,000	0,222	-	0,347	0,625
I	0,250	0,556	0,750	-	0,625
E	0,250	0,889	0,750	0,625	-

Exemplificando, para a determinação dos *índices de discordância* entre as classes II e I:

$$D_{(II,I)} : \text{critério 3} = \frac{50 - 0}{216} = 0,231$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 4} = \frac{160 - 140}{216} = 0,092$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 5} = \frac{135 - 60}{216} = 0,347$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 6} = \frac{126 - 98}{216} = 0,130$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 7} = \frac{84 - 60}{216} = 0,111$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 10} = \frac{135 - 105}{216} = 0,139$$

$$D_{(II,I)} : \text{critério 14} = \frac{135 - 105}{216} = 0,139$$

$$\text{Valor Máximo } D_{(II,I)} = 0,347$$

Na seqüência, são estabelecidas pelos decisores as condições de concordância mínima ( $p$ ) e de discordância máxima ( $q$ )

Por Exemplo,  $p = 0,6$  e  $q = 0,2$

O passo seguinte é identificar, nas matrizes de *concordância* e *discordância*, os índices que atendem, simultaneamente, as duas condições estabelecidas.

Para o exemplo apresentado, temos

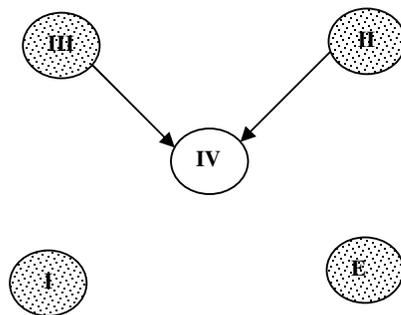
(III,IV) e (II,IV)

A ordem das alternativas (classes) em cada índice representa a dominância, ou seja:

III > IV classe III domina a classe IV

II > IV classe II domina a classe IV

Um gráfico elucidativo pode representar mais claramente as preferências.



**FIGURA 3.2:** Gráfico de preferência normal (*núcleo*)  
( $p = 0,6$        $q = 0,2$ )

O *núcleo* (“kernel”) é formado pelas classes III,II,I e E, tendo sido eliminada somente a classe IV.

Esse é o resultado obtido através do método ELECTRE I, caracterizado por separar do conjunto as alternativas de maior atratividade sem, no entanto, classificá-las.

Através do método ELECTRE II é possível obter-se a classificação das alternativas de solução (classes, no caso).

Fixando a estrutura de *preferência forte*  $P_F$ , para  $p = 0,9$  e  $q = 0,2$  e estrutura de *preferência fraca*  $P_f$  para  $p = 0,7$  e  $q = 0,5$ , podemos obter a classe mais adequada para o enquadramento do trecho do rio em questão.

Para isso, são identificados os nós que, nas matrizes de *concordância* e *discordância*, atendem às duas condições fixadas.

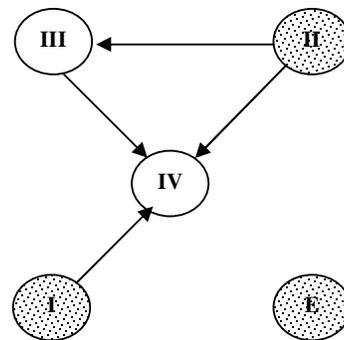
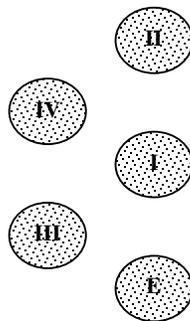
As condições de dominância, as classificações *para-a-frente* e *para-trás*, as médias e a classificação final, com o correspondente enquadramento, estão descritos a seguir.

Estrutura de *preferência forte* ( $p = 0,9$  ;  $q = 0,2$ )

Nenhuma classe dominada

Estrutura de *preferência fraca* ( $p = 0,7$  ;  $q = 0,5$ )

III > IV , II > IV, II > III e I > IV

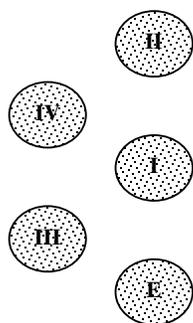


a) Estrutura de preferência forte  
( $p = 0,9$  ;  $q = 0,2$ )

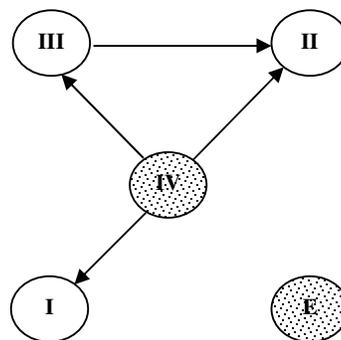
b) Estrutura de preferência fraca  
( $p = 0,7$  ;  $q = 0,2$ )

**FIGURA 3.3:** Estruturas de preferência para a classificação *para-a-frente*  
Exemplo :ELECTRE

1ª Iteração	Classificação Progressiva				Classificação
	Classes				
Conjunto C	IV	III	I	E	(1º Lugar)
Conjunto A	II	I	E		
2ª Iteração					
Conjunto C	IV	III			(2º Lugar)
Conjunto A	III				
3ª Iteração					
Conjunto C	IV				(3º Lugar)
Conjunto A	IV				



a) Estrutura de *preferência forte* invertida



b) Estrutura de *preferência fraca* invertida

**FIGURA 3.4:** Estruturas de preferência invertidas para a classificação *para-trás* Exemplo :ELECTRE

## Classificação Regressiva

1º Interação	Classes					Classificação
Conjunto C	IV	III	II	I	E	
Conjunto A	IV	E				(1º Lugar)
2º Interação						
Conjunto C	III	II	I			
Conjunto A	III	I				(2º Lugar)
3º Interação						
Conjunto C	II					
Conjunto A	II					(3º Lugar)

## Classificação das alternativas

(Obs.: Classificação regressiva na ordem inversa)

Alternativa (classe)	Classificação Progressiva	Classificação Regressiva	Média	Final
II	1	1	1	1º
I	1	2	1,5	2º
III	2	2	2	3º
E	1	3	2	3º
IV	3	3	3	4º

Para a situação analisada, o trecho do rio em questão seria enquadrado na classe II.

## 2.4 O método da Programação de Compromisso

### 2.4.1 Descrição do método

O método da Programação de Compromisso caracteriza-se por ser um processo interativo, geralmente com o estabelecimento progressivo das preferências por parte do decisor, até que seja atingida uma solução *satisfatória*. Há situações em que os pesos dos critérios de avaliação decorrem da estrutura do problema.

Apresentado inicialmente por ZELENY (1973), foi adaptado e aplicado na área dos recursos hídricos por DUCKSTEIN e OPRICOVIC (1980), numa abordagem multiobjetivo na presença de variáveis discretas.

O método classifica as alternativas *não-dominadas* através de um conceito geométrico do melhor, por meio de uma medida de distância até a *solução ideal*.

Dada a matriz de avaliação das alternativas de solução do problema, segundo os critérios estabelecidos, a *solução ideal* pode ser definida como o vetor  $Z_i^* = (Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_p^*)$

onde as funções  $Z_i^*$  são as soluções do problema:

$$\max Z_i(x) \tag{3.4}$$

$$\text{sujeito a: } x \in X \quad \text{e} \quad i = 1, 2, \dots, p$$

onde  $x$  é o vetor de decisões,  $p$  o número de critérios,  $X$  o conjunto das soluções viáveis e  $Z_i(x)$  a função-objetivo para o critério  $i$ .

A *solução ideal* é, geralmente, inatingível (por pressupor a solução ótima para todos os objetivos através de uma alternativa) e serve como padrão de referência no processo de classificação das soluções *não-dominadas*.

Essa classificação é obtida pela determinação da proximidade de cada alternativa *não-dominada* com relação à *solução ideal*.

Uma das medidas de proximidade mais usadas é a que segue:

$$L_s = \left\{ \sum_{i=1}^p \alpha_i [Z_i^* - Z_i(x)]^s \right\}^{1/s} \quad (3.5)$$

onde  $1 < s < \infty$  e  $\alpha_i$  os pesos dos critérios, fixados subjetivamente pelos decisores, ou derivados da estrutura de preferências decorrentes do problema .

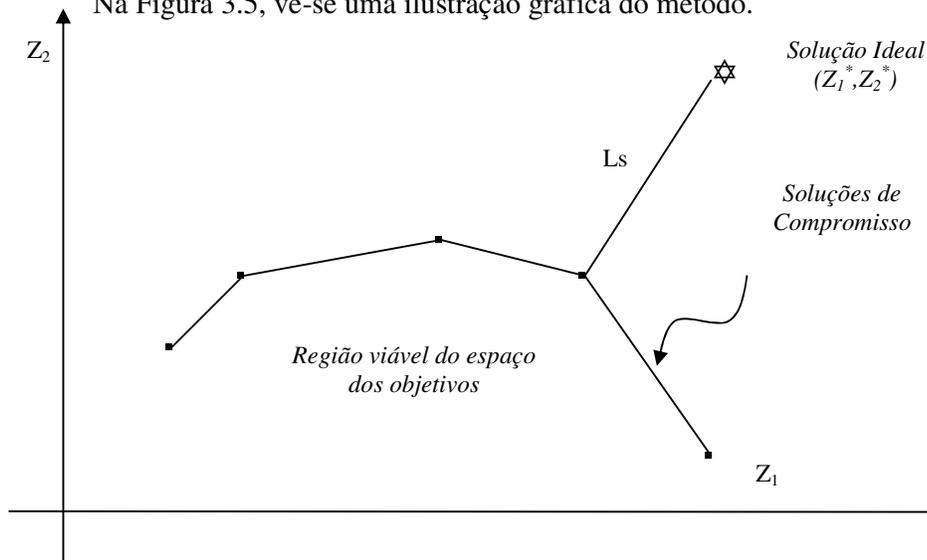
A *solução de compromisso*  $x_s$  para um dado  $s$  é:

$$\min L_s(x) = L_s(x^*) \quad (3.6)$$

sujeito a:  $x \in X$

O termo  $[Z_i^* - Z_i(x)]$  é uma medida de desvio da *solução ideal*.

Na Figura 3.5, vê-se uma ilustração gráfica do método.



**FIGURA 3.5:** Representação gráfica da *solução ideal* e das *soluções de compromisso*  
Método da Programação de Compromisso

A determinação do conjunto das *soluções de compromisso* é obtida resolvendo-se a função acima para valores dados aos pesos  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  e para  $1 \leq s < \infty$ .

Operacionalmente, são calculados três pontos do conjunto das *soluções de compromisso*, correspondentes a  $s = 1, 2$  e infinito.

Para pesos iguais à unidade:  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 1$

Fazendo  $w_i = Z_i^* - Z_i(x)$ , temos

Para  $s = 1$   $w_i^{s-1} = 1$ , tem-se:

$$L_s = L_1 = \sum_{i=1}^p [Z_i^* - Z_i(x)] \quad (3.7)$$

Ou seja, todos os desvios, com relação à *solução ideal*, têm o mesmo peso na determinação de  $L_s$ .

Para  $s = 2$ :

$$L_s = L_2 = \sum_{i=1}^p w_i [Z_i^* - Z_i(x)] \quad (3.8)$$

Ou seja, cada desvio com relação à *solução ideal*, tem como peso sua própria magnitude.

À medida que se aumenta  $s$ , os desvios maiores recebem cada vez mais peso (importância).

Para  $s = \text{infinito}$ , temos

$$L_s = L_\infty = \max [Z_i^* - Z_i(x)] \text{ para todo } i \quad (3.9)$$

Conclui-se que a escolha de  $s$  reflete a importância que os decisores dão aos desvios máximos.

Quanto maior o valor dado a  $s$ , maior a importância.

Há, pois, um duplo esquema de pesos.

O parâmetro  $s$  reflete a importância dada aos desvios máximos e o parâmetro  $\alpha_i$  reflete a relativa importância do critério  $i$ . Assim tem-se:

$$L_\infty = \max \alpha_i [Z_i^* - Z_i(x)] \quad (3.10)$$

Uma análise de sensibilidade pode ser realizada, variando-se os parâmetros  $s$  e  $\alpha$ .

Quando nem todas as funções-objeto são expressas em termos comensuráveis, pode-se usar uma função linear de escala, com intervalo (0,1), para cada função-objeto, normalizando desvios.

$$S_i(D_i) = \frac{Z_i^* - Z_i(x)}{Z_i^* - Z_i^{**}} \quad (3.11)$$

onde  $Z_i^{**}$  é definida como  $Z_i^{**} = \min Z_i(x)$  sujeito a:  $x \in X$   $i = 1, 2, \dots, p$

Para problemas multiobjeto com alternativas de solução discretizadas, faz-se:

$Z_i^*$  o conjunto dos *melhores* valores das funções-objeto

$Z_i^{**}$  o conjunto dos *piores* valores das funções-objeto

A *solução de melhor compromisso* é caracterizada pelo vetor dos melhores valores alcançados em cada critério da matriz de avaliação.

Ou seja:

$$L_s(x_s^*) = \min L_s(x_s) = \min \left\{ \sum_{i=1}^p \alpha_i^s \left[ \frac{Z_i^* - Z_i(x)}{Z_i^* - Z_i^{**}} \right]^s \right\}^{1/s} \quad (3.12)$$

Da mesma forma, a pior solução será considerada aquela dada pelo vetor dos piores valores da matriz de avaliação.

Finalmente, com estes valores e os parâmetros  $s$  e  $\alpha$ , calcula-se a distância de cada alternativa até a *solução ideal*.

A alternativa que apresentar a menor distância é a *solução de melhor compromisso*.

Como já foi referido, a Programação de Compromisso é um método iterativo. Quando os decisores se derem por satisfeitos, o algoritmo acaba.

Caso contrário, variam-se os pesos dos critérios e o parâmetro  $s$ , por via de consequência as *soluções ideais*, processando-se novamente o algoritmo, até que seja encontrada uma solução *satisfatória* para os decisores.

Na prática, a solução de compromisso para  $s = \infty$ , pode ou não ser uma solução *não-dominada* em um ponto extremo. Para determinar a *solução de compromisso* para esse limite, utiliza-se um número elevado, por exemplo 100

### **2.4.2 Exemplo de aplicação**

A técnica de Programação de Compromisso é aplicada, como meio de apoio à tomada de decisão, no contexto de um Comitê de Gerenciamento de Bacia Hidrográfica, para fins de *Hierarquização das Ações de Intervenção*, como decorrência do processo de enquadramento, que serviu para o exemplo mostrado anteriormente.

Parte-se do pressuposto que todas as etapas que sucedem o enquadramento tenham sido cumpridas, de conformidade com a Lei Estadual 10350, no que concerne a:

- regulamentação do enquadramento;
- elaboração do diagnóstico da qualidade das águas que foram motivo do enquadramento;
- identificação dos parâmetros de qualidade que ficaram fora dos padrões definidos no enquadramento;
- inventário das fontes poluidoras;
- elaboração do Plano de Ações e Alternativas de Solução para a recuperação da qualidade das águas ;
- orçamentos e prazos para as alternativas.

Para o exemplo em questão foram estabelecidos os seguintes objetivos:

Objetivo Estratégico:

Melhoria da Qualidade de Vida da População da Bacia Hidrográfica

Objetivos Principais:

- 1) Aumento da capacidade de autodepuração das águas do manancial
- 2) Elevação do nível de conscientização e participação da população
- 3) Minimização dos custos das obras

- 4) Redução das ocorrências de doenças de veiculação hídrica
- 5) Melhoria das condições de suporte de vida para a fauna e flora
- 6) Maximização do uso recreacional das águas do manancial

O Plano de Ações de intervenção na bacia hidrográfica foi estabelecido a partir de duas diretrizes estratégicas, com implementação através das ações dadas a seguir:

- a) Estratégia I: Aumento da capacidade de autodepuração das águas do manancial

Ações:

- ♦ Desassoreamento
- ♦ Construção de diques de contenção
- ♦ Campanha para conservação e educação

- b) Estratégia II: Redução do impacto da poluição hídrica

Ações:

- ♦ Implantação da rede coletora de efluentes
- ♦ Construção de estações de tratamento de efluentes
- ♦ Canalização de arroios

As nove alternativas de solução foram especificadas pelo cruzamento das ações estratégicas adotadas, conforme o quadro que segue:

**TABELA 3.7: Alternativas de Solução – Exemplo Programação de Compromisso**

Redução do impacto da poluição hídrica	Aumento da capacidade de autodepuração do manancial		
	Desassoreamento	Construção de diques	Campanha educacional
Implantação da rede coletora	1	2	3
Construção ETEs	4	5	6
Canalização de arroios	7	8	9

A alternativa 9, por exemplo, associa canalização de arroios com campanha educacional.

Os pesos, critérios e medidas para a avaliação das alternativas são os seguintes:

**TABELA 3.8: Critérios de avaliação - Exemplo Programação de Compromisso**

Critérios de avaliação	Peso	Medida
1. Custo de implantação	7	10 <sup>6</sup> R\$
2. Aceitabilidade por parte da população	7	Subjetivo (1 a 9)
3. Efeito benéfico educativo-cultural	5	Subjetivo (1 a 9)
4. Aumento da taxa de oxigênio dissolvido	4	Porcentagem
5. Redução de coliformes fecais	4	NMP/100 ml
6. Importância política	2	Subjetivo (1 a 9)
7. Efeito benéfico sobre fauna e flora	3	Subjetivo (1 a 9)
8. Aumento da capacidade de diluição	4	Subjetivo (1 a 9)

O resultado do julgamento, com base nas especificações das alternativas quantificáveis e na avaliação subjetiva por parte da equipe decisora, das nove alternativas de solução sob os oito critérios de avaliação e seus pesos, para o atendimento do conjunto dos seis objetivos estabelecidos para o Plano de Ações, está resumido abaixo na Tabela 3.9:

**TABELA 3.9: Matriz de Avaliação - Exemplo Programação de Compromisso**

### Alternativas de Solução

Critérios de Avaliação	Peso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	M	P
1. Custo de implantação (10 <sup>6</sup> R\$)	7	20	24	12	38	42	30	26	30	22	12	42
2. Aceitabilidade da Pop (subj)	7	5	6	9	6	6	8	7	7	9	9	5
3. Efeito benéfico educ-cultural(subj)	5	3	4	8	4	3	7	6	7	9	9	3
4. Aumento da taxa de OD ( %)	4	5	1	1	70	50	60	10	8	5	60	1
5. Red. de colif. (1000 xNMP/100 ml)	4	1	0,5	0,3	5	4	4	0,8	0,5	0,3	5	0,3
6. Importância política (subj)	2	7	8	9	7	7	8	9	8	9	9	7
7. Efeito benéf sobre fauna-flora (subj)	3	3	8	7	8	9	9	4	3	8	9	3
8. Aumento da capac. de diluição (subj)	4	6	3	1	9	8	8	5	6	5	9	1

**M** = melhor avaliação

**P** = pior avaliação

O processamento do algoritmo dado pela equação (3.12), para os pesos fixados para os critérios e para  $s = 1, 2$  e infinito, apresentou a seguinte classificação:

**TABELA 3.10: Classificação da Alternativas Exemplo - Programação de Compromisso Pesos originais**

Alternativa	$s = 1$	$s = 2$	$s = \text{infinito}$
1	27,54	10,89	7,00
2	24,55	9,68	5,25
3	13,83	7,05	4,04
4	17,98	9,27	6,07
5	21,76	10,39	7,00
6	10,55*	5,08*	4,20
7	20,82	8,02	3,58*
8	22,29	8,51	4,20
9	12,60	6,32	4,00

\* *Solução de melhor compromisso*

A alternativa 6, que associa a construção de estações de tratamento de efluentes e campanha educacional é a *solução de melhor compromisso*, para  $s = 1$  e  $s = 2$  e para os pesos originais.

A alternativa 7, que associa canalização de arroios e desassoreamento é a primeira colocada quando o  $s = \text{infinito}$ , também para os pesos originais para os critérios de avaliação.

Através da análise de sensibilidade, para pesos iguais para todos os critérios de avaliação, fica confirmada a alternativa 6 como sendo a *solução de melhor compromisso* para o problema multiobjetivo em questão.

Os resultados são os seguintes:

**TABELA 3.11: Classificação das Alternativas Exemplo Programação de compromisso – Pesos iguais**

<b>Alternativa</b>	<b><math>s = 1</math></b>	<b><math>s = 2</math></b>	<b><math>s = infinito</math></b>
1	6,43	2,41	1,01
2	5,36	2,04	1,00
3	3,50	1,77	1,01
4	3,62	1,74	1,01
5	4,38	1,93	1,01
6	2,17*	0,93*	0,60*
7	4,56	1,79	0,89
8	5,16	1,96	1,00
9	2,94	1,51	1,00

\* *Solução de melhor compromisso*

## **2.5 O Método Analítico e Hierárquico**

### **2.5.1 Descrição do método**

Desenvolvido por SAATY (1977, 1980), o método Analítico Hierárquico fundamenta-se na comparação, aos pares, entre fatores quantitativos, ou não, com a possibilidade da verificação da consistência e validade dos julgamentos.

O método permite a utilização de julgamentos mais apurados, sendo menos passível de manifestações.

Em essência, o método fornece a hierarquia (classificação) de alternativas através da comparação paritária, utilizando matrizes quadradas, recíprocas, positivas e irredutíveis (que não têm zero) com base nas propriedades da álgebra matricial.

**TABELA 3.12 : Matriz de comparação de elementos aos pares  
Método Analítico Hierárquico**

	j	1	2	3	... n
i					
1		$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,n}$
2		$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,n}$
3		$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,n}$
... n		$a_{n,1}$	$a_{n,2}$	$a_{n,3}$	$a_{n,n}$

Sendo assim, o número de linhas ( $i$ ) será igual ao número de colunas ( $j$ ).

Cada elemento  $a_{i,j}$  da matriz representa o resultado da comparação da alternativa  $i$  com a alternativa  $j$ .

Na forma estabelecida,  $a_{i,i}=1$ , resultado evidente da comparação da alternativa  $i$  com ela própria, o que faz com que todos os elementos da diagonal da matriz de comparações sejam sempre iguais à unidade.

Por outro lado,  $a_{j,i} = 1/a_{i,j}$ , devido à reciprocidade característica do processo comparativo usado no método.

A consistência dos julgamentos, na forma dos elementos da matriz é representada por  $a_{i,k} = a_{i,j} \times a_{j,k}$  (para quaisquer  $i, j, k$ ), que também estabelece a condição de transitividade no processo comparativo.

Na estrutura do método, tem-se  $a_{i,j} = w_i/w_j$ , para  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Cada elemento da matriz é definido pelo quociente dos valores representativos (pesos ou medidas) das alternativas comparadas.

Dessa forma, tem-se, sendo  $A$  a matriz de comparação paritária:

**TABELA 3.13: Matriz de comparação paritária a partir dos pesos dos elementos Método Analítico Hierárquico**

		A1	A2	A3	....	An
A =	A1	1	w1/w2	w1/w3	....	w1/wn
	A2	w2/w1	1	w2/w3	....	w2/wn
	A3	w3/w1	w3/w2	1	....	w3/wn
	....	....	....	....	....	....
	An	wn/w1	wn/w2	wn/w3	....	1

Da teoria matricial, temos:

Sendo  $A = (a_{i,j})$  a matriz quadrada

$$x = (x_1, \dots, x_n)$$

$$y = (y_1, \dots, y_n)$$

A equação da matriz  $A \cdot x = y$  é uma forma abreviada do conjunto de equações:

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j = y_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

ou seja

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Onde  $y_1 = a_{1,1} x_1 + a_{1,2} x_2 + \dots + a_{1,n} x_n$

$$y_n = a_{n,1} x_1 + a_{n,2} x_2 + \dots + a_{n,n} x_n$$

A partir de  $a_{i,j} = w_i/w_j \quad i, j = 1, \dots, n$

$$a_{j,i} = w_j/w_i = \frac{1}{w_i/w_j} = 1/a_{i,j}$$

$$a_{i,j} \cdot \frac{w_j}{w_i} = 1 \quad i,j = 1,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} w_j \cdot \frac{1}{w_i} = n \quad i = 1,\dots,n$$

$$\text{ou} \quad \sum_{j=1}^n a_{i,j} w_j = n w_i \quad i = 1,\dots,n$$

$$\text{O que equivale a :} \quad \mathbf{Aw} = \mathbf{nw} \quad (3.14)$$

Na teoria matricial, isso representa que  $w$  é um autovetor de  $A$  (o melhor vetor), com auto valor  $n$ .

O mesmo que:

$$\begin{vmatrix} 1 & w_1/w_2 & w_1/w_3 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & 1 & w_2/w_3 & \dots & w_2/w_n \\ w_3/w_1 & w_3/w_2 & 1 & \dots & w_3/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & w_n/w_3 & \dots & 1 \end{vmatrix} \cdot \mathbf{X} = n \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_n \end{vmatrix}$$

Na teoria matricial, segundo teorema de Perron-Frobenius, para as matrizes quadradas recíprocas, positivas e irredutíveis, todos os autovalores são nulos, exceto um, o autovalor máximo  $\lambda_{\text{máx}}$  que é igual a  $n$  (a ordem da matriz = o número de alternativas comparadas).

A esse autovalor máximo, corresponde um autovetor único  $w$  que, normalizado, fornece a hierarquia (classificação) das alternativas, na forma de um vetor de prioridades (onde a soma dos componentes é sempre igual à unidade).

SAATY (1980) comprovou a precisão do vetor de prioridades (autovetor  $w$ ) através da verificação de casos com comparações paritárias realizadas com medidas (pesos) reais.

Na relação  $Aw = nw$ , podemos usar o artifício  $(A - n)w = 0$  e  $(A - nI)w = 0$ , onde  $I$  é a matriz identidade. A matriz  $A$  também é unitária (todos  $a_{i,i} = 1$ ).

A última equação possui uma solução diferente de zero para  $n = \lambda_{\text{máx}}$  quando o determinante da matriz  $\left| A - nI \right|$  for nulo (o que leva à equação característica de  $A$ ).

Quando  $\lambda_{\text{máx}} = n$ , têm-se julgamentos perfeitos e consistência total.

Na prática, é comum a ocorrência de desvios no estabelecimento dos juízos de valor, principalmente quando cresce um número  $n$  de alternativas comparadas, acarretando a situação  $\lambda_{\text{máx}} > n$ .

O desvio entre  $\lambda_{\text{máx}}$  e  $n$  é usado, conforme SAATY (1980) com uma medida de consistência dos julgamentos, representados pela matriz de comparação aos pares.

O índice de consistência de uma matriz quadrada é dada por  $IC = \frac{\lambda_{\text{máx}} - n}{n - 1}$  (3.15)

Tem-se consistência quando  $IC \leq 0,1$ .

Na presença de decisores bem informados e qualificados é possível, a partir da disponibilidade de  $n-1$  comparações paritárias (uma linha da matriz) e com julgamentos consistentes, obter todas as demais comparações possíveis.

Na prática, há várias formas para a determinação do vetor de prioridades (auto vetor normalizado) a partir de uma matriz de comparações paritárias, que seja quadrada, recíproca, positiva e irredutível.

A melhor solução é obtida pela elevação da matriz a potências arbitrariamente altas, obtendo-se os componentes do vetor de prioridades através da soma dos elementos de cada linha e dividindo pela soma de todos os elementos da matriz.

Para obtenção do autovalor máximo  $\lambda_{\text{máx}}$ , multiplica-se a matriz quadrada das comparações paritárias pelo vetor de prioridades obtendo-se, como resultado, um outro vetor coluna.

O autovalor máximo é obtido pela média aritmética dos quocientes entre os componentes dos dois vetores-coluna.

## 2.5.2 Aplicação do método analítico hierárquico na gestão das águas

Consideremos a matriz de avaliação dada a seguir.

**TABELA 3.14** Matriz de avaliação Método Analítico Hierárquico

Critérios de Avaliação	Alternativas			
	A1	A2	....	An
C1	w1(C1)	w2(C1)	....	wn(C1)
C2	w1(C2)	w2(C2)	....	wn(C2)
⋮	....	....	....	⋮
Cm	w1(Cm)	w2(Cm)	....	wn(Cm)

Todas as  $n$  alternativas são julgadas sob os  $m$  critérios de avaliação estabelecidos no processo.

A ponderação (pesos relativos) dos critérios de avaliação pode ser definida pela estrutura do contexto decisório, ou fixada de uma forma menos subjetiva através da matriz subjetiva.

**TABELA 3.15: Matriz Subjetiva - Método Analítico Hierárquico**

	C1	C2	C3	.....	Cm
C1	1	p1,2	p1,3	.....	p1,m
C2		1	p2,3	.....	p2,m
C3			1	.....	p3,m
.....				.....	.....
Cm				.....	1

O vetor de prioridades (autovetor normalizado) fornecerá a hierarquização (ponderação, pesos relativos) dos critérios de avaliação.

O autovalor máximo  $\lambda_{\text{máx}}$  fornecerá o índice de consistência  $IC = \frac{\lambda_{\text{máx}} - m}{m - 1}$

Os pesos (p1, 2; ....; p m-1,m) atribuídos pelo(s) decisor(es), como resultado das comparações paritárias entre os  $m$  critérios de avaliação, são baseados em uma escala 1 a 9, cujo os significados estão relacionados a seguir:

**TABELA 3.16: Escala de avaliação subjetiva - Método Analítico Hierárquico**

Intensidade de Importância $P_{i,j}$	Significado
1	$i$ tem a mesma importância que $j$
3	$i$ é um pouco mais importante que $j$
5	$i$ é muito mais importante que $j$
7	está demonstrado que $i$ é muito mais importante que $j$
9	$i$ tem importância absoluta sobre $j$
2, 4, 6, 8	valores de compromisso

Essa escala de medida para julgamento qualitativo, para a comparação de alternativas não quantificáveis, é baseada em cinco atributos da habilidade humana em fazer distribuições qualitativas: igual (1) – fraco (3) – forte (5) – muito forte (7) e absoluto (9).

A escala 1 a 9 permite o estabelecimento de compromissos entre atributos adjacentes, quando há dúvidas no julgamento, ou quando é requerida uma precisão maior.

Segundo SAATY (1980), é freqüentemente usado um método prático para classificação de estímulos segundo a tricotomia de sentimentos: rejeição – indiferença – aceitação, com a subdivisão na escala baixa – média – alta para cada uma, resultando em nove áreas de distinções significativas.

O mesmo autor, citando MILLER (1956), observa que o limite psicológico para uma comparação simultânea entre alternativas com poucas diferenças, é  $7 \pm 2$ .

Em SAATY (1980) pode ser encontrado um extenso registro de experiências que comprovam a adequação da escala 1-9 para julgamentos qualitativos.

Na seqüência, as  $n$  alternativas são hierarquizadas sob cada um dos  $m$  critérios de avaliação. Essas são as chamadas matrizes tecnológicas.

Por exemplo, a classificação das alternativas sob o critério C1:

**TABELA 3.17: Matriz Tecnológica - Método Analítico Hierárquico**

Critério C1	A1	A2	A3	...	An
A1	1	$\frac{w1(C1)}{w2(C1)}$	$\frac{w1(C1)}{w3(C1)}$	....	$\frac{w1(C1)}{wn(C1)}$
A2		1	$\frac{w2(C1)}{w3(C1)}$	....	$\frac{w2(C1)}{wn(C1)}$
A3			1	....	$\frac{w3(C1)}{wn(C1)}$
⋮				....	⋮
An					1

O vetor de prioridades (autovetor normalizado) fornecerá a classificação das alternativas sob o critério C1. O autovalor máximo  $\lambda_{\max}$ , da mesma forma, possibilitará a verificação da consistência dos julgamentos.

Aqui, as matrizes tecnológicas são formadas a partir dos dados  $w_i(C_j)$   $i = 1, \dots, n$   $j = 1, \dots, m$ , da matriz de avaliação.

Não havendo a matriz de avaliação, as matrizes tecnológicas são formadas de modo idêntico ao usado para a matriz subjetiva, usando-se a escala 1-9.

Os  $m$  vetores de prioridades (classificações) formam a matriz de prioridades, com  $n$  linhas e  $m$  colunas.

**TABELA 3.18: Matriz de Prioridades - Método Analítico Hierárquico**

C1	C2	...	Cm
w1,1	w1,2	...	w1,m
w2,1	w2,2	...	w2,m
...	...	...	...
wn,1	wn,2	...	wn,m

A classificação final das  $n$  alternativas (P1, P2, ..., Pn) sob os  $m$  critérios de avaliação, obtém-se através da ponderação das  $m$  classificações contidas na matriz de prioridades, por meio do vetor dos pesos relativos dos critérios de avaliação ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ).

**TABELA 3.19: Classificação das alternativas de solução - Método Analítico Hierárquico**

C1	C2	...	Cm				
w1,1	w1,2	...	w1,m	X	w1	=	P1
w2,1	w2,2	...	w2,m		w2		P2
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
wn,1	wn,2	...	wn,m		wm		Pn

A exemplificação do Método Analítico Hierárquico será utilizada adiante, para a ponderação dos critérios de avaliação no estudo de caso.

## **3 ESTUDO DE CASO**

### **3.1 Considerações preliminares**

A análise multiobjetivo é aplicada ao problema decisório destinado à seleção e ao ordenamento das ações de intervenção no contexto de uma bacia hidrográfica, com vistas ao *Desenvolvimento Sustentável*.

O ambiente de decisão é o Comitê de Gerenciamento da Bacia Hidrográfica do rio Gravataí, com planejamento plurianual, escala quinquenal.

Trata-se de um caso hipotético, mas configurado a partir de uma base de real dados, obtida por meio de entrevistas e contatos com a vivência do problema no Rio Grande do Sul e de conformidade com a visão e prescrições instituídas pela Lei Federal 9943 e pela Lei Estadual 10350.

### **3.2 Comitê da bacia hidrográfica do rio Gravataí**

CANEPA e.al. (1994) relatam que, em meados da década de 80, um grupo de técnicos pertencentes a órgãos públicos ligados à área de recursos hídricos – Companhia Riograndense de Saneamento – CORSAN, Departamento Municipal de Água e Esgoto de Porto Alegre – DMAE, Departamento de Meio Ambiente da Secretaria Estadual de Saúde e

Meio Ambiente – DMA/SSMA (hoje Fundação Estadual de Proteção Ambiental – FEPAM), Fundação de Planejamento Metropolitano e Regional – METROPLAN, Fundação Estadual de Ciência e Tecnologia – CIENTEC, resolveu engajar-se ativamente na questão do gerenciamento de tais recursos. Diante da crescente escassez da água e dos conflitos de usos daí advindos, o gerenciamento global impunha-se como uma necessidade de vital e estratégica importância.

O grupo, constituído primordialmente por técnicos que no início dos anos 80 haviam trabalhado nos estudos pioneiros do CEEIG (Comitê Executivo de Estudos Integrados da Bacia Guaíba) e aos quais vieram a se somar alguns outros, adotou uma dupla linha de ação. De um lado, numa perspectiva de longo prazo, decidiu aprofundar o conhecimento sobre a experiência de gerenciamento das águas no mundo desenvolvido, especialmente França, Alemanha, Inglaterra e EUA, tudo no sentido de contrastar esta experiência com a situação local e daí extrair sugestões para melhorias na nossa legislação e administração. Este trabalho teve desdobramento na reativação da Comissão Consultiva do Conselho de Recursos Hídricos, nos dispositivos relativos aos recursos hídricos da Constituição Estadual do Rio Grande do Sul de 1989 e na elaboração do anteprojeto de lei que regulamenta o artigo 171 da Constituição Estadual. Este artigo é da maior importância, na medida em que estabelece o Sistema Estadual de Recursos Hídricos a ser gerido em nível de bacia hidrográfica, adotando-se a outorga e tarifação pelo uso da água e fixando-se a reversão da tarifa em proveito da respectiva bacia. De outro lado, no sentido de que toda essa reflexão teórica e trabalho de longo prazo ficassem sólidas raízes na nossa realidade econômica, institucional e sócio-cultural e por ela fosse realimentada, foi incentivada também a intensa e persistente participação dos membros do grupo no maior número possível de experiências porventura existentes ou que viessem a emergir no campo dos recursos hídricos.

O Comitê de Gerenciamento da Bacia do Rio Gravataí (Comitê Gravataí) tem sido uma das experiências mais marcantes.

O rio Gravataí é um dos formadores do Guaíba. Sua bacia tem cerca de 2.000km<sup>2</sup> de área e inclui parte da Região Metropolitana de Porto Alegre, tendo relevante importância sócio-econômica, cultural e política. Seu parque industrial, tem crescido consideravelmente nos últimos anos e a taxa de crescimento demográfico foi praticamente explosiva a partir dos anos 70. O incremento acelerado da carga originada dos esgotos domésticos e industriais, aliado à pequena vazão e ao regime irregular (com forte influência das alterações de nível do lago Guaíba) tornam o rio Gravataí o mais problemático do Rio Grande do Sul, com relação aos seus principais usos.

Desde o início de 1988, iniciativas da comunidade e de órgãos públicos solicitavam a implantação de um comitê de bacia nos moldes do que fora instituído para a bacia do rio dos Sinos. Em outubro do mesmo ano a Associação dos Ex-Bolsistas da Alemanha/Instituto Goethe proporcionou a oportunidade de um seminário no qual se reuniram representantes de prefeituras, órgãos estaduais e federais, do movimento ecológico (Associação de Proteção da Natureza do Vale do Gravataí) e da comunidade. Foi então acertada a criação do Comitê de Gerenciamento da Bacia do Rio Gravataí, instituída pelo Decreto nº 33.125, do Poder Executivo, em 15 de fevereiro de 1989.

A constituição do Comitê Gravataí seguiu o modelo de seu congênere anterior, o COMITESINOS, com um Conselho Deliberativo composto por representantes das entidades membros. Uma inovação do Comitê Gravataí (logo seguida pelo outro comitê) foi a criação de uma Comissão Técnica constituída por profissionais dos organismos técnicos e das prefeituras, com a tarefa de estudar e encaminhar os assuntos da bacia, assim como propor temas para apreciação do Conselho. A Coordenação desta comissão assumiu o papel de uma

secretaria executiva, mantendo a rotina de trabalho e o expediente do Comitê. Desde o início, a Fundação Metropolitana de Planejamento assumiu a manutenção da infra-estrutura de apoio, bem como a cessão de profissionais para a tarefa de coordenação.

Desde o início, o Comitê Gravataí caracterizou-se por uma forte participação de setores representativos da região (prefeituras movimento ecológico e representações comunitárias). Desde as reuniões do Conselho, realizadas alternadamente em locais oferecidos pelas entidades membros, em rodízio que abrange todos os municípios da bacia, até as reuniões e manifestações populares organizadas pelos setores comunitários, tem havido uma razoável aproximação entre o Comitê e as comunidades.

Como no caso do COMITESINOS, o grupo técnico que acompanha ambas as experiências deu-se conta, na época, das limitações legais e instrumentais existentes no quadro institucional vigente. O Comitê Gravataí, dentro dessas limitações, procurou atuar privilegiando ações preparatórias ao gerenciamento da bacia ou que fossem compatíveis com um gerenciamento a ser instituído futuramente.

O carro-chefe dessas ações, a partir de propostas do movimento ecológico e de estudos técnicos pré-existent, foi o projeto de uma barragem, cujas finalidades, características e condições foram discutidas desde os primeiros tempos do Comitê. Trata-se de uma barragem de regularização do rio Gravataí, para garantir o fornecimento de água para abastecimento da população de quatro cidades, além de manter, a jusante, uma vazão adequada às necessidades de recuperação e manutenção da qualidade das águas. Além disso, essa regularização poderá contribuir para minimizar os efeitos de enchentes e estiagens, agravados nas últimas décadas pela devastação dos banhados formadores do rio. O tema barragem tem proporcionado um interessante experiência de aplicação dos princípios do gerenciamento a um empreendimento concreto, com todo o potencial de debates, disputas,

confronto de interesses e mesmo de poder político e econômico envolvidos na questão. Em contrapartida, muitas vezes as ações e a própria existência do Comitê foram subordinadas ou confundidas com a luta pela barragem.

Outras ações do Comitê foram conduzidas a partir de trabalhos desenvolvidos em grupos técnicos específicos, como os Grupos de Resíduos Sólidos, de Efluentes Líquidos, de Educação Ambiental e de Recursos Minerais.

Além dos mencionados, foi constituído um grupo de trabalho cujo objeto merecem um destaque especial: a proposta de uma Área de Proteção Ambiental abrangendo a bacia de drenagem do Banhado Grande do Gravataí (conjunto de banhados alimentadores do rio). Foi realizado um estudo técnico e um anteprojeto de lei, os quais vêm sendo discutidos com as comunidades envolvidas, autoridades municipais e legisladores estaduais.

Outra atividade do Comitê Gravataí tem sido a de intermediador de demandas de usuários ou da comunidade junto a órgãos técnicos ou entidades particulares.

Em 30 de dezembro de 1994, à luz do artigo 171 da Constituição Estadual, foi instituída a lei n.º 10.350 da Política Estadual de Recursos Hídricos do Rio Grande do Sul.

O artigo 12 da lei Estadual n.º 10.350, estabelece os termos e atribuições para a constituição dos Comitês de gerenciamento de Bacia Hidrográfica.

PINEDA e. al. (1996), por ocasião do III Simpósio Italo-Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, apresentaram na avaliação da qualidade da água do rio Gravataí, através da classificação das suas águas com base na Resolução n.º 20 de 1986 do CONAMA.

Essa classificação foi realizada com o objetivo de oferecer subsídio para o futuro processo de enquadramento.

Foram analisados os dados coletados em cinco pontos de amostragem distribuídos ao longo do rio, com frequência mensal, durante o período de 1992 a 1994.

A classificação do rio Gravataí, quanto à qualidade de suas águas e apresentada no referido trabalho, foi a seguinte:

- Das nascentes à foz do arroio Demétrio: Classe 2
- Da foz do arroio Demétrio à foz do arroio Feijó: Classe 3
- Da foz do arroio Feijo até a foz do rio Gravataí: Classe 4

Em janeiro de 1998, a Secretaria da Saúde e do Meio Ambiente – RS publicou a Portaria SSMA n.º 02/98, estabelecendo e aprovando o enquadramento do rio Gravataí .

Consta do Edital que o procedimento legal foi baseado:

- a) no disposto na Resolução CONAMA n.º 20/86
- b) nas manifestações ocorridas na audiência pública do Comitê Gravataí em 10/06/97;
- c) no fato de que a bacia hidrográfica do rio Gravataí terá um Plano de Ação, no qual serão definidos os objetivos intermediários de qualidade a serem alcançados em um determinado tempo, bem como os programas de intervenção na bacia e os esquemas de financiamento;

- d) na necessidade de um prazo para a adequação das atividades e empreendimentos, cujos efluentes são lançados na bacia do Gravataí, aos padrões de emissão a serem fixados.

Segundo a Portaria SSMA n.º 02/98, a classificação das águas do rio Gravataí, quanto à qualidade, é a seguinte

- Classe Especial: núcleo da Área de Proteção Ambiental do Banhado Grande;
- Classe I: das nascentes do rio Gravataí até a foz do arroio Demétrio (à exceção da área núcleo do Banhado Grande);
- Classe II: a foz do arroio Demétrio até a foz do rio Gravataí.

Em 27 de novembro de 1998, o Governo do Estado do Rio Grande do Sul, através da Secretaria de Obras Públicas Saneamento e Habitação, publicou edital para cadastramento de entidades para a constituição do Comitê de Gerenciamento a Bacia do Rio Gravataí.

A experiência do Comitê Gravataí apresenta algumas características que merecem destaque e que podem ser estendidas para todos os comitês de gerenciamento de bacias hidrográficas, segundo as considerações observadas em CANEPA e al. (1994).

- São organismos instituídos oficialmente (decreto do Executivo) que congregam tanto órgãos público quanto os setores usuários (indústria, agricultura ,etc) e as comunidades. Representam, portanto, um forma mista de organização para a tomada de decisões sobre um recurso natural.

- São organismos colegiados sem o caráter de agência técnica ou instituição com quadros próprios para pesquisa, projetos ou obras. Ao contrário, constituem-se em centros de articulação de recursos (humanos, tecnológicos ou financeiros) disponíveis nas entidades participantes, que promovem exercícios de otimização dos mesmos e a melhoria da eficiência em sua aplicação.
- Representam um fórum de debates sobre temas relacionados com os recursos hídricos da bacia e seus usos, possibilitando a emergência de interesses setoriais e o seu confronto em bases produtivas. Nesse sentido tratam-se de importantes escolas para o debate democrático bem embasado tecnicamente e para preparar o futuro exercício do poder de decisão sobre a bacia hidrográfica.
- Oportunizam o debate de assuntos complexos dentro de uma perspectiva tecnicamente apurada, mas com abordagem capaz de torná-los compreensíveis e passíveis de discussão e tomadas de posição pelos interlocutores não especializados profissionalmente. As discussões sobre a barragem do Gravataí ilustram o quanto técnicos e representantes das comunidades têm aprendido mutuamente com o esforço por uma linguagem comum, acessível e apropriada.
- Servem para testar alguns princípios, por exemplo, a proposta em andamento para cobrança pelos usos da água, o controle estatal dos usos, a adoção de metas de qualidade que têm sido levantadas nas reuniões dos Comitês e, pouco a pouco, levadas ao estudo e ao debate.

- Demonstrem, ao lado dos resultados até aqui obtidos, as dificuldades de organismos que funcionam ainda, predominantemente, em bases voluntárias, dependendo da vontade de técnicos, líderes comunitários e do apoio de autoridades isoladas. A existência dos Comitês tem servido, nas suas limitações, para demonstrar a necessidade de dotá-los de poderes efetivos de gerenciamento, através do estatuto legal correspondente, bem como de complementá-los com os demais instrumentos institucionais (Agência de Bacia, Departamento Estadual de Recursos Hídricos e outros).

### **3.3 Descrição do problema**

O problema foi estruturado a partir da proposta de processo de materialização de ações exemplificado em LANNA (1996), para o objetivo em questão e concebido para testar e comparar os três métodos de análise multiobjetivo para um cenário complexo, com um número elevado de alternativas de solução, com múltiplos decisores e sob vários critérios ponderados de avaliação.

A subjetividade, característica inerente do processo decisório, é considerada no estabelecimento dos pesos relativos dos critérios de avaliação fixados para o estudo de caso.

Tal ponderação é apresentada na forma de exemplo de aplicação do Método Analítico Hierárquico como uma técnica que, pela sua estrutura de difícil manipulação, pode ser usada para verificar e garantir a consistência dos julgamentos qualitativos.

O problema multiobjetivo em questão também é resolvido para um cenário alternativo (Situação 2) no qual a destinação política dos recursos financeiros passam a ter outras finalidades, opostas às consideradas na primeira abordagem (Situação 1).

Objetivo Estratégico:	Desenvolvimento Sustentável na Bacia Hidrográfica
Objetivos Sociais:	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Melhorias na saúde pública</li><li>2. Aumento das oportunidades educacionais, culturais e comunitárias</li><li>3. Aumento das oportunidades recreacionais</li><li>4. Diminuição das diferenças de renda <i>per capita</i></li></ol>
Objetivos Ambientais:	<ol style="list-style-type: none"><li>5. Proteção à água</li><li>7. Proteção à flora</li><li>8. Proteção à fauna</li><li>9. Proteção ao solo</li></ol>
Objetivos Econômicos:	<ol style="list-style-type: none"><li>10. Diminuição dos prejuízos devidos às causas naturais</li><li>12. Estímulo à agricultura</li><li>13. Estímulo à industrialização</li></ol>

TABELA 4.1: Critérios de avaliação - Estudo de caso

	Critérios de Avaliação	Medida	Especificação
<b>Critérios sociais:</b>	1. Diminuição das doenças de veiculação hídrica	Subjetiva	classificação 1 a 9
	2. Número de empregos gerados	10 <sup>3</sup> vagas/ano	número de vagas oferecidas por ano, até o final do período
	3. Freqüência do atendimento recreacional	10 <sup>3</sup> hab.at./ano	número de pessoas atendidas por ano, até o final do período
	4. Capacidade de agregação participativa comunitária	Subjetiva	Classificação 1 a 9
	5. Aceitabilidade por parte da população	Subjetiva	Classificação 1 a 9
<b>Critérios Ambientais</b>	6. Redução da carga de poluição hídrica	Subjetiva	Classificação 1 a 9
	7. Criação de reservas florestais e proteção de matas ciliares	ha/prot/ano	área protegida, no final do período
	8. Conservação do solo	ha/cons/ano	área conservada no final do período
	9. Criação de reservas animais	n°com.prot/ano	Número de comunidades protegidas no final do período
	10. Recuperação e preservação de banhados	ha/preserv/ano	área preservada/recuperada no final do período
<b>Critérios Econômicos</b>	11. Custo de Implantação	10 <sup>6</sup> R\$/ano	custo anual (valor presente)
	12. Custo de operação e manutenção	10 <sup>6</sup> R\$/ano	custo anual (valor presente)
	13. Aumento da Produção Agrícola	%	Porcentagem de aumento anual no período
	14. Valor dos investimentos estimulados	10 <sup>9</sup> R\$	valor final do período
	15. Aumento da renda líquida regional, em função da diminuição dos prejuízos devidos às causas naturais	%	Incremento projetado, após o término das obras

## Estratégias e Ações de Intervenção

Estratégia A: Equidade Social

- Ações:
- A1: Programas de educação básica e comunitária
  - A2: Implantação de parques aquáticos, concessão à iniciativa privada
  - A3: Estímulo aos empreendimentos de mão-de-obra intensiva, financiamento para moradia popular a juros subsidiados

Estratégia B: Preservação Ambiental

- Ações:
- B1: Implantação de sistemas de tratamento de efluentes
  - B2: Criação de reservas florestais e proteção de matas ciliares
  - B3: Criação de reservas para a fauna

Estratégia C: Crescimento Econômico

- Ações:
- C1: Construção de reservatórios e diques
  - C2: Investimentos para a implantação de áreas irrigadas
  - C3: Crédito para financiamento de investimentos industriais, incentivos fiscais, empréstimos a juros subsidiados

### Alternativas de Solução:

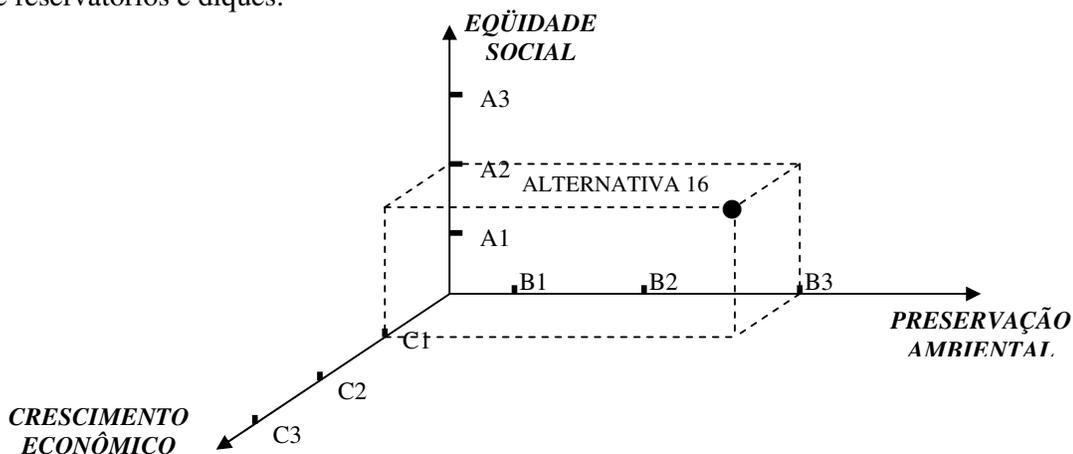
Foram admitidas vinte e sete alternativas de solução, que resultaram das combinações possíveis de três ações, com base nas estratégias de intervenção estabelecidas. Ou seja, cada alternativa é constituída de três ações de intervenção, uma de cada estratégia fixada.

O quadro, a seguir, resume e especifica as alternativas consideradas no processo decisório.

**TABELA 4.2: Alternativas de solução- Estudo de caso – Situação 1**

Alternativa	Ações	Alternativa	Ações	Alternativa	Ações
1	A1B1C1	10	A2B1C1	19	A3B1C1
2	A1B1C2	11	A2B1C2	20	A3B1C2
3	A1B1C3	12	A2B1C3	21	A3B1C3
4	A1B2C1	13	A2B2C1	22	A3B2C1
5	A1B2C2	14	A2B2C2	23	A3B2C2
6	A1B2C3	15	A2B2C3	24	A3B2C3
7	A1B3C1	16	A2B3C1	25	A3B3C1
8	A1B3C2	17	A2B3C2	26	A3B3C2
9	A1B3C3	18	A2B3C3	27	A3B3C3

Por exemplo, a alternativa 16, indicada no recurso espacial mostrado a seguir, associa a implantação de parques aquáticos com criação de reservas para a fauna e construção de reservatórios e diques.



**FIGURA 4.1: Composição das Alternativas de Solução Estudo de Caso**

### 3.4 Ponderação dos critérios de avaliação

O estabelecimento dos pesos relativos dos critérios de avaliação foi feito com a utilização do Método Analítico Hierárquico SAATY (1977, 1980), aqui também servindo como exemplo de aplicação desse método.

Em síntese, essa aplicação foi proposta por SINGER e HARRIS (1991) e por SIMONOVIC (1998), considerando a importância, da subjetividade nos julgamentos qualitativos, diante de problemas multiobjetivo.

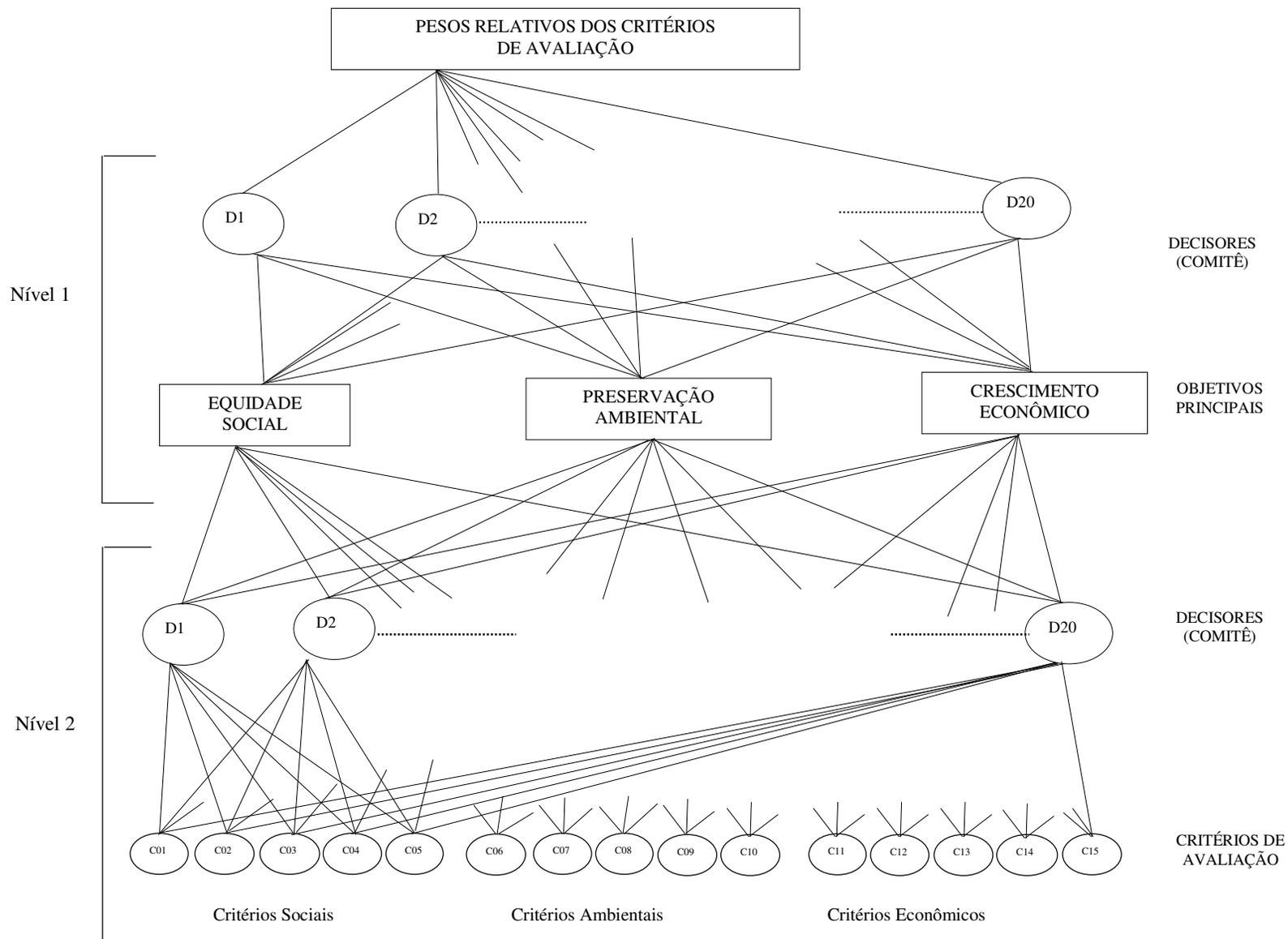
Os quinze critérios de julgamento estabelecidos foram avaliados, através da comparação aos pares, através de cada componente do grupo decisor do Comitê de Gerenciamento da Bacia Hidrográfica.

Os vinte decisores, segundo a composição adaptada da proposta para o Comitê do Rio Gravataí para este estudo de caso, foram considerados com pesos idênticos ( $1/20 = 0,05$ ), conforme a relação que segue:

**TABELA 4.3: Composição do grupo decisor - Estudo de caso**

<b>Grupo I</b>	<b>Usuários</b>	<b>40% dos Votos</b>
Categoria	Vagas	Número de Representantes
Abastecimento Público de Água	3	1
Esg San/Drenagem Pluvial	6	2
Efl. Líq. Prov. De Res. Sólidos	1	1
Indústria	2	1
Agricultura	2	1
Mineração/Navegação	1	1
Pesca/Recreação	1	1
<b>Total</b>	<b>16</b>	<b>8</b>
<b>Grupo II</b>	<b>População</b>	<b>40% dos Votos</b>
Categoria	Vagas	Número de Representantes
Câmaras Municipais	4	2
Organizações Comunitárias	3	1
Associações Técnicas Científicas	2	1
Org. Cívicas de Rec. Hídricas e Ent. Amb.	4	2
Inst. de Ensino Superior	2	1
Ent. Sind. Trab. Rural e Urbanos	1	1
<b>Total</b>	<b>16</b>	<b>8</b>
<b>Grupo III</b>	<b>Adm. Direita Est. e Federal</b>	<b>20% dos Votos</b>
Categoria	Vagas	Número de Representantes
Indicados pelo Governo Federal	2	1
Indicados pelo Governo Estadual	6	3
<b>Total</b>	<b>8</b>	<b>4</b>
		<b>20</b>

FONTE: Comitê de gerenciamento da bacia do rio Gravataí-RS



**FIGURA 4.2: Ponderação dos critérios de avaliação**  
**Método Analítico Hierárquico - Estrutura de hierarquização - Estudo de Caso**

No primeiro nível, os três objetivos principais, equidade social, preservação ambiental e crescimento econômico são julgados pelos vinte decisores, por comparação aos pares, obtendo-se a primeira classificação representada pelo vetor de prioridades dos objetivos principais.

No segundo nível, são hierarquizados os cinco critérios de avaliação para cada objetivo principal, por meio do julgamento, de novo, dos vinte decisores, por comparação aos pares. Aqui são obtidos três vetores de prioridades, que classificam os critérios de avaliação para cada objetivo principal.

A hierarquização final, que fornece a ponderação dos quinze critérios de avaliação, é obtida pela multiplicação de cada elemento do vetor de prioridades dos objetivos principais, pelos elementos do vetor de prioridades dos correspondentes critérios de avaliação.

#### Hierarquização dos objetivos principais (nível 1)

Objetivos principais:

ES: Equidade Social

PA: Preservação Ambiental

CE: Crescimento Econômico

Comparação dos objetivos principais:

	ES	PA	CE
ES	1	3	9
PA		1	7
CE			1

Auto-valor máximo (AV) = 3,08

Índice de consistência (IC) = 0,04

Vetor de prioridades (VP) = 0,655 0,290 0,055

a) Visão dos Representantes do  
Abastecimento Público de Água.

	ES	PA	CE
ES	1	3	9
PA		1	7
CE			1

Auto-valor máximo (AV) = 3,08

Índice de consistência (IC) = 0,04

Vetor de prioridades (VP) = 0,655 0,290 0,055

b) Visão dos Representantes do  
Esgotamento Sanitário e Drenagem  
Pluvial (2x)

	ES	PA	CE
ES	1	3	9
PA		1	7
CE			1

AV = 3,08

IC = 0,04

VP = 0,655 0,290 0,055

c) Visão dos Representantes dos  
Efluentes Líquidos de Resíduos  
Sólidos

	ES	PA	CE
ES	1	1	1/9
PA		1	1/9
CE			1

AV = 3,00

IC = 0,00

VP = 0,091 0,091 0,818

d) Visão dos Representantes  
das Indústrias

	ES	PA	CE
ES	1	1	1/5
PA		1	1/3
CE			1

AV = 3,029

IC = 0,015

VP = 0,156 0,185 0,659

e) Visão dos Representantes da  
Agricultura

	ES	PA	CE
ES	1	1	1/9
PA		1	1/9
CE			1

AV = 3,00

IC = 0,00

VP = 0,091 0,091 0,818

f) Visão dos Representantes da  
Mineração e Navegação

	ES	PA	CE
ES	1	1	1
PA		1	1
CE			1

AV = 3,00

IC = 0,00

VP = 0,33 0,33 0,33

g) Visão dos Representantes da Pesca  
e Recreação

	ES	PA	CE
ES	1	3	1
PA		1	1
CE			1

AV = 3,136

IC = 0,068

VP = 0,46 0,221 0,319

h) Visão dos Representantes da  
Câmaras Municipais (2x)

	ES	PA	CE
ES	1	5	5
PA		1	3
CE			1

AV = 3,136

IC = 0,068

VP = 0,701 0,202 0,097

i) Visão dos Representantes das  
Organizações Comunitárias

	ES	PA	CE
ES	1	1	3
PA		1	1
CE			1

AV = 3,018

IC = 0,009

VP = 0,550 0,240 0,210

j) Visão dos Representantes das  
Associações Técnico - Científicas

**FIGURA 4.3: Matrizes de comparação dos objetivos principais  
Exemplo – Método Analítico Hierárquico**

	ES	PA	CE
ES	1	1/3	7
PA		1	5
CE			1

$$AV = 3,233$$

$$IC = 0,117$$

$$VP = 0,324 \quad 0,602 \quad 0,075$$

l) Visão dos Representantes da  
Organizações Cívicas de Recursos  
Hídricos e Entidades Ambientais (2x)

	ES	PA	CE
ES	1	7	1
PA		1	1/3
CE			1

$$AV = 3,08$$

$$IC = 0,040$$

$$VP = 0,515 \quad 0,097 \quad 0,388$$

n) Visão dos representantes dos  
Sindicatos de Trabalhadores Rurais  
e Urbanos

	ES	PA	CE
ES	1	1	1/3
PA		1	1/3
CE			1

$$AV = 3,00$$

$$IC = 0,00$$

$$VP = 0,200 \quad 0,200 \quad 0,600$$

p) Visão dos Representantes do  
Governo Estadual (3x)

	ES	PA	CE
ES	1	1/3	1
PA		1	1
CE			1

$$AV = 3,136$$

$$IC = 0,068$$

$$VP = 0,221 \quad 0,460 \quad 0,319$$

m) Visão dos Representantes da Indústrias  
de Ensino Superior

	ES	PA	CE
ES	1	1	1/3
PA		1	1/5
CE			1

$$AV = 3,029$$

$$IC = 0,015$$

$$VP = 0,185 \quad 0,156 \quad 0,659$$

o) Visão dos Representantes do  
Governo Federal

**FIGURA 4.3: (continuação) Matrizes de comparação dos objetivos principais-Exemplo Método Analítico Hierárquico**

A hierarquização dos objetivos principais é dada pela ponderação dos vinte vetores da matriz de prioridades através do vetor de prioridades do grupo decisor.

**TABELA 4.4: Hierarquização dos objetivos principais - Exemplo Método Analítico Hierárquico**

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20							
0.655	0.655	0.655	0.655	0.091	0.156	0.091	0.33	0.46	0.46	0.701	0.550	0.324	0.324	0.221	0.515	0.185	0.20	0.20	0.20	X	0.05	=	ES	0,382		
0.290	0.290	0.290	0.290	0.091	0.185	0.091	0.33	0.221	0.221	0.202	0.240	0.602	0.602	0.46	0.097	0.156	0.20	0.20	0.20		0.05		PA		0,263	
0.055	0.055	0.055	0.055	0.818	0.659	0.818	0.33	0.319	0.319	0.097	0.210	0.075	0.075	0.319	0.388	0.659	0.60	0.60	0.60		0.05		CE		0,355	
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					
																					0.05					

Hierarquização dos Critérios de Avaliação, para cada Objetivo principal.

Critérios Sociais (Equidade Social)

C1= diminuição das doenças de veiculação hídrica

C2= número de empregos gerados

C3= frequência do atendimento recreacional

C4= capacidade de agregação participativa comunitária

C5= aceitabilidade por parte da população

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	3	7	9	9
C2		1	2	6	4
C3			1	2	2
C4				1	1/2
C5					1

Auto-valor máximo (AV) = 5,088

Índice de consistência (IC) = 0,022

Vetor de prioridades (VP) = 0,571 0,222 0,100  
0,044 0,063

a) Visão dos Representantes do  
Abastecimento Público de Água

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	3	7	9	7
C2		1	2	5	2
C3			1	2	1
C4				1	2
C5					1

AV = 5,252

IC = 0,063

VP = 0,562 0,203 0,093 0,069 0,073

c) Visão dos Representantes dos  
Efluentes Líquidos de Resíduos  
Sólidos

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	3	5	9	9
C2		1	2	7	4
C3			1	4	3
C4				1	1/2
C5					1

Auto-valor máximo (AV) = 5,105

Índice de consistência (IC) = 0,026

Vetor de prioridades (VP) = 0,541 0,230 0,134  
0,038 0,058

b) Visão dos Representantes do  
Esgotamento Sanitário e Drenagem  
Pluvial (2x)

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/5	5	7	7
C2		1	9	9	9
C3			1	1	3
C4				1	4
C5					1

AV = 5,445

IC = 0,111

VP = 0,247 0,596 0,062 0,065 0,031

d) Visão dos Representantes das  
Indústrias

**FIGURA 4.4: Matrizes de comparação dos critérios sociais - Exemplo - Método Analítico Hierárquico**

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/3	3	7	9
C2		1	5	9	9
C3			1	2	3
C4				1	2
C5					1

AV = 5,136

IC = 0,034

VP = 0,285 0,524 0,101 0,054 0,036

e) Visão dos Representantes da  
Agricultura

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/9	1/3	3	4
C2		1	5	9	9
C3			1	4	7
C4				1	3
C5					1

AV = 5,372

IC = 0,093

VP = 0,099 0,614 0,199 0,057 0,032

f) Visão dos Representantes da  
Mineração e Navegação

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	5	1/5	2	1
C2		1	1/9	1/5	1/7
C3			1	9	9
C4				1	2
C5					1

AV = 5,499

IC = 0,125

VP = 0,132 0,029 0,628 0,109 0,103

g) Visão dos Representantes da Pesca  
e Recreação

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1	1	1	1/5
C2		1	2	2	1/3
C3			1	3	1/5
C4				1	1/5
C5					1

AV = 5,203

IC = 0,051

VP = 0,114 0,168 0,129 0,082 0,507

h) Visão dos Representantes da  
Câmaras Municipais (2x)

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/2	2	1	1
C2		1	4	2	3
C3			1	1/2	1/2
C4				1	1
C5					1

AV = 5,020

IC = 0,005

VP = 0,178 0,389 0,089 0,178 0,165

i) Visão dos Representantes das  
Organizações Comunitárias

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1	3	7	7
C2		1	3	6	7
C3			1	3	6
C4				1	7
C5					1

AV = 5,175

IC = 0,044

VP = 0,375 0,362 0,160 0,067 0,037

j) Visão dos Representantes das  
Associações Técnico - Científicas

**FIGURA 4.4: (continuação) Matrizes de comparação dos critérios sociais – Exemplo - Método Analítico Hierárquico**

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	3	6	7	9
C2		1	2	5	7
C3			1	3	4
C4				1	1
C5					1

$$AV = 5,140$$

$$IC = 0,035$$

$$VP = 0,539 \ 0,239 \ 0,129 \ 0,051 \ 0,043$$

l) Visão dos Representantes das  
Organizações Cíveis de Recursos  
Hídricos e Entidades Ambientais (2x)

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	2	5	7	5
C2		1	3	5	7
C3			1	2	4
C4				1	2
C5					1

$$AV = 5,114$$

$$IC = 0,029$$

$$VP = 0,475 \ 0,297 \ 0,120 \ 0,066 \ 0,042$$

m) Visão dos Representantes das  
Instituições de Ensino Superior

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/7	1/5	1/3	1/5
C2		1	8	7	7
C3			1	3	2
C4				1	1
C5					1

$$AV = 5,438$$

$$IC = 0,109$$

$$VP = 0,038 \ 0,626 \ 0,158 \ 0,080 \ 0,098$$

n) Visão dos Representantes dos  
Sindicatos de Trabalhadores Rurais e  
Urbanos

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/2	5	7	3
C2		1	9	9	6
C3			1	5	1/2
C4				1	1/4
C5					1

$$AV = 5,089$$

$$IC = 0,022$$

$$VP = 0,281 \ 0,512 \ 0,060 \ 0,038 \ 0,110$$

o) Visão dos Representantes do  
Governo Federal

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1	7	7	7
C2		1	9	9	7
C3			1	1	1
C4				1	1
C5					1

$$AV = 5,010$$

$$IC = 0,003$$

$$VP = 0,396 \ 0,439 \ 0,054 \ 0,054 \ 0,057$$

p) Visão dos Representantes do  
Governo Estadual (2x)

**FIGURA 4.4: (continuação) Matrizes de comparação dos critérios sociais – Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

A hierarquização dos critérios sociais de avaliação é obtida pelo produto da matriz de prioridades desses critérios pelo vetor de prioridades do grupo decisor.

**TABELA 4.5: Hierarquização dos critérios sociais - Exemplo – Método Analítico Hierárquico**

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20					
0.571	0.541	0.541	0.562	0.247	0.285	0.099	0.132	0.114	0.114	0.178	0.375	0.539	0.539	0.475	0.038	0.281	0.396	0.396	0.396	X	0.05	=	C1	0.341
0.222	0.230	0.230	0.203	0.596	0.524	0.614	0.029	0.168	0.168	0.389	0.362	0.239	0.239	0.297	0.626	0.512	0.439	0.439	0.439		0.05		C2	0.348
0.100	0.134	0.134	0.093	0.062	0.101	0.199	0.628	0.129	0.129	0.089	0.160	0.129	0.129	0.120	0.158	0.060	0.054	0.054	0.054		0.05		C3	0.136
0.044	0.038	0.038	0.069	0.065	0.054	0.057	0.109	0.082	0.082	0.178	0.067	0.056	0.051	0.066	0.008	0.038	0.054	0.054	0.054		0.05		C4	0.066
0.063	0.058	0.058	0.073	0.031	0.036	0.032	0.103	0.507	0.507	0.165	0.037	0.043	0.043	0.042	0.098	0.110	0.057	0.057	0.057		0.05		C5	0.109
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				
																				0.05				

### Cr terios Ambientais (Preserva o Ambiental)

C6 = redu o da carga de polui o h drica

C7 = cria o de reservas florestais e prote o de matas ciliares

C8 = conserva o do solo

C9 = cria o de reservas animais

C10 = recupera o e preserva o de banhados

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	7	9	7
C7		1	3	9	4
C8			1	6	3
C9				1	1/5
C10					1

AV = 5,400

IC = 0,100

VP = 0,533 0,245 0,122 0,028 0,072

a) Vis o dos Representantes do  
Abastecimento P blico de  gua

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	5	5	9	4
C7		1	2	9	1
C8			1	9	1
C9				1	1/9
C10					1

AV = 5,368

IC = 0,092

VP = 0,528 0,169 0,129 0,025 0,149

b) Vis o dos Representantes do  
Esgotamento Sanit rio e Drenagem  
Pluvial (2x)

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	4	1/3	9	3
C7		1	1/9	5	1
C8			1	9	9
C9				1	1/9
C10					1

AV = 5,477

IC = 0,119

VP = 0,231 0,078 0,565 0,026 0,100

c) Vis o dos Representantes dos  
Efluentes L quidos de Res duos  
S lidos

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	1	1	1	1
C7		1	3	1	1/3
C8			1	1	1
C9				1	1
C10					1

AV = 5,420

IC = 0,106

VP = 0,184 0,211 0,159 0,184 0,262

d) Vis o dos Representantes das  
Ind strias

**FIGURA 4.5: Matrizes de compara o dos cr terios ambientais -Exemplo: M todo Anal ticoHier rquico**

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	1/3	1/9	2	1
C7		1	1/5	2	2
C8			1	9	9
C9				1	1
C10					1

AV = 5,107

IC = 0,027

VP = 0,077 0,151 0,640 0,062 0,070

e) Visão dos Representantes da  
Agricultura

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	1	1/7	1	1/3
C7		1	1/8	1	1/3
C8			1	9	5
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,054

IC = 0,014

VP = 0,069 0,067 0,619 0,065 0,180

f) Visão dos Representantes da  
Mineração e Navegação

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	7	9	4	3
C7		1	4	1/2	1/2
C8			1	1/5	1/8
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,220

IC = 0,055

VP = 0,511 0,091 0,032 0,130 0,236

g) Visão dos Representantes da Pesca  
e Recreação

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	4	8	7
C7		1	2	7	5
C8			1	6	3
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,212

IC = 0,053

VP = 0,498 0,248 0,155 0,034 0,065

h) Visão dos Representantes das  
Câmaras Municipais (2x)

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	5	1	1
C7		1	5	1	1
C8			1	1/3	1/2
C9				1	1
C10					1

AV = 5,171

IC = 0,043

VP = 0,319 0,180 0,072 0,221 0,207

i) Visão dos Representantes das  
Organizações Comunitárias

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	5	3	9	8
C7		1	1	3	3
C8			1	5	5
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,224

IC = 0,056

VP = 0,537 0,150 0,205 0,041 0,067

j) Visão dos Representantes das  
Associações Técnico - Científicas

**FIGURA 4.5:** (continuação) Matrizes de comparação dos critérios ambientais - Exemplo: Método Analítico Hierárquico

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	4	3	9	7
C7		1	1/3	4	3
C8			1	7	3
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,203

IC = 0,051

VP = 0,506 0,136 0,249 0,036 0,073

l) Visão dos Representantes das  
Organizações Cívicas de Recursos  
Hídricos e Entidades Ambientais (2x)

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	3	7	7
C7		1	2	5	3
C8			1	7	3
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,188

IC = 0,047

VP = 0,484 0,226 0,171 0,042 0,078

m) Visão dos Representantes da  
Instituição de Ensino Superior

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	1/2	1/9	2	1
C7		1	1/5	3	1
C8			1	9	9
C9				1	1/3
C10					1

AV = 5,123

IC = 0,031

VP = 0,079 0,127 0,647 0,046 0,101

n) Visão dos Representantes dos  
Sindicatos de Trabalhadores Rurais e Urbanos

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	1/3	8	8
C7		1	1/7	7	3
C8			1	9	9
C9				1	1
C10					1

AV = 5,140

IC = 0,035

VP = 0,274 0,100 0,545 0,041 0,048

o) Visão dos Representantes do  
Governo Federal

	C6	C7	C8	C9	C10
C6	1	3	1/3	7	7
C7		1	1/9	3	2
C8			1	9	9
C9				1	1
C10					1

AV = 5,137

IC = 0,034

VP = 0,257 0,088 0,568 0,042 0,045

p) Visão dos Representantes do  
Governo Estadual (3x)

**FIGURA 4.5: (continuação) Matrizes de comparação dos critérios ambientais – Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

A hierarquização dos critérios ambientais é dada pelo produto da matriz de prioridades desses critérios pelo vetor de prioridades das decisões:

**TABELA 4.6: Hierarquização dos critérios ambientais - Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20						
0.533	0.528	0.528	0.231	0.184	0.077	0.069	0.511	0.498	0.498	0.319	0.537	0.506	0.506	0.484	0.079	0.274	0.257	0.257	0.257	X	0.05	=	C6	0.359	
0.245	0.169	0.169	0.078	0.211	0.151	0.067	0.091	0.248	0.248	0.180	0.150	0.136	0.136	0.226	0.127	0.100	0.088	0.088	0.088		0.05		C7	0.149	
0.122	0.129	0.129	0.565	0.159	0.640	0.619	0.032	0.155	0.155	0.072	0.205	0.249	0.249	0.171	0.647	0.545	0.568	0.568	0.568		0.05		C8	0.326	
0.028	0.025	0.025	0.026	0.184	0.062	0.065	0.130	0.034	0.034	0.221	0.041	0.036	0.036	0.042	0.046	0.041	0.042	0.042	0.042		0.05		C9	0.060	
0.072	0.149	0.149	0.100	0.262	0.070	0.180	0.236	0.065	0.065	0.207	0.067	0.073	0.073	0.078	0.101	0.044	0.045	0.045	0.045		0.05		C10	0.106	
																					0.05				
																					0.05				
																					0.05				
																					0.05				
																					0.05				
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					
																				0.05					

Hierarquização dos critérios de avaliação, para cada objeto principal

Critérios Econômicos (Crescimento Econômico)

C11 = custo de implantação

C12 = custo de operação e manutenção

C13 = aumento da produção agrícola

C14 = valor dos investimentos estimulados

C15 = aumento da renda líquida regional, em função da diminuição dos prejuízos devido às causas naturais.

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1/2	9	1/4	2
C12		1	9	1/2	3
C13			1	1/9	1/4
C14				1	9
C15					1

AV = 5,215

IC = 0,054

VP = 0,156 0,248 0,028 0,491 0,078

a) Visão dos Representantes do  
Abastecimento Público de Água

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1/2	9	1/4	2
C12		1	9	1/2	3
C13			1	1/9	1/4
C14				1	9
C15					1

AV = 5,215

IC = 0,054

VP = 0,156 0,248 0,028 0,491 0,078

b) Visão dos Representantes do  
Esgotamento Sanitário e Drenagem  
Pluvial (2x)

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1/2	7	1/5	2
C12		1	9	1/3	4
C13			1	1/9	1/3
C14				1	9
C15					1

AV = 5,196

IC = 0,049

VP = 0,135 0,234 0,030 0,535 0,066

c) Visão dos Representantes dos  
Efluentes Líquidos de Resíduos  
Sólidos

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1	8	1/4	3
C12		1	9	1/4	3
C13			1	1/9	1/3
C14				1	9
C15					1

AV = 5,194

IC = 0,048

VP = 0,179 0,179 0,030 0,546 0,065

d) Visão dos Representantes das  
Indústrias

**FIGURA 4.6: Matrizes de comparação dos critérios econômicos Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	3	1/9	1/6	1/3
C12		1	1/9	1/9	1/6
C13			1	3	7
C14				1	3
C15					1

AV = 5,304

IC = 0,076

VP = 0,053 0,029 0,542 0,259 0,116

e) Visão dos Representantes da  
Agricultura

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	3	9	1	1
C12		1	9	1/3	1
C13			1	1/9	1/9
C14				1	3
C15					1

AV = 5,245

IC = 0,061

VP = 0,286 0,148 0,026 0,356 0,184

f) Visão dos Representantes da  
Mineração e Navegação

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	3	9	1/2	2
C12		1	5	1/8	1
C13			1	1/9	1/9
C14				1	5
C15					1

AV = 5,290

IC = 0,073

VP = 0,244 0,096 0,027 0,502 0,131

g) Visão dos Representantes da  
Pesca e Recreação

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	9	7	2	2
C12		1	1/9	1/9	1/9
C13			1	1	1
C14				1	1
C15					1

AV = 5,102

IC = 0,026

VP = 0,389 0,026 0,187 0,199 0,199

h) Visão dos Representantes das  
Câmaras Municipais (2x)

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1	1/9	1/5	1/2
C12		1	1/5	1/2	1/2
C13			1	2	2
C14				1	1
C15					1

AV = 5,117

IC = 0,028

VP = 0,066 0,087 0,445 0,221 0,182

i) Visão dos Representantes das  
Organizações Comunitárias

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1	1/3	1/5	1/3
C12		1	1/3	1/5	1/3
C13			1	1	1
C14				1	2
C15					1

AV = 5,043

IC = 0,011

VP = 0,077 0,077 0,259 0,364 0,223

j) Visão dos Representantes das  
Associações Técnico - Científicas

**FIGURA 4.6: (continuação) Matrizes de comparação dos critérios econômicos - Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1	1/4	1	1/9
C12		1	1/4	1	1/9
C13			1	3	1/5
C14				1	1/9
C15					1

AV = 5,013

IC = 0,003

VP = 0,062 0,062 0,221 0,066 0,590

l) Visão dos Representantes das  
Organizações Civas de Recursos  
Hídricos e Entidades Ambientais (2x)

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	1	1/9	1/5	1/5
C12		1	1/9	1/5	1/8
C13			1	3	3
C14				1	1
C15					1

AV = 5,089

IC = 0,022

VP = 0,044 0,041 0,495 0,198 0,222

n) Visão dos Representantes dos  
Sindicatos de Trabalhadores Rurais  
e Urbanos

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	9	4	5	1/2
C12		1	1/4	1/3	1/8
C13			1	3	1/8
C14				1	1/8
C15					1

AV = 5,292

IC = 0,073

VP = 0,296 0,033 0,105 0,060 0,506

p) Visão dos Representantes do  
Governo Estadual (2x)

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	2	1	1	1/2
C12		1	1/2	1/2	1/5
C13			1	1	1
C14				1	1/2
C15					1

AV = 5,078

IC = 0,019

VP = 0,181 0,087 0,214 0,181 0,337

m) Visão dos Representantes da  
Instituição de Ensino Superior

	C11	C12	C13	C14	C15
C11	1	9	4	8	3
C12		1	1/7	1/3	1/7
C13			1	3	2
C14				1	1/3
C15					1

AV = 5,213

IC = 0,053

VP = 0,519 0,032 0,212 0,068 0,168

o) Visão dos Representantes do  
Governo Federal

**FIGURA 4.6: (continuação) Matrizes de comparação dos critérios econômicos - Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

A hierarquização dos critérios econômicos é dada pelo produto da matriz de prioridades pelo vetor de prioridades dos decisores:



A hierarquização final dos critérios de avaliação, é obtida da forma que segue, pelo produto dos pesos dos critérios de cada objetivo principal, pelo peso do respectivo objetivo principal.

**TABELA 4.8: Ponderação final dos critérios de avaliação – Exemplo: Método Analítico Hierárquico**

Objetivo Principal	Peso	Critérios de Avaliação	Peso	Ponderação Final
Equidade Social	0.382	C1	0.341	0.130
		C2	0.348	0.133
		C3	0.136	0.052
		C4	0.066	0.025
		C5	0.109	0.042
Preservação Ambiental	0.263	C6	0.359	0.094
		C7	0.149	0.039
		C8	0.326	0.086
		C9	0.060	0.016
		C10	0.106	0.028
Crescimento Econômico	0.355	C11	0.202	0.072
		C12	0.101	0.036
		C13	0.175	0.062
		C14	0.271	0.096
		C15	0.251	0.089

### 3.5 Matriz de avaliação

A seguir, mostra-se a matriz de avaliação para a Situação 1 do estudo de caso.

A Situação 1 é caracterizada por um contexto político onde a programação de aplicação dos recursos financeiros públicos é fortemente destinada aos investimentos industriais, na forma de incentivos fiscais, além de outras facilidades na mesma linha.

As vinte e sete alternativas de solução do problema multiobjetivo são avaliadas pelos vinte decisores do Comitê de Gerenciamento da Bacia Hidrográfica, assessorados por especialistas, sob os quinze critérios ponderados de julgamento estabelecidos.

Na matriz observa-se que, devido à subjetividade, para os critérios  $C_1$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  e  $C_6$  foram adotados valores discretos para o julgamento através da escala de 1 a 9. SAATY (1980)

Cada valor de avaliação que aparece na matriz, para esses critérios, é obtido pela média geométrica dos vinte julgamentos manifestados pelo grupo decisor, para cada alternativa diante do critério de avaliação. SAATY (1980)

Para os demais critérios de avaliação, os resultados do julgamento das alternativas é expresso por variáveis contínuas, por serem passíveis de quantificação através de valores mensuráveis monetariamente, ou por outras medidas, resultantes das especificações técnico-econômicas.

**TABELA 4.9 Matriz de avaliação - Estudo de caso – Situação 1**

CRITÉRIOS		PESOS	ALTERNATIVAS																										
item	Medida		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
C1	1 a 9	0.135	8,5	8,2	6,4	6,0	5,8	4,8	6,0	5,7	4,7	7,4	7,1	6,0	4,5	4,3	3,8	4,2	4,0	3,7	7,8	7,4	6,2	6,3	5,8	4,2	6,0	5,4	4,0
C2	10 <sup>3</sup> vagas/ano	0.132	1,15	0,43	1,35	0,88	0,16	1,08	0,87	0,15	1,07	1,13	0,41	1,33	0,86	0,14	1,06	0,85	0,13	1,05	11,10	10,38	11,30	10,83	10,11	11,03	10,82	10,10	11,02
C3	10 <sup>3</sup> hab.at/ano	0.047	0,17	0,09	0,27	1,60	1,52	1,70	0,95	0,87	10,50	12,12	12,04	12,22	13,10	13,02	12,90	12,82	13,00	0,17	00,9	0,27	1,15	1,07	1,25	0,95	0,87	1,05	
C4	1 a 9	0.024	8,4	8,5	8,3	8,8	8,5	8,2	8,7	8,4	8,1	6,5	6,4	6,2	7,1	7,4	7,0	7,2	7,4	7,0	5,8	5,9	5,2	5,6	5,7	5,4	5,0	5,2	4,9
C5	1 a 9	0.042	8,2	8,4	8,0	8,3	8,6	8,2	8,3	8,5	8,4	5,4	5,6	5,0	4,8	4,9	4,6	4,8	5,1	5,0	7,0	7,2	6,8	7,0	7,4	6,9	6,9	7,2	6,7
C6	1 a 9	0.096	8,7	8,6	8,7	6,4	6,5	4,4	5,0	5,2	4,2	8,5	8,8	8,4	4,8	5,0	3,8	4,5	4,6	3,5	8,8	8,7	8,0	6,0	6,3	4,3	6,2	6,5	4,0
C7	Ha prot/ano	0.037	200	160	155	600	560	555	150	110	105	350	310	305	750	710	705	300	260	255	155	115	110	555	515	510	105	65	60
C8	Ha cons/ano	0.091	108	1058	68	558	1508	518	108	1058	68	400	1350	360	850	1800	810	400	1350	360	105	1055	65	555	1505	515	105	1055	65
C9	Nº comum. Prot/ano	0.015	355	65	60	400	110	105	1150	860	855	350	60	55	350	60	55	1100	810	805	305	15	10	350	60	55	1100	810	805
C10	Ha pres./ano	0.027	505	215	210	700	410	405	800	510	505	405	115	110	600	310	305	700	410	405	305	500	10	500	210	205	600	310	305
C11	10 <sup>6</sup> R\$/ano	0.068	31,3	28,2	112	23,1	19,9	104,6	24,2	21,0	105,7	37,7	34,1	118,8	29,0	25,8	110,5	30,1	26,9	111,6	41,0	37,9	122,5	32,7	29,6	114,2	33,8	30,7	115,3
C12	10 <sup>6</sup> R\$/ano	0.033	27,7	32,8	29,3	10,7	15,8	12,3	11,0	16,1	12,6	21,4	26,5	23,0	4,4	9,5	6,0	4,7	9,8	6,3	21,0	27,0	23,5	4,9	10,0	6,5	5,2	10,3	6,8
C13	%	0.058	3	20	2	3	18	3	4	17	3	2	18	1	2	19	2	2	17	1	5	20	4	4	19	3	4	18	3
C14	10 <sup>9</sup> R\$	0.104	0,29	0,31	2,19	0,17	0,18	2,06	0,18	0,19	2,07	0,29	0,31	2,19	0,17	0,18	2,06	0,17	0,19	2,07	0,51	0,52	2,40	0,38	0,40	2,28	0,39	0,40	2,28
C15	%	0.091	4	2	2	5	2	2	4	2	2	3	2	1	3	5	2	4	1	2	5	3	1	5	2	2	5	2	2

### 3.6 Solução do problema

O problema multiobjetivo formulado para o estudo de caso foi resolvido pelos três métodos de análise apresentados, através de programação computacional em linguagem Thrubasic.

Dois contextos decisórios foram considerados: o primeiro, atual, representado pela Situação 1 e caracterizado pela correspondente matriz de avaliação e o segundo, para um cenário futuro possível, representado pela Situação 2, para o quadro político diferente do concebido originalmente.

Essa diferença foi caracterizada, fundamentalmente, pelo que diz respeito à destinação dos recursos financeiros públicos.

Para cada situação foi definida a *solução mais robusta*, consideradas três estruturas de pesos relativos para os critérios de avaliação, além da ponderação original: ênfase social, ênfase ambiental e ênfase econômica. Para os três métodos aplicados.

A semelhança dos resultados obtidos pelos métodos foi verificada através da correlação entre as posições mais significativas nas classificações das vinte e sete alternativas.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Método ELECTRE

O problema foi resolvido a partir da matriz de avaliação para a Situação 1, através dos métodos ELECTRE I e II.

Através do ELECTRE I foi gerado o *núcleo* (“kernel”) das alternativas de maior atratividade (*não-dominadas*), sem ordenamento.

Na seqüência, através do ELECTRE II, foi estabelecida a classificação das vinte e sete alternativas, segundo os quinze critérios ponderados de avaliação.

Com relação aos critérios de avaliação, os pesos relativos usados para a determinação dos índices de concordância e a amplitude da escala numérica comum para cálculo dos índices de discordância, foram os seguintes:

**TABELA 4.10: Pesos relativos e amplitudes da escala numérica comum dos critérios de avaliação - Estudo de Caso – Situação 1**

Critério de avaliação	Peso relativo	Amplitude da escala numérica comum
C1	0.135	200
C2	0.132	180
C3	0.047	130
C4	0.024	120
C5	0.042	140
C6	0.096	170
C7	0.037	160
C8	0.091	150
C9	0.015	100
C10	0.027	140
C11	0.068	200
C12	0.033	110
C13	0.058	170
C14	0.104	180
C15	0.091	160

Os pesos relativos dos critérios de avaliação adotados para o estudo de caso foram fixados através do método Analítico Hierárquico, conforme mostrado no item 3.4 e, deliberadamente, com base em julgamentos intuitivos.

Os valores ajustados, após a revisão dos julgamentos, aparecem na Tabela 4.8.

O procedimento adotado, descrito acima, também serve para observação da diferença de ponderação dos critérios de avaliação, para o caso estudado, com julgamento aleatório e após a revisão, com julgamentos consistentes.

Para a fixação dos valores de concordância mínima ( $p$ ) e discordância máxima ( $q$ ) foi utilizado um critério alternativo ao tradicional arbitramento dos pares ( $p, q$ ), que tem sido feito de forma aleatória.

Conforme SCHÄFFER (1999), na aplicação dos métodos ELECTRE I e II deve ser estabelecido um número conveniente de relações de preferência  $i > j$  (lê-se, a alternativa  $i$  é preferida a  $j$ ), para que os resultados obtidos com estes métodos sejam consistentes com a estrutura do problema analisado.

Uma relação de preferência  $i > j$  existe se, e somente se, forem atendidas simultaneamente as duas seguintes condições:

$$c_{ij} \geq p \quad (4.1)$$

$$d_{ij} \leq q \quad (4.2)$$

onde

$c_{ij}$  = índice de concordância

$d_{ij}$  = índice de discordância

$p$  e  $q$  = limites de  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$ , entre zero e um, fixadas pelo decisor.

O número de relações de preferência criadas num determinado problema depende dos três seguintes fatores:

$$a) ne = n(n-1) \quad (4.3)$$

O número de elementos  $c_{ij}$  ( $i \neq j$ ) da matriz de concordância = número de elementos  $d_{ij}$  ( $i \neq j$ ) da matriz de discordância, onde  $n$  = ordem das matrizes = número de alternativas do problema;

b) das distribuições dos coeficientes  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$  aqui admitidas próximas à normal (= distribuição de Gauss). Testes realizados para o estudo de caso confirmaram como satisfatório e aceitável esse pressuposto.

c) dos valores escolhidos para  $p$  e  $q$  pelo decisor.

Nas estruturas de preferência forte o decisor escolhe um valor alto para  $p$  (máx=1) e um valor baixo para  $q$  (mín=0). Neste caso são criadas poucas relações de preferência, porque as condições (4.1) e (4.2) são satisfeitas simultaneamente apenas num pequeno número de comparações. O número de elementos do *núcleo* (kernel) será elevado, porque poucas relações de preferência eliminam poucas alternativas.

Nas estruturas de preferência fraca o decisor escolhe um valor baixo para  $p$  (mín=0) e um valor alto para  $q$  (máx=1). Neste caso são criadas muitas relações de preferência, porque as condições (4.1) e (4.2) são satisfeitas simultaneamente num grande número de comparações. O número de elementos do *núcleo* será baixo, porque muitas relações de preferência eliminam muitas alternativas.

Estes dois casos mostram como a escolha dos valores de  $p$  e  $q$  influi no número de relações de preferência. No entanto, para que os resultados fornecidos pelos métodos ELECTRE I e II sejam consistentes para o problema analisado, não basta fixar  $p$  e  $q$  de acordo com estas observações, entre zero e um, arbitrariamente. Os valores de  $p$  e  $q$  devem ser fixados de acordo com as avaliações das alternativas (feitas pelos decisores), isto é, devem ser fixados de acordo as distribuições de  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$ .

Analisando agora, mais concretamente, esta questão da escolha dos valores de  $p$  e  $q$ . Sejam:

$m_1$  e  $\sigma_1$  = média e desvio padrão dos coeficientes  $c_{ij}$  ( $i \neq j$ ); e

$m_2$  e  $\sigma_2$  = média e desvio padrão dos coeficientes  $d_{ij}$  ( $i \neq j$ ).

a) Escolhendo  $p = m_1$  e  $q = m_2$ , a probabilidade das condições (4.1) e (4.2) serem satisfeitas isoladamente será, cada uma, 0,5; a probabilidade das condições (4.1) e (4.2)

serem satisfeitas simultaneamente será, então,  $0,5 \cdot 0,5 = 0,25 = 25\%$ . Logo, para esta escolha de  $p$  e  $q$ , o número esperado de relações de preferência será

$$nrp = 0,25 \cdot ne = 0,25 n (n-1) \quad (4.3)$$

Na prática, esse par de valores leva a um número elevado de dominâncias, muitas alternativas são eliminadas (às vezes, todas) gerando um *núcleo* excessivamente reduzido ou, até, vazio.

b) Escolhendo  $p = m_1 + \sigma_1 / 2$  e  $q = m_2 - \sigma_2 / 2$ , a probabilidade das condições (4.1) e (4.2) serem satisfeitas isoladamente será, cada uma, 0,309; a probabilidade das condições (4.1) e (4.2) serem satisfeitas simultaneamente será, então,  $0,309 \cdot 0,309 = 0,095 = 9,5\%$ . Logo, para esta escolha de  $p$  e  $q$ , o número esperado de relações de preferência será

$$nrp = 0,095 \cdot ne = 0,095 n(n-1) \quad (4.4)$$

c) Escolhendo  $p = m_1 + \sigma_1$  e  $q = m_2 - \sigma_2$ , a probabilidade das condições (4.1) e (4.2) serem satisfeitas isoladamente será, cada uma, 0,159; a probabilidade das condições (4.1) e (4.2) serem satisfeitas simultaneamente será então  $0,159 \cdot 0,159 = 0,025 = 2,5\%$ . Logo, para esta escolha de  $p$  e  $q$ , o número esperado de relações de preferência será

$$nrp = 0,025 \cdot ne = 0,025 n (n-1) \quad (4.5)$$

As relações (4.3), (4.4) e (4.5) são tanto mais precisas quanto maior  $n$  e quanto mais as distribuições de  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$  se aproximarem da distribuição normal.

Na Tabela seguinte são apresentadas sugestões para a escolha dos valores de  $p$  e  $q$ , em função das estruturas das matrizes de concordância e discordância de cada problema

analisado, que naturalmente podem ser alteradas de acordo com o julgamento do grupo decisor.

**TABELA 4.11** Sugestões para a escolha dos valores de  $p$  e  $q$  - Método ELECTRE – Estudo de Caso

Tipo de estrutura de preferência	$p$	$q$	Probabilidade de criar uma relação de preferência	Número de elementos do núcleo
Fraca	$m_1 + \sigma_1 / 2$	$m_2 - \sigma_2 / 2$	0,095	médio
Forte	$m_1 + \sigma_1$	$m_2 - \sigma_2$	0,025	grande

Para a estrutura de preferências de caso estudado tem-se:

**TABELA 4.12:** Média e desvio-padrão de  $C_{i,j}$  e  $D_{i,j}$  -Método ELECTRE – Estudo de caso – Situação 1 - Pesos Originais

Matriz	média (m)	desvio-padrão ( $\sigma$ )
Concordância	0,500	0,143
Discordância	0,638	0,157

Para a obtenção do *núcleo* (conjunto reduzido das alternativas *não-dominadas*), gerado pelo ELECTRE I, inicialmente utilizou-se a chamada preferência normal, comumente usada, através da fixação aleatória de  $p=0,6$  e  $q=0,4$ .

O resultado apresentou um *núcleo* com as 18 (dezoito) alternativas *não-dominadas*, 1– 2 – 3– 4 – 5 – 6 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – e 24.

Caracterizando um número ainda muito elevado de alternativas para a análise.

Isso se deve à estrutura complexa do caso estudado, deliberadamente constituída de muitas alternativas de solução, com avaliações semelhantes, o que torna difícil a classificação.

Adotando o critério proposto por SCHÄFFER (1999) e levando em conta a estrutura de preferências do caso estudado, foram fixados valores menos estritos para  $p$  e  $q$ , gerando-se um *núcleo* com um número satisfatoriamente menor de alternativas *não-dominadas*.

Um critério válido, segundo SAATY (1977-1980) é estabelecer um número máximo de 9 (nove) alternativas de solução para a comparação paritária, para os problemas onde os julgamentos sejam subjetivos.

No estudo de caso presente não há essa restrição, porque se parte de uma matriz de avaliação pressupostamente estabelecida, com a utilização de escalas discretas e contínuas para a avaliação de todas as alternativas de solução do problema.

Isso posto, foram adotadas as seguintes estruturas de preferências para o método ELECTRE.

Estrutura de preferência fraca (e *núcleo*)

$$p = m_1 + \sigma_{1/2} = 0,572$$

$$q = m_2 - \sigma_{2/2} = 0,560$$

1 > 7	2 > 5	2 > 8	3 > 9	4 > 7	5 > 8	6 > 9	9 > 18
10 > 7	10 > 13	10 > 16	11 > 5	11 > 8	11 > 17	12 > 9	12 > 18
13 > 16	14 > 13	14 > 16	14 > 17	15 > 18	19 > 7	19 > 8	19 > 22
19 > 25	19 > 26	20 > 5	20 > 8	20 > 23	20 > 25	20 > 26	21 > 27
22 > 1	22 > 7	22 > 8	22 > 10	22 > 25	23 > 7	23 > 8	23 > 11
23 > 26	24 > 12	24 > 27	25 > 7	25 > 8			

*Núcleo* (ELECTRE I)

1	2	3	4	6	10	11	14	15
19	20	21	24					

## Estrutura de preferência forte

$$p = m_1 + \sigma_1 = 0,643$$

$$q = m_2 - \sigma_2 = 0,481$$

2 > 8	4 > 7	5 > 8	6 > 9	9 > 18	11 > 8	11 > 17
13 > 16	14 > 16	14 > 17	15 > 18	19 > 7	19 > 25	20 > 8
20 > 26	21 > 27	22 > 7	22 > 25	23 > 8	23 > 26	24 > 27

Deve ser observado que, comparando os dois *núcleos* gerados pelo ELECTRE I, utilizando as preferências “normal” e fraca, no *núcleo* menor não aparece a alternativa 23, embora tratando-se de uma importante alternativa de solução, como será mostrado adiante.

Registre-se, então, que alternativas importantes e válidas de solução podem ser eliminadas indevidamente através do ELECTRE I, no processo de *filtragem* para a redução do conjunto de alternativas para a análise, em casos semelhantes aos apresentados.

Vê-se na seqüência, que a aplicação do ELECTRE II para o universo das 27 (vinte e sete) alternativas do problema (e não apenas para as *não - dominadas* geradas pelo ELECTRE I), resgata a alternativa 23 com uma boa classificação no ordenamento final.

O processo iterativo, mostrado na seqüência, fornece a classificação das vinte e sete alternativas, através do método ELECTRE II:

## Classificação progressiva

## Iteração 1

Conjunto C	1	2	3	4	5	6	10
	11	12	13	14	15	19	20
	21	22	23	24			

Conjunto A	2	3	4	6	14	15	19
	20	21	24				

## Iteração 2

Conjunto C	1	5	9	10	11	12	13
	22	23	27				

Conjunto A	12	22	23	27			
------------	----	----	----	----	--	--	--

## Iteração 3

Conjunto C	1	5	7	9	10	11	13
	25	26					

Conjunto A	1	9	10	11	25	26	
------------	---	---	----	----	----	----	--

## Iteração 4

Conjunto C	5	7	13	17	18		
------------	---	---	----	----	----	--	--

Conjunto A	5	7	13	17	18		
------------	---	---	----	----	----	--	--

## Iteração 5

Conjunto C	8	16					
------------	---	----	--	--	--	--	--

Conjunto A	8	16					
------------	---	----	--	--	--	--	--

## Classificação regressiva

## Iteração 1

Conjunto C	1	3	7	8	10	12	16
	17	18	25	26	27		

Conjunto A	7	8	16	17	18	26	27
------------	---	---	----	----	----	----	----

## Iteração 2

Conjunto C	1	2	3	4	5	9	10
	11	12	13	14	15	20	21
	23	24	25				

Conjunto A	1	4	5	9	13	15	21
	25						

## Iteração 3

Conjunto C	2	3	6	10	11	12	14
	19	20	22	23	24		

Conjunto A	2	3	6	10	11	12	14
------------	---	---	---	----	----	----	----

## Iteração 4

Conjunto C	19	20	22	23	24
------------	----	----	----	----	----

Conjunto A	22	23	24
------------	----	----	----

## Iteração 5

Conjunto C	19	20
------------	----	----

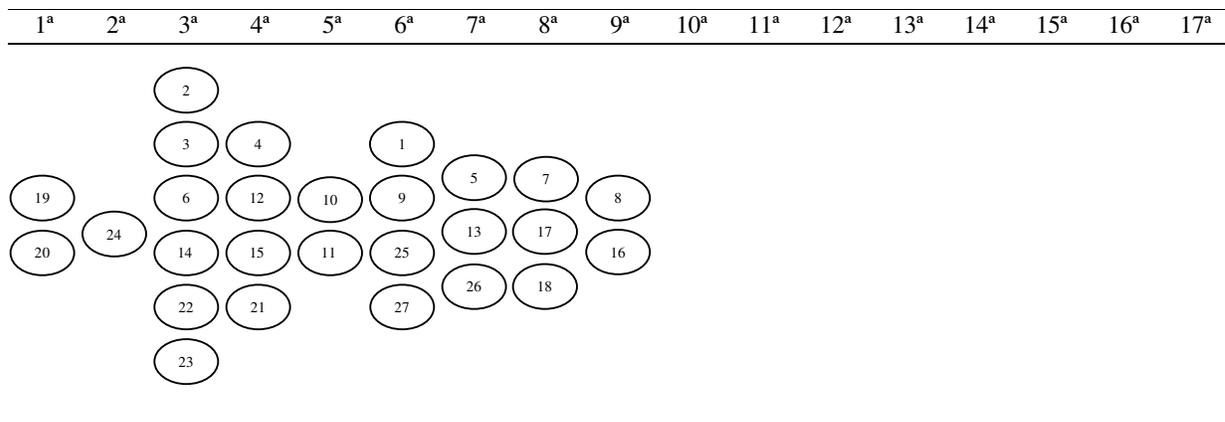
Conjunto A	19	20
------------	----	----

## Classificação das alternativas

## Ordenação dos Resultados

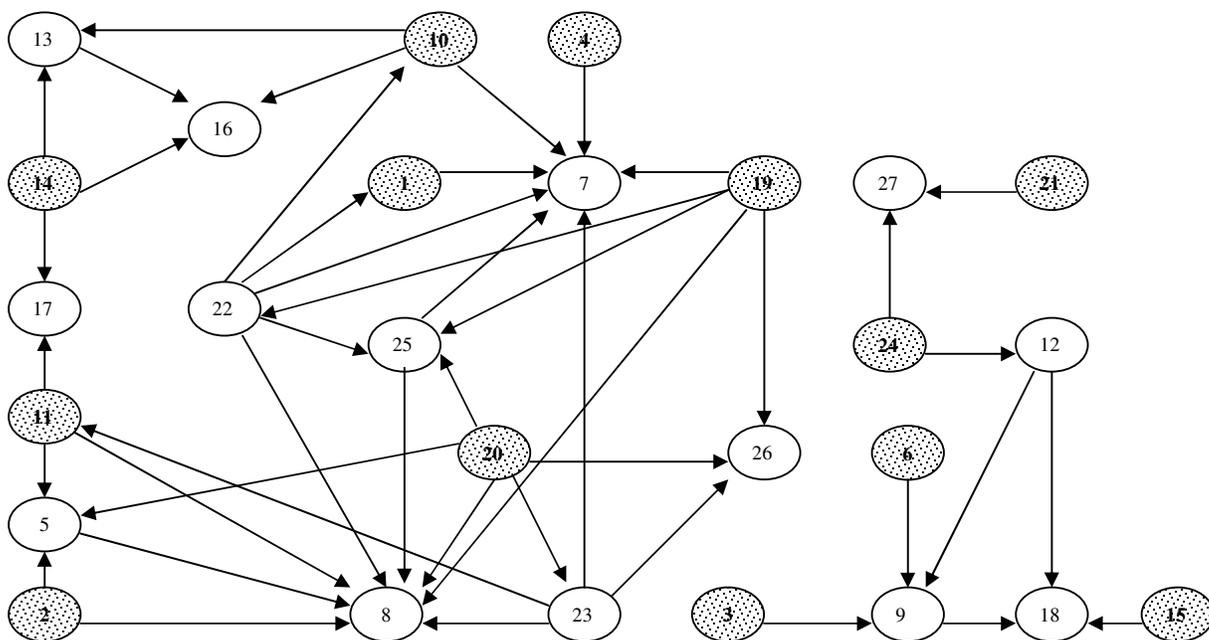
Alternativa	Classificação		Média	Lugar	Média	Alternativa
	Progressiva	Regressiva				
1	3	4	3.5	1°	1	a19
2	1	3	2	1°	1	a20
3	1	3	2	2°	1.5	a24
4	1	4	2.5	3°	2	a2
5	4	4	4	3°	2	a3
6	1	3	2	3°	2	a6
7	4	5	4.5	3°	2	a14
8	5	5	5	3°	2	a22
9	3	4	3.5	3°	2	a23
10	3	3	3	4°	2.5	a4
11	3	3	3	4°	2.5	a12
12	2	3	2.5	4°	2.5	a15
13	4	4	4	4°	2.5	a21
14	1	3	2	5°	3	a10
15	1	4	2.5	5°	3	a11
16	5	5	5	6°	3.5	a1
17	4	5	4.5	6°	3.5	a9
18	4	5	4.5	6°	3.5	a25
19	1	1	1	6°	3.5	a27
20	1	1	1	7°	4	a5
21	1	4	2.5	7°	4	a13
22	2	2	2	7°	4	a26
23	2	2	2	8°	4.5	a7
24	1	2	1.5	8°	4.5	a17
25	3	4	3.5	8°	4.5	a18
26	3	5	4	9°	5	a8
27	2	5	3.5	9°	5	a16

Para uma melhor visualização, a classificação é apresentada na forma que segue.

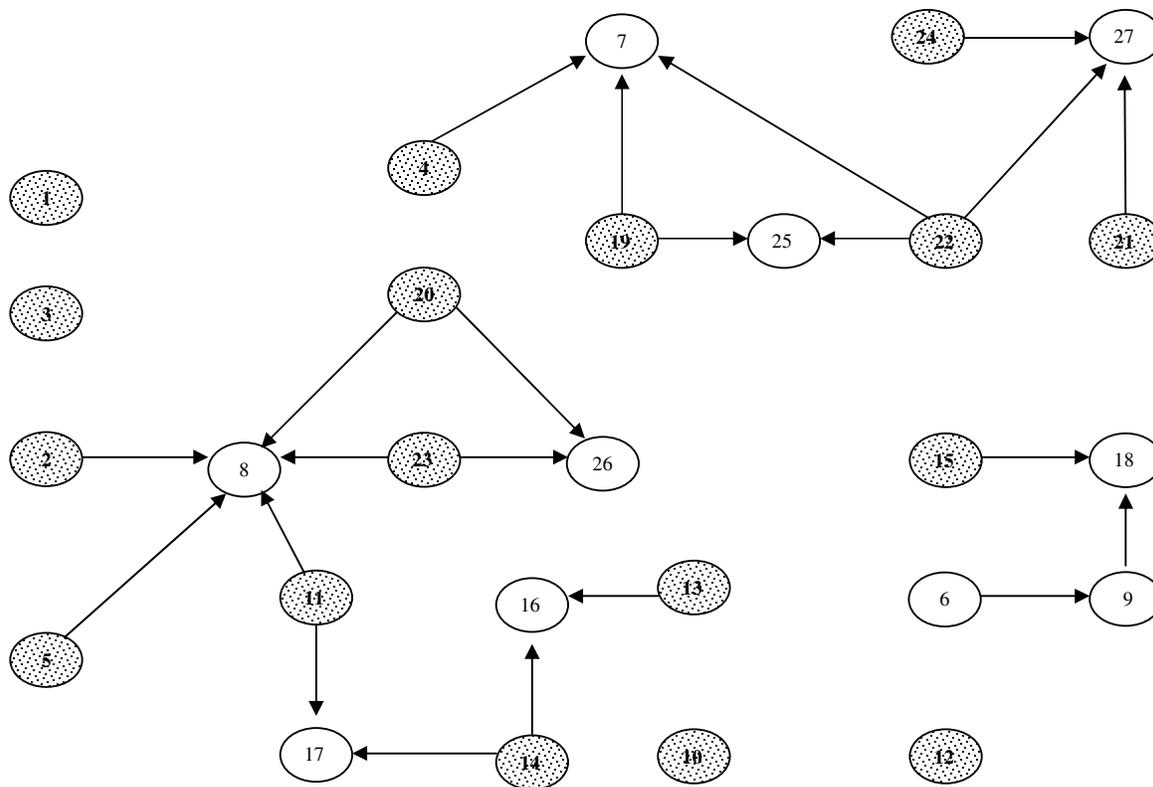


**FIGURA 4.7:** Classificação das alternativas -Método ELECTRE - Estudo de caso - Situação 1- Pesos originais

Na seguinte, estão representados os gráficos de preferência fraca (e *núcleo*) e de preferência forte.



a) Preferência fraca  $p = 0,572$   $q = 0,560$  - (*núcleo*)



b) Preferência forte  $p = 0,643$   $q = 0,481$

**FIGURA 4.8** Gráficos de Estruturas de preferência – Método ELECTRE

Observe-se que as alternativas 22 (dominada apenas pela alternativa 19) e 23 (dominada apenas pela alternativa 20), embora não constantes no *núcleo* (gerado pelo ELECTRE I), foram resgatadas pelo ELECTRE II, sendo classificadas em terceiro lugar.

Na seqüência, será demonstrado que estas alternativas não podem ser alijadas do processo decisório.

## 4.2 Método da Programação de Compromisso

O problema foi resolvido pelo método da Programação de Compromisso, a partir da matriz de avaliação para a Situação 1, para  $s = 1$ ,  $s = 2$  e  $s = \infty$ .

Os pesos relativos e os valores limites usados para os critérios de avaliação, extraídos da matriz de avaliação, são os que seguem:

**TABELA: 4.13: Parâmetros da Programação de Compromisso – Estudo de caso – Situação 1- Pesos originais**

Critério de avaliação	Peso Relativo	Melhor valor (Zi*)	Pior valor (Zi**)	Medida
C1	0.135	8.5	3.7	Subjetiva
C2	0.132	11.1	0.13	10 <sup>3</sup> vagas/ano
C3	0.047	13.1	0.09	10 <sup>3</sup> hab.at./ano
C4	0.024	8.8	4.9	Subjetiva
C5	0.042	8.6	4.6	Subjetiva
C6	0.096	8.7	3.8	Subjetiva
C7	0.037	700	60	ha prot/ano
C8	0.091	1800	65	ha cons./ano
C9	0.015	1180	10	nº com. prot/ano
C10	0.027	800	10	ha presen/ano
C11	0.068	19.9	122.5	10 <sup>6</sup> R\$/ano
C12	0.033	4.4	32.8	10 <sup>6</sup> R\$/ano
C13	0.058	20	1	%
C14	0.104	2.40	0.39	10 <sup>9</sup> R\$
C15	0.091	5	1	%

A classificação das alternativas está mostrada na Tabela que segue.



### 4.3 Método Analítico Hierárquico

A comparação paritária entre os critérios de avaliação, através das matrizes subjetivas foi calculada e apresentada como exemplo de aplicação do método Analítico Hierárquico, segundo item 3.4.

O vetor de prioridades encontrado representa, na realidade, os pesos relativos dos critérios de avaliação.

Para a solução do problema formulado no estudo de caso, foi utilizada a mesma ponderação nos outros dois métodos para possibilitar a comparação dos resultados.

Para a comparação paritária das vinte e sete alternativas, foram desenvolvidas as quinze *matrizes tecnológicas*, de acordo com os quinze critérios de avaliação estabelecidos.

Visando uma apresentação mais sucinta e clara, apresenta-se a comparação das alternativas aos pares, por exemplo, para o critério C1: diminuição das doenças de veiculação hídrica.

Todos os julgamentos apresentam consistência total ( $IC = 0$ ) e isso se deve à utilização dos dados da matriz de avaliação do caso estudado, previamente estabelecida.

**TABELA 4.15: Comparação das alternativas de solução para o critério C1  
Método Analítico Hierárquico - Estudo de caso – Situação 1**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	8.5/8.2	8.5/6.4	8.5/6.0	8.5/5.8	8.5/4.8	8.5/6.0	8.5/5.7	8.5/4.7	8.5/7.4	8.5/7.1	8.5/6.0	8.5/4.5	8.5/4.3	8.5/3.8	8.5/4.2	8.5/4.0	8.5/3.7	8.5/7.8	8.5/7.4	8.5/6.2	8.5/6.3	8.5/5.8	8.5/4.2	8.5/6.0	8.5/5.4	8.5/4.0
	1	8.2/6.4	8.2/6.0	8.2/5.8	8.2/4.8	8.2/6.0	8.2/5.7	8.2/4.7	8.2/7.4	8.2/7.1	8.2/6.0	8.2/4.5	8.2/4.3	8.2/3.8	8.2/4.2	8.2/4.0	8.2/3.7	8.2/7.8	8.2/7.4	8.2/6.2	8.2/6.3	8.2/5.8	8.2/4.2	8.2/6.0	8.2/5.4	8.2/4.0
		1	6.4/6.0	6.4/5.8	6.4/4.8	6.4/6.0	6.4/5.7	6.4/4.7	6.4/7.4	6.4/7.1	6.4/6.0	6.4/4.5	6.4/4.3	6.4/3.8	6.4/4.2	6.4/4.0	6.4/3.7	6.4/7.8	6.4/7.4	6.4/6.2	6.4/6.3	6.4/5.8	6.4/4.2	6.4/6.0	6.4/5.4	6.4/4.0
			1	6.0/5.8	6.0/4.8	6.0/6.0	6.0/5.7	6.0/4.7	6.0/7.4	6.0/7.1	6.0/6.0	6.0/4.5	6.0/4.3	6.0/3.8	6.0/4.2	6.0/4.0	6.0/3.7	6.0/7.8	6.0/7.4	6.0/6.2	6.0/6.3	6.0/5.8	6.0/4.2	6.0/6.0	6.0/5.4	6.0/4.0
				1	5.8/4.8	5.8/6.0	5.8/5.7	5.8/4.7	5.8/7.4	5.8/7.1	5.8/6.0	5.8/4.5	5.8/4.3	5.8/3.8	5.8/4.2	5.8/4.0	5.8/3.7	5.8/7.8	5.8/7.4	5.8/6.2	5.8/6.3	5.8/5.8	5.8/4.2	5.8/6.0	5.8/5.4	5.8/4.0
					1	4.8/6.0	4.8/5.7	4.8/4.7	4.8/7.4	4.8/7.1	4.8/6.0	4.8/4.5	4.8/4.3	4.8/3.8	4.8/4.2	4.8/4.0	4.8/3.7	4.8/7.8	4.8/7.4	4.8/6.2	4.8/6.3	4.8/5.8	4.8/4.2	4.8/6.0	4.8/5.4	4.8/4.0
						1	6.0/5.7	6.0/4.7	6.0/7.4	6.0/7.1	6.0/6.0	6.0/4.5	6.0/4.3	6.0/3.8	6.0/4.2	6.0/4.0	6.0/3.7	6.0/7.8	6.0/7.4	6.0/6.2	6.0/6.3	6.0/5.8	6.0/4.2	6.0/6.0	6.0/5.4	6.0/4.0
							1	5.7/4.7	5.7/7.4	5.7/7.1	5.7/6.0	5.7/4.5	5.7/4.3	5.7/3.8	5.7/4.2	5.7/4.0	5.7/3.7	5.7/7.8	5.7/7.4	5.7/6.2	5.7/6.3	5.7/5.8	5.7/4.2	5.7/6.0	5.7/5.4	5.7/4.0
								1	4.7/7.4	4.7/7.1	4.7/6.0	4.7/4.5	4.7/4.3	4.7/3.8	4.7/4.2	4.7/4.0	4.7/3.7	4.7/7.8	4.7/7.4	4.7/6.2	4.7/6.3	4.7/5.8	4.7/4.2	4.7/6.0	4.7/5.4	4.7/4.0
									1	7.4/7.1	7.4/6.0	7.4/4.5	7.4/4.3	7.4/3.8	7.4/4.2	7.4/4.0	7.4/3.7	7.4/7.8	7.4/7.4	7.4/6.2	7.4/6.3	7.4/5.8	7.4/4.2	7.4/6.0	7.4/5.4	7.4/4.0
										1	7.1/6.0	7.1/4.5	7.1/4.3	7.1/3.8	7.1/4.2	7.1/4.0	7.1/3.7	7.1/7.8	7.1/7.4	7.1/6.2	7.1/6.3	7.1/5.8	7.1/4.2	7.1/6.0	7.1/5.4	7.1/4.0
											1	6.0/4.5	6.0/4.3	6.0/3.8	6.0/4.2	6.0/4.0	6.0/3.7	6.0/7.8	6.0/7.4	6.0/6.2	6.0/6.3	6.0/5.8	6.0/4.2	6.0/6.0	6.0/5.4	6.0/4.0
												1	4.5/4.3	4.5/3.8	4.5/4.2	4.5/4.0	4.5/3.7	4.5/7.8	4.5/7.4	4.5/6.2	4.5/6.3	4.5/5.8	4.5/4.2	4.5/6.0	4.5/5.4	4.5/4.0
													1	4.3/3.8	4.3/4.2	4.3/4.0	4.3/3.7	4.3/7.8	4.3/7.4	4.3/6.2	4.3/6.3	4.3/5.8	4.3/4.2	4.3/6.0	4.3/5.4	4.3/4.0
														1	3.8/4.2	3.8/4.0	3.8/3.7	3.8/7.8	3.8/7.4	3.8/6.2	3.8/6.3	3.8/5.8	3.8/4.2	3.8/6.0	3.8/5.4	3.8/4.0
															1	4.2/4.0	4.2/3.7	4.2/7.8	4.2/7.4	4.2/6.2	4.2/6.3	4.2/5.8	4.2/4.2	4.2/6.0	4.2/5.4	4.2/4.0
																1	4.0/3.7	4.0/7.8	4.0/7.4	4.0/6.2	4.0/6.3	4.0/5.8	4.0/4.2	4.0/6.0	4.0/5.4	4.0/4.0
																	1	3.7/7.8	3.7/7.4	3.7/6.2	3.7/6.3	3.7/5.8	3.7/4.2	3.7/6.0	3.7/5.4	3.7/4.0
																		1	7.8/7.4	7.8/6.2	7.8/6.3	7.8/5.8	7.8/4.2	7.8/6.0	7.8/5.4	7.8/4.0
																			1	7.4/6.2	7.4/6.3	7.4/5.8	7.4/4.2	7.4/6.0	7.4/5.4	7.4/4.0
																				1	6.2/6.3	6.2/5.8	6.2/4.2	6.2/6.0	6.2/5.4	6.2/4.0
																					1	6.3/5.8	6.3/4.2	6.3/6.0	6.3/5.4	6.3/4.0
																						1	5.8/4.2	5.8/6.0	5.8/5.4	5.8/4.0
																							1	4.2/6.0	4.2/5.4	4.2/4.0
																								1	6.0/5.4	6.0/4.0
																									1	5.4/4.0
																										1

O produto da *matriz de prioridades* formada pelos quinze *auto-vetores* normalizados das matrizes tecnológicas pelo *vetor de prioridades* dos critérios de avaliação, fornece a classificação das alternativas de solução, como mostrado a seguir:

**TABELA 4.16: Classificação das alternativas - Método Analítico Hierárquico Estudo de caso – Situação 1- Pesos originais**

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15		
0.055	0.010	0.001	0.045	0.045	0.052	0.023	0.006	0.032	0.050	0.020	0.070	0.014	0.012	0.053	0.135	0.031
0.053	0.004	0.001	0.046	0.046	0.051	0.018	0.060	0.006	0.021	0.018	0.083	0.092	0.012	0.027	0.132	0.035
0.042	0.012	0.002	0.044	0.044	0.052	0.018	0.004	0.005	0.021	0.073	0.074	0.009	0.088	0.027	0.047	0.036
0.039	0.008	0.012	0.047	0.045	0.038	0.069	0.031	0.036	0.069	0.015	0.027	0.014	0.007	0.067	0.024	0.031
0.038	0.001	0.011	0.046	0.047	0.039	0.064	0.085	0.010	0.041	0.013	0.040	0.083	0.007	0.027	0.042	0.034
0.031	0.010	0.012	0.044	0.045	0.026	0.064	0.029	0.009	0.040	0.067	0.031	0.014	0.083	0.027	0.096	0.035
0.039	0.008	0.007	0.047	0.045	0.030	0.017	0.006	0.103	0.079	0.016	0.028	0.018	0.007	0.053	0.037	0.026
0.037	0.001	0.006	0.045	0.046	0.031	0.013	0.060	0.077	0.051	0.014	0.041	0.078	0.008	0.027	0.091	0.030
0.030	0.010	0.076	0.043	0.046	0.025	0.012	0.004	0.077	0.050	0.068	0.032	0.014	0.083	0.027	0.015	0.035
0.048	0.010	0.088	0.035	0.029	0.050	0.012	0.023	0.032	0.040	0.024	0.054	0.009	0.012	0.040	X 0.027 =	0.033
0.046	0.004	0.087	0.034	0.031	0.052	0.040	0.076	0.005	0.011	0.022	0.067	0.083	0.012	0.027	0.068	0.039
0.039	0.012	0.088	0.033	0.027	0.050	0.036	0.020	0.005	0.011	0.077	0.058	0.005	0.088	0.013	0.033	0.039
0.029	0.008	0.094	0.038	0.026	0.029	0.035	0.048	0.032	0.060	0.019	0.011	0.009	0.007	0.040	0.058	0.030
0.028	0.001	0.094	0.040	0.027	0.030	0.086	0.101	0.005	0.031	0.017	0.024	0.088	0.007	0.067	0.104	0.040
0.025	0.010	0.094	0.037	0.025	0.023	0.081	0.046	0.005	0.030	0.071	0.015	0.009	0.083	0.027	0.091	0.038
0.027	0.008	0.093	0.039	0.026	0.027	0.081	0.023	0.099	0.069	0.019	0.012	0.009	0.007	0.053		0.028
0.026	0.001	0.092	0.040	0.028	0.027	0.034	0.076	0.073	0.041	0.017	0.025	0.078	0.008	0.013		0.032
0.024	0.009	0.094	0.037	0.027	0.021	0.030	0.020	0.072	0.040	0.072	0.096	0.005	0.083	0.027		0.035
0.051	0.100	0.001	0.031	0.038	0.052	0.029	0.006	0.027	0.030	0.026	0.053	0.023	0.021	0.067		0.043
0.048	0.094	0.001	0.032	0.039	0.052	0.018	0.059	0.001	0.001	0.024	0.068	0.092	0.021	0.040		0.047
0.040	0.102	0.002	0.028	0.037	0.048	0.013	0.004	0.001	0.001	0.079	0.059	0.018	0.097	0.013		0.046
0.041	0.098	0.008	0.030	0.038	0.036	0.064	0.031	0.031	0.050	0.021	0.012	0.018	0.015	0.067		0.042
0.038	0.091	0.008	0.031	0.040	0.037	0.059	0.085	0.005	0.021	0.019	0.025	0.088	0.016	0.027		0.045
0.027	0.099	0.009	0.029	0.038	0.026	0.058	0.029	0.005	0.021	0.074	0.061	0.014	0.092	0.027		0.046
0.039	0.098	0.007	0.027	0.038	0.037	0.012	0.006	0.099	0.050	0.022	0.013	0.018	0.016	0.067		0.039
0.035	0.091	0.006	0.028	0.039	0.039	0.007	0.059	0.073	0.031	0.020	0.026	0.083	0.016	0.027		0.042
0.036	0.099	0.008	0.026	0.037	0.024	0.007	0.004	0.072	0.030	0.074	0.017	0.014	0.092	0.027		0.042



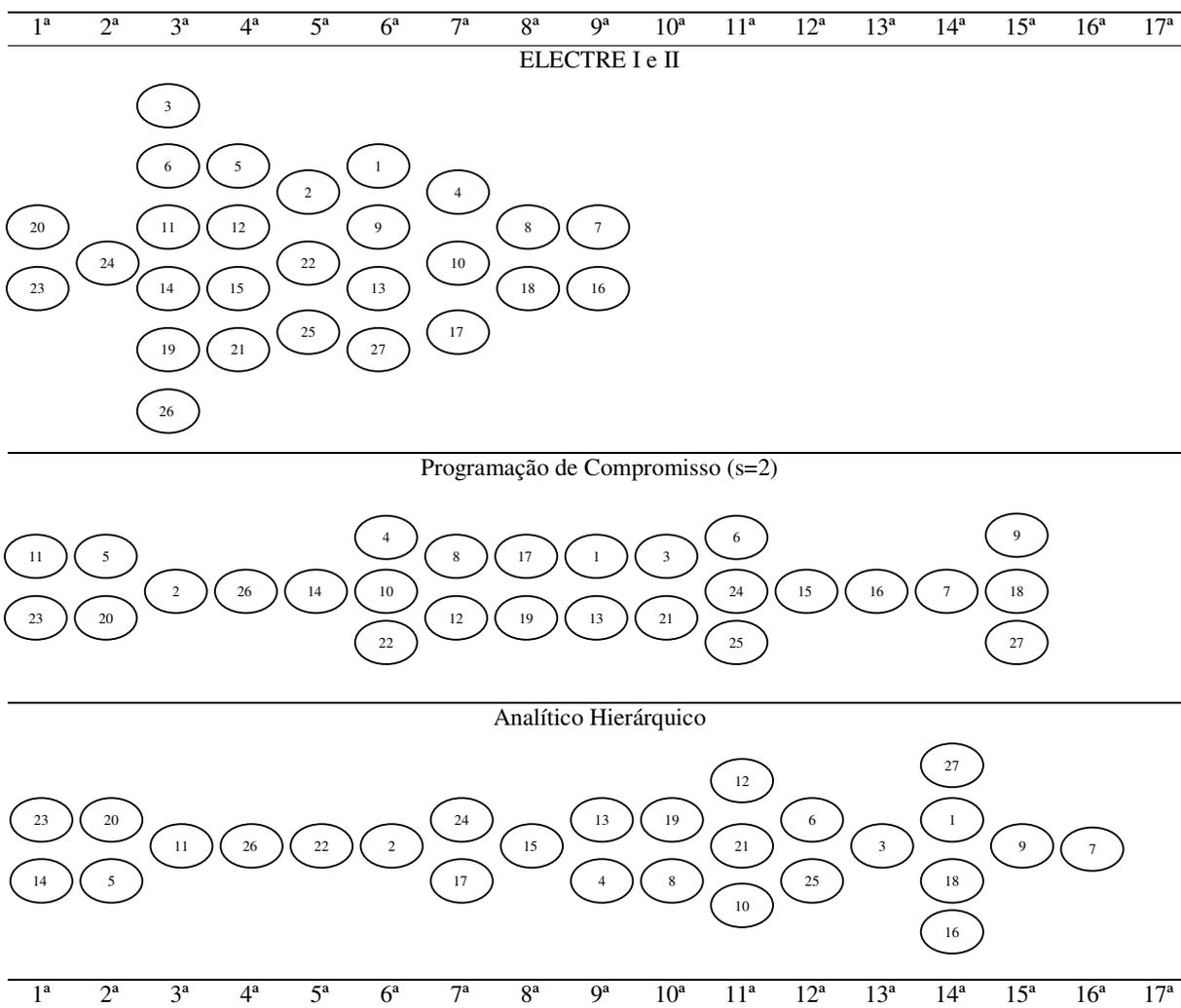
#### 4.4 Análise de sensibilidade

O problema foi resolvido pelos três métodos de análise para três ênfases diferentes, de ponderação dos critérios de avaliação, com base nas exigências básicas para o desenvolvimento sustentável: equidade social, preservação ambiental e crescimento econômico.

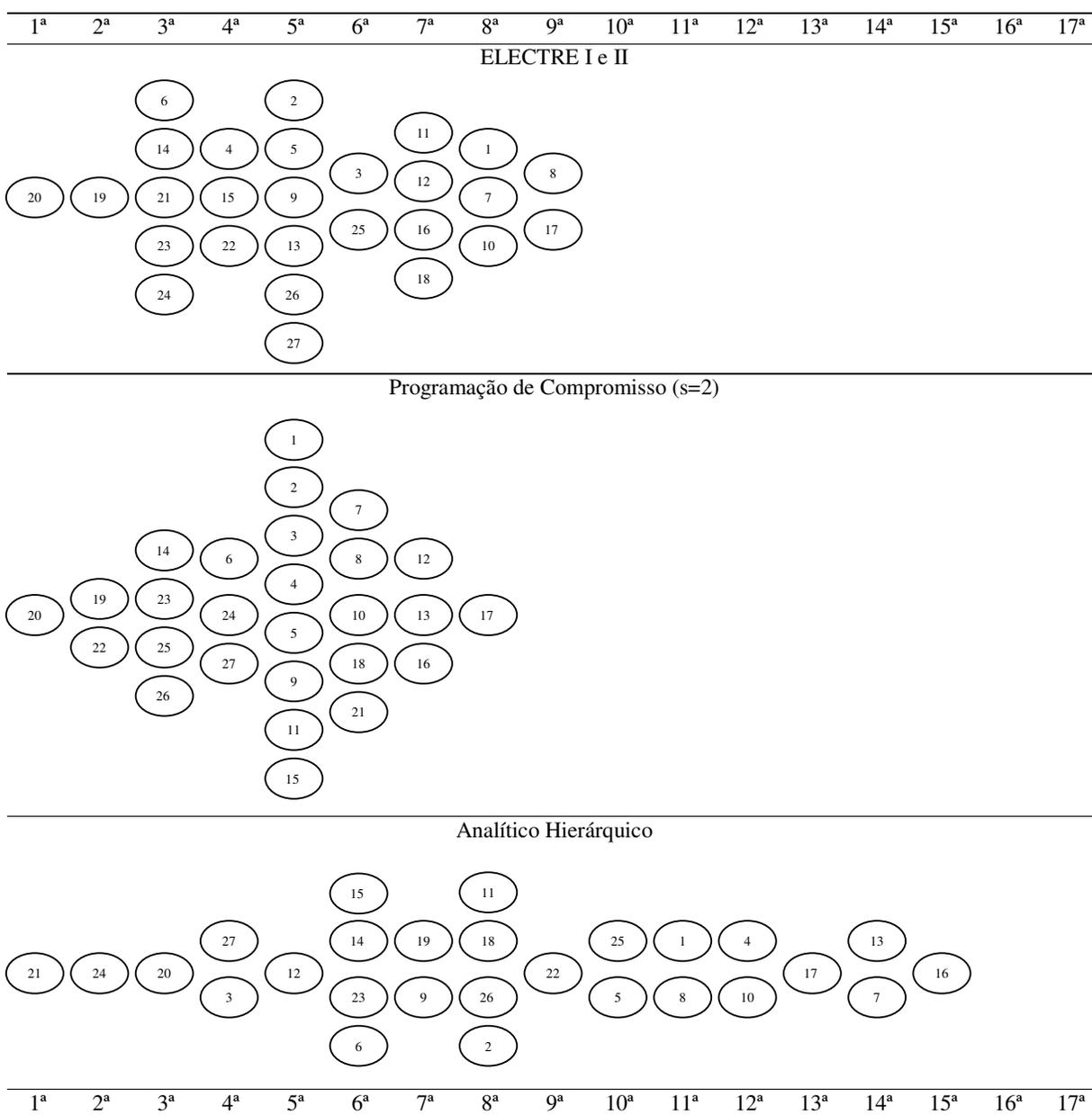
**TABELA 4.17: Pesos relativos dos critérios de avaliação para a análise de sensibilidade-Estudo de caso – Situação 1**

Critérios de Avaliação	Ênfase Social	Ênfase Ambiental	Ênfase Econômica
C1	0.21	0.07	0.07
C2	0.21	0.07	0.07
C3	0.07	0.02	0.02
C4	0.04	0.01	0.01
C5	0.07	0.03	0.03
Soma	0.60	0.20	0.20
C6	0.07	0.21	0.07
C7	0.03	0.08	0.03
C8	0.07	0.20	0.07
C9	0.01	0.03	0.01
C10	0.02	0.06	0.02
Soma	0.20	0.60	0.20
C11	0.03	0.03	0.11
C12	0.02	0.02	0.07
C13	0.03	0.03	0.10
C14	0.06	0.06	0.07
C15	0.05	0.05	0.15
Soma	0.20	0.20	0.60





**FIGURA 4.12: Classificação das alternativas pelos três métodos – Estudo de caso - Situação 1 – Análise de sensibilidade – Ênfase ambiental**



**FIGURA 4.13: Classificação das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso - Situação 1 - Análise de sensibilidade – Ênfase econômica**

#### 4.5 Classificação das alternativas – solução mais robusta

A classificação final das alternativas, para a Situação 1 do caso estudado, foi obtida através dos resultados encontrados com a ponderação original dos critérios de avaliação e por meio da análise de sensibilidade com a escolha da *solução mais robusta*.

Diante do elevado número de alternativas de solução consideradas no estudo de caso, foi adotada uma sistemática para a separação das alternativas de maior atratividade (filragem), que constitui uma sugestão para a solução de problemas multiobjetivo semelhantes ao caso estudado.

Em síntese, a escolha do conjunto reduzido das soluções de maior atratividade, para a obtenção da classificação final, pode ser feita através da identificação das alternativas classificadas nas cinco primeiras posições nos três métodos, para todas as ponderações dos critérios de avaliação.

Para cada classificação também é levado em consideração o *núcleo* gerado pelo ELECTRE I.

Por esse critério verifica-se que, para problemas complexos como o do caso estudado, alternativas de solução importantes, desclassificadas pelo ELECTRE I (*núcleo*), são resgatadas para o processo decisório, como a alternativa 23, dominada apenas pela alternativa 20.

As figuras que seguem mostram as alternativas de solução classificadas nas cinco primeiras posições, para os três métodos, com as quatro estruturas de pesos relativos adotadas para os critérios de avaliação.

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (s = 2)	Análítico Hierárquico
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			

a) Pesos originais *núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 3 4 6 10 11 14 15 19 20 21 24

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (S = 2)	Análítico Hierárquico
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			

b) Ênfase social *núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 3 10 11 12 19 20 21

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (S = 2)	Análítico Hierárquico
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			

c) Ênfase ambiental *núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 3 5 6 10 14 15 19 20 21 23 24



Alternativas não – dominadas



Alternativas incluídas no grupo de maior atratividade

**FIGURA 4.14: Alternativas de solução de maior atratividade  
Estudo de caso - Situação 1**

Classificação	ELECTRE II
1 <sup>a</sup>	20
2 <sup>a</sup>	19, 22
3 <sup>a</sup>	6, 14, 21, 23, 26
4 <sup>a</sup>	4, 15, 22
5 <sup>a</sup>	2, 5, 9, 13, 26, 27
*6 <sup>a</sup>	3, 25
Classificação	Programação de Compromisso (s=2)
1 <sup>a</sup>	20
2 <sup>a</sup>	19, 22
3 <sup>a</sup>	14, 23, 25, 26
4 <sup>a</sup>	6, 24, 27
5 <sup>a</sup>	1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 15
6 <sup>a</sup>	7, 8, 10, 18, 21
Classificação	Análítico Hierárquico
1 <sup>a</sup>	21
2 <sup>a</sup>	24
3 <sup>a</sup>	20
4 <sup>a</sup>	27, 3
5 <sup>a</sup>	12
6 <sup>a</sup>	15, 14, 23, 6

\* Incluída a 6<sup>a</sup> classificação para evitar retirada da alternativa 23

d) Ênfase econômica *núcleo* (ELECTRE I) 4 6 14 15 19 20 21 24



Alternativas não – dominadas



Alternativas incluídas no grupo de maior atratividade

**FIGURA 4.14:** (Continuação) Alternativas de solução de maior atratividade  
Estudo de caso - Situação 1

A Tabela 4.18 resume os dados usados na sistemática proposta e indica o conjunto reduzido das alternativas de maior atratividade, para o caso estudado.

**TABELA 4.18: Conjunto reduzido das alternativas de solução de maior atratividade – Estudo de caso – Situação 1**

	Pesos originais	Ênfase social	Ênfase ambiental	Ênfase econômica
<i>Núcleo (ELECTRE I)</i> Alternativas <i>não-dominadas</i>	1	1	1	1
	2	2	2	4
	3	3	3	6
	4	10	6	14
	6	11	10	15
	10	19	14	19
	11	20	15	20
	14	21	19	21
	15		20	24
	19		21	
	20		23	
	21		24	
	24			
	Alternativas do <i>núcleo</i> confirmadas pelos três métodos	19	19	5
20		20	14	14
21		21	20	15
			23	20
Alternativas adicionadas pelos três métodos	22	22	11	3
	23	23	26	23
		24		
Conjunto final reduzido	19	19	5	3
	20	20	11	6
	21	21	14	14
	22	22	20	15
	23	23	23	20
		24	26	21
			23	
			24	

A Tabela 4.19 indica a *solução de melhor compromisso* e as alternativas classificadas em 2º e 3º lugares, para cada ponderação dos critérios de avaliação.

A partir dos dados é também possível a identificação das alternativas com menor atratividade (a serem descartadas do processo decisório) e a classificação das alternativas restantes, de menor eficiência.

**TABELA 4.19:** *Solução de melhor compromisso para cada ponderação dos critérios de avaliação – Estudo de caso – Situação 1*

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	<i>Solução de melhor compromisso</i>	2 <sup>a</sup> Colocada	3 <sup>a</sup> Colocada
Pesos originais	20	19	23
Ênfase social	20 e 19	21	22
Ênfase ambiental	23	20	11
Ênfase econômica	20	21	19

A Tabela 4.20 indica a *solução mais robusta*, ou seja, a alternativa menos sensível à alteração de estrutura de produção dos critérios de avaliação.

**TABELA 4.20** *Solução mais robusta - Estudo de caso – Situação 1*

<i>Solução mais robusta</i>	2 <sup>a</sup> Colocada	3 <sup>a</sup> Colocada
Alternativa 20	Alternativa 19	Alternativa 23

A Tabela 4.21 especifica e descreve as estratégias e ações de intervenção que compõem as alternativas de solução de maior atratividade na solução do caso estudado.

Observe-se que a alternativa 23, excluída pelo ELECTRE I, aparece como 3<sup>a</sup> colocada na classificação final.

**TABELA 4.21** *Estratégias e ações de intervenção das alternativas de solução de maior atratividade – Estudo de caso – Situação 1*

Estratégia	Ações de intervenção	Alternativa					
		19	20	21	22	23	24
Equidade social	A3) estímulo a empreendimentos de mão-de-obra intensiva	X	X	X	X	X	X
Preservação ambiental	B1) implantação de sistemas de tratamento e efluentes	X	X	X			
	B2) criação de reservas florestais e proteção de matas ciliares				X	X	X
Crescimento econômico	C1) construção de reservatórios e diques	X			X		
	C2) investimentos para implantação de áreas irrigadas		X			X	
	C3) crédito para financiamento e investimentos industriais			X			X

## 4.6 Comparação dos resultados

As classificações obtidas pelos três métodos, para as quatro ponderações dos critérios de avaliação das vinte e sete alternativas foram comparadas para a verificação da semelhança dos resultados, para o caso estudado.

A correlação entre as classificações foi calculada pelo índice de Spearman, GOBBETTI (1993).

$$R = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (4.6)$$

Sendo R = índice de correlação

R = 0 total desacordo

R = 1 total acordo

n = número de pares de classificações comparadas

$D_i$  = desvio (desacordo) =  $r_i - s_i$

$r_i$  = classificação  $x_i$   $i = 1, 2, \dots, n$

$s_i$  = classificação  $y_i$   $i = 1, 2, \dots, n$

O somatório dos quadrados dos desvios  $\sum_{i=1}^n D_i^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - s_i)^2$  dá a estimativa

do desacordo global entre as classificações.

Quando há empates, a posição comum das alternativas empatadas é dada pela média aritmética das classificações que as observações teriam se não fossem iguais.

Ou seja, faz-se o ordenamento crescente e calcula-se a média das classificações do grupo. Essa passa a ser a classificação de todas as alternativas empatadas.

Quando há muitos empates, como no caso estudado, é necessário corrigir o cálculo de R, o que é feito segundo GIBBONS (1971), citado em GOBBETTI (1993), por:

$$R = \frac{n(n^2 - 1) - 6 \sum_{i=1}^n D_i^2 - 6(t' + u')}{\sqrt{[n(n^2 - 1) - 12t'] [n(n^2 - 1) - 12u']}} \quad (4.7)$$

$$\text{Sendo } : u' = \sum u(u^2 - 1)/12$$

= número de alternativas empatadas em cada posição, para a classificação  $x_i$

$t' = \sum t(t^2 - 1)/12$ , o mesmo para a classificação  $y_i$ .

O cálculo do índice de correlação R é mostrado, como exemplo, para comparar as classificações obtidas pelos métodos ELECTRE e Programação de Compromisso, para os pesos originais dos critérios de avaliação, a partir das Figuras 4.7 e 4.9.

**TABELA 4.22: Comparação das classificações -Método ELECTRE e Programação de Compromisso - Estudo de caso – Situação 1- Pesos originais**

Alternativa	ELECTRE	Programação de compromisso	$D_i$	$D_i^2$
1	17.5	12.0	5.5	30.25
2	6.5	8.5	-2.0	4.0
3	6.5	8.5	-2.0	4.0
4	11.5	8.5	3.0	9.0
5	21.0	15.5	5.5	30.25
6	6.5	19.0	-12.5	156.25
7	24.0	19.0	5.0	25.0
8	26.5	19.0	7.5	56.25
9	17.5	22.5	-5.0	25.0
10	14.5	8.5	6.0	36.0
11	14.5	8.5	6.0	36.0
12	11.5	15.5	-4.0	16.0
13	21.0	22.5	-1.5	2.25
14	6.5	19.0	-12.5	156.25
15	11.5	24.5	-13.0	169.0
16	26.5	24.5	2.0	4.0
17	24.0	26.5	-2.5	6.25
18	24.0	26.5	-2.5	6.25
19	1.5	2.0	-0.5	0.25
20	1.5	1.0	0.5	0.25
21	11.5	7.0	4.5	20.25
22	6.5	3.5	3.0	9.0
23	6.5	3.5	3.0	9.0
24	3.0	8.5	-5.5	30.25
25	17.5	5.5	12.0	144.0
26	21.0	5.5	15.5	240.25
27	17.5	19.0	-1.5	2.25

$$\sum D_i^2 = 1.227,50$$

$$u' = \frac{3[2(2^2 - 1)] + [3(3^2 - 1)] + 4(4^2 - 1) + 6(6^2 - 1)}{12} = 30$$

$$t' = \frac{6[2(2^2 - 1)] + 5(5^2 - 1) + 6(6^2 - 1)}{12} = 30,5$$

$$R = \frac{27(27^2 - 1) - 6(1227,50) - 6(30,5 + 30)}{\sqrt{[27(27^2 - 1) - 12 \times 30,5][27(27^2 - 1) - 12 \times 30]}}$$

$$R = 0,618$$

A Tabela 4.23 mostra o resultado das comparações realizadas entre os três métodos para as quatro ponderações dos critérios de avaliação.

**TABELA 4.23: Índices de correlação entre as classificações finais para cada ponderação-  
Estudo de caso – Situação 1**

	ELECTRE	Programação de Compromisso ( $s = 2$ )	Analítico Hierárquico
ELECTRE	1	a) 0,618 b) 0,703 c) 0,509 d) 0,689	a) 0,692 b) 0,599 c) 0,601 d) 0,637
Programação de Compromisso ( $s = 2$ )		1	a) 0,659 b) 0,477 c) 0,837 d) 0,477
Analítico Hierárquico			1

a) pesos originais, b) ênfase social, c) ênfase ambiental e d) ênfase econômica

Para melhor elucidação da correlação, entre os resultados obtidos através dos três métodos, foram calculados os índices médios de correlação e respectivos desvios-padrão, como mostrado a seguir.

**TABELA 4.24: Índices médios de correlação e desvios-padrão entre as classificações-  
Estudo de caso – Situação 1**

	ELECTRE	Programação de Compromisso ( $s = 2$ )	Analítico Hierárquico
ELECTRE	1	[0,630] (0,088)	[0,632] (0,043)
Programação de Compromisso ( $s = 2$ )		1	[0,612] (0,172)
Analítico Hierárquico			1

[ ] índice médio de correlação

( ) desvio padrão

Como pode ser visto na Tabela 4.24, os métodos ELECTRE e Analítico Hierárquico apresentam a maior semelhança nas classificações e também, a menor dispersão nos resultados, quando utilizado o índice de correlação de SPEARMAN para comparação.

Vê-se, também, que os índices de correlação entre as classificações são baixos, quando consideradas as vinte e sete alternativas de solução no processo classificatório.

No entanto, a correlação encontrada está coerente com a estrutura deliberadamente complexa estabelecida para o problema estudado, com um número elevado de alternativas, com avaliações muito semelhantes, sob vários critérios de avaliação conflitantes.

Por outro lado, as lógicas, funções e parâmetros de análise que caracterizam os métodos, são diferentes.

Para o problema multiobjetivo adotado para o caso estudado e para os três métodos escolhidos, verifica-se que o índice de correlação de SPEARMAN não é um meio eficiente para comparar as classificações.

As lógicas e funções dos três métodos são muito distintas. Outro fator importante a considerar é o grande número de empates na classificação das alternativas através do método ELECTRE, isto porque esse método opera com a utilização apenas dos aspectos qualitativos na comparação paritária das alternativas de solução, com base em preferências.

Para uma comparação de resultados mais criteriosa e conclusiva, foi construída a Tabela 4.25, contendo as classificações das alternativas de solução obtidas pelos três métodos, utilizando as quatro ponderações para os critérios de avaliação.

Para cada método e para cada ponderação dos critérios de avaliações, verificou-se a *solução de melhor compromisso*, e as alternativas colocadas em segundo e terceiro lugares.

Pela mesma sistemática e para cada método, verificou-se a *solução mais robusta* e as alternativas colocadas em segundo e terceiro lugares.

**TABELA 4.25: Comparação das classificações para os três métodos e as quatro ponderações - Estudo de caso – Situação 1**

A	Pesos originais			Ênfase social			Ênfase ambiental			Ênfase econômica		
	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH
1	6	7	14	3	7	13	6	9	14	8	5	11
2	3	6	10	3	7	11	5	3	6	5	5	8
3	3	7	9	2	8	12	3	10	13	6	5	4
4	4	7	14	6	9	14	7	6	9	4	5	12
5	7	8	11	5	10	13	4	2	2	5	5	5
6	3	9	10	6	12	13	3	11	12	3	4	6
7	8	9	17	8	10	17	9	14	16	8	6	14
8	9	9	15	10	11	16	8	7	10	9	6	11
9	6	10	10	8	12	11	6	15	15	5	5	7
10	5	7	12	4	7	10	7	6	11	8	6	12
11	5	6	7	3	7	8	3	1	3	7	5	8
12	4	8	7	4	9	9	4	7	11	7	7	5
13	7	10	15	7	13	13	6	9	9	5	7	14
14	3	9	6	5	14	9	3	5	1	3	3	6
15	4	11	8	7	15	10	4	12	8	4	5	6
16	9	11	16	9	14	15	9	13	14	7	7	15
17	8	12	13	7	15	14	7	8	7	9	8	13
18	8	12	10	10	15	12	8	15	14	7	6	8
19	1	2	4	1	2	2	3	8	10	2	2	7
20	1	1	1	3	1	1	1	2	2	1	1	3
21	4	5	2	1	5	2	4	10	11	3	6	1
22	3	3	5	2	3	3	5	6	5	4	2	9
23	3	3	3	5	4	2	1	1	1	3	3	6
24	2	7	2	2	7	4	2	11	7	3	4	2
25	6	4	7	6	5	6	5	11	12	6	3	10
26	7	4	5	7	6	5	3	4	4	5	3	8
27	6	9	5	7	8	7	6	15	14	5	4	4

Por esse caminho, também ficou definida, conforme constatado anteriormente (Tabela 4.20), a alternativa 20 como *solução mais robusta* e as alternativas 19 e 23 em segunda e terceira colocação, respectivamente.

As tabelas a seguir, mostram a *solução de melhor compromisso*, a 2ª e 3ª colocadas, por método e para cada ponderação dos critérios de avaliação.

**TABELA 4.26: Método ELECTRE – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso Situação 1**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	19 e 20	24	2,3,14,22 e 23
Ênfase Social	19 e 21	3,22 e 24	1,2,11,20
Ênfase Ambiental	20 e 23	24	3,6,14,19 e 26
Ênfase Econômica	20	19	6,14,21,23 e 24

**TABELA 4.27: Método Programação de Compromisso – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso – Situação 1**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	20	19	22 e 23
Ênfase Social	20	19	222
Ênfase Ambiental	23	5 e 20	2
Ênfase Econômica	20	19 e 22	14,23,25 e 26

**TABELA 4.28: Método Analítico Hierárquico – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso – Situação 1**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	20	21 e 24	23
Ênfase Social	20	19,21 e 23	22
Ênfase Ambiental	23	5 e 20	11
Ênfase Econômica	21	24	20

**TABELA 4.29:** *Solução mais robusta, por método - Estudo de caso – Situação 1*

Método	Classificação		
	Solução mais robusta	2ª colocada	3ª colocada
ELECTR I e II	20	19	24
Programação de Compromisso	20	19 e 23	22
Analítico Hierárquico	20	21	23

Consideradas as classificações obtidas pelos três métodos, com as quatro ponderações dos critérios de avaliação, confirma-se a alternativa 20 *como solução mais robusta*, seguida da alternativa 19 em segundo lugar e a 23 em terceiro.

Analisando as classificações mostradas na Tabela 4.25, confirma-se o agrupamento das alternativas, com um grande número de empates quando é utilizado o método ELECTRE, devido às avaliações exclusivamente qualitativas. Também, para os métodos Programação de Compromisso e Analítico Hierárquico, ocorreram alguns empates, em menor quantidade, devido ao nível de precisão matemática usada no processamento. Para o método da Programação de Compromisso foram usadas duas casas decimais no cálculo da proximidade da solução ideal, para classificação. Para o método Analítico Hierárquico, foram utilizadas três casas decimais no cálculo das prioridades do vetor de classificação. Os empates ocorridos nesses dois métodos podem ser diminuídos, ou eliminados, por meio do aumento da precisão matemática do cálculo. Isto é impossível quando se utiliza o método ELECTRE.

Outras constatações relevantes devem ser destacadas.

O método ELECTRE classifica, com consistência, as alternativas 3 e 6 no grupo daquelas de maior atratividade diferentemente dos outros dois métodos.

A alternativa 23, eliminada pela alternativa 20 no *núcleo* gerado pelo ELECTRE I, ressurge na terceira posição na classificação final.

## **4.7 Análise para um cenário alternativo**

O problema formulado para o estudo de caso foi resolvido para a Situação 2, estruturado por cenarização.

Em essência, o novo cenário é diferenciado do primeiro concebido para a Situação 1, por uma possível mudança na política de destinação dos recursos financeiros públicos.

Para a Situação 2, admite-se que o volume de recursos financeiros originalmente utilizado para o incentivo aos investimentos industriais, através de incentivos fiscais, tenha outro destino.

Esses recursos passam a ser canalizados para o aumento da produção agrícola, através de investimentos para a implantação de áreas irrigadas e para o aumento de empregos gerados, através do estímulo aos empreendimentos de mão-de-obra intensiva.

A Tabela 4.30 mostra a matriz de avaliação para a Situação 2 do estudo de caso.

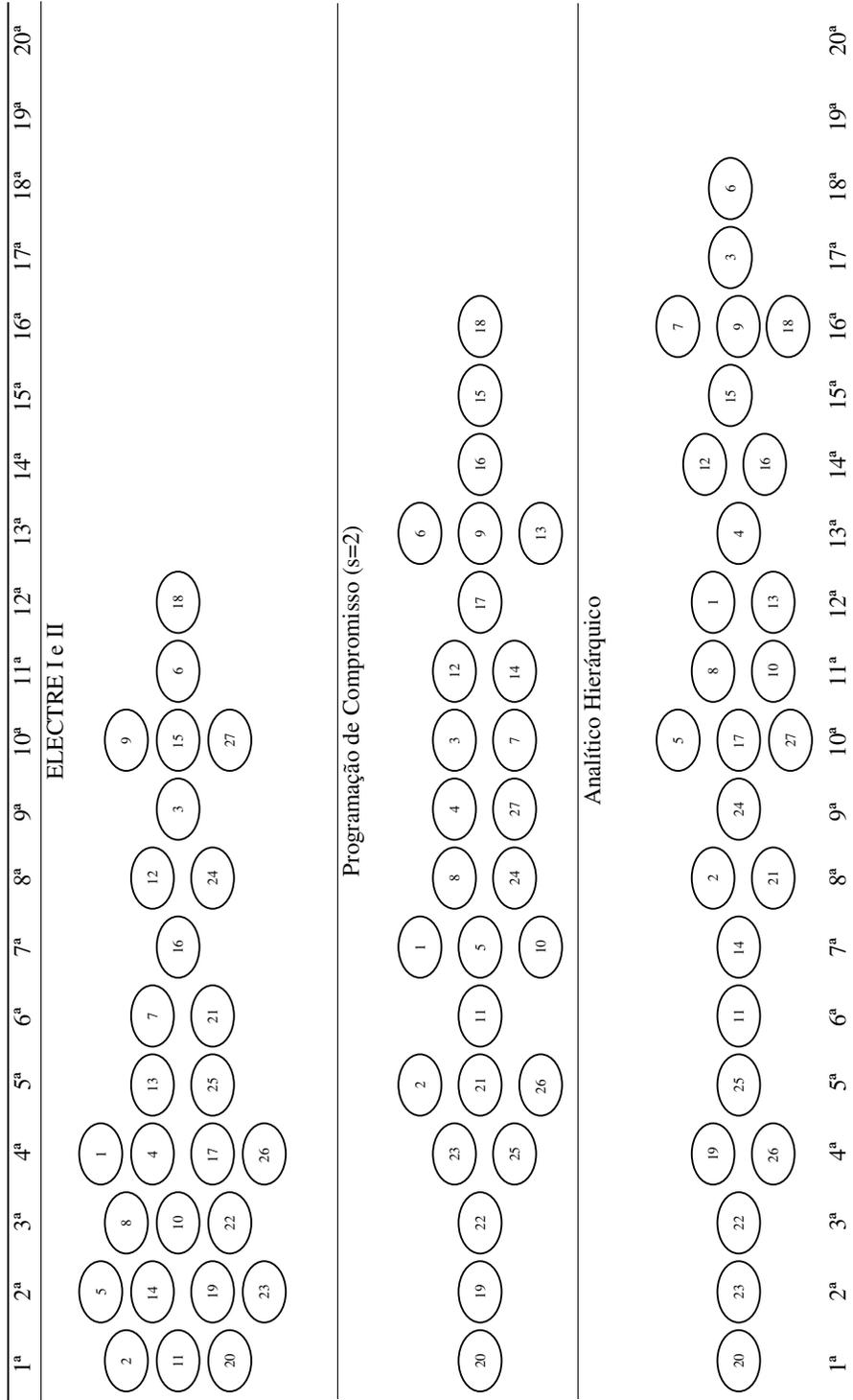
Essa matriz de avaliação difere da considerada para a Situação 1, pela mudança das avaliações correspondentes aos critérios C2, C11, C12, C13 e C14, devido à transferência para os novos objetos de aplicação dos recursos financeiros admitidos disponíveis e seus reflexos.

**TABELA 4.30: Matriz de avaliação -Estudo de caso – Situação 2**

CRITÉRIOS		PESOS	ALTERNATIVAS																										
Ordem	Medida		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
C1	1 a 9	0.135	8.5	8.2	6.4	6.0	5.8	4.8	6.0	5.7	4.7	7.4	7.1	6.0	4.5	4.3	3.8	4.2	4.0	3.7	7.8	7.4	6.2	6.3	5.8	4.2	6.0	5.4	4.0
C2	10 <sup>3</sup> vagas/ano	0.132	1.15	5.00	0.40	0.88	3.00	0.35	0.87	2.50	0.42	1.13	4.80	0.60	0.86	3.20	0.47	0.85	3.40	0.43	15.0	17.0	11.3	15.0	14.0	11.0	16.0	14.0	11.0
C3	10 <sup>3</sup> hab.at/ano	0.047	0.17	0.9	0.27	1.60	1.52	1.70	0.95	0.87	10.5	12.1	12.0	12.2	13.1	13.0	13.0	12.9	12.8	13.0	0.17	00.9	0.27	1.15	1.07	1.25	0.95	0.87	1.05
C4	1 a 9	0.124	8.4	8.5	8.3	8.8	8.5	8.2	8.7	8.4	8.1	6.5	6.4	6.2	7.1	7.4	7.0	7.2	7.4	7.0	5.8	5.9	5.2	5.6	5.7	5.4	5.0	5.2	4.9
C5	1 a 9	0.042	8.2	8.4	8.0	8.3	8.6	8.2	8.3	8.5	8.4	5.4	5.6	5.0	4.8	4.9	4.6	4.8	5.1	5.0	7.0	7.2	6.8	7.0	7.4	6.9	6.9	7.2	6.7
C6	1 a 9	0.096	8.7	8.6	8.7	6.4	6.5	4.4	5.0	5.2	4.2	8.5	8.8	8.4	4.8	5.0	3.8	4.5	4.6	3.5	8.8	8.7	8.0	6.0	6.3	4.3	6.2	6.5	4.0
C7	Ha prot/ano	0.037	200	160	155	600	560	555	150	110	105	350	310	305	750	710	705	300	260	255	155	115	110	555	515	510	105	65	60
C8	Há cons/ano Nº comum.	0.091	108	1058	68	558	1508	518	108	1058	68	400	1350	360	850	1800	810	400	1350	360	105	1055	65	555	1505	515	105	1055	65
C9	Prot/ano	0.015	355	65	60	400	110	105	8	860	855	350	60	55	350	60	55	1100	810	805	305	15	10	350	60	55	1100	810	805
C10	Há pres./ano	0.027	505	215	210	700	410	405	800	510	505	405	115	110	600	310	305	700	410	405	305	15	10	500	210	205	600	310	305
C11	10 <sup>6</sup> R\$/ano	0.068	31.3	57.9	38.0	23.1	49.6	30.0	24.2	50.7	31.0	37.7	63.8	44.0	29.0	55.1	36.5	30.1	56.6	36.8	85.0	111	122	77.1	103	114	78.2	105	115
C12	10 <sup>6</sup> R\$/ano	0.033	27.7	34.8	25.3	14.0	14.0	8.30	11	18.1	8.6	21.4	28.5	19.0	4.4	11.5	2.0	4.7	11.8	2.30	23.0	31.0	23.5	6.9	14.0	6.5	7.2	14.3	6.8
C13	%	0.058	3	30	2	28	28	3	4	27	3	2	28	1	2	29	2	2	27	1	5	30	4	4	29	3	4	28	3
C14	10 <sup>9</sup> R\$	0.104	0.29	1.11	0.19	0.98	0.98	0.10	0.18	0.99	0.18	0.29	1.11	0.21	0.17	0.98	0.12	0.17	0.99	0.15	1.71	2.52	2.40	2.09	2.40	2.28	1.59	2.40	2.28
C15	%	0.091	4	2	2	2	2	2	4	2	2	3	2	1	3	5	2	4	1	2	5	3	1	5	2	2	5	2	2

As classificações obtidas na análise do caso estudado, através do cenário admitido para a Situação 2, para todas as ponderações dos critérios de avaliação, estão mostradas a seguir.





**FIGURA 4.16:** Classificação das alternativas pelos três métodos - Estudo de caso Situação 2 - Análise de sensibilidade – Ênfase social





As alternativas de maior atratividade para cada ponderação dos critérios de avaliação, por classificação, foram selecionadas pela comparação do *núcleo* de cada classificação com o grupo das alternativas posicionadas, em comum pelos três métodos, nos cinco primeiros lugares.

As figuras mostradas, na seqüência, resumem os resultados da análise de sensibilidade.

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (S = 2)	Análítico Hierárquico
1 <sup>a</sup>			
2 <sup>a</sup>			
3 <sup>a</sup>			
4 <sup>a</sup>			
5 <sup>a</sup>			

a) Pesos originais *Núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 5 11 14 19 20 25

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (S = 2)	Análítico Hierárquico
1 <sup>a</sup>			
2 <sup>a</sup>			
3 <sup>a</sup>			
4 <sup>a</sup>			
5 <sup>a</sup>			

b) Ênfase social *Núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 10 11 19 20

Classificação	ELECTRE II	Programação de Compromisso (S = 2)	Análítico Hierárquico
1 <sup>a</sup>			
2 <sup>a</sup>			
3 <sup>a</sup>			
4 <sup>a</sup>			
5 <sup>a</sup>			

c) Ênfase ambiental *Núcleo* (ELECTRE I) : 1 2 5 10 14 19 20 23



Alternativas não – dominadas



Alternativas incluídas no grupo de maior atratividade

FIGURA 4.19: Alternativas de solução de maior atratividade - Estudo de caso – Situação 2

Classificação	ELECTRE II
1 <sup>a</sup>	20
2 <sup>a</sup>	14
3 <sup>a</sup>	22, 23
4 <sup>a</sup>	2
5 <sup>a</sup>	5, 11, 19
Programação de Compromisso (S=2)	
1 <sup>a</sup>	22
2 <sup>a</sup>	19, 20
3 <sup>a</sup>	14, 23, 25
4 <sup>a</sup>	26
5 <sup>a</sup>	2, 5, 11
Analítico Hierárquico	
1 <sup>a</sup>	20
2 <sup>a</sup>	23
3 <sup>a</sup>	26
4 <sup>a</sup>	14
5 <sup>a</sup>	19, 22

d) Ênfase econômica núcleo do (ELECTRE I) 4 14 19 20



Alternativas não – dominadas



Alternativas incluídas no grupo de maior atratividade

**FIGURA 4.19:** (Continuação) Alternativas de solução de maior atratividade  
Estudo de caso – Situação 2

**TABELA 4.31: Conjunto reduzido das alternativas de solução de maior atratividade  
Estudo de caso – Situação 2**

	Pesos Originais	Ênfase Social	Ênfase Ambiental	Ênfase Econômica
<i>Núcleo</i> (alternativas não-dominadas)	1	1	1	4
	2	2	2	14
	5	10	5	19
	11	11	10	20
	14	19	14	
	19	20	19	
	20		20	
Alternativas do <i>núcleo</i> confirmadas pelos três métodos	25		23	
	19	19	5	14
	20	20	14	19
			20	20
Alternativas adicionadas pelos três métodos			23	
	22	22	11	22
	23	23		23
	26	25		
Conjunto final reduzido		26		
	19	19	5	14
	20	20	11	19
	22	22	14	20
	23	23	20	22
	25	23	23	
	26	26		

A Tabela 4.32 indica a *solução de melhor compromisso* e as alternativas classificadas em 2º e 3º lugares, para cada ponderação dos critérios de avaliação, na análise de sensibilidade.

**TABELA 4.32: Solução de melhor compromisso para cada ponderação dos critérios de Avaliação - Estudo de caso – Situação 2**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	<i>Solução de melhor compromisso</i>	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	20	23	22
Ênfase social	20	19 e 23	22
Ênfase ambiental	20	23	14 e 22
ênfase econômica	14	23	22

A Tabela 4.33 indica a *solução mais robusta*, vale dizer, a menos sensível às mudanças de ponderação dos critérios de avaliação.

**TABELA 4.33: Solução mais robusta -Estudo de caso – Situação 2**

Solução mais robusta	2ª colocada	3ª colocada
Alternativa 20	Alternativa 23	Alternativa 11 e 22

A Tabela 4.34, especifica e descreve as estratégias e ações de intervenção que compõem as alternativas de solução de maior atratividade para a Situação 2.

**TABELA 4.34: Estratégias e ações de intervenção das alternativas de solução de maior atratividade - Estudo de caso – Situação 2**

Estratégia	Ações de intervenção	Alternativas				
		14	19	20	22	23
Equidade social	A2) Implantação de parques aquáticos	X				
	A3) Estímulo aos empreendimentos de mão-de-obra intensiva		X	X	X	X
Preservação ambiental	B1) Implantação de sistemas de tratamento de efluentes		X	X		
	B2) Criação de reservas florestais e proteção de matas ciliares	X			X	X
Crescimento econômico	C1) Construção de reservatórios e diques		X		X	
	C2) Investimentos para implantação de áreas irrigadas	X		X		X

Pode ser constatado, pelos resultados obtidos para a Situação 2, que foram aliadas do processo decisório todas as alternativas de solução que contêm ações destinadas aos incentivos fiscais para investimentos industriais, devido à mudança da política de aplicação dos recursos financeiros públicos.

Por outro lado, verifica-se as alternativas de maior atratividade para a Situação 2 são fortemente caracterizadas pelas ações de intervenção destinadas ao estímulo aos empreendimentos de mão-de-obra intensiva (habitação popular) implantação de áreas irrigadas e criação de reservas florestais e proteção de matas ciliares.

A classificação final é confirmada para as três primeiras posições, sendo alternativa 20 a *solução mais robusta* seguida pelas alternativas 23 (2ª colocada) 11 e 22 (3ª colocadas).

Ressalta-se, novamente, que a alternativa 23, classificada em 2º lugar, representando uma boa opção de solução, não aparece nos *núcleos* gerados pelo ELECTRE I, por ser dominada apenas pela alternativa 20, a *solução mais robusta*.

Novamente, para uma comparação mais criteriosa e conclusiva, foi construída a Tabela 4.35, comparando-se as classificações para cada método de análise, consideradas as quatro ponderações.

**TABELA 4.35: Comparação das classificações para os três métodos e as quatro ponderações - Estudo de caso – Situação 2**

A	Pesos originais			Ênfase social			Ênfase ambiental			Ênfase econômica		
	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH	ELE	PC	MAH
1	2	8	14	4	7	12	5	8	17	8	8	12
2	1	5	8	1	5	8	4	2	7	4	5	7
3	6	11	19	9	10	17	13	9	21	11	11	15
4	3	9	14	4	9	13	6	5	13	6	7	13
5	2	6	9	2	7	10	3	2	5	5	5	10
6	6	12	20	11	13	18	11	10	19	9	11	17
7	4	10	17	6	10	16	9	12	19	8	9	14
8	4	8	12	3	8	11	6	6	9	7	6	11
9	5	13	20	10	13	16	13	13	22	10	12	18
10	3	8	13	3	7	11	7	5	14	8	8	13
11	1	4	6	1	6	6	2	1	4	5	5	6
12	4	11	16	8	11	14	10	7	18	11	13	15
13	3	11	14	5	13	12	6	8	12	6	10	14
14	1	7	6	2	11	7	4	4	2	2	3	4
15	5	14	17	10	15	15	12	11	16	9	12	16
16	4	12	15	7	14	14	10	11	17	8	9	14
17	3	10	11	4	12	10	6	7	8	7	8	11
18	7	15	18	12	16	16	14	13	20	12	13	15
19	3	3	5	2	2	4	7	7	10	5	2	5
20	1	1	1	1	1	1	2	2	3	1	2	1
21	5	7	9	6	5	8	11	9	15	9	9	9
22	3	2	4	3	3	3	5	4	6	3	1	5
23	3	3	2	2	4	2	1	2	1	3	3	2
24	5	9	10	8	8	9	11	10	13	9	7	10
25	4	5	7	5	4	5	9	9	11	6	3	8
26	4	4	3	4	5	4	8	3	5	7	4	3
27	7	10	12	10	9	10	13	13	18	11	8	11

**TABELA 4.36: Método ELECTRE – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso Situação 2**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	2,11,14 e 20	1 e 5	4,10,13,17,19,22 e 23
Ênfase Social	2,11 e 20	5,14,19 e 23	8,10 e 22
Ênfase Ambiental	23	11 e 20	5
Ênfase Econômica	20	14	22 e 23

**TABELA 4.37: Método da Programação de Compromisso – Solução de melhor compromisso - Estudo de caso – Situação 2**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	20	22	19 e 23
Ênfase Social	20	19	22
Ênfase Ambiental	11	2,5,20 e 23	26
Ênfase Econômica	22	19 e 22	14,23 e 25

**TABELA 4.38: Método Analítico Hierárquico – Solução de melhor compromisso Estudo de caso – Situação 2**

Ponderação dos critérios de avaliação	Classificação		
	Solução de melhor compromisso	2ª colocada	3ª colocada
Pesos originais	20	23	26
Ênfase Social	20	23	22
Ênfase Ambiental	23	14	20
Ênfase Econômica	20	23	26

**TABELA 4.39: Solução mais robusta, por método - Estudo de caso – Situação 2**

Método	Classificação		
	Solução mais robusta	2ª colocada	3ª colocada
ELECTRE I e II	20	<b>11</b>	23
Programação de Compromisso	20	22	19
Analítico Hierárquico	20	23	26

Confirma-se, para a Situação 2, a classificação da alternativa 20 como *solução mais robusta*, seguida da alternativa 23.

Para a terceira posição surge um fato novo.

A alternativa 11, incluída isoladamente pelo método ELECTRE no grupo daquelas de maior atratividade, divide o terceiro lugar com a alternativa 22.

Semelhante ao que foi verificado na Situação 1, a alternativa 23, eliminada pela 20 no *núcleo* do ELECTRE I, aparece como uma ótima opção, ocupando o segundo lugar na classificação final.

Novamente, para a Situação 2, o método ELECTRE apresenta um elevado número de empates, quando comparado com os outros dois métodos.

De forma diferente, o método ELECTRE incluí as alternativas 2, 5 e 16 no grupo daquelas de maior atratividade, o que não acontece nas classificações dos outros dois métodos.

Os três métodos descartam todas as alternativas que contêm ações destinadas a incentivos industriais de alta tecnologia.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os métodos ELECTRE I e II, Programação de Compromisso e Analítico Hierárquico possibilitam, através da análise multiobjetivo, a consideração simultânea dos aspectos sociais, ambientais e econômicos no complexo contexto decisório dos comitês de gerenciamento de bacia hidrográfica.

Além dos dados quantitativos, mensuráveis e avaliados através de variáveis contínuas, os métodos utilizados possibilitam a consideração da subjetividade, permitindo a introdução dos aspectos qualitativos do processo decisório, através de variáveis discretas, por meio de escalas adequadas de avaliação.

Os três métodos referidos foram estudados e aplicados a uma matriz de avaliação de um caso complexo, com vinte decisores e vinte e sete alternativas de solução avaliadas sob quinze critérios, com quatro estruturas de peso relativos.

Foi estabelecida como meta maior o *desenvolvimento sustentável* de uma bacia hidrográfica, através da consideração de três estratégias básicas: *equidade social*, *preservação ambiental* e *crescimento econômico*.

O aspecto da subjetividade, inerente ao julgamento humano, foi levado em conta na fase de estabelecimento dos pesos relativos dos critérios de avaliação, através da utilização do método Analítico Hierárquico, por meio da verificação da consistência e revisão dos julgamentos.

A análise também foi realizada para um segundo cenário, tendo sido admitidas duas situações para o contexto decisório.

A Situação 1, com direcionamento prioritário dos recursos financeiros na forma de incentivos fiscais para investimentos industriais de alta tecnologia.

Uma Situação 2, configurada como possível cenário futuro, caracterizado pela mudança na política de aplicação do recursos financeiros públicos, dirigidos para o benefício social direto e imediato, através do aumento da oferta de empregos, do aumento da produção agrícola e da melhoria das condições de saúde da população.

A alternativa 20, composta pelas ações de intervenção de estímulo aos empreendimentos de mão-de-obra intensiva, de implantação de sistemas de tratamento de efluentes e de investimentos para a implantação de áreas irrigadas, foi classificada como a *solução mais robusta*, para as duas situações.

Diante do cenário que constitui a Situação 2, resultaram alijadas do processo decisório todas as alternativas que possuem ações de incentivo aos empreendimentos industriais de alta tecnologia.

A análise de sensibilidade foi realizada para três ponderações dos critérios de avaliação, além dos pesos originais: ênfase social, ênfase ambiental, e ênfase econômica.

Através das classificações obtidas, através dos três métodos utilizados e de forma consistente, foram separadas do conjunto as alternativas de maior atratividade e descartadas as de menor atratividade, para cada situação.

O baixo índice de correlação (IR médio 0,630), encontrado na comparação das classificações, pode ser justificado pelo elevado número de alternativas de solução

considerado no caso estudado, pelas avaliações muito semelhantes e porque os métodos utilizam funções de análise com lógicas muito diferentes.

As considerações que seguem, resultaram do estudo e aplicação dos três métodos apresentados para a solução do caso formulado.

- a) O método ELECTRE é baseado no conceito de dominância entre as alternativas de solução, a partir de relações de preferências estabelecidas.

É adequado para a solução de problemas com alternativas exclusivamente discretas, pois não depende de dados quantitativos na análise.

Tem sua aplicação limitada diante de problemas complexos, porque perde informação ao longo do processo, devido ao baixo poder de discriminação.

Como a lógica do ELECTRE admite a intransitividade, gerando muitos empates, a análise de sensibilidade pode induzir a conclusões equivocadas na verificação da *robustez* das soluções no processo classificatório. Também por esse motivo, diante de problemas complexos como o caso estudado, a aplicação desse método produz o agrupamento de soluções.

De forma isolada e diferentemente dos outros dois métodos, as classificações resultantes da aplicação do ELECTRE incluíram no grupo daquelas de maior atratividade, as alternativas 3 e 6 na Situação 1 e as alternativas 2, 5 e 13, na Situação 2.

A lógica do método é tema para analistas, com certa complexidade e de difícil assimilação e entendimento para cenários com múltiplos decisores, heterogêneos,

apresentando dificuldades para a agilidade operacional e interação, indispensáveis no âmbito dos nossos comitês de gerenciamento de bacia hidrográfica.

A utilização do ELECTRE I para a redução do conjunto (*filtragem*) das soluções, através da separação das alternativas *não – dominadas*, pode eliminar alternativas importantes do processo decisório.

No caso estudado, para exemplificar, a alternativa 23, eliminada no ELECTRE I, acabou sendo resgatada como uma ótima opção, ocupando o 3º lugar na classificação final, para a Situação 1 e a 2ª posição na Situação 2.

Por outro lado, a fixação dos parâmetros de concordância ( $p$ ) e discordância ( $q$ ), normalmente feita de forma aleatória, depende da estrutura das matrizes de concordância e discordância, recomendando-se o estabelecimento com base na média e desvio-padrão dos valores dos elementos das referidas matrizes, como foi mostrado para o caso estudado.

- b) O método da Programação de Compromisso é ágil, de fácil visualização gráfica e propicia a interação entre avaliistas e decisores ao longo do processo decisório.

Dentre os valores 1, 2 e  $\infty$  normalmente adotados para quantificar o valor que os decisores conferem aos desvios máximos, surge como mais adequado o uso de  $s = 2$ , por conferir um conceito vetorial ao peso.

O método possibilita uma classificação quantificada, com grande poder de discriminação, o que pode ser obtido através do aumento da precisão no processamento do cálculo matemático da proximidade da *solução ideal* na estrutura do modelo.

- c) O Método Analítico Hierárquico baseia-se na análise matricial, sendo o menos passível de manipulação de dados e o único que dispõe de um meio de verificar a consistência dos julgamentos e revisá-los.

Essa revisão de julgamento, quando necessária, deve ser conduzida de forma criteriosa e com cautela por parte dos analistas, para que o processo não seja transformado em mero ajuste matemático na busca da consistência.

Parece-nos o método de mais fácil assimilação e entendimento por parte dos decisores, mesmo em número elevado e de qualificação heterogênea.

A demonstração do uso de matrizes quadradas de comparação paritária, para exemplos simplificados, podem ser um meio altamente esclarecedor e produtivo.

O método propicia, através da interação, a indução à revisão de julgamentos com o entendimento do processo, propiciando minimização de possíveis *lobbies*.

Também possibilita a classificação por níveis hierárquicos, aqui exemplificada na fase de ponderação dos critérios de avaliação do caso estudado.

Esse método também possui alto poder de discriminação no processo classificatório, através do aumento da precisão matemática no cálculo do vetor de prioridades.

Pelo exposto, fica confirmada a aplicabilidade dos métodos da Programação de Compromisso e Analítico Hierárquico para a solução de problemas multiobjetivo complexos na Gestão das Águas.

Por outro lado, ficou demonstrado que há restrições à aplicação do método ELECTRE para a solução de problemas complexos na presença de múltiplos objetivos e

critérios de avaliação sob ponderação variada na presença de vários decisores e quando há um elevado número de alternativas de solução, avaliados por medidas contínuas e discretas.

As dificuldades, aqui encontradas e superadas, ensejam à pesquisa e desenvolvimento de métodos mais ágeis e de assimilação facilitada, sustentados por aplicativos computacionais simplificados e disponibilizados para o contexto decisório da Gestão das Águas.

Por outro lado, é importante ressaltar as limitações do trabalho apresentado.

As técnicas de análise multiobjetivo foram aplicadas a matrizes de avaliação previamente estabelecidas.

Na realidade, as matrizes de avaliação representam um dos resultados do importante processo de estruturação do problema, que deve anteceder à aplicação das técnicas de análise multiobjetivo.

Outro aspecto importante diz respeito à análise multiobjetivo sob incerteza, em função da aleatoriedade de eventos inerentes ao contexto decisório na Gestão das Águas.

Tanto a fase de estruturação dos problemas, como a análise sob incerteza não foram abordados por não fazerem parte do objeto da presente dissertação.

Fica a recomendação para o desenvolvimento de estudos e pesquisas com maior alcance e profundidade sobre esses relevantes aspectos.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, S. B., BOND N. S., 1991. Metodologia para seleção de alternativas de divisão de queda no estudo de inventário hidrelétrico da bacia do Rio Doce. Anais do IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) V 2, pag 482-490.
- BALTAR, A. M., NETTO, O.M.C., 1998. Métodos multicritério aplicados à hierarquização de investimentos na área de recursos hídricos. Simpósio internacional sobre Gestão de Recursos Hídricos. (Anais) Gramado-RS.
- BALTAR, A. M., NETTO, O.M.C., 1998. Análise de sensibilidade em hierarquização de projetos. O caso do Electre II. Simpósio Internacional sobre Gestão de Recursos Hídricos. (Anais) Gramado-RS.
- BARBOSA, P. S. F., 1997. O emprego da análise multiobjetivo no gerenciamento dos recursos hídricos. Água em Revista. n 8, pag 42-46.
- BENAYOUN, J., MONTGOLFIER, J., TERGNY, J., 1971. Linear Programing with Multiple Objective Functions: Step Method (STEM). Mathematical Programming I. Pag. 366 – 375.

- BOGARDI, J. J., DUCKSTEIN, L., 1992. Interactive multiobjective analysis embedding the decision maker's implicit preference function. Water Resources Bulletin. V 28, pag 75-88.
- BRAGA, B. P. F., ROCHA, J. M. M., 1988. Localização do Pólo Petroquímico do Rio de Janeiro - uma análise multiobjetivo. Revista Águas e Energia Elétrica. São Paulo, V 5 , n 13, pag 54-60.
- BRAGA, B. P. F., Jr 1985. Análise de decisão para seleção de modelos de previsão de vazões. Revista Brasileira de Engenharia. Caderno de Recursos Hídricos, Rio de Janeiro, V 3, n3, pag 53-66.
- BRAGA, B. P. F., 1987. Técnicas de otimização e simulação aplicadas em sistemas de recursos hídricos: modelos para gerenciamento de recursos hídricos. V 1 , Coleção ABRH - Recursos Hídricos.
- BRAGA, B. P. F., MARCELLINI, L., BARROS, M. T. L., ALMEIDA, S. B., 1991. Análise de decisão multiobjetivo. O caso do vale do Rio Doce. IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) V 2, pag 501-510.
- BUFFET, P., GRÉMY, J. P., MARC, M., SUSSMANN, B. [1975?] Peut-on Choisir en Tenant Compt de Critères Multiples ? Une Méthode (ÉLECTRE) et Trois Applications (B). SEMA. Pag. 283-17.
- CANEPA, E. et al. 1994. Experiência de Gerenciamento dos Recursos Hídricos no Rio Grande do Sul. O Comitê Gravataí. A Água em Revista. Rio de Janeiro, RJ, nº 02 . Pág. 15-30.

- COHON, J. L., MARKS, D. H., 1975. A review and evaluation of multiobjective programming techniques. Water Resources Research. V 11, n 2, pag 208-220.
- COHON, J., MARKS, D. H., 1973. Multiobjective Screening Models and Water Resource Investment. Water Resources Research. V. 9, N. 4. Pag. 826-836.
- CORDEIRO NETTO, Oscar de Moraes. 1991. Métodos multicritério aplicados ao planejamento de recursos hídricos: o caso da escolha de um sítio de barragem de regularização no sudeste da França: parte 1. Garonne (FR). Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. P. 327-337.
- DUCKSTEIN, L., OPRICOVIC, S., 1980. Multiobjective optimization in river basin development. Water Resources Research. Washington, V 16 n 1, pag 14-20.
- FRICKE, G.T., NOUR, E. A., SINGER, E. M., 1989. Análise multicriterial da bacia do rio Piracicaba, através das metodologias Electre I e II. XV Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. (Anais) Pag 193-213.
- GERSHON, M., DUCKSTEIN, L., MCANIFF, R., 1982. Multiobjective river basin planning with qualitative criteria. Water Resources Research. V 18 n 2. Pag 193-202.
- GERSHON, M., DUCKSTEIN, L., 1984. A procedure for selection of a multiobjective technique with application to water and mineral resources. Applied Mathematics and Computation. V 14, pag. 245-271.

- GOBBETTI, L. C., 1993 Análise Multiobjetivo Aplicada ao Planejamento de Sistemas de Recursos Hídricos. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica USP.
- GOBBETTI, L. C., BARROS, M. T. L., 1994. Análise multiobjetivo aplicada aos sistemas de recursos hídricos. Revista Latino-Americana de Hidráulica. São Paulo, N 9, pag 317-326.
- GOBBETTI, L. C., BARROS, M. T. L., 1995. Análise multiobjetivo aplicada aos sistemas de recursos hídricos. O método Electre III. XI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) Pag. 135-140.
- GOICOECHEA, A., DUCKSTEIN, L., FOGEL, M. M. 1976., Multiobjective programming in watershed management: a study of Charleston watershed. Water Resources Research. Washington, V 12 n 6.
- GOICOECHEA, A., STAKHIV, E. Z., L. I. F., 1992. Experimental evaluation of multiple criteria decision models for application to water resources planning. Water Resources Bulletin. Bethesda, AWRA. V 28 n 1.
- GOICOECHEA, A., DUCKSTEIN, L. FOGEL, M. M., 1979. Multiple Objectives under Uncertainty: an Illustrative Application of Protrade. Water Resources Research. Washington, Vol. 15, N2 . Pag. 203-210.
- HAIMES, Y. Y., HALL, W. A., 1974. Multiobjectives in water resources systems analysis: the surrogate worth trade-off method. Water Resources Research. Washington, V 10, n 4 , Pag 615-624.

- HARBOE, R., 1992. Multiobjective decision making techniques for reservoir operation. Water Resources Bulletin. Bethesda, V 28, n 1, pag 103-110.
- HARRIS, V., SINGER, E. M., 1991. Reduzindo a subjetividade na ponderação de critérios na análise multicriterial para recursos hídricos. IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) V 2 pag 585-593.
- HIPEL, K. W., 1992. Multiple objective decision making in water resources. Water resources bulletin. Bethesda AWRA. V 28 n 1, pag 3-12.
- KEENEY, R. L., WOOD, E. F., 1997. An illustrative example of the use of multiattribute utility theory of water resources planning. Water Resources Research. Washington, V 13 n 4. Pag 705-712.
- K O. S., FONTANE, D. G., LABADIE, J. W., 1992. Multiobjective optimization of reservoir systems operation. Water Resources Bulletin. Bethesda AWRA. V 28 n 1. Pag 111-127. Jan/Fev.
- KRZYSZTOFOWICZ, R., CASTANO, E. , FIKE, R. L., 1977. Comment on "A review and evaluation of multiple objective programming techniques "by Jared Cohon and David Marks. Water Resources Research. Washington, V 13 n 3. Pag. 690-694.
- LABADIE, J. W., KO, S. K., FONTANE, D. G. 1992 Multiobjective Optimization of Reservoir Systems Operation. Water Resources Bulletin. AWRA. V 28 n 1 Pag 111-127.

- LANNA, A. E. L., 1997. Disciplina de Planejamento dos Recursos Hídricos. O Tratamento da Incerteza em Sistemas de Recursos Hídricos. PPG/IPH/UFRGS.
- LANNA, A. E. L., 1998. Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento dos Recursos Hídricos. Cap 1: Introdução . ABRH. Editora da UFRGS.
- LOUIE, P. W. F., WILLIAM, G., YEH, ASCE M., HSU N. S., 1984. Multiobjective Water Resources Management Plannings. Journal of Water Resources Planning and Management. New York, V.110, n1. Pag. 39-57, Jan.
- MONARCHI, D. E., KISIEL, C. C., DUCKSTEIN, L., 1973. Interactive multiobjective programming in water resources: a case study. Water Resources Research. Washington, V 9, n 4. Pag. 837-850.
- NETTO, O. M. C., ROCHE, P. A., 1991. Escolha de um projeto de barragem de usos múltiplos na bacia do rio Garonne na França. IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) V 2, pag 411-421.
- NETTO, O. M. C., PARENT, E., DUCKSTEIN, L., 1991. Métodos Multicritério Aplicados ao Planejamento de Recursos Hídricos: O caso da escolha de um sítio de barragem de regularização no sudeste da França. Parte I. (Anais) Pag. 327-337.
- PHILIP, J., 1972. Algorithms for the vector maximization problem. Mathematical Programming. Amsterdam, V 2, Pag. 207-229.

- PINEDA, M.D., LEITE, E.H., HAASE, J., SILVA, M.L., COBALCHIM, M.S., 1996. Qualidade das Águas do rio Gravataí. III Simpósio Italo-Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. (Anais) Gravataí – RS.
- PORTO, R. L., AZEVEDO, L. G.T., 1998 Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento dos Recursos Hídricos. Cap 2: Sistemas de Suporte a Decisões Aplicados a Problemas de Recursos Hídricos. ABRH. Editora da UFRGS.
- ROY, B., 1968. Classement et choix en presence de points de vue multiples. Revue française d'informaticque et de recherche operationelle. Paris, V 8, Pag 57-75.
- ROY, B., 1971. Problems and methods with multiple objective functions. Mathematical Programming. Amsterdam, n 1, V 15. Pag 234-281.
- ROY, B., SLOWINSKI,R., TREICHEL,W., 1992. Multicriteria programming of water supply for rural areas. Water Resources Bulletin. Bethesda V 28 n 1 . Pag 13-31, Jan/Fev.
- SAATY, T. L., 1977. A scaling method for priorities in hierarchical structures. Journal of Mathematical Psychology. New York, V 15, pag 234-281.
- SAATY, T. L., 1980. The Analytic Hierarchy Porcess . New york. McGraw-Hill. 283 pag.
- SCHAFFER, A ., 1999. Estudo da distribuição dos índices de concordância e discordância do método ELECTRE. Porto Alegre. PUCRS.

- SIMONOVIC, S. P., 1998 A Systems Approach to Criative Water Resources Engineering. IWRA-ABRH-CTH-USP. Workshop Internacional. SP.
- SHAMIR, U., 1983. Experiences in multiobjective planning and management of water resources systems. Hydrological Sciences Journal. Wallingford, V 28, pag 77-92.
- SINGER, E. M., HARRIS, V., 1991. Reduzindo a Subjetividade da Ponderação de Critérios na Análise Multicriterial para Recursos Hídricos. Anais do IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. V 2 pag 493-499.
- SINGER, E. M., HARRIS, V., 1991. Determinação de sítios potenciais para aproveitamentos hidrelétricos reversíveis através de análise multicriterial. IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais) V 2, pag 493-499.
- TECLE, A., 1992. Selecting a multicriteria decision making technique for watershed resources management. Water Resources Bulletin. Bethesda, V 28 n 1, pag. 129-140, Jan/Fev.
- TEIXEIRA, A. C., BARBOSA, P. S. F., 1995. Avaliação multicriterial de alternativas de projetos de barragens de uso múltiplo. XI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. (Anais), Recife: ABRH. V 3, pag 73-77.
- WOLDT, W., BOGARDI, I., 1992. Ground water monitoring network design using multiple criteria decision making and geostatistics. Water resources Bulletin. Bathesda, V 28 n 1. Pag 45-62, Jan/Fev.
- ZELNY, M., 1973 Multiple Criteria Decision Making. University of South Carolina. Press Columbia.

## ANEXO

### Exemplo simplificado de aplicação do Método ELECTRE I e II

Problema : classificação das águas (*enquadramento*) de um manancial hídrico (CONAMA 20/86), com base em quatro usos possíveis (critérios).

#### Matriz de Avaliação

Usos (objetivos = critérios)	3.5 P e s o s	Classes (alternativas)				
		IV	III	II	I	E
1. abastecimento doméstico após tratamento convencional	2	6	7	8	7	0
2. Irrigação (orizicultura)	3	5	8	7	5	0
3. Mineiração de carvão	2	5	8	7	8	0
4. Preservação ambiental	3	3	5	7	8	7

0 significa uso não compatível

*Índices de concordância:*

$$C_{i,j} = \frac{\sum \left[ w(k') + \frac{1}{2} w(k'') \right]}{\sum w(p)}$$

$w(k')$  = pesos dos critérios sob os quais  $i > j$

$w(k'')$  = pesos dos critérios sob os quais  $i = j$

$w(p) = \text{pesos de todos os critérios}$

Por exemplo, o índice de concordância entre as classes III e I:

$$C_{m,i} = \frac{(3 + \frac{2}{2} + \frac{2}{2})}{10} = 0,50$$

### Matriz de concordância

3.5.1.1	Clas ses	IV	III	II	I	E
3.5.1.2	IV	-	0,00	0,00	0,15	0,70
	III	1,00	-	0,50	0,50	0,70
	II	1,00	0,50	-	0,80	0,85
	I	0,85	0,50	0,20	-	0,70
	E	0,30	0,30	0,15	0,30	-

*Índices de discordância:*

$$D_{(i,j)} = \max_{k \in (j > i)} \left[ \frac{Z(j,k) - Z(i,k)}{R^*} \right]$$

$(j > i)$  conjunto onde a alternativa  $j$  é preferida à alternativa  $i$ .

$k$  = critérios sob os quais  $j > i$

$Z(j,k)$  = avaliação da alternativa  $j$  sob o critério  $k$

$Z(i,k)$  = avaliação da alternativa  $i$  sob o critério  $k$

$R^*$  : o maior valor numérico de amplitude das escalas

### Escala Numérica

(matriz de avaliação nessa escala)

Uso	Escala numérico	Avaliação									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0 – 135	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
2	0 – 090	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
3	0 – 126	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126
4	0 – 216	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216

Por exemplo, o índice de discordância entre as classes III e II:

Critério 1 : 
$$D_{(III,II)} = \frac{120 - 105}{216} = 0,07$$

Critério 4 : 
$$D_{(III,II)} = \frac{144 - 96}{216} = 0,22$$

Valor máximo: 
$$D_{(III,II)} = 0,22$$

#### Matriz de discordância

3.5.1.3 <i>Classes</i>	IV	III	II	I	E
3.5.1.4 <i>IV</i>	-	0,22	0,44	0,33	0,78
3.5.1.5 <i>II</i>	0,00	-	0,22	0,11	0,22
<i>I</i>					
<b>II</b>	0,00	0,11	-	0,11	0,00
<b>I</b>	0,00	0,19	0,11	-	0,11
<b>E</b>	0,42	0,48	0,55	0,52	-

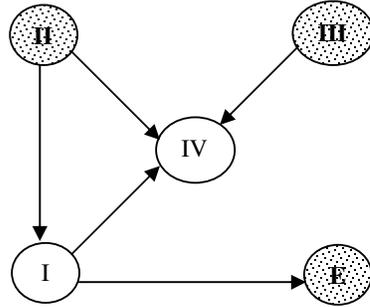
Admitindo que os decisores fixem, por exemplo,  $p = 0,6$  (concordância mínima) e  $q = 0,2$  (discordância máxima).

Temos para o núcleo do ELECTRE I (índices = nós = que atendem simultaneamente).

(III,IV)      (II,IV)      (I,IV)      (II,I)      (I,E)

Com as conseqüentes relações de preferência (dominância)

III > IV      II > IV      I > IV      II > I      I > E



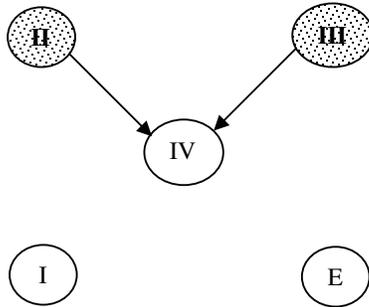
Núcleo (não-dominadas) III e II

### ELECTRE II

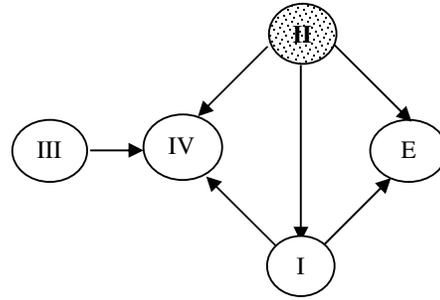
Admitindo que os decisores fixem valores mais estritos, fazendo:

Para preferência forte  $P_F$   $p = 0,9$   $q = 0,2$

Para preferência fraca  $P_f$   $p = 0,7$   $q = 0,5$



Preferência forte ( $P_F$ )



Preferência fraca ( $P_f$ )

### CLASSIFICAÇÃO PROGRESSIVA

1ª\_iteração

Conjunto C    III    II    I    E

Explicação

no gráfico  $P_F$ , as

classes que não recebem setas.

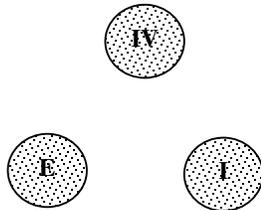
Conjunto A III II

no gráfico  $P_f$ , as

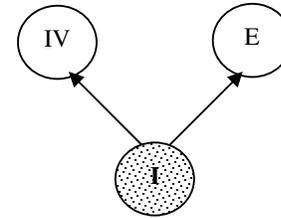
classes do conjunto C que não recebem setas.

Classificadas em 1º lugar: Classes III e II

2ª iteração: são retiradas dos gráficos  $P_F$  e  $P_f$  as classificadas em 1º lugar



Preferência forte ( $P_F$ )



Preferência fraca ( $P_f$ )

Conjunto C IV I E

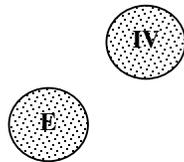
Classes que não recebem setas no gráfico  $P_f$ .

Conjunto A I

Classe do conjunto C que não recebe seta no gráfico  $P_f$ .

Classificada em 2º lugar: Classe I

3ª iteração: Retira-se dos gráficos  $P_F$  e  $P_f$  a classificado em 2º lugar



Preferência forte  $P_F$



Preferência fraca  $P_f$

Conjunto C IV E

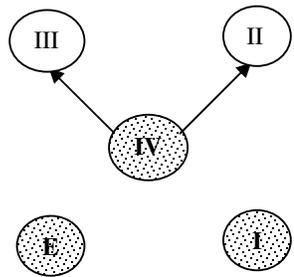
Classes que não recebem setas em  $P_f$ .

Conjunto A            IV    E            Classes do conjunto C que  
 não recebem setas em  $P_f$

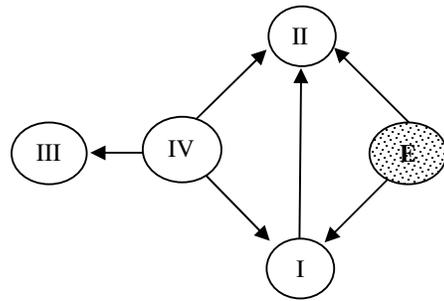
Classificados em 3º lugar: Classes IV e E

**CLASSIFICAÇÃO REGRESSIVA:**

Inverte-se as setas nos gráficos  $P_F$  e  $P_f$



Preferência forte  $P_F$



Preferência fraca  $P_f$

1ª iteração:

Conjunto C            IV    I    E

Conjunto A            IV    E            1º lugar

2ª iteração:



	$P_f$				$P_f$
Conjunto C	III	II	I		
Conjunto A	III	I			2º lugar

3ª iteração:

				
	$P_F$		$P_f$	
Conjunto C	II			
Conjunto A	II			3º lugar

### CLASSIFICAÇÃO FINAL

<i>Classe</i>	<i>Classificação Progressiva</i>	<i>Classificação Regressiva (invertida)</i>	3.5.1.6	Média	<i>Classificação Final</i>
II	1	1	1		1º lugar
III	1	2	1,5		2º lugar
I	2	2	2		3º lugar
IV	3	3	3		4º lugar
E	3	3	3		4º lugar

O Manancial seria enquadrado na **Classe II**