

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Análise Poroelástica Não Linear do Vane Test em Regime de  
Fluxo Transiente**

**Adrien Fayolle**

Porto Alegre  
2016

ADRIEN FAYOLLE

**ANALISE POROELASTICA NÃO LINEAR DO VANE TEST  
EM REGIME DE FLUXO TRANSIENTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia.

Porto Alegre  
2016

### CIP - Catalogação na Publicação

Fayolle, Adrien

Análise Poroelástica Não Linear do Vanet Test em Regime de Fluxo Transiente / Adrien Fayolle. -- 2016. 159 f.

Orientadora: Samir Maghous.

Coorientadora: Felipe Schaedler de Almeida.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2016.

1. Ensaio de palheta em campo. 2. Poroelásticidade não linear. 3. Fluxo transiente. 4. Curvas características de drenagem. I. Maghous, Samir, orient. II. Schaedler de Almeida, Felipe, coorient. III. Título.

**ADRIEN FAYOLLE**

**ANÁLISE POROELÁSTICO NÃO LINEAR DO VANE TEST  
EM REGIME DE FLUXO TRANSIENTE**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 27 de junho de 2016

**Samir Maghous**

Dr. pela Ecole Nationale des Ponts et  
Chaussées, FR  
Orientador

**Felipe Schaedler de Almeida**

Dr. pela UFRGS

Co-orientador

**Carlos Torrs Formoso**

Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Rodrigo Rossi (UFRGS)**

Dr. pela UFSC

**Fernando Schnaid (UFRGS)**

Dr. pela Universidade de Oxford, UK

**Américo Campos Filho (UFRGS)**

Dr. pela USP

**Gracieli Dienstmann (UFRGS)**

Dr. pela UFRGS

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus orientadores, Professores Samir Maghous e Felipe Schaedler de Almeida pela orientação, dedicação e paciência.

À minha colega Gracieli Dienstmann com quem o projeto começou, obrigado pela contribuição neste trabalho e na divulgação dos resultados.

Aos professores da PPGEC-UFRGS pela formação dada ao longo do mestrado.

Aos colegas do mestrado e do CEMACOM pelo trabalho em equipe, ajuda e apoio durante a realização do mestrado.

Aos meus pais e família pelo apoio, obrigado por acreditar em mim.

A minha namorada Alice Einloft Brunnet pelo apoio e a paciência nos momentos mais difíceis durante o mestrado.

A CAPES que me concedeu a bolsa de estudos sem a qual não esse mestrado não poderia ter sido realizado.

O sucesso é ir de fracasso em fracasso sem perder o seu  
entusiasmo.

*Winston Churchill*

## RESUMO

FAYOLLE, A. Análise poroelástica não linear do *Vane Test* em regime de fluxo transiente. 2016. Dissertação (Mestrado em Estrutura) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O ensaio de palheta de campo em material siltoso levanta problemáticas relacionadas à sua execução e à interpretação dos resultados. O presente trabalho apresenta uma modelagem em poroelasticidade do ensaio de palheta. O modelo de ensaio é definido pelo problema de rotação de um cilindro infinito em um solo poroso. A solução do problema é buscada adotando um comportamento poroelástico não linear fictício tal que a resposta é localmente equivalente àquela do comportamento plástico perfeito. O modelo considera que a rotação do cilindro gera deformações volumétricas não desprezíveis e que a solução fechada de poropressão é garantida por um módulo de cisalhamento equivalente. As soluções do campo de tensões e deformações descritas por equações analíticas são obtidas numericamente por meio do método de diferenças finitas. O modelo é avaliado através de uma comparação com os resultados de simulação em elementos finitos e de solução do modelo com o uso de software de álgebra computacional. Os critérios de Tresca e de Drucker-Prager são considerados nas avaliações. As condições de drenagem foram estudadas através da curva característica de drenagem no espaço grau de drenagem  $U$  versus velocidade normalizada  $V$ . A influência da rigidez e da resistência do material sobre o fenômeno de dissipação foram interpretados no mesmo espaço  $U \times V$ . Também foi demonstrado que a dissipação é sensível à definição da zona de influência. O parâmetro numérico de discretização do domínio para o método de diferenças finitas para a obtenção de resultados de boa precisão foi identificado. O modelo foi aplicado para a modelagem do ensaio de palheta em resíduo de zinco e para a interpretação dos resultados desse ensaio. Demonstrou-se que o modelo proposto permite a identificações dos padrões de ensaio que garantem os comportamentos desejados, além de possibilitar o estudo da sensibilidade do processo de dissipação em relação à rigidez e resistência do material.

**Palavras-chave:** poroelasticidade não linear; fluxo transiente; ensaio de palheta em campo; curvas característica de drenagem.

## ABSTRACT

FAYOLLE, A. Non-linear elastic analysis of vane test in a transient flow regime. 2016. Dissertação (Mestrado em Estrutura) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The Field Vane Test in silty materials raises problematics related to its execution and interpretation of results. The work presents a model for the vane test based on poroelasticity. The modeling of the test is characterized by the problem of the rotation of an infinite cylinder in a porous soil. The solution of the problem is sought by adopting a fictitious non-linear poroelastic behavior such that the answer is locally equivalent to the one corresponding to a perfect plastic behavior. The revised model assumes that rotation of the cylinder does generate volumetric deformation which one is not negligible and the close form of solution for pore pressure is guaranteed by an equivalent shear modulus. The solutions of stresses and displacement field are obtained numerically using the finite difference method. The model is evaluated for materials characterized by two criteria Tresca and Drucker-Prager through a comparison of results obtained by simulation in finite element model and by simulation using computer algebra software. The drainage conditions have been studied through the drainage characteristic curve  $U \times V$ . The influence of the stiffness and strength of the material on the dissipation phenomena were interpreted in the same space  $U \times V$ . It was also demonstrated that the dissipation process is sensitive to the definition of the influence zone. The numerical parameters to obtain good precision results were identified. The model was applied to the modeling Vane Test in zinc residue and the interpretation of experimental results. It has been shown that the proposed model allows the identification of test patterns that ensures the desired drainage behavior and allows the study of the sensitivity of the dissipation process for stiffness and strength of the material.

**Key-words:** nonlinear poroelasticity; transient flow; Field Vane Test; drainage characteristic curves

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>20</b>
1.1. JUSTIFICATIVA DE REALIZAÇÃO DO TRABALHO .....	20
1.2. OBJETIVOS.....	21
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	22
<b>2. ENSAIO DE PALHETA .....</b>	<b>23</b>
2.1. INTRODUÇÃO AO ENSAIO DE PALHETA .....	23
2.1.2. Determinação da resistência ao cisalhamento não drenado.....	26
2.1.3. Estudo dos fatores de influência para interpretação dos resultados. ....	27
2.2. APLICAÇÃO DO ENSAIO DE PALHETA PARA SOLOS NÃO CONVENCIONAIS. ....	31
2.3. CONCEITO DA POROMECANICA.....	37
2.3.1. Deformações do esqueleto sólido .....	38
2.3.2. Problemas do fluido no meio poroso .....	40
2.3.3. Relações tensão-deformação-pressão .....	43
2.4. MODELAGEM DO ENSAIO DE PALHETA EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR: UMA PRIMEIRA ABORDAGEM.....	45
2.4.1. Modelo caracterizando o ensaio de palheta .....	45
2.4.2. Discussão sobre resultados .....	54
2.4.3. Crítica do modelo.....	55
<b>3. MODELO POROELASTICO NÃO LINEAR DO ENSAIO DE PALHETA.....</b>	<b>56</b>
3.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES .....	57
3.2. PROBLEMA DE DIFUSÃO .....	60
3.3. ESTRATÉGIA E MÉTODO NUMÉRICO DE RESOLUÇÃO.....	64

3.3.1. Algoritmo geral.....	65
3.3.2. Método de diferença finita: breve revisão .....	66
3.3.3. Integração numérica das equações de equilíbrio .....	71
<b>4. ANÁLISE NUMÉRICA: CRITÉRIO DE TRESCA .....</b>	<b>76</b>
4.1. CONCEITOS PRELIMINARES .....	76
4.1.1. Critério de ruptura de Tresca .....	76
4.1.2. Métodos para avaliação do modelo .....	78
4.2. AVALIAÇÃO DO MODELO .....	80
4.2.1. Distribuição de tensão e poropressão.....	81
4.2.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro.....	85
4.3. INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ.....	88
4.3.1. Distribuição de tensão e poropressão.....	89
4.3.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro.....	91
4.4. INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE SOBRE A POROPRESSÃO.....	92
4.5. EFEITO DO RAIO DE INFLUÊNCIA.....	96
4.6. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NUMÉRICOS .....	101
4.6.1. Influência da discretização.....	101
4.6.2. Influência do número de termos na função da poropressão .....	103
4.7. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	106
<b>5. ANÁLISE NUMÉRICA: CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER.....</b>	<b>108</b>
5.1. CONCEITOS E INFORMAÇÕES PRELIMINARES.....	108
5.1.1. Critério de Drucker-Prager .....	108
5.1.2. Método para avaliação do modelo .....	110
5.2. AVALIAÇÃO DO MODELO .....	111
5.2.1. Avaliação do método de diferenças finitas.....	114
5.2.2. Avaliação do modelo poroelástico não linear.....	117

5.3. INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ.....	121
5.3.1. Distribuição de tensão e poropressão.....	122
5.3.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro.....	124
5.4. INFLUÊNCIA ÂNGULO DE ATRITO.....	125
5.4.1. Distribuição radial de tensão e poropressão .....	126
5.4.2. Evolução da poropressão e da variação de tensão na superfície do cilindro.....	128
5.5. Influência da velocidade sobre a poropressão .....	130
5.6. Efeito do raio de influência.....	133
5.7. Considerações gerais.....	136
<b>6. INTERPRETAÇÃO DE UM ENSAIO DE PALHETA EM CAMPO. 137</b>	
6.1. CARACTERIZAÇÃO DE RESÍDUO DE ZINCO POR ENSAIO .....	137
6.1.1. Caracterização do resíduo de zinco por ensaio de laboratório .....	138
6.1.2. Caracterização do resíduo de zinco por ensaio de campo .....	141
6.2. MODELAGEM DO ENSAIO DE CAMPO.....	144
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 149</b>	
7.1. CONCLUSÃO .....	149
7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	152

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Apresentação dos resultados de ensaio de palheta (EDEN,1966): a) comparação do Vane teste em campo e em amostra, b) comparação do ensaio em campo e em amostra de tubo e bloco. ....	24
Figura 2.2: Equipamento para o ensaio de palheta in-situ (Ortigão e Collet 1987) .....	26
Figura 2.3: Efeito de tempo de espera (Flaate 1966).....	29
Figura 2.4: Efeito de tempo de espera (Roy e LeBlanc 1986) .....	29
Figura 2.5: Efeito taxa de rotação sobre a resistência (Roy e Leblanc 1986) .....	30
Figura 2.6: Efeito do tempo sobre o torque (Blight 1968) .....	32
Figura 2.7: Curva característica de drenagem (Blight, 1968).....	34
Figura 2.8: Curvas características de drenagem (Bedin, 2006).....	37
Figura 2.9: Idealização macroscópica do meio poroso.....	38
Figura 2.10: Modelo geométrico simplificado (Dienstmann 2015) .....	46
Figura 3.1: Modelo geométrico simplificado .....	56
Figura 3.2: Fluxograma do programa de resolução .....	66
Figura 3.3: Discretização e notações para o método de diferença finita .....	67
Figura 4.1: Representação do comportamento não-linear adotando o critério de Tresca .....	77
Figura 4.2: Elemento CPE8RP .....	79
Figura 4.3: Malha em elementos finitos utilizada para a análise (Dienstmann 2015).....	79
Figura 4.4: Distribuições radiais de poropressão $\alpha_{max} = 0.18^\circ$ .....	82
Figura 4.5: Distribuições de poropressão para diferentes condições de drenagem.....	83
Figura 4.6: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante .....	84
Figura 4.7: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante .....	85
Figura 4.8: Relação poropressão-deformação na superfície do cilindro .....	86
Figura 4.9: Relação tensão cisalhante-deformação na superfície do cilindro .....	87
Figura 4.10: Distribuição de poropressão na configuração ND, PD e TD .....	89
Figura 4.11: Distribuição radial de tensão cisalhante nas três condições de drenagem .....	90
Figura 4.12: Evolução da poropressão com a deformação desviadora.....	91
Figura 4.13: Evolução variação de tensão cisalhante com a rotação do cilindro para diferentes condições de drenagem.....	92
Figura 4.14: Curva de drenagem para diferentes modelos.....	93
Figura 4.15: Curva característica de drenagem para material de diferentes rigidezes .....	94

Figura 4.16: Curva característica de drenagem para material de diferentes rigidezes com a nova velocidade normalizada .....	95
Figura 4.17: Distribuição radial de poropressão para $a/R=100$ .....	99
Figura 4.18: Distribuição radial de poropressão para $a/R=50$ .....	99
Figura 4.19: Distribuição radial de poropressão para $a/R=25$ .....	99
Figura 4.20: Curva característica de drenagem para diferente definição da zona de influência .....	100
Figura 4.21: Distribuição radial de poropressão, na configuração não drenada, para $a/R$ usando uma serie com números de termos diferentes na função de poropressão.....	101
Figura 4.22: Evolução da poropressão para discretização diferente: ND e PD.....	102
Figura 4.23: Evolução da variação da tensão cisalhante para discretização diferente: ND e PD .....	102
Figura 4.24: Evolução de deformação desviadora e módulo de cisalhamento na superfície do cilindro durante a rotação .....	103
Figura 4.25: Evolução da poropressão na superfície do cilindro .....	104
Figura 4.26: Evolução da variação de tensão cisalhante na superfície do cilindro .....	104
Figura 4.27: Curva de drenagem para diferentes números de termos da poropressão .....	105
Figura 5.1: Representação do comportamento não-linear adotando o critério de Drucker-Prager.....	110
Figura 5.2: Distribuição radial (em kPa) de poropressão (a) e de variação de tensão cisalhante (b) para diferentes velocidades ( $s=25$ ) para pe-MDF .....	113
Figura 5.3: Poropressão e variação de tensão cisalhante em função de $\varepsilon_d$ para diferente velocidade (pe-MDF) .....	114
Figura 5.4: Distribuição radial da poropressão para diferentes termos na serie.....	115
Figura 5.5: Distribuição radial da variação da tensão cisalhante (em kPa) $s=1$ .....	115
Figura 5.6: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante $s=2$ .....	116
Figura 5.7: Poropressão em relação à deformação desviadora para os dois modelos poroelástico não lineares .....	116
Figura 5.8: Relação tensão-deformação para os dois modelos poroelástico não lineares.....	117
Figura 5.9: Distribuição radial de poropressão para diferente modelo.....	118
Figura 5.10: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes velocidades .....	119
Figura 5.11: Histórico da poropressão na superfície do cilindro.....	120

Figura 5.12: Histórico de variação de tensão cisalhante na superfície do cilindro .....	120
Figura 5.13: Distribuição radial da poropressão para diferentes rigidezes.....	122
Figura 5.14: Distribuição radial de variação da tensão cisalhante para material de rigidezes diferentes .....	123
Figura 5.15: Evolução da poropressão para diferentes rigidezes .....	124
Figura 5.16: Relação tensão cisalhante deformação para diferentes rigidezes.....	125
Figura 5.17: Distribuição radial de poropressão para diferentes angulo de atrito.....	127
Figura 5.18: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes ângulos de atrito.....	127
Figura 5.19: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes ângulos de atrito $v=0.00001\text{mm/s}$ .....	128
Figura 5.19: Evolução poropressão na superfície da palheta .....	128
Figura 5.20: Relação tensão cisalhante deformação.....	129
Figura 5.21: Curva de drenagem para diferente modelo .....	130
Figura 5.22: Curvas de drenagem para materiais de diferentes rigidezes .....	131
Figura 5.23: Curva de drenagem para diferentes rigidezes .....	132
Figura 5.24: Curva de drenagem para diferentes ângulos de atrito .....	133
Figura 5.25: Distribuições radiais tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para $a/R=25$ ...	134
Figura 5.26: Distribuições radiais de tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para $a/R=50$ .....	134
Figura 5.27: Distribuição radiais de tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para $a/R=100$ .....	135
Figura 5.28: Curva de drenagem para diferentes razões $a/R$ .....	135
Figura 6.1: Localização da Juiz de Fora(Hlenka, 2012).....	137
Figura 6.2: Localização dos ensaio de palheta (Hlenka, 2012).....	138
Figura 6.3: a) Pesos específico e b) teor de umidade (Hlenka, 2012).....	139
Figura 6.4: Parâmetros de adensamento estação PZC02 (Hlenka, 2012).....	141
Figura 6.5: Ensaio de palheta Estação PZC02 profundidade 4m (Hlenka, 2012).....	141
Figura 6.6: Resultados dos ensaios de palheta (Hlenka 2012) .....	142
Figura 6.7: Resultados de resíduo de zinco em relação a V (Hlenka, 2012).....	143
Figura 6.8: Curva característica de drenagem para o resíduo de zinco: (Hlenka 2012).....	144
Figura 6.9: Histórico da tensão desvio normalizada para diferentes razões $a/R$ .....	146
Figura 6.10: Curvas de drenagem do modelo poroelástico não linear e experimentais para resíduo de zinco .....	147

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Parâmetros constitutivos do material.....	80
Tabela 4.2: Parâmetros constitutivos dos materiais.....	88
Tabela 4.3: Revisão da definição de a/R (Dienstmann, 2015) .....	97
Tabela 5.1: Parâmetros constitutivas do material .....	112
Tabela 5.2: Parâmetros constitutivas do material de diferente modulo de cisalhamento.....	121
Tabela 5.3: Parâmetros constitutivos dos materiais de diferentes ângulos de atrito .....	126
Tabela 6.1: Comparação percentual dos ensaio de granulometria (Hlenka2012).....	140
Tabela 6.2: Índice compressibilidade Hlenka (2012).....	140
Tabela 6.3: Parâmetros constitutivos para a modelagem do material .....	145

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos romanos:

$A$	Constante de integração
$a$	Raio de influência
$B$	Constante de integração
$b$	Coefficiente de Biot
$\underline{\underline{C}}$	Matriz constitutiva
$c_v$	Coefficiente de consolidação vertical
$c_h$	Coefficiente de consolidação horizontal
$c_f$	Coefficiente de difusão
$C_i$	Constante de equação de fluxo
$d$	Diâmetro de palheta
$div$	Divergente
$E$	Módulo de Young
$e_0$	Índice de vazio inicial
$f(r)$	Função de deslocamento rotacional
$G$	Módulo de cisalhamento
$G_{\max}$	Módulo de cisalhamento máximo
$G_0$	Módulo de cisalhamento inicial
$G_{eq}$	Módulo de cisalhamento equivalente
$Gap$	Módulo de cisalhamento aproximado
$G_i$	Módulo de cisalhamento discretizado
$g(r)$	Função de deslocamento radial
$H$	Altura de palheta

$h$	Tamanho do intervalo de discretização
$h$	Limite de tração isotrópica Drucker-Prager
$I_r$	Índice de rigidez
$J$	Jacobiano
$J_0$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 0
$J_1$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 1
$K$	Modulo de deformação volumétrica
$K_s$	Modulo de deformação volumétrica do grau constitutivo do solo
$K_w$	Modulo de deformação volumétrica da agua
$k$	Condutividade hidráulica do meio isotrópico
$k_{cis}$	Resistência ao cisalhamento
$M$	Módulo de Biot
$M_{cs}$	Inclinação da linha de estado crítica
$m$	Varição da massa fluida
$N$	Número de discretização
$n$	Porosidade Lagrangiana
$p$	Poropressão
$p_0$	Poropressão inicial
$p, p'$	Tensão média total e efetiva
$p'_0$	Tensão média total e efetiva inicial
$p_{c,0}$	Tensão de consolidação inicial
$q$	Vetor de permeabilidade
$q$	Tensão desvio
$R$	Raio de palheta
$r$	Distância radial

$r_0$	Massa específica do meio poroso
$r_i$	Distância radial discretizada
$S_u$	Resistência ao cisalhamento
$tr$	Traço
$T$	Tempo normalizado de ensaio
$T_{\max}$	Torque Máximo
$T$	Coefficiente de atrito Drucker Prager
$t$	Tempo
$U$	Grau de drenagem
$U_{Torque}$	Grau de drenagem relacionado ao torque
$u$	Excesso de poropressão
$u_0$	Excesso de poropressão inicial
$u_{\max}$	Máximo poropressão
$V$	Velocidade normalizada de ensaio
$V_0$	Torque medido com uma duração de ensaio de 0,1 min
$V_1$	Torque medido com a maior duração de ensaio
$V_t$	Torque medido com duração intermediária de ensaio
$V_{\infty}$	Torque medido com duração grande de ensaio
$v$	Velocidade de ensaio
$Y_0$	Função de Bessel de segunda espécie de ordem 0
$Y_1$	Função de Bessel de segunda espécie de ordem 1
$\underline{w}$	Vetor de fluxo

*Símbolos gregos:*

$\alpha$	Ângulo de rotação
$\alpha_n$	Soluções da equação das condições de contorno hidráulicas do problema de fluxo
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tensor de deformações
$\underline{\underline{\varepsilon}}_d$	Tensor desviador de deformações
$\varepsilon_d$	Módulo de tensor desviador de deformações
$\varepsilon_v$	Deformação volumétrica
$\varepsilon_{ref}$	Deformações de referência
$\phi$	Porosidade Euleriana
$\phi_0$	Porosidade Euleriana inicial
$\phi$	Ângulo de atrito
$\gamma$	Peso específico
$\gamma_N$	Peso específico natural
$\gamma_w$	Peso específico da água
$\lambda$	Constante de Lamé
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Densidade
$\rho_0^s$	Massa específica inicial da matriz
$\rho_0^f$	Massa específica inicial do fluido
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor das tensões totais
$\underline{\underline{\Delta\sigma}}$	Tensor de variação das tensões
$\underline{\underline{\sigma}}'$	Tensor das tensões efetivas
$\underline{\underline{\sigma}}_0$	Tensor das tensões iniciais

$\underline{\underline{\sigma}}_d$	Tensor desviador de tensões
$\sigma_d$	Módulo do tensor desviador de tensões
$\sigma_m, \sigma'_m$	Tensão média total e efetiva
$\sigma_{rr}$	Tensão radial em coordenada cilíndrica
$\sigma_{\theta\theta}$	Tensão orthoradial em coordenada cilíndrica
$\sigma_{zz}$	Tensão vertical em coordenada cilíndrica
$\sigma_{r\theta}$	Tensão cisalhante em coordenada cilíndrica
$\tau$	Torque
$\tau_{\min}$	Torque mínimo
$\tau_{\max}$	Torque máximo
$\tau_{\max}$	Tensão cisalhante máxima
$\underline{\underline{\xi}}$	Campo de deslocamento
$d\Omega$	Volume infinitesimal do meio poroso
$d\Omega^p$	Volume infinitesimal dos poros conectados
$d\Omega_0$	Volume infinitesimal inicial do meio poroso

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo analisar os comportamentos de um solo submetido a um fluxo transiente, para descrever a interpretação de ensaio de palheta. A análise é baseada na teoria da poroelasticidade e é sustentada a partir de um modelo simplificado do ensaio. No presente capítulo serão descritos os aspectos que justificam o trabalho, bem como os objetivos e os capítulos da dissertação.

### 1.1. JUSTIFICATIVA DE REALIZAÇÃO DO TRABALHO

Em geotecnia, o ensaio de palheta é usado para determinar a resistência ao cisalhamento de um solo. As condições de drenagem durante a realização do ensaio para solos não convencionais (areia, silte,...) são importantes para a correta avaliação dos parâmetros a serem determinados. O estudo do Blight (1968) apresenta um padrão para a realização do ensaio de palheta para satisfazer a condição de drenagem. Esse trabalho estabelece o conceito de curvas características de drenagem, baseado sobre resultados empíricos, relacionando tempo ou velocidade normalizada a um grau de drenagem. Alguns estudos [Schnaid (2009), Gauer (2010), Hlenka (2012), Dienstmann(2015)] mostraram que o uso das velocidades padronizadas de rotação no ensaio de palheta não permite que sejam atingidas as condições de drenagem necessárias para a interpretação dos ensaios. As curvas características permitem definir tempos ou velocidades limites do ensaio, que garantem resistências totalmente drenadas ou não drenadas. Essa curva de drenagem é uma ferramenta que permite uma calibração para a realização do ensaio de campo. Os modelos que definem as curvas características foram revisados e discutidos por vários autores em trabalhos teóricos [MORRIS e WILLIAMS (2000), RANDOLPH e HOPE (2004)] ou experimentais [GAUER (2010), HLENKA (2012)] e buscam estabelecer uma relação entre os parâmetros do ensaio (Grau de drenagem, duração ou velocidade de ensaio) com os parâmetros constitutivos do material.

Na sua tese, Dienstmann (2015) propõe um modelo baseado sobre os princípios e hipóteses da teoria de expansão de cavidade [Vesic (1972), Randolph e Worth (1979), Carter e al.

(1979), Osman e Randolph (2012)]. O modelo proposto visa reproduzir os campos de tensões e deslocamentos, assim como a poropressão induzida durante um ensaio de palheta, apoiando-se sobre os princípios de fluxo de Biot (1941) e sobre a teoria da poroelasticidade. No mesmo trabalho, é apresentada uma verificação do modelo através de uma comparação com uma solução do problema usando o método dos elementos finitos e de uma tentativa de interpretação de ensaio de campo realizado em resíduo de zinco.

O presente estudo propõe um modelo aproximado para descrever o ensaio de palheta, levando em conta hipóteses que foram desconsideradas pelo modelo de Dienstmann (2015), como o efeito da deformação volumétrica. Elaborando um modelo que considera tanto os deslocamentos rotacionais produzidos pela rotação do cilindro quanto os deslocamentos radiais gerados pela dissipação da poropressão, o objetivo do estudo é determinar a influência dos parâmetros constitutivos do material sobre os resultados do ensaio de palheta. O modelo será avaliado através uma comparação com resultados de análise realizada por meio do método dos elementos finitos. Além disso, com o objetivo de avaliar a utilização do modelo como uma ferramenta para a interpretação dos resultados de ensaio, será realizada tentativa de interpretação das condições de drenagem dos resultados experimentais do ensaio de palheta em resíduo de zinco.

## 1.2. OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho consiste em desenvolver um modelo conceitual para caracterizar as tensões e os deslocamentos gerados durante o ensaio do Vane Test, permitindo uma melhor interpretação das condições de drenagem dentro das quais são realizados os ensaios. Os objetivos específicos são:

- Desenvolver um modelo para caracterizar a consolidação gerada pela rotação de um cilindro no solo. O cilindro é uma modelagem geométrica simplificada da palheta. O modelo propõe a descrição das tensões e deslocamentos reais decorrentes da rotação do cilindro estabelecido adotando dois critérios de falha diferentes: Tresca e Drucker-Prager.

- Desenvolver, usando a linguagem de programação Fortran 90, um programa que permita resolver numericamente o problema de consolidação baseado no modelo.
- Verificação do modelo através de uma comparação com resultado obtido usando outros métodos de resolução do problema (solução em Maple<sup>®</sup>, elementos finitos).
- Realizar uma análise paramétrica e analisar a influência dos parâmetros numéricos sobre os resultados de simulação do ensaio de palheta
- Avaliar o modelo através de uma tentativa de interpretação de resultados de ensaio de palheta em resíduo de zinco.

### 1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No **capítulo 2**, é apresentada uma revisão bibliográfica em relação a compreensão dos modelos usados ao longo de trabalho. Também são enunciados os critérios utilizados na interpretação das condições de drenagem durante o ensaio de palheta.

No **capítulo 3** é feita a apresentação do modelo desenvolvido para a modelização do ensaio de palheta através a rotação de um cilindro submetido aos desolamentos rotacional no solo. Ao final do capítulo são discutidos os critérios de distribuições da poropressão inicial.

No **capítulo 4**, são apresentados os resultados de simulações do problema levando em conta o critério de ruptura de Tresca.

De maneira semelhante o capítulo 4, simulação do problema é efetuada adotando o critério de ruptura de Drucker-Prager no **capítulo 5**.

Uma tentativa de interpretação do ensaio do campo é realizada no **capítulo 6** com ajuda do modelo desenvolvido neste estudo.

No **capítulo 7**, são expostas as conclusões sobre os resultados do trabalho realizado e são indicados os trabalhos futuros necessários para o procedimento de desenvolvimento do estudo.

## 2. ENSAIO DE PALHETA

No presente capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica. Primeiramente, é feita uma breve revisão do uso do ensaio de palheta em campo. Em um segundo lugar, expõem-se os parâmetros relacionados ao ensaio de palheta que influenciam na interpretação dos resultados. Na última parte, os modelos que permitem a interpretação das condições de drenagem durante o ensaio são revisados.

### 2.1. INTRODUÇÃO AO ENSAIO DE PALHETA

Na engenharia geotécnica, é necessário conhecer as propriedades mecânicas dos solos. A resistência não drenada ao cisalhamento ( $S_u$ ) é um dos parâmetros característicos dos solos. Diversos tipos de ensaios, realizados em laboratório ou em campo, permitem determinar a resistência não drenada: ensaio de compressão não confinada, ensaio de compressão triaxial não drenada, ensaio de palheta, chamada de *Vane Test* na literatura internacional, em laboratório ou em campo.

No trabalho de Eden (1966), apresenta-se uma comparação entre os ensaios em campo e em laboratório, ou seja, em amostra de solo. O estudo realizado por Eden (1966) tem por objetivo demonstrar que o ensaio de palheta em campo para a determinação da resistência não drenada é tão relevante quanto os ensaios em laboratório. Na introdução do trabalho, o autor justifica o uso do ensaio de palheta em campo (ou *in-situ*) pelas vantagens práticas que ele tem sobre os ensaios em laboratório. O ensaio em campo permite evitar o relaxamento das tensões e a deterioração da amostra. Além disso, a sua realização é de custo menor do que os ensaios sobre amostra.

A comparação apresentada por Eden (1966) é baseada em ensaios realizados em quatro lugares diferentes, com solos apresentando características mecânicas diferentes. Na primeira área, são realizadas medidas de resistência não drenada para várias profundidades no solo argiloso (Leda Clay) através do ensaio de palheta em campo e do ensaio de compressão

confinada. Os resultados mostram que os valores de resistência obtidos com o ensaio de palheta são maiores do que os outros resultados (Figura 2.1 a). Porém, o estudo concluiu que o ensaio de palheta é confiável para medir a resistência em cisalhamento não drenado do solo. O segundo ensaio é realizado em um lugar onde o solo é uma argila muito estratificada. O autor realizou vários ensaios de palheta em campo a fim de verificar a reprodutibilidade do teste. O terceiro experimento compara as resistências da argila sobreadensada obtidas pelo ensaio de palheta no campo, em amostras de tubo e, também, de bloco. Observa-se que as resistências não drenadas obtidas para o ensaio em campo e ensaio em laboratório utilizando amostra indeformada (Figura 2.1 b). Esse resultado mostra que os dois primeiros ensaios não são adaptados para essa zona com um solo sobreadensado.

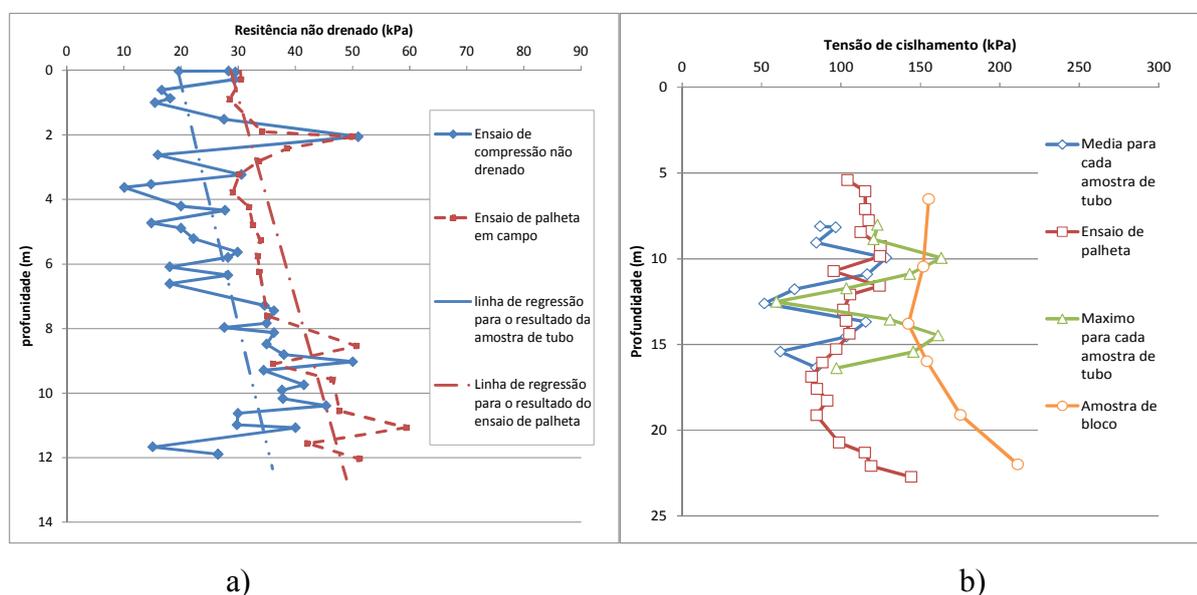


Figura 2.1: Apresentação dos resultados de ensaio de palheta (EDEN,1966): a) comparação do Vane teste em campo e em amostra, b) comparação do ensaio em campo e em amostra de tubo e bloco.

O estudo demonstrou que o ensaio em campo é confiável para determinar a resistência não drenada para solos argilosos moles. Após a comparação com outros tipos de ensaio e a breve contextualização do ensaio de palheta em campo, os procedimentos e o equipamento usado serão descritos na próxima seção.

### 2.1.1. Equipamento e processo de ensaio

Como anteriormente enunciado, o ensaio de palheta permite determinar a resistência ao cisalhamento não drenada, usualmente para as argilas, mas também para outros tipos de solo de granulometria mais grossa, como os solos siltosos. No trabalho de Chandler (1988), são descritos os equipamentos e os procedimentos padrão do ensaio, ou seja, os parâmetros mais usados para a aplicação do ensaio no solo argiloso.

O sistema é composto por uma palheta cruciforme (Figura 2.2) com as quatro lâminas perpendiculares entre si. A largura de duas lâminas corresponde geometricamente ao diâmetro da palheta. As dimensões características da palheta, seu diâmetro  $d$  e sua altura  $H$ , são relacionadas pela razão padrão  $H/d=2$ . Por serem utilizadas em diversos estudos, as dimensões da palheta de  $H=130$  mm e  $d=65$  mm podem ser consideradas como padrão para o ensaio.

O ensaio de palheta pode ser realizado em laboratório ou em campo. O seguinte procedimento padrão é utilizado para a realização do ensaio em campo. A primeira etapa consiste em introduzir a palheta no solo. Existem dois modos de inserção com: pré-perfuração ou sem perfuração. A pré-perfuração consiste em perfurar o solo com um diâmetro maior que o da palheta até 50 cm antes da profundidade de ensaio, depois a palheta é inserida no solo. No caso sem perfuração, o equipamento é inserido diretamente no solo com uma sapata de proteção da palheta até 50 cm antes da profundidade de ensaio e então a palheta sai da proteção até a distância desejada. Foi observado que o procedimento de inserção sem pré-perfuração apresenta melhores resultados que com pré-perfuração (SCHNAID; ODEBRECHT, 2012).

Depois da inserção, um tempo de espera é necessário antes do início da rotação da palheta (entre 1 e 5 minutos) para dissipar o excesso de pressão gerada pela inserção. As durações aceitáveis são definidas no trabalho de Blight (1968) e serão discutidas posteriormente. Nos trabalhos de Flaate (1966) e de Chandler (1988), é definida uma velocidade de rotação padrão da palheta de  $6^\circ/\text{min}$ , a Norma Brasileira (NBR 10905) considera essa velocidade como padrão para a realização do ensaio. A medição do torque diretamente no equipamento permite a determinação da resistência não drenada.

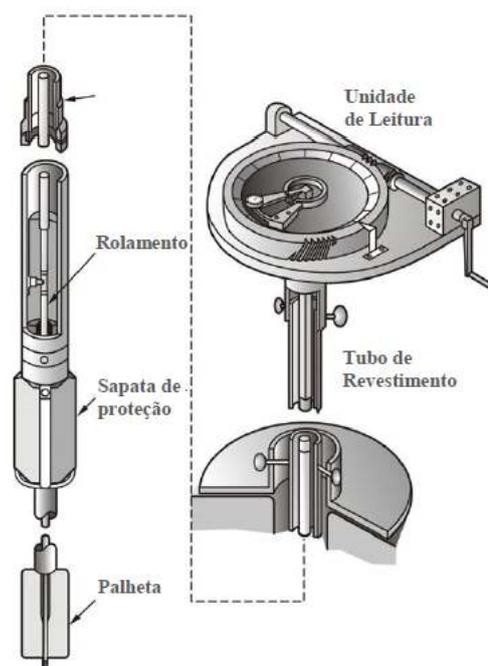


Figura 2.2: Equipamento para o ensaio de palheta in-situ (Ortigão e Collet 1987)

No caso em que se busca a resistência não drenada de um solo com granulometrias mais grossa do que a argila (solo siltoso), com o ensaio padrão, pode-se realizar drenagem parcial. Uma discussão sobre os modelos para a interpretação deste fenômeno será desenvolvida na seção 2.2.

### 2.1.2. Determinação da resistência ao cisalhamento não drenado

A determinação da resistência ao cisalhamento não drenada é diretamente relacionada ao torque medido durante o ensaio de palheta. Porém, é necessário definir algumas hipóteses as quais estão enunciadas no trabalho de Flaate (1966).

Em primeiro lugar, a resistência é determinada para condições não drenadas, então assume-se que não ocorre drenagem durante o ensaio. Segundo Blight (1968), algumas hipóteses são necessárias para calcular a resistência não drenada ao cisalhamento do solo siltoso e interpretar corretamente esses resultados. Em segundo lugar, considera-se que a inserção da palheta não gera consolidação antes do cisalhamento do solo. A zona de perturbação em torno da palheta não tem efeito sobre as propriedades do solo. Supõe-se que as resistências não

drenadas horizontais e verticais são iguais, para permitir a determinação da resistência com apenas um ensaio. Finalmente, é definido que a ruptura acontece ao longo da superfície da palheta.

O desenvolvimento da formulação da resistência não drenada ao cisalhamento é baseado sobre o fato de que a ruptura ocorre na superfície da palheta. Logo:

$$S_u = \frac{6T_{\max}}{7\pi d^3} \quad (2.1)$$

Onde  $T_{\max}$  é o torque máximo e  $d$  é o diâmetro da palheta.

Par avaliar essa medida é necessário estudar os parâmetros que podem influenciar a interpretação dos resultados.

### 2.1.3. Estudo dos fatores de influência para interpretação dos resultados.

Existem vários trabalhos na literatura que estudam os parâmetros que podem influenciar a medida e a interpretação dos resultados do ensaio de palheta. Nesta seção são apresentados alguns aspectos tais como a velocidade de rotação da palheta, a espessura das palhetas (Vane inserção), e também o lapso de tempos entre a inserção do *Vane Test* e a rotação.

Uma das consequências da variação da geometria da palheta é a alteração das perturbações geradas durante sua inserção no solo. No trabalho de Roy e Leblanc (1986), é estabelecido um coeficiente  $\alpha$  (ou coeficiente de remodelação) que relaciona essas perturbações à geometria da palheta ( $\alpha = 4e/\pi d$ , onde "d" e "e" são o diâmetro e a espessura da palheta, respetivamente). Os resultados apresentados no estudo mostram que quanto maior o coeficiente de remodelação  $\alpha$  maior é a resistência ao cisalhamento. Essa relação é linear e dependente do tipo de argila estudada. Cerato e Lutnegger (2004) realizam ensaio de palheta usando um diâmetro padrão de 65 mm, mas com espessura de palheta diferente (variando de 1,58 até 6,35 mm). Os ensaios para diferentes profundidades, em *Connecticut Valley Varved Clay*, mostram resultados semelhantes dos de Roy e Leblanc (1986), e conclui que a resistência não drenada ao cisalhamento é diretamente relacionada a espessura das palhetas.

Além disso, o parâmetro de espera entre a inserção da palheta e o início da rotação da palheta tem uma influência sobre a resistência ao cisalhamento. O trabalho de Flaate (1966) mostra que a inserção do *Vane Test* gera deformações na argila perto da palheta. Como a argila tem uma permeabilidade baixa, o fenômeno resulta em um aumento das tensões e um adensamento perto da palheta (figura 2.3). A existência de um fluxo de água provoca uma variação de tensões efetivas. Este fenômeno coloca em evidência a influência da variação de tensão efetiva sobre a resistência não drenada. Ensaio de palheta foram realizados em *Norwegian marine clay* para determinar a influência do tempo de espera. Os resultados mostram que a resistência não drenada ao cisalhamento para um tempo de 15 minutos é maior que aquela obtida para um tempo de espera padrão de três minutos. Depois de uma hora, o resultado volta a ser igual àquela medida para um tempo de três minutos. No entanto, observa-se que depois quatro até seis horas as medidas de resistência são novamente maiores. O autor não apresenta uma explicação exata para esse fenômeno, mas ele presume que é uma consequência dos efeitos de consolidação e de fluxo de água na argila, na região da palheta. Além disso, ele indica que esse parâmetro não ocorre para todos os tipos de argila.

O efeito do tempo de espera sobre a resistência foi investigado por Roy e Leblanc (1986), para ensaio de palheta em argila. Os ensaios são realizados para tempo de espera de 15 até 10 000 minutos para dois tipos de argila. Apresenta-se na figura 2.4 que para um tipo de argila a resistência ao cisalhamento aumenta de 20% depois de uma hora e o valor de resistência permanece igual para tempo superior. Para o segundo tipo de argila o aumento da resistência é de 17,5% depois de 5 horas de espera. Os autores interpretam esses resultados como a consequência da geração de excesso de pressão durante a inserção e da ocorrência de um mecanismo complexo de consolidação no contorno da palheta como entre outros: os efeitos tridimensionais ou a aderência do solo nas lâminas da palheta. Esses resultados concordam com as observações de Flaate (1966) e mostram que a consolidação tem um papel importante. São citados os estudos de Torstensson (1977) que realizou ensaios semelhantes para chegar às mesmas conclusões e explicou esse fenômeno de aumento da resistência por aderência do solo nas palhetas. Os diferentes estudos sobre os efeitos do tempo de espera nos ensaios de palheta realizado em campo para argilas, revistos no estudo de Chandler (1988), concluem que a resistência ao cisalhamento não drenada é influenciada pelo tempo de espera entre a inserção e o início da rotação.

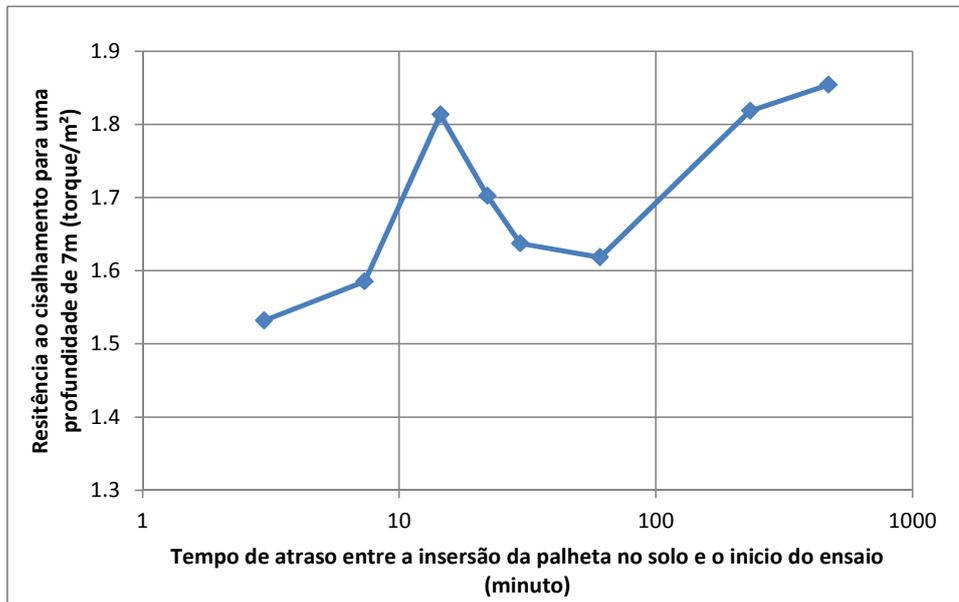


Figura 2.3: Efeito de tempo de espera (Flaate 1966)

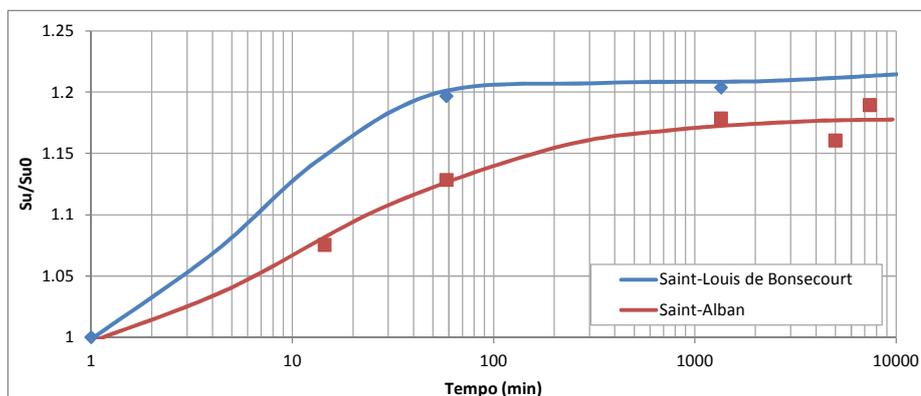


Figura 2.4: Efeito de tempo de espera (Roy e LeBlanc 1986)

O trabalho de Blight (1968) mostra que o fenômeno acontece também nos materiais siltosos. Como a permeabilidade para esse tipo de solo é alta, pode ocorrer drenagem parcial que influencia a interpretação da resistência. Uma interpretação de grau de drenagem durante o ensaio segundo Blight (1966) será definida na seção 2.2.

Os estudos do *Vane Test* também mostram que a taxa de rotação da palheta é um fator determinante para a avaliação dos resultados. Assim, no estudo de Roy e Leblanc (1986), são apresentados os resultados de ensaio de palheta em dois tipos de argila (Saint Louis de

Bonsacours e Saint Alban) para velocidades variando de de 0,1°/s até 2°/s. Na figura 2.5, observa-se que a resistência ao cisalhamento aumenta para as velocidades inferiores a taxa de 0,22°/s. No entanto, para velocidades superiores, a resistência não apresenta um acréscimo para um tipo de argila, quanto para o outro tipo a resistência aumenta levemente. Os autores indicam que o aumento da resistência com o decréscimo da velocidade é coerente, pois, o efeito produzido é semelhante àquele encontrado quando o tempo de espera aumenta. Existe um consenso que para valores baixos de velocidade de rotação há um aumento da resistência ao cisalhamento. Por outro lado, quando a velocidade aumenta, em certos materiais, pode ter um acréscimo da resistência devida ao efeito viscoso. Ou seja, é um fenômeno complexo que depende da variação dos padrões de velocidades utilizado em campo e das características de cada material.

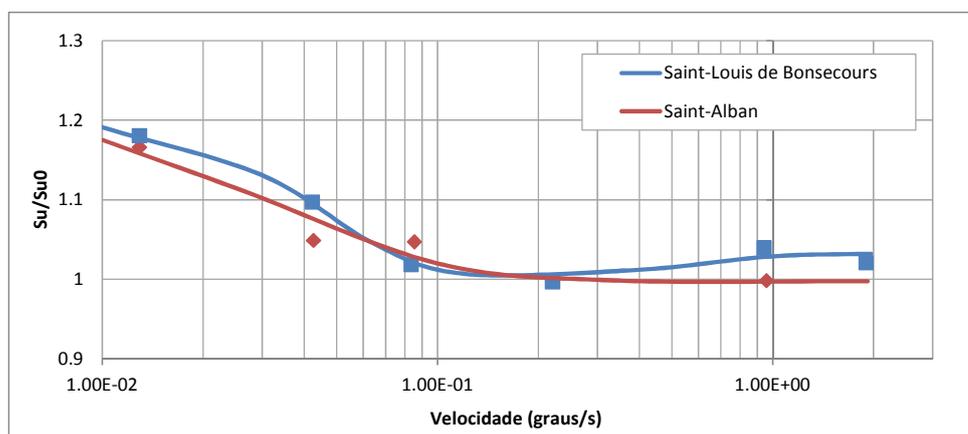


Figura 2.5: Efeito taxa de rotação sobre a resistência (Roy e Leblanc 1986)

Do mesmo modo, o efeito da velocidade de rotação sobre a resistência ao cisalhamento é abordado por Chandler (1988). No estudo, apresenta-se uma revisão dos conhecimentos fornecidos pela literatura correspondente a estes parâmetros [Torstensson (1977), Roy e Leblanc (1986)]. A influência da velocidade de rotação é relacionada a dois aspectos. O efeito viscoso é o primeiro aspecto que pode explicar o aumento da resistência ao cisalhamento com o aumento da velocidade de rotação. O autor indica que esse efeito pode ser ligado à velocidade de deformação cisalhante. O segundo é encontrado quando a argila tem um coeficiente de consolidação pequeno em relação a taxa de rotação da palheta, caso em que a consolidação ocorre durante o ensaio tendo maior influência sobre a medida da resistência. Chandler (1988) discute a influência da taxa de rotação sobre os valores de resistência obtida

por ensaio de palheta em argila sueca (Torstensson 1977). Os ensaios são realizados 14 horas depois da inserção do *Vane Test* com taxa de rotação variando de 200 até 0,0002 °/min. Os resultados mostram que a resistência ao cisalhamento decresce com a diminuição da taxa de rotação. Apesar dessa observação, conclui-se que ocorre drenagem durante o ensaio. Depois, esse estudo é comparado ao estudo do Roy e Leblanc (1986) onde é observada que a consolidação ocorre durante o ensaio e conseqüentemente a resistência ao cisalhamento aumenta.

Biscontin e Pestana (2001) estudaram o efeito da taxa de rotação sobre os resultados do ensaio. Para isso, ensaios foram realizados em laboratório em argila artificial, com velocidade de ensaio variando de 2°/min até 3000°/min. Os resultados mostram que a resistência ao cisalhamento é maior quanto maior a taxa de rotação da palheta. Os autores indicam que, para o ensaio realizado com palhetas de diâmetros pequenos, a drenagem pode ocorrer por causa de adensamento.

A compreensão dos efeitos que podem influenciar os resultados do ensaio é necessária para que se faça a melhor interpretação possível dos dados na determinação da resistência, e se permita avaliar a adaptabilidade ou não do ensaio ao problema estudado. Os estudos apresentados anteriormente trazem investigações sobre os parâmetros responsáveis por esses efeitos. O ensaio de palheta é geralmente usado para determinar a resistência dos solos argilosos, porém ele também é usado para medir a resistência em solo siltoso que possui uma permeabilidade maior que a argila, assim, os efeitos que influem sobre a resistência ao cisalhamento podem ser amplificados. Blight (1968) propõe um estudo sobre o ensaio de palheta em siltes para estudar esses fenômenos.

## 2.2. APLICAÇÃO DO ENSAIO DE PALHETA PARA SOLOS NÃO CONVENCIONAIS.

O ensaio de palheta em campo pode ser usado para a determinação da resistência ao cisalhamento dos solos siltosos. No entanto, como a permeabilidade desse tipo de solo é muito maior que a da argila, pode ocorrer drenagem durante o ensaio. Neste caso, é medida uma resistência pode ser totalmente drenada ou parcialmente drenada, o que torna necessário

definir os parâmetros de ensaio para determinar em qual condição de drenagem é realizada a medida. Ensaios de palheta em resíduo de ouro e fertilizante foram realizados (Blight 1968) para investigar os parâmetros do ensaio garantindo essas condições. A teoria é baseada na caracterização de um tempo suficientemente longo para permitir a dissipação da poropressão que ocorre pela inserção da palheta no solo. Nota-se que poropressões adicionais são geradas pela rotação da palheta.

Em primeiro lugar, Blight (1968) estuda a influência do tempo de espera entre a inserção da palheta e o início do ensaio. De maneira semelhante aos estudos em argila, ensaios foram realizados para tempo de espera de um minuto até uma hora (figura 2.6). Observa-se que os torques são sensivelmente iguais, para as medidas correspondente a um tempo variando de 1 até 60 minutos. No mesmo trabalho, outros resultados mostram que o torque medido acresce em 20% para tempo de espera superior a 24 horas.

Em um segundo lugar, o estudo investiga a influência da taxa de rotação da palheta na medida do torque. Os ensaios efetuados para um tempo de espera de um minuto e dimensões diferentes de palhetas mostram que o torque aumenta com o tempo até a ruptura, ou seja, quanto menor é a taxa de rotação maior é o torque. O autor explica esse fenômeno com o efeito de resistência viscosa e observa que quanto menor o diâmetro da palheta mais rápido ocorre a drenagem. Uma palheta, tendo um diâmetro maior, afeta um volume de solo maior, e dessa forma precisa de mais tempo para dissipar a poropressão no contorno da palheta. O autor conclui que o aumento da resistência é devido a um efeito viscoso.

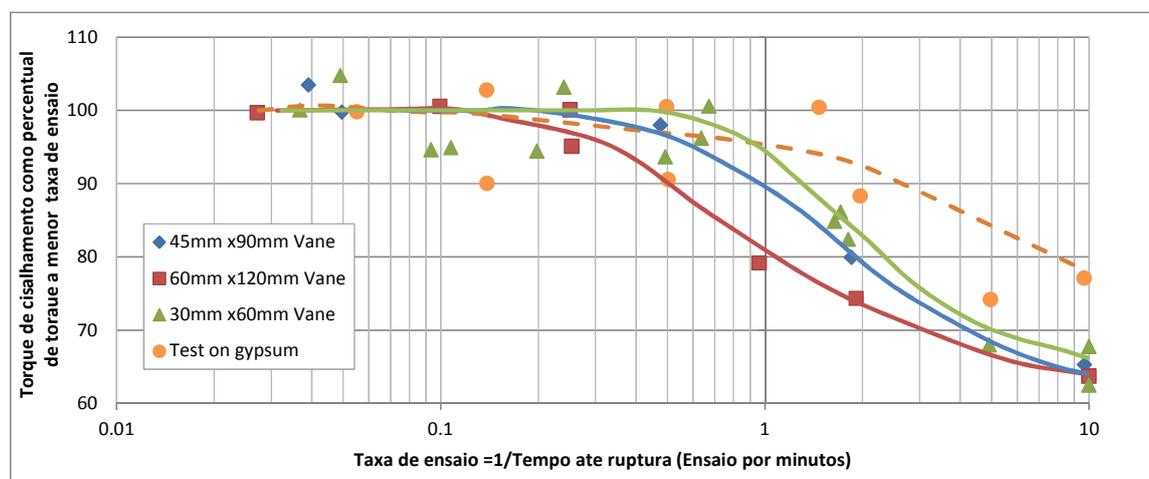


Figura 2.6: Efeito do tempo sobre o torque (Blight 1968)

Blight (1968) observou que a velocidade padrão não garante uma medida da resistência ao cisalhamento não drenado para os solos siltosos. Consequentemente, com objetivo de estudar o intervalo de tempo de duração de ensaio que caracteriza a transição entre o comportamento não drenado e drenado, Blight (1968) estabelece uma curva característica de drenagem empírica (Figura 2.7). Essa curva de drenagem relaciona um grau de drenagem  $U_{torque}$  com um tempo normalizado de ensaio  $T$ . Esses parâmetros são definidos tal que:

$$U_{torque} = \frac{V - V_0}{V_1 - V_0} \quad (2.2)$$

$$T = \frac{c_v t}{d^2} \quad (2.3)$$

Sendo  $U_{torque}$  o grau de drenagem obtido através de três torques  $V_1$ ,  $V_0$ ,  $V$  que são respectivamente os torques medidos, para o ensaio o mais lento, para o ensaio de uma duração de 0.1 minutos e para o ensaio de duração intermediária.  $c_v$  é o coeficiente de consolidação vertical do solo submetido ao ensaio,  $t$  é o tempo de duração do ensaio e  $d$  é a distância radial para a qual o solo é afetado pela palheta. Nota-se que o grau de drenagem ( $U$ ) e o tempo normalizada ( $T$ ) são definidos como grandezas adimensionais.

A curva característica de drenagem empírica (figura 2.7) mostra que existe um intervalo de tempo adimensional para o qual as resistências medidas corresponde a um comportamento de drenagem parcial  $0.02 \leq T \leq 1$ . Assim são determinados os limites de comportamento não drenado ( $T = 0.02, U \leq 5\%$ ) e totalmente drenado ( $T = 1, U \geq 95\%$ ).

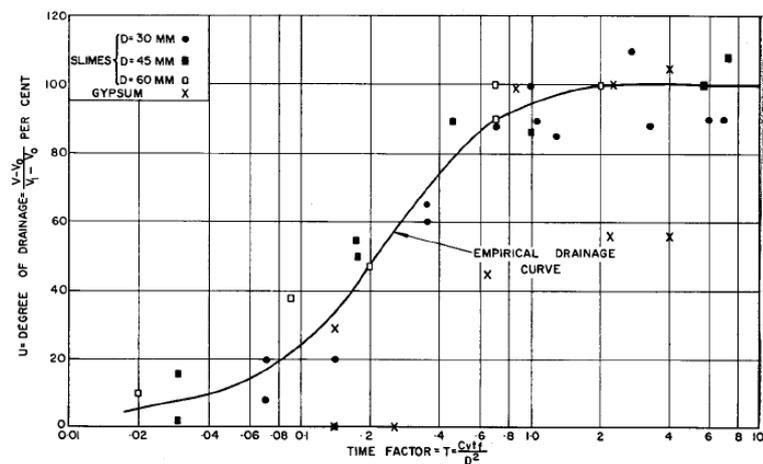


Figura 2.7: Curva característica de drenagem (Blight, 1968)

Neste mesmo estudo, Blight (1968) propõe um modelo teórico de processo de drenagem durante o ensaio de palheta. Antes de expressar essa teoria aproximada, as seguintes hipóteses são enunciadas no trabalho:

- Todas as poropressões geradas durante a inserção da palheta são dissipadas antes o início da rotação. Essa hipótese decorre dos efeitos de espera;
- A rotação da palheta ocorre dentro de uma esfera de influência. A poropressão é proporcional aos torques gerados pelo *Vane Test*.
- O torque aumenta uniformemente com o tempo de ruptura;
- O torque aumenta com o tempo de ruptura. Para uma condição não drenada, o excesso de poropressão cresce uniformemente até atingir um valor de  $u_0$  na ruptura. Quando a drenagem é possível, o excesso de poropressão cresce até um valor na ruptura que é inferior a  $u_0$ .
- No contorno da esfera de influência o excesso de poropressão é nulo e a poropressão é igual à poropressão hidrostática para qualquer tempo.

Após estas considerações, um modelo teórico aproximado é definido tal que o grau de drenagem ( $U$ ) é expresso por:

$$U = 1 - \frac{u_t}{u_0} \quad (2.4)$$

Onde o  $u_t$  e  $u_0$  são, respetivamente, os máximos de excesso de poropressão para qualquer raio no intervalo da zona de influência para os tempos  $t$  e  $0$ . O excesso de poropressão  $u_t$  é determinado resolvendo a equação governante do problema de fluxo. O tempo normalizado  $T$  é definido pela equação (2.3).

Esse modelo aproximado permite definir condições de drenagem necessárias para interpretação dos resultados do ensaio de palheta para caracterizar uma resistência em adequação com o problema estudado. No entanto, Morris e Williams (2000) apresentam uma revisão do modelo de Blight. Mesmo que alguns trabalhos desenvolvidos com o ensaio de palheta em campo citados na presente revisão suportem o uso do modelo de Blight, outros estudos apresentam resultados contraditórios. Os trabalhos mostram que o excesso de poropressão gerado pela inserção do Vane Test (mesmo com velocidades pequenas) persiste durante várias horas depois da inserção. Dessa forma, o estudo critica a hipótese sobre a dissipação proposta por Blight a. No trabalho de Morris e Williams (2000), uma revisão ao modelo de Bligh é proposta.

As hipóteses simplificadas propostas por Morris e Williams (2000) para revisar o modelo de Bligh (1968) são as seguintes:

- Um excesso de poropressão é gerado pela inserção da palheta dentro de uma zona de influência. O valor máximo do excesso é atingido no final da inserção da palheta;
- A poropressão na superfície da zona de influência é igual à poropressão preexistente para qualquer tempo. O limite da zona de influência é definido com a superfície de drenagem;
- O excesso de poropressão gerado pela rotação da palheta é desprezível em relação ao excesso devido à inserção.

A variação do excesso de poropressão durante o ensaio pode caracterizar o grau de drenagem. A formulação dos parâmetros  $U$  e  $T$  é igual à equação (2.4 e 2.3). No entanto, a expressão

teórica do máximo de excesso para qualquer tempo não é determinada do mesmo jeito. A equação definindo o excesso de poropressão, se caracteriza, resolvendo a equação governante do problema de fluxo, mas levando em conta uma condição inicial sobre a distribuição do excesso de poropressão gerada pela inserção da palheta.

Depois da revisão do modelo do Blight (1968), no estudo de Morris e Willams (2000), verifica-se a coerência do modelo revisto comparando as curvas teóricas obtidas com os valores experimentais. Da mesma maneira que para avaliar o modelo do Blight (1968), é necessário converter a equação (2.4) em termo de torque através da equação:

$$U_{torque} = \frac{V_t - V_0}{V_\infty - V_0} \quad (2.5)$$

onde  $V_1, V_0, V_\infty$  são, respetivamente, os torques medidos no ensaio de palheta para os tempos:  $t = t, t = 0, t = \infty$ .

O modelo desenvolvido por Blight (1968) se baseia em uma proposta, a qual supõe que o excesso de poropressão é totalmente dissipado antes do início da rotação da palheta. A revisão do modelo de Morris e William (2000) critica essa proposta. As curvas característica  $U \times T$  permite a determinação da duração do ensaio em relação ao grau de drenagem. Na literatura existem vários estudos discutindo a obtenção de curva de drenagem através do estabelecimento de uma relação entre  $U \times V$  para o ensaio do peizocone [Randolph e Hope (2004), Schnaid (2005), Bedin (2006), Gauer (2010), Hlenka (2012), Dienstmann (2015)], onde  $V$  é uma velocidade normalizada definida pela equação:

$$V = \frac{vd}{c_v} \quad (2.6)$$

sendo  $v$  a velocidade de rotação da palheta e  $d$  o diâmetro da palheta. Essa velocidade normalizada é utilizada também para estabelecer as curvas de drenagem para o ensaio de palheta (Figura 2.8).

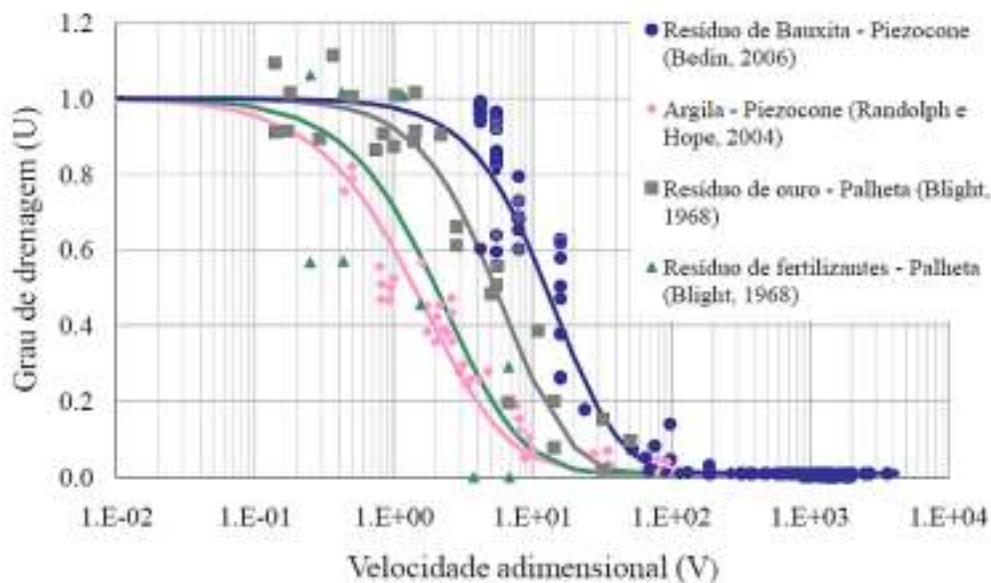


Figura 2.8: Curvas características de drenagem (Bedin, 2006)

Essa velocidade normalizada tem uma relação direta com o tempo, pois  $v = R\omega$  é definido como uma velocidade tangencial à palheta ligado com o raio da palheta  $R$  e a velocidade angular  $\omega$  (rad/s). Consequentemente a curva característica  $U \times V$  é equivalente a curva  $U \times T$  e permite uma determinação direta da velocidade de ensaio correspondente a um grau de drenagem. Em alguns estudos, a velocidade normalizada é expressa com o coeficiente de consolidação horizontal  $c_h$  de acordo com  $c_h = \frac{k_v}{k_c} c_v$  (Schnaid, 2012), onde  $k_v$  é a permeabilidade vertical e  $k_c$  é a permeabilidade horizontal.

### 2.3. CONCEITO DA POROMECANICA

A poromecânica define-se como o estudo do comportamento mecânico dos meios porosos drenados ou não. Na escala microscópica, um meio poroso é um meio heterogêneo composto por uma matriz sólida (ou esqueleto) e um conjunto de poros que podem ser interconectados ou oclusos. Considerando-se uma escala macroscópica, comumente utilizada na engenharia, o meio poroso pode ser descrito como a superposição de dois meios contínuos, sendo um esqueleto e um fluido intersticial. Ou seja, cada partícula da matriz sólida corresponde

geometricamente a uma partícula de fluido para um instante qualquer (Coussy, 2004) conforme ilustrado na Figura 2.9

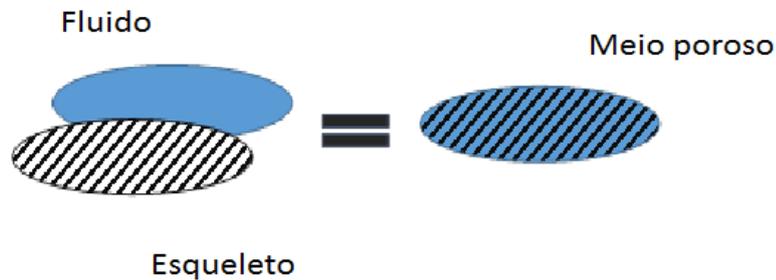


Figura 2.9: Idealização macroscópica do meio poroso

Estudar o comportamento mecânico de um meio poroso consiste em descrever as deformações do esqueleto e também a cinética do fluxo de água presente nos poros (Coussy, 2004). O comportamento do esqueleto pode ser definido pelos princípios da elasticidade enquanto que o fluxo de fluido é caracterizado por uma lei de fluxo: Lei de Darcy. A teoria que descreve o comportamento do meio poroso é chamada de poroelasticidade. A abordagem do trabalho é definida por uma configuração isotrópica das propriedades poroelásticas. O presente trabalho adotará as seguintes hipóteses: o meio poroso é considerado saturado (o fluido ocupa todos os poros) e definido em um ambiente isotérmico na qual não ocorre reação química entre o fluido e o esqueleto.

### 2.3.1. Deformações do esqueleto sólido

Como definida anteriormente, a matriz do meio poroso é sujeita a deformações que implicam em uma variação de volume que pode ser descrita em função da porosidade. A porosidade (Lagrangiana) é definida por:

$$\phi = \frac{d\Omega^p}{d\Omega} \quad (2.7)$$

Onde  $d\Omega$  é o volume infinitesimal do meio poroso e  $d\Omega^p$  é o volume infinitesimal dos poros conectados. A porosidade pode também ser definida para uma configuração euleriana:

$$\phi = Jn \quad (2.8)$$

Onde  $J$  é o jacobiano de deformação e  $n$  é a porosidade euleriana. O jacobiano relaciona o volume infinitesimal inicial do meio poroso  $d\Omega_0$  com o volume infinitesimal do estado atual  $d\Omega$  através a seguinte expressão:

$$d\Omega = Jd\Omega_0 \quad (2.9)$$

Na teoria da poroelasticidade as deformações podem admitir os critérios de pequenas perturbações ou das grandes deformações. Para que o meio poroso seja descrito como um meio poroelástico linear, as deformações do esqueleto devem satisfazer a hipótese das pequenas perturbações. Ou seja, devem ser suficientemente pequenas para que o critério seja aplicado. Para isso, as seguintes condições, sobre os deslocamentos  $\underline{\xi}$  e porosidade  $\phi$ , devem ser atendidas:

- Condição 1:  $\|\nabla\underline{\xi}\| \ll 1$ : As transformações do esqueleto se mantêm infinitesimais
- Condição 2:  $\left\|\frac{\underline{\xi}}{L}\right\| \ll 1$ : Os deslocamentos são muito menores que as dimensões características das estruturas (dimensões do esqueleto);
- Condição 3:  $\left|\frac{\phi - \phi_0}{\phi_0}\right| \ll 1$ : A porosidade sofre apenas pequenas variações;
- Condição 4:  $\left|\frac{\rho^f - \rho_0^f}{\rho_0^f}\right| \ll 1$ : A massa específica do fluido sofre apenas pequenas variações.

Na hipótese das pequenas perturbações, as configurações Lagrangiana e Euleriana podem ser fundidas, mas o conceito de deslocamento/transformação é pertinente apenas na configuração Lagrangeana (condição 2). Nesta condição de pequenas perturbações (condição 1), o tensor de Green-Lagrange ( $\underline{e}$ ) pode ser simplificado no tensor linearizado de deformação:

$$\underline{e} = \frac{1}{2}(\nabla\underline{\xi} + {}^t\nabla\underline{\xi} + {}^t\nabla\underline{\xi} \cdot \nabla\underline{\xi}) \rightarrow \underline{e} \approx \underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla\underline{\xi} + {}^t\nabla\underline{\xi}) \quad (2.10)$$

### 2.3.2. Problemas do fluido no meio poroso

Um meio poroso é descrito como um meio aberto tal que o fluido presente dentre os poros pode ser trocado com o exterior. Este problema de fluxo deve ser definido tal que o princípio da conservação da massa seja respeitado. Na sequência apresenta-se os conceitos que levam à equação que caracteriza a conservação da massa

#### 2.3.2.1. Lei de conservação da massa

Na configuração inicial,  $dM_0$  a massa de volume elementar  $d\Omega_0$  do meio poroso pode ser caracterizada em função da variação da porosidade:

$$dM_0 = r_0 d\Omega_0 \quad (2.11)$$

onde a massa específica do meio poroso na configuração inicial ( $r_0$ ), é definida por:

$$r_0 = \rho_0^s (1 - \phi_0) + \rho_0^f \phi_0 \quad (2.12)$$

Sendo  $\rho_0^s$  e  $\rho_0^f$  a massa específica inicial da matriz e do fluido.

Para uma configuração em um tempo qualquer  $t$ , a expressão se escreve, respetivamente:

$$dM = r d\Omega \quad (2.13)$$

Com  $r = \rho^s (1 - \phi) + \rho^f \cdot \phi$ . Pode-se definir uma variação de massa fluida  $m$  por unidade de volume entre a configuração inicial e uma configuração  $t$  pela seguinte relação:

$$dM = (r_0 + m) d\Omega_0 = dM_0 + m d\Omega_0 \quad (2.14)$$

As hipóteses formuladas de que não há variação de massa do esqueleto, implicam que:

$$\rho_0^s (1 - \phi_0) d\Omega_0 = \rho^s (1 - \phi) d\Omega \quad (2.15)$$

No contexto de pequenas deformações (condição 1) e usando a definição do jacobiano (2.9), tem-se  $d\Omega \approx d\Omega_0$  e conseqüentemente:

$$\rho_0^s (1 - \phi_0) = \rho^s (1 - \phi) \quad (2.16)$$

Igualando as equações (2.13) e (2.14) que caracteriza a massa infinitésima  $dM$ , tem-se:

$$(r_0 + m) d\Omega_0 = r d\Omega \quad (2.17)$$

Assim, pode-se escrever a expressão da variação da massa fluida do meio poroso:

$$m = r - r_0 \quad (2.18)$$

Substituindo  $r$  e  $r_0$  pelas equações de suas definições, chega-se a expressão da variação massa fluida em termos de massas específicas e de porosidades inicial e atual:

$$m = \rho^s (1 - \phi) + \rho^f \phi - \rho_0^s (1 - \phi_0) - \rho_0^f \phi_0 \quad (2.19)$$

Devido a conservação da massa do esqueleto (equação 2.16), a equação de variação da massa fluida por unidade do volume poroso é dado por:

$$m = \rho^f \phi - \rho_0^f \phi_0 \quad (2.20)$$

Usualmente a massa fluida que atravessa um sistema em um intervalo de tempo dado é definida pelo vetor de fluxo da massa  $\underline{w} = \underline{w}(\underline{x}, t)$  que é caracterizado por:

$$\underline{w}(\underline{x}, t) = \rho^f(\underline{x}, t) \underline{V}(\underline{x}, t) \quad (2.21)$$

Onde  $\underline{x}$  é o vetor posição e  $\underline{V} = \underline{V}(\underline{x}, t)$  é o vetor velocidade relativa do fluido em relação ao esqueleto  $\underline{V}(\underline{x}, t) = \phi(\underline{x}, t)(\underline{V}^f - \underline{V}^s)$ , também chamado de vetor de filtração ou velocidade de Darcy. Sendo definido o vetor de fluxo de massa, a variação da massa fluida ao longo do tempo é dado por:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\text{div} \underline{w} \quad (2.22)$$

Onde

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho^f \phi - \rho_0^f \phi_0) \quad (2.23)$$

Assim pode-se estabelecer a seguinte equação da conservação da massa segundo Biot (1972):

$$\frac{\partial}{\partial t} m + \frac{\partial}{\partial x_i} w_i = 0 \quad (2.24)$$

também pode ser escrito como:

$$\dot{m} + \text{div}(\underline{w}) = 0 \quad (2.25)$$

### 2.3.2.2. Lei de Darcy

Quando os efeitos gravitacionais são desprezados, a lei de Darcy define que a velocidade de filtração  $\underline{q}$  é função do gradiente de pressão:

$$\underline{q} = \frac{\underline{w}(\underline{x}, t)}{\rho^f} = -\underline{k} \cdot \nabla p \quad (2.26)$$

Onde  $\underline{k}$  é a condutividade hidráulica,  $p$  é a poropressão no meio poroso devido ao fluido. No caso isotrópico  $\underline{k} = k \cdot \underline{1}$ .

Substituindo (2.26) na equação da conservação da massa (2.24) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} m + \text{div}(\rho^f \underline{k} \cdot \nabla p) = 0 \quad (2.27)$$

Considerando  $\rho^f$  independente da posição:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m}{\rho^f} \right) = \underline{k} \cdot \nabla^2 p \quad (2.28)$$

Neste trabalho será utilizada a expressão corresponde seguinte:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \phi) = \underline{k} \cdot \nabla^2 p \quad (2.29)$$

Onde  $\Delta\phi = m/\rho^f$  obtido da equação (2.20) com  $\rho^f \approx \rho_0^f$  (incompressibilidade do fluido).

### 2.3.3. Relações tensão-deformação-pressão

Um problema em poroelasticidade é muito parecido com um problema em elasticidade. Ou seja, a solução é composta de deformações cinematicamente admissíveis e tensões estaticamente admissíveis.

Para um problema de elasticidade a relação constitutiva é dada por:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma_0}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.30)$$

Para um meio isótropo a equação (2.30) pode ser reformulada da seguinte forma:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \lambda \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.31)$$

Onde  $\underline{\underline{\Delta\sigma}}$  é a diferença das tensões,  $\underline{\underline{C}}$  é a matriz elástica e  $\lambda, K$  e  $G$  são os coeficientes de Lamé (correspondente, respetivamente, no primeiro coeficiente de Lamé e no módulo de cisalhamento).

Porém, no caso da poroelasticidade, a compressão do esqueleto implica em um aumento da poropressão no fluido e da forma oposta, um aumento da poropressão induz uma dilatação da matriz. Então, além da relação tensão-deformação presente na solução elástica, a solução de um problema de poroelasticidade leva em conta a pressão. Usa-se a adaptação do Biot (1941) para descrever as relações tensão-deformação e massa fluida:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma_0}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{B}} \Delta p \quad (2.32)$$

Sendo  $\underline{\underline{B}}$  o tensor de Biot. No caso de um meio isótropo a expressão pode ser reformulada como:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \lambda \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} - b \Delta p \underline{\underline{1}} \quad (2.33)$$

Onde  $b$  é o coeficiente de Biot. Essa equação corresponde à primeira equação de estado de um problema de poroelasticidade. Ela relaciona a diferença de tensões  $\Delta \underline{\underline{\sigma}}$  com as deformações infinitesimais  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  e a variação de poropressão  $\Delta p = p - p_0$ .

Para descrever o comportamento do meio poroso, é necessária mais uma equação de estado. Essa expressão estabelece a relação entre a variação da porosidade Lagrangiana ( $\Delta \phi = \phi - \phi_0$ ), a deformação volumétrica da matriz ( $tr \underline{\underline{\varepsilon}}$ ) e a variação de poropressão ( $\Delta p$ ) da seguinte forma:

$$\Delta \phi = b tr \underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{1}{M} \Delta p \quad (2.34)$$

Onde  $M$  é o módulo de Biot. As constantes de Biot são caracterizadas pelas duas expressões seguintes:

$$b = 1 + \frac{K}{K_s} \quad (2.35)$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} + \frac{\phi_0}{K_w} \quad \text{com} \quad \frac{1}{N} = \frac{b - \phi_0}{K_w} \quad (2.36)$$

Onde  $K, K_s, K_w$  são, respetivamente, os módulos de deformação volumétrica do esqueleto (ou seja, o módulo homogêneo de meio poroso drenado), do grão constituinte do meio poroso e do fluido.

O coeficiente de Biot  $b$  pode ser determinado em laboratório. Sendo o módulo de deformação volumétrica do grão constituinte  $K_s$  estimado ou medido experimentalmente, a determinação do módulo por ensaio de compressão odométrica do solo permite calcular o coeficiente de Biot através a equação 2.35. O ensaio de compressão de um solo é realizado em condição

drenado ( $u = u_0$ ). No caso em que o grão constituinte seja incompressível ( $K_s \gg K$ ), o parâmetro  $b$  é igual a um.

Além disso, o módulo de Biot  $M$  pode ser obtido por ensaio odométrico, quando uma massa fluida por unidade de volume é fornecida. A medida da diferença de pressão permite calcular o valor do módulo  $M$  com a seguinte relação:

$$\Delta p = M \Delta \phi \quad (2.37)$$

Esses ensaios destacam os significados físicos das constantes de Biot. O coeficiente de Biot  $b$  quantifica a influência da variação volumétrica sobre a variação do volume poroso, enquanto o módulo de Biot  $M$  representa como a variação da poropressão evolui em relação a variação da massa fluida.

## 2.4. MODELAGEM DO ENSAIO DE PALHETA EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR: UMA PRIMEIRA ABORDAGEM

O estudo de Dienstmann (2015) visa determinar um modelo capaz de reproduzir os campos de tensões e deslocamento gerados pelos ensaios de campo *Vane Test* e Piezocone. O trabalho tem por objetivo analisar o processo de consolidação no solo. O ensaio do *Vane Test in situ* é modelado pela rotação de um cilindro em um material poroso. O estudo visa determinar as relação tensões-deformações-poropressão e a solução da equação que descreve o problema é resolvida por uma abordagem de determinação de deslocamento. Nesta seção apresenta-se o modelo desenvolvido por Dienstmann (2015) e também as observações do estudo desse modelo.

### 2.4.1. Modelo caracterizando o ensaio de palheta

Dienstmann (2015) propõe um modelo simples para a descrição do fenômeno de consolidação que ocorre durante o ensaio de palheta. A modelagem consiste na rotação de um cilindro de

raio ( $R$ ) infinito e rígido em um solo poroso isotrópico elástico não linear saturado. O cilindro é submetido a um deslocamento rotacional prescrito (caracterizado por o ângulo  $\alpha$ ). O modelo é enquadrado no contexto das pequenas deformações. A geometria escolhida pode ser vista como um modelo simplificado do ensaio de palheta e é descrita no referencial cilíndrico ( $e_r, e_\theta, e_z$ ). O trabalho é baseado na hipótese da condição de deformações planas, de forma que os deslocamentos e fluxo são definidos dentro um espaço de duas dimensões ( $e_r, e_\theta$ ) como apresenta a figura 2.10.

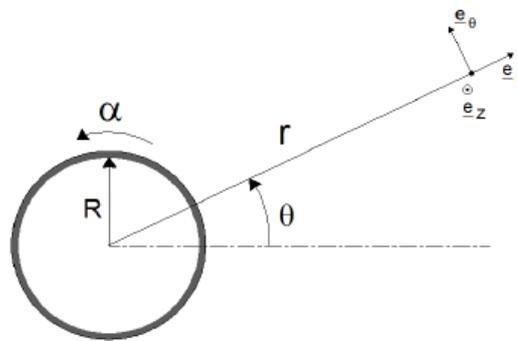


Figura 2.10: Modelo geométrico simplificado (Dienstmann 2015)

#### 2.4.1.1. Equação governante do problema

Na poroelasticidade as equações de estado que caracterizam o comportamento de um material poroso isotrópico são expressas por:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \mathbf{1} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} - b \Delta p \mathbf{1} \quad (2.38)$$

$$\Delta \phi = b \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{1}{M} \Delta p \quad (2.39)$$

A primeira equação (2.38) relaciona a variação de tensão ( $\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0$ ) com as deformações infinitesimais  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  e a variação de poropressão ( $\Delta p = p - p_0$ ), onde  $\lambda$  é o coeficiente de Lamé,  $G$  é o módulo de cisalhamento e  $b$  é o coeficiente de Biot. A segunda equação de estado (2.39) liga a variação da poropressão à porosidade Larangiana ( $\Delta \phi = \phi - \phi_0$ ) do meio poroso.  $M$  corresponde o módulo de Biot.

O comportamento poroelástico não linear do material tem uma influência sobre as tensões, deformações e poropressão geradas pelo cilindro. A partir dessa observação sobre o comportamento não linear do problema, Dienstmann sugere as seguintes hipóteses:

- Considera-se desprezáveis as deformações volumétricas em relação às deformações estabelecidas pela rotação do cilindro. Por consequência  $tr \underline{\underline{\varepsilon}} = 0$
- A evolução do módulo de cisalhamento durante a rotação é controlada pelo nível e tensão de cisalhamento. Assim adota-se uma lei de dependência  $G = G(\varepsilon_d)$ , onde  $\varepsilon_d$  é o módulo do tensor desviador definido por  $\varepsilon_d = \sqrt{\left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{1}}\right) : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{1}}\right)}$ .

Considera-se que o estado de tensão deve seguir assintoticamente o critério de ruptura de Tresca:

$$\lim_{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{ref}} \rightarrow \infty} \tau = \sqrt{2} k_{cis} \quad (2.40)$$

Onde  $\tau = \sigma_d = \sqrt{\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{1}}\right) : \left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{1}}\right)}$  é o módulo do tensor desviador de tensão,  $k_{cis}$  é a resistência ao cisalhamento do material, e  $\varepsilon_{ref}$  é a deformação de referência que controla a evolução da deformação cisalhante necessária para que a tensão cisalhante atinja assintoticamente ao limite de resistência do material.

Na hipótese de tensão isotrópica inicial, a primeira equação de estado é definida por:

$$\sigma_d = 2G(\varepsilon_d) \varepsilon_d \quad (2.41)$$

Juntando as equações (2.40) e (2.41) pode-se deduzir uma expressão do  $G = G(\varepsilon_d)$  que assintoticamente é controlado por  $1/\varepsilon_d$ . Na análise adota-se uma lei de dependência que verifica a condição anterior (Maghous et al. 2009):

$$G(\varepsilon_d) = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2}} \frac{1/\varepsilon_{ref}}{1 + \varepsilon_d/\varepsilon_{ref}} \quad (2.42)$$

O estudo do comportamento do solo consiste em caracterizar as tensões e poropressões induzidas durante a rotação do cilindro. A solução do modelo deve respeitar a equação do equilíbrio definida por:

$$\text{div} \underline{\underline{\Delta \sigma}} = 0 \quad (2.43)$$

A condição de equilíbrio deve ser relacionada às condições de contorno definidas para a abordagem da solução em termo de deslocamentos. Nesta abordagem o campo de deslocamentos é definido por:

$$\underline{\underline{\xi}} = f(r) \underline{e}_\theta \quad (2.44)$$

As condições de contorno definidas para o raio do cilindro  $R$  e para o limite de influência  $a$ , são dadas por:

$$\underline{\underline{\xi}} = \alpha R \underline{e}_\theta \quad \text{em } r = R \quad (2.45)$$

$$\underline{\underline{\xi}} = 0 \quad \text{em } r = a > R \quad (2.46)$$

A equação (2.45) descreve a condição de contorno imposto pelo valor do ângulo de rotação de  $\alpha$  na superfície do cilindro de raio  $R$ . A segunda equação de contorno (2.46) descreve que a partir de um raio  $a$ , os deslocamentos gerados pelo cilindro são nulos. Esse limite corresponde à distância radial além da qual os campos de tensões e de deformações não são mais influenciados pela rotação do cilindro.

O tensor de deformações associado ao campo de deslocamento é definido por:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right) (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r) \quad (2.47)$$

Da primeira equação de estado se determina a variação das tensões em função das deformações:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = G(\underline{\underline{\varepsilon}}_d) \left( f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right) (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r) - b \Delta p \underline{1} \quad (2.48)$$

Aplicando para a equação de equilíbrio e integrando a expressão correspondente à direção  $\underline{e}_\theta$  obtém-se a expressão da tensão cisalhante:

$$\Delta\sigma_{r\theta} = \frac{A}{r^2} \quad (2.49)$$

Onde  $A$  é uma constante caracterizada através da determinação da função de campo de deslocamento  $f(r)$  integrando a equação (2.48). Assim, o campo de deslocamento é definido por:

$$f(r) = 2r \int \frac{\varepsilon_{r\theta}}{r} dr = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{ref} \left[ \ln \frac{r^2}{A + k_{cis} r^2} + B \right] r \quad (2.50)$$

Onde  $A$  e  $B$  são determinada a partir das condições de contorno (2.45) e (2.46).

$$A = -k_{cis} R^2 \frac{e^{\frac{\sqrt{2}\alpha}{\varepsilon_{ref}}} - 1}{e^{\frac{\sqrt{2}\alpha}{\varepsilon_{ref}}} - R^2/a^2} ; B = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\varepsilon_{ref}} - \ln \frac{e^{\frac{\sqrt{2}\alpha}{\varepsilon_{ref}}} - R^2/a^2}{k_{cis} (1 - R^2/a^2)} \quad (2.51)$$

Combinando as equações (2.49) e (2.51) obtém-se a expressão de variação da tensão cisalhante e substituindo a expressão do campo de deslocamento dada em (2.50) na equação (2.48) obtém-se as expressões das tensões.

#### 2.4.1.2. O problema de difusão

O trabalho de Dienstmann (2015) apresenta um método para estabelecer a distribuição do excesso de poropressão gerada pela rotação do cilindro num meio poroso. Essa função de distribuição é determinada com base na busca da solução do problema de fluxo dentro um meio poroso considerando suas condições de contorno hidráulico.

Na hipótese em que as variações de densidade do fluido são desprezadas (fluido incompressível) e na configuração de deformações infinitesimais do esqueleto, a equação da conservação da massa fluida é definida por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div} \underline{q} = 0 \quad (2.52)$$

onde  $\underline{q}$  é o vetor de velocidade de fluxo. A Lei de Darcy propõe uma expressão que relaciona esse vetor ao excesso de poropressão  $u$

$$\underline{q} = -\underline{k} \nabla u \quad (2.53)$$

onde  $\underline{k}$  é o tensor de permeabilidade e  $u$  é o excesso de poropressão. No seu estudo, Dienstmann considera que o meio poro possui condutividade hidráulica isotrópica, ou seja,  $\underline{k} = k \underline{1}$ . Substituindo a equação (2.53) dentro da equação da conservação (2.52) obtém-se:

$$b \frac{\partial \text{tr} \underline{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{1}{M} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = k \nabla^2 u \quad (2.54)$$

Onde  $\nabla^2$  é o operador Laplaciano.

Considerando que as deformações volumétricas são desprezadas para esse modelo simplificado, que  $\text{tr} \underline{\varepsilon} = 0$ . Também se observa que  $\Delta p = u - u_0$ , conseqüentemente pode-se escrever  $\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t}$ , de forma que a equação (2.54) pode ser reformulada como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_f \nabla^2 u \quad (2.55)$$

A constante  $c_f = kM$  é chamada coeficiente de difusão.

A solução do problema de fluxo é determinada resolvendo a equação de difusão (2.55) e respeitando as seguintes condições de contorno e inicial hidráulica:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ em } r = R, \forall t \quad (2.56)$$

$$u = 0 \text{ em } r = a, \forall t \quad (2.57)$$

$$u = u_0(r) \text{ em } t = 0, R \leq r \leq a \quad (2.58)$$

As condições de contorno descritas pelas equações (2.56) e (2.57) resultam das condições de impermeabilidade do cilindro e da não influência do excesso de poropressão fora da uma zona definida por um limite de distância radial. A equação (2.58) caracteriza as condições iniciais de distribuição de poropressão.

Para resolver a equação de difusão (2.55), Dienstmann (2015) usou o método de separação das variáveis para determinar a solução geral de  $u$ . Assim, a função de poropressão é definida pelo produto de uma função do tempo  $k(t)$  com uma função radial  $h(r)$ :

$$u = h(r)k(t) \quad (2.59)$$

Depois de algumas etapas matemáticas, a solução do problema de fluxo é definida em termo de uma serie expressa por:

$$u(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i [\omega_i \cdot Y_0(\alpha_i r) - J_0(\alpha_i r)] e^{C_i \alpha_i^2 \cdot t} \quad (2.60)$$

Onde:

$$C_i = \frac{\int_R^a u_0(r) [\omega_i \cdot Y_0(\alpha_i r) + J_0(\alpha_i r)] \cdot r dr}{\int_R^a [\omega_i \cdot Y_0(\alpha_i r) + J_0(\alpha_i r)]^2 \cdot r dr} \quad (2.61)$$

As funções  $J_0$  e  $Y_0$  são as funções de Bessel de primeira e de segunda espécie e de ordem zero, respetivamente. A equação (2.62) é obtida das condições hidráulicas do problema permite determinar o valor de  $\alpha_i$  corresponde a  $i$ -ésima raiz da equação:

$$Y_1(\alpha R) \cdot J_0(\alpha a) - J_1(\alpha R) \cdot Y_0(\alpha a) = 0 \quad (2.62)$$

As funções  $J_1$  e  $Y_1$  são as funções de Bessel de primeira e de segunda espécie de ordem um, respetivamente. O escalar  $\omega_i$  é calculado usando a seguinte expressão:

$$\omega_i = \frac{J_1(\alpha_i r)}{Y_1(\alpha_i r)} \quad (2.63)$$

Com a definição do excesso da poropressão pode-se calcular a variação da poropressão  $\Delta p = u - u_0$ . Para determinar totalmente a variação de poropressão é necessário conhecer a distribuição de excesso de poropressão inicial ( $u_0(r)$ ) devida à inserção do cilindro rígido no meio poroso.

#### 2.4.1.3. Distribuições iniciais de poropressão

Conforme descrito na seção anterior, é necessário caracterizar a distribuição inicial de poropressão para obter a solução final do problema de fluxo. Essa poropressão inicial se estabelece durante a inserção da palheta no meio poroso. Alguns autores propõem expressões para descrever a distribuição inicial da poropressão baseadas em medidas experimentais do excesso de poropressão inicial na zona da influência de um cilindro rígido. Assim, o trabalho de Morris e Williams (2000) faz uma revisão dos resultados numéricos do ensaio de *Vane Test* e o estudo de Randolph e Worth (1979) apresenta medidas de excesso de poropressão no contorno de uma estaca logo após a sua inserção no solo.

Os ensaios experimentais demonstram que o valor do excesso da poropressão diminui em função da distância radial do contorno externo do cilindro ( $r = R$ ) até o limite da zona de influência ( $r = a$ ) onde ele é quase nulo. Ou seja, o gradiente do excesso da poropressão é radial e seu valor máximo ocorre perto de  $r = R$ .

Na literatura, os seguintes modelos matemáticos da distribuição do excesso de poropressão  $u_0$  (equações (2.58) e (2.61)), sobre o intervalo  $R < r < a$ , são adotados de acordo com os dados experimentais:

- Distribuição linear (Morris; Williams, 2000):

$$u_0 = u_{\max} \left( 1 - \frac{r}{a} \right) \text{ em } R \leq r \leq a \quad (2.64)$$

- Distribuição parabólica convexa (Morris; Williams, 2000):

$$u_0 = u_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \text{ em } R \leq r \leq a \quad (2.65)$$

- Distribuição logarítmica (Randolph; Wroth, 1979):

$$u_0 = u_{\max} \ln \left( \frac{a}{r} \right) \text{ em } R \leq r \leq a \quad (2.66)$$

onde,  $u_{\max}$  é o valores máximo de poropressão no estado inicial.

Todas as propostas da literatura acima citadas propõem modelos que possuem uma condição limite imposta  $u_0 = 0$  quando  $r \geq a$ . Existem outros modelos que não consideram a zona de influência. No entanto, nenhuma das expressões apresentadas acima permite respeitar a condição de impermeabilidade na superfície do cilindro rígido:

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \text{ para } r = R \quad (2.67)$$

Como há necessidade de considerar a impermeabilidade na interface com o cilindro, Dienstmann (2015) sugere um modelo baseado na combinação do modelo de distribuição parabólica convexa e logarítmica para satisfazer essa condição:

$$u_0(r) = u_{\max} \frac{F(r)}{F(R)} \text{ com } F(r) = 1 - \frac{a}{r} + \frac{a}{R} \ln \frac{a}{r} \text{ para } R \leq r \leq a \quad (2.68)$$

O valor máximo de poropressão pode ser calculado a partir do estado inicial de tensão. O trabalho de Dienstmann (2015) propõe de determinar o máximo de excesso de poropressão a partir de uma aproximação de tensão desenvolvida em ensaio triaxiais não drenado levando a resistência não drenada para um material normalmente adensado. Assim, o valor máximo é obtido pela expressão:

$$u_{0,\max} = \frac{p'_{c0}}{2} (1 + M_{cs}) \quad (2.69)$$

Onde  $p'_{c0}$  é a tensão de consolidação efetiva inicial e  $M_{cs}$  é a inclinação da linha de estado crítico no espaço  $p'/q$  ( $q$  é a tensão desvio).

## 2.4.2. Discussão sobre resultados

A partir do modelo desenvolvido, o trabalho da Dienstmann (2015) apresenta, em um primeiro lugar, uma avaliação dos parâmetros constitutivos do material através a comparação dos resultados obtidos pelo modelo analítico com os obtidos por uma simulação através de uma modelagem em elemento finitos. Essa avaliação tem por objetivo exibir a influência da compressibilidade e da resistência do solo sobre o fluxo transiente. Em segundo lugar, o estudo propõe usar o modelo para uma interpretação de ensaios da palheta em campo em um resíduo de zinco que foi realizado por Hlenka (2012).

A avaliação paramétrica mostra que, no modelo analítico e no modelo numérico, a distribuição radial de tensão de cisalhamento e de poropressão são semelhantes para diferentes velocidades. No entanto, o modelo numérico caracteriza uma dissipação um pouco mais rápida para uma mesma velocidade. Esses resultados também são apresentados para diferentes compressibilidades e resistências. Os resultados de tensão cisalhante e de poropressão para uma mesma velocidade mostram que a compressibilidade tem uma influência significativa sobre a distribuição radial de tensão e poropressão na periferia do cilindro. O estudo sobre a influência da resistência mostra que seu acréscimo resulta no acréscimo dos valores de tensão cisalhante e de poropressão.

Além disso, o trabalho apresenta o comportamento da tensão e da poropressão na superfície do cilindro. Ambos os modelos mostram que o decréscimo da taxa de rotação implica em um aumento da tensão, com uma tensão máxima obtida na condição de drenagem total. No trabalho, curvas relacionando a tensão à deformação (rotação), mostram a influência da compressibilidade sobre a tensão cisalhante, evidenciando que o material de maior compressibilidade atinge tensão crítica correspondente à um nível de deformação maior.

Na sua tese, Dienstmann (2015) avalia o efeito da velocidade sobre a poropressão caracterizando as curvas de drenagem ( $U \times V$ ) obtidas pelos métodos numéricos e s. A curva de drenagem, que apresenta o grau de drenagem em relação a velocidade normalizada ( $V = vd/c_f$ ) pelo coeficiente de difusão ( $c_f$ ) do solo, para compressibilidade diferente mostra que um aumento de compressibilidade resulta em um aumento da velocidade normalizada. Consequentemente, o material mais rígido tem uma dissipação mais rápida. A curva de

drenagem é plotada para diferentes resistências. Neste caso, para poder observar a influência da resistência é necessário definir uma nova velocidade normalizada para o espaço  $U \times V$ . Com essa nova definição é possível observar a influência da resistência sobre o excesso de poropressão.

Depois do desenvolvimento do modelo e da avaliação dos parâmetros constitutivos do material, o estudo propõe uma interpretação de um ensaio de palheta de campo para resíduo de zinco. Na dissertação de Hlenka (2012) foram feitas análises de resíduo de zinco localizado na barragem dos Peixes na Votorantin Metais, em Juiz de fora MG. No trabalho de Dienstmann, comparam-se as curvas de drenagem obtida para resultados experimentais de zinco com os resultados obtidos pelos modelos e numérico. Para o ensaio de campo, a transição entre a condição drenada e parcialmente drenada ocorre para uma velocidade normalizada próxima de 0,01. Para as simulações analítica e numérica, a transição ocorre para uma velocidade próxima de 0,0001. O limite entre o comportamento não drenado e parcialmente drenado é caracterizada por uma velocidade de 1 para o modelo analítico, uma velocidade de 10 para o modelo numérico e uma velocidade de 10 para os resultados experimentais.

Esse modelo simplificado pode ser questionando no sentido de que leva em conta apenas as deformações de cisalhamento, desprezando assim as deformações volumétricas. Um modelo mais completo considerando os deslocamentos radiais gerados pela rotação do cilindro permite uma aproximação mais real do ensaio de palheta.

### 2.4.3. Crítica do modelo

O modelo proposto no Dienstmann (2015) é um modelo simplificado que adota a hipótese que as deformações volumétricas geradas pela rotação do cilindro são desprezíveis. Consequentemente, ao negligenciar essa deformação, a equação do problema do fluxo é desacoplada das deformações dos esqueletos, o que é uma grande limitação desse modelo. No seu modelo simplificado, Dienstmann admite que a resistência ao cisalhamento ( $k_{cis}$ ) é influenciada pelo valor da variação do excesso de poropressão para acoplar as deformações ao excesso de poropressão. Essa aproximação empírica não representa o verdadeiro comportamento físico.

### 3. MODELO POROELÁSTICO NÃO LINEAR DO ENSAIO DE PALHETA

No presente capítulo, é feita a descrição do modelo em poroelasticidade proposto nesse trabalho para a análise do comportamento do solo poroso submetido a rotação de um cilindro infinito. Esse modelo tem por objetivo possibilitar uma melhor compreensão do ensaio de palheta. A geometria escolhida (um cilindro) pode ser vista como uma representação simplificada do ensaio de palheta. O modelo apresentado neste capítulo propõe uma correção do modelo de Dienstmann (2015) levando em conta as deformações volumétricas que são geradas pela mudança da poropressão no decorrer do ensaio. Conseqüentemente, no modelo, o solo é submetido a uma combinação de descolamento rotacional ( $\xi_\theta$ ) e radial ( $\xi_r$ ). Neste sentido as equações propostas no modelo anterior mudam.

O estudo apresentado busca a solução do processo de consolidação gerado pelas tensões cisalhantes. O trabalho é baseado na hipótese de que o problema pode ser definido por uma condição de deformações planas (Figura 3.1).

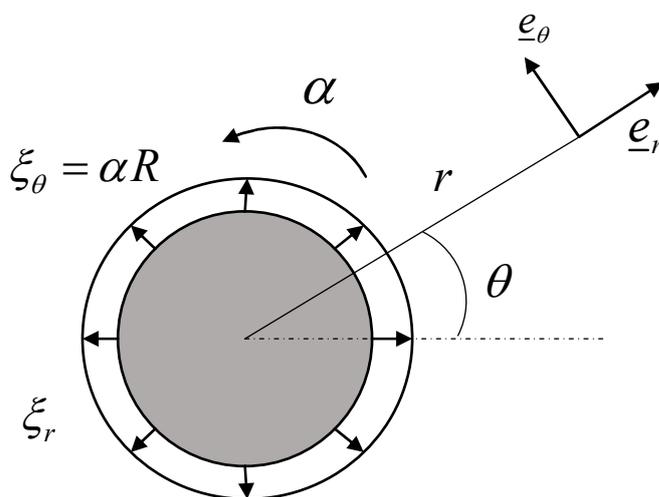


Figura 3.1: Modelo geométrico simplificado

### 3.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

O estudo visa analisar o comportamento de um material isotrópico poroso ao efeito do ensaio de palheta. As equações de estados, que definem esse comportamento, foram abordadas no capítulo 2 e são reproduzidas a seguir:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{1}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} - b \Delta p \underline{\underline{1}} \quad (3.1)$$

$$\Delta \phi = b \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{1}{M} \Delta p \quad (3.2)$$

A equação (3.1) relaciona a variação de tensão ( $\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0$ ) com as deformações infinitesimais  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  e com a variação de poropressão ( $\Delta p = p - p_0$ ). Na mesma equação  $\lambda$  é o coeficiente de Lamé,  $G$  é o módulo de cisalhamento e  $b$  é o coeficiente de Biot. A equação de estado (3.2) liga a variação da poropressão à porosidade Larangiana ( $\Delta \phi = \phi - \phi_0$ ) do meio poroso.  $M$  corresponde o módulo de Biot.

Os campos de tensão, deformação e de poropressão são regulados pelo comportamento não linear do material. Neste capítulo, adota-se a mesma aproximação empregada por Dienstmann (2015), que considera o módulo de cisalhamento evoluindo com o nível de deformação gerado pela rotação do cilindro para introduzir a não linearidade. Podem ser introduzidas as hipóteses seguintes:

- Ao contrário do modelo apresentado no capítulo 2, as deformações volumétricas resultantes da rotação do cilindro não são desprezadas. Considera-se  $\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \neq 0$ .
- Neste presente estudo, se considera uma lei de dependência do  $G$  controlado pelo nível de deformação gerada durante o ensaio. Essa lei de dependência entre  $G$  e as deformações é definida a partir dos critérios de ruptura de Tresca e de Drucker-Prager. Ou seja, adota-se  $G$  da forma  $G = G(\varepsilon_d)$  e  $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$ , respectivamente. Onde  $\varepsilon_d$  é o módulo do tensor desviador de deformação,  $\varepsilon_v = \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}$  é a deformação volumétrica e  $p$  é a poropressão.

Para simplificar o desenvolvimento e escrita das equações em relação ao problema, adota-se a notação  $G = G(r)$ , tal que o módulo de cisalhamento  $G$  é função da distância radial. A influência de escolha do critério de ruptura para a formulação do  $G$  é discutida nos capítulos 4 e 5.

A solução que descreve o campo de tensão e a poropressão geradas durante a rotação do cilindro no solo deve respeitar a equação de equilíbrio definida por:

$$\text{div} \Delta \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (3.3)$$

A solução do problema é buscada por abordagem de deslocamento. A expressão do campo de deslocamento induzido pela rotação pode ser formulada com uma combinação de funções radiais tal que:

$$\underline{\underline{\xi}} = f(r) \underline{\underline{e}}_{\theta} + g(r) \underline{\underline{e}}_r \quad (3.4)$$

Onde  $\underline{\underline{\xi}}$  é o vetor dos deslocamentos e as funções radiais  $f(r)$  e  $g(r)$  representam, respectivamente, os deslocamentos rotacionais devidos a rotação do cilindro e os deslocamentos radiais gerados pela difusão da poropressão. Essa equação descreve o campo de deslocamento verdadeiro, respeitando a hipótese estabelecida que leva em conta as deformações volumétricas. Para cada função  $f(r)$  e  $g(r)$  descrevendo os campo de deslocamento se destacam duas condições de contorno para as distâncias radiais que caracterizam os extremos do domínio ( $r = R$  e  $r = a$ ). Essas condições de contorno são definidas pelas equações (2.45) e (2.46).

Assim, o tensor de deformações associadas aos deslocamentos é caracterizado por:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = g'(r) (\underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r) + \frac{g(r)}{r} (\underline{\underline{e}}_{\theta} \otimes \underline{\underline{e}}_{\theta}) + \frac{1}{2} \left( f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right) ((\underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_{\theta}) + (\underline{\underline{e}}_{\theta} \otimes \underline{\underline{e}}_r)) \quad (3.5)$$

Substituindo a expressão do tensor de deformação (3.5) na primeira equação de estado (3.1) obtém-se as relação (equações 3.6 a 3.9) entre as componentes de variação de tensão associadas ao campo de deslocamento e poropressão:

$$\Delta\sigma_{rr} = \left( K - \frac{2}{3}G(r) \right) \cdot \left( g'(r) + \frac{g(r)}{r} \right) + 2G(r) \cdot g'(r) - b\Delta p \quad (3.6)$$

$$\Delta\sigma_{\theta\theta} = \left( K - \frac{2}{3}G(r) \right) \cdot \left( g'(r) + \frac{g(r)}{r} \right) + 2G(r) \cdot \frac{g(r)}{r} - b\Delta p \quad (3.7)$$

$$\Delta\sigma_{r\theta} = \Delta\sigma_{\theta r} = G(r) \cdot \left( f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right) \quad (3.8)$$

As funções  $f(r)$  e  $g(r)$ , que definem o campo de deslocamento, são obtidas aplicando a equação de equilíbrio (3.3) e projetando ela nas direções  $\underline{e}_r$  e  $\underline{e}_\theta$  :

$$\frac{\partial\Delta\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial\Delta\sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\Delta\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \quad (3.10)$$

Substituindo, as expressão das variações de tensões (equações 3.6 a 3.8) nas equações de equilíbrio (3.9) e (3.10), obtém-se o sistema de equações diferenciais da solução:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( K - \frac{2}{3}G(r) \right) \cdot \left( g'(r) + \frac{g(r)}{r} \right) + 2G(r) \cdot g'(r) - b\Delta p \right] + \frac{2G(r) \cdot \left( g'(r) - \frac{g(r)}{r} \right)}{r} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ G(r) \cdot \left( f'(r) + \frac{f(r)}{r} \right) \right] + \frac{2G(r) \cdot \left( f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right)}{r} = 0 \quad (3.12)$$

Observa-se que as equações (3.11) e (3.12) formam um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares que relacionam o deslocamento à poropressão. Nota-se que a não linearidade e a dependência das duas equações são resultante da forma do modulo de

deslocamento  $G(r)$ . Para obter a solução em termos de deslocamento é necessário determinar a função caracterizando a distribuição de poropressão. Na próxima seção é adotado um método simplificado para determinar uma expressão que descreve a distribuição de poropressão.

### 3.2. PROBLEMA DE DIFUSÃO

A solução do problema de fluxo dentro do meio poroso é caracterizada pela distribuição do excesso de poropressão gerado pela rotação do cilindro. Considerando a segunda equação de estado (3.2) e substituindo a expressão da lei de Darcy (2.52) para propriedades hidráulicas isotrópicas e a equação da conservação da massa fluida (2.51), obtém-se:

$$b \frac{\partial \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} + \frac{1}{M} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = k \nabla^2 u \quad (3.13)$$

Onde  $\nabla^2$  é o operador Laplaciano. Os parâmetros  $b$  e  $M$  são respectivamente o coeficiente e o módulo de Biot.  $k$  é a permeabilidade do meio poroso. Essa expressão (3.13) junto com a equação (3.1) definem a solução de problema de fluxo.

A expressão da derivada da equação de Navier generalizada para a poroelasticidade não linear pode ser obtida aplicando a equação de equilíbrio (3.3) à primeira equação constitutiva da poroelasticidade (3.1), resultando em:

$$\lambda (\nabla \cdot \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot \underline{\underline{1}}) + 2G (\nabla \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}) + b (\nabla \cdot \Delta p \cdot \underline{\underline{1}}) = 0 \quad (3.14)$$

Na hipótese de pequenas deformações, quando  $\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} = \text{div} \underline{\underline{\xi}}$  e  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{\xi}} + \nabla' \underline{\underline{\xi}})$ , a equação (3.14) pode ser escrita na forma:

$$\left( K + \frac{4}{3} G \right) \nabla \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + 2 \nabla G \left( \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{1}} \right) - G \nabla \times (\nabla \times \underline{\underline{\xi}}) - b \nabla \Delta p = 0 \quad (3.15)$$

Observa-se, na equação (3.15), que a distribuição da poropressão possui uma dependência forte com a deformação do esqueleto. Além disso, levando em conta a formulação do módulo

de cisalhamento, a poropressão é ligada à deformação volumétrica e ao módulo desviador de deformação. Assim, como foi enunciado na seção anterior, a resolução do sistema de equações diferenciais composto pelas equações (3.11) e (3.12) acoplado com as equações (3.13) e (3.15) permite determinar as funções  $f(r)$  e  $g(r)$ , descrevendo o campo de deslocamento e a poropressão.

Um método baseado na introdução de um módulo de cisalhamento equivalente que aproxima o módulo não linear na equação da poroelasticidade (3.15) é adotado para resolver o sistema não linear. Essa aproximação permite definir uma equação de poropressão desacoplada das equações relacionando deformação e tensão. No trabalho de Diesntmann (2015), esse método é adotado para buscar uma solução analítica da poropressão para o ensaio do piezocone. A estratégia consiste em determinar um módulo de cisalhamento equivalente constante no intervalo de tempo com objetivo de aproximar o módulo de cisalhamento. Assim é possível calcular o coeficiente de difusão necessário para a função do excesso de poropressão constante durante um intervalo de tempo  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$ . O módulo de cisalhamento constante permite resolver a equação de difusão (3.13) [TERZAGHI (1967), COUSSY (2004), DIENSTMANN (2015)]. Ele pode ser definido como um módulo constante igual o valor médio do módulo de cisalhamento no domínio da distância radial  $r$ , tal que:

$$G_{eq} = \frac{1}{a-R} \int_R^a G(r, t_n) dr \quad (3.16)$$

Esse módulo de cisalhamento equivalente é adotado apenas para a determinação da poropressão. As equações governantes ficam expressas levando em conta a não linearidade do módulo de cisalhamento.

Considerando o módulo equivalente, a equação (3.15) é reescrita na forma:

$$\left( K + \frac{4}{3} G_{eq} \right) \nabla \text{tr} \underline{\underline{\xi}} - G_{eq} \nabla \times (\nabla \times \underline{\underline{\xi}}) - b \nabla \Delta p = 0 \quad (3.17)$$

Sendo o campo de deslocamento  $\underline{\underline{\xi}}$  definido pela expressão (3.4), projetando nas direções  $\underline{e}_r$ ,  $\underline{e}_\theta$  e  $\underline{e}_z$  o vetor  $\nabla \times (\nabla \times \underline{\underline{\xi}})$  se escreve:

$$\nabla \times (\nabla \times \underline{\underline{\xi}}) = \nabla \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{r} \left( f''(r) + (f(r)/r)' \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Assim, a projeção nas direções  $\underline{e}_r$  e  $\underline{e}_\theta$  da equação (3.17) fornece as relações seguintes:

$$\left( K + \frac{4}{3} G_{eq} \right) \frac{\partial}{\partial r} tr \underline{\underline{\varepsilon}} - b \frac{\partial}{\partial r} \Delta p = 0 \text{ na direção } \underline{e}_r \quad (3.19)$$

$$\frac{G_{eq}}{r} \left( f''(r) + (f(r)/r)' \right) = 0 \text{ na direção } \underline{e}_\theta \quad (3.20)$$

Observa-se que a projeção na direção  $\underline{e}_z$  é nula.

Integrando a equação (3.19) obtém-se uma expressão que liga a deformação volumétrica  $tr \underline{\underline{\varepsilon}}$  com a variação de poropressão  $\Delta p$ :

$$tr \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{b \Delta p}{\left( K + \frac{4}{3} G_{eq} \right)} + F(t) \quad (3.21)$$

Onde  $F(t)$  é uma função de integração. Nota-se que a equação (3.21) deve satisfazer a condição de deformação nula para qualquer tempo em  $r > a$ . Dessa forma, a função  $F(t)$  é necessariamente nula para respeitar a condição. Notando que pela definição de poropressão

tem-se  $\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$  e seguindo a metodologia clássica (Coussy, 2004), tem-se:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = c_f \nabla^2 u \quad (3.22)$$

Com:

$$c_f = k \frac{M \left( K + \frac{4}{3} G_{eq} \right)}{Mb^2 + \left( K + \frac{4}{3} G_{eq} \right)} \quad (3.23)$$

A equação de difusão de poropressão permite determinar a distribuição da poropressão. O coeficiente  $c_f$  é chamado de coeficiente de difusão que por intermediário de  $G_{eq}$  é tomado constante para um intervalo de tempo. As equações são similares às obtidas por Dienstmann (2015) para o problema de fluxo do peizocone. Assim, a solução do problema de fluxo é determinada pela resolução da equação (3.22) num intervalo de tempo  $[t_n, t_{n+1}]$  e é associada às condições de contorno correspondentes a esse mesmo intervalo:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ para } r = R, t \in [t_n, t_{n+1}] \quad (3.24)$$

$$u = 0 \text{ para } r = a, t \in [t_n, t_{n+1}] \quad (3.25)$$

$$u = u(r, t_n) \text{ para } R \leq r \leq a, t \in [t_n, t_{n+1}] \quad (3.26)$$

As condições de contorno são descritas pelas equações (3.24) e (3.25), que resultam das condições de impermeabilidade do cilindro e da não influência do excesso de poropressão fora da zona de influência. A equação (3.26) caracteriza a condição inicial de distribuição de poropressão para um tempo  $t_n$ . A definição da distribuição inicial de poropressão exposto no capítulo 2 é adotada  $u = u_0(r)$  para o tempo inicial  $t = 0$ . A solução geral do problema de fluxo respeitando as condições de contorno é semelhante ao modelo de Dienstmann (2015) sendo dado no por:

$$u(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i [\omega_i \cdot Y_0(\alpha_i r) - J_0(\alpha_i r)] e^{C_f \alpha_i^2 (t - t_i)} \quad (3.27)$$

Onde  $C_i$  é definida pela equação (2.61). As funções  $J_0$  e  $Y_0$  são as funções de Bessel, de primeira e de segunda espécie de ordem zero, respetivamente. A partir da primeira condição de contorno hidráulica, determina-se a o escalar  $\omega_i$  através a equação (2.63). As funções  $J_1$  e

$Y_i$  são as funções de Bessel, de primeira e de segunda espécie de ordem um respectivamente. Os valores de  $\alpha$  são calculados tal que  $\alpha_i$  corresponde a  $i$ -ésima raiz de acordo com a equação (2.62).

Nota-se que a equação acima possui um número infinito de soluções para  $\alpha_i$ . A determinação da décima raiz da equação (2.62) permite montar a função do excesso poropressão a partir dos números de termos escolhido. Foi observado que com esse número de termos, a função do excesso de poropressão é aproximada com um erro de cerca de 4%. Conseqüentemente na sequência desse trabalho adota-se uma poropressão dada por uma série de 10 termos para a avaliação do modelo e 25 termos para o estudo da influência dos diferentes parâmetros.

A condição inicial de distribuição do excesso de poropressão  $u_0$  que permite o cálculo da constante  $C_i$  é definida tal que essa distribuição inicial corresponde à distribuição de poropressão determinada para o intervalo de tempo anterior. Tendo em vista que a expressão do excesso de poropressão  $u$  é definida para um intervalo  $[t_n, t_{n+1}]$ , a variação da poropressão se caracteriza sobre esse mesmo intervalo como  $\Delta p = u - u_0$ . Substituindo a variação de poropressão na equação (3.11), pode-se resolver o sistema de equações diferenciais que definem o campo de deslocamentos. É usado um processo numérico por iteração para determinar as funções  $g(r)$  e  $f(r)$  correspondente aos deslocamentos. O método numérico e o processo iterativo adotado são descritos na seção seguinte.

### 3.3. ESTRATÉGIA E MÉTODO NUMÉRICO DE RESOLUÇÃO

Nesta seção, são expostos a estratégia e os métodos usados para caracterizar a relação tensões-deformações- poropressão determinando o campo de deslocamentos. As equações relacionando os campos de tensão à deformação foram enunciadas na seção 3.1 para um tempo  $t$  dado e, da mesma forma, a função do excesso de poropressão foi definida para esse mesmo tempo. A estratégia global é resolver as equações do problema para cada instante de tempo até um tempo máximo (ou rotação máxima) definido. Em primeiro lugar, é apresentado o processo numérico geral admitido para a determinação da poropressão e dos deslocamentos

relacionados ao problema, bem como as hipóteses adotadas para a metodologia. Em segundo lugar, mostram-se os métodos numéricos e as hipóteses numéricas admitidas para resolver o sistema de equações diferenciais caracterizando o problema.

### 3.3.1. Algoritmo geral

O processo geral consiste em determinar a distribuição do excesso de poropressão e o campo de deslocamento resolvendo as equações associadas no domínio da distância radial ( $r$ ) para um tempo  $t$  fixo. Em seguida o processo é repetido para o tempo seguinte, atualizando o excesso de poropressão. Repetindo esse processo ao longo do tempo, avalia-se o comportamento da poropressão e dos deslocamentos durante a rotação do cilindro (ao longo do ensaio).

A figura (3.2) apresenta o fluxograma que descreve as diferentes etapas do processo. Uma vez que as propriedades do geomaterial são definidas, a função de poropressão e o campo de deslocamento são conhecidos para o tempo  $t_n = 0$ . Incrementado o tempo em  $\Delta t$  obtém-se o novo tempo  $t_{n+1}$  para o qual a solução do problema é buscada. Em seguida, para o primeiro passo de convergência das soluções ( $k=0$ ), o excesso de poropressão para o tempo  $t_{n+1}$  é calculado com o valor do  $G_{eq}$  determinado a partir do módulo de cisalhamento do tempo anterior conforme equação 3.18. Para o tempo  $t_n = 0$ , o módulo equivalente é tomado com igual ao módulo de cisalhamento máximo inicial  $G_0 = G(\varepsilon_d = 0)$  considerando o estado inicial com o módulo de deformações nulo. Depois a definição do estado inicial de tensão, é iniciada o loop iterativo ( $k$ ) verificando a convergências das soluções do problema.

Na sequência é resolvido o sistema composto das equações (3.11) e (3.12) para determinar as funções de deslocamentos. O método de resolução é explicado na seção 3.3.2. Posteriormente, determina-se o valor real do módulo de cisalhamento para o tempo atual com as funções de deslocamento. Então os erros de aproximação da poropressão e das funções de deslocamentos, são obtidos através do cálculo do erro relativo entre a solução da iteração atual e da solução da iteração anterior, são comparados as tolerâncias fixadas para os critérios de convergência (ver final da seção 3.3.3). Se o critério não é cumprido, calcula-se o novo valor do  $G_{eq}$  a partir do módulo atualizado e volta-se ao início do processo de iteração. Se o

erro é menor que a tolerância, o processo de iteração para. As tensões e as deformações são calculadas e a seguir o tempo é incrementado para preparar a resolução para o tempo seguinte.

Neste caso, é necessário usar dos métodos numéricos para achar as funções dos deslocamentos, pois a obtenção de uma solução analítica é muito complicada. Na seção 3.3.3 o algoritmo é discutido com mais detalhes.

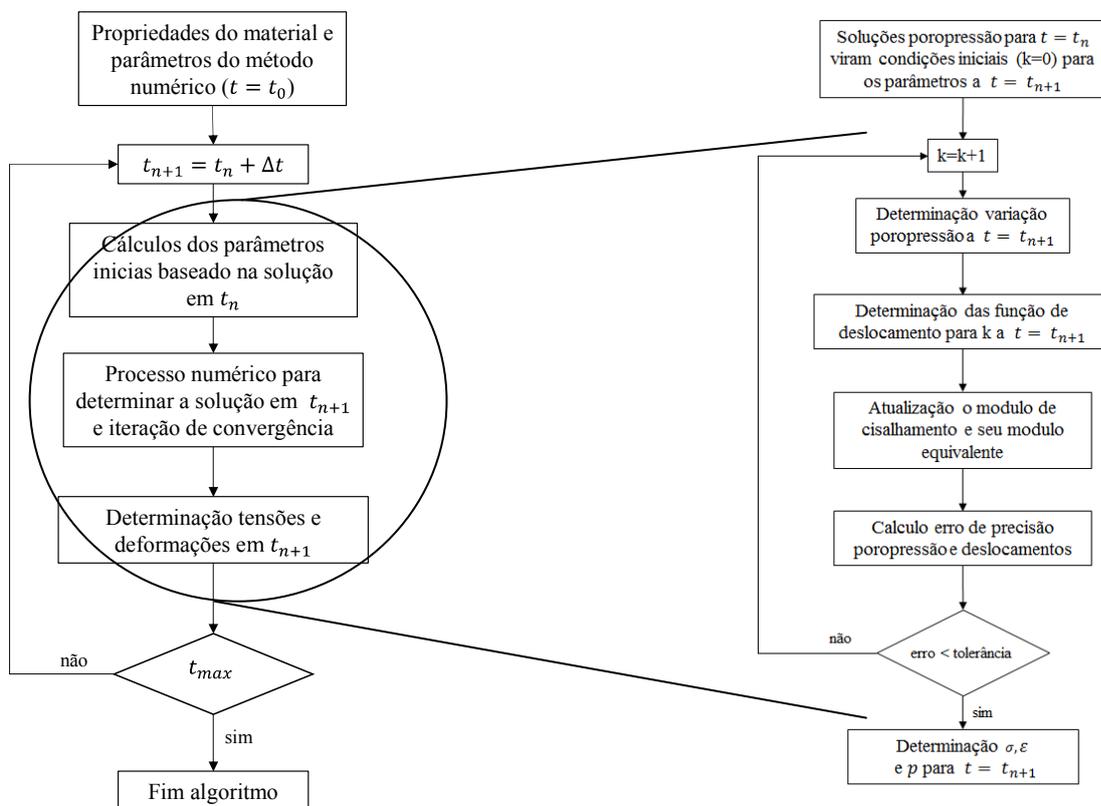


Figura 3.2: Fluxograma do programa de resolução

### 3.3.2. Método de diferença finita: breve revisão

Na literatura científica, vários autores e livros abordam os métodos numéricos para a resolução das equações diferenciais ordinária para um problema de condição de contorno (no inglês: *Boundary Value Problems* (BVP)) [e.g. Davids (1984), Ascher, Mattheij e Russel (1995), Thompson e Tisdell (2002)]. Um método numérico discreto comum para resolver esse tipo de problema é a aproximação por diferenças finitas. Esse método permite determinar uma

solução aproximada sobre o conjunto dos pontos definindo o domínio discreto. Nesta seção é apresentada uma breve revisão dos conceitos do método da aproximação por diferenças finitas para a resolução de uma equação diferencial ordinária linear.

Sendo dada a equação diferencial de segunda ordem:

$$y''(x) = f(x, y, y') \quad \text{para } a < x < b \quad (3.28)$$

E as condições de contorno no extremo do domínio, são conhecidas:

$$y(a) = A \text{ e } y(b) = B \quad (3.29)$$

O domínio pode ser discretizado em  $N-1$  intervalos uniformes de tamanho ( $h$ ) dado por:

$$h = \frac{b-a}{N-1} \quad (3.30)$$

Assim, pode-se expressar a discretização do  $x$  ao longo do intervalo  $[a, b]$  da seguinte forma:  $x_i = a + ih$  onde  $i$  um número inteiro. A figura 3.3 apresenta a discretização do intervalo e as notações usuais.

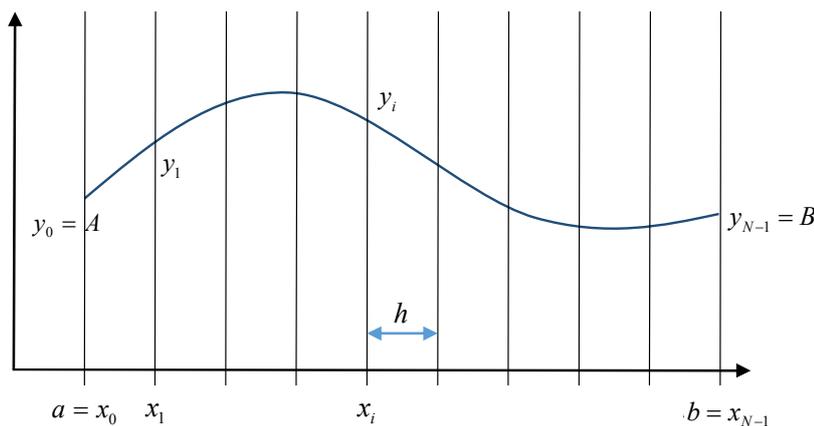


Figura 3.3: Discretização e notações para o método de diferença finita

A resolução por diferença finita consiste em aproximar o valor da função  $y_i = y(x_i)$  em um ponto  $x_i$  substituindo as derivadas primeiras e segundas por suas aproximações na equação

(3.28). A expansão da solução em termo de series de Taylor permite expressar essas aproximações:

$$y(x) = y(x_i) + (x - x_i)y'(x_i) + \frac{(x - x_i)^2}{2!}y''(x_i) + O((x - x_i)^3) \quad (3.31)$$

Substituindo  $x = x_{i+1} = x_i + h$  e usando os dois primeiros termos da series de Taylor, a equação (3.31) pode se reescrever:

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + hy'(x_i) + O(h^2) \quad (3.32)$$

Assim nos temos:

$$y'(x_i) = \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h} + O(h^2) \quad (3.33)$$

Desprezando os termos de ordem superior, obtém-se a diferença progressiva (*forward difference*) aproximada de  $y'(x_i)$ :

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad (3.34)$$

De uma maneira equivalente, substituindo  $x = x_{i-1} = x_i - h$ , resulta em uma diferença regressiva (*backward difference*) aproximada de  $y'(x_i)$ :

$$y(x_{i-1}) = y(x_i) - hy'(x_i) + O(h^2) \quad (3.35)$$

Logo a diferença regressiva aproximada se escreve:

$$y'_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \quad (3.36)$$

Outra expressão pode ser obtida subtraindo a equação (3.32) e (3.35) e levando em conta o terceiro termo da expansão de Taylor. A equação resultante é chamada primeira diferença central e sua aproximação é da forma:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \quad (3.37)$$

A diferença central aproximada da primeira derivada é geralmente usada para resolver as equações de segunda ordem porque ela tem um erro local de discretização de ordem maior que as das aproximações dos tipos *forward* e *backward difference*. Para resolver uma equação diferencial de segunda ordem, é necessário determinar a aproximação da derivada segunda da função. A diferença central aproximada da derivada segunda é obtida subtraindo as equações (3.32) e (3.35) para as suas expansões de Taylor de 4 termos. Assim ela é expressa da forma seguinte:

$$y''_i = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \quad (3.38)$$

Uma vez que os conceitos de aproximação das derivadas estão enunciados, volta-se à resolução da equação diferencial ordinária de segunda ordem (equação (3.28)). Considerando  $x = x_i$  e aplicando as diferenças centrais (3.37) e (3.38) na equação (3.28), ela pode ser reescrita como:

$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} = f\left(x_i, y_i, \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}\right) \quad (3.39)$$

Onde  $i = 1, 2, \dots, N-2$  e as condições de contorno em  $i = 0$  e  $i = N-1$  são dados por:

$$y_0 = A \text{ e } y_{N-1} = B \quad (3.40)$$

A equação (3.39) forma um sistema de  $N-2$  equações algébricas (linear ou não linear) com  $N-2$  incógnitas  $y_i$  onde  $i = 1, 2, \dots, N-2$ . Considerando o sistema de equações para um problema linear, a equação diferencial (3.28) é escrita como:

$$f(x, y, y') = -p(x)y' - q(x)y + s(x) \quad (3.41)$$

Substituindo as aproximações das derivadas (equações (3.37), (3.38) e (3.39)), a forma aproximada da equação diferencial (3.41) é expressa por:

$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i = s_i \quad (3.42)$$

Onde  $i = 1, 2, \dots, N-2$ ,  $p_i = p(x_i)$ ,  $q_i = q(x_i)$  e  $s_i = s(x_i)$ .

O sistema dado pela relação (3.42) é linear para uma BVP linear, podendo ser resolvido numericamente com o método de eliminação de Gauss. Reorganizando a equação (3.42) para isolar a aproximação da solução  $y_i$ , tem-se:

$$b_i y_{i-1} + a_i y_i + c_i y_{i+1} = h^2 s_i \quad (3.43)$$

Onde:

$$b_i = 1 - \frac{h}{2} p_i ; a_i = -2 + h^2 q_i \text{ e } c_i = 1 + \frac{h}{2} p_i \quad (3.44)$$

Agrupando as  $N-2$  equações (3.43) para  $i = 1, 2, \dots, N-2$ , obtém-se a seguinte relação:

$$Ay = f \quad (3.45)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_2 & a_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & b_{N-3} & a_{N-3} & c_{N-3} \\ & & & b_{N-2} & a_{N-2} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N-2} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$f = \begin{bmatrix} h^2 s_1 - b_1 A \\ h^2 s_2 \\ \vdots \\ h^2 s_{N-3} \\ h^2 s_{N-2} - c_{N-2} B \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

A resolução permite a determinação do vetor  $y$  contendo os valores aproximados da solução  $y_i$  associados a cada ponto do intervalo  $x = x_i$ .

### 3.3.3. Integração numérica das equações de equilíbrio

Uma vez definido o processo de resolução do problema, discute-se sobre o método adotado para determinar as funções  $f(r)$  e  $g(r)$  caracterizando o campo de deslocamento conforme na equação 3.4. Em uma primeira abordagem foi escolhido o software Maple<sup>®</sup> e sua função “*dsolve*” para resolver o sistema de equações diferenciais de segunda ordem (equações (3.11) e (3.12)) onde as condições de contorno são conhecidas no domínio do espaço. Neste caso, leva-se em conta a forma real das equações sem admitir nenhuma hipótese simplificadora suplementar ao modelo. Esse método permite a determinação das tensões, deformações e poropressão para os primeiros instantes do ensaio *Vane Test*. No entanto, a partir de um determinado instante de tempo na análise o software não consegue convergir até a solução. Por exemplo, para a análise considerando o critério do Tresca, não foi possível estabelecer o comportamento do material até a ruptura, o que levou ao abandono dessa estratégia. Em uma segunda etapa, o método foi implementado no software de análise numérica Matlab<sup>®</sup> usando a sub-rotina pré-programada *bvp4c* (SHAMPINE; GLADWELL; THOMPSON, 2003) que permite resolver sistemas de equações diferenciais não lineares de segunda ordem. Porém, ocorre uma dificuldade de convergência semelhante à observada na estratégia de uso do Maple<sup>®</sup>.

Na sequência desse trabalho, foi adotado o método de diferença finita para resolver sistema de equações diferenciais não lineares de segunda ordem com condições de contorno (equação (3.11) e (3.12)) e um programa foi implementado através um código Fortran 90. O sistema de equações diferenciais não lineares pode ser resolvido usando o método de diferenças finitas e o método de Newton-Raphson. No entanto, a expressão do módulo de cisalhamento, que é

responsável da não linearidade do sistema, torna o sistema fortemente não linear o que dificulta a convergência da resolução pelo método de Newton-Raphson. Com objetivo de transformar o sistema de equações diferenciais não lineares em duas equações lineares independente, adota-se a hipótese que o valor do módulo de cisalhamento é conhecido nas equações (3.11) e (3.12). Dessa forma, as duas equações não são mais dependentes uma da outra. O valor do módulo de cisalhamento é aproximado através do módulo de cisalhamento do tempo anterior e das iterações anteriores. Consequentemente o algoritmo apresentado na seção 3.3.1 pode ser reformulado.

A primeira etapa, quando  $t = t_n$ , que consiste em estabelecer a configuração inicial, não é alterada, assim:

1. A poropressão ( $p$ ) e as funções de deslocamentos ( $f$  e  $g$ ) estão conhecidas para o tempo  $t_n$ :  $p^n = p(r, t_n)$ ,  $f^n = f(r, t_n)$ .  $g^n = g(r, t_n)$ ;  
Assim, pode ser determinada o módulo de cisalhamento ( $G$ ) e seu módulo equivalente ( $G_{eq}$ ) na configuração inicial  $t_n$ :  $G^n = G(r, t_n)$ ;  $G_{eq}^n = G_{eq}(r, t_n)$ .

A segunda etapa é a loop de convergência da solução na qual são resolvidas as equações descrevendo o problema para um tempo. Nesta etapa, são introduzidos o módulo de cisalhamento aproximado e sua derivada que são necessários para a resolução do problema como método das diferenças finitas. No primeiro passo da iteração de convergência ( $k = 0$ ), o excesso de poropressão para o tempo  $t_{n+1}$  é calculado com o valor do  $G_{eq}$  determinado a partir do módulo de cisalhamento do tempo anterior conforme equação (3.16), assim:

2. Em  $k = 0$ , o módulo equivalente de cisalhamento é definido por:  $G_{eq,0}^{n+1} = G_{eq}(t_n)$  e o módulo de cisalhamento aproximado ( $G_{ap}$ ) e sua derivada ( $G'_{ap}$ ) são determinados por:  $G_{ap,0}^{n+1} = G_{eq}(t_n)$  e  $G'_{ap,0}^{n+1} = 0$ . E os valores iniciais das soluções são dados por:  
 $p_0^{n+1} = p(r, t_n)$ ;  $f_0^{n+1} = f(r, t_n)$ ;  $g_0^{n+1} = g(r, t_n)$ .

As etapas posteriores descrevem o processo de iteração para a convergência dos resultados.

- a) A iteração de convergência é atualizada com  $k = k + 1$ ;

- b) Determinação da poropressão  $p_k^{n+1}$  com o módulo de cisalhamento da iteração anterior  $G_{eq,k-1}^{n+1}$ ;
- c) Cálculo de  $\Delta p_k^{n+1} = p_k^{n+1} - p^n$  e de sua derivada numérica  $\frac{d\Delta p_k^{n+1}}{dr}$
- d) Determinação das funções de deslocamento através da resolução das equações (3.11) e (3.12):
- $f_k^{n+1}$  considerando  $G_{ap,k-1}^{n+1}$  e  $G'_{ap,k-1}$
  - $g_k^{n+1}$  considerando  $G_{ap,k-1}^{n+1}$ ,  $G'_{ap,k-1}$  e  $p_k^{n+1}$
  - Aproximações numéricas das derivadas do deslocamento  $\frac{df_k^{n+1}}{dr}$  e  $\frac{dg_k^{n+1}}{dr}$
  - Determinação do módulo de cisalhamento real a partir da solução do problema:  $G_k^{n+1}(f_k^{n+1}, f_k^{n+1}, g_k^{n+1}, g_k^{n+1})$ .

Na etapa (d), a ideia geral para transformar o sistema de equações diferenciais não linear em um sistema de equações lineares é de considerar que os valores do módulo de cisalhamento e de sua derivada primeira são conhecidos em cada ponto  $r_i$  do domínio. Ou seja, de acordo com as hipóteses adota acima do algoritmo, para um domínio discreto  $R \leq r \leq a$ , em cada ponto  $r_i$  do domínio, os valores do módulo de cisalhamento  $G_{ap,k}$  e de sua derivada  $G'_{ap,k}$  são aproximadas numericamente, tal que para um tempo  $t_{n+1}$ :

$$G_{ap,0}(r_i, t_{n+1}) = G_{eq}(t_n), \quad G'_{ap,0}(r_i, t_n) = 0 \quad \text{para } k = 0 \quad (3.49)$$

$$G_{ap,k-1}(r_i, t_{n+1}) = G_{k-1}(r_i, t_{n+1}) \text{ e}$$

$$G'_{ap,k-1}(r_i, t_{n+1}) = \frac{G_{k-1}(r_{i+1}, t_{n+1}) - G_{k-1}(r_{i-1}, t_{n+1})}{2h} \quad \text{para } k \neq 0 \quad (3.50)$$

Onde  $k$  é o número de iteração para convergência,  $h$  é o valor do intervalo de discretização espacial,  $t_n$  corresponde ao tempo anterior, e  $t_{n+1}$  caracteriza o tempo atual do problema (ver figura 3.2). Os parâmetros  $G_{ap,0}$  e  $G'_{ap,0}$  são as aproximações do módulo de cisalhamento e sua derivada para o início da iteração de convergência ( $k = 0$ ). Na equação (3.49), o módulo

$G_{ap,0}$  é definido constante par todo domínio e igual ao módulo de cisalhamento equivalente do tempo anterior. Consequentemente, sua derivada  $G'_{ap,0}$  é nula ao longo do domínio. Os parâmetros  $G_{ap,k}$  e  $G'_{ap,k}$  são, respetivamente, as aproximações do módulo de cisalhamento e sua derivada para as seguidas iterações de convergência ( $k$ ). Na equação (3.50), esses parâmetros são caracterizados pelo módulo de cisalhamento real e sua derivada para o tempo anterior ( $k-1$ ), que é determinada numericamente com aproximação por diferença central.

Assim, o sistema de equações não lineares de segunda ordem descritos pelas equações (3.11) e (3.12) se torna duas equações diferenciais lineares independentes em  $r_i$ :

$$g''(r_i) + g'(r_i) \left( \frac{4G_{ap,i} + 4G'_{ap,i} + 3K}{r_i(3K + 4G_{ap,i})} \right) + g(r_i) \left( -\frac{2G'_{ap,i}r_i + 4G_{ap,i} + 3K}{r_i^2(3K + 4G_{ap,i})} \right) = \frac{3B\Delta p'_i(r_i)}{3K + 4G_{ap,i}} \quad (3.51)$$

$$f''(r_i)G_{ap,i} + f'(r_i) \left( \frac{G_{ap,i}}{r_i} + G'_{ap,i} \right) + f(r_i) \left( -\frac{G_{ap,i}}{r_i^2} - \frac{G'_{ap,i}}{r_i} \right) = 0 \quad (3.52)$$

Onde  $\Delta p'(r_i)$  é a aproximação por diferenças finitas da derivada da variação da poropressão para o ponto  $r_i$  e  $G_{ap,i}$  e  $G'_{ap,i}$  correspondem os valores do módulo de cisalhamento aproximado e de sua derivada para  $r_i$ . Sendo  $\Delta p(r_i, t_{n+1}) = p(r_i, t_{n+1}) - p(r_i, t_n)$ , então a aproximação de  $\Delta p'(r_i)$  pode ser definido tal que:

$$\Delta p'(r_i, t_{n+1}) = \frac{p(r_{i+1}, t_{n+1}) - p(r_{i-1}, t_{n+1})}{2h} - \frac{p(r_{i+1}, t_n) - p(r_{i-1}, t_{n+1})}{2h} \quad (3.53)$$

Considerando essas simplificações numéricas, o problema é descrito por duas equações diferenciais lineares de segunda ordem (3.51) e (3.52), que podem ser reescritas, da seguinte forma:

$$g''(r) + g'(r)p_g(r) + g(r)q_g(r) = s_g(r) \quad (3.54)$$

$$f''(r) + f'(r)p_f(r) + f(r)q_f(r) = s_f(r) \quad (3.55)$$

A partir das equações (3.54) e (3.55), e aproximando as derivadas das funções de deslocamentos pelas diferenças centrais e seguindo os conceitos da aproximação por diferença finita monta-se o sistema de equações lineares caracterizando a solução aproximada do deslocamento no domínio espacial ( ver seção 3.3.2). No código desenvolvido em Fortran 90, o sistema de equações lineares é resolvido por eliminação de Gauss.

Na sequência da determinação das funções que descrevem o campo de deslocamento, são calculadas suas derivadas e o módulo de cisalhamento considerado real. Depois disso, são calculados os erros relativos das soluções (etapa e).

e) Verificação da convergência da poropressão e dos deslocamentos

$$err = \max(\|p_k^{n+1} - p_{k-1}^{n+1}\| / \|p_{k-1}^{n+1}\|, \|f_k^{n+1} - f_{k-1}^{n+1}\| / \|f_{k-1}^{n+1}\|, \|g_k^{n+1} - g_{k-1}^{n+1}\| / \|g_{k-1}^{n+1}\|)$$

i. Se  $err > tol$ , continua-se o processo iterativo.

Atualização dos módulos de cisalhamento equivalente e aproximando numérico:

$$G_{eq,k}^{n+1} = F(G_k^{n+1}) \text{ e } G_{ap,k}^{n+1} = F(G_k^{n+1})$$

ii. Se  $err < tol$ , o processo para

Se o erro relativo é inferior à tolerância o loop de convergência para e o tempo é incrementado para determinar a solução para o tempo seguinte. Se o erro é superior, calcula se o novo módulo de cisalhamento equivalente, o módulo de cisalhamento aproximado e sua derivada com o módulo de cisalhamento real da presente iteração ( $k$ ) de acordo com a equação (3.55) e incrementa-se  $k = k + 1$ .

Nota-se que a solução das funções de deslocamento é uma solução aproximada. O modelo adotado não leva em conta a expressão real do módulo de cisalhamento, pois a resolução numérica ocorre com o desacoplamento da função nas equações. No entanto, existe uma dependência numérica entre as equações que são expressas através evolução e convergência numérica do módulo de cisalhamento. Na sequência do trabalho esse modelo é referenciado como modelo pe-MDF, pois, uma vez definida as equações do modelo, a resolução é numérica.

## 4. ANÁLISE NUMÉRICA: CRITÉRIO DE TRESCA

Nesta capítulo, o ensaio de palheta é estudado através uma simulação de rotação de um cilindro no solo considerando o critério de ruptura de Tresca para caracterizar as deformações plásticas. Na primeira seção, apresenta-se o conceito do critério de ruptura de Tresca e os métodos usados para verificar e avaliar o modelo proposto neste trabalho. Em seguida, os resultados da simulação do ensaio de palheta em material virtual são discutidos para estudar a influência da rigidez do material e da zona de influência. No final, é avaliado o efeito dos parâmetros usados nos métodos numéricos sobre a precisão dos resultados.

### 4.1. CONCEITOS PRELIMINARES

#### 4.1.1. Critério de ruptura de Tresca

Na seção 3.1, o módulo de cisalhamento é definido através de uma lei de dependência ao nível de deformação. Assim, o módulo é caracterizado tal que o campo de tensão associado tem comportamento assintótico que respeita o critério de Tresca expresso por:

$$\lim_{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{ref}} \rightarrow \infty} f(\underline{\underline{\sigma'}}) = 0 \quad (4.1)$$

Sendo que  $\underline{\underline{\sigma'}} = \underline{\underline{\sigma}} + \Delta p \underline{\underline{1}}$  é a tensão efetiva de Terzaghi (1967),  $\varepsilon_d$  é o módulo desviador de deformação e  $\varepsilon_{ref}$  é a deformação de referência que representa fisicamente o nível de deformação para a qual a tensão de cisalhamento atinge o valor assintótico de cisalhamento. A função  $f(\underline{\underline{\sigma'}})$  em 4.1 é definida por:

$$f(\underline{\underline{\sigma'}}) = \tau - k_{cis} \sqrt{2} \quad (4.2)$$

Onde  $\tau$  é a tensão cisalhante equivalente expressa por  $\tau = \sigma_d$  e  $k_{cis}$  é o limite de resistência ao cisalhamento do material. Adotando as hipóteses de um campo de tensão iniciais isotrópico, ou seja,  $\underline{\underline{\sigma}}_0 = \sigma_0 \underline{\underline{1}}$ . O módulo do tensor desviador de tensão pode ser relacionado ao módulo do tensor desviador de deformação com a primeira equação de estado:

$$\sigma_d = 2G(\varepsilon_d)\varepsilon_d \quad (4.3)$$

Onde a tensão desviadora inicial ( $\sigma_d$ ) é o módulo do tensor desviadora de tensões. Juntando as equações (4.1), (4.2) e (4.3) caracteriza-se o módulo de cisalhamento  $G = G(\varepsilon_d, \Delta p)$  tal que G tem um comportamento assintótico semelhante a  $1/\varepsilon_d$  quando  $\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{ref}} \gg 1$ :

$$G(\varepsilon_d) = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2}\varepsilon_d} \quad (4.4)$$

Outra formulação que satisfaz o comportamento assintótico adotado é dada por uma lei de dependência (Maghous e al. 2009):

$$G(\varepsilon_d) = \frac{K_{cis}}{\sqrt{2}} \frac{1/\varepsilon_{ref}}{1 + \varepsilon_d/\varepsilon_{ref}} \quad (4.5)$$

A figura 4.1 apresenta o comportamento elástico não linear descrito pela equação (4.5) e de acordo com o critério definido por (4.1) e (4.2):

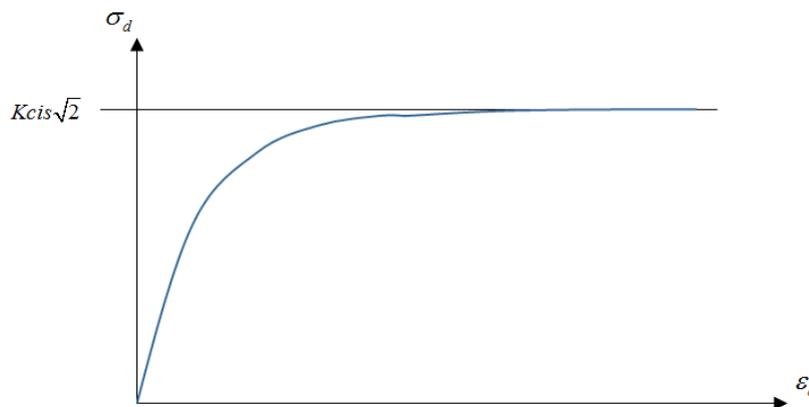


Figura 4.1: Representação do comportamento não-linear adotando o critério de Tresca

Admitindo a expressão (4.5) para definir o comportamento não linearidade do material, as funções de deslocamentos radial e rotacional são determinadas, considerando  $G(r) = G(\varepsilon_d)$  nas equações (3.11) e (3.12) para resolver o sistema de equações diferenciais.

#### 4.1.2. Métodos para avaliação do modelo

A estratégia de resolução do problema descrito pelas equações (3.11) e (3.12) foi exposta no capítulo 3. Na sequência desse trabalho, são apresentados os métodos usados para verificar o modelo e o método de resolução escolhido para determinar as relações entre tensões-deformações-poropressão durante o ensaio de palheta.

Uma verificação do modelo de solução é realizada pela comparação com os resultados obtido através de um método de resolução diferente do descrito no capítulo 3, baseada numa resolução do sistema de equações diferenciais através a função *dsolve* software Maple<sup>®</sup>. Ao contrário da estratégia adotada no capítulo 3, onde as equações descrevendo o modelo poroelástico não linear são resolvidas para um instante de tempo dado, essa metodologia determina o campo de deslocamento e de tensão para um intervalo de tempo. Além disso, considera-se a expressão real do módulo de cisalhamento definido pelas funções de deslocamentos (equações (3.11) e (3.12)). Na sequência do trabalho, os resultados obtidos serão referenciados pela nomenclatura pe-Maple.

Esse modelo permite verificar as hipóteses numéricas (ver seção 3.3.3) adotadas no modelo poroelástico não linear que usa o método das diferenças finitas (pe-MDF), mas não permite avaliar as equações e hipóteses gerais do modelo. Por isso, foi feita simulação em elementos finitos do ensaio de palheta. Esse método computacional é estimado para aproximar a solução de problema com condição de contorno semelhante à problemática do trabalho. O ensaio de palheta foi modelado usando o software Abaqus<sup>®</sup> para determinar uma solução aproximada do problema no contexto da hipótese de deformação plana. A malha é composta de elementos finitos tipo CPE8RP (figura 4.2): elemento quadrilateral de 8 nós, deformação plana com 8 nós de deslocamento e 4 de poropressão e integração reduzida.

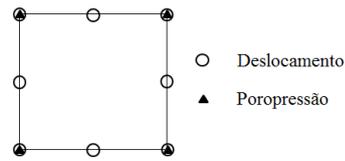


Figura 4.2: Elemento CPE8RP

A figura 4.3 apresenta a modelagem em elementos finitos, onde o raio externo é admitido 1000 vezes superior ao raio de cilindro ( $R$ ), tal que a poropressão não influa na fronteira. Na fronteira exterior, é imposto um campo de deslocamento é considerado nulo. Considera-se, uma distribuição inicial de poropressão  $p_0$  definida pela equação (2.67) e um campo de tensão inicial caracterizado por uma distribuição isotrópica uniforme  $\sigma_0$ .

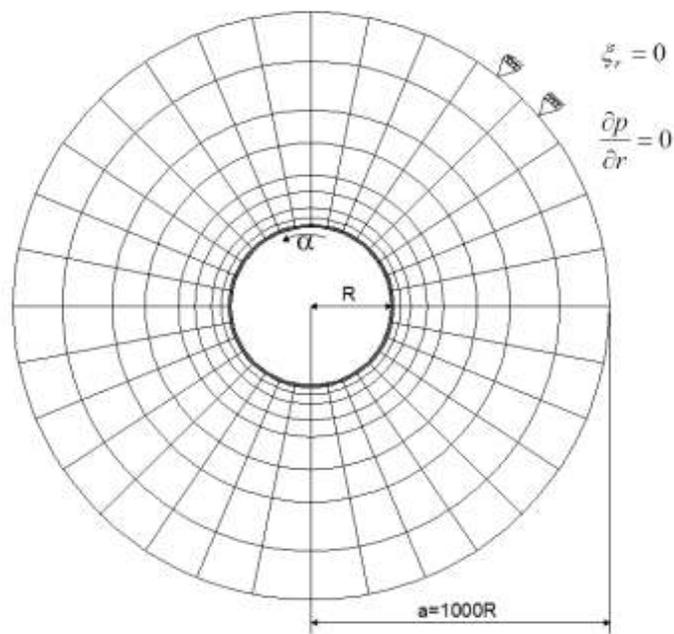


Figura 4.3: Malha em elementos finitos utilizada para a análise (Dienstmann 2015)

O material é definido por um modelo constitutivo poroelástico linear perfeitamente plástico adotando uma superfície de plastificação caracterizado pelo critério de Tresca. O material é descrito pelos parâmetros: seguinte: módulo elástico ( $E$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e pelo limite de cisalhamento ( $K_{cis}$ ). Nas próximas partes do texto, os resultados relativos à simulação baseada no modelo poroplástico em elementos finitos são referenciados com pp-MEF.

## 4.2. AVALIAÇÃO DO MODELO

As simulações são aplicadas para um material pela dificuldade de encontrar na literatura dados experimentais completos sobre um material para comparar com os modelos propostos. Os parâmetros que descrevem o material são apresentados na Tabela 4.1. O módulo volumétrico ( $K$ ) é calculado através uma expressão que o relaciona ao coeficiente de Poisson  $\nu$  e o módulo  $G$ . A deformação de referência é determinada a partir da equação (4.5) no estado inicial ( $\varepsilon_d = 0$ ). O coeficiente e o módulo de Biot são determinados com  $K_s = 1GPa$  e  $K_w = 2,2GPa$ , onde  $K_s$  é o módulo de volumétrico do grão constitutivo do solo e  $K_w$  é o módulo volumétrico do fluido (água). A permeabilidade  $k$  é adotada na faixa das permeabilidades caracterizando um material siltoso. É adotado um valor de 0,025m para o raio da palheta  $R$  e a distância radial caracterizando a zona de influência  $a$  foi definida com 25 vezes o raio da palheta. A tabela 4.1 apresenta os parâmetros constitutivos do material.

Tabela 4.1: Parâmetros constitutivos do material

Parâmetro	Unidade	Valor
$u_{\max}$	kPa	100
$\rho^f gk$	m/s	1.00E-8
$G$	MPa	50
$\nu$		0,3
$\varepsilon_{ref}$		9.98E-4
$k_{cis}$	kPa	70
$B$		0.8917
$M$	kPa	1.683E+6

O valor da poropressão é calculado limitando-se aos  $s=10$  primeiros termos ( $i=1, \dots, 10$ ) da série (3.27) definida na seção 3.2. Os parâmetros numéricos para simulação com modelo pe-MDF, é escolhido por ter a melhor precisão para os cálculos de derivadas, ou seja, é escolhido um a discretização de  $N=100\ 000$ .

O processo de carregamento consiste em aumentar progressivamente a partir de  $\alpha = 0$  a rotação imposta em  $r = R$  até um valor  $\alpha = \alpha_{\max}$ . Para a análise permanecer no contexto das transformações infinitesimais, a rotação máxima imposta é  $\alpha_{\max} = 0.18^\circ$

#### 4.2.1. Distribuição de tensão e poropressão

Nessa seção, apresentam-se os perfis das distribuições radiais de tensões e poropressão para um nível de deformação que caracteriza a ruptura do material poroso (tabela 4.1). As simulações do ensaio de palheta são realizadas para diferentes velocidades de rotação da palheta com objetivo de caracterizar os comportamentos de drenagem do material. Na sequência essa velocidade de rotação está expressa em termo de velocidade linear (mm/s) tangencial ao cilindro.

A figura 4.4, apresentam a poropressão em função da distância radial normalizada  $r/R$  para velocidades entre  $10^{-5}$  a  $10^2$  mm/s e para uma rotação imposta  $\alpha_{\max} = 0.18^\circ$  (que corresponde aos tempos de ensaios entre 5670s a 0.00567s, respetivamente). A figura 4.4-a apresenta as poropressões obtidas com o modelo pe-MEF. Para avaliar o modelo, os resultados de poropressão obtidos para os modelos pe-Maple e pp-MEF são apresentados na figura 4.4-c e figura 4.4-b, respetivamente. Observa-se que a poropressão decresce logaritmicamente e função da distância radial. Os resultados indicam que a velocidade de rotação tem uma grande influência sobre a poropressão. Os perfis de poropressão obtidos para velocidade de rotação básicas (tipicamente  $v < 10^{-5} \text{ mm/s}$ ) são características de uma evolução drenada do maciço poroso. Ao contrário, velocidades altas (tipicamente  $v > 1 \text{ mm/s}$ ) correspondem a uma evolução que tende à evolução não drenada do meio poroso. Além disso, a figura 4.4-b e 4.4-c mostram resultados de poropressão muito semelhantes àqueles da figura 4.4-a. A concordância entre os resultados das abordagens pe-MDF e pe-Maple indica a boa precisão do método de resolução via diferenças finitas. Por outro lado, a boa concordância entre os resultados preditos pelos modelos pe-MDF e pe-Maple e as soluções de PP-MEF sugerem que o modelo poroelástico não linear fornece uma descrição relevante do comportamento poro-elastoplastico do meio poroso.

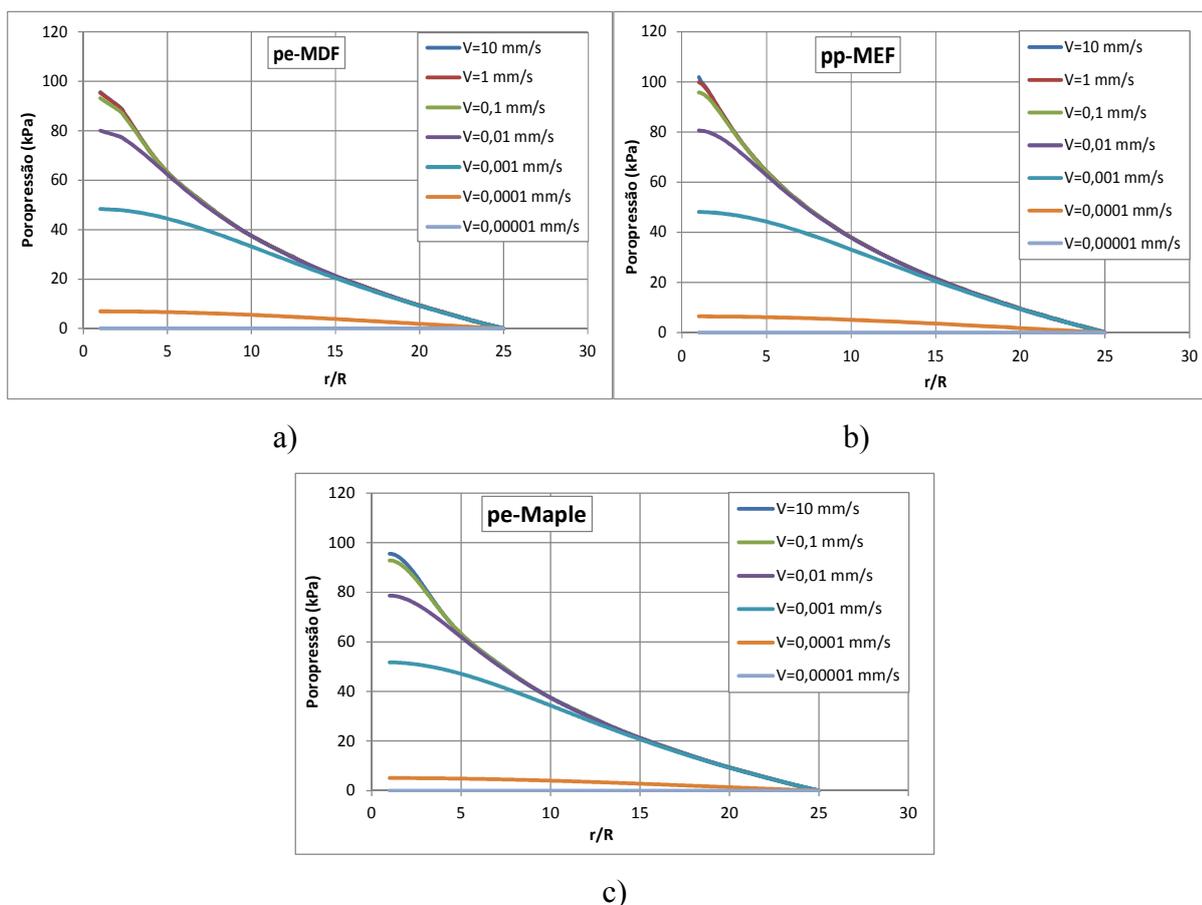


Figura 4.4: Distribuições radiais de poropressão  $\alpha_{\max} = 0.18^\circ$

Nas figuras 4.5 são reproduzidas novamente as distribuições de poropressão para as velocidades caracterizando o estado não drenado (a) e parcialmente drenado (b) com objetivo de comparar diretamente os modelos pe-MDF, pe-Maple e pp-MEF. Para a velocidade caracterizando um comportamento não drenado  $v = 10 \text{ mm/s}$ , cada modelo apresenta uma mesma dissipação de poropressão ao longo da distância radial normalizada. Observa-se que para uma velocidade intermediária  $v = 0.001 \text{ mm/s}$  (comportamento parcialmente drenado), o modelo pe-MDF e pp-MEF apresentam resultados semelhantes. No entanto, o modelo pe-Maple para distância radial normalizada de 1 a 10 coloca em evidência uma dissipação um pouco mais lenta. Na figura 4.5-a, para uma distância radial normalizada de 1, a aproximação da poropressão, nos modelos pe-MDF e pe-Maple, explica a diferença com os resultados obtido pelo modelo pp-MEF.

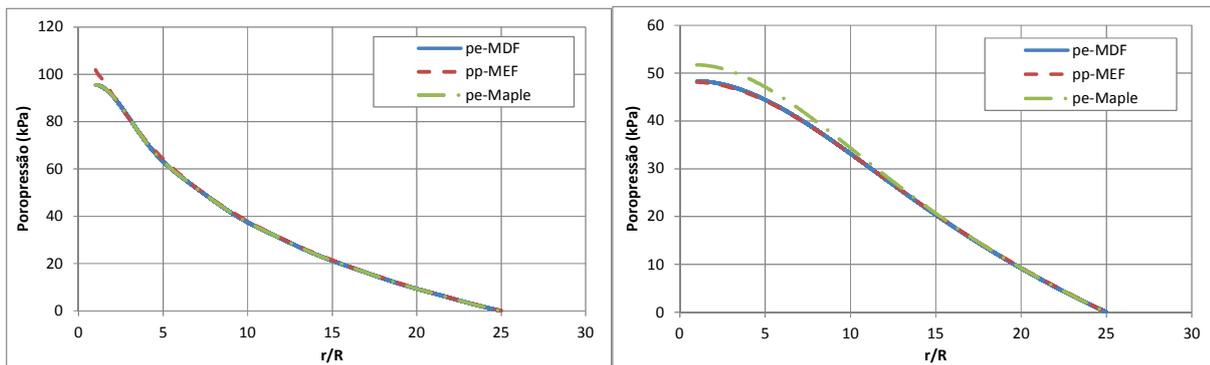
a) não drenada  $v=10\text{mm/s}$ b) parcialmente drenado  $v=0.001\text{mm/s}$ 

Figura 4.5: Distribuições de poropressão para diferentes condições de drenagem

Nas figuras 4.6, apresentam-se distribuições radiais de variação de tensão cisalhante em relação à distância radial normalizada  $r/R$  para velocidades que caracterizam os três comportamentos de drenagem obtidos pelos três modelos (pe-MDF (a) , pp-MEF (b) e pe-Maple (c)). Cada modelo mostra que a variação de tensão cisalhante decresce rapidamente até uma distância radial normalizada próxima de  $r/R=5$ , para depois continuar decrescendo, mas de forma mais lenta até o limite da zona de influência definida para  $25R$ . Ambos os modelos indicam que a velocidade não tem influência sobre a variação de tensão de cisalhamento. Isto pode ser explicado qualitativamente pelo fato de que a variação da tensão cisalhante não depende diretamente da poropressão:  $\Delta\sigma_{r\theta} = 2G\varepsilon_{r\theta} = A/r^2$ ,  $A$  sendo definido pelas condições de contorno que dependem apenas de  $\alpha_{\max}$  e  $a$ .

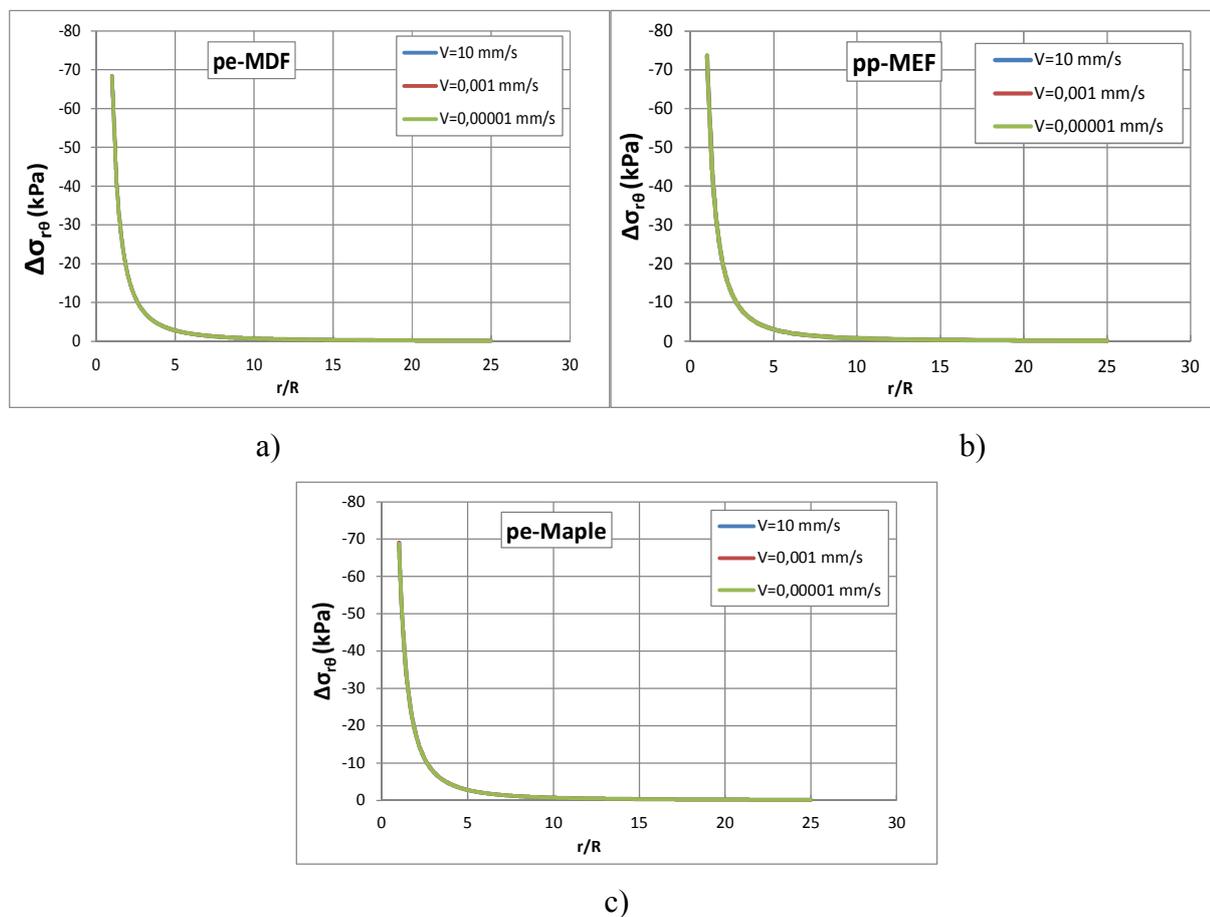


Figura 4.6: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante

Os resultados das figuras 4.6 são apresentados novamente na figura 4.7 com o objetivo de comparar diretamente a resposta dos modelos para uma velocidade de rotação dada. Assim, para uma velocidade de 10 mm/s caracterizando comportamento não drenado do material (figura 4.7-a), todos os modelos apresentam resultados semelhantes. Porém, as figuras 4.7-b e 4.7-c, que correspondem ao comportamento parcialmente drenado ( $v=0.001$  mm/s) e totalmente drenado ( $v=0.00001$  mm/s), respectivamente, mostram que as variações de tensão cisalhante obtidas com o modelo poroplástico são superiores ( $\Delta\sigma_{r,\theta} \approx -73,5$  kPa) as obtidas com os modelos poroelásticos não lineares ( $\Delta\sigma_{r,\theta} \approx -68,5$  kPa) para uma distância radial  $r/R = 1$ .

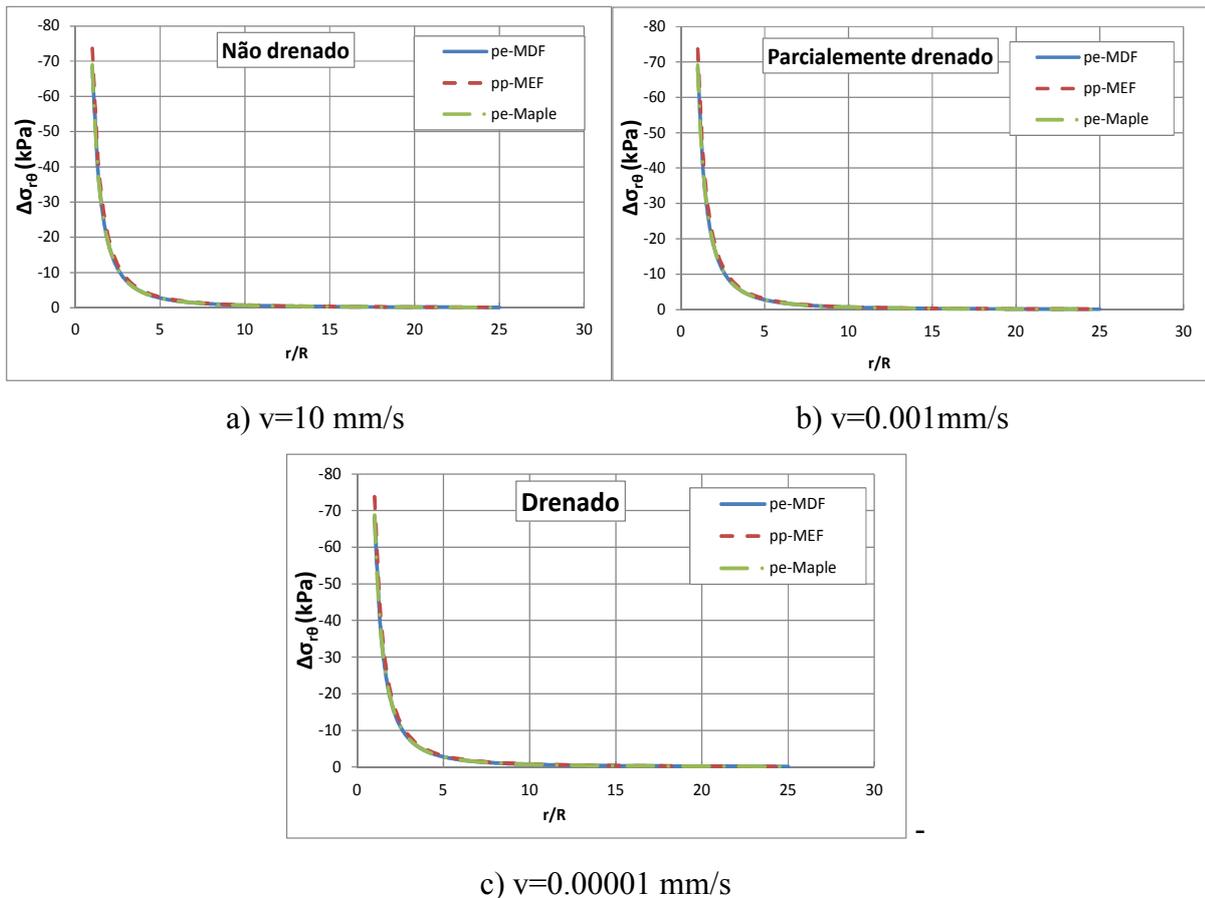


Figura 4.7: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante

#### 4.2.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro

A figura 4.8 apresenta o histórico de poropressão em uma posição radial próxima ao cilindro obtido com os modelos poroelásticos não linear e poroplástico em cada estado de drenagem (não drenado, parcialmente drenado, e drenado). Observa-se que para velocidade de 10mm/s em ambos modelos não tem dissipação da poropressão, porém há uma diferença de valor máximo de poropressão. Essa diferença se explica pela aproximação da função de poropressão nos modelos de acordo com a seção 4.2.2. Os resultados obtidos para a velocidade intermediária  $V=0.001$ mm/s são diferentes para os três modelos. O modelo pe-Maple tem uma dissipação mais lenta que os dois outros modelos, e o modelo pe-MDF parece propor a dissipação mais rápida. Para o comportamento totalmente drenado caracterizado por uma velocidade de rotação de 0,00001mm/s, os três modelos apresentam um histórico de

tensão semelhante, porém o modelo poroplástico apresenta uma dissipação total associada a uma deformação maior do que nos modelos poroelásticos não lineares.

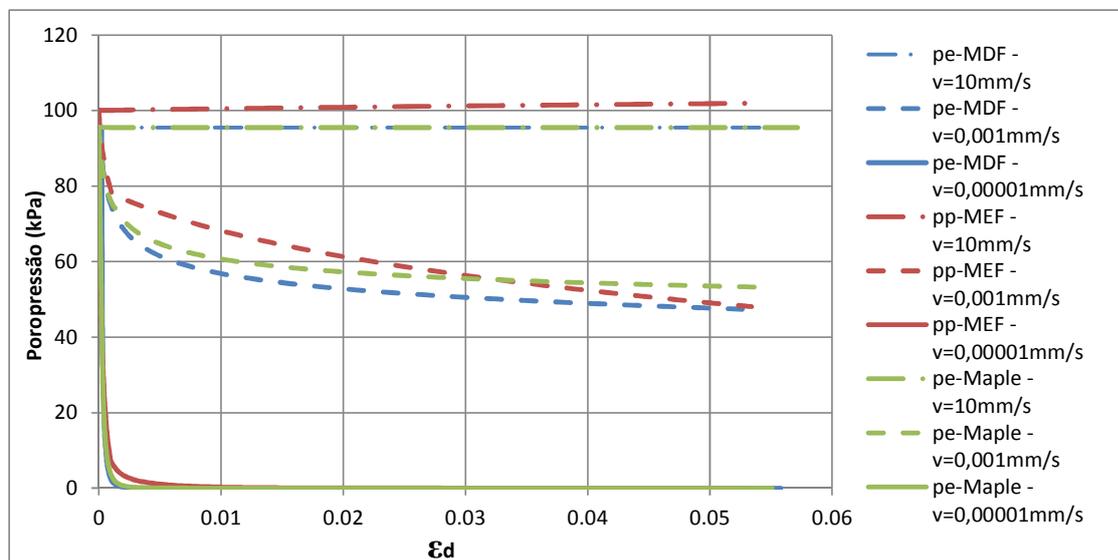


Figura 4.8: Relação poropressão-deformação na superfície do cilindro

Os estados de tensão obtidos para cada modelo são apresentados na figura 4.9 para velocidade caracterizando um comportamento não drenado (4.9-a), parcialmente drenado (4.9-b) e totalmente drenado (4.9-c). Observa-se que todos os modelos permitem caracterizar a tensão cisalhante máxima próxima de -70 kPa. Porém, os resultados mostram que com no modelo pp-MEF, a tensão máxima é atingida com uma deformação na cerca de  $\varepsilon_d = 0,1\%$ , que é menores nos modelos poroelásticos não lineares, em que a tensão máxima é atingida para  $\varepsilon_d = 4\%$ . Os históricos apresentados na figura 4.9 mostram que a velocidade de rotação da palheta não tem influência significativa sobre as variações de tensão de cisalhamento, o que está de acordo com as observações da seção 4.2.1.

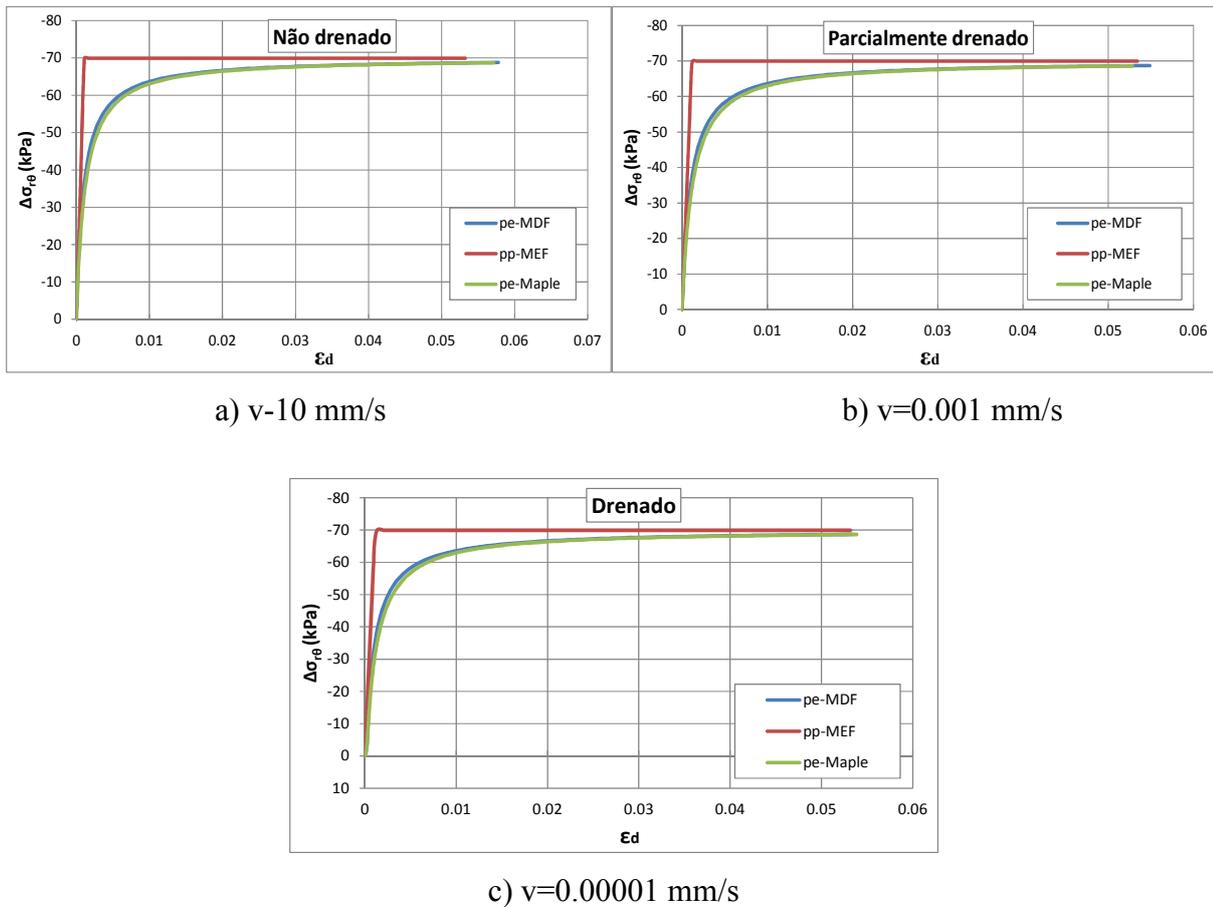


Figura 4.9: Relação tensão cisalhante-deformação na superfície do cilindro

O método pe-MDF mostram uma vantagem sobre o modelo pe-Maple em termos de tempo computacionais. Com uma função de poropressão definida por uma serie com 10 termos e para uma curva de tensão caracterizada por 40 pontos, o modelo pe-Maple leva 6,3 horas para calcular os resultados. No entanto, o modelo pe-MDF levando em conta o mesmo número de termos na função de poropressão e uma discretização radial de 100 000 intervalos calcula os resultados para 90 incrementos de tempo demora 1, 3 horas. Embora que os tempos de calculo são muito dependente dos parâmetros de calculo fixado (número termos da função de poropressão, discretização do intervalo, número de passos de tempo escolhidos para a resolução) o modelo pe-MDF mostra tempos computacionais menores que o modelo pe-Maple para realizar uma simulação do ensaio de palheta.

### 4.3. INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ

O objetivo nesta seção é estudar a influência da rigidez do material sobre os resultados do modelo poroelástico não linear com diferenças finitas (pe-MDF). Assim, são estudadas as distribuições de variações de tensões cisalhantes e poropressão para ruptura de três materiais com valores do módulo de cisalhamento inicial diferente ( $G_0=25\text{MPa}$ ,  $50\text{MPa}$  e  $75\text{MPa}$ ). O módulo de cisalhamento inicial é calculado através a equação (4.5) considerando o estado inicial de deformação  $\varepsilon_d = 0$ , assim o módulo  $G_0$  é expresso por:

$$G_0 = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2\varepsilon_{ref}}} \quad (4.6)$$

O máximo de tensão cisalhante é controlado pelo parâmetro  $k_{cis}$  e a variação da rigidez do material controla a deformação para a qual essa tensão máxima é atingida. Os parâmetros constitutivos dos materiais são apresentados na tabela 4.1, porém os parâmetros afetados pela variação do módulo de cisalhamento são apresentados na tabela 4.3.

Tabela 4.2: Parâmetros constitutivos dos materiais

Parâmetro	Unidade	Valor
$G_0$	MPa	25/50/75
$\varepsilon_{ref}$	-	0.00198/0.000989/0.000659
$B$	-	0.9458/0.8917/0.8375
$M$	kPa	1.542E+6/1.683E+6/1.852E+6

Uma discretização de  $N=100\ 000$  e uma poropressão aproximada por uma série com 25 termos são adotadas para as simulações. Em uma segunda etapa são apresentadas as evoluções dos resultados em relação a rotação do cilindro, até atingir o critério de ruptura do material. Cada resultado é apresentado para três velocidades diferentes ( $v=10\text{mm/s}$ ,  $v=0.001\text{mm/s}$  e  $0,00001\text{mm/s}$ ) caracterizando as três configurações não drenado (ND), parcialmente drenado (PD) e totalmente drenado (TD). O processo de carregamento consiste em aumentar progressivamente a partir de  $\alpha = 0$  a rotação imposta em  $r = R$  até um valor

$\alpha = \alpha_{\max}$ . Para a análise permanecer no contexto das transformações infinitesimais, a rotação máxima imposta é de  $0.10^\circ$ ,  $0.18^\circ$  e  $0.34^\circ$  para os materiais de módulo de cisalhamento  $G=75\text{MPa}$ ,  $G=50\text{MPa}$  e  $G=25\text{MPa}$ , respetivamente.

#### 4.3.1. Distribuição de tensão e poropressão

A figura 4.10 mostra a distribuição de poropressão para diferentes configurações de drenagem. As poropressões obtidas para velocidade que caracterizam os estados ND e TD são semelhantes independentemente da rigidez do material. Este pode ser explicado pelo fato que o critério de Tresca não depende da tensão média. Para um estado intermediário, o material menos rígido (25MPa) apresentam a poropressão com um nível ligeiramente menor que a distribuição de poropressão dos materiais rígidos (75MPa e 50MPa) na distância radial normalizada de 1 até próximo de 10. Não há grandes diferenças entre as distribuições do poropressão para os dois materiais de rigidez maior. Os três materiais apresentam uma dissipação total da poropressão. Estes resultados devem ser interpretados considerando que o tempo característico de consolidação (dissipação da poropressão)  $T = d^2/c_f$  cresce com  $G$ , por  $c_f$  dado por (3.25) é uma função decrescente de  $G$ .

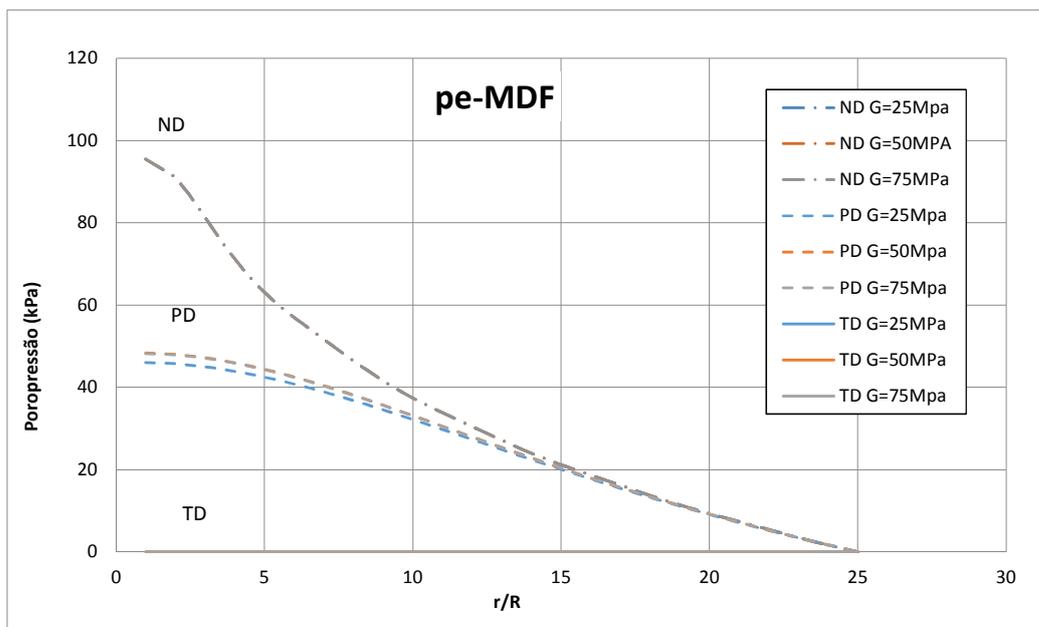


Figura 4.10: Distribuição de poropressão na configuração ND, PD e TD

As distribuições da variação de tensão cisalhante para as três configurações de drenagem são apresentadas na figura 4.11 para um nível de deformação correspondente à ruptura em cada material. Assim, a variação de tensão cisalhante máxima é atingida para deformação desviadora  $\varepsilon_d$  de 0,0237, 0,0646 e 0,1 para os materiais de rigidez  $G=75\text{MPa}$ ,  $G=50\text{MPa}$  e  $G=25\text{MPa}$ , respectivamente. Observa-se que na ruptura, os materiais de diferentes rigidezes têm perfis de tensão cisalhante semelhantes e a velocidade de rotação não tem influência sobre as tensões.

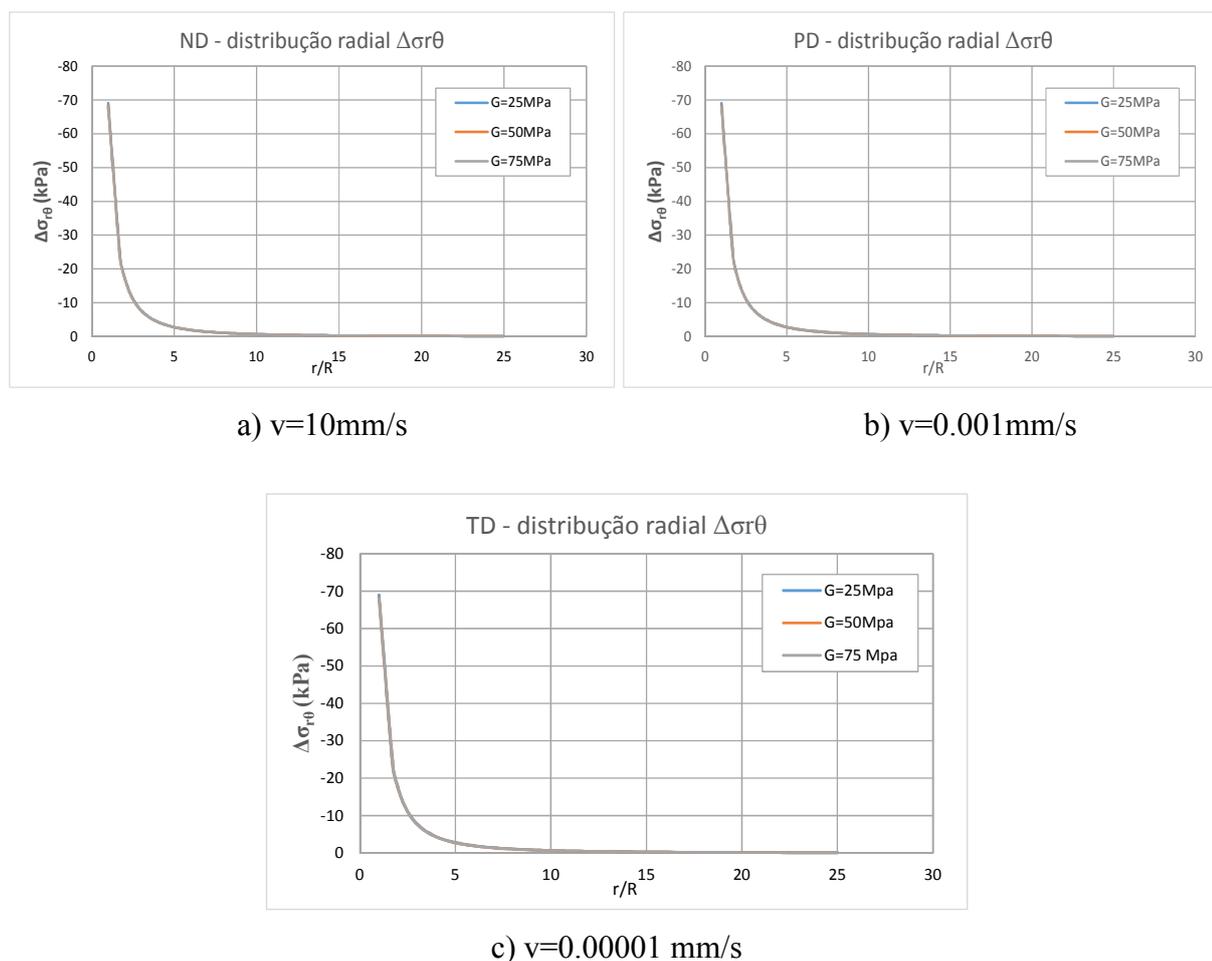


Figura 4.11: Distribuição radial de tensão cisalhante nas três condições de drenagem

#### 4.3.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro

A figura 4.12 mostra o histórico da poropressão na superfície do cilindro para uma simulação do ensaio da palheta em três materiais de diferentes rigidezes. A poropressão em relação à deformação desviadora são graficadas para as três velocidades caracterizando os três estados de drenagem até a deformação diferente correspondente à ruptura de cada material. Nota-se na figura 4.12, que a velocidade de 10 mm/s (ND) induz uma evolução não drenada no maciço poroso. Os resultados obtidos com uma velocidade intermediária indicam que o material tem um comportamento parcialmente drenado e que para um mesmo nível de deformação o material menos rígido tem valores de poropressão maiores que os materiais mais rígidos. Na configuração totalmente drenada, observa-se a dissipação é total na ruptura dos materiais e de acordo com os resultados do estado parcialmente drenado, para material mais rígido a dissipação é mais rápida. Ou seja, quanto maior a rigidez do material mais rápida é a dissipação da poropressão.

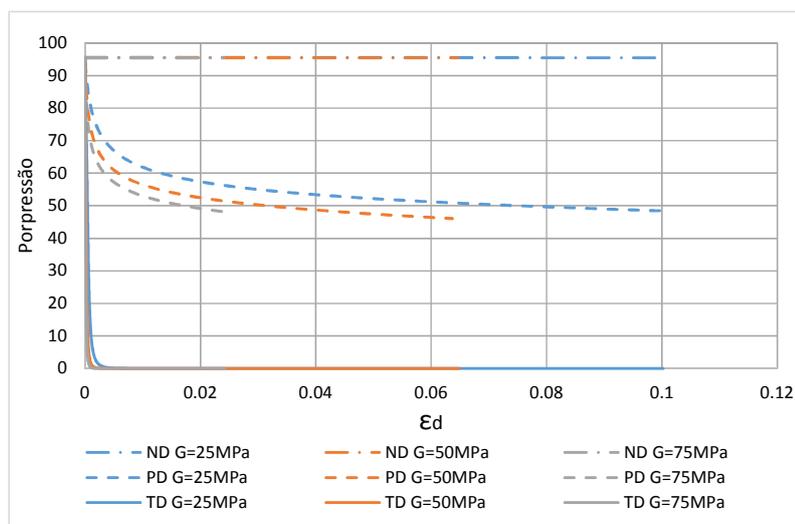


Figura 4.12: Evolução da poropressão com a deformação desviadora

Na figura 4.13 é apresentado o histórico de variação de tensão de cisalhamento na superfície do cilindro em função da deformação desviadora três velocidades  $V = 10\text{mm/s}$ ,  $V = 0,001\text{mm/s}$  e  $V = 0,00001\text{mm/s}$ . De acordo com os resultados expostos nas seções 4.2 e 4.3.1, a velocidade de rotação não tem influência sobre os valores de variação de tensão cisalhante. A tensão cisalhante tem um comportamento logarítmico e converge para o limite de ruptura ( $k_{cis} = 70\text{kPa}$ ) (seguido o critério adotado). Como esperado, os material mais

rígidos converge mais rápido no valor máxima de tensão de cisalhamento um material mais rígid, assim os valores máximos de tensão são atingidos para deformação desviadora  $\varepsilon_d$  próximas de 2,4%, 6,5% e 10% respectivamente para matérias de rigidez  $G=75\text{MPa}$ ,  $G=50\text{MPa}$  e  $G=25\text{MPa}$ ).

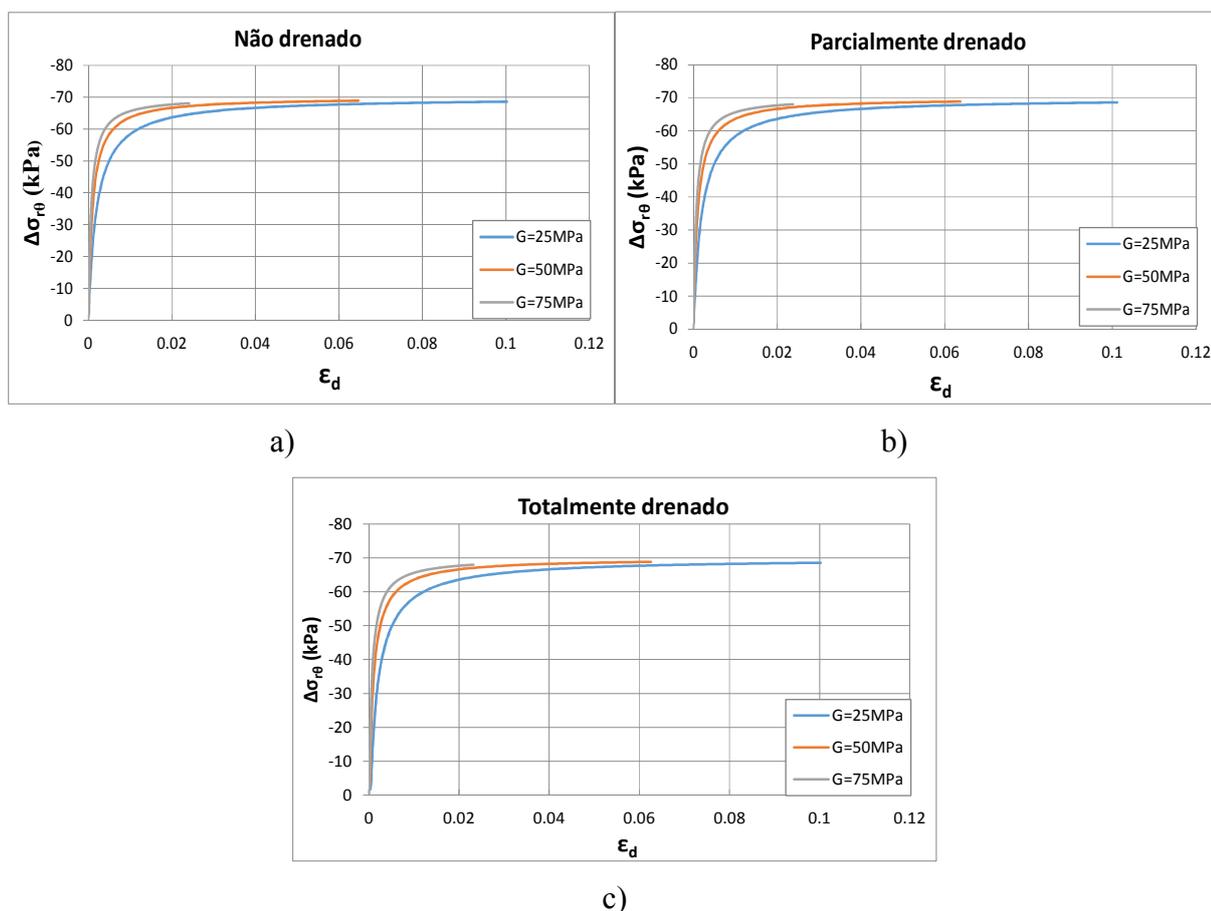


Figura 4.13: Evolução variação de tensão cisalhante com a rotação do cilindro para diferente condições de drenagem

#### 4.4. INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE SOBRE A POROPRESSÃO

No capítulo 2, foi apresentado o princípio de curva característica de drenagem, primeiramente introduzido por Blight (1968) e revisado por outros autores [e.g. por Morris e Williams (2000), Dienstmann (2015)]. A curva apresenta o grau de drenagem  $U$  calculado a partir da poropressão em função de uma velocidade  $V$  normalizada pelo coeficiente de difusão do material e pelo raio do cilindro. O conceito é utilizado nesta seção para avaliar os efeitos da

velocidade sobre a poropressão. Uma discretização de  $N=100\ 000$  e uma poropressão aproximada por uma série com 25 termos são adotadas para as simulações.

A figura 4.14-a apresenta as curvas de drenagem para uma deformação caracterizando a ruptura obtidas com os três modelos (pe-MDF, pe-Maple e pp-MEF) para o material descrito na tabela 4.1. As curvas relacionam o grau de drenagem  $U$  obtido no contorno do cilindro com uma velocidade normalizada  $V = v.d/c_f$ , onde  $v$  é a velocidade de rotação,  $d$  é o diâmetro da palheta,  $c_f$  é o coeficiente de difusão. O coeficiente de difusão é definido através a equação (3.23) considerando um módulo de cisalhamento equivalente  $G_{eq}$  determinada para cada nível de poropressão e um módulo de cisalhamento inicial constante, respetivamente, para os modelos poroelástico não lineares e o modelo poroplástico. As curvas de drenagem para os dois modelos poroelástico não lineares são muito semelhantes e apresenta um estado não drenado e drenado para velocidade normalizada respetiva de 100 e 0.1. Assim, embora a adoção de um módulo de cisalhamento diferente na determinação do coeficiente de difusão na velocidade normalizado os resultados mostram que as fases de transição têm o mesmo intervalo logarítmico para ambos os modelos.

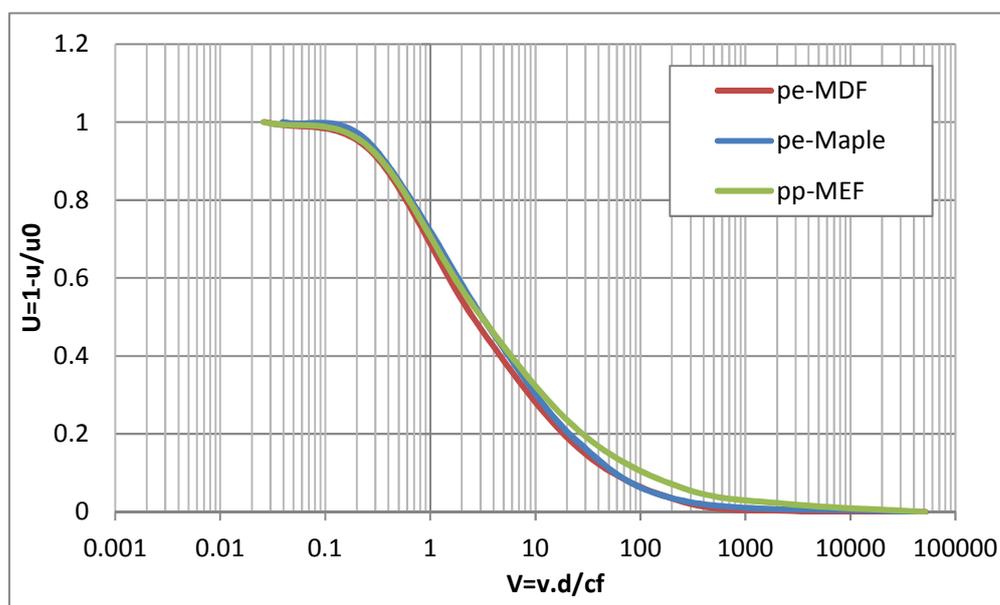


Figura 4.14: Curva de drenagem para diferentes modelo

A figura 4.15 mostra as curvas de drenagem, obtidas através o modelo pe-MDF, para materiais de rigidez diferentes (25 Mpa, 50 Mpa e 75 Mpa). Observa-se que para um material menos rígido, a condição de não drenagem ( $U \leq 5\%$ ) ocorre com uma velocidade normalizada  $V$  de 100, a condição de drenagem ( $U \leq 95\%$ ) é obtida com a velocidade normalizada próximo de 0,01. Para o material mais rígido a fase de transição entre as configurações não drenada e drenada é definida entre velocidade normalizada de 10 e 0,001.

A rigidez do material tem uma influência significativa sobre as curvas de drenagem. As curvas de drenagem correspondem aos resultados de poropressão obtidas para níveis de deformação diferentes para cada material ( $\varepsilon_d^{G=25} = 0.10$ ,  $\varepsilon_d^{G=50} = 0.063$  e  $\varepsilon_d^{G=75} = 0,023$ ) caracterizando a ruptura do material. A variação de rigidez do material resulta em uma translação da fase de transição entre o comportamento não drenado e drenado. Nota-se, também, que quanto mais rígido e o material, menor deve ser a velocidade normalizada para caracterizar a condição totalmente drenada. Além disso, observa-se que o acréscimo da rigidez do material resulta a um aumento do coeficiente de difusão ( $c_f^{G=25} = 0,00009$ ,  $c_f^{G=50} = 0,00019$  e  $c_f^{G=75} = 0,0003$ ). Ou seja, de acordo com as observações da seção 4.3.2, quanto mais rígido é o material mais rápido é a dissipação da poropressão.

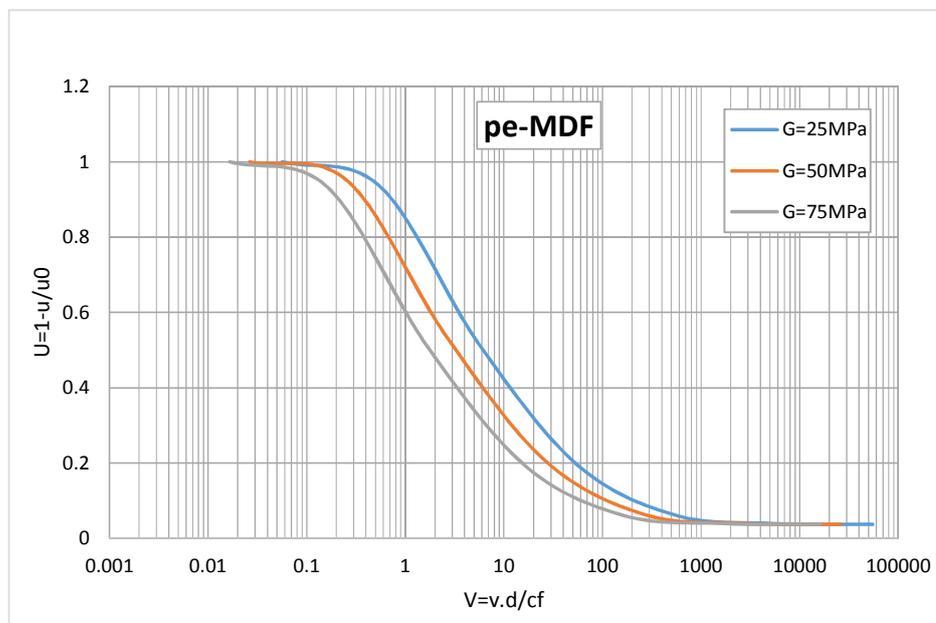


Figura 4.15: Curva característica de drenagem para material de diferentes rigidezes

O modelo poroelástico não linear com diferenças finitas permite determinar as transições de drenagem para diferente rigidez, porem a normalização adotada para as curvas de drenagem não permite a uniformização dessas curvas. De acordo com a proposta de Dienstmann (2015), admite-se uma nova velocidade normalizada tal que:

$$V = \frac{v \cdot d \cdot I_r}{c_f} \quad (4.7)$$

Onde  $v$  é a velocidade linear do ensaio,  $d$  é o diâmetro da palheta e  $c_f$  é o coeficiente de difusão. O índice de rigidez  $I_r = G/p'_{-0}$  (onde  $p'_{-0}$  é a tensão media efetiva inicial) controla a formação da zona plástica que ocorre durante o ensaio do piezocone [e.g. Vesic, (1972); Dienstmann, (2015)]. O módulo de cisalhamento adotado para a determinação do índice de rigidez é definido pela equação (4.6).

A figura 4.16 apresenta os resultados da figura 4.15 no novo espaço  $U \times V$  com a velocidade normalizada pela equação (4.7). A adoção da velocidade normalizada com o índice de rigidez permite a uniformização das curvas, e assim observa-se a unificação da faixa de transição entre os comportamentos não drenado e totalmente drenado.

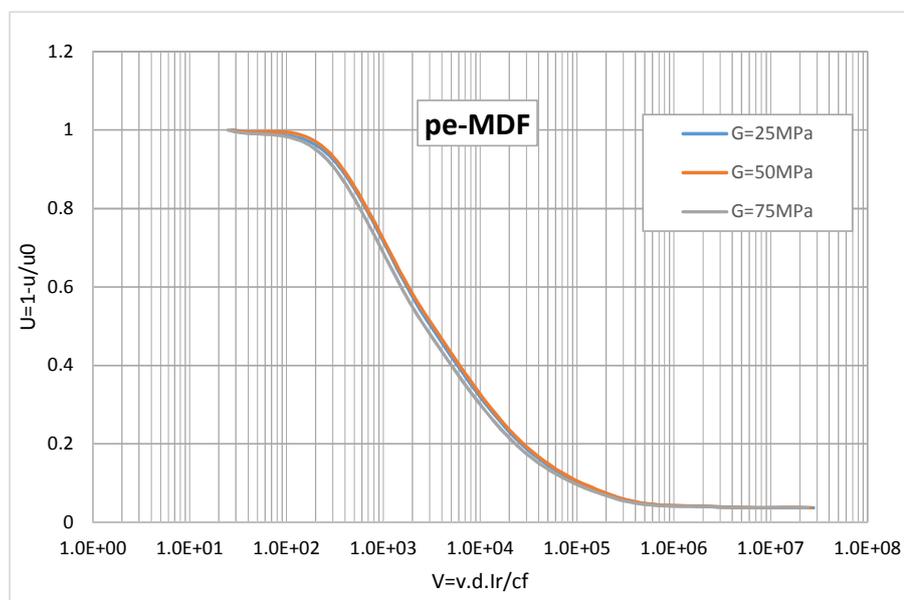


Figura 4.16: Curva característica de drenagem para material de diferentes rigidezes com a nova velocidade normalizada

#### 4.5. EFEITO DO RAIOS DE INFLUÊNCIA

O estudo seguinte tem por objetivo investigar a influência do tamanho do domínio analisado, dado pela razão entre os raios  $a/R$ . Na tabela 4.3 é apresentada uma revisão realizada por Dienstmann (2015) sobre a definição da zona de influência. Na literatura, a zona de influência é definida em geral como uma distância radial  $a$  que representa um raio limite das deformações plásticas e das poropressões geradas pela rotação da palheta. Assim, Vesic(1972), Randolph e Worth(1979), Carter et al (1979), entre outros, apresentam o raio  $a$  como o limite de deformação plásticas geradas durante o processo de expansão de cavidade. Uma segunda definição é proposta por Blight (1968) Morris e Williams (2000) tal que o raio  $a$  corresponde a uma distância radial limite onde o excesso de poropressão é desprezável. O raio  $a$  também pode ser definido como o limite da zona de deformação do solo, como propõe Osman e Randolph (2012). Enfim, nesse trabalho, adota-se um raio  $a$  definido como a distância radial para a qual a poropressão inicial gerada pela inserção do cilindro é negligenciável e o campo de deslocamento é nulo.

Na tabela 4.2, estão mostradas as razões de raios  $a/R$  sugeridas na literatura. Em geral, o raio  $a$  varia de  $2R$  a  $60R$ . Os estudos que definem o raio como um limite de plasticidade ou de deformação relacionam a razão dos raios  $a/R$  com o índice de rigidez  $I_r = G/S_u$ . Na sequência é apresentada a investigação sobre a influência da razão dos raios tomando os valores  $a/R = 25, 50$  e  $100$ . Uma discretização de  $N=100\ 000$  e uma poropressão aproximada por uma série com 25 termos são adotadas com parâmetros numéricos para o modelo poroelástico não linear com diferenças finitas (pe-MDF).

As figuras 4.17 a 4.19 mostram a distribuição radial normalizada de poropressão, definida empregando 25 termos na função de poropressão, para os casos de zonas de influência com  $a/R$  igual a 100, 50 e 25, respectivamente. Cada gráfico representa as distribuições para velocidade correspondente à configuração não drenada ( $v>1$  mm/s) até a configuração drenada ( $v<0,00001-0,000001$  mm/s seguindo os valores de  $a/R$ ).

Observa-se que os valores máximos de poropressão não são afetados pela razão dos raios  $a/R$ , para as velocidade superior a 1 mm/s (comportamento não drenado), nas figuras 4.17 a 4.19. No entanto, para uma velocidade intermediárias entre 1 mm/s e 0,00001 mm/s, os resultados obtidos para razão dos raio de  $a/R=100$  apresentam valores máximos de poropressão maiores que os das curvas correspondente a  $a/R$  inferiores.

Tabela 4.3: Revisão da definição de  $a/R$  (Dienstmann, 2015)

Estudo	Definição de $a$	Relação proposta	Faixa de valores	Observações gerais
Gibson e Anderson (1961)	$a$ = raio da zona de plastificação gerada durante o processo de expansão de cavidade	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	-	-
Soderberg (1962)	Não define $a$ diretamente mais introduz uma distribuição inicial de poro pressão de acordo com $1/r$	-	-	-
Blight (1968)	$a$ =raio de influência do excesso de poro pressão. Raio limite onde as poro pressões geradas são negligenciáveis	$a=f(D)$	$a=D$ a $a=3D/2$ onde $D$ diâmetro do equipamento.	Caracterização de diferentes curvas Tvs.U para cada $a$ adotado.
Vésic (1972)	$a$ =raio da zona de plastificação (Gibson e Anderson 1961)	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	Indicação de $Ir$ de 5 a 500	-
Randolph and Wroth (1979)	$a$ =raio da zona de plastificação	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	$G/s_u =Ir$ . Indicação de $Ir$ de 25 a 400. Observações experimentais (medida de poro pressão) indicam $a \approx 10R$ a $a \approx 50R$	Sugestão de $a$ de 5 a 10 vezes o raio do equipamento/fundação.
Carter et al (1979)	$a$ =raio da zona de plastificação	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	-	-
Poulos and Davis (1980)	Não define $a$ diretamente mais caracteriza a ocorrência de uma região onde o excesso de poro pressão induzido pela cravação de fundações profundas é negligenciável. Uma distribuição do tipo $1/r$ é proposta.	-	região de influência de poro pressão para a próximo $a \approx 30R$	
Teh and Houlsby (1991)	$a$ =limite da região de deformação plástica	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	-	-

Estudo	Definição de $a$	Relação proposta	Faixa de valores	Observações gerais
Chandra and Hossain (1993)	$a$ =raio de influência do excesso de poro pressão. Raio limite onde as poropressões geradas são negligenciáveis.	-	$a \approx 13R$	Observações feitas através de simulações numéricas e dados experimentais.
Morrins and Willians (2000)	$a$ =limite da zona de influência	$a/R=\alpha$	$\alpha$ de 1.125 a 200 utilizado para avaliação paramétrica. Pela observação dos dados de campo $\alpha$ de 1.125 a 66	Diferentes curvas de $Tvs.U$ para os diferentes valores de $\alpha$
Burns and Mayne (2002)	$a$ =raio da zona de plastificação	$a/R=(Ir)^{1/3}$	Indicações de $Ir$ de 4.2 a 270.2	Apenas modela o processo de dissipação
Zheng et al (2010)	Raio da zona de plastificação-Randolph and Wroth (1979)	$a/R=(G/s_u)^{1/2}$	-	Avalia o efeito da compressibilidade em ch
Osman and Randolph (2010) and (2012)	$a$ =limite da zona de deformação	-	Avaliação paramétrica com $a=10R$ ; 25R e 60R	Curvas de $Tvs.U$ independentes da razão de raios adotada

As figuras 4.17 a 4.19 também, mostram que a configuração de drenagem é obtida para velocidade a cerca de 1 mm/s, independentemente da razão  $a/R$ , por outro lado, o comportamento totalmente drenado ocorre para velocidades inferiores a 0,00001 mm/s para as razões de raios de  $a/R = 50$  e  $a/R = 25$ , e para velocidades inferiores a 0,000001mm/s para uma razão de raios  $a/R = 100$ . Dessa forma, nota-se que a razão de raios  $a/R$  exerce uma influência sobre a poropressão. Para uma velocidade onde ocorre o comportamento de drenagem parcial, quanto maior a razão  $a/R$  maiores são os valores de distribuição da poropressão na ruptura. Ou seja, a dissipação da poropressão ocorre mais rápida para a zona de influência menor.

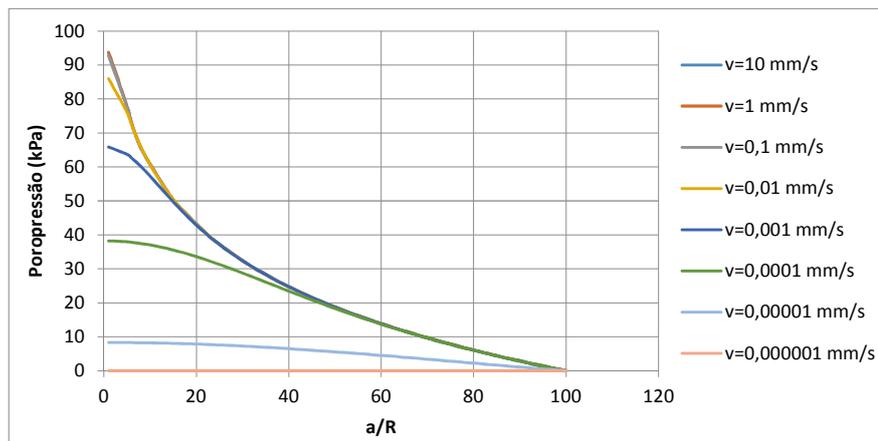


Figura 4.17: Distribuição radial de poropressão para  $a/R=100$

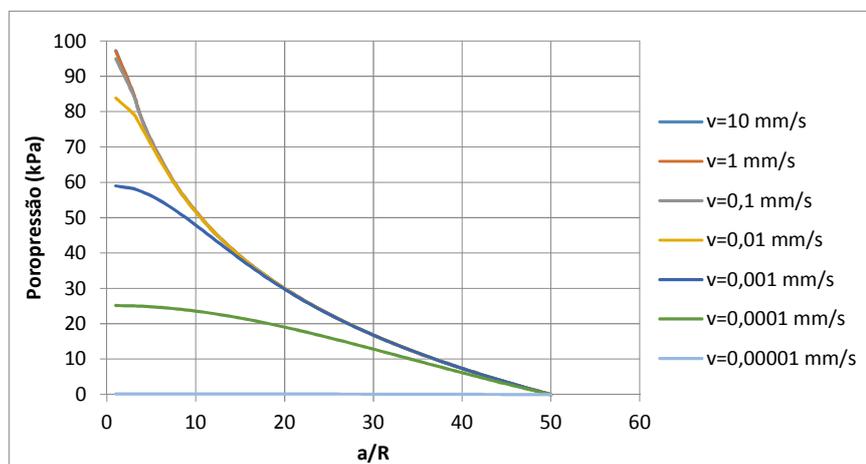


Figura 4.18: Distribuição radial de poropressão para  $a/R=50$

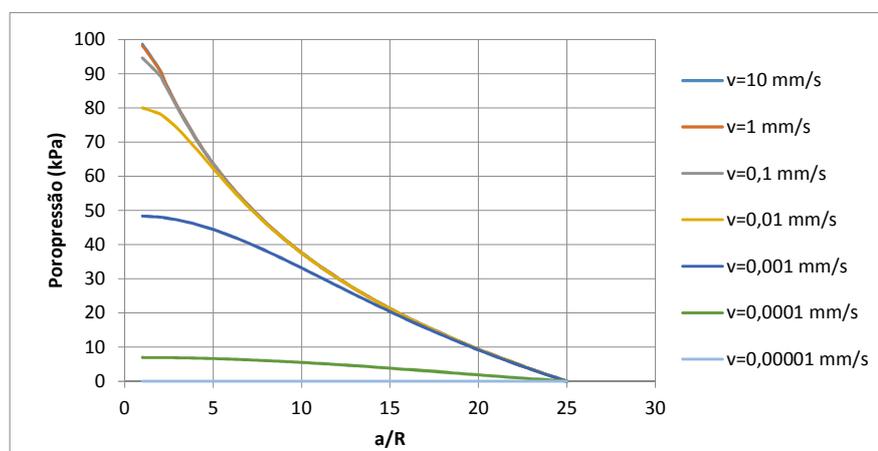


Figura 4.19: Distribuição radial de poropressão para  $a/R=25$

A figura 4.20 apresenta a curva característica de drenagem para diferentes definições da zona de influência considerando uma poropressão definida por uma serie de 25 termos. Em primeiro lugar, observa-se que, de acordo com as observações anteriores, a configuração não drenada ( $0 \leq U \leq 0,05$ ) obtida com para valor de velocidade normalizada para volta de 1000 para quaisquer valores da razão dos raios  $a/R$ .

Em segundo lugar, a figura 4.20 mostra que o comportamento totalmente drenado é atingindo com velocidades diferentes para cada razão. A condição de drenagem caracterizada para as razões  $a/R = 100, 50, 25$  ocorre, respetivamente, para velocidades normalizadas  $V$  próximos de 0.003, 0.03 e 0.1. Então, velocidades normalizadas menores são necessárias para atingir a drenagem para raios de influência grandes. Conseqüentemente, conclui-se que quanto menor a zona de influência mais rápida é a fase de transição entre o comportamento não drenado e totalmente drenado. Ou seja, a dissipação da poropressão é mais rápida para valores menores da razão  $a/R$ .

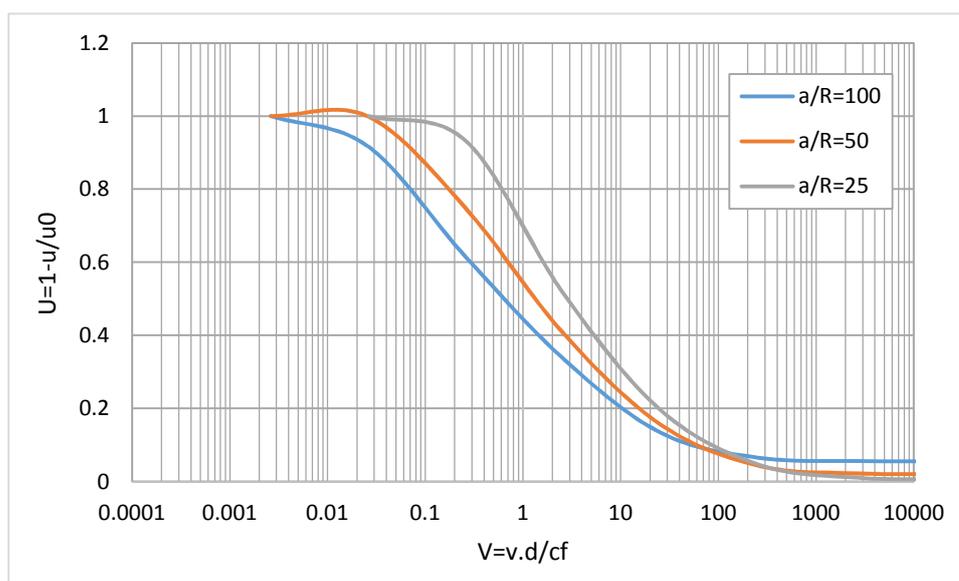


Figura 4.20: Curva característica de drenagem para diferente definição da zona de influência

Nota-se que o valor do grau de drenagem para a razão  $a/R = 100$  não é nula devido a aproximação da poropressão (figura 4.20). Além disso, a figura 4.21-a mostra que os valores máximos de poropressão, definida por série de 10 termos obtida para uma razão de raios de  $a/R = 100$  é diferente de máximos de tensão obtida para  $a/R = 25$ . Da forma oposta, na figura

4.21-b, observa-se que os valores máximos de poropressão são iguais, independentemente da razão  $a/R$ , quando a distribuição de poropressão é obtida com série de 25 termos de poropressão. Assim o aumento do domínio do problema influi sobre a aproximação da poropressão. Conseqüentemente, é necessário aumentar o número de termos da série quando a razão aumenta.

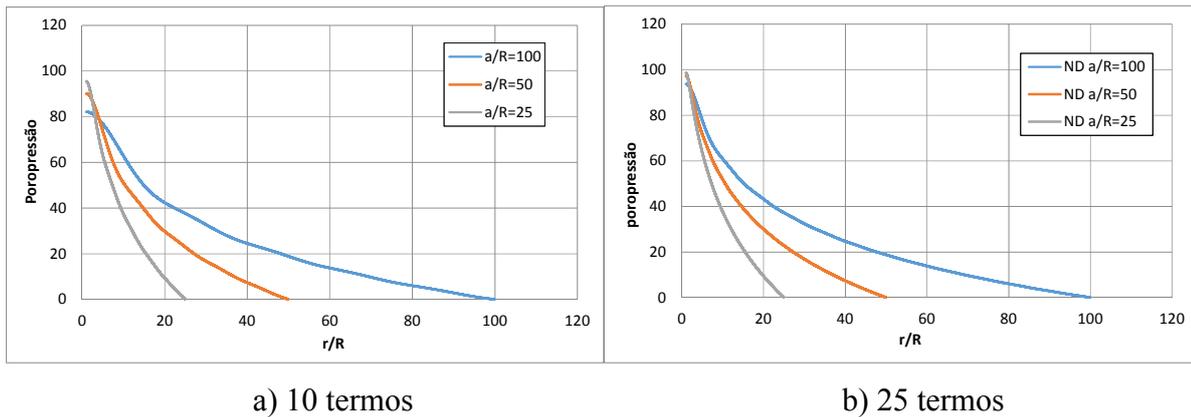


Figura 4.21: Distribuição radial de poropressão, na configuração não drenada, para  $a/R$  usando uma serie com números de termos diferentes na função de poropressão

## 4.6. INFLUÊNCIA DOS PARAMETROS NUMÉRICOS

Nesta seção é discutida a influência dos parâmetros numéricos usados para realizar as simulações do modelo pe-MDF, sobre a precisão dos resultados obtidos. Em primeiro lugar, apresenta-se uma discussão sobre o tamanho da discretização do domínio espacial sobre o qual são resolvidas as equações (3.13) e (3.14). Em segundo lugar, é estudada a influência do incremento de tempo escolhido sobre a evolução da poropressão durante a rotação.

### 4.6.1. Influência da discretização

A aproximação de uma solução pelo método de diferenças finitas tem ligação forte com o nível de discretização adotado para resolver as equações, então é importante saber qual é o tamanho da malha de discretização necessário para obter uma boa precisão. Os resultados, obtidos para as configurações não drenada e parcialmente drenadas, são apresentados para os seguintes números de divisões:  $N=5000$ ,  $N=10000$ ,  $N=50000$  e  $N=100000$ .

A figura 4.22, apresenta a evolução da poropressão na superfície do cilindro ao longo do tempo para uma velocidade de 10mm/s e 0,001mm/s. Nota-se que, o número de divisão do domínio não tem influência notável sobre a evolução da poropressão.

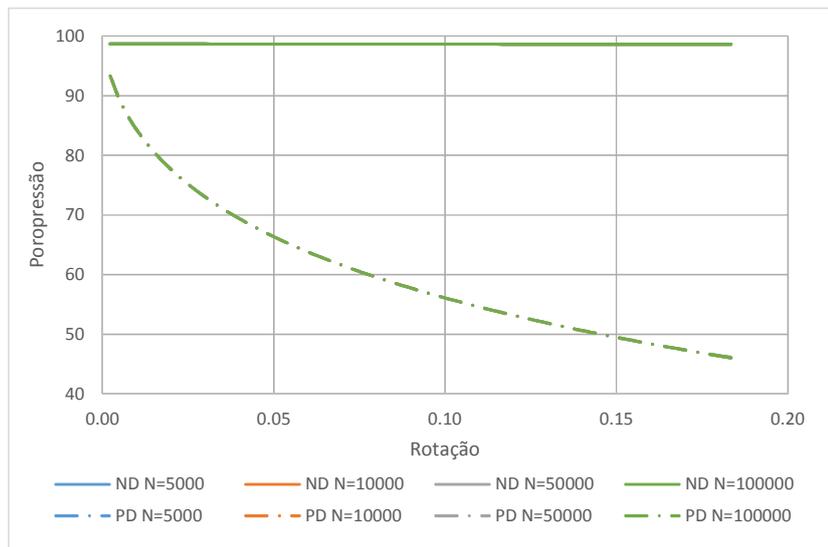


Figura 4.22: Evolução da poropressão para discretização diferente: ND e PD

A figura 4.23 mostra a evolução da variação de tensão radial. No início da rotação, não há diferença entre os resultados obtidos com várias discretizações. No entanto, para uma rotação correspondente à ruptura, os valores divergem ligeiramente. O erro relativo com o valor crítico de cisalhamento é de 3% para  $N=5000$  e de 1,6% para  $N=100\,000$ . Nota-se que um número de divisão de 5000 é suficiente para ter uma avaliação adequada da poropressão e da variação de tensão cisalhante

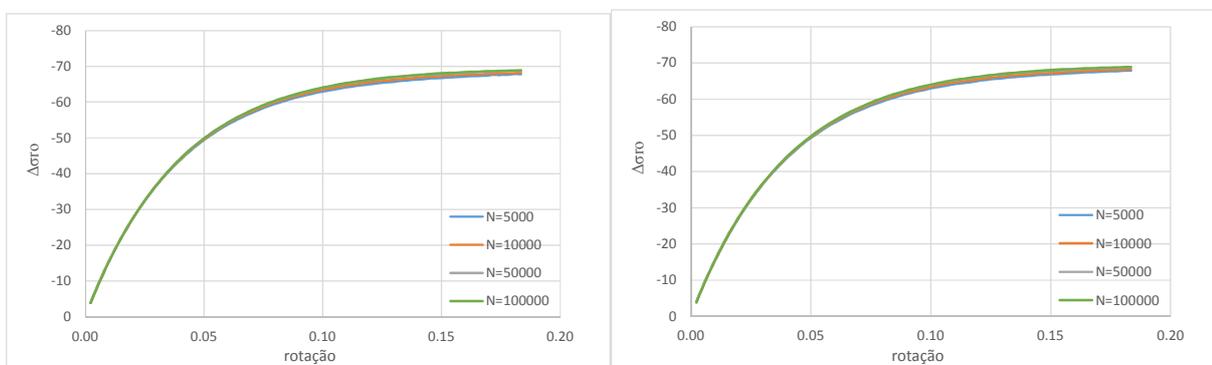


Figura 4.23: Evolução da variação da tensão cisalhante para discretização diferente: ND e PD

Se as discretizações estudadas são suficientes para aproximar os resultados desejados, a figura 4.24 mostra que os parâmetros intermediários (deformação cisalhante e módulo de cisalhamento) para determinar a tensão cisalhante são afetados por números de intervalos. Observa-se que o erro relativo entre os resultados obtidos com  $N=5000$  e  $N=100\,000$  e correspondente a ruptura do material é próxima de 50% para a deformação cisalhante e o módulo dos cisalhamentos. No entanto, o erro de precisão se compassa na determinação da tensão cisalhante (ver equação 3.20) e a influência da discretização não é mais observada. Por isso, na sequência desse estudo, é utilizada uma discretização de 100 000 com objetivo de garantir a melhor precisão.

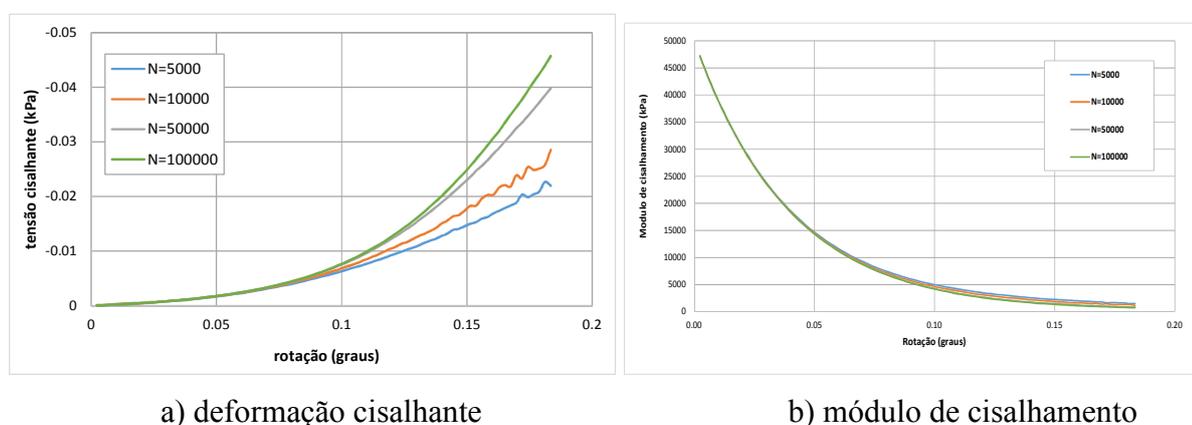


Figura 4.24: Evolução de deformação desviadora e módulo de cisalhamento na superfície do cilindro durante a rotação

#### 4.6.2. Influência do número de termos na função da poropressão

Na capítulo 3, a função da poropressão foi definida como uma série de função de Bessel. O número de termos ( $s$ ) escolhido para realizar uma simulação tem uma influência considerável sobre a precisão dos resultados e o tempo de cálculo. Portanto, torna-se necessário estudar os efeitos desses parâmetros sobre os resultados obtidos com o modelo poroelástico não linear com diferenças finitas.

A figura 4.25 apresenta a evolução da poropressão durante a rotação em  $r = R$  (onde  $R$  é raio da palheta) obtida para funções de poropressão descrita por série com diferentes números de termos. Observa-se que, na configuração não drenada, a poropressão é de 50kPa quando um termo de poropressão é empregado contra 95kPa para dez termos e próximo de 99kPa para 25

e 50 termos. Assim, a partir do emprego de dez termos na função da poropressão obtém-se um erro menor de 5% em relação a valor máximo real da poropressão que é de 99,19kPa.

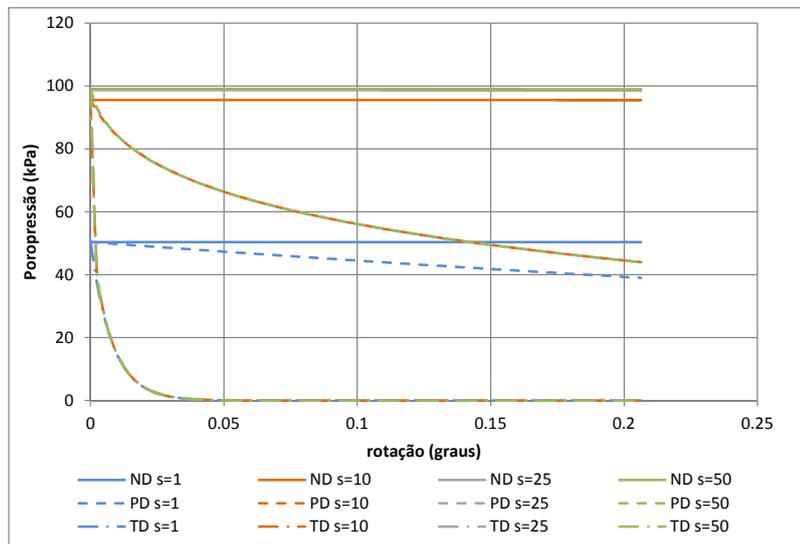


Figura 4.25: Evolução da poropressão na superfície do cilindro

A figura 4.26 apresenta a evolução das variações de tensão de cisalhamento na superfície da palheta ( $r = R$ ), em relação à rotação, obtidas para função de poropressão definida com 1, 10, 25 e 50 termos. Nota-se que, para o modelo admitindo o critério de Tresca, os perfis das curvas são semelhantes, assim, o número de termos na função de poropressão não tem uma influência significativa sobre a determinação das variações de tensão cisalhante.

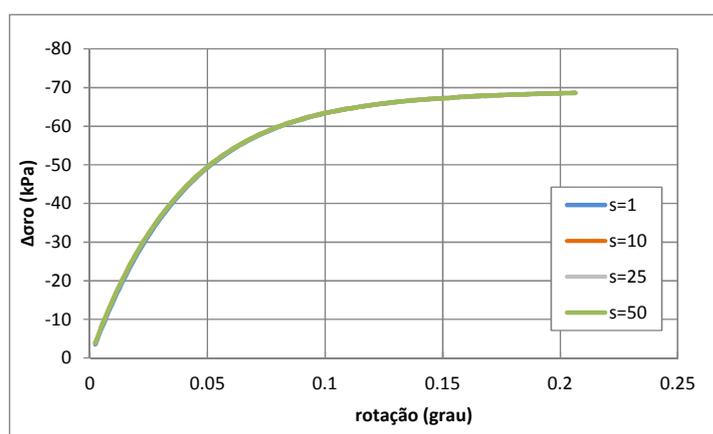


Figura 4.26: Evolução da variação de tensão cisalhante na superfície do cilindro

As curvas de drenagem obtidas usando diferentes números de termo ( $s$ ) da função de poropressão são plotados na figura 4.27. Para velocidade normalizadas altas, o grau de drenagem  $U$  é de 0,5 quando  $s=1$  contra valores próximo de 1 para  $s$  superior a 10. Assim, um único termo não permite descrever corretamente a transição entre as configurações não drenada e parcialmente drenada. No entanto, a descrição da transição entre o comportamento drenado e parcialmente drenado é permitida para qualquer número de termos de poropressão.

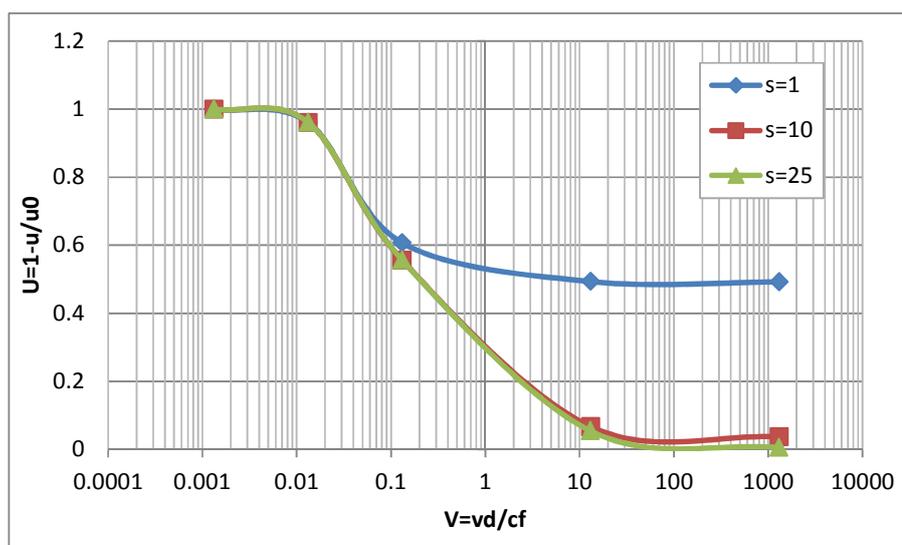


Figura 4.27: Curva de drenagem para diferentes números de termos da poropressão

A escolha do número de termos na função da poropressão tem uma grande influência sobre o tempo de cálculo da simulação de um ensaio de palheta. Para simular um ensaio com uma velocidade definida até um nível de deformação de 10% e uma discretização de  $N=10\,000$ , os tempos de cálculo usando  $s=1$ ,  $s=10$ ,  $s=25$  e  $s=50$ , são respectivamente, 2, 6, 16 e 36 minutos. Isso mostra que é necessário determinar um compromisso entre tempo de cálculo e a precisão dos resultados. Essa observação justifica o uso de 25 termos na função da poropressão para a obtenção dos resultados apresentados nas seções 4.3 e 4.4. Na seção 4.2, adotou-se uma serie de 10 termos para reduzir os tempos computacionais do método pe-Maple.

## 4.7. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Um modelo baseado no conceito de poroelasticidade não linear, empregando o critério de Tresca, foi desenvolvido com objetivo de corrigir as hipóteses adotadas no modelo proposto por Dienstmann (2015). Esse modelo admite uma resolução das equações analíticas que descrevem a problemática do ensaio da palheta por meio do método das diferenças finitas. O modelo foi avaliado através uma comparação com os resultados de simulação de um modelo poroplástico em elemento finitos e as hipóteses adotadas para a resolução das equações foram validadas com a comparação dos resultados obtidos pelo uso do software Maple<sup>®</sup>. A influência da velocidade sobre a poropressão e a variação de tensão cisalhante foi estudada, para os três modelos, com objetivo de interpretar os fenômenos de drenagem que ocorrem durante o ensaio de palheta. A interpretação se deu no espaço  $U \times V$  e indica para quais velocidades normalizadas os limites de transição de drenagem são atingidos. Apesar de que os modelos poroelásticos não lineares permitem caracterizar a dissipação da poropressão e as tensões máximas, observa-se que os valores máximos de tensões são atingidos para níveis de deformação maiores que no modelo poroplástico. Além disso, as simulações do ensaio de palheta não apresentam uma mudança dos valores máximos de tensão cisalhante com a variação da velocidade de rotação, no contrário das observações encontrados na literatura no capítulo 2.

As investigações mostram que a rigidez do material também tem uma influência sobre o processo de dissipação da poropressão, resultando em uma translação da zona de transição de drenagem na escala logarítmica de velocidade normalizada  $V$ . O estudo da influência da razão de raios  $a/R$  mostrou que um aumento da zona de influência de poropressão é responsável pelo aumento da faixa de transição do comportamento não drenado para o comportamento totalmente drenado.

Análises complementares foram feitas para avaliar como a variação dos parâmetros numéricos altera o resultado de poropressão e tensão cisalhante. Simulações indicaram que, para razão de raios inferior a 50, um número de termos de 25 na função da poropressão é suficiente para obter resultados confiáveis. No entanto, é necessário aumentar o número de termos se a razão é maior. A respeito do parâmetro de discretização do espaço para a

resolução das equações diferenciais, foi observado que uma discretização do domínio superior a 100 000 garante uma boa precisão.

Embora o método de diferenças finitas adotado permita aproximar a solução do problema e admita a hipótese de resolução numérica que despreza a expressão real do módulo de cisalhamento, ele garante resultados suficientemente precisos para interpretar os fenômenos que ocorrem durante o ensaio da palheta. Além disso, os tempos de cálculos são menores que os de segundo modelo poroelástico não linear envolvido o uso do software Maple<sup>®</sup>.

## 5. ANÁLISE NUMÉRICA: CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER

No capítulo anterior foi considerado que o estado de tensão tinha um comportamento assintótico que segue o critério de Tresca. A relação de dependência entre as tensões e deformações era definida por  $G(\varepsilon_d)$ , ou o módulo de cisalhamento evoluiu com a tensão de cisalhamento. Os efeitos da poropressão e da deformação volumétrica foram desprezados na fórmula do  $G$  somente. No entanto, na configuração física real do problema, o módulo de cisalhamento também é influenciado pela a variação da poropressão e da deformação volumétrica gerada pela rotação do cilindro no solo. Consequentemente, neste capítulo será considerado uma lei de dependência elástica não linear entre tensão-deformação expressada por  $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$ , onde  $\varepsilon_d$  é a deformação desviadora equivalente,  $\varepsilon_v$  é a deformação volumétrica e  $p$  é a poropressão. De uma maneira semelhante ao capítulo 4, são estudadas as distribuições de tensões e poropressão na ruptura do material. Os resultados obtidos com esses modelos são avaliados com simulações realizadas em elementos finitos considerando um modelo poroplástico. Depois é discutida a influência da rigidez do material, da velocidade do ensaio e da zona de influência sobre as tensões e poropressão.

### 5.1. CONCEITOS E INFORMAÇÕES PRELIMINARES

#### 5.1.1. Critério de Drucker-Prager

Neste caso, considera-se que o estado de tensão tem um comportamento assintótico tal que ele satisfaz o critério de Drucker-Prager.

$$\lim_{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{ref}} \rightarrow \infty} f(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 \quad (5.1)$$

Sendo  $\varepsilon_{ref}$  é a deformação de referência que representa fisicamente o nível de deformação para a qual a tensão de cisalhamento atinge o valor assintótico de cisalhamento. E  $f$  é definido por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}') = \sigma_d + T(\sigma_m' - h) \quad (5.2)$$

$\sigma_d$  é o módulo do tensor desviadora de tensões,  $\sigma_m' = \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}}' = \frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}} + p$  é a tensão media efetiva de Terzaghi,  $h$  e  $T$  são, respetivamente, o limite em tração isotrópica e o coeficiente de atrito do material. O módulo do tensor desviador de tensão pode ser relacionado ao módulo do tensor desviador de deformação da seguinte forma:

$$\sigma_d - \sigma_{0d} = 2G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p) \varepsilon_d \quad (5.3)$$

Onde  $\sigma_{0d}$  é o módulo do tensor desviadora de tensões iniciais. Juntando as equações (5.2) e (5.3) caracteriza-se o módulo de cisalhamento  $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_p, p)$  tal que  $G$  tem um comportamento assintótico semelhante a  $1/\varepsilon_d$ . Assim pode-se considerar a seguinte expressão que satisfaz a lei de dependência (Maghous e al. 2009):

$$G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p) = \frac{1}{2} \left[ T(h - \sigma_m') - \sigma_{0d} \right] \frac{1/\varepsilon_{ref}}{1 + \varepsilon_d/\varepsilon_{ref}} \quad (5.4)$$

Onde:

$$\sigma_m' = \delta + K \varepsilon_d + \sigma_{0m}' \quad (5.5)$$

Com

$$\underline{\underline{\delta}} = (1-b) \Delta p \quad (5.6)$$

A figura 5.1 apresenta o comportamento, elástico não-linear descrito pela equação (5.4) e de acordo com a equação (5.3).

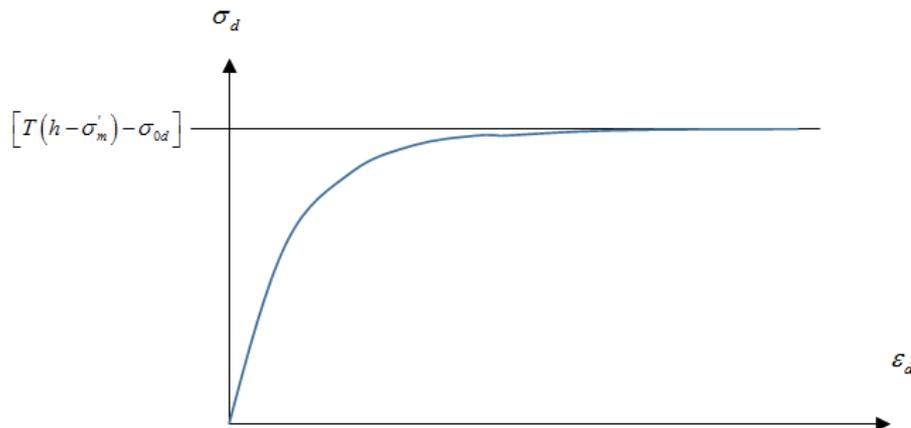


Figura 5.1: Representação do comportamento não-linear adotando o critério de Drucker-Prager

As equações (3.11) e (3.12) que descreve o modelo poroelástico não linear podem ser atualizadas substituindo a expressão do módulo de cisalhamento  $G(r)$ , pela sua formulação considerando o critério de Drucker-Prager  $G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$ . Observa-se que, neste caso, a expressão do módulo de cisalhamento é dependente da determinação da diferença de poropressão.

### 5.1.2. Método para avaliação do modelo

De maneira idêntica ao capítulo 4, o modelo poroelástico não linear com o método de diferenças finitas (pe-MDF) é avaliado através comparação com outros modelos para um material de Drucker-Prager. A verificação das hipóteses numéricas adotadas para a resolução das equações (3.11) e (3.12) com pe-MDF é feita através a comparação dos resultados obtidos com modelo poroelástico não linear com solução via o software Maple<sup>®</sup> (pe-Maple).

A avaliação do modelo é realizada através simulação do ensaio de palheta em elementos finitos empregando o software Abaqus<sup>®</sup>. O ensaio de palheta foi modelado para determinar uma solução tal que os campos deslocamentos e tensões são definidos em condição de deformação plana. A modelagem em elementos finitos semelhante a da seção 4.1.2, e a malha (figura 4.3) é composta de elementos finitos tipo CPE8RP (figura 4.2): elemento quadrilateral de 8 nós, deformação plana com 8 nós de deslocamento e 4 de poropressão e integração

reduzida. O material é definido por um modelo constitutivo poroelástico linear perfeitamente plástico (pp-MEF) que considera o critério de plastificação de Drucker-Prager. O material é descrito pelo módulo elástico ( $E$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ). Os parâmetros de Drucker-Prager, que controlam os máximos de tensão admissível, são determinados a partir da adoção de um ângulo de atrito ( $\phi$ ) e um coeficiente de coesão ( $c$ ).

## 5.2. AVALIAÇÃO DO MODELO

Com objetivo de avaliar o modelo pe-MEF, é definido um material virtual para poder efetuar as simulações necessárias para o estudo da rotação do cilindro num solo adotando o critério de ruptura de Drucker-Prager. O critério de Drucker-Prager estabelece uma distribuição de módulo de cisalhamento ao longo da distância radial. Para definir os outros parâmetros constitutivos do material, é levando em conta o módulo inicial máximo. A relação entre deformação de referência e módulo de cisalhamento inicial não é direta, ao contrário do caso em que se emprega o critério de Tresca. Assim, é necessário admitir um ângulo de atrito ( $\phi$ ) e um parâmetro de coesão ( $c$ ) que permite determinar os parâmetros  $h$  e  $T$  (ver apêndice A). As hipóteses de tensão desviadora inicial nula e tensão média inicial não nula são consideradas. Depois, calculam-se as deformações de referência para cada rigidez. O módulo de volumétrico é calculado através de uma expressão que relaciona os coeficientes de Poisson  $\nu$  e o módulo  $G_0$ . E o coeficiente e o módulo de Biot são determinados com  $K_s$  e  $K_w$ , onde  $K_s$  é o módulo volumétrico do grão constitutivo do solo e  $K_w$  é o módulo de volumétrico do fluido (água). A tabela 5.1 apresenta os parâmetros constitutivos do material.

Tabela 5.1: Parâmetros constitutivas do material

<b>Parâmetro</b>	<b>Unidade</b>	<b>Valor</b>
$u_{\max}$	kPa	100
$\sigma_{0d}$	kPa	0
$\sigma_{0m}$	kPa	150
$\rho^f gk$	m/s	1.00E-8
$c$	kPa	1
$\phi$		25°
$G_0$	MPa	50
$\nu$		0,3
$\varepsilon_{ref}$		1.497E-3
$B$		0.8917
$M$	kPa	1.852E+6

Adota-se um valor de 0,025m para o raio da palheta  $R$ . A distância radial caracterizando a zona de influência  $a$  foi definida com 25 vezes o raio da palheta. No modelo pe-MDF, adota-se uma serie de  $s=25$  termos para a definição da função de poropressão e a discretização espacial é definida por 100 000 intervalos para obter uma boa aproximação dos resultados. No processo de carregamento do sistema, a rotação máxima  $\alpha_{\max}$  aplicada através do cilindro é de 0.18.

A figura 5.2 mostra as distribuições radiais de poropressão e de variação de tensão cisalhante obtidas com o modelo poroelástico não linear com diferenças finitas, com velocidades variando de  $v=10$  mm/s até  $v=10^{-5}$  mm/s. Os perfis de poropressão obtidos para velocidades de rotação básicas (tipicamente  $v < 10^{-5}$  mm/s) são características de uma evolução drenada do maciço poroso. Ao contrário, velocidades altas (tipicamente  $v > 1$  mm/s) correspondem a uma evolução que tende à evolução não drenada do meio poroso. Observa-se que a poropressão e a tensão cisalhante são sensíveis a velocidade de rotação de palheta. Os perfis de poropressão seguem um comportamento logarítmico ao longo da distância radial normalizada  $r/R$ . Destaca-se que o máximo de poropressão corresponde a uma distância

radial  $r/R = 1$  para velocidades superiores a  $0.1\text{mm/s}$  e a poropressão é totalmente dissipada no espaço  $r/R$  para velocidades inferiores a  $0.0001\text{mm/s}$ . A figura 5.4-b mostra que, embora os perfis de variação de tensão cisalhante sejam semelhantes, decrescendo até uma distância radial normalizada de 5, os máximos de tensão ( $r/R = 1$ ) ficam diferentes para velocidades diferentes. Assim, a maior variação de tensão, próxima de  $77\text{kPa}$ , é obtida para velocidade de  $0.00001\text{mm/s}$  (configuração totalmente drenado - TD) enquanto que a menor, próxima de  $38\text{kPa}$ , é obtida para uma velocidade de  $10\text{mm/s}$  (configuração não drenado - ND). A influência da velocidade sobre os valores de tensão pode ser explicada qualitativamente pelo fato que a variação da tensão cisalhante depende diretamente da poropressão:  $\Delta\sigma_{r\theta} = 2G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)\varepsilon_{r\theta}$ .

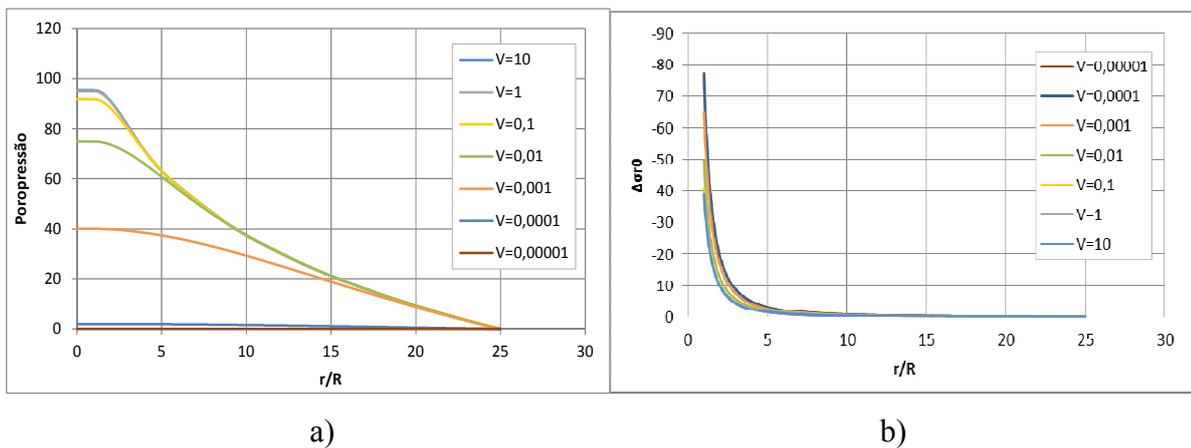


Figura 5.2: Distribuição radial (em kPa) de poropressão (a) e de variação de tensão cisalhante (b) para diferentes velocidades ( $s=25$ ) para pe-MDF

Na figura 5.3 observa-se a evolução da poropressão e da variação de tensão cisalhante em relação à deformação desviadora e velocidades correspondentes às diferentes condições de drenagem. Observa-se que a variações de tensão cisalhante é muito sensível à velocidade de ensaio. Pois valores máximos são obtidos para as menores velocidades ( $v \leq 0,0001\text{mm} / s$ ) e os valores mínimos são obtidos para as maiores velocidades ( $v \geq 1\text{mm} / s$ ).

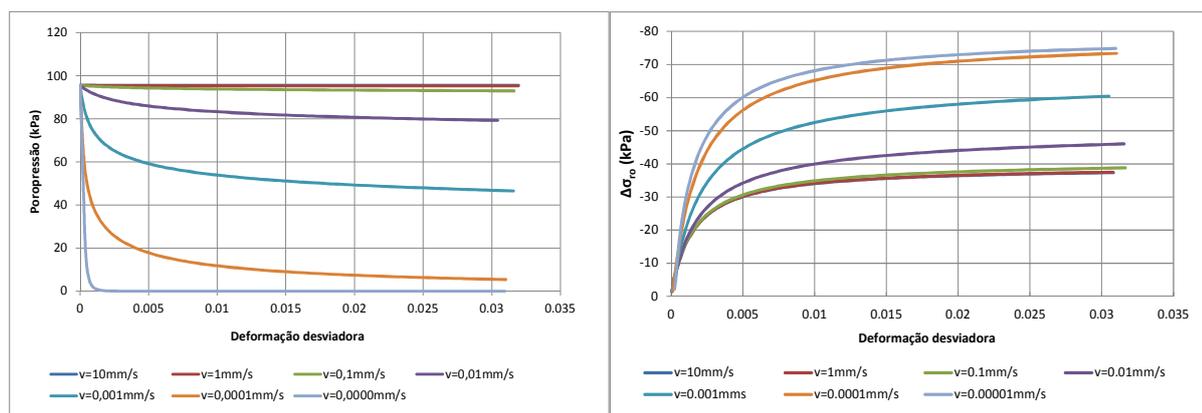


Figura 5.3: Poropressão e variação de tensão cisalhante em função de  $\varepsilon_d$  para diferente velocidade (pe-MDF)

As discussões seguintes visam a avaliar as hipóteses adotado na seção 3.3.3 através comparação com o modelo pe-Maple e a avaliar o modelo poroelástico não linear com a comparação com simulação realizada com o modelo pp-MEF.

### 5.2.1. Avaliação do método de diferenças finitas

Nesta seção é considerado o material é descrito na tabela 5.1. Devida a limitação do software Maple<sup>®</sup>, adota-se uma serie de  $s=1$  e  $s=2$  termos para a definição da função de poropressão para a comparação dos dois modelos pe-MDF e pe-Maple. Considera-se uma discretização em 100 000 intervalos para o método de diferenças finitas para obter uma boa aproximação dos resultados. No processo de carregamento do sistema, a rotação máxima  $\alpha_{\max}$  aplicada através do cilindro é de 0.18.

As figuras 5.4 apresentam as distribuições radiais da poropressão, obtida pelos dois modelos poroelásticos não lineares para uma poropressão definida por uma serie com um ( $s=1$ ) e dois ( $s=2$ ) termos. Os resultados são apresentados para as velocidades limites  $v=10$  mm/s (ND) e  $v=0.00001$  mm/s (TD). Observa-se que os resultados obtidos com todos os modelos são muito semelhantes, tanto para  $s=1$  quanto para  $s=2$ . Para a velocidade de 10 mm/s, a distribuição da poropressão é bem diferente dos resultados discutidos anteriormente como esperado, devida a aproximação da poropressão. O máximo de poropressão em  $r=R$  apresenta um erro relativo de 50% para  $s=1$  e de 30% para o em relação a poropressão máxima no estado inicial. ( $U_{\max} = 100kPa$ ),.

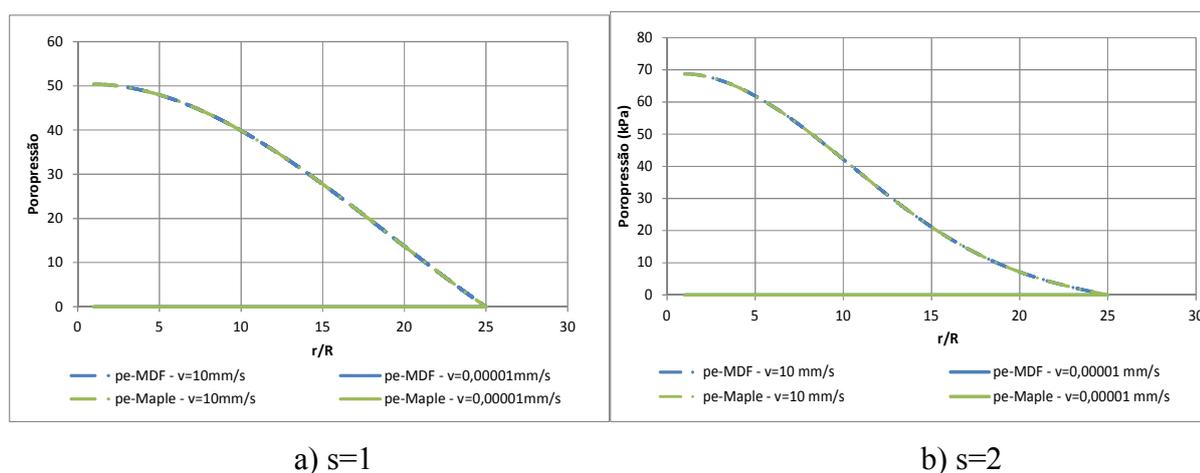


Figura 5.4: Distribuição radial da poropressão para diferentes termos na série

As figuras 5.5 e 5.6 apresentam distribuições de variação de tensão cisalhante obtidas para os dois modelos poroelástico não lineares. Ambos os modelos mostram perfis semelhantes e observa-se que o máximo de variação de tensão depende das velocidades de ensaio. As maiores variações de tensão são obtidas para as menores velocidades, que garantem o comportamento drenado, e as menores variações são obtidas para maiores velocidades. Além da sensibilidade em relação à velocidade, observa-se que para velocidades que correspondem às condições não drenada e parcialmente drenada, as variações de tensão cisalhante são afetadas pelo número de termos na série de poropressão assim como as poropressões. A concordância entre os resultados das abordagens pe-MDF e pe-Maple indica a boa precisão do método de resolução via diferenças finitas e a relevância das hipóteses adotadas.

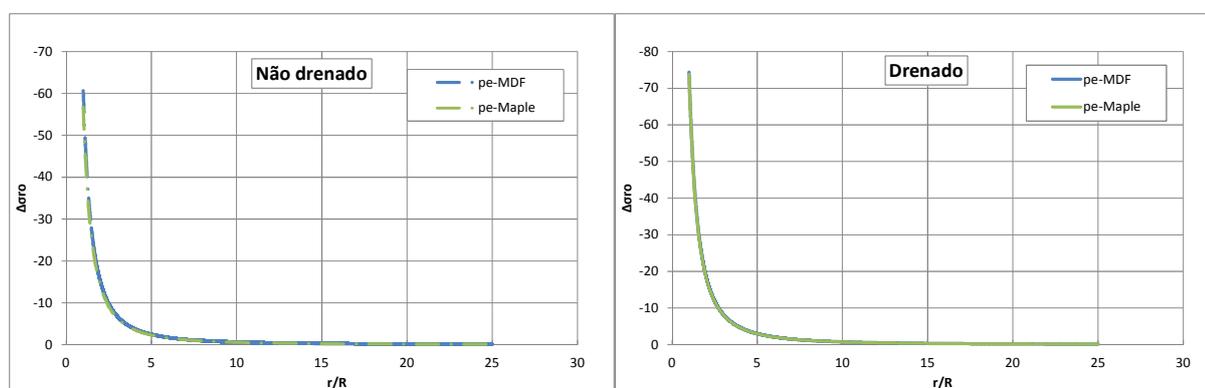


Figura 5.5: Distribuição radial da variação da tensão cisalhante (em kPa)  $s=1$

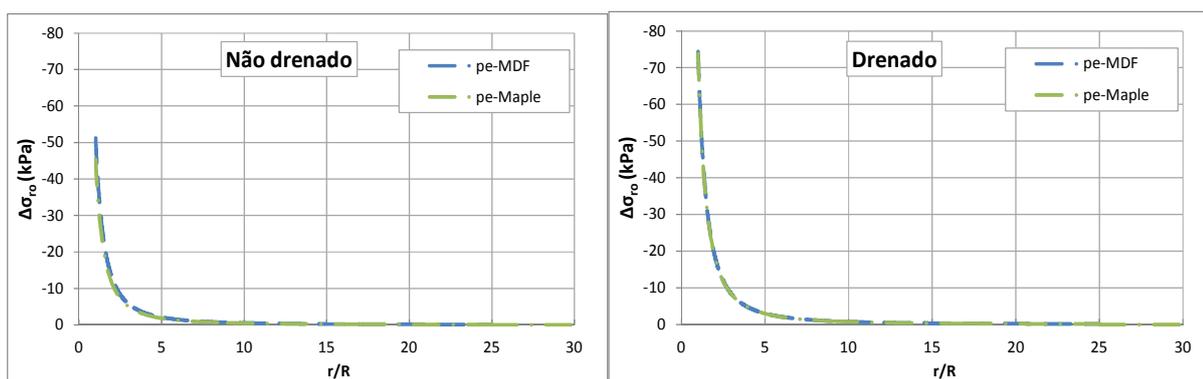
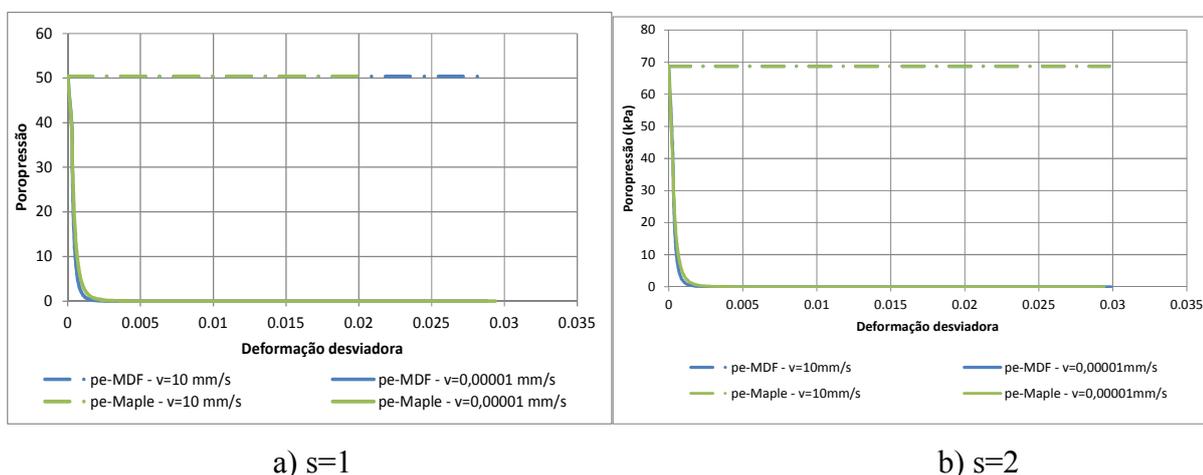


Figura 5.6: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante  $s=2$

A figura 5.7 apresenta os históricos de poropressão obtidos pelos dois modelos poroelásticos lineares para uma função de poropressão definida por uma serie com um (a) e dois (b) termos. Os resultados são apresentados para duas velocidades correspondentes às configurações não drenada e totalmente drenada. Ambos os modelos apresentam histórico de poropressão semelhante. De acordo com as observações feitas para as distribuições de poropressão, nota-se que o número de termos e a velocidade de ensaio têm uma influência importante sobre a poropressão.



a)  $s=1$

b)  $s=2$

Figura 5.7: Poropressão em relação à deformação desviadora para os dois modelos poroelástico não lineares

A figura 5.8 apresenta as evoluções da variação de tensão para as velocidades de 10 mm/s e 0.00001 mm/s. Mostra-se que a variação de tensão correspondente ao comportamento totalmente drenado apresenta valores maiores que aquele caracterizando o comportamento não drenado. Os dois modelos apresentam resultados semelhante, pois o erro relativo dos valores para a condição não drenada é próximo de 7% e para a condição totalmente drenada é menor que 3%. As diferenças entre as figuras 5.8-a e 5.8-b mostra que os resultados de variação de tensão são afetados pela poropressão aproximada.

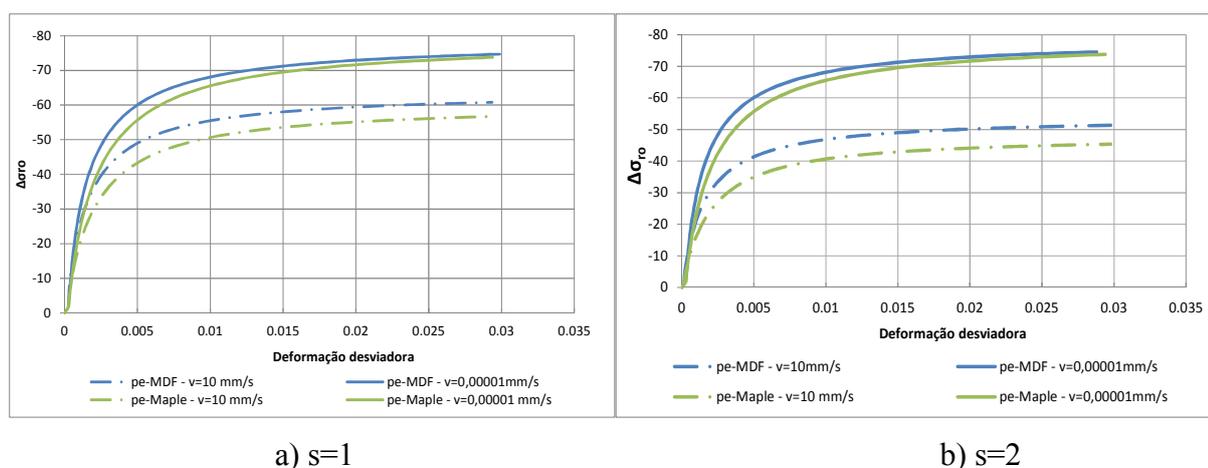


Figura 5.8: Relação tensão-deformação para os dois modelos poroelástico não lineares

### 5.2.2. Avaliação do modelo poroelástico não linear

A avaliação do modelo poroelástico não linear (pe-MDF), realizado através da comparação com o modelo poroplástico (pp-MEF), é feita considerando a mudança de alguns parâmetros constitutivo da tabela 5.1. Ou seja, adota-se uma coesão maior  $c = 50kPa$ , um módulo de cisalhamento máximo menor de  $G_{0,max} = 25MPa$  e uma deformação de referência  $\varepsilon_{ref} = 0,005$ . O modelo pe-MDF considera uma função de poropressão definida por uma serie de 25 termos. No processo de carregamento do sistema, a rotação máxima  $\alpha_{max}$  aplicada através do cilindro é de 0.45. Os resultados de distribuição radial de poropressão e variação de tensão de cisalhamento são apresentados para as velocidades  $v=10mm/s$ ,  $v=0.001 mm/s$  e  $v=0.00001mm/s$  que corresponde às configurações não drenada (ND), parcialmente drenada (PD) e totalmente drenada (TD), respetivamente. Os modelos são comparados em termos das distribuições radiais correspondente, em  $r=R$ , deformação desviadora equivalente.

A figura 5.9 apresenta as distribuições radiais de poropressão para os modelos pe-MDF e pp-MEF. Observa-se que os dois modelos obtêm perfis de poropressão semelhante para a velocidade correspondente às condições não drenada e totalmente drenada. No entanto, entre a distância radial normalizada de 1 até 15, os valores de poropressão obtidas com o modelo pp-MEF são maiores que as obtidas com o modelo pe-MDF quando é analisado um caso com velocidade intermediária. Assim, o processo de dissipação parece mais rápido no modelo poroelástico não linear.

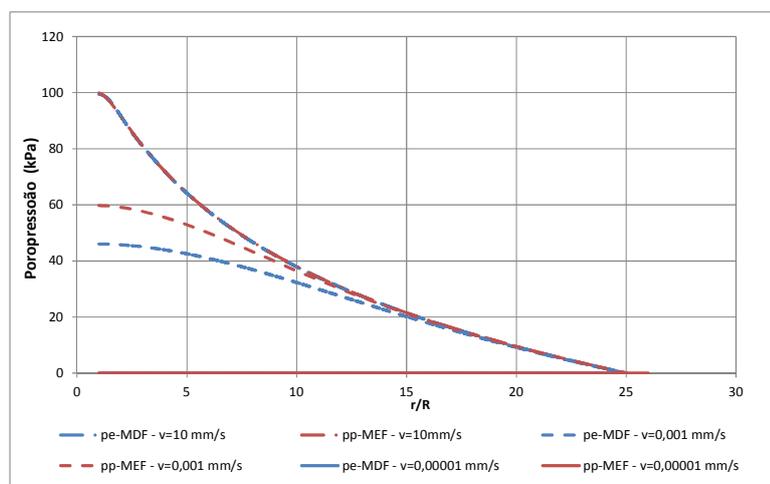


Figura 5.9: Distribuição radial de poropressão para diferente modelo

A figura 5.10 mostra as distribuições das variações de tensão cisalhante no espaço  $r/R$ . Ambos os modelos apresentam perfis de variação de tensão decrescendo rapidamente até uma distância radial normalizada de 5 a partir da qual decresce lentamente até ficar nulas perto de  $r/R=10$ . Embora apresentem perfis semelhante, os máximos de variação de tensão em  $r/R=1$  são ligeiramente diferente para cada modelos. Isso é observado especialmente para as condições não drenada e parcialmente drenada, onde o máximo de tensão apresenta um erro relativo de 5% e 9% entre os dois modelos. Os dois modelos destacam a sensibilidade do máximo de variações de tensão em relação velocidade de ensaio. A boa concordância entre os resultados preditos pelos modelos pe-MDF e pp-MEF sugerem que o modelo poroelástico não linear fornece uma descrição relevante do comportamento poroplástico do meio poroso.

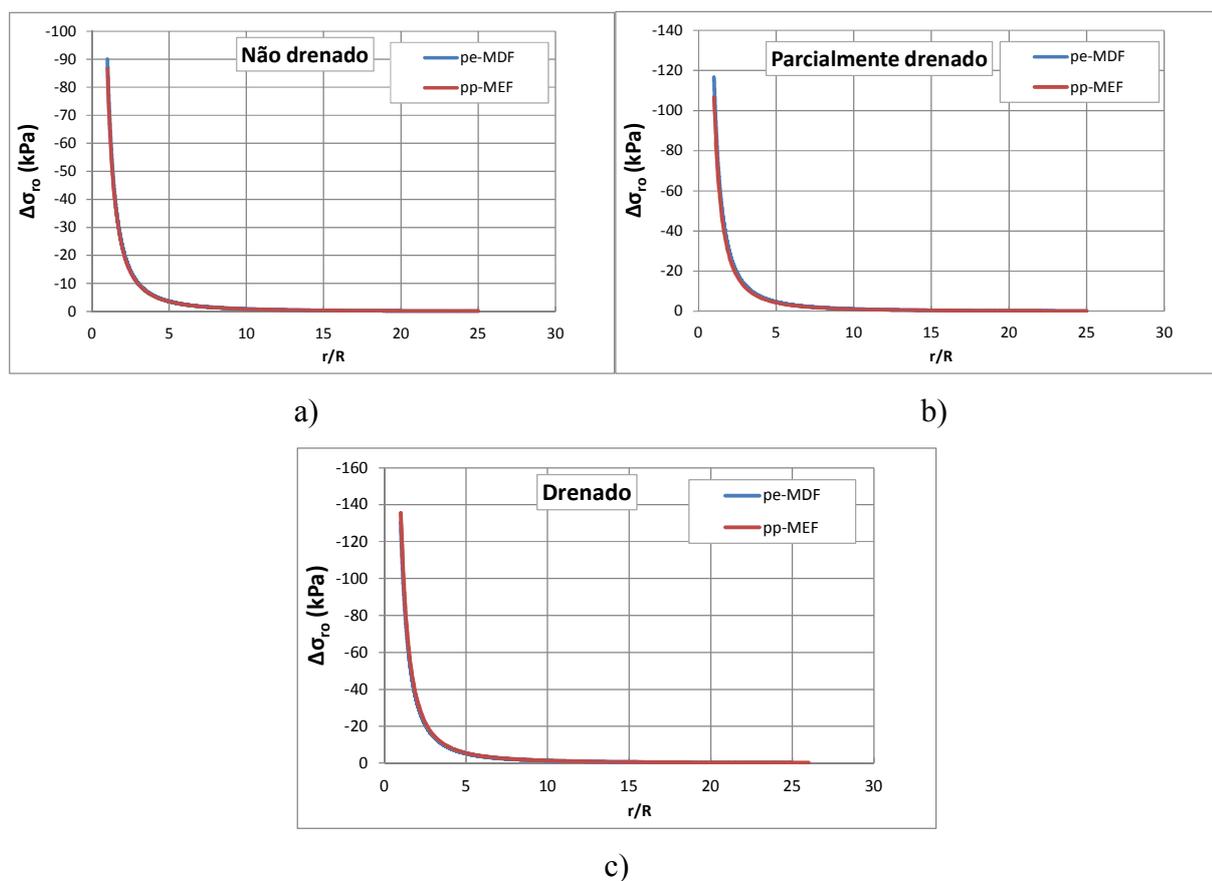


Figura 5.10: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes velocidades

A figura 5.11 mostra os históricos de poropressão obtidos pelos pe-MDF 1 e pp-MEF para três velocidades correspondentes às três configurações de drenagem. De acordo com os resultados apresentados anteriormente, ambos os modelos indicam que não há dissipação de poropressão para velocidades superiores a 10 mm/s e que a dissipação ocorre para velocidades inferiores a 0.00001 mm/s. Observa-se que o modelo pe-MDF caracteriza um processo de dissipação mais rápido que o modelo numérico para velocidade intermediária. Também observa-se que o processo é mais rápido para a configuração drenada, embora a diferença seja pequena.

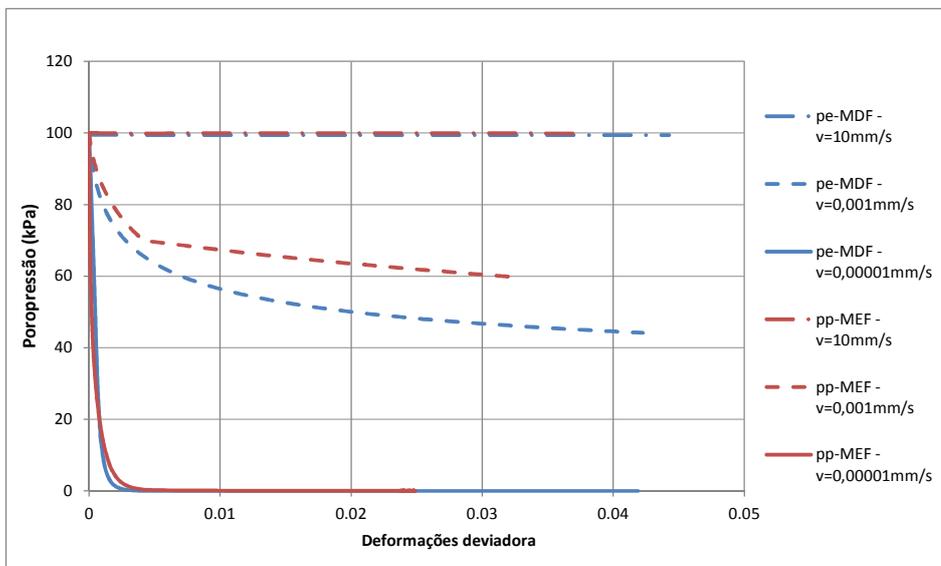


Figura 5.11: Histórico da poropressão na superfície do cilindro

A figura 5.12 apresenta a evolução da variação de tensão cisalhante determinada pelos modelos pe-MDF e pp-MEF. Ambos os modelos mostram uma evolução da variação de tensão cisalhante na superfície do cilindro semelhante para a condição de drenagem total. Porém, o modelo poroelástico não linear obtém valores maiores de variações de tensão que o modelo poroplástico para outras configurações de drenagem. Além disso, a comparação mostra que o modelo pp-MDF produz resultados de comportamento mais rígido do que os do modelo pe-MDF.

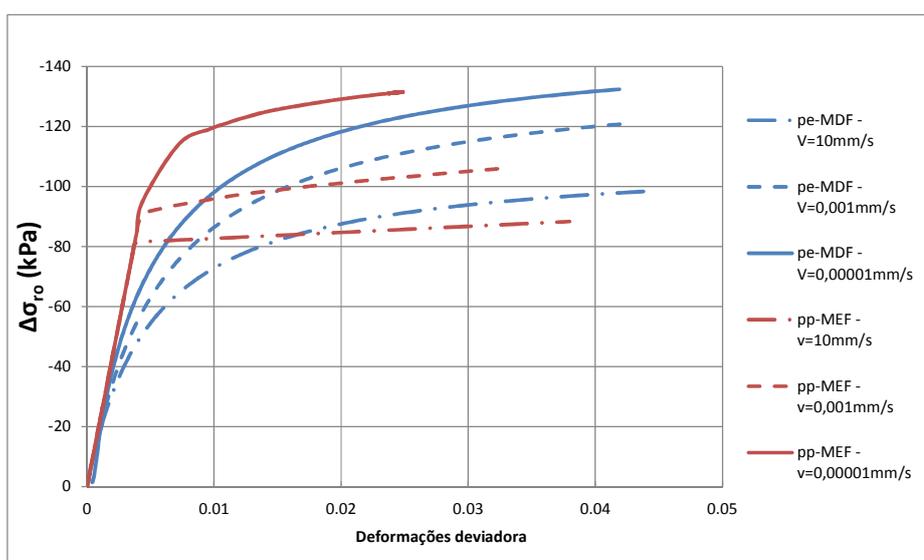


Figura 5.12: Histórico de variação de tensão cisalhante na superfície do cilindro

### 5.3. INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ

A influência da rigidez é avaliada através da influência do módulo de cisalhamento. O módulo de cisalhamento definido é através da equação (5.4) considerando deformação de referência que controla a velocidade de convergência da tensão cisalhante até seu valor máximo. Por isso, adotam-se três materiais de módulo cisalhamento inicial máximo ( $G_{0,max}$ ) diferente definido para valores de deformações e poropressão no estado inicial. Ou seja, o módulo de cisalhamento considerado é expresso por:

$$G_{0,max} = \frac{1}{2\varepsilon_{ref}} \left[ T(h - \sigma'_{0m}) \right] \quad (5.7)$$

O material é caracterizado através os parâmetros constitutivos da tabela 5.1 e os parâmetros constitutivos afetados pela variação do módulo de cisalhamento são apresentados na tabela 5.2. As simulações do modelo pe-MDF são realizadas com uma discretização espacial de  $N=100\ 000$  intervalos e a poropressão é aproximada por uma série com 10 termos. De uma maneira semelhante que à seção 4.5, o objetivo na presente seção é observar a influência da rigidez do material sobre a variação de tensão e poropressão usando o modelo poroelástico não linear com método de diferenças finitas.

Tabela 5.2: Parâmetros constitutivas do material de diferente modulo de cisalhamento

Parâmetro	Unidade	Valor
$G_{0,max}$	MPa	25/50/75
$\varepsilon_{ref}$		2.994E-3/1.497E-3/9.98E-4
$b$		0.9458/0.8917/0.8375
$M$	kPa	1.542E+6/1.683E+6/1.8519E+6

Os resultados a seguir apresentam a distribuição radial dessas quantidades e a sua evolução ao longo da rotação da palheta para os três materiais estudados. Em uma segunda etapa, são apresentadas as evoluções dos resultados em relação à rotação do cilindro até atingir o critério

de ruptura do material. No processo de carregamento do sistema, a rotação máxima  $\alpha_{\max}$  aplicada através do cilindro é de 0.20, 0.27 e 0.43 para módulo de cisalhamento de 75MPa, 50MPa e 25MPa, respectivamente.

### 5.3.1. Distribuição de tensão e poropressão

Na figura 5.13 observam-se as distribuições radiais de poropressão para as três configurações de drenagem e um nível de deformação desviadora próxima de 10%. Cada material atinge esse nível de deformação em valores diferentes de rotação do Vane Test. Os materiais com módulo de cisalhamento 25MPa, 50MPa e 75MPa atingem, respectivamente, o mesmo nível de deformação para rotação próxima de 0.43°, 0.27 e 0.20°. Na configuração não drenada ( $v=10\text{mm/s}$ ), a poropressão é igual para os três materiais, apresentando valores máximos. De maneira oposta, para uma velocidade de 0.00001mm/s, a poropressão é totalmente dissipada para os três materiais. A velocidade intermediária ( $v=0.001\text{mm/s}$ ) apresenta distribuição radial diferente para os três materiais. Assim nota-se que quanto mais rígido é o material, mais baixo é o valor do perfil de. Ou seja, o material mais rígido tem uma dissipação mais rápida.

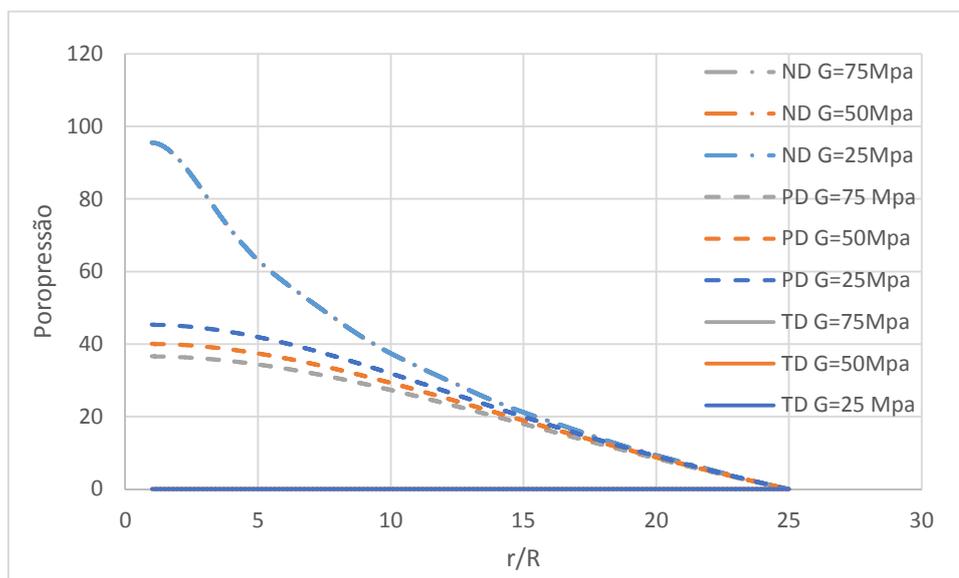


Figura 5.13: Distribuição radial da poropressão para diferentes rigidezes

A figura 5.14 apresenta as distribuições de variação da tensão cisalhante dos materiais para as três condições de drenagem. Mostram-se, em cada gráfico, que a variação de tensão é máxima para uma distância radial normalizada de 1, decrescendo rapidamente até se tornar quase nula em uma distância radial próximo de 5. A figura 5.14-a ilustra o comportamento não drenado do material, onde pode ser observado que as distribuições de tensão são semelhantes para os três materiais e a tensão máxima na superfície do cilindro é próxima de -38 kPa. No gráfico 5.14 -b observa-se que as distribuições de variação de tensão também são muito semelhantes para os três materiais, porém há uma pequena diferença nos valores máximos. Assim, o material mais rígido apresenta uma variação de tensão na volta de -67kPa. A figura 5.14-c apresenta resultados semelhantes, mas com acréscimo do máximo de tensão (-77kPa) em relação às outras condições ND e PD. Esses resultados colocam em evidência a importância da condição de drenagem na determinação da variação de tensão cisalhante no ensaio do Vane test.

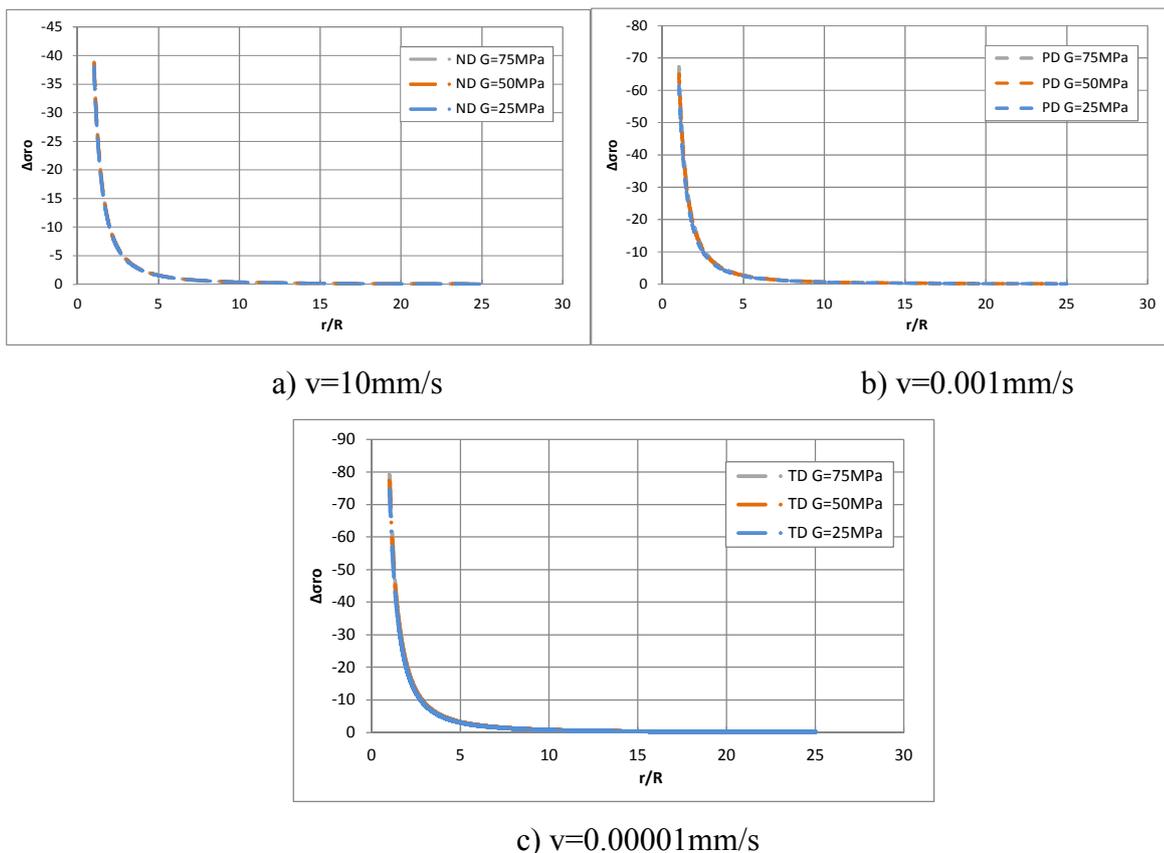


Figura 5.14: Distribuição radial de variação da tensão cisalhante para material de rigidezes diferentes

### 5.3.2. Evolução da poropressão e da tensão cisalhante na superfície do cilindro

A figura 5.15 mostra a evolução da poropressão na superfície da palheta ao longo da rotação. São analisados três materiais de rigidez diferente e três configurações de drenagem. Pode-se observar que, para uma velocidade de 10mm/s, em  $r = R$ , não ocorre dissipação de poropressão. Para os casos de velocidade 0.001 mm/s e 0.00001 mm/s ocorre dissipação parcial ou total, respectivamente. Em ambas as condições de drenagem, o material mais rígido tem uma poropressão menor que os dois outros materiais para uma mesma rotação. Ou seja, como já foi demonstrado na seção 5.3.1, quanto maior a rigidez de um material mais rápida é a dissipação.

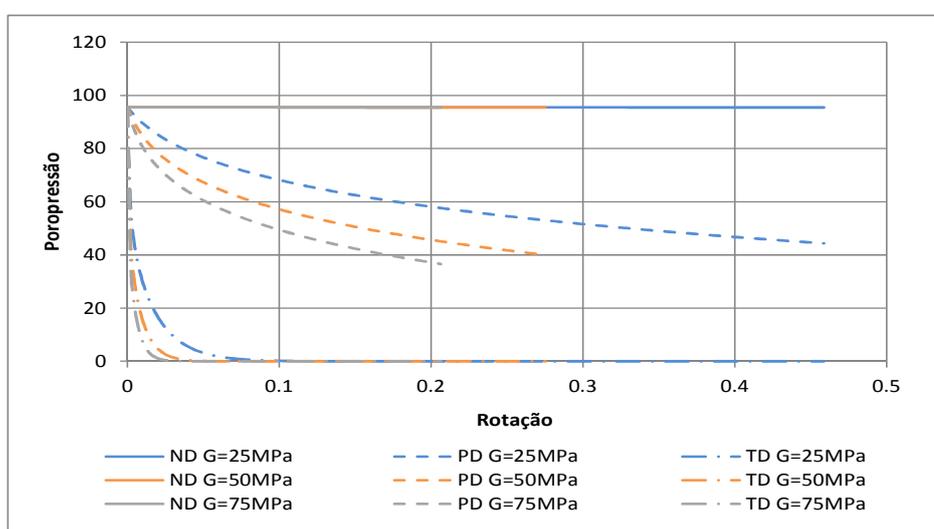


Figura 5.15: Evolução da poropressão para diferentes rigidezes

Na figura 5.16, são plotadas as variações da tensão cisalhante em relação à rotação para os materiais de rigidezes diferentes e condições de drenagem estudadas. Nota-se que, todos os materiais apresentam variações da tensão cisalhante parecidas na velocidade 0,00001mm/s e maior que as obtidas para as velocidades maiores de 0,001mm/s e de 10mm/s, de acordo com os resultados anterior. Para comportamento não drenado, os três materiais apresentam tensões que convergem até um valor máximo semelhante para deformação desviadora de 10%. Porém, essa observação não é tão evidente para configuração parcialmente drenada e totalmente drenada.

Nota-se que de uma maneira geral, quanto maior a rigidez, menores são as deformações em que, as tensões máximas. De um modo geral pode-se ver que para uma mesma condição de drenagem (ou mesma velocidade) as variações de tensão convergem para um mesmo valor de variação de tensão cisalhante

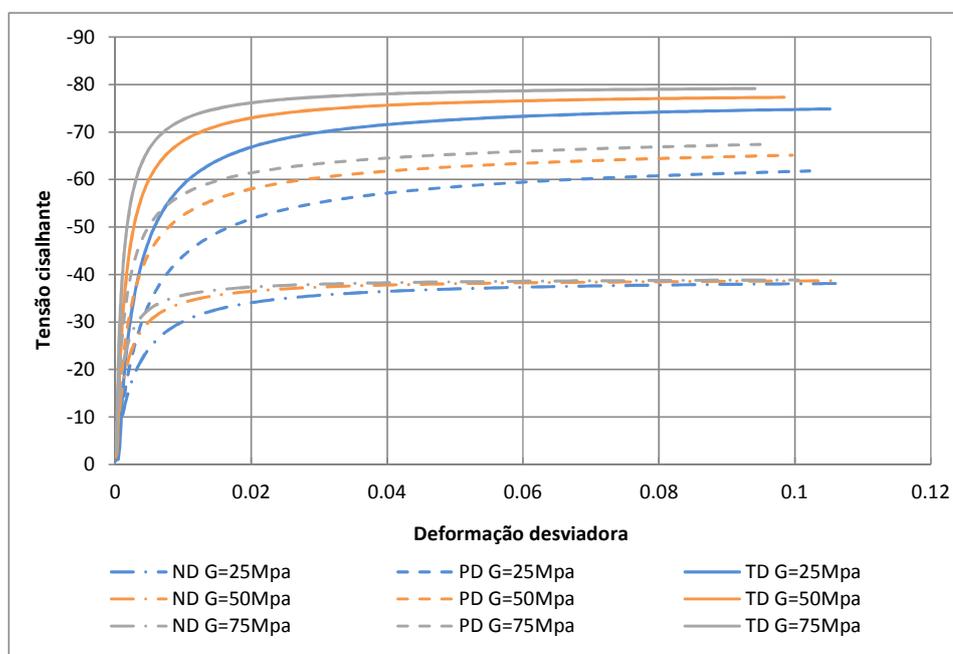


Figura 5.16: Relação tensão cisalhante deformação para diferentes rigidezes

#### 5.4. INFLUÊNCIA ÂNGULO DE ATRITO

Nesta seção a influência da resistência do material é avaliada através da influência do ângulo de atrito. Os parâmetros do material de Drucker-Prager controlam a resistência máxima. Por isso, adotam-se três materiais virtuais com ângulos de atrito  $\phi=20, 25$  e  $30$ . Os parâmetros constitutivos dos materiais são apresentados na tabela 5.1 e os parâmetros que são afetados pela variação são apresentados na tabela 5.3. Adota-se uma discretização de  $N=100\ 000$  e uma poropressão aproximada por uma série com 10 termos para as simulações.

O objetivo da presente seção é observar a influência da resistência do material sobre a variação de tensão e poropressão. Os resultados a seguir apresentam a distribuição radial da variação de tensão e poropressão para três materiais de resistências diferentes. Em uma

segunda etapa são apresentadas as evoluções dos resultados na superfície do cilindro em relação à sua rotação, até atingir o critério de ruptura do material. Cada resultado é apresentado para as velocidades de 10mm/s, 0.001mm/s e 0.00001mm/s, caracterizando as configurações não drenada (ND), parcialmente drenada (PD) e totalmente drenada (TD).

Tabela 5.3: Parâmetros constitutivos dos materiais de diferentes ângulos de atrito

Parâmetro	Unidade	Valor
$\phi$	grau	20/25/30
$G_{0,max}$	MPa	39.4/50/60.8

#### 5.4.1. Distribuição radial de tensão e poropressão

A figura 5.17 apresenta as distribuições radiais de poropressão, para os três materiais considerando velocidades de rotação diferentes. As distribuições são apresentadas para um nível de deformações desviadora próxima de 10%.

Observa-se que, os materiais apresentam a mesma distribuição radial de poropressão quando a velocidade é de 10 mm/s. Por outro lado, as distribuições apresentam perfis de forma semelhante, mas com valores de poropressão diferentes, para uma velocidade intermediária de 0,001 mm/s. No material que possui o menor ângulo de atrito, o valor de poropressão é maior que nos de ângulo de atrito maior. Para um ângulo de atrito de 20° o valor máximo de poropressão em  $r = R$ , é próximo de 54kPa contra, 50kPa para  $\phi = 25^\circ$  e 45kPa para  $\phi = 30^\circ$ . Nota-se que para velocidade de 0,00001 mm/s, todos materiais apresentam um comportamento totalmente drenado. Esses resultados mostram que quanto maior é o ângulo de atrito (e do mesmo modo a rigidez), mais rápida é a dissipação da poropressão.

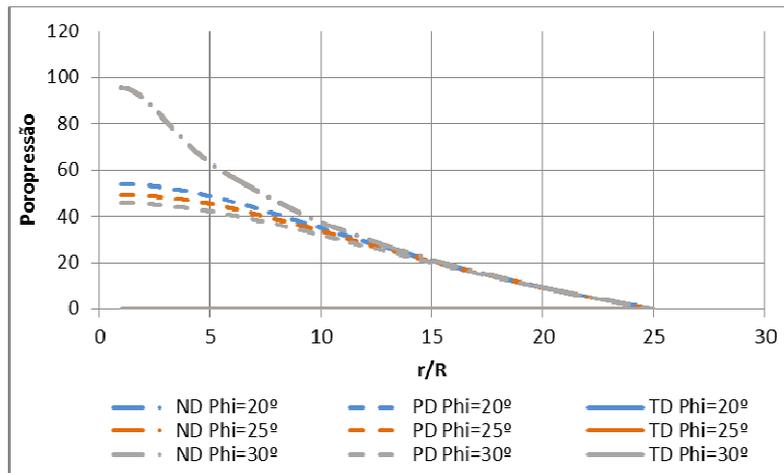


Figura 5.17: Distribuição radial de poropressão para diferentes ângulos de atrito

As figuras 5.18 e 5.19 apresentam as distribuições radiais de variações de tensão cisalhante para materiais com ângulos de atrito diferentes. A figura 5.18-a mostra que os valores máximos de variação de tensão cisalhante para os ângulos de atrito de 20°, 25° e 30° são, respectivamente, -29kPa, -37kPa e -44 kPa quando a velocidade é de 10 mm/s. Os valores de tensão aumentam com o aumento do ângulo de atrito. Essas observações são confirmadas para os resultados obtidos nas configurações parcialmente drenada (figura 5.18-b) e totalmente drenada (figura 5.19). Conforme os resultados anteriores, os valores máximos de variação de tensão (para um mesmo ângulo de atrito) aumentam com a velocidade de rotação.

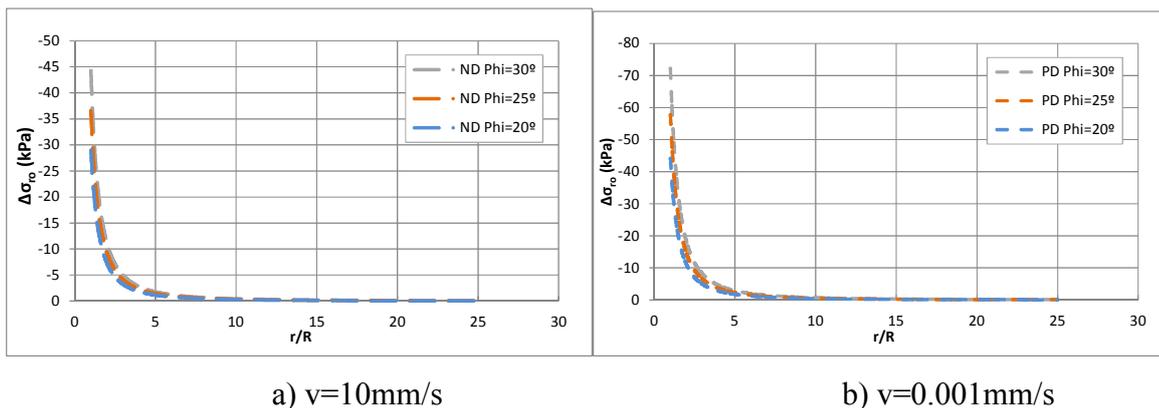


Figura 5.18: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes ângulos de atrito

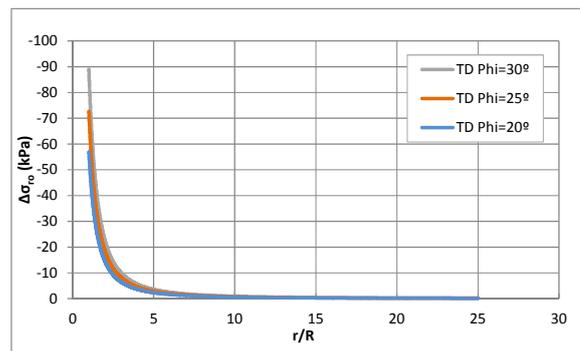


Figura 5.19: Distribuição radial de variação de tensão cisalhante para diferentes ângulos de atrito  $v=0.00001\text{mm/s}$

#### 5.4.2. Evolução da poropressão e da variação de tensão na superfície do cilindro

A figura 5. 91 apresenta o histórico de poropressão na superfície do cilindro para diferentes ângulos de atrito nas três configurações de drenagem. Observa-se que o comportamento dos três materiais é não drenado para velocidade de 10 mm/s. O material de ângulo de atrito maior apresenta valor de poropressão menor para um mesmo nível de deformação quando a velocidade é de 0,001 mm/s e 0,00001 mm/s. Assim, os materiais com ângulos de atrito maiores possuem uma dissipação mais rápida da poropressão.

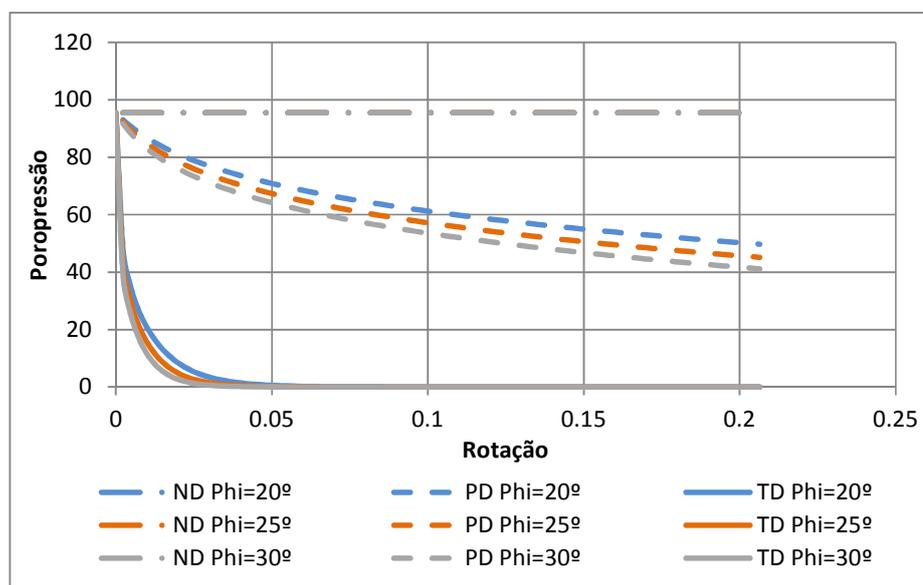


Figura 5.20: Evolução poropressão na superfície da palheta

Os históricos de variações de tensão cisalhante são apresentados na figura 5.20 para diferente ângulo de atrito nas três condições de drenagem. Observa-se que, na condição drenada, as variações de tensão cisalhante são maiores que para as configurações não drenada e parcialmente drenada, de acordo com as observações na seção 5.2. Nota-se que o material caracterizado por um ângulo de atrito de  $30^\circ$  apresenta valor de tensão de  $-92$  kPa que é superior à dos outros materiais ( $-75$  kPa para  $\phi = 25$  e  $-60$  kPa para  $\phi = 20$ ) para uma velocidade de rotação de  $0,00001$  mm/s e deformação equivalente ( $\varepsilon_d = 0,04$ ). Nas outras condições de drenagem (ND e TD) obtém-se os mesmos resultados para valores menores de tensões. Assim, quanto maior é o ângulo de atrito (e então a resistência do material) maior é a tensão máxima. Ao caso contrário da variação da rigidez do material, a variação de resistência não tem influência sobre o nível de deformação para a qual são atingidos os máximos de tensão.

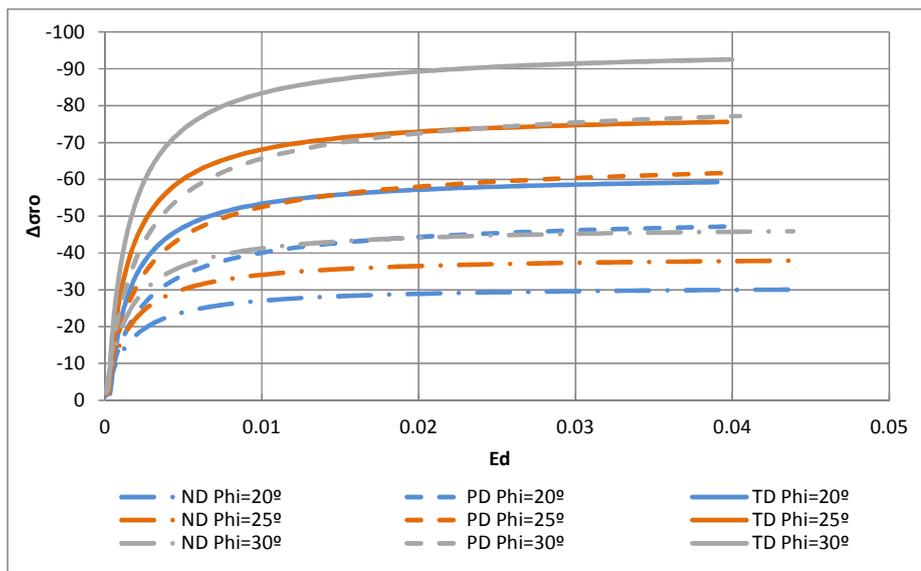


Figura 5.21: Relação tensão cisalhante deformação

## 5.5. INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE SOBRE A POROPRESSÃO

Nesta seção é apresentada, da mesma maneira que na seção 4.6, a curva de drenagem  $U$  em relação a uma velocidade  $V$  normalizada pelo coeficiente de difusão  $c_f$  com o objetivo de analisar a fase de transição do comportamento drenado até o comportamento não drenado do geomaterial.

A figura 5.21 apresenta a comparação das curvas característica de drenagem da simulação dos modelos poroelástico não linear com diferenças finitas (pe-MDF) e poroplástico com elementos finitos (pp-MEF) apresentadas na seção 5.2.2. Os resultados de grau de drenagem  $U$  no espaço de velocidade normalizada  $V = v.d/c_f$ , onde  $v$  é a velocidade de rotação,  $d$  é o diâmetro da palheta,  $c_f$  é o coeficiente de difusão. O coeficiente de difusão é definido através a equação (3.23) considerando um módulo de cisalhamento equivalente  $G_{eq}$  determinado para cada nível de poropressão e um módulo de cisalhamento inicial constante, respetivamente, para o modelo pe-MDF e o modelo pp-MEF. Ambos os modelos produzem curvas semelhantes, porém o modelo pp-MEF apresenta uma dissipação ligeiramente mais rápida que o modelo pe-MDF. No entanto, os dois modelos caracterizam uma mesma faixa de transição do comportamento não drenado ao comportamento drenado. Assim o limite entre a condição não drenado e parcialmente drenado é caracterizado por uma velocidade normalizada próxima de 1 e o limite entre o comportamento parcialmente drenado e totalmente drenado é caracterizado por uma velocidade próxima de 0.00001-0.00002.

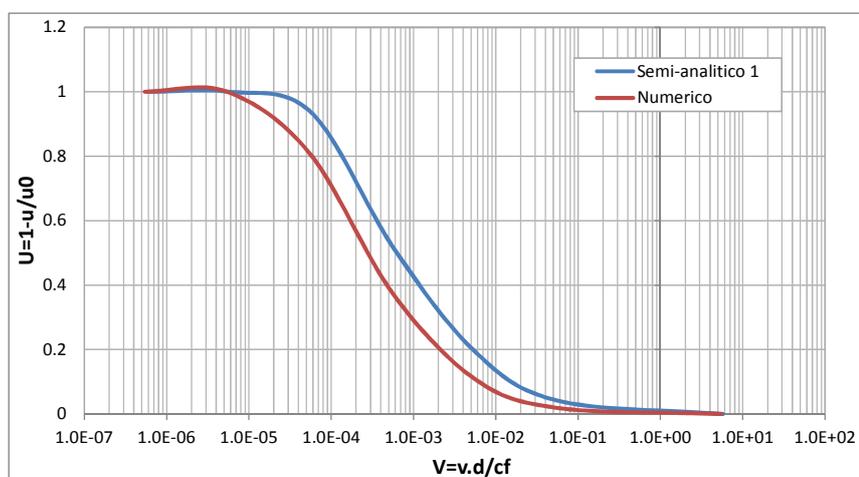


Figura 5.22: Curva de drenagem para diferente modelo

A figura 5.22 apresenta as curvas de drenagem  $U \times V$  para as simulações do modelo poroelástico não linear (pe-MDF) apresentados na seção 5.3. A comparação dessas curvas tem por objetivo investigar a influência da rigidez do material sobre as velocidades normalizadas que definem a transição entre os comportamentos de drenagem. Observa-se que o limite de comportamento não drenado ocorre para a velocidade normalizada próxima de 0.2 para o material menos rígido e para uma velocidade normalizada de cerca de 0.05 para o material mais rígido. Os coeficientes de difusão são de  $8,41 \cdot 10^{-5}$ ,  $1,80 \cdot 10^{-4}$  e  $2,88 \cdot 10^{-4} m^2 / s$ , respectivamente, para o material menos rígido até o mais rígidos. Os resultados das simulações indicam que os materiais de maior rigidez atingem o comportamento totalmente drenado com velocidades normalizadas menores. Em outras palavras, quanto mais rígidos é o material mais rápida é a dissipação da poropressão. Também, mostra-se que uma variação da rigidez do material resulta em uma translação da faixa de transição entre o comportamento não drenado e o comportamento totalmente drenado.

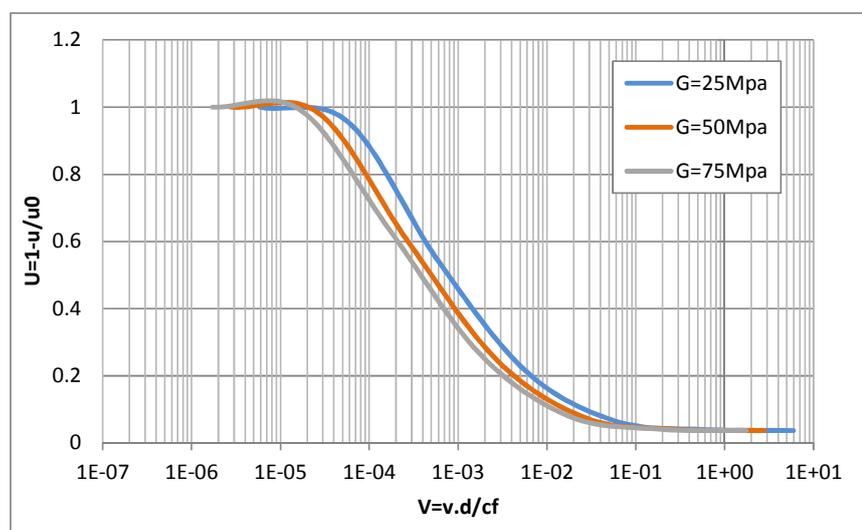


Figura 5.23: Curvas de drenagem para materiais de diferentes rigidezes

O modelo poroelástico não linear permite determinar as transições de drenagem para diferente rigidez, porém a normalização adotada para a drenagem não permite a uniformização dessas curvas. De acordo com a proposta de Dienstmann (2015), a figura 5.23 apresenta o grau de drenagem no espaço de velocidade normalizada  $V = v \cdot d \cdot I_r / c_f$ , onde  $v$  é a velocidade linear do ensaio,  $d$  é o diâmetro da palheta e  $c_f$  é o coeficiente de difusão. O índice de rigidez

$I_r = G/p'_0$  (onde  $p'_0$  é a tensão media efetiva inicial) controla a formação da zona plástica que ocorre durante o ensaio do piezocone (e.g. Vesic, 1972; Dienstmann, 2015). A adoção da velocidade normalizada pelo índice de rigidez permite a uniformização das curvas, e assim observa-se a unificação da faixa de transição entre os comportamentos não drenado e totalmente drenado.

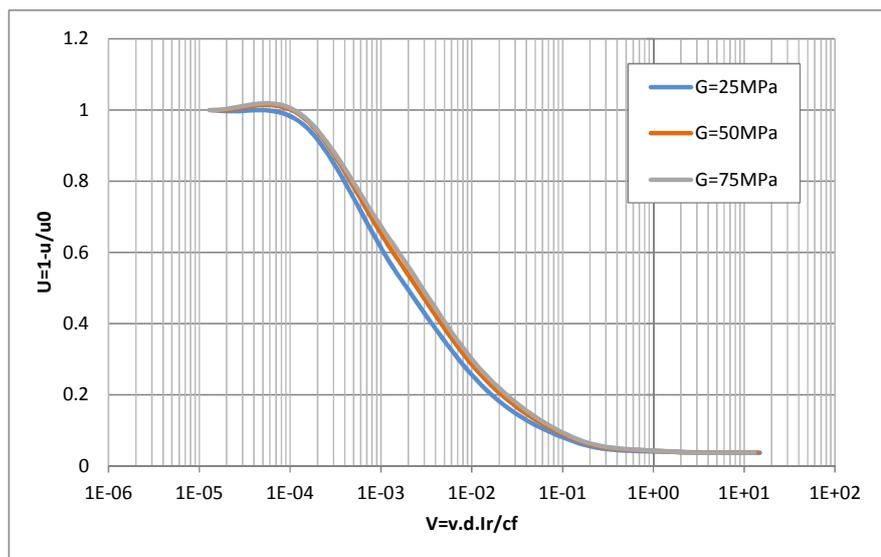


Figura 5.24: Curva de drenagem para diferentes rigidezes

A influência da resistência do material sobre a transição de comportamentos de drenagem, correspondente os resultados obtidos com o modelo poroelástico não linear da seção 5.4, é apresentada na figura 5.24. Observa-se as curvas característica de drenagem que relaciona um grau de drenagem  $U$  com velocidades normalizadas ( $V = v.d / c_f$ ) para três ângulos de atrito diferente  $\phi = 20^\circ$ ,  $25^\circ$  e  $30^\circ$ . Nota-se que a variação resistência do material, através o ângulo de atrito, não tem uma influência significativa sobre a faixa de transição de drenagem caracterizada pelas velocidades normalizadas.

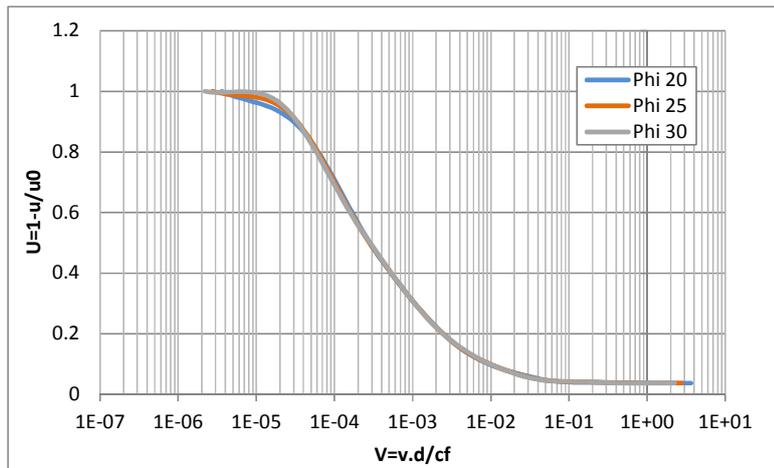


Figura 5.25: Curva de drenagem para diferentes ângulos de atrito

## 5.6. EFEITO DO RAIOS DE INFLUÊNCIA

Esta seção apresenta um estudo sobre os efeitos do tamanho da influência da zona de influência sobre a poropressão e tensão cisalhante obtido com o modelo poroelástico não linear com diferenças finitas (pe-MDF) admitindo o critério de Drucker-Prager, a exemplo de que foi exposto na seção 4.5 para o critério de Tresca.

As figuras 5.25 até 5.27 apresentam as distribuições radiais de poropressão e tensão cisalhante normalizada para  $a/R$  igual a 25, 50 e 100. Cada figura apresenta as distribuições radiais para velocidades de rotação da palheta que caracterizam o comportamento não drenado parcialmente drenado e totalmente drenado.

As simulações mostram que, para as velocidades que correspondem as condições não drenada e drenada, os valores máximos de tensão cisalhante e poropressão são semelhantes para todos os tamanhos da zona de influência. Assim, os resultados indicam que não há influência do tamanho da zona de influência sobre a tensão cisalhante e poropressão para os casos drenados e não drenado. A variação de tensão de cisalhamento máxima (para uma distância radial de 1) é próxima de -79 kPa e a poropressão máxima é de cerca de 0 kPa para cada zona de influência na condição drenada. Para a condição não drenada, em ambas as razões  $a/R$  a tensão cisalhante e poropressão têm -38 kPa e 99 kPa respectivamente como valor máxima. No entanto, nota-se que os valores máximos de variação de tensão cisalhante e de poropressão

são dependentes da zona de influência para uma mesma velocidade intermediária de 0.001 mm/s.

Essa observação permite avaliar o processo de dissipação, para todas as razões  $a/R$  com comportamento não drenado caracterizado para velocidades próximas de 10 mm/s. As figuras 5.25 até 5.27 também indicam que a condição de drenagem total ocorre para velocidade de 0,00001 mm/s quando  $a/R = 25$  enquanto que, para a maior razão ( $a/R = 100$ ) a drenagem ocorre para uma velocidade de 0,000001 mm/s. Desta forma, os resultados mostram que o processo de dissipação da poropressão é mais rápido quando a zona de influência é definida pela menor razão  $a/R$ . O processo de dissipação pode ser discutido através das curvas de drenagem onde é dado o grau de drenagem  $U$  em relação a uma velocidade normalizada  $V$  (figura 5.28).

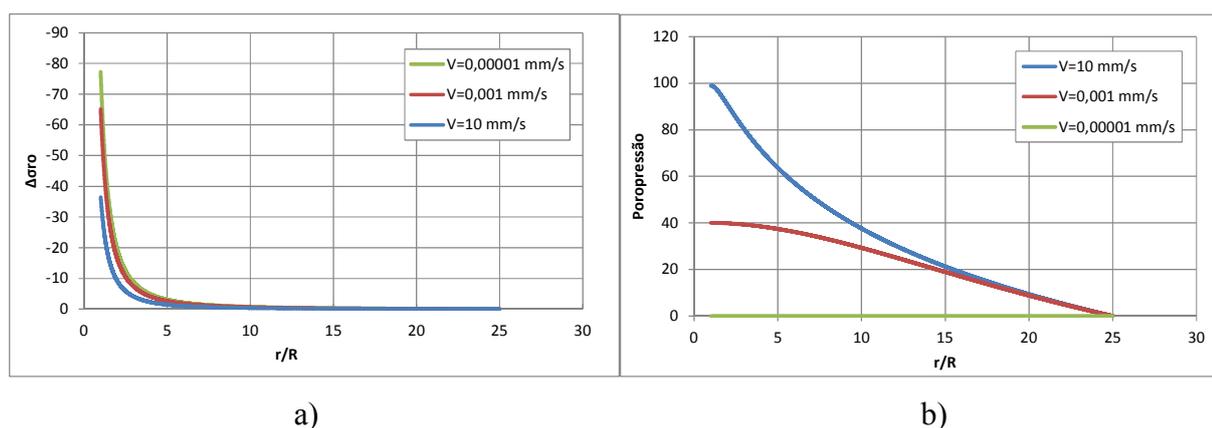


Figura 5.26: Distribuições radiais tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para  $a/R=25$

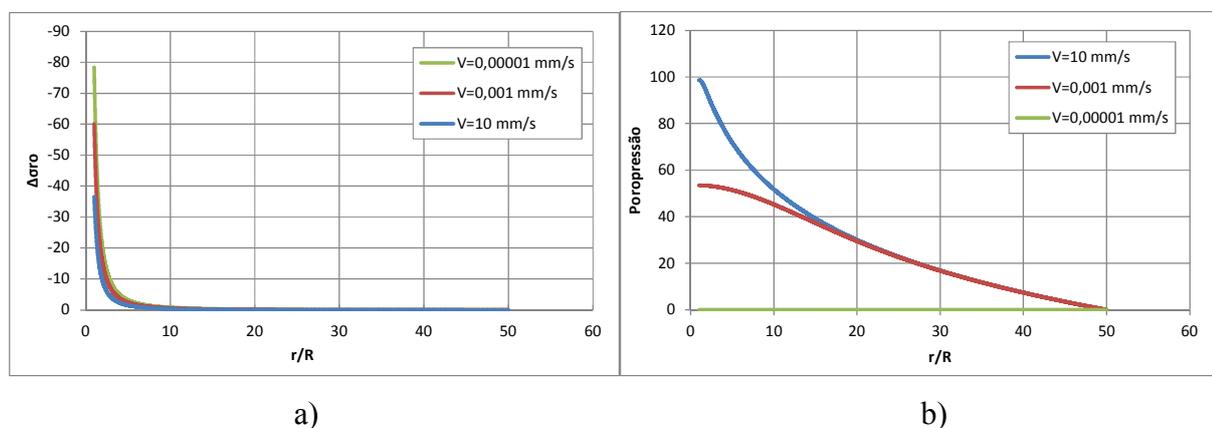


Figura 5.27: Distribuições radiais de tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para  $a/R=50$

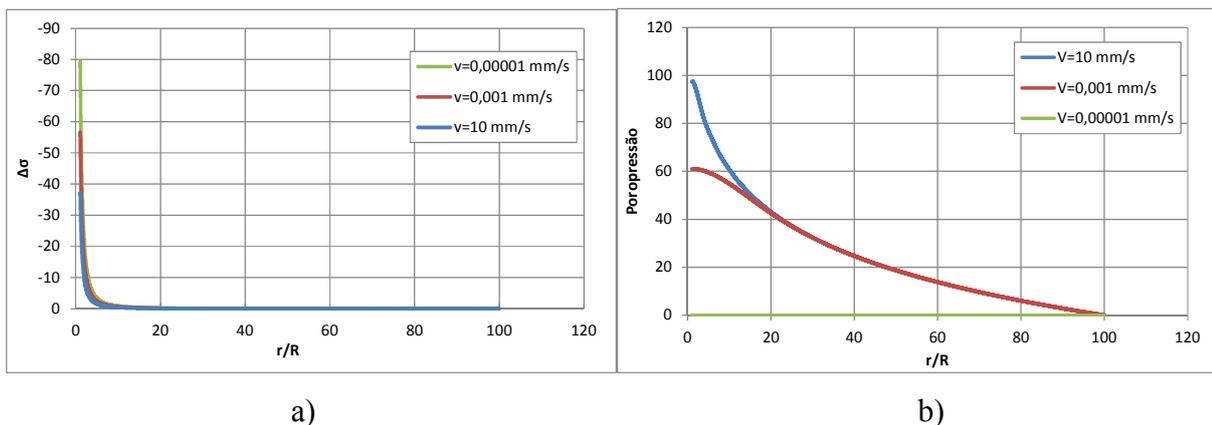


Figura 5.28: Distribuição radiais de tensão cisalhante e poropressão (em kPa) para  $a/R=100$

A figura 5.28 apresenta as curvas de drenagem obtidas para diferentes tamanho da zona de influência ( $a/R = 25, 50, 100$ ). As simulações produzem curvas em que é caracterizando o limite entre comportamento não drenado e parcialmente drenado em uma velocidade normalizada próxima de 1000. No entanto, o limite entre o comportamento parcialmente drenado e totalmente drenado é sensível ao tamanho da zona de influência. Assim, a transição é observada em  $V=0.4$  para  $a/R = 25$ , em  $V=0.2$  para  $a/R = 50$  e em  $V=0.04$  para  $a/R = 100$ . O decréscimo da zona de influência resulta em uma redução da faixa de transição entre o comportamento não drenado e totalmente drenado. Ou seja, quanto menor a razão dos raios, mais rápido é o processo de dissipação.

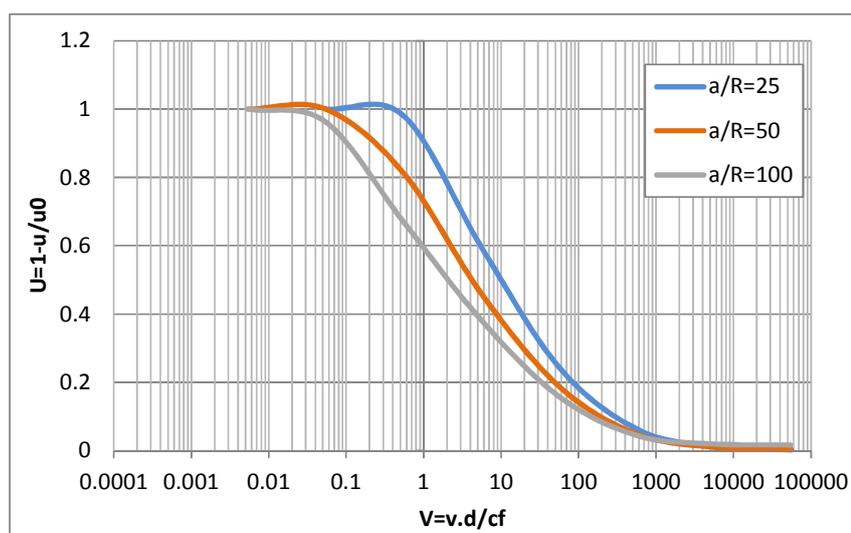


Figura 5.29: Curva de drenagem para diferentes razões  $a/R$

## 5.7. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Um modelo baseado no conceito de poroelasticidade não linear, usando o método de diferenças finitas e empregando o critério de Drucker-Prager, foi desenvolvido com o objetivo de corrigir as hipóteses adotadas no modelo proposto por Dienstmann (2015). Em ambos os modelos poroelásticos não lineares (pe-MDF e pe-Maple) foi mostrada, a influência de velocidade sobre os máximos de poropressão e variação de tensão. Porém, o modelo pe-Maple só permite uma aproximação grosseira devido aos problemas de tempo computacionais que limite a precisão da solução. Os resultados obtidos através o modelo poroplástico (pp-MEF) também mostraram a dependência da poropressão e da variação de tensão em relação à velocidade de rotação. Embora apresentadas distribuições semelhantes de poropressão e tensão, entre os modelos pe-MDF e pp-MEF destacou uma superestimação das tensões do modelo pe-MDF. A interpretação dos efeitos de drenagem no espaço de velocidade normalizada  $U \times V$  permite verificar que os modelos poroelásticos não lineares e poroplástico produzem curvas unificadas.

As investigações mostram que a rigidez e a resistência do material também têm uma influência sobre o processo de dissipação da poropressão. A análise do processo de drenagem no espaço  $U \times V$  evidenciou que o modelo apresenta curvas de drenagem unificadas para rigidez e resistência diferentes para uma mesma razão  $a/R$ . O estudo sobre o efeito da zona de influência mostrou que um aumento do domínio do problema é responsável pelo aumento da faixa de transição entre o comportamento não drenado e o comportamento totalmente drenado.

Embora o método de diferenças finitas superestime tensão máxima e subestime a poropressão em relação às simulações numéricas, ele permite relacionar a variação da resistência ao cisalhamento com a variação da velocidade de rotação, além de caracterizar o processo de drenagem. De acordo com as observações feitas para o critério de Tresca, o modelo admite a hipótese de resolução numérica que despreza a expressão real do módulo de cisalhamento. Porém, os resultados obtidos são semelhantes àqueles obtidos com o modelo pe-Maple que considera a expressão real do módulo de cisalhamento. Além disso, os tempos de cálculos são consideravelmente menores que os do modelo pe-Maple.

## 6. INTERPRETAÇÃO DE UM ENSAIO DE PALHETA EM CAMPO

Neste capítulo é apresentada a aplicação da modelagem da palheta descrita no capítulo 3 para a interpretação das condições de drenagem durante o ensaio em campo de palheta. Considera-se que o modelo descrito no capítulo 3 admite o critério de Drucker-Prager, que a análise ocorre para configuração das pequenas deformações, que a palheta tem uma dimensão vertical infinita e que o processo de inserção é definido por meio de um excesso de poropressão inicial. Assim, a análise é simplificada, pois tem por objetivos determinar os padrões de comportamento e a influência dos parâmetros, e não determinar a estimativa precisa dos resultados de campo. O ensaio de palheta de resíduo de zinco estudado por Hlenka (2012) é usado para avaliar os resultados do modelo.

### 6.1. CARACTERIZAÇÃO DE RESÍDUO DE ZINCO POR ENSAIO

Na sua dissertação Hlenka (2012) estudou o resíduo de zinco através a execução de ensaios de campo de palheta e piezocone sísmico. Os ensaios foram realizados em depósito de zinco na barragem dos Peixes situada numa zona industrial da Votorantim Metais Zinco em Juiz de Fora (MG) (figura 6.1). A figura 6.2 apresenta as três diferentes localizações (PZC01, PZC02, PZC03) onde foram realizados os ensaios da palheta e coleta de amostra.



Figura 6.1: Localização da Juiz de Fora(Hlenka, 2012)

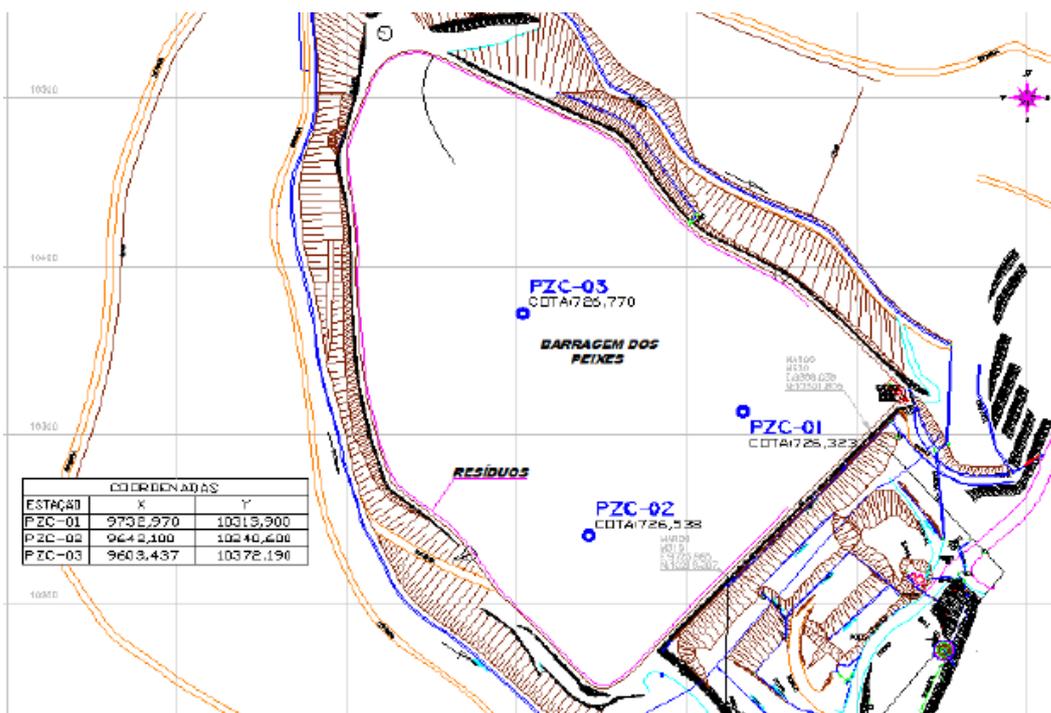


Figura 6.2: Localização dos ensaio de palheta (Hlenka, 2012)

### 6.1.1. Caracterização do resíduo de zinco por ensaio de laboratório

O estudo consiste também em caracterização do resíduo de zinco através as análises granulométricas, determinação do pesos específico natural, da densidade dos grãos, dos limites de liquidez e plasticidade, do teor de umidade e dos parâmetros de adensamento.

A figura 6.2-a apresenta o perfil do peso específico natural do material para diferente profundidade nas três localizações de ensaio. Observa-se que o peso específico é superior a  $\gamma_N = 10,6 kN / m^3$ , para qualquer profundidade e os três pontos de ensaio. Segundo Hlenka (2012), o material tem uma consistência correspondente à dos solos orgânicos moles ( $\gamma_n < 15 kN / m^3$ ) e seu peso específico tende a aumentar com a profundidade do solo. O teor de umidade é mostrado na figura 6.3-b, onde os resultados indicam que os teores de umidade ( $w$ ) variam entre 90 e 210%. Esses valores são considerados altos e decrescem com a profundidade.

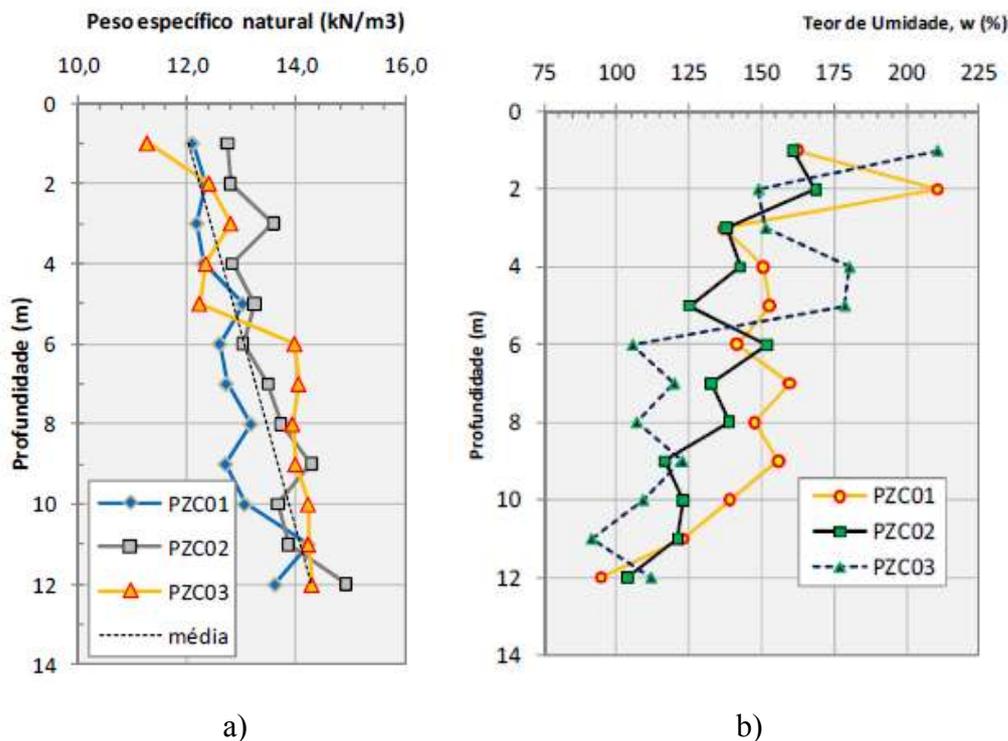


Figura 6.3: a) Pesos específico e b) teor de umidade (Hlenka, 2012)

A análise da granulometria das amostras permite de determinar a composição do resíduo de zinco. A tabela 6.1 apresenta a granulometria medida com ensaios convencionais de sedimentação com o uso de licor e de água destilada, onde observa-se que o geomaterial é composto de uma grande parte de siltes (na cerca 99% da composição) e de areia. Os resultados também mostram que não há presença de diâmetro menor que 0.002 mm indicando que o material não apresenta granulometria argilosa. No entanto, os resultados obtidos com os ensaios convencionais apresentam uma descontinuidade nas curvas de granulometria. Por isso, foi realizado outro ensaio com difração a laser cujos resultados indicam que o material possui uma fração de granulometria argilosa de 17,67%.

Tabela 6.1: Comparação percentual dos ensaio de granulometria (Hlenka2012)

ESTAÇÃO	Prof. (m)	Silte (%)		Areia fina (%)		Areia Média (%)	
		Licor	Água dest.	Licor	Água dest.	Licor	Água dest.
PZC01	2,0	99,88	99,88	0,10	0,10	0,01	0,01
	4,0	99,97	99,93	0,03	0,07	0,0	0,0
	6,0	98,94	-	0,06	-	0,0	-
	9,0	99,86	99,92	0,11	0,06	0,03	0,02
PZC02	2,0	99,90	99,90	0,10	0,10	0,0	0,0
	6,0	100,0	99,97	0,0	0,03	0,0	0,0
	7,0	99,92	-	0,08	-	0,0	0,0
	9,0	99,51	99,43	0,48	0,54	0,01	0,03
PZC03	2,0	99,79	99,71	0,18	0,26	0,03	0,03
	4,0	99,93	-	0,07	-	0,0	-
	9,0	99,83	99,75	0,15	0,22	0,02	0,03

Ensaio de limite de consistência foram realizados com objetivo principal de identificar as camadas plásticas que poderia resultar a maiores deformações correspondendo à ruptura. Os resultados de ensaio mostram que o índice de plasticidade do material obtido varia entre 22 a 54%.

Os parâmetros de adensamento nas três localizações (PZC01, PZC02 e PZC03) foram determinados, em laboratório, a partir de três ensaios de adensamento. A tabela 6.2 mostra os resultados correspondentes ao índice de compressibilidade ( $C_c$ ), de recompressibilidade ( $C_r$ ) e descarregamento ( $C_{cr}$ ).

Tabela 6.2: Índice compressibilidade Hlenka (2012)

ENSAIO	Índice de comp. $C_c$			Índice de recomp. $C_r$			$C_{cr}$		
	01	02	03	01	02	03	01	02	03
	1,75	1,69	1,56	0,23	0,25	0,07	0,14	0,15	0,15

Os valores de coeficiente de adensamento para o resíduo de zinco variam de  $2,0 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$  até  $1,0 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ . Com os resultados de ensaio em laboratório e os resultados dos ensaios de campo: *overconsolidation ratio* (OCR), tensão vertical efetiva inicial ( $\sigma'_{v0}$ ) e índice de vazio inicial ( $e_0$ ) permitirem estabelecer os perfil dos diferentes parâmetros de adensamento. A figura 6.3 apresentam os perfis dos parâmetros de adensamento para a localização PZC 02.

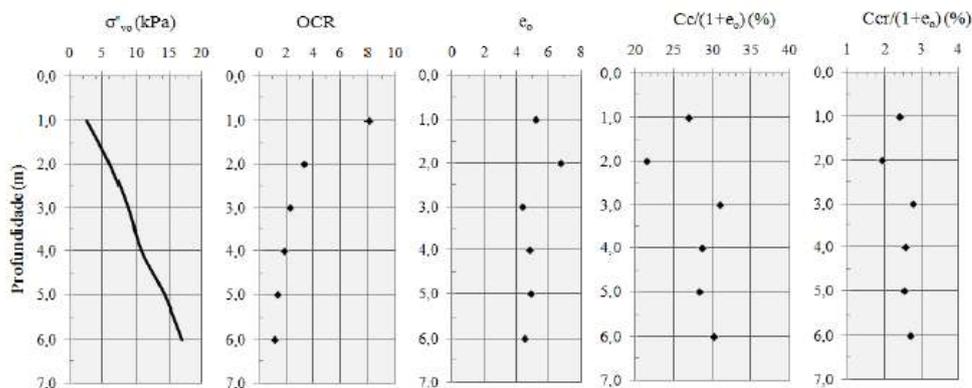


Figura 6.4: Parâmetros de adensamento estação PZC02 (Hlenka, 2012)

### 6.1.2. Caracterização do resíduo de zinco por ensaio de campo

Para caracterizar o material Hlenka (2012) realizou o ensaio de palheta nas localizações PZC01, PZC02 e PZC03 e para cada uma delas foram feitos ensaios para as profundidades de 2, 4 e 6 m. Cada ensaio de palheta foi processado para taxa de rotação de 1, 6 (velocidade padrão), 60°/min. Os resultados e as conclusões obtidos no estudo de Hlenka estão apresentados nesta seção. A figura 6.4 apresenta as curvas de  $S_u \times rotação$  obtidas para as três velocidades de rotação do ensaio na localização PZC 02.

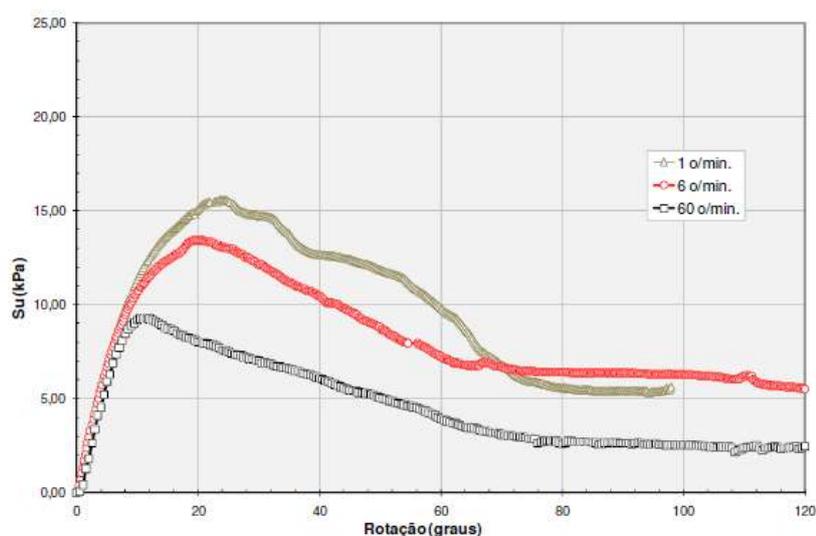


Figura 6.5: Ensaio de palheta Estação PZC02 profundidade 4m (Hlenka, 2012)

Na figura 6.6 observa-se uma comparação da resistência em cisalhamento nos ensaios para cada profundidade. A partir desses resultados Hlenka (2012) admite as observações seguintes:

- A inclinação do trecho inicial da curva  $S_u \times \text{rotação}$  é independente da velocidade de rotação;
- O valor de  $S_u$  máximo decresce com o aumento da taxa de rotação;
- A dependência entre valor de resistência residual e velocidade de ensaio é dificilmente estabelecida.
- A rotação na ruptura é menor quanto maior a taxa de rotação da palheta.

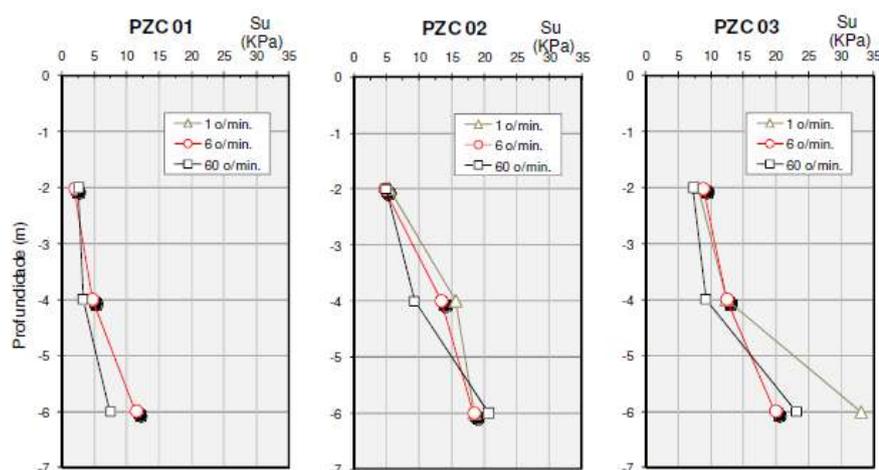


Figura 6.6: Resultados dos ensaios de palheta (Hlenka 2012)

Os resultados obtidos pelos ensaios da palheta não permitem uma determinação correta das velocidades correspondentes às resistências drenadas ou não. Hlenka (2012) propõe dois métodos para a interpretação das condições de drenagem.

O primeiro consiste a normalizar a resistência pelo seu valor menor que corresponde a resistência não drenada obtida com a maior velocidade nos ensaios (60°/min). A figura 6.7 apresenta a curva  $S_u/S_{u_{ref}}$  versus  $V$  velocidade normalizada. Observa-se de uma maneira clara a interpretação seguinte: um aumento da velocidade resulta a um decréscimo na resistência ao cisalhamento.

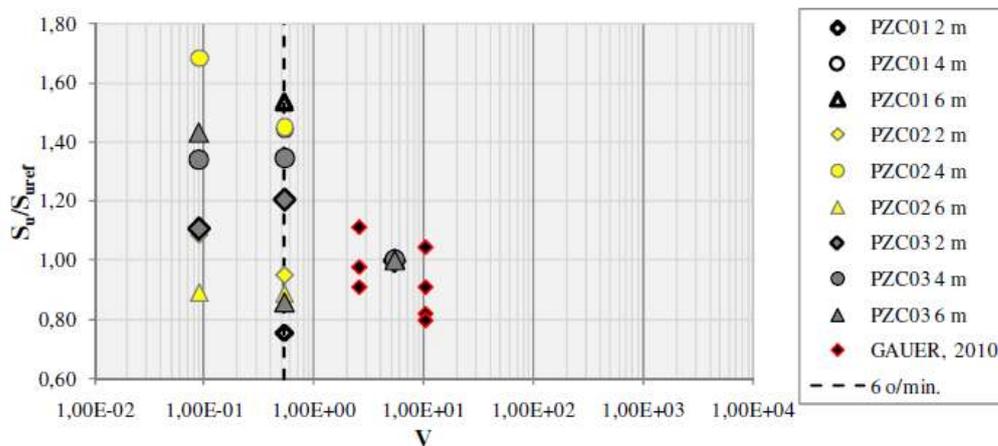


Figura 6.7: Resultados de resíduo de zinco em relação a  $V$  (Hlenka, 2012)

O segundo método é proposto por Blight (1968) consiste em mostrar os resultados do ensaio numa curva  $U \times T$ . Onde  $U$  é o grau de drenagem em função das velocidades de ensaios e  $T$  é o tempo normalizado. No entanto, o autor indica que é difícil obter de maneira precisa os valores de torque para as configurações não drenada e drenada do ensaio. Para solucionar essa dificuldade, Hlenka (2012) propõe uma aproximação desses valores respectivamente, pelos valores mínimos medidos de torque ( $\tau_{\min}$  correspondente ao torque não drenado) e pelos valores máximos medidos de torque ( $\tau_{\max}$  correspondente ao torque drenado). Por isso, a

figura 6.7 apresenta um grau de drenagem expresso por  $U = \frac{\tau - \tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_{\min}}$  em relação a um

tempo normalizado definido por  $T = \frac{c_h t}{R^2}$ , onde  $R$  é o raio de palheta e  $c_h$  é o coeficiente de adensamento horizontal. A interpretação deste gráfico indica que a condição parcialmente drenada é caracterizada por uma faixa de Tempo normalizado entre  $0,01 < T < 1,00$ . Os mesmo resultados também podem ser apresentados no espaço  $U \times V$ , onde  $V$  é a velocidade normalizada por  $V = v.d/c_h$ , onde  $d$  é o diâmetro de palheta e  $c_h$  é o coeficiente de consolidação horizontal.

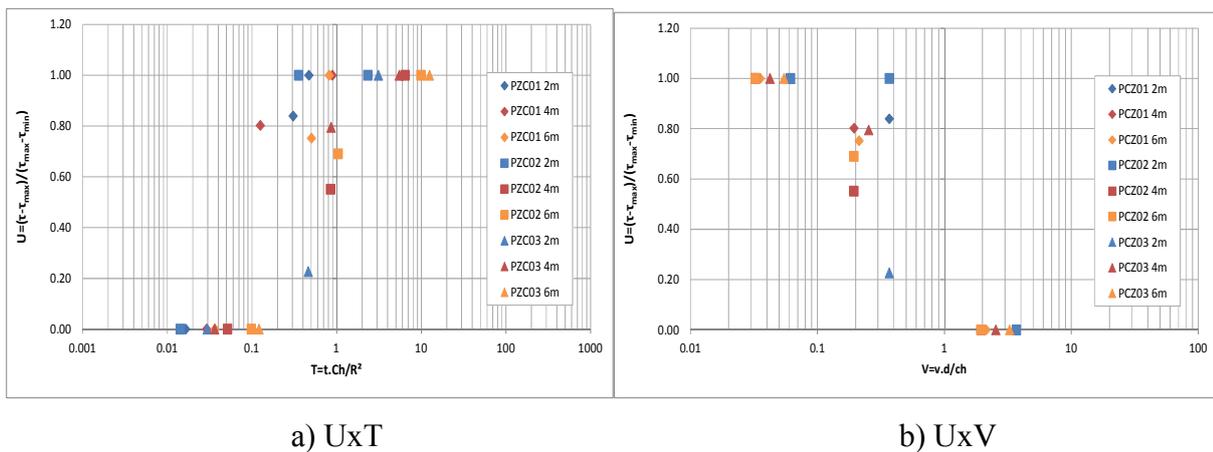


Figura 6.8: Curva característica de drenagem para o resíduo de zinco: (Hlenka 2012)

## 6.2. MODELAGEM DO ENSAIO DE CAMPO

A localização PZC02 foi escolhida com ensaio de referência para a avaliação do modelo do ensaio de palheta desenvolvido neste trabalho com base no critério de Drucker-Prager. Foram considerados os parâmetros constitutivos para uma profundidade de 4m. Porém, é necessário estimar alguns parâmetros que não são fornecidos no trabalho experimental de Hlenka (2012).

Os resultados de campos obtidos para uma profundidade de 4m foram adotados para definir as tensões iniciais ( $p'_0 = 12kPa$ ). Admite-se um ângulo de atrito de  $25^\circ$  para a definição dos parâmetros  $T$  e  $h$  que correspondem ao limite em tração isotrópica e ao coeficiente de atrito do material de Drucker-Prager, respectivamente. Um valor máximo de módulo de cisalhamento pode ser determinado através da seguinte relação:

$$G_0 = \rho_N \cdot V_s^2 \quad \text{com} \quad \rho_N = \gamma_N / g \quad (6.1)$$

Onde  $\rho_N$  é a massa específica do solo e  $g$  é aceleração da gravidade.  $\gamma_N$  é o peso específico do solo cujo valor para uma profundidade de 4 m é de  $13kN/m^3$ . O parâmetro  $V_s$  corresponde a velocidade de onda cisalhante determinado com ensaio de cone sísmico de Hlenka (2012). De acordo com os parâmetros, o valor máximo de módulo de cisalhamento inicial é próximo de  $3250kPa$  e adotando um coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$  obtém-se um módulo volumétrico de  $7041kPa$ . O diâmetro de  $0,065m$  é usado para modelar o equipamento. As simulações são

efetuadas para as zona de influência definidas por  $a/R=25, 16, 10, 5$  e  $2$ . Os valores  $a/R = 2$  e  $a/R = 16$  foram escolhidas através a literatura e correspondem à menor razão  $a/R$  proposto por Blight (1968) e a razão definida tal que  $a/R = \sqrt{I_r}$ , respetivamente. As outras razão foram escolhido arbitrariamente para obter um painel  $a/R$  com o objetivo de investigar qual razão  $a/R$  propõe a melhor aproximação. Na tabela 6.3 são listados os parâmetros de entrada admitidos para a modelagem do ensaio de palheta em resíduo de zinco. A função de poropressão é definida por uma serie de 25 termos e a discretização espacial é realizada adotando-se 100 000 intervalos para uma boa precisão na aproximação da solução.

Tabela 6.3: Parâmetros constitutivos para a modelagem do material

Parâmetro	Valor	Unidade
$p'_0$	12	kPa
$c$	1	kPa
$\phi$	25	graus
$G_0$	3250	kPa
$\nu$	0,3	-
B	0,92958	-
M	672985	kPa
k	7,0e-7	m/s
K	7041	kPa

Uma primeira estimativa de  $\varepsilon_{ref}$  foi admitida através da expressão do módulo de cisalhamento ( $G$ ) para o critério de Drucker-Prager (equação 5.4). Assim, considerando o estado inicial (deformações e tensões nulas) e um módulo de cisalhamento máximo, adota-se uma deformação de referência tal que  $\varepsilon_{ref} = 0,006$ . A avaliação da deformação de referência  $\varepsilon_{ref}$  é feita a partir das curvas  $q/p'_0 \times \text{rotação}$  (onde  $q$  é resistência ao cisalhamento e  $p'_0$  é a tensão média efetiva inicial) estimada pelo modelo tal que os máximo de tensão seja equivalente as obtidas pelos ensaios experimentais.

A figura 6.9 apresenta as resistências ao cisalhamento obtidas pelos ensaios de campo e pelas simulações para três estados de drenagem não drenado (ND), parcialmente drenado (PD) e totalmente drenado (TD), correspondentes, no caso dos ensaios experimentais, às velocidades 60°/min, 6°/min e 1°/min, respectivamente. A figura 6.9-a, mostra os resultados das resistências ao cisalhamento para simulação com  $a/R=16$ . Os resultados mostram que a resistência obtida pelo modelo poroelástico não linear com diferenças finitas (pe-MDF) é igual à resistência medida no zinco para o caso não drenado e, no caso totalmente drenado, esse valor é ligeiramente superestimado. A figura 6.9-b apresenta a previsão do modelo pe-MDF adotando uma zona de influência definida por  $a/R=2$ . Em ambos os modelos, as resistências máximas correspondentes ao comportamento totalmente drenado são iguais. No entanto, a resistência máxima obtida pela simulação é um pouco superior a do ensaio de palheta no estado não drenado. De um modo geral, a figura 6.9 mostra que os máximos de tensão correspondentes ao modelo poroelástico não linear ocorrem para rotações muito menores (entre 1° e 2°) do que as dos dados experimentais. Esse fato se explica pela hipótese de pequenas deformações. Assim a deformação de referência adotada permite caracterizar os máximos de tensão equivalentes aos dados experimentais para deformação desviadora inferior a 10%. O modelo permite fazer observações qualitativas sobre o ensaio experimentais, mas não pode ser usado para determinar previsões quantitativas de tensão.

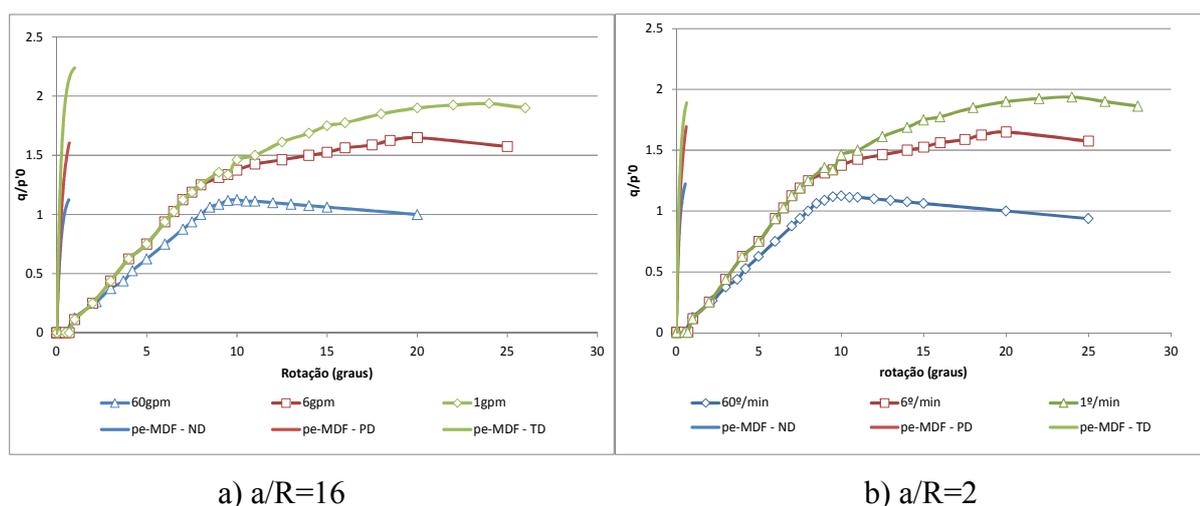


Figura 6.9: Histórico da tensão desvio normalizada para diferentes razões  $a/R$

Na figura 6.10 observa-se as curvas de drenagem obtidas pelas simulações do modelo poroelástico não linear para diferentes zonas de influência  $a/R$  igual a 2, 5, 10, 16 e 25. Essas previsões são comparadas com os resultados experimentais do ensaio de campo realizado por Hlenka (2012). A velocidade é normalizada de acordo como a natureza dos resultados, ou seja, para o modelo poroelástico não linear a velocidade é normalizada pela expressão  $V = v.d/c_f$  e para o ensaio experimental tomando  $V = v.d/c_h$ .

As previsões do modelo poroelástico não linear apresentam diferentes perfis de curvas de drenagem, onde se observa uma transição entre o comportamento não drenado e parcialmente drenado para uma velocidade normalizada próxima de 1, o que está de acordo com os resultados experimentais obtido no ensaio de palheta em resíduo de zinco. No entanto, o limite correspondente à transição entre o comportamento parcialmente drenado e totalmente drenado é caracterizado por velocidades normalizadas diferentes das observadas nos ensaios. Os resultados obtidos com  $a/R$  igual a 25 apresenta o limite de drenagem na velocidade normalizada de 0.0001, enquanto que no caso em que  $a/R=2$ , a drenagem total ocorre na velocidade normalizada próxima de 0.02. Os resultados experimentais apresentam limite de transição entre o comportamento parcialmente drenado e drenado para velocidade normalizada de cerca de 0.03-0.07. Nota-se que a simulação que admite uma zona de influência de  $a/R=2$  permite a melhor aproximação dos resultados de campo.

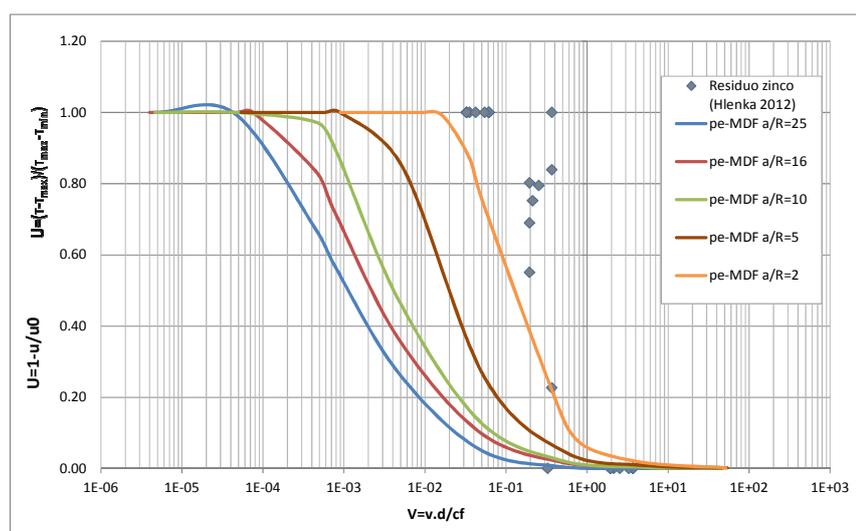


Figura 6.10: Curvas de drenagem do modelo poroelástico não linear e experimentais para resíduo de zinco

Conclui-se que as simulações do modelo poroelástico não linear permitem estabelecer uma boa previsão da tensão máxima e da faixa de transição dos comportamentos de drenagem. A definição da zona de influência com a menor razão  $a/R$  permite a melhor previsão da faixa de transição entre os comportamentos não drenado e drenado. No entanto, observa-se que o modelo é limitado pela hipótese das pequenas deformações, o que não permite que sejam atingidas as tensões máximas para as deformações que ocorrem nos ensaios de campo. Assim o modelo permite descrever o ensaio de um modo qualitativo.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em primeiro lugar, neste capítulo, são apresentadas as conclusões da avaliação do modelo poroelástico não linear adotando os critérios de Tresca e de Drucker-Prager. Também são apresentadas as conclusões da utilização do modelo para a interpretação do ensaio de palheta em campo. Em segundo lugar, o capítulo apresenta as sugestões para os trabalhos futuros.

### 7.1. CONCLUSÃO

O presente estudo apresentou uma extensão do modelo proposto por Dienstmann (2015) que permite estabelecer, a partir de uma abordagem em poroelasticidade, a solução do problema do ensaio de palheta em campo modelado pela rotação de um cilindro infinito inserido no solo. O modelo admite uma solução do problema baseado no comportamento fictício poroelástico não linear com objetivo de propor uma resposta equivalente ao comportamento poroelástico linear perfeitamente plástico que ocorre durante o ensaio de palheta em campo. O modelo revisto leva em conta a deformação volumétrica gerada pela rotação do cilindro no solo e, assim, a solução é descrita pelo deslocamento radial e rotacional. A partir dessas hipóteses foi estabelecida uma solução analítica do problema que liga tensões, deformações e poropressão através de um sistema de equações diferenciais não lineares. Na sequência, desenvolveu-se um programa numérico baseado no método de diferenças finitas para resolver o sistema. Para isso, adotou-se algumas hipóteses numéricas para transformar o sistema de equações diferenciais não lineares em um sistema de equações lineares.

#### Critério de Tresca

Na sequência, avaliaram-se os resultados de campo de tensão e poropressão para um material caracterizado pelo critério de Tresca. Foi realizada uma comparação com soluções obtidas a partir de um modelo poroelástico não linear usando um software de álgebra numérica e com um modelo poroplástico. A avaliação foi feita através da observação dos perfis de variação de tensão cisalhante e de poropressão, assim como da evolução das soluções na superfície do cilindro ao longo do ensaio. As influências da rigidez do material e da definição da razão dos

raios  $a/R$  foram observadas. O processo de dissipação durante o ensaio foi estudado por meio da interpretação das condições de drenagem no espaço de velocidade normalizada  $U \times V$ . A interpretação colocou em evidência a sensibilidade da dissipação em relação à rigidez do material e à definição da zona de influência. O espaço de velocidade normalizada pelo índice de rigidez  $I_r$  (Dienstmann, 2015) permitiu a unificação das curvas  $U \times V$  para materiais de diferentes rigidezes. Enfim, foi estudada a influência dos parâmetros numéricos (número termos na serie de poropressão ( $s$ ), número de intervalo na discretização espacial ( $N$ )) sobre a precisão das soluções aproximadas.

Embora a adoção das deformações volumétricas permita estabelecer um modelo mais completo que o proposto por Dienstmann (2015), algumas limitações podem ser observadas. Assim, para um material caracterizado pelo critério de Tresca, observam-se as limitações seguintes. Devido à hipótese adotada de deformações planas, o modelo propõe uma solução do problema que só é válida para uma configuração bidimensional. Além disso, o modelo é estabelecido para um meio homogêneo e isotrópico, desprezando os efeitos associados à anisotropia e a heterogeneidade das propriedades do material. Enfim, o modelo é definido pela abordagem das pequenas deformações, limitando a análise do ensaio de palheta nesta configuração. A avaliação também indicou que o modelo não permite destacar a influência da velocidade de ensaio sobre a tensão cisalhante relatada na literatura científica [e.g.; TORSTENSSON, 1977; ROY e LEBLANC, 1986; BISCONTIN e PENETA, 2001]. No entanto, o modelo permite identificar as condições de drenagem e assim definir as velocidades de ensaio que correspondem aos comportamentos não drenado ou drenado.

O método das diferenças finitas escolhido para a resolução das equações que descrevem o problema necessita uma grande discretização do domínio radial para obter uma boa precisão no resultados de simulações do ensaio de palheta. A aproximação numérica do módulo de cisalhamento tem uma influência sobre a precisão dos resultados. A comparação com as simulações realizadas com o software Maple indicaram que os resultados obtidos com método de diferenças finitas são suficientemente precisos, além de necessitar menos recursos computacionais.

## Critério de Drucker-Prager

O modelo poroelástico não linear também foi avaliado para um material caracterizado pelo critério de Drucker-Prager. Foram comparados os resultados com as soluções obtidas a partir de simulações em elementos finitos e de simulação realizada com o software Maple<sup>®</sup>. A avaliação foi feita através da observação dos perfis de variação de tensão cisalhante e de poropressão, assim como a evolução das soluções na superfície do cilindro ao longo do ensaio. As influências da rigidez e da resistência ao cisalhamento do material foram observadas. O processo de dissipação durante o ensaio foi estudado com a interpretação das condições de drenagem no espaço de velocidade normalizada  $U \times V$ . A interpretação colocou em evidência a sensibilidade da dissipação em relação à rigidez do material e à definição da zona de influência. O espaço de velocidade normalizado pelo índice de rigidez  $I_r$  (Dienstmann, 2016) permitiu a unificação das curvas  $U \times V$  para material de diferente rigidez. Também foi estudada a influência da definição da razão dos raios  $a/R$  sobre o processo de dissipação.

Embora o modelo aplicado a um material de Drucker-Prager tenha demonstrado a influência da velocidade sobre os máximos de poropressão e de variação de tensão, a comparação com as simulações numéricas mostraram que os máximos de tensão são superestimados e os máximos de poropressão são subestimados pelo modelo poroelástico não linear para velocidades correspondentes às configurações não drenada e parcialmente drenada. A comparação com o modelo poroelástico não linear determinando a solução via Maple verificou que o uso do método de diferenças finitas para o modelo poroelástico não linear permite determinar uma boa aproximação da solução. Além de confirmar a boa precisão da solução aproximada, o modelo demonstrou ser vantajoso em relação ao tempo computacional muito inferior.

No final do presente trabalho é apresentada uma simulação de um ensaio de palheta em resíduo de zinco. O material foi modelado como um material de Drucker-Prager a partir dos dados fornecidos pela dissertação de Hlenka (2012). A avaliação do modelo foi feita no espaço normalizado  $U \times V$  comparando os resultados das simulações para diferentes valores de  $a/R$  com os resultados obtidos por medida experimentais.

Observou-se que, embora apresente os mesmos máximos de tensão que os dados experimentais, o modelo apresenta um material mais rígido devido à adoção da hipótese das pequenas deformações. A interpretação das condições de drenagem no espaço  $U \times V$  mostrou que a melhor aproximação é obtida para simulação com a menor zona de influência  $a/R$ . Um razão de raios definida por  $a/R = \sqrt{I_r}$  permite caracterizar o limite de comportamento não drenado, mas não permite identificar o limite de comportamento drenado.

## 7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As avaliações realizadas colocaram em evidência as limitações do modelo. Destaca-se as simulações do ensaio da palheta no resíduo de zinco que mostraram que o modelo apresenta um material mais rígido que na realidade. Essa limitação é explicada pela adoção das condições das pequenas deformações. Neste contexto, um modelo considerando as grandes deformações pode ser desenvolvido para simular o ensaio de palheta em material no qual a ruptura ocorre para grandes deformações. Além disso, a anisotropia e a heterogeneidade das propriedades do geomaterial podem ser consideradas no modelo em trabalhos futuros para propor uma melhor compreensão do problema de ensaio de palheta em campo.

O programa estabelecido para a resolução das equações do problema admite hipóteses simplificadoras para obter um sistema de equações lineares resolvido através do método de diferenças finitas. Para esse método, foi adotada uma discretização uniforme do domínio de distância radial. Por isso, é necessário usar uma grande discretização do domínio para obter uma boa aproximação da solução. Sugere-se adaptar o programa para estabelecer uma discretização não uniforme, tal que a discretização seja mais refinada perto dos contornos do domínio. Desse modo, é possível diminuir a discretização, ou seja, diminuir o tempo de cálculo da solução e obter uma melhor precisão.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASCHER, U. M.; MATTHEIJ, R. M. M.; RUSSELL, R. D. **Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations**. SIAM Class ed. Philadelphia: 1995.

BIOT, M. A. **General Theory of Three-Dimensional Consolidation**. Journal of Applied Physics, v. 12, p. 155, 1941.

BISCONTIN, G. et al. **Influence of Peripheral Velocity on Vane Shear Strength of an Artificial Clay**. Geotechnical Testing Journal, v. 24, n. 4, p. 423, 2001.

BLIGHT, G. E. **A Note on Field Vane Testing of Silty Soils**. Canadian Geotechnical Journal, v. 5, n. 3, p. 142–149, ago. 1968.

CARTER, J. P.; RANDOLPH, M. F.; WROTH, C. P. **Stress and Pore Pressure Changes in Clay During and After the Expansion of a Cylindrical Cavity**. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., v. 3, n. January, p. 305–322, 1979.

CERATO, A. B.; LUTENEGGER, A. J. **Disturbance effects of field vane tests in a varved clay**. Proceedings of the 2nd International Conference on Geotechnical and Geophysical Site Characterization, n. October, p. 861–867, 2004.

CHANDLER, R. The In-Situ Measurement of the Undrained Shear Strength of Clays Using the Field Vane. In: Vane Shear Strength Testing in Soils: Field and Laboratory Studies. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1988. p. 13–13–32.

COUSSY, O.; COUSSY, O. **Poromechanics**. [s.l: s.n.].

DAVIDS, M. . Boundary-Value Problems for Ordinary Differential Equations: Discrete Variable Methods. In: Numerical Methods and Modeling for Chemical Engineers. [s.l: s.n.]. p. 53. 1984.

DIENSTMANN, G. **Análise de Ensaios de Campo em Fluxo Transitório**. [s.l.] UFRGS, Porto Alegre, 2015.

DIENSTMANN, G. Comunicação pessoal

EDEN, W. J. An Evaluation of the Field Vane Test in Sensitive Clay. In: Van Shear and Cone Penetration Resistance Testing of In-Situ Soils. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1966. v. 399p. 8–8–10.

FLAATE, K. **Factors Influencing the Results of Vane Tests**. Canadian Geotechnical Journal, v. 3, n. 1, p. 18–31, fev. 1966.

GAUER, E. A. **luência da velocidade de rotação da mini-palheta na resistência de um solo siltoso**. [s.l.] UFRGS, Porto Alegre, 2010.

HLENKA, L. **Estudo dos Efeitos da Velocidade de Carregamento na Estimativa de Parâmetros Geotécnicos em Resíduos de Mineração**. [s.l.] UFRGS, Porto Alegre., 2012.

MAGHOUS, S.; DORMIEUX, L.; BARTHÉLÉMY, J. F. **Micromechanical approach to the strength properties of frictional geomaterials**. European Journal of Mechanics, A/Solids, v. 28, n. 1, p. 179–188, 2009.

MORRIS, P. H.; WILLIAMS, D. J. **A revision of Blight's model of field vane testing**. Canadian Geotechnical Journal, v. 37, p. 1089–1098, 2000.

ORTIGÃO, J.A.R. e COLLET, H. B. **A Eliminação de Erros de Atrito em Ensaios de Palheta**. In: Solos e Rochas, 9, 2. São Paulo: ABMS. 1968.

OSMAN, A. S.; RANDOLPH, M. F. **Analytical Solution for the Consolidation around a Laterally Loaded Pile**. International Journal of Geomechanics, v. 12, n. June, p. 199–208, 2012.

RANDOLPH, M. F.; WROTH, C. P. **An analytical solution for the consolidation around a driven pile**. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, v. 3, n. August 1978, p. 217–229, 1979.

RANDOLPH, M.; HOPE, S. **Effect of cone velocity on cone resistance and excess pore pressure**. Proceedings of the IS Osaka - Engineering Practice and Performance of Soft Deposits, p. 147–152, 2004.

ROY, M.; LEBLANC, A. **Facteurs influençant la mesure au scissomètre**. BULL LIAISON LAB PONTS CHAUSS, n. 144, p. 25–35, 1986.

SCHNAID, F. **Geocharacterisation and properties of natural soils by in situ tests**. Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, v. 1, p. 3–45, 2005.

SCHNAID, F. **Situ Testing in Geomechanics**. 1. ed. ed. Oxon: TTaylor & Francis, 2009.

SCHNAID, F.; ODEBRECHT, E. **Ensaio de campo e suas aplicações à engenharia de fundações**. 2.ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.

SHAMPINE, L. F.; GLADWELL, I.; THOMPSON, S. **Solving ODEs with MATLAB**.2003.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B. **Soil Mechanics in Engineering Practice**. Jonh Wiley ed. New York: 1967.

THOMPSON, H. B.; TISDELL, C. **Boundary value problems for systems of difference equations associated with systems of second-order ordinary differential equations**. Applied Mathematics Letters, v. 15, p. 761–766, 2002.

TORSTENSSON, B. A. **The pore pressure probe**. Norsk Jord-Og Fjellteknisk Forbund Oslo, Foredrag 34.1-34.15. Troedheim, Norway, 1977.

VÉSIC, A. S. **Expansion of cavities in infinite soil mass**. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division (JSMFD), Proceedings of the Amercian Society of Civil Engineers (ASCE), v. 98, n. SM2, p. 265–290, 1972.

**APÊNDICE A– RELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS DE DRUCKER-  
PRAGER COM OS DE MOHR-COULOMB**

O critério de Drucker-Prager é baseado no critério de ruptura de Von Mises, mas no contrário desse último ele leva em conta o efeito hidrostático. Ele é uma generalização do critério de Mohr-Coulomb para a mecânica do solo. O critério é expressado por:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k \leq 0 \quad (1.1)$$

Onde  $I_1$  é o primeiro invariante do tensor das tensões e  $J_2$  é o segundo invariante do tensor desviador de tensões. As constantes  $\alpha$  e  $k$  são propriedades do material, que são respetivamente, o coeficiente de atrito interno e o parâmetro de coesão do solo.

Esses parâmetros  $\alpha$  e  $k$  podem ser relacionado com o parâmetro do critério de Mohr-Coulomb:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{J_2} - \left( \frac{c}{\tan \phi} - \frac{I_1}{3} \right) g(\theta) \leq 0 \quad (1.2)$$

Onde  $c$  é um parâmetro de coesão efetiva do material e  $\phi$  é o angulo interno de atrito. A função  $g(\theta)$  é definida por:

$$g(\theta) = \frac{\sin \phi}{\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{3}}} \quad (1.3)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo do Lode que varia entre um ângulo de  $+30^\circ$  (compressão) e  $-30^\circ$  (extensão) que caracterizam respetivamente o círculo de Drucker-Prager circunscrito no hexágono do Mohr-Coulomb e um círculo inscrito no hexágono (ver figura 1.1).

Considerando a configuração do círculo de Drucker-Prager circunscrito, ou seja  $\theta = +30^\circ$ , comparando as equações dos dois modelos, os parâmetros de Drucker-Prager  $\alpha$  e  $k$  pode ser relacionados aos parâmetros  $c'$  e  $\phi'$  comparando diretamente as equações (1.1) e (1.2) em termos dos parâmetros de Mohr-Coulomb, assim temos:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi'}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi')} \quad (1.4)$$

$$k = \frac{3c' \alpha}{\tan \phi} \quad (1.5)$$

Considerando um ângulo de Lode tal que,  $\theta = -30^\circ$ ,  $\alpha$  é expressado da forma seguinte:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (1.6)$$

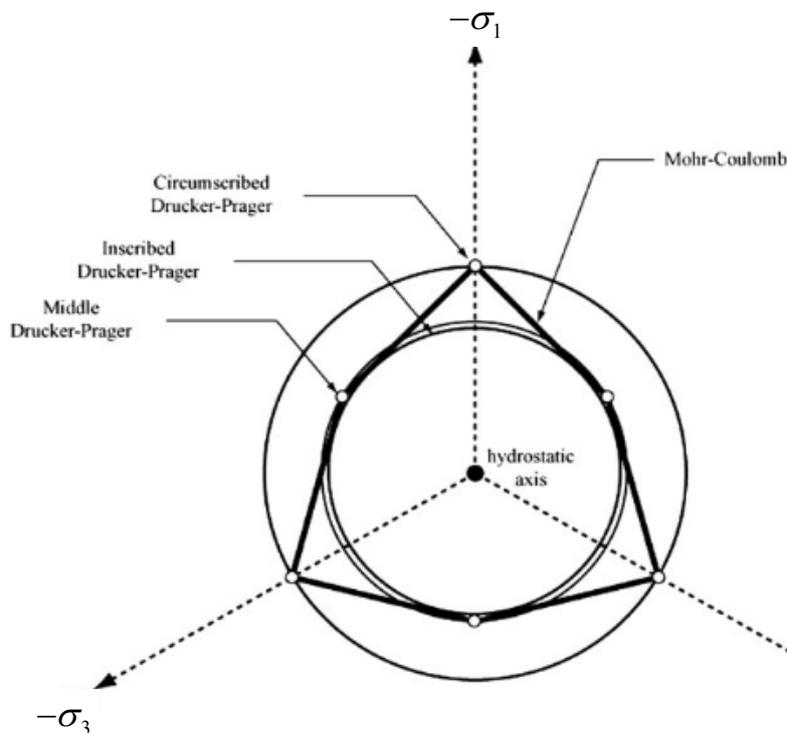


Figura 1.1 Representação aproximação de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb no plano de tensão. Fonte: Drucker-Prager Criterion L.R. Alejano, A. Bobet

Para relacionar os parâmetros da expressão do Drucker-Prager usada no início do capítulo com os do critério de Mohr-Coulomb, multiplica-se a equação (1.7) por  $\sqrt{3}$  e compara-se diretamente os termos com os do critério expressado pela equação (1.2). Obter-se :

$$\sigma_d = \sqrt{3J_2} \quad (1.7)$$

$$T = 3\sqrt{3}\alpha \quad (1.8)$$

$$h = \frac{k}{3\alpha} \quad (1.9)$$

Onde T é o coeficiente de atrito do material e h é o limite em tração isotrópica.