

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Rodrigo Escolante Pereira

**LAJES LISAS NERVURADAS EM CONCRETO ARMADO:
COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Porto Alegre
junho 2016

Rodrigo Escolante Pereira

**LAJES LISAS NERVURADAS EM CONCRETO ARMADO:
COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
junho 2016

Rodrigo Escolante Pereira

**LAJES LISAS NERVURADAS:
COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES
METODOLOGIAS DE CÁLCULO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e foi avaliado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da Atividade de Ensino Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 29 de junho de 2016

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela UFRGS
Orientador

Profa. Luciani Somensi Lorenzi
Dra. pela UFRGS
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Ávila Bessa (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Vanessa Fátima Pasa Dutra (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a todos que sempre me apoiaram e acreditaram em mim na vida, principalmente durante o período do meu Curso de Graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus pelo aprendizado, oportunidades e conquistas nesta caminhada, tanto no meu tempo de graduação, quanto ao longo da minha vida.

Agradeço à toda a minha família, em especial aos meus pais, Ricardo e Janete, cuja dedicação, carinho, apoio e incentivo contribuíram para a pessoa que me tornei e para me ensinar a importância de sempre persistir nos objetivos, a fim de alcançar meus desejos e sonhos.

Agradeço também às amigadas encontradas ao longo desta jornada. Em especial aos amigos: Guilherme Cervantes, Fernanda Ramos, Luísa Lucchese e Guilherme Vargas pelo carinho, companheirismo, compreensão e principalmente amizade ao longo destes anos.

Agradeço também a meu orientador, professor Roberto Domingo Rios, pela sua dedicação, amizade, compreensão e auxílio na realização deste trabalho.

Por fim, agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelos conhecimentos adquiridos nos anos que seguiram, seja através dos próprios professores, seja pelos desafios encontrados, mas que serviram de base para a minha formação como profissional e como ser humano.

Nas grandes batalhas da vida, o primeiro passo para a vitória é o desejo de vencer.

Mahatma Gandhi

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a comparação entre as solicitações de flexão, normais e de corte obtidas pelo dimensionamento de uma laje lisa nervurada, mediante a aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes, segundo a NBR 6118 e o ACI 318, e do Método dos Elementos Finitos. A primeira metodologia refere-se a um procedimento analítico simplificado, o qual é permitido em ambas as normas citadas, quando a laje estudada possui regularidade em suas dimensões e na disposição dos pilares. O segundo processo diz respeito a um método de análise numérica, amplamente difundido nos *softwares* de Engenharia atuais, entre eles, o CYPECAD adotado para este trabalho. Foram verificados também os esforços de corte e a ruptura à punção com os valores fornecidos pela análise anterior. Os resultados demonstraram que, no sentido geral, o Método dos Elementos Finitos produziu valores de solicitações inferiores aos encontrados pelo Método dos Pórticos Equivalentes, não havendo, entretanto grandes divergências entre ambos. Este fato evidencia a eficácia das metodologias testadas quanto à segurança e à estabilidade das estruturas. Com relação ao consumo de aço, a versão da Norma Americana para o método analítico estudado conduziu a um leve aumento no consumo de aço nos pilares de canto e de extremidade quando comparado com a versão da Norma Brasileira, cujos valores guardam bastante semelhança com os encontrados pelo Método dos Elementos Finitos. Dessa forma, torna-se necessário novos estudos quanto a viabilidade econômica do Método dos Pórticos Equivalentes pelo ACI 318 em situações onde a laje é nervurada e apoia-se diretamente sobre os pilares.

Palavras-chave: lajes lisas nervuradas; lajes lisas; lajes nervuradas; Método dos Pórticos Equivalentes; Método dos Elementos Finitos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa	22
Figura 2 – Seção transversal de uma laje nervurada	24
Figura 3 – Vista superior de laje nervurada em uma direção	26
Figura 4 – Vista superior de laje nervurada em duas direções	26
Figura 5 – Laje lisa	28
Figura 6 – Laje cogumelo	29
Figura 7 – Vista superior de laje sem vigas nervurada	31
Figura 8 – Pórticos Múltiplos	45
Figura 9 – Modelo estrutural proposto pela NBR 6118	46
Figura 10 – Faixa da laje segundo Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118	46
Figura 11 – Largura das faixas conforme ACI 318	48
Figura 12 – Elemento de torção para a rigidez equivalente segundo ACI 318	49
Figura 13 - Definição dos valores x e y para o cálculo da constante C pelo ACI 318	50
Figura 14 - Comprimento equivalente de pilar pelo ACI 318	51
Figura 15 – Distribuição de momentos segundo ACI 318	51
Figura 16 – Perímetros críticos pela NBR 6118	54
Figura 17 – Perímetros crítico reduzido para pilares de canto e borda	56
Figura 18 – Disposição da armadura de punção da laje	59
Figura 19 - Espaçamentos da armadura de punção pela NBR 6118	59
Figura 20 - Perímetros de controle ACI 318	60
Figura 21- Distribuição do esforço cortante pelo ACI 318	62
Figura 22 - Exemplo de disposição da armadura de punção pelo ACI 318	64
Figura 23 - Disposição da armadura de colapso progressivo pela NBR 6118	71
Figura 24 – Laje lisa nervurada analisada	72
Figura 25 - Pórtico Direção X	73
Figura 26 - Pórtico Direção Y	73
Figura 27 - Seção transversal da parte nervurada da laje	74
Figura 28 - Largura das faixas para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014	76
Figura 29 - Largura das faixas para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014	76
Figura 30 - Largura das faixas para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014	83
Figura 31- Largura das faixas para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014	83
Figura 32 - Modelo 3D da laje analisada pelo CYPECAD	90
Figura 33 - Momentos fletores na direção Y pelo CYPECAD	91

Figura 34 - Momentos fletores na direção X pelo CYPECAD	91
Figura 35 – Cortante total atuando na laje pelo CYPECAD	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de ρ_{\min}	38
Tabela 2: Verificações de armadura mínima.....	38
Tabela 3: Cargas verticais acidentais atuantes conforme uso da edificação	41
Tabela 4: Classificação da agressividade do ambiente conforme NBR 6118	42
Tabela 5: Cobrimento mínimo para lajes em concreto armado conforme NBR 6118	42
Tabela 6: Valores do coeficiente K	55
Tabela 7: Cálculo dos carregamentos considerados nos pórticos nas direções X e Y	74
Tabela 8: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção X pela NBR 6118/2014	77
Tabela 9: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014	77
Tabela 10: Armaduras negativas para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014.....	78
Tabela 11: Armaduras negativas para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014.....	78
Tabela 12: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014	79
Tabela 13: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014	80
Tabela 14: Verificação ao esforço de corte para pórtico na direção X.....	81
Tabela 15: Cálculo dos limites de resistência para a punção	81
Tabela 16: Verificação à punção nos contornos críticos pela NBR 6118	82
Tabela 17: Cálculo do comprimento equivalente para pilares pelo ACI 318.....	83
Tabela 18: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção X pelo ACI 318/2014.....	84
Tabela 19: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção Y pela ACI 318/2014.....	84
Tabela 20: Armaduras negativas para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014.....	85
Tabela 21: Armaduras negativas para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014.....	86
Tabela 22: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014 ..	86
Tabela 23: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014 ..	87
Tabela 24: Verificação ao esforço de corte pelo ACI 318	87
Tabela 25: Propriedades geométricas para o cálculo da punção pelo ACI 318	88
Tabela 26: Tensão resistiva para o perímetro crítico do ACI 318.....	88
Tabela 27: Verificação à punção pelo ACI 318	89
Tabela 28: Distribuição dos momentos do CYPECAD para o pórtico na direção X.....	92
Tabela 29: Distribuição dos momentos do CYPECAD para o pórtico na direção Y	93

Tabela 30: Armaduras negativas no pórtico X para resultados do CYPECAD	94
Tabela 31: Armaduras negativas no pórtico Y para resultados do CYPECAD	94
Tabela 32: Armaduras positivas no pórtico X para resultados do CYPECAD	95
Tabela 33: Armaduras positivas no pórtico Y para resultados do CYPECAD	95
Tabela 34: Verificação ao corte com resultados do <i>software</i> CYPECAD	96
Tabela 35: Verificação à punção do <i>software</i> CYPECAD pela NBR 6118.....	97
Tabela 36: Verificação à punção do <i>software</i> CYPECAD pela ACI 318	97

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparativo entre momentos solicitantes para pórtico na direção X	98
Quadro 2 – Comparativo entre momentos solicitantes para pórtico na direção Y	99
Quadro 3 – Comparativo entre momentos distribuídos nas faixas para pórtico na direção X.....	100
Quadro 4 – Comparativo entre momentos distribuídos nas faixas para pórtico na direção Y.....	101
Quadro 5 – Comparativo entre armaduras negativas para o pórtico direção X.....	102
Quadro 6 – Comparativo entre armaduras negativas para o pórtico direção Y.....	103
Quadro 7 – Comparativo entre esforços de corte solicitantes	104
Quadro 8 – Comparativo entre reações nos pilares	105
Quadro 9 – Comparativo entre tensões de cisalhamento para os perímetros críticos da NBR 6118	105
Quadro 10 – Comparativo entre tensões de cisalhamento para o perímetro crítico do ACI 318	106

LISTA DE SIGLAS

ACI – *American Concrete Institute*

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Último

FI – Faixa Interna

FE – Faixa Externa

MEF – Método dos Elementos Finitos

MPE – Método dos Pórticos Equivalentes

MPM – Método dos Pórticos Múltiplos

MPV – Método dos Pórticos Virtuais

NBR – Norma Brasileira

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto (MPa)

$f_{ct,m}$ – resistência média a tração do concreto (MPa)

α_E – coeficiente que leva em conta a influência do agregado (adimensional)

E_{ci} – módulo de elasticidade inicial do concreto (MPa)

E_{cs} – módulo de elasticidade secante do concreto (MPa)

ρ_s – taxa de armadura de flexão (%)

ρ_{min} – taxa mínima de armadura de flexão (%)

ρ_p – taxa de armadura de protensão (%)

M_{sd} – momento solicitante de cálculo

K – coeficiente de transmissão do momento M_{sd} para o pilar pela NBR 6118 (adimensional)

W_p – módulo de resistência plástica (cm³)

M_{sd}^* – momento solicitante de cálculo reduzido (kNm);

M_{sd1} – momento solicitante de cálculo paralelo à dimensão horizontal C1 do pilar (kNm)

u^* – perímetro crítico reduzido (cm)

M_{sd2} – momento solicitante de cálculo paralelo à dimensão vertical C2 do pilar (kNm)

C – contorno da área de aplicação da carga

d – altura útil da laje (cm)

C' – contorno crítico, externo e distante $2d$ do contorno C , no plano da laje

C'' – contorno crítico, externo e distante $2d$ do contorno C' , no plano da laje

τ_{sd} – tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (kN/cm²)

τ_{rd1} – tensão de cisalhamento resistente no contorno C' (kN/cm²)

τ_{rd2} – tensão de cisalhamento resistente no contorno C (kN/cm²)

τ_{rd3} – tensão de cisalhamento resistente no contorno crítico, após colocação de armadura de punção (kN/cm²)

u – perímetro crítico (cm) pela NBR 6118

b_0 – perímetro crítico (cm) pelo ACI 318

b_0^* – perímetro crítico reduzido (cm) pelo ACI 318

b_f – largura da mesa em uma seção transversal T (cm)

b_w – largura de uma seção retangular ou, da viga ou nervura, em uma seção transversal T (cm)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
2 DIRETRIZES DA PESQUISA.....	20
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	20
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	20
2.2.1 Objetivo principal.....	20
2.2.2 Objetivos secundário	20
2.3 PRESSUPOSTOS.....	21
2.4 PREMISA.....	21
2.5 DELIMITAÇÕES.....	21
2.6 LIMITAÇÕES	21
2.7 DELINEAMENTO.....	22
3 LAJES NERVURADAS.....	24
3.1 DEFINIÇÃO.....	24
3.2 CARACTERÍSTICAS.....	25
3.3 RECOMENDAÇÕES.....	27
4 LAJES SEM VIGAS	28
4.1 CONCEITOS.....	28
4.2 CARACTERÍSTICAS.....	29
4.3 LAJES ALIVIADAS SEM VIGAS	30
5 MATERIAIS	33
5.1. CONCRETO.....	33
5.1.1 Resistência à compressão	33
5.1.2 Resistência à tração	34
5.1.3 Módulo de elasticidade.....	35
5.2 AÇO PARA ARMADURAS PASSIVAS.....	36
6 CRITÉRIOS DE PROJETO	40
6.1 CARGAS ATUANTES NA LAJE.....	40
6.2 COBRIMENTO.....	41
6.3 RECOMENDAÇÕES PARA ARMADURAS	43
7 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO.....	44
7.1 MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES	44
7.1.1 Surgimento	44
7.1.2 Abordagem segundo a NBR 6118	45
7.1.3 Abordagem segundo o ACI 318.....	47

7.2 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS.....	52
8 VERIFICAÇÕES COMPLEMENTARES	53
8.1 PUNÇÃO.....	53
8.1.1 Abordagem segundo NBR 6118	54
8.1.2 Abordagem segundo ACI 318.....	59
8.2 VERIFICAÇÃO NAS NERVURAS.....	64
8.2.1 Verificação ao corte pela NBR 6118	64
8.2.1.1 Verificação como vigas	65
8.2.1.2 Verificação como lajes	67
8.2.2 Verificação ao corte pelo ACI 318.....	68
8.2.3 Dimensionamento à flexão	69
8.2.4 Verificação da mesa.....	70
8.3 ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO	71
9 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA.....	72
9.1 DEFINIÇÃO DA LAJE	72
9.2 CARREGAMENTOS.....	74
9.3 ANÁLISE PELA NBR 6118.....	75
9.3.1 Método dos Pórticos Equivalentes	75
9.3.2 Verificação ao cisalhamento	80
9.3.3 Punção	81
9.4 ANÁLISE PELO ACI 318	82
9.4.1 Método dos Pórticos Equivalentes	82
9.4.2 Verificação ao cisalhamento	87
9.4.3 Punção	88
9.5 ANÁLISE PELO SOFTWARE CYPECAD.....	89
9.5.1 Lançamento da estrutura.....	89
9.5.2 Dimensionamento à flexão da laje.....	92
9.5.3 Verificação ao esforço cortante	96
9.5.4 Punção	97
10 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	98
11 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	107
REFERÊNCIAS	108
APÊNDICE A – Diagramas de solicitações internas segundo NBR 6118/2014 e ACI 318/2014	109

1 INTRODUÇÃO

Lajes são elementos essenciais à estrutura de uma edificação, uma vez que são responsáveis pela absorção e transmissão de grande parte dos esforços externos provenientes de cada pavimento. Juntamente com as vigas e pilares, contribuem para o funcionamento da estrutura como um conjunto.

Ao longo dos anos, muitas foram as metodologias desenvolvidas para o dimensionamento de lajes levando em consideração a ação conjunta com vigas e pilares. Destacam-se nesse contexto, conforme Montoya et al. (2009, p. 403), os métodos clássicos baseados na teoria da elasticidade e os métodos de ruptura, que consideram o concreto um corpo rígido-plástico perfeito.

Com a necessidade de melhor distribuição do espaço e, almejando uma economia dos materiais, passou-se também a adotar o sistema de lajes nervuradas. Tal técnica traz consigo grandes benefícios, os quais serão mencionados no capítulo 3 deste trabalho.

O capítulo 4 destina-se à apresentação de lajes sem vigas. Estas podem ser divididas ainda em dois grupos: lajes cogumelo e lisa. Para Araújo (2010, p. 199), “Lajes cogumelo são as lajes apoiadas diretamente em pilares, sem a presença de vigas, que possuem capitéis. A denominação ‘lajes lisas’ é empregada para as lajes que se apoiam diretamente sobre pilares sem capitéis.”. Os capítulos 5 e 6 apresentam as formulações e recomendações necessárias para o projeto de estruturas em concreto armado.

Um fato importante a se mencionar, o qual justifica a escolha do tema, são que alguns procedimentos utilizados para se dimensionar lajes apoiadas em vigas não encontram aplicação em lajes lisas ou cogumelo. Sendo assim, muitas das metodologias anteriormente mencionadas perdem terreno e emprego. Isso se deve principalmente ao fato de que além de absorver esforços, as lajes passariam também a assumir o papel de transmissão de forças até os pilares. Dessa forma, outros métodos se fazem necessários, de modo a garantir a segurança e estabilidade de tais estruturas.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97) recomenda o uso de metodologias numéricas adequadas, como a Analogia de Grelha e o MEF

para o projeto das lajes a serem estudadas. Entretanto, admite-se um procedimento simplificado caso as dimensões e espaçamentos dos elementos da estrutura atendam valores recomendados, a fim de garantir a eficácia do método. Este procedimento, como o nome sugere, produz resultados diferenciados daqueles encontrados em soluções numéricas, que podem ser mais precisas. A apresentação das metodologias de cálculo utilizados neste trabalho encontram-se explicadas no capítulo 7.

Para garantir a estabilidade de lajes lisas, é importante o conhecimento do comportamento à punção e a resistência ao efeito de corte das lajes. Esses procedimentos serão descritos ao longo do capítulo 8.

Os capítulos 9 e 10 destinam-se à apresentação dos resultados obtidos para o modelo de laje proposto e a comparação destes valores, respectivamente.

Por fim, nas considerações finais será respondida à questão de pesquisa que norteia este trabalho, conforme diretrizes do capítulo 2.

2 DIRETRIZES DA PESQUISA

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do trabalho é: para um pavimento tipo específico, qual a divergência entre os resultados obtidos em termos de solicitações e dimensionamento, ao se aplicarem diferentes métodos analíticos e numérico de cálculo para o projeto de lajes lisas nervuradas em concreto armado?

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal do trabalho é a análise comparativa dos resultados encontrados por diferentes metodologias empregadas para o cálculo de solicitações e dimensionamento de lajes lisas nervuradas em concreto armado.

2.2.2 Objetivos secundário

O objetivo secundário do trabalho é a apresentação dos resultados encontrados pela aplicação de diferentes procedimentos de cálculo para lajes nervuradas, quando estas estão apoiadas diretamente sobre pilares.

2.3 PRESSUPOSTOS

O trabalho tem por pressupostos que:

- a) os procedimentos de cálculo analíticos sugeridos pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) para lajes lisas produzem resultados admissíveis;
- b) a lógica de programação do *software* CYPECAD segue a teoria do Método dos Elementos Finitos para a solução numérica dos problemas.

2.4 PREMISSA

O trabalho tem por premissa que o conhecimento adequado das diferentes metodologias de cálculo existentes para lajes lisas nervuradas e seus resultados pode produzir projetos mais sustentáveis e econômicos.

2.5 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se ao estudo de lajes nervuradas apoiadas diretamente sobre pilares, ou seja, lajes lisas nervuradas.

2.6 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) o uso do Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) como método analítico proposto pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014);
- b) o uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), como metodologia numérica, através do *software* CYPECAD;
- c) serão desconsiderados os carregamentos horizontais e a presença de furos ou aberturas na laje em estudo;
- d) será utilizado neste trabalho um pavimento tipo hipotético de um edifício garagem;

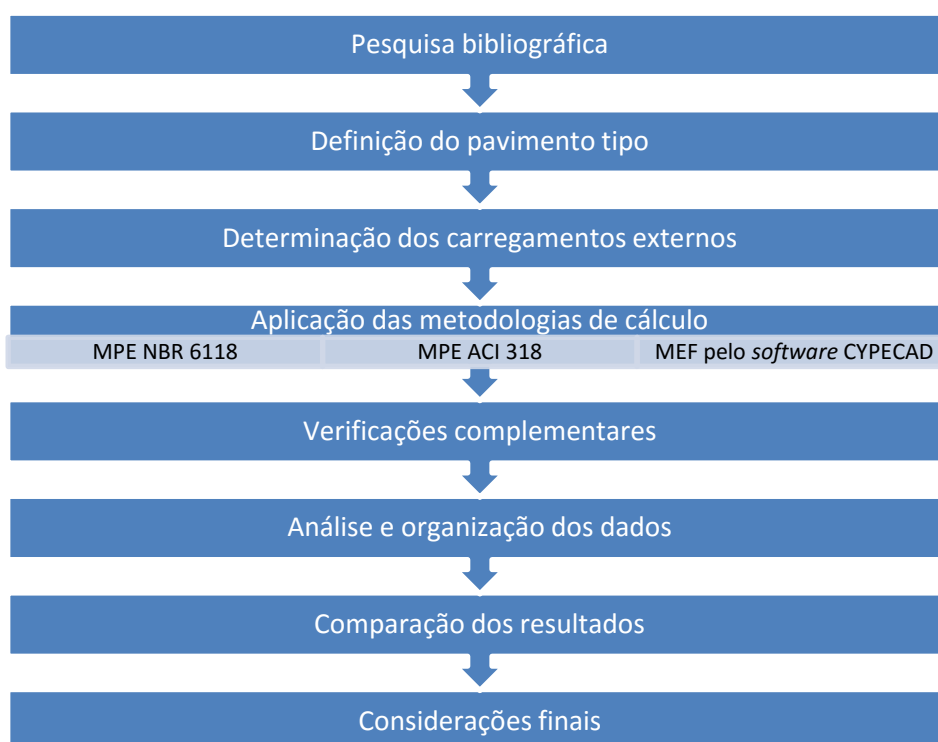
- e) a verificação do Estado Limite de Serviço (ELS) dos elementos estruturais não será realizada;
- f) as variáveis de estudo serão os esforços internos (esforço cortante e normal, momento fletor, tensões de cisalhamento) e a taxa de armadura obtida (longitudinal e transversal) para a estrutura avaliada.

2.7 DELINEAMENTO

O trabalho será realizado através das etapas apresentadas a seguir que estão representadas na figura 1 e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definição do pavimento tipo;
- c) determinação dos carregamentos externos;
- d) aplicação das metodologias de cálculo;
- e) verificações complementares;
- f) análise e organização dos dados;
- g) comparação dos resultados;
- h) considerações finais.

Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa



(fonte: elaborado pelo autor)

A etapa inicial refere-se à **pesquisa bibliográfica**, a qual é de essencial importância, pois vigorou ao longo do desenvolvimento de todo o trabalho, auxiliando no domínio e desenvolvimentos do tema. Para tanto, fez uso de normas técnicas vigentes de concreto armado no Brasil e nos Estados Unidos, assim como consultas a outras bibliografias técnicas que discursam sobre o assunto, como livros, trabalhos de conclusão e teses.

Com a etapa anterior concluída, inicia-se a **definição do pavimento tipo**. Nesta fase, elaborou-se um pavimento tipo hipotético o qual permitiu a correta implementação das metodologias propostas.

Durante a **determinação dos carregamentos externos** atuantes sobre a estrutura se identificaram as principais solicitações existentes, a combinação de cálculo e as considerações a serem adotadas na laje em estudo.

Conhecidos a geometria da estrutura e os dados dos carregamentos externos atuantes, deu-se início à **aplicação das metodologias de cálculo**. Nesta fase, foram realizados o dimensionamento à flexão da laje proposta. Para este trabalho, considerou-se os seguintes procedimentos:

- a) Método dos Pórticos Equivalentes, segundo recomendações da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014);
- b) Método dos Pórticos Equivalentes, segundo recomendações do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014);
- c) Método dos Elementos Finitos através do *software* CYPECAD.

Em um segundo momento, caracterizado como **verificações complementares**, foram realizadas análises recomendadas para o tipo de laje proposto de acordo com a Norma de Concreto utilizada. Para tanto, foram utilizados tanto os resultados encontrados pela análise dos pórticos planos e como os obtidos pelo *software* CYPECAD.

Na etapa conhecida como **análise e organização dos dados**, foram criadas tabelas com os valores obtidos nas etapas anteriores, a fim de facilitar a atividade subsequente.

Durante a **comparação dos resultados**, analisou-se as divergências encontradas, apresentando-as sob a forma de quadros comparativos. Por fim, nas **considerações finais** avaliou-se a resposta do estudo, apontando as observações realizadas, no objetivo de responder à questão de pesquisa do trabalho.

3 LAJES NERVURADAS

Neste capítulo serão demonstrados a definição, as principais características e as atribuições estabelecidas pela Norma Brasileira de Concreto para utilização de lajes nervuradas.

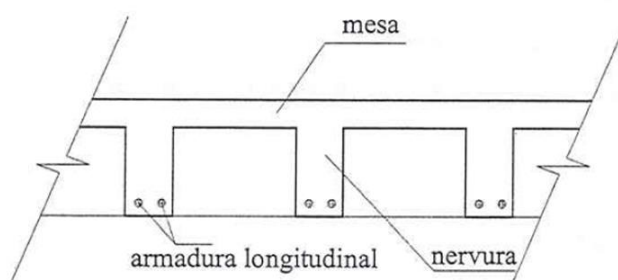
3.1 DEFINIÇÃO

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97), “Lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte.”. A fim de esclarecer o conceito acima, Carvalho e Pinheiro (2009, p. 14-15) explicam o motivo para utilização de nervuras:

A ideia que levou ao surgimento destas lajes é relativamente simples: para grandes dimensões, as lajes maciças geralmente apresentam, pelo menos, uma pequena região de concreto comprimida [...] e, portanto, há muito concreto abaixo da linha neutra que está tracionado, o que, nesta situação não colabora com a resistência à flexão do concreto; assim, nada mais racional do que substituir uma parte desse concreto por material inerte (quase sempre mais leve e barato que o concreto) ou simplesmente moldar com fôrmas uma região tracionada composta apenas de nervuras.

Com relação aos materiais de preenchimento, Araújo (2010, p. 177) destaca que “Os materiais inertes devem ter peso específico reduzido em comparação com o peso específico do concreto, podendo ser empregados tijolos, blocos de concreto leve, isopor, etc.”. A figura 2 apresenta a seção transversal genérica de uma laje nervurada sem a presença de materiais inertes.

Figura 2 – Seção transversal de uma laje nervurada



(fonte: adaptado de CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 18)

Como se observa, na região das nervuras ficam localizadas as armaduras de tração, cabendo ao concreto, semelhante ao que o ocorre em lajes maciças, prover o cobrimento mínimo necessário de acordo com o grau de agressividade ambiental atuante no local de instalação da laje, a fim de garantir a correta proteção das barras de aço. Além disso, é perceptível a redução do volume de concreto consumido ao se verificar a distância existente entre as nervuras. A seguir serão demonstradas as principais características deste sistema, justificando a sua escolha em projetos estruturais.

3.2 CARACTERÍSTICAS

Para um dado grupo de dimensões de lajes, em geral para vãos maiores que 5 m, um sistema concebido com lajes nervuradas em concreto armado apresenta muitas vantagens quando comparado à solução alternativa com lajes maciças. A começar pela redução do seu peso próprio, relativamente menor, a laje nervurada possibilita também melhor aproveitamento do espaço e economia no consumo de materiais. Quanto a este fato, Carvalho e Pinheiro (2009, p. 13-14) destacam:

Dentre as vantagens que as lajes nervuradas apresentam, algumas merecem ser destacadas:

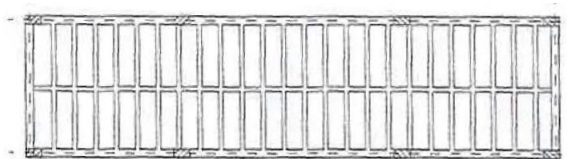
- a) permite vencer grandes vãos, liberando espaços, o que é vantajoso em locais como garagens, onde pilares, além de dificultarem as manobras dos veículos, ocupam regiões que serviriam para vagas;
- b) podem ser construídas com a mesma tecnologia empregada nas lajes maciças, diferentemente das lajes protendidas, que exigem técnicas específicas de execução;
- c) tem grande versatilidade de aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações comerciais, residenciais, educacionais, hospitalares, garagens etc.;
- d) são também adequadas aos sistemas de lajes sem vigas, em que podem ser necessárias regiões maciças apenas nas regiões dos pilares, onde há grande concentração de tensões;
- e) consomem menos concreto e aço que outros sistemas similares, diminuindo o peso próprio e aliviando as fundações;
- f) pelas suas características (grande altura e pequeno peso próprio), podem suportar cargas mais elevadas que as demais.

No entanto, é importante destacar que tais lajes “[...] apresentam também algumas pequenas desvantagens, podendo-se citar como principais a dificuldade na passagem de tubulações e a

demanda por alturas maiores do edifício e de cada andar.” (CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 14).

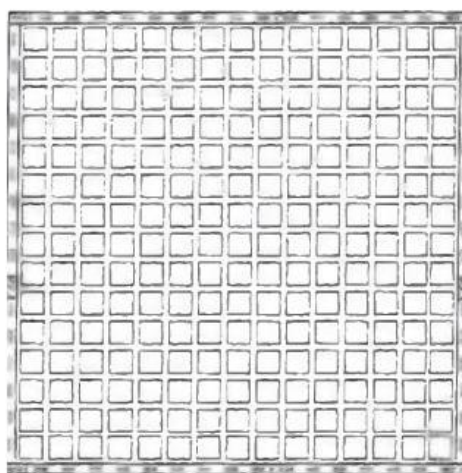
Algo que deve ser esclarecido é que as nervuras podem se apresentar armadas em uma ou duas direções da laje. No primeiro caso, de acordo com o item 14.7.7 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97) pode-se desprezar a rigidez transversal e a rigidez à torção nas nervuras, comportando-se estas, segundo Carvalho e Pinheiro (2009, p. 42), como vigas com sistema de apoio simples e independente. Nas lajes com nervuras bidirecionais, no entanto, ocorre a formação de uma malha, a qual, em grande parte dos casos, tem formato retangular. Neste caso, o referido item da Norma trata o conjunto funcionando estruturalmente como uma laje maciça. As figuras 3 e 4 representam lajes nervuradas armadas em uma e duas direções, respectivamente.

Figura 3 – Vista superior de laje nervurada em uma direção



(fonte: adaptado de CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 43)

Figura 4 – Vista superior de laje nervurada em duas direções



(fonte: adaptado de CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 44)

3.3 RECOMENDAÇÕES

O item 13.2.4.2 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 74-75, grifo do autor) prescreve os requisitos mínimos para a geometria de lajes nervuradas, sejam estas armadas em uma ou duas direções, conforme segue:

13.2.4.2 Lajes nervuradas

A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre as faces das nervuras [...] e não menor que 4 cm.

O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro ϕ menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro ϕ maior que 10 mm, a mesa deve ter a espessura mínima de $4 \text{ cm} + \phi$, ou $4 \text{ cm} + 2 \phi$ no caso de haver cruzamento destas tubulações.

A espessura das nervuras não pode ser inferior a 5 cm.

Nervuras com espessura menor que 8 cm não pode conter armadura de compressão.

Para o projeto das lajes nervuradas, devem ser obedecidas as seguintes condições:

- a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

Quanto às recomendações para as armaduras, o item 20.1 da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 169) não prevê diferenças entre lajes maciças e nervuradas, exceto em armaduras destinadas ao esforço de corte, por exemplo, os estribos, os quais devem apresentar espaçamento inferior a 20 cm, quando a laje possuir nervuras e seu uso se fizer necessário.

4 LAJES SEM VIGAS

No capítulo anterior, foram apresentadas as principais características das lajes denominadas nervuradas. A seguir, será explicado o sistema de apoio destes elementos, quando não há vigas na estrutura. Desta maneira, serão exibidas as principais diferenças em comparação ao sistema tradicional com vigas, assim como será demonstrado o tipo de laje, a qual será objeto de estudo do trabalho.

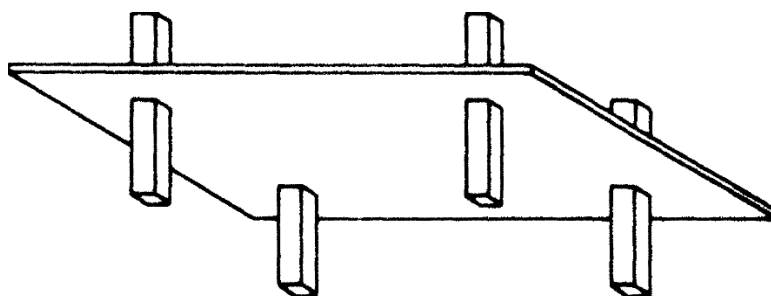
4.1 CONCEITOS

A expressão lajes sem vigas é utilizada, como se propõe, para designar as lajes que carecem de vigas em seu sistema de apoio. A literatura técnica, também refere a elas com o nome de lajes planas.

Apesar disso, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97) é mais específica ao afirmar que “Lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são apoiadas nos pilares sem capitéis.”. Carvalho e Pinheiro (2009, p. 80), no entanto, afirmam que o nome mais adequado para ambos seria lajes sem vigas, com e sem capitéis.

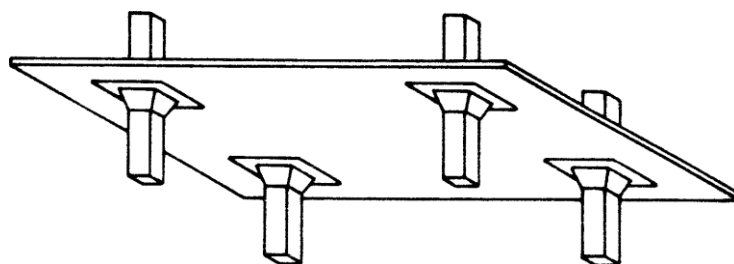
Figueiredo Filho (1989, p. 1), esclarece que nos Estados Unidos, onde tais estruturais são mais usuais, faz-se uso das expressões *flat slabs* e *flat plates* para referir-se às lajes cogumelo e lisa, respectivamente. As figuras 5 e 6 exemplificam ambas configurações.

Figura 5 – Laje lisa



(fonte: adaptado de FIGUEIREDO FILHO, 1989, p. 3)

Figura 6 – Laje cogumelo



(fonte: FIGUEIREDO FILHO, 1989, p. 2)

Conforme se observa na figura 6, nas lajes cogumelo há um engrossamento na região de contato entre os pilares e a laje. Tal elemento denomina-se capitel. Segundo Carvalho e Pinheiro (2009, p. 81) este engrossamento serve:

Para diminuir essas tensões [de ruptura] e evitar a possibilidade de puncionamento, os pilares podem ter um engrossamento de sua seção na região da ligação com a laje, que é chamado de capitel. Com a mesma finalidade, as lajes podem ter a sua espessura aumentada nessa região, engrossamento este chamado de ábaco, pastilha ou “*drop panel*”.

Entretanto, “[...] tem-se evitado o emprego de lajes com capitéis, devido às dificuldades de execução das fôrmas. Desse modo, empregam-se lajes lisas, as quais são projetadas com uma espessura suficiente para garantir a sua resistência à punção e à flexão.” (ARAÚJO, 2010, p. 200). No capítulo das verificações complementares será explicado de forma mais detalhada, o fenômeno da punção e suas consequências.

4.2 CARACTERÍSTICAS

O uso do sistema convencional de lajes trabalhando em conjunto com vigas e pilares, ainda é predominante na maior parte dos projetos e nas obras da construção civil envolvendo o uso de concreto armado. Contudo, com a necessidade pela melhor distribuição do espaço e, almejando um melhor aproveitamento dos materiais, passou-se também a adotar o sistema de lajes sem vigas.

Neste contexto, Souza e Cunha¹ (1994 apud ARAÚJO, 2010, p. 200) apresentam as principais vantagens do emprego deste sistema:

¹ SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: Eduff, 1994.

- a) geralmente, é uma solução mais econômica do que a solução tradicional, para cargas de grande intensidade;
- b) permite a redução do pé-direito e facilita a passagem de dutos sob sua face inferior;
- c) as formas são mais simples e econômicas;
- d) facilidade de armação e concretagem;
- e) menores prazos de execução;
- f) maior ventilação e iluminação, pela ausência das vigas;
- g) maior liberdade para a disposição de paredes divisórias.

Apesar dos benefícios existentes, Figueiredo Filho (1989, p. 12-13, grifo do autor) aponta algumas desvantagens destas estruturas, entre elas:

[...] Punção das lajes

É um dos principais problemas das lajes sem vigas, e pode ser solucionado adequando a espessura das lajes e dimensões dos pilares, ou usando armadura específica, ou ambos, [...].

[...] Deslocamentos transversais das lajes

Para uma mesma rigidez e um mesmo vão, o deslocamento central das lajes sem vigas é maior do que aquele nas lajes sobre vigas; no caso de painéis externos há ainda o deslocamento no centro do vão das bordas exteriores das lajes, que aqui também é maior. Desse [...].

[...] Instabilidade global do edifício

No caso de edifícios altos, a ausência de vigas diminui a estabilidade global devido às ações horizontais; nesse caso deve-se vincular as lajes em paredes estruturais ou em núcleos rígidos, como poços de elevador ou escadas; [...].

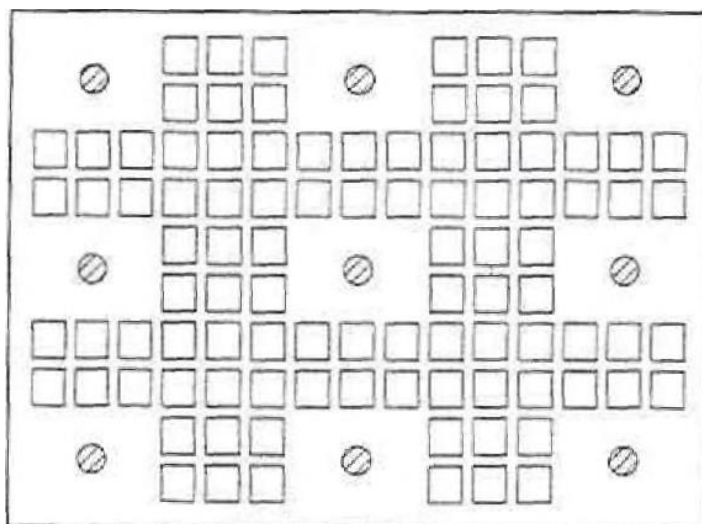
Sendo assim, pode-se afirmar que o uso do sistema de lajes sem vigas pode trazer grandes benefícios, mesmo podendo oferecer algumas desvantagens, o que justifica a sua adoção, principalmente em edificações comerciais ou de grande porte, como alternativa ao sistema convencional com vigas inclusas na estrutura.

4.3 LAJES ALIVIADAS SEM VIGAS

Lajes aliviadas é uma designação dada a um caso particular de lajes sem vigas, quando estas também dispõem de nervuras ou vazios em seu interior. Sobre isso, Figueiredo Filho (1989, p. 15) afirma que “As lajes sem vigas podem ser aliviadas – tipo nervuradas ou com vazios

internos [...] de modo que o peso próprio seja diminuído assim como o consumo de concreto, aliviando os pilares e fundações e tornando-as mais econômicas”.” A figura 7 representa um exemplo desta laje, a qual será alvo de estudo deste trabalho, cujas características estão acima explicadas.

Figura 7 – Vista superior de laje sem vigas nervurada



(fonte: adaptado de CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 100)

Conforme ilustrado, nas proximidades dos pilares, a laje encontra-se maciça. Isso ocorre principalmente para assegurar a estabilidade da estrutura, “[...] pois há uma grande concentração de esforços e para combatê-los é necessário contar, entre outros, com a espessura total da laje.” (CARVALHO; PINHEIRO, 2009, p. 88).

Além disso, Carvalho e Pinheiro (2009, p. 101) alegam que na região central da laje é permitido em sua zona tracionada, a eliminação de parte do concreto, já que este material não responde bem a esforços de tração. Os autores ainda destacam que a maior altura das lajes nervuradas, asseguram uma elevação na resistência e redução nos deslocamentos transversais.

Montoya et al. (2009, p. 418) recomendam as seguintes dimensões mínimas para lajes nervuradas sem vigas:

- a) a distância entre os centros das nervuras deve ser menor ou igual 1,0 m;
- b) a altura mínima total deve ser o maior valor entre seguintes valores,
 - 15 cm;
 - 1/28 do maior vão da laje;

- c) a espessura mínima da região de compressão (mesa), deve ser o maior entre os seguintes valores,
 - 5 cm;
 - $1/10$ da maior distância entre as nervuras;
- d) largura das nervuras deve ser o maior dos seguintes valores,
 - 7 cm;
 - $1/7$ da maior distância entre as nervuras;
 - $1/4$ da altura da nervura;
- e) deve haver no mínimo seis nervuras em cada direção em todo o vão;
- f) deve haver em todo o contorno da laje uma nervura com largura não inferior à altura da laje ou 25 cm;
- g) balanços não devem ter vãos superiores a 10 vezes a altura total da laje;
- h) próximo aos pilares, a laje deve ser maciça, cuja dimensão em cada direção, medida do centro do pilar até a borda da laje, deve ser equivalente a no mínimo $1/6$ do vão correspondente.

Conforme se observa, lajes aliviadas possuem um caráter bastante rigoroso quanto às dimensões de seus elementos. Isso pode ser explicado, em parte, pelas metodologias analíticas envolvendo lajes lisas, que garantem o bom comportamento e segurança destes elementos, desde que respeitadas as recomendações acima apresentadas.

5 MATERIAIS

Analogamente às estruturas convencionais, lajes lisas fazem uso de concreto armado ou protendido. No caso de lajes nervuradas, também é permitido a utilização de materiais inertes de preenchimento para garantir um aspecto mais uniforme ao fundo da laje. No presente capítulo serão abordados características e formulações encontradas na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) relativo ao concreto e ao aço utilizado em armaduras passivas nos projetos de estruturas em concreto armado.

5.1. CONCRETO

A seguir serão apresentadas propriedades importantes exibidas pela Norma Brasileira de Concreto para o material concreto.

5.1.1 Resistência à compressão

Em sua última versão a Norma Brasileira de Concreto ampliou a gama de concretos passíveis de serem implementadas em projetos, ao apresentar considerações de cálculo para concretos de alta resistência, isto é, com uma resistência característica à compressão (f_{ck}) superior a 50 Megapascals.

Junto a isso, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 22) passou a limitar a resistência mínima à compressão nas obras em 20 e 25 Megapascals para concretos armados e protendidos, respectivamente. Resistências inferiores a estes valores, serão admitidas apenas para fins não estruturais ou provisórios.

Algo importante a se destacar é de que “Quando não for indicada a idade [do concreto], as resistências referem-se à idade de 28 dias.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 23). Sobre aspectos gerais, define-se a resistência à compressão de cálculo pela seguinte expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1)$$

Sendo:

f_{cd} : resistência à compressão de cálculo, em MPa;

f_{ck} : resistência característica à compressão, em MPa;

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência, usualmente 1,4.

5.1.2 Resistência à tração

Para se avaliar o efeito da fissuração e das deformações em elementos estruturais, faz necessário a determinação da resistência à tração que o concreto é capaz de suportar. Em sua última edição, a Norma Brasileira de Concreto separa o cálculo da resistência média à tração do concreto, $f_{ct,m}$, entre duas faixas: a primeira abrangendo concretos com f_{ck} até 50 Megapascals, e a segunda quando a resistência à compressão for superior a este valor.

A estimativa de $f_{ct,m}$ para concretos pertencentes ao primeiro e segundo grupos são representados pelas expressões 2 e 3, respectivamente:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (3)$$

Sendo:

$f_{ct,m}$: resistência à tração média do concreto, em MPa.

Conhecido o $f_{ct,m}$, pode-se utilizar das equações 4 e 5 para encontrar os limites característicos inferiores e superiores de tração a serem considerados durante o projeto:

$$f_{ctk, inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (4)$$

$$f_{ctk, sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (5)$$

Sendo:

$f_{ctk, inf}$: resistência característica inferior à tração do concreto, em MPa

$f_{ctk, sup}$: resistência característica superior à tração do concreto, em MPa

f_{ctm} : resistência à tração média do concreto, em MPa

5.1.3 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade é uma importante propriedade do concreto, visto a sua influência no comportamento das estruturas, ao interferir na rigidez que estas apresentam e, conseqüentemente, na magnitude das deformações as quais estão suscetíveis.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 24), semelhante à tensão de tração, subdivide o cálculo do módulo de elasticidade dos concretos abaixo e acima de 50 Megapascals, representados, respectivamente pelas equações 6 e 7:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (6)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (7)$$

Sendo:

E_{ci} : módulo de elasticidade inicial do concreto, em MPa;

α_E : coeficiente que considera a influência do agregado empregado.

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

Para a definição do coeficiente α_E , a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 24) apresenta os seguintes valores:

- a) 1,2 para basalto e diabásio;
- b) 1,0 para granito e gnaiss;
- c) 0,9 para calcário;
- d) 0,7 para arenito.

Conhecido o valor do módulo de elasticidade inicial, E_{ci} , estima-se o valor do módulo de deformação a ser utilizado em projeto. Para tanto, é necessário primeiramente o cálculo de um coeficiente representado na equação 9. Por fim, a equação 8 fornece o módulo de elasticidade secante do concreto, E_{cs} (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 24-25):

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (8)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{80} \right) \quad (9)$$

Sendo:

E_{cs} : módulo de elasticidade secante do concreto, em MPa;

α_i : coeficiente de minoração do módulo de elasticidade inicial, não superior a 1;

E_{ci} : módulo de elasticidade inicial ou módulo tangente inicial do concreto, em MPa.

5.2 AÇO PARA ARMADURAS PASSIVAS

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) estabelece taxas mínimas para armaduras passivas em lajes em concreto armado de modo a garantir resistência a esforços de flexão, cisalhamento e até mesmo de compressão junto ao concreto, bem como auxílio no controle da fissuração. Para tanto, deve-se primeiramente determinar a

armadura passiva ou de flexão necessária para o elemento estrutural. Para isso, pode-se utilizar as seguintes formulações:

$$A_s = \frac{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x}{f_{yd}} \quad (10)$$

$$x = d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_{sd}}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right) \quad (11)$$

Sendo:

A_s : armadura de flexão a ser adotada, em cm^2/m ;

α_c : coeficiente equivalente à 0,85 para concretos do grupo I e igual a $0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50)/200]$ para concretos do grupo II;

f_{cd} : resistência à compressão de cálculo do concreto, em kN/cm^2 ;

b : largura da laje, em cm;

x : posição da linha neutra na laje, em cm;

f_{yd} : tensão de escoamento de cálculo do aço, em kN/cm^2 ;

d : altura útil da laje, em cm;

M_{sd} : momento solicitante de cálculo, em kNm .

Para a determinação da taxa de armadura existente, ρ_s , adota-se a seguinte equação (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 158):

$$\rho_s = \frac{A_s \cdot 100}{b \cdot h} \quad (12)$$

Onde:

ρ_s : taxa de armadura de flexão, em %;

A_s : armadura de flexão calculada, em cm^2 ;

b : largura, em cm;

h : altura total, em cm.

O cálculo da armadura mínima para lajes em concreto armado pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot h \quad (13)$$

Onde:

$A_{s,min}$: armadura mínima da laje em cm^2/m ;

ρ_{min} : taxa de armadura de flexão mínima em %, conforme tabela 1;

h : altura da laje em cm.

A tabela 1 fornece os valores de ρ_{min} para uma seção transversal retangular com aço CA-50, em função do f_{ck} desejado. A tabela 2 contém as relações a serem atendidas nas armaduras positivas e negativas de lajes em concreto armado.

Tabela 1: Valores de ρ_{min}

Forma da seção	Valores de ρ_{min} ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 130)

Tabela 2: Verificações de armadura mínima

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,67\rho_{min}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$

continua

continuação

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5\rho_{\min}$		

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 158)

6 CRITÉRIOS DE PROJETO

Este capítulo destina-se à apresentação dos principais critérios propostos para o projeto de lajes em concreto armado.

6.1 CARGAS ATUANTES NA LAJE

As cargas atuantes na laje, segundo NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 1) podem ser classificadas em:

- a) **cargas permanentes:** representadas pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes;
- b) **cargas acidentais:** cargas que atuam sobre a estrutura em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, entre outros).

Ainda com relação aos carregamentos, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) recomenda a aplicação de diferentes combinações de ações envolvendo cargas permanentes e acidentais, conforme segue:

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_q \cdot F_{q1} + \sum_{k=2}^n \gamma_q \cdot \psi_0 \cdot F_{qk} \quad (14)$$

Sendo que:

F_d : valor da combinação de cálculo adotada;

F_{gk} : valor característico das ações permanentes;

F_{q1} : valor característico da ação principal variável adotada;

k : índice da ação variável;

n : número total de ações variáveis;

F_{qk} : valor característico da ação variável de índice k ;

ψ_0 : coeficiente de minoração que relaciona a ação das cargas variáveis simultaneamente;

γ_g e γ_q : coeficientes de majoração, no geral igual a 1,4.

A tabela 3 relaciona os valores mínimos de cargas acidentais a se utilizar, a fim de considerar o uso da estrutura.

Tabela 3: Cargas verticais acidentais atuantes conforme uso da edificação

Local		Carga (KN/m²)
Arquibancadas		4,0
Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiros	1,5
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2,0
Escadas	Com acesso ao público	3,0
	Sem acesso ao público	2,5
Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2,0
Garagens e estacionamentos	Para veículos de passagem ou semelhantes com carga máxima de estacionamentos 25 kN por veículo.	3,0

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980)

6.2 COBRIMENTO

Para garantir a durabilidade das estruturas, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) exige um cobrimento adequado em seus elementos estruturais. Sua medida pode ser estimada por um valor nominal acrescido de uma tolerância de execução de 10 mm. O valor ou cobrimento nominal deve atender às seguintes condições:

- a) ser igual ou superior à bitola da armadura adotada;
- b) ser igual ou superior à bitola de um feixe de barras;
- c) ser igual ou superior à metade do diâmetro da bainha, no caso de cabos de protensão.

Conhecido o cobrimento do elemento, compara-se o mesmo com um mínimo, o qual relaciona as propriedades do concreto utilizado com o grau de agressividade do meio. Sobre este último, pode-se classificar:

Tabela 4: Classificação da agressividade do ambiente conforme NBR 6118

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 17)

Sendo o cobrimento existente superior ao mínimo recomendado, garante-se a durabilidade e proteção das armaduras. A tabela 5 apresenta o cobrimento mínimo necessário no caso de lajes.

Tabela 5: Cobrimento mínimo para lajes em concreto armado conforme NBR 6118

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje	20	25	35	45
Concreto Protendido	Laje	25	30	40	50

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 20)

6.3 RECOMENDAÇÕES PARA ARMADURAS

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) estabelece as seguintes recomendações a serem observadas no caso específico de lajes em concreto armado:

- a) os diâmetros das barras de aço não devem ultrapassar $1/8$ da altura da laje;
- b) em lajes armadas em duas direções, o espaçamento máximo entre barras equivale a 20 cm ou o dobro da altura da laje;
- c) para armaduras principais de lajes armadas em uma direção, armaduras negativas ou de borda, deve-se prever uma armadura de distribuição determinada pelo maior entre os seguintes valores,
 - $1/5$ da armadura atuante na direção perpendicular;
 - $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$;
 - armadura mínima;
- d) o comprimento das armaduras negativas em cada lado equivale 25% do maior dos menores vãos das lajes adjacentes;
- e) nas bordas da laje deve-se prever armaduras de canto com comprimento equivalente a 20% do menor vão da laje.

7 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias de cálculo utilizadas no trabalho para o dimensionamento de lajes lisas. Serão descritas as considerações adotadas em cada procedimento, bem como as limitações vinculadas ao uso dos mesmos.

7.1 MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

Método dos Pórticos Equivalentes (MPE), Método dos Pórticos Múltiplos (MPM) ou Método dos Pórticos Virtuais (MPV), representam diferentes designações existentes para referir-se a um procedimento analítico semelhante de distribuição de momentos em lajes. A seguir, serão apresentados o surgimento do método, assim como a abordagem utilizada pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014).

7.1.1 Surgimento

O Método dos Pórticos Equivalentes surgiu como uma alternativa ao método empírico utilizado antigamente para o dimensionamento de lajes em concreto armado. Quanto a isso, Figueiredo Filho (1989, p. 45) afirma:

Nos primeiros códigos do ACI, o método empírico para o cálculo de lajes era o único permitido, e só para lajes com dimensões similares àquelas que tinham sido construídas no início do século. Era, portanto, necessário um novo método de análise para lajes com diferentes dimensões, formas e carregamentos daquelas para as quais o método empírico era aplicável.

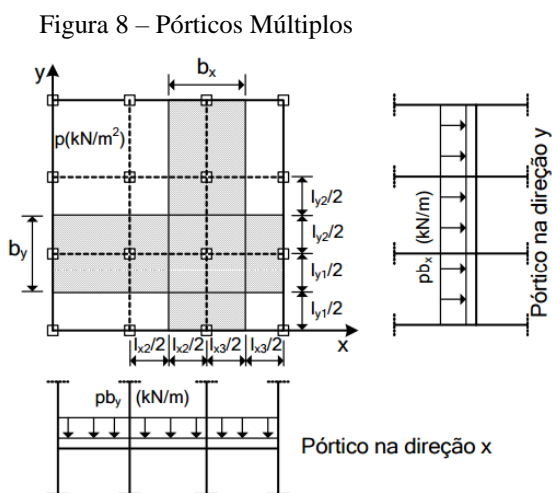
Dessa forma, o MPE pode ser considerado como um refinamento de um método empírico conhecido como Método Direto encontrado desde as primeiras edições da Norma Americana de Concreto. Basicamente, seu princípio é a análise de pórticos em ambas direções da laje, no intuito de representá-la e determinar os esforços internos presentes. Figueiredo Filho (1989, p. 45) descreve o método minuciosamente da seguinte forma:

O método dos pórticos equivalentes consiste em representar uma estrutura de lajes, pilares e vigas (se houver) através de uma série de pórticos – pórticos equivalentes – tomados nas duas direções dos planos ortogonais às bordas da laje. Considera-se que os pórticos correspondentes a cada direção recebam a totalidade da carga nas lajes, e cada um deles é então calculado para as ações verticais contidas em sua área de influência, agindo no seu plano. Esses pórticos devem ser centrados nas linhas que unem os centros dos pilares e ter largura delimitada pelas linhas centrais dos painéis adjacentes.

Há de se destacar que, apesar do procedimento ser comum à NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e ao ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014), existem algumas particularidades em sua implementação que podem influenciar nos esforços internos obtidos. Isso será retratado nos tópicos que seguem.

7.1.2 Abordagem segundo a NBR 6118

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97) recomenda para a análise de lajes lisas e cogumelo, o uso de um procedimento numérico adequado como diferenças finitas ou elementos finitos. No entanto, admite-se um método elástico aproximado em lajes de concreto armado, desde que garantidos certa regularidade na disposição de seus pilares (filas ortogonais) e pequenas variações nas dimensões de seus vãos. Neste caso, é permitido a criação de pórticos múltiplos em cada uma das direções, considerando a carga total atuante na laje conforme figura 8.

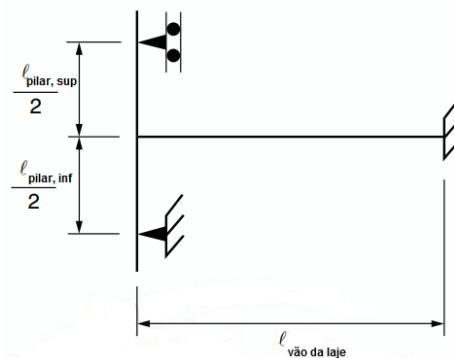


(fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010, p. 201)

Segundo a Norma Brasileira de Concreto, a laje deve ser dividida em regiões retangulares delimitadas por um conjunto de quatro pilares contíguos denominada quadro. A sua dimensão transversal, considerando a direção do pórtico analisado, representa a largura a ser multiplicada pela carga total da laje.

Ainda com relação aos pórticos, faz-se necessário avaliar a influência dos pilares na absorção dos momentos negativos da laje. Para este fim, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 94) propõe considerar os pilares como apoios simplesmente rotulados em suas extremidades com seus comprimentos reduzidos pela metade conforme figura 9. Com isso, atribui-se a rigidez à flexão destes elementos ao pórtico analisado.

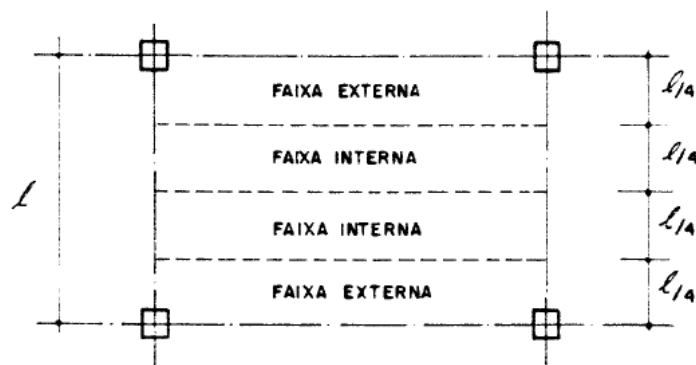
Figura 9 – Modelo estrutural proposto pela NBR 6118



(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 94)

Em uma etapa posterior, a região do quadro será subdividida em quatro faixas, cujas larguras equivalem a 25% da largura total, como se observa na figura 10.

Figura 10 – Faixa da laje segundo Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118



(fonte: adaptado de FIGUEIREDO FILHO, 1989, p. 52)

Determinadas as faixas e os momentos fletores resultantes nos pórticos, adota-se a seguinte distribuição para cada direção (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97-98):

- a) 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Para a determinação das reações dos pilares, Araújo (2010, p. 208) recomenda que se utilize um valor médio das reações obtidas pela análise dos pórticos em cada direção. No dimensionamento das armaduras negativas, no entanto, este autor afirma que a redução dos momentos negativos deve ser desprezada, adotando-se os valores integrais encontrados nos pórticos na região dos apoios (ARAÚJO, 2010, p. 206).

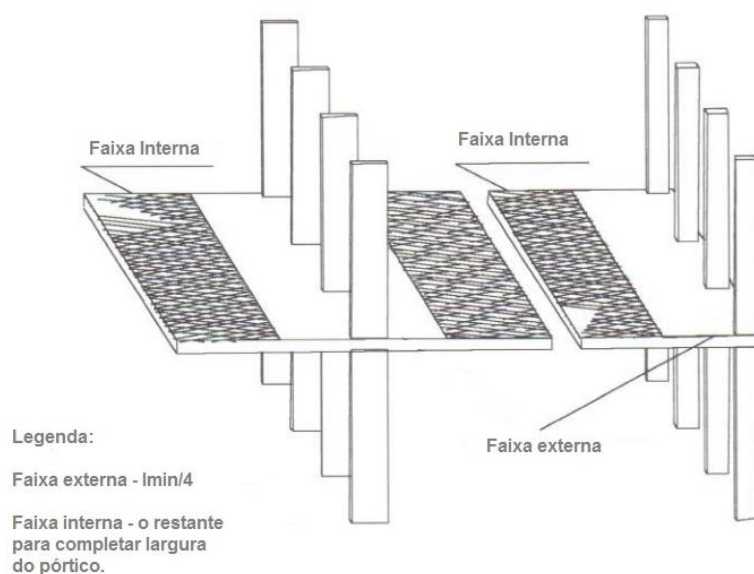
7.1.3 Abordagem segundo o ACI 318

O método encontrado no ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) guarda bastante semelhança com o apresentado pela Norma Brasileira de Concreto, principalmente no que diz respeito à definição de carregamentos sobre os pórticos. No entanto, há diferenças a se destacar, conforme Emerick (2005, p .83-84) menciona:

- a) a largura das faixas externas equivale a 25% do menor vão da laje, ao passo que, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) utiliza 25% do vão do pórtico na direção analisada;
- b) O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) considera a rigidez na região dos apoios, podendo este valor ser acrescido com a presença de capitéis e engrossamento da laje ou a simples presença do pilar;
- c) a distribuição de momentos na laje ocorre de maneira diferenciada ao exibido pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014);
- d) O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) considera as sobrecargas de maneira diferenciada.

Para a definição da largura das faixas, Cortivo (2000, p. 7) esclarece que “A faixa dos pilares [faixa externa] se estendem $\frac{1}{4}$ do menor vão [...] em cada direção [da laje], a partir dos eixos dos pilares.”. A figura abaixo ilustra a definição das faixas pela Norma Americana de Concreto.

Figura 11 – Largura das faixas conforme ACI 318



(fonte: adaptado de CORTIVO, 2000, p. 8)

Quanto à rigidez dos apoios, o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) prevê a influência do pilar e de sua ligação com a laje nos momentos obtidos pelos pórticos planos. Para que se faça essa consideração, calcula-se inicialmente o momento de inércia do apoio. A equação 16 demonstra a formulação para o caso de os pilares apresentarem seção transversal retangular. A rigidez destes elementos para uma barra bi-engastada é expressa pela equação 15.

$$k_p = \frac{4 \cdot E_p \cdot I_p}{L_p} \quad (15)$$

$$I_p = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (16)$$

Sendo:

k_p : rigidez do pilar superior ou inferior, em kN/m^2 ;

E_p : módulo de elasticidade do concreto no pilar, em kN/m^2 ;

I_p : inércia do pilar superior ou inferior, em m^4 ;

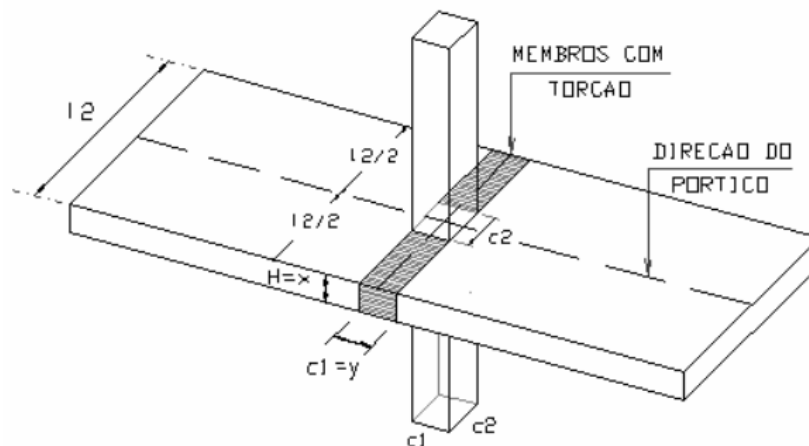
L_p : comprimento do pilar, em m;

b : largura do pilar, em m;

h : profundidade do pilar, em m.

Para determinação da rigidez à torção, a Norma Americana estabelece as equações 17 e 18. A figura 12 esclarece os termos presentes nestas formulações.

Figura 12 – Elemento de torção para a rigidez equivalente segundo ACI 318



(fonte: adaptado de LOUREIRO, 2006, p. 1747)

$$k_T = \sum \frac{9 \cdot E_p \cdot C}{l_2 \cdot \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)} \quad (17)$$

$$C = \sum \left[\left(1 - 0,63 \cdot \frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3} \right] \quad (18)$$

Sendo:

k_t : rigidez torcional na região de ligação da laje e do pilar;

E_p : módulo de elasticidade do concreto no pilar;

C : constante de torção;

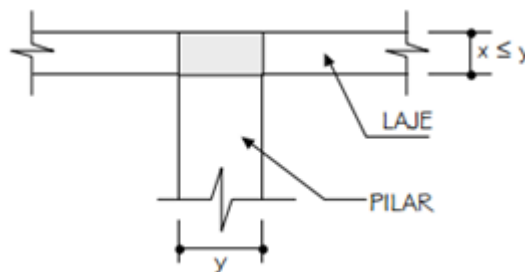
c_2 : largura do apoio na direção transversal ao pórtico, conforme figura 12;

l_2 : vão na direção transversal ao pórtico, conforme figura 12.

x : valor conforme figura 13;

y : valor conforme figura 13.

Figura 13 - Definição dos valores x e y para o cálculo da constante C pelo ACI 318



(fonte: adaptado de EMERICK, 2005, p. 86)

A rigidez equivalente de um pilar pode ser estabelecida pela equação abaixo. Para considerar este valor em *softwares* computacionais, é comum o cálculo de um comprimento equivalente, conforme figura 14.

$$\frac{1}{k_{ec}} = \frac{1}{(k_{p, sup} + k_{p, inf})} + \frac{1}{k_t} \quad (19)$$

Sendo:

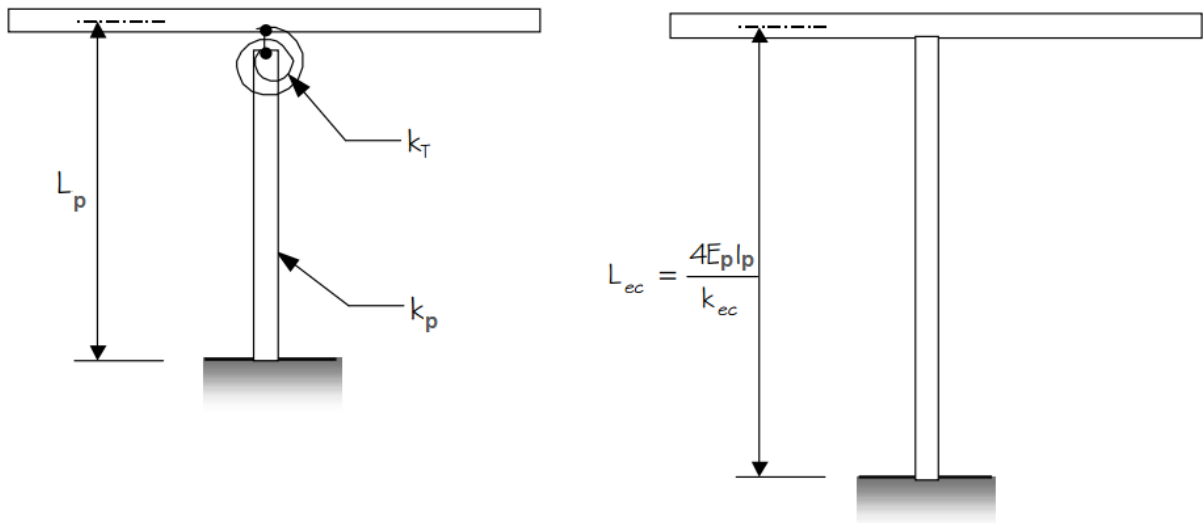
k_{ec} : rigidez do pilar equivalente;

$k_{p, sup}$: rigidez do pilar superior;

$k_{p, inf}$: rigidez do pilar inferior;

k_t : rigidez torcional na região de ligação da laje e do pilar.

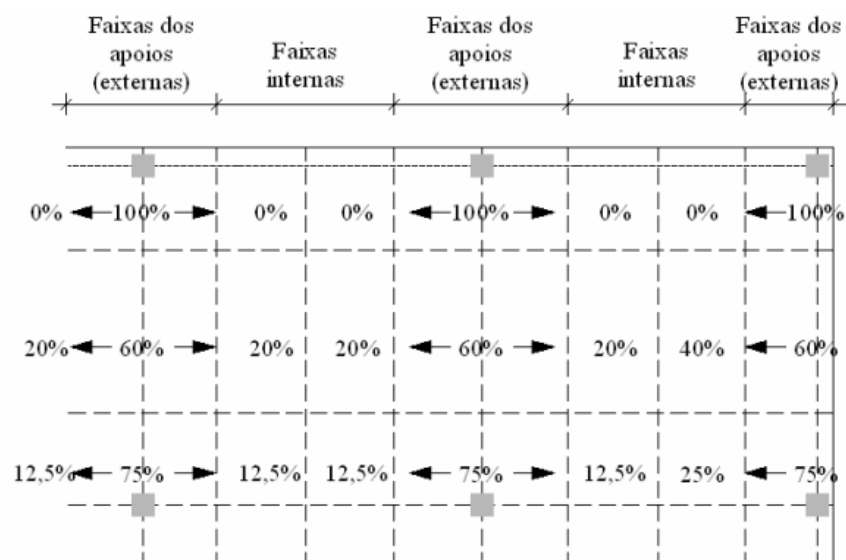
Figura 14 - Comprimento equivalente de pilar pelo ACI 318



(fonte: adaptado de EMERICK, 2005, p. 86)

Quanto à distribuição dos momentos, a figura 15 exhibe os coeficientes estipulados pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) para os pórticos formados em ambas as direções da laje.

Figura 15 – Distribuição de momentos segundo ACI 318



(fonte: adaptado de EMERICK, 2005, p. 87)

Por fim, quando as sobrecargas ultrapassarem 75% do peso permanente da laje, Emerick (2005, p. 87) menciona duas possibilidades:

- a) a carga permanente atuando em todos os vãos e 75% da sobrecarga atuando nos vãos alternados, para determinação de momentos positivos, [...];
- b) a carga permanente atuando em todos os vãos e 75% da sobrecarga nos vãos adjacentes ao apoio em se quer obter o momento negativo, e alternativamente nos outros vãos, [...].

7.2 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos representa uma metodologia amplamente utilizada e difundida pelos *softwares* do mercado que atuam em diferentes campos da Engenharia. Com relação a este método, afirma-se (FIGUEIREDO FILHO, 1989, p. 56):

A análise de uma estrutura qualquer pela teoria da elasticidade requer a solução de equações diferenciais a derivadas parciais que só é possível para casos simples. Com o surgimento do método dos elementos finitos esse problema foi contornado: a estrutura é dividida (discretizada) em elementos de dimensões finitas – elementos finitos – de formas quaisquer [...], para os quais se estabelecem relações entre esforços e deslocamentos em um certo número de pontos (nós), geralmente no contorno do elemento, resultando num sistema de equações lineares.

Esse sistema de equações pode então ser resolvido com a correta consideração das condições de contorno, resultando nos deslocamentos procurados. Os deslocamentos em pontos internos aos elementos ficam determinados exclusivamente em função dos deslocamentos nodais.

O método se aplica a diversos tipos de estruturas, e em particular as placas, desde as mais simples até aquelas de formas variadas [...].

Montoya et al. (2009, p. 405) mencionam ainda que o método é indicado para estruturas com condições de contorno próprias, ou seja, condições de apoio e espessura variáveis, bem como geometrias diferentes das tradicionalmente usadas. Deste modo, o emprego de métodos baseados em dimensionamento dos elementos por tabelas, torna-se restrito, já que estas contemplam estruturas com características mais uniformes e comumente utilizadas no cotidiano.

Devido à alta discretização envolvida, esta metodologia exige certa demanda computacional. Isto explica os motivos de sua maior implementação nos tempos atuais, podendo culminar em projetos mais eficientes e, até mesmo, mais econômicos.

Para este trabalho, a implementação do MEF ocorreu pelo *software* CYPECAD. A escolha se deve à facilidade de manuseio e versatilidade, possibilitando a escolha da norma de concreto desejada, adotando os padrões por ela estabelecidas nas verificações.

8 VERIFICAÇÕES COMPLEMENTARES

Neste capítulo serão apresentadas algumas verificações complementares indicadas pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) no projeto de lajes em concreto armado.

8.1 PUNÇÃO

Punção pode ser compreendido como o efeito de ruptura da laje, em sua região de ligação com o pilar, devido à ação de esforços de cisalhamento. Araújo (2010, p. 225) define o efeito da seguinte forma:

Punção é o estado limite último por cisalhamento no entorno de forças concentradas (cargas ou reações). Sua análise é diferente daquela realizada para o estado limite último por força cortante, sendo de fundamental importância no caso das lajes cogumelo. A ruptura por punção se dá com a propagação de fissuras inclinadas através da espessura da laje, com uma inclinação média da ordem de 30° [...].

Figueiredo Filho (1989, p. 87) complementa, ao apresentar uma série de fatos que também contribuem para o surgimento do fenômeno:

Na região da ligação da laje com o pilar, além da força cortante de alta intensidade atuante, pode ocorrer também a ação de grandes momentos fletores, que só não causam problemas em pilares interiores de lajes simétricas, carregadas também simetricamente e não sujeitas a esforços laterais, pois nesse caso os momentos na laje se auto equilibram.

São diversas as ocasiões em que os momentos não estão balanceados, causando a transferência de uma parte deles da laje para o pilar. Isso acontece principalmente devido à:

- a) esforços laterais causados por ação do vento e terremotos — neste caso certa parcela dos esforços pode ser resistida por paredes estruturais;
- b) espaçamentos desiguais de pilares, produzindo painéis consecutivos de diferentes dimensões;
- c) cargas acidentais, ou mesmo permanentes, diferentes em painéis adjacentes;
- d) esforços produzidos por recalques diferenciais, variações de temperatura, retração e deformação lenta;
- e) pilares colocados nas bordas e nos cantos das lajes.

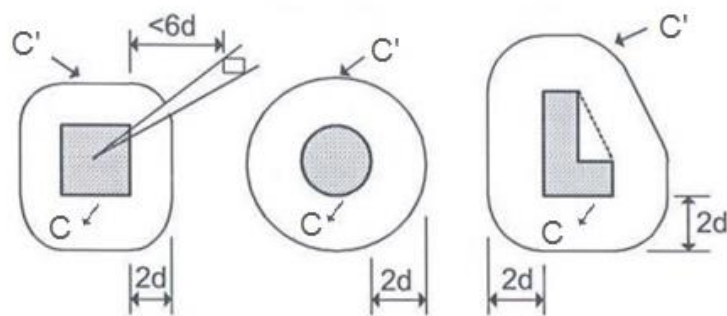
Os casos de pilares de bordas e cantos são os mais críticos pois aí os momentos fletores não balanceados são ainda maiores, a área em torno do pilar em contato com a laje é menor e há torção nas bordas da laje junto da ligação com os pilares.

A seguir serão apresentadas o tratamento dado à punção pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014).

8.1.1 Abordagem segundo NBR 6118

Para avaliar a necessidade de armadura à punção, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 160) estabelece a verificação da tensão cisalhante em duas superfícies ou perímetros críticos. A primeira superfície conhecida contorno C representa a tensão de cisalhamento que atua diretamente sobre pilar. Por meio desta verificação estima-se a tensão de compressão diagonal do concreto. A segunda superfície conhecida como contorno C', está afastada $2d$ do perímetro anterior e também deve ser avaliada a tensão de cisalhamento. A figura 16 ilustra os contornos críticos descritos.

Figura 16 – Perímetros críticos pela NBR 6118



d: altura útil da laje.

(fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010, p. 227)

A tensão solicitante de cisalhamento atuante sobre os pilares pode ser determinada genericamente pelas seguintes expressões:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{M_{sd1} \cdot K_1}{W_p \cdot d} + \frac{M_{sd2} \cdot K_2}{W_p \cdot d} \quad (20)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (21)$$

Sendo:

τ_{sd} : tensão solicitante de cálculo, em kN/cm²;

F_{sd} : força solicitante de cálculo, em kN;

u : perímetro do contorno C' representado na figura 16, em cm;

d_x : altura útil da laje na direção x, em cm;

d_y : altura útil da laje na direção y, em cm.

d : altura útil da laje, em cm;

W_p : módulo de resistência plástica, em cm³.

M_{sd1} : momento solicitante de cálculo na direção de c_1 , conforme figura 17, em kN.cm;

M_{sd2} : momento solicitante de cálculo na direção de c_2 , conforme figura 17, em kN.cm;

K_1 : parcela de M_{sd1} transmitida ao pilar por cisalhamento, conforme tabela 6;

K_2 : parcela de M_{sd2} transmitida ao pilar por cisalhamento, conforme tabela 6;

Tabela 6: Valores do coeficiente K

c_1/c_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 161)

No caso particular de pilares circulares, adota-se o valor de 0,6 para o coeficiente K. Para o cálculo do módulo de resistência plástica, W_p , a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 162) expõe as formulações 22, 23 e 24 destinadas à pilares retangulares, colunas e seções genéricas, respectivamente.

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + c_1.c_2 + 4.c_2.d + 16.d^2 + 2\pi.d.c_1 \quad (22)$$

$$W_p = (D+4d)^2 \quad (23)$$

$$W_p = \int_0^u |e|.dl \quad (24)$$

Sendo:

W_p : módulo de resistência plástica, em cm^3 ;

c_1 : dimensão horizontal em planta do pilar retangular em cm, conforme figura 17;

c_2 : dimensão vertical em planta do pilar retangular em cm, conforme figura 17;

d : altura útil em cm no contorno C' , representado na figura 16;

D : diâmetro do pilar, quando este é circular, em cm;

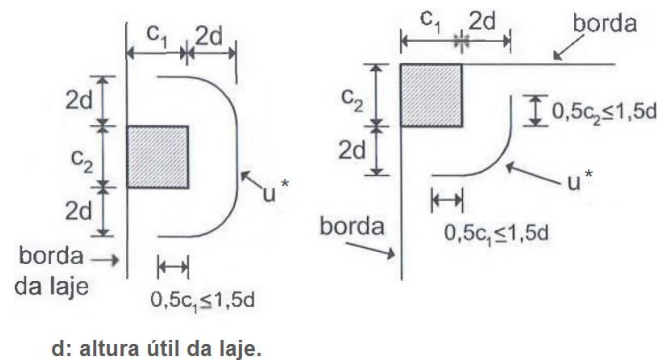
u : perímetro crítico, em cm;

e : distância entre dl e eixo que passa pelo centro do pilar;

dl : comprimento infinitesimal no perímetro crítico.

Em pilares de borda ou canto, a Norma Brasileira de Concreto estabelece o uso de um momento de cálculo determinado para um perímetro crítico reduzido, u^* , conforme figura abaixo.

Figura 17 – Perímetros crítico reduzido para pilares de canto e borda



(fonte: ARAÚJO, 2010, p. 227)

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot u^* \quad (25)$$

$$M_{sd}' = (M_{sd} - M_{sd}^*) \quad (26)$$

Sendo:

M_{sd}^* : momento solicitante de cálculo reduzido, em kNcm;

F_{sd} : Força solicitante de cálculo, em kN;

u^* : perímetro crítico reduzido, em cm;

M_{sd} : momento solicitante de cálculo, em kNcm;

M_{sd}' : momento solicitante de cálculo no perímetro reduzido, em kNcm;

Conhecidos os valores da tensão solicitante de cálculo, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA, 2014, p. 165-166) propõe a verificação nos contornos C (equação 27) e C' (equação 29) ilustrados na figura 16. Sendo a tensão de cisalhamento solicitante superior à resistente no contorno C', necessita-se de uma armadura de punção neste perímetro encontrada pela equação 30. Neste caso, deve-se também verificar a tensão solicitante em um contorno C'' (afastado 2d de C') pela equação 29. Este procedimento deve ser repetido até que em determinado perímetro afastado 2d, a necessidade de armadura de punção seja dispensada.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (27)$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (28)$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (29)$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot \sin \alpha \cdot f_{ywd}}{u \cdot d} \quad (30)$$

Sendo:

τ_{sd} : tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, em kN/cm²;

τ_{rd1} : tensão de cisalhamento resistente no contorno C', conforme figura 16, em kN/cm²;

τ_{rd2} : tensão de cisalhamento resistente no contorno C, conforme figura 16, em kN/cm²;

τ_{rd3} : tensão de cisalhamento resistente para lajes no contorno C', após colocação de armadura de punção, em kN/cm²;

d: altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' da área de aplicação da força, em cm;

ρ : média geométrica das taxas de armaduras de flexão nas duas direções da laje;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

σ_{cp} : tensão da armadura de protensão, em kN/cm²;

s_r : espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, em cm;

A_{sw} : área de armadura de punção, em cm²;

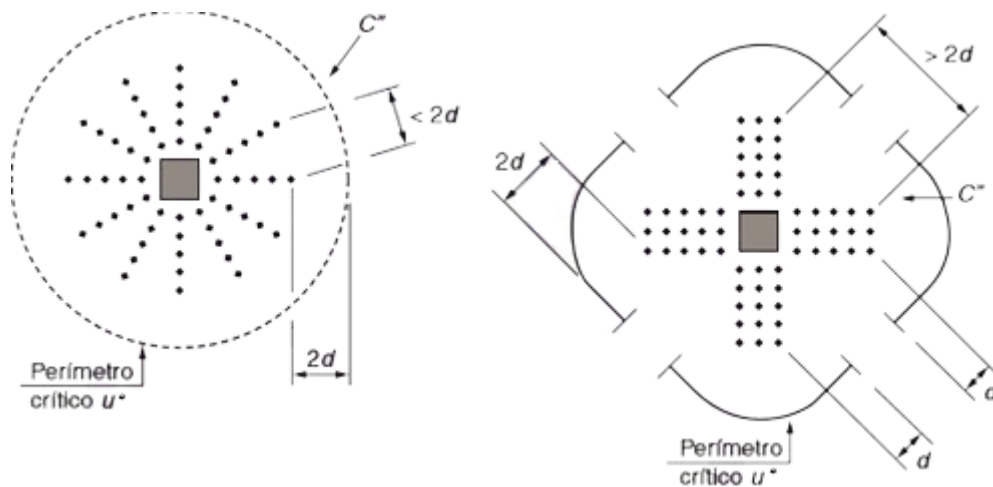
α : ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje, em graus;

f_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de punção, em kN/cm²;

u: perímetro crítico ou perímetro u* no caso de pilares de borda ou canto, em cm.

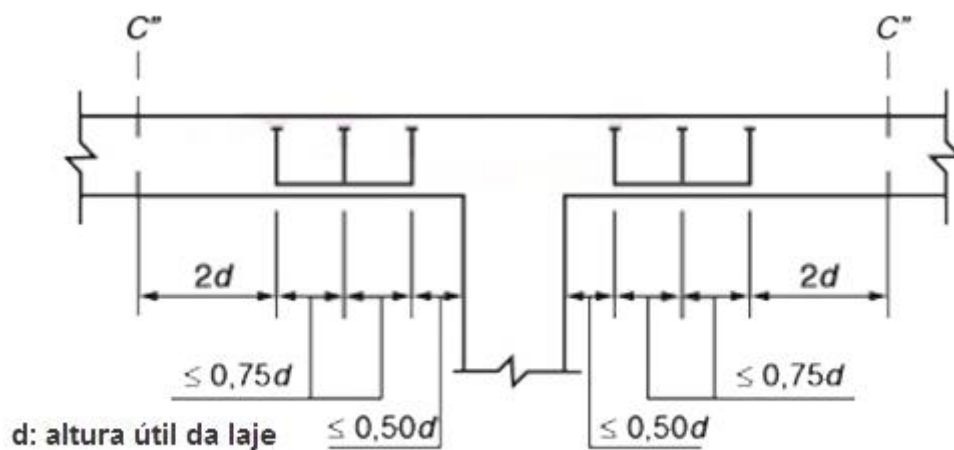
No caso de a laje prescindir de armadura de punção, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) contempla diferentes exemplos de sua disposição, conforme ilustrado na figura 18. Além disso, esta armadura deve ainda respeitar os espaçamentos exibidos pela figura 19, onde o último elemento de cada fileira está afastado 2d de uma superfície de contorno que dispense armadura de punção.

Figura 18 – Disposição da armadura de punção da laje



(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 164)

Figura 19 - Espaçamentos da armadura de punção pela NBR 6118



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 164)

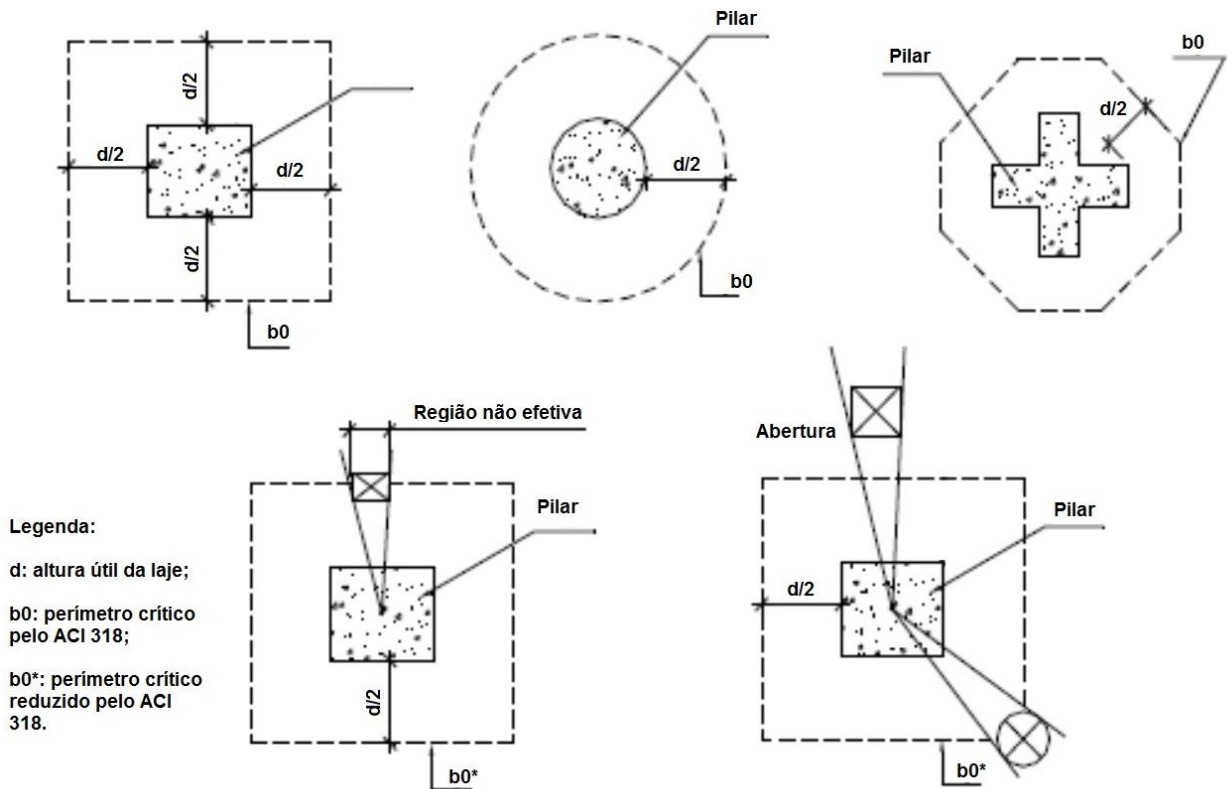
8.1.2 Abordagem segundo ACI 318

O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) também recomenda a verificação da tensão de cisalhamento em perímetros críticos. A principal diferença, no entanto, reside no espaçamento da superfície analisada. Neste contexto, pode-se afirmar (RABELLO, 2010, p. 64):

Os critérios de análise consistem na verificação de seções críticas localizadas a uma distância $d/2$ (d é a altura útil da laje) das extremidades ou dos cantos dos pilares, de cargas concentradas, de áreas de reação, ou até mesmo de variações na espessura das lajes, tais como bordas de capitéis ou de engrossamento de lajes de um modo geral.

A figura 20 ilustra os perímetros de controle recomendados pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014).

Figura 20 - Perímetros de controle ACI 318



(fonte: adaptado de RABELLO, 2010, p. 65)

Analogamente à Norma Brasileira, compara-se a tensão solicitante com a resistente, avaliando a necessidade ou não de aumento dessa tensão resistente, ao se introduzir uma armadura de punção (RABELLO, 2010, p. 65). A figura 21 demonstra a distribuição do esforço cortante no perímetro crítico proposto pela Norma Americana de Concreto. As tensões solicitantes de cálculo, podem ser determinadas pelo uso das expressões 31 a 35:

$$\tau_{u(AB)} = \frac{F_U}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad (31)$$

$$\tau_{u(CD)} = \frac{F_U}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{CD}}{J_c} \quad (32)$$

$$A_c = 2d \cdot (c_1 + c_2 + 2d) \quad (33)$$

$$\gamma_v = \left[1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} \right] \quad (34)$$

$$J_c = \frac{d \cdot (c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_2 + d) \cdot d^3}{6} + \frac{d \cdot (c_2 + d) \cdot (c_1 + d)^2}{6} \quad (35)$$

Sendo:

$\tau_{u(AB)}$ ou $\tau_{u(CD)}$: tensão solicitante de cisalhamento, conforme figura 21, em N/mm²;

F_u : esforço solicitante de cálculo majorado, em N;

A_c : área de concreto da seção crítica, em mm²;

γ_v : parcela de momento fletor transmitido ao pilar por cisalhamento;

M_u : momento majorado em N.mm;

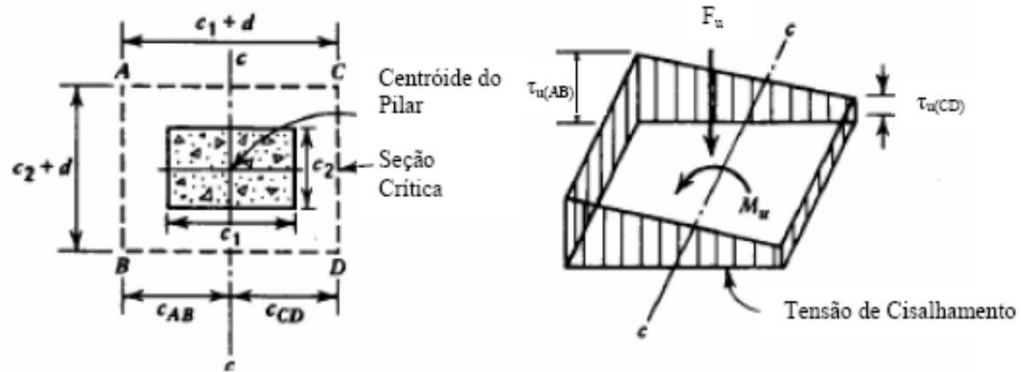
c_{AB} ou c_{CD} : distância do centroide c-c ao lado AB ou CD, em mm;

J_c : propriedade de seção crítica, semelhante ao momento de inércia polar, em mm⁴;

d : altura útil da laje, em mm;

c_1 e c_2 : dimensões do pilar em mm, conforme figura 21.

Figura 21- Distribuição do esforço cortante pelo ACI 318



(fonte: adaptado de RABELLO, 2010, p. 67)

A tensão resistente na superfície crítica é estabelecida como 85% do menor valor entre as formulações 36, 37 e 38:

$$\tau_c = 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \quad (36)$$

$$\tau_c = 0,083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f'_c} \quad (37)$$

$$\tau_c = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (38)$$

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (39)$$

Sendo:

τ_c : tensão resistente no perímetro b_0 , em MPa;

β : relação entre a maior e a menor dimensões do pilar;

f'_c : resistência à compressão do concreto pelo ACI 318, em MPa;

α_s : coeficiente equivalente a 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

d : altura útil da laje, em mm;

b_0 : perímetro crítico efetivo, em mm;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em Mpa.

Caso a tensão solicitante seja superior à resistente, deve-se prover armadura de punção. O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014), no entanto, limita a contribuição do concreto, como se observa nas fórmulas que seguem.

$$\tau_u \leq 0,85 \cdot \tau_n, \text{ onde } \tau_n = \tau_c + \tau_s \text{ e } \tau_s \leq 0,5 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (40)$$

$$\tau_c \leq 0,17 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (41)$$

$$\tau_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s \cdot b_0} \quad (42)$$

Sendo:

τ_u : tensão solicitante no perímetro b_0 , em MPa;

τ_n : tensão resistente no perímetro b_0 , em MPa;

τ_c : tensão resistente relativa ao concreto no perímetro b_0 , em Mpa;

τ_s : tensão resistente relativa à armadura transversal no perímetro b_0 , em N/mm²;

A_v : armadura transversal, em mm²;

f_y : tensão de escoamento do aço da armadura transversal, não superior a 400, em MPa;

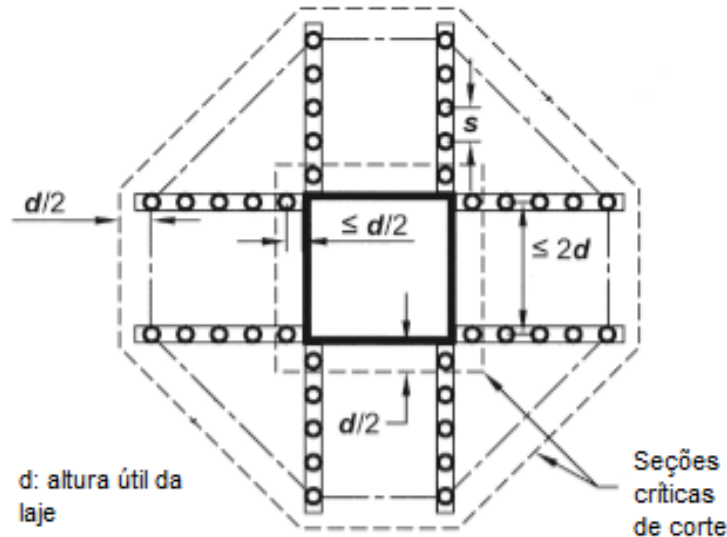
α : ângulo da armadura de punção em relação ao plano da laje;

s : espaçamento da armadura transversal, em mm;

b_0 : perímetro crítico efetivo, em mm.

A figura 22 demonstra a disposição das armaduras de punção pela Norma Americana de Concreto.

Figura 22 - Exemplo de disposição da armadura de punção pelo ACI 318



(fonte: adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014, p. 116)

8.2 VERIFICAÇÃO NAS NERVURAS

A seguir serão exibidas as principais verificações e dimensionamentos a serem efetuadas nas nervuras ou mesa de lajes nervuradas. Neste trabalho, para o dimensionamento à flexão das nervuras e da mesa adotou-se apenas as formulações segundo a Norma Brasileira de Concreto.

8.2.1 Verificação ao corte pela NBR 6118

Para esta análise a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 75) prevê duas hipóteses:

- a) quando o espaçamento entre os eixos das nervuras está compreendido entre 65 e 110 cm: verifica-se as nervuras ao corte como vigas;
- b) quando o espaçamento entre os eixos das nervuras é inferior a 65 cm ou até 90 cm, neste último caso com a largura média das nervuras superior a 12 cm: verifica-se sob os critérios de lajes.

8.2.1.1 Verificação como vigas

Quando as nervuras se enquadrarem como vigas, deve-se respeitar os seguintes critérios:

$$V_{sd} \begin{cases} \leq V_{rd2} \\ \leq V_{rd3} \end{cases} \quad (43)$$

Onde:

V_{sd} : esforço de corte solicitante;

V_{rd2} : esforço resistente de corte relativo a diagonal comprimida do concreto;

V_{rd3} : esforço resistente de corte relativo à ruína por tração diagonal.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) possibilita o cálculo dos valores resistentes considerando dois modelos de cálculo. O modelo I, referente à estribos a 45° do plano da viga e um modelo II, quando este ângulo está compreendido entre 30° e 45°. A equação 44 apresenta a formulação de V_{rd2} para ambas situações.

$$V_{rd2}: \begin{cases} 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \text{ para modelo I} \\ 0,54 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cot \alpha + \cot \theta), \text{ para modelo II} \end{cases} \quad (44)$$

Sendo:

V_{rd2} : esforço resistente de corte relativo a diagonal comprimida do concreto, em kN;

f_{cd} : tensão resistente de cálculo do concreto, em kN/cm²;

b_w : largura da viga, em cm;

d : altura útil da viga, em cm;

α_v : coeficiente dado pela equação 28;

α : ângulo de inclinação entre o eixo longitudinal da viga e a armadura transversal, em graus;

θ : ângulo de inclinação entre a diagonal comprimida e o eixo longitudinal da viga, em graus.

A determinação de V_{rd3} ocorre pelas seguintes expressões:

$$V_{rd3} = V_c + V_{Asw} \quad (45)$$

$$V_{Asw} = \begin{cases} (A_{sw}/s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha), & \text{para modelo I} \\ (A_{sw}/s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha, & \text{para modelo II} \end{cases} \quad (46)$$

$$V_{C0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (47)$$

$$V_c = \begin{cases} 0, & \text{quando } x \text{ está fora da seção ou } V_{sd} = V_{rd2} \text{ no modelo II} \\ V_{C0}, & \text{em flexão e flexo-tração} \\ V_{C0} \cdot (1 + M_0/M_{sd,max}) \leq 2 \cdot V_{C0}, & \text{em flexo-compressão} \end{cases} \quad (48)$$

Onde:

V_{rd3} : esforço resistente total de corte, em kN;

V_c : esforço resistente de corte do concreto, em kN;

V_{Asw} : esforço resistente da armadura transversal, em kN;

A_{sw} : armadura transversal, em cm²;

s : espaçamento da armadura transversal, em cm;

α : ângulo de inclinação entre o eixo longitudinal da viga e a armadura transversal;

θ : ângulo de inclinação entre a diagonal comprimida e o eixo longitudinal da viga;

f_{cd} : resistência à compressão de cálculo do concreto, em kN/cm²;

b_w : largura da viga, em cm;

d : altura útil da viga, em cm;

f_{ywd} : tensão de escoamento do aço, limitado a 435 MPa;

f_{ctd} : resistência à tração inferior dada pela equação 4 e minorada em 1,4, em kN/cm²;

M_0 : momento que anula a tensão de compressão na borda da seção onde atua $M_{sd,max}$, em kNcm;

$M_{sd,max}$: momento fletor solicitante máximo ao longo da viga, em kNcm.

8.2.1.2 Verificação como lajes

Caso as nervuras enquadrem-se como lajes, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) estabelece as seguintes expressões para o cálculo da tensão resistente:

$$V_{sd} \leq V_{rd1} : [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho) + 0,15 \cdot \sigma_{cd}] \cdot b_w \cdot d \quad (49)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{14} \quad (50)$$

$$k : |1,6 - d| \quad (51)$$

Sendo:

V_{sd} : esforço de corte solicitante na nervura, em kN;

V_{rd1} : esforço resistente de corte da laje, em kN;

τ_{Rd} : tensão resistente de cálculo ao cisalhamento, em kN/m²;

f_{ck} : resistência característica à compressão, em Mpa;

k : coeficiente, cujo valor mínimo é igual a 1;

ρ : taxa de armadura longitudinal da nervura;

σ_{cd} : tensão de protensão, caso exista, em kN/m²;

d : altura útil da nervura, em m;

b_w : largura da nervura, em m.

Uma vez respeitado a verificação acima, as nervuras estão dispensadas de uma armadura transversal. No caso de descumprimento, pode-se prover uma armadura para o esforço de corte. No entanto, é comum, no caso de lajes, o redimensionamento da seção transversal a fim de evitar esta necessidade.

8.2.2 Verificação ao corte pelo ACI 318

O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) avalia o esforço de corte em elementos construtivos ao analisar sua ação atuando em uma ou duas direções, com ou sem esforço axial atuante na seção transversal. Nesta parte, será exibido unicamente o caso quando o esforço cisalhante é unidirecional, desconsiderando a presença simultânea de sollicitação normal.

Segundo esta Norma, deve-se comparar o esforço cortante de cálculo ao resistido exclusivamente pelo concreto. Caso o valor solicitante seja inferior ao resistido pelo concreto, o dimensionamento da armadura transversal poderá ser desprezado. A parcela resistente do concreto é estabelecida pelo menor valor entre as expressões da equação 53.

$$V_u \leq \Phi V_n, \text{ sendo } V_n = V_c + V_s \quad (52)$$

$$V_c = \begin{cases} (1,9 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 2500 \cdot \rho \cdot V_u \cdot d / M_u) \cdot b_w \cdot d \\ (1,9 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 2500 \cdot \rho) \cdot b_w \cdot d \\ 3,5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \end{cases} \quad (53)$$

Onde:

V_u : esforço solicitante de cálculo em MN;

Φ : coeficiente de minoração da resistência, recomendado como 0,75 para esforços de corte;

V_n : esforço resistente de cálculo, em MN;

V_c : esforço resistente de cálculo, relativo ao concreto, em MN;

V_s : esforço resistente de cálculo, relativo à armadura transversal, em MN;

λ : coeficiente que considera o agregado utilizado na mistura do concreto, usualmente adotado como 0,75 (valor mínimo);

f'_c : resistência à compressão do concreto pelo ACI 318, em MPa

ρ : taxa de armadura longitudinal;

M_u : momento fletor de cálculo atuante na seção transversal, em MNm;

b_w : largura da seção transversal, em m;

d : altura útil da seção transversal, em m;

Caso necessite de uma armadura transversal, a mesma poderá ser determinada pelas equações 54 para estribos a 45 graus ou 55 para estribos entre 30° e 45°.

$$V_S = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s} \quad (54)$$

$$V_S = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (55)$$

Onde:

V_S : esforço resistente de cálculo, relativo à armadura transversal, em kN;

A_v : armadura transversal, em cm²;

f_{yt} : tensão de escoamento do aço para tração, em kN/cm²;

α : ângulo de inclinação entre o eixo longitudinal do elemento e a armadura transversal, em graus;

s : espaçamento, em cm.

8.2.3 Dimensionamento à flexão

O dimensionamento à flexão quando as nervuras são tracionadas, ocorre considerando uma seção transversal T com largura b_f , equivalente à distância entre os eixos de nervuras consecutivas. Neste contexto, assume-se duas hipóteses:

- a) a linha neutra localiza-se dentro da região da mesa;
- b) a linha neutra localiza-se entre a região da mesa e 80% do seu valor limite (x_{lim}).

No primeiro caso, faz-se uso das equações 10 e 11 para dimensionamento à flexão das nervuras. Na segunda hipótese, utiliza-se a equação 57 para a determinação da posição da linha neutra e a equação 56 para o cálculo da armadura de flexão necessária. Em ambos os casos, a armadura encontrada deve ser superior à armadura mínima.

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot x + (b_f - b_w) \cdot h_f]}{f_{yd}} \quad (56)$$

$$M_{sd} - 0,85 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} (d - 0,5x) - 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0,5h_f) = 0 \quad (57)$$

Sendo:

A_s : armadura de flexão, em cm^2 ;

f_{cd} : resistência a compressão de cálculo, em kN/cm^2 ;

b_w : largura da nervura, em cm;

x : posição da linha neutra, em cm;

b_f : largura da mesa, em cm;

h_f : altura da mesa, em cm;

f_{yd} : tensão de cálculo para o escoamento do aço, em kN/cm^2 .

M_{sd} : momento solicitante de cálculo na seção em kNcm ;

d : altura útil da seção transversal, em cm;

8.2.4 Verificação da mesa

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 75) dispensa a verificação à flexão da mesa quando o espaçamento entre as nervuras for inferior a 65 cm, ao se adotar uma armadura mínima. Entretanto, quando este espaçamento estiver compreendido entre 65 e 110 cm, a verificação torna-se necessária. Quanto à mesa, Pinheiro (2003, p. 17.14) afirmam:

A mesa pode ser considerada como um painel de lajes maciças contínuas apoiadas nas nervuras. Essa continuidade implica em momentos negativos nesses apoios, devendo, portanto, ser disposta armadura para resistir a essa solicitação, além da armadura positiva.

Para momentos negativos, quando a região da mesa está tracionada, faz-se uso das formulações 10 e 11, considerando, desta vez, uma seção retangular de largura b_w da nervura e a altura útil d da laje.

8.3 ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 168), “Para garantir a ductilidade local e a conseqüente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C’ ou C” [...]”. A equação 58 e a figura 23 demonstram a determinação desta armadura e sua disposição na laje, respectivamente.

$$A_{s, \text{ccp}} \geq 1,5 \cdot \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (58)$$

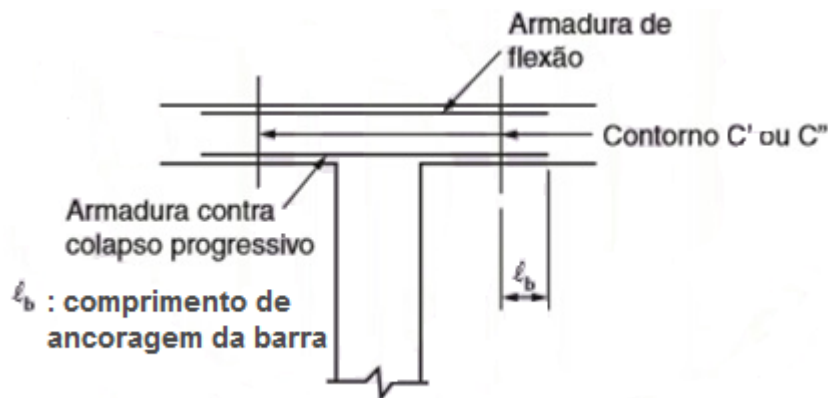
Sendo:

$A_{s, \text{ccp}}$: o somatório das áreas das barras que atravessam cada uma das faces do pilar, em cm^2 ;

F_{sd} : esforço solicitante de cálculo, em kN;

f_{yd} : tensão de escoamento do aço, em kN/cm^2 .

Figura 23 - Disposição da armadura de colapso progressivo pela NBR 6118



(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 168)

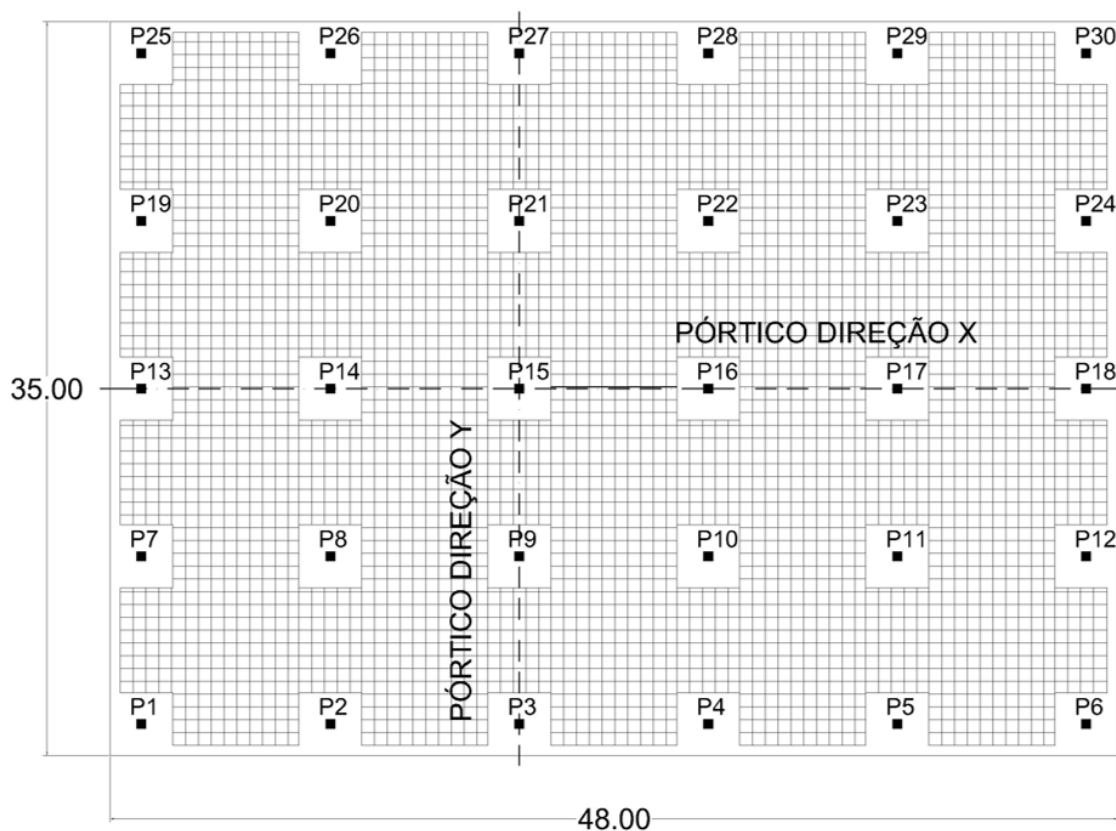
9 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA

Neste capítulo serão apresentadas a laje analisada no trabalho, bem como os resultados obtidos pela aplicação dos métodos e verificações complementares de cálculo detalhadas nos capítulos 7 e 8.

9.1 DEFINIÇÃO DA LAJE

Para este trabalho, foi elaborada uma laje nervurada apoiada diretamente sobre os pilares, dispensando o uso de vigas de borda, conforme figura 24. O modelo visa possibilitar a aplicação dos métodos de cálculo já descritos, bem como respeitar as recomendações apontadas por Montoya et al. (2009, p. 418) mencionadas no capítulo 4.

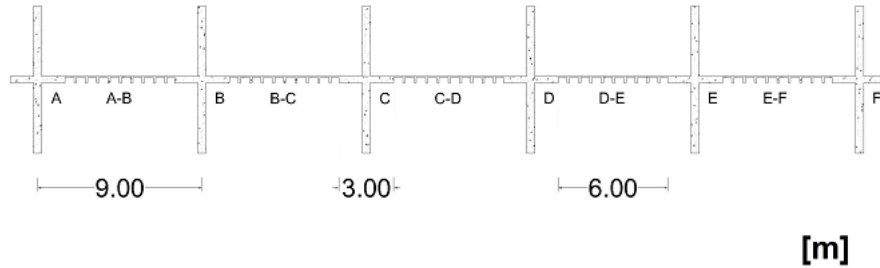
Figura 24 – Laje lisa nervurada analisada



(fonte: elaborado pelo autor)

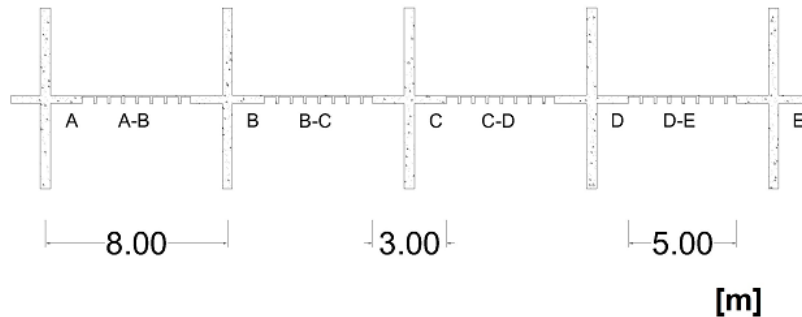
Devido a simetria encontrada, foram utilizados para o Método dos Pórticos Equivalentes, dois pórticos relativos a cada uma das direções da laje ilustrados nas figuras 25 e 26.

Figura 25 - Pórtico Direção X



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 26 - Pórtico Direção Y

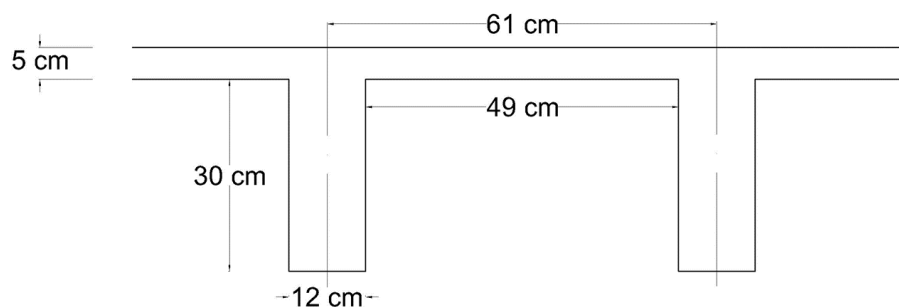


(fonte: elaborado pelo autor)

Segue abaixo, as considerações adotadas para o modelo proposto:

- a) f_{ck} utilizado de 35 MPa;
- b) espessura da laje de 35 cm;
- c) a laje é maciça na região dos apoios até um comprimento de 1,5 metros a contar do centro de cada pilar;
- d) a parte nervurada da laje possui seção transversal conforme figura 27;
- e) o pé-direito arbitrado é de 4 m;
- f) foi adotada uma classe de agressividade ambiental de II;
- g) o aço utilizado nas armaduras é CA-50;
- h) os pilares possuem seção transversal quadrada de 45x45 cm.

Figura 27 - Seção transversal da parte nervurada da laje



(fonte: elaborado pelo autor)

9.2 CARREGAMENTOS

Com relação aos carregamentos atuantes na laje, para garantir uma maior fidelidade ao modelo, foram assumidos dois carregamentos distribuídos: um relativo à região dos pilares, onde a laje é maciça e outro representando os vãos, onde a laje é nervurada. Em ambos casos, foram consideradas o peso próprio existente, uma carga de revestimento e uma carga acidental de 3 KN/m², indicada pela NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980) para estacionamentos e garagens.

O valor de cada carregamento distribuído representa uma carga média. Esta pode ser estimada pelo volume de concreto encontrado na região assumindo como largura a distância transversal entre eixos dos pilares e como comprimento as dimensões da região maciça ou nervurada presentes nas figuras 25 e 26. Para este trabalho, atribuiu-se como combinação de cálculo a ação simultânea de 100 % das cargas permanentes e acidentais na estrutura. A tabela 7 contém os carregamentos a serem introduzidos nos pórticos nas direções X e Y.

Tabela 7: Cálculo dos carregamentos considerados nos pórticos nas direções X e Y

Pórtico	Direção X		Direção Y	
	Apoios	Nervuras	Apoios	Nervuras
Local				
Largura (m)	8,00	8,00	9,00	9,00
Comprimento (m)	3,00	6,00	3,00	5,00

continua

continuação

Pórtico	Direção X		Direção Y	
	Nº de nervuras na largura:	40	129	48
Volume/ nervura (m ³)	0,058			
Altura da laje (m)	0,35			
Volume de concreto (m ³)	5,48	7,51	5,94	7,04
Peso próprio (KN)	136,96	187,71	148,60	176,07
Área de concreto na largura (m ²)	23,88	48,00	26,86	45,02
Peso próprio na largura (kN/m ²)	5,73	3,91	5,53	3,91
Revestimento (kN/m ²)	1,00	1,00	1,00	1,00
Carga acidental (kN/m ²)	3,00	3,00	3,00	3,00
Carga total (kN/m ²)	9,73	7,91	9,53	7,91
Carga majorada (kN/cm ²)	13,62	11,07	13,34	11,07

(fonte: elaborado pelo autor)

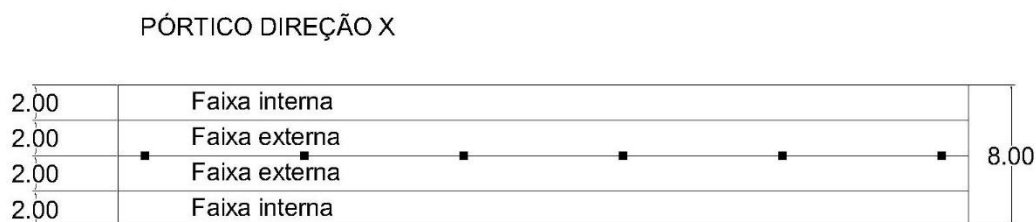
9.3 ANÁLISE PELA NBR 6118

Nesta parte, serão exibidos os resultados adquiridos pelo dimensionamento da laje pelo Método dos Pórticos Equivalentes, bem como as verificações mencionadas no capítulo 8 para esforço de cisalhamento e de punção.

9.3.1 Método dos Pórticos Equivalentes

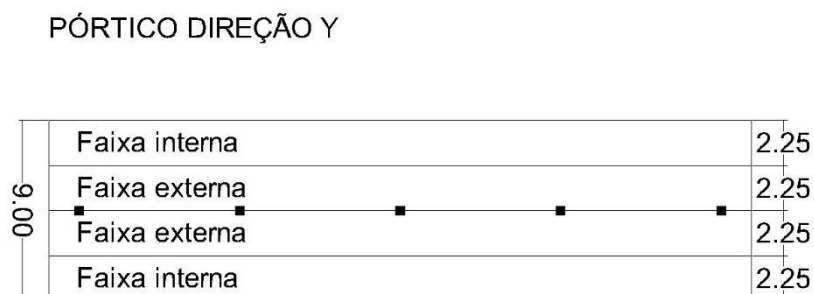
A aplicação do MPE da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) consistiu na análise de dois pórticos centrais em ambas as direções da laje, ilustrados nas figuras 25 e 26. As figuras abaixo demonstram as larguras dos pórticos adotadas segundo a Norma Brasileira de Concreto.

Figura 28 - Largura das faixas para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 29 - Largura das faixas para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014



(fonte: elaborado pelo autor)

A análise dos pórticos foi realizada por meio do *software* FTOOL. Os modelos elaborados em ambas as direções, os diagramas de solicitações de corte e momentos fletores podem ser encontrados no apêndice A deste trabalho.

As tabelas 8 e 9 exibem os momentos fletores já majorados retirados do FTOOL considerando as seções definidas pelas figuras 25 e 26, bem como as distribuições entre as faixas internas e externas. Para a determinação dos momentos solicitantes por comprimento unitário em ambas as faixas, utiliza-se os momentos já distribuídos pelos critérios da Norma Brasileira, divididos pelas larguras apresentadas pelas figuras 28 e 29.

Tabela 8: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção X pela NBR 6118/2014

Seção transversal	M_{sd} (KNm/m)	Largura (m)	M_{sd} (KN.m)	Faixa interna		Faixa externa	
				M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = F	-85,96	8,00	-687,68	-85,96	-42,98	-257,88	-128,94
A-B = E-F	24,92		199,36	44,86	22,43	54,82	27,41
B = E	-94,36		-754,88	-94,36	-47,18	-283,08	-141,54
B-C = D-E = C-D	23,80		190,40	42,84	21,42	52,36	26,18
C = D	-91,00		-728,00	-91,00	-45,50	-273,00	-136,50

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 9: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014

Seção transversal	M_{sd} (KNm/m)	Largura (m)	M_{sd} (KN/m)	Faixa interna		Faixa externa	
				M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = E	-71,54	9,00	-643,86	-80,48	-35,77	-241,58	-107,37
A-B = D-E	16,52		148,68	33,46	14,87	40,88	18,17
B = D	-77,70		-699,30	-87,41	-38,85	-262,24	-116,55
B-C = C-D	15,96		143,64	32,31	14,36	39,51	17,56
C	-75,10		-675,90	-84,73	-37,66	-254,21	-112,98

(fonte: elaborado pelo autor)

O dimensionamento das armaduras foi realizado em duas etapas. Primeiramente calculou-se a taxa de armadura para as seções submetidas ao momento negativo. Em ambas as faixas, adotou-se o processo de dimensionamento à flexão, utilizando as equações 10 e 11. Para as faixas internas considerou-se uma seção retangular 12X35, ao passo que, as faixas externas utilizaram

uma seção retangular 100X35 devido à laje ser maciça nos apoios. As tabelas 10 e 11 exibem os resultados obtidos para os pórticos analisados.

Tabela 10: Armaduras negativas para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014

Seção transversal	M_{sd} (KNm/m)	Faixa	As_{min} (cm²/m)	As (cm²/m)	As comercial	As final (cm²/m)
A = F	-42,98	Interna	1,79	3,40	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	-128,94	Externa	5,74	9,56	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
B = E	-47,18	Interna	1,79	3,77	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	-141,54	Externa	5,74	10,53	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
C = D	-45,50	Interna	1,79	3,62	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	-136,50	Externa	5,74	10,14	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 11: Armaduras negativas para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014

Seção transversal	M_{sd} (KNm/m)	Faixa	As_{min} (cm²/m)	As (cm²/m)	As comercial	As final (cm²/m)
A = E	-35,77	Interna	1,79	2,78	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	-107,37	Externa	5,74	7,91	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
B = D	-38,85	Interna	1,79	3,04	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12

continua

continuação

Seção transversal	M_{sd} (KNm/m)	Faixa	As_{min} (cm²/m)	As (cm²/m)	As comercial	As final (cm²/m)
B = D	-116,55	Externa	5,74	8,61	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
C	-37,66	Interna	1,79	2,94	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	-112,98	Externa	5,74	8,34	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15

(fonte: elaborado pelo autor)

Em uma segunda etapa, determinou-se as armaduras positivas para as seções transversais nos vãos, onde a laje é nervurada. Para tanto, deve-se inicialmente determinar o momento fletor que atua na nervura. Isso é realizado, multiplicando-se o momento M_{sd} , em kNm/m, pela distância entre os eixos das nervuras de 61 cm, conforme figura 27. O dimensionamento à flexão é realizando supondo-se uma seção transversal T de largura b_f de 61 cm e compressão dentro da mesa. As tabelas 12 e 13 demonstram a quantidade de armadura positiva necessária por nervura.

Tabela 12: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção X pela NBR 6118/2014

Seção transversal	Faixa	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/ nerv.)	As_{min} (cm²/ nerv.)	As (cm²/nerv.)	As comercial	As final (cm²/nerv.)
A-B = E-F	Interna	22,43	13,68	1,09	0,98	2 Ø10	1,57
	Externa	27,41	16,72		1,21	2 Ø10	1,57
B-C = D-E = C-D	Interna	21,42	13,07		0,94	2 Ø10	1,57
	Externa	26,18	15,97		1,15	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 13: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção Y pela NBR 6118/2014

Seção transversal	Faixa	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/ nerv.)	As_{min} (cm ² / nerv.)	As (cm ² /nerv.)	As comercial	As final (cm ² /nerv.)
A-B = D-E	Interna	14,87	9,07	1,09	0,65	2 Ø10	1,57
	Externa	18,17	11,08		0,80	2 Ø10	1,57
B-C = C-D	Interna	14,36	8,76		0,63	2 Ø10	1,57
	Externa	17,56	10,71		0,77	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Importante destacar que para as seções transversais das tabelas 12 e 13 deve-se prover também uma armadura negativa na região da mesa. Como o espaçamento entre eixos de nervuras é inferior a 65 cm, adotou-se uma malha de barras 6,3 mm espaçadas 10 cm na região da mesa.

9.3.2 Verificação ao cisalhamento

A verificação ao cisalhamento consiste basicamente, em avaliar a necessidade de armaduras transversais na laje. Como o espaçamento entre nervuras é inferior a 65 cm, verifica-se as nervuras com os critérios de laje. Este cálculo foi realizado pressupondo as maiores solicitações de corte extraídas do apêndice A, em kN/m, em ambos pórticos, na zona dos apoios e das nervuras. O valor do cortante nos apoios é gerado pelo produto do cortante máximo pela largura correspondente a duas faixas externas do pórtico ou banda de suporte. O cortante nas nervuras é encontrado ao multiplicar-se o maior valor de corte na zona nervurada da laje por 61 cm, equivalente ao espaçamento entre eixos das nervuras. A tabela 14 resume os valores encontrados para a verificação.

Tabela 14: Verificação ao esforço de corte para pórtico na direção X

Local	V _{sd} (KN.m/m)	L (m)	V _{sd} (KN)	f _{ctd} (KN/cm ²)	T _{rd} (KN/cm ²)	k	ρ	V _{rd1} (KN)	Situação
Apoio	54,36	4,00	217,44	0,16	0,04	1,28	0,0032	218,13	OK
Nervura	34,16	0,61	20,84				0,004	26,89	OK

(fonte: elaborado pelo autor)

9.3.3 Punção

Para o cálculo da punção deve-se inicialmente conhecer o esforço axial atuante nos pilares. Nesta verificação foram avaliados três pilares ao fenômeno da punção: um interno, um de borda e um de canto da laje, a saber, os pilares P15, P3 e P1, respectivamente, ilustrados na figura 24.

Há de se destacar que não houve necessidade de redução do perímetro crítico, como proposto pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) para pilares de canto ou borda, visto que a laje, por suas dimensões garante a possibilidade de um perímetro crítico completo. Para a punção, inicialmente foram calculadas as tensões resistentes de cisalhamento, τ_{rd2} (equação 27) e τ_{rd1} (equação 29), conforme resultados na tabela 15.

Tabela 15: Cálculo dos limites de resistência para a punção

Cálculo de τ_{rd2}				Cálculo de τ_{rd1}				
f _{ck} (Mpa)	α _v	f _{cd} (KN/cm ²)	τ _{rd2} (KN/cm ²)	d (cm)	ρ _x	ρ _y	ρ	τ _{rd1} (KN/cm ²)
35	0,86	2,5	0,5805	32	0,0035	0,0035	0,0035	0,0553

(fonte: elaborado pelo autor)

A determinação das reações utilizada nos pilares ocorreu em duas etapas. Inicialmente calcula-se seu valor integral. Isso é realizado, pelo produto dos valores gerados pelo FTOOL e a largura correspondente ao pórtico analisado. Em uma segunda etapa, realiza-se a média das reações em ambas as direções para um mesmo pilar. Para a determinação dos momentos, extraiu-se dos

diagramas de flexão do apêndice A os momentos atuantes no pilar desejado, em kNm/m, na região de ligação com a laje, e multiplicou-se por uma largura equivalente à banda de suporte, ou seja, duas faixas externas. A tabela 16 exhibe as tensões solicitantes calculadas para os contornos críticos C e C', utilizando as equações demonstradas para a punção na Norma Brasileira de Concreto.

Tabela 16: Verificação à punção nos contornos críticos pela NBR 6118

Pilares	F_{sd} (KN)	Contorno C: τ_{sd} (KN/cm²)	Contorno C': τ_{sd} (KN/cm²)	τ_{rd2} (KN/cm²)	τ_{rd1} (KN/cm²)	Situação
P1	297,01	0,052	0,031	0,58	0,0553	OK
P3	365,05	0,063	0,027			OK
P15	428,99	0,074	0,023			OK

(fonte: elaborado pelo autor)

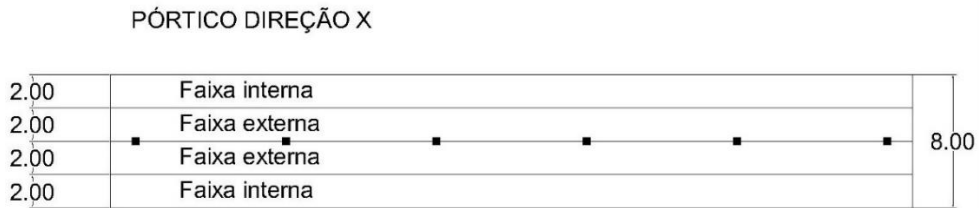
9.4 ANÁLISE PELO ACI 318

Nesta parte serão apresentados os resultados adquiridos pelo dimensionamento da laje pelo Método dos Pórticos Equivalentes do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014). Também serão demonstradas as verificações mencionadas no capítulo 8 deste trabalho para o cisalhamento e a punção.

9.4.1 Método dos Pórticos Equivalentes

A análise do método foi realizada adotando-se os mesmos pórticos já apresentados e os carregamentos da tabela 7. No entanto, a definição das faixas na Norma Americana ocorre de maneira diferenciada ao atribuir para as faixas de pilares uma largura equivalente a 25 % do menor dos vãos teóricos da laje e o restante para as demais faixas. As figuras 30 e 31 ilustram as larguras consideradas nos pórticos utilizados.

Figura 30 - Largura das faixas para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 31- Largura das faixas para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014



(fonte: elaborado pelo autor)

A análise dos pórticos, semelhante à Norma Brasileira, também foi realizada via *software* FTOOL. No entanto, como o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) considera a influência da laje e do pilar de modo diferenciado, o modelo estrutural adotado foi alterado. Para considerar estes efeitos, determinou-se primeiramente uma rigidez equivalente para cada pórtico. Em seguida, definiu-se um comprimento equivalente para os pilares, de modo que o programa considerasse o valor anteriormente calculado. A tabela 17 representa os resultados obtidos.

Tabela 17: Cálculo do comprimento equivalente para pilares pelo ACI 318

Pórtico Direção X				Pórtico Direção Y			
k_p	k_T	k_{ec}	L_e	k_p	k_T	k_{ec}	L_e
(KN.m)	(KN.m)	(KN.m)	(m)	(KN.m)	(KN.m)	(KN.m)	(m)
120.570	154.888,40	94.310,98	5,11	120.570	134.979,10	86.538,78	5,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Os modelos elaborados, os diagramas de esforços de corte e momento fletor utilizados para a análise da laje pelo MPE do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) estão presentes no apêndice A deste trabalho. As tabelas 18 e 19 contém os momentos fletores já majorados e extraídos do FTOOL, para as seções transversais definidas pelas figuras 25 e 26, assim como suas respectivas distribuições ao longo das faixas internas e externas. A determinação dos valores solicitantes por comprimento unitário em ambas as faixas, ocorre pelo quociente entre os momentos já distribuídos segundo os critérios da Norma Americana, pelas respectivas larguras encontradas nas figuras 30 e 31 para faixas internas e externas.

Tabela 18: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção X pelo ACI 318/2014

Seção transversal	M_{sd} (KN.m/m)	Largura (m)	M_{sd} (KN.m)	Faixa interna		Faixa externa	
				M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = F	-82,32	8,00	-658,56	0,00	0,00	-329,28	-164,64
A-B = E-F	25,10		200,80	40,10	20,05	60,14	30,07
B = E	-97,72		-781,76	-97,72	-48,86	-293,16	-146,58
B-C = D-E = C-D	23,00		184,00	36,74	18,37	55,10	27,55
C = D	-91,84		-734,72	-91,84	-45,92	-275,52	-137,76

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 19: Distribuição dos momentos solicitantes de cálculo para o pórtico na direção Y pela ACI 318/2014

Seção transversal	M_{sd} (KN.m/m)	Largura (m)	M_{sd} (KN.m)	Faixa interna		Faixa externa	
				M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = E	-64,40	9,00	-579,60	0,00	0,00	-289,80	-144,90
A-B = D-E	19,50		175,50	35,10	14,04	52,65	26,33

continua

continuação

Seção transversal	M_{sd} (KN.m/m)	Largura (m)	M_{sd} (KN.m)	Faixa interna		Faixa externa	
				M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m)	M_{sd} (KN.m/m)
B = D	-79,24	9,00	-713,16	-89,15	-35,66	-267,44	-133,72
B-C = C-D	17,40		156,60	31,32	12,53	46,98	23,49
C	-72,94		-656,46	-82,06	-32,82	-246,17	-123,09

(fonte: elaborado pelo autor)

Analogamente ao exibido pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) o dimensionamento foi realizado em duas etapas: para momentos negativos e positivos. Seguem os resultados encontrados:

Tabela 20: Armaduras negativas para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014

Seção dos apoios	Faixa	M_{sd} (KNm/m)	A_{smin} (cm ² /m)	A_s (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)
A = F	Interna	0,00	1,79	0,00	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	-164,64	5,74	12,32	Ø12,5 c/ 9 cm	13,63
B = E	Interna	-48,86	1,79	3,92	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	-146,58	5,74	10,92	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
C = D	Interna	-45,92	1,79	3,66	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	-137,76	5,74	10,24	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 21: Armaduras negativas para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014

Seção dos apoios	Faixa	M_{sd} (KNm/m)	A_{smin} (cm ² /m)	A_s calculado (cm ² /m)	A_s comercial	A_s final (cm ² /m)
A = E	Interna	0,00	1,79	0,00	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	Externa	-144,90	5,74	10,79	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
B = D	Interna	-35,66	1,79	2,77	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	Externa	-133,72	5,74	9,93	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
C	Interna	-32,82	1,79	2,53	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	Externa	-123,09	5,74	9,11	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 22: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção X pelo ACI 318/2014

Seção transversal	Faixa	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/ nerv.)	A_{smin} (cm ² / nerv.)	A_s (cm ² /nerv.)	A_s comercial	A_s final (cm ² /nerv.)
A-B = E-F	Interna	20,05	12,23	1,09	0,88	2 Ø10	1,57
	Externa	30,05	18,34		1,33	2 Ø10	1,57
B-C = D-E = C-D	Interna	18,37	11,20		0,81	2 Ø10	1,57
	Externa	27,55	16,81		1,22	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 23: Armaduras positivas por nervura para pórtico na direção Y pelo ACI 318/2014

Seção transversal	Faixa	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/ nerv.)	As_{min} (cm ² / nerv.)	As (cm ² /nerv.)	As comercial	As final (cm ² /nerv.)
A-B = D-E	Interna	14,04	8,56	1,09	0,62	2 Ø10	1,57
	Externa	26,33	16,06		1,16	2 Ø10	1,57
B-C = C-D	Interna	12,53	7,64		0,55	2 Ø10	1,57
	Externa	23,49	14,33		1,03	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

9.4.2 Verificação ao cisalhamento

O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) avalia o esforço de corte dos elementos de modo diferenciado. Para o esforço cortante em uma direção sem força axial, compara-se a resistência nominal do concreto ao seu valor solicitante. Respeitado esta relação, nenhum dimensionamento adicional é necessário. Este cálculo foi realizado pressupondo as maiores solicitações de corte, em kN/m, extraídas do FTOOL, em ambas as direções do pórtico, para a região dos apoios e das nervuras. Após isso, multiplica-se estes valores pela largura correspondente à banda de apoios (4 m) ou à distância entre nervuras (0,61m). A tabela 24 exhibe esta verificação.

Tabela 24: Verificação ao esforço de corte pelo ACI 318

Seção	V_{sdmax} (KN/m)	L (m)	V_{sdmax} (KN)	V_c (1) (KN)	V_c (2) (KN)	V_c (3) (KN)	V_c adotado (KN)	Situação
Apoios	55,30	4,00	221,20	240,38	531,15	361,69	240,38	Ok
Nervuras	35,00	0,61	21,35	35,59	55,86	49,19	35,59	Ok

(fonte: elaborado pelo autor)

9.4.3 Punção

A verificação à punção procedeu adotando-se as formulações recomendadas pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) para este fenômeno. Segundo esta Norma, deve-se realizar uma verificação da tensão solicitante em perímetro crítico distante $d/2$ da face do pilar. A determinação das reações e momentos solicitantes utilizados nos pilares ocorreu de forma semelhante ao explicado na punção pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014). A tabela 25 representa as propriedades geométricas do perímetro crítico. A tabela 26 contém a tensão resistente adotada, representada como o menor entre 3 valores calculados, minorado por um coeficiente de segurança de 0,85. A tabela 27 compara o valor resistente ao máximo solicitante entre as bordas do contorno crítico.

Tabela 25: Propriedades geométricas para o cálculo da punção pelo ACI 318

c₁ (cm)	c₂ (cm)	d (cm)	γ_v	J_c (cm⁴)	c_{A-B} (cm)	c_{B-D} (cm)	b₀ (cm)
45	45	32	0,4	10159893,33	38,5	38,5	308

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 26: Tensão resistiva para o perímetro crítico do ACI 318

Pilar	τ_{rd} (1) (KN/cm²)	τ_{rd} (2) (KN/cm²)	τ_{rd} (3) (KN/cm²)	τ_{rd} adotado (KN/cm²)
P1	0,212	0,194	0,189	0,161
P3	0,212	0,244	0,189	
P15	0,212	0,293	0,189	

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 27: Verificação à punção pelo ACI 318

Pilares	F_{sd} (KN)	M_{sd1} (KN.cm)	M_{sd2} (KN.cm)	$\tau_{sd, max}$ (KN/cm ²)	τ_{rd} adotado (KN/cm ²)	Situação
P1	292,53	12390	13390	0,068	0,161	Ok
P3	362,53	12390	-	0,055		Ok
P15	428,05	-	-	0,043		Ok

(fonte: elaborado pelo autor)

9.5 ANÁLISE PELO SOFTWARE CYPECAD

A análise da estrutura pelo MEF sucedeu pelo *software* CYPECAD, utilizado comercialmente para o projeto de estruturas em concreto e aço. A seguir, serão demonstrados a elaboração do modelo estrutural, bem como a obtenção de resultados que servirão de base para dimensionamentos e verificações posteriores pelos critérios das Normas Brasileira e Americana de Concreto.

9.5.1 Lançamento da estrutura

O lançamento da estrutura no programa pode ser dividido conforme as seguintes etapas:

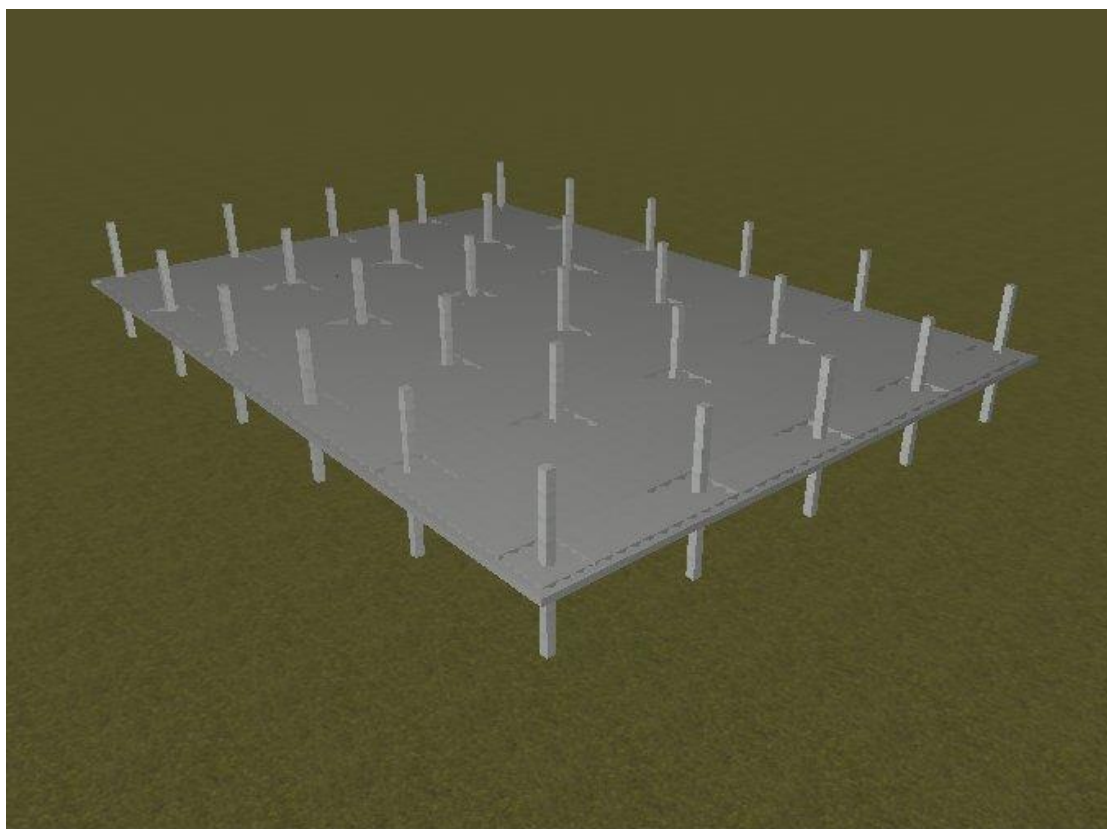
- a) definição dos pisos da estrutura e das normas a serem adotadas para análise;
- b) lançamentos dos pilares;
- c) delimitação do contorno da laje;
- d) definição das características da laje;
- e) definição e aplicação das cargas sobre a estrutura;
- f) geração de resultados.

Na etapa inicial realizou-se o lançamento de dois pisos na estrutura, cujos pés-direitos equivalem a altura dos pilares de 4 metros. Durante a segunda etapa, efetuou-se o lançamento dos pilares de seção retangular 45X45 cm. Por uma limitação do *software* CYPECAD a introdução de lajes está vinculada à presença de vigas que desempenhem o papel de contorno do primeiro elemento. A fim de suprir esta restrição, adotou-se vigas rasas não estruturais nas

bordas da laje que não intervirão nos resultados encontrados. Este procedimento é recomendado pelo CYPECAD para lajes lisas.

Durante a definição das características da laje foram introduzidas as dimensões apresentadas para a seção transversal da laje nervurada. Posteriormente, realizou-se a aplicação dos maciços no entorno dos pilares. No processo de inserção de cargas sobre a estrutura, informa-se a carga acidental e de revestimento desejados. O peso próprio é calculado pelo próprio *software*. Para esta análise, considerou-se a ação simultânea da carga permanente e acidental majoradas em 1,4 como combinação de cálculo. A figura 32 representa o modelo 3D da laje gerado pelo CYPECAD.

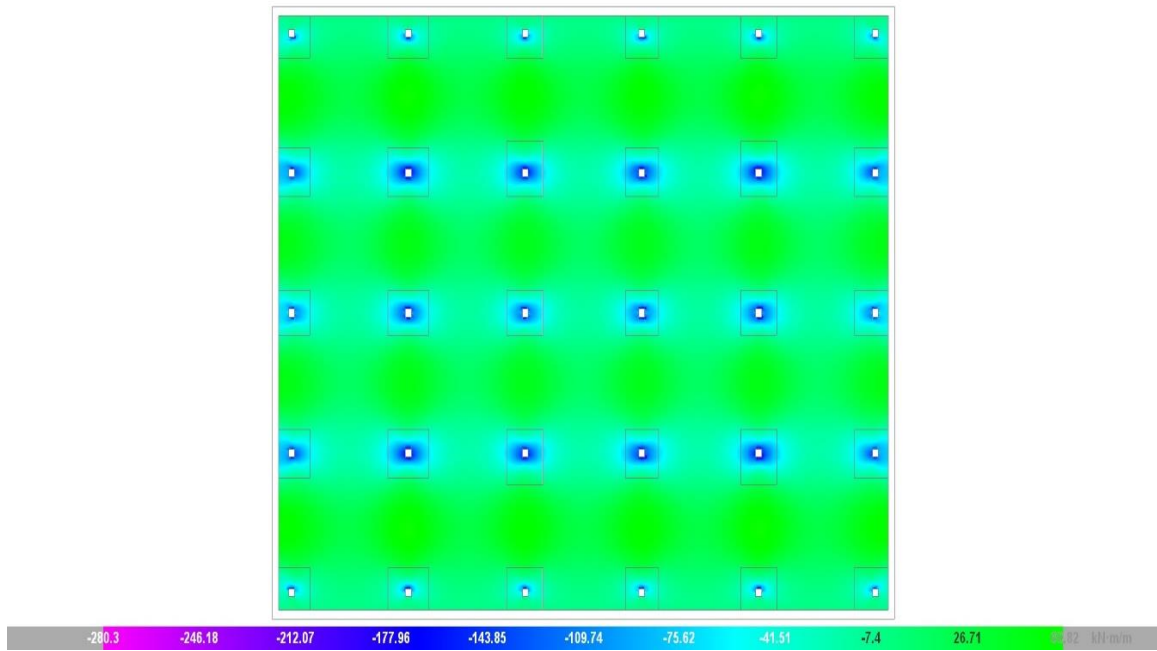
Figura 32 - Modelo 3D da laje analisada pelo CYPECAD



(fonte: elaborado pelo autor)

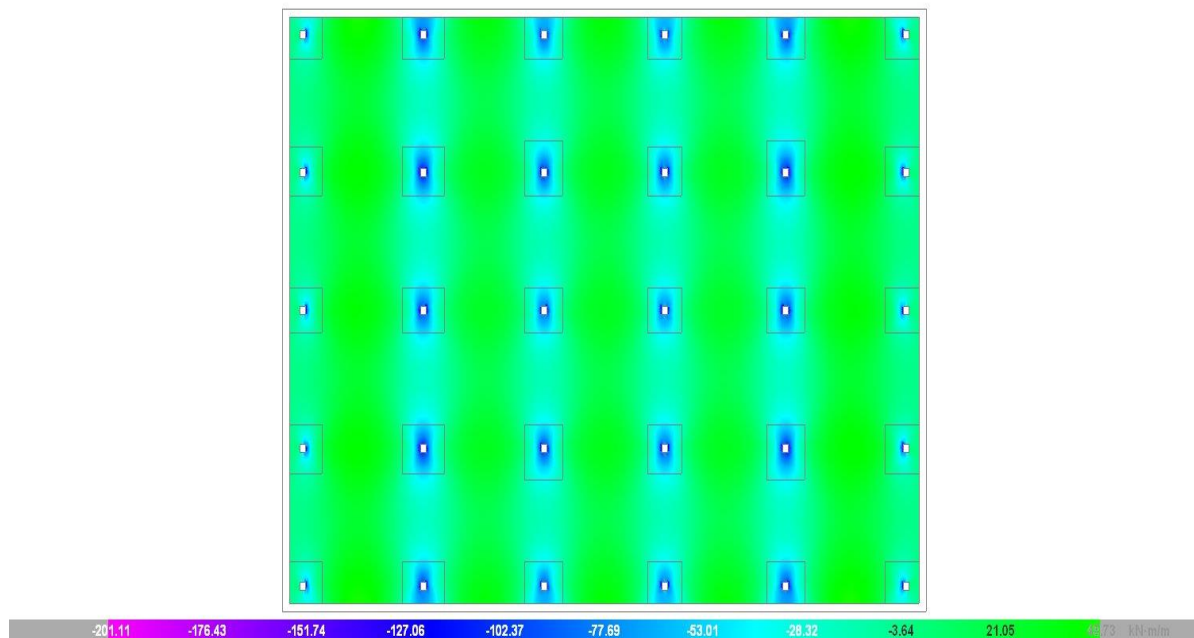
Após o término do cálculo da estrutura, dispõe-se dos resultados para os momentos fletores e esforços de corte nas direções x e y. As figuras 33 a 35 ilustram estes valores.

Figura 33 - Momentos fletores na direção Y pelo CYPECAD



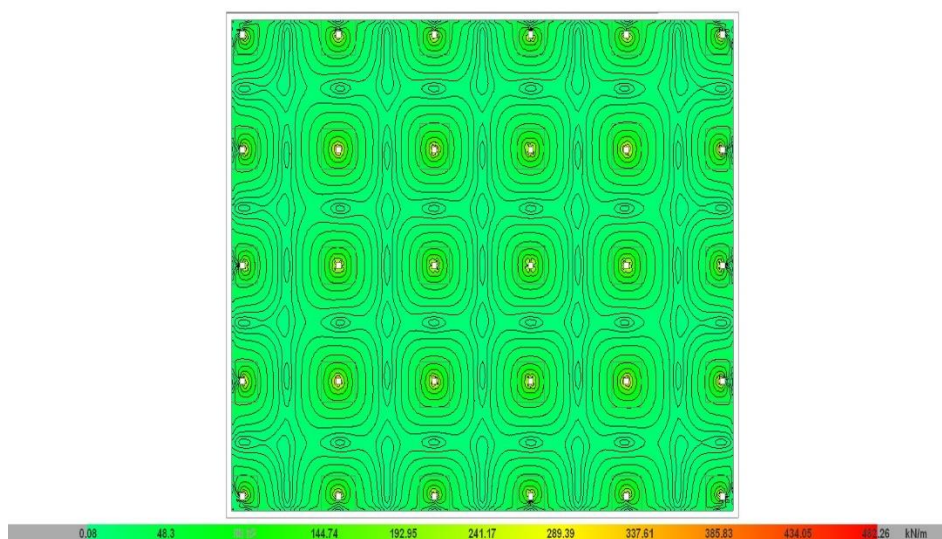
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 34 - Momentos fletores na direção X pelo CYPECAD



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 35 – Cortante total atuando na laje pelo CYPECAD



(fonte: elaborado pelo autor)

9.5.2 Dimensionamento à flexão da laje

Com os resultados extraídos do *software* CYPECAD, aplica-se novamente o MPE segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014). A obtenção dos momentos solicitantes, M_{sd} , em kNm/m, nas faixas internas e externas ocorre conforme já apresentado para cada uma das Normas de Concreto estudadas.

Tabela 28: Distribuição dos momentos do CYPECAD para o pórtico na direção X

Seção transversal	M_{sd} CYPECAD (KN.m/m)	NBR 6118		ACI 318	
		Faixa interna	Faixa externa	Faixa interna	Faixa externa
		M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = F	-82,70	-41,35	-124,05	0,00	-165,40
A-B = E-F	24,40	21,96	26,84	19,52	29,28
B = E	-99,10	-49,55	-148,65	-49,55	-148,65

continua

continuação

Seção transversal	M_{sd} CYPECAD (KN.m/m)	NBR 6118		ACI 318	
		Faixa interna	Faixa externa	Faixa interna	Faixa externa
		M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)
B-C = D-E = C-D	21,70	19,53	23,87	17,36	26,04
C = D	-90,90	-45,45	136,35	-45,45	-136,35

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 29: Distribuição dos momentos do CYPECAD para o pórtico na direção Y

Seção transversal	M_{sd} CYPECAD (KN.m/m)	NBR 6118		ACI 318	
		Faixa interna	Faixa externa	Faixa interna	Faixa externa
		M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)	M_{sd} (KN.m/m)
A = E	-71,90	-35,95	-107,85	0,00	-161,78
A-B = D-E	16,40	14,76	18,04	11,81	22,14
B = D	-81,50	-40,75	-122,25	-36,68	-137,53
B-C = C-D	15,62	14,06	17,18	11,25	21,09
C	-73,20	-36,60	-109,80	-32,94	-123,53

(fonte: elaborado pelo autor)

As tabelas 30 a 33 representam o dimensionamento das armaduras positivas e negativas em ambas as direções da laje para os momentos solicitantes presentes nas faixas das tabelas 28 e 29, considerando as seções transversais das figuras 25 e 26 e ambas as Normas de Concreto estudadas.

Tabela 30: Armaduras negativas no pórtico X para resultados do CYPECAD

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /m)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)	As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)
A = F	Interna	1,79	3,25	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89	0,00	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	5,74	9,19	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15	12,38	Ø12,5 c/ 10 cm	12,27
B = E	Interna	1,79	3,98	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89	3,98	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	5,74	11,08	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15	11,08	Ø12,5 c/ 10 cm	12,27
C = D	Interna	1,79	3,61	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89	3,61	Ø6,3 c/ 8 cm	3,89
	Externa	5,74	10,13	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15	10,13	Ø12,5 c/ 10 cm	12,27

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 31: Armaduras negativas no pórtico Y para resultados do CYPECAD

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /m)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)	As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)
A = E	Interna	1,79	2,79	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12	0,00	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	Externa	5,74	7,95	Ø12,5 c/ 13 cm	9,44	12,10	Ø12,5 c/ 10 cm	12,27
B = D	Interna	1,79	3,20	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12	2,85	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12
	Externa	5,74	9,05	Ø12,5 c/ 13 cm	9,44	10,22	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15
C	Interna	1,79	2,85	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12	2,54	Ø6,3 c/ 10 cm	3,12

continua

continuação

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /m)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)	As (cm ² /m)	As comercial	As final (cm ² /m)
C	Externa	5,74	8,10	Ø12,5 c/ 13 cm	9,44	9,15	Ø12,5 c/ 11 cm	11,15

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 32: Armaduras positivas no pórtico X para resultados do CYPECAD

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /nerv)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)	As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)
A-B = E-F	Interna	1,09	0,97	2 Ø10	1,57	0,86	2 Ø10	1,57
	Externa		1,18	2 Ø10	1,57	1,29	2 Ø10	1,57
B-C = D-E = C-D	Interna		0,86	2 Ø10	1,57	0,76	2 Ø10	1,57
	Externa		1,05	2 Ø10	1,57	1,15	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 33: Armaduras positivas no pórtico Y para resultados do CYPECAD

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /nerv)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)	As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)
A-B = D-E	Interna	1,09	0,65	2 Ø10	1,57	0,52	2 Ø10	1,57

continua

continuação

Seção transversal	Faixa	Asmin (cm ² /nerv)	NBR 6118			ACI 318		
			As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)	As (cm ² /nerv)	As comercial	As final (cm ² /nerv)
A-B = D-E	Externa	1,09	0,79	2 Ø10	1,57	0,98	2 Ø10	1,57
B-C = C-D	Interna		0,62	2 Ø10	1,57	0,49	2 Ø10	1,57
	Externa		0,76	2 Ø10	1,57	0,93	2 Ø10	1,57

(fonte: elaborado pelo autor)

9.5.3 Verificação ao esforço cortante

Para esta verificação utilizou-se os valores de cortantes totais exibidos na figura 35. No entanto, como o *software* analisa a laje em sua totalidade, assumiu-se como solicitante, os valores mais críticos encontrados para a região das nervuras e os apoios da análise numérica. A tabela 34 resume a verificação realizada.

Tabela 34: Verificação ao corte com resultados do *software* CYPECAD

Local	V _{sd} (KN)	NBR 6118		ACI 318	
		V _{rd} (KN)	Situação	V _{rd} (KN)	Situação
Apoio	214,20	218,13	Ok	240,38	Ok
Nervura	22,58	26,89	Ok	35,59	Ok

(fonte: elaborado pelo autor)

Como se observa, a verificação ao corte foi satisfeita pelo critério de avaliação da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e do ACI 318

(AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) e, portanto, pode-se desprezar o dimensionamento da armadura transversal para os maciços e as nervuras da laje.

9.5.4 Punção

A verificação à punção foi realizada pelo próprio CYPECAD considerando os perímetros de controle propostos por cada uma das Normas, conforme tabelas 35 e 36.

Tabela 35: Verificação à punção do *software* CYPECAD pela NBR 6118

Pilares	F_{sd} (KN)	C: τ_{sd} (KN/cm²)	C': τ_{sd} (KN/cm²)	τ_{rd2} (KN/cm²)	τ_{rd1} (KN/cm²)	Situação
P1	272,78	0,047	0,024	0,58	0,057	OK
P3	389,88	0,068	0,025			OK
P15	530,04	0,092	0,028			OK

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 36: Verificação à punção do *software* CYPECAD pela ACI 318

Pilares	F_{sd} (KN)	Perímetro crítico b₀: τ_{sd} (KN/cm²)	τ_{rd} (KN/cm²)	Situação
P1	272,78	0,054	0,139	OK
P3	389,88	0,052		OK
P15	530,04	0,054		OK

(fonte: elaborado pelo autor)

10 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A primeira comparação refere-se às solicitações de flexão dos pórticos considerados para os procedimentos estudados. As seções transversais demonstradas nos quadros abaixo dizem respeito às encontradas nas figuras 25 e 26. Os quadros 1 e 2 expõem as divergências encontradas.

Quadro 1 – Comparativo entre momentos solicitantes para pórtico na direção X

Pórtico Direção X						
Seção transversal	MPE NBR 6118 (KN.m/m)	MPE ACI 318 (KN.m/m)	MEF CYPECAD (KN.m/m)	Diferença⁽¹⁾ (%)	Diferença⁽²⁾ (%)	Diferença⁽³⁾ (%)
A = F	-85,96	-82,32	-82,70	-4,23	-3,79	0,46
A-B = E-F	24,92	25,06	24,40	0,56	-2,09	-2,63
B = E	-94,36	-97,72	-99,10	3,56	5,02	1,41
B-C = D-E	23,80	22,96	21,70	-3,53	-8,82	-5,49
C = D	-91,00	-91,84	-90,90	0,92	-0,11	-1,02
⁽¹⁾ Entre MPE ACI 318/2014 e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MPE ACI} / \text{Mom. MPE NBR}) - 1] * 100$ ⁽²⁾ Entre MEF e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MEF} / \text{Mom. MPE NBR}) - 1] * 100$ ⁽³⁾ Entre MEF e MPE ACI 318/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MEF} / \text{Mom. MPE ACI}) - 1] * 100$						

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 2 – Comparativo entre momentos solicitantes para pórtico na direção Y

Pórtico Direção Y						
Seção transversal	MPE NBR 6118 (KN.m/m)	MPE ACI 318 (KN.m/m)	MEF CYPECAD (KN.m/m)	Diferença⁽¹⁾ (%)	Diferença⁽²⁾ (%)	Diferença⁽³⁾ (%)
A = E	-71,54	-64,40	-71,90	-9,98	0,50	11,65
A-B = D-E	16,52	19,46	16,40	17,80	-0,73	-15,72
B = D	-77,70	-79,24	-81,50	1,98	4,89	2,85
B-C = C-D	15,96	17,36	15,62	8,77	-2,13	-10,02
C	-75,32	-72,94	-73,20	-3,16	-2,81	0,36

⁽¹⁾ Entre MPE ACI 318/2014 e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MPE ACI} / \text{Mom. MPE NBR}) - 1] * 100$

⁽²⁾ Entre MEF e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MEF} / \text{Mom. MPE NBR}) - 1] * 100$

⁽³⁾ Entre MEF e MPE ACI 318/2014 para uma relação $[(\text{Mom. MEF} / \text{Mom. MPE ACI}) - 1] * 100$

(fonte: elaborado pelo autor)

Segundo a quinta coluna dos quadros acima, há uma aproximação dos resultados pelo MPE entre ambas as Normas. As diferenças mais significativas são percebidas nas seções de centros de vãos e às pertencentes aos pilares de extremidade, a saber, 17,80% e -9,98%, respectivamente. Isso decorre, de fato, devido ao aumento de rigidez na região laje-pilar pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014), que produz momentos fletores um pouco menores, quando comparados ao modelo estrutural proposto pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

Os resultados do MEF mostraram-se bastante próximos, apresentando no geral, valores inferiores aos adquiridos pelo MPE de ambas as Normas para os pórticos centrais nas duas direções da laje. Cabe salientar que, para o pórtico na direção Y, percebe-se uma maior proximidade de valores entre MPE da Norma Brasileira de Concreto e o MEF.

Uma segunda comparação se refere aos momentos fletores entre as Normas estudadas, após a distribuição nas faixas internas (FI) e externas (FE) usando as solicitações obtidas pela análise dos pórticos planos (apêndice A) e pelo *software* CYPECAD, conforme quadros 3 e 4.

Quadro 3 – Comparativo entre momentos distribuídos nas faixas para pórtico na direção X

Pórtico Direção X								
Seção transversal	Pórtico Plano				CYPECAD			
	NBR 6118 (KN.m/m)		ACI 318 (KN.m/m)		NBR 6118 (KN.m/m)		ACI 318 (KN.m/m)	
	FI	FE	FI	FE	FI	FE	FI	FE
A = F	-42,98	-128,94	0,00	-164,64	-41,35	-124,05	0,00	-165,40
A-B = E-F	22,43	27,41	20,05	30,07	21,96	26,84	19,52	29,28
B = E	-47,18	-141,54	-48,86	-146,58	-49,55	-148,65	-49,55	-148,65
B-C = D-E	21,42	26,18	18,37	27,55	19,53	23,87	17,36	26,04
C=D	-45,50	-136,50	-45,92	-137,76	-45,45	-136,35	-45,45	-136,35
Seção transversal	Diferença⁽¹⁾ (%)				Diferença⁽²⁾ (%)			
	FI		FE		FI		FE	
	FI	FE	FI	FE	FI	FE	FI	FE
A = F	-100,00		27,69		-100,00		33,33	
A-B = E-F	-10,61		9,70		-11,11		9,09	
B = E	3,56		3,56		0,00		0,00	
B-C = D-E	-4,24		5,23		-11,11		9,09	
C=D	0,92		0,92		0,00		0,00	
<p>⁽¹⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do Pórtico Plano para uma relação [(Mom. PORT.ACI/ Mom. PORT.NBR)-1]*100</p> <p>⁽²⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do CYPECAD para uma relação [(Mom. CYPECADACI/ Mom. CYPECADNBR)-1]*100</p>								

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 4 – Comparativo entre momentos distribuídos nas faixas para pórtico na direção Y

Pórtico Direção Y								
Seção transversal	Pórtico Plano				CYPECAD			
	NBR 6118 (KN.m/m)		ACI 318 (KN.m/m)		NBR 6118 (KN.m/m)		ACI 318 (KN.m/m)	
	FI	FE	FI	FE	FI	FE	FI	FE
A =E	-35,77	-107,31	0,00	-144,90	-35,95	-107,85	0,00	-161,78
A-B = D-E	14,87	18,17	14,04	26,33	14,76	18,04	11,81	22,14
B = D	-38,85	-116,55	-35,66	-133,72	-40,75	-122,25	-36,68	-137,53
B-C = C-D	14,36	17,56	12,53	23,49	14,06	17,18	11,25	21,09
C	-37,66	-112,98	-32,82	-123,09	-36,60	-109,80	-32,94	-123,53
Seção transversal	Diferença⁽¹⁾ (%)				Diferença⁽²⁾ (%)			
	FI		FE		FI		FE	
	FI	FE	FI	FE	FI	FE	FI	FE
A =E	-100,00		35,03		-100,00		50,00	
A-B = D-E	-5,58		44,91		-19,99		22,73	
B = D	-8,21		14,73		-9,99		12,50	
B-C = C-D	-12,74		33,77		-19,99		22,76	
C	-12,85		8,95		-10,00		12,50	
<p>⁽¹⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do Pórtico Plano para uma relação [(Mom. PORT.ACII/Mom. PORT.NBR)-1]*100</p> <p>⁽²⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do CYPECAD para uma relação [(Mom. CYPECADACII/Mom. CYPECADNBR)-1]*100</p>								

(fonte: elaborado pelo autor)

As seções pertencentes aos pilares de extremidade dos pórticos são as que expressam a maior diferença entre os resultados do MPE. Essa discrepância, apesar de grande, é justificada pela figura 15, na qual a Norma Americana de Concreto desconsidera a existência de momentos fletores nas faixas internas de pilares de borda ou canto. Nestes casos, adota-se uma armadura mínima, tornando a diferença de 100 % menos relevante.

Para avaliar o consumo de aço, compara-se a área de aço adotada pela aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014), considerando as solicitações dos pórticos planos e do CYPECAD. Os quadros 5 e 6 ilustram as diferenças existentes na faixa dos pilares ou externa (FE) para armaduras negativas dos pórticos nas direções X e Y, respectivamente.

Quadro 5 – Comparativo entre armaduras negativas para o pórtico direção X

Pórtico direção X – armaduras negativas								
Seção transversal	Faixa	A_{smin} (cm²/m)	Pórtico Plano		CYPECAD		Diferença⁽¹⁾ (%)	Diferença⁽²⁾ (%)
			NBR 6118	ACI 318	NBR 6118	ACI 318		
			A_s final (cm²/m)	A_s final (cm²/m)	A_s final (cm²/m)	A_s final (cm²/m)		
A = F	FE	5,74	11,15	13,63	11,15	12,27	22,24	10,04
B = E	FE	5,74	11,15	11,15	11,15	12,27	0,00	10,04
C = D	FE	5,74	11,15	11,15	11,15	12,27	0,00	10,04

⁽¹⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do Pórtico Plano para uma relação $[(A_s \text{ final. ACI} / A_s \text{ final. NBR}) - 1] * 100$

⁽²⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do CYPECAD para uma relação $[(A_s \text{ final. ACI} / A_s \text{ final. NBR}) - 1] * 100$

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 6 – Comparativo entre armaduras negativas para o pórtico direção Y

Pórtico direção Y – armaduras negativas								
Seção transversal	Faixa	A _{smin} (cm ² /m)	Pórtico Plano		CYPECAD		Diferença ⁽¹⁾ (%)	Diferença ⁽²⁾ (%)
			NBR 6118	ACI 318	NBR 6118	ACI 318		
			A _s final (cm ² /m)	A _s final (cm ² /m)	A _s final (cm ² /m)	A _s final (cm ² /m)		
A = E	FE	5,74	11,15	11,15	9,44	12,27	0,00	29,98
B = D	FE	5,74	11,15	11,15	9,44	11,15	0,00	18,11
C	FE	5,74	11,15	11,15	9,44	11,15	0,00	18,11

⁽¹⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do Pórtico Plano para uma relação $[(A_s \text{ final. ACI} / A_s \text{ final. NBR}) - 1] * 100$

⁽²⁾ Entre ACI 318/2014 e NBR 6118/2014 com valores do CYPECAD para uma relação $[(A_s \text{ final. ACI} / A_s \text{ final. NBR}) - 1] * 100$

(fonte: elaborado pelo autor)

Tendo em vista que o dimensionamento à flexão das armaduras positivas nas nervuras produziu áreas de aço inferiores à área mínima, a diferença entre os valores é nula, já que o consumo de aço para armaduras positivas é o mesmo em todos os métodos estudados.

As armaduras negativas nas faixas internas, apesar de superiores à armadura mínima, não possuem diferença entre os métodos propostos, visto que se adotou a mesma área de aço em ambas as Normas nestas regiões. Com isso, apresentou-se apenas as diferenças nas faixas externas, onde estão localizados os pilares.

Nos quadros 5 e 6, pode-se perceber que o método do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) exigiu áreas de aço um pouco superiores quando comparados à NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014). No pórtico da direção Y, a diferença de valores é um pouco mais acentuada, em parte devido à largura das faixas que, ao contrário do pórtico em X, contém valores diferenciados entre o MPE de ambas as Normas.

O quadro 7 diz respeito à comparação dos esforços de corte solicitantes. Para esta análise foram assumidos do estudo dos pórticos planos, os maiores valores obtidos em ambas as direções da

laje pela Norma Brasileira e pela Norma Americana. Por sua vez, do *software* CYPECAD, extraiu-se os resultados mais consideráveis segundo a figura 35.

Quadro 7 – Comparativo entre esforços de corte solicitantes

Local	V_{sd} MPE NBR 6118 (KN)	V_{sd} MPE ACI 318 (KN)	V_{sd} MEF (KN)	Diferença⁽¹⁾ (%)	Diferença⁽²⁾ (%)	Diferença⁽³⁾ (%)
Apoio	217,44	221,20	214,20	1,73	-1,49	-3,16
Nervura	20,84	21,35	22,58	2,45	8,35	5,76
<p>⁽¹⁾ Entre MPE ACI 318/2014 e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(V_{sd. ACI} / V_{sd. NBR}) - 1] * 100$</p> <p>⁽²⁾ Entre MEF e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(V_{sd. MEF} / V_{sd. NBR}) - 1] * 100$</p> <p>⁽³⁾ Entre MEF e MPE ACI 318/2014 para uma relação $[(V_{sd. MEF} / V_{sd. ACI}) - 1] * 100$</p>						

(fonte: elaborado pelo autor)

As diferenças de 8,35 % e 5,76 % deve-se em parte devido ao fato do programa também calcular um esforço de corte total representativo da laje, ao considerar o efeito de corte em ambas as direções da laje, produzindo valores solicitantes levemente superiores nas nervuras àqueles encontrados pela análise dos pórticos planos.

A quarta comparação faz menção aos valores de reação obtidos pelos métodos propostos. Para tanto, utilizou-se os esforços normais dos pilares verificados ao fenômeno da punção. Para este estudo, adotou-se da análise dos pórticos a média das reações obtidas em ambas as direções para um mesmo pilar. As reações do MEF são fornecidas pelo CYPECAD no módulo de verificação à punção do programa. O quadro 8 resume os valores encontrados.

Quadro 8 – Comparativo entre reações nos pilares

Pilares	MPE	MPE	MEF F _{sd} (KN)	Diferença ⁽¹⁾ (%)	Diferença ⁽²⁾ (%)	Diferença ⁽³⁾ (%)
	NBR 6118 F _{sd} (KN)	ACI 318 F _{sd} (KN)				
P1	297,01	292,53	272,78	-1,51	-8,16	-6,75
P3	365,05	362,53	389,88	-0,69	6,80	7,54
P15	428,99	428,05	530,04	-0,22	23,55	23,83

(¹) Entre MPE ACI 318/2014 e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(F_{sd. ACI} / F_{sd. NBR}) - 1] * 100$

(²) Entre MEF e MPE NBR 6118/2014 para uma relação $[(F_{sd. MEF} / F_{sd. NBR}) - 1] * 100$

(³) Entre MEF e MPE ACI 318/2014 para uma relação $[(F_{sd. MEF} / F_{sd. ACI}) - 1] * 100$

(fonte: elaborado pelo autor)

Como se observa, há uma convergência entre os valores do MPE de ambas as Normas. As diferenças de 23,55% e 23,83% do MEF no pilar interno explicam-se devido à forma como o *software* aplica a carga accidental a qual não ocorre de modo uniforme em toda a laje.

A última comparação refere-se às tensões solicitantes da punção. Como o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014) e a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) avaliam essas tensões em perímetros críticos diferenciados comparou-se, para cada normativa, os valores obtidos pela análise dos pórticos planos e do MEF. O quadro 9 faz analogia às tensões solicitantes de cisalhamento da Norma Brasileira, ao passo que, o quadro 10 exibe os valores encontrados para a Norma Americana.

Quadro 9 – Comparativo entre tensões de cisalhamento para os perímetros críticos da NBR 6118

Pilares	NBR 6118		MEF		Diferença (%)	
	C: τ_{sd} (KN/cm ²)	C': τ_{sd} (KN/cm ²)	C: τ_{sd} (KN/cm ²)	C': τ_{sd} (KN/cm ²)	C: τ_{sd} ⁽¹⁾ (KN/cm ²)	C': τ_{sd} ⁽²⁾ (KN/cm ²)
P1	0,052	0,031	0,047	0,024	-9,6	-22,6
P3	0,063	0,027	0,068	0,025	7,9	-7,4

continua

continuação

Pilares	NBR 6118		MEF		Diferença (%)	
	C: τ_{sd} (KN/cm ²)	C': τ_{sd} (KN/cm ²)	C: τ_{sd} (KN/cm ²)	C': τ_{sd} (KN/cm ²)	C: $\tau_{sd}^{(1)}$ (KN/cm ²)	C': $\tau_{sd}^{(2)}$ (KN/cm ²)
P15	0,074	0,023	0,092	0,028	24,3	21,7
⁽¹⁾ Entre MEF e NBR 6118/2014 para contorno C para uma relação $[(\tau_{sd. MEF} / \tau_{sd. NBR}) - 1] * 100$ ⁽²⁾ Entre MEF e NBR 6118/2014 para contorno C' para uma relação $[(\tau_{sd. MEF} / \tau_{sd. NBR}) - 1] * 100$						

(fonte: elaborado pelo autor)

Quadro 10 – Comparativo entre tensões de cisalhamento para o perímetro crítico do ACI 318

Pilares	ACI 318	MEF	Diferença ⁽¹⁾ (%)
	Perímetro crítico $b_0: \tau_{sd}$ (KN/cm ²)	Perímetro crítico $b_0: \tau_{sd}$ (KN/cm ²)	
P1	0,068	0,054	-20,6
P3	0,055	0,052	-5,5
P15	0,043	0,054	25,6
⁽¹⁾ Entre MEF e NBR 6118/2014 para contorno b_0 para uma relação $[(\tau_{sd. MEF} / \tau_{sd. ACI}) - 1] * 100$			

(fonte: elaborado pelo autor)

A análise pelo MEF, produziu para o efeito de punção, no geral, valores inferiores aos obtidos pela análise dos pórticos planos. Exclusivamente no pilar 15, as tensões foram superiores, devido ao esforço solicitante demonstrado no quadro 9. Ainda assim, a tensão solicitante permaneceu abaixo dos critérios de segurança exigidos pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2014).

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quanto aos resultados de dimensionamento à flexão, deve-se salientar que as divergências nas solicitações entre os procedimentos estudados se demonstraram pequenas, ao convergir em resultados bastante similares. Esse fato garante a credibilidade do Método dos Pórticos Equivalentes como alternativa ao dimensionamento de lajes, desde que respeitem as recomendações quanto à regularidade dos pilares e dos vãos livres das lajes.

A distribuição dos momentos entre as faixas internas e externas concedeu um leve aumento nas solicitações em pilares de extremidade, para o caso do ACI 318. Nos pilares internos, no entanto, é menos perceptível esta diferença e em alguns casos, inexistente. Isso, resultou em uma redução nos momentos negativos das faixas internas. Nas seções transversais com momentos positivos, conforme o dimensionamento demonstrou, as nervuras ficaram sujeitas há uma armadura mínima, questionando o custo-benefício do método da Norma Americana, ao exigir um consumo de aço superior nos maciços de lajes nervuradas. A Norma Brasileira, por outro lado, apresentou valores bem próximos aos encontrados pelo Método dos Elementos Finitos. Este fato, estimula e recorre a necessidade de estudos mais detalhados para o caso específico de lajes lisas nervuradas.

Com relação às solicitações normais, destaca-se que houve relativa convergência de valores dos métodos utilizados, com discrepâncias ocorrendo em função da lógica interna de aplicação da carga acidental pelo CYPECAD.

A análise da punção, mostrou-se bastante coerente entre a análise dos pórticos planos e do Método dos Elementos Finitos, tendo este último produzido valores inferiores na grande maioria dos casos. Dessa forma, conclui-se que o Métodos dos Pórticos Equivalentes representa um método conservador, contudo bastante a favor da segurança e fiel aos resultados encontrados por uma análise numérica.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: building code requirements for structural concrete. Farmington Hill, 2014.

ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas das edificações. Rio de Janeiro, 1980.

_____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. B. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: Pini, 2009. v. 2.

CORTIVO, N. D. **Análise comparativa de métodos de dimensionamento de lajes retangulares isoladas e de lajes cogumelo**. 2000. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Tecnologia, Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2000.

EMERICK, A. A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2005.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas**: subsídios para o projeto e execução. 1989. 262 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1989.

LOUREIRO, G. J. **Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas**. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 6., 2006, São Paulo, Anais... São Paulo: EPUSP, 2006. 1 CD-ROM.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M.; PORTERO, J. C. A. **Hormigón Armado**. 15. ed. rev. e aum. Barcelona: Gustavo Gili, 2009.

PINHEIRO, L. M; **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos USP, 2003, p. 17.1 – 17.18. Disponível em:
<<http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/17%20Lajes%20nervuradas.pdf>>

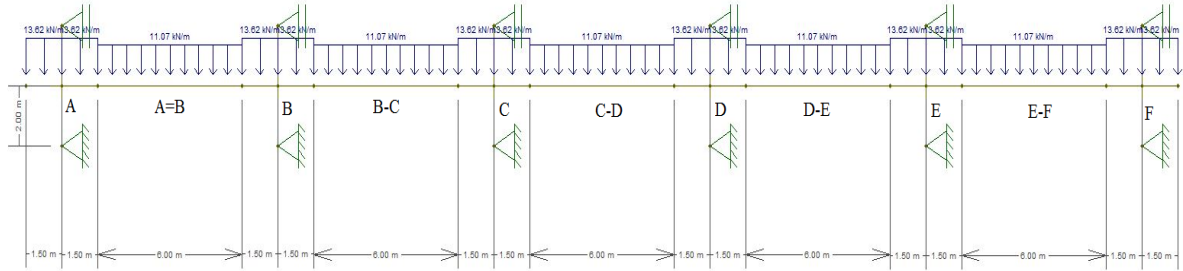
Acesso em: 12 de maio de 2016.

RABELLO, F. T. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. 2010. 248 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

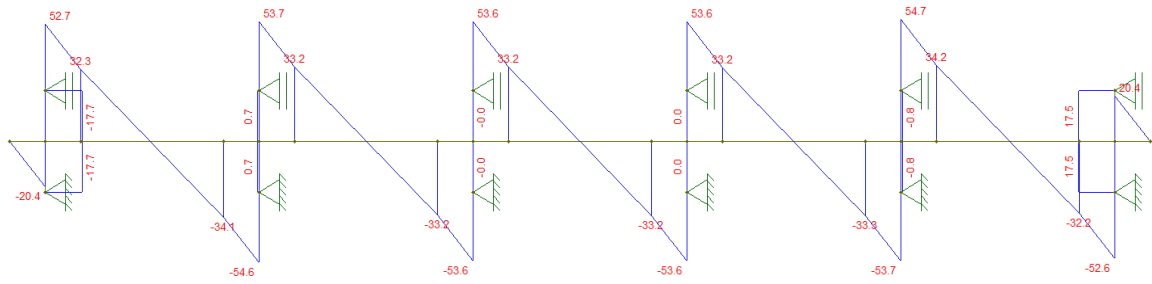
**APÊNDICE A – Diagramas de solicitações internas segundo
NBR 6118/2014 e ACI 318/2014**

Pórtico Direção X segundo NBR 6118/2014

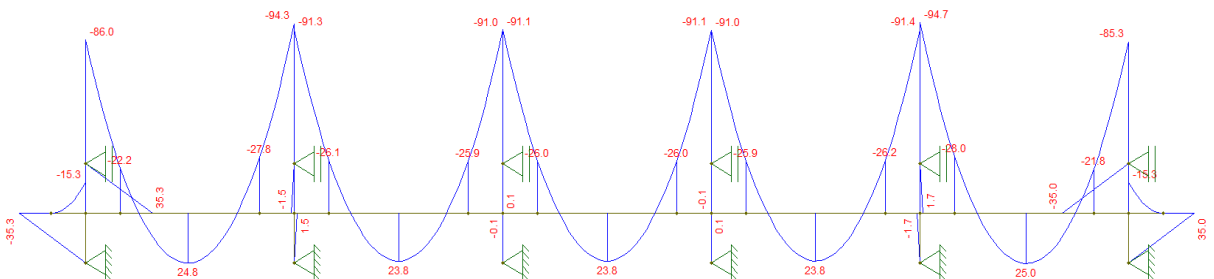
Modelo estrutural adotado



Esforço Cortante em KN/m

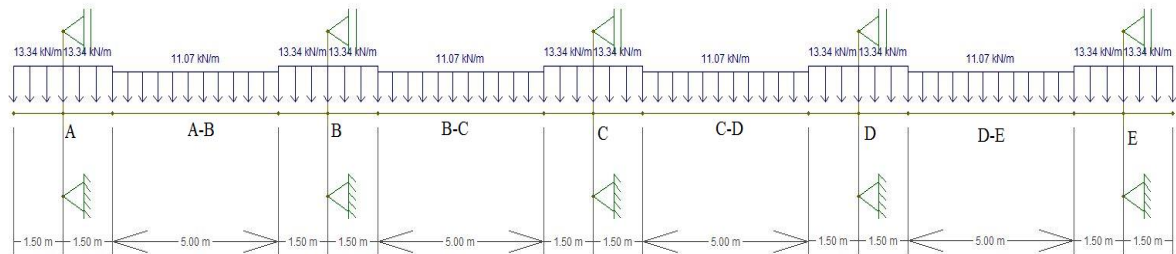


Momento Fletor em KN.m/m

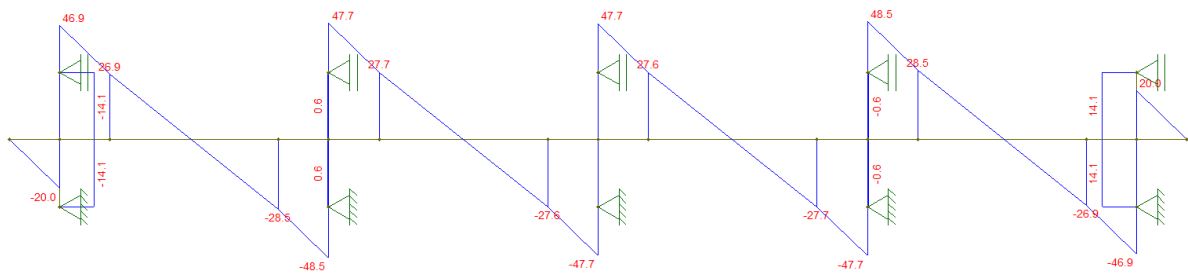


Pórtico Direção Y segundo NBR 6118/2014

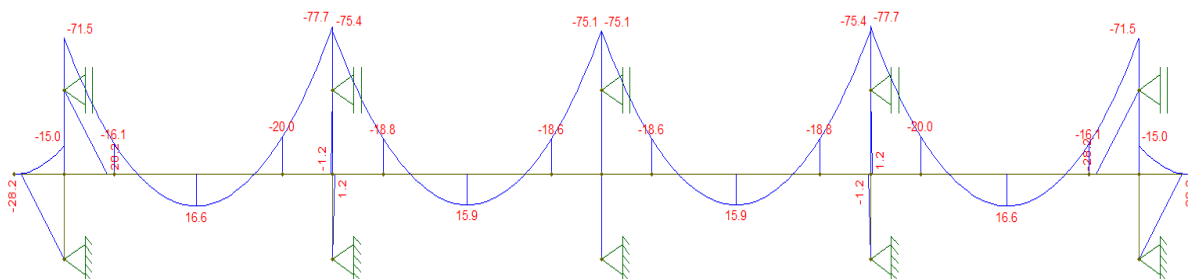
Modelo estrutural adotado



Esforço Cortante em KN/m

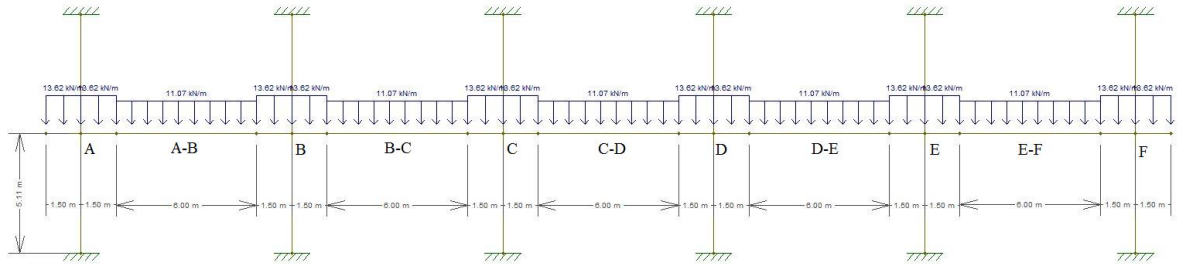


Momento Fletor em KN.m/m

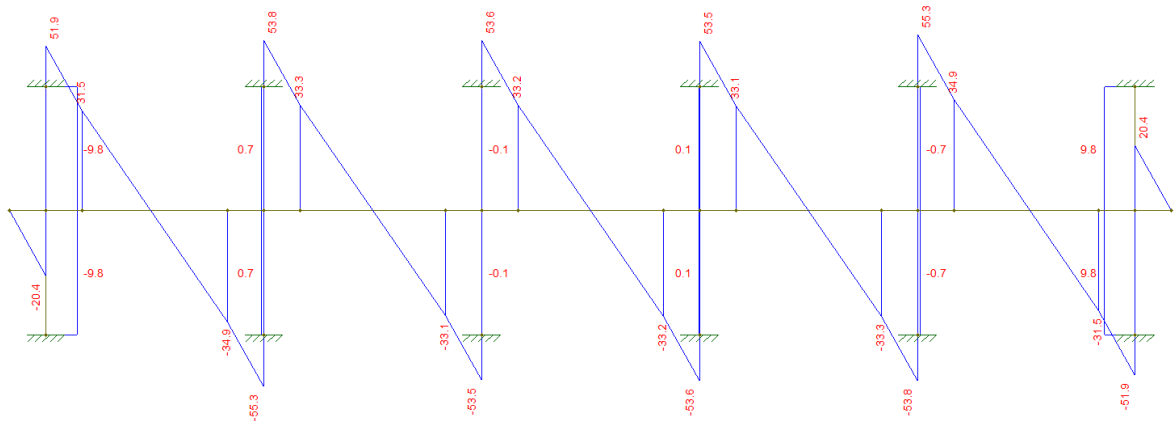


Pórtico Direção X segundo ACI 318/2014

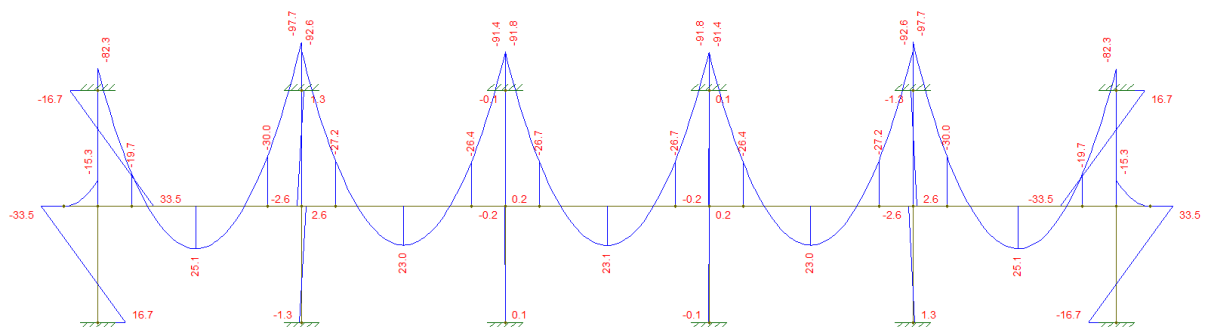
Modelo estrutural adotado



Esforço Cortante em KN/m

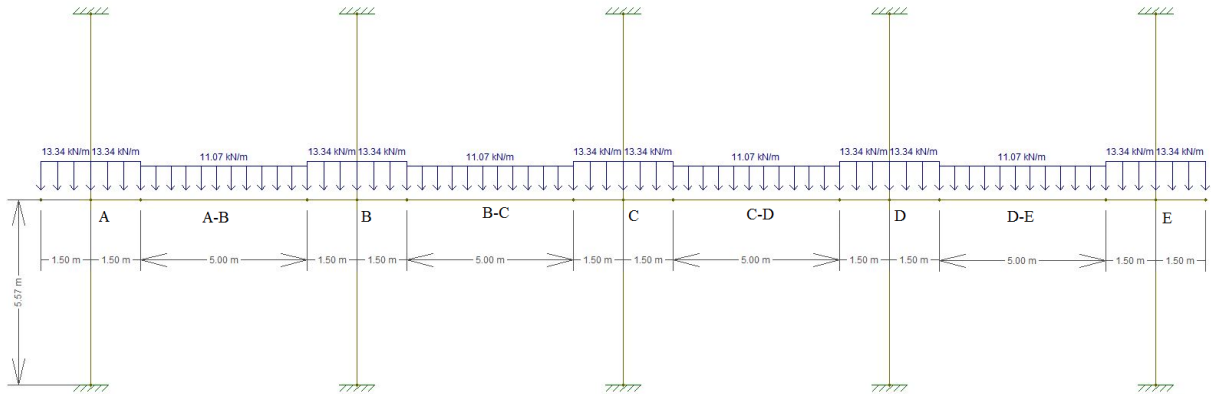


Momento Fletor em KN.m/m

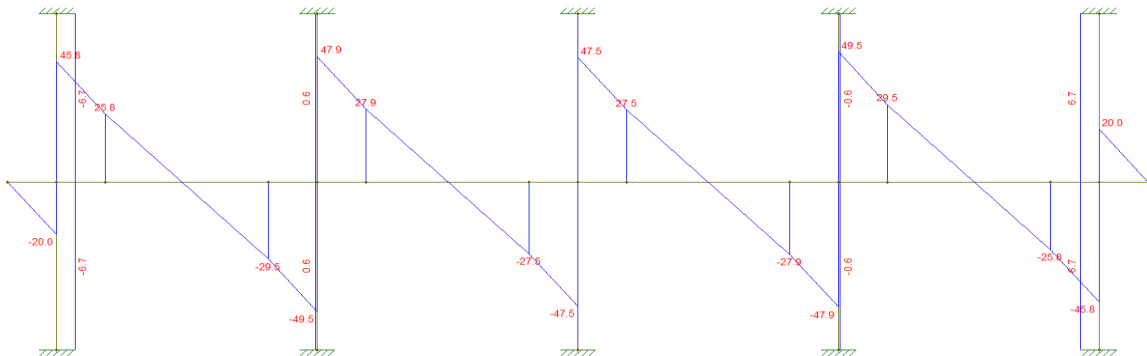


Pórtico Direção Y segundo ACI 318/2014

Modelo estrutural adotado



Esforço Cortante em KN/m



Momento Fletor em KN.m/m

