

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA**

**EFEITOS DE ONDAS DO TIPO CÍCLOTRON ELETRÔNICA SOBRE
A EVOLUÇÃO DE INSTABILIDADES NEOCLÁSSICAS EM
TOKAMAKS**

Daniel de Oliveira Berto

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Fernando Ziebell, apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Porto Alegre, 18 de outubro de 2016

Agradecimentos

Mais uma etapa da minha vida acadêmica chega ao fim, e nesses dois anos muita gente continuou me ajudando na caminhada. Meus pais sempre presentes, sempre me deram o apoio necessário, e meu irmão mais novo, entrando na UFRGS em 2016, virou além de irmão e amigo, agora colega de convívio no âmbito da universidade. Muitas conversas já foram travadas sobre o futuro de cada um, e sinto muito apreço por esses momentos.

Os velhos amigos vão crescendo e amadurecendo, se transformando, ao seu lado. Novas aventuras, e responsabilidades vão aparecendo para todos no caminho e fazem dessas relações muito fortes e importantes. Algumas pessoas tornam-se mais que amigas, e sua presença são um impulso a mais para tentar crescer, evoluir e aprender a cada dia. Novos amigos e colegas surgiram, entre eles, devo citar os colegas de sala da pós-graduação M208, que foram muito importantes nos momentos de descontração e mais ainda em momentos de dúvidas e dificuldades com a pesquisa.

Agradeço à UFRGS, e ao Instituto de Física pela estrutura necessária para o meu trabalho, e à CAPES pelo auxílio financeiro necessário durante os dois anos. Ao meu Orientador Luiz Fernando Ziebell, que desde a graduação vem me auxiliando e me incentivando a seguir o caminho da Física. E a todos demais presentes de certa forma neste trabalho o meu muito obrigado.

They say the definition of madness
is doing the same thing
and expecting a different result...

That's right!

The Hives

Resumo

O *tokamak* é um dos mais promissores modelos de reatores de fusão. O mesmo consiste em um sistema de confinamento magnético de forma toroidal, onde coexistem um campo magnético toroidal gerado por bobinas externas e um campo poloidal gerado por uma corrente que percorre o plasma confinado, formando um campo resultante helicoidal. A operação do *tokamak* é sujeita a várias perturbações e instabilidades. Os modos *tearing* neoclássicos (NTM) são perturbações perigosas que interferem na estrutura magnética do plasma, pela formação de estruturas chamadas ilhas magnéticas. Acredita-se que os NTM's são gerados por uma queda na corrente de *bootstrap* dentro das ilhas magnéticas, onde o perfil de pressão fica achatado. Isso ocorre em superfícies de fluxo onde o fator de segurança é racional, que assim, pode ser escrito como $q = m/n$, onde o número poloidal m e o número toroidal n são ambos inteiros. O controle desses modos é essencial para a operação dos futuros reatores de fusão.

Um dos métodos considerados para esse controle é a geração de calor e corrente localizada na região da ilha, usando ondas do tipo de ciclotron eletrônica, em um processo chamado *electron cyclotron current drive (ECCD)*. Estudamos características importantes sobre a eficiência do processo, via um modelo simplificado do *tokamak* e da estrutura da ilha, acoplado a um tratamento auto-consistente da interação das ondas com o plasma no *tokamak* e, conseqüentemente, geração de corrente, considerando a existência de uma corrente inicial gerada por um transformador (*loop voltage*), e levando em conta efeitos de transporte radial de partículas e a existência de efeitos indutivos.

Todos esses efeitos formam uma equação de Fokker-Planck para evolução temporal da função de distribuição eletrônica, que é resolvida numericamente. O formalismo também inclui uma descrição auto-consistente da largura da ilha magnética, como função da corrente no plasma, através de uma equação chamada equação de Rutherford modificada. O formalismo inclui também efeitos clássicos relacionados a um pulso da derivada do logaritmo do campo magnético radial, e dados basicamente pelo gradiente da corrente de equilíbrio e efeitos neoclássicos relacionados a perturbações na corrente de *bootstrap*.

Os resultados são obtidos na análise numérica para diversos parâmetros iniciais e para ondas de ciclotron, e mostram que a largura das ilhas é reduzida pela geração de corrente gerada pelas ondas, o que confirma o ECCD como um bom método para estabilização dos NTM.

Abstract

The tokamak is one of the most promising models for a fusion reactor. It consists in a system of magnetic confinement of toroidal form, in which coexist a toroidal magnetic field generated by a system of external coils and a poloidal magnetic field generated by the current in the confined plasma, forming a helicoidal magnetic field. The operation of a tokamak is subject to the occurrence of perturbations and instabilities. Neoclassical tearing modes (NTM) are dangerous perturbations which interfere in the magnetic structure of the plasma, by formation of structures known as magnetic islands. It is believed that the NTM are driven by a lack of the bootstrap current inside the magnetic island where the pressure profile is flattened. This occurs in flux surfaces with rational safety factor, which can be written as $q = m/n$, where the poloidal number m and the toroidal number n are both integers. The control of these modes is essential to the operation of future fusion reactors.

One of the methods considered for control is the heating and generation of current in the island location, using electron cyclotron (EC) waves, in a process known as electron cyclotron current drive (ECCD). We study important features related to the efficiency of such method by the use of a simplified model for a tokamak and for the structure of magnetic islands, coupled to a self-consistent treatment of the interaction of EC waves with the plasma in the tokamak and the consequent current generation, considering the occurrence of a loop voltage in the tokamak and taking into account radial transport of particles and the existence of induced effects.

All of these effects are included in a general Fokker-Plank equation for the evolution of the electron distribution function, which is numerically solved. The formalism also includes a self-consistent description of the width of the magnetic islands, as a function of the current in the plasma, through the so-called modified Rutherford equation. The formalism includes classical effects are given by the jump in the logarithmic derivative of the radial magnetic field and driven mainly by the equilibrium current gradient, and neoclassical effects related to the effect of the perturbed bootstrap current.

The results obtained in our numerical analyses, for several parameters associated to EC waves, show that the width of the islands can be substantially reduced by the EC generated currents, which seems to confirm ECCD as a promising method for NTM stabilization.

Sumário

1	Introdução	7
1.1	Fusão nuclear	11
1.2	Reator de fusão	13
2	Tratamento teórico de física de plasmas	16
2.1	Definição de plasma	16
2.2	Movimento das partículas e confinamento	19
2.3	Física de plasmas	21
2.3.1	Teoria de fluidos e MHD	22
2.3.2	Teoria cinética	24
2.3.3	Teoria cinética linear	26
2.3.4	Teoria cinética quase-linear	27
3	O tokamak	33
3.1	Aspectos importantes para descrição de um <i>tokamak</i>	38
3.1.1	Campos magnéticos e equilíbrio	38
3.1.2	Fator de segurança	41
3.1.3	Pressão normalizada β	43
3.1.4	Corrente de <i>bootstrap</i>	44
4	Revisão dos modos <i>tearing</i> na literatura	46
4.1	Os modos <i>tearing</i>	46
4.2	Abordagem teórica da instabilidade MHD	48
4.3	Trabalhos anteriores do grupo	52
4.4	Outras abordagens	57

	6
4.5 Projeto <i>kinesis</i>	61
5 Metodologia	64
5.1 Modelo teórico	64
5.2 Aplicação da teoria quase-linear	65
5.2.1 Termo relacionado às ondas de cíclotron eletrônica	66
5.2.2 Termo de colisões	68
5.2.3 Termo de transporte	69
5.2.4 Termo de campo elétrico induzido	70
5.3 Perfis da lâmina de plasma	71
5.4 Presença das ilhas magnéticas	72
5.5 Campos magnéticos	73
5.6 Fator de segurança (q)	74
5.7 Evolução das ilhas magnéticas	76
6 Implementação numérica do modelo teórico	79
6.1 Escolha dos parâmetros físicos	80
6.2 Presença das ilhas magnéticas com largura fixa	84
6.3 Evolução da largura das ilhas magnéticas	88
6.4 O efeito do fator de segurança	97
7 Conclusão	102

Capítulo 1

Introdução

A produção de energia é fundamental para o desenvolvimento de uma sociedade e de sua economia, com indústrias, produção tecnológica, transporte de mercadorias e de pessoas, e até no cotidiano, como uso de eletrodomésticos, controle da temperatura e fins recreativos. A busca de novas fontes de energia é importante devido a previsão de que a demanda energética aumente com o tempo, com o aumento de tecnologia e população. Atualmente as principais fontes de energia elétrica são combustíveis fósseis, fissão nuclear e fontes renováveis (solar, eólica, hidroelétricas e etc.). Na utilização dessas fontes devem ser analisados vários fatores: a quantidade de combustíveis existente na natureza, impactos ambientais, eficiência e dificuldades tecnológicas, econômicas e de engenharia. Não é fácil dizer qual é a melhor fonte a ser usada, mas as demonstrações do impacto dos combustíveis fósseis para o efeito estufa e as reservas existentes das principais fontes mostram que a longo prazo é necessário pensar em uma nova distribuição de fontes de eletricidade. Neste panorama, a fusão nuclear se apresenta como uma fonte potencial de energia elétrica, com promissores pontos a favor quanto a reserva de combustível e mínimo impacto ambiental. Para mostrar como a fusão nuclear é uma candidata a fonte de energia elétrica, vamos fazer uma análise de algumas das fontes de energia mais usadas atualmente, para então abordar a fusão nuclear e algumas questões técnicas sobre um reator de fusão que utiliza confinamento magnético de um plasma, baseadas no tratamento presente no livro de Jeffrey Freidberg [20]. Há uma outra abordagem também utilizada na busca pela fusão nuclear controlada, que é a fusão via confinamento inercial [13], mas não será discutida no presente trabalho.

O carvão é responsável por praticamente metade da energia gerada nos EUA. Existem grandes reservas de carvão que, usadas nas proporções consumidas atualmente, podem durar aproximadamente 900 anos. O custo de uma instalação é relativamente baixo e a tecnologia empregada é bem conhecida (o funcionamento de uma usina movida a combustível fóssil, como carvão, esta esquematizado na figura 1.1). No entanto, no processo é gerado CO_2 e outros gases que contribuem para o efeito estufa, além de outros compostos como dióxido de enxofre, óxido nítrico e óxido de mercúrio, que são prejudiciais a saúde. A emissão desses compostos pode ser diminuída com uso de precipitadores eletrostáticos, mas isso acarreta em gastos energéticos. Além disso é emitida uma pequena quantidade de isótopos radioativos na atmosfera.

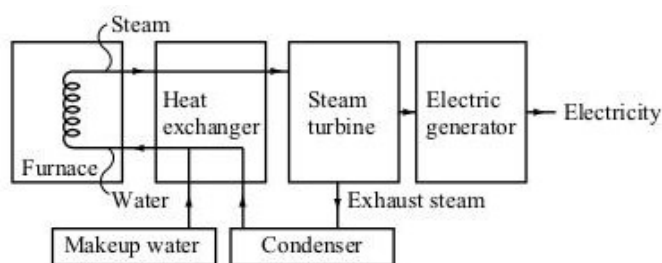


Figura 1.1: Diagrama de uma usina elétrica movida a combustível fóssil ([20])

Outra fonte usada é o gás natural, que em comparação ao carvão tem a vantagem de menos emissões de gás carbônico durante sua queima, instalações menores e mais baratas, e maior eficiência de produção de energia: de 35% – 40% do carvão para 50% – 60% para o gás. Em relação ao carvão as suas reservas naturais são muito menores. Mesmo usando em menor proporção que o carvão, duram apenas 60 anos. Seu transporte é muito complicado e de custo elevado, ainda mais levando em conta que as reservas não estão nos principais países industrializados. Seu uso é mais vantajoso para aquecimento do que para geração de eletricidade.

O petróleo é usado de forma semelhante ao gás natural, como combustível de transporte (em veículos em geral) mais do que para produção de eletricidade. É mais fácil de transportar, porém as reservas existentes são pequenas como as do gás natural, tornando a dependência da gasolina como combustível principal dos veículos impraticável a longo prazo. Existem possibilidades para a substituição da gasolina por outros combustíveis sintéticos, como álcool. A tecnologia para uso de hidrogênio como combustível total ou parcial, nos veículos híbridos, vem sendo desenvolvida mas não constitui uma solução a curto prazo.

O uso de energia nuclear, por meio de fissão nuclear, é umas das soluções mais práticas

atualmente na produção de energia livre de CO₂ e outros compostos nocivos ao meio ambiente. A produção de energia por quantidade de combustível é da ordem de milhão de vezes maior do que em comparação aos combustíveis fósseis, logo é necessária uma quantidade muito menor de combustível armazenado em uma usina. Ao contrário da preocupação da sociedade, usinas nucleares se mostram muito seguras. Pela preocupação com a radiação que pode ser emitida, todos reatores possuem uma cápsula de contenção para o reator. O incidente mais famoso, em Chernobil, não possuía esta cápsula, o que foi determinante para as más consequências do acidente. Quanto às reservas, o urânio usado no reator possui reservas de algumas centenas de anos, mas o plutônio que sai como resíduo da reação pode ser reutilizado como combustível (tecnologia conhecida como *breeder*), expandindo as reservas por milhares de anos. É claro que esse processo é mais caro e não vem sendo utilizado, mas é uma possibilidade a longo prazo. O lixo radioativo que “sobra” pode ser armazenado até decair a uma forma não radioativa ou reprocessado para ser utilizado novamente. De qualquer forma a quantidade de lixo é muito pequena, sendo assim mais um problema político do que tecnológico.

As fontes chamadas renováveis possuem papel importante na busca de fontes energéticas sustentáveis. Hidroelétricas não liberam CO₂ ou outros poluentes. A eficiência do processo de transformação da energia cinética da água represada em eletricidade é muito maior do que a queima de combustíveis fósseis. Certas questões ambientais sobre as terras alagadas na construção de uma usina vêm sendo estudadas, limitando os possíveis locais para instalação das mesmas.

O uso do vento nas estações eólicas é uma fonte limpa que tem recebido pouco investimento apesar dos grandes pontos a favor em relação ao meio ambiente. No entanto, como o vento não é constante a produção de energia eólica também não é. Além disso são necessárias grandes quantidades de terra na instalação para geração de grande quantidade de energia. Devido a esses fatores a energia eólica é mais adequada como fonte de energia auxiliar do que como fonte principal.

Por fim, o uso de energia solar é uma possibilidade que vem sendo muito estudada, mas por motivos tecnológicos não é uma solução para os problemas energéticos no momento. Uma célula solar converte energia solar em eletricidade com uma eficiência de 10%, que é muito baixa. Isso, somado ao fato de que a potência solar também não é constante, faz com que a área com placas a ser usada para alimentar uma cidade se compare ao tamanho da própria cidade.

Tendo comentado sobre as fontes de energia elétrica existentes, pode-se falar sobre o uso da fusão nuclear como alternativa. A fusão nuclear consiste em “unir” dois elementos leves em um mais pesado, liberando grande quantidade de energia nesse processo. Geralmente são usados isótopos de hidrogênio como deutério (D) e trítio (T). O deutério é encontrado na água dos oceanos em uma relação de 1 átomo de deutério para cada 6700 de hidrogênio. Sua extração é muito barata e existem reservas para cerca de 1 bilhão de anos. O trítio é um isótopo de meia vida curta, somente 12 anos, logo não é encontrado na natureza. Ele pode ser obtido do isótopo do lítio Li^6 cujas reservas duram cerca de 20000 anos, e sua produção pode ocorrer dentro do próprio reator através dos nêutrons que resultam da reação D-T e se chocam com uma espécie de proteção, ou cobertura ("*blanket*"), feita de lítio (as reações nucleares e a estrutura de um reator de fusão serão abordadas na sessão 1.1). Apesar disso a reação D-D produz menos energia do que a reação D-T que também ocorre em uma taxa bem maior, portanto é mais vantajosa e os primeiros reatores provavelmente usarão este processo.

Uma vez estabelecida a quantidade de combustível existente, avaliamos o impacto ambiental. A reação não libera CO_2 ou quaisquer outros poluentes, somente gás hélio. Ao contrário de uma reação por fissão nuclear que deve ser controlada, o mínimo mau funcionamento do reator de fusão interrompe a reação. Isso se deve ao fato de que, ao contrário de uma reação de fissão, a fusão não ocorre como uma reação em cadeia. É necessário dar energia aos átomos para fundirem-se, manter os parâmetros de temperatura, densidade entre outros para que a reação se mantenha, logo é uma fonte inerentemente segura. Porém isto leva a problemas tecnológicos, de engenharia e econômicos, pois é necessário que a reação não só se mantenha estável mas também ceda energia extra para produção de eletricidade.

Um reator de D-T opera a uma temperatura comparada ao núcleo do Sol, $150 \times 10^6 \text{K}$. Nessa situação o gás está totalmente ionizado, na forma de um plasma. Deve ser construída uma configuração de campos magnéticos para o confinamento do plasma, pois a interação deste com as paredes do reator pode danificá-las e acabar com o estado de plasma.

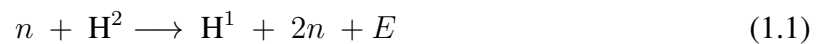
Os problemas de engenharia começam na produção dos materiais necessários: supercondutores magnéticos para produzir tais campos fortíssimos, proteções para os nêutrons energéticos que escapam e podem ser usados, por exemplo, para produção de mais trítio caso tenhamos uma camada de Li^6 , entre outras questões estruturais. Há de fato muitos desafios a serem vencidos para a realização dessa tarefa, mas a potencialidade da fusão como fonte de eletricidade é

realmente alta e vale os esforços e pesquisas que a comunidade científica vem fazendo há mais de 50 anos.

1.1 Fusão nuclear

Continuamos agora com uma rápida abordagem sobre o processo de fusão nuclear comparado ao processo de fissão. Em uma reação de fissão inicia-se a reação “bombardeando” um núcleo pesado com um nêutron. Como resultado, temos dois núcleos mais leves que o original, nêutrons e energia sobressalente na forma de energia cinética das partículas. Isso nos dá uma reação em cadeia, ou seja, autossustentável. Como o nêutron é uma partícula sem carga, não ocorre interação eletromagnética com o núcleo pesado e conseguimos começar a reação a temperaturas baixas.

Se tentarmos realizar um processo parecido para fusão, isto é, bombardeando um núcleo leve, como o deutério com um nêutron, duas possibilidades ocorrem. Uma delas é



Neste caso, ao realizarmos a diferença das massas inicial e final, e usarmos a equação de Einstein, $E = mc^2$, vemos que $E = -2,23 \text{ MeV}$. Não temos energia sobressalente, pelo contrário, é necessário uma injeção de energia para que a reação ocorra.

Outra possibilidade,



Neste caso temos um excedente de energia no valor de $E = 6,7 \text{ MeV}$, porém não temos um nêutron como resultado. Para a existência constante da reação seria necessário a injeção constante de nêutrons, portanto a reação não é auto sustentável. Outra abordagem possível seria, ao invés de usar uma partícula contra um núcleo, chocar dois átomos leves. A desvantagem desse processo é que, como os dois átomos possuem a mesma carga, é necessário que eles tenham muita energia para que ultrapassem a barreira coulombiana e cheguem ao espaço físico onde

essas reações ocorrem. Existem diferentes possibilidades de reações envolvendo isótopos do Hidrogênio: deutério (${}_1\text{H}^2 \rightarrow \text{D}$), trítio (${}_1\text{H}^3 \rightarrow \text{T}$), o isótopo de hélio He^3 (figura 1.2).

Reação D-D:



Reação D – He^3



Reação D-T

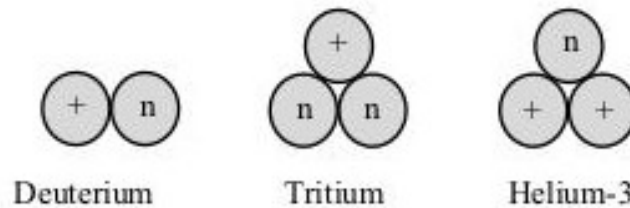


Figura 1.2: Estrutura nuclear dos combustíveis usados em fusão ([20])

Apesar do uso de apenas deutério ser vantajoso pois é encontrado na natureza, a reação possui baixa eficiência. A reação com He^3 gera grande quantidade de energia mas, assim como trítio, não há reservas naturais e deve ser fabricado. A reação D-T é a mais vantajosa, pois gera grande quantidade de energia e é mais fácil de ser iniciada. Como mostra a figura 1.3, em um plasma com distribuição de velocidades do tipo maxwelliana a reação D-T ocorre a partir de 10 – 15 keV [20]. Além disso a reação D-T possui uma seção de choque maior que as demais para quase todas energias apresentadas para o deutério.

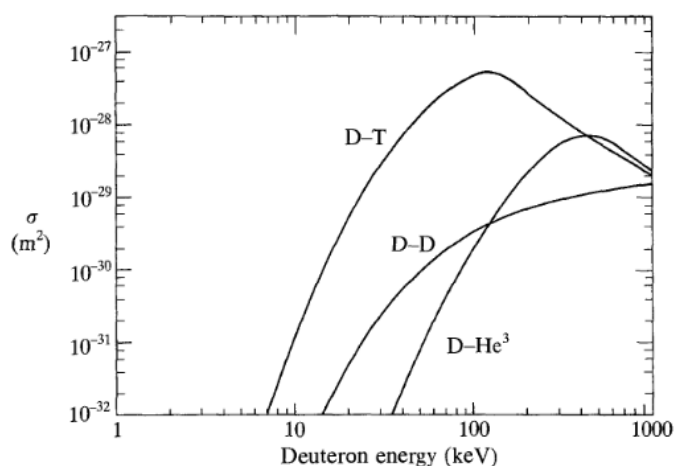


Figura 1.3: Seção de choque σ para diferentes reações de fusão [43]

1.2 Reator de fusão

Diversos tipos de dispositivos já foram propostos como θ -*pinch*, z -*pinch*, espelhos magnéticos, *stellarators* e *tokamaks*, entre outros. A ideia geral associada a esses dispositivos é usar campos magnéticos (gerados internamente ou externamente ao plasma) para manter o plasma em uma configuração estável. A diferença entre os diferentes dispositivos de confinamento magnético está na geometria dos campos magnéticos que confinam o plasma.

Um modelo bem simples, um pouco distante da realidade atual do *design* de um reator, mas útil para entendimento de alguns parâmetros que serão muito usados, começa com um reator em regime estacionário, na forma toroidal com seção transversal circular. Um campo magnético confina o plasma dentro de uma primeira camada. No seu entorno, uma cobertura com lítio (*blanket*) captura os nêutrons energéticos, e absorve a radiação emitida. Nesta camada se dá a conversão do calor em energia elétrica. Por último, magnetos supercondutores produzem o campo magnético.

Para termos um reator rentável é necessário obter uma certa potência mínima P_E . As paredes do *blanket* aguentam uma quantidade máxima de nêutrons por área sem um dano excessivo P_w . E esses valores influenciam na escolha do raio maior do plasma R_0 . Grandes campos magnéticos ajudam no confinamento, mas há um valor máximo que os supercondutores conseguem atingir e uma quantidade máxima de tensão produzida pelas forças magnéticas que eles conseguem aguentar. Estes fatores, somados ao custo das estruturas, determinam o tamanho

e espessura das bobinas (c), como mosntrado na figura 1.4.

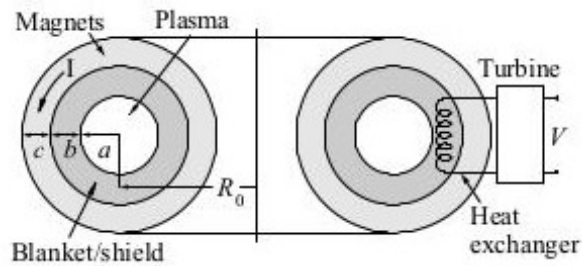


Figura 1.4: Visão geral de uma reator de fusão toroidal mostrando o plasma, o *blanket* e escudo, e os magnetos. À direita, esquema para transformação de calor retirado da região *blanket* e transformado em energia elétrica por uma turbina. [20]

Os nêutrons emitidos devem ser desacelerados para interagir com Li^6 , e a seção de choque dessa interação determina a espessura do *blanket* (b). A seção de choque D-T e a potência elétrica desejada P_E determinam parâmetros necessários para o funcionamento do reator, entre eles o raio menor a

Feita essa breve explanação sobre a viabilidade da fusão nuclear como fonte de energia elétrica e a generalização de um reator nuclear, este trabalho se concentrará no estudo de reatores do tipo *tokamak*. O *tokamak* é um dos projetos existentes mais promissores, com ótimo confinamento. O dispositivo foi inventado na então União Soviética nos anos 50. O nome *tokamak* provém do russo *toroidalnaya kamara i magnitnaya katushka*, que significa câmara toroidal e bobina magnética [43].

É parte muito importante na busca de um reator de fusão viável o estudo de instabilidades que podem ocorrer no plasma, atrapalhando a obtenção dos parâmetros necessários. Segundo Fitzpatrick [18] há dois tipos de instabilidades, no tratamento teórico de um plasma segundo a teoria magnetohidrodinâmica:

- Catastróficas: que destroem o plasma rapidamente. Facilmente controláveis.
- *Tearing modes*: que crescem lentamente e agem reconectando as superfícies magnéticas e acabando com as propriedades de confinamento. Instabilidades desse tipo podem ser chamadas de *modos de cisalhamento*, mas optamos por utilizar nesse trabalho a denominação em inglês, que é consagrada na literatura.

Dentre as instabilidades do segundo tipo, os modos *tearing* neoclássicos constituem um

dos mais perigosos tipos de perturbação que podem ocorrer no plasma [26]. Devido a esses modos ocorre a formação de estruturas magnéticas chamadas "ilhas magnéticas", que interferem na estrutura magnética no plasma. O controle desses modos é um dos desafios a serem vencidos para a construção dos futuros reatores de fusão nuclear. Dentre os diversos tipos de mecanismos propostos para o controle em tempo real dessas perturbações encontra-se o aquecimento e a geração de corrente por ondas de radiofrequência na frequência de cíclotron dos elétrons (ondas EC). As previsões teóricas mostram que a geração de calor ou geração de corrente de forma localizada na região das ilhas diminui o tamanho dessas estruturas e pode estabilizar esses modos [25, 26, 42, 22].

O presente trabalho se dedica ao estudo desses modos sob a ação de ondas do tipo EC, uma vez que as ilhas magnéticas podem evoluir ao longo do tempo, dependendo da corrente total do plasma e da corrente gerada pelas ondas. A evolução da largura das ilhas magnéticas deve ser calculada levando-se em conta o perfil de corrente criado pelas ondas de cíclotron, o qual depende fortemente da própria geometria das ilhas. Além disso, deve levar também em conta o efeito de termos clássicos de estabilização e termos neoclássicos. Estes termos dependem de perfis de densidade, temperatura, pressão, fator de segurança, campo poloidal, entre outros, os quais devem ser recalculados durante a evolução temporal do sistema.

Primeiramente, será feita uma revisão das teorias existentes de física de plasmas, até a base do formalismo usado no trabalho (Capítulo 2). No capítulo 3 passamos a uma descrição do funcionamento do *tokamak*, e uma abordagem teórica sobre suas características físicas. Após essa estruturação sobre o assunto, é feita no capítulo 4 uma revisão bibliográfica específica sobre o estudo de modos *tearing* neoclássicos. No capítulo 5 é descrito o modelo teórico usado para descrição do *tokamak*, no Capítulo 6 apresentamos os resultados numéricos obtidos com este modelo e no capítulo 7 as conclusões e comentários finais sobre o trabalho.

Capítulo 2

Tratamento teórico de física de plasmas

2.1 Definição de plasma

Conceito de Plasma: podemos usar a definição que encontramos em Chen (1974), “um plasma é um gás quase-neutro de partículas carregadas e neutras, o qual exhibe comportamento coletivo” [12]. Um plasma, embora possa ser considerado neutro, possui cargas elétricas livres, em movimento. A presença dessas cargas elétricas, e seu movimento, gera campos eletromagnéticos, que permitem interação entre partículas, à distância. O sistema é complexo, e sua descrição não é trivial.

Um gás ionizado é caracterizado como um plasma a partir de condições sobre os parâmetros macroscópicos λ_D , ω_{pe} e Λ_D , que serão definidos a seguir.

Em um plasma, se há uma concentração de cargas em um ponto, a quase-neutralidade do plasma implica que partículas de carga oposta à carga dessa concentração irão blindar o campo gerado por ela (figura 2.1).

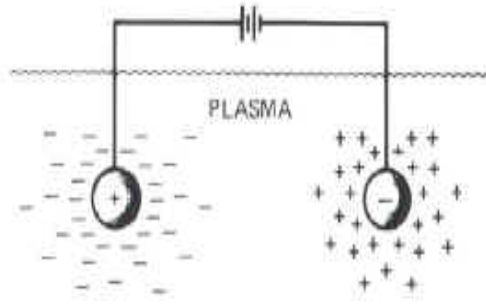


Figura 2.1: Representação da blindagem que ocorre no plasma [12].

Considerando um modelo de fluido para íons e elétrons em equilíbrio termodinâmico entre si, ou seja, os dois estão a mesma temperatura, e presente uma concentração de carga Q em um volume pequeno. Essa carga gera um campo elétrico \mathbf{E} , causando uma densidade de força sobre os elétrons $f_e = -en_e\mathbf{E}$, e de forma semelhante sobre os íons. Negligenciando a presença de correntes e o efeitos do campo magnético, pode-se escrever equações para a conservação do momento dos dois fluidos que formam o plasma, na forma

$$m_en_e \left(\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e \right) = -en_e\mathbf{E} - \nabla p_e, \quad (2.1)$$

$$m_in_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{v}_i \right) = en_i\mathbf{E} - \nabla p_i, \quad (2.2)$$

onde m_e é a massa dos elétrons e m_i a massa dos íons, n_e é a densidade de elétrons e n_i a densidade de íons, \mathbf{v}_e é a velocidade de elétrons e \mathbf{v}_i é a velocidade de íons, e é o módulo da carga do elétron, p_e é a pressão dos elétrons e p_i a pressão de íons.

Assumindo temperatura constante e que não há corrente percorrendo o plasma, $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_i = 0$. Pode-se escrever o campo elétrico em termos de um potencial ϕ como $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. Para elétrons e íons $p = nT$ (T representa a temperatura multiplicada pela constante de Boltzmann κ , portanto é a temperatura dada em unidades de energia). Em um modelo 1-D pode-se escrever

$$\frac{d\phi}{dx} - \frac{T_e}{en_e} \frac{dn_e}{dx} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{d\phi}{dx} + \frac{T_i}{en_i} \frac{dn_i}{dx} = 0 \quad (2.4)$$

onde T_e e T_i são a temperatura dos elétrons e íons, respectivamente. Integrando uma das

equações,

$$\int \frac{d\phi}{dx} dx = \frac{T_e}{e} \int \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dx} dx$$

$$\phi + \text{cte.} = \frac{T_e}{e} \ln(n_e)$$

Dessa forma, as equações da densidade de partículas, com n_0 sendo a densidade de elétrons e íons, não perturbada, ficam dadas por

$$n_e = n_0 \exp(e\phi/T_e) \quad (2.5)$$

$$n_i = n_0 \exp(-e\phi/T_i) \quad (2.6)$$

Com esta solução, escrevendo a equação de Poisson das equações (2.3) e (2.4), $\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e - n_i)$, temos

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{en_0}{\epsilon_0} (\exp(e\phi/T_e) - \exp(-e\phi/T_i)) \quad (2.7)$$

Esta equação não-linear pode ser solucionada realizando uma linearização do sistema, considerando $|e\phi/T_{e,i}| \ll 1$. Uma expansão das exponenciais em série de Taylor nos leva

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{e^2n_0}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right) \phi = 0 \quad (2.8)$$

Usando como condição de contorno que Φ é nula no centro e $\phi(-L/2) - \phi(L/2) = V_0$, onde L é o tamanho do plasma, temos como possível solução:

$$\phi = -\frac{V_0}{2} \frac{\sinh(x/\lambda_D)}{\sinh(L/2\lambda_D)} \quad (2.9)$$

O comprimento de Debye é definido como $\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} = \frac{e^2n_0}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right)$, e expressa a “espessura da blindagem” [12]. É comum se referir somente do termo relacionado aos elétrons, denotado λ_{De} . Assim, dado um sistema de dimensão L , qualquer surgimento de carga local deve ser blindado para uma distância pequena comparada a L (se $\lambda_D \ll L$). Essa blindagem só é efetiva para distâncias maiores que o comprimento de Debye.

Usando como exemplo um plasma de fusão característico a $T = 15 \text{ keV}$, $n = 2 \times 10^{20}$

m^{-3} , encontramos $\lambda_{De} = 6,4 \times 10^{-5} \text{ m}$. Para um tamanho típico de um plasma em um reator $L \simeq 2,0 \text{ m}$, a condição $L \gg \lambda_{De}$ é cumprida.

A frequência de plasma dos elétrons ω_{pe} está relacionada a oscilações de carga locais. Quando temos uma diferença de carga, um campo elétrico se forma de maneira a cancelar a diferença de carga. Como a massa do íon é muito maior que a do elétron, é possível pensar em uma densidade uniforme de íons, enquanto os elétrons formam uma oscilação característica no plasma cuja frequência pode ser escrita como [43]

$$\omega_{pe} = \left(\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

e deve ser muito maior que $\omega_T = v_T/L$, onde v_T é a velocidade térmica de uma partícula. Para plasmas característicos de reatores de fusão, com $n_0 \simeq 2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$, temos $\omega_{pe} \simeq 8 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$.

Para uma blindagem efetiva é necessário um número suficiente de partículas em torno da região de concentração de carga. No caso de poucas partículas no plasma o conceito estatístico de blindagem de Debye é inválido. Portanto, como condição adicional, o número de partículas contidas em uma esfera de raio igual ao comprimento de Debye, que podemos chamar de Λ_D , deve ser grande [12]. Λ_D é definido como

$$\Lambda_D = \frac{4\pi}{3} n_e \lambda_{De}^3 \gg 1 \quad (2.11)$$

2.2 Movimento das partículas e confinamento

O movimento das partículas carregadas pode ser caracterizado em diferentes intervalos de frequências, com movimentos diferentes. Na faixa de altas frequências, as partículas que se movem paralelas às linhas de campo magnético possuem pequenas órbitas circulares na direção perpendicular. Essas órbitas possuem raio chamado "raio de Larmor" ou "raio de Cíclotron" (definido perpendicular às linhas de campo). Essas partículas espiralam em uma frequência chamada "frequência de Cíclotron". Este comportamento é responsável pelo confinamento perpendicular das partículas e é a razão da necessidade de formato toroidal do plasma para evitar perdas de partículas na direção paralela às linhas de campo magnético.

Outro tipo de movimento envolve mudanças espaciais e temporais nos campos. Estes campos variam suavemente no espaço em relação ao raio de cíclotron e devagar no tempo em relação ao inverso da frequência de Cíclotron. Esse movimento, conhecido como “*Guiding center motion*” é tal que as partículas que se moviam ao longo da linha de campo sofrem um deslocamento com uma velocidade muito pequena em relação à velocidade térmica do plasma (movimento de deriva). O estudo deste movimento é importante para saber se o plasma não está se deslocando para as paredes do reator.

Na faixa de frequências onde ocorrem as colisões coulombianas, as partículas trocam de energia e momento entre si. Ainda que as colisões em um plasma ocorram em frequência muito baixa, esse fenômeno é um responsável primário na perda de confinamento. Em um intervalo de frequência ainda mais baixo, ocorrem as reações de fusão nas quais partículas α são emitidas.

Para ter uma noção de ordem de grandeza:

a) a frequência de cíclotron pode ser escrita como,

$$\omega_{c\alpha} = \frac{eB}{m_\alpha} \quad (2.12)$$

onde α pode se referir aos elétrons ou aos íons, com valores, respectivamente, da ordem de $\sim 10^{11} \text{ s}^{-1}$ e $\sim 10^8 \text{ s}^{-1}$ para plasmas de fusão.

b) O raio de Larmor pode ser escrito como $r_L = v_\perp/\omega_c$; para uma partícula com velocidade da ordem da velocidade térmica, $v_T = (2T_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$, pode ter valores da ordem $\sim 10^{-5} \text{ m}$ e $\sim 10^{-3} \text{ m}$.

Como definições complementares para existência de um plasma, no caso do mesmo estar confinado magneticamente, o raio de Larmor deve ser muito menor do que a dimensão do plasma $r_L \ll L$. Isso se mostra válido para um plasma com $L \sim 2 \text{ m}$, e a frequência de cíclotron maior do que o inverso do tempo que uma partícula com velocidade térmica ($\omega_t = v_T/L$) leva para atravessar o plasma, ou seja $\omega_c \gg v_t/L$.

No plasma, a frequência de colisões é muito maior do que a taxa de reações de fusão. Assim o dito tempo de relaxamento do plasma a um estado maxwelliano é muito pequeno frente ao tempo necessário para as reações de fusão. Isto é, o plasma atinge um equilíbrio termodinâmico antes que um número relevante de reações ocorram. Este comportamento

está presente em uma grandeza chamada *tempo de colisão*. Por isso, é usualmente uma boa aproximação considerar um plasma para fusão como um fluido maxwelliano.

2.3 Física de plasmas

Existem duas grandes categorias de abordagem para se estudar um plasma: a descrição macroscópica, considerando um fluido termodinâmico, ou a descrição microscópica, a partir de uma teoria estatística das partículas.

Na teoria macroscópica se consideram grandezas macroscópicas como temperatura e pressão, em função de posição e tempo. Essa abordagem é válida quando a frequência de colisões é bem maior do que a frequência das oscilações do plasma, ou, mesmo que a frequência de colisões seja pequena, se o plasma for suficientemente frio. Já na chamada teoria cinética de plasmas são estudadas as configurações do espaço de fases, a partir de um tratamento estatístico das partículas que constituem o plasma. Essa será a abordagem teórica usada no corpo desse trabalho, mas faremos uso de muitos estudos da literatura a respeito de instabilidades na configuração magnética de reatores de fusão, os quais foram feitos com uso de uma descrição macroscópica conhecida como magnetohidrodinâmica (MHD). Além disso, a MHD é de uso muito conveniente na hora de apresentar alguns conceitos sobre o reator de fusão. Assim, na seção 2.3.1, será feita uma rápida revisão, de maneira superficial, sobre as bases da MHD, conforme a apresentação que pode ser encontrada em [20]. Em sequência serão abordados os princípios básicos da teoria cinética e a formação do conjunto de equações que descrevem o plasma (seção 2.3.2). Será também descrito o processo de linearização dessas equações e o processo de aproximação que leva à teoria cinética linear (seção 2.3.3), para a partir desta abordar a teoria usada neste trabalho, a abordagem quase-linear (seção 2.3.4). Não serão apresentadas em detalhes as deduções das equações pois o objetivo é apresentar um embasamento para o tratamento teórico usado no trabalho. A revisão a ser apresentada será baseada em livros bem conhecidos da área [6, 30, 1, 14].

2.3.1 Teoria de fluidos e MHD

Uma primeira abordagem é a descrição do plasma como dois fluidos de partículas carregadas. O plasma é subdividido em pequenos elementos de volume (figura 2.2). Apesar de ser pequeno, cada elemento de volume contém um grande número de partículas. Assim o comportamento de cada um é descrito a partir de médias macroscópicas das propriedades das partículas contidas no elemento de fluido.

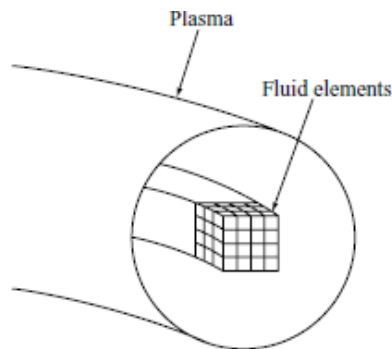


Figura 2.2: Subdivisão do plasma em pequenos elementos de fluido [20].

A *magnetohidrodinâmica* é uma teoria que descreve a evolução de um fluido condutor, resultado da simplificação conveniente da teoria de dois fluidos carregados. Certos termos são negligenciados devido às escalas de distância (tamanho do plasma $\sim a$), frequência ($\sim v_{Ti}/a$) e velocidades (v_{Ti}) envolvidas. Algumas variáveis são reduzidas a fim de se ter uma teoria mais simples de ser utilizada. Isto vem a partir de uma série de aproximações, mas que se justificam e trazem bons resultados. Por exemplo, como a massa dos elétrons é muito menor que a dos íons, sua resposta é imediata a oscilações características no plasma, e termos relacionados à inércia dos elétrons podem ser negligenciados. Pela mesma razão, a densidade do plasma é definida a partir da massa dos íons, como $\rho = m_i n$. A corrente de deslocamento é negligenciada nas equações de Maxwell, pois o fluxo possui velocidades não relativísticas. E por fim é considerada a quase-neutralidade do fluido, $n_e \approx n_i$, na escala de distância usada. Essas aproximações geram simplificações também nas equações de Maxwell que descrevem os campos eletromagnéticos. Podemos escrever o conjunto de equações gerais da teoria MHD como:

Conservação da massa:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.13)$$

Conservação do momentum:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (2.14)$$

Conservação da energia:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^{5/3}} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Lei de Ohm:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (2.16)$$

onde η é a resistividade do plasma. As demais leis de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.17)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.18)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.19)$$

Nas equações acima foi usada a derivada convectiva, que representa a variação temporal verificada quando se acompanha o movimento do fluido, dada por $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$.

Podemos ainda considerar uma situação chamada MHD ideal de equilíbrio, onde consideramos as quantidades como independentes do tempo, e a velocidade do plasma como sendo nula. É também feito o uso da Lei de Ohm ideal, onde a resistividade (η) é considerada nula, ou seja, o plasma é considerado um condutor ideal. Desta forma caímos em um conjunto mais simples de equações

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p = 0 \quad (2.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.22)$$

2.3.2 Teoria cinética

No âmbito da teoria cinética, descrevemos o plasma como função da posição $\mathbf{x}_i(t)$ e da velocidade $\mathbf{v}_i(t)$ de cada partícula i , do tipo α , em função do tempo, através da função

$$N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{1 \leq i \leq N_\alpha} \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)] \delta[\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)] \quad (2.23)$$

A partir dessa função podemos, junto com as equações de Maxwell para os campos eletromagnéticos macroscópicos, descrever grandezas do plasma, tais como o número de partículas, densidade de cargas, corrente, entre outras, como função da posição e velocidade das partículas. Dessa forma, o número de partículas do tipo α fica dado por:

$$\bar{N}_\alpha = \int d\mathbf{x} d\mathbf{v} N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t). \quad (2.24)$$

Entretanto $N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ não é uma função estatística, simplesmente descreve matematicamente onde todas as partículas estão localizadas no espaço de fase. A descrição estatística é obtida a partir da média das equações microscópicas para o plasma. Introduzimos então uma função distribuição microscópica F_N . F_N é uma função de todas as posições no espaço de fase de todas as partículas. Pode-se definir uma função distribuição reduzida para uma partícula do tipo α , escrita como f_α , a partir da média dos produtos de todas as possíveis posições iniciais [30].

$$f_\alpha = \frac{\langle N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle}{\bar{n}_\alpha} = \frac{1}{\bar{n}_\alpha} \int F_N N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{X}_{\text{todo espaço de fase}} \quad (2.25)$$

sendo $\bar{n}_\alpha = N_\alpha/V$ a densidade média de partículas da espécie α . $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ é uma função que expressa a densidade de partículas do tipo α no espaço de fases. O produto da função de distribuição pelo elemento de volume no espaço de fases, $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3x d^3v$, representa a probabilidade de se encontrar uma partícula do tipo α em um elemento de volume d^3x em torno de \mathbf{x} e em um elemento de volume d^3v em torno de \mathbf{v} , no instante t [30].

Na descrição estatística das funções que descrevem a probabilidade de encontrar uma partícula em uma posição do espaço de fase, esta envolve a função que descreve outra partícula

em outra posição, ou seja, uma correlação entre duas funções probabilísticas. Ao tentar descrever todo o sistema em uma só função, gera-se uma cadeia infinita de correlações inviável de ser resolvida. Para solução deste problema são feitas aproximações para essas correlações. Um caso simples de interesse que pode ser estudado com este tratamento é um plasma térmico não colisional. Isto é, um gás quente e de baixa densidade formado de partículas carregadas, portanto colisões são desprezadas. O desenvolvimento do problema se resume à solução da chamada *equação de Vlasov*, ou ainda, *equação de Boltzmann não colisional*, que toma a forma

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0, \quad (2.26)$$

onde $\mathbf{F} = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ é a chamada *força de Lorentz*, que descreve a interação das partículas com os campos eletromagnéticos. Essa equação governa os comportamentos sem colisões. A inclusão de colisões requer a inclusão de um termo $(\partial f / \partial t)_c$ do lado direito de (2.26). Podemos escrever assim

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} \right)_c, \quad (2.27)$$

o que constitui a chamada equação de Boltzmann. Devido à interação eletromagnética de longo alcance, um simples tratamento de esferas rígidas, por exemplo, não é suficiente para o termo colisional. No tratamento adequado para as colisões de um plasma recaímos em uma equação cinética chamada *equação de Fokker-Planck* [43].

Por sua vez os campos seguem as conhecidas equações de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.28)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.29)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.30)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right), \quad (2.31)$$

onde ρ é a densidade de cargas do plasma e \mathbf{J} é a densidade da corrente que circula no plasma.

Suas expressões dependendo da função de distribuição do plasma são escritas como

$$\rho = \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \bar{n}_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 v \quad (2.32)$$

e

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{v} \bar{n}_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 v. \quad (2.33)$$

Nessas equações a soma em α leva em conta as diferentes espécies de partículas que constituem o plasma, com $\alpha = i$, para íons e $\alpha = e$, para elétrons.

2.3.3 Teoria cinética linear

Os campos eletromagnéticos \mathbf{E} e \mathbf{B} dependem da função distribuição. Portanto o sistema de equações de Vlasov-Maxwell é não linear, e conseqüentemente difícil de ser resolvido. Um método de aproximação viável para resolver o problema envolve a análise de perturbações que acontecem “sobre” um estado de equilíbrio. Esse procedimento consiste em uma linearização do sistema. A função de distribuição e os campos são escritos em termos de um valor de equilíbrio, com índice “0”, e uma perturbação, indicada pelo índice “1” e multiplicada por um fator pequeno $\epsilon \ll 1$. Assim temos

$$\begin{aligned} f_{\alpha} &= f_{\alpha 0} + \epsilon f_{\alpha 1} \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \epsilon \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \epsilon \mathbf{B}_1. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Substituindo essas expressões no sistema de Vlasov-Maxwell e desprezando valores de ordem ϵ^2 se obtém as equações linearizadas para o sistema. Separando o conjunto de equações com os termos apenas de ordem ϵ^0 , vemos que a distribuição de equilíbrio $f_{\alpha 0}$ e os campos de equilíbrio (\mathbf{E}_0 e \mathbf{B}_0) respeitam o sistema Vlasov-Maxwell descrito anteriormente. Aplicando a parte de equilíbrio somada à perturbação no sistema, subtraindo as equações da parte de equilíbrio e mantendo somente termos de até ordem ϵ^1 , obtemos um conjunto de equações para

as perturbações:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E}_0 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 1} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0} \quad (2.35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} f_{\alpha 1} d^3 v \quad (2.36)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} \quad (2.37)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \mu_0 \sum_{\alpha} q_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{v} f_{\alpha 1} d^3 v. \quad (2.38)$$

O tratamento de equações linearizadas para as distribuições de velocidade e para os campos nos permite obter propriedades do plasma válidas para intervalos de tempo menores que o tempo entre colisões. Essas perturbações são ondas de baixa amplitude e grandes frequências, e assim possuem períodos menores que o tempo entre colisões. Nos casos de frequência mais elevadas, podemos considerar que os íons, mais pesados, ficam praticamente parados comparados aos elétrons. Supomos que os íons formam uma distribuição de fundo (*background*), enquanto somente a distribuição de elétrons sofre a perturbação. Um tratamento mais detalhado sobre a equação de Vlasov, um exemplo de utilização da equação de Vlasov linearizada para o caso eletrostático, e a demonstração de um fenômeno chamado *Landau damping* foram revisados em um trabalho recente do grupo [33], e não serão abordados neste trabalho.

2.3.4 Teoria cinética quase-linear

Para fazer o estudo das interações onda-partícula, o qual é tópico importante nesse trabalho, se faz necessário o uso de uma teoria que leve em conta, pelo menos fracamente, efeitos não lineares. A aproximação linear não contempla vários fenômenos existentes nessa interação. Por exemplo, a variação da densidade de energia das ondas presentes devido a absorção ou amplificação, as variações das propriedades do plasma devido a mudanças da função de distribuição, a interação entre várias ondas, entre outros.

Na aproximação linear, a função distribuição de equilíbrio é considerada constante, ou seja, independente do tempo. Na aproximação quase-linear a função de distribuição dada por f_0 é dependente do tempo, portanto $f_0 = f_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. Considera-se o efeito da interação das ondas

com as partículas sobre a função distribuição de fundo do plasma em tempos assintoticamente longos. Nessa teoria as taxas de crescimento e amortecimento das oscilações presentes no plasma são consideradas pequenas, embora sejam levadas em conta as interações dessas oscilações com a função distribuição de fundo f_0 . As oscilações do plasma são descritas pela f_1 onde aparecem os fenômenos de crescimento ou amortecimento das oscilações do plasma devido à ressonância das ondas com as partículas do plasma. Não são levadas em conta interações entre ondas. As partículas não ressonantes não trocam energia com as ondas, e podemos supor que não são afetadas pelas oscilações do plasma em escalas curtas de tempo. A influência das ondas na distribuição de fundo só se dará através de colisões entre partículas ressonantes e não-ressonantes. [32]

Para uma introdução à teoria quase-linear, vamos usar como exemplo um caso relativamente simples, considerando um plasma não magnetizado e somente a presença de oscilações de campo elétrico (é a chamada “aproximação eletrostática”, aplicável a situações em que os efeitos de campos magnéticos podem ser considerados desprezíveis). Vamos supor a função distribuição e o campo elétrico tendo uma parte de equilíbrio somada a uma perturbação: $f_\alpha = f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$.

Partimos da equação de Vlasov, desconsiderando efeitos magnéticos,

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_\alpha = 0, \quad (2.39)$$

e da lei de Gauss expressa em termos da função de distribuição

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_\alpha \bar{n}_\alpha q_\alpha \int d^3v f_\alpha \quad (2.40)$$

Analisando a média espacial da função distribuição, vamos supor uniforme a função distribuição de equilíbrio. Assim $f_0 = f_0(\mathbf{v}, t)$ e, como as perturbações podem ser consideradas aleatórias no plasma, a média espacial das oscilações é nula, $\langle f_1 \rangle = 0$. Dessa forma

$$f_{\alpha 0}(\mathbf{v}, t) = \langle f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle = \frac{1}{V} \int d^3x f_\alpha \quad (2.41)$$

Supondo que o campo elétrico de equilíbrio \mathbf{E}_0 é nulo, escrevemos $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1$. Também

consideramos a média espacial de \mathbf{E} nula. A média espacial da equação de Vlasov pode ser escrita como

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \langle \nabla f_{\alpha} \rangle + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0. \quad (2.42)$$

Explicitando a função distribuição de equilíbrio e de perturbação, temos

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \langle \nabla (f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}) \rangle + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[\langle \mathbf{E} \rangle \cdot \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \mathbf{v}} + \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle \right] = 0. \quad (2.43)$$

No segundo termo, o gradiente espacial de $f_{\alpha 0}$ é nulo, assim como a média do gradiente de $f_{\alpha 1}$. E como a média de \mathbf{E} é nula, o terceiro termo também é nulo. Temos assim uma equação para a evolução temporal de $f_{\alpha 0}$

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle, \quad (2.44)$$

chamada equação de ordem zero. Usando a equação (2.44) na equação (2.39), teremos:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 1} - \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0 \quad (2.45)$$

A equação (2.45) é chamada equação de ordem um. Na aproximação quase-linear são desprezados os termos não-lineares na equação de ordem um, embora eles tenham sido mantidos na equação de ordem zero. Dessa forma podemos desprezar os dois últimos termos, no sentido em que desprezamos flutuações em torno de $\left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle$. Assim, a diferença dos dois últimos termos de (2.45) é nula. Estes termos são os responsáveis pela interação não linear entre ondas, o que a aproximação quasi-linear não leva em conta. Dessa forma a equação (2.45) fica:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0} = 0 \quad (2.46)$$

Vamos considerar que a perturbação na função de distribuição e no campo elétrico possui a forma de uma onda plana:

$$\begin{aligned} f_{\alpha 1} &= f_{\alpha k} e^{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \\ \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_k e^{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Consideramos então a superposição de componentes de Fourier, $f_{\alpha\mathbf{k}}(\omega)$ e $E_{\mathbf{k}}(\omega)$, correspondentes a modos normais do plasma, ondas cujas frequências são soluções da relação de dispersão, dadas por $\omega(\mathbf{k})$. As transformadas são então escritas como

$$f_{\alpha 1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k f_{\alpha\mathbf{k}}(\omega) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (2.48)$$

e

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\omega) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (2.49)$$

Utilizando essas expressões para as perturbações na equação (2.46) teremos

$$(-i\omega + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})f_{\alpha\mathbf{k}} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\omega) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0} = 0 \quad (2.50)$$

ou somente,

$$f_{\alpha\mathbf{k}} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \quad (2.51)$$

Da equação de Gauss (2.40), usando (2.51), teremos

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \frac{q_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \int d^3v \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)}. \quad (2.52)$$

Expressando o campo elétrico em termos do potencial $\Phi = \Phi_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t)}$, o que é adequado na aproximação eletrostática,

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \implies \mathbf{E}_{\mathbf{k}} = -i\mathbf{k}\Phi_{\mathbf{k}}, \quad (2.53)$$

reescrevemos a equação (2.40) como

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \frac{q_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \int d^3v \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0}}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \Phi_{\mathbf{k}} \quad (2.54)$$

Com isso podemos obter a relação de dispersão para $\omega(k)$

$$1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d^3v \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0}}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} = 0. \quad (2.55)$$

Voltando à equação (2.44) para a distribuição de equilíbrio, podemos reescrevê-la como

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \int d^3 x \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_{\alpha 1} \quad (2.56)$$

Escrevendo o campo como a soma de suas componentes de Fourier

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \int d^3 x \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k' f_{\alpha k} e^{i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k}')t)} \quad (2.57)$$

Mudando a ordem de integração, pode-se reescrever (2.57) como,

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \int d^3 k \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\omega) e^{-i\omega(\mathbf{k})t} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k' f_{\alpha k} e^{-i\omega(\mathbf{k}')t} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 x e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} e^{i(\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \quad (2.58)$$

usando a representação de uma função delta em 3 dimensões,

$$\int d^3 x e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \quad (2.59)$$

e realizando a integração em k' obtemos

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\omega) f_{\alpha(-\mathbf{k})} e^{-i[\omega(\mathbf{k}) + \omega(-\mathbf{k})]t}. \quad (2.60)$$

Analisando a simetria da relação de dispersão, temos que $\omega(\mathbf{k}) = -\omega(-\mathbf{k})$. Assim, usando essa simetria e a equação (2.51), e escrevendo o campo elétrico no formato da equação (2.53),

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = \frac{q_{\alpha}^2}{m_{\alpha}^2 V} \nabla_v \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k \Phi_{-\mathbf{k}} \Phi_{\mathbf{k}} \frac{\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0})}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)}, \quad (2.61)$$

podemos reescrever essa equação no formato de uma equação de difusão no espaço de velocidades,

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial v_i} \left(D_{ij} \frac{\partial f_0}{\partial v_j} \right), \quad (2.62)$$

onde $D_{ij} = D_{ij}(\mathbf{v}, t)$, sendo escrito como:

$$D_{ij}(\mathbf{v}, t) = \frac{q_{\alpha}^2}{m_{\alpha}^2 V} \frac{1}{8\pi^3} \int d^3 k \frac{k_i k_j |\mathbf{E}_{\mathbf{k}}(t)|^2}{k^2 i(k \cdot \mathbf{v} - \omega)}. \quad (2.63)$$

Para o campo elétrico teremos,

$$\frac{d|\mathbf{E}_k|^2}{dt} = 2\gamma(\mathbf{k})|\mathbf{E}_k|^2, \quad (2.64)$$

onde $\gamma(\mathbf{k})$ a taxa de aumento (ou amortecimento) da oscilação, obtida a partir da relação de dispersão, é a parte imaginária de ω . Assim, a equação (2.62), juntamente com (2.64), determina a evolução da função de distribuição das partículas sob a influência de oscilações de alta frequência [1, 14]. O tratamento da aproximação quase-linear, assim como a linear, foi bem simplificado pois já foi muito bem explorado por trabalhos anteriores do grupo [31, 32, 33].

Capítulo 3

O tokamak

O *tokamak*, como já citado, consiste em uma armadilha magnética em forma de um toróide onde atuam um campo magnético toroidal, gerado por bobinas externas, e um magnético poloidal gerado pela corrente que percorre o plasma (Fig. 3.1).

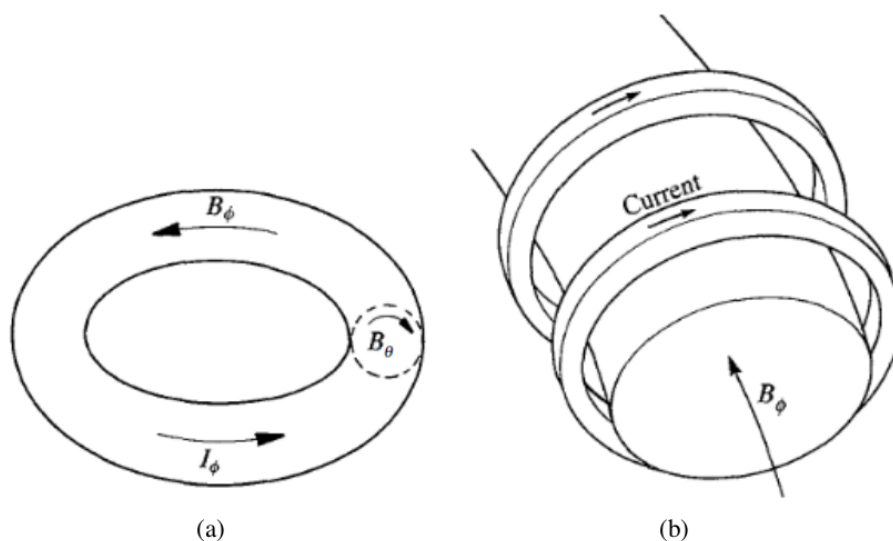


Figura 3.1: (a) Representação dos campos magnéticos e da corrente que cria o campo poloidal B_θ [43]. (b) Bobinas externas que criam o campo toroidal nas figuras descrito como B_ϕ [43].

Tokamaks com seção reta alongada levam a vantagem no confinamento de plasmas e permitem valores maiores de pressão, mas bobinas adicionais são necessárias para controle do plasma. Impurezas levam a maiores perdas por radiação e diluição do combustível. Dessa forma o plasma fica dentro de uma câmara de vácuo, e deve ser confinado de forma a não encostar nas paredes. Além disso, mecanismos para retirar as impurezas são acrescentados remodelando levemente o formato do campo magnético, chamados *divertores*. Como comentado

anteriormente, para reações de fusão acontecerem é necessário levar o plasma a temperaturas onde o fenômeno é viável. Os métodos de aquecimento do plasma se misturam aos métodos de geração de corrente pois, ao se gerar corrente, devido à resistividade do plasma, gera-se também calor. A criação de correntes percorrendo o plasma é necessária por outros motivos, como por exemplo, para a criação da corrente na direção toroidal, responsável pela formação do campo poloidal.

O aquecimento do plasma em um *tokamak* ocorre em duas etapas. A primeira é uma combinação de aquecimento ôhmico feito pelo transformador, somado a fontes auxiliares não indutivas. Durante esse ponto a energia gerada por partículas α resultantes de reações de fusão pode ser negligenciada, pois a taxa de reações de fusão é dependente da temperatura. Desta forma, a energia gerada por outros métodos deve superar efeitos de perda por condução e radiação. A segunda etapa se inicia após a potência de partículas α se tornar dominante, à temperatura de cerca de 5 – 7 keV. A energia gerada nas reações de fusão leva o plasma à sua temperatura de funcionamento, em torno de $T = 15$ keV. O tratamento presente se aplica durante a primeira etapa.

O aquecimento ôhmico é de tecnologia simples: uma descarga passa por uma bobina condutora no centro do toróide, na direção vertical ao plano deste, similar ao funcionamento de um transformador. Isso ocasiona uma variação do fluxo magnético na direção vertical, e induz uma corrente na direção toroidal (figura 3.2). É importante ressaltar que a resistividade do plasma decai com a temperatura, $\eta \sim T^{-3/2}$. Logo, a eficiência do processo diminui durante o aquecimento. Para um reator típico a temperatura máxima neste processo é $\lesssim 3$ keV [43].

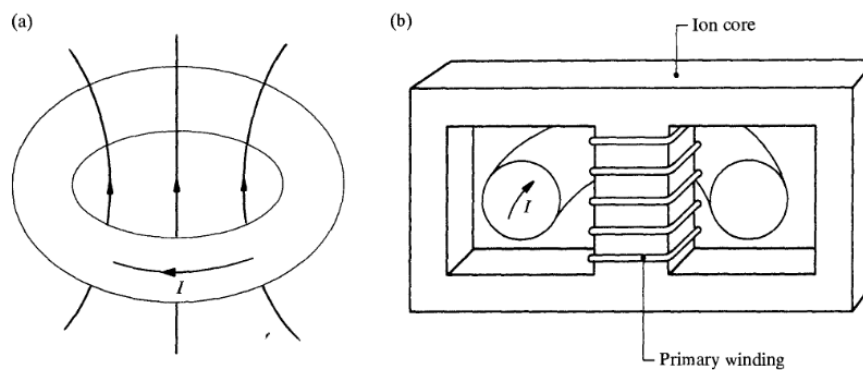


Figura 3.2: (a) A variação no fluxo induzindo um campo elétrico toroidal. (b) Esquema do transformador [43].

A continuidade do processo depende de outros métodos de aquecimento, como injeção de partículas neutras, como deutério ou trítio neutros. Esses feixes não são afetados pelo campo magnético. Desta forma, eles se propagam de forma retilínea até serem ionizados por colisões e se misturarem com o plasma, cedendo sua energia para o plasma também por meio de colisões. O mecanismo de injeção de partículas neutras normalmente é complexo. Uma vez que não se pode acelerar partículas neutras, normalmente é feita a ionização dessas partículas, então aceleradas devido a ação de um campo elétrico. Entretanto, no caminho para o plasma há uma nuvem de elétrons que interagem com os íons, tornando-os neutros novamente. Por fim, um deflector que separa as partículas carregadas de forma que somente as neutras sejam injetadas, como mostra a figura 3.3.

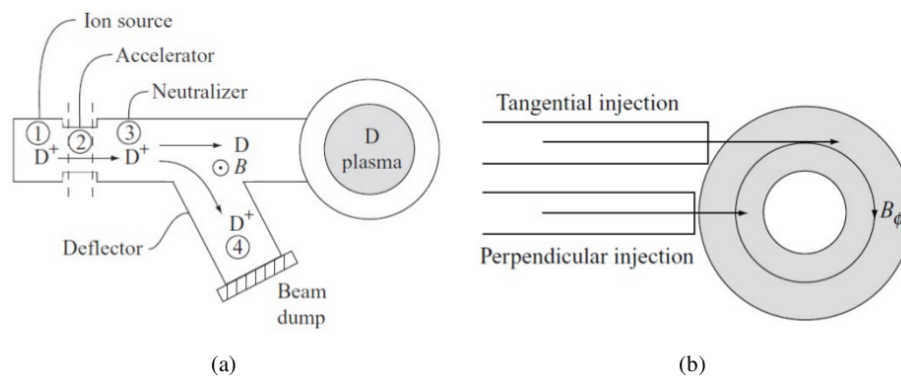


Figura 3.3: (a) Sistema de produção de um feixe de partículas neutras [20]. (b) Diagrama esquemático do tokamak visto de cima, mostrando injeção paralela e perpendicular [20].

O ângulo de injeção deve ser escolhido a fim de não só entregar energia, mas também momento às partículas do plasma. Para que o feixe consiga penetrar no plasma, a energia do feixe deve ser maior que a temperatura do plasma. É mais vantajoso para o funcionamento do tokamak, o máximo de deposição de energia na parte central, portanto o feixe deve ter energia suficiente para haver pouca absorção na borda, e o feixe conseguir penetrar até o centro do plasma [43]. O problema disto é tecnológico. Para reatores atuais os sistemas de feixes neutros que atingem até 100 keV, são suficientes, mas para projetos de reatores maiores se prevê uma energia necessária bem maior, cerca 1 MeV [20].

Outra opção é o uso de ondas de rádio-frequências (RF). São escolhidas altas frequências que coincidem com as naturais no plasma: cíclotron eletrônica (EC) e de íons (IC) e seus harmônicos, ou ondas do tipo híbrida inferior (*Lower hybrid*, LH). O uso de ondas de rádio-frequência tem grande eficiência e baixo custo quando se faz ressonância com elétrons, pois a energia pode

ser depositada em regiões definidas e usada como um controle externo de temperatura, porém também enfrenta problemas tecnológicos. Qualquer sistema possui basicamente 4 estágios: fornecimento de energia (padrão a 60 Hz), a fonte da rádio-frequência, linha de transmissão e o mecanismo de acoplamento (antena). O tipo de fonte RF usada depende da frequência de operação. Para um plasma com, por exemplo, campo magnético $B_0 = 5$ T, para ondas EC, $f_{ce} = \omega_{ce}/2\pi = 140$ GHz, e para IC, $f_{ci} = \omega_{ci}/2\pi = 38$ MHz. Já para ondas híbridas temos valores da ordem $f_{LH} = 3$ GHz. Para criação de ondas temos diferentes mecanismos e cada um possui limites tecnológicos de frequência:

- tubos de vácuo de alta potência, $f < 100$ MHz \Rightarrow ideal para IC;
- *klystrons* (microondas), $f \sim 1 - 10$ GHz \Rightarrow frequência da ordem necessária para LH ;
- *gyrotrons* (ondas sub-milimétricas), $f \sim 10 - 300$ GHz \Rightarrow ainda é necessário avanço tecnológico para chegar às frequências requeridas.

Há diferentes tipos de transmissões apropriadas em diferentes faixas de frequência, e todas possuem tecnologia bem desenvolvida. Entretanto o acoplamento entre a onda e o plasma é uma situação muito mais complicada [20].

Para o uso da ondas com frequência de ciclotron iônica, a antena é colocada dentro da câmara de vácuo para garantir boa absorção do plasma. Esta situação não é a ideal, pois grandes voltagens são requeridas para transmitir potências elevadas e há o risco de descargas de arco, o que é prejudicial para o plasma. No caso de ciclotron eletrônica, usa-se um sistema de espelhos, porém é necessário usar altíssimas frequências que devem ser geradas por *gyrotrons*, mecanismos que ainda não são totalmente “confiáveis”. Já para ondas híbridas inferiores, são usados “*arrays*” de guias de ondas, normalmente usados pelo lado externo do toróide devido a conveniência geométrica, apesar de não ser a situação ideal em alguns casos, devido a efeitos de reflexão e absorção das ondas [20].

Os métodos citados são mais eficientes na geração de calor do que de corrente, devido ao fato de que a quantidade de energia elétrica necessária para produzir corrente através destes métodos é alta. Felizmente, no *tokamak* existe uma corrente na direção toroidal devida a fenômenos de transporte, conhecida como “*bootstrap current*”, que é responsável por grande parte da corrente toroidal. De forma sucinta, a corrente de *bootstrap* pode ser descrita como uma

corrente gerada no plasma na presença de gradientes de pressão, na geometria magnética de um tokamak [20]. Assim, os métodos auxiliares podem ser usados como controle (figura 3.4).

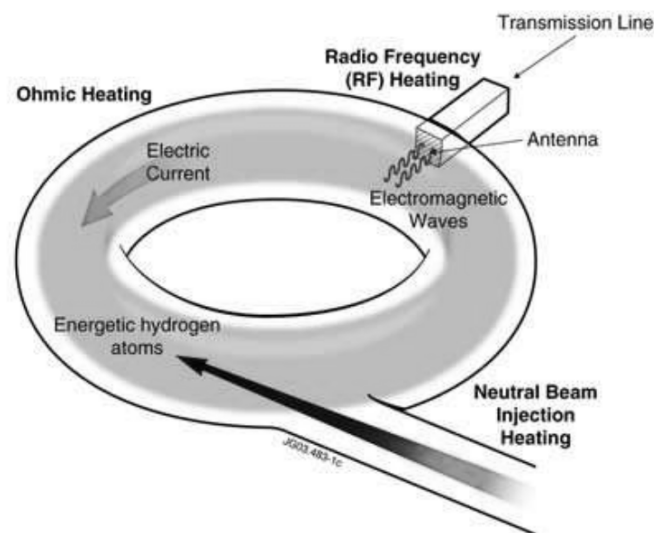


Figura 3.4: Esquema para um tokamak, mostrando diferentes processos para geração de corrente, que também pode ser usada para aquecer o plasma (<http://www.efda.org/fusion/focus-on/plasma-heating-current-drive/ohmic-heating/>).

Existem basicamente três tipos de transporte no plasma: condução de calor, difusão de partículas e difusão do campo magnético. A condução de calor é o mecanismo de perda de energia mais importante e também um dos maiores desafios de pesquisa existente. A difusão de calor não se dá majoritariamente por colisões colombianas mas sim por turbulências devido a micro-instabilidades. Para o estudo das mesmas são necessários modelos mais sofisticados de teoria cinética, não-linear e simulações numéricas com várias dimensões.

A operação típica de um *tokamak* começa com a estabilização do campo toroidal. Depois, o gás neutro é injetado na câmara de vácuo e ionizado. O transformador induz a corrente toroidal até seu valor máximo, se estabiliza e fica no chamado "*flat top operation*", funcionamento em que o reator se mantém por um certo tempo. Neste momento são injetadas as partículas, e/ou ondas para aquecimento e geração de corrente. É durante esse período de tempo que ocorre a maioria dos fenômenos estudados [20].

3.1 Aspectos importantes para descrição de um *tokamak*

Uma vez descrito de forma básica o funcionamento do *tokamak*, partimos para uma descrição teórica de um reator, começando por definir as coordenadas usadas na figura 3.5.

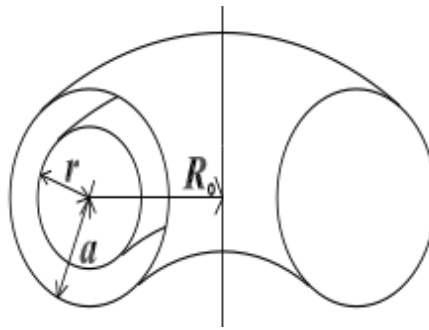


Figura 3.5: Esquema para um *tokamak*, apresentando o raio maior R_0 , e raio menor a [31].

3.1.1 Campos magnéticos e equilíbrio

O campo toroidal B_ϕ pode ser obtido da lei de Ampère, formado pela corrente I_T que percorre N bobinas externas, como

$$2\pi R B_\phi = \mu_0 N I_T \quad (3.1)$$

Portanto, de forma geral o campo toroidal tem dependência $\approx 1/R$. O campo poloidal B_θ é criado pela corrente que percorre o plasma, dependendo de sua forma. Assumindo um perfil de densidade de corrente com pico no centro da coluna de plasma, temos um perfil do tipo mostrado na figura 3.6 [43].

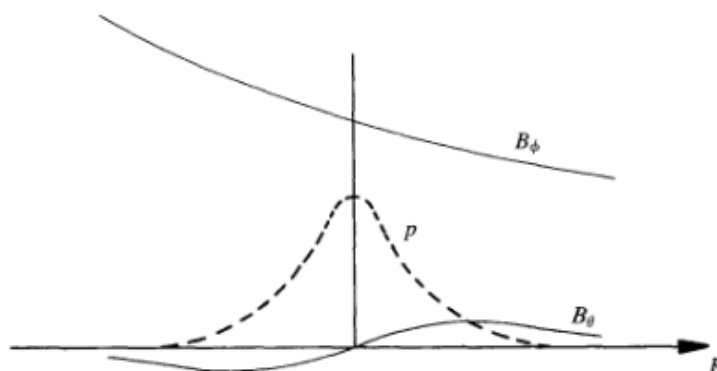


Figura 3.6: Variação radial dos campos magnéticos toroidal e poloidal, e um perfil "comum" de pressão em termos de R [43].

O confinamento se dá no equilíbrio entre a pressão do plasma e o campo magnético gerado. Entretanto a construção do plasma na forma de um toróide gera o aparecimento de forças na direção para “fora” do toróide, apesar de nos trazer a diminuição da perda de partículas. Estas forças aparecem devido a diferenças de quantidades entre superfícies mais internas e superfícies mais externas, como campo magnético, pressão e fluxo de campo. Em contrapartida a essas “novas” forças, é comum o uso de um campo magnético vertical ao plano do toróide. Este campo ajuda a controlar essas forças, melhorando o equilíbrio das pressões magnéticas, pois este campo se soma ao campo poloidal, diminuindo o campo da região interna do toróide e aumentando o campo na região externa (como mostra a figura 3.7). Dessa forma, o campo vertical cumpre importante função na manutenção do equilíbrio do anel de plasma, que sem essa ajuda tenderia a se expandir. A produção do campo vertical pode ser feita por bobinas externas à primeira parede do reator. Assim, é de prática implementação física, sem que as bobinas externas sejam danificadas por nêutrons que podem escapar do confinamento do plasma [20].

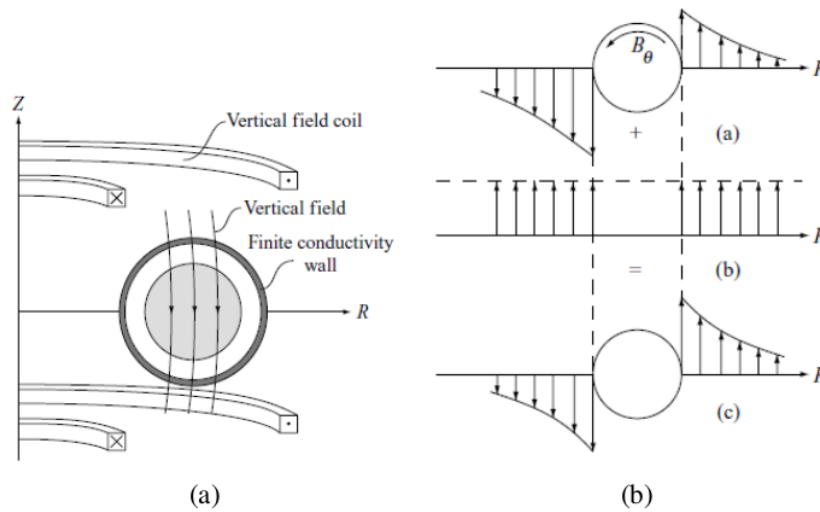


Figura 3.7: (a) Mecanismo de criação de um campo vertical [20] e (b) o uso do campo vertical para minimizar a diferença de intensidade do campo dos dois lados do plasma, o que gera forças que atrapalham o confinamento do plasma [20].

Em um estado de equilíbrio independente da coordenada angular toroidal ϕ , as linhas de campo torcidas devido à soma do campo poloidal e toroidal (3.8a) formam superfícies, ilustradas em 3.8b [43].

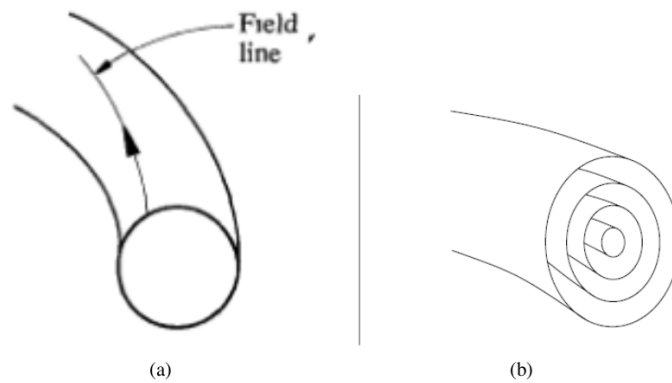


Figura 3.8: A figura (a) mostra uma linha do campo helicoidal [43], e (b) as superfícies magnéticas formadas no plasma confinado por essas linhas em um corte poloidal [20].

O equilíbrio entre pressão e forças magnéticas nos leva a

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \nabla p.$$

Fazendo o produto escalar dessa expressão com o campo magnético, obtemos

$$\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0,$$

ou seja, as linhas de campo magnético devem ser tangentes às superfícies de pressão constante, que são chamadas superfícies de fluxo, e não há componente de campo perpendicular a essas superfícies. Realizando o mesmo procedimento com a densidade de corrente \mathbf{J} , obtemos $\mathbf{J} \cdot \nabla p = 0$. Logo, a corrente também deve ser tangente às superfícies, ou seja, o fluxo de corrente ocorre sobre as superfícies de fluxo e nunca através delas (figura 3.9) [43].

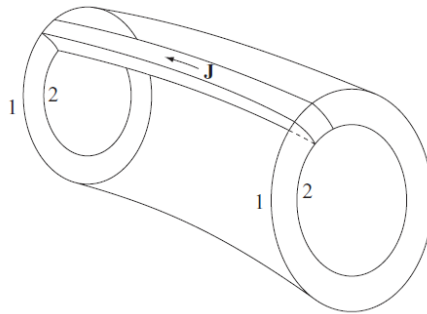


Figura 3.9: Duas superfícies 1 e 2, em duas posições toroidais diferentes, mostrando que a corrente flui sobre elas e não através delas [20].

É de interesse a introdução de uma função ψ , chamada função de fluxo magnético poloidal, determinada pelo fluxo poloidal em cada superfície magnética, e constante na mesma, satisfazendo

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \psi = 0 \quad (3.2)$$

Assim, ψ é definido como o fluxo de campo magnético poloidal por radiano em ϕ (direção toroidal). Esta função é relevante pois há quantidades no plasma que podem ser descritas como apenas função de ψ [43].

3.1.2 Fator de segurança

O “fator de segurança” (q) possui este nome pois tem grande papel na descrição da estabilidade do plasma (bom confinamento). O fator de segurança (Fig. 3.10) pode ser definido qualitativamente como o número de voltas que uma linha magnética do campo \mathbf{B} deve completar

na direção toroidal antes de completar um circuito da direção poloidal [20].

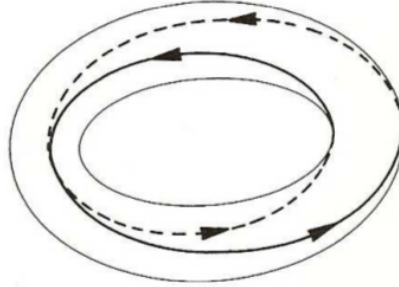


Figura 3.10: Exemplo de linhas de campo magnético no tokamak com fator de segurança $q = 2$ [43].

Sendo mais detalhado, uma linha de campo flui por uma trajetória helicoidal, voltando à mesma superfície magnética em outra posição angular. Digamos que, em relação ao ponto do qual essa linha saiu, temos um intervalo $\Delta\phi$. Assim

$$q = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \quad (3.3)$$

Logo, se voltarmos ao mesmo ponto, temos $q = 1$. Para calcular o valor de q , temos que descrever uma linha de campo usando

$$\frac{Rd\phi}{ds} = \frac{B_\phi}{B_\theta}, \quad (3.4)$$

onde ds seria o intervalo andado na direção poloidal, enquanto percorre uma distância $Rd\phi$ na direção toroidal. Dessa forma,

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{R} \frac{B_\phi}{B_\theta} ds \quad (3.5)$$

O fator de segurança é constante ao longo de cada superfície magnética vista em corte poloidal, portanto pode escrito em termos da posição da superfície magnética onde q é calculado. É comum a realização de uma aproximação considerando o raio da coluna de plasma (a) pequeno frente ao grande raio do toróide (R_0), chamada aproximação de grande razão de aspecto. Logo, o seu inverso é muito pequeno ($\varepsilon = a/R \ll 1$). Isto nos leva a uma série de aproximações em

diversas quantidades do *tokamak*. Considerando um *tokamak* de seção-reta circular, a distância desde o centro até qualquer ponto em uma mesma superfície é constante. O campo poloidal também, portanto só depende de r . Podemos reescrever a equação 3.5 usando $R = R_0 + r \cos \theta$ e $ds = r d\theta$, e o campo toroidal proporcional a $1/R$. Dessa forma temos

$$q = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{B_\theta(r)} \int \frac{1}{R_0 + r \cos \theta} \frac{B_\phi(0)}{1 + r \cos \theta / R_0} r d\theta \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{r B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(r)} \int \frac{1}{(1 + r \cos \theta / R_0)^2} d\theta \quad (3.7)$$

Para aproximação de grande razão de aspecto, o segundo termo no denominador da integral pode ser desprezado, e neste caso pode-se escrever o fator de segurança como,

$$q(r) = \frac{r B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(r)}. \quad (3.8)$$

Em um *tokamak*, o campo toroidal é bem mais intenso que o campo poloidal, $|\vec{B}_\phi| \gg |\vec{B}_\theta|$. O campo toroidal é fundamental para estabilidade do plasma, através da geração de altos valores do fator de segurança q .

3.1.3 Pressão normalizada β

Um parâmetro importante, ainda não comentado, é a pressão normalizada β , que descreve a eficiência de confinamento do plasma, e que é escrita como a razão entre a pressão no plasma e a pressão magnética

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0}. \quad (3.9)$$

Grandes valores de β são difíceis de obter, porém baixos valores representam pouco confinamento. A obtenção de valores suficientes de β é um dos grandes problemas do ponto de vista teórico e na escolha do *design* de um reator.

3.1.4 Corrente de *bootstrap*

Como citado anteriormente, a corrente de *bootstrap* é uma corrente de grande importância no funcionamento do *tokamak* como um reator de fusão. Ela é uma corrente toroidal produzida na presença de um gradiente de pressão, associado à existência de partículas presas a uma órbita ("banana"), figura 3.11.

Essas partículas devem conseguir completar suas órbitas antes de colidir com outra partícula. Logo a frequência de colisões deve ser menor do que a frequência das órbitas, $\nu_{ei} < \nu_b$. Uma descrição heurística da formação dessa corrente pode ser dada sem realizar deduções matemáticas. Íons e elétrons podem estar presos nas órbitas bananas, e ambos formam corrente e transferem momento para partículas que passam por essas órbitas e que ajustam suas velocidades de acordo. A corrente dominante surge da diferença entre a velocidade dos íons e elétrons que passam, e esta é a corrente de *bootstrap* [43].

A densidade desta corrente pode ser estimada por

$$j_b \sim -\varepsilon^{1/2} \frac{1}{B_\theta} \frac{dp}{dr},$$

onde, $\varepsilon = a/R$ é razão de aspecto, B_θ o campo magnético poloidal, e p a pressão. Esta corrente é muito importante para o confinamento do plasma e depende muito do perfil de pressão no plasma.

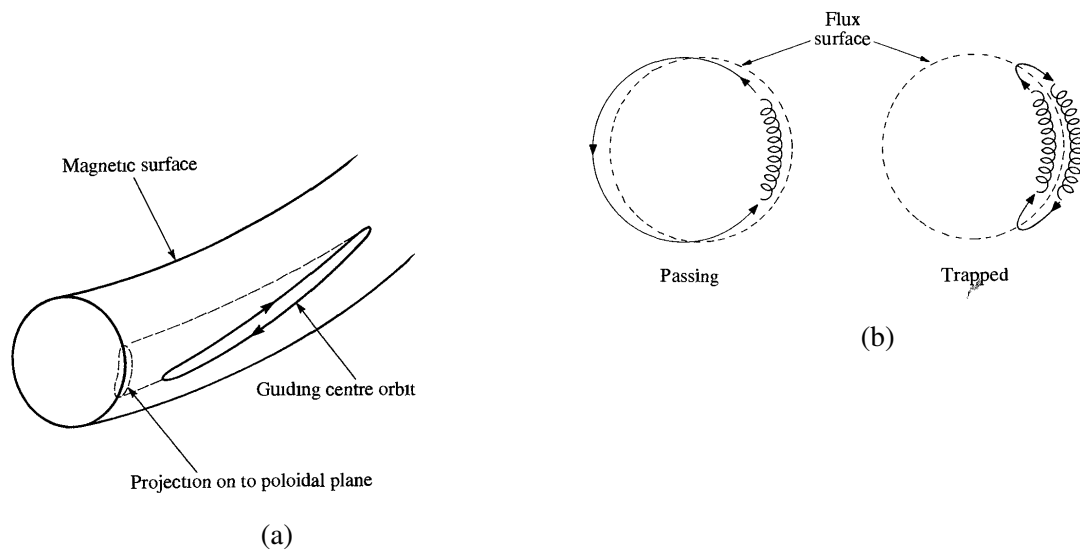


Figura 3.11: (a) Representação de uma órbita banana de uma partícula presa; (b) projeção desta órbita no plano poloidal, ilustrando a deriva da superfície magnética e a órbita da partícula movendo-se ao longo da linha de campo, espiralando [43].

Capítulo 4

Revisão dos modos *tearing* na literatura

Como forma de apresentar as instabilidades do tipo *tearing* e mostrar como esse trabalho se integra dentro da literatura existente sobre o assunto, apresentamos uma revisão da literatura, abrangendo as referências que levam ao presente trabalho. Este capítulo também servirá para apresentar alguns conceitos relevantes, bem como para lembrar resultados obtidos em trabalhos anteriores feitos no âmbito do grupo de Física de Plasmas da UFRGS que tem conexão com o assunto, que oferecerão um melhor contexto na hora de apresentar os nossos resultados. Serão citadas também outras abordagens possíveis para o tratamento dessas instabilidades.

4.1 Os modos *tearing*

Uma instabilidade do tipo *tearing* ocorre em *tokamaks* devido ao gradiente radial na densidade de corrente toroidal. O nome deriva de “separação”, ou “quebra” (em inglês, *tearing*) das linhas de campo magnético que ocorre durante a instabilidade em consequência de uma resistividade finita no plasma. O estudo desses modos é feito usando o formalismo MHD, porém a contribuição da resistividade do plasma em torno da região da superfície ressonante ao modo se torna importante, portanto não pode ser usada a teoria da MHD ideal. Logo, a teoria de estudo dos modos *tearing* consiste em resolver o conjunto de equações para o plasma e outro conjunto para a "camada resistiva" em torno da superfície ressonante. Na solução do conjunto de equações, uma singularidade aparece na superfície ressonante $r = r_s$. Da solução para a descontinuidade

na região $< r_s$ e $> r_s$, pode-se definir Δ' [43]

$$\Delta' = \frac{\psi'}{\psi} \Big|_{r=r_s-\epsilon}^{r=r_s+\epsilon}, \quad \epsilon \rightarrow 0. \quad (4.1)$$

O sinal de Δ' determina a estabilidade do modo, isto é, a instabilidade ocorre se Δ' é positivo. O tratamento desta quantidade exige cuidados, dependendo das aproximações usadas para sua obtenção [43].

Instabilidades MHD normalmente mudam a topologia magnética do plasma. Este fenômeno ocorre em superfícies onde o fator de segurança (q) é racional, portanto pode ser escrito como a razão de dois números inteiros, chamados número poloidal m e número toroidal n , ou seja, $q = m/n$. Em decorrência dessa perturbação ocorre um processo de reconexão das linhas magnéticas (figura 4.1a), formando estruturas chamadas de *ilhas magnéticas*. O aumento dessas estruturas pode causar uma perda catastrófica do confinamento (*disruption*), evento no qual o plasma pode ser destruído.

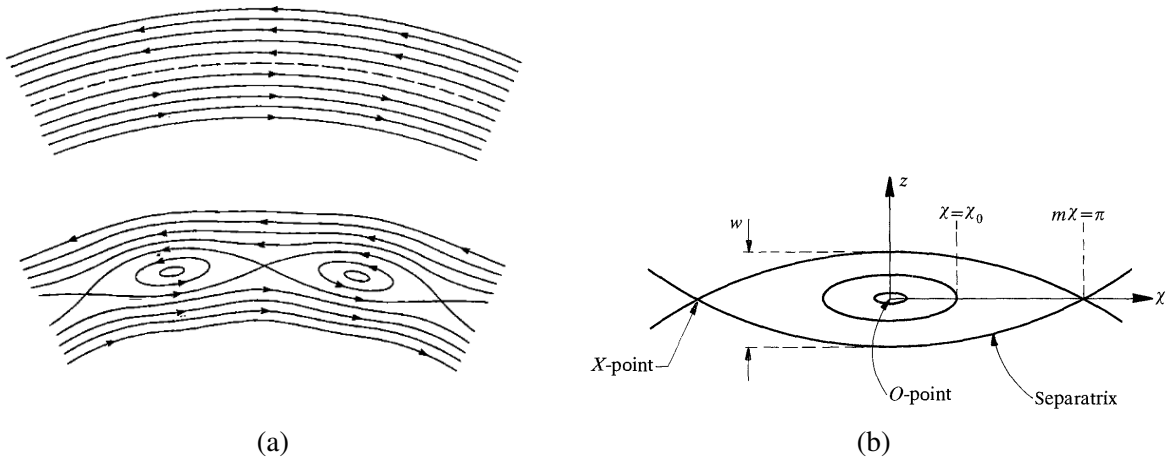


Figura 4.1: (a) A partir de um modelo das linhas de campo magnéticas, a segunda figura mostra o evento de reconexão das linhas de campo magnético formando as estruturas chamadas ilhas magnéticas [43]. (b) Geometria das linhas de campo magnético da ilha.

O crescimento desses modos é limitado por difusão, mas o crescimento da largura da ilha implica em aumento da perturbação dos campos magnéticos. Nesta geometria (figura 4.1b) temos

$$\Delta'(w) = \frac{\psi'}{\psi} \Big|_{r_s-w/2}^{r_s+w/2} \quad (4.2)$$

e podemos descrever o crescimento dos modos *tearing* a partir da evolução temporal da largura da ilha w , por meio de uma equação conhecida como equação de Rutherford [41, 43]

$$\frac{dw}{dt} = 1.66 \frac{\eta}{\mu_0} (\Delta'(w) - \alpha w) \quad (4.3)$$

onde η é a resistividade. Essa forma da equação tem um fator αw acrescentado, com o parâmetro α relacionado a propriedades do plasma na região da ilha. Dessa forma, a ilha atinge um valor de saturação w_s quando $\Delta'(w_s) = \alpha w_s$.

Os modos *tearing* neoclássicos surgem da modificação da corrente de *bootstrap*, como resultado da redução do gradiente de temperatura e densidade. Este efeito, descrito por Δ'_β é acrescentado ao termo de estabilidade clássica Δ' , em uma equação que descreve a evolução temporal da largura das ilhas magnéticas, como veremos mais adiante [43].

4.2 Abordagem teórica da instabilidade MHD

A evolução não linear dos modos *tearing* foi investigada pela primeira vez por P. H. Rutherford em 1973 [41], trabalho em que é descrita a equação de Rutherford para a evolução da largura das ilhas para os modos *tearing*, equação essa já mencionada superficialmente na seção anterior, para a explicação das perturbações magnéticas a partir de uma abordagem da MHD. E em 1977 White [44], realizou um estudo quasi-linear sobre a saturação da largura da ilha que ocorre quando $\Delta' > 0$. Uma das primeiras abordagens teóricas dos modos *tearing* neoclássicos, foi feita ao analisar contribuição da corrente de *bootstrap*, em Carrera, Hazeltine e Kotschenreuter, em 1986 [11], construindo uma versão modificada para a equação de Rutherford com a presença de efeitos neoclássicos. Fitzpatrick em 1995 [17] estudou efeitos de instabilização usando aproximações apropriadas ao limite de ilhas pequenas [43].

Como base para o presente trabalho, partimos do trabalho de Hegna e Callen (1997) [25], onde toda a literatura já citada foi usada para abordagem de como o uso de geração de corrente, ou aquecimento na região central das ilhas magnéticas, podem ser usados para estabilizar os modos *tearing* neoclássicos, sem especificar a fonte de corrente ou calor. Nesse trabalho de 1997, foi feita uma análise teórica incluindo efeitos da corrente helicoidal de *bootstrap* perturbada e fontes localizadas que podem ser descritas na lei de Ohm, para a derivação de uma equação

temporal não-linear para evolução das ilhas magnéticas, a equação de Rutherford modificada. Foram incluídos a esta equação efeitos de uma fonte de geração de corrente auxiliar. Esta corrente adicional é feita no mesmo sentido da corrente de *bootstrap* em fase com o centro da ilha. A estabilização do modo por este método deixa claro que este tipo de instabilidade surge por uma queda na corrente de *bootstrap* na região da ilha. Foram também estudados os efeitos da geração localizada de calor, sem a presença da geração de corrente, e deduzida uma outra versão da equação da evolução das largura das ilhas. Uma vez construídas estas equações, foram discutidas soluções limites de forma analítica para a evolução das ilhas nos dois casos, e obtidos valores de saturação da largura das ilhas. Com isso foram avaliados os efeitos de geração de calor localizada e seus efeitos sobre o perfil de corrente e temperatura do plasma. Esses resultados são usados para avaliar como esses métodos podem estabilizar os modos neoclássicos.

Hegna [26] ressalta a importância do estudo destes modos, afirmando que apesar de instabilidades descritas na MHD ideal limitarem valores de pressão desejáveis para o reator, instabilidades do tipo *tearing* em experimentos mostram-se capazes de manter a obtenção de β abaixo do necessário para estabilidade da MHD ideal. Hegna faz uma revisão da teoria usada no tratamento dos modos *tearing* neoclássicos, desde um tratamento básico para o surgimento da instabilidade, até a evolução da mesma. Em seguida ele assume a inclusão de outros efeitos não lineares na evolução da ilha, como efeitos de mudança de resistividade, correntes de polarização de íons, e acoplamento com perturbações magnéticas fora de superfícies ressonantes. E comenta, sem entrar em detalhes, a existência ainda de um fenômeno anômalo de transporte de calor dos elétrons.

Sauter *et al* (1997) [42] tinha como objetivo o uso de observações experimentais dos NTM's em diversos experimentos para assim criar uma previsão para o ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*). Em seu tratamento da equação de Rutherford para a evolução não linear da largura das ilhas [41], primeiro é apresentada a forma convencional para a equação de Rutherford modificada para os NTM: o termo clássico de estabilização, dado, como descrito em Sauter *et al* (1997), “pelo pulo na derivada do logaritmo do campo magnético radial, criado basicamente pelo gradiente da corrente de equilíbrio”. Ainda assume que no caso de ilhas suficientemente grandes para afetar o perfil de corrente de equilíbrio há uma redução nesta contribuição de ordem $-\alpha w$, e também inclui o termo estabilizador de Glasser-Green-Johnson, relacionado aos gradiente de pressão na parte externa da ilha [5]. Mais ainda, efeitos neoclássicos

como a corrente de *bootstrap*, devem ser incluídos da lei de Ohm. Sauter *et al.* também considera outras possíveis contribuições, como achatamento do perfil de pressão dentro das ilhas, e assim redução da corrente de *bootstrap*. Como resultado disso se forma uma corrente de *bootstrap* helicoidal negativa dentro da ilha. Outros efeitos relacionados a correntes de polarização são então abordados e adicionados a equação para evolução não linear da largura das ilhas, porém é ressaltada a necessidade de uma abordagem cinética, devido às aproximações feitas no modelo de fluidos.

Giruzzi, *et al.* (1999) [22] parte de três possíveis usos de ondas de rádio-frequência para o controle dos modos *tearing*: Prevenir o crescimento da instabilidade, achatando o perfil de corrente na superfície ressonante e assim evitando gradiente de densidade de corrente. Outra possibilidade de uso é para aquecimento dentro das ilhas magnéticas, ou ainda geração de uma corrente dentro das ilhas, de forma não indutiva. Segundo a literatura apresentada em Giruzzi *et al.* (1999), as últimas duas opções são mais vantajosas mas é necessário precisão da geração de corrente e calor, e modulação com a rotação das ilhas. Focando no terceiro método, três fenômenos básicos deveriam ser identificados. O primeiro, é que o efeito da corrente gerada não-indutiva não é instantâneo. A corrente gerada é criada na borda da distribuição de elétrons, com altas energias induzidas pelas ondas RF, evoluindo em um tempo que pode ser da ordem do tempo de rotação da ilha. A expressão para a geração de corrente nessa região de tempo não é bem resolvida. Como segundo fenômeno, temos a resposta indutiva do plasma, que cria um campo elétrico oposto à perturbação na corrente e deve ser calculado de forma autoconsistente a partir da função de distribuição eletrônica. E como consequência disso temos o terceiro efeito: é quase impossível gerar corrente somente no *O-point* da ilha (ponto central da ilha) e assim obter a estabilização de forma mais eficiente.

Para o estudo, Giruzzi *et al.* usaram um modelo 1-D espacialmente e 2-D no espaço de velocidade, e estudaram tanto a energia necessária para estabilizar os modos neoclássicos de modo a otimizar, como também o tempo necessário para uma real redução das ilhas magnéticas, e se existe um tamanho mínimo da ilha de acordo com parâmetros realísticos de rádio-frequências. Para isso consideraram um modelo teórico para o *tokamak* sem corrente induzida e difusão de temperatura, logo com perfil de temperatura constante. Foi considerado um campo magnético de equilíbrio que não é afetado pelas ondas injetadas e foi adicionado um tratamento para a evolução da largura das ilhas, porém sem considerar o termo neoclássico na equação de

Rutherford modificada. Injetaram ondas de rádio-frequência moduladas em fase com a rotação das ilhas magnéticas. As aplicações foram feitas considerando parâmetros adequados ao ITER. Na evolução temporal da função de distribuição eletrônica levaram em conta efeitos de colisões, transporte radial de partículas, e a presença de um campo elétrico induzido que evolui em separado no tempo sem depender da função de distribuição, mas que afeta a mesma. As aplicações tanto de ondas de cíclotron quanto de ondas do tipo híbrida inferior são comparadas para avaliar qual é a mais vantajosa, bem como a análise de ondas moduladas com a frequência de rotação das ondas. A evolução da largura da ilha é basicamente inspirada no trabalho de Hegna-Callen, (1997) [25] usando a equação de Rutherford modificada (*generalized Rutherford equation*, GRE),

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\kappa_r}{\sigma\mu_0}(\Delta' + \Delta'_\beta + \Delta'_{CD}), \quad (4.4)$$

que contém o termo clássico [41], o termo relacionado às ondas de cíclotron [25], e o termo neoclássico. Entretanto na simulação numérica feita em Giruzzi *et al.* (1999) não foi usado o termo neoclássico.

P. Rosa e G. Giruzzi em 2000, usam o conhecimento adquirido trabalhando com injeção de ondas em *tokamaks*, aplicando para o controle de NTM's [35]. A capacidade do uso de EC para geração de corrente e calor já havia sido estudada de forma pulsada e contínua por diversos autores, e avaliada como forma de controle, entretanto não havia sido levado em conta a reconexão magnética na formação das ilhas, e conseqüentemente a modificação nos perfis do plasma causada por essas estruturas. Como a ilha magnética é uma estrutura magnética pequena frente ao tamanho de reatores de grande porte, e sua presença gera um conjunto de superfícies "esmagadas", logo também menores, efeitos quase-lineares se tornam significantes pois a região onde a radiação de cíclotron é depositada é menor, logo a densidade de energia se torna maior. Desta forma neste trabalho buscava-se avaliar o impacto das ilhas na eficiência de corrente gerada, e no perfil de corrente, usando teoria cinética. Em Rosa & Giruzzi (2000) a equação de Fokker-Planck é escrita levando em conta colisões e ondas de cíclotron. Apesar de modificados pelas ilhas, os perfis de densidade e temperatura são considerados constantes, bem como a largura das ilhas. Questão importante é a investigação de uma descrição detalhada da geometria das ilhas. A área de uma superfície magnética é facilmente calculada como $S = 4\pi^2 R_0 r$ em um caso sem ilhas, porém no caso de deposição de ondas EC na região da ilha, um cálculo mais cuidadoso da área $S = S_t S_p$ da superfície deve ser feito, onde $S_t = 2\pi(R_0 + r_{res})$ é o comprimento da

superfície na direção toroidal, e S_p o perímetro na direção poloidal, resultando assim

$$S = 8\pi(R_0 + r_{res}) \int_0^{\theta_0} r(\theta_p) d\theta_p, \quad (4.5)$$

onde temos o ângulo poloidal θ_p e o ângulo máximo da ilha θ_0 medido do equador. r_{res} é a posição da superfície magnética ressonante ao modo *tearing*. O vetor r localiza a posição de pontos dentro da região da ilha e é obtido a partir de

$$r(\theta_p) = r_{res} + \frac{W}{\sqrt{8}} (\cos(m\theta_p) - \cos(m\theta_0))^{1/2}. \quad (4.6)$$

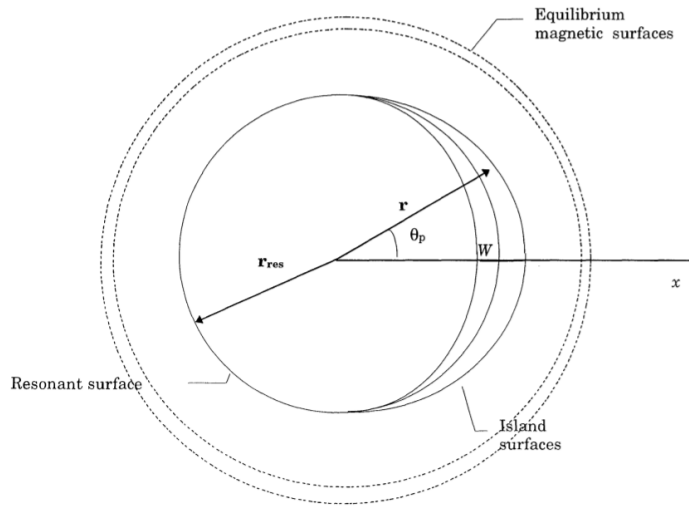


Figura 4.2: Estrutura da ilha em um corte da seção poloidal [35].

sendo W a largura da ilha como vemos na Figura 4.2.

4.3 Trabalhos anteriores do grupo

Entrando nas pesquisas diretas que antecedem o presente trabalho, Rosa e Ziebell (2008) [39], usando o mesmo modelo de lâmina para o *tokamak*, estudaram a interação de ondas de cíclotron com o plasma, incluindo efeito de colisões, e como novidade efeitos de transporte radial de partículas que têm como origem flutuações no campo magnético. Nesse trabalho foi levada em consideração a transformação do perfil de corrente devido à presença da ilha, porém considerando a largura da ilha constante, tanto no caso de ilhas fixas como no caso de ilhas em

rotação. Uma questão muito importante sobre a presença das ilhas, é o fato de que o coeficiente de difusão para as ondas de cíclotron é inversalmente proporcional à área da superfície magnética onde a energia das ondas é depositada. Assim como na presença de ilhas há um achatamento das superfícies magnéticas, pode-se esperar que efeitos quase-lineares podem aparecer. O foco do estudo foi o modo $2/1$. Não foram levados em conta efeitos de difusão de calor, apesar de ser esse um tópico de possível importância, inclusive há um debate entre diferentes autores sobre qual efeito, corrente ou calor, é de mais importância no controle dos modos *tearing* [15].

Apesar de ser usado um modelo adequado à aproximação cilíndrica, dois efeitos devidos à geometria toroidal foram levados em conta. Primeiro, a propagação das ondas EC, que ocorre no plano equatorial em um modelo cilíndrico, foi corrigida levando em conta a curvatura nas linhas de campo magnético. O segundo efeito da geometria toroidal é a contribuição de “elétrons aprisionados”, obtida impondo simetria à função de distribuição eletrônica ao longo da direção paralela ao campo magnético, no espaço de velocidades: $f(u, \mu, x, \tau) = f(u, -\mu, x, \tau)$. Os elétrons presos satisfazem a condição

$$\frac{\mu}{(1 - \mu^2)^{1/2}} < \left(\frac{2r}{R_0}\right)^{1/2}. \quad (4.7)$$

Os perfis de densidade, temperatura, fator de segurança e campo magnético são mantidos constantes, e na presença das ilhas é imposta uma simetria em torno da região das ilhas (procedimento também usado no presente trabalho, e melhor explicado posteriormente).

O primeiro ponto apresentado como resultado na Ref. [39], ainda no caso sem ilhas, é o perfil de densidade de potência de ondas EC absorvidas pelo plasma, dado por,

$$\rho_{EC} = (x, t) \frac{1}{S} \int_{-\infty}^{+\infty} P_0(n_{\parallel}) \frac{\partial \eta_{abs}}{\partial x}(n_{\parallel}, x, t) dn_{\parallel} \quad (4.8)$$

onde $P_0(n_{\parallel})$ é a potência do feixe, cujo índice de refração é n_{\parallel} , na borda do plasma, e

$$\eta_{abs}(n_{\parallel}, x, t) = 1 - e^{-\int_{x_a}^x k''(x', t) dx'} \quad (4.9)$$

é a fração de energia absorvida entre a borda do plasma, x_a , e a posição x . O símbolo k'' representa a parte imaginária do vetor de onda, obtida a partir da relação de dispersão. Os resultados obtidos mostram que a energia das ondas é absorvida na região onde deve se situar a

ilha magnética.

O segundo ponto apresentado é o perfil médio de densidade de corrente, na região da ilha. Com o aumento da flutuação magnética, ou seja, do transporte, o pico de energia se afasta do centro da ilha, e diminui a localização da geração de corrente [39]. Por fim, temos a eficiência da geração de corrente, que se mostra pouco afetada por variação na potência de EC, ou pela flutuação magnética [39].

Ao ser acrescentada a presença das ilhas vemos um aumento do pico da densidade de corrente na região da ilha, devido à diminuição da área da superfície ressonante [39]. O pico da média da corrente também sofre um acréscimo de altura, porém percebe-se que com o aumento da flutuação magnética aumenta a parte de corrente que é gerada fora da região da ilha, perto do *X-point*. Isso diminui a eficiência da estabilização, que é baseada principalmente na boa localização da geração de corrente. Com o aumento das flutuações magnéticas, o pico da corrente no centro da ilha também diminui. Este ponto é importante, pois os NTM aparecem devido ao achatamento da corrente de *bootstrap*, e o uso de ondas EC é atrativo, entre outras razões, porque as ondas tem como objetivo acrescentar corrente neste ponto. A diminuição do pico da corrente gerada parece ser um problema novo na eficiência do processo, entretanto mesmo com transporte o pico obtido na região da ilha é mais alto que no caso sem transporte e sem ilha. Ou seja, a energia necessária para estabilização é menor do que em simulações que não consideram a presença das ilhas. Outro ponto interessante advindo da presença da ilha é que há um aumento da corrente gerada entre o centro da ilha e a borda do plasma, devido à simetria, e um achatamento dos perfis de densidade e temperatura de elétrons na região da ilha [39]. Assim, as ondas encontram mais partículas para depositar energia. Ou seja, maior densidade de energia e de partículas, são o motivo para o aumento da densidade de corrente na região da ilha.

Conclui-se então que com a presença das ilhas há aumento da eficiência da geração de corrente, e o aparecimento de uma forte dependência com a flutuação magnética, que diminui a eficiência com o passar do tempo. Este fenômeno pode ser explicado lembrando que no caso da presença de ilhas temos uma diminuição da região na qual a corrente é gerada, logo mais densidade de energia por partícula. Entretanto quando as partículas difundem para uma região fora da ilha, por transporte, elas vão para uma região de menor densidade de corrente, pois ali há superfícies magnéticas de área maior, e maior população de elétrons. Ao passar para essas superfícies, os elétrons não só recebem menos energia das ondas, como também redistribuem

essa energia para outros elétrons via colisões. Um outro resultado obtido no trabalho descrito na Ref. [39] foi que, ao analisar o efeito do aumento da potência de ondas injetadas, não percebe-se melhora na eficiência com o aumento da potência. A corrente gerada não se relaciona linearmente com a potência para os valores considerados (de 0,2 a 1,0 MW), ou seja, na presença de ilhas efeitos quase-lineares aparecem na relação entre eficiência de geração de corrente e potência das ondas injetadas [39]. Por fim, na Ref. [39] foi feita uma análise levando em conta a presença de ilhas com rotação. Esta possibilidade não foi ainda levada em conta no presente trabalho, de modo que não entraremos em detalhes a respeito dos resultados obtidos.

Posteriormente Rosa e Ziebell (2010) [40], ampliaram os estudos dos NTM's já feitos considerando também a ocorrência de um campo elétrico induzido na direção toroidal. Como o plasma é um meio indutivo, quando ocorrem mudanças no fluxo magnético um campo elétrico é induzido. Aparece uma corrente oposta à corrente criada pelas ondas, “querendo manter” o fluxo magnético inicial. O efeito é mais acentuado na presença de ilhas magnéticas, com a geração de densidades de corrente elevadas na região das ilhas magnéticas. Somente após o desaparecimento ou difusão deste campo elétrico induzido, para fora da região de deposição das ondas, é que a geração de corrente pode chegar à eficiência total. Pode ser então acrescentado à equação de Fokker-Planck um termo relacionado ao campo elétrico induzido, conforme feito na Ref. [40] e descrito em detalhes no Capítulo 5, que trata da metodologia empregada no presente trabalho. Para uma descrição mais completa da evolução temporal do campo elétrico, em alguns casos é também considerada no trabalho de Rosa & Ziebell (2010) a existência de uma *loop voltage* no plasma, isto é, uma corrente induzida via um transformador externo. São apresentados neste trabalho resultados numéricos obtidos considerando dois modos, com dois valores de $q = m/n$, $2/1$ e $3/2$ [40].

Sem considerar a existência de uma *loop voltage*, a ação das ondas EC rapidamente gera o campo elétrico induzido na região da ilha. Após estabilização do mesmo, foi observada a diminuição do pico do campo elétrico na região da ilha no decorrer do tempo, ou seja, o campo rapidamente atinge um valor máximo, e então diminui lentamente. A presença deste campo induzido diminui a eficiência da geração de corrente mas não é suficiente para eliminar a geração de corrente das ondas EC. Entretanto, efeitos quasi-lineares na eficiência da geração de corrente também diminuem. A eficiência no caso sem campo induzido aumentava com a potência das ondas geradas, embora não linearmente. A presença do campo levou a um efeito contrário,

fazendo com que a variação de potência afetasse muito pouco a eficiência, e esta até diminuísse com o aumento da potência utilizada [40].

Na presença de uma *loop voltage*, o campo paralelo possui duas contribuições, $E_{\parallel} = E_i + E_0$, o campo induzido e o campo ôhmico, respectivamente. Em Rosa & Ziebell (2010), a condutividade do plasma é calculada de forma autoconsistente, porém considerando somente a corrente ôhmica. Optou-se nestes casos por uma diferença de tempo de $\tau = 20$, entre a geração de corrente induzida e a injeção das ondas, onde τ é o tempo medido em múltiplos do tempo médio entre colisões. Após essa diferença de tempo o campo elétrico induzido já atingiu seu valor máximo, e assim seus efeitos sobre a geração de corrente não-indutiva são reduzidos. Soluções numéricas obtidas para valores grandes do tempo normalizado ($\tau = 1000$) mostraram que o campo induzido sofre muita diminuição porém é ainda presente, considerando casos de pequeno valor da *loop voltage*, $V = -0,1$ V. Ao se analisar o sistema para grandes valores do tempo normalizado percebe-se a diminuição da corrente gerada pelas ondas EC com a adição do campo induzido, mostrando que mesmo para tempos longos não se chega a atingir a mesma corrente obtida quando o campo induzido não é levado em conta. A relação obtida, entre as correntes com e sem campo induzido, foi de cerca de 65%, para os parâmetros usados na Ref. [40], até tempos da ordem de $\tau = 1000$. A presença da corrente ôhmica não afeta este comportamento. Entretanto, conforme comentam os autores, sem apresentar os resultados, para tempos muito longos ($\tau = 5000$) as correntes totais geradas nos casos com e sem campo induzido acabam se aproximando.

No trabalho de Rosa & Ziebell (2010) é também analisado o efeito da variação do tamanho da largura da ilha (lembrando que nesse trabalho a largura da ilha era considerada constante ao longo da evolução temporal). Sem o efeito do campo induzido o pico da corrente gerada com largura $w = 5$ cm aparece com valor cerca de 55% daquele obtido no caso com $w = 7$ cm. Com campo induzido dois picos aparecem na densidade de corrente média, nas bordas da ilha, devido ao campo induzido. Isso ocorre de forma mais pronunciada para o caso de maior largura da ilha, $w = 7$ cm. Ainda no caso com campo induzido, a mudança na largura da ilha praticamente não afeta o pico da corrente gerada no centro da ilha. Analisando o caso sem ilha, a presença do campo induzido quase não afeta o perfil de densidade de corrente. Considerando a presença de campo induzido a corrente diminui por um fator de 5 em relação ao caso com ilhas.

Por último vale a pena comentar sobre detalhes referentes à injeção das ondas, conforme

a Ref. [40]. Foi verificado que, com uma variação pequena em torno do valor de frequência da onda injetada ($f = 137.5, 140$ e 142.5 GHz) perde-se a localização da geração de corrente no centro da ilha. Foi mostrado também que $\theta = 23^\circ$ é o ângulo de injeção no qual ocorre maior geração de corrente.

4.4 Outras abordagens

Outra abordagem encontrada em diversos trabalhos para o tratamento da GRE vem do uso de uma parametrização usando valores obtidos experimentalmente. Hayashi *et al* (2004) [24] parte do fato de que os modos *tearing* neoclássicos são governados pela falta de corrente de *bootstrap* na região da ilha magnética onde o perfil de pressão é achatado, e que uma corrente adicional pode compensar essa falta e assim estabilizar os NTM. A proposta do artigo é ampliar o conhecimento sobre os NTM para estimar a potência necessária de onda de cíclotron para estabilizar os modos [24]. Analisar quais parâmetros interferem na potência e quais métodos podem ser usados para reduzir a potência necessária. O transporte não é calculado, e sim usados perfis fixos do plasma, afim de ter perfis do funcionamento padrão do ITER. Neste artigo se descreve a equação de Rutherford modificada, usando diversos parâmetros livres ajustados com os dados experimentais. Temos então, sendo w a largura da ilha e ρ a coordenada radial normalizada, definida pela raiz quadrada do fluxo toroidal Φ ,

$$\frac{dw}{dT} = \Gamma_{\Delta'} + \Gamma_{BS} + \Gamma_{GGJ} + \Gamma_{pol} + \Gamma_{EC} \quad (4.10)$$

$$\Gamma_{\Delta'} = k_1 \frac{\eta}{\mu_0} \Delta'(w) \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \quad (4.11)$$

$$\Gamma_{BS} = k_2 \eta L_q j_{BS} \left\langle \frac{|\nabla \rho|}{B_p} \right\rangle \frac{w}{w^2 + w_d^2} \quad (4.12)$$

$$\Gamma_{GGJ} = -k_3 \frac{\eta}{\mu_0} \epsilon_s^2 \beta_{ps} \frac{L_q^2}{\rho_s L_p} \left(1 - \frac{1}{q_s^2} \right) \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \frac{1}{w} \quad (4.13)$$

$$\Gamma_{pol} = -k_4 \frac{\eta}{\mu_0} g(\epsilon_{s,i}) \beta_{ps} \left(\frac{\rho_{pi} L_q}{L_p} \right)^2 \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \frac{1}{w^3} \quad (4.14)$$

$$\Gamma_{EC} = -k_5 \eta \frac{L_q}{\rho_s} \left\langle \frac{|\nabla \rho|}{B_p} \right\rangle f \eta_{EC} \frac{I_{EC}}{a^2} \frac{1}{w^2} \quad (4.15)$$

onde os fatores dados pelas equações (4.11)-(4.15) são termos relacionados, respectivamente, ao perfil de corrente de equilíbrio, à corrente de *bootstrap*, à geometria toroidal (efeito Glasser-Green-Johnson) [42], à corrente de polarização de íons e à corrente gerada por ondas do tipo ciclotron eletrônica.

O termo estabilizador clássico Δ' é calculado em um modelo cilíndrico

$$\Delta'(w) = \frac{1}{\tilde{\Psi}} \left. \frac{d\tilde{\Psi}}{d\rho} \right|_{\rho_s-w/2}^{\rho_s+w/2} \quad (4.16)$$

onde $\tilde{\Psi}$ é o fluxo poloidal perturbado, ρ_s é posição da superfície racional (a superfície onde q é racional, logo onde de formou a ilha). Outras quantidades são B_p , o campo magnético poloidal, ϵ_s , o inverso do raio médio, β_{ps} , beta poloidal local, ρ_{pi} , o raio de Larmor normalizado,

$$L_p = - \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{-1}, \quad L_q = \left(\frac{dq}{d\rho} \right)^{-1}. \quad (4.17)$$

Além disso, W_d é uma largura característica da ilha, devido ao efeito do transporte de calor na direção paralela e perpendicular, descrita como

$$w_d = 5.1 \left(\frac{\chi_{e\perp}}{\chi_{e\parallel}} \right)^{1/4} \left(\frac{L_q}{\epsilon_s \rho_s n} \right)^{1/2} \rho_s, \quad (4.18)$$

onde χ é a difusividade.

Em um trabalho de Ayten e Westerhof, com o Asdex Upgrade Team (2014) [3] também usa-se geração de corrente via ondas de ciclotron eletrônica (*electron cyclotron current drive, ECCD*) para controlar os NTM's. É realizado o estudo não linear da eficiência da geração de corrente. O termo na GRE (*generalized Rutherford equation*) relacionado à ECCD (Δ'_{ECCD}) depende da integral em 2D da transformada de Fourier da densidade de corrente gerada pelas ondas EC, em um corte transversal da ilha, assim dependendo da helicidade da ilha. É feita a média sobre um período de rotação da ilha no cálculo dos perfis de densidade de corrente gerada e de deposição de energia. Dessa forma são desprezadas variações temporais devidas à rotação das ilhas, que muda a região de deposição das ondas, e também desprezados possíveis efeitos não lineares na eficiência de geração de corrente η_{ECCD} . Em um trabalho anterior de Ayten e Westerhof [2], foi constatado que, sem que seja feita a média sobre a rotação, para períodos

da mesma ordem que o tempo de colisão entre elétrons, ou maiores, o perfil de densidade de corrente EC se move através da ilha com o período de rotação. Assim Δ'_{ECCD} também oscila. Mas como η'_{ECCD} é linear, para largura constante da ilha, a média de Δ'_{ECCD} para uma rotação é igual à obtida em um cálculo feito usando a média do perfil de densidade de corrente.

No trabalho apresentado na Ref. [3] também se investiga em que condições a eficiência se torna não linear e quais são as consequências. Sabe-se que efeitos não lineares aparecem quando a razão entre densidade de energia absorvida e a raiz da densidade de elétrons passa de um limite, definindo um coeficiente de não linearidade. Na simulação usou-se injeção contínua de ondas, com parâmetros do plasma não perturbado do *ASDEX Upgrade discharge nr 26827* ($B_t = 2.6$ T, $I_p = 1$ MA, $T_e(0) = 3.7$ keV, $n_e(0) = 6.6 \times 10^{19}$ m⁻³). Apesar dos modos 3/2 serem raros nos experimentos mais recentes, os modos 2/1 já foram estudados em outros artigos. Ao que parece a largura da ilha é 4 cm. A carga efetiva dos íons é $Z_{eff} = 1,6$. Um código calcula o índice de refração de uma onda eletromagnética em uma aproximação de plasma frio para calcular as trajetórias dos feixes, assim a energia depositada é calculada através da eficiência de geração de corrente. Um outro código é responsável pelo cálculo da equação quase-linear de Fokker-Planck, usando uma geometria toroidal, e calculando a função distribuição em termos do momento e do ângulo com a componente paralela do momento (*pitch angle*). A equação de Fokker-Planck é basicamente separada em um termo de colisões e um termo de difusão das ondas EC.

Sem NTM's temos superfícies fechadas com fluxo poloidal constante, em equilíbrio. Com a perturbação aparece uma cadeia de ilhas magnéticas em torno da superfície magnética. Pode-se representar essa nova topologia por superfícies de fluxo helicoidal constante. Assim, tendo esse fluxo calculado em função da posição da topologia das superfícies. A largura da ilha é escrita como a maior distância entre as separatrizes. No código os perfis de temperatura e de densidade são mantidos constantes nas superfícies magnéticas definidas pelo fluxo helicoidal perturbado. A temperatura dentro da ilha é considerada constante, igual à temperatura na separatriz. As ECCD são injetadas com ângulo toroidal $\phi = -8^\circ$, com $P = 1$ MW [3]. Localiza-se a posição da ilha usando o valor do fator de segurança, no caso dado por $q = 3/2 = 1.5$, e é mostrado que a deposição de energia e corrente se dá em torno dessa região. Foi definido por Harvey *et. al.* (1989) um parâmetro de não linearidade H relacionado à razão entre a densidade de energia absorvida e a raiz da densidade de elétrons [23]. Para os parâmetros usados em Ayten,

Westerhof & Asdex Upgrade Team (2014) o coeficiente de não linearidade H ficou abaixo do corte. Mostra-se que a eficiência da ECCD cai com o aumento de H , e podemos ter grandes valores de H aumentando a potência da ECCD, ou em experimentos com baixa densidade. Com presença de ilha estacionária, usando diferentes fases da ilha, pode-se mudar a posição da deposição das ondas. Mostra-se que a maior absorção de potência ocorre na região central da ilha. Porém nesse ponto temos $H > 0,5$, isto é, efeitos não lineares. Já no caso em que temos a ilha girando, quando temos o período de rotação maior que o tempo entre colisões, também temos efeitos não lineares na eficiência das ECCD [3]. Tanto aqui quanto no caso da ilha parada isso acontece porque o volume envolto pela superfície magnética fica muito pequeno. A presença desses efeitos não lineares reduz o efeito de estabilização do NTM [3].

Em Isayama *et al* (2007) [28], compara-se resultados experimentais com simulações numéricas da evolução temporal das ilhas magnéticas. Primeiramente, é analisado o efeito de oscilações periódicas do tipo “dentes de serra” (*sawtooth*), com NTM no modo 3/2. Essas oscilações ocorrem perto do eixo do plasma e afetam a densidade de corrente e a energia contida no núcleo, e ondas de cíclotron também são usadas para controlar essas oscilações. Em seguida é abordado o controle de modos 2/1 com pequena parcela da corrente total dada por ECCD em uma região com densidade de corrente de *bootstrap* ($\sim 0,5$). Observa-se que a região de deposição da onda de cíclotron interfere muito na estabilização dos NTM's. O desalinhamento da injeção da onda de cíclotron deve ser menor que metade da largura da ilha para que seja obtida estabilização. Ou seja, quanto mais próximo do centro da ilha, melhor. Esse resultados são comparados com simulações teóricas baseadas na equação de Rutherford modificada, com diversos parâmetros livres ajustados com os dados experimentais, que seguem o trabalho de Hayashi *et al* 2004 [24]. Foi observada a evolução temporal da ilha magnética, e tanto casos de estabilização quanto de desestabilização mostraram-se bem reproduzidos pela simulação. A simulação mostrou também que é necessária uma injeção de ondas mais precisa para melhor estabilização, e que o “erro permitido” para a localização não aumenta significativamente com o aumento da potência das ondas.

Já em 2009, Isayama *et al* [29] atestou que normalmente usa-se muito mais potência do que a realmente necessária para estabilizar os NTM's. O objetivo era encontrar o mínimo de energia necessária. Nesse intuito foram estudados dois casos: o caso 1 com $I_p = 1.5$ MA e $B_p = 3.7$ T e o caso 2 com $I_p = 0.85$ MA e $B_p = 1.7$ T. Observou-se ilhas no modo 2/1 com

rotação, com frequência 4 – 5 kHz. Injeta-se ondas de cíclotron eletrônica com $f = 110$ GHz, no modo ordinário. Entre o aparecimento do NTM e a injeção da onda passa-se um tempo de cerca $9,5 - 5,7 = 3,8$ s. No caso 1 a potência mínima ficou entre 1 – 1,3 MW, e no caso 2 em torno de $P_{EC} = 0,3 - 0,5$ MW. Segundo Isayama *et al*, os experimentos [28] e a própria equação de Rutherford mostram que a evolução temporal da ilha se dá em três etapas: uma rápida diminuição, então estabiliza e cai rapidamente novamente. Usa-se também a injeção de ondas de cíclotron moduladas, sincronizadas com a rotação das ilhas, de frequência 5 kHz. Avalia-se que é mais efetivo o uso de ondas moduladas por um fator de 2, se estivermos em fase, de forma que a deposição se dê no centro da ilha. Caso se dê no chamado *X-point*, temos uma desestabilização do modo, porém para injeção no centro da ilha, *O-point*, temos uma maior eficiência do que para ondas não moduladas. Nesse caso, o resultado é uma diminuição da largura da ilha cerca de três vezes mais rápida [29].

4.5 Projeto *kinesis*

Como contribuição para a revisão bibliográfica irei também comentar um pouco sobre a história e as possíveis competências do código *kinesis*, usado neste trabalho. Escrito em linguagem FORTRAN 90, o código implementa o cálculo quase-linear da evolução temporal da função distribuição eletrônica na presença de vários possíveis fatores como: ondas de cíclotron eletrônica, onda híbrida inferior, transporte radial de partículas, colisões (elétron-elétron e elétron-ion, com elétrons e íons do plasma de fundo, ou “*background*”), aquecimento via efeito Ohm, barreiras internas de transporte, ilhas magnéticas (“*neoclassical tearing modes*”). Assim, ele pode ser usado para estudar absorção de ondas *EC* e *LH*, emissão de ondas de cíclotron pelo plasma, estudos sobre criação de corrente (“*current drive*”), o transporte radial de partículas na presença de barreiras, origens do transporte de partículas, a sinergia entre ondas *EC* e *LH*, modelos de confinamento, e, por fim, na mais recente atualização, o estudo dos modos *tearing* neoclássico e sua evolução temporal. Como se vê, o código incorpora uma série de mecanismos complexos na dinâmica do sistema. Por outro lado, faz uso de uma abordagem relativamente simplificada de aspectos geométricos de um *tokamak*, tratando o *tokamak* como uma lâmina de plasma, e incorporando alguns efeitos toroidais de forma aproximada.

O desenvolvimento desse código começou durante o doutorado de P. R. da S. Rosa sob a

supervisão de L. F. Ziebell, no início dos anos 90. A introdução do tratamento de ilhas magnéticas foi feita posteriormente, sob a supervisão de G. Giruzzi, durante o Pós-Doutorado feito no *Centre d'Études Nucléaires* de Cadarache, França, entre 1998 e 1999. Na versão atual estão incluídas rotinas de cálculo da absorção de ondas de cíclotron com injeção oblíqua, e emissão de ondas de cíclotron a 90 graus em relação à direção do campo magnético toroidal. Além disso, efeitos de correção na temperatura devido às ondas de cíclotron, bem como *lower hybrid waves*, e a partir de 2001, inclui diversas formas de abordar efeitos de transporte de partículas. Na versão atual há também a possibilidade da presença de uma superfície ressonante com *tearing modes*, e em torno dessa superfície, pode haver distorção do campo magnético de equilíbrio, formando as ilhas magnéticas. De forma geral, podem ser usados dois tipos de renormalização da densidade de partículas: local, se não está presente o transporte de partículas; e global, quando o transporte é levado em conta. Dessa forma, a função de distribuição é normalizada para 1 no caso sem transporte e para a densidade quando o transporte está presente. Isso significa que o código permite compensar a perda de partículas na borda de plasmas, o que significa ou uma situação em que o confinamento é muito bom, ou uma situação em que a perda de partículas é compensada pela injeção de novas partículas.

Os possíveis fenômenos físicos que podem ser simulados, tanto separadamente, quanto todos ao mesmo tempo, são:

- Somente plasma com colisões;
- Interação entre ondas do tipo Híbridas Inferior com plasmas na presença, ou não, de difusão de partículas e/ou tempo finito do confinamento de energia;
- Interação das ondas EC com plasmas na presença, ou não, de difusão de partículas e/ou tempo finito do confinamento de energia. A injeção das ondas pode ser contínua ou pulsada;
- interação de ondas e plasma na presença de ilhas magnéticas.

A versão atual do código incorpora efeitos toroidais na trajetória da onda de cíclotron eletrônica. Assim o valor do índice de refração na direção paralela N_{\parallel} , em cada posição da

lâmina, é corrigido da forma seguinte,

$$N_{\parallel} = \sin(\Theta)(R_0 + a)/(R_0 + x) \quad (4.19)$$

onde R_0 é o raio maior, a é o raio menor, x é a posição na lâmina, e Θ é o ângulo inicial de injeção das ondas. Foi também incluído o efeito de elétrons aprisionados. Isto é, se em dada posição do espaço de velocidades o valor de $\mu = \cos(\theta)$ (θ é o *pitch angle* dos elétrons) o elétron se diz aprisionado, então a função de distribuição é corrigida por

$$f(u, \mu) = \frac{f(u, \mu) + f(u, -\mu)}{2}, \quad e \quad f(u, -\mu) = f(u, \mu). \quad (4.20)$$

Contudo, isto só é usado para o caso de interações das ondas com elétrons no lado de campo magnético toroidal mais baixo (lado de fora do toróide), uma vez supondo que o campo toroidal possui dependência com a coordenada radial na forma $B \sim 1/R$.

Ainda, é interessante comentar que existe no código a possibilidade de usar duas opções para o termo colisional da equação de Fokker-Planck,

- Quando a interação predominante das ondas é com partículas de alta velocidade (limite de altas velocidades): pode-se usar uma forma expandida do termo de colisões.
- Quando ocorre interação significativa com partículas mais próximas do “corpo” da distribuição de velocidade: usa-se a forma completa do termo de colisão.

Por fim, como discutido no presente trabalho, a versão atual do código incorpora novas contribuições, como o cálculo autoconsistente da largura das ilhas e de outras quantidades, como o campo poloidal e o fator de segurança.

Capítulo 5

Metodologia

5.1 Modelo teórico

Vamos usar os campos magnéticos como referência para a geometria do problema. Definimos o campo toroidal \mathbf{B}_ϕ na direção \hat{z} , e assim dizemos que qualquer grandeza vetorial nessa direção é *paralela*, e outras são *perpendiculares*. Dessa forma, uma grandeza qualquer \mathbf{A} pode ser separada em duas partes

$$\mathbf{A} = A_1\hat{x} + A_2\hat{y} + A_3\hat{z} = \mathbf{A}_\perp + \mathbf{A}_\parallel. \quad (5.1)$$

O segundo campo, o campo poloidal \mathbf{B}_θ , é formado pela corrente que percorre o plasma na direção toroidal, e assim o campo \mathbf{B}_θ é um campo na direção perpendicular. A combinação desses dois campos forma um campo helicoidal que envolve o toróide. Em um *tokamak* real, pode haver também um campo constante, na direção vertical, produzido por bobinas externas, e que contribui para o equilíbrio do plasma, como já comentado, porém esse campo “externo” não aparece em nosso modelo simplificado.

Introduz-se neste ponto o modelo de lâmina que será usado para representar o plasma em um *tokamak*. De acordo com esse modelo, o campo toroidal possui linhas retas, paralelas à parede de uma lâmina infinita nas direções \hat{y} e \hat{z} , de largura $2a$, como mostra a figura 5.1.

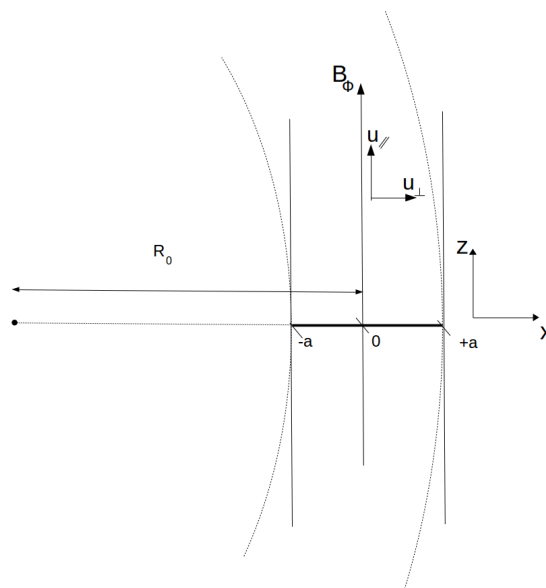


Figura 5.1: Esquema de lâmina do tokamak.

Assim, gradientes de temperatura e pressão, por exemplo, se dão na direção perpendicular, e as posições x variam de $-a$, a borda interna (onde o campo toroidal é mais intenso), até $+a$, a borda externa (onde o campo toroidal é menos intenso). A coordenada x representa um ponto onde uma superfície magnética de raio r , vista em um corte poloidal (como na figura (3.8b)), corta o plano equatorial do toróide.

5.2 Aplicação da teoria quase-linear

Nosso interesse é estudar a evolução temporal de fenômenos envolvendo o plasma, sob a ação de ondas do tipo cíclotron eletrônica. Particularmente, estamos interessados na evolução temporal da corrente no plasma. Supomos que os íons no plasma formam um fundo (*background*) de cargas positivas que se mantém estático, aproximação boa uma vez que as ondas de cíclotron eletrônica são de alta frequência.

Usamos então o formalismo quase-linear e estudamos a evolução da função de distribuição eletrônica na presença de ondas de cíclotron, colisões entre partículas, transporte das

partículas através das linhas toroidais de campo magnético, e o efeito de um campo elétrico induzido na direção paralela ao campo magnético toroidal. Temos assim a evolução do sistema modelada por uma equação com diversos termos, que serão descritos separadamente adiante:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_{EC} + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_C + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_T + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_{E_{\parallel}}. \quad (5.2)$$

O símbolo $f = f(u, \mu, x, \tau)$ representa a função de distribuição eletrônica, sendo x a posição na direção radial no plano equatorial do *tokamak*, u o *momentum* normalizado (dividido por $(m_e T_{e0})^{1/2}$), $\mu = \cos(\theta)$, onde θ é o ângulo entre o *momentum* da partícula e o campo magnético toroidal (*pitch angle*), e τ é o tempo normalizado pelo tempo de colisão dos elétrons no centro da coluna de plasma, $\tau_c = (\nu_{e0})^{-1}$, dado por [37]

$$\nu_{e0} = \frac{n_{e0} e^4 \Lambda_0}{8\pi \epsilon_0^2 m_e^{1/2} T_{e0}^{3/2}}. \quad (5.3)$$

onde Λ_0 é o logaritmo de Coulomb calculado no centro da coluna de plasma. A expressão (5.3) está escrita usando unidades do sistema internacional (SI), enquanto que na Ref. [37] a expressão aparece escrita em unidades do sistema cgs. Para os parâmetros que serão descritos mais adiante, o tempo médio entre colisões é da ordem de $\tau_c \simeq 3,704 \times 10^{-5}$ s.

A equação (5.2) representa uma formulação baseada na teoria quase-linear, acrescentada de efeitos colisionais e de outros efeitos. Assim como foi mostrado em uma situação relativamente simples na seção 2.3.4, essa equação descreve uma difusão da função distribuição f no espaço de velocidades. Para os diferentes termos que aparecem nela, vamos usar expressões conhecidas, citando as referências onde podem ser encontrados mais detalhes a respeito da derivação.

5.2.1 Termo relacionado às ondas de cíclotron eletrônica

O primeiro termo da equação é relacionado ao efeito das ondas de cíclotron eletrônica. Ele descreve a evolução quase-linear causada pelas ondas do tipo cíclotron eletrônica, que são ondas eletromagnéticas. A derivação detalhada é bastante complexa mas segue passos similares aos que foram apresentados na seção 2.3.4, onde foi considerado o caso mais simples de ondas

eletrostáticas em plasma não magnetizado. Sem mostrar os detalhes da derivação, usaremos aqui uma forma do termo relacionado com as ondas de cíclotron que é bem conhecida na literatura [39],

$$(\partial_\tau f)_{EC} = \frac{1}{u_\perp} \left(y \partial_{u_\perp} + \frac{u_\parallel}{\sqrt{\mu_{e0}}} \partial_{u_\parallel} n_\parallel \right) \left[u_\perp D_{cy} (\partial_{u_\perp} + n_\parallel \frac{u_\perp}{\sqrt{\mu_{e0}}} \partial_{u_\parallel}) f \right], \quad (5.4)$$

onde $y_l = l\omega_c/\omega$ é o harmônico de cíclotron, ω_c é a frequência de cíclotron fundamental, e ω é a frequência da onda incidente, n_\parallel a componente paralela do índice de refração e $\mu_{e0} = m_e c^2 / T_{e0}$. Como de praxe em Física de Plasmas, a temperatura está dada em unidades de energia.

O coeficiente de difusão D_{cy} em cada posição do plasma é dado por

$$D_{cy} = \frac{(4\pi)^2 P_0}{\Lambda S m_e \omega_{pe}^2 \omega} \frac{h \Gamma(n_\parallel)}{\gamma |u_\parallel|}, \quad (5.5)$$

onde P_0 é a potência da onda de cíclotron injetada na borda, γ é o fator relativístico ($\gamma = \sqrt{1 + p^2/m_e^2 c^2}$) e S é a área da superfície magnética onde o coeficiente de difusão é calculado. A função h está relacionada com a trajetória do feixe durante a absorção do mesmo,

$$h = \frac{c}{\omega} |b| |\mathbf{\Pi} \cdot \boldsymbol{\sigma}|^2 e^{-2 \int_{x_0}^x k'_\perp dx}. \quad (5.6)$$

Nessa expressão, x é a posição onde o coeficiente de difusão está sendo calculado, x_0 é a posição inicial, e k'_\perp é a parte imaginária da componente perpendicular do vetor de onda [35]. Uma expressão mais detalhada para $|b|$ e $|\mathbf{\Pi} \cdot \boldsymbol{\sigma}|$ pode ser encontrada em [36]. É importante notar que a parte imaginária do vetor de onda é função do tempo $k'_\perp = k'_\perp(\tau)$, computada em cada interação, ao se resolver a relação de dispersão para as ondas, uma vez que o tensor dielétrico depende da evolução temporal de função de distribuição eletrônica [39].

No coeficiente de difusão temos também a quantidade Γ , que é uma distribuição de números de onda paralelos, na forma

$$\Gamma(n_\parallel) = \frac{e^{-(n_\parallel - \bar{n}_\parallel)/(\Delta n_\parallel)^2}}{\Delta n_\parallel \sqrt{\pi}}. \quad (5.7)$$

Nessa expressão temos o número de onda paralelo das ondas de cíclotron $n_\parallel = \sin \Psi$, onde Ψ é ângulo de injeção do feixe. Temos também \bar{n}_\parallel , dado por $\bar{n}_\parallel = \sin \bar{\Psi}$, que relaciona-se

ao centro do espectro do feixe. O número de onda deve respeitar a condição de ressonância,

$$\frac{u_{\parallel} n_{\parallel}}{\sqrt{\mu_e}} - \gamma + y = 0. \quad (5.8)$$

Correções toroidais são aplicadas sobre a componente paralela do índice de refração, devido à curvatura nas linhas de campo magnético

$$n_{\parallel}(x) = n_0 \frac{R_0 + a}{R_0 + r} \quad (5.9)$$

onde n_0 é o índice de refração paralelo na borda do plasma [39].

5.2.2 Termo de colisões

Para uma descrição apropriada da interação por colisões de elétrons com outros elétrons e íons, usa-se [39]

$$(\partial_{\tau} f)_C = a_1 \partial_{\mu}^2 f + a_3 \partial_{\mu}^2 f + b_1 \partial_{\mu} f + b_2 \partial_{\mu} f + c f, \quad (5.10)$$

onde

$$a_1 = \frac{G(x)}{u} [R_e + Z R_i] \quad (5.11)$$

$$a_3 = G(x) \frac{1 - \mu^2}{u^3} [P_e + Z P_i] \quad (5.12)$$

$$b_1 = \frac{G(x)}{u^2} [2(P_e + Z P_i) - (2\Phi_i + \Phi_i'')] \quad (5.13)$$

$$b_2 = -G(x) \frac{2\mu}{u^3} [P_e + Z P_i] \quad (5.14)$$

$$c = 8\pi G(x) \quad (5.15)$$

e

$$G(x) = \frac{\Lambda_e n_e}{\Lambda_{e0} n_{e0}} \quad (5.16)$$

$$P_{\beta} = \Phi_{\beta} \left(1 - \frac{1}{2\omega_{\beta}^2} \right) + \frac{\Phi'_{\beta}}{2\omega_{\beta}}, \quad R_{\beta} = \frac{\Phi_{\beta}}{\omega_{\beta}^2} - \frac{\Phi'_{\beta}}{\omega_{\beta}} \quad (5.17)$$

$$\omega_{\beta} = u \left(\frac{1}{2} \frac{m_{\beta} T_{e0}}{m_e T_{\beta}} \right) \quad (5.18)$$

$$\Gamma_\beta = p \left[\left(1 + \frac{1}{2\omega_\beta^2} \right) \Phi_\beta + \frac{\Phi'_\beta}{2\omega_\beta} \right] \quad (5.19)$$

$$\Phi_\beta = \Phi(\omega_\beta), \quad \Phi'_\beta = \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=\omega_\beta}, \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (5.20)$$

O símbolo $\Phi(x)$ representa a função erro, Z é a carga efetiva dos íons, e o parâmetro β foi usado para diferenciar o tipo de partícula (íons ou elétrons).

É possível fazer uma simplificação, levando em conta o limite para partículas de grandes velocidades, bem acima da velocidade térmica. Neste caso algumas aproximações são feitas e chega-se a [35]

$$(\partial_\tau f)_C = \frac{Z^2 + 1}{u^3 \sin\theta} \partial_\theta (\sin\theta \partial_\theta f) + \frac{2}{u^2} \partial_u \left(\frac{1}{u} \partial_u f + f \right). \quad (5.21)$$

Apesar dessa possível aproximação, para a obtenção dos resultados mostrados nesse trabalho a opção foi por usar a forma completa para o termo de colisões.

5.2.3 Termo de transporte

A origem detalhada do transporte dentro do plasma não é completamente entendida. Neste trabalho supomos que o transporte das partículas tem origem em flutuações magnéticas. Na presença de um campo magnético perturbado ocorrem flutuações $\tilde{\mathbf{B}}$ em relação ao campo magnético local \mathbf{B} , e um elétron pode desviar radialmente de sua órbita por saltos caracterizados como $\Delta r \sim \tilde{b} L_c$, onde $\tilde{b} = |\tilde{\mathbf{B}}|/|\mathbf{B}| \ll 1$ e $L_c \sim 2\pi qR$ é o comprimento de uma revolução na direção toroidal. O tempo característico desse movimento aleatório é o tempo de uma revolução toroidal do elétron dado por $\tau_c \sim 2\pi qR/|v_\parallel|$. Isso nos leva a um coeficiente de difusão $D_t \sim (\Delta r)^2/\tau_c$ [21]. Em nossas unidades normalizadas o termo de difusão espacial é descrito como [39]

$$(\partial_\tau f)_T = \partial_x (D_m \partial_x f) \quad (5.22)$$

onde D_m é um coeficiente de difusão que pode ser escrito como

$$D_m = \frac{2\pi q R_0 c}{\nu_{e0}} \left(\frac{|u_\parallel|}{\gamma \mu_{e0}^{1/2}} \tilde{b}^2 \right) \quad (5.23)$$

sendo ν_{e0} a frequência de colisão eletrônica no centro do plasma e $\tilde{b} = (B/B_0)$ um parâmetro adimensional que denota o nível da turbulência magnética. Supomos um perfil da turbulência do tipo parabólico, com máximo na borda do plasma (\tilde{b}_a) e nulo no centro. O fato do coeficiente depender de $|u_{\parallel}|$ faz com que o efeito de transporte seja mais relevante para partículas de grande velocidade na direção paralela, ou seja, as partículas na “cauda” da distribuição, as quais interagem com as ondas de cíclotron.

5.2.4 Termo de campo elétrico induzido

O último termo da equação (5.2) vem da existência de um campo elétrico induzido na direção toroidal, e pode ser escrito como [40],

$$(\partial_{\tau} f)_{E_{\parallel}} = \frac{E_{\parallel}}{E_{e0}} \left(\mu \partial_u f + \frac{1 - \mu^2}{u} \partial_{\mu} f \right), \quad (5.24)$$

onde E_{e0} é uma constante dada por $E_{e0} = 4,5 \times 10^9 (\omega_{pe0}^2 \Lambda_0) (em_e / T_{e0})$. O campo elétrico na direção paralela pode ter duas origens, uma devido à voltagem que percorre o plasma (*loop voltage*) e outra como resposta indutiva às mudanças no perfil de densidade de corrente. Esse campo elétrico indutivo é efetivo na direção oposta à direção do fluxo de corrente, e tende a reduzir a corrente criada pelas ondas de cíclotron (EC) [40].

A equação que governa a evolução temporal desse campo é dada por [22],

$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial^2 E_{\parallel}}{\partial x^2} - \frac{1}{\sigma} \frac{J_{rf}}{\partial t} - \frac{E_{\parallel}}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (5.25)$$

onde J_{rf} é a parte da densidade de corrente no plasma que é devida às ondas de radiofrequência (RF), $J_{rf} = J - \sigma E_{\parallel}$. Supomos que na borda do plasma, o campo elétrico é constante. Percebe-se então três fatores que podem contribuir para o campo elétrico paralelo. O primeiro termo, relacionado à segunda derivada espacial do próprio campo elétrico. Para um perfil de campo elétrico gaussiano, com máximo no centro das ilhas, esse termo será negativo, assim diminuindo o campo induzido próximo ao centro das ilhas magnéticas. Assim, escrevemos um campo elétrico na forma gaussiana,

$$E_{\parallel} = A e^{-(x-x_r)^2/\sigma_x^2},$$

sendo A e σ_x constantes, e x_r a posição da superfície ressonante, ou seja, o centro das ilhas.

Teremos então o primeiro termo,

$$\frac{\partial^2 E_{\parallel}}{\partial x^2} = -\frac{2E_{\parallel}}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{2}{\sigma_x^2} (x - x_r)^2 \right]. \quad (5.26)$$

Ou seja, para pontos próximos do centro da ilha ($x_r - \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}} < x < x_r + \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}}$), esse termo contribui para a diminuição do campo elétrico induzido. Já para valores mais distantes da ilha, o termo é positivo e contribui para o acréscimo do campo elétrico.

O segundo termo está relacionado à variação do perfil de densidade de corrente, e este termo é positivo com o aumento da corrente devido à injeção de ondas de radiofrequência. O último termo é relacionado à variação da condutividade no plasma, que é calculada de forma autoconsistente durante a simulação [40]. Assim a equação (5.25) é calculada juntamente com a equação (5.2) no sistema.

5.3 Perfis da lâmina de plasma

Para começar os cálculos, supomos perfis para densidade do plasma (n_e) e temperatura (T_e), com as formas seguintes

$$n_e(x, \tau = 0) = (n_{e0} - n_{ea})(1 - x^2/a^2) + n_{ea} \quad (5.27)$$

$$T_e(x, \tau = 0) = (T_{e0} - T_{ea})(1 - x^2/a^2)^2 + T_{ea}. \quad (5.28)$$

O índice “0” se refere a valores no centro do plasma, e o índice “a” se refere a valores calculados na borda do plasma ($x = a$). Esses perfis podem ser mantidos constantes, ou podem ser recalculados durante a evolução temporal do plasma. Nesse caso, densidade e temperaturas possuem perfis iniciais, na forma das equações acima, e durante a evolução temporal são recalculados a partir da função de distribuição. A densidade é calculada como [38]

$$n_e = n_0 \int d\mathbf{u} f(u, \mu, x, \tau), \quad (5.29)$$

lembrando que $\mathbf{u} = m\mathbf{v}$ é o momento normalizado pelo momento térmico no centro do plasma,

mv_T , e $v_T = \sqrt{T/m}$. Por sua vez a temperatura é dada por

$$T = \frac{T_0}{3n(x, \tau)} \int du u^2 f(u, \mu, x, \tau). \quad (5.30)$$

5.4 Presença das ilhas magnéticas

A presença das ilhas modifica a posição das superfícies magnéticas na lâmina de plasma, pois com a presença da ilha as superfícies magnéticas são afastadas das suas posições originais. Além disso, como já visto as linhas dentro da ilha possuem simetria em torno do seu centro e não em torno do centro da coluna de plasma, como em um modelo de *tokamak* de seção reta circular. Portanto, a presença das ilhas modifica os perfis que dependem da posição das superfícies de fluxo, como temperatura e densidade. Esta simetria é imposta considerando que um elétron viaja por uma superfície de fluxo em uma escala de tempo muito menor que as mudanças nesses perfis. Portanto, em uma mesma superfície de fluxo tem-se um valor constante destas quantidades.

A simetria impõe um valor constante em cada superfície, tanto nas superfícies fechadas ao redor do centro da ilha como nas superfícies fora da região da ilha que foram “empurradas” devido à sua presença (figura 5.2). Portanto, é necessário que essas quantidades sejam modificadas na região da ilha. A modificação em uma dada quantidade Q é feita satisfazendo uma condição de simetria na região das ilhas [35]

$$Q(x_s \pm \delta x) = [Q_{eq}(x_s + \delta x) + Q_{eq}(x_s - \delta x)]/2, \quad (5.31)$$

onde o x_s indica a posição da superfície magnética na qual o fator de segurança é racional, $q = m/n$, no equilíbrio, δx é a separação entre uma dada superfície magnética da ilha e o ponto x_s , e $Q_{eq}(x)$ é o valor da quantidade no ponto x , dado pelo perfil de equilíbrio.

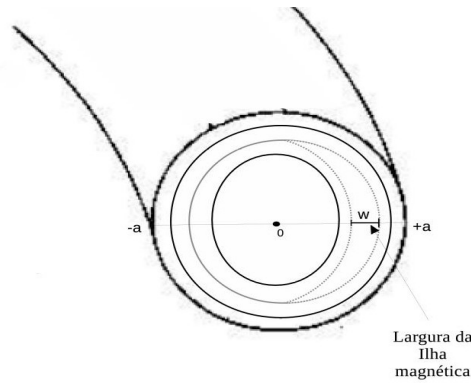


Figura 5.2: Esquema que mostra uma ilha magnética no *tokamak*, vista em corte.

Como já citado, a ilha pode aparecer em superfícies com fator de segurança racional, $q = m/n$. O fator de segurança é uma quantidade que é definida a partir dos campos magnéticos. Em nosso tratamento obtemos o fator de segurança, identificamos a posição ao longo do eixo x na qual é satisfeita a condição de fator de segurança racional para determinado modo a ser estudado, e em torno desse ponto supomos a presença de uma ilha, com largura inicial fornecida como parâmetro.

5.5 Campos magnéticos

No modelo utilizado, o campo toroidal do *tokamak* possui um perfil constante no tempo, na forma:

$$B_{\phi}(x) = \frac{B_0}{(1 + x/R_0)} \quad (5.32)$$

onde B_0 , o valor do campo toroidal no centro da coluna de plasma, é escolhido de acordo com valores característicos do experimento que queremos simular.

O campo poloidal é o campo gerado pela corrente que percorre o plasma na direção toroidal. No caso de *tokamaks* com seção reta circular, o perfil de corrente é simétrico em torno do centro do plasma. Na presença de ilhas magnéticas, essa simetria é perdida, pois a ilha desloca as superfícies magnéticas no entorno da posição onde ela se forma. Um tratamento que leve em conta essa falta de simetria no perfil de corrente não parece compatível com o modelo de lâmina que adotamos para descrição do *tokamak*. De fato, para o cálculo do campo poloidal, necessário para obtenção do fator de segurança, adotamos um procedimento aproximado em que ignoramos

a presença da ilha.

Supomos então superfícies magnéticas cilíndricas, com um perfil de densidade de corrente que tem dependência apenas radial, e usamos a lei de Ampère para obtenção do campo poloidal. Dessa forma, o campo poloidal é dado pela corrente I que passa por um “disco” de raio r em torno do centro da coluna de plasma,

$$\oint \vec{B}_\theta \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I,$$

$$(2\pi r)B_\theta = \mu_0(2\pi) \int_0^r rJ(r)dr,$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r rJ(r)dr. \quad (5.33)$$

Dessa forma, além de ignorarmos a presença de ilhas para o cálculo do campo poloidal, também desprezamos nesse cálculo o efeito da corrente localizada gerada pelas ondas EC. Obtivemos o campo poloidal gerado somente pela corrente induzida pelo *loop voltage* inicial.

5.6 Fator de segurança (q)

No modelo utilizado para a descrição do *tokamak*, o fator de segurança pode ser representado por um perfil parabólico constante no tempo, dado por

$$q_e(x) = (q_0 - q_a)(1 - x^2/a^2) + q_a, \quad (5.34)$$

onde os parâmetros q_0 e q_a são valores característicos de um experimento que queremos investigar, representando os valores do fator de segurança no centro e na borda da coluna de plasma, respectivamente. Essa representação do fator de segurança já foi utilizada anteriormente no âmbito de nosso grupo, em estudos envolvendo a presença de ilhas magnéticas.

Uma outra representação que podemos utilizar para o fator de segurança é uma forma autoconsistente, calculada a partir dos campos magnéticos, levando em conta a aproximação de

grande razão de aspecto e seção reta circular, dada pela equação (3.8), que reproduzimos aqui,

$$q(x) = \frac{x B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(x)}. \quad (5.35)$$

Observando a equação (5.35), vemos que em $x = 0$ tanto o numerador quanto o denominador vão a zero, uma vez que $B_\theta(x = 0) = 0$. A equação (5.35) leva portanto a uma indeterminação para o fator de segurança no centro do plasma, o que exige uma aproximação mais cuidadosa. Usando a lei de Ampère, e considerando uma circunferência de raio r , podemos escrever

$$\oint B_\theta(r) r d\theta = \mu_0 \int J da \quad (5.36)$$

Considerando um raio infinitesimal, podemos considerar que a densidade de corrente é constante na região em torno do centro do plasma. Podemos então escrever $B_\theta(x)$, considerando um ponto no plano equatorial onde $r = x$,

$$B_\theta 2\pi x = \mu_0 J(r = 0) \pi x^2 \Rightarrow B_\theta = \frac{\mu_0 J(r = 0) x}{2}, \quad (5.37)$$

e assim temos

$$q(0) = \frac{x B_\phi(0) 2}{R_0 \mu_0 J(r = 0) x}. \quad (5.38)$$

Dessa forma cancelamos a dependência com x , e podemos escrever

$$q(0) = \frac{2 B_\phi(0)}{R_0 \mu_0 J(r = 0)}. \quad (5.39)$$

Na presença de ilhas, as superfícies magnéticas deixam de ser concêntricas em torno do centro da coluna de plasma, de modo que a equação (5.35) deixa de ser adequada para descrição do fator de segurança. Em nosso tratamento aproximado, obtemos o fator de segurança usando a equação (5.35), sem considerar a presença das ilhas e os efeitos da injeção de ondas. O fator de segurança obtido evolui de forma autoconsistente, à medida que evolui a corrente no plasma, tendendo a uma situação de equilíbrio. Modelamos a presença da ilha no entorno da superfície magnética onde o valor de equilíbrio do fator de segurança autoconsistente coincide com o valor m/n do modo escolhido.

5.7 Evolução das ilhas magnéticas

Uma vez suposta a presença das ilhas, descrevemos a evolução da sua largura. Como mostrado no capítulo 4, o tratamento teórico destas instabilidades é feito usando abordagem da magnetohidrodinâmica. Como já citado, o tratamento no presente trabalho é feito usando elementos da teoria cinética, portanto partimos de resultados obtidos na abordagem MHD e acoplamos ao tratamento cinético.

A descrição da evolução temporal da largura das ilhas é feita usando uma generalização da equação de Rutherford [41], que leva em conta três diferentes termos: o termo estabilizador clássico (Δ'), ligado à corrente de equilíbrio; o termo vindo de efeitos neoclássicos (Δ'_β); e o termo devido à corrente gerada na região das ilhas, devido a ação das ondas de cíclotron (Δ'_{CD}). Sendo w a largura da ilha magnética, a equação que dita a sua variação fica na forma [22]

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\kappa_r}{\sigma\mu_0}(\Delta' + \Delta'_\beta + \Delta'_{CD}) \quad (5.40)$$

O termo de estabilização clássico Δ' é aproximado como

$$\Delta' = \frac{10}{a} \left(1 - \frac{w}{w_{sat}}\right), \quad (5.41)$$

onde $w_{sat}/a = 0,2$.

Já Δ'_{CD} pode ser escrito como [22]

$$\Delta'_{CD} = 16 \frac{\Delta_{vac} I_{CD} a^2}{n_s q_a I_p (\Delta r)^2 \bar{w}^2} \eta_{CD}, \quad (5.42)$$

onde $\Delta_{vac} = -2m/r_s$ é Δ' calculado no vácuo, m e n denotam, respectivamente, os números poloidal e toroidal das ilhas magnéticas, e q_a é fator de segurança calculado na borda $x = a$. O *shear* magnético s_s , escrito como $s = x_s q'_s / q_s$, é calculado na superfície ressonante x_s . I_p é a corrente total no plasma, e I_{CD} é corrente gerada somente pelas ondas de cíclotron. Δr é a largura do canal de corrente das ondas de cíclotron, \bar{w} é a largura da ilha normalizada, $\bar{w} = w/\Delta r$, e η_{CD} é uma medida adimensional da eficiência de geração de corrente por rádio

frequência, dada por

$$\eta_{CD} = 33 \frac{|I|R_0\bar{n}}{P_{EC}\bar{T}}. \quad (5.43)$$

Nessa expressão, \bar{T} e \bar{n} são a média espacial da temperatura e da densidade do plasma, P_{EC} é a potência das ondas de cíclotron, e o fator 33 vem de constantes que fazem com que a quantidade η_{CD} seja adimensional [39].

O termo neoclássico (em unidades do SI) pode ser dado por [25]

$$\Delta'_\beta = -9,2(\xi)^{1/2} \frac{1}{w} \frac{\mu_0 p'_s R^2 q_s}{\psi_s'^2 q'_s} \quad (5.44)$$

$$q'_s = \left[\frac{\partial q}{\partial r} \right]_s, \quad p'_s = \left[\frac{\partial p}{\partial r} \right]_s, \quad \psi'_s = \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \right]_s \quad (5.45)$$

$$R = (R_0 + x_s), \quad \xi = x_s/R. \quad (5.46)$$

onde q é o fator de segurança, p a pressão, e ψ o fluxo poloidal, todos eles calculados na superfície de ressonância do modo *tearing* neoclássico.

O perfil do fator de segurança pode ser calculado de duas formas: usando um perfil pré-determinado, ou de forma autoconsistente aproximada, como descrito anteriormente. O perfil de pressão é calculado considerando um modelo simples de gás ideal, $Pe(x) = n_e(x)T_e(x)$, calculado a partir dos perfis iniciais de temperatura e densidade. A derivada radial do fluxo poloidal pode ser obtida em termos do campo poloidal, observando a figura 5.3 [43].

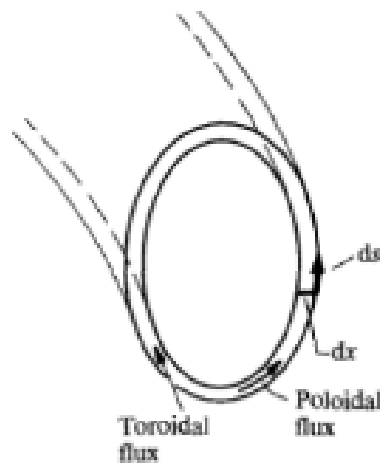


Figura 5.3: Figura representando a área de um anel formado entre duas superfícies, e o fluxo toroidal e poloidal [43].

Assim,

$$d\psi = 2\pi R B_\theta dx. \quad (5.47)$$

Resumindo o nosso tratamento para a variação da largura da ilha, relembramos que consideramos uma aproximação onde a presença da ilha e a variação de sua largura tem efeito sobre os perfis do plasma que afetam o cálculo da relação de dispersão das ondas de cíclotron, e consequentemente sua absorção e a geração de corrente. A característica de deposição localizada de energia das ondas de cíclotron, e portanto geração localizada de corrente, é fator importante para a evolução das ilhas magnéticas, e é levada em conta. Por outro lado, o perfil do fator de segurança, que também contribui para a variação da largura da ilha no termo relacionado à geração de corrente por rádio frequência, é calculado de forma aproximada, sem levar em conta a presença da ilha. Ou seja, o perfil afeta a variação da ilha, mas o efeito da variação da ilha sobre o perfil foi considerado um efeito de segunda ordem e foi desprezado no cálculo da evolução da ilha. Aproximação similar foi feita no caso dos perfis de parâmetros do plasma que afetam a evolução da largura das ilhas através dos termos denominados clássico e neoclássico. No cálculo desses termos foram utilizados os perfis de equilíbrio. As variações nesses perfis, causadas pela presença da ilha e pela evolução de sua largura, foram considerados efeitos de segunda ordem e não foram levados em conta no cálculo da evolução da largura da ilha.

Capítulo 6

Implementação numérica do modelo teórico

O processo a ser utilizado é iterativo: inicia-se com uma função distribuição conhecida, normalmente a função distribuição maxwelliana, e calcula-se a modificação na função distribuição devida à presença das ondas, das colisões, do campo elétrico induzido e do transporte. Esses fenômenos são estudados a partir da equação de Fokker-Planck, apresentada no capítulo 5. Por sua vez, essa modificação da função distribuição provoca alterações na forma como as ondas interagem com o sistema, de modo que o processo avança até que um estado estacionário seja atingido: o efeito das colisões, as quais tendem a fazer a função distribuição novamente uma maxwelliana, é contrabalançado pelo efeito das ondas EC, que tendem a formar uma cauda achatada na região de altas velocidades da função distribuição (tipicamente acima de duas velocidades térmicas, usando como referência a temperatura do centro do plasma).

Tendo obtido a função distribuição, várias quantidades importantes podem ser calculadas a partir dos *momenta* da função distribuição: corrente gerada, perfil de densidade de corrente, temperatura do sistema, perfis de deposição de potência das ondas, intensidade espectral da radiação que chega à borda do plasma, coeficiente de emissão para cada frequência, profundidade ótica, etc..

O processo de cálculo deve ser seguido de forma autoconsistente. No caso das ondas de cíclotron, a cada iteração a absorção das ondas, descrita pela parte imaginária do índice de

refração, n , é calculada a partir da solução da relação de dispersão de plasma quente, o que exige que calculemos a cada iteração o tensor dielétrico. Tendo calculado o índice de refração, podemos calcular a absorção ϵ , usando o coeficiente de absorção calculado, o cálculo da potência das ondas que é transferida ao plasma naquela iteração pode ser feito. Esse cálculo deve ser realizado para todos os pontos da lâmina que descreve o plasma. O espaço de velocidades e o espaço real devem ser descritos por uma rede de pontos e a obtenção da função distribuição em cada iteração passa pela solução de um sistema tri-diagonal de equações. Como condição de contorno assume-se constante a densidade de partículas na borda do plasma, e dessa forma partículas que passam pela borda do plasma podem ser perdidas.

Para a implementação numérica foi usada uma grade de $151 \times 71 \times 116$ pontos no espaço de coordenadas (u, μ, x) . Foi construído assim um sistema de equações de diferenças finitas, resolvido usando o método implícito em direções alternadas (*ADI*) [10].

6.1 Escolha dos parâmetros físicos

Na simulação foram usados parâmetros básicos do *tokamak* ASDEX Upgrade: temos assim um *tokamak* de médio porte com raio maior $R_0 = 1,65$ m e raio menor $a = 0,50$ m. O valor inicial para a temperatura no centro do plasma foi suposto $T_{e0} = 3,0$ keV, com $T_{ea} = 0,03$ keV na borda. Para a densidade, consideramos $n_{e0} = 5,0 \times 10^{19} / \text{m}^3$ no centro e $n_{ea} = 5,0 \times 10^{18} / \text{m}^3$ na borda. O módulo do campo toroidal no centro da coluna de plasma foi suposto $B_0 = 2,72$ T.

Foram obtidos resultados com largura inicial da ilha $w_0 = 0,05$ m, podendo ser mantida constante ou calculada a sua variação temporal. No caso autoconsistente um valor mínimo (w_{min}) de 40% da largura inicial foi adotado como limite para garantir precisão numérica, evitando ilhas muito pequenas onde a densidade de energia das ondas pode ficar demasiadamente alta. Foram consideradas ilhas com modo m/n igual a $2/1$ e centro na posição $x \simeq 0,224$ m ($x/a \simeq 0,448$).

As ondas de cíclotron injetadas possuem frequência $f = 140$ GHz, no segundo harmônico do modo extraordinário. Consideramos a potência das ondas $P = 3,0$ MW, supondo que são injetadas de maneira contínua. As ondas são injetadas com um ângulo de 23° relativo à direção normal ao campo magnético toroidal, no plano equatorial, partindo do lado externo do *tokamak*. Consideramos que a ressonância das ondas se dá no lado de menor campo magnético B_ϕ . O

nível de flutuação magnética na borda do plasma foi suposto na faixa entre 0 (sem efeitos de transporte) e $0,7 \times 10^{-4}$, parâmetro dentro dos valores típicos de máquinas de porte médio, e foi mantido constante ao longo da evolução do sistema.

No instante inicial é aplicada uma voltagem ao plasma de valor $V_0 = -0.49$ V para geração de corrente de forma indutiva. A corrente gerada por este tipo de processo estabiliza-se em um perfil (figura 6.1) tal que o valor de fator de segurança, na posição da superfície ressonante x_S , onde surge a instabilidade neoclássica, possui valor aproximadamente $q = m/n = 2/1 = 2$. É neste ponto que se forma a ilha magnética. O fator de segurança é calculado a partir do campo poloidal, que por sua vez é dependente do perfil de corrente no plasma. No caso sem ilhas e sem ondas, em *tokamaks* de seção reta circular, o perfil de densidade mostrado na figura 6.1 é simétrico em torno do centro da coluna de plasma.

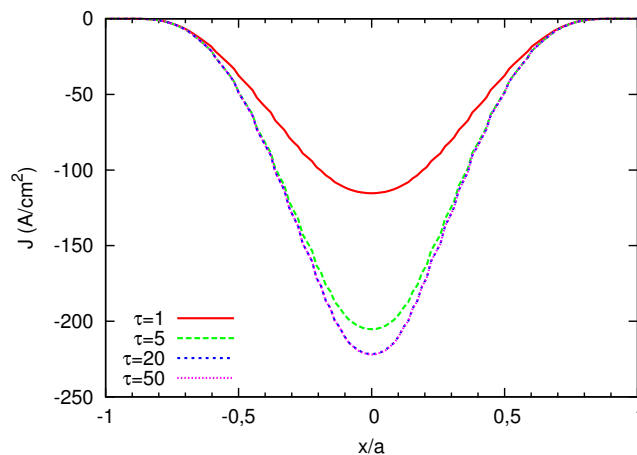


Figura 6.1: Perfil de corrente sem a presença de ilhas magnéticas e sem injeção de ondas.

Para o cálculo do fator de segurança, o campo toroidal é considerado constante, proporcional a $1/R$, dado pela equação (5.32). O perfil do campo toroidal pode ser visto na figura 6.2a. O campo poloidal, calculado a partir da densidade de corrente no plasma é apresentado na figura 6.2b. O perfil do campo poloidal apresenta o comportamento característico esperado para *tokamaks*.

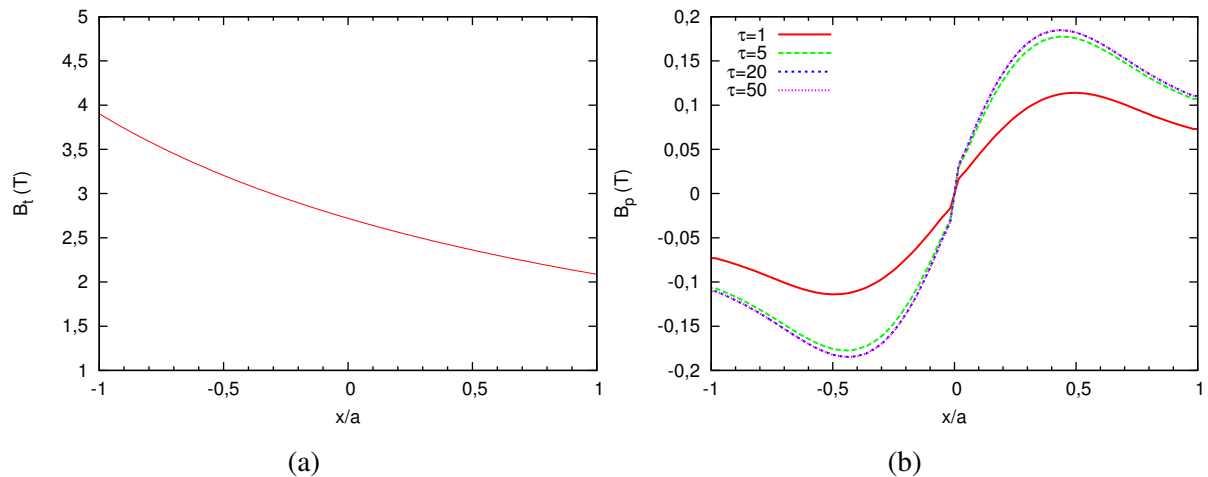


Figura 6.2: (a) Campo toroidal considerado constante aplicado pelas bobinas externas do *tokamak*. (b) Campo poloidal construído a partir da densidade de corrente apresentada na figura 6.1.

Estes são os perfis de campo toroidal e poloidal usados no cálculo do fator de segurança a ser usado na evolução da largura da ilha. Como já comentado, supomos que a presença da ilha modifica os perfis do plasma que afetam a forma como as ondas de cíclotron geram corrente na região da ilha. A corrente gerada pelas ondas afeta a largura da ilha. O impacto da presença da ilha sobre os perfis que afetam a própria evolução da largura da ilha é desprezado.

Em resumo, o sistema que converge para uma situação onde se torna possível o surgimento de instabilidades que geram a reconexão das linhas magnéticas na posição onde supomos sua presença (figura 6.3). Somente após atingido este estado para o sistema são injetadas as ondas de cíclotron ($\tau = 20$). Como mostra a figura 6.1, após $\tau = 20$ a densidade de corrente gerada pela voltagem inicial atinge um valor máximo, podemos assim afirmar que o sistema atinge o equilíbrio no perfil de q desejado como vemos na figura 6.3.

A escolha de V_0 não era um parâmetro importante quando se assumia um perfil de fator de segurança parabólico e constante. Esse perfil era construído a partir de valores típicos de um reator de forma a ter $q = 2$ na superfície ressonante. Seguindo trabalhos anteriores como [39, 40], os parâmetros usados foram $q_a = 4,0$ na borda e $q_0 = 1,5$ no centro do plasma. Em trabalhos anteriores se analisava o impacto da variação da voltagem aplicada sob a evolução das ilhas [4], o que não pode ser feito considerando um cálculo autoconsistente para o fator de segurança, a não ser que sejam comparadas ilhas em diferentes posições na lâmina de plasma.

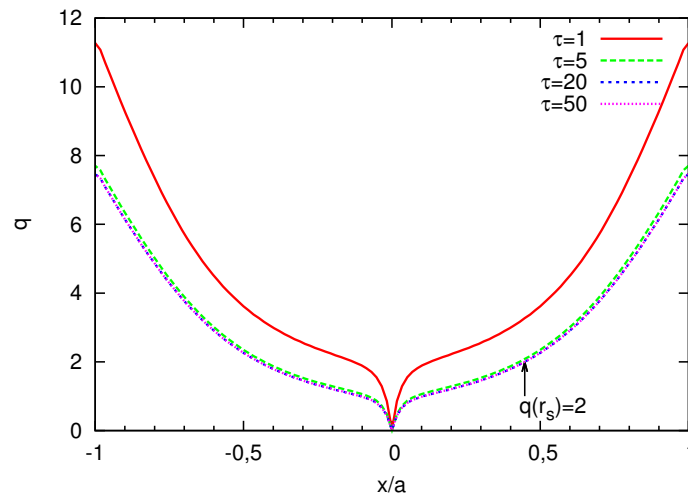


Figura 6.3: Perfil de fator de segurança autoconsistente.

Um dos principais diferenciais do trabalho é o cálculo do fator de segurança (figura 6.3), e não o uso de um perfil parabólico constante. O fator de segurança $q(x)$ afeta, na região das ilhas, os efeitos neoclássicos da instabilidade e a ação da geração de corrente para estabilização dos modos. Além disso afeta o transporte de partículas em toda a coluna de plasma.

Após $\tau = 20$, quando são injetadas as ondas de cíclotron, o perfil de fator de segurança é praticamente constante, com $q(r_s) = 2$, como vemos na figura 6.3. O perfil calculado, leva em conta o campo antes do aparecimento da ilha. Uma vez que a ilha está presente, são injetadas as ondas, o que afeta a largura das ilhas e o espaçamento entre as superfícies magnéticas, com a diminuição da largura da ilha. Esta estabilização do sistema justifica o tratamento aproximado para os campos.

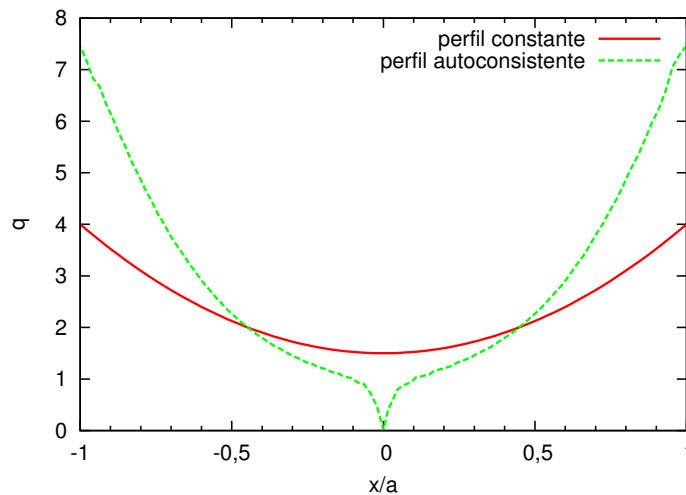


Figura 6.4: Perfil do fator de segurança monotonicamente crescente e constante construído a partir dos valores do fator de segurança na borda e no centro da coluna de plasma, e do fator de segurança calculado autoconsistentemente a partir dos campos magnéticos.

A diferença entre o perfil parabólico e o perfil calculado a partir dos valores dos campos, presente na figura 6.4 nos sugere que talvez a abordagem anterior não fosse muito precisa e realística. Pelo menos, era menos consistente com os demais aspectos do modelo utilizado. Ambos perfis suportam o aparecimento do modo 2/1 na posição $x/a \approx 0,448$. Entretanto a mudança no perfil nos demais pontos afeta a evolução temporal da largura da ilha relacionada ao modo estudado.

6.2 Presença das ilhas magnéticas com largura fixa

Este projeto de pesquisa se iniciou no estudo da interação de ondas eletromagnéticas com um plasma termonuclear. Este estudo é importante pois as ondas podem ser usadas como método auxiliar de geração de corrente no plasma do reator. Durante a evolução do projeto, fatores que interferem neste fenômeno foram sendo acrescentados à descrição do plasma, como transporte de partículas, a presença de um campo elétrico induzido, e finalmente a presença de ilhas magnéticas que modificam a configuração das superfícies magnéticas. Se a largura das ilhas se altera, a posição das superfícies na lâmina de plasma também muda ao longo do tempo. Essa mudança pode afetar a interação das ondas eletromagnéticas com o plasma.

Começamos a análise dos resultados com a apresentação do perfil de densidade de

corrente nos momentos iniciais da evolução temporal, apresentado sem ilhas na figura 6.5a e com ilhas na figura 6.5b.

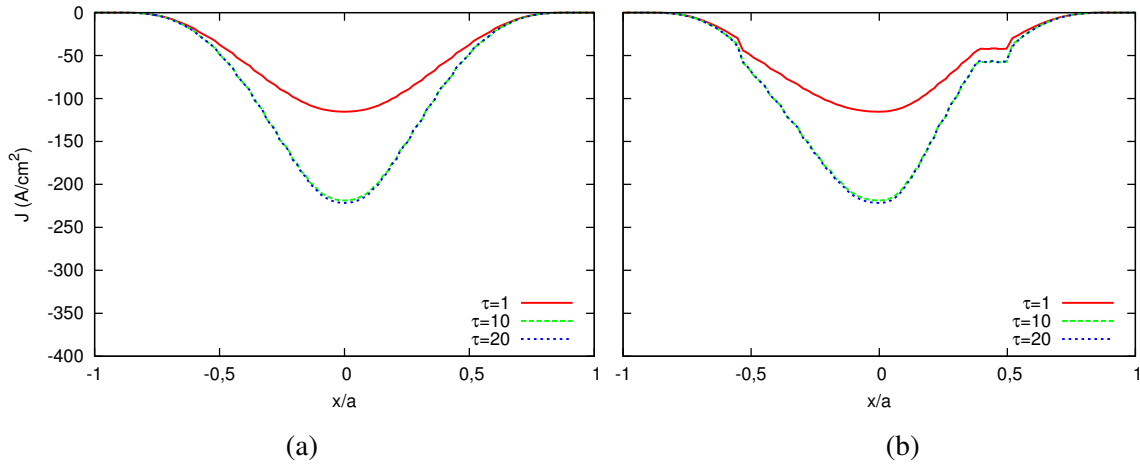


Figura 6.5: (a) Perfil de densidade de corrente sem a presença de ilhas e (b) com a presença de ilhas. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

Fica aparente a modificação no perfil de densidade de corrente devido à presença das ilhas, mesmo antes da injeção das ondas. A reconexão das ilhas magnéticas formam um “*plateau*” na região da ilha sob o perfil de densidade de corrente. Podemos observar, sem e com a presença de ilha, a corrente gerada pela voltagem aplicada no momento inicial. Essa corrente cresce e atinge um valor máximo, o que ocorre em torno de $\tau = 20$. Em $\tau = 20$ são injetadas as ondas de cíclotron. Essas ondas são depositadas na região da ilha, gerando corrente nessa região como mostram as figuras 6.6a e 6.6b.

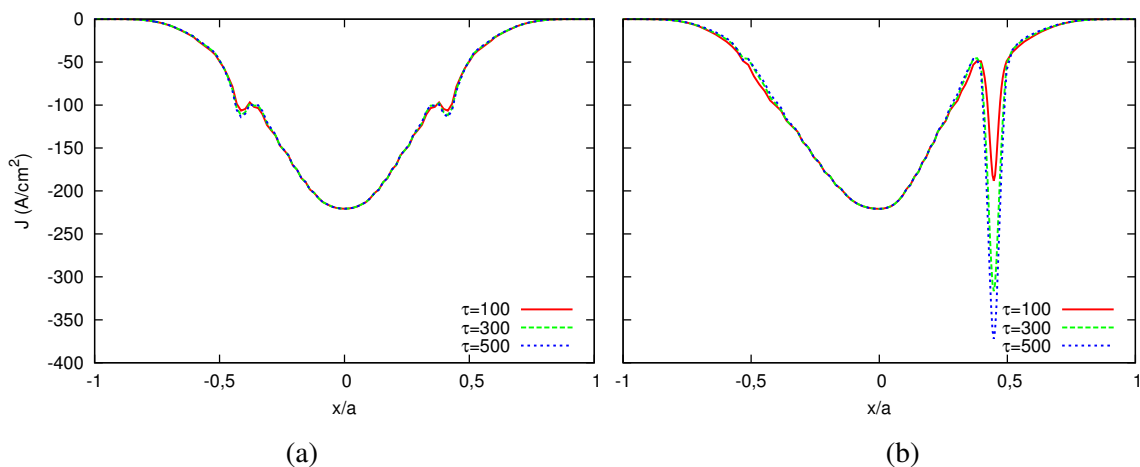


Figura 6.6: (a) Perfil de densidade de corrente sem a presença de ilhas e (b) com a presença de ilhas. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

Observamos que a presença das ilhas altera o comportamento da geração de corrente pelo uso de rádio-frequências. A corrente gerada via ondas EC é muito maior considerando a presença de uma ilha na região onde a onda é depositada. Na presença de ilha, a largura da superfície onde a onda é depositada fica menor do que no caso sem ilhas, aumentando a intensidade das ondas. Por exemplo, devido à reconexão das superfícies a distância entre as superfícies dentro da ilha fica 3,5 vezes menor do que no caso sem ilhas, como mostra a figura 6.7.

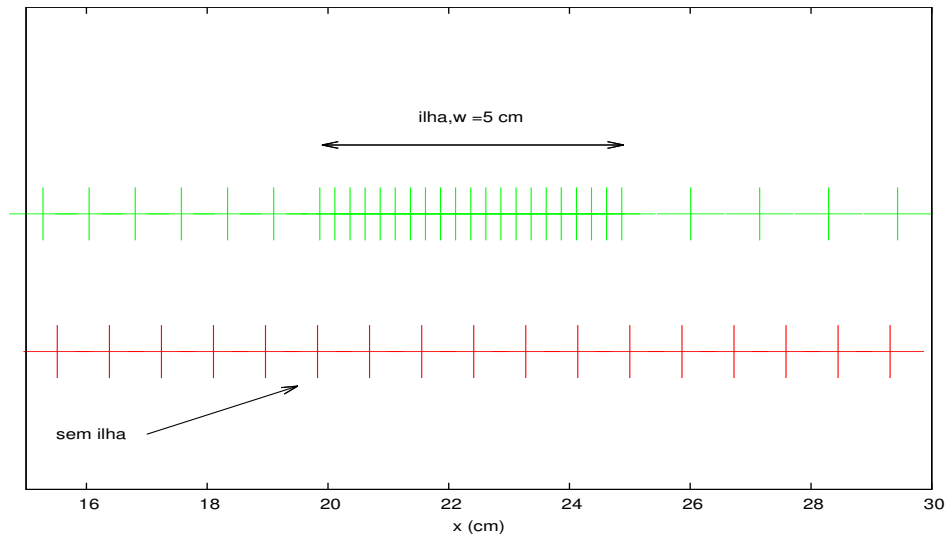


Figura 6.7: A figura representa, na linha superior, a posição das superfícies magnéticas no plasma, nas proximidades da região da ilha. Na linha de baixo se compara a posição das superfícies sem ilhas na mesma região.

Apresentamos na figura 6.8 a densidade de potência de ondas de cíclotron. Nela vemos que, sem a presença das ilhas, a deposição de energia é pequena e “bem espalhada”. Na presença das ilhas a deposição se torna muito mais intensa e melhor localizada.

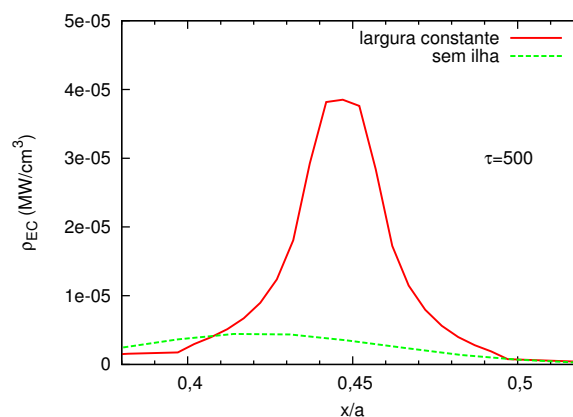


Figura 6.8: Densidade de potência das ondas de cíclotron na região da ilha com e sem a presença de ilha.

A presença das ilhas, mesmo com largura constante, afeta os perfis de densidade (figura 6.9) e temperatura (figura 6.10) do plasma. O primeiro fato evidente é o impacto da presença das ilhas sobre estes perfis. Observa-se a simetria imposta em torno da região da ilha. Como no perfil de densidade de corrente, o deslocamento da posição das superfícies magnéticas no plasma devido à presença das ilhas afeta outras regiões fora da ilha, em especial a região simetricamente oposta à ilha em relação ao centro da lâmina ($x/a \approx -0.4$).

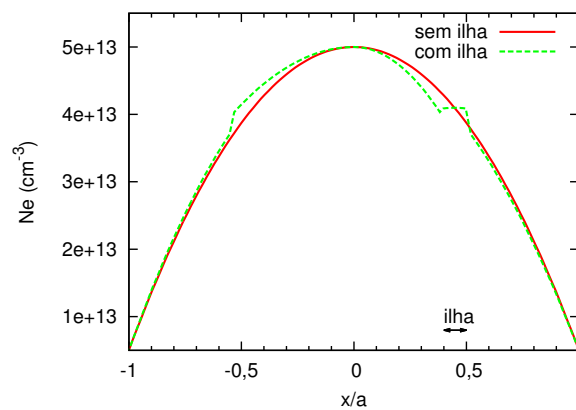


Figura 6.9: Perfil de densidade na lâmina do plasma no tempo inicial considerando ou não a presença de ilha com largura fixa.

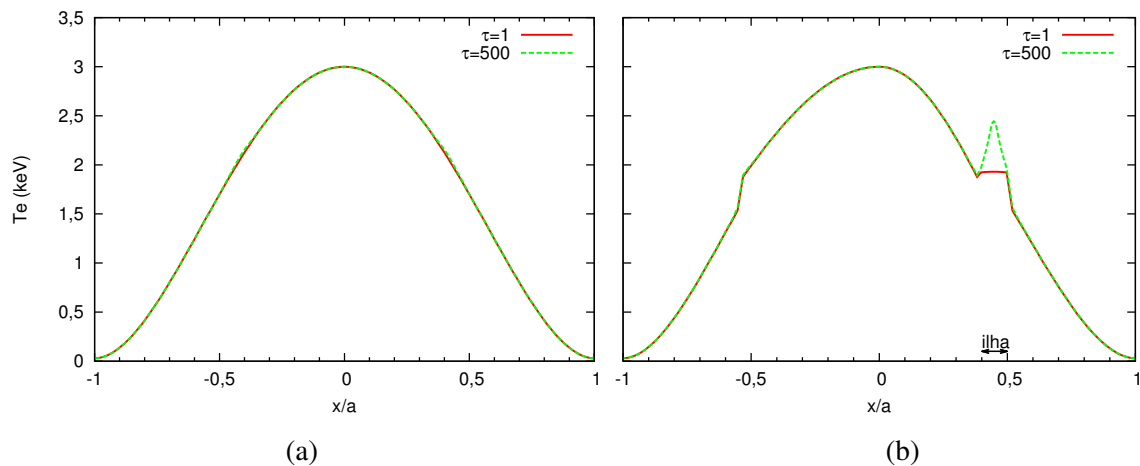


Figura 6.10: Perfis de temperatura na lâmina do plasma no tempo inicial e em $\tau = 500$; (a) sem e (b) com a presença de ilhas com largura fixa.

O perfil de temperatura exibe efeitos da deposição de energia, com o passar do tempo. Como mostra a figura 6.10b, verifica-se um aumento na temperatura dos elétrons. Cabe notar que a corrente ôhmica gerada pela *loop voltage* aplicada no momento inicial se distribui por toda a lâmina de plasma, mas não altera a temperatura, uma vez que o perfil inicial de temperatura

é atribuído de forma *ad hoc*, conforme a equação (5.28). Por outro lado, as ondas injetadas interagem com as partículas na região da ilha e doam energia a essas partículas, gerando uma cauda na função distribuição de velocidades. Essa alteração na função distribuição se manifesta como aumento de temperatura na região, visto mais claramente no perfil correspondente a $\tau = 500$ e presença de ilhas, na figura 6.10b.

6.3 Evolução da largura das ilhas magnéticas

Antes de apresentar os resultados para a evolução da largura da ilha, vale relembrar que a equação que rege esta evolução inclui três termos: um termo clássico simplificado, um termo neoclássico, e o termo relacionado à geração de corrente via injeção de ondas de cíclotron,

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\kappa_r}{\sigma\mu_0}(\Delta' + \Delta'_\beta + \Delta'_{CD}) \quad (6.1)$$

O termo clássico, de forma simplificada, depende da própria largura das ilhas. Os outros dois termos, definidos no capítulo anterior mas cujas expressões são reproduzidas aqui para facilitar a análise, dependem de outros perfis do plasma. Como descrito anteriormente, esses perfis são calculados “antes” da presença da ilha, porém a corrente gerada pelas ondas, que aparece no coeficiente Δ'_{CD} , é recalculada de acordo com a posição das superfícies magnéticas afetadas pelas ilhas.

$$\Delta'_{CD} = 16 \frac{\Delta_{vac} I_{CD} a^2}{n_s q_a I_p (\Delta r)^2} \bar{w} \eta_{CD}, \quad \Delta'_\beta = -9,2(\xi)^{1/2} \frac{1}{w} \frac{\mu_0 P'_s R^2 q_s}{\psi_s'^2 q'_s} \quad (6.2)$$

O perfil de pressão é calculado a partir dos perfis iniciais de temperatura e densidade sem a presença da ilha, resultando um perfil de pressão como mostrado na figura 6.11a. Uma vez calculado o campo poloidal também é possível o cálculo do gradiente do fluxo poloidal ψ' , cujo perfil aparece na figura 6.11b.

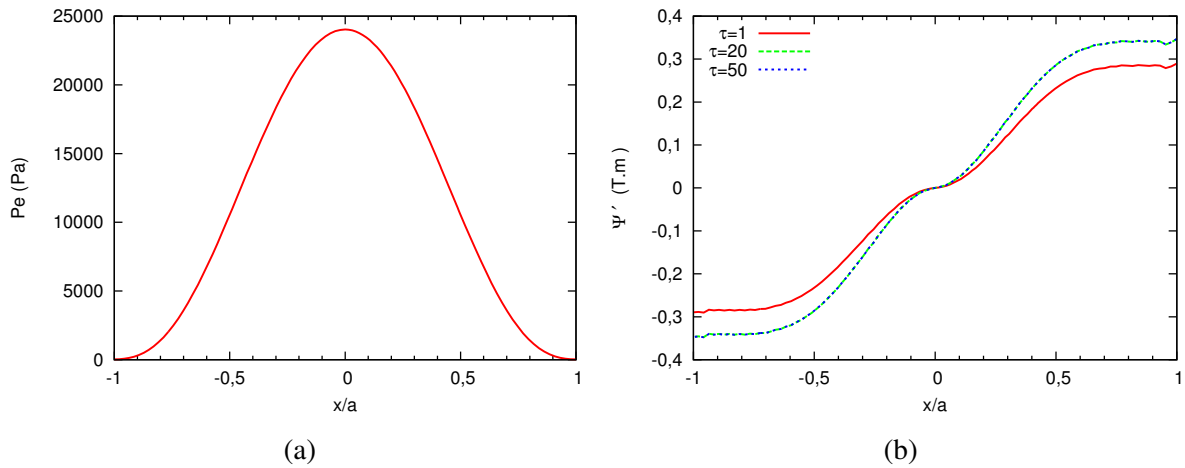


Figura 6.11: (a) Perfil de pressão. (b) Perfil do gradiente radial de fluxo poloidal.

Uma vez apresentados os perfis do plasma relacionados à evolução das instabilidades neoclássicas, partimos para a análise da evolução temporal da largura das ilhas. Cada termo presente na equação de Rutherford generalizada é apresentado na figura 6.12, e a evolução temporal da largura da ilha na figura 6.13.

Cada termo afeta a evolução temporal da largura da ilha, que é governada pela equação (6.1). O conjunto das constantes $\frac{\kappa_T}{\sigma\mu_0}$ tem unidade [comprimento²/tempo], portanto cada termo tem unidade de inverso de comprimento.

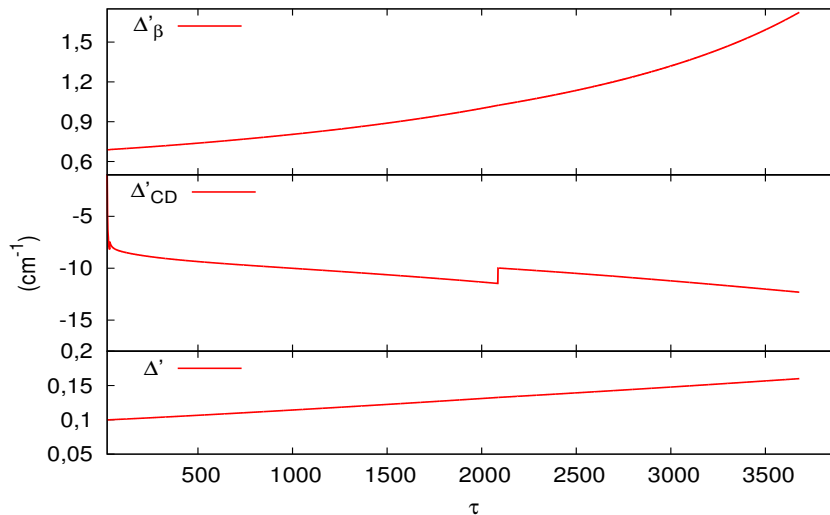


Figura 6.12: Evolução temporal dos três termos presentes na Equação de Rutherford generalizada. De cima para baixo temos, Δ'_β , Δ'_{CD} e Δ' .

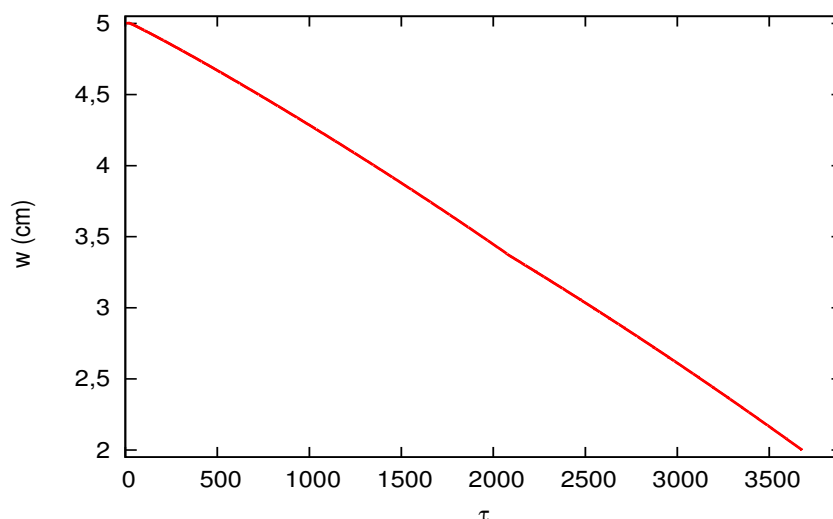


Figura 6.13: Evolução temporal da largura da ilha, até atingir o limite mínimo de 40% da largura inicial. Os resultados foram obtidos considerando fator de segurança autoconsistente.

Vemos na figura 6.12 que o termo relacionado às ondas de cíclotron é negativo e maior em módulo do que a soma dos termos clássico e neoclássico, que são positivos e responsáveis pelo aumento da instabilidade. Com isso, fica demonstrado que é possível usar ondas de cíclotron para controlar a instabilidade e diminuir a largura das ilhas. Os resultados apresentados nas figuras 6.12 e 6.13 foram obtidos usando o tratamento autoconsistente para o fator de segurança, apresentado na seção 6.1.

Foi apresentado na seção anterior que, na presença de ilha, a área da superfície magnética onde a onda é depositada fica menor do que no caso sem ilhas. Com a diminuição da largura das ilhas ao longo do tempo, as superfícies magnéticas ficam ainda mais próximas nessa região, como mostra a figura 6.14. Assim, a área para deposição da energia das ondas também diminui com o tempo.

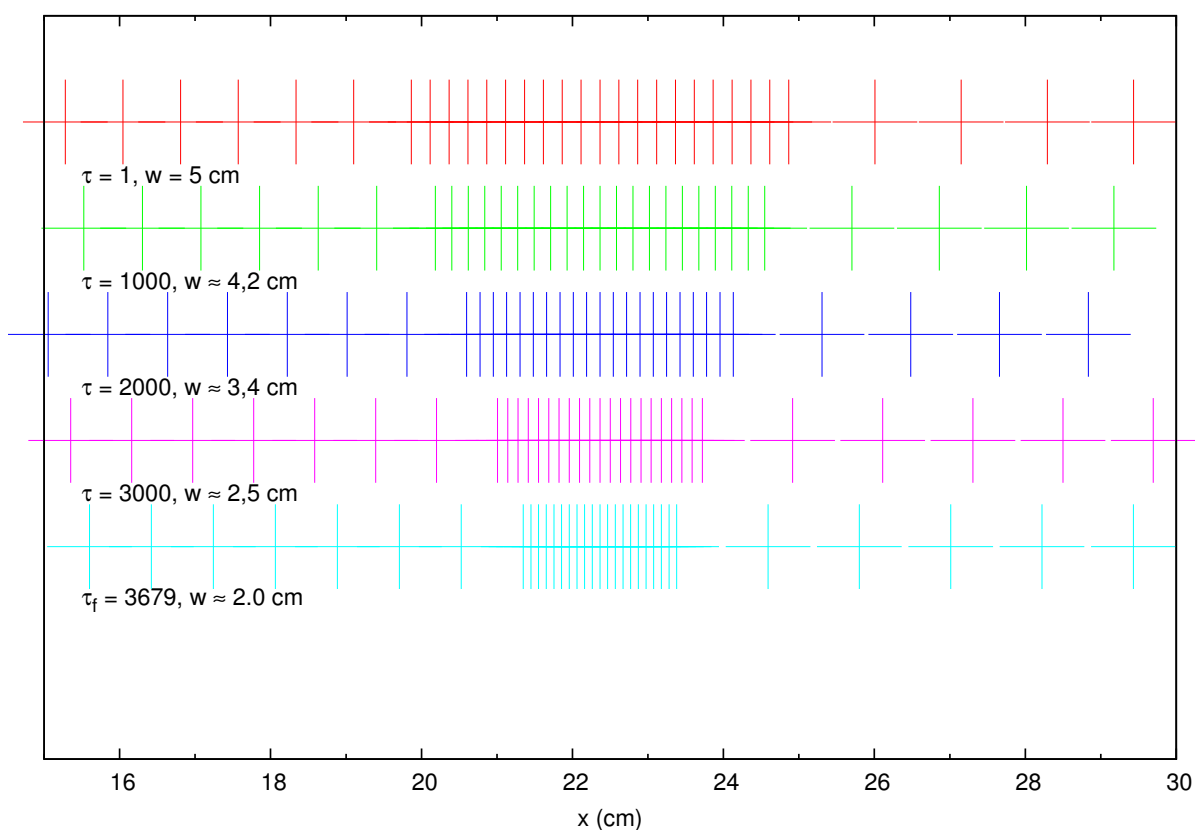


Figura 6.14: A figura representa a posição das superfícies magnéticas no plasma, próximo à região da ilha, em diferentes momentos. De cima para baixo, são apresentados valores maiores de tempo e assim valores menores para a largura.

A quantidade de corrente gerada via ondas de cíclotron se altera com a mudança na área das superfícies magnéticas. Portanto, o perfil de densidade de corrente se altera com a mudança da largura da ilha. O comportamento para a densidade de corrente na região da ilha pode ser observado nas figuras 6.15a e 6.15b para diferentes tempos.

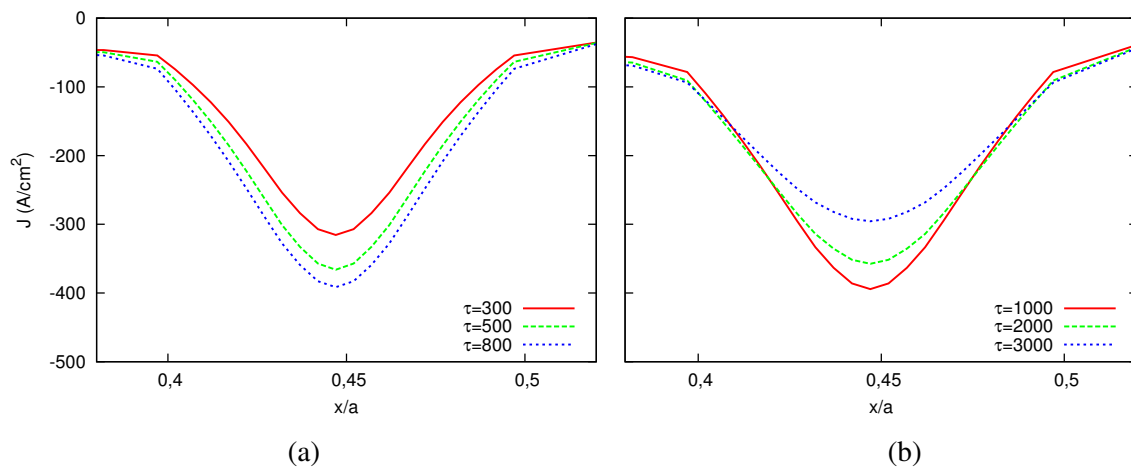


Figura 6.15: Perfil de densidade de corrente com a presença de ilhas com largura autoconsistente em diferentes tempos. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

O comportamento com largura autoconsistente não é semelhante ao apresentado no caso de largura constante durante toda a evolução temporal (reapresentado para diferentes tempos na região da ilha na figura 6.16). Para tempos menores que $\tau \approx 1000$ em ambos os casos observamos o aumento da densidade de corrente na região da ilha com o passar do tempo.

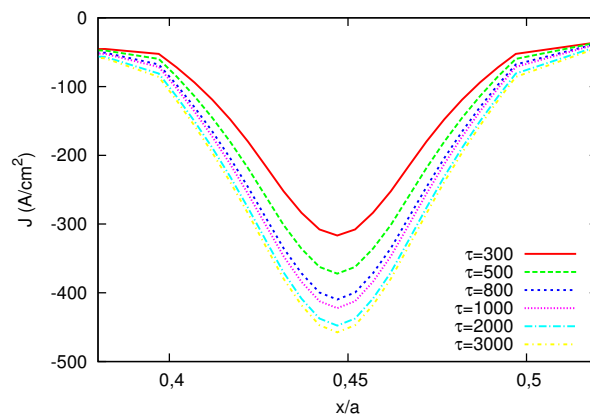


Figura 6.16: Perfil de densidade de corrente com a presença de ilhas com largura constante em diferentes tempos. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

Para tempos maiores, considerando a largura da ilha constante, a densidade de corrente continua aumentando (figura 6.16)). Entretanto com valores menores de largura de ilha a densidade de corrente parece diminuir (figura 6.15b). A explicação dessa diminuição aparente exige um melhor detalhamento do que acontece quando a largura da ilha diminui, como faremos a seguir.

No caso de largura variando no tempo temos uma maior densidade de corrente gerada na

região da ilha nos tempos iniciais, em comparação com os resultados para largura fixa, como mostra a figura 6.17. Este seria o comportamento esperado quando há diminuição da área de deposição das ondas, a intensidade das ondas é ainda maior.

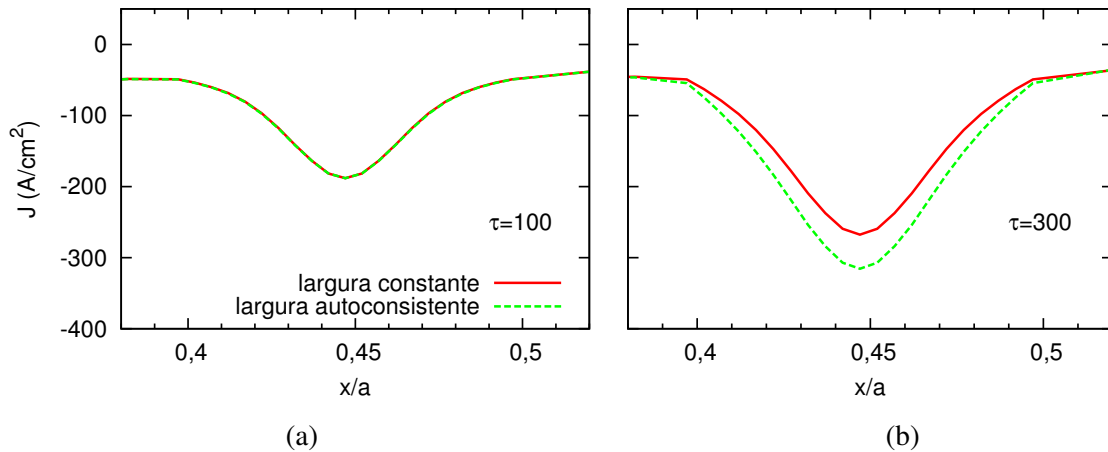


Figura 6.17: Perfil de densidade de corrente comparando o caso com largura de ilha constante ou autoconsistente em diferentes tempos: (a) $\tau = 100$ (b) $\tau = 300$. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

A diminuição da largura da ilha é muito pequena para tempos menores que $\tau = 500$. As figuras 6.18 e 6.19 mostram que esse comportamento não continua acontecendo com o passar do tempo. No caso de ilha cuja largura diminui com o tempo, vemos diminuição da densidade de corrente.

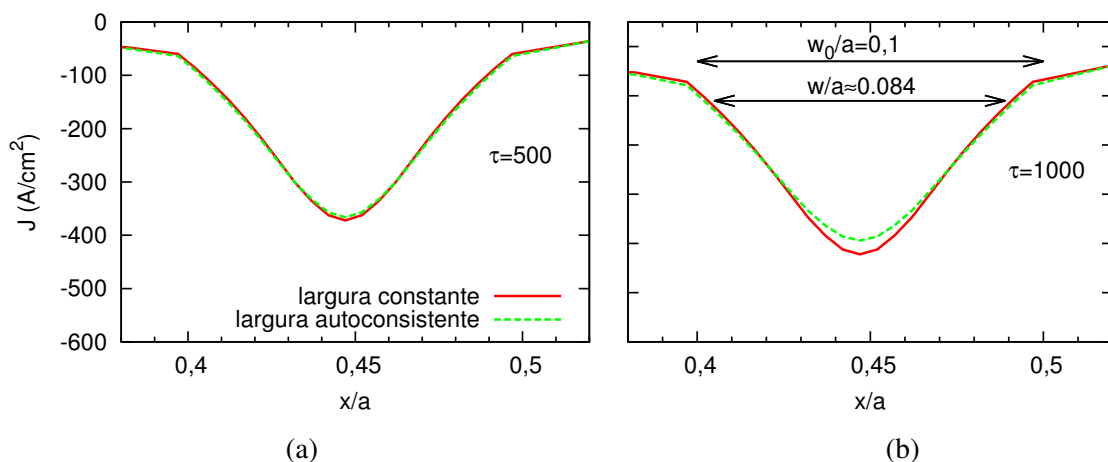


Figura 6.18: Perfil de densidade de corrente comparando o caso com largura de ilha constante ou autoconsistente em diferente tempos: (a) $\tau = 500$ (b) $\tau = 1000$. O fator de segurança é calculado de forma autoconsistente.

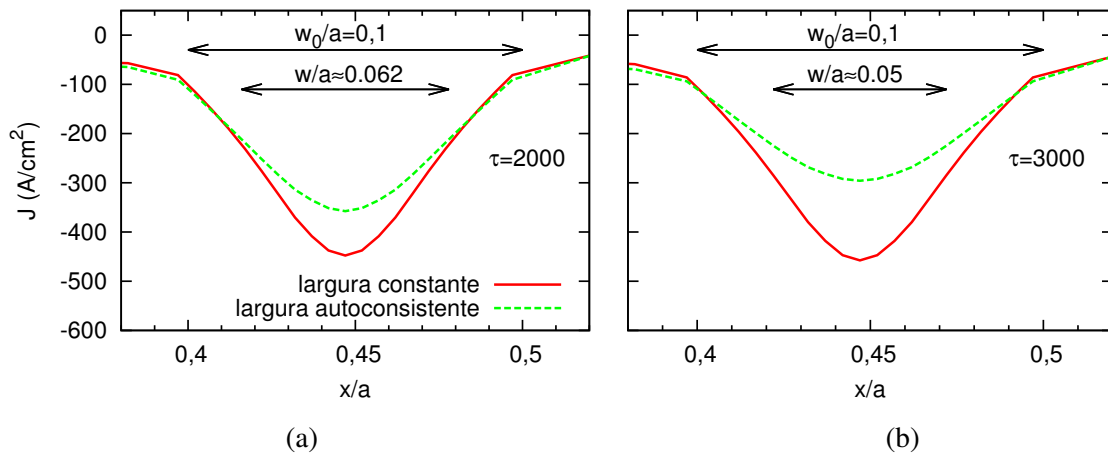


Figura 6.19: Perfil de densidade de corrente comparando o caso com largura de ilha constante ou autoconsistente em diferente tempos: (a) $\tau = 2000$ (b) $\tau = 3000$. O fator de segurança é calculado de forma autoconsistente.

Podemos analisar a densidade de potência de ondas de cíclotron na região da ilha na figura 6.20 para tentar encontrar o motivo dessa diminuição.

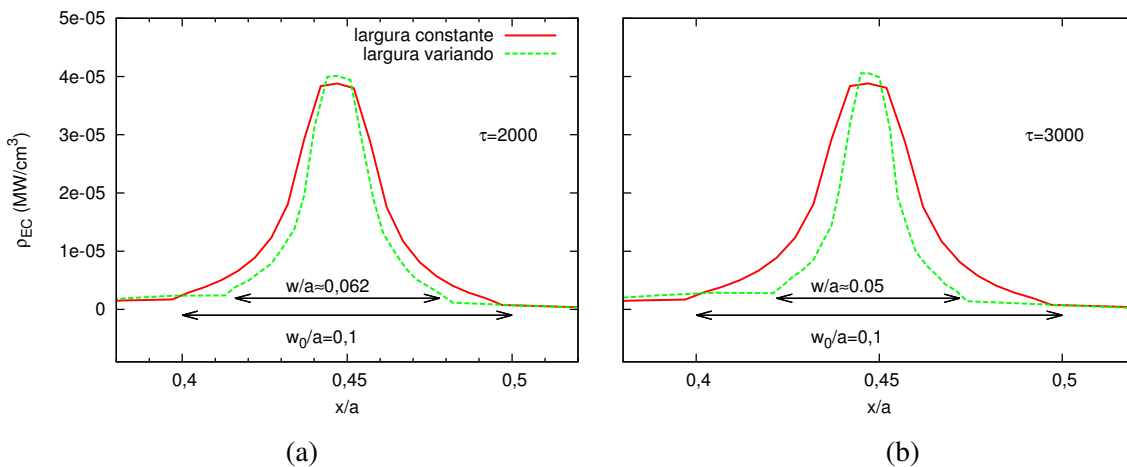


Figura 6.20: Densidade de potência das ondas de cíclotron na região da ilha com largura constante ou variando em diferentes tempos.

Como esperado, a densidade de potência das ondas se intensifica na região do centro da ilha. Porém, com a diminuição da ilha, o perfil fica mais estreito. O resultado disso seria um perfil de densidade de corrente também mais estreito na região da ilha. Esse comportamento não é observado devido ao efeito de transporte radial de partículas. As partículas presentes em torno do centro de ilha, e mais energéticas devido à deposição de energia pelas ondas, difundem para as demais superfícies, muito próximas, com facilidade. Portanto a densidade de corrente é

difundida pela coluna de plasma. Esse efeito fica evidente ao se desprezar o efeito de transporte, como mostrado na figura 6.21. Vemos que, sem transporte, o perfil de densidade de corrente na região da ilha é mais estreito e intenso no centro da ilha, onde a maior parte da potência das ondas é depositada.

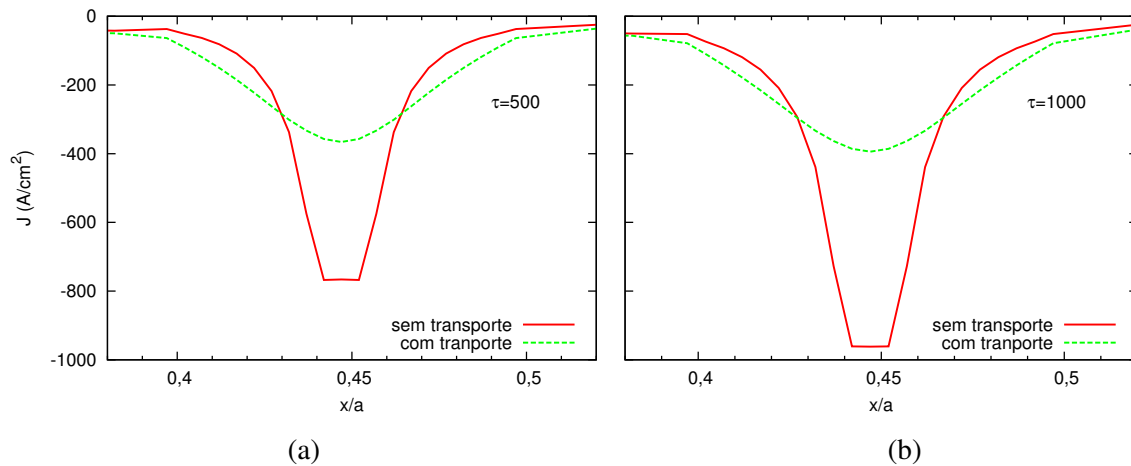


Figura 6.21: Perfil de densidade de corrente com a presença de ilhas de largura autoconsistente em diferentes tempos. O efeito do transporte de partículas é perceptível na comparação com o caso sem transporte. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

As mudanças no perfil de densidade se refletem na corrente total que percorre o plasma (figura 6.22a) e na eficiência da geração de corrente via rádio-frequências (figura 6.22b). No caso de ilha constante a eficiência e a corrente total aumentam rapidamente nos momentos iniciais e continuam aumentando com o passar do tempo. Relembrando, a densidade de corrente para ilha fixa continuava também aumentando no período de tempo estudado.

No caso de ilha com largura variável a eficiência e a corrente total atingem um pico e posteriormente passam a diminuir. Esta queda na eficiência de geração de corrente reflete a diminuição no perfil de densidade de corrente observado anteriormente para o caso de ilhas com largura variável.

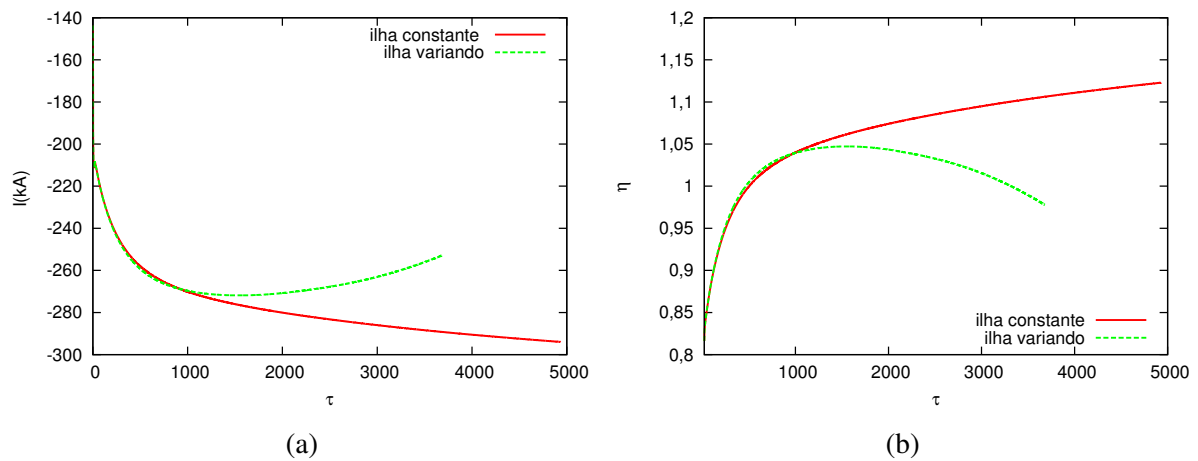


Figura 6.22: (a) Evolução da corrente total no plasma (b) Eficiência da geração de corrente pelas ondas de cíclotron. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

Podemos retirar o termo neoclássico para observar como os efeitos neoclássicos afetam o sistema, e analisar a importância da inclusão desse termo nos cálculos (figura 6.23a). Ao desconsiderar o termo neoclássico na evolução temporal da ilha, a diminuição da largura da ilha é mais rápida, pois esse termo contribui para o aumento da instabilidade. Ao não levar em conta efeitos neoclássicos poderíamos estar superestimando a eficácia da injeção como controle para os modos observados.

Para observar como a instabilidade cresce “naturalmente” (sem a injeção das ondas) e como isso afeta o plasma, na (figura 6.23b), apresentamos a evolução da largura da ilha sem a injeção de ondas, por um período de tempo curto. Nesse período observa-se o crescimento da instabilidade. Isso está de acordo com a suposição da presença de um modo instável, e a necessidade do uso de um mecanismo de controle desta instabilidade.

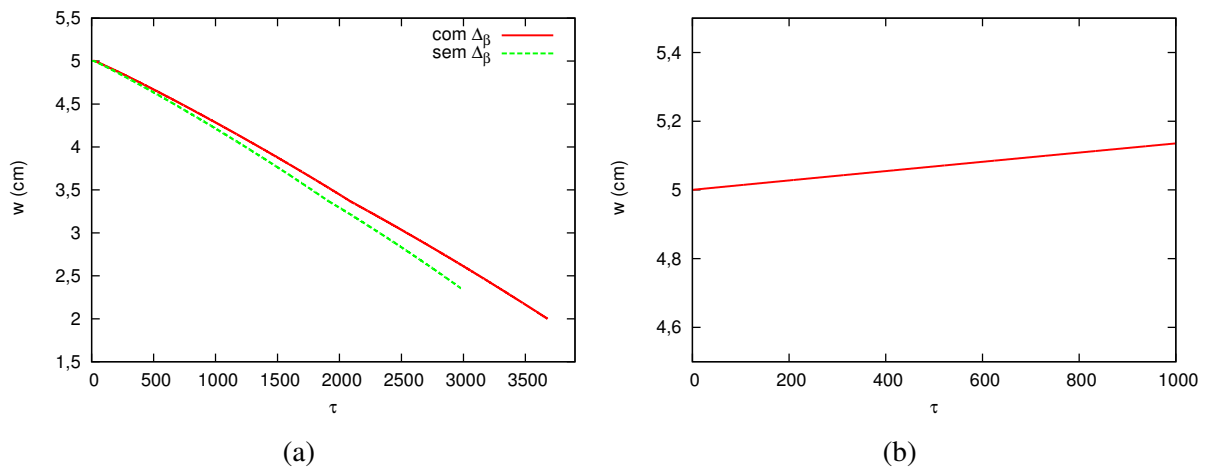


Figura 6.23: (a) Evolução temporal da largura da ilha até atingir o limite mínimo de 40% da largura inicial, mostrando o efeito da retirada do termo neoclássico sobre a evolução da ilha. (b) A largura da ilha aumenta sem a injeção das ondas, mostrando que “naturalmente” o modo é instável.

6.4 O efeito do fator de segurança

Foram apresentados na seção anterior os resultados para largura da ilha calculada de forma autoconsistente. Estes resultados foram obtidos com o fator de segurança calculado a partir dos campos magnéticos. É interessante analisar como a diferença nos perfis do fator de segurança afeta a evolução da largura da ilha e a deposição de energia das ondas de cíclotron.

Na figura 6.24a comparamos o novo tratamento para o fator de segurança com o tratamento que usa o perfil parabólico dado pela equação (5.34), e vemos como cada um deles afeta a evolução temporal da largura das ilhas. O termo clássico depende simplesmente da largura da ilha. Seu comportamento, apresentado na figura 6.24b, não é afetado diretamente pela mudança no fator de segurança, mas acaba bem modificado devido à mudança na largura da ilha, que é bastante dependente da forma de tratamento desse fator.

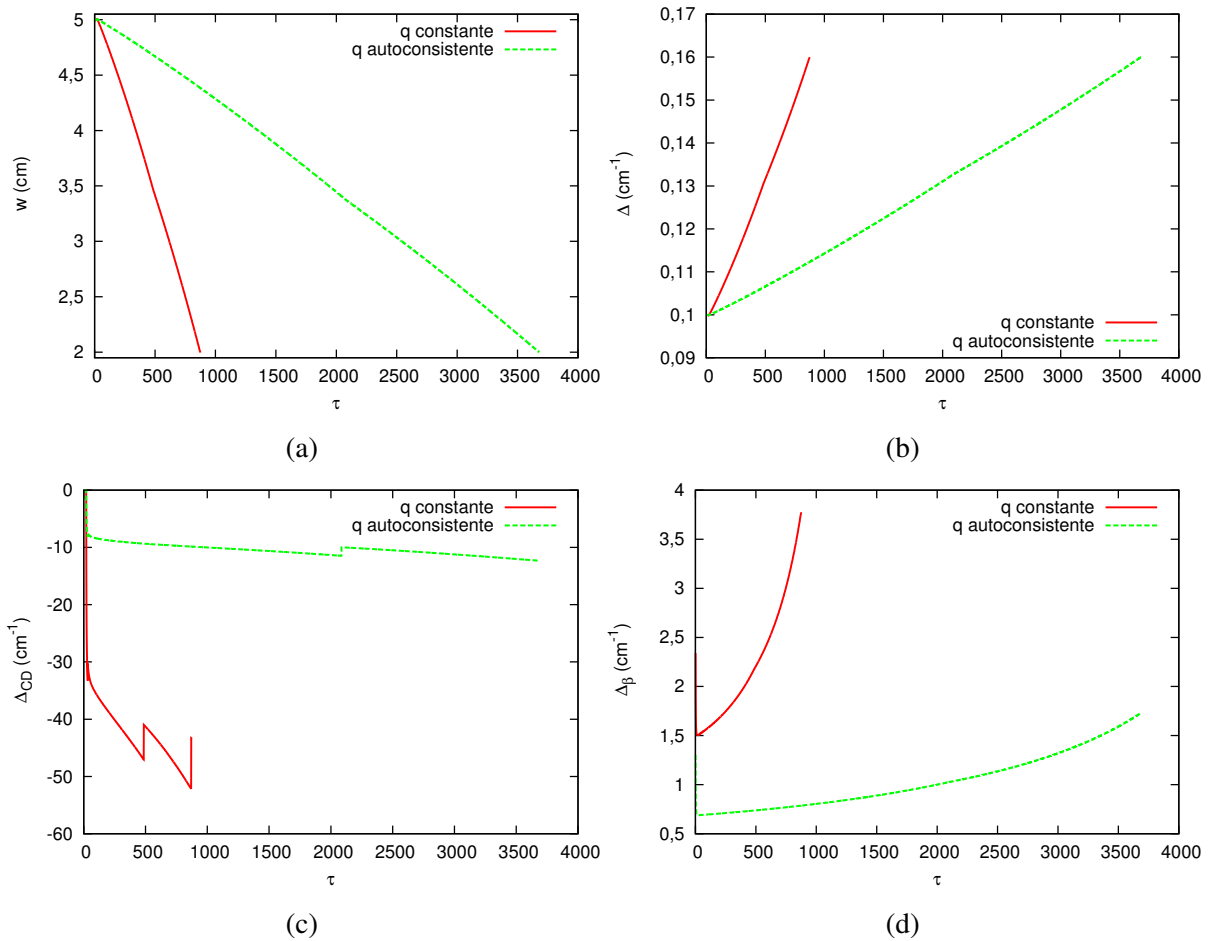


Figura 6.24: (a) Evolução temporal da largura das ilhas. (b) Termo clássico da GRU. (c) Termo associado à geração de corrente por rádio frequência e (d) o termo neoclássico. Em todos os painéis, os resultados considerando o perfil do fator de segurança constante ou autoconsistente.

Vale a pena lembrar que o termo relacionado à corrente gerada por rádio frequência (figura 6.24c) e o termo neoclássico (figura 6.24d) dependem de forma direta do fator de segurança e de sua derivada q'_s , calculada na posição da superfície ressonante. Observa-se na figura 6.4 que q'_s é maior para o perfil autoconsistente. Como ambos termos são inversamente proporcionais a q'_s , ambos diminuem em módulo quando é utilizado o cálculo autoconsistente para o perfil de segurança. O retardo na diminuição da ilha no caso autoconsistente, mostra que a diminuição no termo da geração de corrente é mais acentuada, o que “prejudica” o processo de estabilização do modo.

O comportamento da variação da largura da ilha afeta o comportamento da densidade de corrente. Como o tratamento para o fator de segurança afeta o comportamento da ilha, logo é de se esperar que também afete o perfil de densidade de corrente. A comparação entre os resultados

obtidos com fator de segurança constante e com fator de segurança autoconsistente é feita para diferentes tempos na figura 6.25.

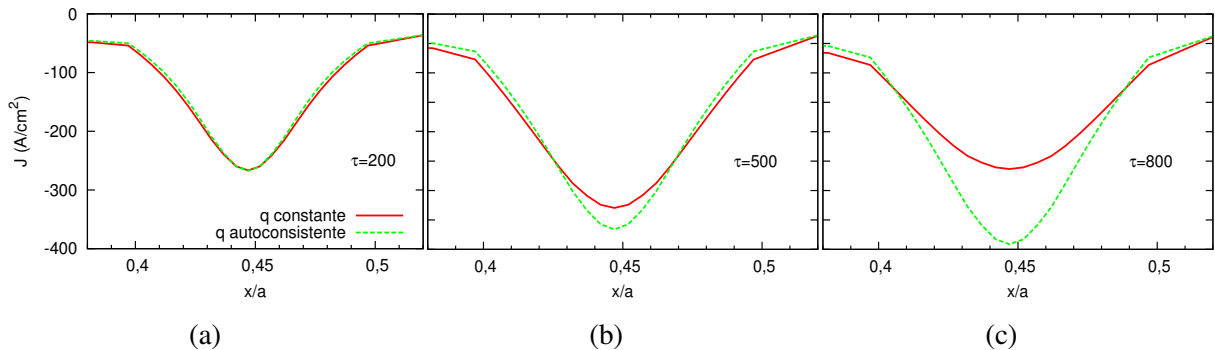


Figura 6.25: Perfil de densidade de corrente comparando fator de segurança constante e autoconsistente em diferente tempos, no caso de ilhas com largura variável: (a) $\tau = 200$ (b) $\tau = 500$ (c) $\tau = 800$.

A largura da ilha não é a mesma em cada um dos tempos investigados na figura acima. Portanto não se pode afirmar que o novo tratamento afetou diretamente a deposição de energia, ou se essa mudança está causada pela diferença na variação da largura da ilha. Para avaliar essa mudança, novamente consideramos a largura da ilha fixa e usamos as duas abordagens para o fator de segurança.

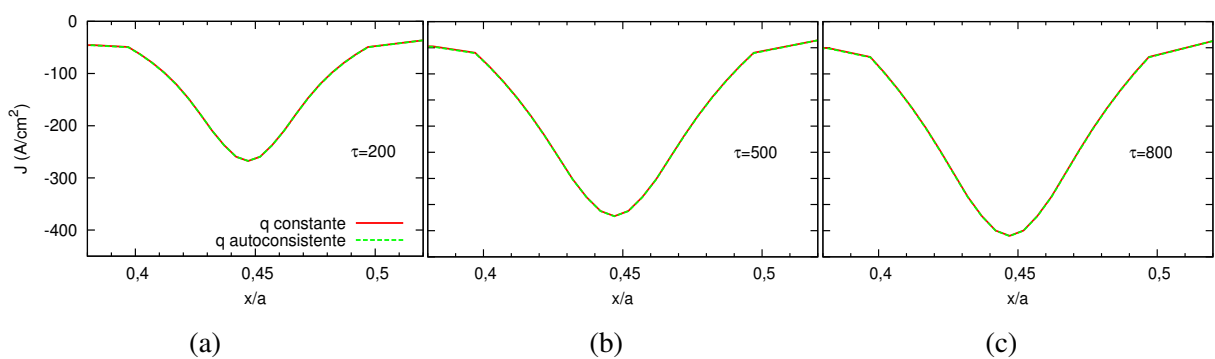


Figura 6.26: Perfil de densidade de corrente comparando fator de segurança constante e autoconsistente em diferente tempos, no caso de ilhas com largura fixa: (a) $\tau = 200$ (b) $\tau = 500$ (c) $\tau = 800$.

A figura 6.26 deixa claro que no caso de ilhas com largura constante a adoção do tratamento autoconsistente do fator de segurança não causa modificação significativa na geração de corrente, em comparação com resultados obtidos considerando um perfil parabólico definido *a priori* para o fator de segurança. Portanto, as mudanças apresentadas na figura 6.25, estão

relacionadas à mudança na evolução da largura da ilha. Esta mudança afeta a deposição de energia.

Apresentadas as várias abordagens possíveis e seu impacto direto na evolução da ilha e da densidade de corrente, vamos observar como estas abordagens afetam o comportamento da corrente total gerada no plasma (figura 6.27a) e da eficiência de geração de corrente via rádio frequência (figura 6.27b), dada por (5.43). Como a evolução da ilha é diferente para os casos de q constante e q autoconsistente, o comportamento continua semelhante mas como a variação da largura da ilha é mais rápida para o perfil parabólico a queda da corrente total ocorre mais cedo neste caso. Por chegar mais rápido na largura mínima, no caso do perfil parabólico a corrente total não atinge o mesmo máximo atingido no caso do perfil autoconsistente.

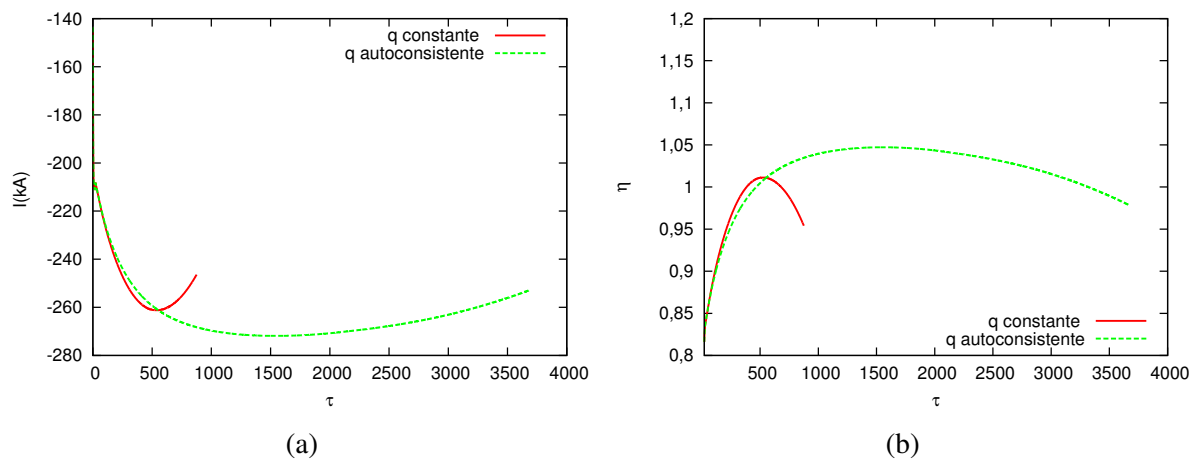


Figura 6.27: (a) Evolução da corrente total no plasma (b) Eficiência da geração de corrente pelas ondas de cíclotron. O fator de segurança é calculado autoconsistentemente.

Para isolar os efeitos dos dois tipos de tratamento para o fator de segurança somente na variação da largura da ilha, desprezamos efeitos de transporte, e comparamos resultados obtidos com fator de segurança constante e autoconsistente (figura 6.28). Nesta figura também apresentamos resultados de cálculos para os quais os efeitos de transporte não foram desprezados, tanto para o caso de fator de segurança constante quanto para o caso de fator de segurança autoconsistente, o que permite analisar o efeito do transporte sobre a evolução das ilhas, que ainda não havia sido discutido.

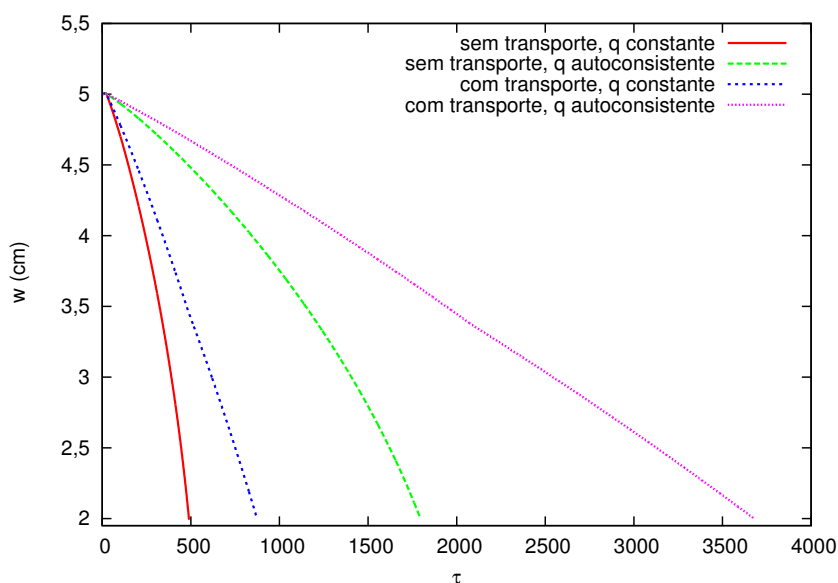


Figura 6.28: Evolução da largura da ilha desconsiderando efeito de transporte de partículas.

Observando a figura 6.28 podemos observar como o transporte de partículas retarda a diminuição da largura das ilhas em ambas abordagens para o fator de segurança. Ao desconsiderar os efeitos de transporte, não parece haver alteração na forma como os dois tratamentos para o fator de segurança modificam a evolução da largura das ilhas. Isso mostra que são efeitos independentes um do outro.

A diminuição da largura da ilha é mais rápida sem efeitos de transporte pois o transporte diminui a corrente gerada na região. Além disso também piora a localização da geração de corrente, fator muito importante para o controle dos modos.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho foi estudada a evolução temporal da largura de estruturas magnéticas conhecidas como ilhas magnéticas, formadas a partir da reconexão das linhas magnéticas. Essa reconexão ocorre devido a instabilidades neoclássicas do tipo *tearing*, em plasmas confinados em reatores de fusão chamados *tokamaks*. Para tal estudo foi utilizado um modelo de lâmina em uma dimensão para descrever o reator, e estudada a evolução temporal do plasma a partir da abordagem da evolução temporal da função de distribuição eletrônica, no contexto da teoria cinética com aproximação quase-linear. Com essa abordagem teórica, obtém-se uma equação de difusão para a função distribuição das partículas, no espaço de velocidades. Sobre o plasma foram levados em conta efeitos de colisões, transporte, injeção de ondas na faixa de frequência de cíclotron eletrônica para geração de corrente na região da ilha, e a presença de um campo elétrico induzido pela variação do fluxo magnético associado à variação da corrente que percorre o plasma.

No estudo das ilhas, consideramos uma abordagem MHD que chega à derivação de uma equação para a largura das ilhas [41]. Uma formulação modificada da chamada equação de Rutherford pode acrescentar ao efeito conhecido como “clássico” a contribuição da corrente gerada pelas ondas de cíclotron, e também efeitos neoclássicos [25, 22]. Todos estes fenômenos geram um conjunto de equações que deve ser calculado de forma autoconsistente. A solução dessas equações autoconsistentes vem de uma abordagem numérica em código construído em linguagem FORTRAN 90. Utilizando este código os resultados foram obtidos a partir do uso de diferentes abordagens que podem afetar a evolução da largura das ilhas.

Primeiramente foi investigado como a presença das ilhas afeta as superfícies magnéticas, e assim afeta os perfis de temperatura e densidade na lâmina do plasma. Estes perfis, a partir de uma forma inicial, foram recalculados de forma autoconsistente a partir da função de distribuição eletrônica, durante a evolução do sistema. Na presença de ilhas, os perfis são modificados aplicando-se uma simetria imposta em torno do centro da ilha. Essa simetria é necessária devido à nova topologia das superfícies magnéticas [39, 40]. A mudança nesses perfis em relação ao caso sem ilhas também é causada pela mudança na evolução do perfil de densidade de corrente. A geração de corrente via ondas de cíclotron torna-se muito mais acentuada na presença das ilhas. Com parâmetros adequados a área de deposição da energia das ondas é muito menor, levando a uma maior intensidade. Além de maior geração de corrente ocorre também maior aquecimento do plasma na região da ilha, pois as partículas dessa região recebem mais energia do que no caso no qual não se considerava a presença de ilha nesta região.

Ao calcular a largura da ilha de forma autoconsistente no tempo, um novo comportamento para a geração de corrente via ondas de rádio frequência ficou evidente. A corrente gerada por essas ondas causa a diminuição da largura das ilhas. Essa diminuição aproxima as superfícies presentes nessa região. Com a diminuição da largura da ilha aumenta a intensidade da deposição de energia no centro da ilha, entretanto também diminui a região de deposição. Como efeito dessa mudança ocorre, após um período de tempo, a diminuição da corrente gerada por ondas de cíclotron na região.

Os efeitos do transporte radial de partículas tendem a difundir as partículas através das superfícies magnéticas na região da ilha, que vão se aproximando com o passar do tempo. Logo a densidade de corrente possui largura semelhante ao caso com ilha constante, porém com pico (no centro da ilha) menor que no caso de largura fixa.

Um dos objetivos do trabalho foi acrescentar uma nova abordagem ao fator de segurança, que em trabalhos anteriores que utilizavam a mesma sistemática era descrito por um perfil constante monotonicamente crescente. Neste trabalho foi considerado o cálculo autoconsistente do perfil de segurança em toda a lâmina, a partir da relação entre os campos magnéticos toroidal e poloidal. O campo toroidal é considerado com um perfil constante proporcional a $1/R$, e o campo poloidal é calculado a partir da corrente que percorre o plasma. Este tratamento tem impacto sobre a geração de corrente, o transporte de partículas, e principalmente sobre a evolução da largura das ilhas, que é o objetivo principal do trabalho. Durante o estudo do novo tratamento

para o fator de segurança foi constatado que o sistema, sem a presença das ilhas, pode evoluir para uma situação de equilíbrio onde é passível a formação de ilhas magnéticas na posição escolhida, uma vez escolhidos os parâmetros iniciais de forma cuidadosa.

Neste trabalho foi estudado um caso específico de modo *tearing*, o modo $2/1$. Esse modo é caracterizado pelo fator de segurança possuindo valor racional dado por $q = 2/1$ na superfície ressonante à instabilidade, ou seja, onde se forma a ilha. Neste panorama concluímos que isso nos leva a uma descrição mais realística para a suposição do aparecimento da instabilidade na região escolhida em um plasma termonuclear, para os parâmetros usados. Esse aspecto é importante porque uma das perspectivas do trabalho é a comparação de resultados experimentais relacionados ao tema a fim de analisar a precisão da descrição dos fenômenos, e o uso do conhecimento adquirido para escolher novas abordagens para a descrição cada vez mais precisa do sistema, o que pode auxiliar no planejamento da construção de reatores futuros de grande porte, com o fim de utilização como fonte de energia elétrica.

Entretanto efeitos da presença das ilhas sobre os campos magnéticos, fator de segurança, e outros perfis como o perfil de pressão, no cálculo da evolução da largura da ilha, não foram considerados. A abordagem teórica feita em [25] usa perfis de equilíbrio sem a presença da ilha, portanto estamos seguindo um tratamento coerente com a literatura no uso da abordagem MHD para obtenção das equações que usamos no presente trabalho.

O novo tratamento para os campos e para o fator de segurança é fator importante tanto para o termo de geração de corrente, quanto para o termo neoclássico, que depende do fator de segurança no centro da ilha e do fluxo do campo poloidal. O comportamento da evolução das ilhas ficou dentro do esperado em relação à literatura [22], quando se usa ondas de cíclotron para o controle destas instabilidades. Observou-se a diminuição da largura das ilhas, como consequência da geração de corrente por rádio-frequência, até que fosse atingido um valor mínimo, imposto por nós como 40% da largura inicial, quanto então paramos o cálculo para manter precisão computacional.

O impacto do novo tratamento para o fator de segurança teve como principal efeito o retardo da diminuição da largura da ilha em relação ao tempo que era obtido com o perfil parabólico usado anteriormente. O termo clássico depende somente da relação entre a largura atual da ilha e uma largura de saturação, portanto a mudança na evolução da ilha afeta a evolução

deste termo. A mudança no termo relacionado às ondas de cíclotron se mostrou mais aparente.

Ao analisar o efeito de transporte sobre a evolução da largura da ilha, vemos que o transporte de partículas diminui o efeito das ondas sobre as ilhas, pois contribui para diminuir a geração de corrente no centro da ilha magnética.

Outras possibilidades de perspectivas de melhoramentos podem ser acrescentadas, ainda seguindo o mesmo objetivo de estudo de instabilidades. Novos fenômenos podem ser adicionados à equação de Rutherford, como um termo relacionado à variação de temperatura na região da ilha, apresentado teoricamente em [25], e ainda a contribuição de termos não lineares [26, 42]. Além disso a abordagem feita aqui pode ser usada para estudar outros modos, por exemplo o modo $q = 3/2$, e também casos em que ocorre rotação das ilhas magnéticas. Situações como essas foram estudadas anteriormente pelo grupo, em abordagens considerando a largura das ilhas constante [39, 40].

Um tratamento mais preciso do cálculo do campo poloidal pode constituir uma questão importante, uma vez que para esse cálculo estão sendo usados perfis de equilíbrio sem a presença da ilha e sem levar em conta a injeção das ondas de cíclotron. Para melhorar a descrição talvez seja necessária uma abordagem em 2D, com coordenadas radial e poloidal, para uma melhor descrição do perfil de corrente, e portanto do campo poloidal, e uso do cálculo sem aproximação para o fator de segurança. Com essa descrição poderíamos estudar também a topologia do formato da ilha, e vários outros fenômenos que podem não estar bem descritos em uma aproximação espacial em uma dimensão como a que estamos utilizando. Outra possibilidade é adição de outra coordenada na direção toroidal ϕ , que pode nos trazer uma melhor descrição das linhas de campo toroidal, e portanto do caminho das ondas de cíclotron no plasma. Entretanto, a adição de mais uma dimensão complica muito o problema, particularmente no que se refere a requisitos para a abordagem numérica.

Referências Bibliográficas

- [1] Akhiezer, A. I. , Akhiezer, I. A., Polovin, R. V., Sitenko, A. G., e Stepanov, K. N.. *Plasma Electrodynamics*. Pergamon, Oxford, Vol. 1 e 2, 1975.
- [2] Ayten, B. and Westerhof, E., Consequences of plasma rotation for neoclassical tearing mode suppression by electron cyclotron current drive. *Phys. Plasmas*, 19:092506, 2012.
- [3] Ayten, B. and Westerhof, E. and ASDEX Upgrade Team, Non-linear effects in electron cyclotron current drive applied for the stabilization of neoclassical tearing modes. *Nucl. Fusion* 54:073001, 2014.
- [4] Berto, D. de O.. *Evolução de modos tipo tearing neoclássicos sob a ação da onda de cíclotron eletrônica*. Trabalho de Conclusão de Curso, UFRGS, Bacharelado em Física, julho, 2014.
- [5] Bishop, C. M., Connor, J. W., Hastie, R. J., and Cowley, S. C.. On the difficulty of determining tearing mode stability. *Plasma Phys. Contr. Fusion* 33, 389, 1991.
- [6] Bittencourt, J. A., *Fundamentals of Plasma Physics*. INPE-FAPESP, São José dos Campos, 1995, 2a. ed.
- [7] Bonoli, P. T. Review of recent experimental and modeling progress in the lower hybrid range of frequencies at ITER relevant parameters. *Phys. Plasmas*, 21:061508, 2014.
- [8] Brambilla, M.. *Kinetic Theory of Plasma Waves - Homogeneous Plasmas*. Clarendon, Oxford, 1998.
- [9] Cairns, R. A.. *Plasma Physics*, Blackie & Son, Glasgow, 1985.
- [10] Carnahan, B., Luther, H., e Wilkes J.. *Applied Numerical Methods*. New York, Wiley. 1969.

- [11] Carrera, R., Hazeltine, R D , and Kotschenreuter, M.. Island bootstrap current modification of the nonlinear dynamics of the tearing mode. *Phys. Fluids* 29, 899, 1986.
- [12] Chen, F. F.. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Plenum, New York, 1984, 2a. ed.
- [13] R. S. Craxton, K. S. Anderson, T. R. Boehly, V. N. Goncharov, D. R. Harding, J. P. Knauer, R. L. McCrory, P. W. McKenty, D. D. Meyerhofer, J. F. Myatt, A. J. Schmitt, J. D. Sethian, R. W. Short, S. Skupsky, W. Theobald, W. L. Kruer, K. Tanaka, R. Betti, T. J. B. Collins, J. A. Delettrez, S. X. Hu, J. A. Marozas, A. V. Maximov, D. T. Michel, P. B. Radha, S. P. Regan, T. C. Sangster, W. Seka, A. A. Solodov, J. M. Soures, C. Stoeckl, and J. D. Zuegel. Direct-drive inertial confinement fusion: A review. *Phys. Plasmas*, 22(11):110501, Nov 2015.
- [14] Davidson, R. C.. *Methods in Nonlinear Plasma Theory*. Academic Press, New York, 1972.
- [15] D. DeLazzari and E. Westerhof. On the merits of heating and current drive for tearing mode stabilization. *Nucl. Fusion*, 49:075002, 2009.
- [16] Fidone, I., Granata, G., e Meyer, R. L.. Role of the relativistic mass variation in electron cyclotron resonance wave absorption for oblique propagation. *Phys. Fluids*, 25, 2249, 1982.
- [17] Fitzpatrick, R.. Helical temperature perturbations associated with tearing modes in tokamak plasmas. *Phys. Plasmas* 2, 825, 1995.
- [18] Fitzpatrick R., Fundamentals of Magnetic Island Theory in Tokamaks, 4th ITER International Summer School, Austin TX, June 2010. (<http://farside.ph.utexas.edu/talks/talks.html>)
- [19] Freidberg, J.. *Ideal Magnetohydrodynamics*, Plenum Press, New York, 1987.
- [20] Freidberg, J., P.. *Plasma Physics and Fusion Energy*. 1st ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [21] Giruzzi, G., Fidone, I. and Garbet, X. Kinetic effects of magnetic turbulence in tokamaks. *Nucl. Fusion* 32, 6, 1992.

- [22] Giruzzi, G., Zabiego, M., Gianakon, T. A., Garbet, X., Cardinali, A., e Bernabei, S.. Dynamical modelling of tearing mode stabilization by rf current drive. *Nucl. Fusion*, 39, 107, 1999.
- [23] Harvey, R. W., McCoy, M. G., e Kerbel, G. D., Power dependence of electron-cyclotron current drive for low- and high-fields absorption in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.* 62(3): 426, 1989.
- [24] Hayashi, N., Ozeki, T., Hamamatsu, K., e Takizuka, T.. ECCD power necessary for the neoclassical tearing mode stabilization in ITER. *Nucl. Fusion* 44, 477, 2004.
- [25] Hegna, C. C., e Callen, J. D.. On the stabilization of neoclassical magnetohydrodynamic tearing modes using localized current drive or heating. *Phys. Plasmas* 4, 2940, 1997.
- [26] Hegna, C. C.. The physics of neoclassical magnetohydrodynamic tearing modes. *Phys. Plasmas* 5, 1767, 1998.
- [27] Hirshman, S.P. and Sigmar, D.J.. Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas. *Nucl. Fusion* 21, 1079, 1981.
- [28] Isayama, A., Oyama, N., Urano, H., Suzuki, T., Takechi, M., Hayashi, N., Nagasaki, K., Kamada, Y., Ide, S., Ozeki, T., e o JT-60 Team. *Stabilization of neoclassical tearing modes by electron cyclotron current drive in JT-60U*. *Nucl. Fusion*, 47, 773, 2007.
- [29] Isayama, A., Matsunaga, G., Kobayashi, T., Moriyama, S., Oyama, N., Sakamoto, Y., Suzuki, T., Urano, H., Hayashi, N., Kamada, Y., Ozeki, T., Hirano, Y., Urso, L., Zohm, H., Maraschek, M., Hobirk, J., Nagasaki, K., e o JT-60 Team. Neoclassical tearing mode control using electron cyclotron current drive and magnetic island evolution in JT-60U. *Nucl. Fusion* 49, 055006, 2009.
- [30] Krall, N. A. & Trivelpiece, A. W.. *Principles of Plasma Physics*. McGraw-Hill, New York, 1973.
- [31] de Oliveira, C. I.. *Efeito do transporte radial de partículas na eficiência da geração de corrente por ondas do tipo híbrida inferior em tokamaks*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, agosto, 2002.

- [32] de Oliveira, C. I.. *Estudo de processos de geração de correntes em tokamaks por meio de interações onda-partícula*. PhD thesis, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, novembro, 2006.
- [33] Petruzzellis, L. T.. *Evolução não linear de ondas eletrostáticas e eletromagnéticas no contexto da teoria de turbulência fraca em plasmas*. Dissertação de mestrado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, dezembro, 2014.
- [34] Rosa, P. R. da S.. *Evolução quase-linear do coeficiente de absorção de cíclotron para plasmas de tokamaks*. Tese de Doutorado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, março 1993.
- [35] Rosa, P. R. da S., e Giruzzi, G.. RF current drive by electron cyclotron waves in the presence of magnetic islands. *Plasma Phys. Control. Fusion* 42, 755, 2000.
- [36] Rosa, P. R. da S., e Ziebell, L. F.. Quasilinear evolution of electron cyclotron absorption by an RF-generated extended tail in tokamak plasmas. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 35, 511, 1993.
- [37] P. R. da S. Rosa and L. F. Ziebell. A non-local synergism between electron cyclotron waves and lower hybrid waves induced by transport. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 43(11):1485–1502, November 2001.
- [38] Rosa, P. R. da S., e Ziebell, L. F.. EC + LH current drive in the presence of an internal transport barrier. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 44(10), 2065, Sep. 2002.
- [39] Rosa, P. R. da S., e Ziebell, L. F.. Current drive by EC waves in the presence of magnetic islands and transport. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 50(9), 095002, Sep. 2008.
- [40] Rosa, P. R. da S., e Ziebell, L. F.. The role of the RF induced electric field in the current drive by EC waves in the presence of magnetic islands. *Nucl. Fusion*, 50(11), 115009, Nov. 2010.
- [41] Rutherford, P. H. Nonlinear growth of tearing mode. *Phys. Fluids*, 16:1903–1908, 1973.
- [42] Sauter, O., LaHaye, R. J., Chang, Z., Gates, D. A., Kamada, Y., Zohm, H., Bondeson, A., Boucher, D., Callen, J. D., Chu, M. S., Gianakon, T. A., Gruber, O., Harvey, R. W., Hegna,

- C. C., Lao, L. L., Monticello, D. A., Perkins, F., Pletzer, A., Reiman, A. H., Rosenbluth, M., Strait, E. J., Taylor, T. S., Turnbull, A. D., Waelbroeck, F., Wesley, J. C., Wilson, H. R., Yoshino, R.. Beta limits in long-pulse tokamak discharges. *Phys. Plasmas*, 4 (5), 1654, 1997.
- [43] Wesson, J. *Tokamaks*. 3. ed. Oxford: Oxford University Press, 2004.
- [44] White, R.B., Monticello, D.A., Rosenbluth, M.N., and Waddell, B.V.. Saturation of the tearing mode. *Phys. Fluids* 20, 800, 1977.
- [45] Yu, Q., Gunter, S., e Lackner, K.. Numerical modeling of nonlinear growth and saturation of neoclassical tearing modes. *Physics of Plasmas* 11, 140, 2004.
- [46] Zohm, H., Gantenbein, G., Giruzzi, G., Gunter, S., Leuterer, F., Maraschek, M., Meskat, J., Peeters, A. G., Suttrop, W., Wagner, D., Zabiogo, M. Experiments on neoclassical tearing mode stabilization by ECCD in ASDEX Upgrade. *Nucl. Fusion* 39, 577, 1999.