

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

Eva Luciana Feijó Machado

**A EXPERIÊNCIA ESTÉTICA DA MATEMÁTICA COM A REALIDADE
AUMENTADA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.**

Porto Alegre

2016

Eva Luciana Feijó Machado

**A EXPERIÊNCIA ESTÉTICA DA MATEMÁTICA COM A REALIDADE
AUMENTADA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática, como requisito parcial e obrigatório para a provação no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e obtenção do grau de Licencianda em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Rosa

Porto Alegre

2016

Eva Luciana Feijó Machado

**A EXPERIÊNCIA ESTÉTICA DA MATEMÁTICA COM A REALIDADE
AUMENTADA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática, como requisito parcial e obrigatório para a provação no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e obtenção do grau de Licencianda em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Rosa

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Maurício Rosa
Faculdade de Educação - UFRGS

Prof^a. Dr^a. Andreia Dalcin
Faculdade de Educação - UFRGS

Prof^a. Dr^a. Leandra Anversa Fiorese
Faculdade de Educação - UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me permitiu chegar até aqui e finalizar este trabalho, em um semestre de dificuldades de saúde, mas me mostrou que somente ele na sua infinita bondade mostra os caminhos e nos carrega no colo nos momentos mais difíceis.

Aos meus pais Adão e Isabel, que sempre me incentivaram e apoiaram nessa trajetória acadêmica, me possibilitando esta segunda formação graças aos seus cuidados com a minha filha Ana Clara, dia após dia para que eu tivesse possibilidade de estudar.

À minha filha Ana Clara por me apoiar e incentivar principalmente neste semestre, dizendo em sua inocência que com a formatura eu teria mais tempo para ela, que a levaria mais ao cinema e que a ajudaria mais com as tarefas da escola, principalmente com as continhas, que ela adora, já que vou ser professora de matemática.

Aos meus irmãos Viviane e Adão Vinicius e a minha cunhada Renata pelo apoio durante a trajetória acadêmica. Principalmente à minha irmã, que em muitos momentos ajudou lendo trabalhos e corrigindo o português, além de orientar quanto à formatação desses já que possui uma boa experiência na confecção de trabalhos acadêmicos.

Ao meu professor orientador Dr. Maurício Rosa por me possibilitar adentrar nesse mundo das tecnologias, que até bem pouco tempo era inimaginável para mim, mas que durante a disciplina de Estágio no semestre passado, trouxe abordagens do uso de tecnologias diferentes daquelas que eu julgava existirem, contribuindo para a minha mudança de conceitos. Ainda por compartilhar seu vasto conhecimento, acreditando no meu potencial ao aceitar me orientar e além disso durante este semestre em que me vi com problemas de saúde e estando em apuros pensei em desistir e ele me fez voltar a acreditar dizendo "não desista, eu não desisti de você". Só tenho a agradecer por seu apoio e disponibilidade.

Aos meus colegas Bruno e Felipe, do grupo de pesquisa que possibilitou a execução desse trabalho, pelas horas e por algumas noites em claro conversando, trocando ideias pelo WhatsApp, por e-mail, pelo Skype, por telefone e nos encontros no Campus do Vale para discutirmos as possibilidades, as angústias, as alegrias durante esse semestre, meses de

imensa movimentação, mas de muitas descoberta e aprendizado. Além disso, pela força para que eu persistisse até o final para que conseguisse finalizar o trabalho, que mesmo depois de terem terminado seus trabalhos se dispuseram a discutir pontos que eu necessitasse.

Às professoras que aceitaram serem membros da banca, a professora Dr^a. Andreia Dalcin e a professora Dr^a Leandra Anversa Fiorese, que, durante a graduação, contribuíram com a minha formação acadêmica mostrando caminhos e possibilidades.

Aos colegas formandos nesse semestre pela imensa força durante meu problema de saúde e na torcida pelo meu restabelecimento de forma que me formasse junto com eles. Especialmente à Marluce que em vários momentos mandou recadinhos e tentava ajudar de diversas formas.

Por fim, mas não menos importante, preciso agradecer à COMGRAD pela imensa força devido ao problema de saúde pelo qual passei nesse semestre, principalmente ao professor Dr. Marcus Vinicius Azevedo Basso e a Giovana da Silva Lanzi que foram incansáveis ao proporem datas mais favoráveis para a apresentação do meu trabalho de forma que eu obtivesse um maior tempo para conclusão do trabalho.

RESUMO

A presente pesquisa teve por objetivo investigar como acontece o processo de transformação/potencialização da própria formação da licencianda/pesquisadora a partir da experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada, quando se usa atividades elaboradas utilizando o conteúdo matemático funções de duas variáveis reais. Assim, investigamos o processo de realização de atividades com Tecnologias Digitais (TD) desenvolvidas pelo grupo de pesquisa, formado pelo orientador desse estudo e outros dois licenciandos, mas, tendo nesse trabalho a licencianda/pesquisadora como sujeito principal (NUNES, 2011). Logo, o processo de pesquisa a *softwares* que possibilitem o uso da Realidade Aumentada, a busca por referenciais que contemplassem a experiência estética em termos cognitivos e formativos, a descrição e a análise das resoluções de atividades elaboradas pelo grupo de pesquisa foram ações necessárias, para que se pudesse criar uma outra atividade como parte integrante do processo formativo. Assim, a pesquisa ocorreu em três fases: na primeira realizamos a pesquisa, leitura e catalogação do referencial teórico; na segunda realizamos a pesquisa das potencialidades do *software* Blender utilizado para criação dos objetos virtuais; e, na terceira foram resolvidas as atividades propostas pelos colegas do grupo de pesquisa e análise dos dados produzidos. A metodologia esteve ancorada no paradigma qualitativo devido ao caráter investigativo dessa pesquisa, em termos de processo formativo. Os dados, então, foram analisados sob a perspectiva da Realidade Aumentada, a luz da teoria da Cognição Corporificada; da Experiência Estética; da Cyberformação na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*. As atividades realizadas demonstraram uma diferença na percepção estética da matemática oferecida pela Realidade Aumentada devido à visualização de formas/objetos e interação com eles, utilizando o corpo em *com-junto* com o *smartphone* ou *tablet*, o que também possibilitou a abertura de horizontes pedagógicos em termos de *design* de atividades-com-TD, além de desencadear o processo de produção do conhecimento matemático em sintonia com o mundo, ou seja, com as próprias TD como meio de conexão entre realidade virtual e mundana (RA). Assim, os resultados dessa pesquisa abrem perspectivas para acreditar que a experiência estética da matemática seja transformadora e potencializadora da formação docente ao se desenvolver atividades que exijam a percepção da matemática na Realidade Aumentada.

Palavras-chave: Funções de duas variáveis reais. Realidade Aumentada. Experiência Estética. Cognição Corporificada.

ABSTRACT

This study aimed to investigate how does the process of transformation/enhancement of the very formation of licencianda/researcher from the aesthetic experience of mathematics with Augmented Reality, when using elaborate activities using mathematical content functions of two real variables. Thus, we investigated the process of conducting activities with Digital Technologies (DT) developed by the research group, formed by the supervisor of the study and two undergraduates, but having this job licencianda/researcher as a main subject (NUNES, 2011). Thus, the process of research the software to enable the use of Augmented Reality, the search for references that addressed the aesthetic experience in cognitive and formative terms, the description and analysis of the resolutions of activities developed by the research group were necessary actions to that could create another activity as part of the training process. Thus, the research took place in three phases: the first conducted the research, reading and cataloging the theoretical framework; the second done research the potential of Blender software used to create the virtual objects; and the third proposed activities were resolved by colleagues of the research group and analysis of the data produced. The methodology was anchored in the qualitative paradigm because the investigative nature of this research, in terms of the training process. The data were then analyzed from the perspective of Augmented Reality, the light of the theory of Embodied Cognition; Experience Aesthetics; Cyberformação from the perspective of being with, think with and know-how-to-TD. The activities showed a difference in the aesthetic perception of mathematics offered by Augmented Reality due to viewing shapes / objects and interact with them using the body with together with your smartphone or tablet, which also allowed the opening of pedagogical horizons terms of activities with TD-design, as well as trigger the mathematical knowledge production process in tune with the world, that is, with their own TD as a means of connection between virtual and mundane reality (AR). Thus, the results of this research open perspectives to believe that the mathematics of aesthetic experience is transformative and potentiator of teacher training to develop activities that require the perception of mathematics in Augmented Reality.

Keywords: Two Real Variables Functions. Augmented Reality. Aesthetic Experience. Embodied Cognition.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Ilustração do desenho utilizado como <i>marker</i> pelo aplicativo AndAR	24
Figura 02 – Janela de visualização <i>software</i> Blender	40
Figura 03 – Janela de principal <i>software</i> Blender	40
Figura 04 – Cabeçalho <i>software</i> Blender	41
Figura 05 – Botões de contexto <i>software</i> Blender	41
Figura 06 – Painéis <i>software</i> Blender	41
Figura 07 – Controles <i>software</i> Blender	41
Figura 08 – Movimentando objetos <i>software</i> Blender	42
Figura 09 – Rotação de objetos <i>software</i> Blender	42
Figura 10 – Escala <i>software</i> Blender	43
Figura 11 – Figuras 3D no <i>software</i> Blender	43
Figura12 – <i>User Preferences software</i> Blender	44
Figura 13– <i>Add Mesh software</i> Blender	44
Figura 14 – <i>Add Extra Objects software</i> Blender	45
Figura 15 – <i>Math Function software</i> Blender	45
Figura 16 – <i>Z Math Surface software</i> Blender	46
Figura 17 – <i>XYZ Math Surface software</i> Blender	46
Figura18 – <i>Regular Solid software</i> Blender	46
Figura 19 – Acessar a janela de informações <i>software</i> Blender	47
Figura 20 – Janela de informações <i>software</i> Blender	47
Figura 21 – Salvar objeto como <i>.blend</i> no <i>software</i> Blender	48
Figura 22 – Exportar no <i>software</i> Blender	48
Figura 23 – Janela de informações <i>software</i> Blender para exportar obj.....	49
Figura 24 – Ilustração do desenho utilizado como <i>marker</i> pelo aplicativo AndAR	50
Figura 25 – Imagem capturada da tela do <i>Smartphone</i> ao projetar o modelo de um super-homem sobre o <i>marker</i> utilizado pelo AndAR	50
Figura 26 – Interface do <i>LAB Fit</i>	50
Figura 27 – Conversa <i>WhatsApp GP</i> - 19/04/2016	55
Figura 28 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> ao visualizar a taça (visão lateral)	55

Figura 29 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> ao visualizar a taça (visão de cima)	57
Figura 30 – <i>Math Function</i>	59
Figura 31 – <i>Z Equation</i> - função digitada e gráfico	59
Figura 32 – <i>Edit Mode</i> - gráfico da função digitada	60
Figura 33 – Escolha da visão da câmera - função vista de cima	60
Figura 34 – Escolha da visão da câmera - <i>top</i>	61
Figura 35 – Escolha do ângulo de giro	61
Figura 36 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> do arquivo <i>Atividade1.obj</i>	62
Figura 37 – Fenômeno físico onda	64
Figura 38 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> do arquivo <i>Atividade3.obj</i>	65
Figura 39 – AD - Realizando a atividade 1.3 - 15/05/2016	65
Figura 40 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> do arquivo <i>Atividade3.1.obj</i>	66
Figura 41 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> produzida pela pesquisadora	66
Figura 42 – Tabela do item c) iii	69
Figura 43 – Tabela do item c) iv	70
Figura 44 – Imagem 1 projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto1.obj</i>	72
Figura 45 – Imagem 2 projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto1.obj</i>	72
Figura 46 – Tabela para a imagem projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto1.obj</i>	73
Figura 47 – Superfície inicial gerada no LAB <i>Fit</i> para o modelo virtual <i>Objeto1.obj</i>	73
Figura 48 – Superfície inicial gerada no LAB <i>Fit</i> para o modelo virtual <i>Objeto1.obj</i> após mudar B0 para 5	74
Figura49 – Imagem 1 projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto2.obj</i>	74
Figura 50– Imagem 2 projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto2.obj</i>	75
Figura 51 – Tabela para a imagem projetada no <i>smartphone</i> do <i>Objeto2.obj</i>	75
Figura 52 – Superfície gerada no LAB <i>Fit</i> para o modelo virtual <i>Objeto2.obj</i>	76
Figura 53 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> <i>modelo.obj</i> (visão lateral)	80
Figura 54 – Imagem projetada no <i>smartphone</i> <i>modelo.obj</i> (visão de cima)	80
Figura 55 – Diamante	80

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 A TRAJETÓRIA DA AUTORA	11
1.2 A PESQUISA	13
1.3 A IMPORTÂNCIA DA PESQUISA	17
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	19
2 REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 A REALIDADE VIRTUAL E A REALIDADE AUMENTADA	20
2.1.1 A REALIDADE VIRTUAL	21
2.1.2 A REALIDADE AUMENTADA	22
2.2 COGNIÇÃO CORPORIFICADA	24
2.3 EXPERIÊNCIA ESTÉTICA	26
2.4 CYBERFORMAÇÃO	28
2.5 ESTUDO DAS FUNÇÕES	31
3 METODOLOGIA	33
3.1 PARTICIPANTES E CONTEXTO DA PESQUISA	34
3.2 VISÃO DE MUNDO E DE CONHECIMENTO	35
3.3 JUSTIFICATIVA PARA O PARADIGMA DA PESQUISA	36
3.4 INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS	39
3.4.1 <i>SOFTWARES</i> UTILIZADOS	39
3.4.1.1 <i>SOFTWARE</i> BLENDER	39
3.4.1.2 <i>SOFTWARE</i> ANDAR	50
3.4.1.3 <i>SOFTWARE</i> LAB <i>FIT</i>	52

3.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	53
3.5.1 ETAPAS DA PESQUISA	53
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	54
4.1 E1 - (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP	56
4.2 E2 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.1 - Realidade Aumentada e Blender	58
4.3 E3 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.3 - Realidade Aumentada e Blender	63
4.4 E4 - (07/07/2016) - Resolução Atividade - Funções de duas Variáveis	67
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
REFERÊNCIAS	83
APÊNDICES	87
APÊNDICE I - REALIDADE AUMENTADA E FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS	88
ANEXOS	91
ANEXO I - REALIDADE AUMENTADA E BLENDER	92
ANEXO II - REALIDADE AUMENTADA E FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS	103
ANEXO III - ATIVIDADE FINAL	111
ANEXO IV - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	118

1 INTRODUÇÃO

A organização desse trabalho de pesquisa foi pensada de forma que o leitor entenda o porquê da escolha do uso de Realidade Aumentada (RA) como meio para a experiência estética da matemática, a qual pode se tornar a própria forma de produção de conhecimento matemático. Iniciando pela trajetória da autora que explicitará parte dos motivos para escolha do tema, seguido pela pesquisa, sua importância e a organização do trabalho.

1.1 A Trajetória da Autora

Durante minha vida escolar¹ na educação básica e na graduação, e nas experiências como estagiária, nas disciplinas que proporcionaram esta experiência na graduação, me deparei com várias situações que me fizeram pensar em como as aulas poderiam trazer os conceitos matemáticos de forma que favorecessem seu entendimento. Durante as disciplinas de Estágio em Educação Matemática do curso de graduação de Licenciatura em Matemática Noturno na UFRGS procurei inserir atividades em que os alunos saíssem da zona de conforto, ou seja, não iriam apenas copiar matéria e exercícios do quadro e resolver com base em um modelo. Acredito que o uso de recursos de informática potencializa e transforma os processos de ensino e de aprendizagem e por isso procurei utilizá-los, mas, foi muito difícil, pois, as escolas estaduais onde lecionei, apesar de terem salas de informática, não costumavam conceder o seu uso no turno noturno.

Conversando com os professores titulares nessas escolas, muitos deles diziam que estávamos na era digital e os alunos em sua grande maioria tinham celulares que os distraíam no momento de prestar atenção na aula. Isso fez com que eu pensasse na nossa função, como professores, a qual inclui a de preparar atividades que potencializem o pensamento matemático de forma a aliar o uso de recursos digitais de acesso livre para que os estudantes percebam a matemática nesta perspectiva.

Dessa maneira, considero que:

Desenvolver atividades, ambientes, problemas, instrumentos avaliativos, entre outros, faz parte da práxis do professor e, no caso, construir esses elementos objetivando o processo educacional matemático está presente na formação tanto inicial quanto continuada dos professores dessa disciplina. Além disso, pensar sobre como realizar atividades, problemas, entre outros, que possam fazer parte da Educação Matemática de seus alunos, com tecnologias e em/com ambientes virtuais, também é uma prática que hoje se configura profícua do professor (ROSA; SEIBERT, 2010, p. 49).

¹Nesse momento utilizo a primeira pessoa do singular por estar relatando a minha trajetória pessoal.

Nesse sentido, consegui apresentar algumas atividades que fugiam das aulas com quadro e giz/caneta, mas, confesso que houve dificuldade, pois, o trabalho é árduo quando se deseja desenvolver atividades que proporcionem a produção do conhecimento, as quais também não são garantia de atenção dos alunos a ponto de se envolverem completamente nas aulas.

A partir desse quadro, acredito que muitos educadores vêm se questionando sobre sua atuação como mediadores na aprendizagem dos estudantes, suas práticas docentes e sua formação. No meu caso, minha experiência nos estágios e as conversas com os educadores com quem tive contato, fizeram com que me questionasse como as informações teóricas recebidas na graduação poderiam ser utilizadas na realidade da prática docente em sala de aula. Além disso, a expectativa que nutria, no início da graduação, de entrar em uma sala de aula e obter a atenção necessária dos alunos não se realizou. Observei que muitos dos estudantes tinham poucas expectativas por essa aula e, na maioria das vezes, não se envolviam nas atividades.

Essa realidade que me foi apresentada, fez com que surgisse a preocupação de como atuar de forma que os estudantes pensem matematicamente e não sobre uma Matemática apresentada nas aulas. Essa preocupação principalmente durante a disciplina de Estágio em Educação Matemática III, na graduação em Licenciatura em Matemática na UFRGS, fez-me propor atividades com enfoques em diferentes abordagens, como História da Matemática, jogos, exibição de filme para abordar os conteúdos matemáticos. Percebi, então, que muitos alunos produziam conhecimento com essas aulas e alguns deles, que no início resistiam reclamando das aulas e pedindo exemplos e exercícios parecidos com os primeiros, depois, comentavam que nunca haviam pensado que poderiam aprender matemática da forma que apresentei a eles, porém, ainda assim não sendo garantia de abrangência a todos os estudantes.

Ainda, durante a disciplina de Estágio em Educação Matemática III, nos foram apresentados textos com enfoque em Tecnologias Digitais (TD) e Cyberformação², além disso, as conversas com o professor da disciplina, o qual acabou sendo o orientador desse trabalho, fizeram com que voltasse minha atenção para essa linha de pensamento, fazendo com que decidisse pelo enfoque desse trabalho de conclusão de curso, pesquisar como se dá a experiência estética da matemática com o uso da Realidade Aumentada (RA), pois, a partir de experiências com filmes e Tecnologias Digitais (TD), iniciei também a buscar outras formas

²Cyberformação é o termo utilizado para designar a formação de professores de matemática que atuarão em ambientes virtuais de aprendizagem (ROSA, 2010).

de lecionar, lancei-me a novas experiências, no caso, à experiência estética possível por meio de TD, especificamente, por meio da RA. Logo, uma experiência estética se dá por meio da percepção estética, a qual segundo Dias (1997), baseado em Schopenhauer:

[...] é visão imediata e direta, representação intuitiva pura na qual não intervêm nem o entendimento nem a razão, sempre conceituais. O sujeito se perde no objeto da percepção. Torna-se um claro espelho do objeto. Deixa de se preocupar consigo mesmo como um objeto espaço-temporal, deixa de ver os objetos em relação com a identidade individual e se torna repentinamente "sujeito puro de conhecimento", isto é, destituído de vontade. A subjetividade da ciência comum desaparece, a percepção se torna objetiva. A consciência, que está inteiramente no objeto da percepção, não se preocupa mais nem com a disjunção entre a vontade e o mundo, nem com o fato de a vontade estar sem objetos (DIAS, 1997, p. 13).

Assim, entendo que a inserção de TD nas aulas somente pela estética não se justifica, mas, de acordo com Rosa (2008), o ensino e a aprendizagem de matemática com uso de TD, via a experiência estética que as TD podem propiciar, também podem possibilitar a potencialização/transformação da produção do conhecimento matemático. Por isso, a proposta de utilizar a RA nas aulas de matemática, por ela tratar a realidade mundana como ponto de partida para uma experiência que leva o usuário a experimentar o mundo virtual, já que as pessoas em geral mantêm uma relação afetiva com os aparatos tecnológicos. A partir desse fato, justifico o uso de *softwares* que nos permitam experienciar esteticamente a matemática aliando a realidade mundana ao mundo virtual, nos momentos em que percebemos os objetos/figuras apresentados nas atividades realizadas e *somos-pensamos-sabemos-agir-com-elas*, as quais serão mostradas e analisadas nesse trabalho.

Ainda, que se faz necessário investigar as relações entre a matemática utilizada para descrever o objeto/gráfico que é visto no papel, na tela do computador e também aquele em 3D visualizado nas tarefas utilizando o *software* de visualização, com o objetivo de entender como, a partir da visualização em 3D, o uso da RA pode ampliar a experiência estética da matemática como parte da própria formação de professores.

Dando seguimento ao trabalho, abordaremos a própria pesquisa no tópico seguinte, neste esclareceremos os motivos de abordar a RA neste trabalho.

1.2 A Pesquisa

A investigação sobre a experiência estética com matemática usando atividades baseadas na RA que podem fazer com que essa prática seja uma possibilidade entre as diversas utilizadas para intensificar os processos de ensino e de aprendizagem, não como ferramenta, mas, segundo o que diz Rosa (2011), como meio no processo de produção do

conhecimento dos alunos, bem como, dos professores em formação, é o que destacamos³. Além disso, acreditamos que a RA torna-se mais um recurso a ser utilizado nas aulas de matemática, pois, pode vir a contribuir para que os alunos percebam em 3D aquilo que precisariam inferir a partir de gráficos construídos ou impressos em papel e que qualitativamente se tornam diferente daquela em 3D.

Inferimos, então, que uma abordagem educativa com uso das TD é de grande importância, pois, pode ajudar nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Contudo, precisamos ter o cuidado de não usar o *software* como um mero reproduzidor de gráficos que já trabalhamos utilizando quadro e giz/caneta. Ao utilizar *softwares* é importante nos questionar quais as vantagens de propor uma atividade que trabalhe os conteúdos matemáticos usando essas tecnologias ao invés de uma aula com quadro e giz/caneta? Questionamos isso, pois, não entendemos que a "formação" com professores com o uso de ambientes cibernéticos ou TD seja suporte ou auxílio às práticas escolares, mas, uma formação que “[...] compreende o uso de ambientes cibernéticos e de todo aparato tecnológico que a eles se vinculam e/ou produzem, como fator proeminente dessa formação. Ou seja, como meio que interfere significativamente no processo cognitivo e/ou formativo de modo a ampliá-los ou potencializá-los” (ROSA, 2015, p.60-61).

Nesse sentido, a pesquisa de um grupo de licenciandos, alunos do ensino superior, foi desenvolvida em três fases: com os licenciandos/pesquisadores pesquisando sobre o referencial teórico, com os mesmos pesquisando sobre os *softwares* que serão utilizados na preparação das atividades; e, com a licencianda/pesquisadora, sujeito principal dessa pesquisa, realizando as atividades elaboradas pelo grupo de pesquisa, com o uso de tecnologias para a RA, a fim de analisar com perspectiva matemática essas atividades, ao realizá-las essa licencianda/pesquisadora sozinha ou com o grupo foi gravando/anotando as dificuldades, erros e acertos para tentar entender como se dá a experiência estética da matemática com RA, aproveitando essa análise com a própria formação da licencianda/pesquisadora produzindo uma atividade.

Pesquisamos como experiência estética com o uso da Realidade Aumentada (RA) pode reorganizar o pensamento, movimentando o processo de criação e transformação como forma de produção do conhecimento matemático. Nessa perspectiva, sobre a construção de conceitos Rosa (2008) discorre:

³Adotamos a 1ª pessoa do plural como forma de identificar uma pesquisa realizada em grupo e que mesmo com suas individualizações, se faz produto de um coletivo.

[...] acredito que a idéia de construção de micromundos vinculada às ações de aprendizagem possibilita tanto a construção do conhecimento, que parte da organização de idéias anteriormente expressas, como a produção do conhecimento que reorganiza o pensamento. [...] Em relação à construção de conceitos, esse coletivo organiza e reorganiza o pensamento de forma que o conceito é construído enquanto é desterritorializado e reterritorializado em diferentes contextos. [...] Uma prática de desterritorialização e reterritorialização que engloba o processo de criação, reconstrução ou transformação do mundo virtual em uma relação direta do eu com o mundo (micromundo), eu comigo mesmo e eu com o outro (ROSA, 2008, p. 132-133.).

Logo, o uso das TD nas aulas de matemática possibilita aos alunos a interação com o mundo cibernético de forma dinâmica, onde suas ações são atualizadas enquanto digita, movimenta, translada ou rotaciona os objetos criados, possibilitando a construção dos conceitos matemáticos visualizando formas geométricas/gráficas que sem o uso deste ambiente em mais de duas dimensões pode ser dificultado ou não percebido pelos estudantes.

Para isso, foram usadas superfícies de contato, tais como *smartphones* e *tablets*, para articulação entre espaços e realidades, de maneira que pretendendo utilizar estas tecnologias de modo a gerar uma experiência estética com RA.

Segundo Dufrenne (1998 apud MARIN; OLIVEIRA, 2012, p.198)

[...] a necessidade do belo é reflexo da necessidade que o ser humano tem de sentir-se no mundo, de maneira que a experiência estética, mesmo que não revele sua vocação, significa de uma relação profunda com o mundo [...] estar no mundo não é ser uma coisa entre as coisas, é sentir-se em casa entre as coisas.

Essa experiência pode trazer uma interação entre presença, vivência e conteúdo matemático a ser criado, imaginando e experimentando pela RA. Aliado a isso, hoje em dia existe a possibilidade de se entender a educação como forma de expansão da criança/estudante em suas múltiplas dimensões, como emocional, sensorial, motora, mental e sócio-afetiva. Confirmado pelo que Guimarães (2006) coloca “[...] educar é escutar o outro-criança, mobilizando ampliações de suas possibilidades de exploração do mundo”.

Também, de acordo com Guimarães (2006, p.68-69),

[...] a educação compromete-se com o desenvolvimento da "cognição corporificada", ou seja, relaciona-se não só com o que acontece na mente, no racional, na lógica, mas envolve especialmente o corpo e a emoção. Principalmente, relaciona-se com a ideia da aprendizagem não só como solução de problemas, repetição do modelo de mundo adulto, mas como criação de sentidos sobre o mundo, invenção de possibilidades, com o corpo inteiro.

Acreditamos que o uso da RA nas aulas de matemática da forma como propomos, utilizando atividades em que os estudantes ou os professores em formação utilizem o corpo ao utilizar aparatos tecnológicos, tais como *smartphones* e *tablets*, já que precisam movimentá-

los durante a exploração das atividades propostas, que serão apresentadas nos anexos I, II e III mais adiante neste trabalho.

Concordamos com Rosa (2008) que diz "[...] o ser humano frente ao computador se torna imerso no ciberespaço, de modo que ele enquanto ser humano virtual, realmente, está envolvido na simbiose promovida pela mídia ciberespaço", através das interfaces se dá esta simbiose homem-máquina que promove a ação de pensar que é moldada, é condicionada, e que não desvincula o ser humano e o ciberespaço. Desta maneira, ao usar o celular para visualizar os objetos/gráficos em 3D para resolver as atividades propostas, este aluno frente ao celular torna-se um humano virtual, e o aparato tecnológico acaba sendo indispensável para a aprendizagem dos conteúdos que estão sendo trabalhados, de forma que para resolver estas atividades o homem (aluno/professor em formação) e máquina não tem como se dissociar, já que os dois juntos se tornam necessários para promover o ato de pensar nas atividades.

Ainda citando Rosa (2008) o ser cibernético *pensa-com* a partir de cada interface que, segundo Lévy (2000b, p. 181.),

[...] é uma superfície de contato, de articulação entre dois espaços, duas espécies, duas ordens de realidade diferente de um código para outro, do analógico para o digital, do mecânico para o humano. Tudo aquilo que é tradução, transformação, passagem, é da ordem da interface [...]

Ressalta-se, então, que a intenção é chamar a atenção para o papel das interfaces no *pensar-com-TD* e também identificar as possibilidades educacionais geradas por elas. Os processos de ensino e de aprendizagem vividos por professores/alunos podem sofrer significativas transformações a partir da interação homem-máquina com as interfaces naturais.

O desenvolvimento das atividades com o uso da RA pode contribuir com várias possibilidades, dentre elas a formação continuada e uma proposta de ensino e de aprendizagem para estudantes da Educação Básica. Com esse intuito, utilizamos o *software* Blender⁴ para criação destas atividades e o *software* AndAR⁵ para visualização em 3D.

Todavia, para iniciar essa investigação formulamos a seguinte pergunta diretriz: **"De que maneira a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar/potencializar a formação docente?"**

Dessa maneira, o objetivo principal é investigar como a experiência estética da matemática com o uso da RA no desenvolvimento das atividades criadas pode transformar o

⁴Blender é um programa de código aberto o qual, entre suas inúmeras funcionalidades, é possível criar e desenhar objetos 3D. Disponível em: <https://www.blender.org/>. Acesso em: 17 de março de 2016.

⁵AndAR página oficial. AndAR - AndroidAugmented Reality. Disponível em: <http://code.google.com/p/andar/>. Acesso em: 17 de março. 2016.

processo de produção de conhecimento matemático. Isto é, a pesquisa visa estudar como a experiência estética da matemática com o uso da RA pode potencializar os processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos elaborados com TD como parte do processo de produção do conhecimento e quais *softwares* podem ser usados com esse intuito.

Essa pesquisa tem como objetivos específicos: descrever como foram desenvolvidas as pesquisas dos *softwares* pela professora/pesquisadora nas atividades com ênfase em funções de duas variáveis reais; investigar como se dão as contribuições para a professora/pesquisadora enquanto resolvia as atividades propostas pelo grupo de trabalho; reconhecer se os objetivos propostos com a Realidade Aumentada de atividades para *pensar-com-TD* (ROSA, 2008) se efetivam quando se trabalha com essas atividades; apresentar as potencialidades e dificuldades enfrentadas pelo professor pesquisador ao realizar atividades com RA.

Apoiada nesses objetivos, procuramos trabalhos voltados para a Educação Matemática (EM) com o uso da RA os *softwares* que utilizaríamos. Tarefa difícil já que não existiam trabalhos voltados para a EM utilizando tais *softwares*. O assunto funções foi escolhido por ser considerado relevante já que, apesar de ser muito abordado com o uso de quadro e giz/caneta e/ou lápis e papel, apresentando gráficos aos alunos, que podem ser entregues impressos aos estudantes ou desenhados em duas dimensões, pode ser facilmente abordado se os alunos tiverem a visualização em três dimensões.

A seguir apresentamos o tópico A Importância da Pesquisa, onde procuramos esclarecer os motivos pelos quais decidimos nos debruçar sobre essa pesquisa.

1.3 A Importância da Pesquisa

As escolas, como reflexo do que ocorre hoje com as pessoas, possuem alunos cada vez mais conectados, com acesso a celulares com internet, redes sociais, jogos, entre outros, o que nos mostra que se faz necessário o uso de forma criativa de recursos tecnológicos, para que a escola trabalhe cada vez mais usando a perspectiva dessa tecnologia que se apresenta hoje em dia (NUNES, 2011). A adaptação e aperfeiçoamento dessa maneira de produção de conhecimento, como a EM com a RA, mostra-se muito importante a fim de se utilizar de TD para contemplar esse aspecto de aprendizagem dos alunos.

Conforme Nunes (2011), apoiando-se em Gadotti (2002), é importante que o professor desempenhe o papel de mediador dos saberes, já que cabe a ele a organização e planejamento de materiais de estudos, fazendo de modo que também possa aprender enquanto ensina. Nesse

sentido, o professor precisa pensar ao elaborar as atividades que proporá, já pensando de antemão nos objetivos que pretende alcançar com elas.

Para o professor trabalhar nessa linha é importante que esse pense na sua formação, continuação de sua formação, de forma que coloque em prática a análise de suas estratégias e seus objetivos ao elaborar as aulas. Dessa maneira, de acordo com Nunes (2011) "[...] implementar tecnologia no currículo e investigar o que acontece, poderá trazer novas contribuições para o sistema educacional.". Corroborando isto, cito Lévy (1999):

[...] Os professores aprendem ao mesmo tempo em que os estudantes e atualizam continuamente tanto aos seus saberes "disciplinares" como suas competências pedagógicas [...] A partir daí, a principal função do professor não pode mais ser uma difusão dos conhecimentos, que agora é feita de forma mais eficaz por outros meios. Sua competência deve deslocar-se no sentido de incentivar a aprendizagem e pensamento (LÉVY, 1999, p. 171.).

Alguns professores procuram usar da criatividade em suas aulas, de modo que utilizem as tecnologias de forma a auxiliar, para construção e visualização de gráficos, tabelas etc., mas, dessa maneira será que colaboram efetivamente na produção do conhecimento matemático?

Acreditamos que se torna necessário que os professores sejam reflexivos e, além disso, ainda que sejam criativos, indagadores, críticos, estas atribuições ajudarão na sua trajetória como professores mediadores e orientadores no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Assim como citado por Miranda e Laudares (2007):

O docente como orientador/mediador de aprendizagem. O professor com as tecnologias telemáticas, pode se tornar um orientador/gestor setorial do processo de aprendizagem, integrando de forma equilibrada a orientação intelectual, a emocional e a gerencial. O professor é um pesquisador em serviço. Aprende com a prática e a pesquisa, e ensina a partir do que aprende. Realiza-se aprendendo-pesquisando-ensinando-aprendendo. (MIRANDA, LAUDARES, 2007, p. 76)

Seguindo nesta linha de pensamento, acreditamos que, com o desenvolvimento das TD, principalmente para se procurar entender sua relação do *pensar-com* (ROSA, 2008), pesquisas envolvendo-as com a EM também se fazem necessárias.

Nesse sentido, acredito que o uso de TD possibilite o *pensar-com*, da forma que Rosa (2008) coloca: "[...] vale para qualquer meio no qual se procure entender a reação do *pensar-com*, pois busca evidenciar que a produção de conhecimento não ocorre em relações sociais compostas somente por humanos, mas em seres humanos e mídias (ROSA, 2008, p. 105)".

Acreditamos que inserindo estas tecnologias no contexto educacional matemático trará uma gama de situações que poderão ser aproveitadas no âmbito do ensino e da aprendizagem da matemática. Cabe salientar que, conforme sustenta Rosa (2011), a utilização das tecnologias de modo que as mesmas possam ampliar, potencializar ou transformar a

aprendizagem da matemática, diferentemente do uso da tecnologia pelo uso, ou seja, utilizando-as como recurso para agilidade de algum processo ou facilidade de visualização, como no estudo de funções para a visualização de gráficos, por exemplo. Esta é a perspectiva que também partilhamos.

Em sua tese, Rosa (2008) versou sobre a perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*, com base nisto, o autor discorre entender que as dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica articulam a formação de professores e, portanto, os processos de ensino e de aprendizagem.

Sendo assim, propomos essa pesquisa em torno da experiência estética usando a RA, pesquisando sobre *softwares* para este fim, elaborando atividades, resolvendo e estudando as dificuldades ao realizar as atividades.

No próximo tópico colocaremos como foi organizado este trabalho.

1.4 Organização do Trabalho

Esse trabalho está organizado em tópicos, de forma a possibilitar que o leitor encontre as informações necessárias para o entendimento do mesmo.

No capítulo 1, apresentamos a Introdução que se subdivide nos tópicos: A Trajetória da Autora, no qual a autora discorre sobre sua vida e a motivação para esta pesquisa; A Pesquisa, onde apresentamos os motivos para abordar RA; A Importância da Pesquisa, no qual elencamos os motivos pelos quais decidimos nos debruçar sobre pesquisas como esta; e, Organização do Trabalho, em que colocamos o modo como organizamos o trabalho.

No capítulo 2, apresentamos o Referencial Teórico em que nos apoiamos para o estudo e análise dos dados da pesquisa. Nele abordamos os tópicos Realidade Virtual e Realidade Aumentada, Cognição Corporificada, Experiência Estética, Cyberformação e Estudo das Funções.

No capítulo 3, Metodologia, na qual descrevemos todo o processo da pesquisa, que são descritos nos seguintes tópicos: Participantes e Contexto da Pesquisa; Visão de Mundo e de Conhecimento; Justificativa para o Paradigma da Pesquisa; Instrumentos de Produção de Dados, nos quais incluímos os *softwares* utilizados na pesquisa e Procedimentos Metodológicos.

No capítulo 4, a Descrição e Análise dos Dados, nesse momento serão apresentados os dados produzidos, como dificuldades, erros e acertos durante o estudo dos *softwares*, bem como a elaboração e realização das atividades/tarefas propostas durante a investigação desse

estudo; com esta finalidade dividimos esse capítulo nos seguintes tópicos: E1 - (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP, E2 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.1 - Realidade Aumentada e Blender, E3 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.3 - Realidade Aumentada e Blender e E4 - (07/07/2016) - Resolução Atividade - Funções de duas Variáveis. Nessa parte do trabalho, procuramos responder a pergunta diretriz e cumprir os objetivos lançados para a produção desse trabalho.

Por fim, as Considerações Finais, em que apontamos os resultados obtidos com a investigação, a resolução da atividade construída por essa licencianda/pesquisadora e pertinência para professores e pesquisadores. Apontamos ainda possibilidades em relação ao uso da RA para pesquisas futuras, desenvolvendo pesquisa de mestrado, já que não foram exauridas todas as possibilidades neste trabalho, bem como para que outros pesquisadores no futuro possam desenvolver novas pesquisas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Com o intuito de dar prosseguimento ao estudo de como a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar e potencializar o processo de produção do conhecimento matemático dos professores/alunos, acreditamos que precisamos entender um pouco sobre A Realidade Virtual e Realidade Aumentada, Cognição Corporificada, Experiência Estética, Cyberformação e Estudo das Funções, pois estes enfoques servirão de base para a análise dos dados produzidos durante esta pesquisa. A seguir discorreremos sobre cada um desses referenciais.

2.1 A Realidade Virtual e a Realidade Aumentada

A utilização da RV e da RA se dá em áreas como no esporte, na saúde, no mercado financeiro e em outras várias áreas, também na educação. O seu uso na construção de conhecimentos matemáticos vem para ampliar as possibilidades de ensino e de aprendizagem dos professores/alunos que vivenciem os conceitos a partir de aulas com uso de meios digitais.

2.1.1 Realidade Virtual

Utilizando a RV é possível construir mundos virtuais com características semelhantes às do mundo atual⁶, podendo-se interagir com os elementos criados, para isto precisa-se manusear dispositivos tecnológicos como o mouse ou o teclado.

Segundo Kirner e Siscouto (2007) o surgimento da realidade virtual se dá na década de 60, mas somente na década de 90 ganha força, devido ao avanço tecnológico necessário e apenas nesse momento propiciou as condições necessárias para a execução da computação gráfica interativa em tempo real. Ainda, afirmam

[...] ela necessitava de equipamentos especiais como capacete, luva, óculos estereoscópicos, mouses 3D, etc., para fazer com que o usuário fosse transportado para o espaço da aplicação, onde realiza suas interações. Além disso, o "transporte" do usuário para o ambiente virtual (desconhecido) causava um desconforto inicial e dificuldades de interação, exigindo, muitas vezes, treinamento (KIRNER; SISCOUTO, 2007, p.5).

A expressão espaço virtual (ciberespaço) que era utilizada apenas na ficção científica, com o surgimento da internet passa a designar esse novo espaço de comunicação, que vincula o espaço virtual a um tempo que também é virtual, o qual permite a sensação de estar em outra realidade, uma realidade virtual (ROSA, 2008).

De acordo com Kirner e Siscouto (2007), uma definição de RV, sintetizando as várias discussões apresentadas no seu livro, é a seguinte: "Realidade Virtual é uma interface avançada para aplicações computacionais que permite ao usuário navegar e interagir, em tempo real, com um ambiente tridimensional gerado por computador, usando dispositivos multisensoriais".

Corroborando o que conceituam Lévy (1996), Pimentel (1995) e Latta (1994) e ainda segundo Braga (2001), relativo à RV, podemos concluir que essa é uma técnica avançada de interface, na qual o usuário realiza imersão, navegação e interação em um ambiente resumidamente tridimensional gerado pelo computador por intermédio de vias multissensoriais.

⁶ O atual é, então, o que se apresenta como a realidade, ainda que em dimensões de atualizações individualizadas em relação a potência. Desse modo, os pares "potência e ato" e "forma e matéria" dizem do real e do virtual. Entretanto, opor o real a virtual é uma simplificação de conceitos complexos, e torná-los nesse aspecto de serem opostos no que diz respeito a uma realidade fisicamente material, palpável, conforme concepções da física moderna, encobre significados importantes a respeito de concepções sobre a realidade. (BICUDO e ROSA, 2010, p.25).

Ainda segundo Netto, Machado e Oliveira (2002), a interface em RV abrange um controle tridimensional extremamente interativo de processos computacionais. Sobre como se dá esta interação afirmam que,

[...] O usuário entra no espaço virtual das aplicações e visualiza, manipula e explora os dados da aplicação em tempo real, usando seus sentidos, particularmente os movimentos naturais tridimensionais do corpo. A grande vantagem é que o conhecimento intuitivo do usuário sobre o mundo físico pode ser transportado para o mundo virtual. Para suportar esse tipo de interação o usuário utiliza dispositivos não convencionais, como capacetes de visualização e controle, e luvas de dados, chamadas *datagloves*. O uso destes dispositivos dá ao usuário a impressão de que a aplicação está funcionando no ambiente tridimensional real, permitindo a exploração do ambiente e a manipulação natural dos objetos com o uso das mãos. (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002, p.5).

Todas estas formas de definir o que é RV serviram de base para nossa pesquisa sobre como surgiu a RA, que é o foco desse trabalho. O avanço tecnológico na área da comunicação e informação vem possibilitando que outras áreas do conhecimento se beneficiem da utilização da RV, tais como: a saúde, o entretenimento, os esportes, o treinamento, no mercado financeiro e na educação.

Dando continuidade ao estudo, abordaremos no próximo tópico a Realidade Aumentada.

2.1.2 Realidade Aumentada

De acordo com Kirner e Siscouto (2007, p. 10),

A Realidade Aumentada pode ser definida de várias maneiras:

- a) é o enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real;
- b) é, uma melhoria do mundo real com textos, imagens e objetos virtuais, gerados por computador, segundo [Insley, 2003];
- c) é a mistura de mundos reais e virtuais em algum ponto da realidade/virtualidade contínua, que conecta ambientes completamente reais e ambientes completamente virtuais [Milgran, 1994];
- d) é um sistema que suplementa o mundo real com objetos virtuais gerados por computador, parecendo coexistir no mesmo espaço e apresentando as seguintes propriedades:
 - combina objetos reais e virtuais no ambiente real;
 - executa interativamente em tempo real;
 - alinha objetos reais e virtuais entre si;
 - aplica-se a todos os sentidos, incluindo audição, tato e força e cheiro [Azuma, 2001].

Um sistema de Realidade Aumentada, a partir das várias maneiras de definir RA por Kirner e Siscouto (2007), gera imagens resultantes da combinação de uma cena atual com uma cena virtual, gerada pelo computador de forma a enriquecer a cena final criada com informações adicionais. De acordo com Albuquerque (1999) a RA apresentada ao usuário, nas

diversas aplicações possíveis, pode favorecer seu desempenho na execução de tarefas por desenvolver suas percepções do mundo que observa.

Cabe afirmar que a RA trata o mundo atual como ponto de partida para uma experiência que leva o usuário a experimentar o mundo virtual. A RA prevê que a consciência do usuário de que está em seu ambiente atual não lhe seja retirada, e sim trazer os objetos tridimensionais necessários para que a interação aconteça para este ambiente.

Segundo Bajura (1995 apud NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002, p. 19) "[...] os sistemas de RA registram as imagens com precisão de modo a levar o usuário a crer que os mundos real e virtual ocupam o mesmo espaço".

O uso da RA na EM talvez possa trazer contribuições para mudar os paradigmas no campo educacional, reinventando o processo de construção do conhecimento matemático dos professores/estudantes. O que vem ao encontro com Albuquerque (1999, p.8), pois, "acreditamos que dos pontos mais importantes do uso dos mundos virtuais não é para substituir o mundo real, mas sim completar a visão do usuário no mundo real".

Existem inúmeros recursos tecnológicos que possibilitam a captura de objetos no espaço, como sensores de ultrassom, infravermelho ou braços mecânicos, mas em aplicações com a realidade aumentada necessita-se de captação de imagens do ambiente atual.

Recursos tecnológicos de RA, como o aplicativo AndAR, estão surgindo desde a década de 90 (KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. A.; 2007) em razão dos avanços da tecnologia. Segundo Kirner, Siscoutto e Tori (2006), a RA é um ambiente real enriquecido com objetos virtuais a partir da utilização de um dispositivo tecnológico, operado em tempo real. O potencial desta tecnologia pode ser observado em áreas como a medicina. Cardoso e Lamounier (2009) citam um tipo de sistema utilizado para neurocirurgias conhecido como JHU/KRDL Skullbase Surgery Simulator. Por meio desse sistema, "[...] os cirurgiões podem planejar, treinar e simular toda a cirurgia, antes de efetivamente executá-la sobre o paciente" (CARDOSO; LAMOUNIER JR., 2009, p. 57). Também notamos recursos de RA na indústria de entretenimento. Cezar e Puntel (2012) comentam a respeito do tema:

[...] no setor de entretenimento pode ser elucidada pelo exemplo de Thomas [2008], o Wearable Lab da Universidade do Sul da Austrália desenvolveu a versão em RA do popular game Quake. O usuário munido de Head Mounted Display (display montado na cabeça – “capacete” para Realidade Virtual), um computador portátil e GPS (Global Positioning System - Localizador via satélite) passa a jogar ao ar livre enfrentando adversários digitais no mundo real. (CEZAR, PUNTEL, 2012, p. 6)

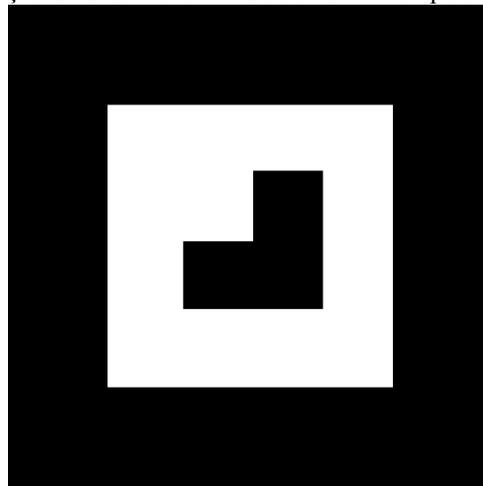
Cezar e Puntel (2012) também destacam como uma possibilidade para viabilizar a utilização de RA sobre a plataforma *Android*, a tecnologia do aplicativo AndAR. Roberto (2011) também defende o uso de recursos de RA nas mais diversas áreas. O autor comenta:

RA tem se mostrado muito promissora por ser capaz de tornar a interação com o usuário mais natural. Assim, ao invés de olhar apenas para um monitor e usar um ou dois dispositivos para manipular as informações desejadas, o usuário pode interagir com o ambiente inteiro ao seu redor através de gestos naturais em suas atividades cotidianas. Graças a esta enorme aplicabilidade, ela vem sendo bastante estudada, tanto no meio acadêmico como em laboratórios de pesquisa e por isso já existem algumas subáreas e linhas de atuação importantes, [...] (ROBERTO, 2011, p. 104).

Em especial, Roberto (2011) relaciona uma série de recursos tecnológicos de RA utilizados para educação e aprendizagem de crianças.

Nessa pesquisa, para produzir os objetos tridimensionais, utilizaremos o *software* Blender para computadores e o AndAR para *tablets* ou *smartphones*. A utilização do *software* AndAR requer a impressão de um *marker*⁷ (ver Figura 01), o qual está disponível para *download* em um arquivo PDF no site⁸ oficial do AndAR.

Figura 01 - Ilustração do desenho utilizado como *marker* pelo aplicativo AndAR.



Fonte: Fonte: <https://storage.googleapis.com/google-code-archive-downloads/v2/code.google.com/andar/Android.pdf>. Acesso em: 17 de março de 2016.

A seguir, abordaremos o tópico Cognição Corporificada que se baseia nos movimentos do corpo, o que vem ao encontro do que Netto, Machado e Oliveira (2002) se referirem ao usuário usar os sentidos ao entrar no espaço virtual, mais "particularmente os movimentos naturais tridimensionais do corpo".

2.2 Cognição Corporificada

⁷ Um desenho específico, utilizado para marcar a posição na qual o objeto será projetado na tela do *Smartphone* ou *Tablet*.

⁸ <https://storage.googleapis.com/google-code-archive-downloads/v2/code.google.com/andar/Android.pdf>. Acesso em: 17 de março de 2016.

Segundo Barbosa (2013, p 6814), Teoria da Cognição Corporificada, ou *Embodied Cognition*, na perspectiva de Mark Johnson, George Lakoff e Rafael Núñez "o cérebro humano e o corpo são vistos como indissociáveis e o ser humano ao interagir com o mundo o faz de forma integral".

Segundo esta perspectiva, Weissheimer e Fernandes (2012, p. 11) afirmam, apoiadas ao que argumentam Perry, Church e Goldin-Meadow (1998), que "[...] gestos não são apenas comunicativos [...] servem a uma função cognitiva contribuindo para apoiar o processo de raciocínio". Ainda afirmam que "[...] os gestos ajudam os alunos a articularem seus pensamentos com mais clareza. Como os gestos trabalham em conjunto com a fala, eles podem fornecer as bases conceituais para novas ideias, concretas e abstratas, de uma maneira visual.". Desse modo, defendemos a utilização de aparatos tecnológicos móveis (*Smartphones* e *Tablets*) como contribuintes nos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos, mais especificamente, ao abordarmos funções de duas variáveis reais que é foco desse trabalho.

De acordo com Guimarães (2006) hoje em dia, existe a possibilidade de se entender a Educação como forma de expansão do aluno em suas múltiplas dimensões, como emocional, sensorial, motora, mental e sócio-afetiva.

Corroborando o que Ferreira (2010) enfatiza em sua dissertação de mestrado:

A hipótese de corporificação concebe a linguagem como o reflexo da experiência do corpo no mundo real. Dito de outra maneira, o que se passa em nosso corpo físico está diretamente relacionado com o que se passa em nossa mente. Corpo – aspectos motores e perceptuais – e mente – raciocínio abstrato – não são vistos como instâncias separadas na constituição humana. Logo, fazem parte de naturezas semelhantes e relacionadas (FERREIRA, 2010. p. 25).

Entendemos que o uso das TD nas aulas de matemática, mais especialmente utilizando interfaces naturais (*smartphones* ou *tablets*) possibilita aos alunos a interação com o mundo cibernético de forma dinâmica, onde suas ações são atualizadas enquanto movimenta, translada ou rotaciona os objetos criados, isto é, usando a articulação dos gestos de seu corpo e criando outras possibilidades na construção dos conceitos matemáticos visualizando formas geométricas/gráficas que sem o uso deste ambiente em mais de duas dimensões pode ser dificultado ou não percebido pelos estudantes.

Acreditamos que, desta maneira, usando superfícies de contato, tais como *smartphones* e *tablets*, para articulação entre espaços e realidades, de modo que ao utilizar estas tecnologias possibilitem gerar uma experiência estética com RA. No tópico seguinte abordaremos Experiência Estética.

2.3 Experiência Estética

As atividades propostas com o uso das TD ao trabalharmos com a RA podem nos proporcionar o que chamamos de experiência estética, ou seja, as TD desencadeiam um tipo de experiência que compreende o belo em termos de linguagem digital (imagem, sons...). Diante disso, salientamos o que Bicudo (2010 apud ROSA 2015, p. 78-79) diz ser experiência:

[...] como essa complexidade que fala: do empiricamente sentido na dimensão da fenomenalidade corporal e que se doa como ponto de partida do conhecimento pré-predicativo e predicativo; da experiência como gerando o sentido mediante o nexo estabelecido por aquilo que se doa à percepção mostra-se harmonicamente imerso no panorama em que é destacado ao ser percebido; da vivência que se expressa à vida e permite, pela sua objetivação, que ela seja interpretada, sempre no limite do indecifrável e do indizível e do expressável e interpretável. Expressão que se deixa descrever, [...] sempre com as palavras, as quais trazem consigo a historicidade do mundanamente vivido, mas também, trazem a incompletude na impossibilidade de abarcar-se no dito o que se quer dizer, da experiência vivida que se doa à percepção daquele que vive, permitindo que, em um ato reflexivo, dê-se conta das marcas do havido na totalidade de sua historicidade que, necessariamente, traz a dos outros a da vida, possibilitando a interpretação de si e do mundo histórico-cultural (BICUDO, 2010, p.47).

Concordam Rosa e Pazuch (2012) no que diz respeito à concepção de experiência, principalmente no que se refere à percepção que se trata da compreensão do que é vivido, do processo cognitivo ao se *pensar-com* aquilo que é vivenciado no contexto estabelecido.

Nos apoiamos em Pellanda (2009, p. 7), ao pensar no computador de forma complexa, quando trata dos pressupostos da relação sujeito/máquina, da constituição de si, da auto-organização, que cita Turkle (1984):

A maior parte das considerações sobre o computador descreve-o como racional, uniforme e delimitado por uma lógica. Eu vejo o computador a uma luz diferente, não em termos de sua natureza como 'engenho analítico', mas em termos da uma 'segunda natureza' como objeto evocativo, um objeto que fascina, perturba a uniformidade e precipita o pensamento. (TURKLE, 1984, p. 13).

A partir destas reflexões de Turkle (1984) podemos dizer que nada se separa no universo: seres humanos, máquinas, coisas e natureza, pois todos fazem parte de uma mesma realidade. Ainda mais, seguindo nesta linha de pensamento podemos dizer que "o objeto que opera com movimentos, imagens, cores, sensações e que é capaz de ser um representante de materiais formulados para a experiência estética" (ROSA, 2015, p. 80).

Concordamos com Rosa (2015, p.80) quando afirma "Com esse termo [estética] designa-se a ciência (filosófica) da arte e do belo" (ABBAGNANO, 1997, P.367). Todavia,

[...] hoje, esse substantivo designa qualquer análise, investigação ou especulação que tenha por objetivo a arte e o belo, independente de doutrinas ou escolas. [...] Dissemos 'arte e belo' porque as investigações em torno desses dois objetos

coincidem ou, pelo menos, estão estreitamente mescladas na filosofia moderna e contemporânea (ABBAGNANO, 1997, p.367).

Dessa forma, a experiência estética nos reporta à vivência, nos propicia trabalhar/experienciar o belo, ou melhor, nesse contexto, vivenciar as informações e possivelmente produzir conhecimento *sendo-com*, *pensando-com*, *saber-fazer-com* o mundo cibernético (ROSA, 2008), sem deixar de focar, intencionalmente, a ideia evocativa do computador e demais aparatos tecnológicos, por exemplo.

A obtenção de conhecimento em matemática envolve tanto lógica, razão e linguagem, quanto intuição, imaginação e sensibilidade, sendo que as últimas estão estreitamente ligadas à experiência estética.

Acreditamos que ao propormos atividades em que o uso da visualização é essencial para resolver nos baseamos em Read (1986) que salienta a espontaneidade, dentre as muitas capacidades importantes que a arte pode estimular no ser humano. Essa espontaneidade na criação artística, ligada à intuição e à imaginação matemáticas pode favorecer o ensino e a compreensão da matemática por meio dos processos de visualização.

De acordo com Cifuentes (2005 apud GUSMÃO, 2014, p.9), "[...] o estético não é somente um olhar sobre a matemática, acreditamos, de fato, que existe um conteúdo estético na matemática e esse conteúdo está ligado ao que pode ser 'apercebido' pelo intelecto". Ainda segundo Gusmão (2014)

[...] a educação matemática deve sempre deixar aflorar, espontaneamente nos alunos os sentimentos; deve educar os sentimentos e, tais sentimentos devem provocar um certo prazer, prazer em aprender, em ouvir, falar, em pensar, em argumentar, em imaginar, em criar. Estes sentimentos lidam com o estético da matemática, na medida em que despertam e estimulam nossas capacidades ligadas à sensibilidade. (GUSMÃO, 2014, p.9-10)

Concordamos com Rosa (2015, p. 81) que "quando ocorre a experiência estética, o estudante", acrescentamos também o professor em formação, "identifica-se com os recursos digitais subjacentes às TD e consegue formar-se sendo-com-as-TD.". Da mesma forma, o movimento do gráfico visualizado usando superfícies de contato, tais como *smartphones* e *tablets*, quando está combinado a uma ideia da matemática, também a manipulação deste objeto com o uso do *software* de visualização pode "provocar um desequilíbrio nas concepções geométricas pré-estabelecidas" permitindo que o estudante/professor em formação ao utilizar estas tecnologias estejam imersos nesses ambientes, *pensando-com* eles, com isto transformando/potencializando o conhecimento que produz. Ainda podemos dizer apoiados em Rosa (2015, p. 81) atividades propostas com o uso das TD, na concepção da Cyberformação, trazem a possibilidade de "gerar outras construções, ideias e sugestões, e

também de se pensar matematicamente, sem que estas sejam uma repetição de técnicas e algoritmos.". No tópico seguinte abordaremos Cyberformação.

2.4 Cyberformação

Acreditamos que uma formação que inclua o uso das TD em seu contexto pode favorecer a prática deste futuro professor, mas, isto não é o suficiente para as particularidades que esse vai encontrar diariamente na sala de aula (VANINI, ROSA, JUSTO E PAZUCH, 2013). Concordamos com Rosa (2008) que com "o uso de da internet e os recursos tecnológicos nas sociedades, o ciberespaço também vem se apresentando como uma nova possibilidade para a Educação, particularmente, na Educação Matemática", ainda defendemos que a RA também se apresenta como outra possibilidade para a Educação, sobretudo na Educação Matemática.

Dessa forma, entendemos que a concepção de uma formação que contemple as dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica, entrelaçadas seja uma possibilidade de formação, ou seja, uma possibilidade de Cyberformação. Ainda, de acordo com Rosa (2015) "Cyberformação" remete a duas ideias principais: "Cyber", relativa a aspectos do uso de tecnologias, em que a tradução mostra a noção de Internet ou de comunicação entre redes de computadores; já "formação" não significa uma formação qualquer, mas uma formação em que entende o uso de ambientes cibernéticos e/ou TD como fator relevante dessa formação, interferindo significativamente no processo cognitivo de modo a ampliá-lo ou potencializá-lo.

Procurando entender os motivos de se embarcar nessa concepção de formação, e, considerando que o aluno que frequenta a escola atualmente acessa a internet em vários locais, pelo meio do computador, *notebook* ou *smartphone*, acessando contas de diferentes redes sociais, enviando e recebendo e-mails, e também utiliza outros recursos tecnológicos.

Nesse contexto do mundo atual, em que o uso de recursos tecnológicos está presente, acreditamos que a produção de conhecimento matemático com uso de tecnologias de RA pode ser transformada e potencializada, é possível verificar que a pesquisa acerca da formação de professores que atuem no ensino da Matemática com o uso de RA ainda carece de investigação, por isso embarcamos nessa pesquisa. Dessa forma, o professor em formação poderá repensar suas técnicas, procurando modificar, aprimorar suas práticas pedagógicas. Entendemos, como citado por Rosa (2015), que:

A Cyberformação com professores de matemática condiz à intencionalidade desse professor ao estar com tecnologia. Não se fala de um estar mecânico; não se pensa em uma formação de uso técnico das tecnologias, como se essas fossem recursos auxiliares ao ensino e à aprendizagem; mas, de uma formação que lida e considera as TIC como meios que participam ou devem participar, efetivamente, da produção do conhecimento matemático (no caso). (ROSA, 2015, p. 61).

Cabe salientar que a Cyberformação, formação que abrange o uso de recursos tecnológicos didáticos, não como um modelo de "formação ideal", nem "melhor" ou "pior" que outras, e sim uma formação em constante transformação, de forma que possibilite abrir horizontes pedagógicos, pelos quais seja possível desenvolver atividades educacionais, que possam desencadear a produção do conhecimento matemático, em sintonia com o mundo (VANINI; ROSA; JUSTO; PAZUCH, 2013).

Nessa perspectiva, segundo Seidel e Rosa (2013) a formação do professor considera os movimentos do jogo de forma/ação, de modo que,

[...] a composição da forma da imagem desejada do homem, da sociedade e também do professor vai brotando e se atualizando a partir dos movimentos desencadeados e orientados pelos aspectos imbricados na cultura. As ações vão sendo configuradas pelos meios plásticos disponibilizados nesta cultura para atuar no movimento artístico de realizar esta imagem dinâmica. (SEIDEL e ROSA, 2013, p. 13).

Assim, entendemos a formação específica (matemática), como uma dimensão da Cyberformação com professores de matemática, em que a teoria e a prática estejam entrelaçadas, no contexto do ciberespaço e/ou com o uso de TD (ROSA, 2015). Outra dimensão da Cyberformação é a formação pedagógica, Rosa (2015, p. 68 - grifo do autor) considera "[...] os processos educativos matemáticos (Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, o uso da História da Matemática, Etnomatemática etc.), a reflexão sobre o design e o uso de recursos, ações importantes para serem pensadas". Ainda de acordo com Rosa (2015, p.70), "[...] sobre processos e recursos tecnológicos e sua produção, evidencio que tanto a formação específica como a pedagógica, as quais não se desvinculam da formação tecnológica, se fazem presentes na imersão dos professores no mundo cibernético".

Assim sendo, entendemos que a compreensão do uso de TD como parte da construção de conhecimentos matemáticos como parte do processo cognitivo configura a dimensão tecnológica da Cyberformação com professores de matemática, a qual se vincula das primeiras dimensões, e sim, interligando-se a elas de maneira a construir e amparar a concepção de Cyberformação.

A formação tecnológica, segundo Rosa (2015),

[...] segue a concepção de Murray (1997), que evidencia três características de ambientes virtuais: transformação, imersão e *agency*, as quais respectivamente possuem aspectos singulares, mas que se revertem em inúmeras interconexões entre as três. Ou seja, há fluxos que perpassam as mesmas, de forma não haver fronteiras rigorosas entre elas (ROSA, 2015, p. 70).

Rosa (2008) indica a transformação como o movimento em que se afasta da identidade assumida frente à máquina e se aproximando da identidade virtual no ciberespaço, essa sendo identificada por meio de fluxos "compartilhando características das identidades que se fazem dentro e fora da tela" (ROSA, 2008, p. 178). Ainda em Rosa (2015, p. 70) cita que o ato de "morfar", que constitui a ação de metamorfosear, de forma que "[...] se constituir de múltiplas facetas, múltiplas identidades, *on* e *offline*, indica a transformação como processo revelado pela concepção do "*ser-com*" tecnologia".

Chama-se Imersão, segundo Rosa (2008), as identidades que estão "dentro" da tela são as identidades *online* que se mostram, se exteriorizam, se manifestam com a tela, ou seja, o "*pensar-com*". Rosa (2015, p. 73) cita que o computador possibilita o nos tornarmos virtuais, de modo que nos faz "pensar sobre o "*ser-com*" e também refletir sobre o "*pensar-com*", entre outras características do "ser" que se encontra com este tempo/espaço diferenciado", de maneira que o uso do da TD, nos chamam a atenção para e nos direcionam cognitivamente para uma rede de possibilidades educacionais, podendo potencializar a produção do conhecimento matemático.

Rosa (2015) "a ação com vontade e senso de realização como ato performático, o qual é narrativamente constituído de diversos modos e, muitas vezes, com diferentes recursos", é a terceira característica de ambientes virtuais destacada por Murray (1997) e explorada por Rosa (2008) com o uso do ciberespaço, a *agency*.

Nesse sentido, consideramos a concepção da Cyberformação como uma forma/ação que abrange o uso de TD, não como sendo uma formação em uma concepção diferenciada, que pode possibilite abrir horizontes pedagógicos com o uso de TD, pelos quais seja possível desenvolver atividades educacionais, que possam desencadear a produção do conhecimento matemático em sintonia com o mundo (VANINI; ROSA; JUSTO; PAZUCH, 2013). Desse modo, entendemos que o uso de TD nas atividades propostas sobre funções de duas variáveis reais com o uso da RA, nessa pesquisa, aliadas à concepção de Cyberformação podem desencadear construção ou transformação desses conhecimentos matemáticos com

professores ou professores em formação. Dando continuidade a essa pesquisa, no próximo tópico abordaremos o Estudo das Funções.

2.5 Estudo das Funções

Muitas vezes a importância da Matemática fica encoberta pela dificuldade do docente em explorar suas relações com a natureza, de forma que acaba se tornando uma repetição de fórmulas sem conexão com o mundo o que acaba tornando-a uma mera técnica para estudar a realidade. Segundo Silva (2015, p.2), falando da realidade educacional "[...] que valoriza a memorização e a repetição de fórmulas, o que não estimula o aluno para interagir no processo de aprendizagem, pois o conhecimento é apresentado como algo pronto, acabado, sem conexão com a realidade cotidiana deles [...]".

Entendemos que o estudo e o pleno entendimento do assunto funções são muito importantes, tal como sustentam Anton, Bivens e Davis (2007, p.1) "[...] "função", que é a ideia básica subjacente a quase todas as funções matemáticas e físicas [...]".

Anton, Bivens e Davis (2007, p.1) define função como: "Se uma variável y depende de uma variável x de tal modo que cada valor de x determina exatamente um valor de y , então dizemos que **y é uma função de x** . [grifo do autor]". Também define da seguinte maneira (2007, p. 2): "Uma **função** f é uma regra que associa uma única saída a cada entrada. Se a entrada for denotada por x , então a saída é denotada por $f(x)$ (leia-se " f de x "). [grifo do autor]".

Caraça (2003, p. 121) define função da seguinte forma: "Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números, diz-se que y de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre as duas variáveis existe um correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente."

Percebemos que as três definições apresentadas são bem parecidas, a diferença entre elas é, basicamente, o modo de descrever a relação entre a variável independente (x) com a variável dependente (y).

Durante a graduação estudamos funções de duas variáveis em algumas disciplinas, como, Cálculo II e Aplicações da Matemática, a proposta desta pesquisa ao trabalhar com funções de duas variáveis reais, visa demonstrar que apesar de não estar no currículo da Educação Básica, mais especificamente no Ensino Médio, este assunto pode ser trabalhado também por alunos nesta fase de estudos.

A definição de função de duas variáveis conforme Anton, Bivens e Davis (2007, p.925) é a seguinte: "Uma *função f de duas variáveis*, x e y , é uma regra que associa um único número real $f(x, y)$ a cada ponto (x, y) de algum conjunto domínio D no plano xy ".

Entendemos que para atingir esse entendimento desejado do assunto funções de duas variáveis reais, nessa pesquisa, o uso de *softwares* como o Blender e o AndAR podem contribuir para a compreensão deste ponto da Matemática.

O processo em estudo nesse trabalho é a forma como que se dá a produção do conhecimento matemático a partir da experiência estética com o uso de RA, para isso investigamos a matemática envolvida na realização de atividades com uso de *softwares* que possibilitassem esse estudo. As atividades apresentadas possibilitam a produção de conhecimento matemático sobre funções de duas variáveis reais a partir das imagens visuais produzidas no *software* Blender aliadas à sua visualização em 3D utilizando o *software* AndAR o que pode aprimorar os conceitos matemáticos envolvidos.

Conduzindo ao que diz Gusmão (2013), citando Cifuentes (2005), a capacidade de "ver" com o intelecto pode ser desenvolvida e para isto necessita de uma alfabetização visual, ou seja, a elaboração de uma conceituação visual se dá a partir de uma linguagem visual.

A visualização é uma das manifestações da sensibilidade matemática, o que a liga aos processos de intuição e imaginação, pois proporciona a configuração das imagens mentais, para capturar, construir e comunicar certos conceitos matemáticos que vão auxiliar na resolução de problemas matemáticos de forma a torná-los geométricos.

A visualização é um componente essencial para enxergar tudo no mundo, entre outros processos que tem a função de transformar na educação, sendo, também, essencial nos processos de construção do conhecimento, principalmente no estudo da matemática.

A visualização é uma forma de experiência, sendo uma de suas funções a construção de significados e, principalmente, de sentidos. [...] Outra das funções da visualização, por exemplo, na resolução de problemas, é ajudar a sua compreensão. Visualizar não é apenas ver o visível, senão, usando as palavras do artista plástico Paul Klec, é simplesmente tornar visível (CIFUENTES, 2010, p. 22).

Desse modo, a visualização das imagens produzidas pelos gráficos das funções de duas variáveis reais, por exemplo, tornando os termos abstratos daquilo que é ensinado ou produzido em imagens concretas procurando tornar claros os conceitos matemáticos envolvidos. Ainda de acordo com Read (2005) os termos abstratos não são necessariamente usados para traduzi-los em imagens concretas em função da clareza, apesar de boa parte do ato de pensar se dá partir de imagens, já que estas imagens são oferecidas como alternativa

para símbolos matemáticos nos processos de ensino e de aprendizagem desses conceitos e no modo de solucionar problemas.

Para abordar o assunto funções de duas variáveis reais propõe-se trabalhar com os *softwares*, pois se produzem as imagens destas funções, das quais conseguimos visualizar o gráfico e manipulá-lo, já que podemos girar, rotacionar, transladar e enxergar qual a sua forma de todos os ângulos.

Entendemos que uma das vantagens do uso dos *softwares* é utilizar a visualização daquilo que seria ensinado teorizando e propondo a construção de gráficos em papel que mostram uma visualização em 2D de gráficos em 3D o que pode dificultar o entendimento. Dessa maneira, fazendo com que a intuição e a imaginação fossem os processos mais importantes já que os estudantes prescindiam delas para entender a teoria que lhes for apresentada.

Acredita-se que atividades matemáticas desenvolvidas abrangendo a visualização como parte importante nos processos de construção do conhecimento matemático são forma de oportunizar o entendimento dos conceitos matemáticos trabalhados.

A seguir, evidenciamos a metodologia usada para o desenvolvimento desta pesquisa, descrevendo as ações sucedidas durante todo o processo de investigação.

3 METODOLOGIA

A abordagem metodológica é um ponto muito importante para o entendimento do leitor no que diz respeito a todo o processo investigativo envolvido durante a pesquisa. Assim como, detalhar claramente as escolhas aplicadas ao estudo de acordo com o fenômeno investigado (SEIDEL; ROSA, 2014). Sendo assim, detalhamos nesse capítulo todos os procedimentos da pesquisa.

Iniciando pelos participantes e contexto da pesquisa, onde apresentando o eu comigo mesmo e com o grupo, seguido, da visão de mundo e de conhecimento para entender a relevância dos procedimentos metodológicos adotados. Para depois apresentarmos a justificativa para o paradigma da pesquisa, em que a apresentação da visão de alguns autores é usada para entender e definir o paradigma utilizado, no caso, a pesquisa qualitativa. Em seguida, os instrumentos de produção de dados, entre eles, os *softwares* utilizados. Finalizando com os procedimentos metodológicos, apontando as etapas da pesquisa durante o estudo.

3.1 Participantes e Contexto da Pesquisa

Essa pesquisa traz como participantes: a professora/pesquisadora em formação (P), Licencianda em Matemática; o grupo de pesquisa (GP) formado pela Licencianda e outros dois Licenciandos em Matemática; e o orientador (O), Licenciado em Matemática, Mestre e Doutor em Educação Matemática.

A constituição desse grupo se deu no final do segundo semestre de 2015 com o interesse dos licenciandos em realizar pesquisa com o professor em questão e, consequentemente com o aceite desse em orientar os licenciandos com a proposta, por parte do orientador, para participação dos licenciandos como membros de um grupo para a realização de um curso de Cyberformação com Professores de Matemática com uso de tecnologias de RA (curso voltado para professores do Ensino Médio), já que os licenciandos eram, na época, alunos da disciplina de Estágio em Educação Matemática III ministrada por esse professor (agora orientador do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)). Todos os participantes do grupo estavam engajados em investigar o uso de tecnologias de RA, mesmo que os licenciandos estivessem iniciando nessa escalada como pesquisadores, além disso, cada um em uma vertente distinta decidiu juntar-se ao grupo para em conjunto terem uma maneira de dialogar sobre suas dúvidas, erros e acertos de forma a contribuírem uns com os outros, com a intenção de aprender e contribuir para pesquisas que viessem a ser base para o TCC de cada um, mas, mais do que isso, abrindo portas para trabalhos futuros na continuidade dos estudos, visto que o assunto não será esgotado com essas pesquisas.

A partir dos primeiros encontros cada um foi pesquisar assuntos como a Realidade Aumentada, a Cyberformação, as Tecnologias Digitais, os *softwares* que poderíamos utilizar, os teóricos que vem estudando esses assuntos. A cada encontro compartilhávamos as descobertas, as dúvidas e as angústias, e o estudo foi tomando corpo, definimos os *softwares* e, então nos debruçamos sobre eles a fim de estudar formas de contribuir e posteriormente realizar as atividades da modo que os processos de ensino e de aprendizagem de matemática surgissem a partir da reflexão sobre essas.

Definimos que trabalharíamos com o assunto funções de duas variáveis reais, apesar de não ser um assunto abordado no Ensino Médio, pois, entendemos que é válido mostrar que pode ser abordado e potencializar a produção do conhecimento matemático sobre funções de uma variável já no Ensino Médio. Do mesmo modo, investigar como o uso da RA pode contribuir para a experiência estética da matemática a partir dos recursos que utilizamos. O grupo, então, seguiu o trabalho de manuseio do *software* Blender para elaborar as atividades.

Após destacarmos até aqui alguns momentos do contexto da pesquisa, passamos, então, a visão de mundo e de conhecimento, dando seguimento ao trabalho.

3.2 Visão de Mundo e de Conhecimento

Hoje em dia, fala-se na construção do conhecimento com o uso da tecnologia, mas, porque a tecnologia passou a fazer parte desse contexto, aparecendo na discussão? O que aconteceu com a antiga preocupação de primeiro aprender usar a tecnologia para poder utilizá-la nas salas de aulas, desapareceu? Segundo Menezes (1998, p. 75) os computadores e a informática estão cada vez mais em nossas vidas, a ponto de nos entrarmos em um momento que o manuseio de computadores se tornou básico, pois, até uma criança "[...] aprende em um par de divertidas horas, com muito pouca supervisão". Podemos ver isso pela infinidade de aplicativos voltados para as crianças interagirem. Ainda de acordo com Menezes (1998, p 76) quando se fala de equipamentos tecnológicos, as pessoas "[...] se familiarizam com a informática tão facilmente quanto aprendem a gravar músicas, conversas ou cenas em fitas magnéticas, o que não ocorre por acaso, já que a facilidade de manuseio é parte integrante do consumo."

Quanto a inserção das tecnologias na sala de aula, Menezes (1998, p.76) "A escola não precisa nem deve servir a essa lógica, mas sim servir-se dela para promover uma compreensão participativa do mundo contemporâneo."

Entendemos, então, que a inserção das TD nas aulas não precisa se realizar por modismo, visto que em termos da utilização das interfaces naturais já são recursos incorporados por nós (VANINI; ROSA; JUSTO; PAZUCH, 2013). Para nós, a abordagem educativa com a inserção do uso de TD é importante quando se faz partícipe nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática. De fato, precisamos nos utilizar dos benefícios que o uso desses recursos pode trazer à produção do conhecimento, como participantes do processo (ROSA, 2015).

Da mesma forma, Silva e Bairral (2015) afirmam que as mudanças tecnológicas acontecem por causa da sociedade e não, obrigatoriamente, a sociedade altera-se por causa das tecnologias. Nesta perspectiva, ocorreram mudanças nas necessidades da sociedade, foram tantas nas últimas décadas de modo que hoje em dia em um único aparelho são disponibilizadas várias mídias digitais, como por exemplo, os celulares.

Os meios de comunicação e as mídias digitais modificaram a maneira com que as pessoas se comunicam, as redes sociais são um exemplo, pois permitem a criação de uma

série de interações entre os usuários. Um exemplo disso ocorreu nas "[...] manifestações que aconteceram em 2013 no Brasil, nas quais os participantes das redes sociais agendavam dias, horários e locais onde aconteceriam as manifestações." (SILVA; BAIARRAL, 2015, p.15).

A partir disso, ao nos colocarmos na frente do computador nos inserimos em um mundo cibernético em que nos colocamos através de perfis, um exemplo é quando nos pomos a pesquisar, procurar, buscar, aprender, o que passa a ser indício da nossa aprendizagem com o ciberespaço (espaço virtual), espaço virtual que se vincula a um tempo virtual também, que permite a sensação de estar em uma outra realidade, levando-nos a refletir o *ser-com*, *pensar-com* e *fazer-com-TD* (ROSA, 2008). Dessa forma, hoje em dia, diferente do que ocorria em outras décadas, as TD vêm sofrendo mudanças ou reconfigurações e o que nos chama a atenção é a velocidade da informação. No modelo atual, os sujeitos já não se encontram mais em um tempo/espaço estável e único, o que vem alterando o modelo da educação, em que os professores e os alunos se encontravam por um período de em torno de quatro horas por dia onde se davam os processos de ensino e de aprendizagem. Com o advento da conexão à internet, conforme afirmam Silva e Bairral (2015, p. 6), a educação passa a ser ampliada por outras mídias digitais, como por exemplo, celulares, *tablets*, entre outros, permitindo que os professores criem junto com eles, e a nosso ver, ao produzir conhecimento em *com-junto* (ROSA, 2008), trabalhamos em contato com os seres humanos e com as mídias digitais a nossa disposição (como oralidade, lápis, papel ou tecnologias).

Nossa visão de mundo, então é de um mundo-com-TD, no qual estamos, somos, pensamos, fazemos-com-TD. Dessem modo, entendemos que a nossa sociedade atual está totalmente inserida no mundo digital, fazendo com que não exista uma separação entre ser humano, realidade mundana e realidade cibernética, e porque não dizer com o uso de tecnologias de RA trazem possibilidades como esta. Sendo assim, como a informação é base do conhecimento, de forma que construída e acessada por intermédio da TD, admitimos que o ser humano necessita *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* e, com o uso da TD que vinculam a esse para que haja a transformação/potencialização da produção do conhecimento matemático.

Após apontarmos até aqui a visão de mundo e de conhecimento, abordaremos, dando seguimento ao trabalho, a justificativa para o paradigma da pesquisa.

3.3 Justificativa para o Paradigma da Pesquisa

Segundo Garnica (1997) nas abordagens qualitativas,

[...] o termo pesquisa ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em torno do que deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador. (GARNICA, 1997, P.111)

Essa pesquisa, então, teve uma abordagem qualitativa, a partir do conhecimento e procedimentos metodológicos construídos e utilizados nesse trabalho. Buscamos com isso responder a questão norteadora **“De que maneira a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar/potencializar a formação docente?”** a partir dos objetivos que essa pesquisa apresenta, na direção de uma investigação de natureza qualitativa, que trata de explorar, por parte da licencianda/pesquisadora de matemática, a realização de atividades propostas pelo grupo de trabalho com o uso de TD, a construção por parte da licencianda/pesquisadora de uma atividade e sua resolução, em termos de interfaces naturais e Realidade Aumentada. Contudo, entende não apenas o uso de tecnologia, mas com um intuito cognitivo, atividades desenvolvidas com tecnologia (neste caso, *softwares* Blender e AndAR), nas quais a tecnologia seja capaz de vir a intervir no processo cognitivo da produção de conhecimento matemático (ROSA, 2008).

Ainda, de acordo com Costa (2010) quanto à metodologia da pesquisa, citando Borba (2004), a pesquisa qualitativa vem ganhando vulto na EM, e com isso, vem trazendo esta abordagem em atividades de ensino, a qual só vem a enriquecer o trabalho do pesquisador, bem como, mostra-se nesta pesquisa quando a professora/pesquisadora se coloca como sujeito da própria pesquisa.

Ainda em conformidade com Borba (2004), o professor/pesquisador tem a possibilidade de valorizar a voz do estudante, tentando construir modelos que validem a matemática do aluno, desta maneira trazendo-o para a pesquisa. Percebemos nessa pesquisa essa intenção no momento em que são propostas atividades em que a licencianda em formação necessita fazer um exercício de percepção para realizar essas atividades.

Optamos por uma pesquisa qualitativa, definida por Lüdke e André (1986 apud GARNICA, 2001, p. 39) como aquela que possibilita:

(i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que 'os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima.

Assim, ao se considerar a necessidade de ter um ambiente natural como fonte de dados para uma pesquisa qualitativa, precisamos pensar os sujeitos como parte da pesquisa, na qual se compreenda o ciberespaço como meio de interação entre os participantes, de forma a *serem-com*, *pensarem-com* e *saberem-fazerem-com* ele (ROSA, 2008). Da mesma forma, ao se conceber o tempo/espço diferenciados quando percebidos no ciberespaço "[...] há de se entender o ambiente em que os fatos são vivenciados como um ambiente em potencial, no qual se pode desprezar as leis naturais" (ROSA, 2008).

Dessa forma, é viável que se tenha uma percepção diferenciada do qualitativo numa pesquisa direcionada ao uso de TD como essa. Respalado pelo que Bicudo (2004, p. 104) afirma:

O qualitativo engloba a idéia de subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferentes e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como por exemplo, a vermelhidão do vermelho, etc. Entende-se que a noção de rigor não seria aplicável a dados qualitativos, uma vez que a eles faltariam precisão e objetividade, dificultando ou impossibilitando a aplicações de qualificadores (BICUDO, 2004, p. 104)

Justificamos a abordagem qualitativa dessa pesquisa considerando que o professor/pesquisador pode interpretar o fenômeno investigado a partir de perspectivas subjetivas dos elementos em estudo, "[...] passível de expor sensações e opiniões" (BICUDO, 2004, p. 104). As atividades, então, foram elaboradas e analisadas de forma mais manipulativa com os *softwares*, para que os licenciandos/pesquisadores as realizassem e procurassem entender como se davam as construções propostas e a visualização das mesmas em que a partir das respostas aos questionamentos contidos nas atividades se possa verificar o entendimento por parte dos licenciandos/pesquisadores em relação à matemática envolvida.

Consideramos que investigar como se dá a experiência estética da matemática com o uso de RA, a partir de atividades com funções de duas variáveis reais, utilizando os *softwares* Blender e AndAR, poderíamos trazer como resposta uma forma de produção de conhecimentos matemáticos usando as TD como partícipes e não como coadjuvantes em que apenas se mostra como se dá a construção de um gráfico que já se pensou e fez com uso de lápis e papel.

Acreditamos que as ideias apresentadas juntam-se na direção de um mesmo conceito, o qual defende uma pesquisa de caráter qualitativo como análise desse contexto, o qual o pesquisador está no centro do processo e que, nesse caso, é modificado devido aos participantes estarem interagindo com o meio com o uso das TD, e passam a *ser-com*, *pensar-com* e *saberem-fazer-com-TD* (ROSA, 2015).

Com base nessas ideias a pesquisa centrou-se em utilizar a RA para trabalhar com a EM e para atender essa expectativa do grupo optamos por trabalhar com *softwares* que não foram desenvolvidos para a matemática, mas que proporcionariam trabalhar com a experiência estética da matemática, que é o nosso foco.

Trataremos a seguir, dos instrumentos de produção de dados utilizados. Também, os *softwares* utilizados.

3.4 Instrumentos de Produção de Dados

Utilizamos alguns instrumentos para a produção de dados com a intenção de validar e garantir o caráter desta pesquisa qualitativa. Entre eles estão:

Anotações Diárias (apontamentos no caderno) (AD) - um dos instrumentos para armazenagem das informações produzidas no decorrer deste processo, sendo apontados nele as informações que a pesquisadora acreditou serem necessárias para responder a questão diretriz dessa pesquisa. Caderno em que a pesquisadora apontou ações e pensamentos durante o processo de pesquisa, de forma que pudessem ser analisadas posteriormente.

Mensagens entre os membros do GP pelo *WhatsApp* - outro recurso utilizado, já que criamos o grupo para nos comunicar quanto aos encontros semanais, mas também para compartilhar dúvidas, descobertas e também, por algumas vezes desabafos por não conseguirmos realizar uma atividade, ou melhor, fazê-la conforme havíamos imaginado.

Softwares AndAR, Blender e LAB *Fit* - instrumentos utilizados para construção e visualização dos objetos utilizados durante a elaboração e realização das propostas de atividades.

Apresentaremos no próximo tópico os *softwares* utilizados nessa pesquisa.

3.4.1 *Softwares* Utilizados

Nesse tópico fazemos uma breve apresentação dos *softwares* utilizados na pesquisa, bem como as funções que foram usadas no *software* Blender.

3.4.1.1 *Software* Blender

Para desenvolvermos atividades com o uso de RA precisávamos de um *software* que nos permitisse a inclusão de objetos/gráficos de funções em 3D e que possibilitasse salvar os

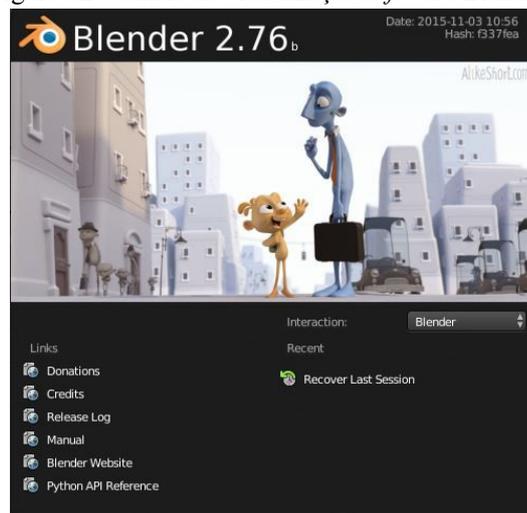
arquivos de forma a conseguirmos exportá-los para visualizar esses objetos/gráficos criados em um *software* de visualização em 3D. Escolhemos o *software* Blender por oferecer a opção de salvar e proporcionar a exportação de arquivos .obj o que nos permite utilizar esses arquivos para visualizar os objetos no *software* AndAR.

Brito (2010, p.15), no guia do usuário diz sobre o Blender,

[...] é um software de modelagem e animação 3D de código aberto. Ele está sob licença GNU-GPL, que permite a qualquer pessoa ter acesso ao código-fonte do programa para que possa fazer melhorias, contanto que disponibilize tais melhorias à comunidade. Além de fazer modelagem e animação, o Blender permite-nos criar jogos, sem programação, e realizar pós-produção de animação com um editor de vídeo integrado.

Ao abrirmos o programa, ele exibe uma janela de visualização (figura 02) com opções de *links* sobre a documentação no site do Blender, manual, créditos, *scripts* e entre outros.

Figura 02 – Janela de visualização *software* Blender.

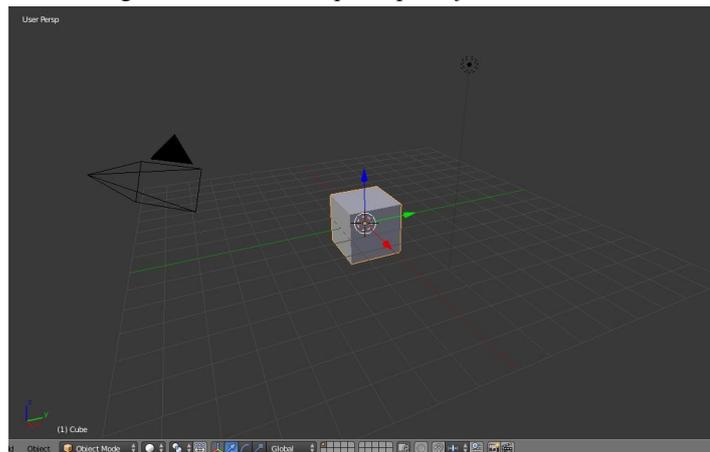


Fonte: Autora. 2016.

Na janela principal do programa encontram-se os elementos padrão do programa ao ser iniciado. Essa janela é composta de Editores (figura 03), Cabeçalhos (figura 04), Botões (figura 05), Painéis (figura 06) e Controles (figura 07).

Editores: parte do programa com função específica. A janela de visualização 3D, possui editor de vídeo, editor gráfico, editor de texto e etc, onde os objetos ou funções poderão ser manipulados e movimentados (figura 03).

Figura 03 – Janela de principal *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Cabeçalhos - aparecem em qualquer editor com uma barra de opções no topo ou abaixo da janela específica (figura 04), situada na base da tela. Oferece as opções: visualizar de cima, de baixo, etc; selecionar câmera, espelhar, inverso, etc; adicionar objetos como cubo, cilindro, malha, e que oferece inclusão de funções; objeto que oferece animação, espelhar, transformações, etc; modo de objeto que oferece modo de edição, modo de escultura, entre outros;

Figura 04 – Cabeçalho *software* Blender



Fonte: Autora. 2016.

Botões de contexto: estão presentes dentro de cada cabeçalho do programa com diversas opções de escolha (figura 05). Mostrar ou sombrear objetos na porta de visão onde se pode renderizar, texturizar, etc; centro de pivô de rotação e escala; manipulador assistente em 3D para controlar as transformações; e, orientação de transformação.

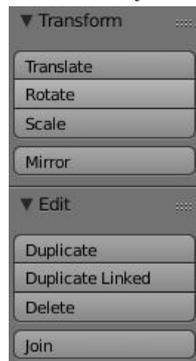
Figura 05 – Botões de contexto *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Painéis: são os organizadores lógicos de cada interface de um editor. Por exemplo, controle de dimensões, sombras, cores (figura 06).

Figura 06 – Painéis *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Controles: são os recursos que podem modificar uma função, opção, valor, escala e etc. Podem ser botões, caixas de marcação, *sliders* ou menu de seleção (figura 07).

Figura 07 – Controles *software* Blender.

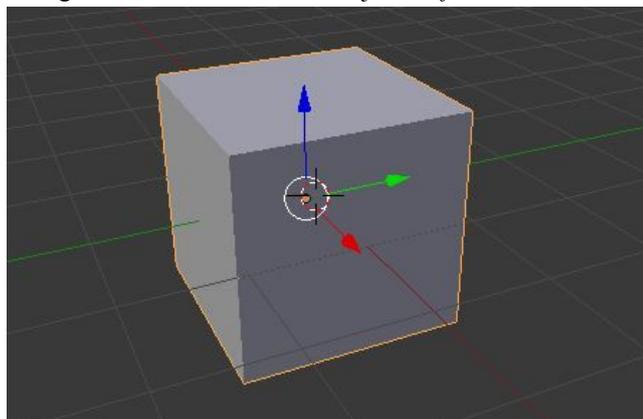


Fonte: Autora. 2016.

A seguir abordaremos algumas funções do Blender. O Blender é, basicamente, um *software* de criação e manipulação de objetos em três dimensões (eixos x, y e z). O programa vem equipado com algumas figuras padrões para modelagem inicial como cubos, tubos e esferas. Possui muitos recursos e funções, mas destacamos somente as principais e básicas a seguir:

Movimentando objetos: podemos movimentar os objetos no cenário usando as flechas coloridas, que estão presentes na figura 08 abaixo, em que se identifica a flecha verde do eixo x, a vermelha do eixo y e a azul do eixo z, basta selecionar com o mouse e clicar nas flechas.

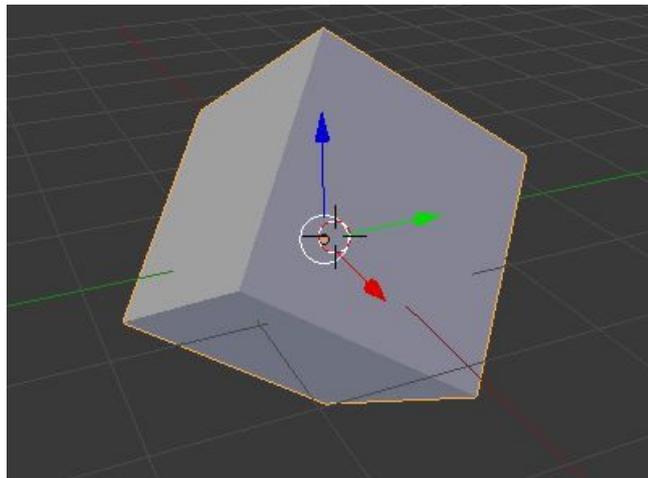
Figura 08 – Movimentando objetos *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Rotação de objetos: para rotacionar um objeto é necessário colocar a flecha do mouse em cima do objeto que se deseja rotacionar, pressionar a tecla R no teclado, movimentar o mouse em círculos e perceber que seu objeto está girando. Pressionando a tecla R novamente o objeto para de rotacionar (figura 09).

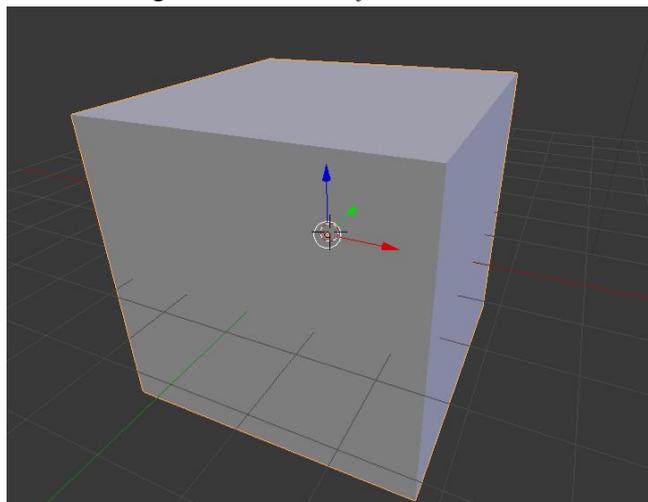
Figura 09 – Rotação de objetos *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Escala: para trabalhar com a escala de um objeto precisamos colocar a seta do mouse em cima do objeto, pressionar a tecla S do teclado, afastar o ponteiro do mouse do objeto para aumentar a sua escala e clicar com o botão esquerdo do mouse ao chegar ao tamanho desejado (figura 10).

Figura 10 – Escala *software* Blender.

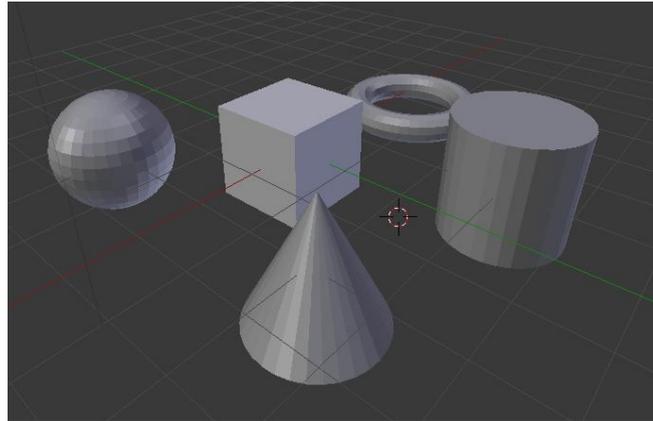


Fonte: Autora. 2016.

O Blender possibilita inúmeras as funções e opções, apesar de ser um *software* livre e leve para ser instalado no computador, ele consegue disponibilizar uma série de recursos para criar objetos, modelar, movimentar, modificar, produzir jogos e muito mais.

Trabalhando com funções matemáticas: vários objetos em 3D (figura 11) estão disponíveis para a criação no Blender. Encontramos curvas, superfícies, esferas e objetos de texto. Todos manipuláveis livremente sem se preocupar com precisão. A matemática do Blender é importante para modelar a aparência de um objeto tornando-o um gráfico de uma função de duas variáveis, por exemplo.

Figura 11 – Figuras 3D no *software* Blender.

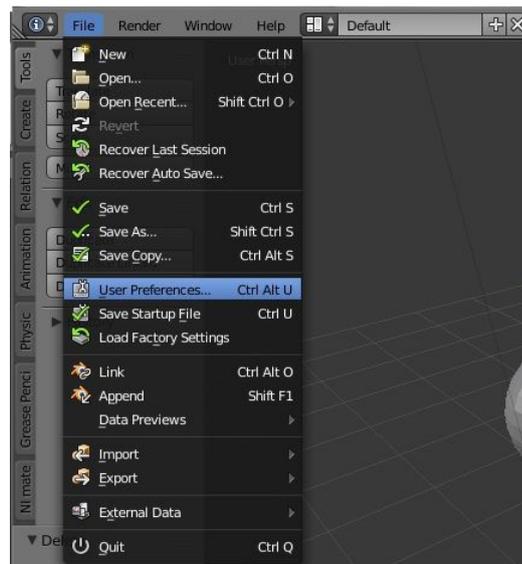


Fonte: Autora. 2016

Para que se trabalhe com equações e gráficos matemáticos, torna-se necessário configurar o *software* de forma a aceitar essas modificações. A configuração deve ser feita da seguinte maneira:

Deve-se clicar em *File* >> *User Preferences* (figura 12).

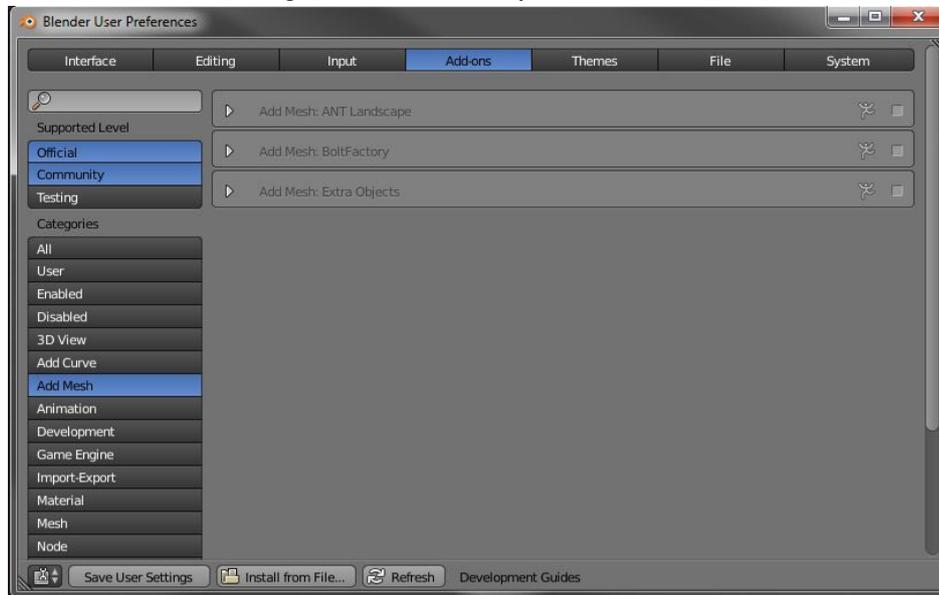
Figura 12 – *User Preferences software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Abrirá a tela (figura 13), nela são oferecidas várias opções de configurações, a que nos interessa neste momento é a aba *Add-ons*, selecionar no menu à esquerda da janela a opção *Add Mesh*.

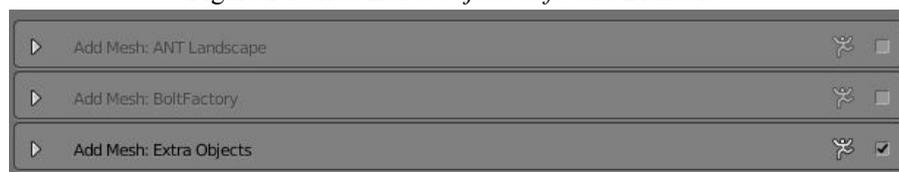
Figura 13– *Add Mesh software Blender*.



Fonte: Autora. 2016.

O complemento *Add Mesh: Extra Objects* (figura 14) se torna visível e clicando na caixa de seleção à direita o programa está pronto para suportar funções matemáticas.

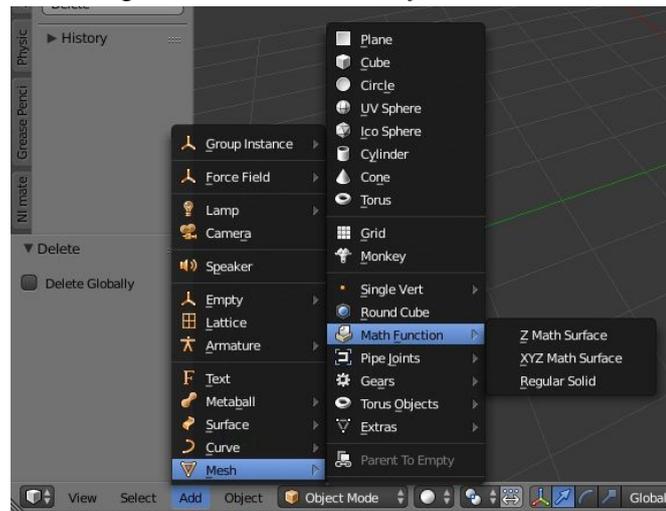
Figura 14 – *Add Extra Objects software Blender*.



Fonte: Autora. 2016.

Essa extensão do *software* foi criada através de um script na linguagem de programação Python para a versão 2.5 do Blender. O *script* de programação ativa a opção de objetos extras dentro do programa. O código pode ser encontrado no endereço da comunidade do *software* Blender (https://wiki.blender.org/index.php/Extensions:2.6/Py/Scripts/Add_Mesh/Add_Extra). A partir das versões superiores do programa não é preciso executar o *script*, pois já se encontra dentro das configurações.

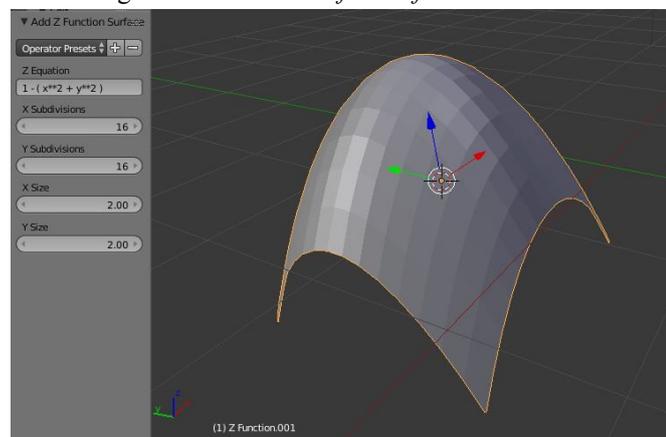
Para acessar a plataforma 3D é necessário acessar a barra inferior à opção *Add*, clicar em *Add»Mesh»Math Function* (figura 15).

Figura15 – *Math Function software Blender.*

Fonte: Autora. 2016.

Em *Math Function* são oferecidas três opções: *Z Math Surface*, *XYZ Math Surface* e *Regular Solid*.

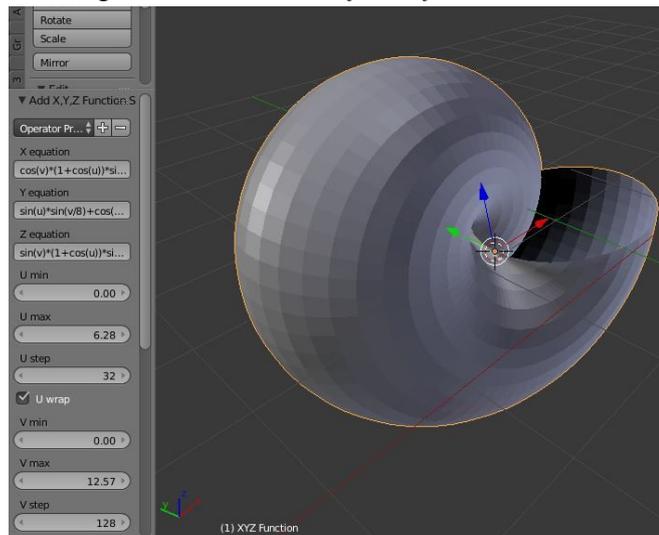
Z Math Surface: adiciona uma superfície que é definida por uma função da forma $Z = f(x,y)$ (figura 16).

Figura16 – *Z Math Surface software Blender.*

Fonte: Autora. 2016.

XYZ Math Surface: adiciona uma superfície que é definida por três funções, $x = f1(u,v)$, $y = f2(u,v)$ e $z = f3(u,v)$ (figura 17).

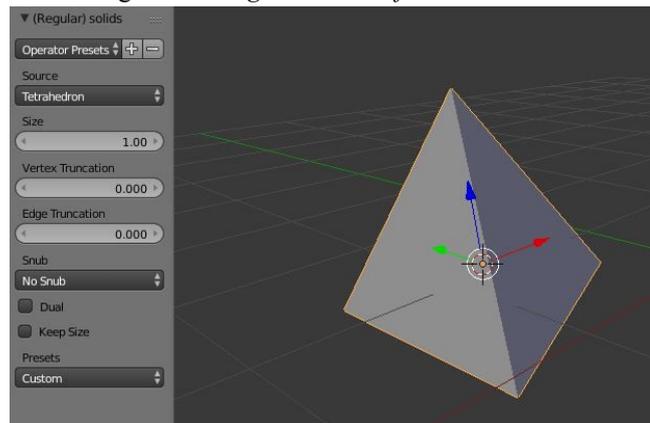
Figura17 – XYZ Math Surface software Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Regular Solid: adiciona uma superfície de polígonos regulares (figura 18).

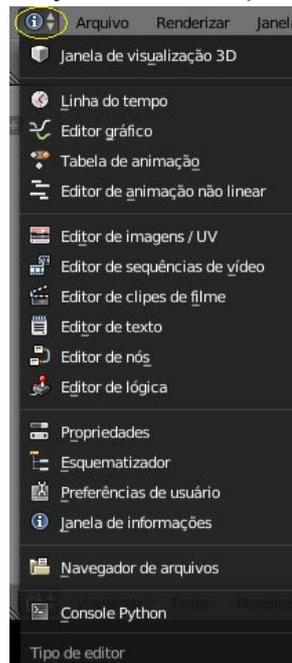
Figura18 – Regular Solid software Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Para usarmos a programação no Blender é utilizado o Python, ele está disponível para digitação em uma tela de programação e também apresenta uma tela para visualização das modificações. O acesso a essas telas não é essencial no Blender, visto que podemos inserir funções como já descrito anteriormente. Mostraremos apenas como acessar a janela de visualização (figura 19), já que foi item de pesquisa, pois, no início do trabalho acreditávamos que apresentaria as modificações na movimentação, na rotação, entre outras, e que por meio dela poderíamos utilizar as informações apresentadas para estudar a álgebra do Blender, o que não se confirmou, ela traz apenas a localização da figura/objeto e não as definições matemáticas por trás da programação.

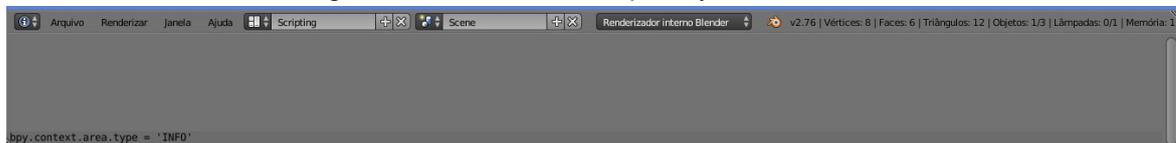
Figura 19 – Acessar a janela de informações *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

A janela de informações (figura 20) mostra as alterações na localização dos objetos/figuras em edição.

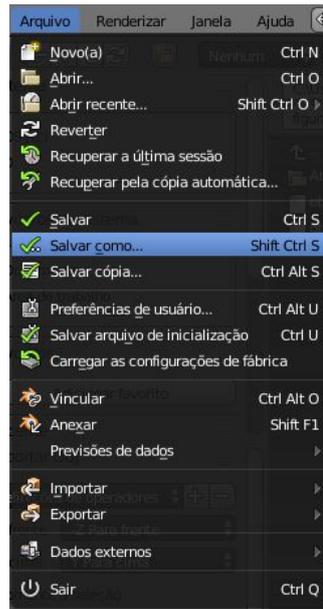
Figura 20 – Janela de informações *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Para salvar objetos/figuras criados no Blender e que se deseja utilizar para visualização em 3D é necessário que se salve os objetos criados acessando Arquivo>>Salvar como (figura 21) e, então, aparecerá uma tela para escolher o local onde salvar. Devemos clicar no botão Salvar como, localizado no canto superior esquerdo, pois, assim, será criado um arquivo com extensão .blend.

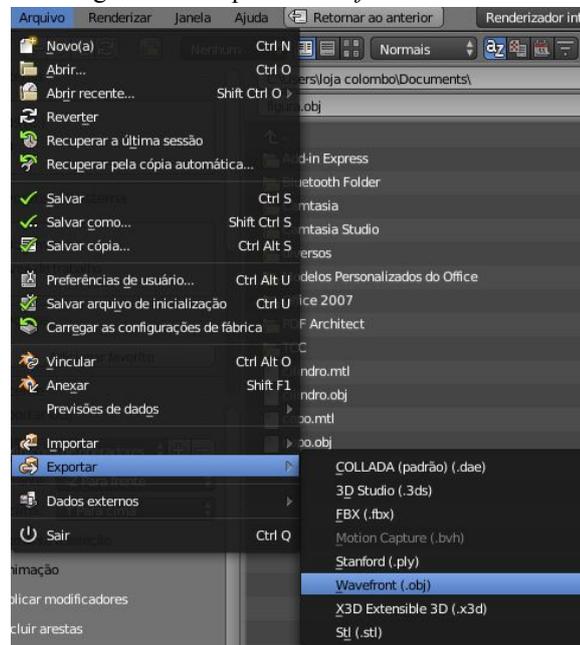
Figura 21 – Salvar objeto como .blend no *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Após salvar o objeto é necessário exportar para que possamos visualizar em 3D em outro *software*, para isso basta acessar Arquivo>>Exportar e escolher *Wavefront (.obj)* (figura 22).

Figura 22 – Exportar no *software* Blender.



Fonte: Autora. 2016.

Também é necessário marcar o *flag* Triangular Faces (figura 23), que vem sempre desmarcado, na parte inferior esquerda da tela para conseguir visualizar e movimentar o objeto em 3D no AndAR.

Figura 23 – Janela de informações *software* Blender para exportar obj.



Fonte: Autora. 2016.

Uma importante observação é a necessidade de sempre anotar, copiar e/ou gravar as funções utilizadas porque o *software* Blender não grava as funções modificadas e não temos como voltar ao passo anterior. Portanto, ao se modificar algo e quiser voltar a um passo anterior é preciso repetir todos os passos executados novamente.

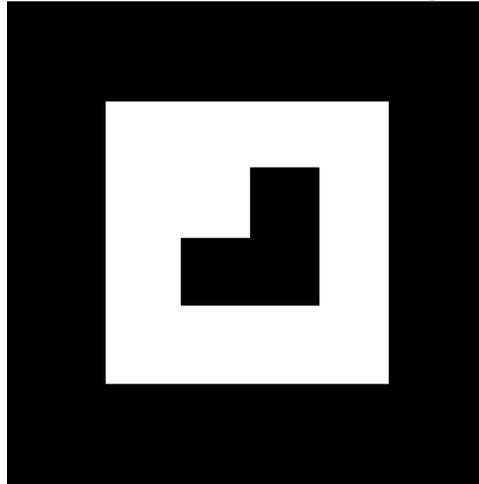
3.4.1.2 *Software* AndAR⁹

AndAR é um projeto direcionado para o uso de RA na plataforma *Android*. É um aplicativo de código aberto, ou seja, o mesmo está disponível para receber contribuições de usuários os quais podem submeter fontes de códigos para aprimorá-lo. Possui uma GPL (*General Public License* – Licença Pública Geral) o que permite aos seus usuários criarem, a partir do aplicativo, projetos livremente, desde que os mesmos estejam de acordo com os termos de sua GPL. AndAR está disponível para *download*¹⁰ na *Google Play Store* em dois arquivos distintos: “AndAR” e “*AndAR Model Viewer*”. Ambos os arquivos são necessários para experimentar os recursos de RA do aplicativo. A utilização do aplicativo requer a impressão de um *marker* (figura 24) o qual está disponível para *download* em um arquivo PDF no *site* oficial do AndAR.

⁹ Texto produzido em conjunto pelo grupo de pesquisa, uma vez que é objeto de todos os participantes.

¹⁰ A partir de um *Smartphone* ou *Tablet* com sistema operacional *Android* instalado.

Figura 24 - Ilustração do desenho utilizado como *marker* pelo aplicativo AndAR.



Fonte: <https://storage.googleapis.com/google-code-archive-downloads/v2/code.google.com/andar/Android.pdf>. Acesso em: 17 de março de 2016.

Após instalar os arquivos, o usuário deve localizar o atalho criado (no *Smartphone* ou no *Tablet*) para iniciar o aplicativo *AndAR Model Viewer*. A partir dele, o usuário terá acesso a uma pequena biblioteca que é composta por modelos de objetos 3D como, por exemplo, uma planta, uma cadeira, um sofá ou, até mesmo, um modelo do super-homem (figura 25).

Figura 25 - Imagem capturada da tela do *Smartphone* ao projetar o modelo de um super-homem sobre o *marker* utilizado pelo AndAR.



Fonte: Autora. 2016.

Além desses modelos prontos, é possível importar modelos customizados criados, por exemplo, com o programa Blender. Contudo, os modelos gerados a partir desse programa devem ser exportados, obrigatoriamente, no formato *wavefront* (extensão *.obj*) para o aplicativo AndAR. Nesse caso, também será necessário instalar o arquivo *OI File Manager*¹¹ para importar os modelos criados com o programa Blender para o menu do aplicativo AndAR.

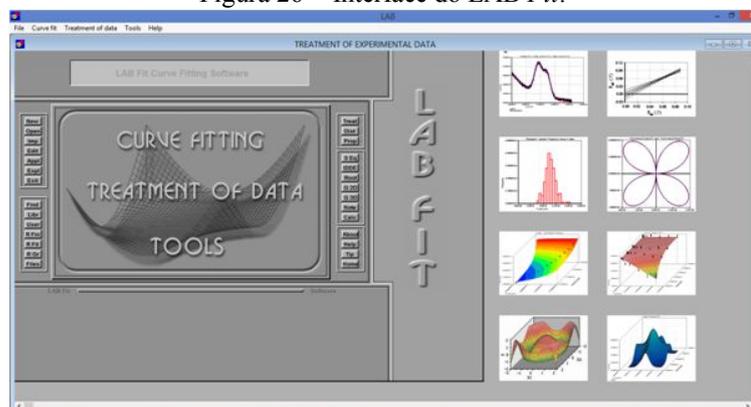
¹¹ Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=org.openintents.filemanager&hl=pt_BR. Acesso em: 17 de março de 2016.

Após carregar o objeto desejado (da biblioteca ou através da importação de um modelo criado com o programa Blender), basta apontarmos a câmera do *Smartphone* ou do *Tablet* para o centro do *marker* (ilustrado na figura 24) para visualizarmos o objeto escolhido na tela do aparelho utilizado (exemplo da figura 25). O usuário poderá girar em torno do modelo 3D (desde que continue apontando a câmera para o centro do *marker*), analisando o objeto de diversos ângulos. Além disso, é possível aumentar e diminuir o tamanho do modelo apenas deslizando o dedo (convenientemente, para cima ou para baixo) sobre a tela do *Smartphone* ou do *Tablet*. Entre outros recursos, o usuário pode abrir um menu a partir da tela do *Smartphone* ou do *Tablet* o qual disponibilizará funções como: transladar e rotacionar o modelo 3D sobre o *marker* bem como tirar uma foto do modelo 3D (caso da figura 25).

3.4.1.3 Software LAB Fit¹²

O LAB Fit é um *software* disponível na internet. Ele apresenta, como uma de suas principais funcionalidades, um processo para obtenção da lei de formação de alguma função (de uma ou mais variáveis), para isso o usuário necessita informar no programa, por exemplo, uma determinada quantidade de pontos em coordenadas cartesianas (x,y,z). A partir das coordenadas informadas o programa retorna, com base nos dados coletados, as melhores funções encontradas (a partir de uma biblioteca pré-definida no próprio programa), ou seja, ele procura encontrar uma função $f(x,y)=z$ que utilize a maior quantidade dos pares ordenados (x,y), informados pelo usuário, de maneira que a função assuma os valores de z (também informados pelo usuário) correspondentes à lei de formação da função f , também informada pelo usuário de acordo com a sintaxe do programa. Em anexo a interface do *software* (figura 26).

Figura 26 - Interface do LAB Fit.



Fonte: Autora. 2016.

¹² Disponível em: https://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/download_p.htm Acesso em: 01 de junho de 2016.

Após essa apresentação dos *softwares* que utilizamos nesse trabalho, relatamos no tópico a seguir os procedimentos metodológicos dessa pesquisa.

3.5 Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa foi desenvolvida tendo como sujeito a própria pesquisadora. A produção dos dados foi em meu ambiente natural, muitas vezes em casa, durante o desenvolvimento da pesquisa, outras vezes nas orientações, na Universidade, sozinha ou com o grupo de pesquisa e o orientador em que discutíamos os rumos da pesquisa e da elaboração de atividades. De forma que, como os dados são descritivos e os resultados evidenciados à luz do referencial teórico, tornou-se necessário que o processo de pesquisa em torno da RA e a realização das atividades fossem bem detalhados. Para um bom entendimento, por parte do leitor, dos procedimentos metodológicos adotados durante essa pesquisa, os dividimos em três etapas complementares entre si, conforme segue.

3.5.1 Etapas da Pesquisa

A primeira etapa desta investigação foi a pesquisa, leitura e catalogação de autores que abordam os assuntos de que trata esta pesquisa, ou seja, Realidade Aumentada, a Cognição Corporificada, a Experiência Estética, a Cyberformação e Estudo das Funções. Sejam eles: Realidade Aumentada tendo como principal fonte Kirner e Scouto (2007); Cognição Corporificada tendo como principais autores Lakoff e Johnson (1981) e Weissheimer e Fernandes (2012); Experiência Estética tendo como principais fontes Rosa e Pazuch (2012), Turkle (1984); Cyberformação tendo como principais autores Rosa (2008, 2015) e Vanini, Rosa, Justo e Pazuch (2013); Funções tendo como principais autores Anton, Bivens e Davis (2007) e Caraça (2003) e a perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com*, tendo como principal autor Rosa (2008). Esta etapa foi o momento de revisão bibliográfica, trazendo a análise do objeto em estudo embasando-se nos autores pesquisados para entendimentos dos assuntos e construindo o referencial teórico para esta pesquisa.

A segunda etapa compreendeu o trabalho de exploração do *software* Blender visando verificar suas potencialidades e entender como poderiam ser trabalhadas as funções de duas variáveis reais em atividades que explorassem a experiência estética da matemática na produção do conhecimento matemático. Com esse intuito, realizamos um estudo exploratório

visando montar um passo a passo das funcionalidades que seriam usadas nas atividades desenvolvidas pelo grupo de pesquisa. Essa pesquisadora trabalhou na realização de atividades propostas pelo grupo de pesquisa e, também, procurou verificar se a linguagem usada pelo *software* Blender, o Python, proporcionava uma descrição da matemática utilizada pelo *software* Blender, o que não se concretizou, visto que esse *software* não fornece essa informação, partindo, então, para trabalhar com as atividades desenvolvidas em termos de investigar como a experiência estética da matemática se dava e como explorá-la na formação de professores, no caso, a própria pesquisadora (sujeito da pesquisa).

Na terceira etapa foi realizada pela pesquisadora a análise dos dados produzidos durante o trabalho de pesquisa, fazendo parte desse todo o material produzido: anotações, vídeos, áudios e realização de tarefas com o intuito de explorar as práticas relacionadas com a perspectiva do *ser-com*, *pensar-com*, e *saber-fazer-com-TD* defendidas por Rosa (2008). Analisamos no *ser-com-TD* o plugar-se no aplicativo por meio da interface. O *pensar-com-TD* analisamos a realização das atividades com TD pelo grupo de pesquisa utilizando os aplicativos de RA. Ainda, analisamos o *saber-fazer-com-TD* ao refletir sobre a forma que as atividades com RA foram elaboradas.

No próximo capítulo, apresentaremos a descrição e análise dos dados, para que haja o entendimento do processo de produção e análise dos dados produzidos.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo serão apresentados os dados produzidos durante a pesquisa, bem como a análise desses à luz do referencial teórico, esses foram produzidos com o propósito de responder a pergunta diretriz: **"De que maneira a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar/potencializar a formação docente?"**

Acreditamos que as respostas a esta pergunta poderão ser concebidas através da análise de recortes dos dados coletados a luz de pressupostos teóricos, principalmente, a partir da percepção do *ser-com*, *pensar-com*, *saber-fazer-com-TD*. Ainda, nesta análise, serão demonstrados e relacionados aspectos da Cyberformação, da Cognição Corporificada, Experiência Estética e do uso das TD na Educação Matemática.

Os dados, dessa pesquisa, foram separados em episódios, forma que serão apresentados e analisados, por meio de uma leitura atenta dos registros das Anotações Diárias (AD) e as conversas do grupo de pesquisa no *WhatsApp*. Desta forma, esclareço as características que se sobressaíram de modo a responder a pergunta diretriz serão

apresentadas em cada episódio, a partir das seguintes categorias: Ao se Perceber a Matemática com a Realidade (Realidade Virtual e Mundana), dimensão específica (matemática); Ao se realizar *Agency* (ação com vontade e senso de realização), dimensão pedagógica; e, Ao mobilizar o ser-com-TD em com-junto a Realidade Mundana, dimensão tecnológica.

Esclarecemos que a categoria, denominada "**Ao se Perceber a Matemática com a Realidade**" (Realidade Virtual e Mundana), refere-se à experiência estética da matemática transformando e potencializando a formação docente ao se desenvolver atividades que exijam a percepção matemática da realidade. Essa categoria favorece a cognição no que se refere à matemática, está inserida na dimensão específica (matemática) e abre possibilidades em termos formativos matemáticos a futuros professores. Já a categoria, chamada "**Ao se Realizar Agency**" (ação com vontade e senso de realização), envolve a correlação da matemática com o mundano, no sentido de fazer sentido, pensando a atividade como o aluno que a resolve e, a partir disso, como professor, pensar em como construir uma atividade com a Realidade Aumentada. Esse processo de idealização do *design*, em termos de ação com vontade e senso de realização, se insere na dimensão pedagógica da formação. E ainda, a categoria, "**Ao mobilizar o ser-com-TD em com-junto a Realidade Mundana**", refere-se à tecnologia como extensão do corpo, isto é, em que se aprende a lidar com a tecnologia como parte do nosso corpo. Essa categoria, então, se insere na dimensão tecnológica da formação.

Ao apresentarmos cada episódio, iniciaremos pela numeração do episódio, seguida do dia, e a descrição do episódio. Como, por exemplo, o primeiro episódio que apresentaremos, **E1 (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP.**

Os episódios que apresentaremos e analisaremos serão os seguintes: **E1 - (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP; E2 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.1 - Realidade Aumentada e Blender; E3 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.3 - Realidade Aumentada e Blender; e, E4 - (07/07/2016) - Resolução Atividade - Funções de duas Variáveis.**

Cabe esclarecer aqui que realizamos todas as atividades, essas estão em sua totalidade em anexo (ANEXO I, II e III) no final do trabalho. No entanto, fazem parte desses episódios, que serão apresentados nesse capítulo, as realizações de parte dessas atividades propostas pelo grupo de pesquisa, aquelas que julgamos mais esclarecedoras frente as categorias estabelecidas.

No que diz respeito à transcrição dos dados, entendemos que estes esclarecimentos iniciais, sobre o modo como retratamos as expressões do que foi percebido e como

procedemos a análise dos dados, podem auxiliar o entendimento do leitor acerca do nosso trabalho.

No seguimento do trabalho abordaremos, nos próximos tópicos, los episódios, um em cada subseção, aos quais analisaremos a partir das categorias definidas.

4.1 E1 - (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP

O licenciando/pesquisador P1 encaminha mensagem (figura 27) relatando que conseguiu fazer uma taça, construída no Blender, em que encaminha a foto de uma taça. A seguir também mostramos a taça visualizada com o AndAR, numa visão lateral (figura 28) e numa visão de cima (figura 29).

Figura 27 - Conversa *WhatsApp* GP - 19/04/2016.



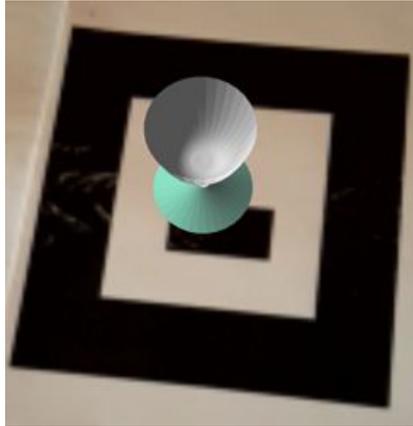
Fonte: Autora. 2016.

Figura 28 - Imagem projetada no *smartphone* ao visualizar a taça (visão lateral).



Fonte: Autora. 2016.

Figura 29 - Imagem projetada no *smartphone* ao visualizar a taça (visão de cima).



Fonte: Autora. 2016.

Ao visualizar o objeto no AndAR obtém-se uma diferença estética da matemática que a Realidade Aumentada nos oferece, é a percepção que se tem ao movimentar o *smartphone* para olhar o objeto que se mostra de todos os ângulos. Assim como os gestos que praticamos, chegando o celular mais perto do marcador, girando o aparelho, aproximando ou afastando nos levam a pensar em termos da cognição corporificada já que a movimentação do braço em conjunto com o celular fazem lidar com a tecnologia como se fizesse parte de nós.

Ao explorar o *software* AndAR a licencianda/pesquisadora P3, como podemos ver nas figuras 28 e 29, explora a percepção estética da matemática explorando o objeto virtual, assim como Rosa e Pazuch (2012) se referem à percepção que se trata da compreensão do que é vivido, do processo cognitivo ao se *pensar-com* aquilo que é vivenciado. Assim, nos remete ao que Guimarães (2006) afirma sobre "cognição corporificada" que "[...] relaciona-se não só com o que acontece na mente, no racional, na lógica, mas envolve especialmente o corpo e a emoção.". Ainda, de acordo com Weissheimer e Fernandes (2012) os "[...] gestos não são apenas comunicativos [...] servem a uma função cognitiva contribuindo para apoiar o processo de raciocínio". Desta forma, a utilização de aparatos tecnológicos móveis (*smartphones* e *tablets*) como contribuintes nos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da experiência estética em que "o objeto que opera com movimentos, imagens, cores, sensações e que é capaz de ser um representante de materiais formulados para a experiência estética" como defende Rosa (2015).

Evidenciamos que, desta maneira, estamos utilizando as possibilidades com o uso das tecnologias, de maneira que "possam ampliar, potencializar ou transformar a aprendizagem da matemática, diferentemente do uso da tecnologia pelo uso", conforme sustenta Rosa (2011).

4.2 E2 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.1 - Realidade Aumentada e Blender

REALIDADE AUMENTADA E BLENDER (RESENDE, 2016, p. 67-78)

ATIVIDADE 1.1

Antes de começar a primeira atividade, importe o arquivo *Atividade1.obj*¹³ para o aplicativo AndAR. Na imagem abaixo, encontra-se uma figura denominada marcador. Dessa maneira, por meio do aplicativo AndAR, direcione a câmera do seu *smartphone* ou *tablet* para o marcador. Você verá um objeto projetado na tela de seu dispositivo móvel. Faça proveito da Realidade Aumentada interagindo com o ambiente mundano e manipule o dispositivo em todas as direções que achar melhor. Depois de explorar, pense na seguinte questão.

Qual a superfície dentre as alternativas deve ser revolucionada em torno de um eixo para resultar no objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente. Utilize a opção *Math Function* do *software* Blender para gerar as superfícies nas alternativas no menu *Z Equation* do programa.

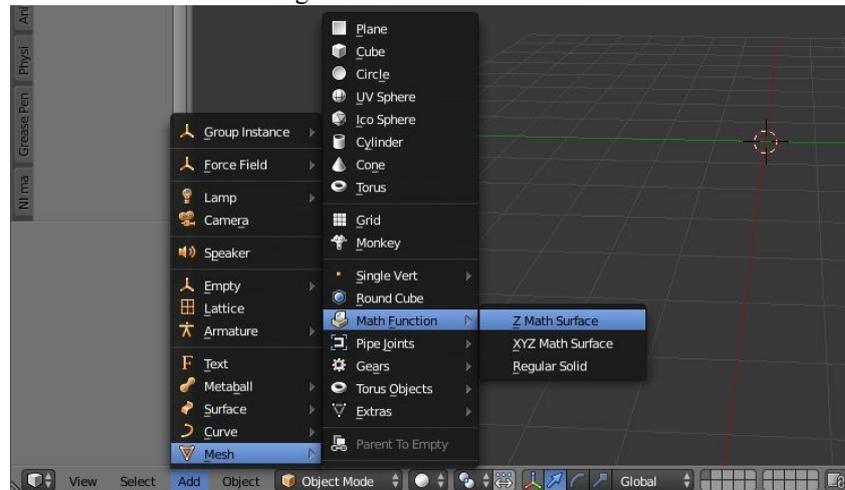
- a) $z = x^2 + y^2$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (*X size* = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (*Y size* = 2).
- b) $z = 2$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (*X size* = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (*Y size* = 2).
- c) $z = x^{15} + y$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (*X size* = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (*Y size* = 2).

Observação: Nas imagens presentes abaixo, as funções que são apresentadas são ilustrativas para demonstrar o caminho a ser seguido no intuito de descrever os recursos do *software*.

Execute o programa Blender. Ao iniciar, exclua o objeto padrão que é visualizada na tela. Selecione o recurso *Math Function*. Desta maneira, acesse *Add>>Mesh>>Math Function>>Z Math Surface*. A figura 31 ilustra a descrição.

¹³ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTlsQUkzNkU>.

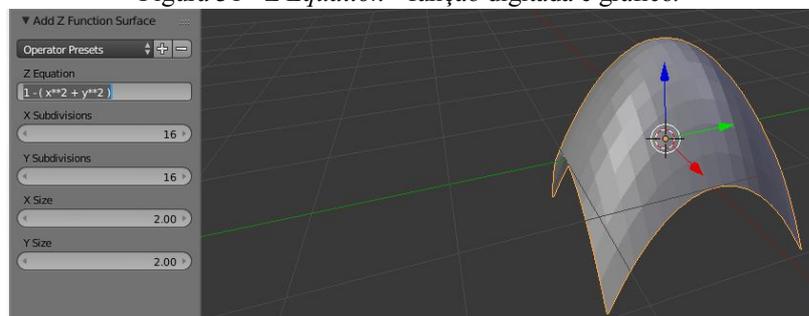
Figura 30 - Z Math Function.



Fonte: Resende. 2016.

Quando aparecer uma função por padrão na tela, teremos uma porção de opções para alterar a função que aparece por padrão no programa. A figura 32 mostra que temos alguns campos que podem ser alterados. Primeiramente altere a função padrão pela superfície escolhida dentre as alternativas apresentadas anteriormente para ser modelada na tela do *software*. Ou seja, em *Z Equation* digite a superfície escolhida nas alternativas.

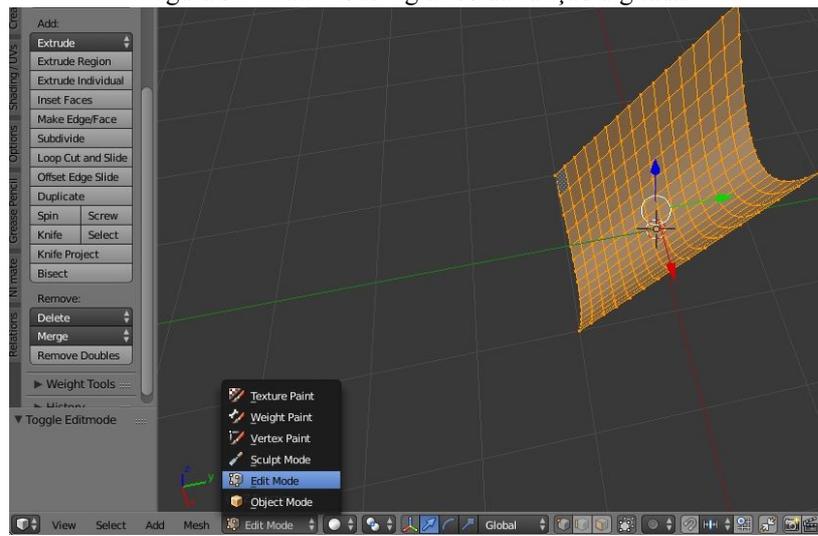
Figura 31 - Z Equation - função digitada e gráfico.



Fonte: Resende. 2016.

Logo depois de visualizar a sua função no Blender, pense na questão: **qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.**

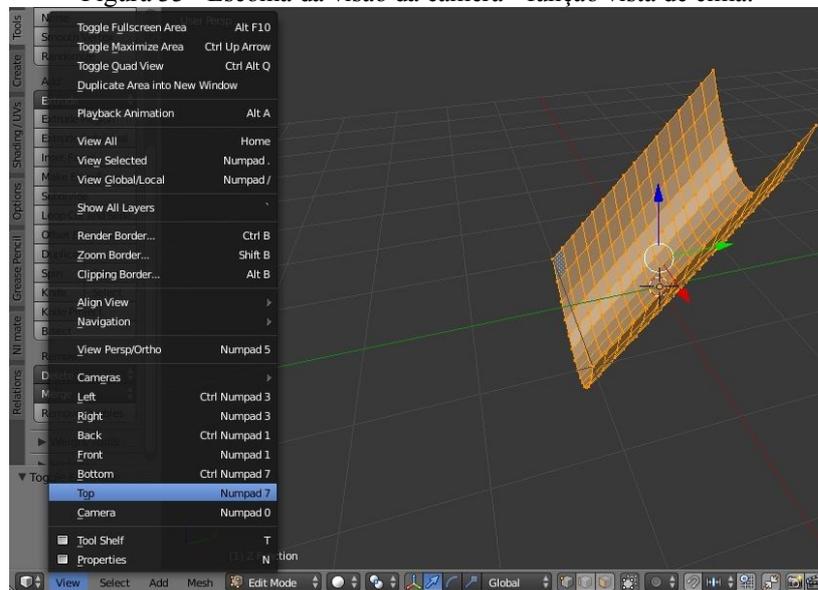
Para isso, você pode utilizar o recurso “*Spin*” do Blender. Para ter acesso ao “*Spin*”, clique na opção “*Edit Mode*” na barra inferior. Logo, a opção “*Spin*” já estará disponível no menu de opções à esquerda. Observe a figura 32:

Figura 32 - *Edit Mode* - gráfico da função digitada.

Fonte: Resende. 2016.

Antes de revolucionar a função, você deve escolher o eixo de revolução. Assim, clicar para escolher a “visão” da câmera do *software* que queremos revolucionar a função, ou seja, clicar na barra inferior em *View*>> (*top, bottom, right, left, front ou back*).

Figura 33 - Escolha da visão da câmera - função vista de cima.

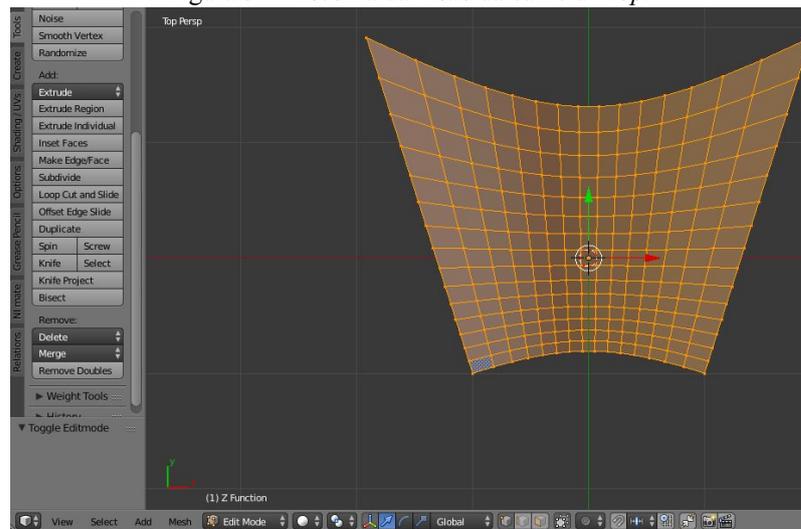


Fonte: Resende. 2016.

Logo após escolher o eixo de rotação pelas opções *top* [eixo z, (0,+00)], *bottom* [eixo z, (0,-00)], *right* [eixo y, (0,+00)], *left* [eixo y, (0,-00)], *front* [eixo x, (0,+00)] ou *back* [eixo x, (0,-00)]. Clicar na extremidade da função no eixo escolhido. Por exemplo, escolher a visão “*top*” e clicar no centro da função.

Aqui, enxergamos na tela os ângulos dos eixos coordenados. Por exemplo, clicando em *View*>> *Top*, temos a função vista de cima. Segue a figura 34.

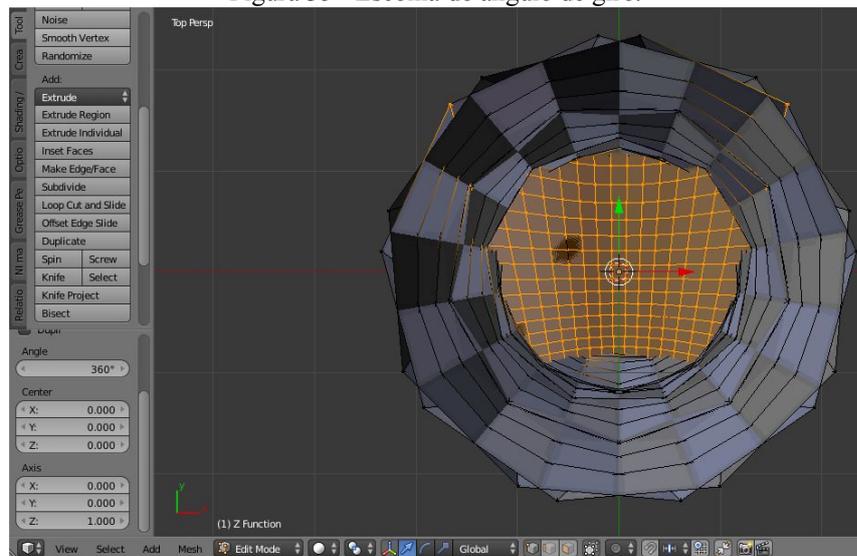
Figura 34 - Escolha da visão da câmera - top.



Fonte: Resende, 2016.

Escolhido o eixo de revolução, agora é só clicar na opção “*Spin*” no menu à esquerda. Abaixo da opção *spin* podemos escolher quantos graus queremos revolucionar a função no eixo determinado.

Figura 35 - Escolha do ângulo de giro.



Fonte: Resende, 2016.

Portanto, você está apto a responder o questionamento anterior. **Foi possível esboçar o objeto visualizado no aplicativo AndAR? Qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.**

- Eixo x (cor vermelha).
- Eixo y (cor verde).
- Eixo z (cor azul).

No marcador recebido, compare a sua construção com o objeto original visualizado no aplicativo (Atividade1.obj). **Descreva as diferenças ou semelhanças dos objetos encontrados. Encontrou o mesmo objeto? Justifique/explice sua resposta detalhadamente.**

Resolução: Ao observar a imagem projetada do arquivo *Atividade1.obj* (figura 36) utilizando o aplicativo AndAR aparece um objeto que assemelha-se a um cilindro¹⁴, ao girar o *smartphone* para os lados, para baixo e para cima com a intenção de olhar em volta para verificar se é um cilindro.

Figura 36 - Imagem projetada no *smartphone* do arquivo *Atividade1.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

Quando a licencianda/pesquisadora relata durante a resolução da atividade que "ao girar o *smartphone* para olhar em volta" percebe-se a interação entre o mundano e o virtual, já ao direcionar a câmera para o marcador surge um objeto com o qual podemos movimentar, transladar, usando gestos de seu corpo como possibilidade na construção dos conhecimentos matemáticos assim como citado por Weissheimer e Fernandes (2012) os "[...] gestos não são apenas comunicativos [...] servem a uma função cognitiva contribuindo para apoiar o processo de raciocínio" de modo que observamos a dimensão tecnológica. Aliado a isso, o uso da RA que segundo Kirner e Siscouto (2007) traz "o enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real" também podem contribuir na construção dos conhecimentos matemáticos. Bem como podemos também dizer, de acordo com o que Rosa (2015), que "o objeto que opera com movimentos, imagens, cores, sensações e que é capaz de ser um representante de materiais formulados para a experiência estética" e ainda, conforme Rosa (2008), nos remonta à vivência, propiciando experienciar o

¹⁴ Durante o estudo do sobre o *software* Blender verificamos que esse tem limitações, no momento que se dá um zoom no sólido gerado, percebemos que apesar de se rotacionar em torno do eixo escolhido o software retorna um objeto com vértices e faces.

belo, ou melhor, vivenciar as informações e tornando possível, a partir dessa experiência, a produção do conhecimento do *ser-com*, *pensar-com*, *saber-fazer-com* o mundo cibernético.

Seguindo a resolução, escolhendo então a letra b) $Z = 2$ como resposta ao primeiro item desta atividade já que queremos reproduzir o cilindro visualizado no *software* AndAR no início da atividade. O próximo item foi o eixo em que devemos girar a função para chegar ao objeto apresentado, seguindo os passos descritos na atividade, para incluir a função no *software* Blender, e alterando o ângulo para 360° se opta pela letra “a”.

Entendemos que o professor em formação, deverá ser capaz de repensar suas técnicas, procurando modificar suas práticas pedagógicas, no caso a licencianda/pesquisadora, como sujeito dessa pesquisa pensando realizar as atividades propostas pelo grupo de pesquisa apresentadas nesse trabalho em que o uso da RA se faz presente com o intuito de transformar/potencializar o processo de produção de conhecimento matemático, de forma que a teoria e prática estejam entrelaçadas, para que a matemática seja percebida com a RA. Identificamos a dimensão de formação específica (matemática) da Cyberformação, assim como Rosa (2015) descreve quando a licencianda/pesquisadora relata ao realizar a atividade 1.1 "aparece um objeto que assemelha-se a um cilindro, ao girar o *smartphone* para os lados, para baixo e para cima com a intenção de olhar em volta" percebendo a matemática com a RA.

Ainda, identificamos a dimensão da Cyberformação, a formação tecnológica, no momento que, realizando essa atividade, a licencianda/pesquisadora relata " aparece um objeto que assemelha-se a um cilindro, ao girar o *smartphone* para os lados, para baixo e para cima com a intenção de olhar em volta para ter certeza de que é um cilindro" ela está utilizando o dispositivo móvel com-junto o corpo (no caso a mão e o braço) olhando em volta do objeto, mostrando a inserção do *ser-com-TD* já que a licencianda/pesquisadora e o seu celular, se "morfam" em um só, assim como apontado por Rosa (2015, p. 70) que "indica a transformação como processo revelado pela concepção do "ser-com" tecnologia".

4.3 E3 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.3 - Realidade Aumentada e Blender

REALIDADE AUMENTADA E BLENDER (RESENDE, 2016, p. 67-78)

ATIVIDADE 1.3

Antes de começar a terceira atividade, importe o arquivo *Atividade3.obj*¹⁵ para o aplicativo AndAR. Comparando a imagem de um fenômeno físico que temos abaixo com o objeto visualizado no aplicativo por meio do marcador, encontre a função $z = f(x,y)$ que satisfaça o formato do fenômeno natural. Primeiro observe a atenção na imagem abaixo.

Figura 37 - Fenômeno físico onda.



Fonte: <http://www.downloadwallpapers.com/papel-de-parede/onda-de-agua-cristalina-4817.htm>.

Logo em seguida, utilize o aplicativo AndAR para abrir o arquivo *Atividade3.obj* apontando a câmera para o marcador.

Assim, pense na questão acima. Utilizando o *software* Blender e o recurso "*Math Function*" mostrado anteriormente, **qual a função que melhor representa o fenômeno da primeira imagem?** Faça uso do Blender e explore a melhor função entre as opções que pode estimar o formato do movimento da onda. Lembre de justificar detalhadamente a sua resposta.

- a) $z = x + y$
- b) $z = \sin(x)$
- c) $z = 2*x + e^x$

Logo em seguida, compare o objeto virtual anterior visualizado no aplicativo com o objeto do marcador abaixo. Para isso, importar o arquivo *Atividade3.1.obj*¹⁶ no aplicativo AndAR apontando para o marcador.

Qual é a diferença entre as duas funções virtuais? Como podemos chegar à segunda função partindo da função do primeiro marcador que foi visualizada? Justifique/explique sua resposta.

Resolução: Observando a figura de uma onda (figura 37) que esta atividade traz e em seguida observando a imagem projetada no aplicativo com o arquivo *Atividade3.obj* (figura 38) percebe-se que o objeto projetado no aplicativo parece com um gráfico de função trigonométricas conhecidas.

¹⁵ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTIsQUkzNkU>.

¹⁶ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTIsQUkzNkU>.

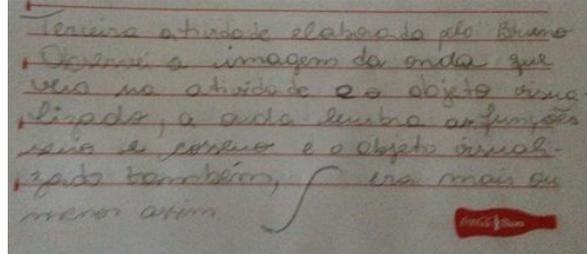
Figura 38 - Imagem projetada no *smartphone* do arquivo *Atividade3.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

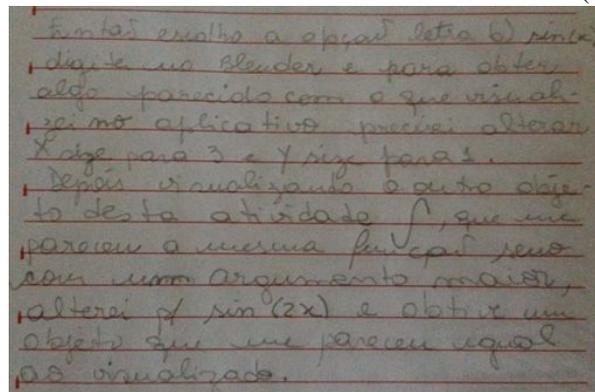
Como, conforme relato da licencianda/pesquisadora em trecho das AD - Realizando a atividade 1.3 - 15/05/2016 (figura 39), abaixo, em que aponta a "onda lembra as funções seno e cosseno e o objeto visualizado também", então escolha da resposta recai sobre a letra b) $z = \sin(x)$.

Figura 39 - AD - Realizando a atividade 1.3 - 15/05/2016.



Fonte: Autora. 2016.

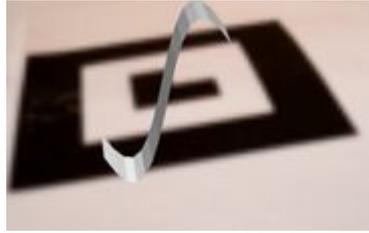
Figura 39 - AD - Realizando a atividade 1.3 - 15/05/2016 (cont).



Fonte: Autora. 2016.

A questão seguinte desta atividade foi pedir que se observasse a imagem projetada pelo arquivo *Atividade3.1.obj* (figura 40) e se apontasse a diferença entre os dois objetos e como chegar ao objeto da figura 40 partindo do primeiro figura 41.

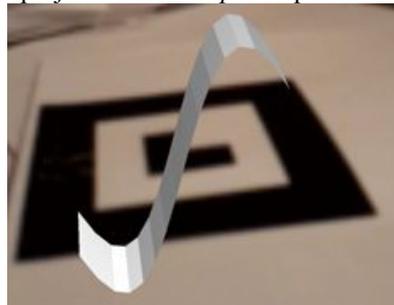
Figura 40 - Imagem projetada no *smartphone* do arquivo *Atividade3.1.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

Para responder a esta questão torna-se necessário lembrar como é o comportamento das funções trigonométricas, mais especificamente a função seno, que conforme relata em trecho das AD - Realizando a atividade 1.3 - 15/05/2016 (figura 40), "me pareceu a mesma função com um argumento maior, alterei para $\sin(2x)$ e obtive um objeto que me pareceu igual ao visualizado", optando assim pela alternativa $z = \sin(2*x)$, não esquecendo ainda que foram alterados os tamanhos dos intervalos de x e y , $X\ Size = 3$ e $Y\ Size = 1$, para se obter o objeto (figura 41).

Figura 41 - Imagem projetada no *smartphone* produzida pela pesquisadora.



Fonte: Autora. 2016.

Quando a licencianda/pesquisadora relata durante a resolução da atividade que "a função lembra as funções seno e cosseno" e ainda quando visualiza o segundo objeto fornecido na atividade "pareceu a mesma função seno com um argumento maior" revelando-se que se direcionar a câmera para o marcador de forma a visualizar o objeto e movimentando, girando o *smartphone*, de modo que usando gestos do corpo trazendo possibilidades na construção dos conhecimentos matemáticos como citado por Weissheimer e Fernandes (2012) os "gestos" "servem a uma função cognitiva" que podem contribuir no "processo de raciocínio". O uso da RA, conforme definido por Kirner e Siscouto (2007), denota "o enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real" que podem contribuir na construção dos conhecimentos matemáticos. Já quanto à experiência estética, de acordo com Rosa (2015), ao apontar que "o objeto que opera com movimentos, imagens, cores, sensações e que é capaz de ser um representante de materiais formulados para a experiência estética" e mais ainda,

conforme Rosa (2008), vivenciar as informações ao experienciar o belo acaba tornando possível a produção do conhecimento do *ser-com*, *pensar-com*, *saber-fazer-com* o mundo cibernético.

Entendemos que o professor em formação, deverá ser capaz de repensar suas técnicas, procurando modificar suas práticas pedagógicas, no caso a licencianda/pesquisadora, como sujeito dessa pesquisa pensando realizar as atividades propostas pelo grupo de pesquisa apresentadas nesse trabalho em que o uso da RA se faz presente com o intuito de transformar/potencializar o processo de produção de conhecimento matemático, de forma que a teoria e prática estejam entrelaçadas, para que a matemática seja percebida com a RA. Identificamos a dimensão de formação específica (matemática) da Cyberformação, assim como Rosa (2015) descreve quando a licencianda/pesquisadora relata ao realizar a atividade 1.3 "onda lembra as funções seno e cosseno e o objeto visualizado também" percebendo a matemática com a RA.

Outra a dimensão da Cyberformação identificada é a formação tecnológica, no momento que, realizando essa atividade, a licencianda/pesquisadora está utilizando o dispositivo móvel com-junto o corpo (no caso a mão e o braço) olhando em volta do objeto, mostrando a inserção do *ser-com*-TD já que a licencianda/pesquisadora e o seu celular, se "morfam" em um só, assim como apontado por Rosa (2015, p. 70) que "indica a transformação como processo revelado pela concepção do "ser-com" tecnologia".

4.4 E4 - (07/07/2016) - Resolução Atividade - Funções de duas Variáveis

ATIVIDADE - FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS (BULLA, 2016, p.74-78)

- I. Para realização dessa atividade, é necessário um *smartphone* ou *tablet* com sistema operacional *Android* 5.0 ou superior. Além disso, você deverá instalar no seu aparelho os aplicativos *AndAR*, *AndAR Model Viewer* e *OI File Manager*, disponíveis na *Google Play Store*;
- II. Será necessário, da mesma forma, instalar o *software LAB Fit* em seu computador o qual está disponível para o sistema operacional Windows 7 ou superior através do link: http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/download_p.htm. Acesso em: 24 de jun. 2016;
- III. Tenha em mãos uma régua ou um esquadro com escala em centímetros, pelo menos;

- IV. Copie os arquivos *Objeto1.obj/Objeto1.mtl*¹⁷, *Objeto2.obj/Objeto2.mtl*¹⁸, *Objeto3.obj/ Objeto3.mtl* e *Objeto4.obj/ Objeto4.mtl* (em anexo) para uma pasta do seu *smartphone* ou *tablet*;
- V. Imprima o *marker* de borda centimetrada (em anexo) para visualizar os modelos virtuais disponíveis nos arquivos copiados anteriormente;
- VI. Abra um dos arquivos (*Objeto1.obj* ou *Objeto2.obj* ou *Objeto3.obj* ou *Objeto4.obj*), salvos em uma pasta do aparelho, a partir do ícone do aplicativo, criado na tela do *smartphone* ou *tablet*: **AndAR Model Viewer**→**Selecione um arquivo de modelo**. Para acessar um dos arquivos, você perceberá que o aplicativo *OI File Manager* será aberto a partir dessa última opção selecionada. Assim, você deverá localizar um dos arquivos conforme a pasta em que estes foram salvos no aparelho;
- VII. Agora, observe o modelo virtual (escolhido a partir de um dos arquivos), utilizando os recursos do aplicativo *AndAR Model Viewer*, tais como ampliar ou reduzir o tamanho (deslize um dedo, convenientemente, sobre a tela do aparelho para perceber esse efeito). Utilize, também, o recurso rotação ou, se preferir, rotacione o *marker* impresso em sentido horário e/ou anti-horário para gerar um efeito semelhante. Igualmente, você pode se mover em torno do objeto, desde que você continue focando a câmera do aparelho para o centro do *marker* de borda centimetrada;
- VIII. Agora sim, você está pronto! Por isso, leia atentamente os itens abaixo para tentar respondê-los:

a) Observando o modelo virtual no ambiente de Realidade Aumentada, disponível em um dos arquivos com extensão “.obj”, você consegue verificar alguma semelhança ou referência do modelo virtual visualizado com algum objeto mundano? Tente citar alguns exemplos, descrevendo-os com suas palavras. **OBS.: Exercite sua imaginação!**

b) O modelo virtual, visualizado anteriormente, de fato, foi criado com um programa computacional de modelagem virtual 3-D. É verdade, também, que para construção desse modelo virtual foram utilizadas as superfícies descritas por funções de duas variáveis reais. Sabendo disso, pense que tipos de funções de duas variáveis reais podem descrever o

¹⁷ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTIsQUkzNkU>.

¹⁸ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTIsQUkzNkU>.

modelo virtual visualizado no começo dessa atividade. Consulte a internet ou um livro para auxiliá-lo a responder essa pergunta.

c) Nesse item, vamos exercitar a noção de domínio de funções de duas variáveis reais. Analise e pratique a resolução dos subitens a seguir:

i. Observe o modelo virtual escolhido, utilizando a câmera do *smartphone* ou *tablet*, de modo que você ajuste o ângulo da câmera do aparelho perpendicularmente em relação ao *marker* de borda centimetrada. Ou seja, observe o modelo virtual escolhido de uma vista de cima, paralela ao plano do *marker* de borda centimetrada;

ii. A partir desse ponto de vista, localize o centro do *marker* de borda centimetrada e assumo-o como ponto de origem de um plano de coordenadas cartesianas xy . Nesse caso, considere como ponto de origem do plano formado pelo *marker* de borda centimetrada o ponto $P = (0, 0)$;

iii. Agora, tente registrar pares ordenados (x, y) , com suporte da borda centimetrada do *marker* e das tabelas (em anexo), os quais pertençam à imagem descrita pelo modelo virtual. Nesse caso, analise, individualmente, em partes cada um dos modelos virtuais, conforme o formato de cada um dos modelos virtuais (analise o comportamento das curvas das imagens de cada um dos modelos virtuais). Tente localizar, pelo menos, 20 pares ordenados (x, y) para cada uma das partes do modelo virtual. Observe a tabela abaixo relativa aos pontos de coordenadas (x, y) , elaborada para a parte amarelada do modelo virtual do arquivo *Objeto2.obj*:

Figura 42 - Tabela do item c)iii.

1º (0, 0)	2º (4.5, 4.5)	3º (3, 4.5)	4º(1.5, 4.5)
5º (0, 4.5)	6º (-1.5, 4.5)	7º(-3, 4.5)	8º(-4.5, 4.5)
9º(-4.5,3)	10º(-4.5, 1.5)	11º(-4.5, 0)	12º(-4.5, -1.5)
13º(-4.5, -3)	14º(-4.5, -4.5)	15º(-3, -4.5)	16º(-1.5, -4.5)
17º(0, -4.5)	18º(1.5, -4.5)	19º(3, -4.5)	20º(4.5, -4.5)

Fonte: Bulla, 2016.

iv. Por fim, tente estimar, usando uma régua ou um esquadro com escala em centímetros, valores para a coordenada z (tomando como referência um eixo perpendicular ao plano cartesiano xy) a partir dos pares ordenados (x, y) registrados

no subitem anterior. **OBS.: Sinta-se à vontade para escolher outro ponto como origem (subitem ii) ou para registrar novos pares ordenados (x, y) (subitem iii), caso você tenha muita dificuldade em estimar um valor para coordenada z .**

Observe a tabela abaixo relativa aos pontos de coordenadas (x, y, z) , elaborada para a parte amarelada do modelo virtual do arquivo *Objeto2.obj*:

Figura 43 - Tabela do item c) iv.

1º (0, 0, 0)	2º (4.5, 4.5, 3)	3º (3, 4.5, 3)	4º(1.5, 4.5, 3)
5º (0, 4.5, 3)	6º (-1.5, 4.5, 3)	7º(-3, 4.5, 3)	8º(-4.5, 4.5, 3)
9º (-4.5, 3, 3)	10º (-4.5, 1.5, 3)	11º (-4.5, 0, 3)	12º (-4.5, -1.5, 3)
13º(-4.5, -3, 3)	14º(-4.5, -4.5, 3)	15º(-3, -4.5, 3)	16º(-1.5, -4.5, 3)
17º(0, -4.5, 3)	18º(1.5, -4.5, 3)	19º(3, -4.5, 3)	20º(4.5, -4.5, 3)

Fonte: Bulla, 2016.

Pergunta: Você sabe interpretar, matematicamente, esses pontos que estamos localizando no modelo virtual? Você percebeu que, em virtude do ambiente de Realidade Aumentada, conseguimos localizar pontos significativos do modelo virtual, de modo que teríamos uma noção inicial de como reconstruí-lo materialmente, ou seja, de como poderíamos construir um modelo mundano dele a partir dos registros anteriores? Pense nos fatos mencionados e escreva suas considerações a respeito dos mesmos.

d) Se você conseguiu acompanhar e desenvolver todos os itens até o momento, você terá condições de esboçar as leis de formação das funções de duas variáveis reais que constituem o modelo virtual estudado nessa atividade. Para isso, observe e analise os subitens abaixo:

i. Abra o programa *LAB Fit* e na tela inicial clique em *New* → *Number of independent variables: 2* → *Ok*.

ii. O *LAB Fit* utiliza $X1$ e $X2$ como variáveis independentes e Y como variável dependente. Por isso, escolha $X1$, por conveniência, para preencher os campos em branco, dessa nova janela, como sendo a coordenada x dos pares ordenados encontrados para cada um dos pontos de uma parte do modelo virtual (conforme seus registros do **item c, subitem iii**). Clique em *Ok* e repita o mesmo procedimento para as duas próximas janelas, preenchendo os campos em branco com os valores encontrados para as coordenadas y e z , respectivamente;

iii. Você deverá escolher um nome para salvar seus registros como um arquivo de dados e clicar em *Ok*;

iv. Clique no botão *User* e escreva uma das seguintes sentenças matemáticas no campo “*Y =*” (observe a sintaxe utilizada pelo programa para digitar uma das sentenças abaixo):

$$\begin{cases} A \cdot \cos\left(\frac{X1}{B}\right) \cdot \cos\left(\frac{X2}{B}\right) + C \\ A \cdot (X1)^2 + B \cdot (X2)^2 + C \\ A \cdot (X1)^6 + B \cdot (X2)^6 + C \end{cases}$$

Lembre-se de digitar **3** no campo “*Number of parameters:*” dessa mesma janela;

v. Clique em *Ok* → *Ok* → *Fit* → *Ok* → *Ok* → *Cancel*;

vi. Após efetuar as operações do **subitem v**, você estará visualizando, provavelmente, uma janela com o gráfico de uma superfície semelhante à parte do modelo virtual escolhido para plotagem dos pontos que você havia registrado. Caso isso não tenha acontecido, repita o processo do **item d** desde o começo, mas selecione outra sentença matemática no **subitem iv**.

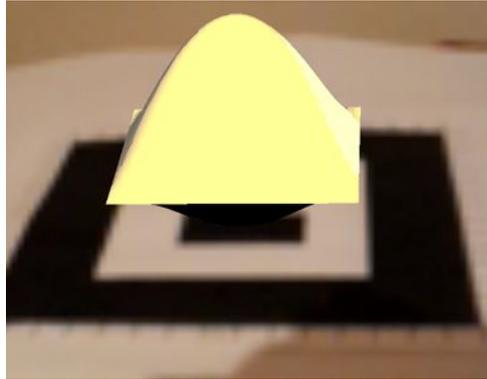
Pergunta: Descreva, com suas palavras, o papel dos parâmetros **A**, **B** e **C** nas sentenças do **subitem iv**. Da mesma forma, tente descrever o que o programa *LAB Fit* encontrou com os seus registros juntamente com uma das sentenças que você digitou na janela do programa ao efetuar o procedimento do **subitem iv**. Você conseguiu compreender o que aconteceu? Justifique sua resposta.

Resolução: Decidimos utilizar nesse trabalho a resolução da atividade para os dois primeiros objetos, portanto passaremos a observar o *Objeto1.obj* e o *Objeto2.obj*, respectivamente, na sequência.

Escolhendo o *Objeto1.obj*.

Observando *Objeto1.obj* e respondendo ao item a), se o modelo virtual se parece com alguns objetos mundanos, ao visualizar procuramos uma imagem maior do objeto aumentando o tamanho do objeto deslizando o dedo na tela e movimentando o *smartphone* para visualizar por cima e pelos lados, os objetos mundanos que vieram a mente da licencianda/pesquisadora foram uma montanha e um chapéu de soldado daqueles que aparecem nos filmes de guerra (figura 44).

Figura 44 - Imagem 1 projetada no *smartphone* do *Objeto1.obj*.

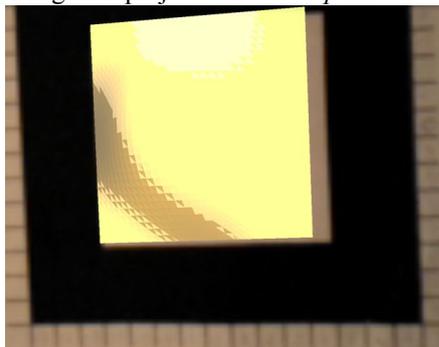


Fonte: Autora. 2016.

Respondendo ao item b) o modelo virtual visualizado parece ter sido criado com as funções trigonométricas seno, cosseno ou combinações dessas.

No item c) pede que se observe o objeto como *smartphone* ou *tablet* apontando a câmera perpendicularmente para o marcador de borda centimetrada, imagem observada na figura 45, e localize o centro do mesmo, indicando que no centro está o ponto de origem $P = (0,0)$. Pede também para que se registre os pares ordenados nas tabelas e que se estime valores para a coordenada z , usando régua ou esquadro, e insira na tabela referente ao objeto 1 que indicamos na figura 46, mais abaixo. Nesta parte da atividade foi necessária a ajuda de outra pessoa para conseguir manipular o *smartphone*, o marcador e as régua, deu um pouco de trabalho, percebi que a visualização do modelo virtual com o marcador com a borda centimetrada veio a facilitar muito o trabalho no que diz respeito a localizar o domínio da função.

Figura 45 - Imagem 2 projetada no *smartphone* do *Objeto1.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

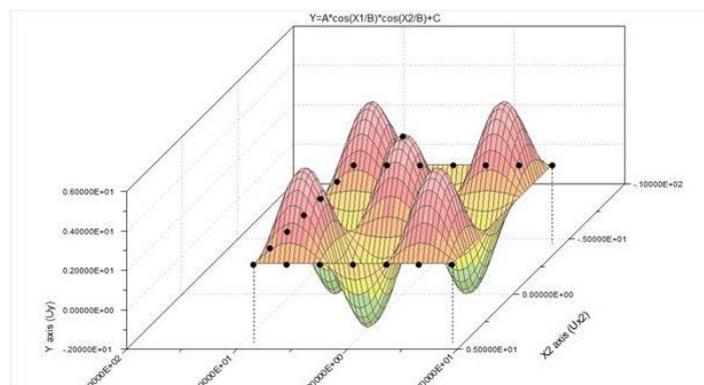
Figura 46 - Tabela para a imagem projetada no *smartphone* do *Objeto1.obj*.

1º (0, 0, 8)	2º (4.5, 4.5, 2)	3º (3, 4.5, 2)	4º(1.5, 4.5, 2)
5º (0, 4.5, 2)	6º (-1.5, 4.5, 2)	7º(-3, 4.5, 2)	8º(-4.5, 4.5, 2)
9º (-4.5, 3, 2)	10º (-4.5, 1.5, 2)	11º (-4.5, 0, 2)	12º (-4.5, -1.5, 2)
13º(-4.5, -3, 2)	14º(-4.5, -4.5, 2)	15º(-3, -4.5, 2)	16º(-1.5, -4.5, 2)
17º(0, -4.5, 2)	18º(1.5, -4.5, 2)	19º(3, -4.5, 2)	20º(4.5, -4.5, 2)

Fonte: Autora. 2016.

Depois respondendo a pergunta, consigo interpretar matematicamente estes pontos, eles são, o primeiro ponto da tabela (0,0,8) é o ponto de máximo. Como estamos usando a Realidade Aumentada e um marcador centimetrado, conseguimos visualizar as coordenadas dos pontos e poderíamos construir um modelo pensando na resposta do item b) e c), ou seja para obter um objeto como este (a parte de cima) poderíamos usar a função cosseno, já que no item c) verificamos que o ponto central é (0,0,8), neste caso a função poderia ser $z = A*\cos(x)*\cos(y)$, já que o $\cos(0) = 1$ e a coordenada $z = 8$.

Para responder ao item d) acessamos o LAB *Fit*, seguindo os passos descritos na atividade, ao terminarmos a digitação das coordenadas apontadas na tabela de pontos coordenados para o *Objeto1.obj* (figura 46) obtemos a superfície da figura 47, abaixo, mas ela ficou diferente do que esperávamos, pensamos no que poderia ter dado errado e acreditamos que algum dos dados poderia ter sido digitado errado, repetimos todo o processo de digitação dos dados no *software*, que retornou novamente a mesma superfície.

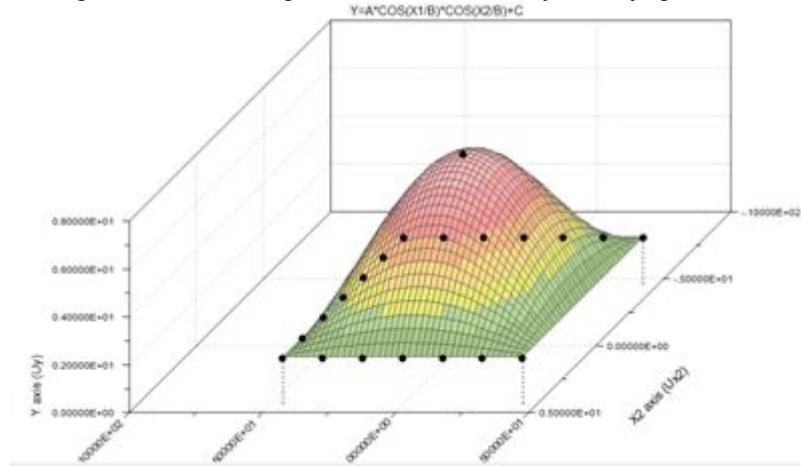
Figura 47 - Superfície inicial gerada no LAB *Fit* para o modelo virtual *Objeto1.obj*.

Fonte: Autora. 2016.

Acreditamos que algum dos parâmetros poderia necessitar iniciar em um "valor" inicial diferente, então passamos a alterar os valores de A0, B0 e C0, no *User*, na tela que abre logo após digitar a sentença matemática no campo "Y", um de cada vez e gerando novas

superfícies até que quando alteramos o B0 para 5 retornou a superfície esperada, figura 48 abaixo.

Figura 48 - Superfície gerada no LAB *Fit* para o modelo virtual *Objeto1.obj* após mudar B0 para 5.



Fonte: Autora. 2016.

Escolhendo o *Objeto2.obj*.

Observando *Objeto2.obj* e respondendo ao item a), se o modelo virtual se parece com alguns objetos mundanos, ao visualizar procuramos uma imagem maior do objeto aumentando o tamanho do objeto deslizando o dedo na tela e movimentando o *smartphone* para visualizar por cima e pelos lados, os objetos mundanos que vieram a mente da licencianda/pesquisadora foram uma bolsa e uma cesta (figura 49).

Figura 49 - Imagem 1 projetada no *smartphone* do *Objeto2.obj*.

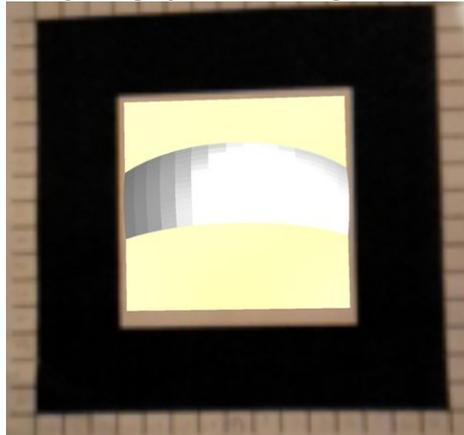


Fonte: Autora. 2016.

Respondendo ao item b) o modelo virtual visualizado parece ter sido criado com as funções trigonométricas seno, cosseno ou combinações dessas, na parte de baixo, e usando funções quadráticas na parte de cima.

No item c) pede que se observe o objeto como *smartphone* ou *tablet* apontando a câmera perpendicularmente para o marcador de borda centimetrada, imagem observada na figura 50, e que se localize o centro do mesmo, indicando que no centro está o ponto de origem $P = (0,0)$. Pede também para que se registrem os pares ordenados nas tabelas e que se estime valores para a coordenada z , usando régua ou esquadro. Na figura 51, abaixo, apresentamos a tabela referente ao objeto 2.

Figura 50- Imagem 2 projetada no *smartphone* do *Objeto2.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

Figura 51 - Tabela para a imagem projetada no *smartphone* do *Objeto2.obj*.

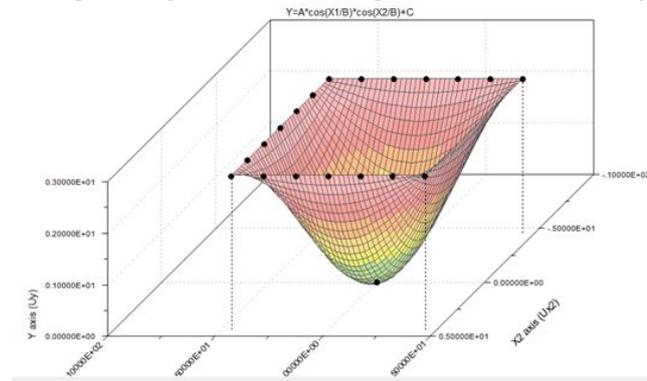
1º (0, 0, 0)	2º (4.5, 4.5, 3)	3º (3, 4.5, 3)	4º(1.5, 4.5, 3)
5º (0, 4.5, 3)	6º (-1.5, 4.5, 3)	7º(-3, 4.5, 3)	8º(-4.5, 4.5, 3)
9º (-4.5, 3, 3)	10º (-4.5, 1.5, 3)	11º (-4.5, 0, 3)	12º (-4.5, -1.5, 3)
13º(-4.5, -3, 3)	14º(-4.5, -4.5, 3)	15º(-3, -4.5, 3)	16º(-1.5, -4.5, 3)
17º(0, -4.5, 3)	18º(1.5, -4.5, 3)	19º(3, -4.5, 3)	20º(4.5, -4.5, 3)

Fonte: Autora. 2016.

Depois respondendo a pergunta, consigo interpretar matematicamente estes pontos, eles são, o primeiro ponto da tabela é o ponto de mínimo. Como estamos usando a Realidade Aumentada e um marcador centimetrado, conseguimos visualizar as coordenadas dos pontos e poderíamos construir um modelo pensando na resposta do item b) e c), ou seja, para obter um objeto como este (a parte de baixo) poderíamos usar a função cosseno, já que no item c) verificamos que o ponto central é $(0,0,0)$, neste caso a função poderia ser $z = A \cdot \cos(x) \cdot \cos(y) + C$, já que $\cos(0) = 1$ e como a coordenada $z = 0$, então a constante C somada, no ponto de origem deverá ser convenientemente escolhida como $C = -1$.

Para responder ao item d) acessamos o LAB *Fit*, seguindo os passos descritos na atividade, ao terminarmos a digitação das coordenadas apontadas na tabela de pontos coordenados para o *Objeto2.obj* (figura 51) obtemos a superfície da figura 52, abaixo.

Figura 52 - Superfície gerada no LAB *Fit* para o modelo virtual *Objeto2.obj*.



Fonte: Autora. 2016.

Ao visualizar no AndAR os modelos virtuais *Objeto1.obj* e *Objeto2.obj*, como relata a licencianda/pesquisadora "aumentando o tamanho do objeto deslizando o dedo na tela e movimentando o *smartphone* para visualizar (os modelos virtuais) por cima e pelos lados", obtemos a percepção estética da matemática ao movimentar o *smartphone* para olhar o objeto que se mostra de todos os ângulos, ou seja, uma diferença estética da matemática que a Realidade Aumentada nos oferece. Assim como os gestos que praticamos, chegando o celular mais perto do marcador, girando o aparelho, aproximando ou afastando nos levam a pensar em termos da cognição corporificada já que a movimentação do braço em conjunto com o celular dos fazem lidar com a tecnologia como se fizesse parte de nós.

Ao explorar o *software* AndAR a licencianda/pesquisadora, como podemos ver nas figuras 47, 48, 52 e 53, explora a percepção estética da matemática assim como se referem Rosa e Pazuch (2012) à percepção que se trata da compreensão do que é vivido, do processo cognitivo ao se *pensar-com* aquilo que é vivenciado.

Da mesma forma, nos reporta ao que Guimarães (2006) afirma sobre a "cognição corporificada" que "[...] relaciona-se não só com o que acontece na mente, no racional, na lógica, mas envolve especialmente o corpo e a emoção", já que como descreve a licencianda/pesquisadora "conseguir manipular o *smartphone*, o marcador e as régua, deu um pouco de trabalho" mas que a visualização do modelo virtual veio a facilitar a percepção "no que diz respeito a localizar o domínio das funções" analisadas.

Ainda, de acordo com Weissheimer e Fernandes (2012) os "gestos" estão ligados a uma função cognitiva, contribuem de forma a "apoiar o processo de raciocínio", novamente cito parte da resolução da licencianda/pesquisadora quando diz que "movimentando o *smartphone* para visualizar (os modelos virtuais) por cima e pelos lados" de forma a conseguir visualizar melhor os modelos virtuais que está observando. Desta forma, a utilização de

aparatos tecnológicos móveis (*smartphones* e *tablets*) como contribuintes nos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da experiência estética em que "o objeto que opera com movimentos, imagens, cores, sensações e que é capaz de ser um representante de materiais formulados para a experiência estética" como defende Rosa (2015).

Revelamos que, desta forma, estamos utilizando as possibilidades com o uso das tecnologias, de maneira que "possam ampliar, potencializar ou transformar a aprendizagem da matemática, diferentemente do uso da tecnologia pelo uso", conforme sustenta Rosa (2011).

Entendemos que o professor em formação, poderá repensar suas técnicas, procurando aprimorar suas práticas pedagógicas, no caso a licencianda/pesquisadora, como sujeito dessa pesquisa realizando atividades como essas apresentadas nessa pesquisa, em que o uso da RA se faz presente transformando e potencializando o processo de produção de conhecimento matemático, em que a teoria e prática apareçam entrelaçadas, de maneira que a matemática é percebida com a RA. Percebemos a dimensão de formação específica (matemática) da Cyberformação, conforme Rosa (2015) quando a licencianda/pesquisadora relata que "ao visualizar procuramos uma imagem maior do objeto aumentando o tamanho do objeto deslizando o dedo na tela e movimentando o *smartphone* para visualizar por cima e pelos lados, os objetos mundanos que vieram a mente da licencianda/pesquisadora foram uma montanha e um chapéu de soldado daqueles que aparecem nos filmes de guerra".

Também, identificamos a terceira dimensão da Cyberformação, da formação tecnológica, no momento que, realizando essa atividade se tornaram necessários o uso do celular e do corpo (mão e braço) com-junto quando procurava observar os pontos do objeto de forma que percebemos aqui a inserção do ser-com-TD, a licencianda/pesquisadora e o celular, se "morfam" em um só, assim como se refere Rosa (2015, p. 70) "indica a transformação como processo revelado pela concepção do "ser-com" tecnologia".

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluindo esta pesquisa, que buscou investigar como a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar ou potencializar a formação de professores no que se refere à realização das atividades com funções de duas variáveis reais, propostas pelo grupo de pesquisa, apresentamos os principais acontecimentos desse processo. Acontecimentos esses que se apresentam desde a pesquisa dos *softwares* para este fim, a interação com os *softwares* na busca de suas potencialidades para a elaboração das atividades, até a realização das atividades propostas. Apontamos a relevância de se trabalhar as

atividades-sobre-funções-de-duas-variáveis-com-tecnologias para esta investigação, as quais foram de fundamental importância, pois a partir delas desenvolvemos essa pesquisa. Cabe destacar que esses acontecimentos não ocorreram seqüencialmente, muitas vezes as dificuldades se apresentaram e acabaram fazendo com que necessitássemos modificar a forma de pensar, de agir, assim como pode ocorrer na rotina diária de um professor de matemática. Entendemos que devido ao surgimento de situações desafiadoras, os professores precisam analisar a si mesmos, bem como as aulas com tecnologias abordando funções de duas variáveis reais. Dificuldades essas que podem surgir como durante essa pesquisa, onde a licencianda/pesquisadora foi o sujeito da pesquisa já que em conjunto com o grupo de pesquisa, atuou como pesquisadora dos *softwares* utilizados e do assunto abordado, bem como na resolução das atividades, que inicialmente se deu ainda durante a elaboração dessas e posteriormente realizou as atividades finais propostas que formam o objeto principal dessa pesquisa e por fim construiu uma atividade.

Acreditamos que mesmo que o professor enfrente dificuldades, a partir das dificuldades que ocorreram durante a investigação dessa pesquisa, existem possibilidades de se ampliar e potencializar a aprendizagem da matemática quando apresenta atividades (como as apresentadas nessa pesquisa) com o uso de tecnologias de RA. Da mesma maneira que Rosa (2011), acredito que o uso de tecnologias, não apenas pelo uso para facilitar a visualização de um gráfico ou para agilizar cálculos, mas de forma que possibilitem ampliar, potencializar ou transformar a aprendizagem da matemática.

Entendemos que a utilização da RV e da RA possibilitam experiências estéticas, as quais podem proporcionar a construção de conhecimentos matemáticos ampliando as possibilidades da aprendizagem dos professores/alunos que vivenciem os conceitos a partir de aulas com o meio virtual. Além disso, acreditamos que a RA tem se mostrado uma excelente opção para ampliarmos nossos métodos de execução nas mais diversas áreas do conhecimento e atividades profissionais. O uso dos *softwares* possibilita uma experiência estética da matemática onde a visão geométrica na tela do computador e a visualização em 3D das funções e os objetos produzidos nas tarefas viabilizam que a imaginação e a intuição participando nos processos de ensino e de aprendizagem do tema em estudo, as funções de duas variáveis reais. Ainda cabe salientar que aplicativos como AndAR podem favorecer a aprendizagem e a execução de tarefas (ROBERTO, 2011), pois estes são capazes de ampliar o campo de visão humano, tornando mais direta a exibição de dados e de informações.

A partir dessa pesquisa, enfatizamos a importância do trabalho em equipe, visto que a troca de experiências entre o grupo de pesquisa e com o orientador desse trabalho, as

discussões sobre as funcionalidades dos *softwares* quando cada um do grupo conseguia vislumbrar algo que no conjunto acabou por facilitar o uso para todas as discussões sobre as atividades foram sendo repensadas a partir das observações colocadas nas conversas, a nosso ver foram indispensáveis para que se conseguisse chegar ao ponto que se chegou. Acreditamos que cada um sozinho não conseguiria alcançar em tão pouco tempo ao ponto em que chegou na pesquisa cada um do grupo.

Entendemos que a descrição dessa pesquisa tanto quando nos reportamos aos procedimentos metodológicos utilizados, como quando apresentamos as resoluções das atividades possam contribuir com professores e professores em formação mostrando que é possível usar a tecnologia de forma transformadora nas aulas de matemática, com o uso da Realidade Aumentada como participe nos processos de produção de conhecimentos matemáticos. Assim como, pode servir de suporte para aqueles professores que procurem desenvolver atividades com tecnologias, não apenas como uma ferramenta facilitadora.

Nos episódios **E1 - (19/04/2016) - Conversa pelo WhatsApp do GP; E2 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.1 - Realidade Aumentada e Blender; E3 - (15/05/2016) - Resolução Atividade 1.3 - Realidade Aumentada e Blender; e, E4 - (07/07/2016) - Resolução Atividade - Funções de duas Variáveis**, procuramos esclarecer as ações que nos fizessem responder a questão norteadora dessa pesquisa, de modo a entender como elaborar atividades abordando o assunto funções de duas variáveis reais com uso da Realidade Aumentada com a perspectiva do *pensar-com-TD* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2008). Assim como, identificamos ações relacionadas à resolução das atividades propostas pelo grupo de pesquisa, abordando o assunto funções de duas variáveis reais, procurando *pensar-com-TD* (ROSA, 2008).

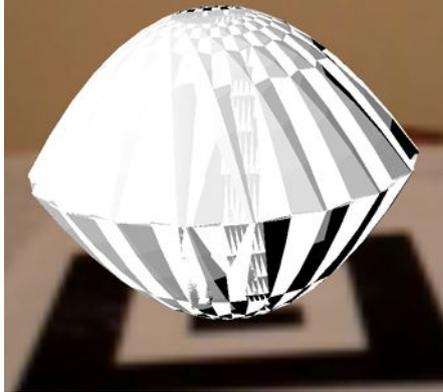
Como parte desse trabalho de pesquisa, procurando responder a pergunta diretriz "**De que maneira a experiência estética da matemática com a Realidade Aumentada pode transformar/potencializar a formação docente?**" a partir da realização das atividades propostas pelo grupo de pesquisa essa licencianda/pesquisadora construiu uma atividade que consta desse trabalho como apêndice (Apêndice I), essa será explorada a seguir:

O modelo virtual (*modelo.obj¹⁹*) visualizado no aplicativo é o apresentado nas figuras 56 (visão lateral) e 57 (visão de cima), abaixo, imagens obtidas aumentando o tamanho do objeto deslizando o dedo na tela do celular e movimentando o celular em volta do objeto procurando observá-lo de todos os ângulos, aproximando o celular do marcador e afastando,

¹⁹ Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=0B8Xr2qX4fz25S1huVTlsQUkzNkU>.

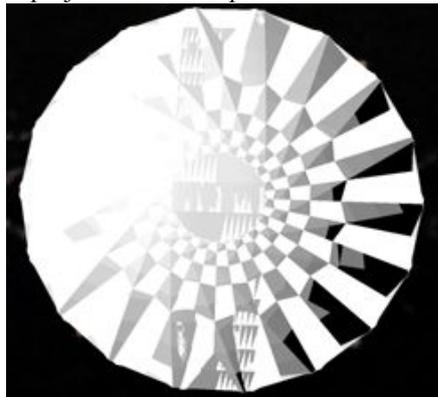
ou seja, utilizando o celular com-junto a mão e o braço procurando observar todos os pontos do objeto, o que não conseguiria fazer com um desenho no papel, por exemplo, vislumbramos o celular e também o aplicativo, não um meros coadjuvantes na atividade, mas como partícipes no processo de descobertas sobre o objeto virtual.

Figura 53 - Imagem projetada no *smartphone* do *modelo.obj* (*visão lateral*).



Fonte: Autora. 2016.

Figura 54 - Imagem projetada no *smartphone* do *modelo.obj* (*visão de cima*).



Fonte: Autora. 2016.

Respondendo ao item 1 da atividade, identificamos o modelo virtual observado, indicado nas figuras 53 e 54 acima, lembra um diamante, figura 55.

Figura 55 - Diamante.



Fonte: <http://paulorbertomagri.com.br/diamante-ou-brilhante-qual-e-a-diferenca-entre-o-diamante-e-o-brilhante/>. Acesso em: 11 de julho de 2016.

O item seguinte pergunta a função ou família de funções de duas variáveis reais que poderiam descrever o modelo, nesse caso com a família das quadráticas.

No item 3 pede que se identifique singularidades para a coordenada z no ponto central do marcador e em algum outro ponto da parte observada, ou seja, de cima. A coordenada z do ponto citado é o ponto de máximo.

Respondendo ao último item, percebemos que em um ambiente de RA a visualização dos objetos e a possibilidade de interação com ele, aproximando, afastando, aumentando, diminuindo, rotacionando, ou seja, nos aproveitando das possibilidades que a RA oferece temos condições de ter uma percepção estética do objeto vislumbrado em 3D diferente daquela que temos em um objeto desenhado em 2D, onde não vemos a profundidade, que não conseguimos olhar de todos os ângulos, com o uso da RA conseguimos visualizar o modelo/objeto por completo e além disso fazendo com que tenhamos vontade de ficar ali olhando de um lado e de outro, explorando todas as potencialidades que o aplicativo oferece.

Entendemos que o professor em formação, poderá repensar suas técnicas, procurando modificar, aprimorar suas práticas pedagógicas, no caso a licencianda/pesquisadora, como sujeito dessa pesquisa pensando em atividades como essas apresentadas nessa pesquisa, tanto as propostas pelo grupo e realizadas como a construída pela mesma, em que o uso da RA se faz presente transformando e potencializando o processo de produção de conhecimento matemático, em que a teoria e prática estejam entrelaçadas, de forma que a matemática é percebida com a RA. Dessa forma, fazendo com que seja percebida a dimensão de formação específica (matemática) da Cyberformação (ROSA, 2015).

Outra dimensão da Cyberformação que identificamos ao realizar e pensar em atividades em que se tenha a correlação da matemática com o mundano de maneira que faça sentido nessa pesquisa é a formação pedagógica, pois, quando a licencianda/pesquisadora resolve como professora em formação ela expressa essa possibilidade pensando em atividades que levem a correlacionar a matemática e o mundano. Além disso, busca nessa correlação, argumentos pedagógicos suscetíveis ao *design* de sua própria atividade.

Ainda, identificamos a dimensão da Cyberformação é a formação tecnológica, no momento que, realizando a atividade que construiu como parte dessa pesquisa, a licencianda/pesquisadora relata "utilizando o celular com-junto a mão e o braço procurando observar todos os pontos do objeto, o que não conseguiria fazer com um desenho no papel", de forma que percebemos aqui a inserção do ser-com-TD em que não existe mais a licencianda/pesquisadora e o celular, os dois se "morfam", são um só, assim como citado por

Rosa (2015, p. 70) "indica a transformação como processo revelado pela concepção do "ser-com" tecnologia".

Identificamos ainda, a experiência estética da matemática como transformadora e potencializadora da formação docente ao se desenvolver atividades, como essa desenvolvida pela licencianda/pesquisadora, que exige a percepção matemática da RA, pois exige do professor em formação uma mudança de paradigma, tendo que fazer um exercício de exploração que não fez parte de sua formação durante graduação, propondo uma aula que parte de um objeto/modelo virtual e a partir da interação com ele abordar conceitos matemáticos utilizando os movimentos para observar o modelo virtual, as imagens do próprio modelo virtual, as sensações do professor/aluno ao se movimentar e observar esse objeto.

Entendemos que, conforme Rosa (2015, p. 81) "quando ocorre a experiência estética, o estudante", acrescentamos também o professor em formação, "identifica-se com os recursos digitais subjacentes às TD e consegue formar-se sendo-com-as-TD", acreditamos ainda que com realização das atividades constantes nessa pesquisa proporcionaram a identificação do sujeito (licencianda/pesquisadora) com os recursos digitais ao interagir com os objetos visualizados.

Acreditamos que atividades abordando funções de duas variáveis reais com o uso de tecnologias de RA na Educação Matemática, como as propostas nessa pesquisa, são de grande valia para o Ensino Médio, bem como podem ampliar e potencializar a produção do conhecimento matemático.

Considerando que não foram exauridas todas as possibilidades em relação ao uso da RA nesse trabalho, o assunto pode ser trabalhado em pesquisas futuras, desenvolvendo nossa pesquisa de mestrado. Bem como para que outros pesquisadores no futuro possam desenvolver novas pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, A. L. P. **Cenários virtuais em um estudo de sincronismo de câmera, abril, 95** Pp., Dissertação (Mestrado), Departamento de Informática, PUC - RIO, 1999.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, I. **Cálculo**. Tradução: Claus Ivo Doering - 8. ed. - Porto Alegre: Bookman, 2007, v.1.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, I. **Cálculo**. Tradução: Claus Ivo Doering - 8. ed. - Porto Alegre: Bookman, 2007, v.2.
- BARBOSA, A. C. M., FRANT, J. B., POWELL, A. F. **Elaborando Tarefas sobre Transformação no Plano em Ambientes Digitais Fundamentadas na Teoria da Cognição Corporificadada**. *Actas del VII CIBEM ISSN, 2301(0797)*, 2013, p. 6812-6819.
- BORBA, M.C Calculadoras Gráficas o Brasil. In: E. K. Fainguelernt e F. C. Gotlieb (Org.), **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999.
- BORBA, M.C O uso de calculadoras gráficas no ensino de funções na sala de aula. **Anais da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática**, UFPE, 1995, p. 67-73.
- BRITO, A. **Blender 3D: guia do usuário**. 4. ed. rev. e ampl. - São Paulo: Novatec Editora, 2010.
- BULLA, F. D. **Modelagem Matemática na perspectiva da Realidade Aumentada: Possibilidades à Formação de Professores**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática Pura e Aplicada. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2016. (no prelo).
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Gradiva, 2003.
- CARDOSO, Alexandre; LAMOUNIER JR., Edgard. **Aplicações de RV e RA na Educação e Treinamento**. In: **Simpósio de Realidade Virtual e Aumentada**, Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, Porto Alegre, 2009. Livro do pré-simpósio, XI Symposium on Virtual and Augmented Reality, Porto Alegre – RS, 2009.
- CEZAR, C.; PUNTEL, M. **Modelo conceitual de Mobile Marketing para Android com Realidade Aumentada**. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), 2012.
- COSTA, A. B. da. A construção do conceito de seqüências na perspectiva lógico-histórica. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n. 21. Mar. 2010.
- DIAS, R. M. **A influência de Schopenhauer na filosofia da arte de Nietzsche em O nascimento da tragédia**. *Cadernos Nietzsche*, 1(3), 1997, p. 7-21.
- FERREIRA, R. G. **A hipótese de corporificação da língua: o caso de cabeça**. (2010) Dissertação (Mestrado em Língua Portuguesa). Rio de Janeiro: UFRJ, 2010.

- GARNICA, A. V. M. **Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia.** Interface-Comunicação, Saúde e Educação, São Paulo v.1, n.1, p. 109-122. 1997.
- GARNICA, A. V. **Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática):** de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis, Bauru*, v. 22, n. 1, p. 35-48. 2001.
- GUIMARÃES, D. de O. **Educação Infantil:** espaços e experiências. *O cotidiano na Educação Infantil*. 2009. p. 68-77.
- GUSMÃO, L. D. **Educação Matemática pela Arte:** uma defesa da Educação da sensibilidade no campo da Matemática, 2013. Dissertação (Mestrado) – Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, 2013.
- GUSMÃO, L. D. **Educação Matemática pela Arte:** construção de uma base teórica para a relação interdisciplinar entre matemática e arte. XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática. Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014.
- KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. **Realidade virtual e aumentada: conceitos, projeto e aplicações.** In: *Livro do IX Symposium on Virtual and Augmented Reality, Petrópolis (RJ)*, Porto Alegre: SBC,2007.
- MARIN, A. A.; OLIVEIRA, L. C. B. **A experiência estética em Dufrenne e Quintás e a percepção de natureza:** para uma educação ambiental com bases fenomenológicas. *REMEA-Revista Eletrônica do Mestrado de Educação Ambiental*, 2012, n.15.
- MENEZES, L. C. de. **Trabalho e visão de mundo: ciência e tecnologia na formação de professores.** Revista Brasileira de Educação 7, p. 75-81. 1998.
- MIRANDA, D. F. de. LAUDARES, J. B. **Informatização no ensino da matemática: investindo no ambiente de aprendizagem.** ZETETIKÉ. Cempem. FE. UNICAMP. v. 15. n. 27. jan./jun. p. 71-88. 2007.
- NUNES, J. de A. **Design Institucional na Educação Matemática: trajetória de um professor de Matemática que elabora atividades sobre funções trigonométricas com a calculadora HP 50g.** 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Luterana do Brasil. Canoas. 2011.
- PELLANDA, N.M.C. **Reflexões sobre cognição/subjetivação no ciberespaço na perspectiva da complexidade.** Informática na educação: teoria & prática. v.12, n.2, 2009.
- RESENDE, B. **Realidade Aumentada e Interfaces Naturais na Formação do Professor de Matemática.**2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática).

Departamento de Matemática Pura e Aplicada. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2016. (no prelo).

ROBERTO, R. Et al. Jogos educacionais baseados em realidade aumentada e interfaces tangíveis. **Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 91-128, 2011.

ROSA, M. **Role Playing Game Eletrônico**: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game**: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância. São Paulo: UNESP, 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2008.

ROSA, M. Atividades semipresenciais e as tecnologias da informação: Moodle - uma plataforma de suporte de ensino. In: MATTOS, A, P. de et. al. (Org) **Práticas Educativas e Vivências Pedagógicas no Ensino Superior**. Canoas: ULBRA, 2011, p. 135-147.

ROSA, M. Cyberformação com professores de matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. In: ROSA, M. BAIRRAL, M, A.; AMARAL, R. B. (Org.). **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação à Distância**: pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da S. 2015, p. 57-96.

ROSA, M.; PAZUCH, V. **O feedback de estudantes sobre HQs matemáticas interativas**: contribuições ao design instrucional, 2012.

ROSA, M.; SEIBERT, L. G. Instrumentos de avaliação que prevêm o uso da HP 50g: design e aplicação. In: GROENWALD, C. L. O.; ROSA, M. (orgs.). **Educação Matemática e Calculadoras**: teoria e prática. Canoas: ULBRA, 2010. p. 45-73.

SEARÁ, E. F. R.; BENITTI, F. B. V.; RAABE, A. **A construção de um museu virtual 3D para o ensino fundamental**. *INFOCOMP Journal of Computer Science* 4.1. p. 78-83. 2004.

SEIDEL, D. J., ROSA, M. **O Professor de Matemática em Cyberformação percebendo o outrem professor de matemática online**. In: *VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática-2013*. 2013.

SILVA, B. V. A. da, BAIRRAL, M. A. **De Antenas Parabólicas a Redes Sociais**: Um foco contínuo nas tecnologias e na inclusão social. 2015.

SILVA, R. E. V. da. (2015). **A Utilização de Multimídias no Ensino de Ciências Naturais**. 2015.

TORI, R.; KIRNER, C.; SISCOUTTO, R. **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada**. Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, Porto Alegre, 2006. Livro do pré-simpósio, VIII Symposium on Virtual and Augmented Reality, Belém – PA, 2006.

VANINI, L. ROSA, M. JUSTO, J. C. R., PAZUCH, V. Cyberformação de Professores de Matemática: olhares para a dimensão tecnológica. **Revista Acta Scientiae**, v.1, n.15, p.53-171, 2013.

WEISSHEIMER, J., FERNANDES, L. M., SILVA, A. **Cognição Corporificada e Ensino Multisensorial na Aprendizagem de Língua Inglesa em um Contexto Bilingue**. Estudos Anglo-Americanos, n. 38, 2012.

APÊNDICES

APÊNDICE I

REALIDADE AUMENTADA E FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS

Objetivos da Atividade:

- Exercitar a imaginação, a criatividade e a intuição dos alunos com o intuito de que percebam as relações que um modelo virtual, construído em um ambiente virtual e visualizado em um ambiente de Realidade Aumentada, possuem uma relação matemática com objetos mundanos;
- Mostrar exemplo de funções de duas variáveis reais que podem descrever gráficos que lembrem ou se assemelhem a objetos mundanos;
- Perguntar aos alunos sobre como o ambiente de Realidade Aumentada pode colaborar para se reconstruir um modelo mundano a partir do modelo virtual visualizado no ambiente de Realidade Aumentada.

Orientações para a realização da atividade:

- É necessário estar de posse de um *smartphone* ou *tablet* com sistema operacional *Android* 5.0 ou superior para a realização dessa atividade. Além disso, você deverá instalar no seu aparelho os aplicativos *AndAR*, *AndAR Model Viewere* *OI File Manager*, todos disponíveis na *Google Play Store*;
- Copie os arquivos *modelo.obj* e *modelo.mtl* (em anexo) para a pasta *download* do seu *smartphone* ou *tablet*;
- Imprima o marcador (em anexo) para visualizar o modelo virtual disponibilizado nos arquivos copiados anteriormente;
- Abra o arquivo *modelo.obj*, salvo em seu aparelho, a partir do ícone do aplicativo *AndAR*, criado na tela do seu *smartphone* ou *tablet*: ***AndAR Model Viewer / Selecione um arquivo de modelo***. Você perceberá que, ao selecionar essa opção o aplicativo assim que *OI File Manager* será aberto, neste momento você deverá localizar o arquivo salvo na pasta *download* do seu aparelho;
- Posicione o marcador fornecido, foque a câmera do seu dispositivo móvel no centro dele e observe o modelo virtual que aparecerá na tela de seu *smartphone* ou *tablet* utilizando os recursos do aplicativo *AndAR Model Viewer*, você poderá ampliar ou reduzir o tamanho

(deslizando o dedo sobre a tela para obter o efeito desejado). Tire proveito da vontade Realidade Aumentada interagindo com o ambiente mundano, explore a vontade, manipulando o dispositivo em todas as direções, desde que você continue focando a câmera de seu dispositivo para o centro dele.

- A partir de agora você está apto a responder às seguintes questões:

1) Observando o modelo virtual no ambiente de Realidade Aumentada, disponível no arquivo com extensão “.obj”, você consegue identificar alguma semelhança do modelo virtual visualizado com algum objeto mundano? Exercitando a sua criatividade e imaginação, tente dar alguns exemplos.

2) O modelo virtual visualizado foi criado em um *software* de modelagem 3D, para sua construção foram utilizadas superfícies descritas por funções de duas variáveis reais. Pense em que tipos de funções de duas variáveis reais seriam capazes de descrever o modelo virtual visualizado (fique a vontade para consultar a internet ou consultar um livro para responder a esta pergunta).

3) No início da atividade você identificou o modelo virtual com objetos mundanos e pensou em funções de duas variáveis reais capazes de descrever o modelo visualizado. Agora pensando em tudo isso:

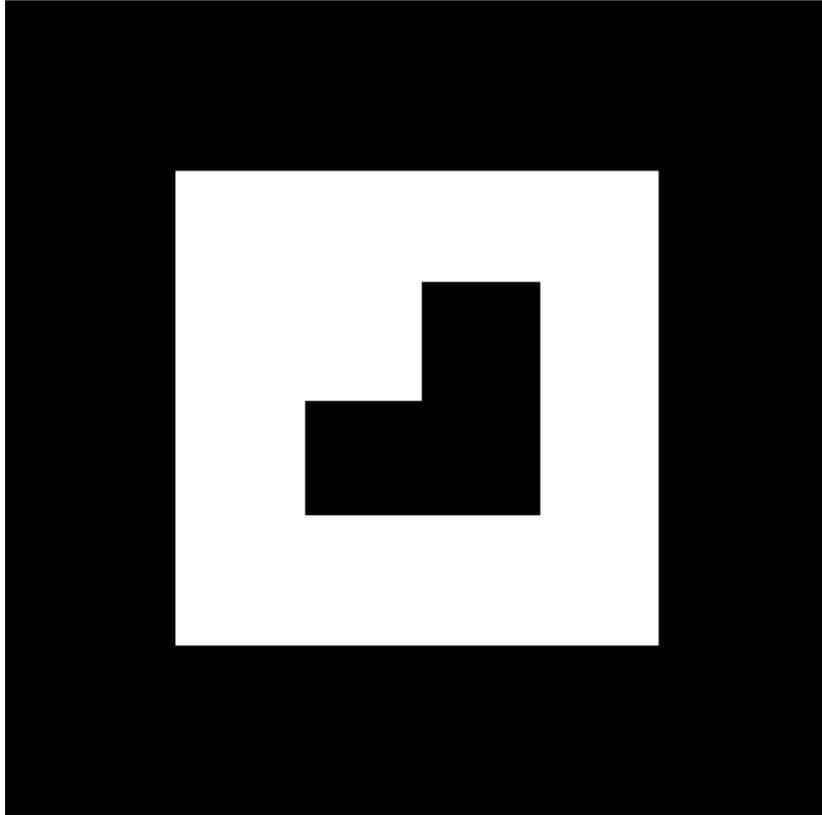
a) Observe o modelo virtual, direcionando a câmera do *smartphone* ou *tablet*, de modo que e o ângulo da câmera do aparelho esteja perpendicularmente em relação ao marcador, ou seja, observe o modelo virtual de cima;

b) Localize o ponto central do marcador, a partir desse ponto de vista e tome-o como a origem, ou seja, o ponto $(0,0)$;

c) Para a função de duas variáveis que você imaginou, o que diria da coordenada z neste ponto, ou seja, na origem, levando em consideração apenas a parte que você observa de cima. Você identifica alguma singularidade nesse ponto? Existe mais algum ponto (local do objeto) que chame sua atenção?

4) Você percebeu que, devido a estarmos trabalhando em um ambiente de Realidade Aumentada, conseguimos localizar pontos significativos no modelo virtual e dessa forma conseguimos ter uma noção inicial de como construir um modelo mundano a partir desses pontos identificados? Pense nisso e descreva o que pensa a respeito.

Marcador



Fonte: Fonte: <https://storage.googleapis.com/google-code-archive-downloads/v2/code.google.com/andar/Android.pdf>. Acesso em: 17 de março de 2016.

ANEXOS

ANEXO I - REALIDADE AUMENTADA E BLENDER(RESENDE, 2016, p. 67-78)

Atividade elaborada para compor o trabalho de conclusão com o objetivo de trabalhar o *software* Blender, aplicativo AndAR no âmbito da Realidade Aumentada.

OBJETIVO GERAL

Suscitar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução (sua função geratriz e eixo de revolução). Desta forma, também promover a percepção da participação das funções de duas variáveis nos objetos, ou seja, na realidade mundana do cotidiano.

INTRODUÇÃO

Para realizar as atividades, vai ser preciso possuir o aplicativo AndAR instalado em um *smartphone* ou *tablet* e o *software* Blender instalado em um computador pessoal ou notebook. As atividades consistem em, basicamente, utilizar o aplicativo AndAR para visualizar um objeto virtual apontando a câmera do *smartphone* para o marcador. A partir deste momento, o usuário estará livre para a exploração, visualização e alteração (em escala e posição) do objeto. Em seguida, fazendo o uso do *software* Blender, tentar estimar a construção do objeto em questão através de funções de duas variáveis que serão introduzidas no recurso “*Math Function*” do Blender. A investigação das funções de duas variáveis poderá ser feita com a alteração das variáveis, coeficientes na lei de formação das mesmas para chegar a um esboço da função mais adequada. Para formar uma superfície ou sólido de revolução com as funções de duas variáveis no *software* Blender, temos que utilizar um recurso chamado “*Spin*”. Assim, deverá ser escolhido um eixo para a rotação da função e que esta opção “*Spin*” nos permite revolucionar a função e ainda escolher quantos graus queremos revolucionar.

OBSERVAÇÃO

Para poder importar os arquivos *wavefront* (.obj) para seu aplicativo, basta abrir o aplicativo AndAR e escolher o arquivo dentro da pasta destino que se encontra o arquivo *wavefront* (.obj).

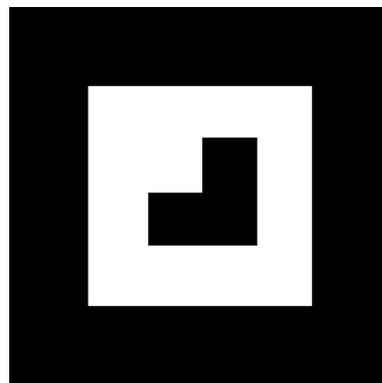
OBJETIVO ATIVIDADE 1.1

Instigar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução, ou seja, investigar sua função diretriz e eixo de revolução por meio de recursos digitais (*software* Blender e aplicativo de Realidade Aumentada AndAR).

ATIVIDADE 1.1 (INTRODUTÓRIA)

Antes de começar a primeira atividade, importe o arquivo *Atividade1.obj* para o aplicativo AndAR. Na imagem abaixo, encontra-se uma figura denominada marcador. Dessa maneira, por meio do aplicativo AndAR, direcione a câmera do seu *smartphone* ou *tablet* para o marcador. Você verá um objeto projetado na tela de seu dispositivo móvel. Faça proveito da Realidade Aumentada interagindo com o ambiente mundano e manipule o dispositivo em todas as direções que achar melhor. Depois de explorar, responda a questão.

Figura 1 - Marcador *Atividade 1.1*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

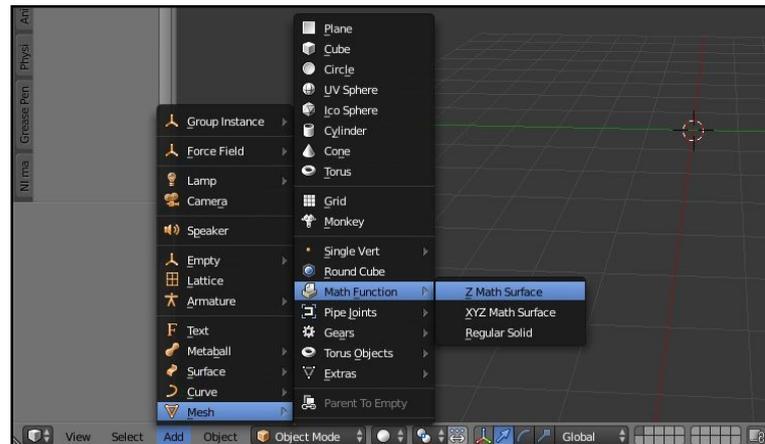
Qual a superfície dentre as alternativas deve ser revolucionada em torno de um eixo para resultar no objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explice sua resposta detalhadamente. Utilize a opção *Math Function* do *software* Blender para gerar as superfícies nas alternativas no menu *Z Equation* do programa.

- d) $z = x^{**2} + y^{**2}$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- e) $z = 2$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- f) $z = x^{**15} + y$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).

Observação: Nas imagens a seguir, as funções que são apresentadas são ilustrativas para demonstrar o caminho a ser seguido no intuito de descrever os recursos do *software*.

Execute o programa Blender. Ao iniciar, exclua o objeto padrão que é visualizada na tela. Selecione o recurso *Math Function*. Desta maneira, acesse *Add>>Mesh>>Math Function>>Z Math Surface*. A Figura 2 ilustra a descrição.

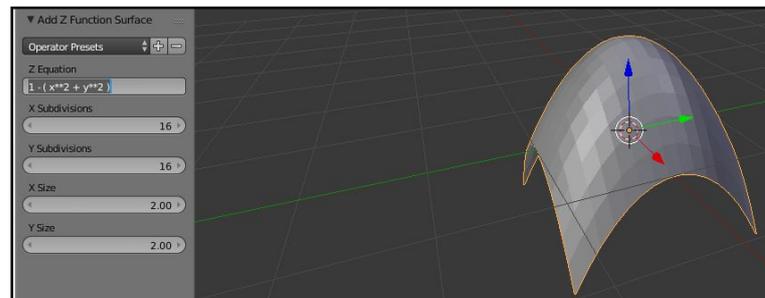
Figura 2 – Caminho do recurso *Math Function*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando aparecer uma função por padrão na tela, teremos algumas opções para alterar a função que aparece por padrão no programa. A Figura 3 mostra que temos alguns campos que podem ser alterados. Primeiramente altere a função padrão pela superfície escolhida dentre as alternativas apresentadas anteriormente para ser modelada na tela do *software*. Ou seja, em *Z Equation* digite a superfície escolhida nas alternativas.

Figura 3 - Menu *Z Equation*.

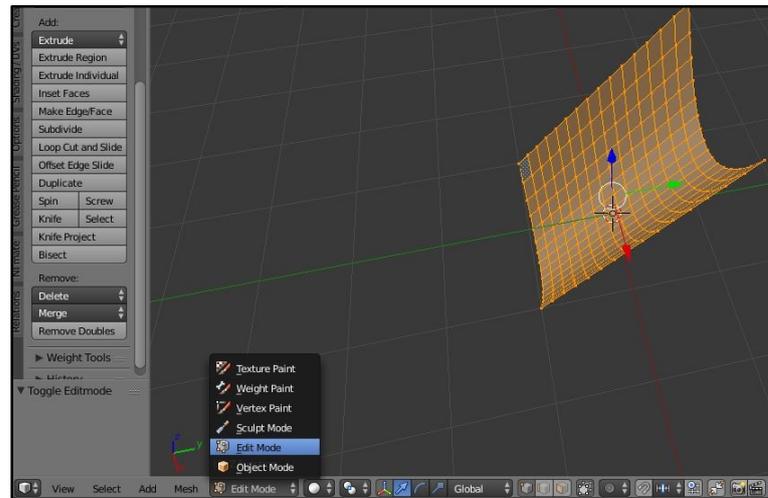


Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo depois de visualizar a sua função no Blender, pense na questão: **qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explice sua resposta detalhadamente.**

Para isso, utilizar o recurso “*Spin*” do Blender. Para ter acesso ao “*Spin*”, clique na opção “*Edit Mode*” na barra inferior do programa. Logo, a opção “*Spin*” já estará disponível no menu de opções à esquerda. Observe:

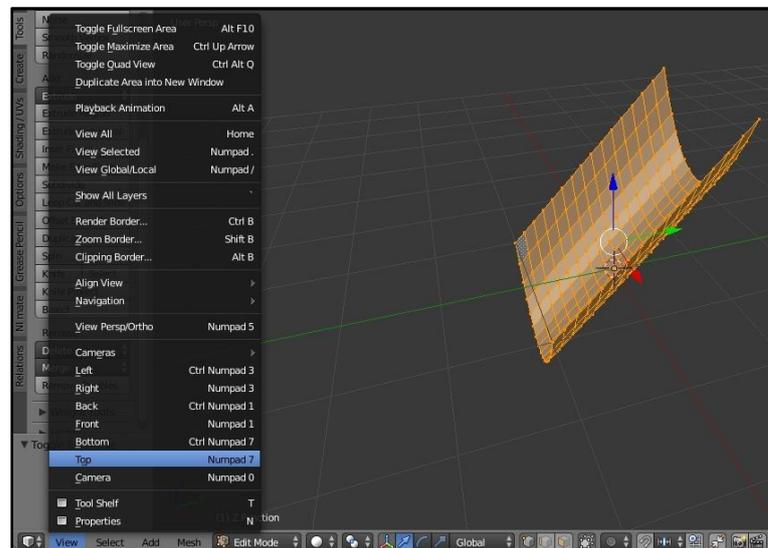
Figura 4 - Opção *EditMode*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Antes de revolucionar a função, escolher o eixo de revolução. Assim, clicar para escolher a “visão” da câmera do *software* que queremos revolucionar a função, ou seja, clicar na barra inferior em View>> (*top, bottom, right, left, front* ou *back*).

Figura 5 - Escolhendo "visão" da câmera.

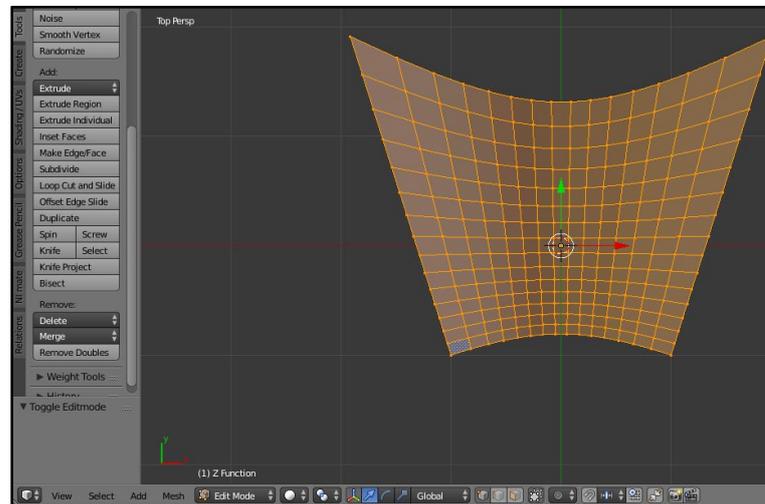


Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo após escolher o eixo de rotação pelas opções *top* [eixo z, (0,+00)], *bottom* [eixo z, (0,-00)], *right* [eixo y, (0,+00)], *left* [eixo y, (0,-00)], *front* [eixo x, (0,+00)] ou *back* [eixo x, (0,-00)]. Clicar na extremidade da função no eixo escolhido. Por exemplo, escolher a visão “*Top*” e clicar no centro da função.

Aqui, enxergamos na tela os ângulos dos eixos coordenados. Por exemplo, clicando em *View>>Top*, temos a função vista de cima. Segue a Figura 6.

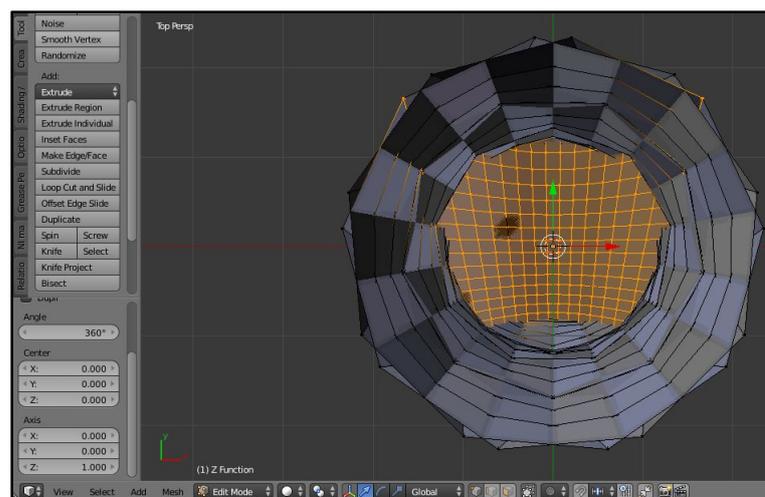
Figura 6 - Visão "Top".



Fonte: Elaborado pelo autor.

Escolhido o eixo de revolução, agora é só clicar na opção “*Spin*” no menu à esquerda. A opção *Spin* permite, em graus, a escolha da rotação da superfície no eixo determinado.

Figura 7 - Utilizando o recurso *Spin*.



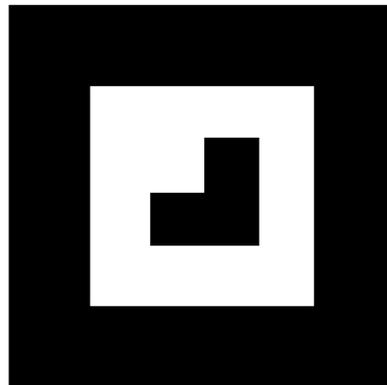
Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, você está apto a responder o questionamento anterior. **Foi possível esboçar o objeto visualizado no aplicativo AndAR? Qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.**

- a) Eixo x (cor vermelha)
- b) Eixo y (cor verde)
- c) Eixo z (cor azul)

No marcador da Figura 8, compare a sua construção com o objeto original visualizado no aplicativo (*Atividade1.obj*). **Descreva as diferenças ou semelhanças dos objetos encontrados. Encontrou o mesmo objeto? Justifique/explice sua resposta detalhadamente.**

Figura 8 - Marcador para comparação da *Atividade 1.1*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Posteriormente a essa atividade introdutória, você pode desenvolver as próximas atividades da mesma maneira utilizando os recursos exemplificados.

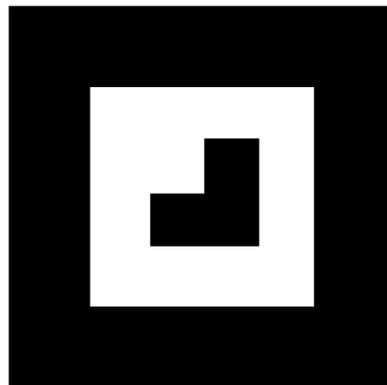
OBJETIVO ATIVIDADE 1.2

Instigar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução, ou seja, investigar sua função diretriz e eixo de revolução por meio de recursos digitais (*software* Blender e aplicativo de Realidade Aumentada AndAR).

ATIVIDADE 1.2

Antes de começar a segunda atividade, importe o arquivo *Atividade2.obj* para o aplicativo AndAR. No marcador abaixo se encontra mais um objeto que poderá ser visualizado pelo aplicativo AndAR. Posicione a câmera do seu *smartphone* ou *tablet* para o marcador e explore a Realidade Aumentada do objeto virtual.

Figura 9 - Marcador *Atividade 1.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Qual a superfície dentre as alternativas deve ser revolucionada em torno de um eixo para resultar no objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explice sua resposta detalhadamente.

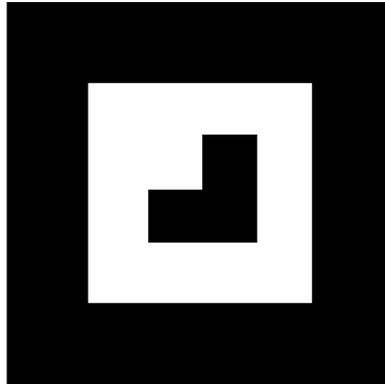
- a) $z = \sin(x) + 2*\sin(x)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- b) $z = \sin(x) + 3*\sin(y)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- c) $z = \sin(x) + \sin(x*y)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).

Qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explice sua resposta detalhadamente.

- a) Eixo x.
- b) Eixo y.
- c) Eixo z.

No marcador abaixo, compare a sua construção com o objeto original visualizado no aplicativo (*Atividade2.obj*). **Descreva as diferenças ou semelhanças dos objetos encontrados.**

Figura 10 - Marcador para a comparação da *Atividade 1.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

OBJETIVO ATIVIDADE 1.3

Por meio da percepção utilizando a Realidade Aumentada do aplicativo AndAR e o uso do *software* Blender, investigar formas presentes na realidade mundana fazendo uso de funções de duas variáveis.

ATIVIDADE 1.3

Antes de começar a terceira atividade, importe o arquivo *Atividade3.obj* para o aplicativo AndAR. Comparando a imagem de um fenômeno físico que temos abaixo com o objeto visualizado no aplicativo por meio do marcador, encontre a função $z = f(x,y)$ que satisfaça o formato do fenômeno natural. Primeiro observe a atenção na imagem abaixo.

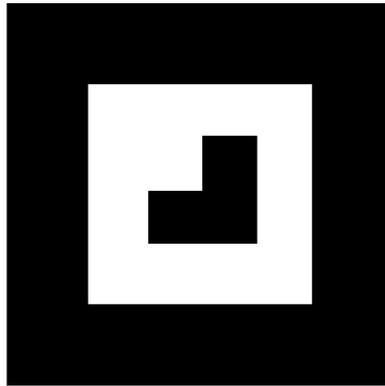
Figura 11 - Fenômeno físico da onda.



Fonte: <http://www.downloadswallpapers.com/papel-de-parede/onda-de-agua-cristalina-4817.htm>.

Logo em seguida, utilize o aplicativo AndAR para abrir o arquivo *Atividade3.obj* apontando a câmera para o marcador abaixo.

Figura 12 - Marcador da *Atividade 1.3*.



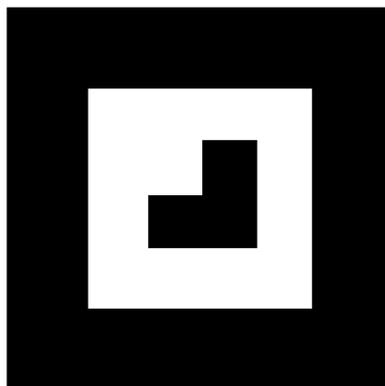
Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, pense na questão acima. Utilizando o *software* Blender e o recurso “*Math Function*” mostrado anteriormente, **qual é a função que melhor representa o fenômeno da primeira imagem?** Faça uso do Blender e explore a melhor função entre as opções que pode estimar o formato do movimento da onda. Lembre-se de justificar detalhadamente a sua resposta.

- a) $z = x + y$
- b) $z = \sin(x)$
- c) $z = 2*x + e**x$

Logo em seguida, compare o objeto virtual anterior visualizado no aplicativo com o objeto do marcador abaixo. Para isso, importar o arquivo *Atividade3.1.obj* no aplicativo AndAR apontando para o marcador abaixo.

Figura 13 - Marcador para comparação da *Atividade 1.3*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Qual é a diferença entre as duas funções virtuais? Como podemos chegar à segunda função partindo da função do primeiro marcador que foi visualizada? Justifique/explice sua resposta.

OBJETIVO ATIVIDADE 1.4

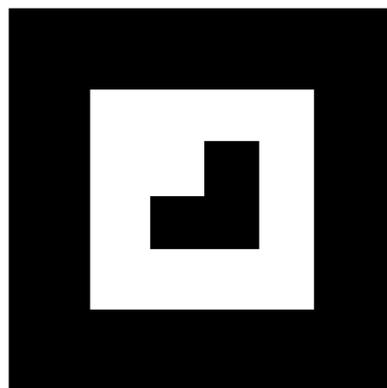
Por meio da percepção utilizando a Realidade Aumentada do aplicativo AndAR e o uso do *software* Blender, investigar formas presentes na realidade mundana fazendo uso de funções de duas variáveis.

ATIVIDADE 1.4

Abaixo temos dois marcadores *Marcador 1* e *Marcador 2* respectivamente. Utilize o aplicativo AndAR para visualizar ambos os marcadores para tentar responder as seguintes questões:

a) Primeiramente importe o arquivo *Atividade4.obj* para seu *smartphone* e abra com o aplicativo AndAR apontando a câmera para o marcador da Figura 14. Assim, será visualizado um objeto, explore e movimente o *smartphone* para observar as características do objeto virtual.

Figura 14 - Marcador 1 da *Atividade 1.4*.

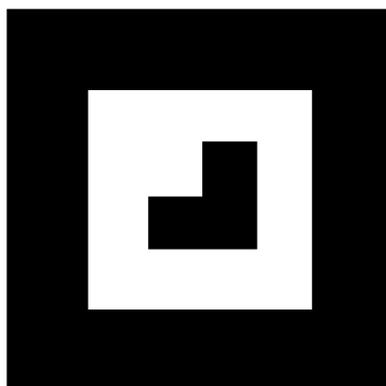


Fonte: Elaborado pelo autor.

Sabendo que a lei de formação do objeto acima é dada por $z = x^{**20} + y^{**20}$, utilize o recurso “*Math Function*” do *software* Blender para observar o gráfico da função em questão. Digite a função no campo “*Z Equation*” e observe o gráfico no *software*. **O que você pode dizer sobre a função? Qual função conhecida ou família de funções que pode dar origem à função acima?**

b) Agora, depois de ter explorado o primeiro objeto acima e saber a lei de formação do objeto encontrado no primeiro marcador (*Marcador 1*), faça o seguinte: Importe o arquivo *Atividade4.1.obj* para seu *smartphone* e abra com o aplicativo AndAR apontado a câmera para o marcador abaixo.

Figura 15 - Marcador 2 da *Atividade 1.4*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa maneira, você verá outro objeto virtual sendo projetado a partir do aplicativo AndAR. Portanto, segue a questão: **Partindo da função do primeiro objeto, como conseguimos construir o segundo objeto? Qual transformação matemática ocorreu? Justifique sua resposta detalhadamente.** Utilize *software* Blender para fazer as manipulações necessárias para tentar estimar ou esboçar o segundo objeto.

Na próxima seção, apresentamos a segunda atividade sobre Realidade Aumentada e funções de duas variáveis.

ANEXO II - REALIDADE AUMENTADA E FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS (RESENDE, 2016, p. 78-84)

Atividade elaborada para compor o trabalho de conclusão com o objetivo de trabalhar com funções de duas variáveis no âmbito da Realidade Aumentada utilizando o aplicativo desenvolvido pelo autor da pesquisa.

OBJETIVO GERAL

Determinar a imagem de funções de duas variáveis em coordenadas (x,y) de maneiras diferentes. Na *Atividade 2.1*, calcular algebricamente o valor da imagem da função. Na *Atividade 2.2*, estimar o valor da imagem das funções observando a figura dos gráficos impressos na folha. A *Atividade 2.3* tem o objetivo de utilizar o Geogebra 3D para estimar o valor da imagem de uma função de duas variáveis em um determinado ponto. Na *Atividade 2.4* e *Atividade 2.4.1*, o objetivo é de estimar o valor da imagem de funções de duas variáveis em uma determinada coordenada utilizando um aplicativo de Realidade Aumentada. A atividade tem o intuito de começar com cálculos no papel para encontrar a imagem da função de duas variáveis e concluir com o uso de um aplicativo para estimar o valor da variável dependente de uma maneira que utilize um meio tecnológico para participar do processo da atividade.

OBSERVAÇÃO

Nas atividades 4 e 4.1 é preciso utilizar o aplicativo “*MeshTest*” e “*MeshTest2*” respectivamente. Desta maneira, faz-se necessário a instalação dos aplicativos no formato .apk. Abaixo seguem os passos.

1º) Para instalar os arquivos enviados (*MeshTest.apk* e *MeshTest2.apk*) é preciso configurar o *smartphone* da plataforma *Android*;

2º) Para permitir que o *smartphone* ou *tablet* da plataforma *Android* reconheça e permita que o aplicativo (que não é direto da Googleplay) seja instalado, temos que acessar as configurações do *smartphone*. Basta acessar "Configurações" >> "Segurança";

3º) Clicando em "Segurança", várias opções estarão disponíveis. O que nos interessa é a opção "Fontes Desconhecidas". Assim, é só habilitar que o *smartphone* aceite fontes desconhecidas clicando no botão. A imagem abaixo ilustra o exemplo.

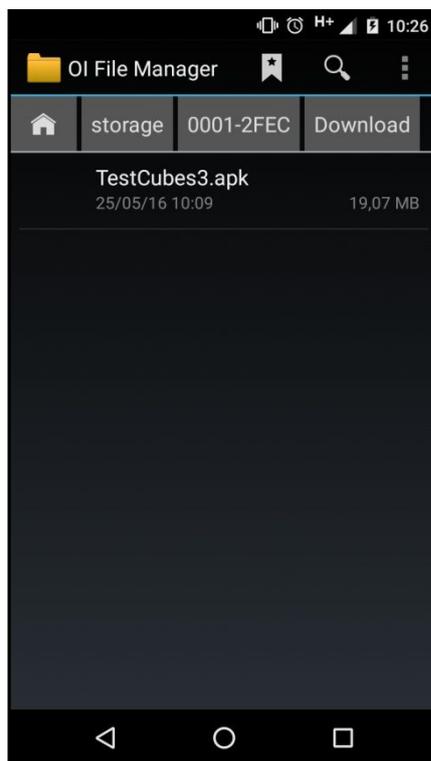
Figura 16 - Habilitar o *smartphone* para fontes desconhecidas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4º) Depois de habilitar o *smartphone* para permitir instalação de fontes desconhecidas, basta instalar os arquivos recebidos. Encontre os arquivos no local que foi importado para o *smartphone*. Pode ser com o aplicativo "OI File Manager" que já é utilizado para escolher os arquivos no formato *wavefront* para o aplicativo *AndAR*. Segue imagem.

Figura 17 - Instalação dos arquivos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5º) Depois da instalação, podemos acessar os aplicativos pelo ícone que se encontra no *smartphone*, assim como mostra a Figura 18.

Figura 18 - Acessando os aplicativos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

6º) Após as instalações, podemos utilizar os aplicativos para fazer as atividades 4 e 4.1.

Abaixo temos uma questão que pode ser resolvida somente com lápis e borracha utilizando os espaços em branco da folha. Portanto resolva a questão seguinte.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.1

Calcular o valor da função nas coordenadas (x, y) presentes nas alternativas.

ATIVIDADE 2.1: Calcule o valor da função $z = 3x + y$ nos pontos:

- e) $(2, 4)$;
- f) $(3, 1)$;
- g) $(4, -2)$;
- h) $(-1, 0)$;

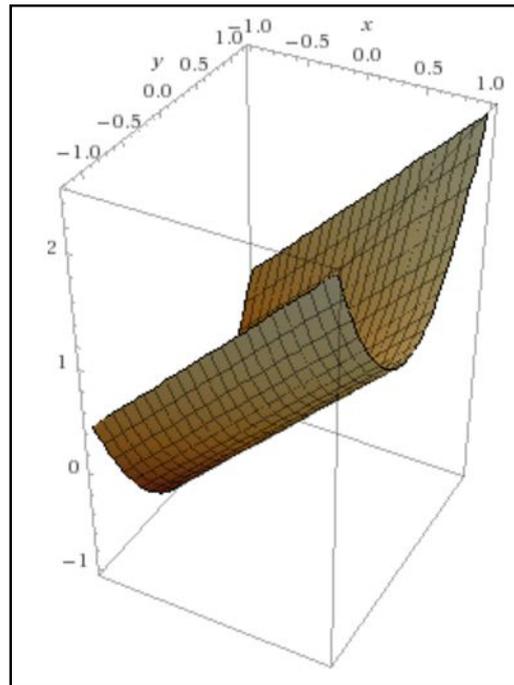
OBJETIVO ATIVIDADE 2.2

Estimar o valor da função nas coordenadas (x, y) existentes nas respectivas alternativas somente observando os gráficos das funções representados por imagens.

ATIVIDADE 2.2: Agora estime, esboce, o valor de z nos gráficos das funções abaixo (sem saber a lei de formação delas) nos pontos abaixo. **Justifique o motivo se conseguiu ou não determinar o valor de z .**

a) $(1/2, -1/2)$ e $(1/2, 1/2)$.

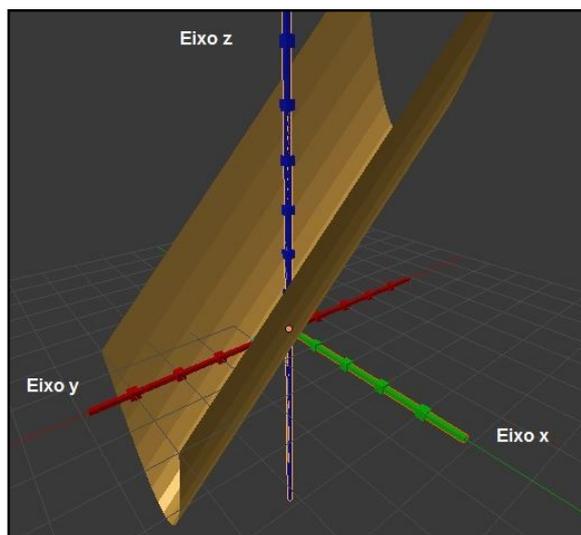
Figura 19 - Imagem gráfico item *a* da *Atividade 2.2*.



Fonte: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=z+5y^2+2x>

b) $(1, 2)$ e $(0, 2)$.

Figura 20 - Imagem gráfico item b da Atividade 2.2



Fonte: Elaborado pelo autor.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.3

Estimar o valor da função $z = y^2 + x$ utilizando o *software* Geogebra 3D online somente com a percepção visual, sem usos das ferramentas no programa.

ATIVIDADE 2.3: Utilizando o *software* Geogebra 3D (disponível em <https://app.geogebra.org/#3d>), podemos construir um gráfico de uma função de duas variáveis $z = f(x,y)$. Basta digitar a função $z = y^2 + x$ no campo de entrada do Geogebra 3D e teremos o gráfico traçado. **Sem fazer o uso de substituição de variáveis, como podemos encontrar o valor de z nos pontos abaixo? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar os valores de z.**

- a) (1, 3);
- b) (2, 2);

Nas próximas atividades será necessário a utilização dos aplicativos "*MeshTest*" para a *Atividade 2.4* e "*MeshTest2*" para a atividade 2.4.1. Assim, para visualizar os gráficos é só abrir o aplicativo e direcionar a câmera para a imagem da UFRGS impressa na Figura 21 e Figura 22.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.4

Tentar encontrar, esboçar ou estimar o valor da função visualizada no aplicativo de Realidade Aumentada por meio da manipulação do mesmo utilizando o espaço, interação com o *smartphone*, movimentos do corpo e percepção visual.

ATIVIDADE 2.4: Deixando de lado o trabalho com a álgebra, substituição de variáveis e o *software* Geogebra 3D, vamos tentar encontrar o valor de z em uma função de duas variáveis que não sabemos a lei de formação através de um aplicativo de Realidade Aumentada. Agora, abra o aplicativo e aponte a câmera para a imagem impressa da UFRGS e observe o gráfico que será visualizado no *smartphone* ou *tablet* e tente esboçar ou estimar qual o valor de $z = f(x,y)$ da função nos pontos abaixo. **Você conseguiu esboçar o valor de z ? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar o valor de z .**

- a) (3, 4);
- b) (2, 1);

Figura 21 - Marcador da *Atividade 2.4*.



Fonte: <https://www.ufrgs.br/admcultura/>.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.4.1

Tentar encontrar, esboçar ou estimar o valor da função visualizada no aplicativo de Realidade Aumentada por meio da manipulação do mesmo utilizando o espaço, interação com o *smartphone*, movimentos do corpo e percepção visual.

ATIVIDADE 2.4.1: Novamente observe o gráfico que será visualizado no *smartphone* ou *tablet* e tente esboçar ou estimar qual o valor de $z = f(x,y)$ da função nos pontos abaixo. **Você conseguiu esboçar o valor de z ? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar o valor de z .**

- a) (4, 1);

b) (1, 3);

Figura 22 - Marcador da *Atividade 2.4.1*.



Fonte: <https://www.ufrgs.br/admcultura/>.

ANEXO III –ATIVIDADE FINAL(BULLA, 2016, p. 74-78)

Título: Vamos investigar alguns modelos virtuais em um ambiente de Realidade Aumentada?

Objetivos Pedagógicos:

- Exercitar a imaginação e a criatividade dos alunos com intuito de induzi-los a perceber como um modelo virtual, construído em um ambiente virtual e visualizado em um ambiente de Realidade Aumentada, possui uma relação matemática com alguns objetos mundanos;
- Mostrar exemplos de algumas funções de duas variáveis reais as quais descrevam gráficos que lembrem ou se assemelhem a objetos mundanos;
- Investigar o domínio e tentar identificar alguns pontos de algumas funções de duas variáveis reais em um ambiente misto, ou seja, em um ambiente de Realidade Mundana *versus* Realidade Virtual, a partir da análise de um modelo virtual visualizado sobre o *marker* de borda centimetrada;
- Indagar os alunos sobre como o ambiente de Realidade Aumentada pode nos ajudar a reconstruir um modelo mundano a partir do modelo virtual, visualizado no próprio ambiente de Realidade Aumentada;
- Plotar os pontos identificados com um recurso computacional, tentando esboçar um possível gráfico de uma função de duas variáveis reais para um modelo virtual visualizado a partir do ambiente de Realidade Aumentada;
- Investigar se os alunos conseguiram compreender o que foi feito no processo de plotagem dos pontos.

Orientações Iniciais:

- IX. Para realização dessa atividade, é necessário um *smartphone* ou *tablet* com sistema operacional Android 5.0 ou superior. Além disso, você deverá instalar no seu aparelho os aplicativos *AndAR*, *AndARModelViewere* *OI File Manager*, disponíveis na *Google Play Store*;
- X. Será necessário, da mesma forma, instalar o *software LAB Fit* em seu computador o qual está disponível para o sistema operacional Windows 7 ou

superior através do link: http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/download_p.htm.

Acesso em: 24 de jun. 2016;

- XI. Tenha em mãos uma régua ou um esquadro com escala em centímetros, pelo menos;
- XII. Copie os arquivos *Objeto1.obj/Objeto1.mtl*, *Objeto2.obj/Objeto2.mtl*, *Objeto3.obj/ Objeto3.mtl* e *Objeto4.obj/ Objeto4.mtl* (em anexo) para uma pasta do seu *smartphone* ou *tablet*;
- XIII. Imprima o *marker* de borda centimetrada (em anexo) para visualizar os modelos virtuais disponíveis nos arquivos copiados anteriormente;
- XIV. Abra um dos arquivos (*Objeto1.obj* ou *Objeto2.obj* ou *Objeto3.obj* ou *Objeto4.obj*), salvos em uma pasta do aparelho, a partir do ícone do aplicativo, criado na tela do *smartphone* ou *tablet*: ***AndAR Model Viewer*** → ***Selecione um arquivo de modelo***. Para acessar um dos arquivos, você perceberá que o aplicativo *OI File Manager* será aberto a partir dessa última opção selecionada. Assim, você deverá localizar um dos arquivos conforme a pasta em que estes foram salvos no aparelho;
- XV. Agora, observe o modelo virtual (escolhido a partir de um dos arquivos), utilizando os recursos do aplicativo *AndAR Model Viewer*, tais como ampliar ou reduzir o tamanho (deslize um dedo, convenientemente, sobre a tela do aparelho para perceber esse efeito). Utilize, também, o recurso rotação ou, se preferir, rotacione o *marker* impresso em sentido horário e/ou anti-horário para gerar um efeito semelhante. Igualmente, você pode se mover em torno do objeto, desde que você continue focando a câmera do aparelho para o centro do *marker* de borda centimetrada;
- XVI. Agora sim, você está pronto! Por isso, leia atentamente os itens abaixo para tentar respondê-los:

i) Observando o modelo virtual no ambiente de Realidade Aumentada, disponível em um dos arquivos com extensão “.obj”, você consegue verificar alguma semelhança ou referência do modelo virtual visualizado com algum objeto mundano? Tente citar alguns exemplos, descrevendo-os com suas palavras. **OBS.: Exercite sua imaginação!**

j) O modelo virtual, visualizado anteriormente, de fato, foi criado com um programa computacional de modelagem virtual 3-D. É verdade, também, que para construção

desse modelo virtual foram utilizadas as superfícies descritas por funções de duas variáveis reais. Sabendo disso, pense que tipos de funções de duas variáveis reais podem descrever o modelo virtual visualizado no começo dessa atividade. Consulte a internet ou um livro para auxiliá-lo a responder essa pergunta.

k) Nesse item, vamos exercitar a noção de domínio de funções de duas variáveis reais. Analise e pratique a resolução dos subitens a seguir:

i. Observe o modelo virtual escolhido, utilizando a câmera do *smartphone* ou *tablet*, de modo que você ajuste o ângulo da câmera do aparelho perpendicularmente em relação ao *marker* de borda centimetrada. Ou seja, observe o modelo virtual escolhido de uma vista de cima, paralela ao plano do *marker* de borda centimetrada;

ii. A partir desse ponto de vista, localize o centro do *marker* de borda centimetrada e assumo-o como ponto de origem de um plano de coordenadas cartesianas xy . Nesse caso, considere como ponto de origem do plano formado pelo *marker* de borda centimetrada o ponto $P = (0, 0)$;

iii. Agora, tente registrar pares ordenados (x, y) , com suporte da borda centimetrada do *marker* e das tabelas (em anexo), os quais pertençam à imagem descrita pelo modelo virtual. Nesse caso, analise, individualmente, em partes cada um dos modelos virtuais, conforme o formato de cada um dos modelos virtuais (analise o comportamento das curvas das imagens de cada um dos modelos virtuais). Tente localizar, pelo menos, 20 pares ordenados (x, y) para cada uma das partes do modelo virtual. Observe a tabela abaixo relativa aos pontos de coordenadas (x, y) , elaborada para a parte alaranjada/amarelada do modelo virtual do arquivo *Objeto2.obj*:

1º (0, 0)	2º (4.5, 4.5)	3º (3, 4.5)	4º (1.5, 4.5)
5º (0, 4.5)	6º (-1.5, 4.5)	7º (-3, 4.5)	8º (-4.5, 4.5)
9º (-4.5, 3)	10º (-4.5, 1.5)	11º (-4.5, 0)	12º (-4.5, -1.5)
13º (-4.5, -3)	14º (-4.5, -4.5)	15º (-3, -4.5)	16º (-1.5, -4.5)
17º (0, -4.5)	18º (1.5, -4.5)	19º (3, -4.5)	20º (4.5, -4.5)

iv. Por fim, tente estimar, usando uma régua ou um esquadro com escala em centímetros, valores para a coordenada z (tomando como referência um eixo perpendicular ao plano cartesiano xy) a partir dos pares ordenados (x, y) registrados no subitem anterior. **OBS.: Sinta-se à vontade para escolher outro ponto como origem (subitem ii) ou para registrar novos pares ordenados (x, y) (subitem iii), caso você tenha muita dificuldade em estimar um valor para coordenada z .**

Observe a tabela abaixo relativa aos pontos de coordenadas (x, y, z) , elaborada para a parte alaranjada/amarelada do modelo virtual do arquivo *Objeto2.obj*:

1º (0, 0, 0)	2º (4.5, 4.5, 3)	3º (3, 4.5, 3)	4º(1.5, 4.5, 3)
5º (0, 4.5, 3)	6º (-1.5, 4.5, 3)	7º(-3, 4.5, 3)	8º(-4.5, 4.5, 3)
9º (-4.5, 3, 3)	10º (-4.5, 1.5, 3)	11º (-4.5, 0, 3)	12º (-4.5, -1.5, 3)
13º(-4.5, -3, 3)	14º(-4.5, -4.5, 3)	15º(-3, -4.5, 3)	16º(-1.5, -4.5, 3)
17º(0, -4.5, 3)	18º(1.5, -4.5, 3)	19º(3, -4.5, 3)	20º(4.5, -4.5, 3)

Pergunta: Você sabe interpretar, matematicamente, esses pontos que estamos localizando no modelo virtual? Você percebeu que, em virtude do ambiente de Realidade Aumentada, conseguimos localizar pontos significativos do modelo virtual, de modo que teríamos uma noção inicial de como reconstruí-lo materialmente, ou seja, de como poderíamos construir um modelo mundano dele a partir dos registros anteriores? Pense nos fatos mencionados e escreva suas considerações a respeito dos mesmos.

l) Se você conseguiu acompanhar e desenvolver todos os itens até o momento, você terá condições de esboçar as leis de formação das funções de duas variáveis reais que constituem o modelo virtual estudado nessa atividade. Para isso, observe e analise os subitens abaixo:

i. Abra o programa *LAB Fit* e na tela inicial clique em *New* → *Number of independent variables: 2* → *Ok*.

ii. O *LAB Fit* utiliza $X1$ e $X2$ como variáveis independentes e Y como variável dependente. Por isso, escolha $X1$, por conveniência, para preencher os campos em branco, dessa nova janela, como sendo a coordenada x dos pares ordenados encontrados para cada um dos pontos de uma parte do modelo virtual (conforme seus registros do **item c, subitem iii**). Clique em *Ok* e repita o mesmo

procedimento para as duas próximas janelas, preenchendo os campos em branco com os valores encontrados para as coordenadas y e z , respectivamente;

iii. Você deverá escolher um nome para salvar seus registros como um arquivo de dados e clicar em *Ok*;

iv. Clique no botão *Use* escreva uma das seguintes sentenças matemáticas no campo “ $Y =$ ” (observe a sintaxe utilizada pelo programa para digitar uma das sentenças abaixo):

$$\begin{cases} A \cdot \cos\left(\frac{X1}{B}\right) \cdot \cos\left(\frac{X2}{B}\right) + C \\ A \cdot (X1)^2 + B \cdot (X2)^2 + C \\ A \cdot (X1)^6 + B \cdot (X2)^6 + C \end{cases}$$

Lembre-se de digitar **3** no campo “*Number of parameters:*” dessa mesma janela;

v. Clique em *Ok* → *Ok* → *Fit* → *Ok* → *Ok* → *Cancel*;

vi. Após efetuar as operações do **subitem v**, você estará visualizando, provavelmente, uma janela com o gráfico de uma superfície semelhante à parte do modelo virtual escolhido para plotagem dos pontos que você havia registrado. Caso isso não tenha acontecido, repita o processo do **item d** desde o começo, mas selecione outra sentença matemática no **subitem iv**.

Pergunta: Descreva, com suas palavras, o papel dos parâmetros A , B e C nas sentenças do **subitem iv**. Da mesma forma, tente descrever o que o programa *LAB Fit* encontrou com os seus registros juntamente com uma das sentenças que você digitou na janela do programa ao efetuar o procedimento do **subitem iv**. Você conseguiu compreender o que aconteceu? Justifique sua resposta.

TABELAS PARA REGISTO DE PONTOS

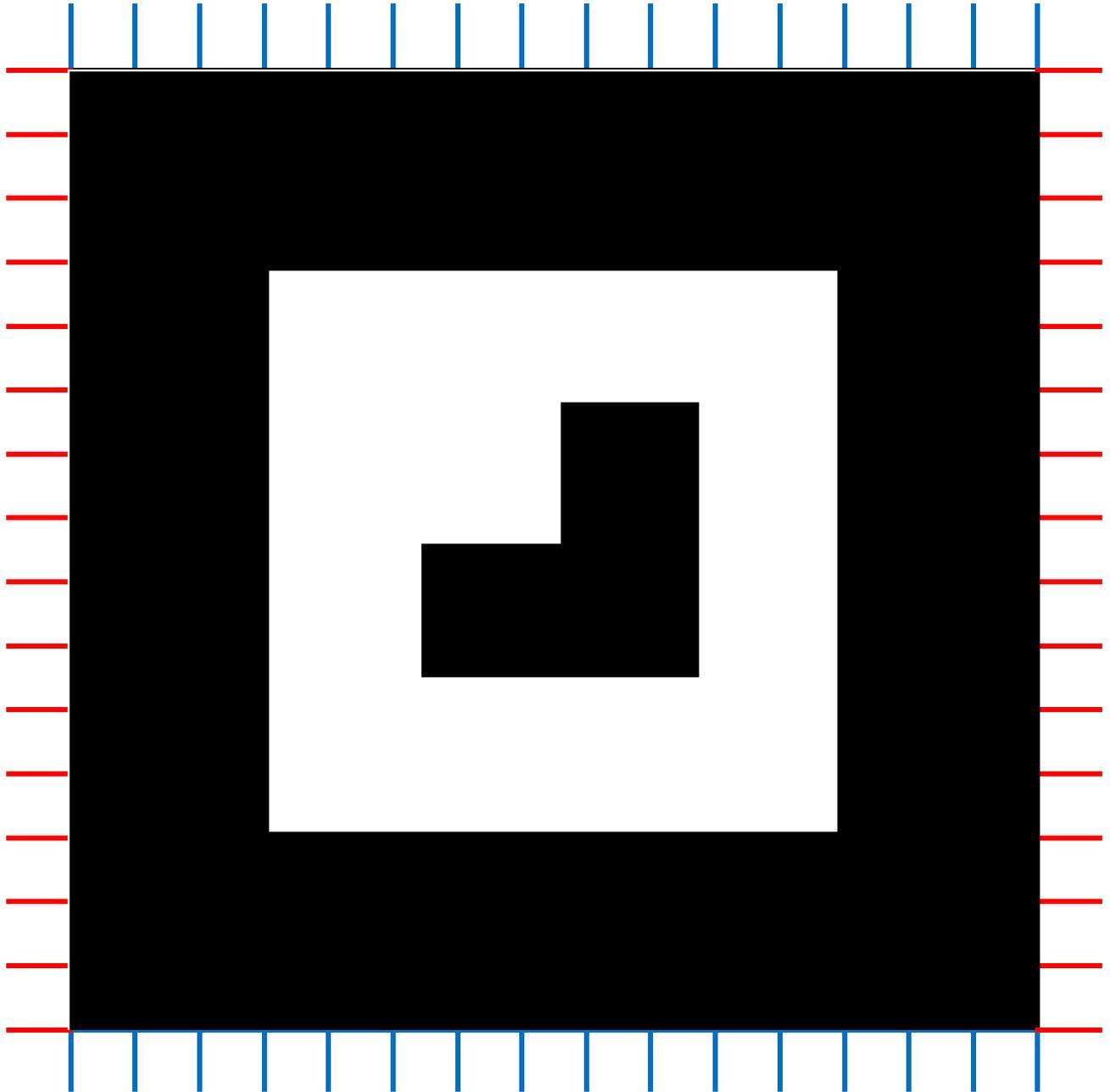
1º	2º	3º	4º
5º	6º	7º	8º
9º	10º	11º	12º
13º	14º	15º	16º
17º	18º	19º	20º

1º	2º	3º	4º
5º	6º	7º	8º
9º	10º	11º	12º
13º	14º	15º	16º
17º	18º	19º	20º

1º	2º	3º	4º
5º	6º	7º	8º
9º	10º	11º	12º
13º	14º	15º	16º
17º	18º	19º	20º

1º	2º	3º	4º
5º	6º	7º	8º
9º	10º	11º	12º
13º	14º	15º	16º
17º	18º	19º	20º

MARKER COM BORDA CENTIMETRADA



ANEXO IV - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **A EXPERIÊNCIA ESTÉTICA DA MATEMÁTICA COM A REALIDADE AUMENTADA: CONTRIBUIÇÃO PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES**, desenvolvida pelo pesquisador **Eva Luciana Feijó Machado**. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo **Prof. Dr. Maurício Rosa**, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone **(51)9342-2702** ou e-mail **mauriciomatematica@gmail.com**.

Tenho ciência de que minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- *Investigar como a experiência estética da matemática com o uso da Realidade Aumentada pode potencializar os processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos (funções de duas variáveis) elaborados com TD como parte do processo de produção do conhecimento e os softwares que podem ser utilizados para este fim.*

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações, de minha autoria, serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por uma letra do alfabeto.

A minha colaboração se fará por meio de conversas no WhatsApp, bem como na elaboração e realização de atividades, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a minha participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A minha colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço: **Rua Antônio Batista, nº 1183** / telefone: **(51) 9768-8574** / e-mail: **evalufm@hotmail.com**.

Fui ainda informado(a) de poderei me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, 21 de março de 2016.

Assinatura do participante: _____

Assinatura do pesquisador: _____

Assinatura do Orientador da pesquisa: _____