

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DAS INSTABILIDADES
DO LEITO OCEÂNICO INDUZIDAS PELO
CARREGAMENTO CÍCLICO DA ONDA

Deborah Marcant Silva Madalozzo

Porto Alegre
2016

DEBORAH MARCANT SILVA MADALOZZO

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DAS INTABILIDADES
DO LEITO OCEÂNICO INDUZIDAS PELO
CARREGAMENTO CÍCLICO DA ONDA**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Samir Maghous

Porto Alegre
2016

CIP - Catalogação na Publicação

Madalozzo, Deborah Marcant Silva

Contribuição à análise das instabilidades do leito oceânico induzidas pelo carregamento cíclico da onda / Deborah Marcant Silva Madalozzo. -- 2016.

238 f.

Orientador: Samir Maghous.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2016.

1. estabilidade de encostas submarinas. 2. análise limite. 3. ondas de água. 4. poroelasticidade. 5. poropressão. I. Maghous, Samir, orient. II. Título.

DEBORAH MARCANT SILVA MADALOZZO

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DAS INTABILIDADES
DO LEITO OCEÂNICO INDUZIDAS PELO
CARREGAMENTO CÍCLICO DA ONDA**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelos professores orientadores e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 08 de setembro 2016

Samir Maghous
Docteur pela École Nationale des Ponts et Chaussées
Orientador

Carlos Torres Formoso
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Armando Miguel Awruch (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Maurício Ehrlich (UFRJ)
Ph.D. pela University of California

Hernán Eduardo Martínez Carvajal (UnB)
Dr. pela Universidade de Brasília

RESUMO

MADALOZZO, D. M. S. **Contribuição à análise das instabilidades do leito oceânico induzidas pelo carregamento cíclico da onda.** 2016. 238 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil., UFRGS, Porto Alegre.

O conhecimento de zonas potencialmente instáveis no fundo do mar é de fundamental importância para o desenvolvimento das estruturas marinhas, pois permite posicionar estruturas *offshore* em áreas mais seguras, reduzindo-se possíveis danos, custos e eventual poluição ambiental. Nesse contexto, o objetivo do presente trabalho é investigar, através de uma abordagem analítico-numérica, a estabilidade de maciços submarinos submetidos ao carregamento cíclico da onda. O efeito das ondas de água sobre o leito submerso é descrito pela propagação de uma onda de pressão ao longo de sua superfície, empregando-se a teoria linear de Stokes. São considerados maciços com superfície superior horizontal e inclinada, constituídos por material coesivo (argilas) e material granular (areias). Em maciços constituídos por solos finos, a capacidade resistente do material é modelada pelo critério de Tresca não-homogêneo e a análise da estabilidade é desenvolvida em condição não drenada. Por outro lado, em leitos granulares, a resistência do meio depende explicitamente do valor da poropressão, sendo descrita classicamente pelo critério de Coulomb sem coesão. A análise de estabilidade é então desenvolvida em tensões efetivas e o gradiente de poropressão atua como uma força volumétrica sobre o esqueleto, caracterizando o modo de carregamento principal deste material. Em razão da tendência a se densificar quando submetido a um estado de tensões desviadoras cíclicas, ocorre, em geral, a acumulação de excesso de poropressão no maciço granular. Consequentemente, o acoplamento entre o comportamento do material e o carregamento cíclico tem fundamental importância sobre o cálculo do excesso de poropressão desenvolvido. Para determinação das forças de percolação, considera-se uma abordagem simplificada baseada na partição das deformações em contribuições reversível e irreversível, que permite desacoplar o cálculo da pressão intersticial induzida pela onda. Aplicando-se conceitos da teoria da Análise Limite é possível formular limites inferiores e superiores da máxima amplitude segura do carregamento da onda. Finalmente, os efeitos da declividade da superfície do leito e da espessura de camada de solo sobre a estabilidade são analisados.

Palavras-chave: estabilidade de encostas submarinas; análise limite; ondas de água; poroelasticidade; poropressão; forças de percolação.

ABSTRACT

MADALOZZO, D. M. S. **Contribution to the analysis of seabed instabilities induced by the wave cyclic loading**. 2016. 238 p. Thesis (Doctorate in Civil Engineering) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil., UFRGS, Porto Alegre.

The knowledge of potentially unstable areas on the seabed is of fundamental importance to the development of marine structures, because it allows to install offshore structures in safer areas, reducing possible damages, costs and eventual environmental pollution. In this context, the objective of the present work is to investigate the stability of submarine soil masses subjected to the wave cyclic loading through analytical-numerical approaches. The effect of water waves on the submerged bed is described by the propagation of a pressure wave along its surface, using the Stokes's linear theory. Soil masses with horizontal and sloped upper surface, composed of cohesive material (clays) and granular materials (sands) are considered in this study. In soil masses constituted of fine soil, the material strength capacity is modeled by the non-homogeneous Tresca criterion and the stability analysis is carried out in undrained condition. On the other hand, in granular beds, the strength explicitly depends on the pore pressure value, being classically described by the Coulomb criterion without cohesion. Then, the stability analysis is developed in effective stress and the pore pressure gradient acts as a volumetric force on the skeleton, characterizing the main charging mode of this material. Due to the tendency to densify when subjected to a cyclic deviatoric stress state occurs, in general, the build-up of pore pressure excess in the granular mass. Consequently, the coupling between the material behavior and the cyclic loading has fundamental importance in the calculation of the pore pressure excess generated. In order to define the seepage forces, a simplified approach based on the partition of deformations in reversible and irreversible contributions is considered, which allows to decouple the wave-induced pore pressure calculation. Applying the concepts of the limit analysis theory it is possible to formulate upper and lower boundaries of the maximum safe amplitude of the wave loading. Finally, the effects of the seabed surface steepness and of the soil layer thickness on the stability are analyzed.

Key-words: stability of submarine slopes; limit analysis; water waves; poroelasticity; pore pressure; seepage forces.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Mecanismos de resposta do solo induzidos pela onda, em função do modo de geração de poropressão.....	34
Figura 2 - Deformação elástica do leito marinho sujeito ao carregamento de uma onda progressiva (baseado em Sumer, 2014).....	49
Figura 3 - Descrição esquemática dos estágios do processo de liquefação (baseado em Sumer, 2014).....	50
Figura 4 - Evolução no tempo da poropressão, deformação cisalhante e tensão cisalhante, conforme experimento realizado em Peacock & Seed (1968) (baseado em Sumer, 2014).....	51
Figura 5 - Representação estática dos possíveis modos de falha: (a) deslizamento rotacional por Henkel (1970) e (b) deslizamento de talude infinito por Wright & Dunham (1972) (baseado em Mitchel et al, 1974).....	54
Figura 6 - Parâmetros característicos da onda de água.....	65
Figura 7 - Classificação das ondas de água conforme amplitude e parâmetros H; L e d (baseado em Ippen, 1966).....	67
Figura 8 - Perfis de ondas bidimensionais.....	68
Figura 9 - Definições para um sistema de onda de água bidimensional.....	73
Figura 10 - Definições do problema considerando uma onda de água bidimensional.....	77
Figura 11 - Variação dos parâmetros da onda para fundo do mar plano não horizontal.....	78
Figura 12 - Geometria do leito marinho submetido ao carregamento da onda.	81
Figura 13 - Campo de velocidade de corpo rígido $V^{\alpha l}$	85
Figura 14 - Carga limite $p_0^{\text{lim}} = \mathcal{P}_{\text{lim}}$ traçada em função da combinação dos parâmetros da onda $[H/L, d/L]$, com $\eta_c=0,1\gamma_w$, para: (a) fundo do mar horizontal; (b) fundo do mar inclinado a $\theta=3^\circ$ e (c) fundo do mar inclinado a $\theta=5^\circ$; (d) valor da carga limite que satisfaz também a condição de validade do modelo linear.	88
Figura 15 - O meio poroso como a sobreposição de dois meios contínuos: uma partícula de esqueleto e uma partícula do fluido que coincidem sobre o mesmo volume infinitesimal geométrico (baseado em Coussy, 2004).....	92
Figura 16 - Distribuição vertical das tensões efetivas e excesso de poropressão induzidas pela onda em camada de solo com espessura infinita, considerando amplitudes máximas (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).	121
Figura 17 - Campo vetorial relacionado ao gradiente da poropressão, em escala log.	122
Figura 18 - Variação dos perfis verticais de tensões efetivas e excesso de poropressão induzidos pela onda ao longo da direção horizontal para diferentes razões h/L e valores de ψ	125
Figura 19 - Excesso de poropressão induzida pela onda, ao longo da profundidade, em camadas de solo com diferentes espessuras h : resultados obtidos analiticamente a partir da formulação proposta por Hsu & Jeng (1994) (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).	126

Figura 20 - Campo vetorial relacionado ao gradiente da poropressão considerando-se solo com espessura finita e diferentes razões h/L , em escala log.	127
Figura 21 - Distribuição vertical do excesso de poropressão considerando solução para espessura de solo infinita e espessura de solo finita, para diferentes razões h/L	128
Figura 22 - Diferença relativa no excesso de poropressão calculado com formulações para solo de espessura finita e infinita ao longo da profundidade para diferentes valores da razão h/L	129
Figura 23 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda, calculado considerando a resposta poroelástica para espessura do solo infinita (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).....	131
Figura 24 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda, calculado considerando a resposta poroelástica para espessura do solo finita, com diferentes razões h/L e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990).....	134
Figura 25 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda calculada considerando a resposta poroelástica para espessura h do solo infinita e finita – comparação.....	135
Figura 26 - Perfis de excesso de poropressão de origem irreversível no interior do maciço, de acordo com o número de ciclos “N” do carregamento, obtidos no presente trabalho utilizando o modelo com termo fonte constante e resultados apresentados por Dormieux (1989).....	144
Figura 27 - Perfis de excesso de poropressão de origem irreversível em [kPa] no interior do maciço, de acordo com o número de ciclos N do carregamento, obtidos no presente trabalho utilizando o modelo com termo fonte constante, e perfil de tensão efetiva média inicial (a) e detalhe da região pontilhada na figura anterior (b).....	145
Figura 28 - Razão entre sobrepressão irreversível e amplitude da tensão efetiva média inicial, de acordo com o número de ciclos N	145
Figura 29 - Perfil do gradiente hidráulico irreversível, de acordo com o número de ciclos “N”.	146
Figura 30 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível em $x_2 = 0$, com o aumento do número de ciclos “N”.	147
Figura 31 - Registro no tempo de um ensaio de cisalhamento cíclico não-drenado (Pecker, 1984 apud Dormieux, 1989).....	148
Figura 32 - Curvas de resistência ao cisalhamento cíclico (Pecker, 1984 apud Dormieux, 1989).....	150
Figura 33 - Evolução do valor da deformação volumétrica irreversível no decorrer dos primeiros 1000 ciclos considerando taxas de cisalhamento ρ_c constantes. Resultados obtidos no presente trabalho e resultados apresentados em Dormieux et al. (1993).....	157
Figura 34 - Distribuição da deformação volumétrica irreversível no decorrer de 1000 ciclos para todos os pontos da malha, a cada -0,25m (a) e detalhe da distribuição para $x_2 = 0$; $x_2 = -0,25$ e $x_2 = -0,5$ (b).....	160
Figura 35 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade no decorrer de (a) 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos e (b) 200 ciclos, a cada 20 ciclos.....	160

Figura 36 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para 20, 100 e 200 ciclos – resultados obtidos no presente trabalho e apresentados em Dormieux et al., 1993.....	161
Figura 37 - Distribuição do módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível ao longo da profundidade da camada de solo no decorrer dos primeiros 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos (a) e detalhe dos perfis em $x_2 = 0$ (b).	162
Figura 38 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ no decorrer de 2400 ciclos. Resultados obtidos no presente trabalho.	163
Figura 39 - Distribuição vertical do excesso de poropressão irreversível (a) e do módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível (b) ao longo da profundidade da camada de solo no decorrer dos primeiros 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos.	164
Figura 40 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ no decorrer de 2400 ciclos para diferentes razões H_0/L_0	165
Figura 41 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade até 100000 ciclos do carregamento, para espessuras de camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$	166
Figura 42 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade até 100000 ciclos do carregamento, para espessuras de camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$: detalhe da região compreendida entre a superfície e os primeiros 30 metros de profundidade.	167
Figura 43 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ para espessuras da camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$ no decorrer de 100000 ciclos.....	168
Figura 44 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para alguns ciclos do carregamento, considerando as espessuras de camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$: detalhe dos perfis por número de ciclo N	169
Figura 45 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para alguns ciclos do carregamento, considerando as espessuras de camada de solo estudadas: detalhe individual dos perfis de acordo com a espessura da camada h e número de ciclo N	171
Figura 46 - Valores do termo $(\delta u_h^{irr} - \delta u_\infty^{irr})$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se os ciclos de carregamento (a) $N=10$; (b) $N=100$; (c) $N=200$; (d) $N=500$; (e) $N=1000$; (f) $N=2000$; (g) $N=5000$; (h) $N=10000$; (i) $N=50000$; (j) $N=100000$	175
Figura 47 - Geometria do leito marinho submetido ao carregamento da onda.	177
Figura 48 - Campo de velocidade virtual dependente de três parâmetros α , β e l (a) e detalhe da zona destacada (b).	185
Figura 49 - Domínio \mathbf{K} dos valores potencialmente suportáveis dos parâmetros (Q_1, Q_2)	191
Figura 50 - Trajetória de carregamento correspondente ao efeito de 2400 ciclos da onda, para diferentes declividades da onda H_0/L_0 e ângulos de atrito do solo φ sobre o plano (Q_1, Q_2)	193

Figura 51 - Valores do termo $(\delta u^h - \delta u^\infty)$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se os ciclos de carregamento (a) N=10; (b) N=100; (c) N=200; (d) N=500; (e) N=1000; (f) N=2000; (g) N=5000; (h) N=10000; (i) N=50000; (j) N=100000.	203
Figura 52 - Valores do termo $(\delta u_h^{el} - \delta u_h^h)$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas.	203
Figura 53 - Evolução do termo $\Delta u / \gamma' x_2$, com $\Delta u = (\delta u^h - \delta u^\infty)$, ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se ciclos de carregamento até N=100000.	207
Figura 54 - Evolução dos valores mínimos do termo $\Delta u / \gamma' x_2$ ao longo de N=100000 ciclos de carregamento, para as três espessuras da camada de solo estudadas (a) e detalhe por intervalos (b).	208
Figura 55 - Limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita h=0,25L (a); h=0,5L (b) e h=L (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q ₁ , Q ₂).	214
Figura 56 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita h=0,25L e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q ₁ , Q ₂).	215
Figura 57 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita h=0,5L e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q ₁ , Q ₂).	216
Figura 58 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita h=L e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q ₁ , Q ₂).	217

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tabela resumo com publicações recentes que investigaram a resposta do leito oceânico induzida pela onda, a legenda para identificação dos índices numéricos está apresentada na tabela 2.	36
Tabela 2 - Legenda para identificação dos índices numéricos da tabela 1.	36
Tabela 3 - Parâmetros utilizados para resposta poroelástica em camada de solo de espessura infinita.	121
Tabela 4 - Parâmetros utilizados para resposta poroelástica em camada de solo de espessura finita.	124
Tabela 5 - Valores máximos do termo $\sqrt{J_2}/p_0$, de acordo com razão h/L.	134
Tabela 6 - Parâmetros utilizados.	137
Tabela 7 - Parâmetros da onda utilizados, obtidos a partir dos parâmetros de carregamento e geometria apresentados na tabela 7.1.	137
Tabela 8 - Parâmetros de cálculo específicos necessários para modelo de Rahman & Jaber (1986).	143
Tabela 9 - Valores máximos do gradiente hidráulico irreversível na superfície e amplitude da pressão da onda, de acordo com razão H_0/L_0	165
Tabela 10 – Grandezas envolvidas na análise da estabilidade do solo granular que dependem da espessura da camada de solo.	181
Tabela 11 – Contribuição reversível e irreversível dos valores mínimos do termo $\Delta u/\gamma' x_2$	209
Tabela 12 - Parâmetros dependentes da espessura da camada de solo considerando parâmetros definidos nas tabelas 6 e 7 e $\varphi = 30^\circ$	212

LISTA DE SÍMBOLOS¹

a : escalar

\underline{a} ou \vec{a} : vetor

$\underline{\underline{a}}$: tensor de segunda ordem

\tilde{a} : tensor de quarta ordem

Letras Romanas Maiúsculas

A : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.32)

$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$: parâmetros utilizados na Abordagem Cinemática, definidos em (8.89 – 8.92)

B : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.32)

C : coesão do material

C : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.32)

C_{onda} : celeridade da onda ou velocidade de propagação da onda

$C_A(x_2)$: termo utilizado na Abordagem Estática, definido em (8.19)

\underline{C} : tensor elástico drenado de rigidez do esqueleto

\underline{C}^u : tensor elástico não-drenado de rigidez do esqueleto

C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6 : valores complexos, funções dos parâmetros da onda e solo, definidos em Hsu & Jeng (1994)

\mathcal{D} : família de condições necessárias de estabilidade, definida pelas condições (8.42) e (8.50)

D : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.37)

D_r : densidade relativa da areia

E : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.37)

F : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.37)

$\underline{\underline{F}}$: tensor gradiente de deformação

G : módulo de cisalhamento

G_s : potencial termodinâmico

H : altura da onda

H_0 : altura da onda em águas profundas

J : jacobiano da deformação

J_2 : segundo invariante do tensor de tensões desviadoras

\mathbf{K} : domínio de cargas seguras

¹ Válida para os capítulos 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

K : módulo de compressibilidade volumétrica
 K_u : módulo de compressibilidade volumétrica não drenado, definido em (5.72)
 K_v : módulo de compressão modificado, definido em (7.39)
 K_s : módulo de compressibilidade da matriz
 K_f : módulo de compressibilidade do fluido
 \bar{K}_0 : coeficiente de empuxo lateral
 $K_1(x_2)$: função arbitrária para cálculo Abordagem Estática do solo granular
 $K_2(x_2)$: função arbitrária para cálculo Abordagem Estática do solo granular
 $K_3(x_2)$: função arbitrária para cálculo Abordagem Estática do solo granular
 K_3' : termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.29)
 \bar{K}_3 : termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.116)
 L : comprimento da onda
 L_0 : comprimento da onda em águas profundas
 M : parâmetro definido em (5.68)
 N : número de ciclos de tensão cisalhante (carregamento)
 N_{biot} : módulo de Biot
 N_l : número de ciclos de tensão cisalhante necessário para produzir liquefação na amostra
 P_{rm} : potência resistente máxima
 P_{ext} : potência externa
 P_g : potência externa correspondente às forças de gravidade
 P_{hyd} : potência externa correspondente à pressão hidrostática
 P_{p_0} : potência externa correspondente à pressão da onda
 \mathcal{P}_{min} : valor mínimo do termo $\Delta u / \gamma' x_2$
 \mathcal{P}_{min}^{el} : valor mínimo do termo $\Delta u^{el} / \gamma' x_2$
 $Q(x_2)$: termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.17)
 Q_1 : parâmetro que quantifica intensidade do carregamento sobre o maciço granular
 Q_2 : parâmetro que quantifica intensidade do carregamento sobre o maciço granular
 S : superfície do triângulo ABC utilizado na Abordagem Cinemática do solo granular
 T : período da onda
 \bar{T} : densidade de força de superfície

\vec{T}^s : forças de superfície relacionadas ao esqueleto

\vec{T}^f : forças de superfície relacionadas ao fluido

$\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5, \mathcal{F}_6$: funções utilizadas no cálculo poroelástico, definidas em (6.31) e (6.36)

$\mathcal{F}_7, \mathcal{F}_8$: parâmetros definidos em (8.125) e (8.127)

U : escalar positivo

\underline{U} : vetor velocidade

$[\underline{U}(x)]$: vetor descontinuidade do campo de velocidade \underline{U}

\underline{V} : vetor velocidade

\vec{V}^f : velocidade da partícula do fluido

\vec{V}^s : velocidade da partícula do esqueleto

\vec{V}^r : velocidade relativa

$\underline{V}^{\alpha l}$: campo de velocidade virtual utilizado na Abordagem Cinemática para solo coesivo

$\underline{V}^{\alpha \beta l}$: campo de velocidade virtual utilizado na Abordagem Cinemática para solo granular

$\underline{\underline{W}}$: tensor vorticidade

$X(x_2)$: termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.22)

X' : termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.28)

\overline{X} : termo utilizado na Abordagem Estática do solo granular, definido em (8.117)

Letras Romanas Minúsculas

a : parâmetro do campo de velocidade

\bar{a} : parâmetro do material usado no modelo de Rahman & Jaber, 1986

b : coeficiente de Biot

\bar{b} : parâmetro do material usado no modelo de Rahman & Jaber, 1986

\vec{b} : vetor de forças de volume

$\underline{\underline{b}}$: tensor de Biot

c : parâmetro do modelo de Rahman & Jaber (1986), definido em (7.12)

c_v : coeficiente de consolidação do solo

$\underline{\underline{d}}$: tensor taxa de deformação

d : profundidade da água, entre nível médio da água e superfície do leito do mar

de : variação do índice de vazios

$d\lambda$: multiplicador plástico

e : índice de vazios

e_{int} : densidade de energia interna por unidade de volume

$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$: base ortonormal do sistema de coordenadas adotado

$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{x})$: critério de resistência do material

$f(\underline{\underline{\sigma}}', \underline{x})$: critério de resistência do material em tensões efetivas

$f(x_2)$: função utilizada no cálculo poroelástico, definida em (6.30.a)

$f'(x_2)$: derivada da função $f(x_2)$ com relação a x_2

\vec{f} : densidade de força de corpo

$\vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow\pi}$: força de volume que diz respeito à força de interação macroscópica exercida por um meio contínuo sobre o outro, com $\pi = s$ (partícula do esqueleto) ou $\pi = f$ (partícula do fluido)

g : potencial plástico

g : aceleração da gravidade

$g(x_2)$: função utilizada no cálculo poroelástico, definida em (6.30.b)

$g'(x_2)$: derivada da função $g(x_2)$ com relação a x_2

h : profundidade entre superfície do leito do mar e substrato impermeável ou espessura da camada de solo

$h(\rho_c, \zeta)$: função que define o número de ciclos que provoca liquefação em condição não-drenada sob ação de um carregamento desviador periódico

\underline{i} : vetor adimensional gradiente hidráulico

$\underline{i}^{\text{irr}}$: vetor adimensional gradiente hidráulico irreversível

$\underline{i}^{\text{el}}$: vetor adimensional gradiente hidráulico elástico

$i^{\text{irr}}(0)$: amplitude do gradiente hidráulico irreversível calculado sobre a superfície do maciço

$i_{\text{al}}^{\text{irr}}$: valor médio do gradiente hidráulico irreversível sobre a área do triângulo ABC, definido em (8.61)

i^{cr} : gradiente hidráulico crítico

k : número de onda

\underline{k} : vetor orientado conforme direção da gravidade, definido em (4.4) e (8.5)

$\underline{\underline{k}}$: tensor de permeabilidade do fluido

k_p : constante de permeabilidade, com unidade $[m/s]$

k_{pe} : constante de permeabilidade do fluido, com unidade $[m^3 \cdot m / (N \cdot s)]$, sendo $k_{pe} = k_p / \gamma_w$

l : parâmetro do campo de velocidade

m_f : conteúdo de massa fluida Lagrangeano atual

m_v : coeficiente volumétrico

n : porosidade euleriana

\vec{n} ou \underline{n} : vetor unitário normal à superfície

p : pressão do fluido (válido no capítulo 3)

p_a : pressão de referência

p_0 : amplitude da pressão da onda sobre a superfície do leito do mar

p_0^{lim} : amplitude limite da pressão da onda sobre a superfície do leito do mar, com relação à estabilidade do maciço coesivo

$p_{\text{onda}}(x_1, t)$: pressão da onda sobre a superfície do leito do mar

\vec{q} : vetor de filtração

r : parâmetro do modelo de Rahman&Jaber (1986), definido em (7.13)

\underline{s} : tensor de tensões desviadoras

t : tempo

u : poropressão total

u^h : poropressão total no maciço com espessura da camada de solo finita

u^∞ : poropressão total no maciço com espessura da camada de solo infinita

\vec{v} : vetor de velocidades

v_f : variação atual do conteúdo de volume fluido por unidade de volume inicial

\vec{w}_f : vetor turbilhão do fluido

\underline{w} : vetor de fluxo relativo de massa fluida

(x, y, z) : sistema de eixos cartesianos (válido no capítulo 3, para estudo do efeito da onda do mar sobre a superfície do maciço)

(x_1, x_2, x_3) : sistema de eixos cartesianos

Letras Gregas Maiúsculas

Δ_{ij} : componentes do tensor de deformações de Green-Lagrange

Δu : diferença entre o excesso de poropressão induzido pela onda no maciço com espessura da camada de solo finita e infinita, definida em (8.104)

Δu^e : diferença entre o excesso de poropressão de origem elástica induzido pela onda no maciço com espessura da camada de solo finita e infinita, definida em (8.114)

$\Phi(x, y, z, t)$: potencial de velocidades

Φ_s : dissipação volumétrica associada ao esqueleto
 Φ_f : dissipação volumétrica associada ao escoamento do fluido
 Φ_{th} : dissipação volumétrica associada ao gradiente de temperatura
 Ψ_s : densidade de energia livre do esqueleto Lagrangeana
 Ω_0 : volume inicial do material
 Ω_t : volume atual do material

Letras Gregas Minúsculas

α : parâmetro do campo de velocidade
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$: parte real dos coeficientes C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6
 $\bar{\alpha}$: parâmetro do material usado no modelo de Dormieux (1989)
 α' : constante empírica usada no modelo de Rahman & Jaber (1986)
 β : parâmetro do campo de velocidade
 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$: parte imaginária dos coeficientes C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6
 $\bar{\beta}$: parâmetro do material usado no modelo de Dormieux (1989)
 γ : peso específico médio do material
 γ_w : peso específico da água
 γ' : peso específico submerso do material
 $\bar{\gamma}^f$: aceleração da partícula do fluido
 $\bar{\gamma}^s$: aceleração da partícula do esqueleto
 δ : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico dependente das características da onda e solo, definido em (6.18)
 δ_1 : parte real do parâmetro δ
 δ_2 : parte imaginária do parâmetro δ
 δ_{ij} : componentes do tensor delta de Kronecker
 δu : excesso de poropressão induzido pela onda
 δu^h : excesso de poropressão induzido pela onda em maciço com espessura da camada de solo finita
 δu^∞ : excesso de poropressão induzido pela onda em maciço com espessura da camada de solo infinita
 δu^{el} : excesso de poropressão induzido pela onda de origem elástica (ou reversível)
 δu^{irr} : excesso de poropressão induzido pela onda de origem irreversível (ou inelástica)

δW^P : trabalho plástico infinitesimal

$\underline{\underline{\varepsilon}}$: tensor de deformações linearizadas

ε_v : deformação volumétrica

ε_v^{rev} : deformação volumétrica reversível (ou elástica)

ε_v^{irr} : deformação volumétrica irreversível (ou inelástica)

ε : deformação volumétrica

ζ : índice de vazios irreversível

$\eta(\underline{x}, t)$: deslocamento vertical da superfície livre, sobre o nível médio de água

η_c : gradiente de coesão

η_c^* : valor crítico do gradiente de coesão

θ : ângulo de inclinação da superfície do maciço (ou do fundo do mar)

κ : parâmetro utilizado no cálculo poroelástico, definido em (6.16)

$\bar{\kappa}$: constante característica do material relacionada ao comportamento elástico

λ : coeficiente de Lamè

$\bar{\lambda}$: constante característica do material relacionada ao comportamento inelástico

μ : módulo de cisalhamento

ν : coeficiente de Poisson

ν_c : viscosidade cinemática do fluido

$\vec{\xi}$: vetor deslocamento

$\pi(\underline{n}, \underline{U})$: função que representa a potência resistente máxima que pode ser desenvolvido no ponto \underline{x} relacionada à descontinuidade de velocidade $[\underline{U}(\underline{x})]$ de acordo com $\underline{n}(\underline{x})$, respeitando as restrições em $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ correspondentes às capacidades de resistência

π_{ij} : componentes do tensor de tensões de Piola-Kirchhoff

ρ : massa específica média do material

ρ_f : massa específica intrínseca da massa fluida

ρ_s : massa específica intrínseca do esqueleto

ρ_w : massa específica da água

ρ_c : taxa de cisalhamento usada no modelo de Dormieux (1989), definida em (7.41)

$\underline{\underline{\sigma}}$: tensor de tensões

$\underline{\underline{\sigma}}'$: tensor de tensões efetivas

σ'_m : tensão efetiva média.

$\underline{\underline{\sigma}}^h$: tensor de tensões totais no maciço com espessura da camada de solo finita

$\underline{\underline{\sigma}}^\infty$: tensor de tensões totais no maciço com espessura da camada de solo infinita

τ : amplitude do carregamento desviador da onda

φ : ângulo de atrito do material

ϕ : porosidade Lagrangeana

ψ : variável da análise de estabilidade do solo granular, dada por $\psi = kx_1 - \omega t$

ψ_p : função que fornece a geração de poropressão devido à ação das tensões cisalhantes cíclicas sob condições não drenadas

ω : frequência angular da onda

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	22
1.1 RELEVÂNCIA DO TEMA.....	22
1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	24
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	25
2 PROBLEMÁTICA DA INSTABILIDADE DA MASSA SUBMARINA.....	27
2.1 UMA VISÃO GERAL E BREVE HISTÓRICO SOBRE OS MOVIMENTOS DA MASSA SUBMARINA	27
2.2 MECÂNICA DA FALHA DO TALUDE SUBMARINO	28
2.3 A INTERAÇÃO DA ONDA DO MAR COM O SOLO DO LEITO MARINHO	33
2.4 MODELOS TEÓRICOS PARA A ANÁLISE DA RESPOSTA DE UM LEITO MARINHO POROSO SUBMETIDO AO CARREGAMENTO DA ONDA.....	37
2.5 PARÂMETROS QUE CONTROLAM A RESPOSTA DO LEITO DO MAR INDUZIDA PELA ONDA	41
2.5.1 Características do solo que afetam a resposta induzida pela onda.....	42
2.5.2 Características da onda que afetam a resposta do leito oceânico	44
2.6 INSTABILIDADES DO LEITO MARINHO INDUZIDAS PELA ONDA.....	47
2.6.1 Falha por liquefação.....	47
2.6.2 Falha por cisalhamento	53
2.7 MÉTODOS PARA A ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES	56
2.7.1 Análise limite.....	59
2.8 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA ANÁLISE LIMITE.....	61
3 ELEMENTOS DA MODELAGEM DA ONDA DO MAR	65
3.1 AS ONDAS DE ÁGUA	65
3.2 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO FLUIDO VISCOZO INCOMPRESSÍVEL	68
3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA ONDAS DE ÁGUA	71
3.4 O PROBLEMA DA ONDA DE ÁGUA BIDIMENSIONAL.....	73
3.4.1 Definição do problema	73
3.4.2 Solução do problema	74
3.5 O CARREGAMENTO DA ONDA DO MAR.....	76
4 ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO MACIÇO CONSTITUÍDO POR SOLO COESIVO.....	80
4.1 DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO COESIVO.....	80
4.2 ABORDAGEM ESTÁTICA	82
4.3 ABORDAGEM CINEMÁTICA	84
4.4 DELIMITAÇÃO DA CARGA LIMITE	87
4.5 CASO DE UMA COESÃO UNIFORME	89
5 MACIÇO CONSTITUÍDO POR UM SOLO GRANULAR	90
5.1 DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO GRANULAR.....	90
5.2 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO MEIO POROSO	91
5.2.1 O meio poroso	91
5.2.2 Conservação da massa fluida	92
5.2.3 Lei de condução de Darcy	94

5.2.4	Conservação da quantidade de movimento	95
5.2.5	Termodinâmica do meio poroso	100
5.2.6	Comportamento poroelástico	101
5.2.7	Comportamento poroplástico	108
5.3	FORMULAÇÃO BASEADA NO MÉTODO DESACOPLADO	113
6	A RESPOSTA POROELÁSTICA INDUZIDA PELA ONDA	115
6.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES DO PROBLEMA	115
6.1.1	Condições de contorno	116
6.1.2	Técnica de solução analítica	117
6.2	SOLUÇÃO DO PROBLEMA	120
6.2.1	Espessura da camada de solo infinita	120
6.2.2	Espessura da camada de solo finita	122
6.2.3	Comparação	128
6.3	AMPLITUDE DO CARREGAMENTO DESVIADOR DA ONDA.....	130
6.3.1	Espessura da camada de solo infinita	130
6.3.2	Espessura da camada de solo finita	132
7	A RESPOSTA EM POROPRESSÃO DE ORIGEM IRREVERSÍVEL INDUZIDA PELA ONDA.....	136
7.1	O PROBLEMA DA POROPRESSÃO DE ORIGEM IRREVERSÍVEL	136
7.1.1	Caraterização do material, carregamento e geometria do problema em estudo	136
7.2	APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR RAHMAN & JABER (1986)	137
7.2.1	Embasamento do modelo	137
7.2.2	Equações do modelo	141
7.2.3	Resultados numéricos	143
7.2.4	Conclusões parciais	147
7.3	APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR DORMIEUX (1989).....	148
7.3.1	Embasamento do modelo – elementos do comportamento das areias sob solitação cíclica.....	148
7.3.2	Equações do modelo	155
7.3.3	Resultados numéricos para espessura da camada de solo infinita.....	159
7.3.4	Resultados numéricos para espessura da camada de solo finita	165
7.3.5	Comparação	172
7.3.6	Conclusões parciais	175
8	ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO MACIÇO CONSTITUIDO POR SOLO GRANULAR	177
8.1	DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO GRANULAR.....	177
8.2	ESPESSURA DA CAMADA INFINITA	181
8.2.1	Abordagem estática	181
8.2.2	Abordagem cinemática.....	185
8.2.3	Delimitação do carregamento limite	190
8.3	ESPESSURA DA CAMADA FINITA	194
8.3.1	Abordagem cinemática.....	194
8.3.2	Abordagem estática	199
8.3.3	Delimitação do carregamento limite	211
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	219
9.1	CONCLUSÕES	219

9.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	223
REFERÊNCIAS	224

1 INTRODUÇÃO

1.1 RELEVÂNCIA DO TEMA

A crescente demanda mundial por energia, combinada com a degradação contínua das reservas de óleo e gás em águas rasas, tem resultado no desenvolvimento das zonas de exploração *offshore*, localizadas além da plataforma continental, em águas mais profundas e ambientes não-testados. No Golfo do México, África Ocidental, costa Brasileira e costa Australiana desenvolvimentos têm ocorrido em profundidades de água superiores a 1000 m (Randolph et al., 2011). Relatos na literatura indicam que várias instalações *offshore* (como dutos, tanques de armazenamento de óleo e quebra-mares) têm sido danificadas por instabilidades do solo oceânico induzidas pela onda, mais do que por causas relacionadas a deficiências na construção (Christian et al., 1974; Smith e Gordon, 1983; Lundgren et al., 1989). Por esse motivo, nas últimas décadas, esforço considerável tem sido dedicado ao entendimento do fenômeno de interação onda-solo-estrutura.

As encostas continentais são áreas geologicamente complexas caracterizadas por declives acentuados do solo oceânico, batimetrias irregulares e abundância de sedimentos locais (Bruschi et al., 2006). Diversos mecanismos podem desencadear deslizamentos de terras submarinas (Locat e Lee, 2000). Em especial, a natureza cíclica do carregamento *offshore* pode causar significativas alterações na resistência e rigidez do solo devido às perturbações, remoldagens, reconsolidação e arrasto da água (Randolph et al., 2011).

É bem documentado na literatura que ondas propagando sobre o oceano podem criar significativa flutuação da pressão dinâmica sobre o leito marinho. Essa flutuação da pressão induz campos de tensões e excesso de poropressão nos sedimentos marinhos, que pode ser significativo o bastante para causar falha por cisalhamento e/ou liquefação nos sedimentos, levando à instabilidade do solo oceânico (Rahman, 1991). Segundo Sultan et al. (2004), sob carga cíclica, o comportamento dinâmico do sedimento é influenciado pela intensidade e duração da carga cíclica e pelo estado do sedimento (distribuição de tamanho de grão, presença ou ausência de uma fração de argila, grau de saturação). O carregamento cíclico

pode ser associado à degradação da rigidez do sedimento; à degradação da resistência ao cisalhamento e ao aumento da poropressão durante ao carregamento cíclico.

Uma vez que as encostas tenham tornado-se instáveis ou falhado, a resistência pode continuar sendo degradada. Fluxos de detritos, fluxos de lama e correntes de turbidez são processos importantes que ocorrem ao longo da margem continental causando o transporte de sedimentos para águas profundas. Esses escoamentos de massa gravitacional submarinas são reconhecidos por transportar sedimentos ao longo de várias centenas de quilômetros sobre declives de menos de 1° (Gauer et al., 2007) e constituem riscos geológicos, colocando em risco a integralidade de construções *offshore* como dutos, tubulações e linhas de comunicação. Um dos maiores deslizamentos conhecidos, o *Storegga Slide*, ocorrido no Mar da Noruega, teve seu escoamento estendido sobre aproximadamente 800 km ao longo de 8000 anos atrás; um deslizamento mais recente, o *Grand Banks*, aconteceu em 1929 e estendeu-se por mais de 1000 km (Gauer et al., 2007).

Dutos localizados em grandes profundidades de água estão mais vulneráveis a impactos oriundos destes deslizamentos do que outras estruturas submarinas. Isto é devido a dois fatores: o comprimento dos dutos instalados aumenta a exposição aos riscos de deslizamento de terra e a resistência estrutural dos dutos é pequena se comparada com as forças oriundas do deslizamento de terra. Quando estas instabilidades ocorrem no solo no entorno do duto, os dutos tendem a perder a estabilidade, podendo flutuar ou afundar, eventualmente causando danos, o que causará perdas econômicas e eventual poluição ambiental (Gao et al., 2003; Wen et al., 2012).

A fim de reduzir custos e riscos, avaliações dos deslizamentos de massa submarina e seu impacto sobre dutos são necessários para o projeto e posicionamento das tubulações (Silva, 2005). E assim, a avaliação da resposta do solo, incluindo poropressões, tensões efetivas e deslocamentos, é particularmente importante para elaboração de projetos de tubulações submarinas (Wen et al., 2012). Nessa abordagem, um desafio científico é vincular os parâmetros requeridos para simulação do deslizamento de leitos oceânicos aos parâmetros geotécnicos obtidos através de métodos de investigação convencionais. A ausência deste “link” é atualmente vista como a maior deficiência na avaliação quantitativa de deslizamentos. A avaliação de riscos geológicos é um esforço multi-disciplinar que envolve conhecimento em geologia, geofísica, sedimentologia, geotecnia, dinâmica dos fluidos e modelagem da mecânica estrutural. Uma abordagem integrada, incluindo diferentes disciplinas, é necessária para avaliar racionalmente riscos geológicos ao longo das encostas

continentais (Bruschi et al., 2006). Revisões sobre o assunto podem ser verificadas em Locat e Lee (2000); Bruschi et al. (2006); Gauer et al. (2007) e Randolph et al. (2011).

1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

O conhecimento de zonas potencialmente instáveis no fundo do mar permite posicionar estruturas *offshore* em áreas mais seguras, reduzindo-se possíveis danos, custos e eventual poluição ambiental. Assim, o objetivo principal do presente trabalho é investigar a estabilidade de maciços submarinos, planos ou inclinados e constituídos por material coesivo ou granular, submetidos ao carregamento cíclico da onda com o propósito de fornecer limites inferiores e superiores da máxima amplitude segura do carregamento da onda do mar.

Nesse contexto, os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Investigar na literatura o efeito da onda sobre a estabilidade do leito do mar, bem como os modelos teóricos utilizados para avaliação da resposta do leito do mar induzida pela onda;
- Estudar as ondas de água com o propósito de modelar o carregamento da onda do mar sobre o leito;
- Aplicar os conceitos da teoria da Análise Limite para o maciço argiloso submetido ao carregamento da onda, considerando diferentes inclinações da sua superfície, a fim de propor limites inferiores e superiores da máxima amplitude segura do carregamento da onda;
- Entender o comportamento dos materiais granulares submetidos ao carregamento cíclico da onda: estudo da mecânica do meio poroso; determinação da resposta poroelástica induzida pela onda e modelagem do acúmulo do excesso de poropressão induzido pela onda;
- Aplicar os conceitos da teoria da Análise Limite para o maciço granular submetido ao carregamento da onda, considerando diferentes inclinações da sua superfície e diferentes espessuras da camada de solo, a fim de propor limites inferiores e superiores da máxima amplitude segura do carregamento da onda;
- Analisar o efeito da inclinação da superfície do maciço e o efeito da espessura da camada de solo sobre a estabilidade dos maciços estudados.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

- A problemática da instabilidade da massa submarina é exposta no Capítulo 2. Após uma visão geral e um breve histórico dos movimentos de massa submarina, são apresentados conceitos importantes sobre a mecânica da falha de taludes no ambiente submarino. Na sequência, uma revisão bibliográfica sobre a interação onda x leito do mar é exposta: os modelos teóricos para a análise da resposta de um leito marinho poroso submetido ao carregamento da onda são apresentados e publicações relevantes são referenciadas; após, uma revisão dos estudos teóricos e experimentais que analisaram as instabilidades do leito marinho por falha de cisalhamento e liquefação é exibida e, por fim, uma análise das características da onda e do solo que afetam a resposta do leito induzida pela onda, com base nos diversos trabalhos publicados na área é apresentada. Finalmente, são expostos os métodos teóricos mais comumente utilizados para análise da estabilidade de taludes, onde aborda-se com maior detalhamento a teoria da análise limite, que é o método empregado no presente trabalho.
- A questão da modelagem da onda do mar é examinada no Capítulo 3. As equações fundamentais gerais para ondas de água são apresentadas e o problema da onda de água bidimensional é resolvido, possibilitando a definição do carregamento da onda do mar a ser empregado nas análises posteriores desenvolvidas no presente trabalho.
- A análise de estabilidade do maciço constituído por material coesivo é apresentada no Capítulo 4. Primeiramente são apresentadas definições importantes concernentes à análise e após, utilizando conceitos da teoria da análise limite, os limites inferiores e superiores do carregamento de ruptura são estimados.
- O estudo da estabilidade do maciço constituído por solo granular é iniciado no Capítulo 5, onde a modelagem do problema torna evidente a necessidade de se trabalhar em tensões efetivas. Nesse contexto, as equações governantes do meio poroso são apresentadas e, por fim, uma formulação baseada em um método desacoplado é introduzida. Esse método prevê a divisão das grandezas envolvidas em componentes de origem reversível e irreversível e será empregado para avaliação do efeito das ondas sobre o maciço.

- A resposta poroelástica induzida pela onda do mar no maciço de material granular é apresentada no Capítulo 6. Após exposição das equações governantes do problema são consideradas as condições de espessura da camada de solo infinita e finita. Soluções analíticas apresentadas na literatura são utilizadas para determinação das grandezas envolvidas, permitindo identificar diferenças significativas entre os resultados obtidos para espessura infinita e finita, principalmente para espessuras da camada de solo menores que o comprimento da onda.
- No capítulo 7, a resposta em poropressão de origem irreversível é obtida baseando-se em dois modelos disponíveis na literatura. Ao contrário do primeiro modelo, o segundo modelo estudado mostra-se adequado para as necessidades do presente trabalho e os resultados obtidos numericamente, para espessura da camada de solo infinita e finita, são utilizados para a consideração da contribuição irreversível das forças de fluxos na análise da estabilidade do maciço de material granular.
- A análise de estabilidade do maciço constituído por material granular é finalmente apresentada no Capítulo 8. A princípio, são apresentadas definições gerais concernentes à análise, nas quais os resultados obtidos nos capítulos 6 e 7 mostram-se de fundamental importância à modelagem do problema. Após, a análise de estabilidade considerando-se espessura da camada de solo infinita é desenvolvida utilizando-se conceitos da teoria da análise limite e a determinação do carregamento limite suportável pelo maciço é estimada. Na sequência, a análise de estabilidade é estendida ao caso do maciço com espessura da camada de solo finita e os limites inferiores e superiores do carregamento de ruptura são estimados, através das abordagens cinemática e estática da análise limite.
- Por fim, no capítulo 9 são apresentadas as conclusões obtidas com o presente trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 PROBLEMÁTICA DA INSTABILIDADE DA MASSA SUBMARINA

2.1 UMA VISÃO GERAL E BREVE HISTÓRICO SOBRE OS MOVIMENTOS DA MASSA SUBMARINA

A ocorrência de deslizamentos de terra submarinos foi relatada com frequência na literatura (Bjerrum, 1971; Moore, 1977; Saxov et al, 1982; Terzaghi, 1956 apud Lee & Edwards, 1986). Tais deslizamentos de terra são um perigo potencial para estruturas *offshore* e costeiras, além de ser um importante processo geológico responsável pelo transporte de sedimentos no mar. No planejamento do desenvolvimento *offshore*, depósitos potencialmente instáveis devem ser identificados, a fim de que se possa incluir estratégias de segurança que evitem falhas catastróficas.

Movimentos de massa podem resultar do aumento das cargas ambientais, da diminuição da resistência do sedimento/rocha ou da combinação do aumento da carga e diminuição da resistência. A importância relativa de cada um destes fatores desencadeadores não é bem compreendida. Por exemplo, em alguns ambientes um desses fatores vai dominar, enquanto que em outros, um fator desencadeador diferente será mais significativo (Lee et al, 2007). Alguns dos mecanismos desencadeadores estão relacionados ao acúmulo de sedimentos; erosão; terremotos; vulcões; ondas; gás e hidratos de gás; infiltração de águas subterrâneas; diapirismo; atividade humana.

Os esforços atuantes podem ser causados por gravidade, terremotos e ondas de tempestade, enquanto que a tensão de resistência pode ser reduzida por poropressão, infiltração de água subterrânea, rápida deposição de sedimentos, carregamento cíclico e atividade humana. Uma vez que as encostas tenham tornado-se instáveis ou falhado, a resistência pode continuar decrescendo, levando a fluxos sedimentares de detritos e correntes de turbidez.

Deslizamentos de terra submarinos não são distribuídos uniformemente sobre os oceanos do mundo, eles tendem a ocorrer onde há corpos espessos de sedimentos fracamente compactados, onde as encostas são íngremes, e onde as cargas exercidas pelo ambiente são elevadas. Estas condições são satisfeitas em fiordes, deltas, canyons submarinos e no talude

continental. Uma revisão abrangente sobre o movimento de massas submarinas pode ser encontrada em Lee et al. (2007).

O conhecimento sobre deslizamentos submarinos remonta, aproximadamente, ao incidente intitulado *Grand Banks* ocorrido em 1929 (Heezen & Ewing, 1952), quando um terremoto de magnitude 7,2 desencadeou uma sequência de eventos que levaram a uma progressão ordenada de quebras de cabos submarinos ao sul de Newfoundland - Canadá. Após o evento, a comunidade científica começou uma discussão que tem continuado até o presente a respeito do que exatamente causou a quebra de cabos e como os processos resultantes relacionam-se com a carga inicial do terremoto. Estudos de investigação sobre este evento podem ser encontrados em Heezen & Ewing (1952); Heezen & Drake (1964); Piper et al. (1999). A discussão contínua do evento *Grand Banks*, que ocorreu há mais de 80 anos atrás, é uma indicação da dificuldade em compreender os eventos submarinos em regiões mais afastadas.

Outro evento de interesse no que se refere a deslizamentos submarinos ocorreu em 1969, quando o furacão *Camille* atingiu a costa da Louisiana - EUA. Alturas de onda de 21-23m foram registradas próximo ao Delta do Mississipi e três plataformas de perfuração *offshore* foram seriamente danificadas ou destruídas. Estudos de investigação deste evento podem ser encontrados em Sterling & Strohbeck (1973); Bea et al. (1983); Garrison (1977).

Por outro lado, o papel dos deslizamentos de terra submarinos na formação de tsunamis tem recebido maior atenção desde que um terremoto de magnitude 7,0 ocorreu ao longo da costa norte de Papua Nova Guiné (país da Oceânia) em 1998. Nesta ocasião duas mil pessoas morreram com ondas de tsunami trazidas à terra após o terremoto. Este evento provocou discussão e debate considerável (Tappin et al, 1999;. Geist, 2000), mas a maioria dos cientistas atualmente acredita que as grandes ondas do mar não foram geradas diretamente pelos movimentos sísmicos, mas sim por um grande deslizamento de terra submarino iniciada por tremor sísmico.

2.2 MECÂNICA DA FALHA DO TALUDE SUBMARINO

Os mecanismos envolvidos na ruptura do talude podem ser definidos por: forças propulsoras, resistência do sedimento e potencial para mobilização em fluxos. De forma esquemática, encostas falham quando as forças propulsoras excedem as forças resistentes. No ambiente marinho, o fator de segurança de um declive é frequentemente calculado dividindo a resistência de cisalhamento pela tensão de cisalhamento exercida sobre uma superfície infinita

(Lee et al, 2007). Segundo Lee & Edwards (1986), a maioria dos trabalhos que estudam o fundo do mar tem usado a simplificação de talude infinito para a análise de estabilidade. As falhas observadas são geralmente tão grandes em área que os pressupostos de talude infinito são quase sempre cumpridos e os parâmetros e dimensões envolvidos, por não serem suficientemente conhecidos, não justificam uma maior sofisticação na análise.

Com relação às forças propulsoras, a gravidade exerce uma tensão de condução ao deslizamento descendente, desde que o fundo do mar não seja plano. Na verdade, mesmo em superfícies quase planas, onde o gradiente do fundo do mar é muito menor que 1 grau, fluxos de detritos continuam a mover-se no sentido descendente, algumas vezes por grandes distâncias. Terremotos também produzem tensões de cisalhamento que podem causar a ruptura do leito do mar. Estas tensões são relacionadas a acelerações e à resposta dinâmica da coluna de sedimentos. Tensões induzidas por terremotos podem somar-se às tensões gravitacionais ambiente, fazendo taludes previamente estáveis deformar, falhar e potencialmente se transformar em fluxo. Tensões cíclicas induzidas por terremotos podem também levar ao desenvolvimento de excesso de poropressão, e, então, a uma degradação da resistência ao cisalhamento. A combinação do aumento da tensão aplicada e degradação da resistência faz com que a carga de terremoto seja um mecanismo particularmente eficaz para a ruptura do talude. Um método simples que considera cargas sísmicas e gravitacionais, assumindo uma superfície infinita e uma aceleração do sismo pseudo-estática foi apresentado por Morgenstern (1967) e modificado por Lee & Edwards (1986). Grandes ondas de tempestade, através da passagem alternada das cristas e vales que diferencialmente carregam a superfície do fundo do mar, podem também induzir campos de tensões de cisalhamento no fundo do mar (Henkel, 1970). Como já mencionado, o carregamento de ondas de furacões é conhecido por ter causado falhas no Delta do Mississippi, e o subsequente dano de plataformas de perfuração *offshore* (Bea et al., 1983). Um método simplificado para prever as tensões de cisalhamento decorrentes de ondas de tempestade foi apresentado por Seed & Rahman (1978). Tensões de cisalhamento induzidas por ondas de tempestades podem combinar-se com as tensões gravitacionais ambientes e levar à falha de taludes.

Lee & Edwards (1986) mostraram que pode haver uma transição na importância dos mecanismos desencadeadores em ambientes sujeitos a grandes tempestades e que são sísmicamente ativos. Em águas rasas, as maiores tensões de cisalhamento podem ser induzidas por ondas de tempestade, e estas passariam a controlar a estabilidade do fundo do mar. Carregamentos sísmicos seriam mais importantes em águas mais profundas. Por

exemplo, no Nordeste do Golfo do Alasca, ondas de tempestade parecem ser o mecanismo desencadeador dominante em profundidades de água menores que 80m, e cargas sísmicas são mais importantes em maiores profundidades.

Movimentos de massa submarina podem ocorrer em rochas, sedimentos ou uma mistura de ambos. Em uma extremidade do espectro estão as rochas duras, para as quais a falha usualmente ocorre ao longo de descontinuidades pré-existentes e, assim, a resistência cisalhante da rocha intacta não é mobilizada. Para sedimentos fracamente consolidados, a resistência cisalhante é mobilizada através do volume total. Para materiais intermediários, a resistência ao cisalhamento é frequentemente mobilizada ao longo de bandas cisalhantes ou dentro de zonas de falha localizadas.

A resistência do material pode ser medida *in situ* ou em laboratório. No laboratório, a resistência cisalhante de um sedimento ou rocha é obtida com ensaios geotécnicos, como o de cisalhamento direto, cisalhamento simples ou cisalhamento triaxial sob pressão confinante representativa das condições *in situ*. Ensaios simples, como o de compressão não confinada, ensaios do tipo “*vane*” ou cone, são também usados. Na medida em que o esforço de cisalhamento aplicado a um elemento de sedimento aumenta, a deformação cisalhante do elemento de sedimento aumenta também. Em algum momento uma tensão de cisalhamento limite é atingida e o elemento de sedimento atinge um nível de deformação grande ou ilimitada. Esta tensão limite é tomada como a resistência ao cisalhamento. Se o sedimento é considerado como um conjunto particular de grãos, a resistência ao cisalhamento do sedimento pode variar dramaticamente dependendo do modo em que os esforços de cisalhamento são aplicados e a história de tensão no sedimento.

Se as tensões são aplicadas tão rapidamente que a água dos poros não consegue sair ou entrar na estrutura de sedimentos, as condições são ditas não drenadas. Sob estas condições, a poropressão de água, tanto positiva como negativa, geralmente acumula-se e tem influência na resistência. Por outro lado, se as tensões são aplicadas tão lentamente que não haja desenvolvimento de excesso de poropressão, as condições de carga são ditas drenadas. A taxa de carregamento necessária para se atingir as condições drenadas ou não drenada é altamente dependente do tamanho do grão, tipo e permeabilidade do sedimento. Falha não drenada de um sedimento arenoso geralmente ocorre durante carregamentos muito rápidos, como se pode encontrar durante um terremoto. Por outro lado, ruptura de talude em sedimentos arenosos geralmente ocorre em condições drenadas. Em contraste, sedimentos argilosos e siltosos tendem a falhar sob condições não drenadas.

A história de tensão do sedimento também é um fator importante que influencia na resistência ao cisalhamento. No fundo do mar a alta pressão hidrostática, correspondente à profundidade total de água, contribui para a tensão total e a poropressão. A diferença entre a tensão total e a poropressão inclui somente o peso acumulado submerso por unidade de área das partículas de sedimentos sobrejacente. Perto da superfície do sedimento, a tensão efetiva resultante dos sedimentos sobrejacentes é praticamente nula. Na medida em que a deposição continua e o elemento de sedimento fica enterrado a maiores profundidades na coluna de sedimento, a tensão efetiva de sobrepeso aumenta quase que linearmente com a profundidade. Sob estas condições, o sedimento compacta e a resistência ao cisalhamento aumenta. Consolidação normal ocorre quando a acumulação de sedimentos é lenta e constante.

Considerando a consolidação normal, a resistência ao cisalhamento medida, em condições drenadas ou não drenadas, aumenta linearmente com o aumento da tensão efetiva média de sobrepeso. Tal resposta é claramente friccional para o carregamento drenado e é representada para um material granular por:

$$\tau_f = -\sigma' \tan \phi' \quad (2.1)$$

onde τ_f é a tensão cisalhante na falha; σ' é a tensão efetiva média, dada por $\sigma' = \sigma + p$, com σ é a tensão total média (compressão com sinal negativo) e p é a poropressão; ϕ' é o ângulo de atrito efetivo do material.

Para carregamentos não-drenados, a resistência ao cisalhamento é geralmente representada por:

$$s_u = -\sigma'_v S \quad (2.2)$$

onde s_u é a resistência cisalhante não-drenada; σ'_v é a tensão vertical efetiva de sobrepeso e S é uma constante do sedimento (frequentemente igual a cerca de 0,3 para sedimentos marinhos de grãos finos – Lee & Edwards, 1986). A tensão vertical efetiva é dada por:

$$\sigma'_v = \gamma' z + p \quad (2.3)$$

onde γ' é o peso médio submerso do sedimento; z é a profundidade na coluna de sedimento (com sentido crescente a partir da superfície do fundo do mar) e p é o excesso de poropressão, em relação à hidrostática.

Quando a sobrecarga de peso próprio é removida do sedimento normalmente consolidado (por erosão, por exemplo), ele torna-se sobreadensado. A maior tensão que foi alcançada é

denominada tensão máxima passada, σ'_{vm} , e a razão de sobreadensamento (OCR) é dada por σ'_{vm} dividido pela tensão de sobrecarga de peso próprio atual σ'_v . A formulação da resistência normalizada foi determinada através de um extenso trabalho experimental (Lee & Edwards, 1986):

$$s_u = -\sigma'_v S(OCR)^m \quad (2.4)$$

onde m é uma constante do sedimento que pode ser determinada por experimento, mas geralmente é igual a 0,8 (Lee et al, 2007).

A tensão efetiva, além de ser fortemente influenciada pela poropressão da água (eq. 2.3), tem um forte impacto sobre a resistência cisalhante (eqs. 2.1 – 2.2). Assim, grande parte da literatura em pesquisa da geotecnologia marinha e estabilidade de taludes marinhos tem sido direcionada para uma estimativa ou medição da poropressão da água. Vários mecanismos podem gerar excesso de poropressão, como: sedimentação rápida; carga de gás; fluxo de águas subterrâneas; carregamento cíclico.

Um dos mecanismos mais comuns de produção do excesso de poropressão em sedimentos marinhos está relacionado ao processo de sedimentação rápida (Sangrey, 1977 apud Lee et al., 2007). Quando o sedimento é inicialmente carregado pela sobrecarga de peso próprio, toda a carga nova é suportada pela pressão da água nos poros. Isto ocorre porque a estrutura mineral do sedimento não pode aumentar a sua capacidade de carga (força efetiva) sem compressão, e compressão não pode ocorrer instantaneamente em um meio completamente saturado (isto é, a água deve fluir para fora da estrutura mineral para haver compressão). Se o sedimento tem uma permeabilidade baixa ou uma elevada compressibilidade, um tempo considerável pode ser necessário para o excesso de poropressão se dissipar. A taxa de drenagem varia diretamente com o coeficiente de consolidação c_v , se a taxa de sedimentação é alta e o c_v é baixo, então grandes excessos de poropressão podem potencialmente formar-se na coluna de sedimento. Por outro lado, bolhas de gás podem desenvolver-se em sedimentos marinhos, por meio de uma variedade de processos físicos e geoquímicos, gerando também excesso de poropressão. Seja qual for a causa (decomposição da matéria orgânica, migração de gases de outras localidades e dissociação de hidratos por aumento da temperatura), as bolhas de gás em expansão pressurizam a água ao seu redor. Se esta água sob pressão não pode fluir de forma suficientemente rápida, a poropressão acumula-se, a tensão efetiva cai e a resistência ao cisalhamento diminui (Esrig & Kirby, 1977).

A geração do excesso de poropressão pode também estar relacionada à ocorrência de tensões cisalhantes cíclicas sobre os sedimentos, ocasionadas por terremotos ou ondas sobre o leito marinho. Com o aumento do número de ciclos, os grãos inicialmente em contato uns com os outros (o que permite a capacidade de suporte do solo) podem mover-se gradualmente, deixando de estar em contato, para uma situação de afastamento dos grãos, na qual são suportados pela água do poro. Em casos extremos, os grãos ficam totalmente suportados pelo fluido do poro e a resistência ao cisalhamento pode diminuir a aproximadamente zero. Esta última situação é referida como liquefação, na qual o sedimento comporta-se como um líquido, com quase nenhuma resistência ao cisalhamento. Areias e siltes tendem a ser mais suscetíveis à liquefação; no entanto, certas classes de sedimentos de granulação fina conhecidos como argilas rápidas também podem perder sua resistência catastróficamente (Bjerrum, 1955).

A perda de resistência devido ao carregamento cíclico pode ser avaliada, em laboratório ou em campo. Em laboratório, as amostras podem ser acondicionadas sob um estado de tensão representativo das condições *in situ* antes de um terremoto ou tempestade. Em seguida, as tensões de cisalhamento variando ciclicamente são aplicadas e as respostas de deformação e poropressão são monitoradas. Por uma questão de coerência e devido às limitações dos equipamentos de laboratório, a falha é definida como um certo nível de deformação ou uma certa resposta de poropressão (Lee & Focht, 1976 apud Lee et al., 2007). Os resultados são então usados para definir a degradação da resistência durante o carregamento cíclico, e estes parâmetros de degradação são usados para controlar a ocorrência de falha. Lee & Edwards (1986) desenvolveram um fator de redução da resistência devido à carga cíclica, que representa o nível de tensão cíclica (em relação à resistência ao cisalhamento estática), que causa a falha em 10 ciclos (representativos de um sismo moderado). O potencial de liquefação em areias é geralmente avaliado com testes de campo, utilizando os métodos de Seed & Idriss (1971) apud Lee et al (2007).

2.3 A INTERAÇÃO DA ONDA DO MAR COM O SOLO DO LEITO MARINHO

Nas últimas décadas, esforços consideráveis têm sido dedicados ao fenômeno de interação onda-solo-estrutura. A principal razão para o crescente interesse é que muitas estruturas costeiras, como paredes verticais, caixões e dutos *offshore*, têm sido danificadas pela resposta

do fundo do mar induzida pela onda. A ocorrência de instabilidade no leito do mar é um fenômeno generalizado em ambientes marinhos, havendo evidências de instabilidade no fundo do oceano em uma ampla variedade de regiões *offshore*, de águas rasas, zonas perto da costa, taludes continentais e além de pisos profundos do oceano. A instabilidade dos fundos marinhos tem sido responsável por danos e destruição de estruturas *offshore* (Christian et al., 1974; Bea et al, 1983; Smith e Gordon, 1983; Lundgren et al., 1989; Barends, 1991).

É bem documentado na literatura que ondas propagando sobre o oceano podem criar flutuações significativas da pressão dinâmica sobre o leito marinho. Essa flutuação da pressão induz campos de tensões e excesso de poropressão nos sedimentos marinhos, que pode ser significativo o bastante para causar falha por cisalhamento e liquefação dos sedimentos, levando à instabilidade do solo oceânico (Rahman, 1991). Assim, um conhecimento detalhado da variação da poropressão e das tensões efetivas induzidas pela onda em um solo oceânico poroso desempenha um papel importante na análise da estabilidade do solo oceânico e seus efeitos nas estruturas marinhas.

Dois mecanismos de resposta do solo induzidos pela onda têm sido observados em laboratórios e medições em campo, em função do modo que a poropressão é gerada (Zen e Yamazaki, 1990a; Zen e Yamazaki, 1990b). O primeiro mecanismo é caracterizado pela geração de poropressão residual (ou progressiva) devido ao cisalhamento cíclico do solo. O segundo mecanismo ocorre devido às mudanças transientes (ou oscilatórias) nas tensões efetivas médias, acompanhadas pelo amortecimento de amplitudes e atrasos de fases na poropressão. Este último tipo de resposta do solo aparece periodicamente durante uma sequência de tempestade e pode levar a liquefação momentânea em solos granulares. A figura 1 apresenta um desenho esquemático dos mecanismos mencionados.

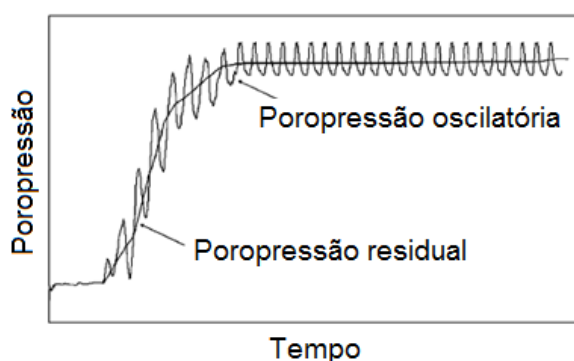


Figura 1 - Mecanismos de resposta do solo induzidos pela onda, em função do modo de geração de poropressão.

Diversos modelos analíticos e numéricos para a resposta transiente do solo (poropressão, tensões efetivas, deslocamentos) diante o carregamento da onda têm sido desenvolvidos desde a década de 40. De acordo com as hipóteses adotadas, podem ser verificados cinco tipos de modelos utilizados na avaliação da resposta transiente do leito oceânico induzida pelo carregamento da onda (Jeng, 2013): Modelo Desacoplado; Modelo de Consolidação; Modelo Dinâmico; Aproximação u-p e Modelo Poroelastoplástico. Estes modelos serão discutidos na seção 2.4.

Analisando-se os estudos disponíveis na literatura, é possível admitir que muitas variáveis afetam a resposta do solo induzida pela onda em um leito poroso. Com relação às características do solo que compõe o leito marinho, o número de camadas e a variação da permeabilidade e do módulo de cisalhamento do solo são parâmetros importantes na estimativa da poropressão e tensões efetivas. Com relação às características da onda, o período, a altura e o comprimento, assim como a consideração linear ou não-linear da onda são os fatores mais importantes. Os tipos de ondas mais relatados são progressivas bidimensionais; estacionárias bidimensionais e ondas de crista curta tridimensionais. Adicionalmente, publicações recentes têm se preocupado com os efeitos da corrente e onda sobre a resposta do leito oceânico, assim como o fato de que a coluna de solo pode modificar as características da onda que se propaga. Os parâmetros que controlam a resposta induzida pela onda serão discutidos na seção 2.5.

Em geral, as instabilidades do leito do mar têm sido classificadas em três mecanismos: falha por cisalhamento, liquefação e por processos erosivos (Rahman, 1991; Rahman, 1997; Sumer e Fredsoe, 2002). Neste trabalho serão comentados, na seção 2.6, apenas os mecanismos de falha por cisalhamento e por liquefação.

Uma tabela resumo com publicações recentes que investigaram a resposta do leito oceânico induzida pela onda pode ser visualizada na tabela 1.

Tabela 1 - Tabela resumo com publicações recentes que investigaram a resposta do leito oceânico induzida pela onda, a legenda para identificação dos índices numéricos está apresentada na tabela 2.

		Oka et al (1994)	Sekiguchi et al (1995)	Jeng & Lin (1996)	Jeng & Lin (1997)	Tsai et al (2000)	Cha et al (2002)	Oh et al (2002)	Jeng & Cha (2003)	Lin & Jeng (2003)	Jeng & Seymour (2007)	Jeng (2008)	Ou & Jeng (2009)	Ulker et al (2009)	Jeng & Ou (2010)	Jeng et al (2010) p.1	Jeng et al (2010) p. 2	Zhou et al (2011)	Ye & Jeng (2012)
Formulação utilizada para resposta do leito oceânico	1			X	X	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X		
	2	X												X					X
	3						X		X	X				X				X	
	4	X	X										X		X				
	5						X			X				X					
Forma de solução das equações	6		X			X	X	X	X	X	X	X		X		X		X	
	7	X		X	X								X		X		X		X
Respostas aferidas	8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	9	X		X	X	X	X	X	X	X				X	X	X	X	X	X
	10	X	X			X					X		X		X	X			X
Mecanismo de indução de poropressão	11	X	X								X	X	X		X	X			
	12	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X
Modelagem da onda	13	X	X	X			X			X	X		X	X	X	X	X		
	14				X	X		X	X			X						X	X
	15	X	X			X	X		X	X	X	X		X			X	X	X
	16			X	X			X					X		X	X			
	17		X			X													
	18			X	X			X											X
	19															X			X
	20									X									
Leito oceânico	21	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
	22			X	X														
	23												X					X	
	24					X	X	X			X					X			
	25	X		X	X				X	X				X	X		X	X	X

Tabela 2 - Legenda para identificação dos índices numéricos da tabela 1.

1	Eq. de biot (consolidação)	10	Potencial para liquefação	19	Efeito da corrente
2	Eq. aprox. u-p	11	Residual	20	Amortecimento da onda
3	Eq. dinâmica	12	Oscilatório	21	Isotrópico
4	Modelo elastoplástico	13	Linear	22	Anisotrópico
5	Comparação de modelos	14	Não linear	23	Anisotropico multi-camadas
6	Analítica	15	2D	24	Espessura infinita
7	Numérica	16	3D	25	Espessura finita
8	Poropressão	17	Estacionária		
9	Tensões, deslocamentos	18	Onda de crista curta		

2.4 MODELOS TEÓRICOS PARA A ANÁLISE DA RESPOSTA DE UM LEITO MARINHO POROSO SUBMETIDO AO CARREGAMENTO DA ONDA

Diversos modelos analíticos e numéricos para a resposta transiente do leito marinho diante o carregamento da onda têm sido desenvolvidos desde os anos 1940, baseados em diferentes suposições de rigidez para o fluido do poro e o esqueleto do solo. De acordo com as hipóteses e as equações governantes adotadas, podem-se verificar cinco modelos principais adotados (Jeng, 2013): Modelo Desacoplado (ou Modelo Drenado); Modelo de Consolidação (ou Modelo Quase-estático); Modelo Dinâmico; Aproximação u-p e Modelo Poroelastoplástico.

O modelo desacoplado assume que o solo oceânico é um meio poroso rígido e não inclui o acoplamento entre o movimento do fluido do poro e a deformação do solo (Putman, 1949; Sleath, 1970; Nakamura et. al, 1973; Moshagen e Torum, 1975). As acelerações devidas ao movimento do fluido e solo são ignoradas. A equação governante torna-se a equação de Laplace, se o fluido do poro é considerado incompressível, e a equação da Difusão, se o fluido poroso é considerado compressível. Uma vez que estas equações apresentam soluções analíticas bem desenvolvidas, a maioria das investigações prévias com essas suposições é constituída por aproximações analíticas. Tais soluções para a poropressão são limitadas a casos ideais de solo e condições de onda. Além disso, essas abordagens não fornecem nenhuma informação sobre as tensões efetivas e deslocamentos do solo no leito oceânico.

Por outro lado, o modelo que utiliza a teoria da consolidação (Biot, 1941) fornece a resposta do solo oceânico induzida pela onda considerando o fluido do poro e o solo meios compressíveis e ignorando as acelerações devidas ao movimento do fluido e ao movimento do solo. Ele tem sido amplamente utilizado para investigar a resposta do solo induzida pela onda desde 1970. As metodologias para solução das equações governantes podem ser resumidas em três divisões (Jeng, 2013): solução analítica direta; aproximação da camada limite e modelagem numérica.

A maioria das investigações prévias utilizando as equações de consolidação de Biot foi resolvida diretamente a fim de se obter as poropressões, deslocamentos do solo e tensões efetivas induzidas pela onda. Essa abordagem foi desenvolvida inicialmente por Yamamoto et al (1978) e Madsen (1978), que consideraram a equação da consolidação de Biot tridimensional (Biot, 1941) e a equação de armazenamento (Verrujit, 1969). Dentre os trabalhos mencionados, Madsen (1978) considerou um leito poroso não saturado

hidraulicamente anisotrópico, enquanto Yamamoto et al (1978) estudou um meio isotrópico. Ambos consideraram uma espessura de leito infinita, enquanto que Yamamoto (1977) investigou a resposta de um solo homogêneo isotrópico de espessura finita sob condição parcialmente saturada.

Uma vez que soluções analíticas diretas para a resposta do leito oceânico induzida pela onda envolvem formulações matemáticas complicadas, especialmente para um leito oceânico com espessura finita, é geralmente difícil obter soluções de forma fechada para um leito oceânico em camadas. Uma aproximação alternativa, a aproximação da camada limite foi proposta por Mei e Foda (1981). O princípio da aproximação da camada limite consiste em dividir o domínio do solo em duas regiões: uma interna e outra externa. Na região interna (próxima da superfície do leito, definida pela espessura da camada limite), a solução completa é requerida. Enquanto que uma solução simplificada é suficiente na região externa. Outros estudos da resposta do leito oceânico induzida pela onda utilizando esta abordagem podem ser apreciados nos trabalhos de Kitano e Mase (1999); Huang e Song (1993); Song e Huang (2000).

Métodos numéricos, incluindo o método das diferenças finitas (Madga, 1990; Zen e Yamazaki 1990b), método dos elementos finitos (Gatmiri, 1990; Gatmiri, 1992; Thomas 1989; Thomas, 1995; Jeng e Lin, 1996; Jeng e Lin, 1997; Lin e Jeng, 1996; Lin e Jeng, 1997; Jeng e Lin, 2000) e método dos elementos de contorno (Raman-Nair e Sabin, 1991), constituem outro tipo de aproximação na qual é possível obter resultados numéricos em pontos discretos para a resposta do solo induzida pela onda e instabilidade do leito oceânico.

Dentre as abordagens que utilizaram o método dos elementos finitos, em Thomas (1989, 1995) um modelo unidimensional para um leito oceânico formado por duas camadas foi desenvolvido. Após, Jeng e Lin (1996); Lin e Jeng (1996) e Lin e Jeng (1997) desenvolveram modelos em elementos finitos para a resposta do leito oceânico induzida pela onda na frente de um quebra-mar e os resultados destes modelos numéricos concordaram bem com dados experimentais e soluções analíticas prévias. Nos modelos, a permeabilidade e módulo de cisalhamento são considerados variáveis com a profundidade. Jeng e Lin (1997) examinou adicionalmente a influência dos componentes não-lineares da onda sobre a resposta do solo.

Já o modelo dinâmico emprega o conjunto completo das equações estabelecidas por Biot (Biot 1956a e Biot 1956b) na análise, onde termos de aceleração relacionados aos movimentos do fluido do poro e do solo são incluídos. Estudos que investigaram os efeitos do

comportamento dinâmico do solo sobre a resposta induzida pela onda podem ser encontrados em Jeng e Rahman (2001); Cha et al. (2002); Jeng e Cha (2003); Lin e Jeng (2003).

Dentre estes estudos, Cha et al (2002) examinou os efeitos do comportamento dinâmico do solo sobre a poropressão induzida pela onda em uma análise bidimensional. A influência de parâmetros do solo (grau de saturação) e onda (período da onda e profundidade da água) foi também examinada, assim como as diferenças entre soluções quase-estáticas e dinâmicas. No estudo publicado em Jeng e Cha (2003), soluções analíticas para as formulações dinâmica total, aproximação u-p e formulação quase-estática, sob carregamento de onda não-linear foram apresentadas. Baseado nas novas soluções analíticas, os efeitos do comportamento dinâmico do solo sobre a resposta do leito induzida pela onda não linear são verificados importantes no que diz respeito às pressões verticais efetivas em determinadas combinações de condições de onda e do solo. Além disso, o intervalo de aplicação das aproximações dinâmicas e quase-estáticas também é esclarecido para a prática da engenharia. Em Lin e Jeng (2003), o modelo poroelástico dinâmico total para a interação onda–solo oceânico é derivado primeiro e então, os outros modelos existentes são reduzidos a partir do modelo dinâmico total proposto. Baseado em comparações numéricas, o intervalo de aplicação de cada modelo é também esclarecido para a prática da engenharia. Outros estudos que empregaram o modelo dinâmico na resposta do leito induzida pela onda podem ser encontrados em Jeng e Lee (2001).

Diversos autores que investigaram o comportamento dinâmico afirmaram que a inclusão dos termos inerciais associados ao deslocamento do fluido e ao deslocamento do esqueleto do solo, não pode ser sempre ignorada na estimativa da resposta do leito induzida pela onda, para certas combinações de características de onda e solo (Cha et al., 2002; Jeng e Cha., 2003; Ulker et al., 2009).

Em Ulker et al (2009) soluções analíticas generalizadas bidimensionais para a resposta do leito oceânico induzida pela onda, considerando as formulações completamente dinâmica, parcialmente dinâmica e quase-estática, são desenvolvidas para o caso de estado plano de deformação em termos de parâmetros adimensionais. As formulações parcialmente dinâmica e quase-estática são casos idealizados da primeira. Neste estudo, as regiões de aplicabilidade das formulações são plotadas e identificadas em espaços paramétricos. Segundo os autores, para a maioria dos solos argilosos, a formulação quase-estática seria suficiente, exceto para ondas de período muito curto. Por outro lado, para leitos oceânicos arenosos, a formulação adequada irá depender da permeabilidade do leito oceânico e do período da onda, para solos

altamente permeáveis, como cascalhos, a formulação dinâmica total é a mais apropriada para avaliação da resposta do leito oceânico induzida pela onda. Na medida em que a permeabilidade do solo aumenta, mais fluxo ocorre em regiões do solo mais profundas, levando a necessidade de inclusão de termos inercias na resposta do leito oceânico induzida pela onda. Além disso, uma leve insaturação claramente afetaria o domínio de aplicabilidade das formulações.

O modelo Aproximação u-p, que tem como variáveis de campo o deslocamento da fase sólida u e a poropressão p , foi proposto por Zienkiewicz et al. (1980) e é baseado na teoria poroelástica de Biot (1956a, 1956b). Nesta aproximação somente a aceleração do solo é considerada, isto é, as derivadas no tempo de segunda ordem do movimento do fluido são ignoradas. Ele representa uma simplificação do modelo dinâmico. Estudos que investigaram a resposta do leito oceânico induzida pela onda utilizando a aproximação u-p podem ser encontrados em Oka et al. (1994), que utilizou em conjunto formulações poroelastoplásticas, e mais recentemente em Ulker et al. (2009) e Ye e Jeng (2012).

Os modelos poroelásticos mencionados anteriormente estão limitados a pequenas deformações, o que representa uma condição idealizada. No entanto, a consideração de grandes deformações é um aspecto importante para problemas de engenharia, especialmente na iminência de instabilidades. Nesses casos, modelos poroelastoplásticos são requeridos a fim de se obter uma melhor estimativa da resposta do solo. Como o modelo poroelastoplástico é mais complicado que um modelo poroelástico, especialmente no problema de interação onda-leito oceânico, atualmente, verificam-se poucas investigações publicadas.

Nesta abordagem não linear e usando a formulação u-p, Oka et al. (1994) apresentou um método numérico para análise da liquefação. As poropressões oscilatória e residual induzidas pela onda são simuladas simultaneamente com o emprego de um modelo constitutivo elasto-plástico não-associado baseado em uma lei de endurecimento cinemático não-linear de Chaboche e Rousselier (1983), para descrever o comportamento tensão-deformação de materiais granulares sob carregamento cíclico. Neste trabalho foram também estudados o efeito da compressibilidade do solo e da água dos poros e o efeito da permeabilidade do solo sobre as respostas do leito oceânico induzidas pela onda. Segundo Oka et al. (1994), a teoria da plasticidade cíclica não foi totalmente estabelecida devido à complexidade da formulação da regra de endurecimento cinemático. Alguns modelos de plasticidade cíclica podem ser encontrados na literatura (Mroz, 1967; Oka, 1982; Chaboche e Rousselier, 1983; Dafalias e Popov, 1976; Hashiguchi, 1986 apud Oka et al., 1994).

Considerando que o mecanismo residual pode ser caracterizado pelo acúmulo de poropressão residual devido à plasticidade cíclica do solo, Sekiguchi et al. (1995) apresentou uma solução fechada para a poropressão induzida pela onda em depósitos não coesivos. A solução poroelastoplástica apresentada considera a contração volumétrica acumulativa do solo sob carregamento cíclico de forma simplificada, permitindo uma avaliação integrada da liquefação devido ao excesso de poropressão oscilatório e poropressão residual. O estudo demonstrou claramente a diferença entre os modelos poroelástico e poroelastoplástico e, além disso, uma concordância global entre a solução analítica e testes em centrífugas foi relatada. No entanto, este modelo foi baseado no pressuposto de uma espessura de leito oceânico muito menor do que o comprimento da onda, o que é questionável (Jeng, 1997).

A fim de superar as deficiências existentes nos modelos para avaliação da poropressão induzida pela onda, relacionadas à limitação do comportamento poroelástico e ao desacoplamento dos mecanismos de indução oscilatório e transiente, Jeng e Ou (2010) apresentou um novo modelo poroelastoplástico tridimensional em elementos finitos, no qual os mecanismos oscilatório e residual são simulados simultaneamente. Neste estudo, o modelo generalizado de plasticidade de Zienkiewicz et al. (1999) é empregado para descrever o comportamento plástico do solo sob carregamento da onda. Com o modelo proposto, um estudo paramétrico foi conduzido com o objetivo de investigar as diferenças nas previsões da poropressão e liquefação induzidas, entre os modelos poroelásticos e poroelastoplásticos e os efeitos das características da onda e solo. Segundo os resultados obtidos, análises poroelásticas tenderiam a subestimar o tamanho de regiões liquefeitas no entorno de *breakwaters*.

2.5 PARÂMETROS QUE CONTROLAM A RESPOSTA DO LEITO DO MAR INDUZIDA PELA ONDA

Entre os estudos apresentados para a resposta do leito do mar induzida pela onda, diferentes hipóteses foram feitas sobre a compressibilidade relacionada ao solo poroso e ao fluido do poro; sobre a inclusão ou não de termos inercias relacionados ao movimento do fluido e ao movimento do esqueleto do solo; sobre a espessura do leito oceânico; assim como sobre outras propriedades físicas do solo, como a variabilidade da permeabilidade e do módulo de cisalhamento. Com relação às características da onda, o período da onda, a profundidade da onda, o comprimento da onda e a não-linearidade da onda são os fatores mais importantes.

2.5.1 Características do solo que afetam a resposta induzida pela onda

Com relação às características do solo, a permeabilidade do solo, o grau de saturação e o módulo de cisalhamento são parâmetros importantes na estimativa da poropressão e tensões efetivas. Um exemplo de permeabilidade vertical variando com a profundidade foi relatada para sedimentos marinhos no Golfo do México em Bryant et al. (1974). A variação do módulo cisalhante do solo, que é definido como um coeficiente de proporcionalidade na relação tensão cisalhante-deformação cisalhante, também foi relatada. Para problemas de consolidação, o meio cujo módulo cisalhante aumenta linearmente com a profundidade é o chamado solo de Gibson, que foi estudado em Gibson (1967), mas sem consideração do carregamento da onda de água. Na natureza, a rigidez do solo geralmente aumenta com a profundidade como consequência do aumento da pressão de sobrepeso efetiva (Badiéy et al, 1990).

Na realidade, a maioria dos sedimentos marinhos exibe certo grau de anisotropia, apresentando diferentes propriedades elásticas nas direções vertical e horizontal. Isto é causado pelo modo de sua deposição, formas particulares dos grãos e história tensão. No entanto, muitos materiais apresentam formas mais limitadas de anisotropia. Por exemplo, um material que possui as mesmas propriedades em qualquer direção horizontal mas propriedades diferentes na direção vertical é referido como um material de anisotropia transversal (Pickering, 1970).

Devido à exigência de técnicas experimentais avançadas para a obtenção das constantes anisotrópicas, engenheiros geotécnicos têm comumente utilizados modelos isotrópicos de dois parâmetros em aplicações práticas, negligenciando os efeitos da anisotropia. No entanto, os efeitos de anisotropia não podem sempre ser negligenciados (Gazetas, 1982; Gatmiri, 1992). Recentemente, uma série de soluções analíticas para a resposta do solo induzida pela onda em um leito oceânico com anisotropia transversal foram desenvolvidas (Jeng, 1996; Jeng, 1997a; Jeng, 1998a; Jeng, 1998b).

Em Jeng e Lin (1997) um modelo em elementos finitos é proposto para a análise da resposta do solo induzida por ondas não lineares em um leito oceânico poroso com permeabilidade e módulo cisalhante variável em um domínio tridimensional. Os resultados numéricos indicaram que para solos oceânicos de material mais grosso, como cascalhos e areia grossa, a poropressão induzida pela onda é influenciada significativamente pela variabilidade da permeabilidade. Por outro lado, em solos oceânicos de material mais fino, a distribuição da

poropressão é influenciada notoriamente pela variabilidade do módulo de cisalhamento. O grau de saturação, o tipo de solo e a espessura do leito marinho também afetam as diferenças relativas da poropressão devido a onda linear e não linear. Por exemplo, a poropressão que é causada por ondas não lineares é quase idêntica àquela devido às ondas lineares, quando a espessura do leito marinho dividido pelo comprimento da onda h/L é maior que 0,2.

Um leito oceânico natural consiste em múltiplas camadas, nas quais diferentes propriedades do solo ocorrem (Bjerrum, 1973). Além disso, é comum modificar-se o leito oceânico na base de estruturas marinhas, a fim de proteger o leito marinho nesta zona (Umehara et al., 1991). Assim, em leitos marinhos naturais e artificiais, a coluna de solo deve ser tratada como um meio multi-camada. Exemplos de investigações que consideraram um meio com múltiplas camadas, com características de solo uniforme em cada uma podem ser encontrados na literatura (Yamamoto, 1981; Thomas, 1995; Hsu et al., 1995). Entretanto, geralmente, as tensões normais horizontais e os gradientes das componentes de tensão tornam-se descontínuos na interface entre subcamadas. Uma vez que as respostas do leito oceânico devem variar continuamente com a profundidade em um leito oceânico natural, essas descontinuidades podem causar imprecisão na avaliação da resposta do leito induzida pela onda.

Recentemente, Zhou et al (2011) investigou a resposta do solo (deslocamentos, tensões e poropressões) induzida pela onda em um leito oceânico poroso de múltiplas camadas empregando as equações dinâmicas de Biot. Baseado nas condições de continuidade na interface de cada camada, o método TRM foi formulado para obtenção da rigidez equivalente do leito oceânico poroelástico de múltiplas camadas. Uma comparação entre as soluções obtidas e soluções analíticas prévias para leitos oceânicos de camada única e de múltiplas camadas é apresentada. Adicionalmente, uma série de estudos paramétricos é realizada para examinar os efeitos de parâmetros do solo (número de camadas, permeabilidade e módulo de cisalhamento) e onda (profundidade da água e declividade da onda) sobre a resposta do solo induzida pela onda. Baseado nos resultados deste estudo, os autores concluíram que quando a camada de superfície é composta por areia grossa, a poropressão aumenta e a tensão vertical efetiva diminui na camada superior; a poropressão diminui e a tensão vertical efetiva aumenta quando a camada superior do leito oceânico tem a menor permeabilidade; a poropressão aumenta e a tensão vertical efetiva diminui com a diminuição do módulo cisalhante da camada superior, entre outras conclusões.

2.5.2 Características da onda que afetam a resposta do leito oceânico

Com relação à modelagem da onda, abordagens analíticas e numéricas foram usadas para estudar a resposta do leito oceânico causada por onda progressiva bidimensional (Zen e Yamazaki, 1990; Yamamoto et al., 1978; Madsen, 1978; Okusa, 1985; Gatmiri, 1990); ondas estacionárias bidimensionais (Tsai e Lee, 1995; Jeng, 1997a) e ondas de crista curta tridimensionais em frente a uma parede vertical (Tsai, 1995; Hsu et al., 1993).

Ondas estacionárias podem formar-se facilmente quando ondas progressivas são refletidas por uma parede vertical impermeável e essas ondas refletidas se superpõem sobre as ondas incidentes. Essa situação ocorre frequentemente na frente de quebra-mares. O comportamento de leitos oceânicos não coesivos sob ondas estacionárias tem recebido atenção no que se refere à estabilidade da fundação dos quebra-mares, as quais podem facilmente ser afetadas por erosão ou liquefação ou ambos os fenômenos (Sekiguchi et al., 1995). Uma onda estacionária na frente de um “*seawall*” (estrutura de contenção, do tipo parede vertical) pode alcançar uma altura maior que o dobro da altura da sua componente incidente (Tsai et al., 2000).

Segundo Jeng e Lin (1997), em geral, quebra-mares e *seawalls* são orientados em uma direção oblíqua à direção predominante das ondulações e ondas de tempestade, resultando na formação de um sistema de ondas de crista curta na frente destes tipos de estrutura. Neste caso, a ondulação da superfície da água tem dupla periodicidade e é caracterizado por um padrão de ilhas de cristas formadas pela intersecção de ondas incidentes e refletidas. Essas ondas são referenciadas como ondas de crista curta (*short-crested wave*) e têm atraído grande atenção dos engenheiros costeiros nos últimos anos, porque elas produzem forças e energias maiores que as ondas estacionárias e as progressivas bidimensionais (Fenton, 1985; Tsai et al., 1994). Uma série de estudos sobre a resposta do solo induzida pelas ondas de crista curta em leitos oceânicos elásticos foi desenvolvida considerando ondas lineares (Hsu et al., 1993; Hsu et al., 1995; Seymour et al., 1996).

Em Ulker et al 2009 são consideradas ondas que se originam em águas profundas e viajam para a costa variando o comprimentos, velocidade e altura.

A maioria das investigações para resposta do leito oceânico induzida pela onda desenvolvidas no passado considerava o caso de carregamento linear da onda, embora os casos mais danosos ocorram durante tempestades, nas quais uma forte não linearidade da onda é observada (Jeng,

2008; Oh et al 2002). O efeito da não linearidade da onda foi investigado em Jeng e Lin (1997); Tsai et al (2000); Oh et al. (2002); Jeng (2008); Zhou et al. (2011) e Ye e Jeng (2012).

Em Jeng e Lin (1997) um modelo em elementos finitos é proposto para a análise da resposta do solo induzida por ondas de crista curta não-lineares com aproximação de segunda ordem (Hsu et al., 1979) em um leito oceânico poroso com permeabilidade e módulo cisalhante variável em um domínio tridimensional. Os resultados numéricos obtidos indicaram que a influência dos componentes da onda não linear não pode ser sempre ignorada sem que haja erro substancial, especialmente na região próxima à superfície do leito oceânico.

Em Tsai et al (2000) uma onda estacionária do tipo da teoria de Stokes (Stokes, 1847, 1880) para uma aproximação de segunda ordem é usada para desenvolver uma solução analítica para as respostas induzidas pela onda em um solo oceânico poroso de espessura infinita. Diversos efeitos não lineares da teoria da onda sobre as poropressões são discutidos em detalhe. Experimentos laboratoriais foram conduzidos e as poropressões previstas pela aproximação de segunda ordem acordaram melhor com os resultados experimentais para este estudo, do que as previstas usando a teoria da onda linear.

Uma solução analítica para a resposta do leito oceânico induzida pela onda de crista curta não linear é derivada em Oh et al (2002). A expressão da pressão da onda atuante sobre a superfície do leito oceânico foi baseada na solução de terceira ordem para o sistema de onda de crista curta proposta por Hsu et al. (1979). Dentre as conclusões alcançadas a partir dos resultados numéricos obtidos, observaram que características do solo e das componentes de não linearidade da onda afetam fortemente a distribuição da poropressão induzida pela onda. Comparado com resultados devido ao carregamento da onda linear, a não linearidade da onda aumenta a amplitude da poropressão induzida pela onda. Mudanças na permeabilidade do solo com a profundidade mostraram afetar a resposta do solo oceânico. Isso implica que a resposta do solo induzida pela onda não linear depende de ambos: características da onda e solo.

Em Jeng (2008), o mecanismo residual da acumulação da poropressão induzida por ondas progressivas bidimensionais não lineares em sedimentos marinhos é examinado e a teoria da onda de Stokes (Stokes, 1847, 1880) de segunda ordem é utilizada. Através de comparações com dados experimentais, verificou-se que o modelo atual, considerando a onda não linear, fornece uma melhor previsão da acumulação da poropressão do que soluções prévias que utilizavam a teoria da onda linear. Além disso, um estudo paramétrico concluiu que a influência da não linearidade da onda sobre a poropressão aumenta de acordo com o aumento da declividade da onda. Entretanto, uma tendência oposta é encontrada para o período da

onda; a profundidade relativa da água e a espessura do solo oceânico. Adicionalmente, o efeito da onda não linear torna-se mais significativo em solos oceânicos fofos.

Em ambientes oceânicos reais, correntes geralmente existem simultaneamente com ondas oceânicas. Entretanto, a maioria das investigações para a resposta oceânica considera apenas o carregamento da onda, ignorando as correntes (Jeng et al., 2010; Ye e Jeng 2012). A presença de uma corrente na onda que se propaga muda as características originais da onda. Por exemplo, a corrente no mesmo sentido tende a alongar o comprimento da onda e a corrente no sentido oposto tende a encurtar o comprimento da onda (Ye e Jeng, 2012). Em Jeng et al (2010) uma aproximação analítica da resposta do solo oceânico devido aos carregamentos combinados de onda e corrente é apresentada. Ye e Jeng (2012) investigou, com um modelo em elementos finitos, o efeito da corrente sobre a resposta do leito oceânico induzida pela onda. A solução analítica de terceira ordem para interação não linear onda-corrente proposta por Hsu et al 2009 é adotada a fim de aplicar a pressão da onda sobre a superfície do leito oceânico. Baseado no modelo apresentado, um estudo paramétrico é realizado para investigar os efeitos das características da onda e solo sobre a resposta do leito, assim como a liquefação sob carregamento combinado de onda linear e corrente. Resultados numéricos revelaram que a consideração de correntes tem efeito significativo sobre a resposta do solo oceânico. Correntes opostas são benéficas na prevenção da liquefação, enquanto que correntes de mesmo sentido piorariam a estabilidade do solo oceânico.

Outro aspecto importante na propagação de ondas sobre leitos oceânicos porosos é que em ambientes marinhos, as características das ondas são também afetadas pelas características dos leitos sedimentares. Oceanos são geralmente cobertos com vários tipos de sedimentos, como pedregulhos, areia grossa, areia fina, argila, etc. Na medida em que a onda se propaga sobre o solo oceânico, a energia da onda é transmitida aos sedimentos marinhos e o perfil da onda é modificado devido ao movimento dos sedimentos e percolação. Muitos processos são responsáveis pela atenuação da onda de água, como a força do fluxo de infiltração através dos poros do meio e o atrito associado às paredes dos poros internos (Lin e Jeng, 2003). Assim, embora a maioria das teorias de onda de água usadas nos projetos *offshore* e costeiros assumam o solo oceânico como um meio rígido e impermeável, o que leva ao emprego da relação de dispersão linear da onda, seria necessário acoplar o campo de ondas ao fluxo poroso a fim de se fornecer uma melhor estimativa para as características da onda (Jeng, 2013).

Reid e Kajiura (1957) apud Lin e Jeng (2003) pode ter sido o primeiro trabalho a investigar o fenômeno de amortecimento da onda analiticamente. O fenômeno de amortecimento das ondas em leito oceânico devido ao atrito amortecido de Coulomb entre os grãos internos foi também estudado em Yamamoto (1983) e Yamamoto et al. (1985). Mais recentemente, os efeitos das características do solo sobre as características da onda, como comprimento da onda, perfil da onda e pressão da onda foram discutidos, considerando o comportamento do solo quase-estático (Jeng, 2000; Jeng, 2001b) e dinâmico (Jeng, 2001a). Neste contexto, a investigação de Jeng (2000) mostrou que, se o fundo do mar é considerado poroso ao invés de impermeável, uma parte da energia das ondas vai ser transmitida para o fundo do mar poroso, e, então, o perfil de onda será reduzido. Contudo, em leitos marinhos homogêneos com espessura até a metade do comprimento de onda, a diferença será inferior a 3% (Jeng e Cha, 2003) e assim, nestes casos, poderia-se ignorar os efeitos de dissipação de energia. Segundo Jeng (2013) as propriedades do solo afetam significativamente as características da onda tais como comprimento da onda, perfil da onda e pressão da onda e a influência das propriedades do solo sobre as características da onda é mais importante em leitos oceânicos fofos.

2.6 INSTABILIDADES DO LEITO MARINHO INDUZIDAS PELA ONDA

2.6.1 Falha por liquefação

Segundo Sumer (2014) solos marinhos que podem sofrer liquefação sob a ação da onda são geralmente limitados a solos finos, como siltes, areias finas ou solos compostos, como areia siltosa e areia argilosa. Esses componentes de solo correspondem a tamanhos de grão de diâmetro $d = 0,074 - 0,4\text{mm}$ (para areia fina) e $d < 0,074\text{mm}$ (para silte). Uma análise dos sedimentos que compõem bacias oceânicas permite afirmar que a areia siltosa e o silte argiloso são materiais invariavelmente presentes nas áreas onde a maioria das construções marinhas e *offshore* estão localizadas (Keller, 1967 apud Sumer, 2014). Além disso, o fenômeno da liquefação é essencialmente associado a ondas grandes. Estudos apresentados por Cheng e Liu (1986) apud Sumer (2014) e Ulker et al (2009) revelam que os efeitos inerciais podem ser ignorados para a maioria dos problemas de engenharia e particularmente para problemas envolvendo sedimentos finos (silte e areia fina), que é o tipo de sedimento relevante para o desenvolvimento da liquefação.

A possibilidade da ocorrência da liquefação induzida pela onda em sedimentos de leitos marinhos saturados foi possivelmente primeiro reconhecida e analisada por Bjerrum (1973). Outras investigações antigas que analisaram a liquefação induzida pela onda em leitos do mar podem ser encontradas na literatura em Nataraja et al (1980); Nataraja e Gill (1983); Ishihara e Yamazaki (1984); Maeno et al (1989); Tsotsos et al (1989); Sakai et al (1992). Investigações mais recentes podem ser encontradas em Oka et al (1994); Sekiguchi et al (1995); Tsai et al (2000); Jeng e Seymour (2007); Jeng e Ou (2010); Ye e Jeng (2012); Jeng (2013); Sumer (2014).

A liquefação induzida pela onda é gerada principalmente por dois mecanismos diferentes: por gradiente ascendente de pressão no solo durante a passagem do vale da onda e por acumulação de poropressão. A liquefação momentânea ocorre durante a passagem do vale da onda e, se a força ascendente, advinda do excesso de poropressão induzido pela onda, excede o peso do solo submerso, o solo irá romper e, como resultado, se liquefazer. A liquefação ocorre no decorrer de um pequeno período de tempo, durante a passagem do vale da onda, e no restante do período da onda, o solo irá permanecer em regime não liquefeito. A liquefação residual está relacionada à acumulação de poropressão ao longo dos ciclos de carregamento e é influenciada pelo estado de compactação do solo, permeabilidade, tensões cíclicas induzidas pela onda e grau de drenagem.

Durante a propagação da onda progressiva sobre o leito marinho, este estará submetido a uma variação periódica de pressão, conforme ilustra a figura 2.b. Devido ao aumento da pressão no leito sob a crista da onda e ao efeito oposto sob o vale da onda, o solo estará comprimido sob a crista da onda e expandido sob o vale da onda. Assim, a interface água-solo estará aproximadamente 180° fora de fase com relação à elevação da superfície da água, conforme figura 2.c, resultando na geração de tensões cisalhantes no solo, as quais vão variar periodicamente no tempo, na medida em que a onda continua propagando.

Se os grãos encontram-se inicialmente fracamente compactados, as tensões cisalhantes periódicas e as deformações cisalhantes associadas vão gradualmente rearranjar os grãos do solo às custas dos volumes dos poros do solo. Em última instância haverá a pressurização da água nos poros que conduzirá ao acúmulo de poropressão da água no caso de um solo não-drenado (silte, por exemplo). Na medida em que a ação da onda continua, a poropressão da água continuará se acumulando. Durante esse acúmulo progressivo, o valor da poropressão da água pode alcançar tal nível que exceda o valor da pressão de sobrepeso. Nesta situação, os

grãos do solo vão afastar-se um dos outros, tornando-se completamente livres e então, o solo começará a atuar como um líquido denso.

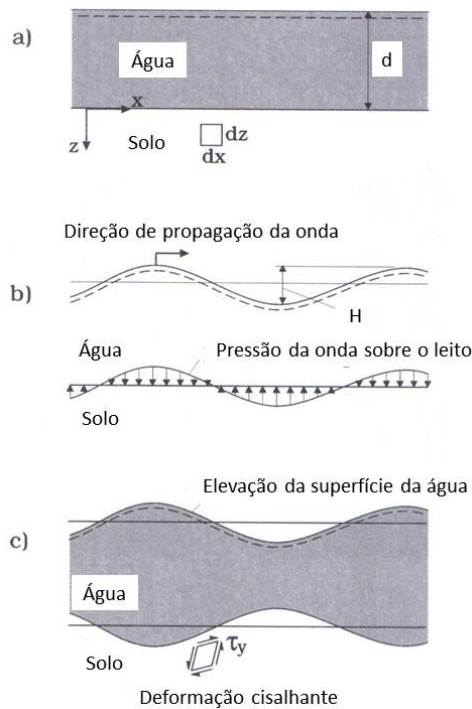


Figura 2 - Deformação elástica do leito marinho sujeito ao carregamento de uma onda progressiva (baseado em Sumer, 2014).

Observações experimentais indicam que quando um solo granular fofo é exposto a uma onda progressiva, em condição não-drenada, esse passa por diferentes estágios, conforme figura 3. Com a introdução da onda, a poropressão começa a acumular-se. Quando esta atinge o nível crítico, o solo se liquefaz. O processo de liquefação ocorre primeiro na superfície do leito marinho e avança na direção descendente. Este estágio é seguido por um processo de compactação, o qual começa na base impermeável e gradualmente avança na direção ascendente, na medida em que a poropressão é drenada do solo. Dois estudos experimentais independentes que investigaram a sequência do processo de liquefação podem ser apreciados em Miyamoto et al (2004) e Sumer et al (2004).

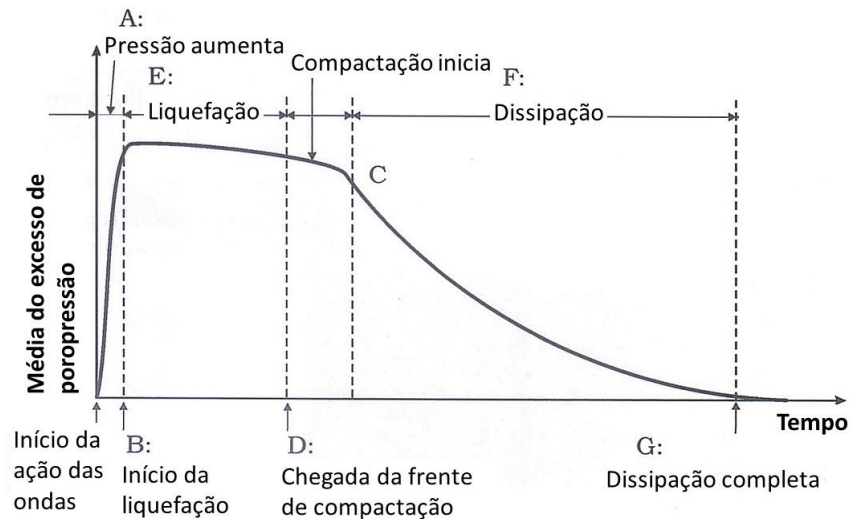


Figura 3 - Descrição esquemática dos estágios do processo de liquefação (baseado em Sumer, 2014).

Sob onda progressiva, um elemento de solo do leito marinho estará sujeito a uma variação da tensão cisalhante cíclica. Um processo similar ocorre também no caso de um terremoto, onde a variação da tensão cisalhante cíclica leva a acumulação progressiva da poropressão, em condições não-drenadas, da mesma forma que o carregamento da onda, podendo conduzir a liquefação do solo. A fim de simular a acumulação de poropressão durante um terremoto, Peacock e Seed (1968) realizaram experimentos de laboratório sob condições de tensão cíclica a fim de promover liquefação em areias saturadas em condição não-drenada. A figura 4 apresenta os resultados de um ensaio em material granular fofo realizado por Peacock e Seed, onde o diagrama superior mostra a evolução da poropressão no tempo; o diagrama intermediário, a evolução da deformação cisalhante; e o diagrama inferior, a evolução no tempo da tensão cisalhante aplicada. A aplicação da tensão cisalhante cíclica sobre a amostra do solo gera um excesso de poropressão no solo, que progressivamente se acumula, na medida em que o carregamento cíclico continua. O processo de acumulação de poropressão acaba quando a poropressão acumulada alcança a tensão efetiva inicial. Neste ponto toda a carga será carregada pela água apenas e a tensão efetiva tornar-se-á nula, e então o solo estará liquefeito. No ensaio apresentado na figura, este ponto é alcançado após o desenvolvimento de 24 ciclos. O fato de praticamente não haver deformação cisalhante (veja figura 4.b) até o momento onde a liquefação ocorre (figura 4.a) indica que a ruptura do solo é devida somente ao fenômeno da liquefação e não à combinação de liquefação e falha por cisalhamento.

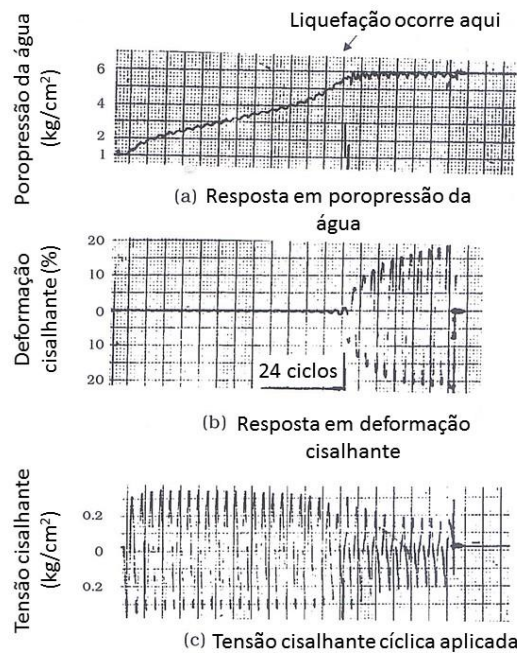


Figura 4 - Evolução no tempo da poropressão, deformação cisalhante e tensão cisalhante, conforme experimento realizado em Peacock & Seed (1968) (baseado em Sumer, 2014).

Na prática, a acumulação de poropressão ocorre normalmente em solos com baixa permeabilidade, como por exemplo, o silte. Além disso, ela se desenvolve somente para frequências de carregamento cíclico suficientemente altas. Se a frequência é baixa, a poropressão acumulada irá se dissipar tão rapidamente quanto ela se desenvolver e nenhuma acumulação de poropressão vai ocorrer.

Uma importante quantidade na análise de liquefação é o número de ciclos que antecede a liquefação, N_l , o qual depende da amplitude da tensão cisalhante aplicada τ , da densidade relativa do solo D_r e da tensão efetiva inicial σ'_0 . Ensaios realizados (Peacock e Seed, 1968; Faccioli, 1973; De Alba et al, 1976) indicam que o número de ciclos para causar liquefação aumenta com a diminuição da tensão cisalhante e com a densidade relativa, podendo ser representado por uma equação empírica do tipo:

$$N_l = \left(\frac{\tau}{\alpha \sigma'_0} \right)^{1/\beta} \quad (2.5)$$

onde α e β são coeficientes empíricos. A equação que governa o acúmulo de poropressão pode ser derivada das equações de consolidação de Biot, considerando um processo bidimensional. Esta toma a forma de uma equação de difusão, cuja variável é a poropressão

média no período, com o coeficiente de consolidação c_v agindo como coeficiente de difusão e um termo fonte, que representa a quantidade total de poropressão gerada por unidade de tempo e de volume no solo. A geração de poropressão, que ocorre devido à ação da tensão cisalhante cíclica no solo, pode ser, em sua forma mais simples, representada por uma variação linear (obviamente, até o ponto de liquefação), sobre um intervalo de tempo $t = N.T$, sendo T o período da onda e N o número de ciclos. O termo fonte de geração de poropressão é geralmente uma função de $N_i; \sigma'_0; T$.

Algumas investigações que utilizaram o termo fonte de acumulação de poropressão em formulações poro-elásticas podem ser encontradas em Rahman e Jaber, (1986); McDougal et al. (1989); Jeng e Seymour (2007); Jeng (2008); Jeng et al. (2010). Dentre estas investigações, Jeng e Seymour (2007) apresentou uma solução analítica para a poropressão residual induzida pela onda em um leito oceânico poroso de espessura infinita, usando a transformação de Laplace. E, considerando soluções prévias da poropressão oscilatória de Jeng (1997d), uma razão de amplitude foi introduzida para examinar a importância do mecanismo residual. Resultados numéricos indicaram que o mecanismo residual é particularmente importante para carregamentos de grandes ondas, enquanto que o mecanismo oscilatório domina a poropressão sob carregamento de ondas pequenas. Empregando o carregamento não linear da onda, Jeng (2008) comparou os resultados obtidos para poropressão residual e os resultados obtidos usando carregamento linear da onda (Jeng et al., 2007) com resultados experimentais de Clukey et al., (1983), verificando uma melhor aproximação dos resultados com carregamento não linear. Adicionalmente Jeng (2008) variou propriedades do solo e do carregamento, utilizando formulação linear e não linear para o carregamento da onda a fim de investigar os efeitos da não-linearidade na pressão acumulada.

Em situações reais, poropressões oscilatória e residual ocorrem simultaneamente e ambas têm influência no potencial de liquefação. Oka et al. (1994); Sekiguchi et al. (1995) e Jeng e Ou (2010) investigaram o potencial de liquefação dos leitos oceânicos induzido pela onda, com as poropressões oscilatória e residual sendo simuladas simultaneamente, utilizando modelos constitutivos elasto-plásticos em suas formulações.

Em Oka et al. (1994) as poropressões oscilatória e residual induzidas pela onda são simuladas simultaneamente com o emprego de um modelo constitutivo elasto-plástico não-associado baseado em uma lei de endurecimento cinemático não-linear de Chaboche e Rousselier (1983). Sekiguchi et al. (1995) apresentou uma solução fechada para a poropressão induzida

pela onda em depósitos não coesivos, considerando a contração volumétrica acumulativa do solo sob carregamento cíclico de forma simplificada, permitindo uma avaliação integrada da liquefação devido ao excesso de poropressão oscilatório e poropressão residual. Mais recentemente, em Jeng e Ou (2010), um modelo poroelastoplástico tridimensional simula com sucesso ambos os mecanismos simultaneamente na análise a respeito do potencial de liquefação induzida pelas ondas no fundo do mar em torno de um quebra-mar. O critério de liquefação de Zen e Yamazaki (1990a), onde o excesso de poropressão é considerado na avaliação do potencial de liquefação induzido pela onda, é empregado. Considerando os resultados obtidos, Jeng e Ou (2010) afirmaram que o comportamento poroelastoplástico do solo tem influência mais significativa sobre a acumulação da poropressão residual, do que na amplitude da poropressão oscilante. As propriedades elásticas do solo têm certa influência sobre a fase inicial da acumulação da poropressão residual, mas têm pequena influência sobre o nível final da poropressão residual. E ainda, comparando uma análise que adota o modelo elasto-plástico, com uma análise que adota um modelo constitutivo elástico linear, verificou que esta última tende a subestimar a profundidade de liquefação e prevê uma região de liquefação menor na análise do potencial de liquefação induzido pelas ondas.

2.6.2 Falha por cisalhamento

Deslizamentos de terras submarinas são desencadeados por um aumento nas forças propulsoras, por diminuição da resistência dos sedimentos, ou por uma combinação dos dois. Neste sentido, a avaliação da estabilidade dos diferentes leitos marinhos diante do carregamento da onda do mar requer a compreensão das pressões causadas pela onda sobre a superfície do leito bem como das tensões efetivas e poropressões induzidas pela onda no leito marinho. Aspectos gerais da mecânica da falha do talude foram tratados em seção anterior.

Henkel (1970) pode ter sido o primeiro estudo publicado a identificar o papel importante das ondas de água sobre os deslizamentos submarinos. Ele propôs uma análise em tensões totais para o delta *Bird Foot*, no rio Mississippi, baseado no princípio do equilíbrio limite e na suposição de uma superfície de falha circular sob a ação de uma onda estacionária. Ele ressaltou que as mudanças de pressão no fundo eram grandes o suficiente para causar falha por cisalhamento em sedimentos fofos. Considerando o equilíbrio de momento estático sobre uma superfície de arco circular e dados de resistência dos sedimentos do delta do rio Mississippi foi sugerido que, sob um trem de ondas progressivas, uma sequencia de deslizamentos em arco circular iria resultar em um movimento descendente progressivo dos

sedimentos, conforme figura 5.a. Onde a profundidade crítica da falha, d_f , seria uma função do comprimento da onda e do excesso de pressão no fundo. Henkel também calculou a pressão de subsuperfície requerida para causar instabilidade para diversas condições de onda.

Movimentos descendentes de sedimentos podem também desenvolver-se de forma plana em taludes infinitos como mostrado na figura 5.b. A distribuição das tensões cisalhantes nos sedimentos sob uma dada distribuição de excesso de poropressão pode ser estimada das características de deformação do solo. Nesta abordagem, Wright e Dunham (1972) usou o método dos elementos finitos para calcular as tensões e deslocamentos induzidos pela onda para declive quase horizontal. Em alguma profundidade no sedimento a tensão cisalhante pode exceder a resistência cisalhante e o deslizamento irá desenvolver-se sobre uma superfície quase que paralela à superfície do leito, para ângulos de declividade pequenos. A profundidade de falha, Z_f , conforme figura 5.b, será uma função das propriedades de resistência tensão-deformação dos sedimentos e das características da onda.

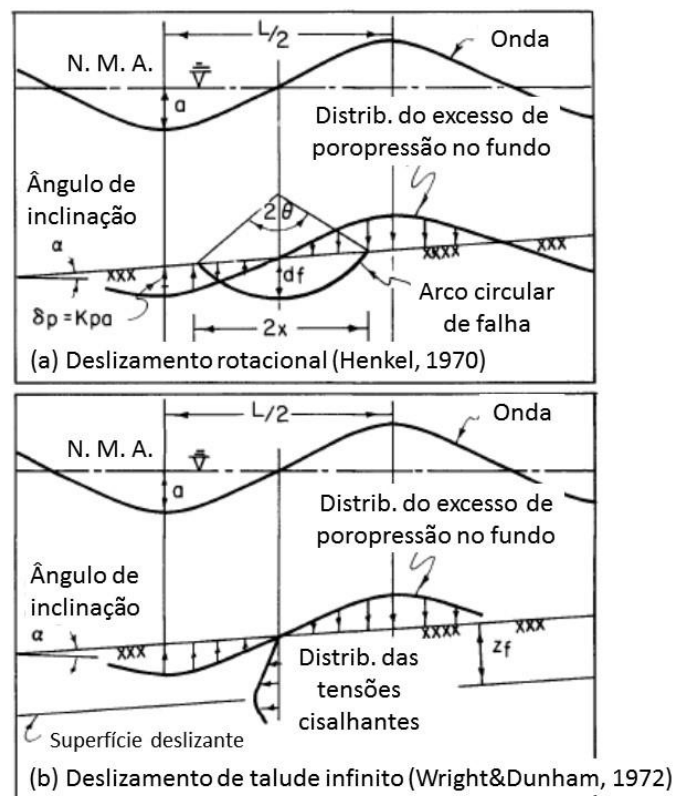


Figura 5 - Representação estática dos possíveis modos de falha: (a) deslizamento rotacional por Henkel (1970) e (b) deslizamento de talude infinito por Wright & Dunham (1972) (baseado em Mitchell et al, 1974).

Ensaio em modelos experimentais de falhas de talude iniciadas pela ação da onda são descritos em Mitchell et al. (1972), onde a altura da onda requerida para iniciar a falha, a

profundidade da falha e a forma do movimento do solo foram avaliadas. Neste trabalho foi sugerido que o mecanismo de falha envolve a redução da resistência devido às tensões cisalhantes cíclicas induzidas pela ação da onda. Um método alternativo de cálculo do excesso de pressão crítico no fundo é proposto, no qual é utilizada uma relação empírica derivada dos ensaios junto com dados de resistência *in situ* por ensaio de palheta. A partir deste estudo em modelos, concluiu-se que a força propulsora em deslizamentos de terra submarina é principalmente a gravitacional e que um trem de ondas progressivas pode iniciar a falha, reduzindo a resistência do solo. No entanto, o estudo indicou pouca correlação entre os resultados do ensaio do modelo e previsões analíticas anteriores.

Segundo Mitchell & Hull (1974), pressões cíclicas devidas à ação da onda podem causar a perda de resistência em sedimentos submarinos de granulação fina, podendo levar a instabilidades do declive. Enquanto muitos avanços na amostragem *offshore* e em técnicas de ensaios *in situ* estavam sendo feitas a fim de medir a resistência não perturbada de solos submersos, sugeriu-se neste estudo a realização de medições *in situ* de perfis de resistência alterados pela ação da onda, os quais devem ser considerados em investigações onde a profundidade da água é menor do que os comprimentos da onda de água durante condições de tempestade. A possibilidade da ação das ondas reduzindo a resistência de sedimentos deve ser considerada no projeto de todas as estruturas *offshore* permanentes.

Após, Rahman (1991) e Rahman e Jabery (1991), usando análises simplificadas, formularam condições necessárias para a instabilidade induzida pela onda. Os resultados mostraram que um leito marinho com sedimentos coesivos pode sofrer falha por cisalhamento, levando a instabilidade do declive. No entanto, em um leito marinho com sedimentos não coesivos, a instabilidade por falha de cisalhamento era improvável.

Baseado na solução analítica proposta por Hsu e Jeng (1994) e o critério de falha de Mohr-Coulomb, Jeng (1997b) investigou a falha por cisalhamento induzida pela onda em frente a um quebra-mar. A influência das características da onda e solo sobre a profundidade máxima da falha de cisalhamento induzida pela onda foi examinada através de um estudo paramétrico.

O modo real das instabilidades depende da distribuição espacial da falha de cisalhamento induzida pela onda e da resistência ao cisalhamento do sedimento. Convencionalmente, a predição de falha de solos tem sido baseada no critério de falha de Mohr-Coulomb, o qual continua sendo o mais usado na prática da engenharia geotécnica (Jeng, 2013).

2.7 MÉTODOS PARA A ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES

Distingue-se duas formas principais para realização da análise de estabilidade de encostas: a primeira abordagem consiste na análise em tensão total, adequada a encostas argilosas ou encostas com solos arenosos saturados sob cargas de curto prazo, sem ocorrência de dissipação de poropressão; e a segunda abordagem corresponde à análise em tensão efetiva, que se aplica a análises de estabilidade a longo prazo, nas quais condições drenadas prevalecem.

O fator de segurança para análise da estabilidade de talude é normalmente definido como a razão entre a resistência ao cisalhamento última dividida pela tensão de cisalhamento mobilizada na etapa inicial da falha. Existem várias formas de formular o fator de segurança F . A formulação mais comum assume o fator de segurança constante ao longo da superfície de deslizamento, e é definida em relação à força ou momento de equilíbrio. A encosta é considerada instável se $F \leq 1$. O equilíbrio de momento é geralmente utilizado para a análise de deslizamentos rotacionais. Considerando-se uma superfície de deslizamento, o fator de segurança F_m definido com respeito ao momento é dado pelo quociente entre a soma dos momentos resistentes M_r , e a soma dos momentos desestabilizadores M_d . Enquanto que, o equilíbrio de força é geralmente aplicado a falhas translacionais ou rotacionais compostas de superfícies de deslizamentos planas ou poligonais. O fator de segurança F_f definido com respeito à força é dado pelo quociente entre a soma das forças resistivas F_r e a soma das forças desestabilizadoras F_d . Um certo número de superfícies de deslizamento devem ser assumidas a fim de encontrar a superfície de deslizamento que produz o fator de segurança mínimo. A superfície com o fator de segurança mínimo é denominada superfície de deslizamento crítica.

Cargas de terremotos são geralmente modeladas como cargas verticais e horizontais aplicadas no centro de gravidade da massa de deslizamento, e os valores são dados por um fator de aceleração do sismo multiplicado pelo peso da massa de solo. Esta simulação pseudo-estática de tremores de terra é suficiente para a maioria dos fins de projeto, a menos que a resistência do solo seja reduzida em mais de 15%, devido à ação do sismo. Para além disso, uma análise dinâmica rigorosa pode ser necessária, assim como informações mais detalhadas sobre a aceleração do sismo e sobre o comportamento constitutivo do solo podem ser requeridas (Duncan & Wright, 2005; Cheng & Lau, 2008).

Com relação ao efeito da água, o aumento da poropressão da água é um dos principais fatores para a falha da encosta. Sempre que a resistência ao cisalhamento de um ou mais materiais é

expressa em termos de tensões efetivas, as poropressões da água devem ser determinadas e representadas na análise de estabilidade do talude. Existem vários métodos para fazer isto, dependendo das condições de infiltração e de água subterrânea e o grau de rigor requerido. O método mais comumente utilizado para definir a poropressão pressupõe que não há infiltração e a poropressão é hidrostática. Alternativamente, uma análise de percolação pode ser conduzida e a poropressão pode ser determinado a partir da análise de uma rede de fluxo ou por elementos finitos (Cheng & Lau, 2008).

Para um declive homogêneo com uma geometria simples e sem carga externa, a superfície de ruptura da forma log-espiral vai ser uma boa solução para a superfície de ruptura crítica. Em geral, a superfície de ruptura crítica para um solo arenoso com um pequeno valor de coesão c' e alto ângulo de atrito ϕ' será próximo à superfície do solo. Enquanto que a superfície de ruptura crítica será mais profunda para um solo com um alto valor de c' e ϕ' pequeno. Com a presença da carga vertical externa ou tirantes, a superfície crítica de falha irá geralmente ser conduzida para uma zona mais profunda da massa de solo.

Análises de estabilidade de taludes bidimensionais são geralmente realizadas pelos métodos do equilíbrio limite, método da análise limite ou métodos numéricos, como o método dos elementos finitos. Revisões sobre métodos para a análise da estabilidade de taludes podem ser encontradas em Nash (1987); Duncan (1996); Duncan & Wright (2005); Morote (2006) e Cheng & Lau (2008).

No âmbito dos métodos do equilíbrio limite duas abordagens principais são usadas para satisfazer o equilíbrio estático. Alguns procedimentos consideram o equilíbrio de toda a massa de solo delimitada por uma superfície de deslizamento e as equações de equilíbrio são escritas e resolvidas para um único corpo livre. A metodologia do talude infinito e o método Sueco de deslizamento em círculo são exemplos de tais procedimentos. Em outros procedimentos a massa de solo é dividida em certo número de fatias e as equações de equilíbrio são escritas e resolvidas para cada fatia (Duncan & Wright, 2005). Estes métodos de análise por equilíbrio limite são geralmente divididos em dois grupos: método das fatias e método das cunhas. No método das fatias, a massa de solo instável é dividida em uma série de fatias verticais e a superfície de deslizamento pode ser circular (Fellenius, 1936; Bishop, 1955) ou poligonal (Janbu, 1973; Morgenstern e Price, 1965; Spencer, 1967). No método das cunhas, a massa de solo é dividida em cunhas com interfaces inclinadas. A análise de equilíbrio limite clássico considera o estado limite último do sistema e não fornece nenhuma informação sobre o desenvolvimento de deformações.

O emprego do método dos elementos finitos foi proposto a fim de superar algumas das limitações básicas dos métodos tradicionais de análise como a incapacidade de estimar o fenômeno progressivo da falha. Existem duas abordagens principais do método dos elementos finitos na análise da estabilidade de taludes (Cheng & Lau, 2008). A primeira abordagem consiste em realizar uma análise em tensão elástica (ou elasto-plástica) a partir da aplicação da força de corpo do solo ao sistema do talude. Uma vez que as tensões são determinadas, os fatores locais de segurança podem ser determinados das tensões e do critério de Mohr-Coulomb. O fator de segurança global pode ser definido de uma forma similar através da determinação da força de cisalhamento última e a força desestabilizadora ao longo da superfície da falha. A segunda abordagem consiste no método da redução de resistência (*strength reduction method*, SRM). O modelo constitutivo não-linear adotado é geralmente o critério de Mohr-Coulomb, mas outros modelos constitutivos também são possíveis, embora raramente adotados na prática. Os parâmetros do material c e ϕ são reduzidos de acordo com:

$$c_f = \frac{c'}{F} \quad ; \quad \phi_f = \tan^{-1} \left\{ \tan \left(\frac{\phi'}{F} \right) \right\} \quad (2.6)$$

O fator de segurança F continua a mudar até o estado último do sistema ser atingido, e o fator de segurança correspondente será o fator de segurança da encosta. O critério de término é geralmente baseado em um dos seguintes procedimentos: a não-convergência do sistema de equações não-lineares, após um número máximo pré-estabelecido de iterações; a existência de um aumento súbito na taxa de variação do deslocamento no sistema; o desenvolvimento de um mecanismo de falha.

A localização da superfície crítica de falha é normalmente determinada a partir do contorno da máxima tensão de cisalhamento ou da máxima taxa de deformação de cisalhamento. As principais vantagens do método SRM são: a superfície de falha crítica é encontrada automaticamente a partir das deformações de cisalhamento localizadas decorrente da aplicação de cargas de gravidade e da redução da resistência ao cisalhamento; não requer nenhuma suposição sobre a distribuição da força de cisalhamento; é aplicável a condições complexas e fornece informações, tais como tensões, movimentos e poropressões, as quais não são possíveis com os métodos do equilíbrio limite. Griffiths e Lane (1999) apontou que o uso generalizado da SRM deve ser seriamente considerado pelos praticantes geotécnicos como uma poderosa alternativa aos métodos de equilíbrio limite tradicionais. Uma das críticas importantes ao SRM é o fraco desempenho relativo do método de elementos finitos na captura da formação da banda de cisalhamento localizada. Embora a determinação do fator de

segurança seja relativamente fácil e consistente, não é fácil determinar as superfícies críticas de falha em alguns casos onde a zona de escoamento é espalhada ao longo de um amplo domínio. Outras limitações do SRM incluem a escolha de um modelo constitutivo apropriado e parâmetros, condições de contorno e da definição de condição de falha/superfície de falha.

2.7.1 Análise limite

É clássico se referir a Galileo (*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, Dialogo secondo*, Leyden, 1638) ou Coulomb (*Essai sur une application des règles de Maximis e Minimis à quelques problèmes de Statique relatifs à l'Architecture*, mémoire à l'Académie des Sciences, 1773) para apresentar os primeiros raciocínios de dimensionamento à ruptura (Yield design) formulados de maneira clara e precisa do ponto de vista mecânico, para abordar os problemas de estabilidade de estruturas. A ideia diretriz, de acordo como formulado por Coulomb, consiste em analisar as condições de ruptura de uma estrutura baseando-se exclusivamente sobre a compatibilidade entre as considerações do equilíbrio da estrutura e as condições de resistência do material constitutivo.

A análise limite adota o conceito de uma relação tensão-deformação idealizada, o solo é assumido como um material rígido, perfeitamente plástico com uma regra de fluxo associada. Sem a realização da análise elastoplástica passo-a-passo, a análise limite pode fornecer soluções para muitos problemas. Análise limite é baseada nos teoremas limite da teoria da plasticidade clássica (Drucker et al, 1951; Drucker e Prager, 1952). O teorema do limite inferior afirma que qualquer campo de tensões estaticamente admissível irá fornecer uma estimativa do limite inferior da carga de colapso verdadeiro; enquanto que o teorema do limite superior afirma que, quando a potência dissipada por qualquer campo de velocidade cinematicamente admissível é equiparada com a potência dissipada pelas cargas externas, as cargas externas são limites superiores sobre a verdadeira carga de colapso (Drucker e Prager, 1952). Um campo de tensões estaticamente admissível é aquele que satisfaz as equações de equilíbrio, condições de contorno de tensão, e o critério de escoamento. Um campo de velocidade cinematicamente admissível é aquele que satisfaz as equações de compatibilidade de deformação e velocidade, condições de contorno de velocidade e da lei de fluxo. Quando combinados, os dois teoremas fornecem um contorno rigoroso da carga de colapso verdadeira.

Os teoremas e bases da Análise Limite foram reformulados num *framework* mecânico consistente sob a denominação de teoria do Cálculo à Ruptura (*Yield Design*) por Salençon (1983; 1990; 1993; 2013). Esta teoria apresenta de maneira unificada as ferramentas físicas e

matemáticas para abordar tanto problemas de engenharia estrutural quanto problemas relacionados a aplicações em engenharia geotécnica (Pastor & Turgeman, 1982; Turgeman & Pastor, 1982; Jiang, 1992; De Buhan et al., 1993; De Buhan & Maghous, 1995; Maghous, 1993; De Buhan et al., 1999; Salençon et al., 2009; Saada et al., 2008; Saada et al., 2011; Saada et al., 2012; Saada et al., 2013). Diversas pesquisas baseadas nesta teoria foram desenvolvidas nas últimas décadas para estender a abordagem às situações de estruturas em compósitos ou geo-compósitos, dando surgimento à teoria da Homogeneização em Análise Limite (Guennouni & Le Tallec, 1982; De Buhan, 1986; De Buhan & de Felice, 1997; Maghous et al., 1998; De Buhan et al., 2002; Hassen et al., 2013, Maghous et al., 2014).

A aplicação do teorema do limite inferior é geralmente realizada em etapas (Cheng & Lau, 2008). Em primeiro lugar, um campo de tensões estaticamente admissível é construído. Muitas vezes, será um campo descontínuo, como um mosaico de regiões de tensão constante que, juntos, cobrem toda a massa de solo. Haverá um ou mais valores particulares de tensão que não é totalmente especificado pelas condições de equilíbrio. Após, estas tensões desconhecidas são então ajustadas de modo que a carga sobre o solo seja maximizada, com o solo permanecendo dentro do limite de escoamento. A carga resultante torna-se a estimativa de limite inferior para a carga real colapso.

A aplicação da análise limite analítica convencional era geralmente limitada a problemas simples. Métodos numéricos, no entanto, têm sido utilizados para calcular as soluções limite inferior e superior para os problemas mais complexos. A primeira formulação do limite inferior baseada no método dos elementos finitos foi proposta por Lysmer (1970) para problemas de deformação plana. Análises eficientes para a solução numérica dos limites inferiores pelo método dos elementos finitos e método da programação linear foram desenvolvidas (Bottero et al, 1980;. Sloan, 1988a, b). O conceito-chave dessas análises foi a introdução de um conjunto de algoritmos (Sloan, 1988b) para resolver o problema da programação linear. Outros trabalhos propõem formulações do limite inferior utilizando métodos numéricos (Lyamin & Sloan, 1997; Zhang, 1999).

Aplicações do teorema superior da análise limite em estabilidade de taludes foram desenvolvidas por Drucker and Prager (1952); Chen and Giger (1971); Chen (1975); Izbicki (1981). Michalowski (1995) apresentou uma abordagem do limite superior (cinemática) da análise limite em que o fator de segurança derivado para declives está associado a um mecanismo de falha sob a forma de blocos rígidos análogos às fatias verticais utilizados nos métodos de equilíbrio limite tradicionais. Uma maneira conveniente para incluir a

poropressão da água também foi apresentada e implementada na análise do colapso de encosta por translação e rotação. A resistência do solo entre os blocos foi tomada como zero ou o seu valor máximo definido pelo critério de escoamento de Mohr-Coulomb. Investigações da estabilidade de encostas por análise limite considerando formulações do limite superior, utilizando métodos numéricos podem ser verificadas em Anderheggen and Knopfel (1972); Bottero *et al.* (1980); Sloan (1988b, 1989); Sloan and Kleeman (1995) e Yu *et al.* (1998).

No âmbito da análise limite, abordagens 2D do limite superior baseadas em fatia também foram estendidas para resolver problemas 3D de estabilidade de taludes (Michałowski, 1989; Chen et al, 2001a, b;. Lyamin and Sloan, 2002b).

2.8 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA ANÁLISE LIMITE

Supõe-se a geometria do sistema considerado dada, sendo Ω e $\partial\Omega$ respectivamente, o volume e o seu contorno. O sistema é carregado pelo vetor de carga \underline{Q} , com componentes Q_i . O comportamento do material constitutivo é conhecido apenas através das suas características de resistência: em qualquer ponto \underline{x} de Ω , um domínio $\mathbf{G}(\underline{x})$ dado no espaço de tensão (\mathfrak{R}^6) define os tensores de tensão admissíveis. O domínio $\mathbf{G}(\underline{x})$ é geralmente definido por meio de um critério de resistência escalar:

$$\underline{\sigma} \text{ admissível no ponto } \underline{x} \Leftrightarrow \underline{\sigma} \in \mathbf{G}(\underline{x}) \Leftrightarrow f(\underline{x}; \underline{\sigma}) \leq 0 \quad (2.7)$$

Adicionalmente, consideram-se as seguintes hipóteses em relação ao critério de resistência: $\mathbf{G}(\underline{x})$ é convexo; $\{0\} \subset \mathbf{G}(\underline{x})$ e a lei de fluxo é associada.

Neste contexto, a teoria da Análise Limite preocupa-se em determinar se o sistema, dada a sua geometria e características de resistência do material, será estável sob uma dada carga \underline{Q} pertencente a \mathfrak{R}^6 . Esta teoria é baseada nos teoremas dos limites inferior (estático) e superior (cinemático), os quais fornecem limites inferiores e superiores da carga limite da estrutura (Salençon, 1990; 1983; 2013).

A condição suficiente para estabilidade de um sistema é que exista compatibilidade entre o equilíbrio, sob determinada carga \underline{Q} , e as características de resistência do material. Qualquer carga para a qual a condição acima seja satisfeita será chamada de carga segura e o sistema será dito estável sob a carga \underline{Q} . O conjunto de todas as cargas seguras é denotado por \mathbf{K} :

$$\underline{Q} \in \mathbf{K} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \exists \underline{\sigma} \text{ estaticamente admissível (E.A.) com } \underline{Q} \\ \underline{\sigma}(x) \in \mathbf{G}(x) \quad \forall x \in \Omega \end{array} \right. \quad (2.8)$$

As propriedades de \mathbf{K} no espaço de carregamento $\{\mathcal{R}^6\}$ são derivadas das propriedades dos domínios $\mathbf{G}(x)$. As cargas na fronteira de \mathbf{K} são chamadas de cargas limites do sistema $\partial\mathbf{K}$ e qualquer carga fora de \mathbf{K} produz um sistema instável. Para construir \mathbf{K} devem ser encontradas as cargas limites do sistema. A análise limite utiliza os teoremas estático e cinemático para aproximar-se de $\partial\mathbf{K}$ pelo interior e pelo exterior, respectivamente.

Abordagem estática pelo interior de \mathbf{K}

O teorema do limite inferior afirma que se a carga atuante tem uma magnitude que permite encontrar um campo de tensões que satisfaça às condições de equilíbrio no interior e no contorno, e, em qualquer ponto do corpo essas tensões satisfaçam o critério de resistência do material, então a carga atuante é menor ou no máximo igual à carga de colapso da estrutura. Expressando o teorema matematicamente para uma tensão dada $\underline{\sigma}^{(m)}$ tem-se a condição suficiente de estabilidade:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{\sigma}^{(m)} \text{ é E.A.} \\ f(\underline{\sigma}^{(m)}) \leq 0 \quad \forall x \in \Omega \end{array} \right\} \rightarrow \underline{Q}^m = \underline{Q}(\underline{\sigma}^{(m)}) \in \mathbf{K} \quad (2.9)$$

O campo de tensão no qual a abordagem estática é baseada deve ser escolhido a fim de obter-se o limite inferior da carga limite maior possível.

Abordagem cinemática pelo exterior de \mathbf{K}

O emprego do princípio das potências virtuais possibilita derivar uma formulação de equilíbrio baseada na construção de campos de velocidade cinematicamente admissíveis (C.A.) para a determinação de \mathbf{K} . Considera-se que:

- \underline{U} é um campo de velocidade virtual e $\underline{U}(x)$ é o seu valor local;
- \underline{d} é o campo taxa de deformação associado à \underline{U} ;
- Σ é a superfície na qual ocorre uma descontinuidade de velocidade;
- $[\underline{U}(x)]$ representa a descontinuidade do campo de velocidade \underline{U} num ponto x na direção normal $\underline{n}(x)$ à superfície Σ correspondente e

- $\underline{\dot{q}}$ denota a velocidade virtual associada ao ponto de aplicação da carga \underline{Q} ao expressar a potência das forças externas.

O princípio das potências virtuais aplicado em (2.6) fornece a dualização da condição estática admissível:

$$\begin{aligned} \forall \underline{\underline{\sigma}} \quad E.A. \quad \text{com} \quad \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}), \\ \forall \underline{U} \quad C.A. \quad \text{com} \quad \underline{\dot{q}}(\underline{U}), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) \, d\Omega + \int_{\Sigma} [\underline{U}(\underline{x})] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \, d\Sigma = \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{U})$$

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 0 \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$

onde “:” representa o produto de dupla contração; “·” representa o produto escalar; $\underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{U})$ representa a potência externa e a soma dos termos $\int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) \, d\Omega$ e $\int_{\Sigma} [\underline{U}(\underline{x})] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \, d\Sigma$ representa a potência resistente.

A fim de levar em conta as condições impostas pelas capacidades resistentes do material, são introduzidas as funções π :

$$\begin{aligned} \pi(\underline{x}; \underline{\underline{d}}(\underline{x})) &= \text{máx} \{ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) \mid \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathbf{G}(\underline{x}) \} \\ \pi(\underline{x}; \underline{n}(\underline{x}), [\underline{U}(\underline{x})]) &= \text{máx} \{ [\underline{U}(\underline{x})] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \mid \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathbf{G}(\underline{x}) \} \end{aligned} \quad (2.11)$$

as quais representam a potência resistente máxima que pode ser desenvolvido no ponto \underline{x} relacionada à taxa de deformação $\underline{\underline{d}}(\underline{x})$ ou à descontinuidade de velocidade $[\underline{U}(\underline{x})]$ de acordo com $\underline{n}(\underline{x})$, respeitando as restrições em $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ correspondentes às capacidades de resistência.

Assim, a máxima potência de deformação do sistema é denominada potência resistente máxima $P_{rm}(\underline{U})$ e é dada pela expressão:

$$P_{rm}(\underline{U}) = \int_{\Omega} \pi(\underline{x}; \underline{\underline{d}}(\underline{x})) \, d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{x}; \underline{n}(\underline{x}), [\underline{U}(\underline{x})]) \, d\Sigma \quad (2.12)$$

A expressão que caracteriza o teorema cinemático, através da abordagem de \mathbf{K} pelo exterior, é a seguinte:

$$\text{Se } \exists \underline{U} \text{ C.A. tal que } \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{U}) > P_{rm} \Rightarrow \underline{Q} \notin \mathbf{K} \quad (2.13)$$

E a definição cinemática de \mathbf{K} fica da seguinte forma:

$$\text{Se } \underline{Q} \in \mathbf{K} \Rightarrow \forall \underline{U} \text{ C.A.}, \quad \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{U}) \leq P_{rm} \quad (2.14)$$

O campo de velocidade no qual a abordagem cinemática é baseada deve ser escolhido a fim de obter-se o limite superior da carga limite menor possível. Adicionalmente, para que a formulação (2.14) seja efetiva, o campo de velocidade virtual deve causar trabalho das forças externas e o campo de velocidade virtual deve ser escolhido de forma que π seja finita em Ω e Σ , ou seja, as seguintes condições devem ser obedecidas:

$$\begin{aligned} \dot{q}(\underline{U}) &\neq 0 \\ P_{rm}(\underline{U}) &< +\infty \end{aligned} \quad (2.15)$$

Desta forma, o teorema cinemático fornece uma condição necessária de estabilidade da estrutura, com a determinação dos limites superiores das cargas limites. A carga será admissível se a resistência máxima mobilizada pela estrutura é maior que o trabalho desenvolvido pela carga em qualquer movimento virtual (mecanismo de ruptura).

Neste trabalho as abordagens estática e cinemática da análise limite serão utilizadas para estimar a estabilidade de maciços submarinos submetidos ao carregamento da onda, baseadas em condições de deformações planas. Nessas condições raciocina-se sobre estado de tensões com componentes bidimensionais:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{ij} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \quad i, j \in \{x_1, x_2\} \quad (2.16)$$

em equilíbrio e satisfazendo o critério de resistência em projeção no espaço $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ (Salençon, 1983).

3 ELEMENTOS DA MODELAGEM DA ONDA DO MAR

3.1 AS ONDAS DE ÁGUA

Escoamentos de superfície livre não permanentes sujeitos a forças gravitacionais são chamados de ondas de água ou ondas de superfície. Existe uma grande variedade de ondas de água: ondas de tempestade geradas pelo vento em oceanos; ondas de cheia em rios; ondas de tsunamis geradas por terremotos e ondas geradas por explosões nucleares submersas são exemplos de ondas de superfície. Do ponto de vista matemático, uma solução geral não existe. Mesmo nos casos mais simples, aproximações devem ser feitas. Um aspecto importante das teorias das ondas de água é o estabelecimento de limites de validade das várias soluções, de acordo com as simplificações adotadas. A principal dificuldade no estudo do movimento da onda de superfície está relacionada à sua fronteira, a superfície livre, que é uma das incógnitas do problema.

Em um sistema de coordenadas Euleriano um problema de onda de superfície geralmente envolve três incógnitas: a elevação da superfície livre, a pressão (que geralmente é conhecida na superfície livre) e a velocidade da partícula. Uma vez que um método geral de solução não está disponível, diversas hipóteses simplificadoras foram feitas, as quais se aplicam a casos particulares. Em geral, o método de solução que é usado depende dos efeitos não lineares, isto é, da importância relativa dos termos de inércia convectivos com respeito ao termo de inércia local. Ao invés de lidar com esses termos inerciais diretamente, é mais conveniente relacioná-los a parâmetros mais acessíveis. Três parâmetros característicos são usados, conforme figura 6: a altura da onda H ; o comprimento da onda L e a profundidade da água d .

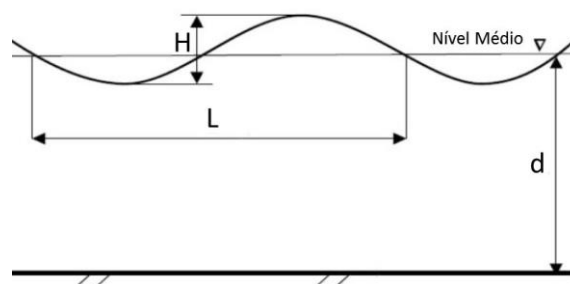


Figura 6 - Parâmetros característicos da onda de água.

Embora as relações entre os termos inerciais e esses três parâmetros não sejam simples, seus valores relativos consideravelmente ajudam na classificação das teorias de onda de água do ponto de vista matemático. Três razões características são definidas a partir destas grandezas geométricas: H/L ; H/d e L/d . A importância relativa dos termos convectivos de inércia aumenta na medida em que os valores dessas três razões aumentam. Em águas profundas (H/d pequeno) o parâmetro mais significativo é H/L , que é chamado de declividade da onda. Em águas rasas, o parâmetro mais significativo é a altura relativa H/d . Em águas de profundidade intermediária o parâmetro significativo, que também cobre os três casos é dado por $(H/L)(L/d)^3$ (Le Méhauté, 1976).

Dependendo do problema considerado e da variação dos valores dos parâmetros H/L , H/d e L/d três abordagens matemáticas são geralmente usadas (Le Méhauté, 1976): (1) linearização; (2) séries de potências e (3) métodos numéricos. Métodos estatísticos são também usados para descrever a complexidade do estado do mar ou ondas geradas pela ação do vento.

O caso mais simples das teorias das ondas de superfície é a teoria da onda linear, na qual os termos inerciais convectivos são completamente negligenciados, sendo uma aproximação da onda infinitesimal. As equações linearizadas podem ser resolvidas analiticamente e, por esse motivo a teoria da onda linear é usada para descrever uma grande variedade de movimentos de ondas de água.

A solução também pode ser encontrada como uma série de potências em termos de um parâmetro pequeno em relação aos outros. Essa pequena quantidade é H/L em águas profundas e H/d em águas rasas. No primeiro caso (desenvolvido em termos de H/L , ou ondas de *Stokes*) o primeiro termo da série de potências é a solução das equações linearizadas. No segundo caso, o primeiro termo da série é a solução de equações não lineares relacionadas à onda *Cnoidal*. O cálculo dos sucessivos termos da série é complicado e, assim, esses métodos são usados em poucos casos (Le Méhauté, 1976). Soluções em séries de potências são encontradas no caso de ondas progressivas periódicas bidimensionais, ondas estacionárias periódicas e ondas irregulares.

Pode acontecer que um perfil estacionário de onda não exista como solução e, neste caso, uma solução numérica frequentemente é usada. Isso ocorre para valores elevados de H/d e L/d quando os termos não lineares são relativamente altos com relação à inércia local. Esse é o caso de ondas longas em águas rasas.

Além dos métodos que consideram uma solução totalmente determinística do problema das ondas de água, a descrição do estado do mar pode envolver o uso de funções aleatórias. As operações matemáticas que são usadas neste caso (como as análises harmônicas) geralmente requerem que as ondas de água obedeçam a leis lineares para que o princípio da superposição seja válido. Conseqüentemente esta abordagem perde sua validade na descrição do estado do mar em águas muito rasas (grandes valores de H/d e L/d).

As teorias de ondas de superfície foram também classificadas por Keulegan (1950) apud Ippen (1966), conforme figura 7, em ondas de pequena amplitude, correspondente a teoria linearizada, e ondas de amplitude finita. Neste último caso, as ondas de amplitude finita envolvem ao menos três teorias: ondas de *Stokes*; onda *Cnoidal* e onda Solitária, de acordo com os valores do parâmetro d/L , onde d é a profundidade da água e L o comprimento da onda. Os perfis das ondas periódicas bidimensionais supracitadas estão ilustrados na figura 8.

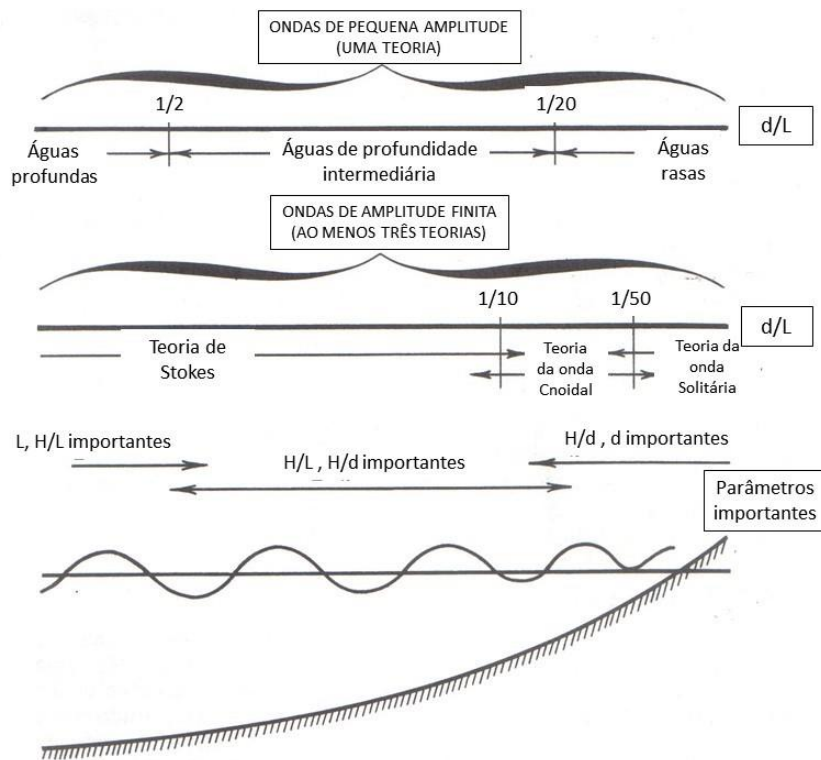


Figura 7 - Classificação das ondas de água conforme amplitude e parâmetros H ; L e d (baseado em Ippen, 1966).

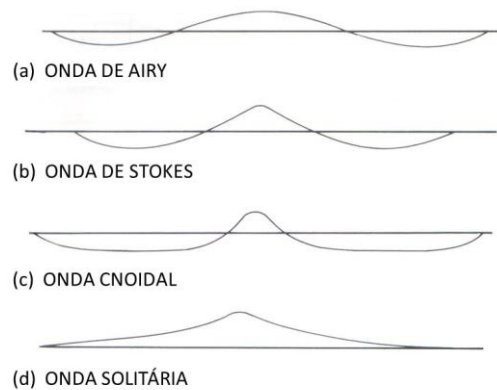


Figura 8 - Perfis de ondas bidimensionais.

Em especial, a teoria linear constitui a ferramenta fundamental da prática de engenharia costeira e oceânica por muitas razões. É particularmente simples de aplicar e em muitas aplicações não requer sofisticada programação computacional, como requerem outras teorias. Esta teoria pode ser aplicada em águas rasas, em profundidades intermediárias e em águas profundas (veja figura 7), enquanto que outras teorias são frequentemente aplicáveis para intervalos de profundidades restritos. A teoria da onda linear pode ser estendida para lidar com uma variedade de situações as quais não são facilmente suscetíveis à interpretação em termos das teorias de onda não lineares.

3.2 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO FLUIDO VISCOSO INCOMPRESSÍVEL

Ondas de gravidade em fluidos como a água são escoamentos com altos números de Reynolds, nos quais a viscosidade tem papel insignificante. A compressibilidade desempenha igualmente um papel menor quando a velocidade da onda no fluido é pequena comparada com a velocidade do som no fluido, o que normalmente acontece. Consequentemente este fluido pode ser assumido como um fluido de Euler incompressível. Além disso, se as ondas são formadas em águas originalmente em repouso, sem vorticidade, o escoamento pode ser assumido irrotacional em todos os tempos. A suposição de que o fluido é incompressível e irrotacional é razoável para o grandes corpos de água e será usada no presente trabalho para descrever a cinemática das ondas (Ippen, 1966; Le Méhauté, 1976; Brebbia e Walker, 1979; Sarpkaya e Isaacson, 1981).

As equações governantes de movimento para um fluido incompressível são dadas pelas equações de conservação de momento, ou equações de Navier-Stokes e pela equação de conservação de massa, ou equação da continuidade, respectivamente (Schlichting, 1979):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \nu_c \nabla^2 \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{b} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.2)$$

Referindo-se a um sistema de eixos cartesianos (x, y, z) , $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ representa o vetor de velocidades do fluido; $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ o vetor de forças de volume; ρ é a massa específica do fluido; p é a pressão do fluido e ν_c representa a viscosidade cinemática do fluido.

Adicionalmente, a aceleração $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$ representa a derivada material do vetor de

velocidades, $\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$ representa o divergente do vetor velocidade e

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Considerando a identidade (Malvern, 1969):

$$\nabla^2 \vec{v} \equiv \nabla(\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{v}) \quad (3.3)$$

Na qual $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ para um fluido incompressível, e o termo $\nabla \times \vec{v}$ representa o vetor vorticidade, que pode ser definido como duas vezes o vetor turbilhão \vec{w}_t do fluido, $2\vec{w}_t = \nabla \times \vec{v}$, a expressão (3.1) fica da seguinte forma:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -2\nu_c \nabla \times \vec{w}_t - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{b} \quad (3.4)$$

Quando o escoamento é irrotacional, o vetor velocidade angular do escoamento é nulo, $\vec{w}_t = 0$, e assim tem-se:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{b} \quad (3.5.a)$$

A expressão acima é a mesma obtida quando se assume que o fluido incompressível apresenta viscosidade nula, $\nu_c = 0$. Esta expressão representa a equação de Euler, que pode também ser escrita na forma indicial:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + b_i \quad (i, j = x, y, z) \quad (3.5.b)$$

A hipótese de irrotacionalidade do escoamento incompressível, $\nabla \times \vec{v} = 0$, é a condição necessária e suficiente para a existência de um potencial de velocidades escalar $\Phi(x, y, z, t)$, tal que:

$$\vec{v} = \nabla \Phi \rightarrow v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad v_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3.6)$$

A introdução do potencial de velocidades substitui as três componentes de velocidade desconhecidas por uma única função escalar desconhecida, $\Phi(x, y, z, t)$, o que simplifica muitos cálculos. Substituindo o vetor de velocidade $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ em termos do potencial $\Phi(x, y, z, t)$ na equação de conservação de massa, eq. (3.2), chega-se à equação governante do movimento de um fluido invíscido irrotacional incompressível:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} \Phi = \nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.7)$$

A equação acima é a conhecida equação de Laplace, a qual ocorre frequentemente em muitas áreas da ciência, tendo como soluções (Φ) funções do tipo harmônicas. É uma equação diferencial parcial, a qual deve ser resolvida com a consideração de condições de contorno apropriadas a fim de investigar o comportamento de ondas de água.

Considerando-se as forças de volume \vec{b} relacionadas ao campo gravitacional conservativo $\vec{b} = (0, 0, -g)$, onde g é a aceleração da gravidade, este vetor pode ser reescrito por $\vec{b} = \nabla(-gz)$, onde $-gz$ é o potencial gravitacional. A Equação de Euler eq. (3.5) pode, então, ser reescrita:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla(-gz) \quad (3.8)$$

Considerando ainda que o termo convectivo $\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$ pode ser reescrito (Malvern, 1969):

$$\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \underline{\underline{W}} \cdot \vec{v} + \nabla \left(\frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \right) = 2\vec{w}_t \times \vec{v} + \nabla \left(\frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \right) \quad (3.9)$$

onde

$$\vec{w}_t = -W_{23} \vec{e}_1 - W_{31} \vec{e}_2 - W_{12} \vec{e}_3 = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{v} \quad (3.10)$$

é o vetor turbilhão e $\underline{\underline{W}}$ é o tensor vorticidade, a equação (3.8) pode ser reescrita:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + 2\vec{\omega}_t \times \vec{v} + \nabla \left(\frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla(-gz) \quad (3.11)$$

E para um fluido irrotacional:

$$\frac{\partial \nabla \Phi}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla(-gz) \quad (3.12)$$

Rearranjando-se os termos da equação acima, chega-se à equação da pressão ou Equação de Bernoulli para um estado não estacionário:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (3.13)$$

onde $C(t)$ é uma função arbitrária dependente apenas do tempo.

3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA ONDAS DE ÁGUA

Assume-se que o domínio de análise considerado é composto por um oceano ilimitado horizontalmente, cuja fronteira superior é dada pela superfície livre, que representa a interface ar-água e a fronteira inferior é determinada pelo solo oceânico, considerado plano e horizontal.

Quando o fluido apresenta um limite com outro fluido, como o ar, por exemplo, a posição da superfície livre torna-se uma variável dependente desconhecida adicional, $z = \eta(x, y, t)$, além das componentes de velocidade do fluido. Diante desta nova variável desconhecida do problema, tornam-se necessárias duas condições de contorno adicionais sobre a superfície livre.

Superfície fixa

Desprezando-se os efeitos da viscosidade, na superfície fixa, a velocidade do fluido é tangente ao contorno fixo e, então, a componente normal da velocidade é nula. Para uma superfície fixa horizontal localizada em $z = -d$, esta condição pode ser dada em termos do potencial de velocidade por:

$$v_z = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=-d} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad (3.14)$$

Superfície livre – condição cinemática

A condição de contorno cinemática sobre a superfície livre estabelece que uma partícula de fluido posicionada sobre esta superfície, em qualquer instante, nunca vai deixá-la. Considera-se o símbolo η para a superfície livre tal que na superfície livre $z = \eta(x, y, t)$. Introduzindo uma função geral $F(x, y, z, t)$ ao longo de todo o espaço e tempo, constante sobre a superfície livre, tem-se:

$$F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0 \quad \text{em } z = \eta(x, y, t) \quad (3.15)$$

Considerando que as partículas que iniciam sobre a superfície livre permanecem sobre esta superfície, para cada partícula, $F(x, y, z, t)$ é constante. Então, a derivada material desta superfície dF/dt , para cada partícula, deve manter-se nula sobre esta superfície:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + v_x \frac{\partial F}{\partial x} + v_y \frac{\partial F}{\partial y} + v_z \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = \eta(x, y, t) \quad (3.16)$$

Da definição de F obtém-se:

$$-\frac{\partial \eta}{\partial t} - v_x \frac{\partial \eta}{\partial x} - v_y \frac{\partial \eta}{\partial y} + v_z = 0 \quad \text{em } z = \eta(x, y, t) \quad (3.17)$$

Que também pode ser escrita em função do potencial de velocidades $\Phi(x, y, z, t)$ em $z = \eta(x, y, t)$:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \text{em } z = \eta(x, y, t) \quad (3.18)$$

A expressão acima constitui a condição de contorno cinemática para a superfície livre do fluido. Os termos envolvendo o produto das variáveis dependentes tornam essa condição não linear.

Superfície livre – condição dinâmica

A condição dinâmica é dada pela equação de Bernoulli, na qual a pressão é considerada constante (e igual à pressão atmosférica p_a):

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=\eta} + \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi \right|_{z=\eta}^2 + \frac{p_a}{\rho} + g\eta = C(t) \quad (3.19)$$

A expressão acima constitui a condição de contorno dinâmica para a superfície livre do fluido, a qual é não linear devido ao termo $\frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2$.

3.4 O PROBLEMA DA ONDA DE ÁGUA BIDIMENSIONAL

3.4.1 Definição do problema

Considera-se uma onda progressiva harmônica movendo-se na direção positiva de x , conforme figura 9. Considera-se ainda que a superfície do fundo é rígida e horizontal. Para descrição do sistema, adotam-se as seguintes terminologias:

- $\eta(x, t)$: deslocamento vertical da superfície livre, sobre o nível médio de água;
- d : distância do nível médio de água ao fundo do mar (isto é, à superfície do leito do mar);
- H : altura da onda;
- L : comprimento de onda;
- T : período da onda
- C_{onda} : celeridade da onda, velocidade de propagação da onda (velocidade de fase) = L/T
- k : número de onda ($=2\pi/L$)
- ω : frequência angular da onda ($=2\pi/T$)

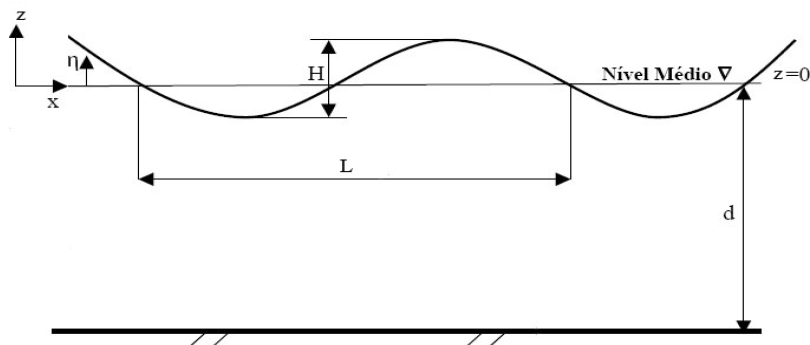


Figura 9 - Definições para um sistema de onda de água bidimensional.

A equação de Laplace, válida na região $-d \leq z \leq \eta$ e $-\infty \leq x \leq +\infty$ é dada por:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.20)$$

Em correspondência às condições de contorno previstas anteriormente, as condições de contorno na superfície livre cinemática e dinâmica e a condição na superfície do fundo, que devem ser aplicadas a fim de se obter expressões representativas do movimento da onda, são respectivamente:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{em } z = \eta(x, t) \quad (3.21)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=\eta} + \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi \right|_{z=\eta}^2 + \frac{p_a}{\rho} + g\eta = 0 \quad \text{em } z = \eta(x, t) \quad (3.22)$$

$$v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad (3.23)$$

Como o potencial Φ pode ser definido como uma função aditiva de tempo $\Phi + g(t)$, é sempre possível (sem reduzir a generalidade da abordagem) escolher $g(t)$ de tal maneira que $g'(t) = C(t)$. Formalmente, isso equivale a considerar $C(t) = 0$ na equação (3.22).

Além das condições de contorno expressas acima é necessário considerar que as soluções procuradas são periódicas no tempo e no espaço (direção x). Observa-se que as condições de contorno de superfície livre são não lineares e são prescritas sobre a superfície livre $z = \eta(x, t)$, a qual é inicialmente desconhecida.

3.4.2 Solução do problema

A abordagem mais simples e fundamental do problema da onda de água constitui na busca de uma solução linear para o problema, tomando a altura da onda H como sendo um valor muito menor que o comprimento de onda L e a profundidade do nível médio da água d . A teoria da onda que resulta desta hipótese é conhecida por *Teoria da onda linear de pequena amplitude*, *Teoria de Airy* ou *Primeira aproximação da Teoria de Stokes*.

Devido à hipótese de H infinitamente pequeno, os termos não lineares que envolvem produtos de termos da ordem da altura da onda nas equações de contorno da superfície livre (3.21) e (3.22) são tão pequenos que podem ser negligenciados em comparação aos termos lineares restantes, os quais são da ordem de grandeza da altura da onda. Adicionalmente, como o movimento é assumido infinitamente pequeno, a superfície livre $z = \eta(x, t)$ pode agora ser descrita diretamente sobre o nível médio da água $z = 0$.

O problema da onda linear de pequena amplitude bidimensional fica então definido pela equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{válida em } -d \leq z \leq \eta \quad \text{e} \quad -\infty \leq x \leq +\infty \quad (3.24)$$

e pelas condições de contorno:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{em } z = 0 \quad (3.25)$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{p_a}{\rho} \right\} \Big|_{z=0} \quad \text{em } z = 0 \quad (3.26)$$

$$v_z = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=-d} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad (3.27)$$

Para a solução, pode-se utilizar o método de separação das variáveis, no qual a solução é assumida na forma de um produto, onde cada termo do produto é função somente de uma das variáveis independentes:

$$\Phi(x, z, t) = \bar{X}(x) \cdot \bar{Z}(z) \cdot \bar{T}(t) \quad (3.28)$$

Aplicando a expressão acima na equação governante do problema (3.24), chega-se a duas equações diferenciais, de uma variável cada. Dessas duas equações obtêm-se, separadamente, expressões para $\bar{X}(x)$ e $\bar{Z}(z)$. Sendo as soluções desejadas funções harmônicas simples no tempo, arbitra-se $\bar{T}(t)$. Considerando-se ainda as soluções periódicas no espaço (na direção x) e as condições de contorno, chega-se à expressão do potencial de velocidades para uma onda progressiva viajando na direção positiva de x (Ippen, 1966; Le Méhauté, 1976; Brebbia e Walker, 1979; Sarpkaya e Isaacson, 1981):

$$\Phi(x, z, t) = \left(\frac{H}{2} + \frac{p_a}{\gamma_w} \right) \frac{g}{\omega} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \text{sen}(kx - \omega t) \quad (3.29)$$

onde γ_w é o peso específico da água. Essa equação descreve o campo completo de velocidades sob a onda.

Substituindo (3.29) em (3.26), encontra-se a expressão para o perfil da superfície η :

$$\eta(x, t) = \left\{ \frac{H}{2} + \frac{p_a}{\gamma_w} \right\} \cos(kx - \omega t) - \frac{p_a}{\gamma_w} \quad (3.30)$$

Combinando as equações (3.25) e (3.26), obtêm-se:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad \text{em } z=0 \quad (3.31)$$

Substituindo (3.29) em (3.31), tem-se a equação que representa a relação de dispersão da onda, que para uma onda de amplitude finita expressa a velocidade de propagação da onda C_{onda} em termos do número de onda k :

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \rightarrow C_{\text{onda}}^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad (3.32)$$

Para a teoria linear da onda de pequena amplitude, as expressões características das ondas são simplificadas em função da razão d/L (também chamada profundidade relativa). As simplificações que ocorrem nas expressões para a onda decorrem da substituição das funções hiperbólicas por suas assíntotas para determinado intervalo da profundidade relativa (veja Ippen, 1966; Le Méhauté, 1976). Em uma dada posição, ondas de todos os tipos podem ocorrer, dependendo do seu comprimento de onda.

Manipulando-se as equações da velocidade da partícula, observa-se que os trajetos das partículas apresentam forma elíptica com a maior dimensão na horizontal.

A expressão para a pressão em função da profundidade z é obtida substituindo-se a expressão do potencial de velocidades (3.29) na equação de Bernoulli linearizada:

$$p = \gamma_w \left\{ \left(\eta + \frac{p_a}{\gamma_w} \right) \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} - z \right\} \quad (3.33)$$

Onde z é negativo na direção descendente a partir do nível médio da água, conforme figura 9 e γ_w é o peso específico da água.

Em particular, a pressão no fundo do mar, em $z = -d$, é dada pela expressão:

$$p = \frac{\gamma_w}{\cosh kd} \left\{ \eta + \frac{p_a}{\gamma_w} \right\} + \gamma_w d \quad (3.34)$$

3.5 O CARREGAMENTO DA ONDA DO MAR

O carregamento da onda sobre a superfície do leito do mar é assumido plano e sua forma é caracterizada por uma função $p_{\text{onda}}(x_1, t)$ e sua amplitude por um escalar positivo p_0 . Para a onda linear de Stokes, que assume fluxo irrotacional de fluido não viscoso e incompressível sobre leito horizontal e impermeável, a amplitude p_0 é relacionada à profundidade da água d

e às características geométricas da onda, isto é, o comprimento da onda L e à altura da onda H . A figura 10 apresenta uma visão geral do problema de estabilidade a ser resolvido nos próximos capítulos, bem como o carregamento da onda e os parâmetros envolvidos.

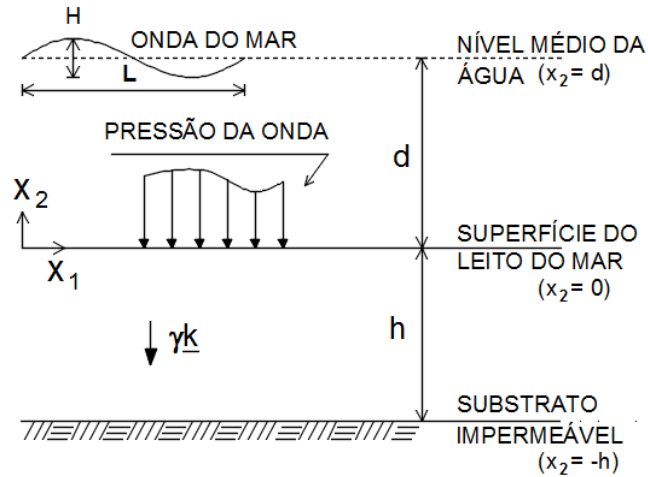


Figura 10 - Definições do problema considerando uma onda de água bidimensional.

A forma do carregamento sobre a superfície do fundo do mar pode ser expressa em termos de funções seno ou cosseno, dependendo da forma da onda do mar considerada:

$$p_{onda}(x_1, t) = p_0 \cos(kx_1 - \omega t) \quad (3.35.a)$$

ou

$$p_{onda}(x_1, t) = p_0 \sin(kx_1 - \omega t) \quad (3.35.b)$$

com:

$$p_0 = \frac{\gamma_w H(d)}{2 \cosh(k(d)d)} \quad (3.36)$$

onde k é o número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{L(d)} \quad (3.37)$$

e ω é a frequência angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.38)$$

sendo T o período da onda.

Em fundo do mar (ou superfície do leito do mar) plano não horizontal as ondas originadas em águas profundas viajam em direção à costa, ocorrendo variação do seu comprimento, velocidade e altura (veja figura 11).

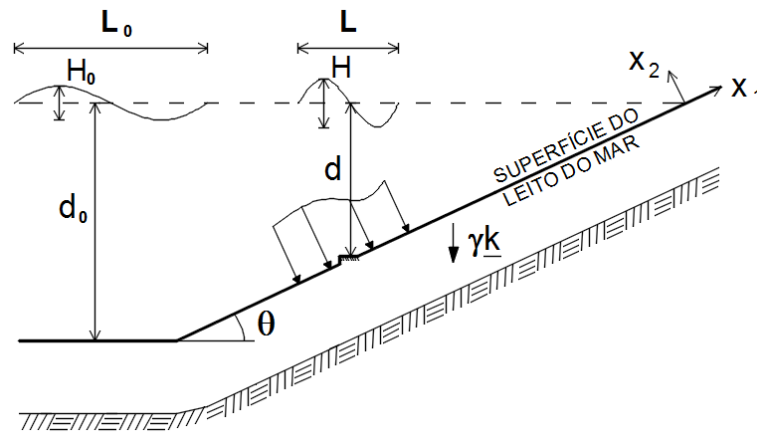


Figura 11 - Variação dos parâmetros da onda para fundo do mar plano não horizontal.

Assume-se que o período da onda T mantém-se inalterado, independentemente da profundidade da água. Com os parâmetros da onda em águas profundas: T , L_0 e H_0 , o valor do comprimento da onda L e da altura da onda H em uma profundidade d são obtidos com as seguintes expressões:

$$L(d) = L_0 \tanh\left(2\pi \frac{d}{L}\right), \quad L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (3.39)$$

$$H(d) = H_0 \left[\left\{ 1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right\} \tanh\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \right]^{-1/2} \quad (3.40)$$

onde a equação para L é obtida da equação de dispersão da onda linear e a equação para H é derivada da consideração de conservação de energia (Rahman & Jaber, 1986). O leito do mar levemente inclinado, em região de extensão limitada, é assumido horizontal, isto é, paralelo ao nível de água parada. Assim, para maciço inclinado a análise de estabilidade é feita localmente, para cada valor de d .

A solução da onda linearizada de Stokes baseia-se na condição cinemática de superfície livre, em que não ocorre o fenômeno de rebentação da onda, o qual aparece quando a velocidade horizontal das partículas da crista da onda excede a velocidade da onda. Neste sentido, em águas rasas, uma condição adicional é imposta sobre as características da onda. A declividade

da onda H/L não pode aumentar além de certo valor crítico, no qual a onda quebra. Estudos (Horiwaka, 1978 apud Rahmah & Jaber, 1986) apontam que as *ondas possíveis* com relação à condição de não quebra da onda são definidas pelo conjunto de parâmetros (H, L, d) que satisfazem a condição:

$$H = \left\{ (H, L, d), \frac{H}{L} \leq \frac{1}{7} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \right\} \quad (3.41)$$

Embora a teoria linearizada da onda assuma o leito do mar impermeável, pode-se mostrar que o uso desta teoria é justificável para leitos granulares, uma vez que as permeabilidades usuais dos sedimentos não afetam significativamente a sobrepressão induzida por tal onda (Dormieux et al., 1993). Além disso, esta teoria pode também ser aplicada como uma primeira aproximação no caso de leito levemente inclinado (Biesel, 1952 apud Dormieux & Coussy, 1991).

4 ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO MACIÇO CONSTITUÍDO POR SOLO COESIVO

4.1 DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO COESIVO

O material que constitui o maciço é descrito pelo seu critério de resistência definido, nesta abordagem não-drenada, pelo critério de Tresca não-homogêneo com coesão C aumentando linearmente com a profundidade à fronteira $x_2 = 0$:

$$f(\underline{\sigma}, x_2) = \max(\sigma_i - \sigma_j) - 2C(x_2) \leq 0; \quad C(x_2) = \eta_c |x_2| \quad (4.1)$$

onde σ_i representa as tensões principais do tensor de tensões totais $\underline{\sigma}$. O escalar η_c , chamado de gradiente de coesão, é o único parâmetro constitutivo requerido nesta análise. Este critério de resistência (critério linear isotrópico) é bem adaptado ao caso de argilas normalmente consolidadas, que constituem parte substancial do fundo oceânico.

Para características usuais de solo e onda, a velocidade da onda de água é pequena comparada com a velocidade de cisalhamento no solo. Isso sugere que os efeitos inerciais possam ser negligenciados (Mei & Foda, 1981 apud Dormieux & Coussy, 1991). Assim, a estabilidade do leito marinho sujeito a sobrepressão $p_{onda}(x_1, t)$ durante um intervalo de tempo $[t_0, t_1]$ é equivalente à estabilidade em um tempo qualquer t fixado dentro deste intervalo sob a sobrepressão $p_{onda}(x_1) = p_{onda}(x_1, t)$. Então a questão da estabilidade do leito do mar constituído por solo coesivo pode ser tratada com base nos seguintes carregamentos: forças de gravidade, pressão hidrostática e uma sobrepressão estática definida pela função $p_{onda}(x_1) = p_0 \text{sen}(kx_1)$.

O leito do mar é assumido como um espaço semi-infinito cujo topo, definido pelo plano $x_2 = 0$, pode estar inclinado um ângulo θ com relação à horizontal. Considerando-se condições de deformações planas, neste trabalho são analisados os casos de fundo do mar plano horizontal e fundo do mar plano inclinado, conforme figura 12.

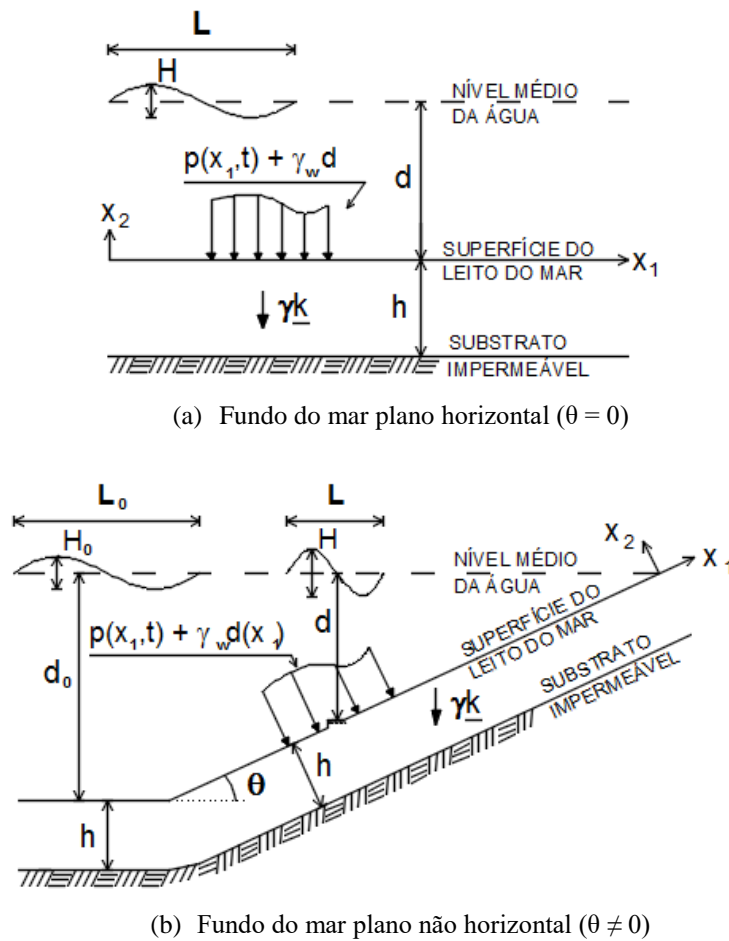


Figura 12 - Geometria do leito marinho submetido ao carregamento da onda.

As forças de volume atuantes correspondem às forças de gravidade $\underline{\gamma k} = \rho g \underline{k}$ onde g é o valor da aceleração da gravidade; ρ representa a densidade mássica média do meio. Assume-se a ação da onda sobre o leito do mar modelada pela sobrepressão $p_{onda}(x_1, t)$, com respeito ao valor hidrostático $\gamma_w d$. Constituem as forças de superfície $\underline{T}^d(x_1, t)$, atuantes sobre a fronteira $x_2 = 0$, a pressão hidrostática e a sobrepressão da onda:

$$\underline{T}^d(x_1, t) = -(p_0 \text{sen}(kx_1) + \gamma_w d) \underline{e}_2 \quad (x_2 = 0) \quad (4.2)$$

onde d é um valor constante no caso do fundo do mar plano horizontal e $d = -x_1 \text{sen} \theta$ no caso do fundo do mar plano inclinado (veja figura 12).

A estabilidade, no sentido da teoria da análise limite, expressa a compatibilidade entre equilíbrio e resistência, isto é, a existência de um campo de tensões estaticamente admissível que obedece ao critério de resistência em todos os pontos:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \gamma \underline{k} &= 0 & (x_2 \leq 0) \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_2 &= \underline{T}^d & (x_2 = 0) \\ f(\underline{\underline{\sigma}}) &\leq 0 & (\forall \underline{x}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $\underline{\underline{\sigma}}$ é o tensor de tensões totais (sendo a tensão de tração adotada como positiva) e o vetor \underline{k} é definido por:

$$\underline{k} = -(\operatorname{sen} \theta \underline{e}_1 + \operatorname{cos} \theta \underline{e}_2) \quad (4.4)$$

sendo θ o ângulo de inclinação do fundo do mar.

Observa-se que na formulação utilizada não há restrições quanto a espessura da camada de solo empregada.

4.2 ABORDAGEM ESTÁTICA

A condição suficiente de estabilidade para o leito marinho constituído de material coesivo está vinculada à existência de um campo de tensões $\underline{\underline{\sigma}}$ estaticamente admissível com o carregamento definido por $(\gamma, \gamma_w$ e $p_0)$ e que seja compatível com o critério (4.1) em todos os pontos:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \gamma \underline{k} &= 0 & (x_2 \leq 0) \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_2 &= -(p_0 \operatorname{sen}(kx_1) + \gamma_w d) \underline{e}_2 & (x_2 = 0) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\left((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2 \right)^{1/2} \leq 2\eta_c |x_2| \quad (\forall \underline{x}) \quad (4.6)$$

Um campo de tensão $\underline{\underline{\sigma}}$ estaticamente admissível com γ, γ_w e p_0 deve ser construído.

No caso em que θ é infinitamente pequeno, pode-se fazer uso dos resultados da teoria linear para modelagem do escoamento à montante da zona de rebentação e a análise de estabilidade é realizada localmente com parâmetros da onda correspondentes a cada valor de d (veja seção anterior).

Observa-se que, para o estudo do caso plano horizontal, a pressão hidrostática e as forças volumétricas de gravidade, por serem balanceadas por campos de tensão não-desviador, não contribuem para a ocorrência de estabilidade e somente a pressão induzida pela onda precisaria ser levada em conta. No entanto, os cálculos para análise da estabilidade serão apresentados para a situação mais geral, com $\theta \neq 0$. Utilizando-se $\theta = 0$ obtêm-se as respostas relativas ao caso do fundo plano horizontal.

Para determinação do campo tensorial que equilibra o carregamento da onda $\underline{\underline{\sigma}}^{p_0}$ utiliza-se uma solução particular de (4.5) obtida a partir da solução do problema clássico de Boussinesq, o qual estuda o efeito de uma carga linear vertical aplicada sobre a fronteira de um semi-espaço elástico (Dormieux & Delage, 1988; Dormieux, 1989). O campo de tensão proposto é da forma:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= -u - x_2 \partial u / \partial x_2; \\ \sigma_{22} &= -u + x_2 \partial u / \partial x_2; \\ \sigma_{12} &= x_2 \partial u / \partial x_1\end{aligned}\quad (4.7)$$

sendo u a solução do problema:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & (x_2 \leq 0) \\ u(x_1, 0) = p_{onda}(x_1) & (x_2 = 0) \end{cases}\quad (4.8)$$

onde Δ representa o operador Laplaciano.

Desde que $p_{onda}(x_1) = p_0 \text{sen}(kx_1)$ seja uma função contínua e limitada, pode ser mostrado (Dormieux, 1989) que a seguinte integral define uma solução particular de (4.8):

$$u(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} p_0 \text{sen}(kx_1 + \mathcal{G}kx_2) \frac{d\mathcal{G}}{1 + \mathcal{G}^2} = p_0 \text{sen}(kx_1) e^{kx_2}\quad (4.9)$$

E o campo proposto fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{p_0} &= -p_0 \text{sen}(kx_1) e^{kx_2} (1 + kx_2) \\ \sigma_{22}^{p_0} &= -p_0 \text{sen}(kx_1) e^{kx_2} (1 - kx_2) \\ \sigma_{12}^{p_0} &= p_0 x_2 k \cos(kx_1) e^{kx_2}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Os dois campos tensoriais $\underline{\underline{\sigma}}^g$ e $\underline{\underline{\sigma}}^{hyd}$, identificados abaixo por suas respectivas matrizes, equilibram as forças de gravidade e a pressão hidrostática aplicada sobre o fundo do mar (Dormieux, 1989):

$$\underline{\underline{\sigma}}^g(x_1, x_2) = \gamma x_2 \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{\sigma}}^{hyd}(x_1, x_2) = \gamma_w \begin{pmatrix} x_1 \text{sen}\theta & -x_2 \text{sen}\theta \\ -x_2 \text{sen}\theta & x_1 \text{sen}\theta \end{pmatrix}\quad (4.11)$$

Assim, $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^g + \underline{\underline{\sigma}}^{hyd} + \underline{\underline{\sigma}}^{p_0}$ é solução de (4.5). A fim de ser compatível com o critério de resistência do material, este campo deve ainda satisfazer a condição (4.6). Com a aplicação das condições mais restritivas para x_2 e x_1 , isto é, com a maximização do critério de resistência (4.6) com relação às variáveis x_2 e x_1 , a condição suficiente de estabilidade fica definida por:

$$p_0 \leq (\eta_c - \gamma' \sin \theta) / k \quad (4.12)$$

Assim, o teorema do limite inferior afirma que a carga limite deve obedecer a seguinte condição:

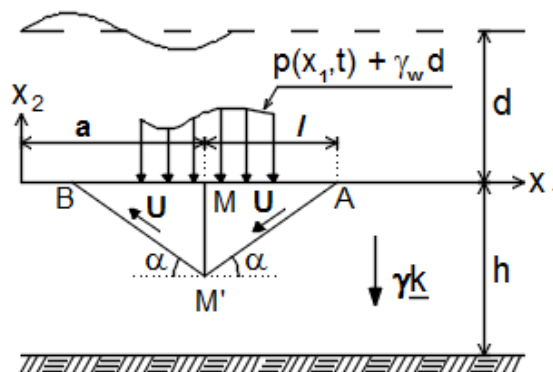
$$p_0^{\text{lim}} \geq \frac{\eta_c - \gamma' \sin \theta}{k} \quad (4.13)$$

onde $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ é o peso específico submerso do solo.

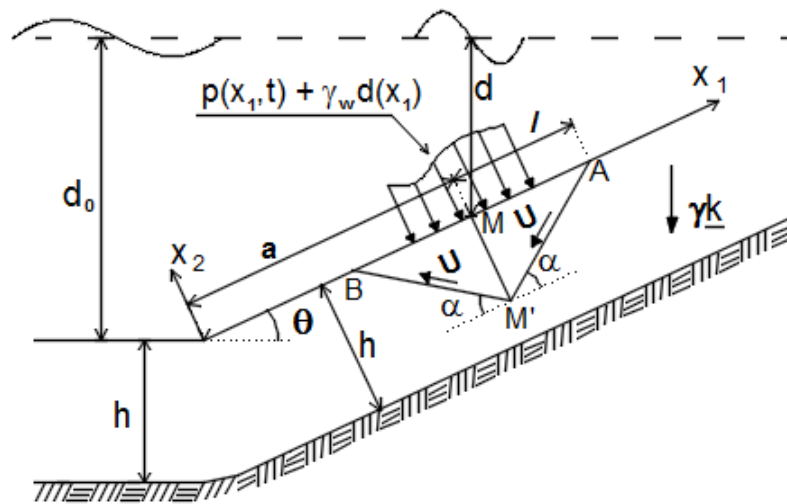
Observa-se que se $\eta_c < \gamma' \sin \theta$, a condição acima não gera informações adicionais para o problema. Por outro lado, a inequação $\eta_c \geq \gamma' \sin \theta$ pode ser interpretada como uma condição suficiente de estabilidade do leito marinho sob a ação combinada das forças de gravidade e pressão hidrostática. Verifica-se ainda que no caso de um fundo do mar horizontal, isto é com $\theta = 0$, o limite inferior da carga limite não depende de γ' . E, finalmente, comparando o caso mais geral, de fundo plano inclinado, ao caso do fundo plano horizontal, o efeito da inclinação é equivalente a uma redução do gradiente de coesão no valor de $\gamma' \sin \theta$.

4.3 ABORDAGEM CINEMÁTICA

Para um dado ponto M sobre o leito do mar, em $x_2 = 0$, os campos de velocidade $\underline{V}^{\alpha t}$ definidos na figura 13 são considerados:



(a) Fundo do mar plano horizontal ($\theta = 0$)

(b) Fundo do mar plano não horizontal ($\theta \neq 0$)Figura 13 - Campo de velocidade de corpo rígido \underline{V}^{al} .

Os dois blocos triangulares $MM'A$ e $MM'B$ mantêm-se indeformados e transladam paralelamente a $M'A$ e $M'B$:

$$\begin{aligned}\underline{V}^{al}(M'MA) &= U(-\cos\alpha\underline{e}_1 - \text{sen}\alpha\underline{e}_2) \\ \underline{V}^{al}(M'MB) &= U(-\cos\alpha\underline{e}_1 + \text{sen}\alpha\underline{e}_2)\end{aligned}\quad (4.14)$$

onde U é um escalar positivo.

Em qualquer outro lugar na massa de solo, o campo de velocidade permanece igual a zero. As características geométricas do campo de velocidade são a abscissa a do ponto M , o comprimento $l = MA = MB > 0$, e o ângulo α que deve satisfazer a condição $\alpha \in]0, \pi/2[$. Os segmentos $M'A$ e $M'B$ constituem as linhas de descontinuidade deste campo de velocidades. A velocidade de descontinuidade $[\underline{U}]$ entre os blocos $MM'A$ e $MM'B$ é paralela a $M'M$ e vale:

$$[\underline{U}] = 2U \text{sen}\alpha\underline{e}_2 \quad (4.15)$$

A potência resistente máxima consiste na soma das contribuições relacionadas a cada linha de descontinuidade do campo de velocidade, isto é, $M'A$, $M'M$ e $M'B$:

$$P_{rm}(\underline{V}^{al}) = U \left\{ \int_{M'A} C(x_2) ds + \int_{M'B} C(x_2) ds + 2 \text{sen}\alpha \int_{M'M} C(x_2) ds \right\} \quad (4.16)$$

onde $C(x_2)$ é a coesão, conforme critério de resistência de Tresca dado em (4.1). Nota-se que $P_{rm}(\underline{V}^{\alpha l})$ depende apenas do critério de resistência e do campo de velocidade escolhido. Esta quantidade é independente do carregamento. Usando a definição de $C(x_2)$, obtém-se:

$$P_{rm}(\underline{V}^{\alpha l}) = \eta_c l^2 U \frac{\text{sen } \alpha (1 + \text{sen}^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha} \quad (4.17)$$

Para o cálculo da potência externa considerar-se-á novamente a situação mais geral, com $\theta \neq 0$. Utilizando-se $\theta = 0$ obtêm-se as respostas relativas ao fundo plano horizontal. A potência externa consiste na soma das contribuições relacionadas às forças de gravidade P_g , pressão hidrostática P_{hyd} e pressão da onda P_{p_0} . Assim, o teorema do limite superior expressa que a inequação:

$$P_{p_0}(\underline{V}^{\alpha l}) + P_{hyd}(\underline{V}^{\alpha l}) + P_g(\underline{V}^{\alpha l}) \leq P_{rm}(\underline{V}^{\alpha l}) \quad (4.18)$$

é uma condição necessária para estabilidade do fundo do mar plano inclinado. A potência externa relacionada à pressão da onda é dada por:

$$P_{p_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{V}^{\alpha l}(x_1, 0) \cdot (-p_0 p_{onda}(x_1) \underline{e}_2) dx_1 = \frac{2Up_0}{k} \text{sen } \alpha \cos ka (1 - \cos kl) \quad (4.19)$$

onde “ \cdot ” representa o produto escalar.

As potências externas relacionadas à pressão hidrostática P_{hyd} e às forças de gravidade P_g são dadas por:

$$P_{hyd} = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{V}^{\alpha l}(x_1, 0) \cdot (-\gamma_w d(x_1) \underline{e}_2) dx_1 = -U\gamma_w l^2 \text{sen } \alpha \text{sen } \theta \quad (4.20)$$

$$P_g = -\int_{\Omega} \underline{V}^{\alpha l}(M) \cdot \gamma(e_1 \text{sen } \theta + e_2 \cos \theta) d\Omega = U\gamma l^2 \text{sen } \alpha \text{sen } \theta \quad (4.21)$$

onde $d(x_1) = d_{\max} - x_1 \text{sen } \theta$.

Observa-se que P_{hyd} e P_g são dados pela mesma expressão, mas com sinais opostos, representando, respectivamente, forças desestabilizadoras e forças de resistência. Substituindo (4.17), (4.19), (4.20) e (4.21) em (4.18) e aplicando as condições mais restritivas para α , l e a , isto é, maximizando a soma das potências externas e minimizando a potência resistente máxima desenvolvida com relação aos parâmetros α , l e a , obtém-se a condição necessária para estabilidade do fundo do mar plano inclinado:

$$p_0 \leq (\eta_c - \gamma' \text{sen} \theta) / k \quad (4.22)$$

onde $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ é o peso específico submerso do solo.

Assim, o teorema do limite superior afirma que a carga limite deve obedecer a seguinte condição:

$$p_0^{\text{lim}} \leq \frac{\eta_c - \gamma' \text{sen} \theta}{k} \quad (4.23)$$

onde o gradiente de coesão η_c e o número de onda k são grandezas positivas.

No caso de um fundo do mar horizontal, isto é com $\theta = 0$, o limite inferior da carga limite não depende de γ' . Observa-se que para ambos os casos: fundo do mar plano horizontal e inclinado as condições mais restritivas da inequação (4.18), isto é, o menor valor da potência resistente e o maior valor da potência externa, ocorrem em $\alpha \rightarrow 0$, $l \rightarrow 0$ e $a \rightarrow 0$. Isto é, o melhor mecanismo da classe estudada é instável quando a zona deformada tende ao ponto M (veja figura 13). Essa propriedade do mecanismo ótimo deve ser atribuída à condição $C(x_2 = 0) = 0$ (Dormieux, 1989).

4.4 DELIMITAÇÃO DA CARGA LIMITE

As expressões (4.13) e (4.23) fornecem um limite inferior e superior, respectivamente, da amplitude da carga limite da onda p_0^{lim} , modelada conforme a teoria linear, para o caso mais abrangente de fundo do mar plano inclinado. Os limites inferior e superior são iguais, implicando que o valor da pressão limite é:

$$p_0^{\text{lim}} = \frac{\eta_c - \gamma' \text{sen} \theta}{k} \quad (4.24)$$

O valor definido por esse limite deve também obedecer à condição de validade do modelo linear, dada pelo contorno H conforme fórmula (3.41). Substituindo-se a expressão de p_0 em termos dos parâmetros da onda H, L e d, conforme Eq. (3.2), na expressão para p_0^{lim} citada acima é possível traçar curvas em função dos valores limites H/L e d/L. Verifica-se que as curvas estabelecidas pelo limite inferior (4.13) e pelo limite superior (4.23) se superpõem, conforme pode ser visto na figura 14 para os casos de fundo plano horizontal ($\theta = 0$) e inclinado, para dois valores do ângulo θ . Nessas figuras está também ilustrado o domínio de validade do modelo da onda linear.

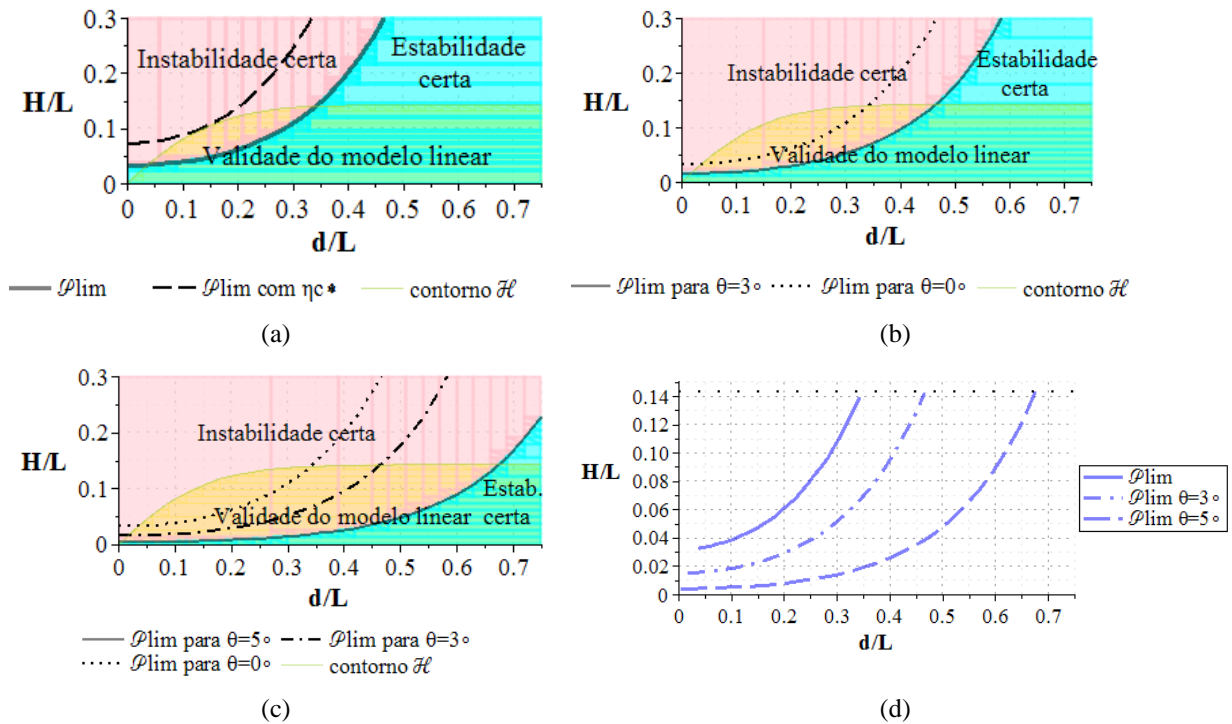


Figura 14 - Carga limite $p_0^{\text{lim}} = \mathcal{P}_{\text{lim}}$ traçada em função da combinação dos parâmetros da onda $[H/L, d/L]$, com $\eta_c=0,1\gamma_w$, para: (a) fundo do mar horizontal; (b) fundo do mar inclinado a $\theta=3^\circ$ e (c) fundo do mar inclinado a $\theta=5^\circ$; (d) valor da carga limite que satisfaz também a condição de validade do modelo linear.

Assim, pode-se afirmar que a teoria da análise limite aplicada ao problema de estabilidade do leito do mar constituído por material de Tresca e submetido ao carregamento da onda, modelada conforme teoria linear de Stokes, fornece o valor exato da amplitude segura máxima, p_0^{lim} . No caso do fundo do mar horizontal, observa-se que para o valor crítico $\eta_c^* \approx 0,225\gamma_w$ de η_c , o contorno convexo de p_{0AC}^{lim} e o contorno côncavo de H são tangentes e o domínio de cargas que obedece simultaneamente à condição de não quebra de onda e instabilidade certa do fundo do mar reduz-se ao conjunto vazio (veja na figura 14 (a) o traçado de p_0^{lim} com $\eta_c^* \approx 0,225\gamma_w$). Em outras palavras, para coeficiente de coesão maior ou igual a η_c^* , não existe uma onda fisicamente possível capaz de causar instabilidade em um fundo do mar horizontal, quando a onda linear de Stokes é utilizada. Na medida em que o valor de η_c diminui, a partir de $\eta_c = \eta_c^*$, o domínio de cargas possíveis que assegura a estabilidade diminui e, logo, o domínio de cargas possíveis que causam instabilidade aumenta.

4.5 CASO DE UMA COESÃO UNIFORME

No caso de um solo coesivo com coesão C uniforme:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \max(\sigma_i - \sigma_j) - 2C \leq 0 \quad (4.25)$$

resultados clássicos (Dormieux, 1989), mostram que o valor limite da pressão aplicada sobre um fundo marinho plano horizontal ($\theta = 0$) é delimitado inferiormente e superiormente por valores muito próximos:

$$3C \leq p_0^{\text{lim}} \leq 3,16C \quad (4.26)$$

Para os quais deve ser juntada a condição (3.7) expressando a validade do modelo linear.

5 MACIÇO CONSTITUÍDO POR UM SOLO GRANULAR

5.1 DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO GRANULAR

Para materiais granulares, a resistência do meio depende explicitamente do valor da poropressão, isto é, $f(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})) = f(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + u(\underline{x})\underline{1})$. Sendo descrita classicamente pelo critério de Coulomb sem coesão:

$$f(\underline{\underline{\sigma}} + u \underline{1}) = \max_{i,j} ((\sigma_i + u)(1 + \text{sen } \varphi) - (\sigma_j + u)(1 - \text{sen } \varphi)) \leq 0 \quad (5.1)$$

onde σ_i representa as tensões principais do tensor de tensões totais $\underline{\underline{\sigma}}$ e φ é o ângulo de atrito do material. Assim, torna-se necessário conhecer a distribuição de poropressões no maciço.

Introduz-se a mudança de variáveis $\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + u \underline{1}$, onde $\underline{\underline{\sigma}}'$ é o tensor de tensões efetivas (sendo a tensão de tração adotada como positiva) e u é a poropressão total, a qual é definida pela soma de um valor inicial u_{inic} e de uma variação δu . Usando esta mudança de variáveis, a força atuante sobre o leito do mar (4.2) e introduzindo $\gamma' = \gamma - \gamma_w$, a condição de estabilidade (4.3) para solos granulares fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{div } \underline{\underline{\sigma}}' - \text{grad } \delta u + \gamma' \underline{k} &= 0 & (x_2 \leq 0) \\ \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{e}_2 &= 0 & (x_2 = 0) \\ f(\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x})) &\leq 0 & (\forall \underline{x}) \end{aligned} \quad (5.2)$$

A vantagem da mudança de variável é que permite escrever o critério de resistência em termos de tensões efetivas:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}') = \max_{i,j} (\sigma_i'(1 + \text{sen } \varphi) - \sigma_j'(1 - \text{sen } \varphi)) \leq 0 \quad (5.3)$$

Entretanto, a mudança de variável usada implica também uma mudança nas forças envolvidas. Introduzindo-se o vetor adimensional gradiente hidráulico:

$$\underline{i} = -\frac{1}{\gamma_w} \text{grad } \delta u \quad (5.4)$$

o carregamento em tensões efetivas fica definido pela soma de duas densidades de força de corpo: a densidade $\gamma' \underline{k}$, definida pelo peso unitário submerso $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ e a densidade $\gamma_w \underline{i}$, relacionada às forças do fluxo de percolação, as quais são paralelas ao vetor de fluxo relativo de massa fluida \underline{w} , de acordo com a lei de Darcy.

5.2 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO MEIO POROSO

5.2.1 O meio poroso

Uma abordagem macroscópica é utilizada para o estudo dos fenômenos que ocorrem no meio poroso. As leis físicas, baseadas no princípio da conservação, usadas para a formulação das equações diferenciais que modelam o movimento do meio poroso são aplicadas supondo o meio como contínuo. Estas equações, chamadas equações fundamentais, são as equações da continuidade, de movimento e de energia. Por outro lado, os fenômenos dinâmicos que ocorrem devido à interação sólido-fluido devem ser modelados através de equações de acoplamento, envolvendo a aplicação da lei de Darcy (Darcy, 1856) e o princípio das tensões efetivas para solos saturados (Terzaghi, 1936). A formulação das equações governantes consiste na combinação das equações fundamentais, das equações de acoplamento entre as fases e da equação constitutiva do meio poroso, originando um sistema de equações diferenciais sujeitas a condições iniciais e de contorno específicas para o problema estudado.

Um meio poroso saturado é composto de uma matriz sólida e um espaço poroso, preenchido com um ou mais fluidos. O espaço constituído por poros conectados é o espaço através do qual o fluido escoar, a fase fluida é contínua. A matriz é composta de uma parte sólida e de uma possível porosidade oclusa, a qual pode estar saturada ou não e na qual não ocorre filtração.

De acordo com a figura 15, qualquer volume infinitesimal pode ser tratado como a superposição de duas partículas de material: partícula de esqueleto (formada pela matriz e pelo espaço de poros conectados, vazios de fluido) e partícula de fluido (formada pelo fluido que satura o espaço de poros conectados). A descrição contínua do meio, que é heterogêneo na escala microscópica, requer a escolha de uma escala macroscópica, na qual a constituição interna da matéria é ignorada na análise do fenômeno físico macroscópico. Quando sujeito a forças externas e variações da pressão do fluido de saturação, o esqueleto deforma. A descrição desta deformação não é diferente da descrição de um sólido contínuo padrão.

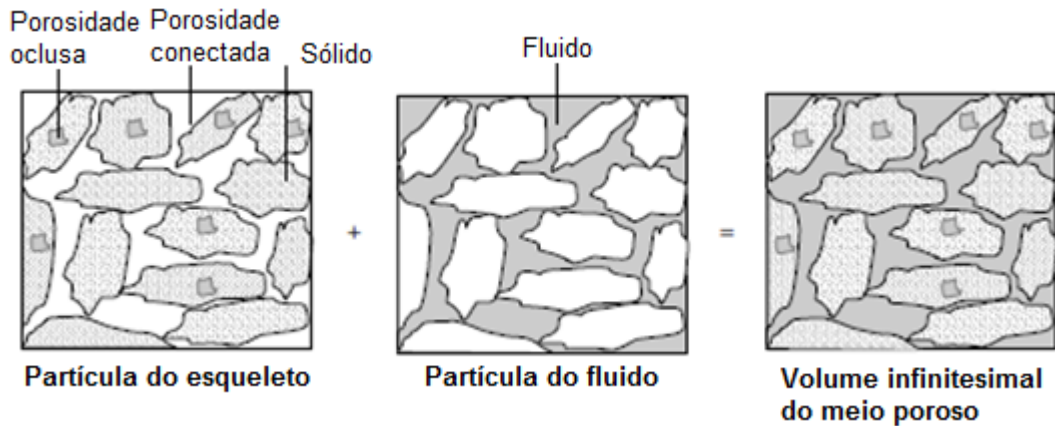


Figura 15 - O meio poroso como a sobreposição de dois meios contínuos: uma partícula de esqueleto e uma partícula do fluido que coincidem sobre o mesmo volume infinitesimal geométrico (baseado em Coussy, 2004).

No texto que segue as seguintes definições são utilizadas para identificação das grandezas envolvidas. Para tratamento de grandezas escalares utiliza-se uma letra qualquer “a” em itálico: a ; para grandezas vetoriais, uma letra qualquer “a” com seta superior: \vec{a} ; para grandezas tensoriais de segunda ordem, uma letra qualquer “a” com traço duplo inferior: $\underline{\underline{a}}$; para grandezas tensoriais de ordem superior a dois, uma letra qualquer “a” com um sinal til inferior: $\underset{\sim}{a}$.

O gradiente de uma grandeza F é representado por $grad F$ ou ∇F e a divergência de um de uma grandeza F é representada por $div F$ ou $\nabla \cdot F$, onde ∇ é operador diferencial del ou nabra, definido em coordenadas cartesianas por $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \vec{e}_3 \right)$, onde $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ formam a base ortonormal do sistema de coordenadas adotado (Malvern, 1969).

5.2.2 Conservação da massa fluida

Quando não há mudança da massa de fluido contida em um volume Ω_t , a conservação de massa pode ser expressa, em um sistema Euleriano, a partir da derivada particular da integral de volume válida para qualquer volume infinitesimal, da seguinte forma (Coussy, 2004):

$$\frac{\partial(\rho_f n)}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\rho_f n \vec{V}^f) = 0 \quad (5.5)$$

onde n é a porosidade euleriana; ρ_f é a densidade intrínseca da massa fluida; $\rho_f n$ representa o campo de conteúdo de massa fluida Euleriano; \vec{V}^f é a velocidade do fluido e $\nabla_x \cdot (*)$ representa o divergente de $(*)$, com relação as coordenadas atuais do sistema.

A formulação apropriada das equações constitutivas para o esqueleto considerando o acoplamento esqueleto-fluido requer referenciar o movimento do fluido à configuração inicial do esqueleto. Nesse contexto é introduzido o conceito do vetor de fluxo relativo de massa fluida Euleriano, $\vec{w}(\vec{x}, t)$. Considerando que a quantidade $n(\vec{V}^f - \vec{V}^s) \cdot \vec{n} da dt$ representa o volume infinitesimal de fluido que escoo através da superfície do esqueleto da durante um tempo infinitesimal dt , \vec{w} pode ser definido por:

$$\vec{w} = \rho_f \vec{q}; \quad \vec{q} = n(\vec{V}^f - \vec{V}^s) \quad (5.6)$$

onde \vec{V}^f e \vec{V}^s são as velocidades do fluido e esqueleto, respectivamente e \vec{q} é o vetor de filtração.

O uso da definição (5.6) e da expressão para a derivada particular de um campo permite referenciar o balanço de massa fluida (5.5) ao movimento do esqueleto, rearranjando a equação da continuidade do fluido para a seguinte forma:

$$\frac{d^s(\rho_f n)}{dt} + \rho_f n \nabla_x \cdot \vec{V}^s + \nabla_x \cdot \vec{w} = 0 \quad (5.7)$$

A abordagem Lagrangeana para o balanço de massa fluida pode ser obtida com a introdução do conceito do conteúdo de massa fluida Lagrangeano atual m_f por unidade de volume inicial $d\Omega_0$. Este conceito relaciona-se com o conteúdo de massa fluida Euleriano atual $\rho_f n$ por unidade de volume atual $d\Omega_t$, de acordo com a expressão abaixo:

$$\rho_f n d\Omega_t = m_f d\Omega_0 \quad (5.8)$$

Considerando a relação existente entre as porosidades Euleriana (n) e Lagrangeana (ϕ) dada pela expressão

$$\phi d\Omega_0 = n d\Omega_t; \quad \phi = Jn \quad (5.9)$$

e relacionando-se esta última com (5.8), obtém-se a expressão (5.10), que relaciona o conteúdo de massa fluida Lagrangeano m_f com a porosidade Lagrangeana:

$$m_f = \rho_f \phi \quad (5.10)$$

Substituindo (5.8) em (5.7) pré multiplicado por $d\Omega_t$:

$$\left(\frac{d^s \left(m_f \frac{d\Omega_0}{d\Omega_t} \right)}{dt} \right) d\Omega_t + (\rho_f n \nabla_x \cdot \vec{V}^s) d\Omega_t + \nabla_x \cdot \vec{w} d\Omega_t = 0 \quad (5.11)$$

Aplicando a regra da derivada do quociente ao primeiro termo e empregando a expressão da derivada particular de um volume material, verifica-se que o termo envolvendo a velocidade do esqueleto \vec{V}^s na expressão (5.7) é cancelado e, assim, chega-se à equação da continuidade da massa fluida:

$$\frac{d^s m_f}{dt} + J \nabla_x \cdot \vec{w} = 0 \quad (5.12)$$

onde $J = d\Omega_t / d\Omega_0$ é o jacobiano da deformação.

Considerando a hipótese das transformações infinitesimais, em que a norma do gradiente do vetor deslocamento do esqueleto é muito menor que a unidade $\|\nabla \vec{\xi}\| \ll 1$, a expressão (5.12) fica da seguinte forma:

$$\frac{d^s m_f}{dt} + \nabla \cdot \vec{w} = 0 \quad (5.13)$$

onde o termo de segunda ordem, por ser muito pequeno, foi desconsiderado.

5.2.3 Lei de condução de Darcy

A lei que governa a condução (ou filtração) do fluido relaciona o vetor de filtração $\vec{q} = n(\vec{V}^f - \vec{V}^s)$, onde \vec{V}^f é a velocidade do fluido, \vec{V}^s é a velocidade do esqueleto e n é a porosidade, à força que produz a filtração. A lei que descreve o comportamento dos fluidos em meios porosos sob regime laminar foi obtida experimentalmente em Darcy (1856). A Lei de Darcy, que linearmente relaciona o fluxo \vec{q} à força de produção de filtração, é dada pela seguinte expressão:

$$\vec{q} = \underline{k} \cdot \left(-\nabla_x u + \rho_f (\vec{f} - \vec{\gamma}^f) \right) \quad (5.14)$$

onde \underline{k} é o tensor de permeabilidade do fluido; u é a pressão do fluido; ρ_f é a massa específica do fluido; \vec{f} é a densidade de força de corpo (por exemplo a gravidade \vec{g}) e $\vec{\gamma}^f$ é

a aceleração da partícula do fluido. No caso isotrópico, a Lei de Darcy apresenta a seguinte forma:

$$\vec{q} = k_{pe} \mathbf{1} \cdot \left(-\nabla_x u + \rho_f (\vec{f} - \vec{\gamma}^f) \right) \quad (5.15)$$

onde k_{pe} é a constante de permeabilidade do fluido com unidade $\left[\frac{m^3}{N} \cdot \frac{m}{s} \right]$.

5.2.4 Conservação da quantidade de movimento

5.2.4.1 Hipótese das forças locais

Na mecânica do contínuo, qualquer domínio material Ω_t está submetido a dois tipos de forças externas: as forças de corpo e as forças de superfície. Na maioria das aplicações, as forças de corpo externas, como as devidas à gravidade, são as mesmas para o esqueleto e para o fluido. A força de corpo infinitesimal $\delta \vec{f}$ atuando sobre um volume elementar do meio poroso $d\Omega_t$ é dada por:

$$\delta \vec{f} = \rho \vec{f}(\vec{x}, t) d\Omega_t \quad (5.16)$$

onde \vec{f} é a densidade média da força de corpo por unidade de massa do meio poroso, dependente apenas do vetor posição \vec{x} e do tempo t , e definida como:

$$\vec{f} = \frac{\rho_s (1-n) \vec{f}_s + \rho_f n \vec{f}_f}{\rho} \quad (5.17)$$

sendo \vec{f}_s e \vec{f}_f as densidades de força de corpo atuando sobre o volume elementar do esqueleto $d\Omega_s = \rho_s (1-n) d\Omega_t$ e sobre o volume elementar do fluido $d\Omega_f = \rho_f n d\Omega_t$, respectivamente; ρ_s e ρ_f são as massas específicas intrínsecas do esqueleto e do fluido, respectivamente; n é a porosidade Euleriana e ρ é a massa específica atual do volume elementar do meio poroso $d\Omega_t$:

$$\rho = \rho_s (1-n) + \rho_f n \quad (5.18)$$

As forças de superfície atuam sobre a borda $\partial\Omega_t$ do volume material elementar do meio poroso Ω_t . A força de superfície infinitesimal $\delta \vec{T}$ atuando sobre a superfície material infinitesimal da é definida por:

$$\delta \vec{T} = \vec{T}(\vec{x}, t, \vec{n}) da \quad (5.19)$$

onde \vec{T} é a densidade de força de superfície que depende do vetor posição \vec{x} , do tempo t e do vetor unitário \vec{n} normal à superfície. A hipótese das forças de contato locais, conhecida como hipótese de Cauchy, é essencial para definição do tensor de tensões.

5.2.4.2 Teorema da conservação da quantidade de movimento

A conservação da quantidade de movimento, com respeito a toda matéria incluída em um domínio poroso qualquer Ω_t , indica que a variação da quantidade de movimento de toda a matéria atual contida em Ω_t é igual ao somatório das forças externas atuantes sobre o meio poroso Ω_t :

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \rho_s (1-n) \vec{V}^s d\Omega_t + \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega_t} \rho_f n \vec{V}^f d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \rho \vec{f} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \vec{T} da \quad (5.20)$$

onde $\rho_s (1-n)$ e $\rho_f n$ representam o teor de massa do esqueleto e de massa fluida, respectivamente; \vec{V}^s e \vec{V}^f representam a velocidade de uma partícula do esqueleto e do fluido, respectivamente, sendo ambas partículas coincidindo em $d\Omega_t$.

As forças de corpo e superfície se referem a toda matéria do meio poroso, sem fazer distinção entre o esqueleto e o fluido. Enquanto que o uso da derivada particular d^π/dt , com $\pi = s$ ou f , está relacionado à distinção de movimento entre as partículas do esqueleto e do fluido que formam o volume Ω_t .

5.2.4.3 Teorema da resultante dinâmica

Tomando a derivada particular do integrando da equação (5.20), obtém-se o teorema da resultante dinâmica, o qual indica que a resultante das forças dinâmicas relacionada à matéria contida em Ω_t é igual à resultante das forças externas exercidas sobre a matéria:

$$\int_{\Omega_t} (\rho_s (1-n) \vec{\gamma}^s + \rho_f n \vec{\gamma}^f) d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \rho \vec{f} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \vec{T} da \quad (5.21)$$

onde $(\rho_s (1-n) \vec{\gamma}^s + \rho_f n \vec{\gamma}^f) d\Omega_t$ representa a força dinâmica relacionada à matéria contida em $d\Omega_t$; $\vec{\gamma}^s$ e $\vec{\gamma}^f$ são os vetores de aceleração das partículas do esqueleto e do fluido, respectivamente.

5.2.4.4 O tensor de tensões

Aplicando o teorema da resultante dinâmica, o qual deve ser válido para qualquer domínio Ω_t , a um tetraedro infinitesimal e fazendo sua altura tender a zero verifica-se a existência de um operador linear relacionando o vetor $\vec{T}(\vec{x}, t, \vec{n})$ a \vec{n} (Coussy, 2004). Esse operador é conhecido como o tensor de tensões de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}(\vec{x}, t)$ com componentes σ_{ij} , sendo i o subíndice que indica a direção do esforço e j o subíndice que indica a direção do vetor normal à face de aplicação do esforço. Enquanto que o vetor $\vec{T}(\vec{x}, t, \vec{n})$ é chamado de vetor de tensões:

$$\vec{T} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} \quad (5.22)$$

5.2.4.5 Equação do movimento

Substituindo (5.22) em (5.21) e aplicando o teorema da divergência, dado em (5.23) sobre a integral de contorno,

$$\int_{\partial\Omega_t} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} \, da = \int_{\Omega_t} \nabla_x \cdot \underline{\underline{\sigma}} \, d\Omega_t \quad (5.23)$$

pode-se reescrever a expressão (5.21) da seguinte forma:

$$\int_{\Omega_t} \left(\nabla_x \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f} - \rho_s (1-n) \vec{\gamma}^s - \rho_f n \vec{\gamma}^f \right) d\Omega_t = 0 \quad (5.24)$$

O teorema dinâmico dado em (5.24) deve ser válido para qualquer quantidade de volume $d\Omega_t$ e a equação de conservação do movimento ou do equilíbrio fica da seguinte forma:

$$\nabla_x \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f} - \left[\rho_s (1-n) \vec{\gamma}^s + \rho_f n \vec{\gamma}^f \right] = 0 \quad (5.25)$$

Considerando a expressão para a derivada material do vetor velocidade do fluido e a definição do vetor velocidade do fluido em função do vetor filtração, a partir de (5.6):

$$\vec{\gamma}^f = \frac{d^f \vec{V}^f}{dt} = \frac{\partial \vec{V}^f}{\partial t} + \left(\nabla_x \vec{V}^f \right) \cdot \vec{V}^f \quad (5.26)$$

$$\vec{q} = n(\vec{V}^f - \vec{V}^s); \quad \vec{V}^f = \frac{\vec{q}}{n} + \vec{V}^s \quad (5.27)$$

E substituindo (5.27) em (5.26), obtém-se (5.28):

$$\begin{aligned}
\vec{\gamma}^f &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{q}}{n} + \vec{V}^s \right) + \nabla_x \left(\frac{\vec{q}}{n} + \vec{V}^s \right) \cdot \left(\frac{\vec{q}}{n} + \vec{V}^s \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{q}}{n} \right) + \frac{\partial \vec{V}^s}{\partial t} + \left(\nabla_x \frac{\vec{q}}{n} \right) \cdot \frac{\vec{q}}{n} + \left(\nabla_x \frac{\vec{q}}{n} \right) \cdot \vec{V}^s + (\nabla_x \vec{V}^s) \cdot \frac{\vec{q}}{n} + (\nabla_x \vec{V}^s) \cdot \vec{V}^s \\
&= \frac{d^s \vec{V}^s}{dt} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{q}}{n} \right) + \left(\nabla_x \frac{\vec{q}}{n} \right) \cdot \frac{\vec{q}}{n} + \left(\nabla_x \frac{\vec{q}}{n} \right) \cdot \vec{V}^s + (\nabla_x \vec{V}^s) \cdot \frac{\vec{q}}{n} \\
&= \vec{\gamma}^s + \frac{d^s \left(\frac{\vec{q}}{n} \right)}{dt} + \left(\nabla_x \frac{\vec{q}}{n} \right) \cdot \frac{\vec{q}}{n} + (\nabla_x \vec{V}^s) \cdot \frac{\vec{q}}{n}
\end{aligned} \tag{5.28}$$

É conveniente introduzir a velocidade relativa $\vec{V}^r = \vec{V}^f - \vec{V}^s$. Substituindo \vec{V}^r em (5.6), encontra-se as expressões para o vetor de fluxo relativo de massa fluida Euleriano e para o vetor de filtração, respectivamente, $\vec{w} = \rho_f n \vec{V}^r$ e $\vec{q} = n \vec{V}^r$, dadas em função de \vec{V}^r . A fórmula (5.28) pode ser reescrita como:

$$\vec{\gamma}^f = \vec{\gamma}^s + \frac{d^s \vec{V}^r}{dt} + \nabla_x (\vec{V}^r + \vec{V}^s) \cdot \vec{V}^r \tag{5.29}$$

A vantagem desta expressão é que ela mostra como, numa análise dinâmica, as incógnitas cinemáticas podem ser: $\vec{\xi}$ e $\vec{\xi}^r$, sendo $\vec{V}^s = \frac{d^s \vec{\xi}}{dt}$ e $\vec{V}^r = \frac{d^s \vec{\xi}^r}{dt}$.

Substituindo (5.29) em (5.25) e considerando (5.18), a equação de conservação do movimento ou do equilíbrio do meio poroso fica da seguinte forma:

$$\nabla_x \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho_f \vec{f} - \rho_f \vec{\gamma}^s - \rho_f n \left[\frac{d^s \vec{V}^r}{dt} + \nabla_x (\vec{V}^r + \vec{V}^s) \cdot \vec{V}^r \right] = 0 \tag{5.30}$$

5.2.4.6 Tensores de tensões parciais

O tensor de tensões $\underline{\underline{\sigma}}$ não considera separadamente as tensões relacionadas ao esqueleto e ao fluido. A fim de identificar suas respectivas contribuições é necessário estender a hipótese das forças de contato (5.19) da seguinte forma (Coussy, 2004):

$$\delta \vec{T}^s = \vec{T}^s(\vec{x}, t, \vec{n}) da; \quad \delta \vec{T}^f = \vec{T}^f(\vec{x}, t, \vec{n}) da \tag{5.31}$$

onde $\delta \vec{T}^s$ e $\delta \vec{T}^f$ são as forças de superfície relacionadas, respectivamente, ao esqueleto e ao fluido. Aplicando o teorema da conservação da quantidade de movimento, separadamente, ao esqueleto e ao fluido, chega-se a existência separada de um tensor de tensões parcial

volumétrico relacionado ao esqueleto, $\underline{\underline{\sigma}}^s$, e de um tensor de tensões parcial volumétrico relacionado ao fluido, $\underline{\underline{\sigma}}^f$, tais que (Coussy, 2004):

$$\vec{T}^s(\vec{x}, t, \vec{n}) = (1-n)\underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \vec{n}; \quad \vec{T}^f(\vec{x}, t, \vec{n}) = n\underline{\underline{\sigma}}^f \cdot \vec{n} \quad (5.32)$$

Os tensores de tensões $\underline{\underline{\sigma}}^s$ e $\underline{\underline{\sigma}}^f$ devem ser simétricos e satisfazer as equações de movimento locais:

$$\nabla_x \cdot [(1-n)\underline{\underline{\sigma}}^s] + \rho_s(1-n)(\vec{f}^s - \vec{\gamma}^s) + \vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow s} = 0 \quad (5.33.a)$$

$$\nabla_x \cdot (n\underline{\underline{\sigma}}^f) + \rho_f n(\vec{f}^f - \vec{\gamma}^f) + \vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow f} = 0 \quad (5.33.b)$$

onde a força de volume $\vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow \pi}$ diz respeito à força de interação macroscópica exercida por um meio contínuo sobre o outro. Em virtude da lei de ação e reação, cada meio contínuo exerce sobre o outro meio contínuo uma força de interação oposta, ou seja:

$$\vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow s} + \vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow f} = 0 \quad (5.34)$$

Somando as equações de movimento local, com respeito ao esqueleto e ao fluido (5.33) e comparando com (5.25), obtém-se

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1-n)\underline{\underline{\sigma}}^s + n\underline{\underline{\sigma}}^f \quad (5.35)$$

Desprezando os efeitos de viscosidade, pode-se classificar o tensor de tensões $\underline{\underline{\sigma}}^f$ como um tensor esférico dado por:

$$\underline{\underline{\sigma}}^f = -u\underline{\underline{1}} \quad (5.36)$$

onde u é a poropressão do fluido. E assim, a expressão (5.35) pode ser reescrita:

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1-n)\underline{\underline{\sigma}}^s - nu\underline{\underline{1}} \quad (5.37)$$

5.2.4.7 Conservação da quantidade de movimento do fluido

No contexto de uma análise dinâmica, as equações de campo (5.12) e (5.30) devem ser complementadas pela equação de conservação da quantidade de movimento do fluido, a qual pode ser escrita, considerando (5.33.b) e (5.36), da seguinte forma:

$$-\nabla_x \cdot (nu) + \rho_f n(\vec{f} - \vec{\gamma}^f) + \vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow f} = 0 \quad (5.38)$$

Comparando a lei de Darcy (5.14) e a expressão (5.38), mostra-se que:

$$\vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow f} \approx u \nabla_x n - n \underline{k}^{-1} \cdot \vec{q} \quad (5.39)$$

ou

$$\vec{f}_{\text{int}}^{\rightarrow f} \approx u \nabla_x n - n^2 \underline{k}^{-1} \cdot \vec{V}^r \quad (5.40)$$

Substituindo (5.40) em (5.38), obtém-se finalmente:

$$-n \nabla_x u + \rho_f n (\vec{f}^f - \vec{\gamma}^f) - n^2 \underline{k}^{-1} \cdot \vec{V}^r = 0 \quad (5.41)$$

Se uma evolução quase-estática é considerada, pode-se desconsiderar a aceleração das partículas $\vec{\gamma}^s = \vec{\gamma}^f = 0$ em (5.25) e a equação de equilíbrio fica da seguinte forma:

$$\nabla_x \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f} = 0 \quad (5.42)$$

5.2.5 Termodinâmica do meio poroso

A termodinâmica analisa as transformações que afetam todas as formas de energia envolvidas na evolução de um sistema. Baseada no postulado do estado local, a termodinâmica estende a termoestática, que é restrita a evoluções reversíveis e infinitamente lentas entre estados sucessivos de equilíbrio, a qualquer sistema, discreto ou contínuo, e a qualquer evolução, reversível ou irreversível, independentemente da escala de tempo.

A termodinâmica é baseada em duas leis: a primeira lei expressa a conservação de energia, em todas as formas possíveis; e a segunda lei expressa que a qualidade de energia pode apenas se deteriorar no que diz respeito a sua transformabilidade em trabalho mecânico eficiente. Aplicadas a um sistema particular, essas leis envolvem as variáveis caracterizadoras do estado de energia interna e eventualmente fornecem um enquadramento adequado à formulação das equações constitutivas que governam suas evoluções.

O postulado do estado local é estendido ao meio poroso ao considerar que a termodinâmica deste meio contínuo resulta da superposição da interação dos meios contínuos que o formam, isto é, do meio contínuo do esqueleto e do meio contínuo fluido.

Baseada no postulado do estado local, a aplicação da primeira lei da termodinâmica no meio contínuo poroso leva à equação de conservação de energia (5.43), quando não se considera nenhuma fonte volumétrica de calor r . A equação de energia Euleriana aplicada a um volume infinitesimal $d\Omega$, é dada por (Coussy, 2004):

$$\frac{d^s e_{\text{int}}}{dt} + e_{\text{int}} \nabla_x \cdot \vec{V}^s = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}^s - \nabla_x \cdot (h_f \vec{w} + \vec{q}) + (\vec{f} - \vec{\gamma}^f) \cdot \vec{w} \quad (5.43)$$

Onde $e_{\text{int}} = \rho_s(1-n)e_{\text{int},s} + \rho_f n e_{\text{int},f}$ é a densidade de energia interna por unidade de volume, e é função da energia interna específica da matriz $e_{\text{int},s}$ (ou energia específica intrínseca do esqueleto) e da energia interna específica do fluido $e_{\text{int},f}$; $\underline{\underline{d}}^s = \frac{1}{2}(\nabla_x \vec{V}^s + \nabla_x^T \vec{V}^s)$ é o tensor taxa de deformação Euleriano do esqueleto; $h_f = e_{\text{int},f} + u/\rho_f$ é a entalpia específica do fluido.

A aplicação da segunda lei da termodinâmica no meio contínuo poroso leva ao balanço da entropia do volume do meio poroso Ω_t (veja Coussy, 2004). Substituindo densidades de energia por potenciais energéticos, é possível derivar a inequação de Clausius-Duhem relacionada ao meio poroso deformável. A inequação de Clausius-Duhem estabelece que a dissipação total em um meio poroso é devido à soma das dissipações volumétricas relacionadas ao esqueleto Φ_s (dissipação intrínseca), ao escoamento do fluido Φ_f e ao gradiente de temperatura Φ_{th} (Coussy, 2004):

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_f + \Phi_{th} \geq 0 \quad (5.44)$$

5.2.6 Comportamento poroelástico

5.2.6.1 Esqueleto poroelástico

Nesta seção, raciocina-se sobre a expressão Lagrangeana da dissipação intrínseca Φ_s . Considerando uma evolução isotérmica, a poroelasticidade estende a teoria da elasticidade ao meio contínuo poroso. Nesta abordagem, o esqueleto é considerado elástico e a dissipação relacionada ao esqueleto é nula, ou seja:

$$\Phi_s = \pi_{ij} d\Delta_{ij} + u d\phi - d\Psi_s = 0 \quad (5.45)$$

onde π_{ij} são as componentes do tensor de tensões de Piola-Kirchhoff dado por $\underline{\underline{\pi}} = J \underline{\underline{F}}^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot (\underline{\underline{F}}^{-1})^T$, sendo $\underline{\underline{F}} = \frac{d\vec{x}}{d\vec{X}}$ o gradiente de deformação, $J = \det \underline{\underline{F}}$ o jacobiano da deformação e $\underline{\underline{\sigma}}$ o tensor de tensões de Cauchy; Δ_{ij} são as componentes do tensor de deformações de Green-Lagrange dado por $\underline{\underline{\Delta}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{1}})$; Ψ_s é a densidade de energia

livre do esqueleto Lagrangeana. O termo $ud\phi$ está relacionado ao trabalho de deformação realizado pela ação da poropressão sobre o esqueleto.

Se a condição dada por $\|\nabla \vec{\xi}\| \ll 1$, onde $\nabla \vec{\xi}$ representa o gradiente do vetor deslocamento, com $\vec{\xi} = \vec{x} - \vec{X}$, é válida, ou seja, se as transformações são infinitesimais, as componentes de deformação do tensor de Green Δ_{ij} e as componentes de tensão do tensor de Piola-Kirchhoff π_{ij} da equação (5.45) podem ser substituídas, respectivamente, pelas componentes de deformação linearizada ε_{ij} , onde $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla_x \vec{\xi} + \nabla_x^T \vec{\xi})$, e componentes de tensão de Cauchy σ_{ij} :

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + ud\phi - d\Psi_s = 0 \quad (5.46)$$

Alternativamente, usando a energia (potencial termodinâmico) G_s , definida por:

$$G_s = \Psi_s - u\phi \quad (5.47)$$

A equação (5.46) toma a seguinte forma:

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} - \phi du - dG_s = 0 \quad (5.48)$$

Da qual, pode-se derivar as equações de estado:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial G_s}{\partial \varepsilon_{ij}}; \quad \phi = -\frac{\partial G_s}{\partial u} \quad (5.49)$$

Sendo as seguintes relações de simetria de Maxwell válidas:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}}; \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial u} = -\frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (5.50)$$

Diferenciando as equações de estado (5.49) e levando em conta as simetrias de Maxwell (5.50), obtêm-se as seguintes relações constitutivas poroelásticas:

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : d\underline{\underline{\varepsilon}}^e - \underline{b} du \quad (5.51.a)$$

$$d\phi^e = \underline{b} : d\underline{\underline{\varepsilon}}^e + \frac{du}{N_{biot}} \quad (5.51.b)$$

onde $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ representa o tensor linearizado de deformações elásticas; u é a poropressão; ϕ^e representa a variação reversível (elástica) da porosidade lagrangeana e as propriedades tangentes poroelásticas $\underline{\underline{C}}$, \underline{b} e $1/N_{biot}$ são definidas a seguir:

* \underline{C} é o tensor elástico drenado de rigidez do esqueleto, com componentes C_{ijkl} . Devido às relações de simetria de Maxwell e as condições de simetrias das componentes do tensor de tensões de Cauchy e do tensor de deformações linearizadas $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e $\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk}$, admite-se as seguintes simetrias: $C_{ijkl} = C_{klij}$; $C_{ijkl} = C_{ijlk}$; $C_{ijkl} = C_{jikl}$

Devido às simetrias, entre os 81 componentes de C_{ijkl} , somente 21 são independentes.

* \underline{b} é o tensor de Biot, de componentes b_{ij} com simetria $b_{ij} = b_{ji}$. Este termo relaciona linearmente a variação da porosidade com a variação da deformação quando a pressão é mantida constante ($du = 0$). Devido à simetria de Maxwell, $-b_{ij}$ também relaciona linearmente o incremento de tensão ao incremento de pressão em uma evolução em que a deformação é mantida constante ($d\varepsilon_{ij} = 0$).

* $1/N_{biot}$ é o inverso do módulo de Biot e relaciona a variação de pressão à variação de porosidade em uma evolução em que a deformação é mantida constante ($d\varepsilon_{ij} = 0$).

Conforme (5.51.a), verifica-se que a deformação elástica do esqueleto $d\underline{\varepsilon}^e$ é controlada pela tensão efetiva de Biot:

$$\underline{\sigma}^e = \underline{\sigma} + \underline{b}u \quad (5.52)$$

onde as tensões de tração apresentam sinal positivo enquanto que as tensões de compressão apresentam sinal negativo.

Incompressibilidade da matriz e a tensão efetiva

Considera-se que a dilatação volumétrica macroscópica sofrida pelo esqueleto é devida à mudança na porosidade e à dilatação volumétrica ε_s da fase sólida da matriz, isto é: $\varepsilon = (1 - \phi_0)\varepsilon_s + \phi - \phi_0$. Na ausência de porosidade oclusa, os grãos sólidos que formam a matriz geralmente estão submetidos a mudanças de volume negligenciáveis, de forma que $\varepsilon_s = 0$, e, então, a variação volumétrica global do esqueleto $d\varepsilon = d\varepsilon_{ii}$ se reduz à variação de porosidade $d\phi$. Nesta situação, a equação de estado (5.51.b) deve reduzir-se à condição de incompressibilidade ($d\varepsilon = d\phi$), qualquer que seja o incremento de pressão du , levando às seguintes condições: $b_{ij} = \delta_{ij}$; $\frac{1}{N_{biot}} = 0$.

Conseqüentemente, no caso de uma matriz incompressível, as equações de estado incrementais (5.51) são simplificadas para a seguinte forma:

$$d(\sigma_{ij} + u\delta_{ij}) = C_{ijkl}d\varepsilon_{kl} \quad (5.53.a)$$

$$d\phi = d\varepsilon_{ii} \quad (5.53.b)$$

onde $\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} + u\delta_{ij}$ representa a tensão efetiva do esqueleto, que controla as deformações do esqueleto.

Esqueleto poroelástico linear e isotrópico

Na poroelasticidade linear as propriedades poroelásticas são constantes e as equações constitutivas (5.51) podem ser integradas da seguinte forma:

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e - b_{ij}(u - u_0) \quad (5.54.a)$$

$$(\phi - \phi_0)^e = b_{ij}\varepsilon_{ij}^e + \frac{(u - u_0)}{N_{biot}} \quad (5.54.b)$$

onde $\sigma_{ij}^0, u_0, \phi_0$ representam, respectivamente, a tensão inicial, a pressão inicial e a porosidade inicial.

Para um material poroelástico linear isotrópico, as equações constitutivas (5.54) podem ser definidas da seguinte forma:

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = \left(K - \frac{2}{3}\mu \right) \varepsilon^e \delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}^e - b(u - u_0)\delta_{ij} \quad (5.55.a)$$

$$(\phi - \phi_0)^e = b \varepsilon + \frac{(u - u_0)}{N_{biot}} \quad (5.55.b)$$

onde K e μ são os módulos de compressibilidade e de cisalhamento do esqueleto; $\varepsilon^e = tr \underline{\underline{\varepsilon}}^e = \varepsilon_{ii}^e$ é a deformação volumétrica elástica do esqueleto; b é o coeficiente de Biot e δ_{ij} é o tensor delta de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$). Devido à forma (5.55.a), pode ser mais conveniente considerar o par de coeficientes de Lamè $\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$ e μ , ao invés do par de propriedades K e μ .

No caso de isotropia, a deformação elástica do esqueleto $d\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ é controlada pela tensão efetiva de Biot:

$$\underline{\underline{\sigma}}'^e = \underline{\underline{\sigma}} + b u \underline{\underline{1}} \quad (5.56)$$

Assumindo o coeficiente de Biot unitário $b = 1$, obtém-se a tensão efetiva de Terzaghi:

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + u \underline{\underline{1}} \quad (5.57)$$

Relação entre propriedades do esqueleto e da matriz

Até agora, as propriedades do esqueleto foram introduzidas sem referência às propriedades da matriz. No entanto existem relações de compatibilidade entre elas, uma vez que as propriedades do esqueleto necessariamente resultam das propriedades da matriz e da geometria do espaço poroso.

A deformação elástica volumétrica do esqueleto, considerando a hipótese das transformações infinitesimais, $\epsilon^e = tr \underline{\underline{\epsilon}}^e = \epsilon_{ii}^e$ pode ser particionada da seguinte forma, conforme equação:

$$\epsilon^e = (1 - \phi_0) \epsilon_s + (\phi - \phi_0)^e \quad (5.58)$$

onde ϵ_s representa a deformação volumétrica dos grãos sólidos que formam a matriz.

Por outro lado, a tensão média do esqueleto $\sigma = tr \underline{\underline{\sigma}} / 3 = \sigma_{ii} / 3$ pode ser particionada, considerando-se transformações infinitesimais, conforme expressão (Coussy, 2004):

$$\sigma - \sigma^0 = (1 - \phi_0) (\sigma_s - \sigma_s^0) - \phi_0 (u - u_0) \quad (5.59)$$

onde σ_s representa a tensão média relacionada à matriz. Assumindo que a matriz é homogênea e elástica linear, tem-se:

$$\sigma_s - \sigma_s^0 = K_s \epsilon_s^e \quad (5.60)$$

onde K_s é o módulo de compressibilidade da matriz. Da equação (5.55), obtém-se:

$$\sigma - \sigma^0 = K \epsilon^e - b(u - u_0) \quad (5.61.a)$$

$$(\phi - \phi_0)^e = b \epsilon + \frac{(u - u_0)}{N_{biot}} \quad (5.61.b)$$

Da combinação das equações (5.58)-(5.61), chega-se em:

$$(\sigma - \sigma^0) \left[\frac{1-b}{K} - \frac{1}{K_s} \right] = (u - u_0) \left[\frac{1}{N_{biot}} + \frac{\phi_0}{K_s} - \frac{b(1-b)}{K} \right] \quad (5.62)$$

As variáveis $(\sigma - \sigma^0)$ e $(u - u_0)$ são variáveis de estado independentes, conseqüentemente os fatores que afetam $(\sigma - \sigma^0)$ e $(u - u_0)$ em (5.62) devem ser nulos, levando as seguintes relações de compatibilidade:

$$b = 1 - \frac{K}{K_s}; \quad \frac{1}{N_{biot}} = \frac{b - \phi_0}{K_s} \quad (5.63)$$

Uma vez que o módulo de compressibilidade do esqueleto K e o coeficiente de Biot b podem ser medidos a nível macroscópico, a primeira das relações em (5.63) fornece um meio de avaliar o módulo de compressibilidade da matriz K_s .

5.2.6.2 Material poroso poroelástico

Equação constitutiva do fluido de saturação

As equações constitutivas do esqueleto são independentes da natureza e das equações constitutivas do fluido de saturação, na medida em que somente forças de contato são consideradas entre o esqueleto e fluido, de modo que este último exerce uma pressão de poro u sobre as paredes internas que formam a rede porosa. Reciprocamente, as equações constitutivas do fluido são independentes das equações constitutivas do esqueleto. Suas expressões explícitas podem ser obtidas procedendo-se como para o esqueleto.

Diferenciando as equações de estado do fluido de saturação, considerando a condição isotérmica, pode-se escrever (Coussy, 2004):

$$\frac{d\rho_f}{\rho_f} = \frac{du}{K_f} \quad (5.64)$$

onde K_f é o módulo de compressibilidade tangente do fluido. O caso limite de um fluido incompressível é obtido quando $K_f \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\rho_f = \rho_f^0$, onde o índice “0” indica um valor de referência.

Se o fluido de saturação comporta-se como um gás ideal, pode-se escrever que $u = \frac{RT}{M_f} \rho_f$,

onde M_f é a massa molar do gás considerado. Diferenciando-se esta última expressão e comparando o resultado com a equação (5.64), obtém-se $K_f = u$ (na condição isotérmica).

Equações constitutivas do material poroso saturado

As equações constitutivas do material poroso, visto como um sistema termodinâmico aberto, envolvem o conteúdo de massa fluida atual m_f (Coussy, 2004). Pode-se livrar-se da porosidade lagrangeana ϕ em benefício de m_f utilizando-se a condição de saturação completa (5.10) e as equações de estado do fluido quando estas são explicitamente conhecidas sobre toda a gama de variação das variáveis de estado u e T . Uma vez que a condição (5.10) para saturação completa permanece constantemente válida, diferenciando-se a expressão (5.10), obtém-se:

$$\frac{dm_f}{\rho_f} = d\phi + \phi \frac{d\rho_f}{\rho_f} \quad (5.65)$$

Combinando-se (5.64) e (5.65), obtém-se:

$$d\phi = \frac{dm_f}{\rho_f} - \phi \frac{du}{K_f} \quad (5.66)$$

Substituindo (5.66) em (5.51), é possível eliminar a variação da porosidade $d\phi$ em benefício da variação do conteúdo de massa fluida dm_f :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : d\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{b} du \quad (5.67.a)$$

$$\frac{dm_f}{\rho_f} = \underline{b} : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{du}{M} \quad (5.67.b)$$

onde:

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N_{biot}} + \frac{\phi}{K_f} \quad (5.68)$$

Conseqüentemente, para um esqueleto poroelástico linear isotrópico, pode-se escrever:

$$d\sigma_{ij} = \left(K - \frac{2}{3} \mu \right) d\epsilon^e \delta_{ij} + 2\mu d\varepsilon_{ij}^e - b du \delta_{ij} \quad (5.69.a)$$

$$\frac{dm_f}{\rho_f} = b d\epsilon + \frac{du}{M} \quad (5.69.b)$$

Com respeito às propriedades tangentes do material poroso, as propriedades do esqueleto K e μ são propriedades drenadas, ou seja, propriedades que podem ser medidas em ensaios nos quais a pressão do fluido é mantida constante ($du = 0$). No caso de um esqueleto linear, as propriedades drenadas tangentes K , μ e b são constantes e a expressão (5.69.a) pode ser

integrada, enquanto que a equação incremental (5.69.b) pode ainda ser usada quando fluidos não-lineares são considerados.

Alternativamente, as expressões (5.67) combinam-se para produzir:

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\zeta}}^u : d\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{b}}M \frac{dm_f}{\rho_f} \quad (5.70.a)$$

onde:

$$\underline{\underline{\zeta}}^u = \underline{\underline{\zeta}} + M\underline{\underline{b}} : \underline{\underline{b}} \quad (5.70.b)$$

O índice “u” se refere à propriedade tangente não drenada do material poroso, a qual pode ser medida em ensaios nos quais a variação de massa fluida é prevenida ($dm_f = 0$). Para um esqueleto poroelástico isotrópico linear, escreve-se:

$$d\sigma_{ij} = \left(K_u - \frac{2}{3}\mu \right) d\epsilon^e \delta_{ij} + 2\mu d\varepsilon_{ij}^e - bM \frac{dm_f}{\rho_f} \delta_{ij} \quad (5.71)$$

onde K_u é o módulo de compressibilidade volumétrica não drenado, dado por:

$$K_u = K + b^2M \quad (5.72)$$

Conforme (5.68), $M > 0$ uma vez que $K_f > 0$ e $N_{biot} > 0$ (Coussy, 2004), resultando em $K_u > K$. A massa do material poroso é mais rígida para condições não drenadas, em contraste à condição drenada, o fluido participa da resposta global.

5.2.7 Comportamento poroplástico

5.2.7.1 Deformação plástica e porosidade plástica

Poroplasticidade é a capacidade do material poroso de submeter-se a deformações permanentes e a variações da porosidade permanentes e, conseqüentemente, a variações permanentes do conteúdo de massa fluida. As evoluções poroplásticas são irreversíveis e, em contraste à poroelasticidade, as deformações ε_{ij} e a porosidade lagrangeana ϕ não são suficientes para caracterizar a energia atual do esqueleto Ψ_s . Variáveis internas devem ser adicionadas a fim de capturar o caráter irreversível da plasticidade: a deformação plástica ε_{ij}^p e a variação de porosidade plástica ϕ^p .

Os efeitos viscosos relacionados ao comportamento do esqueleto são desconsiderados, e o tempo físico é envolvido somente quando há transferência de massa fluida e/ ou calor

ocorrendo entre volumes infinitesimais justapostos. Não há tempo intrínseco vinculado ao comportamento plástico do esqueleto e, assim, as deformações plásticas ocorrem instantaneamente em resposta aos incrementos de tensão e pressão do fluido. A evolução poroplástica pode ser encarada como uma sucessão de estados de equilíbrio termodinâmicos, dependendo somente da cronologia do carregamento. Conseqüentemente, as equações constitutivas que relacionam a história de tensões e pressões do fluido à história de deformações e variações plásticas da porosidades são formuladas na forma incremental.

Seja $d\varepsilon_{ij}$ e $d\phi$ a deformação incremental e a variação de porosidade incremental, respectivamente, produzidas por incrementos de tensão $d\sigma_{ij}$ e de pressão do fluido du . Através de um processo de descarga, é possível determinar os incrementos elásticos ou reversíveis $d\varepsilon_{ij}^e$ e $d\phi^e$. Os incrementos plásticos ou irreversíveis $d\varepsilon_{ij}^p$ e $d\phi^p$ podem então ser definidos a partir das seguintes relações:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p; \quad d\phi = d\phi^e + d\phi^p \quad (5.73)$$

A dilatação plástica volumétrica macroscópica observável ε^p sofrida pelo esqueleto é devida à variação plástica da porosidade e à dilatação plástica volumétrica ε_s^p sofrida pela matriz sólida:

$$\varepsilon^p = (1 - \phi_0) \varepsilon_s^p + \phi^p \quad (5.74)$$

Na mecânica dos solos e rochas, as evoluções plásticas são causadas por deslizamentos relativos irreversíveis dos grãos sólidos que formam a matriz, e assim, a variação volumétrica da matriz devida unicamente à plasticidade torna-se negligenciável na ausência de porosidade oclusa, resultando em $\varepsilon_s^p = 0$. E a equação (5.74) fica da seguinte forma:

$$\phi^p = \varepsilon^p \quad (5.75)$$

5.2.7.2 Esqueleto poroplástico

No contexto das transformações infinitesimais isotérmicas e material poroso saturado, a equação (5.45) deve ser formulada com o sinal de desigualdade, de forma a expressar a dissipação positiva vinculada à evolução irreversível do esqueleto (Coussy, 2004):

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + u d\phi - d\Psi_s \geq 0 \quad (5.76)$$

A energia livre do esqueleto Ψ_s está relacionada à energia que pode ser eventualmente recuperada na forma mecânica:

$$\Psi_s = \Psi_s(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p, \phi - \phi^p) \quad (5.77)$$

onde não foram consideradas variáveis internas características de um estado possível de endurecimento/amolecimento.

As equações de estado da poroelastoplasticidade linear podem ser definidas, na forma incremental:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) - b_{ij} du \quad (5.78.a)$$

$$d\phi - d\phi^p = b_{ij}(d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_{ij}^p) + \frac{du}{N_{biot}} \quad (5.78.b)$$

No caso isotrópico as expressões acima ficam da seguinte forma:

$$d\sigma_{ij} = \left(K - \frac{2}{3} \mu \right) (d\varepsilon - d\varepsilon^p) \delta_{ij} + 2\mu(d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_{ij}^p) - b du \delta_{ij} \quad (5.79.a)$$

$$d\phi - d\phi^p = b(d\varepsilon - d\varepsilon^p) + \frac{du}{N_{biot}} \quad (5.79.b)$$

5.2.7.3 Material poroso poroplástico

Combinando (5.66) e (5.79.b), é possível eliminar a variação da porosidade $d\phi$ em benefício da variação do conteúdo de massa fluida dm_f :

$$\frac{dm_f}{\rho_f} = d\phi^p + b(d\varepsilon - d\varepsilon^p) + \frac{du}{M} \quad (5.80)$$

onde M foi definido em (5.68). Sob a hipótese de pequenas perturbações, a integração de (5.80) fornece (Coussy, 2004):

$$u = M(-\phi^p - b(\varepsilon - \varepsilon^p) + v_f) \quad (5.81)$$

onde v_f é variação atual do conteúdo de volume fluido por unidade de volume inicial. Para materiais poroplásticos v_f pode ser dividido em uma parte reversível ou elástica e uma parte irreversível ou plástica, de acordo com (Coussy, 2004):

$$v_f = \frac{m_f - m_f^0}{\rho_f^0} = v_f^{el} + v_f^p \quad (5.82)$$

onde:

$$v_f^{el} = \phi^{el} + \frac{\rho_f - \rho_f^0}{\rho_f^0}; \quad v_f^p = \phi^p \quad (5.83)$$

De acordo com (5.83), a parte irreversível ou plástica v_f^p de v_f identifica-se com a variação plástica de porosidade ϕ^p .

5.2.7.4 Domínio da poroelasticidade e função de carregamento

Qualquer carregamento é caracterizado pelas componentes de tensão σ_{ij} e pressão de fluido u . O domínio da poroelasticidade é tal que a deformação e a variação da porosidade permanecem reversíveis ao longo de todo o carregamento, a partir da origem, e encontram-se inteiramente dentro do domínio. Para um material poroplástico ideal, o domínio inicial de poroelasticidade não é alterado pelas evoluções plásticas ocorridas ao longo do carregamento. Em contrapartida, para um material poroplástico com endurecimento, o domínio inicial de poroelasticidade é alterado pelas evoluções plásticas que ocorrem ao longo do carregamento. A função de carregamento é expressa por $f(\sigma_{ij}, u)$. O critério de elasticidade se refere à condição $f(\sigma_{ij}, u) < 0$. O critério de plasticidade se refere à condição $f(\sigma_{ij}, u) = 0$, enquanto que a superfície de escoamento representa a fronteira do domínio poroelástico, definida por $f(\sigma_{ij}, u) = 0$.

O domínio de elasticidade da maioria dos materiais plásticos é convexo e esta propriedade pode ser estendida a materiais porosos, cujo comportamento poroplástico é devido à matriz sólida.

5.2.7.5 A regra de fluxo e o trabalho plástico

A substituição de (5.77) em (5.76) com o uso das equações de estado fornece a expressão:

$$\delta W^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p + u d\phi^p \geq 0 \quad (5.84)$$

A qual indica que, na ausência de qualquer outra variável de estado além de $\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p$ e $\phi - \phi^p$ como argumento de Ψ_s , a energia dissipada relacionado com a evolução plástica do esqueleto se reduz ao trabalho plástico infinitesimal δW^p .

Utilizando o princípio do trabalho plástico máximo (Coussy, 2004), obtém-se a regra de fluxo do material:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}}; \quad d\phi^p = d\lambda \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial u} \quad (5.85)$$

onde $d\lambda$ é o multiplicador plástico que ajusta a intensidade dos incrementos de deformação e porosidade plásticas e \mathbf{g} é o potencial plástico.

5.2.7.6 Tensão efetiva poroplástica

A formulação apresentada até aqui estabelece o quadro geral para a modelagem elastoplástica do meio poroso saturado. A função de escoamento f , o potencial plástico \mathbf{g} e a lei de endurecimento (quando houver endurecimento do material) dependem do tensor de tensões $\underline{\underline{\sigma}}$, da poropressão u e das forças de endurecimento conjugadas $\bar{\zeta}$ (quando houver endurecimento do material). As formas específicas destas funções podem ser encontradas a partir de dados experimentais. No entanto, a identificação experimental é usualmente uma tarefa difícil, que requer uma série de testes em laboratório e aplicação de trajetórias de carregamento complexas. A fim de simplificar a modelagem plástica do meio poroso, o conceito da tensão efetiva formulado na poroelasticidade é estendido à poroplasticidade (Hicher & Shao, 2008).

Baseado no princípio da tensão equivalente, a ideia básica é estender as funções plásticas complementares obtidas para materiais secos ao meio poroso saturado pela simples substituição do tensor de tensão total $\underline{\underline{\sigma}}$ por um tensor de tensão efetiva. Dependendo da microestrutura do meio poroso, a validade da tensão efetiva pode ser comprovada apenas para alguns casos específicos (Hicher & Shao, 2008).

Para considerações puramente macroscópicas, algumas hipóteses cinemáticas podem ser formuladas: no caso de incompressibilidade plástica da matriz, a deformação volumétrica plástica é proporcional à porosidade plástica e a substituição de (5.75) em (5.84) fornece:

$$\delta W^p = \sigma_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p \quad (5.86)$$

onde σ_{ij}^p é a tensão efetiva de Terzaghi que controla a deformação plástica do esqueleto:

$$\sigma_{ij}^p = \sigma_{ij} + u\delta_{ij} \quad (5.87)$$

Quando o material obedece também ao princípio do trabalho plástico máximo, mostra-se que a função de carregamento $f(\sigma_{ij}^p, u)$ depende apenas de σ_{ij}^p (Coussy, 2004). Consequentemente, o critério de plasticidade é expresso na forma $f(\sigma_{ij}^p) = 0$. Por extensão,

no contexto mais geral de uma regra de fluxo não-associada tanto a função de carregamento f como o potencial de plasticidade não-associado \mathbf{g} são geralmente expressos como uma função apenas de σ_{ij}^p e a regra de fluxo não-associada (5.85) é escrita na seguinte forma:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \sigma_{ij}^p}; \quad d\phi^p = d \in^p \quad (5.88)$$

5.3 FORMULAÇÃO BASEADA NO MÉTODO DESACOPLADO

Considera-se a hipótese das transformações infinitesimais, a isotropia do meio poroso, a ausência de forças inerciais e a força de volume dada pela gravidade.

Toma-se a equação da conservação de massa fluida do meio poroso, dada em (5.13), onde $m_f = \rho^w \phi$ e $\bar{w} = \rho^w \underline{q}$; a equação da difusão da massa fluida através do meio poroso descrita pela Lei de Darcy, a qual relaciona $\bar{w}(x,t)$ à poropressão u do fluido, dada em (5.15) e adota-se a hipótese de que as duas fases que constituem o meio poroso são incompressíveis, isto é, que as deformações volumétricas do esqueleto são devidas unicamente à variação de porosidade (5.53.b). Substituindo (5.15) e (5.53.b) em (5.13) obtém-se a equação de difusão que relaciona as deformações do esqueleto e poropressões:

$$tr \underline{\dot{\varepsilon}} = k_{pe} \Delta u \quad (5.89)$$

onde Δ é o operador Laplaciano, $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. A equação (5.89) introduz um acoplamento entre o fluido e o esqueleto que torna impossível o cálculo separado da poropressão.

No âmbito das solicitações cíclicas, a resolução numérica de um problema de valor de contorno apresenta uma grande complexidade. Encontram-se dificuldades de ordem reológica e relacionadas ao tratamento numérico do acoplamento fluido-esqueleto. Neste sentido, destaca-se a importância das pesquisas experimentais realizadas para compreensão do papel da água intersticial no comportamento de solos sob carregamento cíclico. O volume de dados experimentais sobre o comportamento de areias submetidas a uma solicitação cíclica em condição drenada é relativamente raro. O fato dos ensaios não-drenados terem sido privilegiados deve-se provavelmente a importância do fenômeno de liquefação, em função da

ameaça devido a sua dimensão catastrófica. Uma relação entre os dois tipos de ensaio foi apresentada em Dormieux (1989).

Neste trabalho, considera-se uma simplificação que consiste em desacoplar o cálculo da pressão intersticial induzida pela onda, segundo uma ideia introduzida por Seed et al. (1976), a qual baseia-se sobre a partição das deformações em contribuições reversíveis e irreversíveis:

$$tr \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}} = tr \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^{rev} + tr \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^{irr} \quad (5.90)$$

De acordo com esta hipótese, as forças de percolação (5.4) são também particionadas em contribuições reversível e irreversível:

$$\gamma_w \underline{\dot{\underline{i}}}^{rev} = -\underline{grad} \delta u^{rev} \quad (5.91)$$

$$\gamma_w \underline{\dot{\underline{i}}}^{irr} = -\underline{grad} \delta u^{irr} \quad (5.92)$$

onde as notações δu^{rev} e δu^{irr} representam os campos de poropressões relacionados à solução do problema com deformações volumétricas reversíveis e irreversíveis, respectivamente.

A ideia de desacoplamento conduz a definição de dois problemas: o reversível, que se refere ao problema poroelástico com carregamento definido pela função de pressões da onda e o irreversível, que se refere a um problema cujo carregamento é definido pelo campo de deformações irreversíveis $\underline{\underline{\varepsilon}}^{irr}(\underline{M}, t)$, considerado como dado. As condições iniciais dos dois problemas são consideradas nulas.

6 A RESPOSTA POROELÁSTICA INDUZIDA PELA ONDA

6.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO PROBLEMA

A fim de derivar a solução analítica do problema de interação onda-solo oceânico, as seguintes hipóteses para as propriedades da onda e solo são adotadas:

1. O solo oceânico é considerado poroso, horizontal, elástico isotrópico, totalmente saturado e hidraulicamente isotrópico – sendo apenas uma camada de solo considerada;
2. O esqueleto do solo é compressível;
3. O esqueleto do solo obedece à lei de Hooke;
4. O fluido que preenche os poros é a água, considerada incompressível;
5. O fluxo no leito poroso obedece à lei de Darcy;
6. O leito poroso é arenoso e a poropressão no solo é o resultado da interação elástica entre solo e água, negligenciando efeitos de dilatação;
7. Efeitos inerciais são negligenciados;
8. A onda é do tipo progressiva bidimensional e a teoria linear da onda é empregada.
9. A pressão da onda sobre a superfície do solo oceânico é considerada o único carregamento externo atuante e é definida conforme seção 3.5.

Uma vez que ondas de água normalmente produzem velocidades de propagação bastante baixas através do solo oceânico arenoso, comparadas com aquelas das ondas cisalhantes, forças inerciais são consideradas desprezíveis comparadas com as forças elásticas na equação de movimento (Mynett & Mei, 1982 apud Jeng, 2013) e então a hipótese (7) é aceitável para o problema de fluxo poroso em solo oceânico arenoso.

Nessas condições, a equação que governa o fluxo do fluido incompressível em um meio poroso compressível é dada a partir de (5.89):

$$\frac{\partial^2 \delta u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \delta u}{\partial x_2^2} = \frac{1}{k_{pe}} \frac{\partial}{\partial t} (tr \underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (6.1)$$

onde δu é a poropressão induzida pela onda em excesso à condição hidrostática; k_{pe} é a constante de permeabilidade, $tr \underline{\underline{\varepsilon}}$ é a deformação volumétrica.

As equações de equilíbrio no meio poroelástico, conforme (5.42), em termos de tensões efetivas são dadas por:

$$\frac{\partial \delta \sigma'_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \delta \sigma'_{12}}{\partial x_2} = \frac{\partial \delta u}{\partial x_1} \quad (6.2.a)$$

$$\frac{\partial \delta \sigma'_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \delta \sigma'_{21}}{\partial x_1} = \frac{\partial \delta u}{\partial x_2} \quad (6.2.b)$$

De acordo com a lei de Hooke generalizada, as relações entre tensões efetivas elásticas e deslocamento do solo são dadas por:

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= 2G \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} + \frac{\nu}{1-2\nu} tr \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \\ \sigma'_2 &= 2G \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} + \frac{\nu}{1-2\nu} tr \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} &= G \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson; G é o módulo de cisalhamento definido por $G = E/2(1+\nu)$; ξ_1, ξ_2 são as componentes do vetor de deslocamentos horizontal e vertical, respectivamente e $tr \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}$.

Substituindo as relações elásticas nas equações de equilíbrio obtêm-se:

$$G \nabla^2 \xi_1 + \left(\frac{G}{1-2\nu} \right) \frac{\partial}{\partial x_1} tr \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \delta u}{\partial x_1} \quad (6.4.a)$$

$$G \nabla^2 \xi_2 + \left(\frac{G}{1-2\nu} \right) \frac{\partial}{\partial x_2} tr \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \delta u}{\partial x_2} \quad (6.4.b)$$

6.1.1 Condições de contorno

Na superfície do solo oceânico, isto é, em $x_2 = 0$, a tensão efetiva vertical e a tensão cisalhante são consideradas nulas e a poropressão é igual à pressão da onda:

$$\begin{cases} \delta\sigma'_2 = \delta\sigma_{12} = 0 \\ \delta u = p_0 \cos(kx_1 - \omega t) \end{cases} \quad \text{em } (x_2 = 0) \quad (6.5.a)$$

$$(6.5.b)$$

onde p_0 é a amplitude da pressão dinâmica da onda, baseada na teoria linear, sendo k o número de onda e ω a frequência angular da onda.

No fundo do solo oceânico, considera-se a existência de um substrato impermeável rígido e rugoso, o qual pode encontrar-se a uma distância h finita ou infinita da superfície do solo. Para um solo oceânico de espessura infinita os deslocamentos e poropressão devem ser nulos em $(x_2 \rightarrow -\infty)$:

$$\begin{cases} \xi_1 = \xi_2 = 0 \\ \frac{\partial \delta u}{\partial x_2} = 0 \end{cases} \quad \text{em } (x_2 \rightarrow -\infty) \quad (6.6.a)$$

$$(6.6.b)$$

Enquanto que para solo oceânico de espessura finita as condições de contorno ficam da seguinte forma:

$$\begin{cases} \xi_1 = \xi_2 = 0 \\ \frac{\partial \delta u}{\partial x_2} = 0 \end{cases} \quad \text{em } (x_2 = -h) \quad (6.7.a)$$

$$(6.7.b)$$

6.1.2 Técnica de solução analítica

O problema de valor de contorno que descreve a interação onda-solo oceânico pode ser resolvido baseado nas equações governantes (6.1) e (6.4) e condições de contorno (6.5)-(6.7). As soluções analíticas para poropressão e deslocamentos do solo induzidos pela onda podem ser obtidas primeiro e, a partir dessas, as tensões efetivas podem ser encontradas utilizando as equações. (6.3).

Para tratamento das equações governantes lineares, é conveniente empregar variáveis complexas na análise (Madsen, 1978). Em termos de variáveis complexas, a condição de contorno imposta pela onda sobre a superfície do solo oceânico pode ser expressa como:

$$\delta u = \text{Re} \left\{ \frac{\gamma_w H/2}{\cosh(kd)} e^{i(kx_1 - \omega t)} \right\} \quad \text{em } (x_2 = 0) \quad (6.8)$$

onde $e^{i(kx_1 - \omega t)} = \cos(kx_1 - \omega t) + i \text{sen}(kx_1 - \omega t)$; $i = \sqrt{-1}$ representa a variável complexa e $\text{Re}\{ \}$ indica que somente a parte real da solução complexa deve ser considerada como a solução do problema.

No que se segue é implicitamente assumido que somente a parte real de qualquer solução complexa constitui uma solução para o problema. Além de permitir usar variáveis complexas, a linearidade das equações governantes também sugere que todas as variáveis irão depender de x_1 e t na forma dada pela função de carregamento, isto é, $e^{i(kx_1 - \omega t)}$. Isso facilita a análise subsequente uma vez que a diferenciação de qualquer variável com respeito a x_1 ou t reduz-se a própria variável multiplicada por (ik) ou $(-i\omega t)$, respectivamente.

Introduzindo este conceito nas equações (6.1) e (6.2.a) estas podem ser reescritas, respectivamente por (6.9) e (6.10):

$$-k^2 \delta u + \frac{\partial^2 \delta u}{\partial x_2^2} = -\frac{i\omega \gamma_w}{k_p} \left(ik \xi_1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \right) \quad (6.9)$$

$$\delta u = \delta \sigma'_1 + \frac{1}{ik} \frac{\partial \delta \sigma_{12}}{\partial x_2} \quad (6.10)$$

Introduzindo-se (6.10) em (6.9), obtém-se:

$$\left(\frac{\partial^2 \delta \sigma'_1}{\partial x_2^2} + \frac{1}{ik} \frac{\partial^3 \delta \sigma_{12}}{\partial x_2^3} \right) - \left(k^2 \delta \sigma'_1 + \frac{k}{i} \frac{\partial \delta \sigma_{12}}{\partial x_2} \right) = -\frac{i\omega \gamma_w}{K} \left(ik \xi_1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \right) \quad (6.11)$$

E finalmente introduzindo (6.10) em (6.2.b):

$$\frac{\partial \delta \sigma'_2}{\partial x_2} + ik \delta \sigma_{21} = \frac{\partial \delta \sigma'_1}{\partial x_2} + \frac{1}{ik} \frac{\partial^2 \delta \sigma'_{12}}{\partial x_2^2} \quad (6.12)$$

Visto que todas as tensões efetivas induzidas pela onda no solo podem ser expressas em termos de deslocamentos por meio das equações (6.3), nota-se que as equações (6.11) e (6.12) constituem as equações governantes para o problema em questão. Uma vez resolvido, de acordo com as condições de contorno apropriadas, a poropressão induzida pela onda é obtida da equação (6.10). Introduzindo as equações (6.3) em (6.12) e (6.11), obtêm-se, respectivamente (6.13) e (6.14):

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x_2^2} - k^2 \xi_2 = \frac{1}{ik} \left(\frac{\partial^3 \xi_1}{\partial x_2^3} - k^2 \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \right) \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 \xi_2}{\partial x_2^3} - \left(k^2 - \frac{i\omega \gamma_w (1-2\nu)}{GK} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} = \\ & -\frac{1}{ik} \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial^4 \xi_1}{\partial x_2^4} - k^2 (3-4\nu) \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x_2^2} + k^2 \left(2(1-\nu)k^2 - \frac{i\omega \gamma_w (1-2\nu)}{GK} \right) \xi_1 \right\} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Derivando-se a eq. (6.13) com respeito a x_2 obtém-se uma expressão para $\partial^3 \xi_2 / \partial x_2^3$ em termos de $\partial \xi_2 / \partial x_2$ e derivadas de ξ_1 . Introduzindo essa expressão em (6.14), uma equação para $\partial \xi_2 / \partial x_2$ é obtida:

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} = \frac{2GK(1-\nu)}{\omega \gamma_w k(1-2\nu)} \left\{ \frac{\partial^4 \xi_1}{\partial x_2^4} - 2k^2 \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x_2^2} + k^2(k^2 + \kappa^2) \xi_1 \right\} \quad (6.15)$$

onde o termo κ^2 é dado por:

$$\kappa^2 = \frac{i\omega \gamma_w m_v}{K}, \quad m_v = \frac{(1-2\nu)}{2G(1-\nu)} \quad (6.16)$$

sendo m_v o coeficiente volumétrico.

Substituindo a eq. (6.15) em (6.14) finalmente elimina-se ξ_2 e obtém-se uma expressão em termos do deslocamento horizontal ξ_1 apenas:

$$\frac{\partial^6 \xi_1}{\partial x_2^6} + (-3k^2 + \kappa^2) \frac{\partial^4 \xi_1}{\partial x_2^4} + (3k^4 - 2k^2 \kappa^2) \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x_2^2} + k^4(-k^2 + \kappa^2) \xi_1 = 0 \quad (6.17)$$

Introduz-se o parâmetro δ , o qual reúne as variáveis físicas relacionadas com a onda (número de onda k e frequência angular da onda ω) e as propriedades do solo (coeficiente de Poisson ν e módulo de cisalhamento G):

$$\delta^2 = k^2 - \kappa^2 \quad (6.18)$$

A equação (6.18) pode ser interpretada como o número de onda modificado devido à ação da onda. Usando δ na eq. (6.17), obtém-se:

$$\frac{\partial^6 \xi_1}{\partial x_2^6} + (-2k^2 - \delta^2) \frac{\partial^4 \xi_1}{\partial x_2^4} + (k^4 + 2k^2 \delta^2) \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x_2^2} - k^4 \delta^2 \xi_1 = 0 \quad (6.19)$$

A eq. (6.19) em conjunto com as eqs. (6.18) e (6.16) torna-se a equação governante final para o deslocamento do solo induzido pela onda progressiva bidimensional, na direção horizontal, considerando-se condições hidráulicas isotrópicas e solo totalmente saturado. Uma vez que a eq. (6.19) é uma equação diferencial parcial de sexta ordem, assim como as equações para o deslocamento vertical ξ_2 e poropressão δu , são requeridas seis raízes para cada equação. Conseqüentemente, há seis coeficientes a serem determinados através da introdução de condições de contorno apropriadas (Madsen, 1978).

6.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA

6.2.1 Espessura da camada de solo infinita

Resolvendo as equações governantes finais, considerando as condições de contorno na superfície do solo do leito do mar e no fundo do solo do leito do mar para uma espessura infinita (6.6), encontram-se as seguintes expressões para os deslocamentos horizontal e vertical, e poropressão induzidos pela onda (Jeng, 2013):

$$\xi_1 = -\frac{P_0}{2G} x_2 e^{kx_2} \operatorname{sen}\psi \quad (6.20)$$

$$\xi_2 = \frac{P_0}{2Gk} (kx_2 - 1) e^{kx_2} \operatorname{cos}\psi \quad (6.21)$$

$$\delta u = p_0 e^{kx_2} \operatorname{cos}\psi \quad (6.22)$$

onde considerou-se somente a parte real de cada uma das expressões como a solução do problema e $\psi = kx_1 - \omega t$.

E as tensões efetivas podem ser obtidas substituindo as expressões (6.20) e (6.21) nas equações (6.3):

$$\delta\sigma_{11}' = -p_0 k x_2 e^{kx_2} \operatorname{cos}\psi \quad (6.23.a)$$

$$\delta\sigma_{22}' = p_0 k x_2 e^{kx_2} \operatorname{cos}\psi \quad (6.23.b)$$

$$\delta\sigma_{12} = -p_0 k x_2 e^{kx_2} \operatorname{sen}\psi \quad (6.23.c)$$

Observa-se que no caso de um solo oceânico elástico isotrópico, totalmente saturado e de espessura infinita as expressões finais para as respostas do solo em poropressão e tensão induzidas pela onda dependem apenas das características do carregamento da onda, sendo independentes das propriedades do solo.

Considerando os parâmetros da tabela 3, as amplitudes máximas, ao longo da profundidade, das tensões efetivas e excesso de poropressão induzidas pela onda podem ser visualizadas na figura 16. Para o conjunto de parâmetros utilizado a amplitude da pressão da onda aplicada sobre a superfície do leito do mar vale 11,72 kPa. Na figura 16 estão também apresentados resultados obtidos por Gatmiri (1990).

Tabela 3 - Parâmetros utilizados para resposta poroelástica em camada de solo de espessura infinita.

Parâmetros do carregamento da onda

$$T = 7 \text{ s}$$

$$L = 40 \text{ m}$$

$$H = 2,75 \text{ m}$$

$$d = 3,7 \text{ m}$$

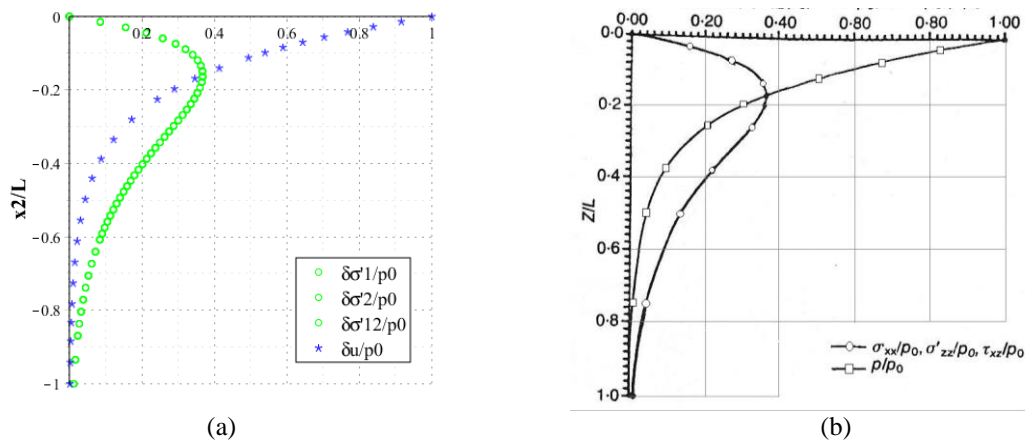


Figura 16 - Distribuição vertical das tensões efetivas e excesso de poropressão induzidas pela onda em camada de solo com espessura infinita, considerando amplitudes máximas (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).

Uma vez que o valor negativo do gradiente da poropressão é uma grandeza importante no cálculo da estabilidade em tensões efetivas (conforme apontado no capítulo 5), analisa-se o campo vetorial relacionado a esta grandeza:

$$\text{grad } \delta u = p_0 k e^{kx_2} \left[-\text{sen}(kx_1 - \omega t) \underline{e}_1 + \text{cos}(kx_1 - \omega t) \underline{e}_2 \right] \quad (6.24)$$

A figura 17 apresenta o campo vetorial relacionado ao gradiente da poropressão, para $t=0$.

Observando-se este campo nota-se que a amplitude do gradiente é máxima em $x_2 = 0$ e decresce ao longo da profundidade. Adicionalmente, o gradiente é puramente vertical nas coordenadas horizontais x_1 em que a amplitude da poropressão é máxima. Nessas posições o módulo do gradiente vale $p_0 k$.

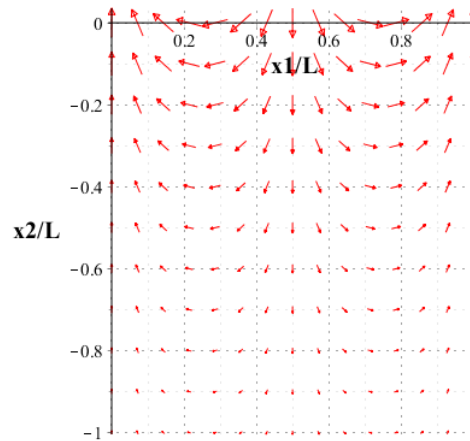


Figura 17 - Campo vetorial relacionado ao gradiente da poropressão, em escala log.

6.2.2 Espessura da camada de solo finita

Resolvendo as equações governantes finais (6.19, 6.18 e 6.16), considerando as condições de contorno na superfície do solo do leito do mar e no fundo do solo do leito do mar para uma espessura de camada de solo finita (6.7), encontram-se as seguintes expressões para os deslocamentos, horizontal e vertical, e poropressão induzidos pela onda (Hsu & Jeng, 1994):

$$\xi_1 = \frac{ip_0}{2Gk} \left\{ (C_1 + C_2 kx_2) e^{kx_2} + (C_3 + C_4 kx_2) e^{-kx_2} + k^2 C_5 e^{\delta x_2} + k^2 C_6 e^{-\delta x_2} \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad (6.25.a)$$

$$\xi_2 = \frac{P_0}{2Gk} \left\{ [C_1 - (1 - kx_2)C_2] e^{kx_2} + [C_3 + (1 + kx_2)C_4] e^{-kx_2} + k\delta [C_5 e^{\delta x_2} - C_6 e^{-\delta x_2}] \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad (6.25.b)$$

$$\delta u = \frac{P_0}{(1 - 2\nu)} \left\{ (1 - 2\nu)(C_2 e^{kx_2} - C_4 e^{-kx_2}) + (1 - \nu)(\delta^2 - k^2)(C_5 e^{\delta x_2} + C_6 e^{-\delta x_2}) \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad (6.26)$$

onde os seis coeficientes de valores complexos C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6 são funções dos parâmetros δ, k, ν e h e encontram-se definidos em Hsu & Jeng (1994). Salienta-se novamente que somente a parte real de cada uma das soluções acima constitui a solução do problema. As tensões efetivas podem ser obtidas substituindo as expressões (6.25.a) e (6.25.b) nas as equações (6.3):

$$\delta\sigma'_{11} = -p_0 \left\{ (C_1 + C_2 kx_2) e^{kx_2} + (C_3 + C_4 kx_2) e^{-kx_2} + \left[k^2 - \frac{(\delta^2 - k^2)\nu}{1 - 2\nu} \right] (C_5 e^{\delta x_2} + k^2 C_6 e^{-\delta x_2}) \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

(6.27.a)

$$\delta\sigma'_{22} = p_0 \left\{ (C_1 + C_2 kx_2) e^{kx_2} + (C_3 + C_4 kx_2) e^{-kx_2} + \frac{1}{1 - 2\nu} [\delta^2(1 - \nu) - k^2\nu] (C_5 e^{\delta x_2} + C_6 e^{-\delta x_2}) \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

(6.27.b)

$$\delta\sigma'_{12} = \delta\sigma'_{21} = ip_0 \left\{ (C_1 + C_2 kx_2) e^{kx_2} - (C_3 + C_4 kx_2) e^{-kx_2} + k\delta (C_5 e^{\delta x_2} - C_6 e^{-\delta x_2}) \right\} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

(6.27.c)

Considerando-se os coeficientes C_j , com $j = 1, 2, \dots, 6$, e δ compostos por uma parte real α_j ou δ_1 e uma imaginária β_j ou δ_2 , respectivamente:

$$\begin{aligned} C_1 &= \alpha_1 + \beta_1 i; & C_2 &= \alpha_2 + \beta_2 i; & C_3 &= \alpha_3 + \beta_3 i; \\ C_4 &= \alpha_4 + \beta_4 i; & C_5 &= \alpha_5 + \beta_5 i; & C_6 &= \alpha_6 + \beta_6 i; \\ & & \delta &= \delta_1 + \delta_2 i \end{aligned}$$

(6.28)

E substituindo nas expressões para δu , $\delta\sigma'_{11}$, $\delta\sigma'_{22}$ e $\delta\sigma'_{12}$, as expressões reais para cada uma das grandezas ficam definidas da seguinte forma:

$$\delta u_h^{el} = \frac{p_0}{A} [f(x_2) \cos \psi] - \frac{p_0}{A} [g(x_2) \sin \psi]$$

(6.29)

com:

$$f(x_2) = A(\mathcal{F}_3(x_2)) + B(\mathcal{F}_1(x_2)) - C(\mathcal{F}_2(x_2))$$

(6.30.a)

$$g(x_2) = A(\mathcal{F}_4(x_2)) + B(\mathcal{F}_2(x_2)) + C(\mathcal{F}_1(x_2))$$

(6.30.b)

$$\mathcal{F}_1 = \left[(\alpha_5 e^{\delta_1 x_2} + \alpha_6 e^{-\delta_1 x_2}) \cos(\delta_2 x_2) + (-\beta_5 e^{\delta_1 x_2} + \beta_6 e^{-\delta_1 x_2}) \sin(\delta_2 x_2) \right]$$

(6.31.a)

$$\mathcal{F}_2 = \left[(\beta_5 e^{\delta_1 x_2} + \beta_6 e^{-\delta_1 x_2}) \cos(\delta_2 x_2) + (\alpha_5 e^{\delta_1 x_2} - \alpha_6 e^{-\delta_1 x_2}) \sin(\delta_2 x_2) \right]$$

(6.31.b)

$$\mathcal{F}_3 = (\alpha_2 e^{kx_2} - \alpha_4 e^{-kx_2})$$

(6.31.c)

$$\mathcal{F}_4 = (\beta_2 e^{kx_2} - \beta_4 e^{-kx_2})$$

(6.31.d)

$$A = (1 - 2\nu); \quad B = (1 - \nu)(\delta_1^2 - \delta_2^2 - k^2); \quad C = 2(1 - \nu)\delta_1\delta_2$$

(6.32)

e o tensor de tensões efetivas poroelásticas induzidas pela onda $\delta \underline{\underline{\sigma}}^{el}$ apresenta as seguintes componentes:

$$\begin{aligned} \delta\sigma'_{11h}{}^{el} = & \\ & - \frac{P_0}{A} \left[A \left[(\alpha_2 k x_2 + \alpha_1) e^{kx_2} + (\alpha_4 k x_2 + \alpha_3) e^{-kx_2} \right] + D \mathcal{J}_1 + E \mathcal{J}_2 \right] \cos \psi + \\ & + \frac{P_0}{A} \left[A \left[(\beta_2 k x_2 + \beta_1) e^{kx_2} + (\beta_4 k x_2 + \beta_3) e^{-kx_2} \right] - E \mathcal{J}_1 + D \mathcal{J}_2 \right] \sin \psi \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma'_{22h}{}^{el} = & \\ & \frac{P_0}{A} \left[A \left[(\alpha_2 k x_2 + \alpha_1) e^{kx_2} + (\alpha_4 k x_2 + \alpha_3) e^{-kx_2} \right] + F \mathcal{J}_1 - C \mathcal{J}_2 \right] \cos \psi - \\ & - \frac{P_0}{A} \left[A \left[(\beta_2 k x_2 + \beta_1) e^{kx_2} + (\beta_4 k x_2 + \beta_3) e^{-kx_2} \right] + C \mathcal{J}_1 + F \mathcal{J}_2 \right] \sin \psi \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma'_{12h}{}^{el} = & \\ & - p_0 \left[(\beta_2 k x_2 + \beta_1) e^{kx_2} + (-\beta_4 k x_2 - \beta_3) e^{-kx_2} + k \delta_2 \mathcal{J}_5 + k \delta_1 \mathcal{J}_6 \right] \cos \psi - \\ & - p_0 \left[(\alpha_2 k x_2 + \alpha_1) e^{kx_2} + (-\alpha_4 k x_2 - \alpha_3) e^{-kx_2} + k \delta_1 \mathcal{J}_5 - k \delta_2 \mathcal{J}_6 \right] \sin \psi \end{aligned} \quad (6.35)$$

$$\mathcal{J}_5 = \left[(\alpha_5 e^{\delta_1 x_2} - \alpha_6 e^{-\delta_1 x_2}) \cos(\delta_2 x_2) + (-\beta_5 e^{\delta_1 x_2} - \beta_6 e^{-\delta_1 x_2}) \sin(\delta_2 x_2) \right] \quad (6.36.a)$$

$$\mathcal{J}_6 = \left[(\beta_5 e^{\delta_1 x_2} - \beta_6 e^{-\delta_1 x_2}) \cos(\delta_2 x_2) + (\alpha_5 e^{\delta_1 x_2} + \alpha_6 e^{-\delta_1 x_2}) \sin(\delta_2 x_2) \right] \quad (6.36.b)$$

$$\begin{aligned} D = k^2(1-2\nu) + (-\delta_1^2 + \delta_2^2 + k^2)\nu; \quad E = 2\nu\delta_1\delta_2; \\ F = (\delta_1^2 - \delta_2^2)(1-\nu) - k^2\nu \end{aligned} \quad (6.37)$$

Considerando as propriedades do solo e onda apresentadas na tabela 4, as distribuições das tensões efetivas e excesso de poropressão induzidas pela onda ao longo da profundidade, para diferentes razões h/L , onde h é a espessura da camada de solo e L o comprimento da onda, podem ser visualizadas na figura 18. A amplitude da pressão da onda sobre a superfície do leito do mar correspondente aos parâmetros utilizados é de 11,72 kPa.

Tabela 4 - Parâmetros utilizados para resposta poroelástica em camada de solo de espessura finita.

Parâmetros do carregamento	Parâmetros do material
$T = 7 \text{ s}$	$\nu = 1/3$
$L = 40 \text{ m}$	$G = 1 \text{ e}4 \text{ kN/m}^2$
$H = 2,75 \text{ m}$	$k_p = 5 \text{ e-}4 \text{ m/s, com } k_{pe}=k_p/\gamma_w$
$d = 3,7 \text{ m}$	

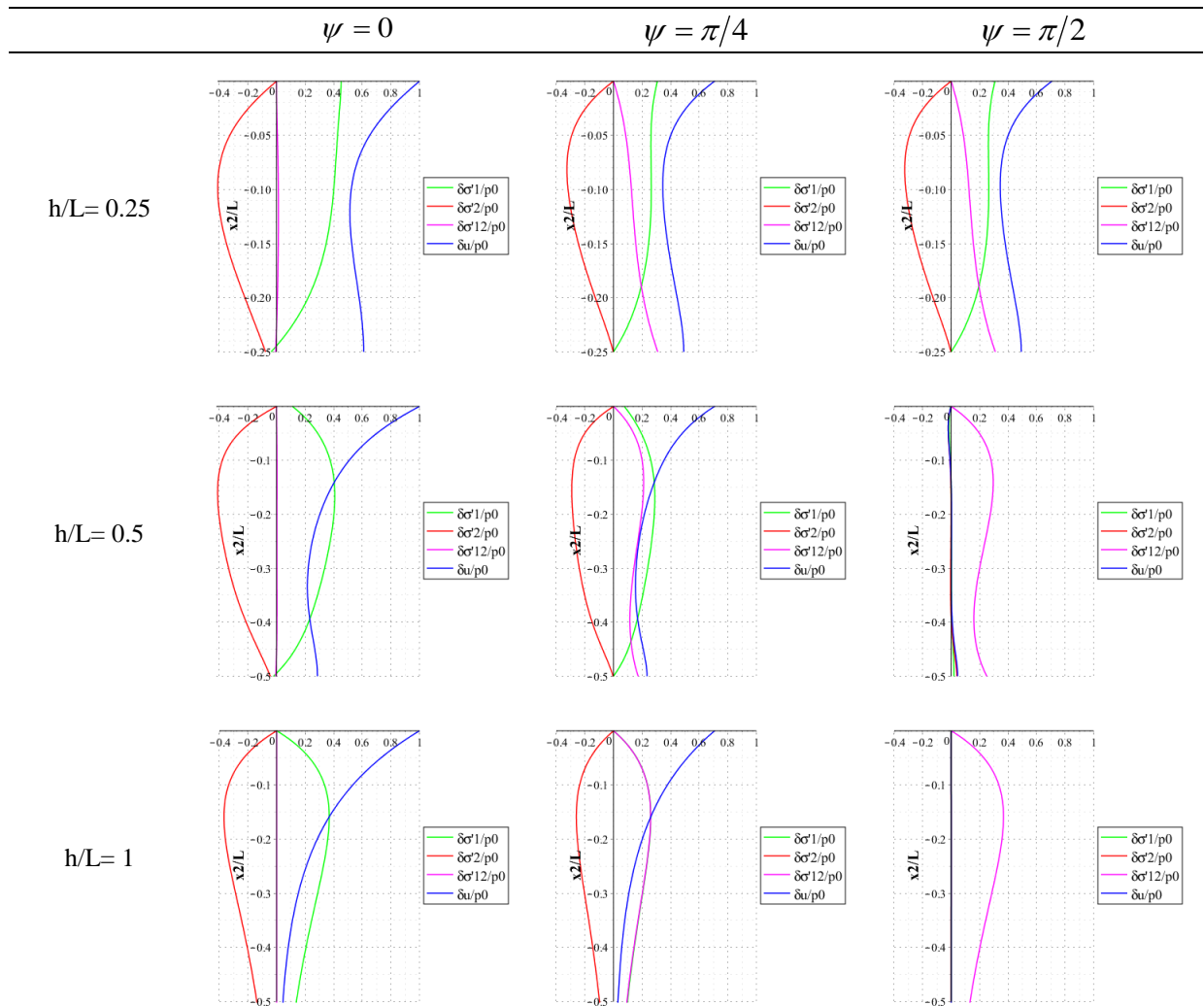


Figura 18 - Variação dos perfis verticais de tensões efetivas e excesso de poropressão induzidos pela onda ao longo da direção horizontal para diferentes razões h/L e valores de ψ .

A figura 19 apresenta em detalhe a variação do excesso de poropressão induzido pela onda, de acordo com a razão h/L adotada. Para traçado dos perfis foi utilizado o valor de ψ que maximiza a expressão para o excesso de poropressão, o qual corresponde às regiões sob as cristas da onda, como $\psi = 0$. Nesta figura estão também apresentados resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990).

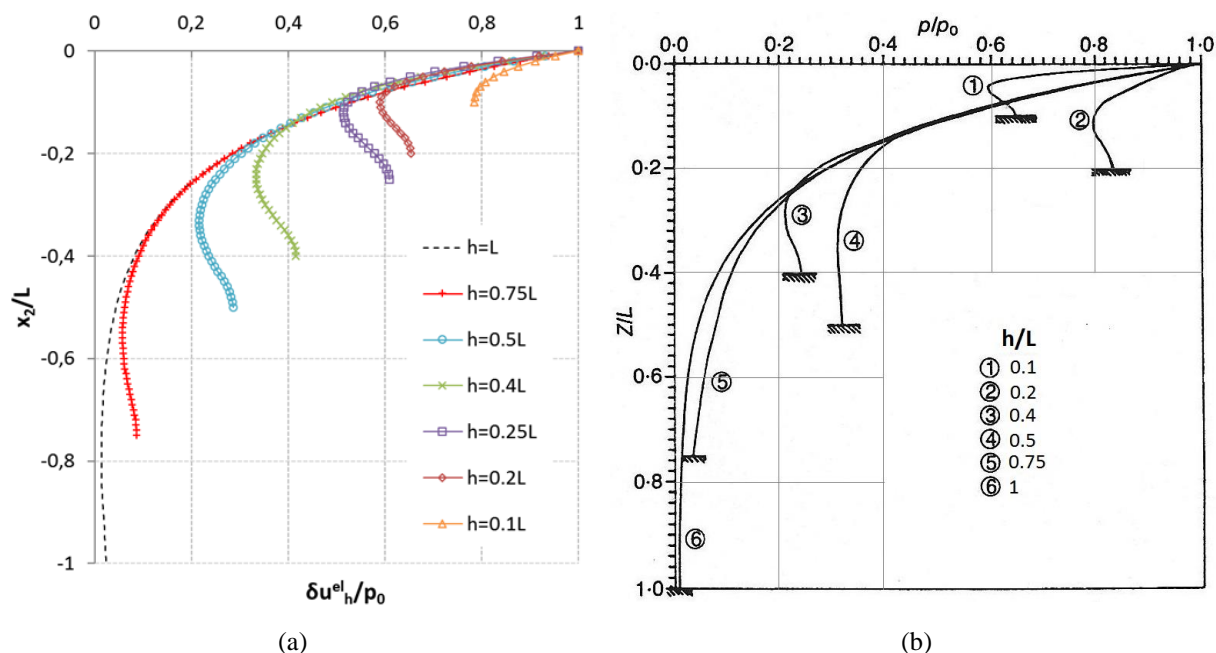


Figura 19 - Excesso de poropressão induzida pela onda, ao longo da profundidade, em camadas de solo com diferentes espessuras h : resultados obtidos analiticamente a partir da formulação proposta por Hsu & Jeng (1994) (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).

Analisando a figura 19.a pode-se observar que a dissipação vertical da poropressão é significativamente influenciada pela espessura da camada de solo. Independente da razão h/L empregada, verifica-se que o valor máximo do excesso de poropressão ocorre na superfície do solo do leito do mar, isto é, em $x_2 = 0$. Para espessuras da camada de solo bastante finas com relação ao comprimento da onda, a poropressão não diminui tão rapidamente. Um aumento da poropressão com a proximidade do substrato impermeável pode também ser observado para razões $0,1 < h/L < 1$. Os resultados para a distribuição do excesso de poropressão obtidos numericamente por Gatmiri (1990) concordam razoavelmente com os obtidos a partir da formulação analítica proposta por Hsu & Jeng (1994). As diferenças qualitativas principais ocorrem quando Gatmiri (1990) infere que os valores do excesso de poropressão para $h/L=0,2$ são maiores do que os valores para $h/L=0,1$ e, os valores do excesso de poropressão para $h/L=0,5$ são maiores do que os valores para $h/L=0,4$.

O gradiente da poropressão, grandeza importante no cálculo da estabilidade em tensões efetivas, fica definido pela seguinte expressão:

$$\underline{\text{grad}}(\delta u_h^{el}) = \frac{P_0}{A} [kf(x_2)\text{sen}\psi + kg(x_2)\text{cos}\psi] \underline{e}_1 - \frac{P_0}{A} [f'(x_2)\text{cos}\psi - g'(x_2)\text{sen}\psi] \underline{e}_2 \quad (6.38)$$

onde $f'(x_2) = \frac{d}{dx_2} f(x_2)$ e $g'(x_2) = \frac{d}{dx_2} g(x_2)$ sendo $f(x_2)$ e $g(x_2)$ apresentados em (6.30.a)

e (6.30.b), respectivamente.

Na figura 20 estão apresentados os campos vetoriais relacionados ao gradiente da poropressão, de acordo com a razão h/L adotada, considerando as propriedades do solo e onda conforme tabela 4 e $t=0$.

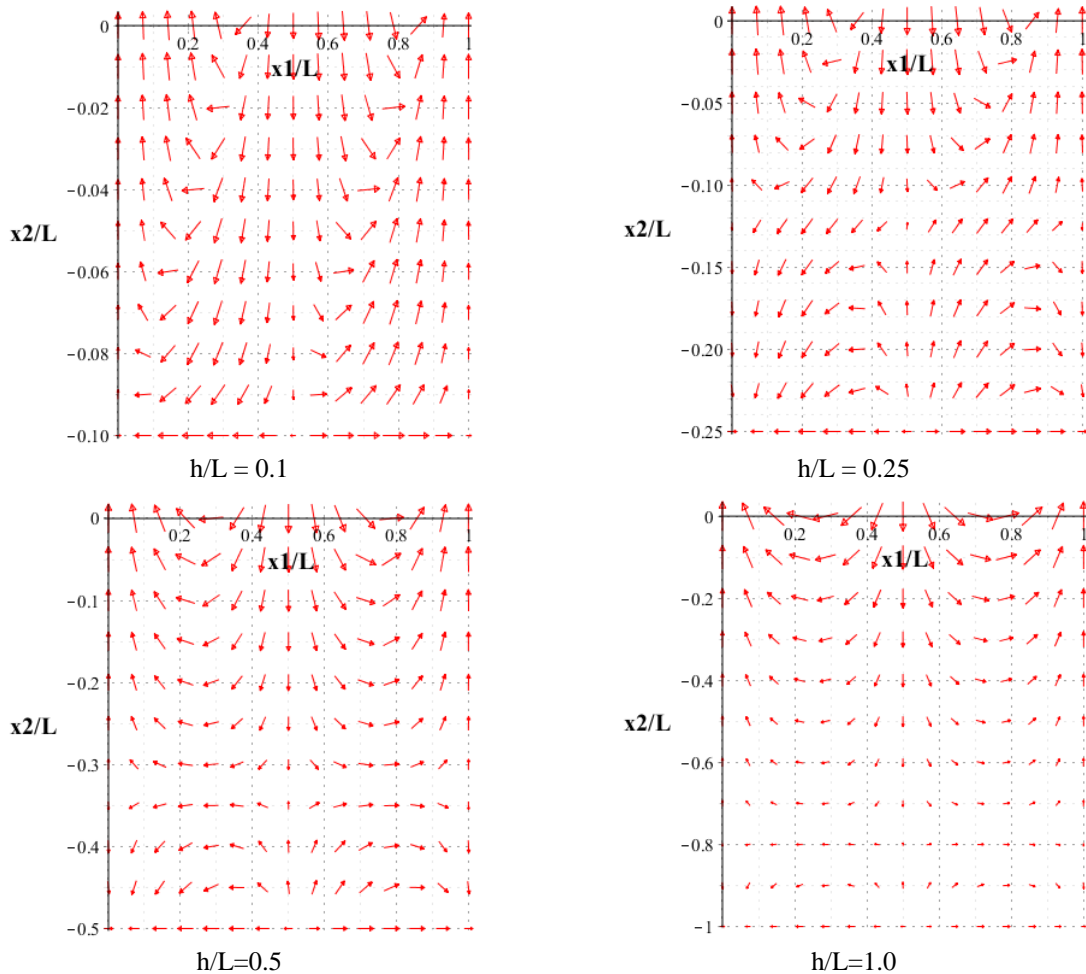


Figura 20 - Campo vetorial relacionado ao gradiente da poropressão considerando-se solo com espessura finita e diferentes razões h/L , em escala log.

Observa-se que a amplitude do gradiente é máxima em $x_2 = 0$ e decresce ao longo da profundidade. Esse comportamento torna-se mais evidente na medida em que h/L aumenta. Nota-se também que o gradiente apresenta direção vertical ascendente com amplitude máxima sob as cristas da onda e direção vertical descendente com amplitude máxima sob os vales da onda. Para $h/L > 0,1$, ao longo da profundidade x_2/L observa-se uma alteração do sentido do

campo vetorial, o que está de acordo com o comportamento crescente do perfil de excesso de poropressão ao aproximar-se do substrato impermeável, identificado na figura 19.

6.2.3 Comparação

O efeito da espessura do solo oceânico sobre a distribuição vertical do excesso de poropressão é considerado. As propriedades da onda e solo utilizadas são as apresentadas nas tabelas 3 e 4. O solo é totalmente saturado e hidraulicamente isotrópico. Na figura 21 estão apresentadas as soluções considerando espessura finita, para diferentes razões h/L e espessura infinita.

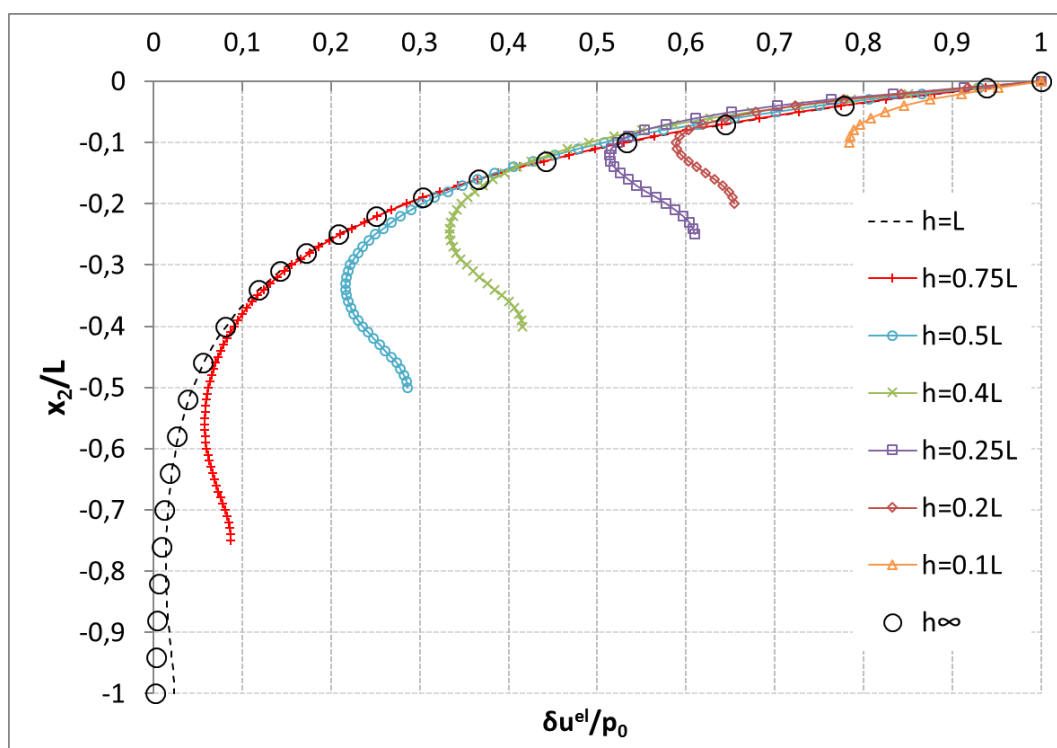


Figura 21 - Distribuição vertical do excesso de poropressão considerando solução para espessura de solo infinita e espessura de solo finita, para diferentes razões h/L .

Observando-se a figura 21 nota-se que a partir de uma espessura limite h/L unitária, a solução para espessura finita aproxima-se significativamente da solução para espessura infinita. Isso significa que se a espessura do solo é maior do que o comprimento característico da onda L , a espessura do solo pode ser considerada teoricamente como infinita, e a solução matemática para o solo de espessura infinita pode ser usada. No entanto se $h/L < 1$, o uso da solução para espessura infinita pode levar a erros na predição do excesso de poropressão induzido pela onda.

A diferença relativa entre o excesso de poropressão obtido considerando camada de solo de espessura infinita e espessura finita $(\delta u_h^{el} - \delta u_\infty^{el})/p_0$, considerando as soluções apresentadas anteriormente e os parâmetros das tabelas 3 e 4 pode ser observada na figura 22.

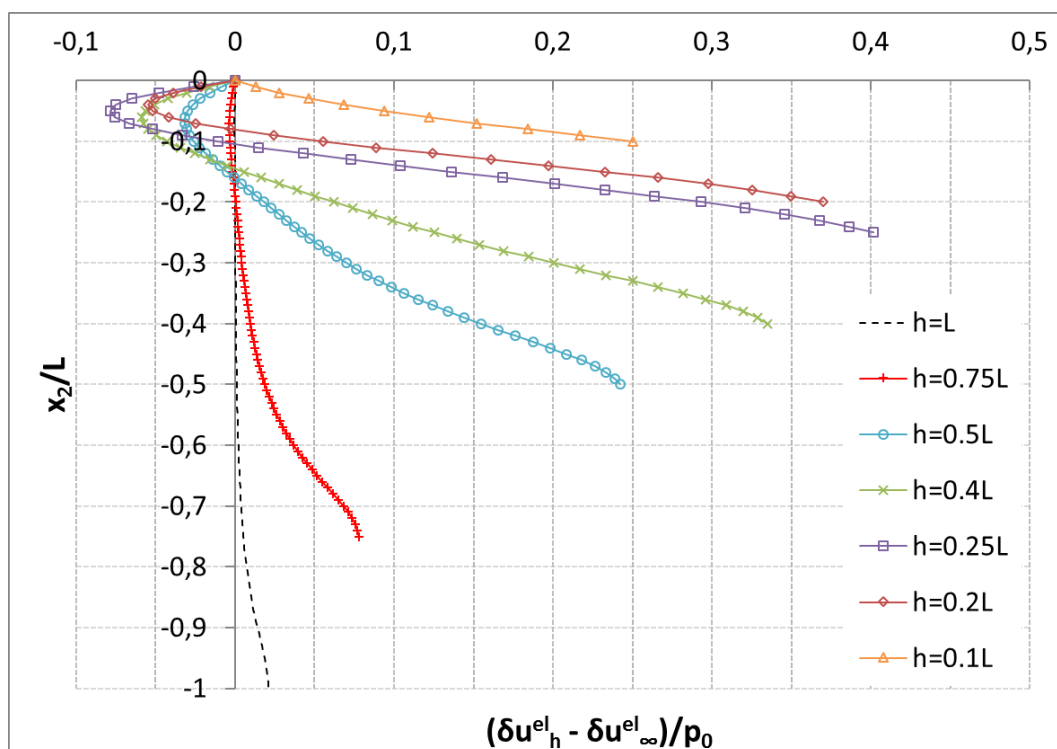


Figura 22 - Diferença relativa no excesso de poropressão calculado com formulações para solo de espessura finita e infinita ao longo da profundidade para diferentes valores da razão h/L .

Observa-se que, para solo totalmente saturado e hidraulicamente isotrópico submetido ao carregamento de uma onda progressiva bidimensional conforme parâmetros apresentados nas tabelas 3 e 4, na região próxima à superfície do leito até uma certa profundidade $x_2/L = x_2/L^*$, onde o símbolo * representa o valor da razão x_2/L para o qual a curva $(\delta u_h^{el} - \delta u_\infty^{el})/p_0$ muda de sinal, a solução para espessura infinita superestima levemente os valores do excesso de poropressão em relação à solução para espessura finita, enquanto que, na região inferior a x_2/L^* , ela subestima consideravelmente os valores do excesso de poropressão na medida em que h/L diminui.

6.3 AMPLITUDE DO CARREGAMENTO DESVIADOR DA ONDA

O conhecimento da amplitude do carregamento desviador da onda $\bar{\tau}$ é de fundamental importância para o cálculo do excesso de poropressão de origem irreversível induzido pela onda, como será mostrado no capítulo 7. Essa grandeza é definida pela raiz do segundo invariante do tensor desviador do tensor de tensões elásticas induzido pela onda, isto é:

$$\bar{\tau} = \sqrt{J_2(\underline{\delta\sigma}^{el})} = \sqrt{I_2(\underline{s}(\underline{\delta\sigma}^{el}))} \quad (6.39)$$

Para o cálculo da $\sqrt{J_2}$ adota-se a seguinte expressão:

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{-(s_{11}s_{22} + s_{11}s_{33} + s_{33}s_{22}) + s_{12}^2 + s_{13}^2 + s_{23}^2} \quad (6.40)$$

onde s_{ii} e s_{ij} são as componentes do tensor de tensões desviadoras do tensor de tensões elásticas induzido pela onda:

$$\underline{s} = \underline{\delta\sigma}^{el} - \frac{1}{3}tr(\underline{\delta\sigma}^{el}) \quad (6.41)$$

Como foi visto nas seções anteriores, as componentes do tensor de tensões elásticas induzido pela onda dependem da espessura da camada de solo.

6.3.1 Espessura da camada de solo infinita

Para o carregamento da onda sobre a superfície da camada de solo dado por (3.35.a) o excesso de poropressão poroelástica induzida pela onda foi definido em (6.22) e as componentes do tensor de tensões efetivas poroelásticas induzidas pela onda $\underline{\delta\sigma}^{el}$ foram apresentadas em (6.23).

A expressão para tensão efetiva de Terzagui $\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + u\underline{1}$ permite encontrar o tensor de tensões totais induzidas pela onda $\underline{\delta\sigma}^{el}$, sendo suas componentes dadas por:

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{11}^{el} &= p_0 e^{kx_2} \cos(\psi)(-kx_2 - 1) \\ \delta\sigma_{22}^{el} &= p_0 e^{kx_2} \cos(\psi)(kx_2 - 1) \\ \delta\sigma_{12}^{el} &= -p_0 kx_2 e^{kx_2} \sin(\psi) \\ \delta\sigma_{33}^{el} &= -p_0 e^{kx_2} \cos(\psi) \\ \delta\sigma_{13}^{el} &= \delta\sigma_{23}^{el} = 0 \end{aligned} \quad (6.42)$$

E o traço de $\underline{\delta\sigma}^{el}$ é dado por:

$$\text{tr}(\delta\underline{\underline{\sigma}}^{el}) = -3p_0 e^{kx_2} \cos(\psi) = -3\delta u^{el} \quad (6.43)$$

O tensor de tensões desviadoras do tensor $\delta\underline{\underline{\sigma}}^{el}$ fica definido pelas componentes:

$$\begin{aligned} s_{11} &= -p_0 k x_2 e^{kx_2} \cos(\psi) \\ s_{22} &= k x_2 p_0 e^{kx_2} \cos(\psi) \\ s_{12} &= -p_0 k x_2 e^{kx_2} \sin(\psi) \\ s_{33} &= s_{13} = s_{23} = 0 \end{aligned} \quad (6.44)$$

As quais são idênticas às componentes do tensor $\delta\underline{\underline{\sigma}}^{el}$.

Assim, o termo $\sqrt{J_2}$ fica definido da seguinte forma:

$$\sqrt{J_2} = -(s_{11}s_{22}) + s_{12}^2 \quad (6.45)$$

$$\sqrt{J_2} = p_0 k |x_2| \exp(kx_2) \quad (6.46)$$

Na figura 23 está apresentada a distribuição vertical da amplitude do carregamento da onda $\sqrt{J_2}$, considerando-se os parâmetros apresentados na tabela 3. Nesta figura está também apresentado o perfil obtido por Gatmiri (1990), nas mesmas condições. Os resultados apresentados são praticamente iguais, podendo-se verificar que o valor máximo da amplitude do carregamento da onda ocorre em aproximadamente $x_2 = 0,16L$ e vale aproximadamente $0,37p_0$.

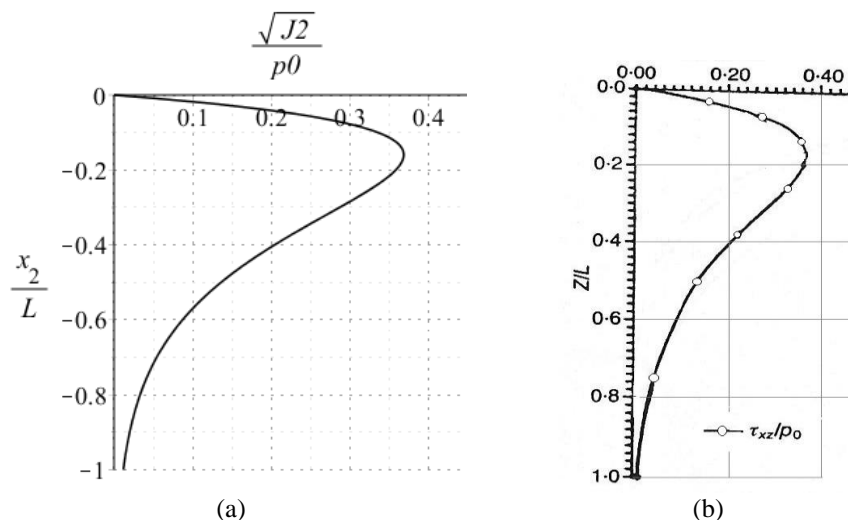


Figura 23 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda, calculado considerando a resposta poroelástica para espessura do solo infinita (a) e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990) (b).

6.3.2 Espessura da camada de solo finita

Para um carregamento da onda sobre a superfície da camada de solo dado por (3.35.a) o excesso de poropressão poroelástica induzida pela onda foi definido em (6.29) e as componentes do tensor de tensões efetivas poroelásticas induzidas pela onda $\underline{\underline{\delta\sigma}}^{el}$ foram apresentadas em (6.33-6.35).

A expressão para tensão efetiva de Terzagui $\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + u\underline{\underline{1}}$ permite encontrar o tensor de tensões totais induzidas pela onda $\underline{\underline{\delta\sigma}}^{el}$, sendo suas componentes dadas por:

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{11h}^{el} = & \\ & \frac{p_0}{A} \left[A \left[(-\alpha_2(kx_2 + 1) - \alpha_1)e^{kx_2} + (-\alpha_4(kx_2 - 1) - \alpha_3)e^{-kx_2} \right] + \right] \cos\psi + \\ & \frac{p_0}{A} \left[A \left[(\beta_2(kx_2 + 1) + \beta_1)e^{kx_2} + (\beta_4(kx_2 - 1) + \beta_3)e^{-kx_2} \right] + \right] \sin\psi + \\ & \left[+ (-D - B)\mathcal{F}_1 + (-E + C)\mathcal{F}_2 \right] \end{aligned} \quad (6.47)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{22h}^{el} = & \\ & \frac{p_0}{A} \left[A \left[(\alpha_2(kx_2 - 1) + \alpha_1)e^{kx_2} + (\alpha_4(kx_2 + 1) + \alpha_3)e^{-kx_2} \right] + \right] \cos\psi + \\ & \frac{p_0}{A} \left[A \left[(-\beta_2(kx_2 - 1) - \beta_1)e^{kx_2} + (-\beta_4(kx_2 + 1) - \beta_3)e^{-kx_2} \right] + \right] \sin\psi + \\ & \left[+ (F - B)\mathcal{F}_1 + (-C + C)\mathcal{F}_2 \right] \end{aligned} \quad (6.48)$$

$$\delta\sigma_{12h}^{el} = \delta\sigma'_{12h} \quad (6.49)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{33h}^{el} = & -\frac{p_0}{A} \left[A \left(\alpha_2 e^{kx_2} - \alpha_4 e^{-kx_2} \right) + B\mathcal{F}_1 - C\mathcal{F}_2 \right] \cos\psi - \\ & -\frac{p_0}{A} \left[-A \left(\beta_2 e^{kx_2} - \beta_4 e^{-kx_2} \right) - B\mathcal{F}_2 - C\mathcal{F}_1 \right] \sin\psi \end{aligned} \quad (6.50)$$

$$\delta\sigma_{13h}^{el} = \delta\sigma_{23h}^{el} = 0 \quad (6.51)$$

onde os termos A; B; C; D; E; F; \mathcal{F}_1 ; \mathcal{F}_2 foram anteriormente definidos.

O traço de $\underline{\underline{\delta\sigma}}^{el}$ é dado por:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\underline{\underline{\delta\sigma}}^{el}) = \frac{p_0}{A} \left[A[-3\alpha_2 e^{kx_2} + 3\alpha_4 e^{-kx_2}] + (-D - 3B + F)\mathcal{F}_1 + \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[3\beta_2 e^{kx_2} - 3\beta_4 e^{-kx_2}] + (-E + 2B)\mathcal{F}_1 + \right] \text{sen}\psi \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(-E + 2C)\mathcal{F}_2] \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(D + 2C - F + B)\mathcal{F}_2] \right] \text{sen}\psi \end{aligned} \quad (6.52)$$

O tensor de tensões desviadoras do tensor $\underline{\underline{\delta\sigma}}^{el}$ fica definido pelas componentes:

$$\begin{aligned} s_{11} = \\ \frac{p_0}{A} \left[A[(-\alpha_2 kx_2 - \alpha_1)e^{kx_2} + (-\alpha_4 kx_2 - \alpha_3)e^{-kx_2}] + \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(\beta_2(kx_2) + \beta_1)e^{kx_2} + (\beta_4(kx_2) + \beta_3)e^{-kx_2}] + \right] \text{sen}\psi \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(-2D/3 - F/3)\mathcal{F}_1 + (-2/3E + 1/3C)\mathcal{F}_2] \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(-2/3E + 1/3B)\mathcal{F}_1 + (2/3D + 1/3C + F/3 - B/3)\mathcal{F}_2] \right] \text{sen}\psi \end{aligned} \quad (6.53)$$

$$\begin{aligned} s_{22} = \\ \frac{p_0}{A} \left[A[(\alpha_2(kx_2) + \alpha_1)e^{kx_2} + (\alpha_4(kx_2) + \alpha_3)e^{-kx_2}] + \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(-\beta_2(kx_2) - \beta_1)e^{kx_2} + (-\beta_4(kx_2) - \beta_3)e^{-kx_2}] + \right] \text{sen}\psi \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(2/3F + D/3)\mathcal{F}_1 + (-2/3C + E/3)\mathcal{F}_2] \right] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} \left[A[(-C + 1/3B + E/3)\mathcal{F}_1 + (-2/3F + 1/3C - D/3 - B/3)\mathcal{F}_2] \right] \text{sen}\psi \end{aligned} \quad (6.54)$$

$$\begin{aligned} s_{33} = \frac{p_0}{A} [(D/3 - F/3)\mathcal{F}_1 + (C/3 + E/3)\mathcal{F}_2] \cos\psi + \\ + \frac{p_0}{A} [(B/3 + E/3)\mathcal{F}_2 + (C/3 - D/3 + F/3 - B/3)\mathcal{F}_1] \text{sen}\psi \end{aligned} \quad (6.55)$$

$$\begin{aligned} s_{12} = -p_0 [(\beta_2 kx_2 + \beta_1)e^{kx_2} + (-\beta_4 kx_2 - \beta_3)e^{-kx_2} + k\delta_2 \mathcal{F}_5 + k\delta_1 \mathcal{F}_6] \cos\psi - \\ - p_0 [(\alpha_2 kx_2 + \alpha_1)e^{kx_2} + (-\alpha_4 kx_2 - \alpha_3)e^{-kx_2} + k\delta_1 \mathcal{F}_5 - k\delta_2 \mathcal{F}_6] \text{sen}\psi \end{aligned} \quad (6.56)$$

$$s_{13} = s_{23} = 0 \quad (6.57)$$

Assim, o termo $\sqrt{J_2}$ fica definido da seguinte forma,

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{-(s_{11}s_{22} + s_{11}s_{33} + s_{33}s_{22}) + s_{12}^2} \quad (6.58)$$

Com relação a variável ψ , considera-se que o valor máximo da amplitude de cisalhamento $\sqrt{J_2}$ acontece para $\psi = \pi/2$, isto é, sob os nós da onda (Gatmiri, 1989).

Na figura 24 estão apresentadas as distribuições verticais da amplitude do carregamento da onda $\sqrt{J_2}$, para diferentes razões h/L , considerando-se os parâmetros apresentados na tabela 4. Nesta figura também estão apresentados os perfis obtidos numericamente por Gatmiri (1990).

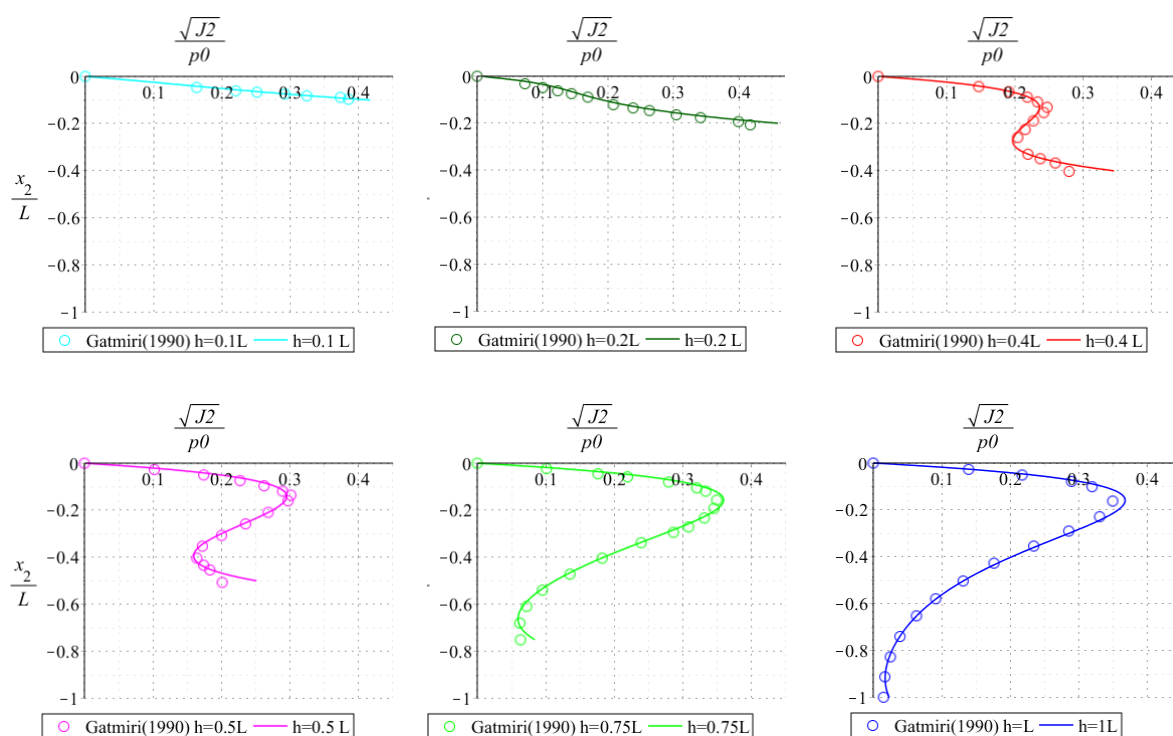


Figura 24 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda, calculado considerando a resposta poroelástica para espessura do solo finita, com diferentes razões h/L e resultados obtidos numericamente por Gatmiri (1990).

A tabela 5 apresenta os valores máximos da amplitude da tensão cisalhante normalizada pela amplitude da pressão da onda, obtidas no presente trabalho, de acordo com a razão h/L adotada, e a profundidade de sua ocorrência.

Tabela 5 - Valores máximos do termo $\sqrt{J_2}/p_0$, de acordo com razão h/L .

h/L	0,1	0,2	0,4	0,5	0,75	1,0
$\left[\sqrt{J_2}/p_0\right]_{\text{máx}}$	0,416	0,459	0,345	0,295	0,359	0,367
x_2/L	-0,1	-0,2	-0,4	-0,14	-0,16	-0,16

Analisando a figura 24 e a tabela 5, observa-se que, para espessuras da camada de solo $h \leq 0,4L$, o valor máximo da amplitude da tensão cisalhante ocorre na interface com o substrato impermeável, mas na medida em que a espessura do solo aumenta, a tensão cisalhante nesta região diminui, tendendo a anular-se. Para as espessuras mais finas, a variação do excesso de propressão em função da profundidade é aproximadamente linear. Para os casos nos quais $h > 0,4L$ a tensão cisalhante aumenta no entorno da profundidade relativa $x_2/L \approx 0,16$ com o

aumento da espessura da camada de solo e alcança o valor máximo previsto pela solução para espessura da camada de solo infinita (aproximadamente $0,37p_0$) quando h se torna maior que $0,75L$. Com a aproximação da base impermeável, um aumento na tensão cisalhante é observado. O efeito da presença desta base rígida e impermeável sobre as tensões cisalhantes diminui gradualmente com o aumento da espessura da camada de solo e torna-se negligenciável para espessuras da camada de solo maiores que o comprimento da onda.

Finalmente, a figura 25 apresenta as distribuições verticais da amplitude máxima do carregamento desviador da onda obtidas no presente trabalho considerando espessura da camada de solo infinita e finita. A influência da espessura da camada de solo sobre os valores é evidente. Estas informações serão necessárias para o cálculo do excesso de poropressão irreversível, como será visto no capítulo 7.

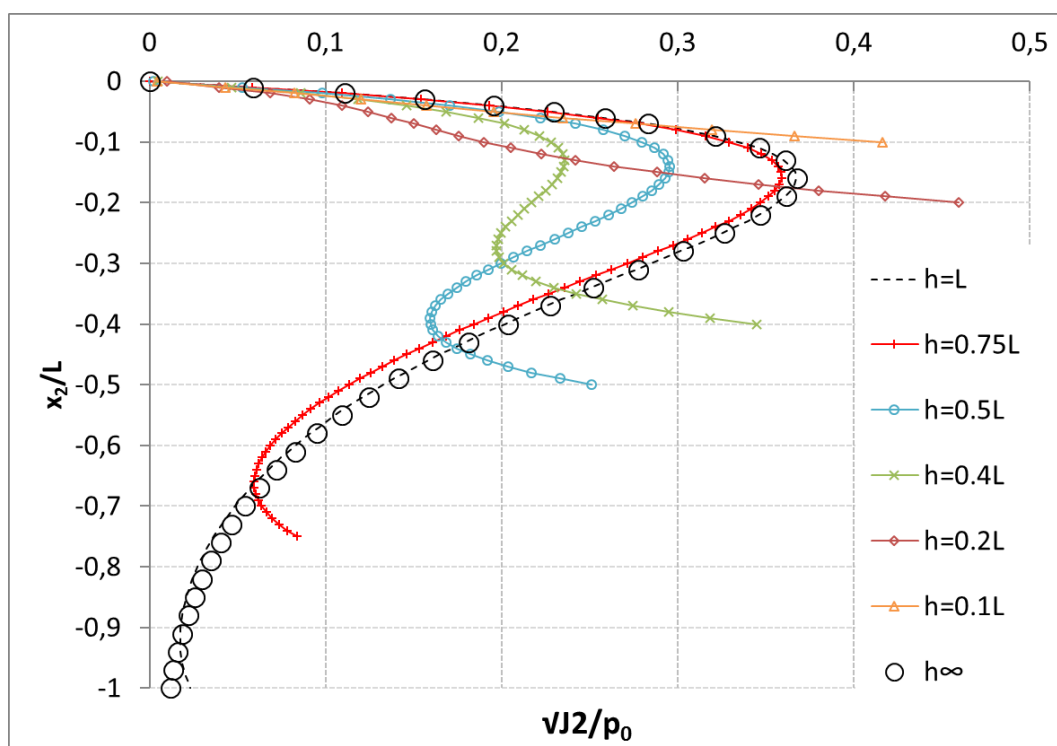


Figura 25 - Distribuição vertical da amplitude máxima do carregamento desviador da onda calculada considerando a resposta poroelástica para espessura h do solo infinita e finita – comparação.

7 A RESPOSTA EM POROPRESSÃO DE ORIGEM IRREVERSÍVEL INDUZIDA PELA ONDA

7.1 O PROBLEMA DA POROPRESSÃO DE ORIGEM IRREVERSÍVEL

A pressão exercida pela onda sobre a face superior do maciço submarino é equilibrada por campos cíclicos de tensões e de pressão intersticial. Em razão da contractância das areias, ou seja, da tendência a se densificar quando submetidas a um estado de tensões desviadoras cíclicas, ocorre em geral a acumulação de excesso de poropressões no maciço.

Para avaliação do excesso de poropressão irreversível induzido pela onda empregou-se primeiramente o modelo proposto por Rahman & Jaber (1986). A análise dos resultados obtidos indicou a necessidade de utilizar um modelo mais adequado. E então o modelo proposto por Dormieux (1989) foi empregado. Para geração dos resultados, a partir dos modelos supracitados, utilizou-se o mesmo conjunto de parâmetros caracterizadores do material do maciço de solo; carregamento da onda e geometria do problema, os quais estão apresentados a seguir.

7.1.1 Caracterização do material, carregamento e geometria do problema em estudo

O carregamento da onda sobre a superfície da camada de solo é dado pela expressão (3.35.a), onde a amplitude do carregamento p_0 dada pela expressão (3.36) depende de d , $L(d)$ e $H(d)$. Sendo d a distância entre o nível de água médio e a superfície da camada de solo; $L(d)$ o comprimento de onda que é função de d e foi definido em (3.39) e $H(d)$ a altura da onda que também depende do parâmetro d e foi definida em (3.40).

Parâmetros de referência utilizados para caracterização do material granular, do carregamento da onda e da geometria do maciço estão apresentados na tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros utilizados.

Material	Carregamento	Geometria
$\nu = 1/3$		
$c_v = 0,001\text{m}^2/\text{s}$		
$\bar{K}_0 = 1$	$H_0/L_0 = 0,06$	
$\bar{\alpha} = 0,0023$	$T = 10\text{s}$	$d = 15\text{m}$
$\bar{\beta} = 6,644$		
$\bar{\kappa} = 0,005$		
$\gamma' = 10\text{kN}/\text{m}^3$		

Considerando os parâmetros do carregamento e utilizando as expressões (3.39); (3.40) e a profundidade da superfície do leito do mar com relação ao nível médio da água, d , obtém-se os parâmetros da onda apresentados na tabela 7.

Tabela 7 - Parâmetros da onda utilizados, obtidos a partir dos parâmetros de carregamento e geometria apresentados na tabela 7.1.

d [m]	$L(d)$ [m]	$H(d)$ [m]
15	108,9815	8,7598

Observa-se que para o conjunto de parâmetros apresentados a amplitude do carregamento da onda vale $p_0=31,333\text{kN}/\text{m}^2$.

7.2 APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR RAHMAN & JABER (1986)

7.2.1 Embasamento do modelo

A aplicação de tensões cisalhantes cíclicas a um sistema particular causa uma diminuição progressiva do volume devido aos deslizamentos nos contatos intergranulares. Para uma massa de solo saturado, durante um ciclo de tensão cisalhante aplicada, existirá uma tendência de redução de certa quantidade de volume. Uma parte desta redução de volume ocorrerá em condição drenada. A parte restante irá se manifestar como um aumento da poropressão. A aplicação de muitos ciclos de tensões irá causar uma acumulação da poropressão. Para certas faixas de densidade, o aumento na poropressão a cada ciclo pode ser significativamente alto. Esse aumento na poropressão do fluido vai reduzir as tensões efetivas e então as forças de atrito na fase sólida do solo.

Neste modelo, que tem por base os estudos apresentados em Seed et al. (1976) e Seed & Rahman (1978), a variação da poropressão durante um passo de tempo é dada por dois processos simultâneos: (I) geração de poropressão causada pela ação cíclica das tensões cisalhantes (informação obtida de ensaios não-drenados); e (II) dissipação de poropressão causada pelo fluxo.

7.2.1.1 Dissipação da poropressão causada pelo fluxo

A equação de difusão unidimensional que relaciona as deformações do esqueleto e excesso de poropressões é dada a partir de (5.89) por:

$$tr \underline{\dot{\epsilon}} = \frac{k_p}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \quad (7.1)$$

onde k_p é a constante de permeabilidade com unidade $\left[\frac{m}{s}\right]$, sendo válida a relação $k_{pe} = \frac{k_p}{\gamma_w}$, com k_{pe} em $\left[\frac{m^3}{kN} \cdot \frac{m}{s}\right]$ e γ_w em $\left[\frac{kN}{m^3}\right]$.

7.2.1.2 Geração de poropressão causada pela ação cíclica das tensões cisalhantes

Durante um intervalo de tempo Δt , a variação de poropressão em um volume elementar de solo é representada por Δu . Se $\dot{\psi}_p$ representa a função que fornece a taxa de geração de poropressão devido à ação das tensões cisalhantes cíclicas sob condições não drenadas, a variação da poropressão devido ao processo de dissipação durante o mesmo intervalo de tempo será $(\dot{\psi}_p \Delta t - \Delta u)$.

Considera-se que o aumento da poropressão causado pela ação da tensão cisalhante cíclica (sob condições não drenadas) ocorre sob tensão hidrostática total média constante e é devido apenas a um rearranjo das partículas em um volume de solo elementar. Então a variação de volume pode ser assumida como sendo causada unicamente pela mudança da tensão hidrostática efetiva, produzida pela dissipação da poropressão no elemento de solo. Então:

$$tr \underline{\dot{\epsilon}} = m_v \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \dot{\psi}_p \right) \quad (7.2)$$

onde m_v é o coeficiente de compressibilidade volumétrica.

Combinando (7.1) e (7.2):

$$k_{pe} \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = m_v \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \dot{\psi}_p \right) \quad \rightarrow \quad c_v \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \dot{\psi}_p \quad (7.3)$$

onde c_v é o coeficiente de consolidação.

7.2.1.3 Taxa de geração da poropressão

A poropressão gerada durante experimentos laboratoriais (DeAlba et al., 1976) pode ser escrita aproximadamente como (Seed et al., 1976):

$$\frac{\psi_p}{\sigma_0'} = \frac{2}{\pi} \arcsin \left(\frac{N}{N_l} \right)^{1/2\alpha'} \quad (7.4)$$

onde:

- ψ_p é o excesso de poropressão gerado;
- σ_0' é a amplitude da tensão efetiva vertical inicial;
- N é o número de ciclos de tensão cisalhante;
- N_l é o número de ciclos de tensão cisalhante requerido para produzir liquefação inicial (isto é, $\psi_p/\sigma_0' = 1$) e
- α' é uma constante empírica.

A relação entre ψ_p/σ_0' e N/N_l é influenciada por vários fatores, tais como: densidade relativa, tensão, histórico de drenagem, material, etc. Uma relação constitutiva geral incorporando todos esses fatores não está disponível. Na equação (7.4), a constante α' fornece flexibilidade para simular alguns desses efeitos aproximadamente. Uma variação linear entre ψ_p/σ_0' e N/N_l é considerada uma aproximação razoável (consistente com a natureza da análise simplificada deste estudo) e pode ser escrita como:

$$\frac{\psi_p}{\sigma_0'} = \frac{N}{N_l} \quad (7.5)$$

Observa-se que quando $N = N_l$, isto é, o número de ciclos alcança o número de ciclos necessário para liquefação, ocorre o fenômeno de liquefação e $\psi_p = \sigma_0'$, ou seja, o excesso de poropressão gerado é igual à tensão efetiva média inicial. Para considerar a taxa de geração de poropressão real, pode tornar-se necessário usar um método numérico de análise, como proposto por Seed & Rahman (1978). De acordo com dados disponíveis (DeAlba, 1976) pode

ser dito que o efeito desta aproximação é de superestimar a poropressão no caso de areias com baixa densidade relativa e subestimar a poropressão para areias com alta densidade e areais com cascalhos. A taxa de geração de poropressão $\dot{\psi}_p$ pode ser escrita como:

$$\dot{\psi}_p = \frac{\partial \psi_p}{\partial t} = \frac{\partial \psi_p}{\partial N} \cdot \frac{\partial N}{\partial t} = \sigma_0' \left(\frac{1}{N_l} \right) \frac{1}{T} \quad (7.6)$$

onde considerou-se a relação $N = t/T$.

A relação entre N e a taxa de tensão cisalhante cíclica $\bar{\tau}/\sigma_0'$ é estabelecida a partir de estudos experimentais com areais submetidas a tensões cíclicas. Uma relação empírica (Facciolo, 1973) foi desenvolvida ajustando uma curva à resistência cíclica observada durante ensaios de cisalhamento cíclico, a equação desta curva é dada por:

$$\frac{\bar{\tau}}{\sigma_0' D_r} = \bar{a} N_l^{-\bar{b}} \quad (7.7)$$

onde:

- $\bar{\tau}$ é a amplitude da tensão cisalhante cíclica;
- σ_0' é a amplitude da tensão efetiva vertical inicial, dada por (Rahman&Jaber, 1986):

$$\sigma_0' = \gamma' |x_2| \quad (7.8)$$

onde γ' é o peso específico submerso do solo;

- D_r é a densidade relativa da areia;
- \bar{a} e \bar{b} são parâmetros específicos do material.

Considerando-se areias saturadas de densidade relativa entre 30 e 70%, Faccioli (1973) propõe os seguintes valores típicos para os parâmetros $\bar{a}=0.48$ e $\bar{b}=0.2$. É importante notar que muitos fatores, além da densidade relativa, reconhecidamente afetam o comportamento de liquefação de areias sem coesão. Então, sempre que possível os valores dos parâmetros \bar{a} e \bar{b} devem ser avaliados a partir de testes de laboratório com a areia em estudo. Adicionalmente, cabe salientar que nesta relação a densidade relativa D_r e a taxa de cisalhamento cíclico $\bar{\tau}/\sigma_0'$ são constantes.

Combinando as equações (7.6) e (7.7), a taxa de geração de poropressão pode ser escrita como:

$$\dot{\psi}_p = \sigma_0' \left(\frac{\bar{\tau}}{\bar{a} \sigma_0' D_r} \right)^{1/\bar{b}} \frac{1}{T} \quad (7.9)$$

Substituindo a amplitude da tensão cisalhante cíclica induzida pela onda, para espessura de solo infinita, conforme expressão (6.46); a amplitude da pressão da onda sobre o leito, conforme expressão (3.36), e a definição de σ_0' (7.8) na expressão acima obtém-se a expressão (7.11):

$$\bar{\tau} = \sqrt{J_2(\delta u_\infty^{el})} = p_0 k |x_2| e^{kx_2} \quad p_0 = \frac{\gamma_w H}{2 \cosh(kd)} \quad (7.10)$$

$$\dot{\psi}_p = \frac{\gamma'}{T} |x_2| c e^{rx_2} \quad , \quad (x_2 \leq 0) \quad (7.11)$$

onde

$$c = \left(\frac{\gamma_w \pi}{\gamma' D_r \bar{a}} \right)^{1/\bar{b}} \left(\frac{H/L}{\cosh(kd)} \right)^{1/\bar{b}} \quad (7.12)$$

$$r = \frac{k}{b} \quad (7.13)$$

sendo $k = 2\pi/L$ e γ' o peso específico do solo submerso. O termo H/L deve obedecer a condição de não-quebra da onda.

Observa-se que a taxa de geração de poropressão (que constitui o termo fonte da equação de difusão) não varia no tempo.

7.2.2 Equações do modelo

Combinando as equações (7.3) e (7.11), a equação que governa a poropressão de origem irreversível pode ser escrita como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\gamma'}{T} |x_2| c e^{rx_2} \quad (7.14)$$

onde:

- c_v é o coeficiente de consolidação do solo;
- x_2 é a coordenada vertical, com $x_2 \leq 0$;
- T é o período da onda;

- γ' é o peso específico do solo submerso;
- os termos c e r são dados por:

$$c = \left(\frac{\gamma_w \pi}{\gamma' D_r \bar{a}} \right)^{1/\bar{b}} \left(\frac{H/L}{\cosh(kd)} \right)^{1/\bar{b}} \quad (7.12 \text{ cópia})$$

$$r = \frac{k}{\bar{b}} \quad (7.13 \text{ cópia})$$

onde:

- D_r é a densidade relativa do solo;
- γ_w/γ' é a razão entre o peso específico da água e o peso específico submerso do solo;
- H é a altura da onda;
- L é o comprimento de onda,
- $k = 2\pi/L$ é o número de onda;
- d é a profundidade do leito do mar com relação ao nível de água parada;
- \bar{a} e \bar{b} são parâmetros do modelo.

7.2.2.1 Condições de contorno

A condição de contorno inicial compreende poropressão irreversível nula no instante inicial $t=0$:

$$u(x_2, t = 0) = 0 \quad (7.15)$$

Na superfície da camada de solo, isto é, em $x_2 = 0$, a poropressão de origem irreversível é nula:

$$u(x_2 = 0, t) = 0 \quad (7.16)$$

E no fundo da camada de solo, isto é, em $x_2 = -h$, o fluxo de poropressão de origem irreversível é nulo, ou seja o substrato é considerado impermeável:

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_2 = -h, t) = 0 \quad (7.17)$$

7.2.2.2 Modelo numérico

Para solução do problema (7.14-7.17), isto é, da equação diferencial parcial não homogênea unidimensional, também chamada de equação de difusão não homogênea unidimensional foram utilizados dois procedimentos: o primeiro, uma rotina de cálculo analítico baseada na partição da solução do problema em uma parte variável e outra estacionária (Articolo, 2009), implementada no software simbólico Maple; e o segundo, utilizando diretamente o pacote numérico do software Maple. Os procedimentos de cálculo utilizados levaram aos mesmos resultados.

7.2.3 Resultados numéricos

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos utilizando-se os parâmetros para caracterização do material, carregamento e geometria do problema descritos na seção 7.1 e os parâmetros específicos do modelo conforme tabela 8.

Tabela 8 - Parâmetros de cálculo específicos necessários para modelo de Rahman & Jaber (1986).

Parâmetros relacionados ao material
$D_r = 0,7;$
$\gamma'/\gamma_w = 1;$
$\bar{a} = 0,64; \quad \bar{b} = 0,168$

onde os valores dos parâmetros \bar{a} e \bar{b} relacionados às características do solo foram ajustados para aproximação das curvas.

A figura 26 apresenta os perfis da sobrepressão intersticial de origem irreversível obtidos no maciço, considerando espessura da camada de solo $h = -L$, onde L é o comprimento da onda, resultantes de diferentes ciclos de carregamentos $N = t/T$, onde t o tempo de análise e T o período da onda. Nesta figura estão também apresentados os perfis da pressão intersticial irreversível obtidos por Dormieux (1989), cujo modelo será descrito na próxima seção, considerando os mesmos valores dos parâmetros apresentados na seção 7.1.

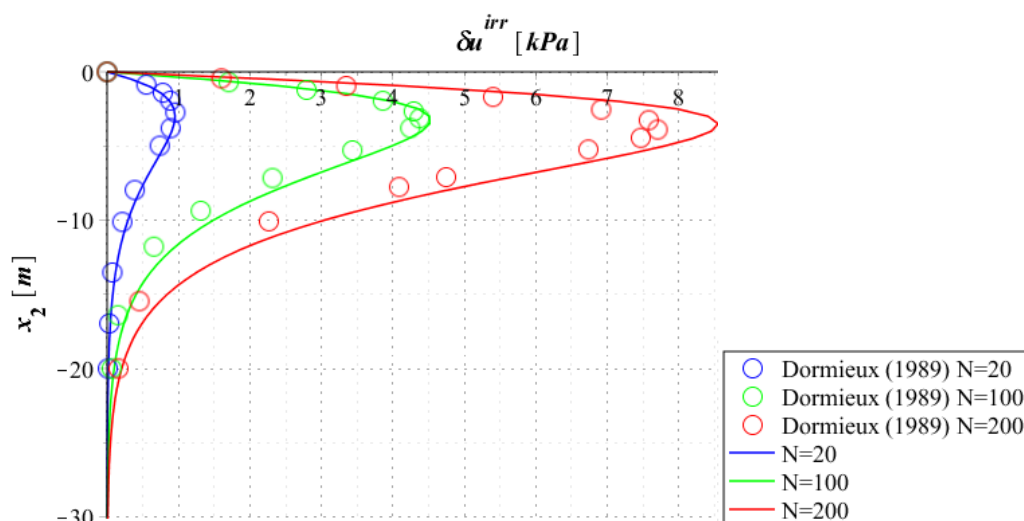


Figura 26 - Perfis de excesso de poropressão de origem irreversível no interior do maciço, de acordo com o número de ciclos “N” do carregamento, obtidos no presente trabalho utilizando o modelo com termo fonte constante e resultados apresentados por Dormieux (1989).

Para os parâmetros D_r , \bar{a} e \bar{b} utilizados uma boa concordância com os resultados de Dormieux (1989) foi obtida para $N = 20$. Observa-se que na medida em que o número de ciclos do carregamento aumenta, aumenta a diferença entre os perfis de excesso de poropressão irreversível obtidos.

A figura 27 apresenta perfis da sobrepressão irreversível para diferentes números de ciclo e o perfil da amplitude da tensão efetiva média inicial σ_0' , definida conforme expressão (7.8). Relembrando a equação (7.5), quando o fenômeno de liquefação inicial acontece $N = N_l$ e $\delta u = \sigma_0'$. Ampliando-se a região limitada pelo contorno tracejado na figura 27.a, observa-se que a partir do número de ciclo $N=700$, o excesso de poropressão irreversível alcança o patamar $\delta u = \sigma_0'$, isto é, alcança início da liquefação. Considerando que o carregamento da onda do mar é contínuo, ou seja, o número de ciclos N tende ao infinito, maciços com o tipo de solo caracterizado por estes parâmetros encontrariam-se liquefeitos. Esta é uma situação fisicamente improvável e que dificilmente se observa na realidade.

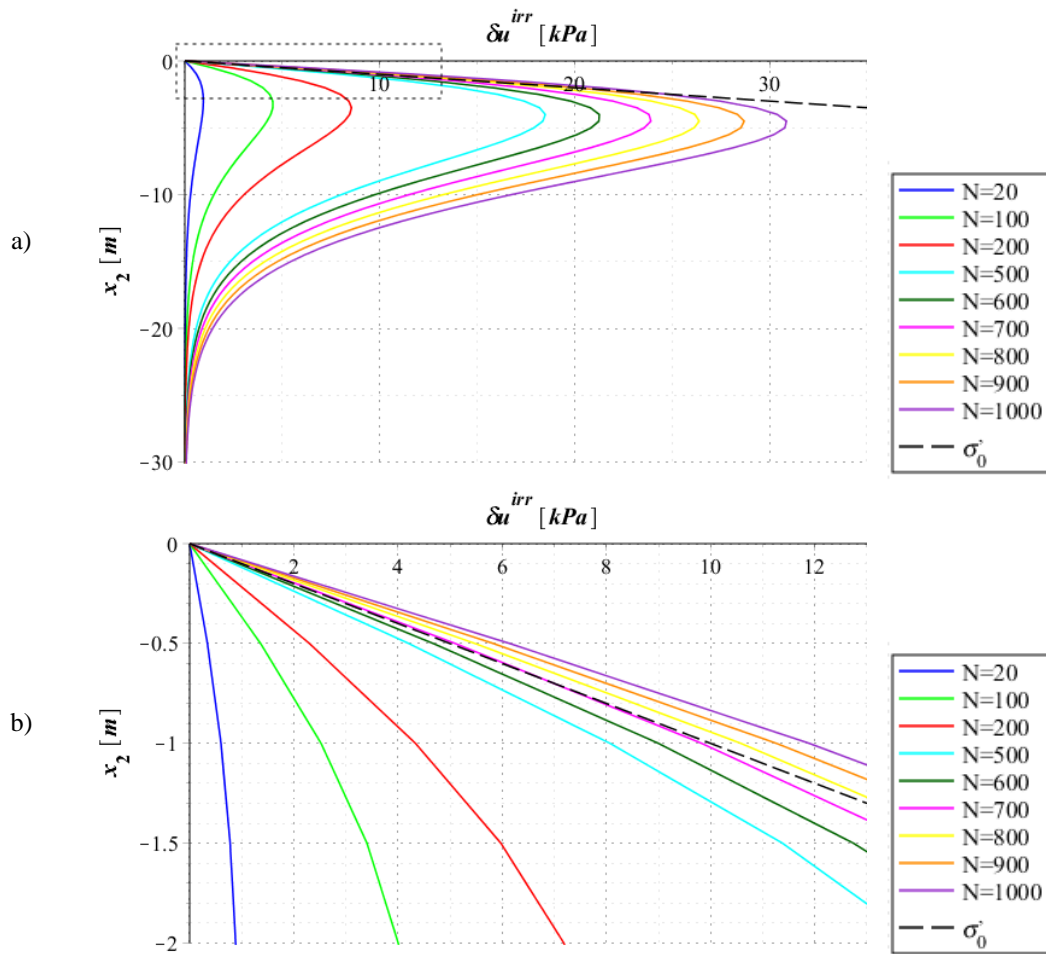


Figura 27 - Perfis de excesso de poropressão de origem irreversível em [kPa] no interior do maciço, de acordo com o número de ciclos N do carregamento, obtidos no presente trabalho utilizando o modelo com termo fonte constante, e perfil de tensão efetiva média inicial (a) e detalhe da região pontilhada na figura anterior (b).

A figura 28 apresenta a razão entre a sobrepressão irreversível e a amplitude da tensão efetiva média inicial, ao longo da profundidade do maciço, para diferentes ciclos de carregamento. Quando esta razão alcança o valor unitário ocorre liquefação. Esta situação ocorre aproximadamente em $N=700$.

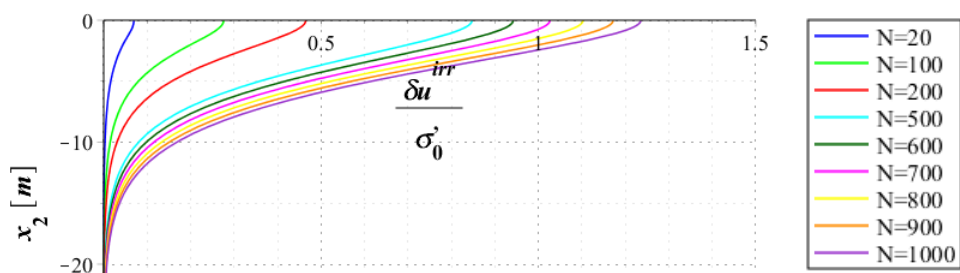


Figura 28 - Razão entre sobrepressão irreversível e amplitude da tensão efetiva média inicial, de acordo com o número de ciclos N .

A fim de investigar melhor o resultado obtido, analisa-se o perfil do gradiente hidráulico irreversível multiplicado pelo peso específico da água, cuja amplitude é dada por $\gamma_w i^{irr}(x_2) = -\text{grad } \delta u^{irr}$, ao longo da profundidade do maciço, conforme figura 29. A figura 29.b mostra em detalhe a zona tracejada na figura 29.a. Observa-se que o valor máximo de $\gamma_w i^{irr}(x_2)$ ocorre em $x_2 = 0$ e que este valor é crescente com o avanço dos ciclos do carregamento da onda. Em aproximadamente $N=700$ o valor do gradiente hidráulico irreversível multiplicado pelo peso específico da água é igual ao peso específico submerso do solo, isto é, $\gamma_w i^{irr}(x_2) = \gamma'$. Neste momento o gradiente crítico $i^{cr} = \gamma'/\gamma_w = 1$ é alcançado e o fenômeno da liquefação inicia.

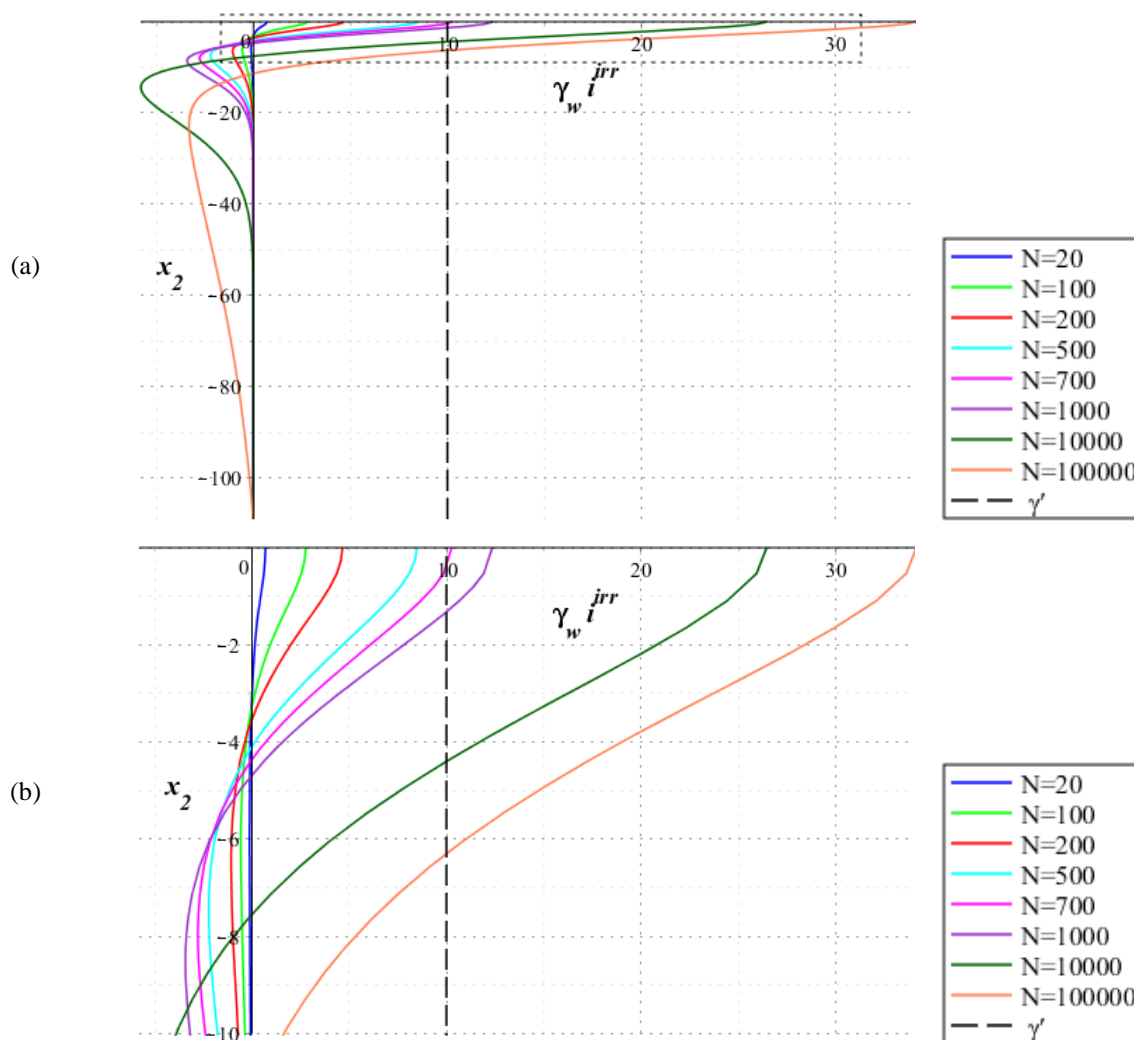


Figura 29 - Perfil do gradiente hidráulico irreversível, de acordo com o número de ciclos “N”.

A figura 30 apresenta a evolução do gradiente hidráulico irreversível em $x_2 = 0$, com o aumento do número de ciclos N .

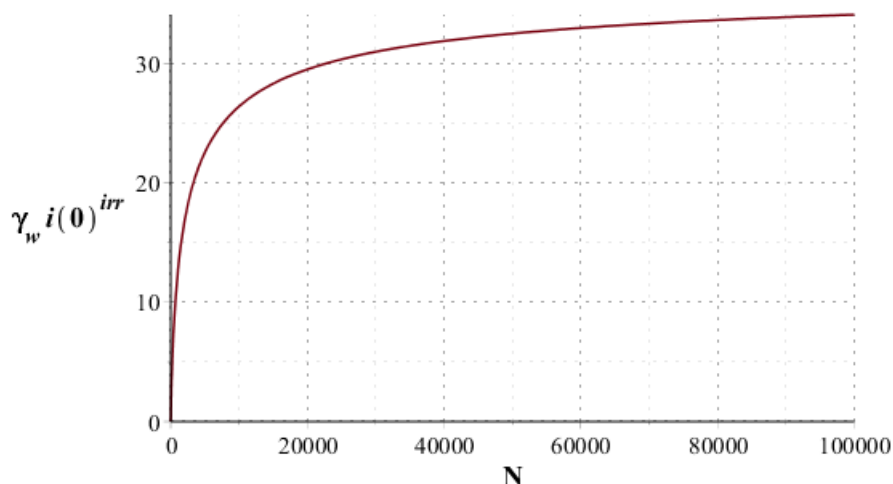


Figura 30 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível em $x_2 = 0$, com o aumento do número de ciclos “N”.

7.2.4 Conclusões parciais

Nas figuras 26-30 foram apresentados os perfis de sobrepressão irreversível e da amplitude do gradiente hidráulico irreversível multiplicado por γ_w , ao longo da profundidade do maciço, obtidos empregando o modelo baseado em Rahman & Jaber (1986). Observa-se que a sobrepressão e as forças de percolação são crescentes com a evolução dos ciclos do carregamento e o estado de liquefação é atingido. Para os parâmetros de solo considerados, o estado de liquefação é alcançado com aproximadamente 700 ciclos de carregamento. Contudo, na natureza o carregamento da onda é contínuo (isto é, N tende ao infinito) e com este modelo matemático os resultados obtidos para a sobrepressão indicarão sempre a ocorrência de liquefação. Esta é uma situação fisicamente improvável, pois dificilmente um maciço submarino se liquefaz diante do carregamento cíclico da onda.

É importante observar que no presente modelo a densidade relativa D_r do solo e a taxa de cisalhamento cíclico $\bar{\tau}/\sigma_0'$ são constantes, levando a uma taxa de geração de poropressão, isto é, termo fonte da equação de difusão, constante no tempo e positivo. Diante dos resultados obtidos, torna-se necessário buscar um modelo mais realista.

7.3 APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR DORMIEUX (1989)

7.3.1 Embasamento do modelo – elementos do comportamento das areias sob solicitação cíclica

A pressão exercida pela onda sobre a face superior do maciço submarino é equilibrada por campos cíclicos de tensões e de pressão intersticial. Em razão da contractância das areias, ou seja, da tendência a se densificar quando submetidas a um estado de tensões desviadoras cíclicas, ocorre em geral a acumulação de excesso de poropressões no maciço. Nesse contexto, o acoplamento entre o comportamento do material granular e o carregamento cíclico da onda tem fundamental importância sobre o cálculo do excesso de poropressão desenvolvido. É conveniente, portanto, estudar o mecanismo de geração de sobrepressões intersticiais observados ao longo de um carregamento desviador cíclico. O fenômeno de liquefação é uma das consequências extremas da geração de sobrepressão intersticial.

7.3.1.1 O fenômeno de liquefação em condição não-drenada

A figura 31 apresenta um ensaio típico de cisalhamento cíclico realizada em aparelho triaxial sobre uma amostra de areia mediamente densa não drenada. A trajetória de tensões totais é obtida mantendo-se constante a pressão de confinamento em detrimento do desviador $q = \sigma_3 - \sigma_1$.

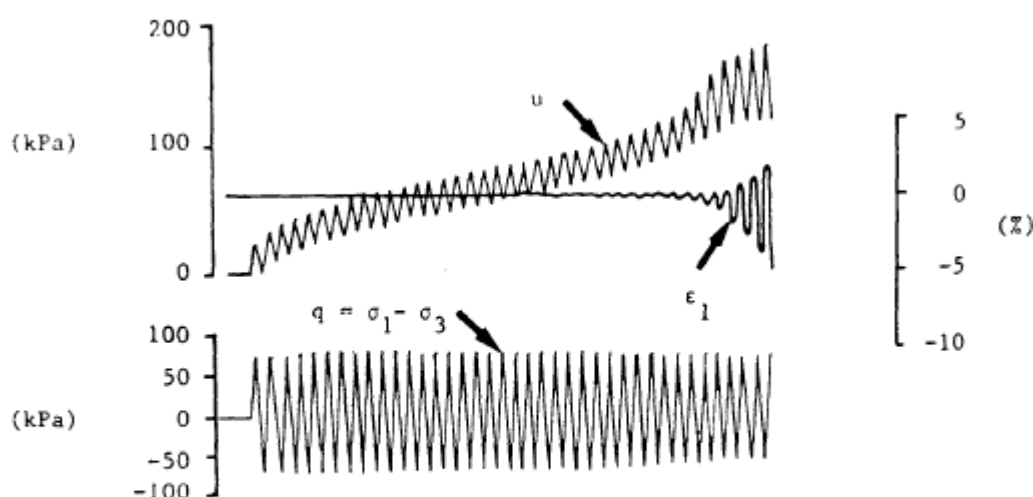


Figura 31 - Registro no tempo de um ensaio de cisalhamento cíclico não-drenado (Pecker, 1984 apud Dormieux, 1989).

Neste ensaio observa-se que as deformações axiais ϵ_1 permanecem limitadas desde que a pressão intersticial permaneça inferior a um certo limite. Após este limite ser alcançado, a

amplitude de sua variação aumenta até proporções que conduzem a destruição da amostra. Explica-se esse fenômeno pela diminuição progressiva da tensão efetiva média que acompanha o fenômeno de geração de sobrepressão intersticial. Quando a tensão efetiva média se anula, a amostra perde toda sua resistência ao cisalhamento, pois ela é constituída de um material puramente friccional, e flui como um fluido viscoso. Nesse momento ocorre a liquefação.

De uma maneira mais geral, considera-se uma história periódica de tensões $\underline{\underline{\sigma}}(t)$ aplicada em uma amostra não-drenada. A partir de observações experimentais, a evolução da pressão intersticial u pode ser quantificada pela função $\psi_p(N)$, a qual fornece o valor de u ao final do ciclo nº N :

$$\psi_p(N) = \sigma'_0 N / N_l \quad (7.18)$$

Da mesma forma que no modelo de Rahman & Jaber (1986), expressão (7.5), considera-se que a pressão intersticial gerada é proporcional à tensão efetiva média inicial, sendo N_l o número de ciclos da sollicitação que provoca a liquefação da amostra.

A taxa de geração de poropressão em condição não drenada é dada por:

$$\frac{d\psi_p}{dN} = \sigma'_0 / N_l = (\sigma'_0 - \psi_p(N)) / (N_l - N) \quad (7.19)$$

É necessário também vincular N_l às características do material e da sollicitação. A densidade da areia tem influência decisiva sobre o valor de N_l . Ela é caracterizada usualmente pelo índice de vazios e_0 , o qual mantém-se constante ao longo de um ensaio não-drenado homogêneo. Nota-se por τ a amplitude das variações da quantidade $\sqrt{J_2(\underline{\underline{\sigma}})} = \sqrt{1/2 s_{ij} s_{ij}}$, onde $\underline{\underline{s}}$ representa a parte desviadora do tensor $\underline{\underline{\sigma}}$. Mostra-se experimentalmente que N_l depende de τ e σ'_0 , considerando-se um e_0 dado (Dormieux, 1989). Para aplicações práticas, procura-se experimentalmente a relação existente entre N_l e τ/σ'_0 para diferentes valores do índice de vazios:

$$N_l = g(\tau/\sigma'_0, e_0) \quad (7.20)$$

A figura 32 fornece um exemplo de tais resultados experimentais. Na prática, a determinação experimental da função g constitui a caracterização do comportamento de uma areia submetida a uma sollicitação cíclica. No modelo de Rahman & Jaber (1986) a função g utilizada foi apresentada na expressão (7.7).

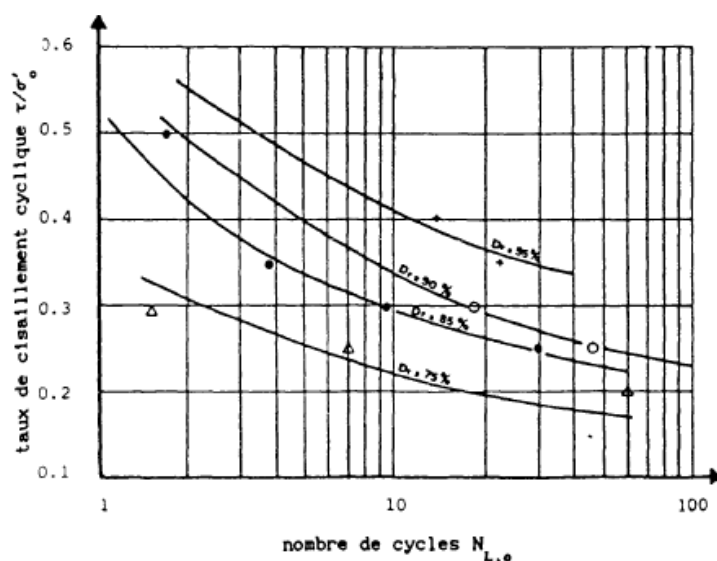


Figura 32 - Curvas de resistência ao cisalhamento cíclico (Pecker, 1984 apud Dormieux, 1989).

7.3.1.2 Interpretação do fenômeno

Em um ensaio não drenado suposto homogêneo, as deformações volumétricas da amostra são nulas desde que a compressibilidade do fluido e dos grãos possa ser negligenciada. Não se pode então colocar em evidência as deformações volumétricas irreversíveis sofridas pela amostra. Por outro lado, elas podem ser visualizadas facilmente na condição drenada.

a) Partição das deformações em componentes reversível e irreversível

De um ponto de vista fenomenológico, a deformação irreversível causada por um carregamento deve ser definida como a diferença entre a deformação medida e a contribuição reversível, na medida em que ela exista. Para quantificar a deformação irreversível, é conveniente então de início definir as deformações reversíveis. A experiência simples da compressão isotrópica, que pode ser realizada em aparelho triaxial, responde em parte à questão. Considera-se uma amostra perfeitamente drenada com um índice de vazios e_0 em um estado de tensões iniciais não desviador σ'_0 . O estado inicial de densidade é caracterizado por e_0 e supõe-se que o material não foi submetido anteriormente a uma pressão superior a σ'_0 . Submete-se a amostra a um ciclo incremental de pressões de confinamento:

- Variação da pressão de σ'_0 à $\sigma'_0 + d\sigma'$;
- Retorno da pressão de $\sigma'_0 + d\sigma'$ à σ'_0

As deformações volumétricas ao longo deste carregamento são percebidas pelas variações do índice de vazios, denotadas, respectivamente, por $de^{(1)}$ e $de^{(2)}$ para as duas fases de carregamento. É necessário distinguir segundo o sinal de $d\sigma'$.

Se $d\sigma' < 0$ os resultados experimentais são modelados pelas relações seguintes:

$$de^{(1)} = -\bar{\kappa} \frac{d\sigma'}{\sigma'_0} \quad de^{(2)} = \bar{\kappa} \frac{d\sigma'}{\sigma'_0} \quad (7.21)$$

onde $\bar{\kappa}$ é uma constante característica do material. Ao término do ciclo de pressão, o índice de vazios não variou e o carregamento provocou apenas deformações de natureza reversível.

Se $d\sigma' > 0$, as quantidades $de^{(1)}$ e $de^{(2)}$ tornam-se:

$$de^{(1)} = -\bar{\lambda} \frac{d\sigma'}{\sigma'_0} \quad de^{(2)} = \bar{\kappa} \frac{d\sigma'}{\sigma'_0} \quad (7.22)$$

A densificação ao longo do carregamento está relacionada à constante $\bar{\lambda}$, onde $\bar{\lambda} > \bar{\kappa}$. Ao término do ciclo de pressão resta uma diminuição irreversível do índice de vazios de^{irr} :

$$de^{irr} = -(\bar{\lambda} - \bar{\kappa}) \frac{d\sigma'}{\sigma'_0} \quad (7.23)$$

Em oposição ao caráter irreversível da densificação medida por de^{irr} , a variação $de^{(2)}$ é de natureza reversível. Ela representa a componente da densificação causada pela carga que se recupera ao longo da descarga.

A hipótese das pequenas perturbações permite considerar que as variações do índice de vazios são proporcionais às deformações volumétricas incrementais $d\varepsilon_v$ causadas pelo carregamento. É então natural decompor $d\varepsilon_v$ sob a forma:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^{irr} + d\varepsilon_v^{rev} \quad (7.24)$$

onde:

$$d\varepsilon_v^{rev} = -\frac{d\sigma'}{K} \quad (7.25)$$

sendo K o módulo de compressibilidade reversível.

7.3.1.3 Uma contribuição ao cálculo da resistência ao cisalhamento cíclico

O índice de vazios de um elemento de solo não é suficiente para caracterizar seu estado de densificação. Quando o estado de densidade de um solo é modificado, suas propriedades

mecânicas se alteram. Isso constitui então, um elemento da memória do material. Contudo, parece razoável admitir que somente uma evolução irreversível deste estado de densidade possa modificar o comportamento. É conveniente então definir um índice de vazios irreversível destinado a levar em conta a influência do estado de densidade sobre o comportamento do material. Em uma variação do índice de vazios e (7.22), a componente irreversível é:

$$de^{irr} = de + \bar{\kappa} d\sigma'_m / \sigma'_m \quad (7.26)$$

onde σ'_m representa a tensão efetiva média. Considerando-se um estado de referência para a pressão p_a , pode-se então definir o índice de vazios irreversível ζ pela relação (Dormieux, 1989):

$$\zeta = e + \bar{\kappa} \text{Ln} \left(\frac{\sigma'_m}{p_a} \right) \quad (7.27)$$

Essa quantidade depende tanto do índice de vazios como da tensão efetiva média. ζ é bastante utilizado no âmbito da modelagem elastoplástica, em particular, pode ser encontrado sob o nome de índice de vazios plástico, o qual caracteriza o parâmetro de encruamento no modelo Cam-Clay (Schofield & Wroth, 1968).

Considera-se uma amostra cuja tensão efetiva média atual é σ'_m . Seu estado de densidade inicial é caracterizado por ζ . O número de ciclos que provoca sua liquefação em condição não-drenada sob ação de um carregamento desviador periódico de amplitude τ , pode ser dado substituindo-se e por ζ em (7.20):

$$N_l = h(\tau/\sigma'_m, \zeta) \quad (7.28)$$

Ao término N-ésimo ciclo, a pressão intersticial vale $\psi_p(N)$ e a tensão efetiva média então diminui $\sigma'_m - \psi_p(N)$. A partir de (7.27), a variação de ζ é dada por:

$$\Delta\zeta = \bar{\kappa} \text{Ln} \left(1 - \frac{\psi_p(N)}{\sigma'_m} \right) \quad (7.29)$$

onde o termo envolvendo e desaparece pois sua variação é nula. Dormieux (1989) mostra que a função h é do tipo $h(\rho_c, \zeta)$, onde $\rho_c = \tau/\sigma'_m$:

$$h(\rho_c, \zeta) = \bar{\alpha}(\rho_c)^{-\bar{\beta}} e^{\left(\frac{1-\bar{\beta}}{\bar{\kappa}} \zeta \right)} \quad (7.30)$$

Aqui observa-se uma diferença importante com relação ao modelo estudado na seção 7.2. No modelo de Rahman & Jaber (1986) o número de ciclos requerido para liquefação é dado a partir da função (7.7) e independe da variável relacionada à deformação volumétrica ζ .

7.3.1.4 Relação entre ensaios cíclicos drenados e não-drenados

A formulação apresentada sobre o comportamento de areias sob carregamento cíclico privilegiou o estudo do fenômeno de liquefação, e desenvolveu-se sobre uma base de dados de ensaios não-drenados. De fato, constata-se que o volume de dados experimentais sobre o comportamento de areias submetidas a uma solicitação cíclica em condição drenada é, relativamente raro. O fato destes ensaios não-drenados terem sido privilegiados deve-se principalmente ao fenômeno de liquefação, cuja dimensão pode ser “catastrófica”.

A fim de propor uma relação entre ensaios cíclicos drenados e não-drenados Dormieux (1989) analisou duas amostras submetidas ao mesmo estado de tensões efetivas iniciais e mesmo índice de vazios inicial. Sendo a primeira amostra submetida a um carregamento em tensões efetivas em condição drenada e a segunda amostra, em condição não-drenada, submetida a uma história de tensões totais idêntica à trajetória em tensões efetivas da primeira amostra. Comparando as deformações irreversíveis das duas amostras, ele verificou que para um carregamento puramente desviador, a medida da pressão intersticial em condição não-drenada pode fornecer diretamente o valor das deformações irreversíveis.

a) Aplicação a um ciclo de cisalhamento

Considera-se uma amostra com estado inicial de tensões $\underline{\underline{\sigma}}' = -\sigma' \underline{\underline{1}}$ e com índice de vazios irreversível ζ . Submete-se esta amostra a um ciclo drenado de um carregamento puramente desviador de amplitude τ . Supõe-se conhecida a função h de (7.28) e deseja-se calcular as deformações volumétricas irreversíveis $\Delta\varepsilon_v^{irr}$ causadas por tal carregamento. Seja Δu a sobrepressão intersticial que esse carregamento provocaria se fosse aplicado em condição não-drenada:

$$\Delta u = \frac{\sigma'}{h(\rho_c, \zeta)} \quad (7.31)$$

Para que a diferença relativa das trajetórias de tensões efetivas em condições drenadas e não-drenadas seja baixa sobre a duração de um ciclo, é suficiente que (Dormieux, 1989):

$$h(\rho_c, \zeta) = N_l \gg 1 \quad (7.32)$$

Quando a condição (7.32) é verificada, dizer-se-á que o ciclo elementar é “pouco intenso”. Com essa hipótese, pode-se admitir que as condições de drenagem afetam de maneira negligenciável o valor das deformações encontradas. Em particular, o resultado correspondente ao ensaio não-drenado $\Delta\varepsilon_{nd}$ pode servir de aproximação para outros tipos de ensaio, isto é, $\Delta\varepsilon_v^{irr} \approx \Delta\varepsilon_{nd}$. A quantidade $\Delta\varepsilon_{nd}$ é vinculada a geração de sobrepressão intersticial Δu pela relação:

$$\Delta u = -K\Delta\varepsilon_{nd} \quad (7.33)$$

onde K é o módulo de compressibilidade, dado pela expressão:

$$K = -\frac{1+e}{\bar{\kappa}} \left(\frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma'}}) \right) \quad (7.34)$$

Utilizando (7.34), (7.30) e (7.31) na igualdade (7.33) chega-se nas expressões para $\Delta\varepsilon_{nd}$ e ζ :

$$\Delta\varepsilon_v^{irr} \approx \Delta\varepsilon_{nd} = -\frac{1}{1+e} \frac{\bar{\kappa}}{\bar{\alpha}} (\rho_c)^{\bar{\beta}} e^{\left(\frac{\bar{\beta}-1}{\bar{\kappa}}\zeta\right)} \quad (7.35.a)$$

$$\Delta\zeta = -\frac{\bar{\kappa}}{\bar{\alpha}} (\rho_c)^{\bar{\beta}} e^{\left(\frac{\bar{\beta}-1}{\bar{\kappa}}\zeta\right)} \quad (7.35.b)$$

onde a quantidade $(1+e)\Delta\varepsilon_v^{irr} \approx (1+e)\Delta\varepsilon_{nd}$ representa a variação do índice de vazios. Neste trabalho considera-se $(1+e) \approx 1$ e $\Delta\zeta = \Delta\varepsilon_v^{irr}$.

b) Deformações volumétricas causadas por um cisalhamento cíclico drenado

Assim, considerando-se uma história de tensões periódica e puramente desviadora em condições drenadas; um estado de tensões inicial definido por $\underline{\underline{\sigma'}}_0 = -\sigma'_0 \underline{\underline{1}}$ e a validade da hipótese do ciclo elementar pouco intenso (7.32), o valor aproximado da variação de ε_v^{irr} ao longo do p -ésimo ciclo pode ser obtido a partir de uma base de dados de ensaios não-drenados, conforme (7.35.a).

$$\left(\varepsilon_v^{irr}\right)_p - \left(\varepsilon_v^{irr}\right)_{p-1} = -\frac{\bar{\kappa}}{\bar{\alpha}} (\rho_c)^{\bar{\beta}} e^{\left(\frac{\bar{\beta}-1}{\bar{\kappa}}\left(\varepsilon_v^{irr}\right)_{p-1}\right)} \quad (7.36)$$

A geração de pressão intersticial Δu^p causada ao longo do p -ésimo ciclo em condição não-drenada vale, a partir de (7.18), (7.28) e (7.31):

$$\Delta u^p = \frac{\sigma'}{N_l} = \frac{\sigma'}{h(\tau/\sigma', \zeta_{p-1})} \quad (14.18) \quad (7.37)$$

E é ligada à $\Delta\varepsilon_{nd}^p$ pela relação (7.33).

7.3.2 Equações do modelo

A poropressão $\delta u^{irr}(x_2, t)$ de origem irreversível induzida pela onda é dada pela equação diferencial parcial derivada no tempo e espaço:

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta u^{irr} = c_v \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \delta u^{irr} - \frac{K_v}{T} \Delta \varepsilon_v^{irr} \quad (7.38)$$

onde:

- c_v é o coeficiente de consolidação;
- T é o período da onda;
- K_v é o módulo de compressão modificado (Dormieux, 1989):

$$K_v = 3 \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)} K_0 \quad (7.39)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson e K_0 o módulo de compressão drenado do solo e

- $\Delta \varepsilon_v^{irr}$ é a variação da deformação volumétrica de origem irreversível

7.3.2.1 Lei para geração da deformação volumétrica irreversível devido carregamento desviador

A variação da deformação volumétrica de origem irreversível em um ponto x_2 , a cada ciclo do carregamento, isto é, a cada período da onda T , é dada por (Dormieux, 1993):

$$\Delta \varepsilon_v^{irr} = -\frac{\bar{\kappa}}{\bar{\alpha}} (\rho_c)^{\bar{\beta}} \exp\left(\frac{\bar{\beta}-1}{\bar{\kappa}} (\varepsilon_v^{irr})_{N-1}\right) \quad (7.40)$$

onde:

- $\bar{\kappa}$, $\bar{\alpha}$ e $\bar{\beta}$ são parâmetros do material;
- ε_v^{irr} é o valor da deformação volumétrica irreversível no ciclo anterior;
- ρ_c é a taxa de cisalhamento, dada por:

$$\rho_c = \frac{\sqrt{J_2}}{\left| \sigma_0' + \frac{1}{3} \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} (\delta u^{irr})_{N-1} \right|} \quad (7.41)$$

sendo:

- J_2 o segundo invariante do tensor desviador do tensor de tensões induzido pela onda, isto é, $J_2 = I_2(\underline{s}(\delta \underline{\sigma}))$. O tensor de tensões, por sua vez, pode ser reescrito por $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^{el} - u^{irr} \underline{1}$. Sob a validade do ciclo elementar pouco intenso, Dormieux (1989) mostra que a média do termo irreversível ao longo de um período de onda é negligenciável diante da média do termo elástico e o segundo invariante correspondente a parte irreversível pode ser desprezado. Assim, o cisalhamento induzido pela onda se reduz a parte elástica e J_2 pode ser reescrito da seguinte forma $J_2 = I_2(\underline{s}(\delta \underline{\sigma}^{el}))$. Para $\sqrt{J_2}$ adota-se a seguinte expressão:

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{-(s_{11}s_{22} + s_{11}s_{33} + s_{33}s_{22}) + s_{12}^2 + s_{13}^2 + s_{23}^2} \quad (7.42)$$

onde s_{ij} são as componentes do tensor de tensões desviadoras do tensor de tensões elásticas induzido pela onda:

$$\underline{s} = \delta \underline{\sigma}^{el} - \frac{1}{3} tr(\delta \underline{\sigma}^{el}) \underline{1} \quad (7.43)$$

As componentes do tensor de tensões elásticas induzidas pela onda dependem da espessura da camada de solo e foram determinadas no capítulo 6;

- σ_0' é a tensão efetiva inicial média, dada por:

$$\sigma_0' = \frac{(1 + 2\bar{K}_0)\gamma' x_2}{3} \quad (7.44)$$

onde \bar{K}_0 é o coeficiente de empuxo da terra em repouso; γ' é o peso específico submerso do solo e x_2 é a coordenada vertical do sistema;

- ν é o coeficiente de Poisson;
- $(\delta u^{irr})_{N-1}$ é o valor da poropressão calculado no ciclo anterior.

A figura 33 apresenta a evolução da deformação volumétrica irreversível ao longo dos 1000 primeiros ciclos, calculada conforme expressão (7.40), considerando taxas de cisalhamento

ρ_c constantes e iguais a 0,1; 0,15 e 0,20. Nesta figura estão também apresentadas as curvas obtidas por Dormieux et al. (1993).

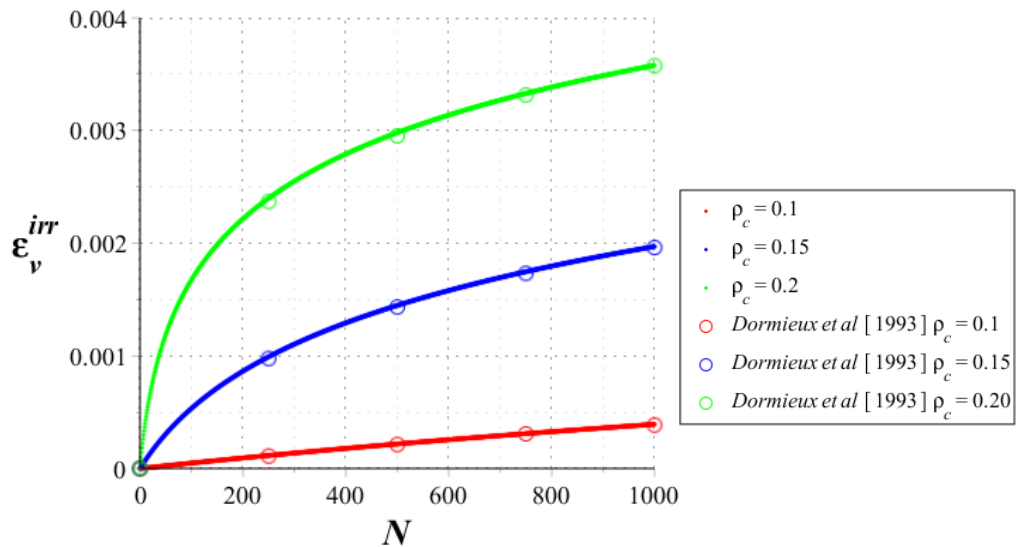


Figura 33 - Evolução do valor da deformação volumétrica irreversível no decorrer dos primeiros 1000 ciclos considerando taxas de cisalhamento ρ_c constantes. Resultados obtidos no presente trabalho e resultados apresentados em Dormieux et al. (1993).

7.3.2.2 Condições de contorno

A condição de contorno inicial compreende excesso de poropressão irreversível e deformação volumétrica irreversível nulas no instante inicial:

$$\begin{aligned} \delta u^{irr}(x_2, t = 0) &= 0 \\ \epsilon_v^{irr}(x_2, t = 0) &= 0 \end{aligned} \quad (7.45)$$

Na superfície da camada de solo, isto é, em $x_2 = 0$ a poropressão de origem irreversível é nula:

$$\delta u^{irr}(x_2 = 0, t) = 0 \quad (7.46)$$

No fundo da camada de solo, isto é, em $x_2 = -h$, o fluxo de poropressão de origem irreversível é nulo, ou seja o substrato é considerado impermeável:

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \delta u^{irr}(x_2 = -h, t) = 0 \quad (7.47)$$

7.3.3.3 Influência da espessura da camada de solo

A espessura da camada de solo h influencia o cálculo da taxa de cisalhamento ρ_c , mais especificamente, o cálculo de $\sqrt{J_2}$, o qual depende do tensor de tensões elásticas induzidas pela onda. Como foi visto no capítulo 6, as componentes de tensão elástica induzidas pela onda dependem da consideração se h é infinito ou finito. Se h é finito seus valores dependem da relação h/L onde L é o comprimento da onda. Adicionalmente, a condição de contorno deve ser adequada para a espessura da camada considerada.

7.3.3.4 Modelo numérico

Para solução da equação diferencial parcial foi utilizado o método das diferenças finitas em uma rotina implementada no software MATLAB.

Com o método das diferenças finitas é possível obter uma aproximação para a solução $\delta u^{irr}(x_2, t)$ considerando um conjunto finito de valores para x_2 e t . Os valores discretos de x_2 são uniformemente espaçados no intervalo $0 \leq x_2 \leq -h$, onde h é a espessura da camada de solo:

$$x_{2_i} = (i-1)\Delta x_2, \quad i = 1, 2, \dots, nx_2 \quad (7.48)$$

e nx_2 é o número total de pontos espaciais, incluindo aqueles no contorno. Dados h e nx_2 , o espaçamento entre x_{2_i} é calculado como:

$$\Delta x_2 = \frac{-h}{nx_2 - 1} \quad (7.49)$$

De forma similar, os valores discretos de t são uniformemente espaçados no intervalo $0 \leq t \leq t_{\max}$, onde t_{\max} é o tempo total da análise:

$$t_m = (m-1)\Delta t, \quad m = 1, 2, \dots, nt \quad (7.50)$$

sendo nt o número total de passos de tempo e Δt o tamanho do passo de tempo:

$$\Delta t = \frac{t_{\max}}{nt - 1} \quad (7.51)$$

Assim, a solução contínua avaliada nos pontos da malha é dada por $\delta u^{irr}(x_{2_i}, t_m)$.

Para discretização temporal utilizou-se a diferença finita progressiva:

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \delta u^{irr}(x_2, t) \right|_m = \frac{\delta u^{irr}(i, m) - \delta u^{irr}(i, m-1)}{\Delta t} \quad (7.52)$$

E para discretização no espaço foi empregada a diferença finita centralizada:

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \delta u^{irr}(x_2, t) \right|_{m-1} = \frac{\delta u^{irr}(i-1, m-1) - 2\delta u^{irr}(i, m-1) + \delta u^{irr}(i+1, m-1)}{\Delta x_2^2} \quad (7.53)$$

Finalmente, a equação (7.38) discretizada fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \delta u^{irr}(i, m) = & r \cdot \delta u^{irr}(i-1, m-1) + 2r \cdot \delta u^{irr}(i, m-1) + r \cdot \delta u^{irr}(i+1, m-1) - \\ & - \Delta t \frac{K_v}{T} \Delta \varepsilon_v^{irr}(i, m-1) \end{aligned} \quad (7.54)$$

onde a relação:

$$r = \frac{\Delta t}{\Delta x_2^2} c_v < \frac{1}{2} \quad (7.55)$$

deve ser obedecida a fim de garantir a estabilidade da solução.

7.3.3 Resultados numéricos para espessura da camada de solo infinita

Todos os resultados apresentados nesta seção foram obtidos considerando-se os parâmetros apresentados na seção 7.1. Adicionalmente considera-se a espessura da camada de solo $h = L$, onde L é o comprimento da onda.

Para discretização espacial na direção vertical utilizou-se um espaçamento regular entre nós de $\Delta x_2 = -0,25m$. Para discretização temporal, o passo de tempo utilizado foi igual ao período da onda $\Delta t = T$.

A figura 34 apresenta a evolução do valor da deformação volumétrica irreversível induzida pela onda ao longo dos 1000 primeiros ciclos, para todos os pontos de discretização espacial. Os maiores valores correspondem aos pontos mais próximos da superfície da camada de solo $x_2 = 0$, com exceção do ponto localizado sobre a superfície. Essa última observação pode ser melhor visualizada na figura 34.b. Verifica-se que o comportamento das curvas obtidas está de acordo com o obtido na figura 33 e apresentado por Dormieux et al. (1993).

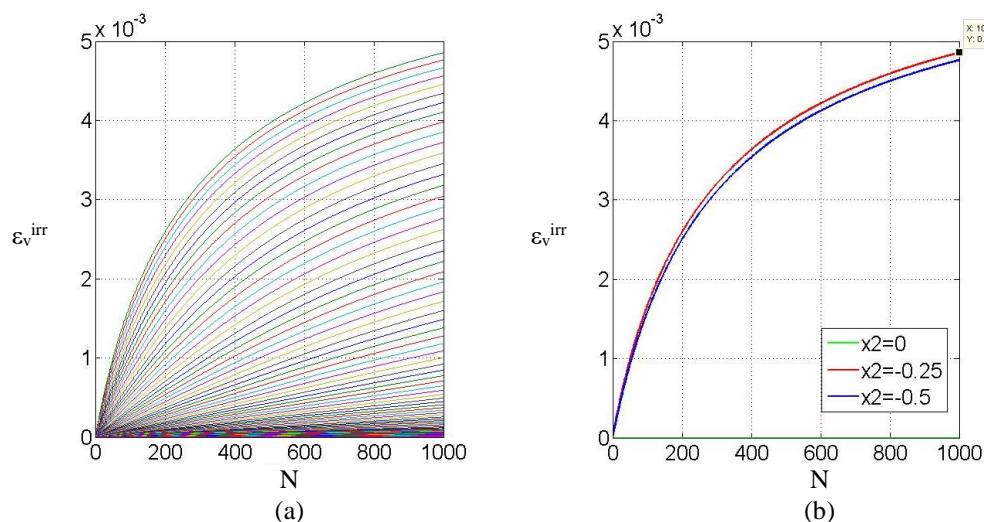


Figura 34 - Distribuição da deformação volumétrica irreversível no decorrer de 1000 ciclos para todos os pontos da malha, a cada -0,25m (a) e detalhe da distribuição para $x_2 = 0$; $x_2 = -0,25$ e $x_2 = -0,5$ (b).

A figura 35 apresenta a distribuição vertical do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda no decorrer de 1000 ciclos do carregamento.

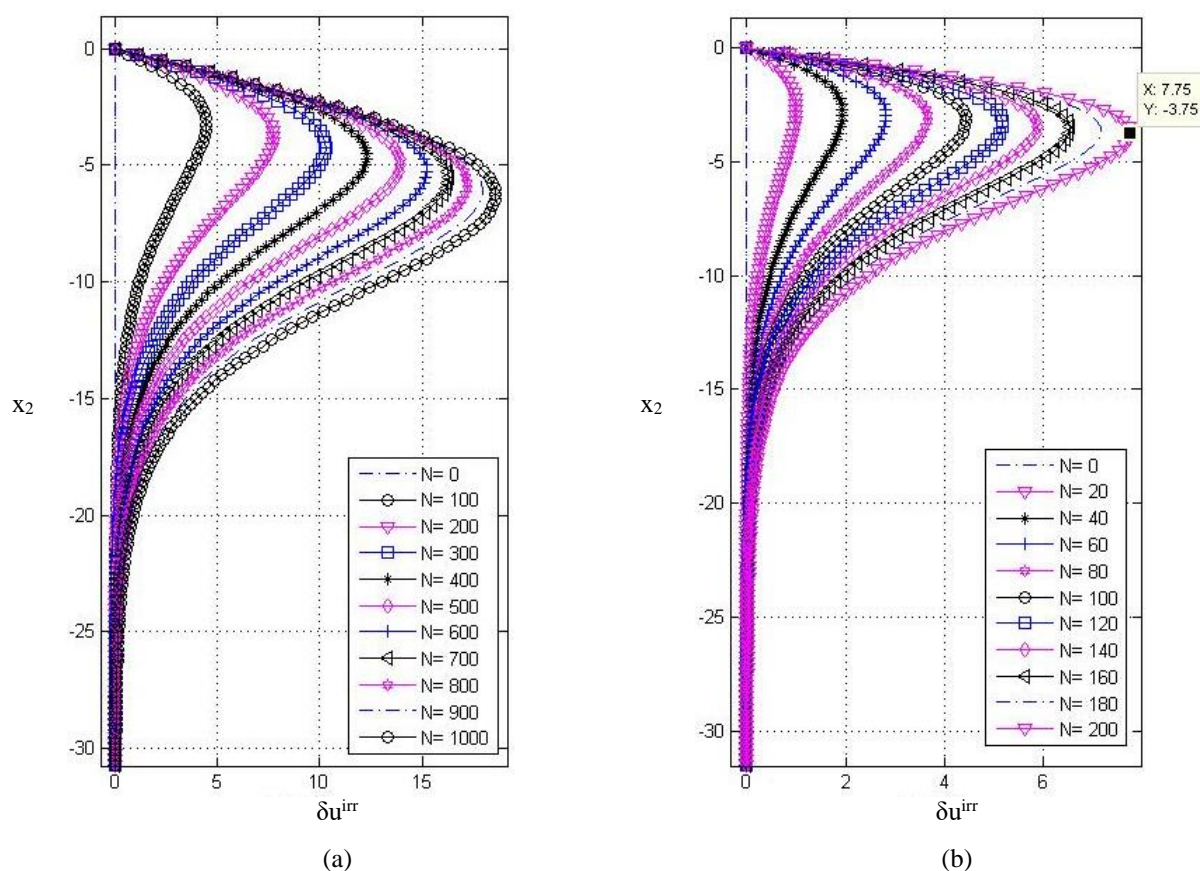


Figura 35 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade no decorrer de (a) 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos e (b) 200 ciclos, a cada 20 ciclos.

Observando-se os perfis de excesso de poropressão de origem irreversível induzidos pela onda ao longo de 1000 ciclos de carregamento apresentados na figura 35, verifica-se uma acumulação progressiva do excesso de poropressão em função do tempo, isto é, em um ponto, o excesso de poropressão cresce em função do número de ciclos do carregamento. É importante notar que esta propriedade não é geral e depende da duração de observação do fenômeno. A nulidade desta grandeza na superfície superior do maciço é imposta pela condição de drenagem. Os valores baixos de excesso de poropressão calculados para $|x_2|$ elevados se explicam pelo fato de que a taxa de cisalhamento cíclica que controla o fenômeno de contractância é amortecida exponencialmente em função da relação kx_2 . (veja a expressão (6.46) para amplitude do carregamento desviador considerando espessura da camada de solo infinita). Os perfis são marcados pela presença de um máximo em um x_2^* , situado a uma pequena distância da superfície superior do maciço. A posição vertical x_2 deste máximo tende a decrescer com a avanço dos ciclos

A figura 36 apresenta os resultados do excesso de poropressão ao longo da profundidade para 20, 100 e 200 ciclos do carregamento obtidos no presente trabalho bem como os resultados apresentados em Dormieux et al., 1993 para os mesmos ciclos. Observa-se uma boa concordância entre os resultados.

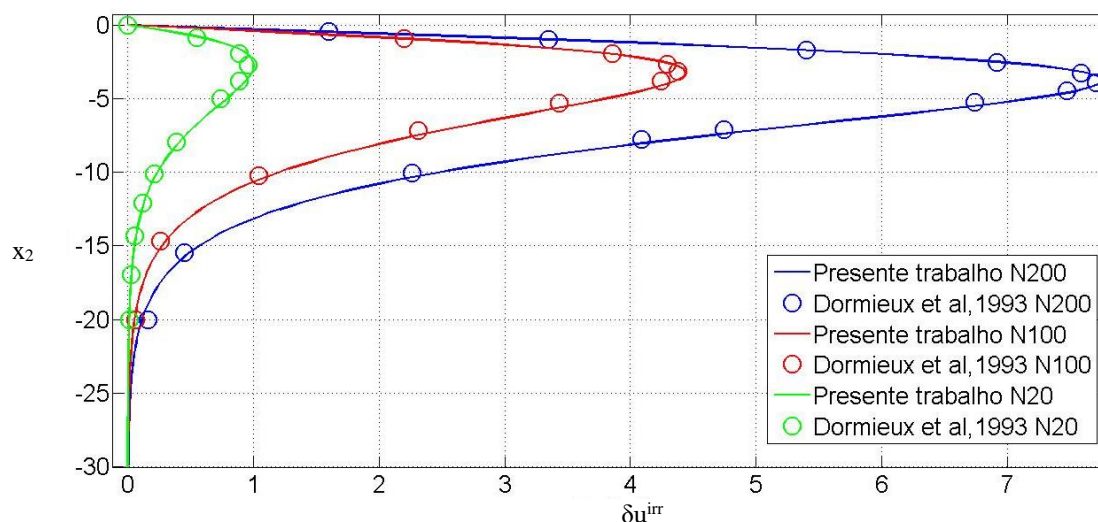


Figura 36 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para 20, 100 e 200 ciclos – resultados obtidos no presente trabalho e apresentados em Dormieux et al., 1993.

Sendo o módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível $\gamma_w i^{irr}(x_2) = -\text{grad } \delta u^{irr}$ uma grandeza importante no cálculo da estabilidade em tensões efetivas, analisa-se seu comportamento. A figura 37.a apresenta o módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível $i^{irr}(x_2) = -\text{grad } \delta u^{irr} / \gamma_w$, cuja direção é vertical, ao longo da profundidade da camada de solo para diferentes ciclos do carregamento, até $N=1000$. Observa-se que, no intervalo de ciclos considerado, independentemente do número do ciclo, os maiores valores positivos desta grandeza ocorrem na superfície do leito do mar, isto é, em $x_2 = 0$. A figura 37.b apresenta uma imagem ampliada da área destacada da figura 37.a onde é possível notar que os valores dos módulos do gradiente hidráulico irreversível em $x_2 = 0$ são crescentes até aproximadamente o ciclo 800 e, após, os valores decrescem.

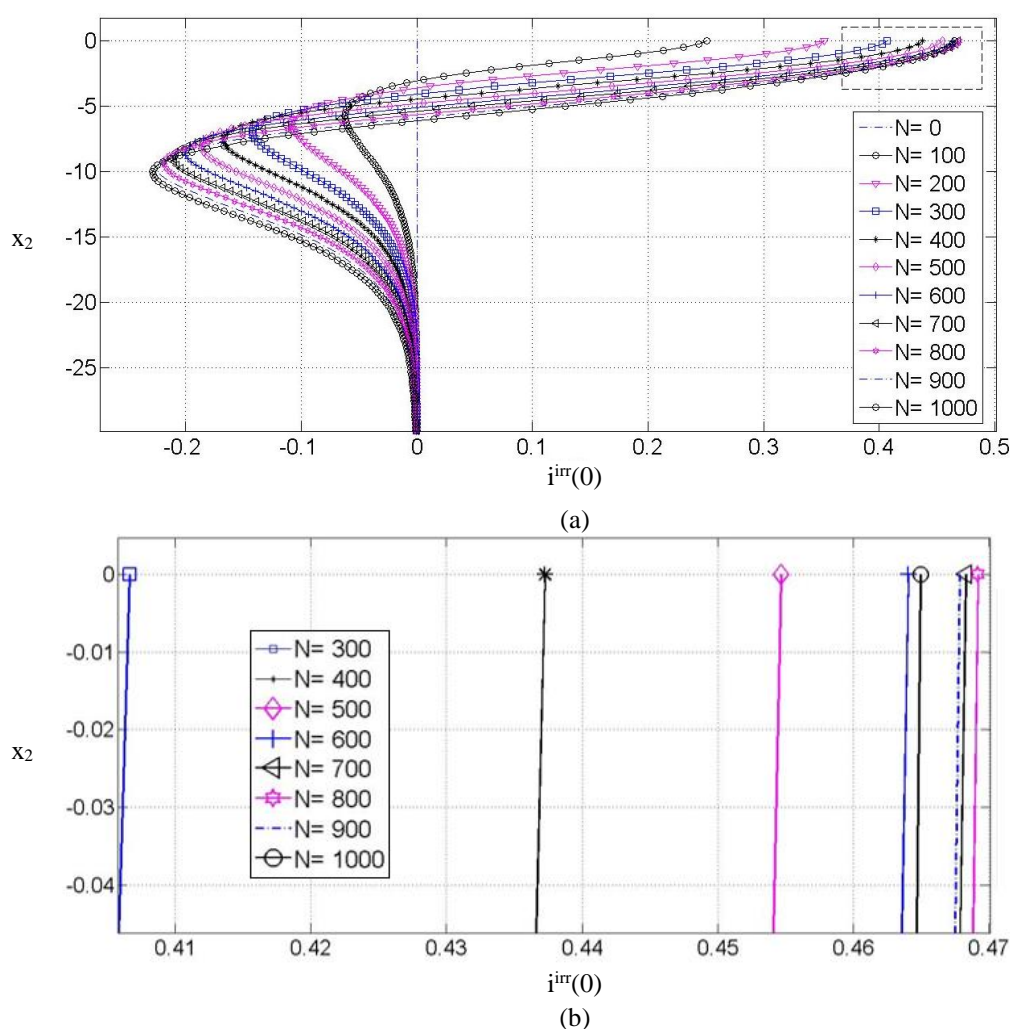


Figura 37 - Distribuição do módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível ao longo da profundidade da camada de solo no decorrer dos primeiros 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos (a) e detalhe dos perfis em $x_2 = 0$ (b).

A figura 38 apresenta a evolução ao longo dos ciclos do módulo do gradiente hidráulico irreversível $i^{irr}(x_2) = -\text{grad } \delta u^{irr} / \gamma_w$ na superfície do leito do mar, isto é, calculado em $x_2 = 0$. De acordo com os resultados obtidos no presente trabalho o gradiente hidráulico irreversível é crescente até aproximadamente o ciclo de número 800, onde atinge seu valor máximo de 0,4692. Ao contrário da evolução crescente prevista pelo modelo com fonte constante explorado na seção anterior, observa-se com o presente modelo um comportamento decrescente progressivo do nível de sobrepressão intersticial após o patamar ser alcançado. Esse fenômeno deve ser atribuído à densificação irreversível do material (Dormieux, 1989). Adicionalmente, comparando $i^{irr}(0)$ obtidos com os modelos estudados, já em $N=2400$ o modelo com termo fonte constante prevê um valor aproximadamente 4,6 vezes maior que o estimado pelo presente modelo, com termo fonte variável no tempo.

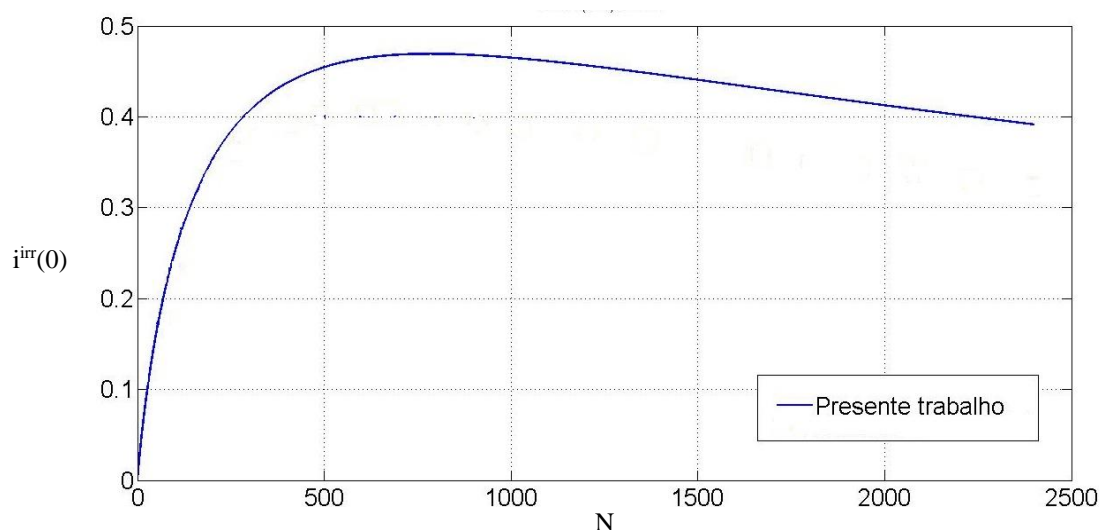


Figura 38 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ no decorrer de 2400 ciclos. Resultados obtidos no presente trabalho.

Colocando lado a lado os perfis excesso de poropressão irreversível δu^{irr} e módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível i^{irr} , conforme figura 39, pode-se notar comportamentos complementares. Para $x_2 < x_2^*$, onde x_2^* é a posição vertical de ocorrência do máximo valor do excesso de poropressão, i^{irr} é negativo, isto é, as forças de fluxo associadas são orientadas para a base da camada de solo, agindo de forma estabilizadora. Agindo nesse sentido pode-se dizer que as forças de fluxo são equivalentes a um aumento do peso volumétrico submerso do solo. Ao contrário, para $x_2 > x_2^*$, i^{irr} é positivo e as forças de fluxo associadas são então

orientadas para a superfície superior do maciço, agindo de forma instabilizadora, pois diminuem o peso volumétrico aparente.

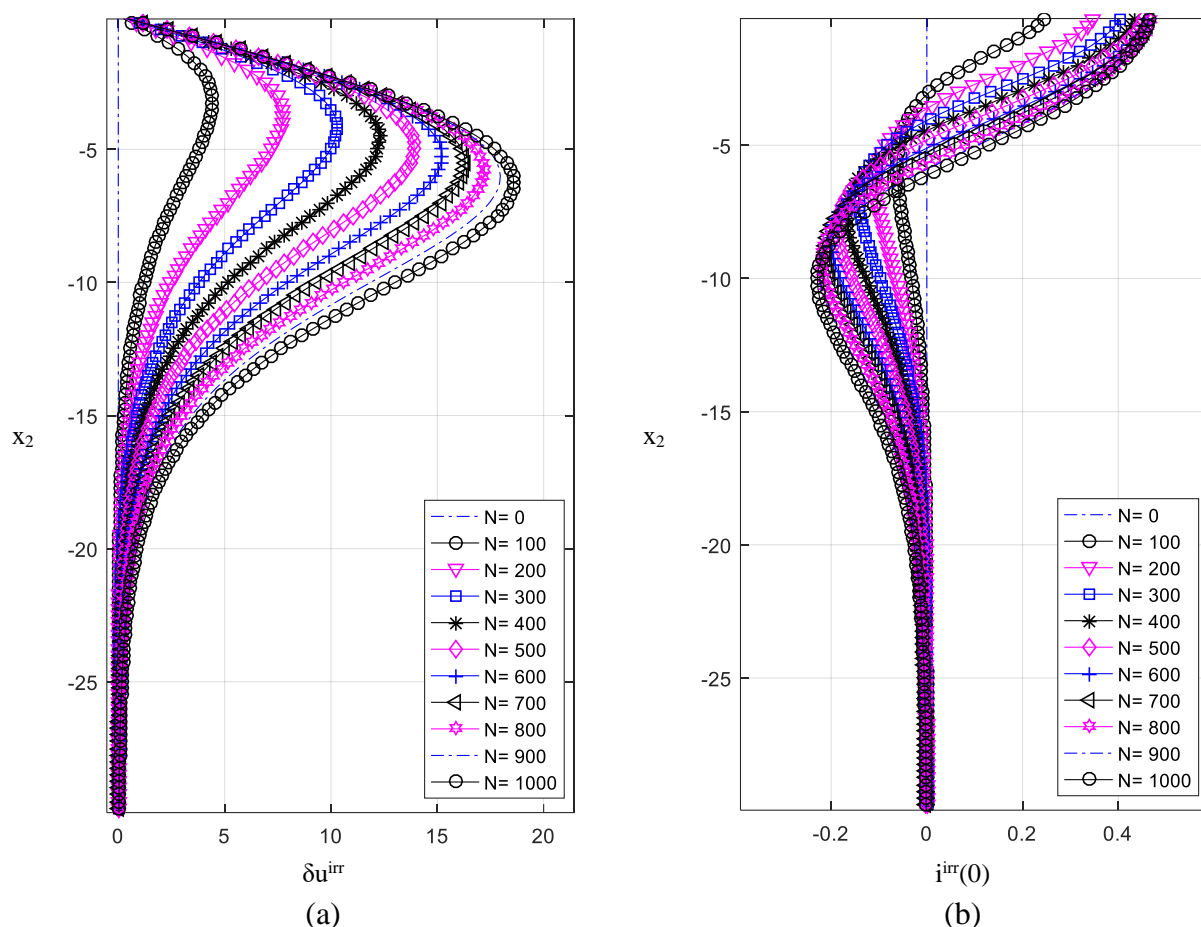


Figura 39 - Distribuição vertical do excesso de poropressão irreversível (a) e do módulo do vetor gradiente hidráulico irreversível (b) ao longo da profundidade da camada de solo no decorrer dos primeiros 1000 ciclos do carregamento, a cada 100 ciclos.

Assim, pode-se concluir que a forma do perfil de excesso de poropressão obtido anuncia que um risco de instabilidade superficial pode acompanhar o processo de acumulação de sobrepressão. O valor do gradiente do excesso de poropressão intersticial na superfície constitui um parâmetro essencial do perfil do ponto de vista do cálculo de estabilidade, como será visto a diante. Ele representa, em valor absoluto, o valor da força de fluxo de origem irreversível no topo do maciço.

Na figura 40 estão apresentadas as evoluções, ao longo dos ciclos de carregamento, dos gradientes hidráulicos irreversíveis na superfície do maciço $i^{irr}(0)$ calculados para razões $H_0/L_0 = 0,05; 0,055; 0,06$ e $0,065$, onde o subíndice “0” indica que as grandezas altura da onda e comprimento da onda foram medidas em águas profundas. A tabela 9 apresenta os

valores máximos do gradiente hidráulico na superfície $i^{irr}(0)$ e o valor da altura da onda H considerado para cálculo da amplitude da pressão da onda p_0 , de acordo com a razão H_0/L_0 utilizada

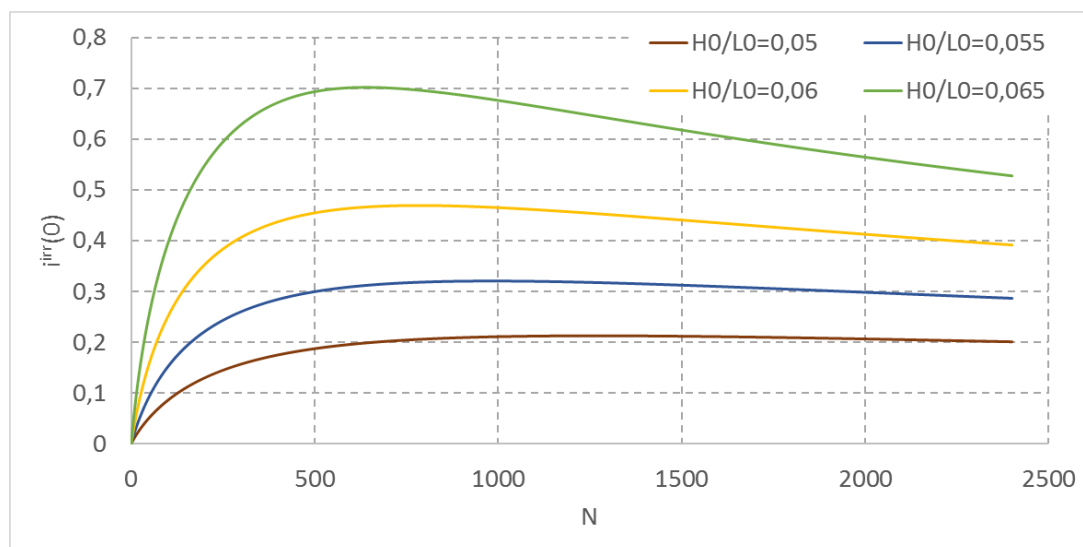


Figura 40 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ no decorrer de 2400 ciclos para diferentes razões H_0/L_0 .

Tabela 9 - Valores máximos do gradiente hidráulico irreversível na superfície e amplitude da pressão da onda, de acordo com razão H_0/L_0 .

H_0/L_0	H [m]	p_0 [kN/m ²]	$[i^{irr}(0)]_{máx}$
0,05	7,30	26,111	0,2125
0,055	8,03	28,722	0,3204
0,06	8,76	31,333	0,4692
0,065	9,49	33,944	0,7019

Verifica-se que quanto maior a declividade da onda em águas profundas H_0/L_0 , maior é a amplitude da pressão da onda p_0 , veja expressão (3.36), e maior é o valor do gradiente hidráulico irreversível na superfície do maciço, isto é maior é a força de fluxo ascendente de caráter instabilizador.

7.3.4 Resultados numéricos para espessura da camada de solo finita

A fim de verificar a influência da espessura da camada de solo h sobre o perfil de excesso de poropressão de origem irreversível, o problema é agora resolvido considerando-se a espessura da camada de solo finita e igual a $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$, onde L é o comprimento da onda. O problema (7.38 – 7.47) é resolvido considerando-se o termo $\sqrt{J_2}$ calculado sobre o tensor de

tensões elásticas induzidas pela onda para camadas de solo finita com relações $h/L = 0,25; 0,50$ e $1,0$.

Todos os resultados apresentados nesta seção foram obtidos considerando-se os parâmetros apresentados na seção 7.1. A espessura da camada de solo h é especificada caso a caso. Para discretização espacial na direção vertical utilizou-se um espaçamento regular entre nós de $\Delta x_2 = -0,25m$. Para discretização temporal, o passo de tempo utilizado foi igual ao período da onda, $\Delta t = T$.

A figura 41 apresenta a distribuição vertical (ao longo do eixo x_2) do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda para os ciclos de carregamento $N = 100; 200; 500; 1000; 10000; 50000$ e 100000 e espessuras de camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$. A figura 42 mostra em detalhe a região do maciço de solo compreendida entre a superfície e os primeiros 30 metros de profundidade, isto é, $0 \geq x_2 \geq -30m$, com exceção da camada de solo com espessura $h = 0,25L$, cujo limite da região fica em $x_2 = -h = -27,25m$.

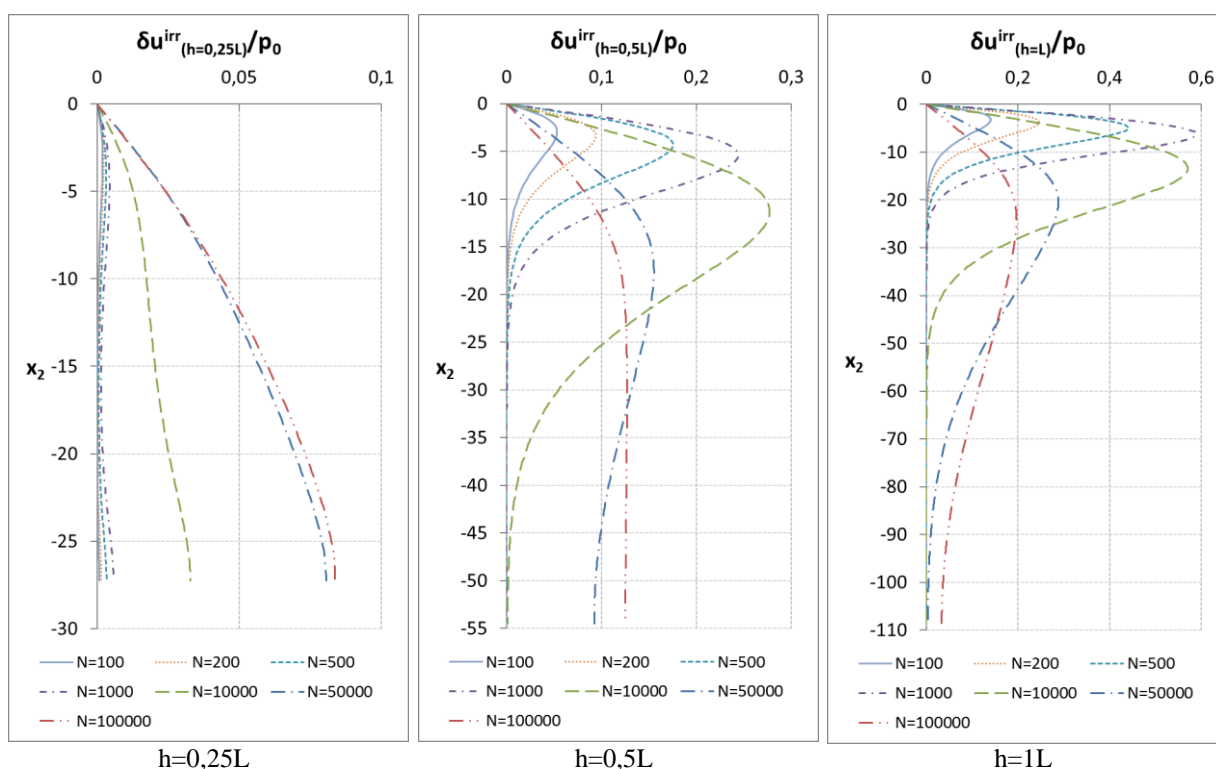


Figura 41 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade até 100000 ciclos do carregamento, para espessuras de camada de solo $h = 0,25L; 0,50L$ e $1L$.

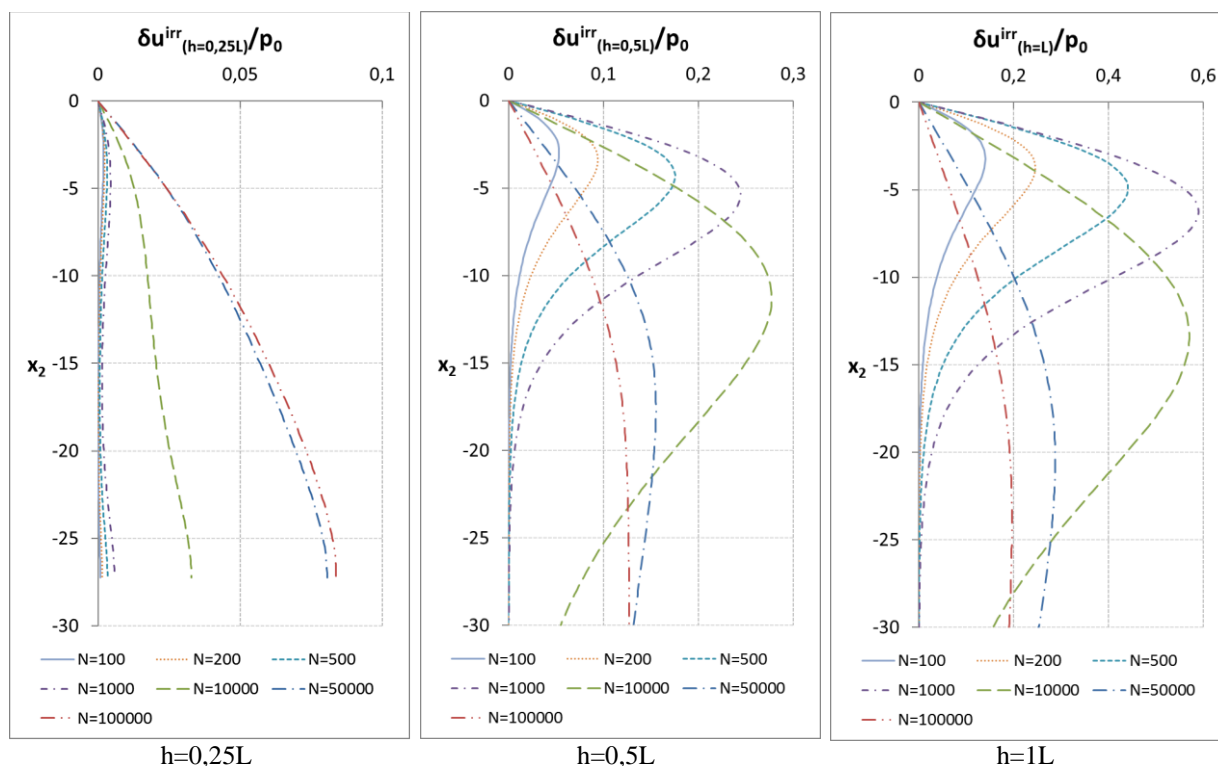


Figura 42 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade até 100000 ciclos do carregamento, para espessuras de camada de solo $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$: detalhe da região compreendida entre a superfície e os primeiros 30 metros de profundidade.

Para os resultados apresentados no intervalo de ciclos de carregamento $100 < N < 100000$ observa-se que, para o caso $h = 0,25L$, considerando-se a mesma profundidade de um ponto, o excesso de poropressão é crescente com o aumento dos ciclos. No entanto, após 50000 ciclos esse crescimento ocorre em menor intensidade. Em específico na região $0 \geq x_2 \geq -7,5\text{m}$ o excesso de poropressão manteve-se constante após 50000 ciclos. Para $h = 0,5L$ o valor máximo do excesso de poropressão ocorre em $N = 10000$ e após os valores máximos são decrescentes. Para $h = 1L$ o valor máximo do excesso de poropressão ocorre em $N = 1000$ e após os valores máximos são decrescentes. Para $h = 0,5L$ e $h = 1L$ a reta tangente que passa por $x_2 = 0$ parece ser crescente até $N=1000$ e após decrescente, esse comportamento pode ser confirmado com a análise do gradiente na superfície.

A figura 43 apresenta a evolução ao longo dos ciclos do módulo do gradiente hidráulico irreversível $i^{irr}(x_2) = -\text{grad } \delta u^{irr} / \gamma_w$ calculado em $x_2 = 0$, isto é, na superfície da camada de solo. Para as três espessuras de camada de solo $i^{irr}(x_2 = 0)$ apresenta comportamento crescente e após decrescente progressivo. Para $h = 1L$ o comportamento torna-se decrescente

antes dos 1000 ciclos, para $h = 0,5L$ o comportamento torna-se decrescente no entorno dos 1000 ciclos enquanto que para $h = 0,25L$ o comportamento torna-se decrescente apenas após 70000 ciclos. Este comportamento explica o crescimento em menor intensidade do excesso de poropressão após 50000 ciclos observado nas figuras 41 e 42 para $h = 0,25L$. Observa-se ainda que o valor máximo do gradiente hidráulico irreversível na superfície aumenta com o aumento da espessura da camada de solo h .

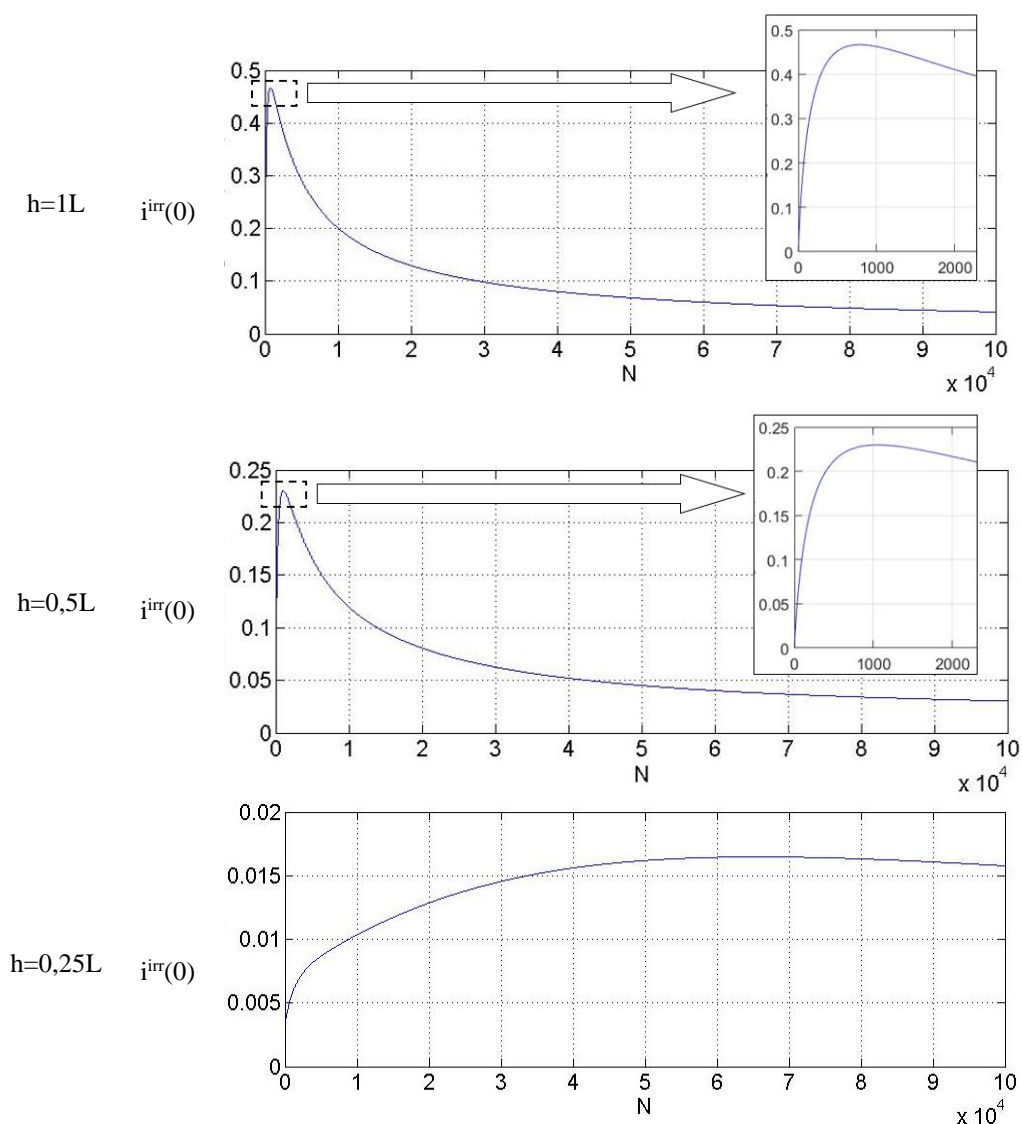


Figura 43 - Evolução do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ para espessuras da camada de solo $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$ no decorrer de 100000 ciclos.

A figura 44 apresenta em detalhe a distribuição vertical do excesso de poropressão irreversível induzida pela onda considerando-se $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$ para cada ciclo N , com $N = 100$; 200 ; 500 ; 1000 ; 10000 ; 50000 e 100000 . Observa-se que, para um ponto na mesma

profundidade, as amplitudes do excesso de poropressão são crescentes conforme o aumento da espessura da camada de solo h .

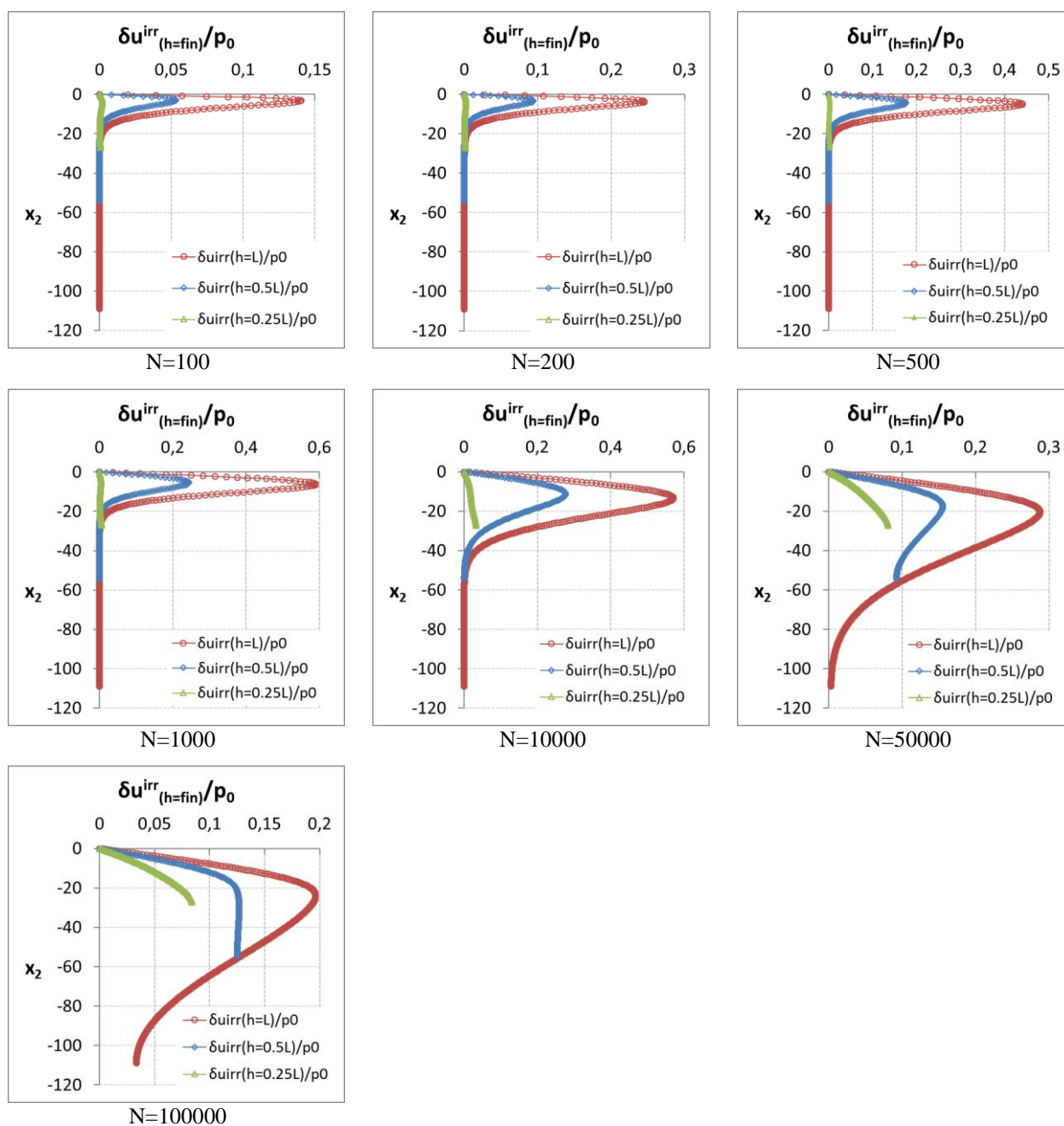
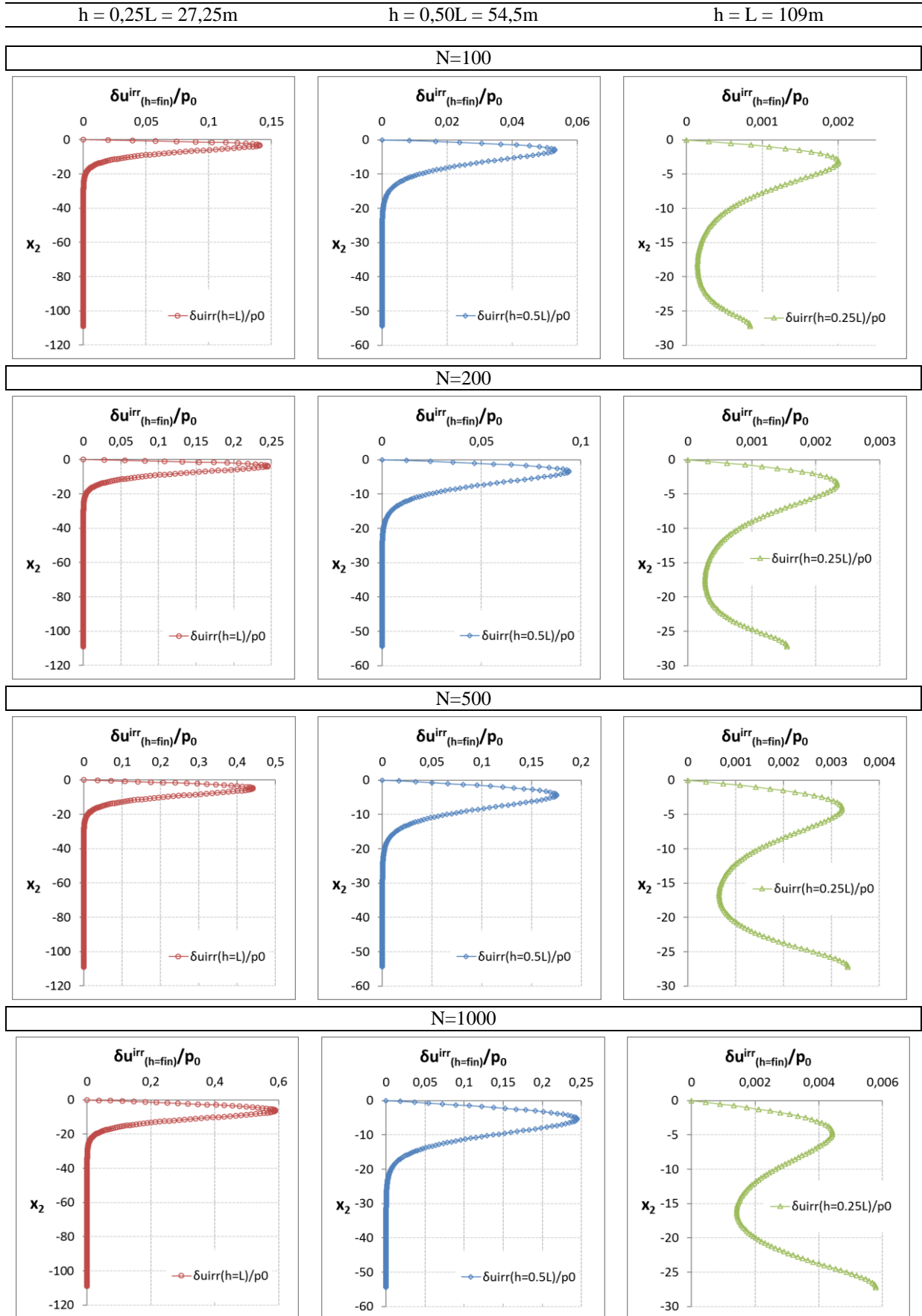


Figura 44 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para alguns ciclos do carregamento, considerando as espessuras de camada de solo $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$: detalhe dos perfis por número de ciclo N .

Finalmente, a figura 45 apresenta em detalhe a distribuição vertical do excesso de poropressão irreversível induzido pela onda para cada espessura da camada de solo h , com $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$ e para diferentes números de ciclo N .



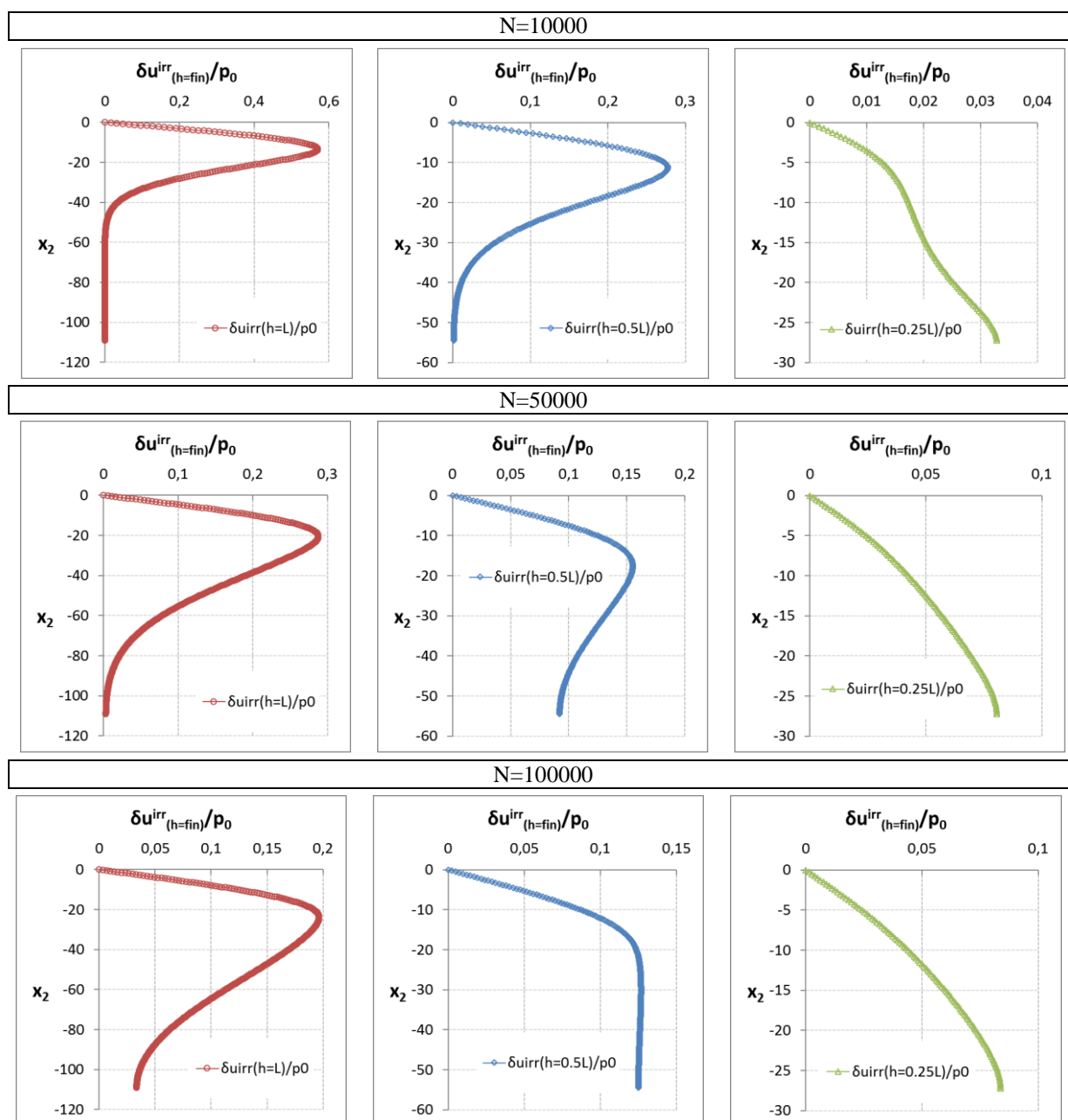


Figura 45 - Distribuição do excesso de poropressão de origem irreversível induzida pela onda ao longo da profundidade para alguns ciclos do carregamento, considerando as espessuras de camada de solo estudadas: detalhe individual dos perfis de acordo com a espessura da camada h e número de ciclo N .

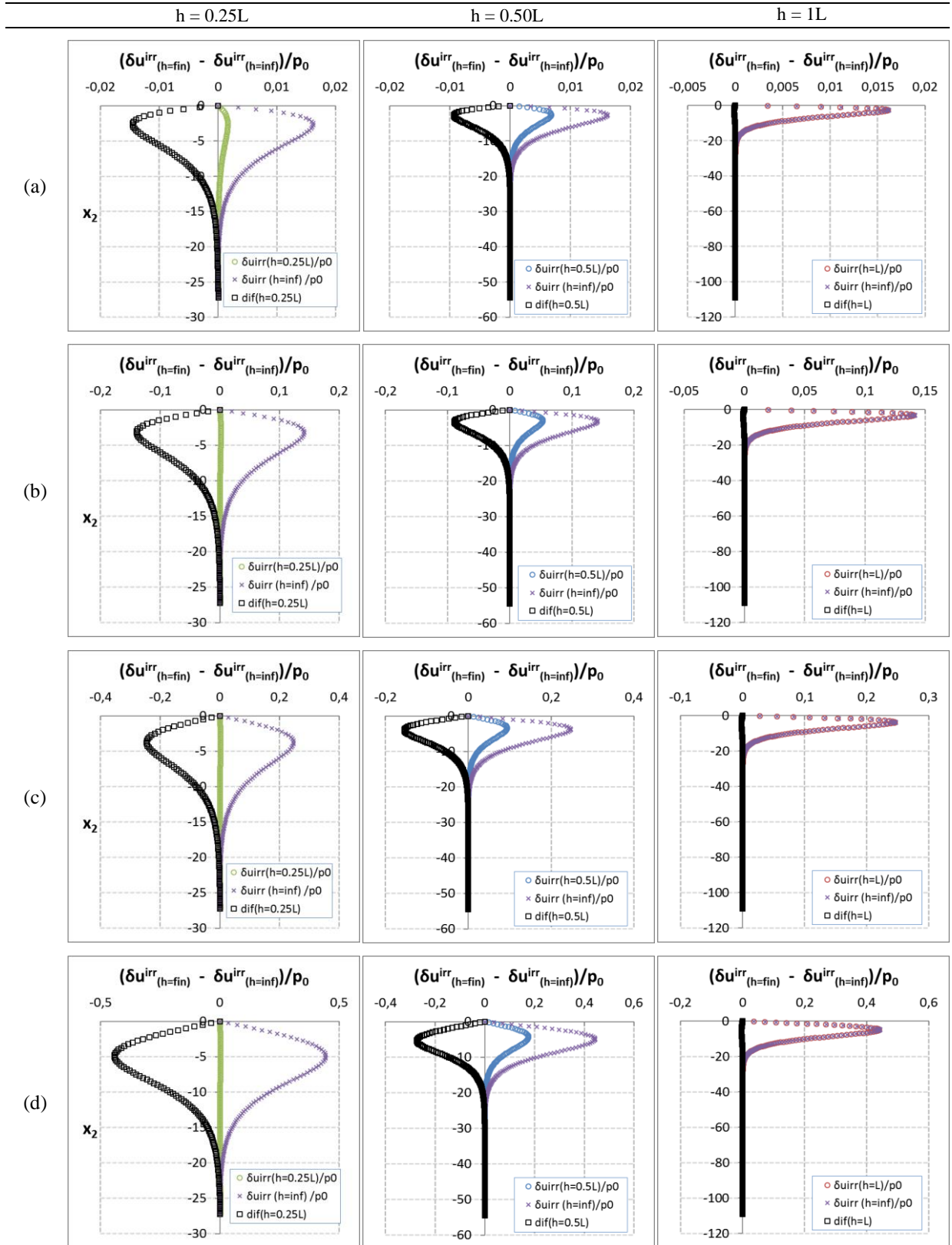
Analisando esta última figura observa-se que, considerando os ciclos de carregamento estudados, para as espessuras $h = 0,5L$ e $h = 1L$ o valor máximo do excesso de poropressão no ciclo N ocorre em uma profundidade x_2^* , situada a uma pequena distância da superfície superior do maciço, sendo essa distância crescente com o avanço dos ciclos. Esta observação

vai de encontro ao observado na análise da distribuição do excesso de poropressão irreversível para espessura da camada de solo infinita. Ressalta-se que após o valor máximo, sobre todos ciclos N analisados, ser alcançado o valor máximo no ciclo decresce e os valores do excesso de poropressão em $x_2 < x_2^*$ parece aumentar progressivamente. Com relação a espessura $h = 0,25L$, considerando $N=100$ e $N=200$ o valor máximo do excesso de poropressão também ocorre em uma profundidade x_2^* , situada a uma pequena distância da superfície superior do maciço. Contudo para $N > 200$ o valor máximo do excesso de poropressão passa a ocorrer na profundidade $x_2 = -h$, isto é, nas proximidades do substrato impermeável, alterando de forma significativa o perfil de excesso de poropressão induzido pela onda.

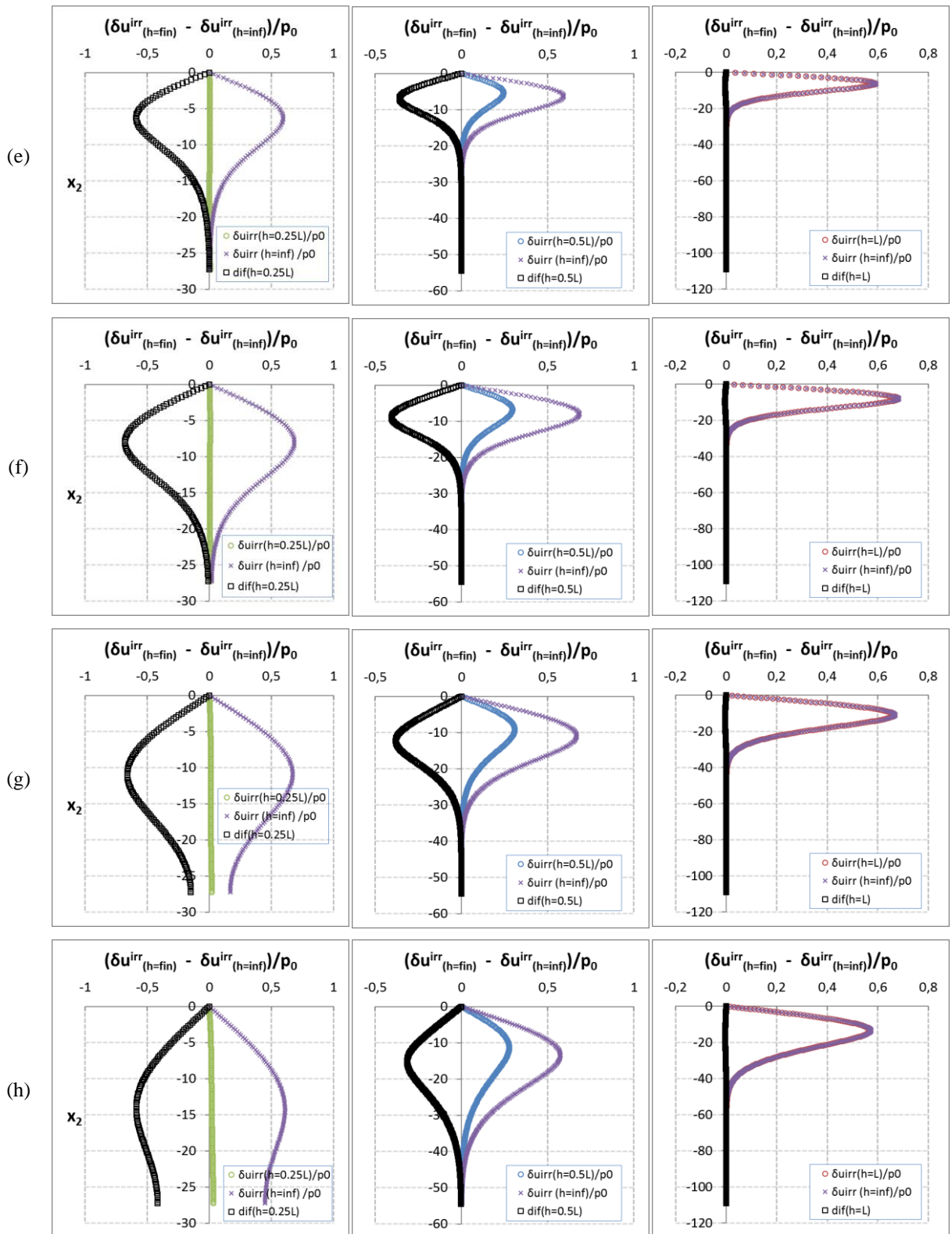
7.3.5 Comparação

A figura 46 apresenta a diferença entre os perfis de excesso de poropressão irreversível induzido pela onda obtidos para as espessuras da camada de solo finita e infinita $(\delta u_h^{irr} - \delta u_\infty^{irr})$, no decorrer de 100000 ciclos de carregamento, para as espessuras da camada de solo $h = 0,25L$, $h = 0,5L$ e $h = L$, onde L é o comprimento da onda do mar. Os valores foram adimensionalizados pela amplitude da pressão da onda $p_0=31,333\text{kN/m}^2$.

Analisando a figura 46, observa-se que para espessura da camada de solo finita $h=L$ o perfil de excesso de poropressão irreversível induzido pela onda obtido foi bastante próximo do obtido para camada de solo infinita, a diferença entre os perfis é praticamente nula. No entanto, na medida em que a espessura da camada de solo diminui, a diferença relativa entre os perfis aumenta e torna-se significativa. O excesso de poropressão irreversível na camada de espessura infinita é sempre maior que o referente à espessura finita.



Contribuição à análise das instabilidades do leito oceânico induzidas pelo carregamento cíclico da onda.



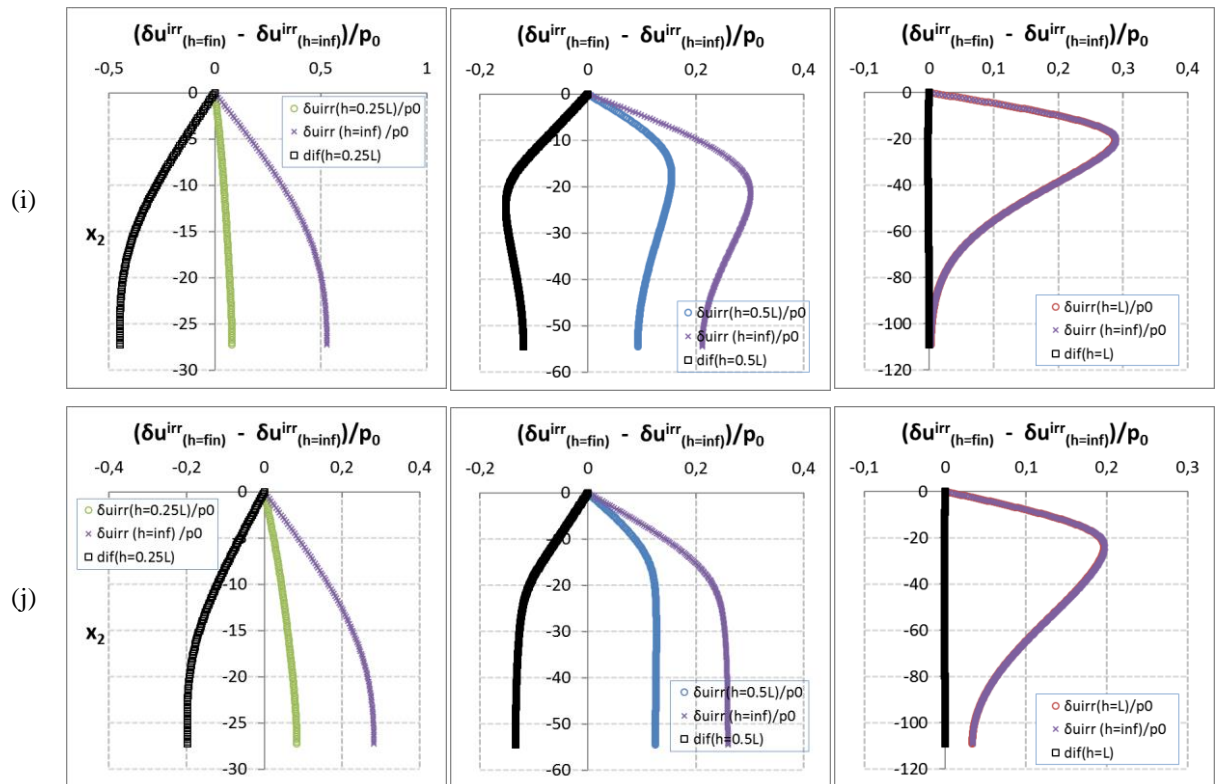


Figura 46 - Valores do termo $(\delta u_h^{irr} - \delta u_\infty^{irr})$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se os ciclos de carregamento (a) $N=10$; (b) $N=100$; (c) $N=200$; (d) $N=500$; (e) $N=1000$; (f) $N=2000$; (g) $N=5000$; (h) $N=10000$; (i) $N=50000$; (j) $N=100000$.

7.3.6 Conclusões parciais

O modelo baseado em Dormieux (1989) para avaliação do excesso de poropressão irreversível induzido pela onda, ao contrário do modelo baseado em Rahman & Jaber, proporciona resultados fisicamente aceitáveis para essa grandeza. A principal diferença está na concepção do termo fonte da equação de difusão que define a geração do excesso de poropressão, o qual no presente modelo resulta de amplitude variável no tempo, ao contrário do modelo de Rahman & Jaber (1986) no qual o termo fonte era positivo e constante no tempo. No presente modelo é considerada a densificação do meio poroso, em consequência das tensões cisalhantes cíclicas no maciço induzidas pela propagação da onda de pressão na sua superfície, o que aumenta a pressão do fluido no poro.

Para espessura da camada de solo infinita o perfil do excesso de poropressão irreversível induzido pela onda é marcado pela presença de um máximo em uma profundidade x_2^* , situada a uma pequena distância da superfície superior do maciço. A posição vertical x_2 deste

máximo tende a decrescer com a avanço dos ciclos. Esta forma de perfil anuncia que um risco de instabilidade superficial pode acompanhar o processo de acumulação de sobrepressão. Para espessuras da camada de solo finitas as espessuras da camada de solo estudadas foram $h = 0,25L$; $0,50L$ e $1L$. Para espessura da camada de solo $h=L$ o perfil de excesso de poropressão irreversível induzido pela onda obtido foi bastante próximo do obtido para camada de solo infinita. No entanto, na medida em que a espessura da camada de solo diminui, a partir de $h=L$, a forma do perfil altera-se. Para $h = 0,25L$ o valor máximo do excesso de poropressão ao longo da profundidade passa da profundidade $x_2 = x_2^*$, situada a uma pequena distância da superfície superior do maciço para a profundidade $x_2 = -h$, próximo do substrato impermeável. Para uma mesma profundidade, as amplitudes do excesso de poropressão crescem com o aumento da espessura da camada de solo h ,

Com relação ao gradiente hidráulico na superfície do maciço, ao contrário da evolução crescente prevista pelo modelo com fonte constante explorado na seção anterior, observa-se com o presente modelo para todas espessuras da camada de solo estudadas que após o alcance de um valor máximo, ocorre um comportamento decrescente progressivo desta grandeza. A existência da última fase do comportamento enfatiza o fato de que o fenômeno de geração de poropressão não é monotônico. Ele pode ser explicado qualitativamente pela estrutura da fórmula (7.40), que indica que $|\Delta\varepsilon_v^{irr}|$ é uma função decrescente da densificação antecedente. A diminuição do gradiente hidráulico irreversível calculado em $x_2 = 0$ pode ser considerada uma evidência do endurecimento positivo do material devido a sua densificação (Dormieux et al., 1993).

8 ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO MACIÇO CONSTITUÍDO POR SOLO GRANULAR

8.1 DEFINIÇÕES DO PROBLEMA EM SOLO GRANULAR

O leito do mar é assumido como um espaço semi-infinito cujo topo, definido pelo plano $x_2 = 0$, pode estar inclinado um ângulo θ com relação à horizontal. Considerando-se condições de deformações planas, serão analisados os casos de fundo do mar plano horizontal e fundo do mar plano inclinado, conforme figura 47.

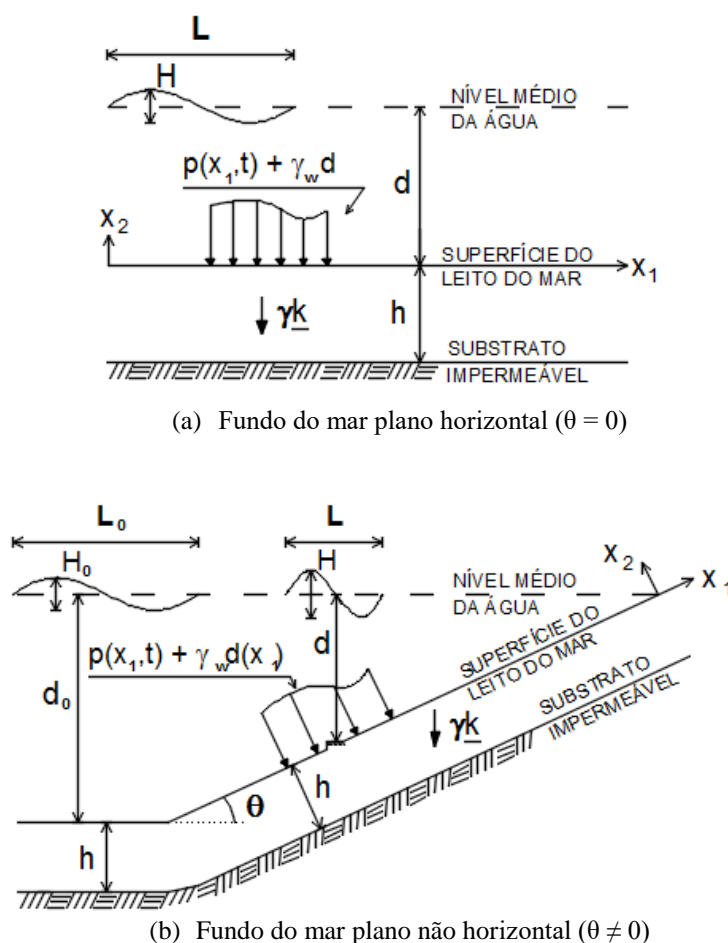


Figura 47 - Geometria do leito marinho submetido ao carregamento da onda.

As forças de volume atuantes correspondem às forças de gravidade $\underline{\gamma k} = \rho g \underline{k}$ onde g é o valor da aceleração da gravidade; $\rho = \rho_w \phi + (1 - \phi) \rho_s$ representa a densidade mássica média do meio poroso; ϕ denota a porosidade que representa a fração do volume ocupado pelo fluido; ρ_w e ρ_s denotam as densidades mássicas da água e do sólido, respectivamente. Assume-se a ação da onda sobre o leito do mar modelada pela sobrepressão dada pela equação (3.35), com respeito ao valor hidrostático $\gamma_w d$. Constituem as forças de superfície $\underline{T}^d(x_1, t)$, atuantes sobre a fronteira $x_2 = 0$, a pressão hidrostática e a sobrepressão da onda:

$$\underline{T}^d(x_1, t) = -(p_0 \cos \psi + \gamma_w d) \underline{e}_2 \quad (x_2 = 0) \quad (8.1)$$

onde $\psi = kx_1 + \omega t$; d é um valor constante no caso do fundo do mar plano horizontal e $d = -x_1 \sin \theta$ no caso do fundo do mar plano inclinado (veja figura 45).

Adota-se a hipótese de que a pressão do fluido é contínua através da interface em $x_2 = 0$. Usando δu para denotar a diferença entre a poropressão no meio poroso com relação ao respectivo valor hidrostático, tem-se:

$$\delta u(x_1, t) = p_0 \cos \psi \quad (x_2 = 0) \quad (8.2)$$

A condição suficiente de estabilidade para o leito marinho constituído de material granular está vinculada à existência de um campo de tensões efetivas estaticamente admissível com o carregamento definido pelas densidades de força de corpo ($\gamma' \underline{k}$ e $\gamma_w \underline{i}$) e que seja compatível com o critério de resistência de Coulomb sem coesão em todos os pontos, conforme determinado na seção 5.1:

$$\text{div } \underline{\underline{\sigma}}' + \gamma_w \underline{i} + \gamma' \underline{k} = 0 \quad (x_2 \leq 0) \quad (8.3.a)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{e}_2 = 0 \quad (x_2 = 0) \quad (8.3.b)$$

$$\left((\sigma'_{11} - \sigma'_{22})^2 + 4\sigma'^2_{12} \right)^{1/2} \leq -(\sigma'_{11} + \sigma'_{22}) \sin \varphi \quad (\forall \underline{x}) \quad (8.4)$$

onde $\underline{\underline{\sigma}}'$ é o tensor de tensões efetivas (sendo a tensão de tração adotada como positiva); \underline{k} é o vetor definido por:

$$\underline{k} = -(\sin \theta \underline{e}_1 + \cos \theta \underline{e}_2) \quad (8.5)$$

sendo θ o ângulo de inclinação do fundo do mar; \underline{i} é o vetor adimensional gradiente hidráulico definido por:

$$\underline{i} = -\frac{1}{\gamma_w} \underline{grad} \delta u \quad (8.6)$$

e φ é o ângulo de atrito suposto inferior a $\pi/4$.

Observa-se que para este critério de resistência, campos de tensão não-desviadores contribuem para a estabilidade, ao contrário do critério de Tresca utilizado anteriormente para análise de estabilidade do solo coesivo. E os carregamentos a serem considerados nas análises para fundo plano horizontal e inclinado são iguais. Os cálculos para análise da estabilidade do maciço constituído por solo granular serão apresentados para a situação mais geral, com $\theta \neq 0$. Utilizando-se $\theta = 0$ obtêm-se respostas relativas ao fundo plano horizontal.

Para o cálculo das forças relacionadas ao fluxo de percolação, $\underline{i} = \underline{i}^e + \underline{i}^{irr}$, cujas componentes foram definidas em (5.91) e (5.92), deve ser considerada a espessura da camada de solo.

Para espessura da camada de solo infinita, a contribuição reversível (ou elástica) é dada por:

$$\begin{aligned} \gamma_w \underline{i}^e &= -\underline{grad} \delta u^e \\ \gamma_w \underline{i}^e &= p_0 k e^{kx_2} (\text{sen} \psi \underline{e}_1 - \text{cos} \psi \underline{e}_2) \end{aligned} \quad (8.7)$$

onde

$$\delta u^e(x_1, x_2, t) = p_0 \text{cos} \psi e^{kx_2}, \quad \psi = kx_1 + \omega t \quad (8.8)$$

e a contribuição irreversível é definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \gamma_w \underline{i}^{irr} &= -\underline{grad} \delta u^{irr} \\ \gamma_w \underline{i}^{irr} &= \gamma_w \underline{i}^{irr}(x_2) \underline{e}_2 \end{aligned} \quad (8.9)$$

onde \underline{i}^{irr} é uma função independente de x_1 , paralela a \underline{e}_2 e cuja amplitude é determinada pela resolução do problema de difusão (7.38 – 7.47). Variações de \underline{i}^{irr} sobre um período são negligenciáveis diante daquelas de \underline{i}^e e o argumento t poderá ser omitido no estudo de estabilidade no decurso de um ciclo de carregamento. Os resultados numéricos, apresentados na seção destinada ao cálculo da resposta irreversível para espessura da camada de solo infinita (seção 7.3.3.1), conduzem a limitar o estudo aos carregamentos para os quais a função \underline{i}^{irr} possui as seguintes propriedades-(Dormieux, 1989):

(I) existe um real $x_2^* < 0$ tal que:

$$(\forall x_2 < x_2^*) \quad i^{irr}(x_2) \leq 0; \quad (\forall x_2 \geq x_2^*) \quad i^{irr}(x_2) \geq 0;$$

i^{irr} é uma função crescente sobre o segmento $[x_2^*, 0]$ (reveja figura 39);

$$(II) \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad \int_{x_2}^0 i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \geq 0;$$

Pode ser observado que o significado físico da integral acima nada mais é do que a quantidade $\delta u^{irr}(x_2)/\gamma_w$. De acordo com os resultados obtidos no capítulo anterior, essa quantidade é positiva para $\forall x_2 \leq 0$, sendo nula em $x_2 = 0$.

$$\int_{x_2}^0 -\frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\delta u^{irr}(x_2)}{\gamma_w} dx_2 = \left[-\frac{\delta u^{irr}(x_2)}{\gamma_w} \right]_{x_2}^0 = -\frac{1}{\gamma_w} \left[\underbrace{\delta u^{irr}(0)}_{=0} - \delta u^{irr}(x_2) \right] = \frac{\delta u^{irr}(x_2)}{\gamma_w} \geq 0$$

As hipóteses (I) e (II) são adotadas nos cálculos seguintes. A estabilidade do maciço sob a ação das densidades de força de corpo $\gamma' \underline{k}$; $\gamma_w \underline{i}^e$ e $\gamma_w \underline{i}^{irr}$ será analisada utilizando-se a teoria da Análise Limite.

Para espessura da camada de solo finita a contribuição reversível (ou elástica) é dada por:

$$\gamma_w \underline{i}_h^e = -\underline{grad} \delta u_h^e \quad (8.10)$$

$$\gamma_w \underline{i}_h^e = -\frac{P_0}{A} [kf(x_2)\text{sen}\psi + kg(x_2)\text{cos}\psi] \underline{e}_1 + \frac{P_0}{A} [f'(x_2)\text{cos}\psi - g'(x_2)\text{sen}\psi] \underline{e}_2$$

onde

$$\delta u_h^{el} = \frac{P_0}{A} [f(x_2)\text{cos}\psi] - \frac{P_0}{A} [g(x_2)\text{sen}\psi], \quad \psi = kx_1 + \omega t \quad (8.11)$$

sendo $f(x_2)$, $g(x_2)$ e A definidos no capítulo 6.

E a contribuição irreversível para espessura da camada de solo finita é determinada por:

$$\gamma_w \underline{i}_h^{irr} = -\underline{grad} \delta u_h^{irr} \quad (8.12)$$

$$\gamma_w \underline{i}_h^{irr} = \gamma_w i_h^{irr}(x_2) \underline{e}_2$$

onde i_h^{irr} é uma função que, assim como i^{irr} , possui as propriedades (I) e (II) definidas anteriormente. A estabilidade do maciço, com espessura da camada de solo finita, sob a ação das densidades de força de corpo $\gamma' \underline{k}$; $\gamma_w \underline{i}_h^e$ e $\gamma_w \underline{i}_h^{irr}$ será também analisada utilizando-se a teoria da Análise Limite.

A tabela 10 apresenta as grandezas envolvidas na análise da estabilidade que dependem da espessura da camada de solo.

Tabela 10 – Grandezas envolvidas na análise da estabilidade do solo granular que dependem da espessura da camada de solo.

	Espessura da camada infinita	Espessura da camada finita
Excesso de poropressão (reversível) induzido pela onda	$\delta u^e = p_0 \cos\psi e^{kx_2}$	$\delta u_h^{el} = \frac{P_0}{A} [f(x_2)\cos\psi] - \frac{P_0}{A} [g(x_2)\sin\psi]$
Contribuição reversível do gradiente hidráulico	$\gamma_w \underline{i}^e = p_0 k e^{kx_2} (\sin\psi \underline{e}_1 - \cos\psi \underline{e}_2)$	$\gamma_w \underline{i}_h^e = -\frac{P_0}{A} [kf(x_2)\sin\psi + kg(x_2)\cos\psi] \underline{e}_1 + \frac{P_0}{A} [f'(x_2)\cos\psi - g'(x_2)\sin\psi] \underline{e}_2$
Contribuição irreversível do gradiente hidráulico	$\gamma_w \underline{i}^{irr} = \gamma_w i^{irr}(x_2) \underline{e}_2$	$\gamma_w \underline{i}_h^{irr} = \gamma_w i^{irr}(x_2) \underline{e}_2$

8.2 ESPESSURA DA CAMADA INFINITA

8.2.1 Abordagem estática

Introduzem-se os campos de tensões efetivas $\underline{\underline{\sigma}}'_1$, $\underline{\underline{\sigma}}'_2$ e $\underline{\underline{\sigma}}'_3$ que equilibram, respectivamente, as componentes de densidade volumétrica das forças externas $\gamma'k$, $\gamma_w \underline{i}^{irr}$ e $\gamma_w \underline{i}^e$. Eles são definidos pelas seguintes matrizes na base $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$:

$$\underline{\underline{\sigma}}'_1 = \gamma' x_2 \begin{pmatrix} K_1(x_2) & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (8.13)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}'_2 = \gamma' x_2 \begin{pmatrix} K_2(x_2) & 0 \\ 0 & Q(x_2) \end{pmatrix} \quad (8.14)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}'_3 = x_2 C_A(x_2) \begin{pmatrix} -\cos\psi & -\sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \quad (8.15)$$

com:

$$\psi = kx_1 - \omega t \quad (8.16)$$

$$Q(x_2) = \frac{\gamma_w}{\gamma'} \frac{1}{x_2} \int_{x_2}^0 i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \quad (8.17)$$

Sendo a escolha de $K_1(x_2)$ e $K_2(x_2)$ arbitrária.

O termo $C_A(x_2)$ é encontrado resolvendo a equação diferencial ordinária de 1ª ordem não homogênea, resultante da substituição dos campos de tensões efetivas $\underline{\underline{\sigma}}'_1$, $\underline{\underline{\sigma}}'_2$ e $\underline{\underline{\sigma}}'_3$ nas equações de equilíbrio (8.3.a):

$$x_2 \frac{d}{dx_2} C_A(x_2) + (1 - kx_2) C_A(x_2) - kp_o e^{kx_2} = 0 \quad (8.18)$$

e posterior aplicação da condição de contorno (8.3.b):

$$C_A(x_2) = kp_o e^{kx_2} \quad (8.19)$$

Superpondo os três campos, obtém-se um campo de tensões $\underline{\underline{\sigma}}'$ que equilibra as forças externas, e cujas componentes são:

$$\begin{aligned} \sigma'_{11} &= \gamma' x_2 \left(K_3 - \frac{C_A}{\gamma'} \cos\psi \right) \\ \sigma'_{22} &= \gamma' x_2 \left(X + \frac{C_A}{\gamma'} \cos\psi \right) \\ \sigma'_{12} &= \gamma' x_2 \left(\text{sen}\theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen}\psi \right) \end{aligned} \quad (8.20)$$

com

$$K_3 = K_1 + K_2 \quad (8.21)$$

$$X = \cos\theta + Q \quad (8.22)$$

onde o argumento x_2 foi omitido.

O problema consiste em encontrar a que condição sobre a função $i^{irr}(x_2)$, um campo de tensões do tipo $\underline{\underline{\sigma}}'$ compatível em todo ponto do maciço com a capacidade de resistência definida por φ pode ser exibido. Substituindo as componentes de $\underline{\underline{\sigma}}'$ em (8.4):

$$\gamma' |x_2| \left[\left(\left(K_3 - X - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos\psi \right)^2 + 4 \left(\text{sen}\theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen}\psi \right)^2 \right)^{1/2} - (K_3 + X) \text{sen}\varphi \right] \leq 0, \quad (8.23)$$

$$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi)$$

Como $\gamma'|x_2| \geq 0 \quad \forall x_2$, verifica-se que a construção deste campo baseia-se na existência de uma função K_3 que satisfaça:

$$\left(\left(K_3 - X - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right)^2 + 4 \left(\sin \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \sin \psi \right)^2 \right)^{1/2} \leq (K_3 + X) \sin \varphi, \quad (8.24)$$

$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi)$

Maximizando a expressão acima em relação a ψ , encontra-se a seguinte expressão para ψ que maximiza o lado esquerdo de (8.24):

$$\psi^* = \arctan \left(\frac{2 \sin \theta}{K_3 - X} \right) \quad (8.25)$$

Substituindo $\sin \psi^*$ e $\cos \psi^*$ em (8.24):

$$\left\{ \left[(K_3 - X)^2 + 4 \sin^2 \theta \left[1 + \frac{2C_A}{\gamma'} \frac{1}{((K_3 - X)^2 + 4 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right]^2 \right]^{1/2} \right\} \leq (K_3 + X) \sin \varphi, \quad (8.26.a)$$

$(\forall x_2 \leq 0)$

$$\left| \left((K_3 - X)^2 + 4 \sin^2 \theta \right)^{1/2} + \frac{2C_A}{\gamma'} \right| \leq (K_3 + X) \sin \varphi, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.26.b)$$

Sendo $\left((K_3 - X)^2 + 4 \sin^2 \theta \right)$ e $\frac{2C_A}{\gamma'}$ valores positivos, tem-se:

$$\left((K_3 - X)^2 + 4 \sin^2 \theta \right)^{1/2} + \frac{2C_A}{\gamma'} \leq (K_3 + X) \sin \varphi, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.27)$$

Introduzindo-se as mudanças de variáveis

$$X' = X - C_A / \gamma' \sin \varphi \quad (8.28)$$

$$K_3' = K_3 - C_A / \gamma' \sin \varphi \quad (8.29)$$

em (8.27) obtém-se:

$$\left((K_3' - X')^2 + 4 \sin^2 \theta \right)^{1/2} \leq (K_3' + X') \sin \varphi, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.30)$$

Considera-se que a existência de uma função $K_3(x_2)$ que verifique (8.27) é equivalente aquela de uma função $K_3'(x_2)$ que verifique (8.30) (Dormieux, 1989). Após desenvolvimento desta última expressão, obtém-se o trinômio em K_3' :

$$K_3'^2 \cos^2 \varphi - 2K_3' X' (1 + \sin^2 \varphi) + X'^2 \cos^2 \varphi + 4 \sin^2 \varphi \leq 0, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.31)$$

O qual pode ser reescrito da seguinte forma:

$$aK_3'^2 + bK_3' + c \leq 0 \quad \text{com} \quad \begin{cases} a = \cos^2 \varphi \\ b = -2X'(1 + \sin^2 \varphi) \\ c = X'^2 \cos^2 \varphi + 4\sin^2 \varphi \end{cases} \quad (8.32)$$

A análise da inequação mostra que, como $a \geq 0$, a curva determinada pelo trinômio tem concavidade voltada para cima, e a existência de um real K_3' que verifique a inequação acima, a um X' dado, é assegurada se e somente se o discriminante deste trinômio satisfaz $\Delta \geq 0$:

$$X'(x_2) \geq \frac{\sin \theta}{\tan \varphi}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.33)$$

$$X'(x_2) \leq -\frac{\sin \theta}{\tan \varphi}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.34)$$

Investiga-se se (8.33) e (8.34) verificam (8.30). Toma-se (8.30), sendo $(K_3' - X')^2$ e $4\sin^2 \theta$ valores positivos, e ainda, $\sin \varphi < 1$ pode considerar-se válida a seguinte relação de desigualdades:

$$\left[(K_3' - X')^2 \right]^{1/2} \leq \left[(K_3' - X')^2 + 4\sin^2 \theta \right]^{1/2} \leq (K_3' + X') \sin \varphi \leq (K_3' + X'), \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.35)$$

Da qual utiliza-se a desigualdade entre os termos extremos para continuidade dos cálculos:

$$\left[(K_3' - X')^2 \right]^{1/2} \leq (K_3' + X'), \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.36)$$

Explorando esta desigualdade verifica-se que

$$\begin{aligned} |K_3' - X'| &\leq (K_3' + X'), & (\forall x_2 \leq 0) \\ -(K_3' + X') &\leq K_3' - X' \leq (K_3' + X'), & (\forall x_2 \leq 0) \\ -X' &\leq X' \Rightarrow X' \text{ positivo} \\ -K_3' &\leq K_3' \Rightarrow K_3' \text{ positivo} \end{aligned} \quad (8.37)$$

Assim, observa-se que se X' é negativo, (8.30) não pode ser verificada. Em contrapartida, se X' obedece (8.33) a existência de um escalar K' solução de (8.31) é assegurada e um campo de tensões $\underline{\underline{\sigma'}}$ do tipo (8.20) compatível com a resistência pode ser construído.

Substituindo (8.28); (8.19); (8.22) e (8.17) em (8.33) obtém-se:

$$\frac{\gamma_w}{\gamma'} \frac{1}{x_2} \int_{x_2}^0 i^{irr}(\mathcal{G}) d\mathcal{G} \geq \frac{-\sin(\varphi - \theta) + kp_0 e^{kx_2} / \gamma'}{\sin \varphi}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.38)$$

E então a condição suficiente de estabilidade do maciço pode ser encontrada:

$$\frac{1}{x_2} \int_0^{x_2} i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \leq \frac{\gamma'}{\gamma_w} \left(\frac{\text{sen}(\varphi - \theta) - kp_0 e^{kx_2} / \gamma'}{\text{sen} \varphi} \right), \quad (\forall x_2 \leq 0) \tag{8.39}$$

Considerando as condições (I) e (II) impostas à função i^{irr} , o valor máximo da integral acima ocorre para $x_2 = 0$:

$$\begin{aligned} & (\forall x_2 \leq 0) \\ & \int_0^{x_2} i^{irr}(\vartheta) d\vartheta = - \int_{x_2}^0 \frac{- \text{grad} \delta u^{irr}(\vartheta)}{\gamma_w} d\vartheta = \frac{1}{\gamma_w} \left\{ \underbrace{\delta u^{irr}(0)}_{=0} - \delta u^{irr}(x_2) \right\} = - \frac{\delta u^{irr}(x_2)}{\gamma_w} \Rightarrow \leq 0 \\ & \text{máx} \left[- \frac{\delta u^{irr}(x_2)}{\gamma_w} \right] = 0 \quad \text{em } x_2 = 0 \end{aligned}$$

Tomando o limite da expressão à esquerda da desigualdade, tem-se

$$\lim_{x_2 \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x_2} \int_0^{x_2} i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \right) = \frac{\left(\int_0^{x_2} i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \right)'}{x_2'} = i^{irr}(0) \tag{8.40}$$

e a condição suficiente de estabilidade, para $\gamma_w i^{irr}$, fica definida da seguinte forma:

$$\gamma_w i^{irr}(0) \leq \gamma' \left(\frac{\text{sen}(\varphi - \theta) - kp_0 / \gamma'}{\text{sen} \varphi} \right) \tag{8.41}$$

8.2.2 Abordagem cinemática

Considera-se a família de campos de velocidade virtual $\underline{V}^{\alpha\beta l}$ dependente dos três parâmetros geométricos α , β e l , como mostrado na figura 48.a.

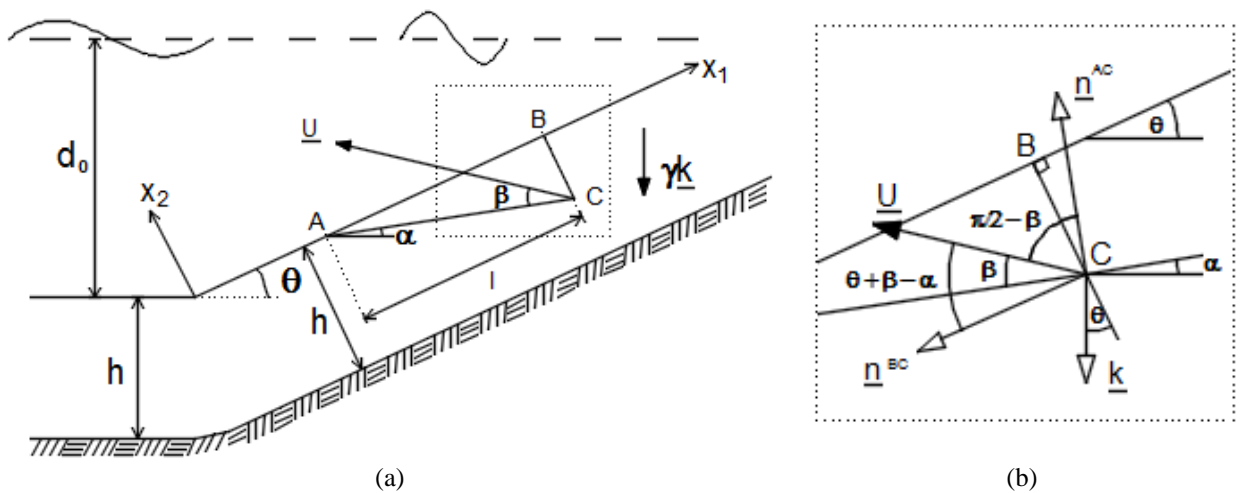


Figura 48 - Campo de velocidade virtual dependente de três parâmetros α , β e l (a) e detalhe da zona destacada (b).

O bloco triangular ABC está submetido a uma translação definida pela velocidade uniforme \underline{U} . No resto do maciço, a velocidade virtual é igual à zero. Os segmentos AC e BC constituem as linhas de descontinuidade do campo de velocidade. De início, os parâmetros β e l não estão submetidos a restrições, enquanto que o ângulo α está sujeito a seguinte condição geométrica:

$$\alpha \in]-\pi/2 + \theta, \theta] \quad (8.42)$$

A potência resistente máxima consiste na soma das contribuições relacionadas a cada linha de descontinuidade do campo de velocidade, isto é, AC e BC:

$$P_{rm}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) = \int_{AC} \pi(\underline{n}, \underline{U}) dl + \int_{BC} \pi(\underline{n}, \underline{U}) dl \quad (8.43)$$

onde \underline{U} é o vetor de velocidade uniforme do bloco triangular ABC e \underline{n} é o vetor unitário normal ao segmento AC e ao segmento BC, respectivamente. A direção destes vetores pode ser visualizada na figura 48.b.

Para o material de Coulomb sem coesão, o cálculo da função $\pi(\underline{n}, \underline{U})$ fornece:

$$\pi(\underline{n}, \underline{U}) = +\infty \quad \text{se } \underline{U} \cdot \underline{n} \leq U \text{sen} \varphi \quad (8.44.a)$$

$$\pi(\underline{n}, \underline{U}) = 0 \quad \text{se } \underline{U} \cdot \underline{n} \geq U \text{sen} \varphi \quad (8.44.b)$$

onde “.” denota produto escalar e U é um escalar positivo.

Observa-se que se a função $\pi(\underline{n}, \underline{U})$ é infinita, a resistência máxima que pode ser mobilizada pela estrutura é sempre maior que o trabalho desenvolvido pela carga. Assim, a abordagem cinemática fornecerá resultados não-triviais somente se a função $\pi(\underline{n}, \underline{U})$ permanecer finita sobre os segmentos AC e BC.

Desenvolvendo (8.44.b) para o segmento AC, observando figura 48.b

$$\begin{aligned} \underline{U} \cdot \underline{n} &\geq U \text{sen} \varphi \Big|_{AC} \\ |\underline{U}| |\underline{n}| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) &\geq U \text{sen} \varphi \rightarrow U \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \geq U \text{sen} \varphi \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) &\geq \text{sen} \varphi \rightarrow \text{sen}(\beta) \geq \text{sen} \varphi \rightarrow \varphi \leq \beta \leq \pi - \varphi \end{aligned} \quad (8.45)$$

Desenvolvendo (8.44.b) para o segmento BC, observando figura 48.b

$$\begin{aligned}
\underline{U} \cdot \underline{n} &\geq U \operatorname{sen} \varphi \Big|_{BC} \\
|\underline{U}| |\underline{n}| \cos(\theta + \beta - \alpha) &\geq U \operatorname{sen} \varphi \rightarrow U \cos(\theta + \beta - \alpha) \geq U \operatorname{sen} \varphi \\
\cos(\theta + \beta - \alpha) &\geq \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \\
-\frac{\pi}{2} + \varphi &\leq \theta + \beta - \alpha \leq \frac{\pi}{2} - \varphi
\end{aligned} \tag{8.46}$$

Assim, para que isto ocorra, α e β devem obedecer às seguintes condições:

$$\varphi \leq \beta \leq \pi - \varphi \tag{8.47.a}$$

$$-\pi/2 + \varphi \leq \beta + \theta - \alpha \leq \pi/2 - \varphi \tag{8.47.b}$$

onde $\theta = 0$ no caso de fundo do mar plano horizontal. Observando que $\alpha \leq \theta$ a desigualdade (8.47.b) pode ser reescrita:

$$-\pi/2 + \varphi - (\theta - \alpha) \leq \beta \leq \pi/2 - \varphi - (\theta - \alpha) \tag{8.48}$$

E comparando com (8.47.a) a seguinte relação de desigualdades é válida:

$$\varphi - \pi/2 - (\theta - \alpha) < \varphi \leq \beta \leq -\varphi + \pi/2 - (\theta - \alpha) < -\varphi + \pi \tag{8.49}$$

E assim, verifica-se que as duas desigualdades duplas (8.47.a) e (8.47.b) se resumem na seguinte:

$$\varphi \leq \beta \leq \pi/2 - \varphi + \alpha - \theta \tag{8.50}$$

Nota-se por \mathcal{D} o domínio do plano (α, β) definido pelas condições (8.42) e (8.50). Observa-se que este domínio nunca é vazio pois ele contém a dupla (θ, φ) .

O teorema cinemático fornece então uma família de condições necessárias de estabilidade sob a forma seguinte:

$$(\forall (\alpha, \beta) \in \mathcal{D}) \quad (\forall l \geq 0), \quad P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) \leq 0 \tag{8.51}$$

onde $P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) \leq P_{rm}(\underline{V}^{\alpha\beta l})$ com $P_{rm}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) = 0$ uma vez que $\pi(\underline{n}, \underline{U}) = 0$.

A quantidade $P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l})$ representa a soma das contribuições das componentes da densidade volumétrica das forças externas $\gamma' \underline{k} + \gamma_w \underline{i}^e + \gamma_w \underline{i}^{irr}$:

$$P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) = \int_{ABC} \gamma' \underline{k} \cdot \underline{U} dS + \int_{ABC} \gamma_w \underline{i}^e \cdot \underline{U} dS + \int_{ABC} \gamma_w \underline{i}^{irr} \cdot \underline{U} dS \tag{8.52}$$

onde “ \cdot ” denota produto escalar e dS é o diferencial de área, sendo S a superfície do triângulo ABC.

Uma vez que as grandezas vetoriais envolvidas no cálculo da potência externa são as mesmas nas análises do fundo plano horizontal e inclinado, o cálculo a seguir será desenvolvido para a situação mais abrangente, com $\theta \neq 0$. Utilizando-se $\theta = 0$ obtêm-se respostas relativas ao fundo plano horizontal. As grandezas vetoriais são dadas por:

$$\gamma' \underline{k} = -\gamma' (\text{sen} \theta \underline{e}_1 + \text{cos} \theta \underline{e}_2) \quad (8.53)$$

$$\gamma_w \underline{i}^e = C_A(x_2) (\text{sen} \psi \underline{e}_1 - \text{cos} \psi \underline{e}_2), \quad \psi = kx_1 + \omega t, \quad C_A(x_2) = p_0 k e^{kx_2} \quad (8.54)$$

$$\gamma_w \underline{i}^{irr} = i^{irr}(x_2) \underline{e}_2 \quad (8.55)$$

$$\underline{U} = U (-\text{cos}(\theta + \beta - \alpha) \underline{e}_1 + \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) \underline{e}_2) \quad (8.56)$$

As parcelas que compõem a potência externa ficam definidas da seguinte forma:

$$\gamma' \underline{k} \cdot \underline{U} = \gamma' U \text{sen}(\alpha - \beta) \quad (8.57)$$

$$\gamma_w \underline{i}^e \cdot \underline{U} = -U C_A(x_2) \text{sen}(\theta + \beta - \alpha + \psi) \quad (8.58)$$

$$\gamma_w \underline{i}^{irr} \cdot \underline{U} = U \gamma_w i^{irr}(x_2) \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) \quad (8.59)$$

E a potência externa fica definida da seguinte forma:

$$P_{ext} = US \left[\gamma' \text{sen}(\alpha - \beta) - \frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \text{sen}(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS + \gamma_w \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) i_{al}^{irr} \right] \quad (8.60)$$

onde

$$i_{al}^{irr} = \frac{1}{S} \int_{ABC} i^{irr} dS \quad (8.61)$$

representa o valor médio de i^{irr} sobre a área do triângulo ABC

Para cada valor de $(\alpha, \beta) \in \mathcal{D}$ e de l , obtêm-se associando (8.51) e (8.60) uma condição necessária de estabilidade sob a forma:

$$\gamma_w \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) i_{al}^{irr} \leq \frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \text{sen}(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS + \gamma' \text{sen}(\beta - \alpha). \quad (8.62)$$

$$(\forall \psi \in [0, 2\pi])$$

Considerando dados γ' e $C_A(x_2)$, deseja-se extrair a condição mais restritiva a ser verificada pela função $i^{irr}(\cdot)$ a partir desta família de desigualdades.

De acordo com a hipótese (II) e (8.50) observa-se que os escalares $\text{sen}(\theta + \beta - \alpha)$ e i_{al}^{irr} são positivos.

A escolha do comprimento l deve ser otimizada de forma que o lado esquerdo da desigualdade (8.62) seja maximizado e o lado direito minimizado. Para o lado direito, sendo

$C_A(x_2) \geq 0$ para $\forall x_2 \leq 0$, o valor mínimo da expressão $\frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \sin(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS$ pode ser obtido considerando-se o produto do valor máximo de $\frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) dS$ com o valor

mínimo de $\sin(\psi + \theta + \beta - \alpha)$, que é -1 . Para o termo dependente de $C_A(x_2)$:

$$\begin{aligned} & \left(l > 0, \quad 0 < \chi < \frac{\pi}{2} \right) \\ \max_l \left(\frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) dS \right) &= \max_l \left(\frac{2}{(x_1^B - x_1^A)^2 \tan \chi} \int_{x_1^A}^{x_1^B} \int_{(x_1^A - x_1) \tan \chi}^0 k p_0 e^{kx_2} dx_2 dx_1 \right) = \\ &= \max_l \left(\frac{2 p_0}{l^2 (\tan \chi)^2 k} (kl \tan \chi + e^{-kl \tan \chi} - 1) \right) = \\ &= \lim_{l \rightarrow 0} \left(\frac{2 p_0}{l^2 (\tan \chi)^2 k} (kl \tan \chi + e^{-kl \tan \chi} - 1) \right) = k p_0 \end{aligned} \quad (8.63)$$

onde

$$S = \frac{(x_1^B - x_1^A)^2}{2} \tan \chi = \frac{l^2}{2} \tan \chi \quad (8.64)$$

$$\chi = \theta - \alpha \quad (8.65)$$

E assim, o valor mínimo da expressão $\frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \sin(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS$ pode ser obtido:

$$\begin{aligned} (\forall \psi \in [0, 2\pi]) \quad \min \left(\frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \sin(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS \right) &= \\ = \min_{\psi} \left(\lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{S} \int_{ABC} C_A(x_2) \sin(\psi + \theta + \beta - \alpha) dS \right) &= -k p_0 = -C_A(0) \end{aligned} \quad (8.66)$$

Nota-se que o valor de ψ que causa o mínimo da expressão acima, $\psi = -\theta - \beta + \alpha - \pi/2$, torna o vetor \underline{i}^e paralelo a \underline{U} . Utilizando (8.66) em (8.62), obtém-se:

$$\gamma_w \sin(\theta + \beta - \alpha) \lim_{l \rightarrow 0} i_{cl}^{irr} \leq \gamma' \sin(\beta - \alpha) - C_A(0) \quad (8.67)$$

A partir das hipóteses (I) e (II), anteriormente formulados sobre a função i^{irr} , Dormieux (1989) demonstra que i_{cl}^{irr} é, para um dado valor de α , uma função decrescente de l :

$$(\forall l \geq 0) \quad i_{al}^{irr} \leq \lim_{l \rightarrow 0} i_{al}^{irr} = i^{irr}(0) \quad (8.68)$$

Tomando o limite de (8.62) quando $l \rightarrow 0$:

$$\gamma_w \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) i^{irr}(0) \leq \gamma' \text{sen}(\beta - \alpha) - C_A(0) \quad (8.69)$$

Combinando (8.66) e (8.68) pode-se ver que (8.69) é a condição mais restritiva contida na família de inequações (8.62), na medida em que l varia. A qual toma a seguinte forma:

$$\gamma_w i^{irr}(0) \leq \frac{\gamma' \text{sen}(\beta - \alpha) - C_A(0)}{\text{sen}(\theta + \beta - \alpha)} \quad (8.70)$$

A escolha de α e β deve também ser otimizada. Pode-se ver que o membro da direita da inequação acima é uma função crescente do escalar $(\beta - \alpha)$. Os valores de β e α que minimizam o termo $(\beta - \alpha)$ e, logo, a expressão a direita da inequação correspondem a $\beta = \varphi$ e $\alpha = \theta$ (veja expressões (8.42) e (8.50)). Assim obtém-se a condição necessária de estabilidade:

$$\gamma_w i^{irr}(0) \leq \gamma' \left(\frac{\text{sen}(\varphi - \theta) - kp_0/\gamma'}{\text{sen}\varphi} \right) \quad (8.71)$$

onde cabe salientar que $k = k(d)$ e $p_0 = p_0(d)$ são funções da profundidade d , que é a distância entre nível da água em repouso e superfície do maciço.

8.2.3 Delimitação do carregamento limite

Nota-se que a condição necessária de estabilidade (8.71) é idêntica à condição suficiente de estabilidade (8.41) obtida pela abordagem estática. Assim essa desigualdade representa a condição necessária de estabilidade mais restritiva que pode ser fornecida pela abordagem cinemática.

É interessante rearranjar (8.71) a fim de observar o papel das duas contribuições de densidade volumétrica da força de fluxo:

$$\left[\frac{\text{sen}\varphi}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{\gamma_w}{\gamma'} i^{irr}(0) + \left[\frac{1}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{kp_0}{\gamma'} \leq 1 \quad (8.72)$$

A inequação (8.72) faz aparecer claramente dois parâmetros que quantificam a intensidade do carregamento ao qual o maciço é submetido:

- o parâmetro $Q_1 = kp_0/\gamma'$ constitui uma medida direta da intensidade do carregamento;

- o parâmetro $Q_2 = i^{irr}(0)$ leva em conta as deformações volumétricas irreversíveis causadas pelo carregamento, medindo a intensidade do carregamento indiretamente, no sentido em que quantifica o acoplamento entre carregamento e comportamento.

O domínio \mathbf{K} dos valores potencialmente suportáveis (Q_1, Q_2) destes dois parâmetros é o triângulo representado na figura 49. Observa-se que o domínio \mathbf{K} é uma função decrescente do ângulo de inclinação da superfície do maciço θ .

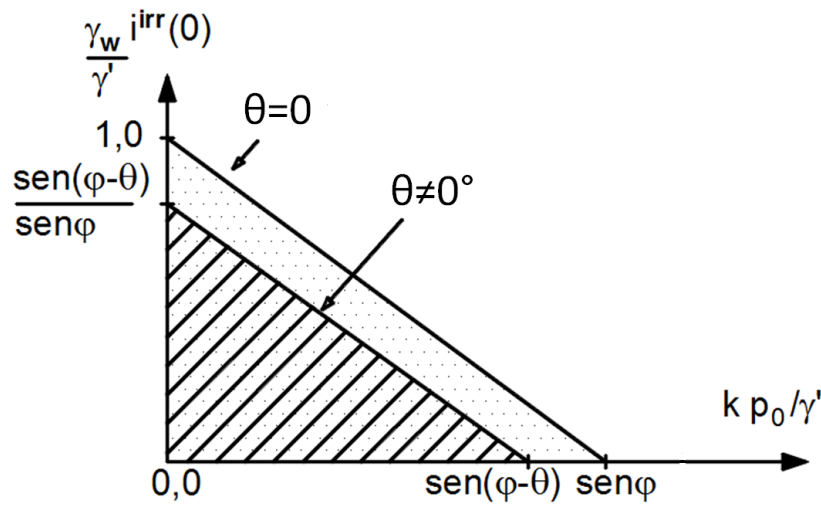


Figura 49 - Domínio \mathbf{K} dos valores potencialmente suportáveis dos parâmetros (Q_1, Q_2) .

Para interpretar fisicamente o resultado obtido, introduz-se a quantidade:

$$i^{cr} = \frac{\gamma' \operatorname{sen}(\varphi - \theta)}{\gamma_w \operatorname{sen}(\varphi)} \quad (8.73)$$

A qual representa o valor extremo do gradiente hidráulico perpendicular ao declive e orientado para sua superfície superior. Ela constitui uma generalização do conceito de gradiente hidráulico crítico γ'/γ_w comumente encontrado na mecânica dos solos para estudo da estabilidade devido a um fluxo de água vertical ascendente, levando em conta o efeito desfavorável da inclinação do maciço. Contudo, sob carregamento da onda, forças de fluxo de direção variável se superpõe às forças de fluxo perpendiculares ao declive. Assim, a instabilidade pode aparecer ciclicamente desde que o ponto representativo do carregamento sobre o plano (Q_1, Q_2) atinja a fronteira de \mathbf{K} , mesmo se $i^{irr}(0)$ é situado abaixo do gradiente crítico i^{cr} .

Nas análises de estabilidade propostas por Ishihara & Yamazaki (1984) e Rahman & Jaber (1986), as quais preocuparam-se com o risco de liquefação, a aparição de instabilidade no

maciço é caracterizada por um critério equivalente a $i^{irr}(0) = \gamma'/\gamma_w$. Essa definição de instabilidade além de não levar em conta a declividade do maciço parece ser menos restritiva que (8.73), pois o papel desfavorável de Q_1 não é levado em conta.

No caso em que a sollicitação é definida por um bloco de ondas de período e declividade H_0/L_0 constantes, onde H_0 é a altura da onda em águas profundas e L_0 é o comprimento da onda em águas profundas, a trajetória do carregamento no plano (Q_1, Q_2) é um segmento vertical cuja origem é posicionada sobre o eixo $Q_2=0$. Se o segmento sai do triângulo \mathbf{K} , conclui-se que o leito do mar é instável. Em caso contrário, presume-se estabilidade.

A figura 50 mostra a trajetória de carregamento correspondente a três situações: o efeito de 2400 ciclos de onda com declividade H_0/L_0 igual a 0,05; 0,055; 0,06 e 0,065, sendo que durante esses 2400 ciclos o valor máximo do gradiente hidráulico na superfície é atingido. Demais parâmetros utilizados foram apresentados na seção 7.1. Para análise da estabilidade utilizou-se $\varphi = 20^\circ; 30^\circ$ e 45° e foram examinados os casos de leito do mar horizontal $\theta = 0$ e leito do mar levemente inclinado com $\theta = 3^\circ$ e 5° . Observa-se que o domínio \mathbf{K} decresce com aumento do ângulo θ e, para uma mesma declividade da superfície do maciço θ ele aumenta com o aumento do ângulo de atrito do solo φ . Cada trajetória começa em $Q_2=0$ em uma abcissa que aumenta em função da razão H_0/L_0 (veja tabela 9). O comprimento da trajetória corresponde ao máximo valor de $i^{irr}(0)$ sobre a duração considerada (neste caso 2400 ciclos).

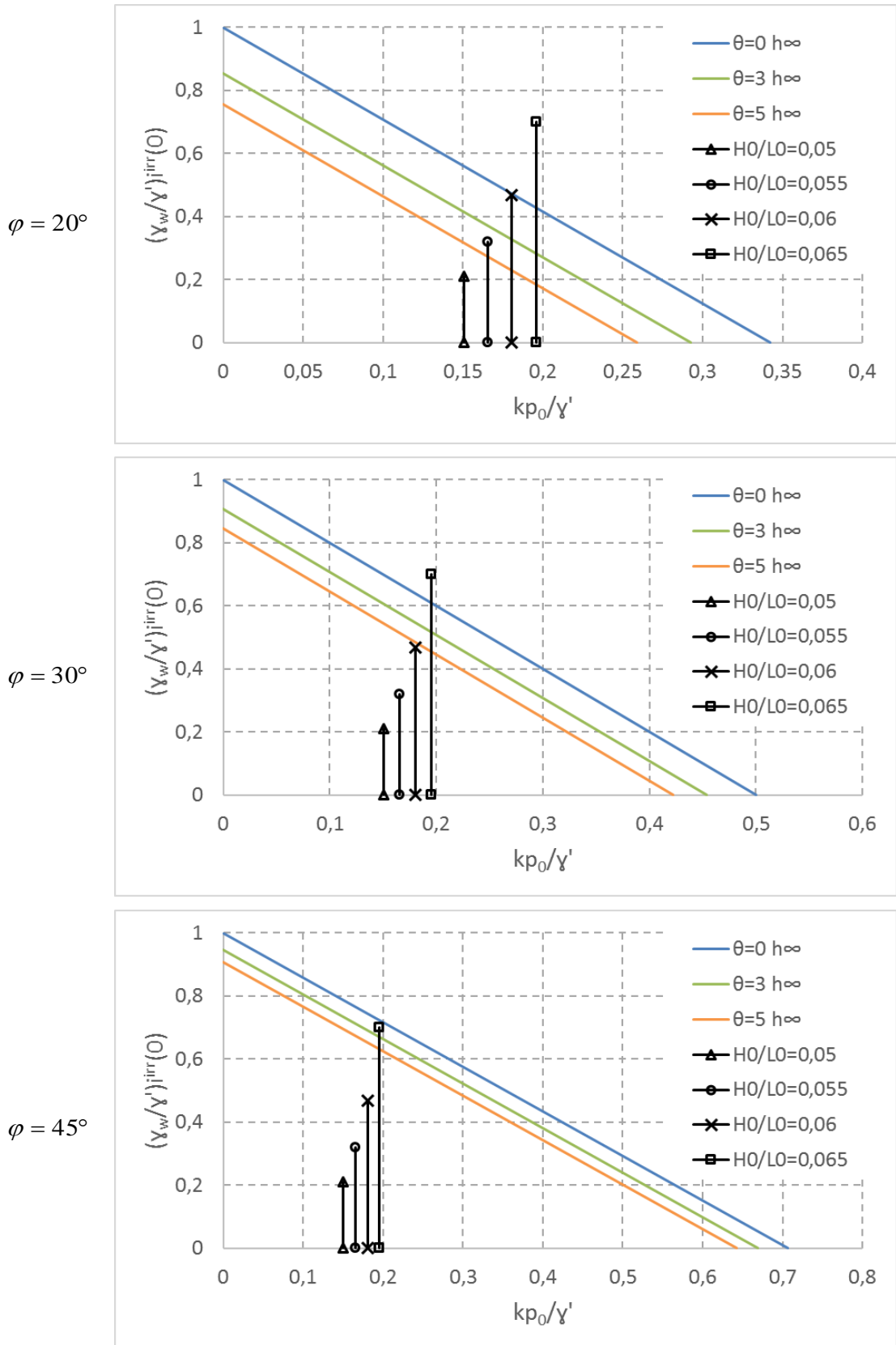


Figura 50 - Trajetória de carregamento correspondente ao efeito de 2400 ciclos da onda, para diferentes declividades da onda H_0/L_0 e ângulos de atrito do solo φ sobre o plano (Q_1, Q_2).

Analisa-se primeiramente o maciço constituído por material menos resistente, isto é, com ângulo de atrito $\varphi = 20^\circ$. Para carregamento caracterizado por $H_0/L_0=0,05$ o maciço é presumido sempre estável, independente do ângulo de inclinação estudado; para $H_0/L_0=0,055$ o maciço é instável apenas para superfície com inclinação $\theta = 5^\circ$; para $H_0/L_0=0,06$ o maciço é instável para inclinações $\theta = 3^\circ$ e 5° e estável para superfície horizontal e finalmente para $H_0/L_0=0,065$ o maciço é sempre instável, independente do ângulo de inclinação estudado. Considera-se agora o maciço constituído por material de resistência intermediária, isto é, com ângulo de atrito $\varphi = 30^\circ$. Para carregamentos caracterizados por $H_0/L_0=0,05$; $0,055$ e $0,06$ o maciço é sempre estável, independente do ângulo de inclinação estudado, enquanto que para $H_0/L_0=0,065$ o maciço é sempre instável independente do ângulo de inclinação analisado. Finalmente, observando-se o maciço constituído por material mais resistente, $\varphi = 45^\circ$, para carregamentos caracterizados por $H_0/L_0=0,05$; $0,055$ e $0,06$ a estabilidade do maciço é prevista mantida, enquanto que para $H_0/L_0=0,065$ a estabilidade é presumida apenas para maciço com superfície horizontal.

Os resultados apresentados mostram o alto grau de dependência da estabilidade com relação à razão H_0/L_0 assim como o papel desfavorável exercido pelas forças de gravidade mesmo para um leito do mar levemente inclinado. Do ponto de vista prático, a predição da amplitude da onda p_0 que induz a instabilidade do maciço submarino necessita a avaliação prévia do gradiente hidráulico na superfície, a partir das propriedades físicas e geométricas do maciço.

8.3 ESPESSURA DA CAMADA FINITA

8.3.1 Abordagem cinemática

Considera-se a mesma família de campos de velocidade virtual $\underline{V}^{\alpha\beta l}$ utilizada para a avaliação da estabilidade do maciço com espessura da camada de solo infinita. O mecanismo de ruptura baseia-se no mesmo bloco triangular ABC submetido a uma translação definida pela velocidade uniforme \underline{U} (veja seção 8.2).

Uma vez que o mecanismo de ruptura não se altera, a potência resistente máxima para este caso é a mesma obtida no caso da espessura da camada de solo infinita. A aplicação do teorema cinemático fornece então uma família de condições necessárias de estabilidade sob a forma seguinte:

$$(\forall(\alpha, \beta) \in \mathcal{D}) \quad (\forall l > 0), \quad P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) \leq 0 \quad (8.74)$$

$$\mathcal{D} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2} + \theta, \theta \right] \\ \beta \in \left[\varphi, \frac{\pi}{2} - \varphi + \alpha - \theta \right] \end{array} \right. \quad (8.75)$$

onde φ é o ângulo de atrito do material; θ é o ângulo de inclinação da superfície do maciço com relação a horizontal; α, β são ângulos relacionados ao mecanismo de ruptura utilizado e podem ser visualizados na figura 47.

A quantidade $P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l})$ representa a soma das potências externas relacionadas às componentes da densidade volumétrica das forças externas $\gamma' \underline{k} + \gamma_w \underline{i}_h^e + \gamma_w \underline{i}^{irr}$:

$$P_{ext}(\underline{V}^{\alpha\beta l}) = \int_{ABC} \gamma' \underline{k} \cdot \underline{U} dS + \int_{ABC} \gamma_w \underline{i}_h^e \cdot \underline{U} dS + \int_{ABC} \gamma_w \underline{i}^{irr} \cdot \underline{U} dS \quad (8.76)$$

onde “ \cdot ” denota produto escalar; dS é o diferencial de área e S é a superfície do triângulo ABC:

$$S = \frac{l^2}{2} \tan(\theta - \alpha) \quad (8.77)$$

O cálculo a seguir será desenvolvido para a situação mais abrangente, de fundo do mar plano inclinado, com $\theta \neq 0$. Utilizando-se $\theta = 0$ obtêm-se respostas relativas ao fundo plano horizontal. As grandezas vetoriais envolvidas são dadas por:

$$\gamma' \underline{k} = -\gamma' (\sin \theta \underline{e}_1 + \cos \theta \underline{e}_2) \quad (8.78)$$

$$\gamma_w \underline{i}_h^e = -\frac{P_0}{A} [kf(x_2) \sin \psi + kg(x_2) \cos \psi] \underline{e}_1 + \frac{P_0}{A} [f'(x_2) \cos \psi - g'(x_2) \sin \psi] \underline{e}_2 \quad (8.79)$$

onde $f(x_2), g(x_2), f'(x_2), g'(x_2)$ e A foram definidos no capítulo 6.

$$\gamma_w \underline{i}^{irr} = i^{irr}(x_2) \underline{e}_2 \quad (8.80)$$

$$\underline{U} = U (-\cos(\theta + \beta - \alpha) \underline{e}_1 + \sin(\theta + \beta - \alpha) \underline{e}_2) \quad (8.81)$$

E as parcelas que compõem a potência externa ficam definidas da seguinte forma:

$$\gamma' \underline{k} \cdot \underline{U} = \gamma' U \sin(\alpha - \beta) \quad (8.82)$$

$$\gamma_w \underline{i}_h^e \cdot \underline{U} = U \frac{P_0}{A} \{ \cos(\theta + \beta - \alpha) [kf(x_2) \sin \psi + kg(x_2) \cos \psi] + \sin(\theta + \beta - \alpha) [f'(x_2) \cos \psi - g'(x_2) \sin \psi] \} \quad (8.83)$$

$$\gamma_w \underline{i}^{irr} \cdot \underline{U} = U \gamma_w i^{irr}(x_2) \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) \quad (8.84)$$

Observa-se que, comparando com o cálculo desenvolvido para espessura da camada de solo infinita, apenas a componente relacionada à força de fluxo de origem elástica é alterada. E a potência externa fica definida da seguinte forma:

$$P_{ext} = US \left[\begin{aligned} & \gamma' \text{sen}(\alpha - \beta) + \gamma_w \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) i_{al}^{irr} + \\ & \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \left[k \text{sen}\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f(x_2) dS + k \cos\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g(x_2) dS \right] + \right. \\ & \left. + \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) \left[\cos\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f'(x_2) dS - \text{sen}\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g'(x_2) dS \right] \right\} \end{aligned} \right] \quad (8.85)$$

onde

$$i_{al}^{irr} = \frac{1}{S} \int_{ABC} i^{irr} dS \quad (8.86)$$

representa o valor médio de i^{irr} sobre a área do triângulo ABC.

Associando (8.74) e (8.85) obtém-se uma condição necessária de estabilidade sob a forma:

$$\begin{aligned} & \gamma_w \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) i_{al}^{irr} \leq \gamma' \text{sen}(\beta - \alpha) - \\ & - \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \left[k \text{sen}\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f(x_2) dS + k \cos\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g(x_2) dS \right] + \right. \\ & \left. + \text{sen}(\theta + \beta - \alpha) \left[\cos\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f'(x_2) dS - \text{sen}\psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g'(x_2) dS \right] \right\} \quad (8.87) \\ & \{(\alpha, \beta) \in \mathcal{D}: \quad \forall \psi \in [0, 2\pi] \text{ e } l > 0\} \end{aligned}$$

Deseja-se extrair a condição mais restritiva a ser verificada pela função $i^{irr}(\cdot)$ a partir desta família de desigualdades.

Como mencionado na análise para espessura da camada de solo infinita, pode-se mostrar que os escalares $\text{sen}(\theta + \beta - \alpha)$ e i_{al}^{irr} são positivos. Da análise anterior também, utiliza-se a informação de que i_{al}^{irr} alcança seu valor máximo quando $l \rightarrow 0$ e vale $i^{irr}(0)$. Tomando o limite quando $l \rightarrow 0$ do termo correspondente à força de fluxo de origem elástica obtém-se:

$$\begin{aligned}
\lim_{l \rightarrow 0} \left\{ \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \left[k \operatorname{sen} \psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f(x_2) dS + k \cos \psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g(x_2) dS \right] + \right. \right. \\
\left. \left. + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \left[\cos \psi \frac{1}{S} \int_{ABC} f'(x_2) dS - \operatorname{sen} \psi \frac{1}{S} \int_{ABC} g'(x_2) dS \right] \right\} \right\} = \\
= \frac{P_0}{A} \{ \cos(\theta + \beta - \alpha) [k \operatorname{sen} \psi \mathcal{A}_1 + k \cos \psi \mathcal{A}_2] + \\
+ \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) [\cos \psi \mathcal{A}_3 - \operatorname{sen} \psi \mathcal{A}_4] \}
\end{aligned} \quad (8.88)$$

Sendo:

$$\mathcal{A}_1 = B(\alpha_5 + \alpha_6) + A(\alpha_2 - \alpha_4) - C(\beta_5 + \beta_6) \quad (8.89)$$

$$\mathcal{A}_2 = B(\beta_5 + \beta_6) + A(\beta_2 - \beta_4) + C(\alpha_5 + \alpha_6) \quad (8.90)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_3 = A(k\alpha_2 + k\alpha_4) + B[\delta_1(\alpha_5 - \alpha_6) + \delta_2(-\beta_5 + \beta_6)] + \\ + C[\delta_1(-\beta_5 + \beta_6) + \delta_2(-\alpha_5 + \alpha_6)] \end{aligned} \quad (8.91)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_4 = A(k\beta_2 + k\beta_4) + B[\delta_1(\beta_5 - \beta_6) + \delta_2(\alpha_5 - \alpha_6)] + \\ + C[\delta_1(\alpha_5 - \alpha_6) + \delta_2(-\beta_5 + \beta_6)] \end{aligned} \quad (8.92)$$

onde as constantes A, B e C foram definidas em (6.32); α_i e β_i com $i=1,2..6$ são as componentes dos coeficientes complexos C_i propostos em Hsu & Jeng (1994) definidas em (6.28). Adicionalmente foram consideradas válidas as seguintes igualdades:

$$\lim_{l \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{S} \int_{ABC} (\cdot) dS \right\} = \lim_{x_1^A \rightarrow x_1^B} \left\{ \frac{2}{(x_1^B - x_1^A)^2 \tan(\theta - \alpha)} \int_{x_1^A}^{x_1^B} \int_{(x_1^A - x_1) \tan(\theta - \alpha)}^0 (\cdot) dx_2 dx_1 \right\} \quad (8.93)$$

$$l = (x_1^B - x_1^A) \quad (8.94)$$

Voltando para a família de inequações (8.87) e considerando a condição mais restritiva para l , tem-se:

$$\begin{aligned}
\gamma_w \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) i^{\operatorname{irr}}(0) \leq \gamma' \operatorname{sen}(\beta - \alpha) - \\
- \frac{P_0}{A} \{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi k \mathcal{A}_1 + \cos(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi k \mathcal{A}_2 + \\
+ \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi \mathcal{A}_3 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi \mathcal{A}_4 \} \\
\{ (\alpha, \beta) \in \mathcal{D}; \quad \forall \psi \in [0, 2\pi] \}
\end{aligned} \quad (8.95)$$

A fim de validar parcialmente as expressões obtidas até o momento, pode-se tomar o limite da parcela referente à força de fluxo de origem reversível da expressão acima, quando a espessura da camada de solo tende ao infinito, $h \rightarrow \infty$, e compará-lo com o resultado correspondente obtido na análise anterior:

$$\begin{aligned}
& \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi k \mathcal{A}_1 + \cos(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi k \mathcal{A}_2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi \mathcal{A}_3 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi \mathcal{A}_4 \right\} \right\} = \\
& = \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi k (A) + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi (Ak) \right\} \\
& = p_0 k \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha + \psi) \Rightarrow ok!
\end{aligned} \tag{8.96}$$

Considerando-se ψ , o valor da parcela referente à força de fluxo de origem reversível que minimiza o lado direito da inequação (8.95) pode ser obtido:

$$\begin{aligned}
& \max_{\psi} \left\{ \frac{P_0}{A} \left\{ \cos(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi k \mathcal{A}_1 + \cos(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi k \mathcal{A}_2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \cos \psi \mathcal{A}_3 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \operatorname{sen} \psi \mathcal{A}_4 \right\} \right\} = \\
& = \frac{p_0}{A} \sqrt{[\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_1 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_4]^2 + \\
& \quad + [\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_2 + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_3]^2}
\end{aligned} \tag{8.97}$$

onde ψ que maximiza a expressão é dado por:

$$\arctan \left\{ \frac{\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_1 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_4}{\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_2 + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_3} \right\} \tag{8.98}$$

Voltando para a família de inequações (8.95) e considerando a condição mais restritiva para ψ , fica-se com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
i^{irr}(0) \leq & \frac{\gamma' \operatorname{sen}(\beta - \alpha) - \frac{P_0}{A} \sqrt{[\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_1 - \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_4]^2 + \\
& \quad + [\cos(\theta + \beta - \alpha) k \mathcal{A}_2 + \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha) \mathcal{A}_3]^2}}{\gamma_w \operatorname{sen}(\theta + \beta - \alpha)} \\
& \{(\alpha, \beta) \in \mathcal{D}\}
\end{aligned} \tag{8.99}$$

A escolha de α e β deve também ser otimizada. Da mesma forma que na análise para espessura da camada de solo infinita, pode-se observar que o membro da direita da inequação acima é uma função crescente do escalar $(\beta - \alpha)$. Os valores de β e α que minimizam o termo $(\beta - \alpha)$ e, logo, a expressão a direita da inequação correspondem a $\beta = \varphi$ e $\alpha = \theta$. Assim, obtém-se a condição necessária de estabilidade:

$$i^{irr}(0) \leq \frac{\gamma' \operatorname{sen}(\varphi - \theta) - \frac{P_0}{A} \sqrt{[\cos \varphi k \mathcal{A}_1 - \operatorname{sen} \varphi \mathcal{A}_4]^2 + [\cos \varphi k \mathcal{A}_2 + \operatorname{sen} \varphi \mathcal{A}_3]^2}}{\gamma_w \operatorname{sen} \varphi} \tag{8.100.a}$$

$$i^{irr}(0) \leq \frac{\gamma' \text{sen}(\varphi - \theta) - \frac{kp_0}{A} \left\{ \sqrt{\left[\cos\varphi \mathcal{A}_1 - \frac{\text{sen}\varphi}{k} \mathcal{A}_4 \right]^2} + \left[\cos\varphi \mathcal{A}_2 + \frac{\text{sen}\varphi}{k} \mathcal{A}_3 \right]^2 \right\}}{\gamma_w \text{sen}\varphi} \quad (8.100.b)$$

Observa-se que $k = k(d)$ e $p_0 = p_0(d)$ são funções da profundidade d , entre o nível médio da água e a superfície do maciço.

Tomando-se o limite da expressão acima quando a espessura da camada de solo tende ao infinito, $h \rightarrow \infty$, os termos $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$ e \mathcal{A}_4 tendem, respectivamente, a $A, 0, kA$ e 0 . E a inequação (8.100.b) torna-se igual à condição necessária de estabilidade considerando espessura da camada de solo infinita, dada pela expressão (8.71).

8.3.2 Abordagem estática

8.3.2.1 Premissas

Para a abordagem estática, considera-se uma distribuição de tensão total $\underline{\underline{\sigma}}^h$ no maciço com espessura h finita igual à distribuição de tensão total $\underline{\underline{\sigma}}^\infty$ utilizada na abordagem estática para o maciço de espessura infinita $h \rightarrow \infty$:

$$\underline{\underline{\sigma}}^h = \underline{\underline{\sigma}}^\infty \quad (8.101)$$

E então, considerando a definição da tensão efetiva de Terzaghi, pode-se afirmar que:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}'^h &= \underline{\underline{\sigma}}^h + u^h \underline{\underline{1}} \\ \underline{\underline{\sigma}}'^h &= \underline{\underline{\sigma}}^\infty + u^h \underline{\underline{1}} \\ \underline{\underline{\sigma}}'^h &= \underline{\underline{\sigma}}^\infty + u^\infty \underline{\underline{1}} + u^h \underline{\underline{1}} - u^\infty \underline{\underline{1}} \\ \underline{\underline{\sigma}}'^h &= \underline{\underline{\sigma}}'^\infty + \Delta u \underline{\underline{1}} \end{aligned} \quad (8.102)$$

onde u^h representa a poropressão total no maciço com camada de solo finita e u^∞ a poropressão total no maciço com camada de solo infinita, as quais podem ser definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u^h &= \gamma_w d + \delta u^h \\ u^\infty &= \gamma_w d + \delta u^\infty \end{aligned} \quad (8.103)$$

onde $\gamma_w d$ representa a pressão da água sobre a superfície do maciço, sendo d a distância entre o nível médio da água e a superfície do maciço; δu^h é o excesso de poropressão

induzido pela onda em maciço com espessura da camada de solo finita e δu^∞ é o excesso de poropressão induzido pela onda em maciço com espessura da camada de solo infinita.

Assim, o termo Δu pode ser definido pela diferença entre o excesso de poropressão induzido pela onda em maciço com espessura da camada de solo finita e infinita:

$$\Delta u = \delta u^h - \delta u^\infty \quad (8.104)$$

Observa-se que δu^h e δu^∞ representam as quantidades totais do excesso de poropressão induzido pela onda, conforme a espessura da camada de solo, isto é, $\delta u^h = \delta u_h^{el} + \delta u_h^{irr}$ e $\delta u^\infty = \delta u_\infty^{el} + \delta u_\infty^{irr}$.

Finalmente, o campo de tensões efetivas que equilibra as componentes de densidade volumétrica das forças externas $\gamma' \underline{k}$, $\gamma_w \underline{i}^{irr}$ e $\gamma_w \underline{i}^e$, em um maciço com espessura da camada de solo finita, é dado por:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{ih} = \underline{\underline{\sigma}}^{i\infty} + (\delta u^h - \delta u^\infty) \underline{\underline{1}} \quad (8.105)$$

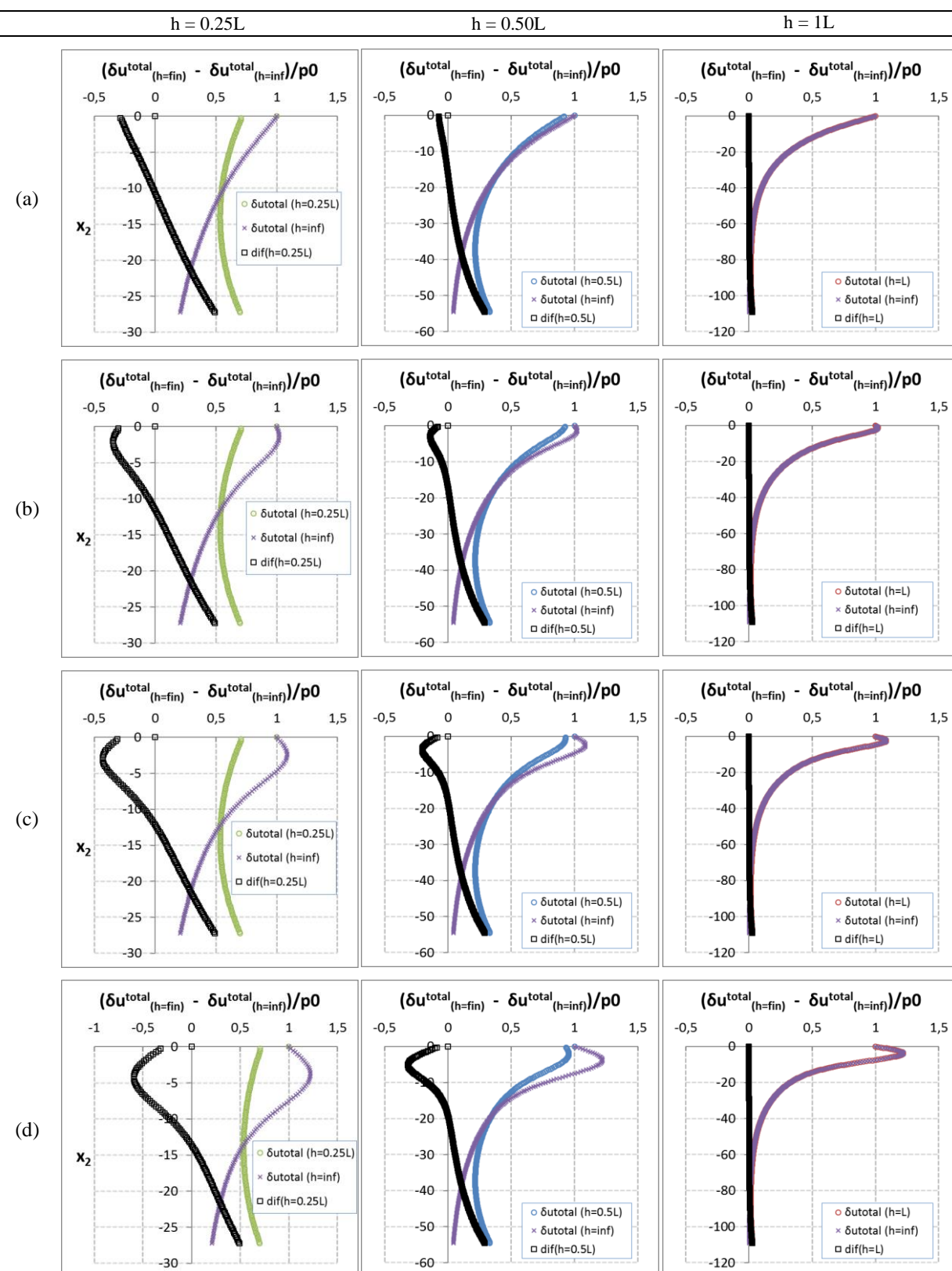
$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{ih} &= \gamma' x_2 \left(K_3(x_2) - \frac{C_A(x_2)}{\gamma'} \cos \psi \right) + (\delta u^h - \delta u^\infty) \\ \sigma_{22}^{ih} &= \gamma' x_2 \left(X(x_2) + \frac{C_A(x_2)}{\gamma'} \cos \psi \right) + (\delta u^h - \delta u^\infty) \\ \sigma_{12}^{ih} &= \gamma' x_2 \left(\sin \theta - \frac{C_A(x_2)}{\gamma'} \sin \psi \right) \end{aligned} \quad (8.106)$$

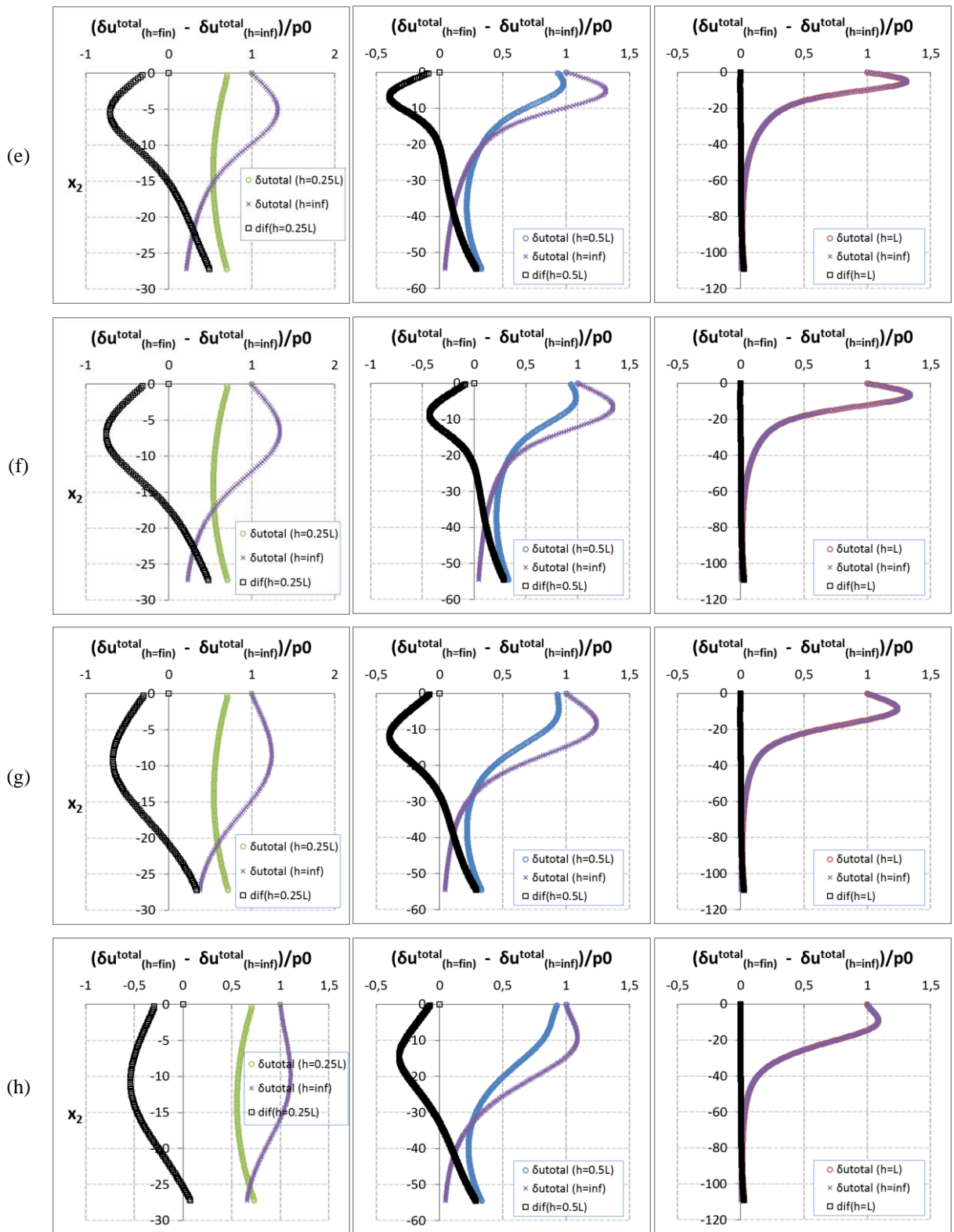
onde $\underline{\underline{\sigma}}^{i\infty}$ é o campo de tensões efetivas que equilibra as componentes de densidade volumétrica das forças externas $\gamma' \underline{k}$, $\gamma_w \underline{i}^{irr}$ e $\gamma_w \underline{i}^e$ em um maciço com espessura da camada de solo infinita, cujas componentes foram apresentadas na seção 8.2.

Adicionalmente, assume-se que o termo $(\delta u^h - \delta u^\infty)$ corresponde a um valor numérico, para cada profundidade x_2 , calculado para as espessuras da camada de solo $h = 0,25L$, $h = 0,5L$ e $h = L$, onde L é o comprimento da onda do mar. Os valores deste termo, adimensionalizados pela amplitude da pressão da onda $p_0 = 31,333 \text{ kN/m}^2$, ao longo da profundidade e para cada uma das três espessuras de camada de solo estudadas, estão apresentados na figura 51 no decorrer de 100000 ciclos de carregamento.

Sendo $(\delta u^h - \delta u^\infty) = (\delta u_h^{el} - \delta u_\infty^{el}) + (\delta u_h^{irr} - \delta u_\infty^{irr})$, os valores da parcela elástica, adimensionalizados pela amplitude da pressão da onda, ao longo da profundidade e para cada uma das três espessuras de camada de solo estudadas, estão apresentados na figura 52. Os

valores da parcela irreversível podem ser visualizados na seção 7.3.5. Observa-se que o termo elástico independe do número de ciclos do carregamento.





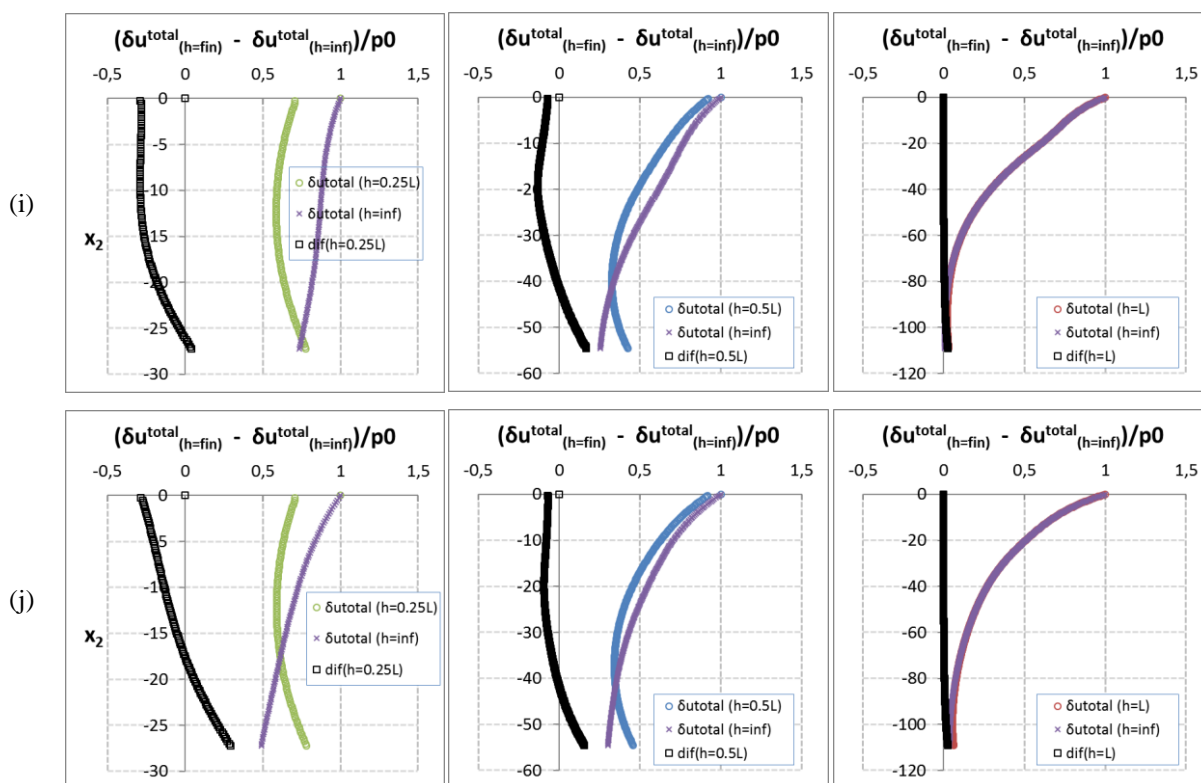


Figura 51 - Valores do termo $(\delta u^h - \delta u^\infty)$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se os ciclos de carregamento (a) $N=10$; (b) $N=100$; (c) $N=200$; (d) $N=500$; (e) $N=1000$; (f) $N=2000$; (g) $N=5000$; (h) $N=10000$; (i) $N=50000$; (j) $N=100000$.

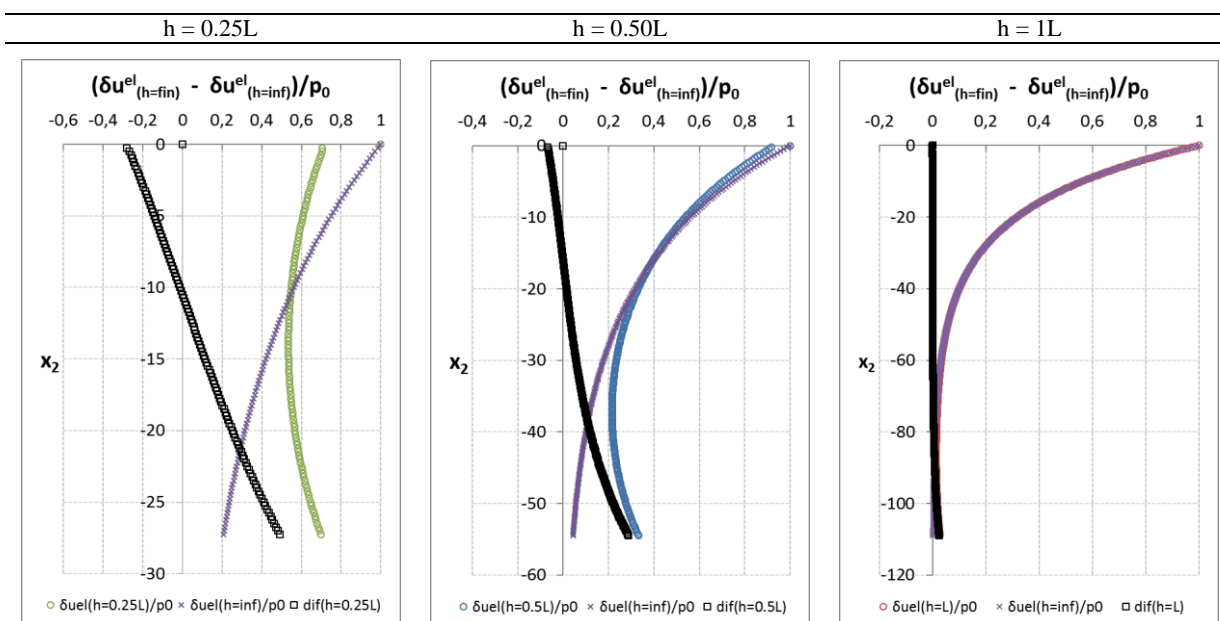


Figura 52 - Valores do termo $(\delta u_h^{el} - \delta u_\infty^h)$ ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas.

8.3.2.2 Verificação do equilíbrio

Uma vez que o campo $\underline{\underline{\sigma}}^{\infty}$ verifica as condições de equilíbrio, o campo $\underline{\underline{\sigma}}^h$, que nada mais é do que a soma do campo $\underline{\underline{\sigma}}^{\infty}$ e de valores numéricos $(\delta u^h - \delta u^{\infty})$, avaliados conforme a espessura da camada de solo e profundidade x_2 , automaticamente verifica o equilíbrio.

8.3.2.3 Verificação da resistência

O problema consiste novamente em encontrar a que condição sobre a função $i^{irr}(x_2)$, um campo de tensões do tipo $\underline{\underline{\sigma}}^h$ compatível em todo ponto do maciço com a capacidade de resistência definida por φ pode ser exibido. Substituindo as componentes de $\underline{\underline{\sigma}}^h$ no critério de resistência de Coulomb sem coesão dado em (8.4) obtém-se:

$$\left\{ (\gamma' x_2)^2 \left[(K_3 - X) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4(\gamma' x_2)^2 \left[\text{sen } \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen } \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \leq [-\gamma' x_2 (K_3 + X) - 2\Delta u] \text{sen } \varphi, \quad (8.107)$$

$$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi])$$

onde $\Delta u = (\delta u^h - \delta u^{\infty})$.

Trabalhando-se com Δu a fim de isolar o termo $\gamma'|x_2|$:

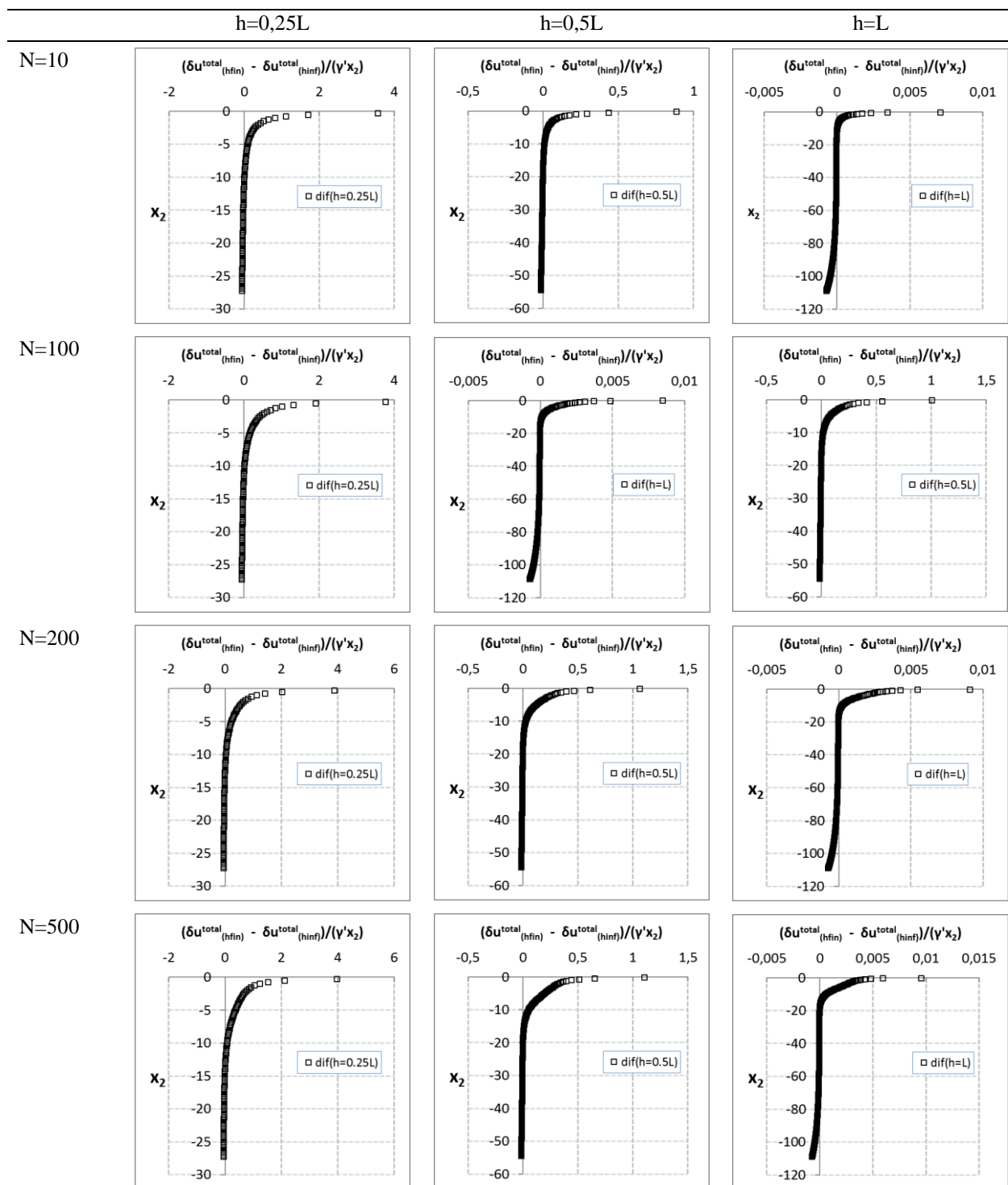
$$\gamma'|x_2| \left[\left\{ \left[(K_3 - X) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4 \left[\text{sen } \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen } \psi \right]^2 \right\}^{1/2} - \left[(K_3 + X) - \frac{2\Delta u}{\gamma'|x_2|} \right] \text{sen } \varphi \right] \leq 0 \quad (8.108)$$

$$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi])$$

Como $\gamma'|x_2| \geq 0 \quad \forall x_2$, sendo γ' o peso específico submerso do solo, a existência do campo de tensões $\underline{\underline{\sigma}}^h$ estaticamente admissível baseia-se na existência de uma função K_3 que satisfaça:

$$\left\{ \left[(K_3 - X) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4 \left[\text{sen } \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen } \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \left[(K_3 + X) + \frac{2\Delta u}{\gamma' x_2} \right] \text{sen } \varphi \quad (\forall x_2 < 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi]) \quad (8.109)$$

A figura 53 apresenta o valor do termo $\Delta u/\gamma' x_2$, com $\Delta u = (\delta u^h - \delta u^\infty)$ para as espessuras da camada de solo $h = 0,25L$, $h = 0,5L$ e $h = L$, ao longo de 100000 ciclos do carregamento da onda. Analisando-se os resultados, pode-se afirmar que o termo $\Delta u/\gamma' x_2$ é calculável e apresenta valores finitos.



N=100000

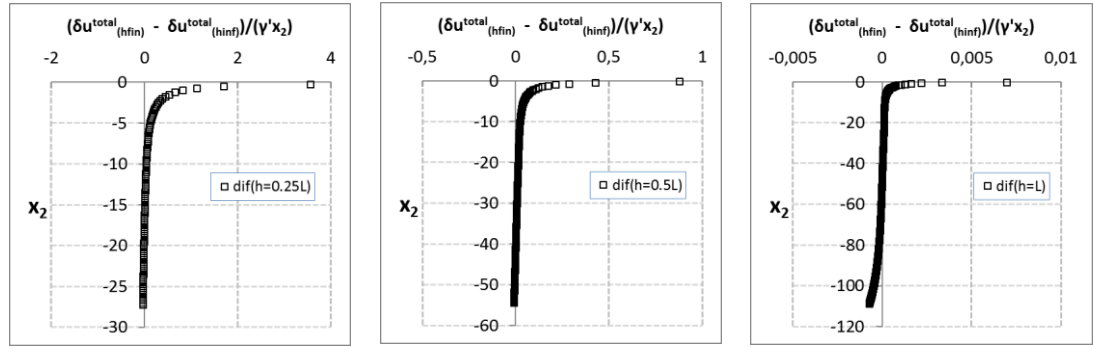


Figura 53 - Evolução do termo $\Delta u/\gamma' x_2$, com $\Delta u = (\delta u^h - \delta u^\infty)$, ao longo da profundidade, para as três espessuras de camada de solo estudadas considerando-se ciclos de carregamento até N=100000.

A partir de (8.109), pode-se inferir que:

$$\left[(K_3 + X) + 2\mathcal{P}_{\min} \right] \text{sen } \varphi \leq \left[(K_3 + X) + \frac{2\Delta u}{\gamma' x_2} \right] \text{sen } \varphi, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.110)$$

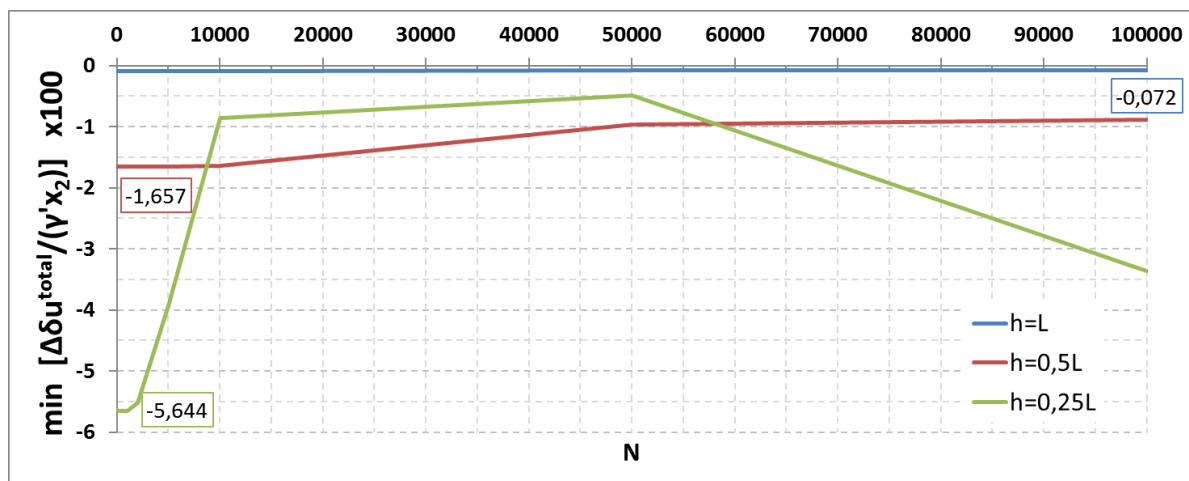
onde:

$$\mathcal{P}_{\min} = \min_{x,t} \left[\frac{\Delta u}{\gamma' x_2} \right] \quad \text{com} \quad \Delta u = \delta u^h - \delta u^\infty \begin{cases} \delta u^h = \delta u_h^{el} + \delta u_h^{irr} \\ \delta u^\infty = \delta u_\infty^{el} + \delta u_\infty^{irr} \end{cases} \quad (8.111)$$

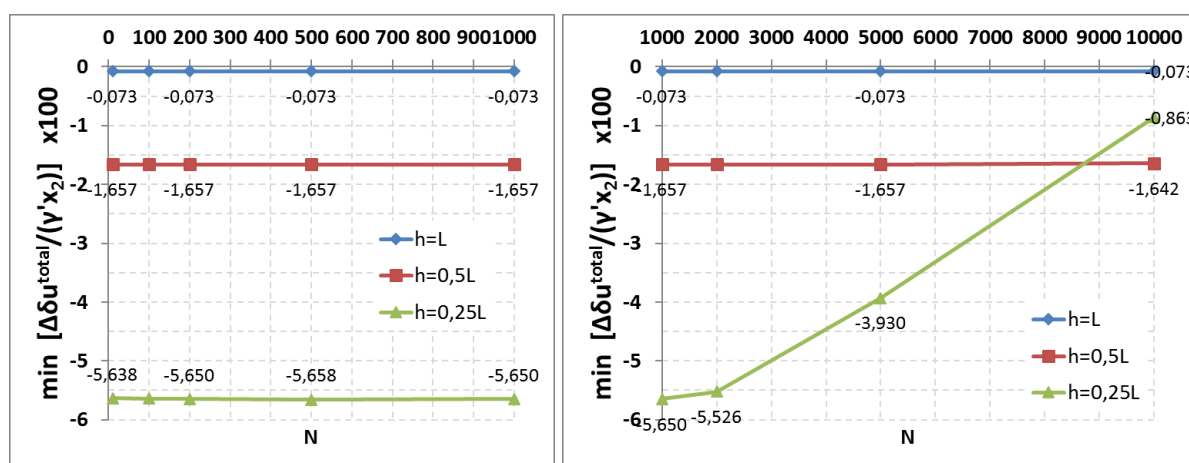
E então, o atendimento da seguinte desigualdade, a partir de (8.109) e (8.110), é uma condição suficiente para a obediência ao critério de resistência:

$$\left\{ \left[(K_3 - X) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4 \left[\text{sen } \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \text{sen } \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \left[(K_3 + X) + 2\mathcal{P}_{\min} \right] \text{sen } \varphi \quad (\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi]) \quad (8.112)$$

A figura 54 apresenta um registro dos valores mínimos do termo ao longo dos ciclos de carregamento conforme espessura da camada de solo considerada $h = 0,25L$, $h = 0,5L$ e $h = L$. A tabela 11 apresenta a contribuição das parcelas elástica e irreversível para os valores mínimos do termo $\Delta u/\gamma' x_2$ obtidos na figura 54.



(a)



(b)

Figura 54 - Evolução dos valores mínimos do termo $\Delta u / \gamma' x_2$ ao longo de $N=100000$ ciclos de carregamento, para as três espessuras da camada de solo estudadas (a) e detalhe por intervalos (b).

Tabela 11 – Contribuição reversível e irreversível dos valores mínimos do termo $\Delta u/\gamma' x_2$.

	h=0,25L	h=0,5L	h=L
$\mathcal{P}_{\min} = \min_{x,t} \left[\frac{\Delta u}{\gamma' x_2} \right]$	-5,658e-02	-1,657e-02	-7,268e-04
PARTE ELÁSTICA	-5,637e-02 (99,63%)	-1,657e-02 (100%)	-7,268e-04 (100%)
PARTE IRREVERSÍVEL	-2,128e-04 (0,37%)	--1,275e-07 (0,00%)	-1,924e-06 (0,00%)

Os resultados numéricos apresentados na tabela 11 indicam que a parcela irreversível dos valores mínimos do termo $\Delta u/\gamma' x_2$ é praticamente insignificante. E então pode-se afirmar que:

$$\mathcal{P}_{\min} = \mathcal{P}_{\min}^{el} \quad (8.113)$$

onde \mathcal{P}_{\min}^{el} é dado por:

$$\mathcal{P}_{\min}^{el} = \min_{x,t} \left[\frac{\Delta u^e}{\gamma' x_2} \right] = \min_{x,t} \left[\frac{\delta u_h^{el} - \delta u_\infty^{el}}{\gamma' x_2} \right] \quad (8.114)$$

sendo δu_h^{el} e δu_∞^{el} expressões analíticas dadas em (8.11) e (8.8), respectivamente.

E então, a família de desigualdades (8.112) pode ser reescrita:

$$\left\{ \left[\left(K_3 - X \right) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4 \left[\sin \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \sin \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \left[\left(K_3 + X \right) + 2\mathcal{P}_{\min}^{el} \right] \sin \varphi$$

$$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi]) \quad (8.115)$$

Utilizando a seguinte substituição de variáveis:

$$\bar{K}_3 = K_3 + \mathcal{P}_{\min}^{el} \quad (8.116)$$

$$\bar{X} = X + \mathcal{P}_{\min}^{el} \quad (8.117)$$

Obtém-se:

$$\left\{ \left[\left(\bar{K}_3 - \bar{X} \right) - \frac{2C_A}{\gamma'} \cos \psi \right]^2 + 4 \left[\sin \theta - \frac{C_A}{\gamma'} \sin \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \left(\bar{K}_3 + \bar{X} \right) \sin \varphi$$

$$(\forall x_2 \leq 0) (\forall \psi \in [0, 2\pi]) \quad (8.118)$$

Observa-se que, trocando \bar{K}_3 por K_3 e \bar{X} por X , esta expressão é igual à expressão (8.24) obtida na análise para espessura da camada de solo infinita.

Efetuada os cálculos de forma análoga ao realizado para espessura da camada de solo infinita, (8.24)-(8.37), obtém-se que o atendimento à inequação (8.118) está vinculado ao cumprimento da seguinte condição:

$$X'(x_2) \geq \frac{\text{sen } \theta}{\tan \varphi}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.119)$$

onde

$$X' = \bar{X} - \frac{C_A}{\gamma' \text{sen } \varphi} \quad (8.120)$$

sendo \bar{X} definido em (8.117); X definido em (8.22); Q definido em (8.17) e C_A definido em (8.19):

$$X = \cos \theta + Q \quad \text{Cópia de (8.22)}$$

$$Q(x_2) = \frac{\gamma_w}{\gamma'} \frac{1}{x_2} \int_{x_2}^0 i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \quad \text{Cópia de (8.17)}$$

$$C_A(x_2) = kp_0 e^{kx_2} \quad \text{Cópia de (8.19)}$$

Substituindo as definições precedentes em (8.119) obtém-se a condição suficiente de estabilidade:

$$\frac{\gamma_w}{\gamma'} \frac{1}{x_2} \int_{x_2}^0 i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \geq \frac{\text{sen}(\theta - \varphi) + kp_0 e^{kx_2} / \gamma'}{\text{sen } \varphi} - \mathcal{F}_{\min}^{el}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.121)$$

ou

$$\frac{1}{x_2} \int_0^{x_2} i^{irr}(\vartheta) d\vartheta \leq \frac{\gamma'}{\gamma_w} \left\{ \frac{\text{sen}(\varphi - \theta) - kp_0 e^{kx_2} / \gamma'}{\text{sen } \varphi} + \mathcal{F}_{\min}^{el} \right\}, \quad (\forall x_2 \leq 0) \quad (8.122)$$

É necessário ainda extrair a condição mais restritiva desta família de inequações com relação à variável x_2 . Considerando as hipóteses (I) e (II) impostas à função i^{irr} (veja seção 8.1), Dormieux (1989) demonstra que o valor máximo da integral ocorre para $x_2 = 0$. Tomando o limite da última expressão quando $x_2 \rightarrow 0$, tem-se

$$i^{irr}(0) \leq \frac{\gamma'}{\gamma_w} \left\{ \frac{\text{sen}(\varphi - \theta) - kp_0 / \gamma'}{\text{sen } \varphi} + \mathcal{F}_{\min}^{el} \right\} \quad (8.123)$$

Observa-se que $k = k(d)$ e $p_0 = p_0(d)$ são funções da profundidade d , que é a distância entre o nível médio da água e a superfície do maciço.

Tomando-se o limite da expressão acima quando a espessura da camada de solo tende ao infinito, $\mathcal{F}_{\min}^{el} \rightarrow 0$, e a inequação (8.123) torna-se igual à condição suficiente de estabilidade considerando espessura da camada de solo infinita, dada pela expressão (8.41).

8.3.3 Delimitação do carregamento limite

Ao contrário da análise realizada para espessura da camada de solo infinita, para maciço granular com espessura da camada de solo finita a aplicação da teoria da análise limite leva à obtenção de condições necessária e suficiente de estabilidade diferentes.

O carregamento limite desta análise de estabilidade é definido em função do valor máximo da força de fluxo de origem irreversível induzida pela onda, isto é, pelo gradiente hidráulico irreversível na superfície, $i^{irr}(0)$.

O limite superior da carga limite, determinado utilizando a abordagem cinemática, pode ser reescrito a fim de se observar o papel das duas contribuições de densidade volumétrica da força de fluxo:

$$\left[\frac{\text{sen } \varphi}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{\gamma_w}{\gamma'} i^{irr}(0) + \left[\frac{\mathcal{F}_7}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{kp_0}{\gamma'} \leq 1 \quad (8.124)$$

onde:

$$\mathcal{F}_7 = \frac{1}{A} \sqrt{\left[\cos \varphi \mathcal{A}_1 - \frac{\text{sen } \varphi}{k} \mathcal{A}_4 \right]^2 + \left[\cos \varphi \mathcal{A}_2 + \frac{\text{sen } \varphi}{k} \mathcal{A}_3 \right]^2} \quad (8.125)$$

sendo os termos \mathcal{A}_1 , \mathcal{A}_2 , \mathcal{A}_3 e \mathcal{A}_4 definidos previamente em (8.89-8.92).

O limite inferior da carga limite, determinado utilizando a abordagem estática, também pode ser reescrito a fim de se observar o papel das duas contribuições de densidade volumétrica da força de fluxo:

$$\left[\frac{\text{sen } \varphi}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{\gamma_w}{\gamma'} i^{irr}(0) + \left[\frac{\mathcal{F}_8}{\text{sen}(\varphi - \theta)} \right] \frac{kp_0}{\gamma'} \leq 1 \quad (8.126)$$

com

$$\mathcal{F}_8 = 1 - \mathcal{F}_{\min}^{el} \text{sen } \varphi \frac{\gamma'}{kp_0} \quad (8.127)$$

onde \mathcal{P}_{\min}^{el} foi definido em (8.114).

A desigualdade (8.126) pode ainda ser reescrita:

$$\left[\frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \theta)} \frac{\gamma_w}{\gamma'} \right] i^{irr}(0) + \left[\frac{1}{\sin(\varphi - \theta)} \right] \frac{kp_0}{\gamma'} \leq 1 + \left[\frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \theta)} \right] \mathcal{P}_{\min}^{el} \quad (8.128)$$

De forma análoga à inequação (8.72), as inequações (8.124), (8.126) e (8.128) deixam em evidência os dois parâmetros adimensionais que quantificam a intensidade do carregamento ao qual o maciço é submetido:

- o parâmetro $Q_1 = kp_0/\gamma'$, que constitui uma medida direta da intensidade do carregamento;
- o parâmetro $Q_2 = i^{irr}(0)$, que leva em conta as deformações volumétricas irreversíveis causadas pelo carregamento, medindo a intensidade do carregamento indiretamente, no sentido em que quantifica o acoplamento entre carregamento e comportamento.

Considerando-se as características do material e carregamento apresentadas nas tabelas 6 e 7 e o ângulo de atrito do material $\varphi = 30^\circ$, os parâmetros dependentes da espessura da camada de solo contidos em (8.124-8.127) encontram-se calculados na tabela 12 para as espessuras da camada de solo $h = 0,25L$, $h = 0,5L$ e $h = L$, onde L é o comprimento da onda do mar.

Tabela 12 - Parâmetros dependentes da espessura da camada de solo considerando parâmetros definidos nas tabelas 6 e 7 e $\varphi = 30^\circ$.

	\mathcal{A}_1	\mathcal{A}_2	\mathcal{A}_3	\mathcal{A}_4	\mathcal{P}_{\min}^{el}	\mathcal{T}_7	\mathcal{T}_8
$h=0,25L$	0,239	0,000	0,009	0,000	-0,180% p_0	0,667	1,005
$h=0,5L$	0,348	0,000	0,015	0,000	-0,053% p_0	0,988	1,001
$h=L$	0,333	0,000	0,019	0,000	-0,002% p_0	0,999	1,000

Observa-se que como \mathcal{P}_{\min}^{el} é negativo, o lado direito na desigualdade (8.128) é sempre menor ou igual a unidade. Se $h=L$, $\mathcal{P}_{\min}^{el} \rightarrow 0$ e a expressão (8.128) torna-se igual à expressão (8.72), obtida para espessura da camada de solo infinito. Em correspondência, quando $h=L$, $\mathcal{T}_8 \rightarrow 1$ e a expressão (8.126) torna-se igual à expressão (8.72). Para o limite

inferior, nota-se que quando $h=L$, $\mathcal{T}_7 \rightarrow 1$ e a expressão (8.124) torna-se igual à expressão (8.72).

A figura 55 apresenta os limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita com $h=0,25L$; $h=0,5L$ e $h=L$ e os ângulos de inclinação do maciço $\theta = 0$; 3° e 5° . Nesta figura está também apresentado o carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, obtido na seção anterior. As figuras 56, 57 e 58 apresentam em detalhe os limites inferior e superior obtidos caso a caso.

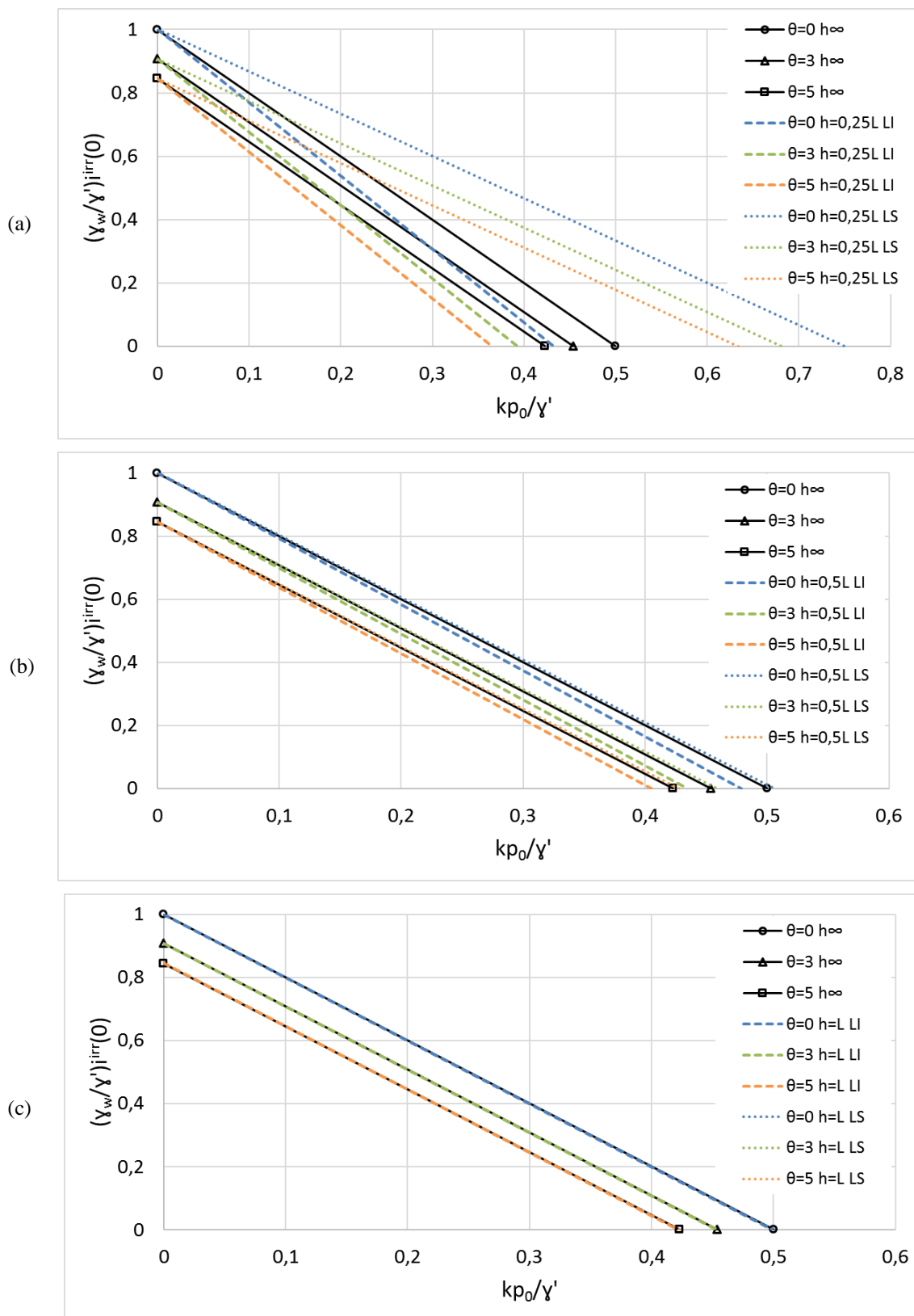


Figura 55 - Limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita $h=0,25L$ (a); $h=0,5L$ (b) e $h=L$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q_1 , Q_2).

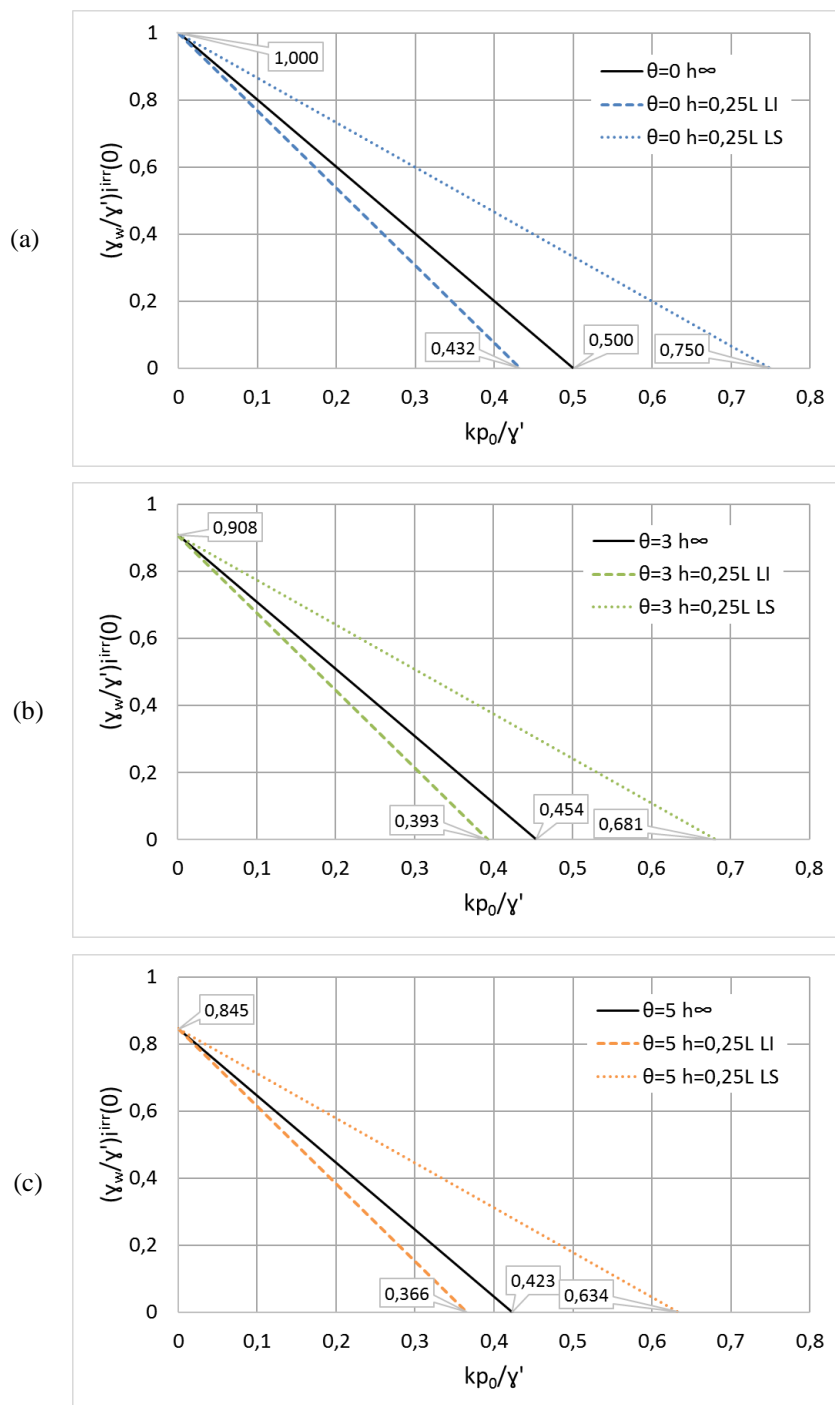


Figura 56 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita $h=0,25L$ e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0^\circ$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q_1, Q_2) .

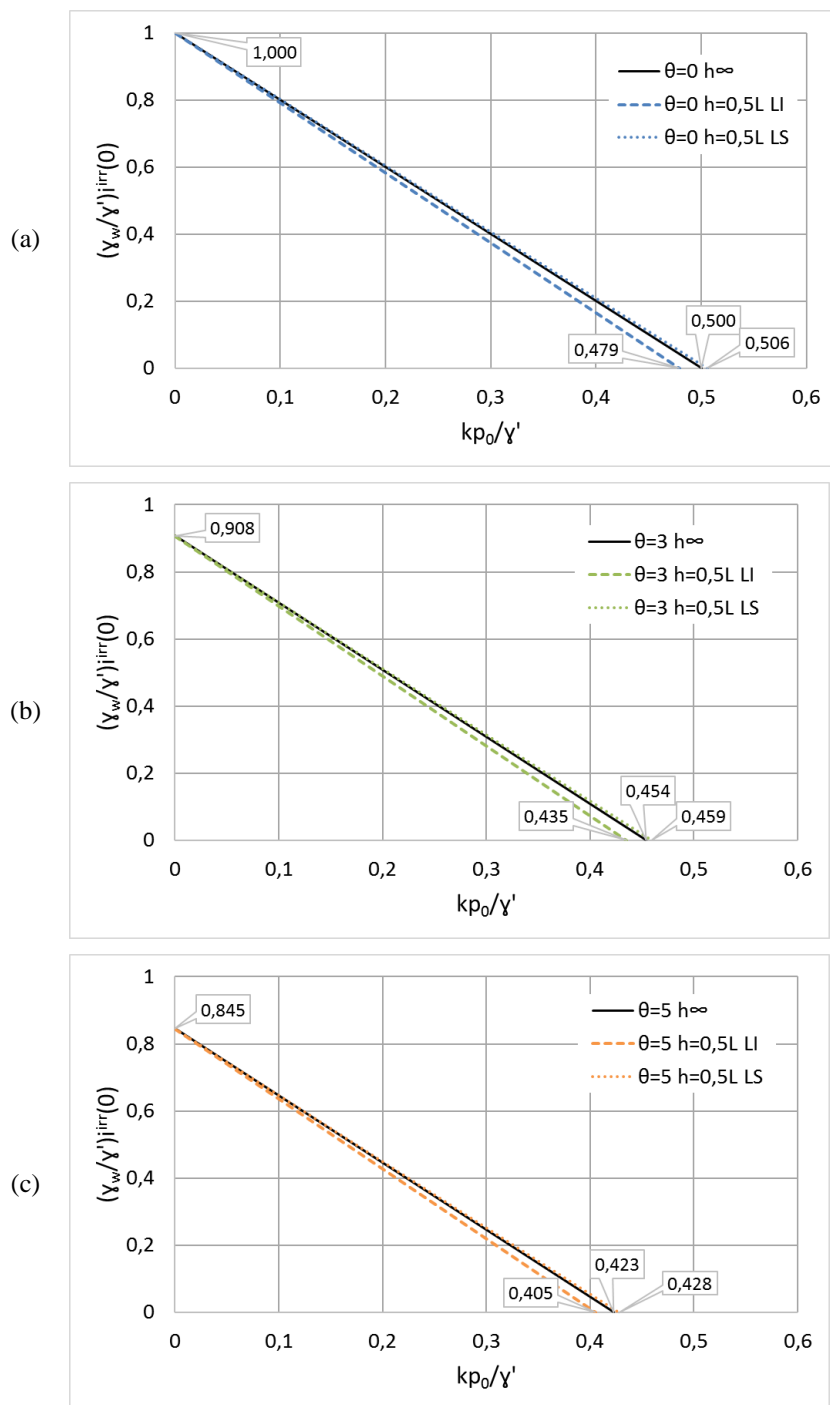


Figura 57 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita $h=0,5L$ e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q_1, Q_2) .

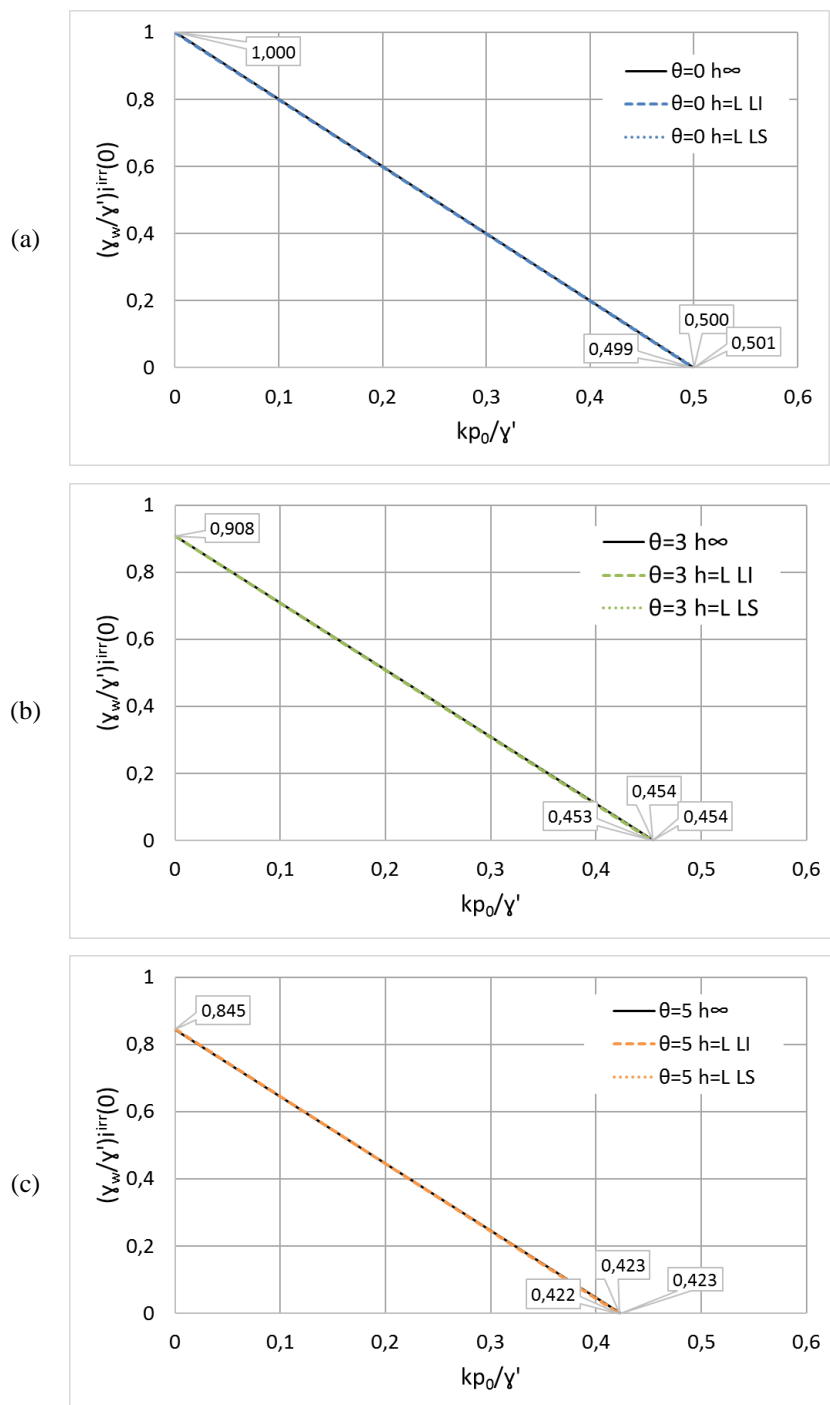


Figura 58 - Detalhe dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura para espessura da camada de solo finita $h=L$ e três ângulos de inclinação da superfície do maciço: $\theta=0^\circ$ (a); $\theta=3^\circ$ (b) e $\theta=5^\circ$ (c) em comparação com carregamento limite para espessura da camada de solo infinita, no plano (Q_1 , Q_2).

Analisando as figuras 55, 56, 57 e 58 nota-se o efeito do ângulo de inclinação da superfície do maciço: quanto maior o ângulo de inclinação, menores são os limites inferior e superior do carregamento de ruptura, independentemente da espessura da camada de solo considerada $h=$

0,25L; 0,5L ou L. Observa-se que na medida em que a espessura da camada de solo diminui, os limites inferior e superior do carregamento de ruptura tornam-se mais distantes um do outro, independentemente do ângulo de inclinação da superfície do maciço adotado ($\theta = 0; 3^\circ$ ou 5°). Para $h=0,25L$ observam-se as maiores diferenças entre os limites superior e inferior para um mesmo ângulo θ , estando o carregamento limite para espessura da camada de solo infinita contido no intervalo. Para $h=0,5L$ os limites superiores correspondentes à situação de camada finita aproximam-se significativamente dos carregamentos limite obtidos para espessura da camada de solo infinita. Os limites inferiores também se aproximam dos carregamentos limite obtidos para espessura da camada de solo infinita, mas em menor intensidade. Para $h=L$ os limites inferior e superior correspondentes à situação de camada finita se igualam e se equiparam ao carregamento limite encontrado na análise para espessura de camada infinita.

A análise da estabilidade do maciço de espessura da camada de solo infinita pode ser tratada como um subcaso da formulação empregada para análise da estabilidade do maciço de espessura da camada finita. Neste caso, os termos \mathcal{F}_7 e \mathcal{F}_8 tendem à unidade e as expressões (8.124) e (8.126) tendem a (8.72).

Os limites inferior e superior do domínio de estabilidade definidos pelas condições (8.124) e (8.126) devem ser sujeitos às condições de validade do modelo da onda linear expressas pela condição (3.7).

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

9.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho um estudo sobre as instabilidades do leito marinho devidas ao carregamento cíclico da onda foi apresentado. Após uma revisão bibliográfica sobre o assunto e um estudo sobre as ondas de água, no qual considerou-se a onda linear para modelagem do carregamento da onda sobre a superfície do maciço, foram desenvolvidas as análises de estabilidade.

Na análise de estabilidade para maciços constituídos de material coesivo, o material foi caracterizado pelo critério de resistência de Tresca linear, possibilitando uma análise em tensões totais. O gradiente de coesão foi o único parâmetro constitutivo requerido na análise. Considerando as condições supracitadas e utilizando os conceitos da teoria da análise limite, a declividade H/L apareceu como o parâmetro característico da onda e os domínios de valores deste parâmetro que asseguram a estabilidade e provocam a instabilidade foi determinado de forma exata, para diferentes inclinações da superfície do maciço. O mecanismo de ruptura ótimo indicou instabilidade quando a zona deformada tende a um ponto sobre a superfície do maciço. De acordo com os resultados obtidos, os quais independem da espessura da camada de solo, verificou-se que no caso de um fundo do mar horizontal a amplitude segura máxima do carregamento da onda não depende também do peso específico do solo γ' , ao contrário do caso de fundo do mar inclinado. De forma geral, comparando o caso do fundo plano inclinado, ao caso do fundo plano horizontal, o efeito da inclinação é equivalente a uma redução do gradiente de coesão no valor de $\gamma' \text{sen} \theta$, onde θ é o ângulo de inclinação da superfície do maciço.

Para materiais granulares, a resistência do meio foi descrita pelo critério de Coulomb sem coesão, o qual depende explicitamente do valor da poropressão. Através de uma mudança de variáveis, o problema de estabilidade passou a ser definido em termos de tensões efetivas ao invés de tensões totais, implicando uma mudança nas forças envolvidas. O cálculo do vetor adimensional gradiente hidráulico passou a ter fundamental importância para a análise de estabilidade. Empregando o método desacoplado, calculou-se separadamente as contribuições

reversível e irreversível das forças de fluxo envolvidas. O cálculo do excesso de poropressão induzido pela onda foi então separado em uma parcela reversível ou elástica e uma irreversível e os cálculos foram desenvolvidos utilizando condições de contorno de espessura da camada de solo infinita e finita.

Na resposta de origem elástica, considerando-se um solo oceânico elástico isotrópico, saturado e de espessura infinita verificou-se que as expressões finais para as respostas do solo (poropressão e tensões) induzidas pela onda dependem apenas das características do carregamento da onda, sendo independentes das propriedades do solo, ao contrário do caso de espessura finita no qual são necessárias informações da onda e solo. Com relação ao comportamento, diferenças significativas foram observadas nos resultados obtidos a partir das formulações para espessura infinita e finita principalmente para espessuras h menores que o comprimento de onda L , isto é, para $h/L < 1$. As diferenças relativas diminuem na medida em que h tende a L , podendo-se afirmar que quando $h \geq L$ as diferenças relativas entre as formulações para espessura da camada infinita e finita praticamente se anulam. Isso significa que se a espessura do solo é maior ou igual ao comprimento característico da onda L , a espessura do solo pode ser considerada teoricamente como infinita, e a solução matemática para o solo de espessura infinita pode ser usada. No entanto se $h/L < 1$, o uso da solução para espessura infinita pode levar a erros na predição do excesso de poropressão induzido pela onda. O mesmo comportamento foi observado para a amplitude do carregamento desviador da onda, a qual tem fundamental importância na estimativa da parcela irreversível do excesso de poropressão induzido pela onda.

Para obtenção da resposta de origem irreversível, dois modelos publicados na literatura foram empregados. A principal diferença entre eles está na concepção do termo fonte da equação de difusão que define a geração do excesso de poropressão. O primeiro modelo, por estabelecer um termo fonte positivo e constante no tempo estimou amplitudes do excesso de poropressão e do gradiente hidráulico na superfície monotonamente crescentes, o que conduziu à instabilidade por liquefação em um número finito de ciclos de carregamento. Contudo, na natureza o carregamento da onda é contínuo e esta é uma situação fisicamente improvável, pois dificilmente um maciço submarino se liquefaz diante do carregamento cíclico da onda. O segundo modelo por sua vez considera a densificação do meio poroso, isto é, variações da deformação volumétrica irreversível em consequência das tensões cisalhantes cíclicas no maciço induzidas pela onda, estabelecendo um termo fonte de geração de excesso de poropressão de amplitude variável no tempo. Consequentemente, a evolução da amplitude do

gradiente hidráulico na superfície é inicialmente crescente e, após o alcance de um valor máximo, decrescente, enfatizando o fato de que o fenômeno de geração de poropressão não é monotônico. Baseando-se neste último modelo, o efeito da espessura da camada de solo foi estudado. Para espessura da camada de solo infinita, o padrão do perfil do excesso de poropressão irreversível induzido pela onda apresentou valor máximo em uma profundidade situada a uma pequena distância da superfície superior do maciço, anunciando que um risco de instabilidade superficial pode acompanhar o processo de acumulação de sobrepressão. Para espessura da camada de solo finita $h=L$, o perfil de excesso de poropressão irreversível induzido pela onda foi bastante próximo do obtido para camada de solo infinita, contudo, na medida em que a espessura da camada de solo diminui, a forma do perfil altera-se. Para $h=0,25L$ por exemplo, o valor máximo do excesso de poropressão ao longo da profundidade passou a situar-se em uma profundidade próxima do substrato impermeável. Com relação ao gradiente hidráulico na superfície do maciço ao longo dos ciclos de carregamento, para todas espessuras da camada de solo estudadas (infinita e finita com $h=0,25L$; $0,5L$ e L), observou-se que após o alcance de um valor máximo, ocorre um comportamento decrescente progressivo desta grandeza. Os resultados obtidos com este último modelo foram utilizados para o desenvolvimento das análises de estabilidade posteriores.

Na análise de estabilidade para maciços constituídos de material granular o material foi caracterizado pelo critério de resistência de Coulomb e o estudo foi desenvolvido em tensões efetivas. Empregando os conceitos da teoria da análise limite e os resultados obtidos nos capítulos anteriores, para as parcelas reversível e irreversível do excesso de poropressão induzido pela onda, as condições de espessura da camada de solo infinita (adequada para espessuras h iguais ou maiores que o comprimento da onda L , $h/L \geq 1$) e finita (adequada para espessuras h menores que o comprimento da onda L , $h/L < 1$) foram investigadas separadamente.

Para espessura da camada de solo infinita, as condições necessária e suficiente de estabilidade resultaram iguais e a obtenção de uma curva exata para o carregamento limite foi possível. Rearranjando essa expressão identificou-se o papel das duas contribuições de densidade volumétrica da força de fluxo: um parâmetro que constitui uma medida direta da intensidade do carregamento ($Q_1 = kp_0/\gamma'$ - no eixo das abcissas) e o outro que leva em conta as deformações volumétricas irreversíveis causadas pelo carregamento, quantificando o acoplamento entre carregamento e comportamento ($Q_2 = i^{irr}(0)$ - no eixo das coordenadas). O domínio **K** dos valores potencialmente suportáveis destes dois parâmetros (Q_1, Q_2) é um

triângulo, o qual é uma função decrescente do ângulo de inclinação da superfície do maciço θ . Considerando maciços constituídos por material granular de diferentes resistências (isto é, diferentes domínios \mathbf{K} dos valores potencialmente suportáveis) e diferentes valores para o carregamento da onda (isto é, diferentes trajetórias de carregamento no plano Q_1, Q_2) pôde-se presumir a estabilidade do leito do mar (se a trajetória permanece interna ao triângulo \mathbf{K}) ou a instabilidade do leito do mar (se o segmento sai do triângulo \mathbf{K}). Do ponto de vista prático, a predição da amplitude da onda p_0 que induz a instabilidade do maciço submarino necessita a avaliação prévia do gradiente hidráulico na superfície, a partir das propriedades físicas e geométricas do maciço.

Para espessura da camada de solo finita, considerando-se as três espessuras estudadas $h=0,25L$; $0,5L$ e L , as condições necessária e suficiente de estabilidade resultaram diferentes e então um intervalo para o carregamento limite foi obtido. A curva exata do carregamento limite correspondente à espessura da camada de solo infinita encontrou-se sempre contida nesses intervalos. O aumento do ângulo de inclinação da superfície do maciço correspondeu a uma diminuição dos limites inferior e superior do carregamento de ruptura, para todas espessuras da camada consideradas. Independente do ângulo de inclinação da superfície, na medida em que a espessura da camada de solo aumenta, os limites inferiores e superiores do carregamento de ruptura aumentam e diminuem, respectivamente. Para $h=L$ os limites inferior e superior correspondentes à situação de camada finita se igualam e se equiparam à curva exata do carregamento limite encontrado na análise para espessura de camada infinita. Assim, a análise da estabilidade do maciço de espessura da camada de solo infinita pode ser tratada como um subcaso da formulação empregada para análise da estabilidade do maciço de espessura da camada finita.

De forma geral, uma diferença fundamental aparece no que se refere à definição do carregamento. No caso do solo coesivo, este é determinado completamente pelas características físicas da onda de projeto e a escolha do modelo da onda. Enquanto que, para um solo granular, a introdução de informações suplementares sobre a contractância do material é indispensável para transmitir os parâmetros da onda à definição das forças externas atuantes sobre o maciço. Essa diferença tem origem na escolha dos critérios de ruptura distintos, em função da natureza do solo. Em razão da fase preliminar destinada a definição do carregamento, o estudo do caso granular pode parecer mais complexo. Mas a simplicidade relativa do caso coesivo é enganosa, uma vez que ela mascara a complexidade da

determinação do parâmetro “coesão não-drenada”, que concentra toda informação disponível sobre o material.

9.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões para continuidade do trabalho aqui apresentado podem ser enumeradas:

- Comparar os resultados obtidos no presente trabalho para o excesso de poropressão desenvolvido no maciço com resultados advindos de ensaios experimentais (modelos reduzidos) e simulações numéricas em elementos finitos;
- Comparar os resultados obtidos no presente trabalho, quanto à previsão da estabilidade ou não do maciço diante do carregamento da onda, com resultados advindos de ensaios experimentais e simulações numéricas em elementos finitos;
- Considerar nas análises de estabilidade maciços compostos por múltiplas camadas de solo e anisotropia das propriedades, a fim de aproximar-se das condições encontradas na natureza;
- Modelar o carregamento da onda sobre a superfície do maciço empregando uma teoria de onda não-linear, como por exemplo a aproximação de segunda ordem de Stokes, com o propósito de aproximar-se das condições encontradas na natureza;
- Incluir termos inercias nas equações de equilíbrio e avaliar suas importâncias;
- Estender a metodologia aplicada, no presente trabalho, para análise da estabilidade do maciço diante o carregamento cíclico da onda à análise da estabilidade do maciço diante o carregamento sísmico;
- Desenvolver metodologia para modelagem da diminuição da resistência da massa de solo rompida diante do carregamento da onda a fim de poder estimar o impacto da massa de solo rompida e degradada sobre estruturas marinhas, como dutos.

REFERÊNCIAS

- Anderheggen E. and Knopfel H., 1972. Finite element limit analysis using linear programming, **International Journal of Solids and Structures**, 8(12), 1413–1431.
- Articolo, G. A., 2009. **Partial Differential Equations and Boundary Value Problems with Maple V**. Elsevier.
- Badiy, M., Zen, K., Yamazaki, H. and Suzuki, H., 1990. Field and laboratory measurements of shear modulus profile in seabed. **Report Port Harbour Inst. Japan**, 29(4), 3-26.
- Barends, F.B.J., 1991. Interaction between ocean waves and sea-bed. In: **Proceedings of the International Conference on Geotechnical Engineering for Coastal Development-Theory and Practice on Soft Ground** (Geot-Coastal'91), Yokohama, Japan, 2, 1091–1108.
- Bea, R.G., Wright, S.G., Sircar, P., Niedoroda, A.W., 1983. Wave-induced slides in South Pass Block 70, Mississippi Delta. **Journal of Geotechnical Engineering**, 109: 619-644.
- Biot, M.A., 1941. General theory of three-dimensional consolidation. **J. Appl. Phys.** 26(2), 155–164.
- Biot, M.A., 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, Part I: Low frequency range. **J. Acoust. Soc. Am.** 28, 168–177.
- Biot, M.A., 1956b. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, Part II: High frequency range. **J. Acoust. Soc. Am.** 28, 178–191.
- Bishop A.W., 1955, The use of the slip circle in the stability analysis of earth slopes, **Geotechnique**, 5(1), 7–17.
- Bjerrum, L., 1955. Stability of natural slopes in quick clay. **Géotechnique**, 5, 101–119.
- Bjerrum, L., 1971. Subaqueous Slope Failures in Norwegian Fjords, **Norwegian Geotechnical Institute**, Publication. 88, 1971.
- Bjerrum, J., 1973. Geotechnical problem involved in foundations of structures in the North Sea. **Géotechnique** 23(3), 319–358.
- Bottero A., Negre R., Pastor J. and Turgeman S., 1980, Finite element method and limit analysis theory for soil mechanics problems, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 22, 131–149.
- Brebbia, C. A. and Walker, S. **Dynamic Analysis of Offshore Structure**. London: Newnes-Butterworths, 1979.
- Bruschi, R., Bughi, S., Spinazz, M., Torselletti, E., Vitali, L. 2006. Impact of debris flows and turbidity currents on seafloor structures. **Norwegian Journal of Geology** 86, 317–337.

Bryant, W. R., Hottman, W. and Trabant, P., 1974. Permeability of unconsolidated and consolidated marine sediments, Gulf of Mexico, **Mar. Geotechnol.**, 1, 1-15.

Cha, D. H., Jeng, D. S., Rahman, M. S., Sekiguchi, H., Oh, Y. N., Teo, L., 2002. Differences of the wave-induced soil response between dynamic and quasi-static solutions. In: **Proceedings of The Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference**.

Chaboche, J.L. and Rousselier, G., 1983. On the plastic and viscoplastic constitutive equations. Part 1: Developed with internal variable concept. **J. Pressure Vessel Technology ASME** 105, 153-158.

Chen W.F., 1975, **Limit Analysis and Soil Plasticity**, USA: Elsevier.

Chen W.F. and Giger M.W., 1971, Limit analysis of stability of slopes. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, Vol. 97, pp. 19–26.

Chen Z.Y., Wang X.G., Haberfield C., Yin J.H. and Wang Y.J., 2001a, A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem. Part I: Theory and methods. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 38(3), 369–378.

Chen Z.Y., Wang J., Wang Y.J., Yin J.H. and Haberfield C., 2001b, A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem. Part II: Numerical approaches, applications and extensions. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 38(3), 379–397.

Cheng, Y. M. e Lau, C. K., 2008. **Slope Stability Analysis and Stabilization: new methods and insight**. Routledge.

Cheng, H.-D. and Liu, P. L. -F., 1986. Seepage force on a pipeline buried in a poroelastic seabed under wave loading. **Applied Ocean Research**, 8(1), 22-32.

Christian, J.T., Taylor, P.K., Yen, J.K.C., Erali, D.R., 1974. Large diameter underwater pipeline for nuclear power plant designed against soil liquefaction. In: **Proceeding of Offshore Technology Conference**, 597–606.

Clukey, E. C., Kulhawy, F. H., Liu, P. L.-F., 1983. **Laboratory and field investigation of wave-sediment interaction**, Joseph H. Defrees Hydraulics Laboratory, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, NY.

Coussy, O., 2004. **Poromechanics**. John Wiley & Sons Ltd.

Dafalias, Y. and Popov, E.P., 1976. Plastic internal variables formulation of cyclic plasticity. **J. Appl. Mech.** ASME 98.

Darcy, H., 1856. Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Dalmont, Paris.

De Alba, P., Seed, H. B. and Chan, C.K., 1976. Sand liquefaction in large-scale simple shear tests. **Journal of Geotechnical Division**, ASCE, 102, 909-28.

De Buhan P., 1986. Approche fondamentale du calcul à la rupture des ouvrages em sols renforcés. Thèse d'état, Paris VI.

De Buhan, P.; Cuvillier, P.; Dormieux, L.; et al., 1999. Face stability of shallow circular tunnels driven under the water table: A numerical analysis. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 23(1), 79-95.

De Buhan, P. & De Felice, G., 1997. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. 45(7), 1085-1104.

De Buhan, P.; Dormieux, L; Maghous, S., 1993. Stability of a vertical cutoff – improvement of the kinematic approach. **Comptes rendus de l'academie des sciences serie II**. 317 (2), 131-136.

De Buhan, P.; Freard, J.; Garnier, D.; et al., 2002. Failure properties of fractured rock masses as anisotropic homogenized media. **Journal of Engineering Mechanics-ASCE**. 128(8), 869-875.

De Buhan, P.; Maghous, S., 1995. A straightforward numerical method for evaluating the ultimate loads of structures. **European Journal of Mechanics A-Solids**. 14(2), 309-328.

Dormieux, L., 1989. **Influence de la houle sur la stabilité d'un massif sous-marin**. Thèse Dr, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

Dormieux, L.; Auriault, J.-L.; Coussy, O., 1993. Pore pressures generation in a seabed subjected to wave loading. **Eur. J. of Mech., A/Solids**, vol. 12, n. 6, pp. 773-801.

Dormieux, L.; Coussy, O., 1991. Stability of a sedimentary half-space subjected to an arbitrary pressure distribution. **Eur. J. Mech., A/Solids**, vol. 10, n. 4, pp. 371-394.

Dormieux, L.; Delage, P., 1988. Effective stress response of a plane sea-bed under wave loading. **Géotechnique**, vol. 38, n. 3, pp. 445-450.

Drucker D.C. and Prager W., 1952, Soil mechanics and plastic analysis or limit design, **Quarterly of Applied Mathematics**, 10, 157–165.

Drucker, D.C., Greenberg, W. and Prager, W., 1951, The safety factor of an elastic plastic body in plane strain, Transactions of the ASME, **Journal of Applied Mechanics**, 73, 371.

Duncan J.M., 1996, State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes, **Journal of Geotechnical Engineering**, ASCE, 122(7), 577–596.

Duncan, J. M., Wright, S. G. 2005. **Soil Strength and Slope Stability**. John Wiley & Sons, Inc.

Esrig, M.I. and Kirby, R.C., 1977. Implications of gas content for predicting the stability of submarine slopes. **Mar. Geotech.**, 2, 81–100.

Faccioli, E., 1973. A stochastic model for predicting seismic failure in a soil deposit. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, vol. 1, pp. 293-307.

Fellenius W., 1936, Calculation of the stability of earth dams, Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, **International Commission on Large Dams of the World Power Conference**, 4, 445–462.

Fenton, J. D., 1985. Wave forces on vertical walls, **J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.** ASCE, 111(4), 693-718.

Gao, F. P., Jeng, D. S., Sekiguchi, H., 2003. Numerical study on the interaction between non-linear wave, buried pipeline and non-homogenous porous seabed. **Computers and Geotechnics** 30: 535–547.

Garrison, L.E., 1977. The SEASWAB Experiment. **Mar. Geotech.**, 2, 117–122.

Gatmiri, B., 1989. **Reponse d'un massif sous-marin a l'action de la houle**. Thèse Dr, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

Gatmiri, B., 1990. A simplified finite element analysis of wave-induced effective stress and pore pressures in permeable sea beds. **Géotechnique** 40(1), 15–30.

Gatmiri, B., 1992. Response of cross-anisotropic seabed to ocean waves. **J. Geotech. Eng.** 118(9), 1295–1314.

Gauer, P., De Blasio, F.V., Elverhøi, A., 2007. An international perspective I or II: dynamic modeling of submarine slide run-out/submarine mass movements; where do we stand and what are the main challenges. In: **Proceedings of the Offshore Technology Conference**, Houston, Paper OTC 18597.

Gazetas, G., 1982. Stresses and displacements in cross-anisotropic soils. **J. Geotech. Eng. Div.** 108(4), 532–553.

Geist, E.L., 2000. Origin of the 17 July 1998 Papua New Guinea tsunami; earthquake or landslide. **Seism. Res. Lett.**, 71, 344–351.

Gibson, R.E., 1967. Some results concerning displacements and stresses in a non-homogeneous elastic half-space. **Géotechnique** 17, 58–67.

Griffiths, D. V. & Lane, P. A., 1999. Slope stability analysis by finite elements **Géotechnique** 49, No. 3, 387-403

Guenouni, T.; Letaltec, P., 1982. Calcul à la rupture: régularisation de Norton-Hoff et lagrangien augmenté. **J. Méc. Th. App.** 2(1), 75-99.

Hashiguchi, K., 1986. Elastoplastic constitutive model with a subloading surface. **Proc. Int. Conf. Comput. Mech.** 5 (Tokyo-Berlin: Springer Verlag) 65-70.

Hassen, G.; Gueguin, M.; De Buhan, P., 2013. A homogenization approach for assessing the yield strength properties of stone column reinforced soils. **European Journal of Mechanics A-Solid.** 37, 266-280.

Heezen, B.C. and Drake, C.L., 1964. Grand Banks slump. **Bull. Am. Assoc. Petrol. Geol.**, 48, 44–108.

- Heezen, B.C. and Ewing, M., 1952. Turbidity currents and submarine slumps and the 1929 Grand Banks Earthquake. **Am. J. Sci.**, 250, 849–873.
- Henkel, D.H., 1970. The role of waves in causing submarine landslides. **Géotechnique** 20(1), 75–80.
- Hicher, P-Y & Shao, J-F., 2008. **Constitutive Modeling of Soils and Rocks**. John Wiley & Sons.
- Hsu, J.R.C., Jeng, D.S., 1994. Wave-induced soil response in an unsaturated anisotropic seabed of finite thickness. **Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.** 18(11), 785–807.
- Hsu, J. R. C; Jeng, D. S. and Tsai, C. P., 1993. Short-crested wave induced soil response in a porous seabed of infinite thickness, **Int. j. numer. anal. methods geomech.**, 17, 553-576.
- Hsu, J. R. C; Jeng, D. S. and Lee, C. P., 1995. Oscillatory soil response and liquefaction in an unsaturated layered seabed, **Int. j. numer. anal. methods geomech.**, 19, 825-849.
- Hsu, J. R. C. ; Y. Tsuchiya and R. Silvester, 1979. Third-order approximation to short-crested waves **J. Fluid Mech.**, 90, 179-196.
- Hsu, H. C., Chen, Y. Y., Hsu, J. R. C., and Tseng, W. J., 2009. Nonlinear water waves on uniform current in lagrangian coordinates. **J. Nonlinear Math. Phys.**, 16(1), 47–61.
- Huang, L.H., Song, C.H., 1993. Dynamic response of poro-plastic bed to water waves. **J. Hydraul. Eng.** 119(9), 1003–1020.
- Hujeux, J.C., 1985. Une loi de comportement pour les chargements cycliques des sols, **Génie Parasismique**, Presses des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 287-302.
- Ippen, A. T., 1966. **Estuary and Coastline Hydrodynamics**. New York: Mcgraw-Hill Book.
- Ishihara, K.; Yamazaki, A., 1984. Analysis of wave-induced liquefaction in seabed deposits of sand. **Soils and Foundations**, vol. 24, n. 3, pp. 85-100.
- Izbicki R.J., 1981, Limit plasticity approach to slope stability problems, Journal of the Geotechnical Engineering Division, **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, 107, 228–233.
- Janbu N., 1973, Slope stability computations, in: R.C. Hirschfield and S.J. Poulos (eds.), **Embankment-Dam Engineering**, pp. 47–86, John Wiley.
- Jeng, D.S., 1996. Wave-induced liquefaction potential in a cross-anisotropic seabed. **J. Chin. Inst. Eng.** 19(1), 59–70.
- Jeng, D.S., 1997a. Soil response in cross-anisotropic seabed due to standing waves. **J. Geotech. Geoenviron. Eng.** 123(1), 9–19.
- Jeng, D.S., 1997b. Wave-induced seabed instability in front of a breakwater. **Ocean Eng.** 24(10), 887–917.

- Jeng, D.-S., 1997d. **Wave-induced seabed response in front of a breakwater**. Ph.D. thesis, The Univ. of Western Australia, Australia.
- Jeng, D.S., 1998a. Effect of cross-anisotropic soil behaviour on the wave-induced seabed response. **Géotechnique** 48(4), 555–561.
- Jeng, D.S., 1998b. Wave-induced seabed response in a cross-anisotropic seabed in front of a breakwater: An analytical solution. **Ocean Eng.** 25(1), 49–67.
- Jeng, D.S., 2000. On calculating the length of a short-crested wave over a porous seabed. **Appl. Ocean Res.** 22(2), 63–73.
- Jeng, D.S., 2001a. A new wave dispersion equation: Effects of soil characteristics. **J. OffshoreMech. Arct. Eng.** 125(4), 177–181.
- Jeng, D.S., 2001b. Wave dispersion equation in a porous seabed. **Ocean Eng.** 28(12), 1585–1599.
- Jeng, D. S., 2008. Effects of Wave Non-Linearity on Residual Pore Pressures in Marine Sediments. **The Open Civil Engineering Journal**, 2, 63-74 63.
- Jeng, D. S., 2013. **Porous Models for Wave-seabed Interactions**. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 289 p.
- Jeng, D.S., Cha, D.H., 2003. Effects of dynamic soil behavior and wave non-linearity on the wave-induced pore pressure and effective stresses in porous seabed. **Ocean Eng.** 30(16), 2065–2089.
- Jeng, D.S., Lee, T.L., 2001. Dynamic response of porous seabed to ocean waves. **Comput. Geotech.** 28(2), 99–128.
- Jeng, D.S., Lin, Y.S., 1996. Finite element modelling for water waves-soil interaction. **Soil Dyn. Earthq. Eng.** 15(5), 283–300.
- Jeng, D.S., Lin, Y.S., 1997. Non-linear wave-induced response of porous seabed: A finite element analysis. **Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.** 21(1), 15–42.
- Jeng, D.S., Lin, Y.S., 2000. Poroelastic analysis for wave-seabed interaction problem. **Comput. Geotech.** 26(1), 43–64.
- Jeng, D.S., Rahman, M.S., 2001. Wave-induced oscillatory soil response: Difference between quasi-static and dynamic solutions. In: **Computer Methods and Advances in Geomechanics**, 2, 1103–1106. A.A. Balkema, The Netherlands.
- Jeng, D.S., Seymour, B.R., 1997a. Response in seabed of finite depth with variable permeability. **J. Geotech. Geoenviron. Eng.** 123(10), 902–911.
- Jeng, D.S., Seymour, B.R., 1997b. Wave-induced pore pressure and effective stresses in a porous seabed with variable permeability. **J. Offshore Mech. Arct. Eng.** 119(4), 226–233.

Jeng D-S and Seymour BR, 2007. A simplified analytical approximation for pore-water pressure build-up in a porous seabed. **Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering**, ASCE, 133(4), 309–312.

Jeng, D.S., Seymour, B.R., Li, J., 2007. A new approximation for pore pressure accumulation in marine sediment due to water wave. **Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.** 31(1), 53–69.

Jeng, D.-S.; Ou, J., 2010. 3D models for wave-induced pore pressures near breakwater heads. **Acta Mech** 215, 85–104.

Jeng, D. S., Zhou, X. L., Luo, X. D., Wang, J. H., Zhang, J., Gao, F. P., 2010. Response of Porous Seabed to Dynamic Loadings. **Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA** 41 (4).

Jiang, 1992. Application de l'analyse limite à l'étude de la stabilité des massifs de sol. Thèse Dr. E.N.P.C., Paris.

Keller, G. H., 1967. Shear strength and other physical properties of sediments from some ocean basins. In: **Proceedings of Civil Engineering in the Oceans**, ASCE Conference, San Francisco, September 1967, 391-417.

Keulegan, G. H., 1950. Wave Motion. Chapter 11 of **Engineering Hydraulics** (H. Rouse., Ed), John Wiley and Sons, New York.

Kitano, T., Mase, H., 1999. Boundary-layer theory for anisotropic seabed response to sea waves. **J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.** 125(4), 187–194.

Le Méhauté, B. 1976. **An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves**. New York : Springer-Verlag, 1976. 315 p..

Lee, H.J. and Edwards, B.D., 1986. Regional method to assess offshore slope stability. **J. Geotech. Eng.**, ASCE, 112, 489–509.

Lee, H. J., Locat, J., Desgagnés, P., Parsons, J. D., McAdoo, B. G., Orange, D. L., Puig, P., Wong, F. L., Dartnell, P. and Boulanger, E., 2007. Submarine Mass Movements on Continental Margins, in **Continental Margin Sedimentation: From Sediment Transport to Sequence Stratigraphy** (eds C. A. Nittrouer, J. A. Austin, M. E. Field, J. H. Kravitz, J. P. M. Syvitski and P. L. Wiberg), Blackwell Publishing Ltd., Oxford, UK.
doi:10.1002/9781444304398.ch5

Lin, M., Jeng, D. S., 2003. Comparison of existing poroelastic models for wave damping in a porous seabed. **Ocean Engineering** 30, 1335–1352.

Lin, Y.S., Jeng, D.S., 1996. Response of poro-elastic seabed to a 3-d wave system: A finite element analysis. **Coast. Eng. Jpn.** 39(2), 165–183.

Lin, Y.S., Jeng, D.S., 1997. The effect of variable permeability on the wave-induced seabed response. **Ocean Eng.** 24(7), 623–643.

Locat, J. and Lee, H. J., 2000. Submarine Landslides: advances and challenges. In: **Proceedings of the 8th International Symposium on Landslides**, Cardiff, U.K..

Lundgren, H.; Lindhardt, H. C. and Romhild, C. J., 1989. Stability of breakwaters on poor foundations, In: **Proc. 12th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, 451-454.

Lyamin A.V. and Sloan S.W., 1997, A comparison of linear and nonlinear programming formulations for lower bound limit analysis, in: S. Pietruszczak and G.N. Pande (eds.), **Proceedings of the 6th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics**, pp. 367–373, Balkema, Rotterdam.

Lyamin A.V. and Sloan S.W., 2002, Upper bound limit analysis using linear finite elements and non-linear programming, **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 26(2), 181–216.

Lysmer J., 1970, Limit analysis of plane problems in soil mechanics, **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, Proceedings of the American Society of Civil Engineering, 96, 1311–1334.

Madga, W., 1990. On one-dimensional model of pore pressure generation in a highly saturated sandbed due to cyclic loading acting on a sand surface. I: Theoretical description and numerical approach. **Tech. rep., Internal report No. 5**, SFB-205, TP A13, Kusteningenieurwesen, University Hanover.

Madsen, O.S., 1978. Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed. **Géotechnique** 28(4), 377–393.

Maeno, Y.H., Sakai, T., Mase, H., 1989. Influences of wave steepness on wave-induced liquefaction in sand layer. In: **Proceedings of 6th Symposium on Coastal and Ocean Management, Coastal Zone'89**, 3945–3957.

Maghous, S., 1993. Numerical prediction of ultimate loads – case of von Mises and Tresca materials. **Mechanics Research Communications**. 20 (6), 467-474.

Maghous, S.; De Buhan, P.; Bekaert, A., 1998. Failure design of jointed rock structures by means of a homogenization approach. **Mechanics of Cohesive-Frictional Materials**. 3(3), 207-228.

Maghous, S.; Winiawer, J. E. B.; Pasa Dutra, V. F., 2014. Stability analysis of tunnels driven in jointed rocks by means of a homogenized limit analysis approach. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 38(18), 2009-2032.

Malvern, L.E., 1969. **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

McDougal, W.G., Tsai, Y.T., Liu, P.L.F., Clukey, E.C., 1989. Wave-induced pore water pressure accumulation in marine soils. **J. Offshore Mech. Arct. Eng.** 111(1), 1–11.

Mei, C.C., Foda, M.A., 1981. Wave-induced response in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface—a boundary layer theory. **Geophys. J. R. Astron. Soc.** 66, 597–631.

Michalowski R.L., 1995, Slope stability analysis: A kinematical approach, **Geotechnique**, 45(2), 283–293.

- Mitchell, J.K., Tsui, K.K., Sangrey, D.A., 1972. Failure of submarine slope under wave action. In: **Proceedings 13th International Conferences on Coastal Engineering**, ASCE, 2, 1515–1539.
- Mitchell, J.K., Hull, J.A., 1974. Stability and bearing capacity of bottom sediments. In: **Proceedings 14th International Conferences on Coastal Engineering**, ASCE, 2, 1252–1273.
- Miyamoto, J., Sassa, S. and Sekiguchi, H., 2004. Progressive solidification of a liquefied sand layer during continued wave loading. **Géotechnique**, 54 (10), 617-629.
- Moore, D. G., 1977. Submarine Slides, in B. Voight, Ed., **Rockslides and Avalanches Vol. 1 Natural Phenomena**, Developments in Geotechnical Engineering, 14A.
- Morgenstern, N.R., 1967. Submarine slumping and the initiation of turbidity currents. In: **Marine Geotechnique** (Ed. A.F. Richards), 189–210. University of Illinois Press, Urbana, IL.
- Morgenstern N.R. and Price V.E., 1965, The analysis of stability of general slip surface, **Geotechnique**, 15(1), 79–93.
- Morote, C. H. S., 2006. **Estabilidade e Deformação de Taludes de Solo sob Carregamento Sísmico**. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.
- Moshagen, H. and Torum, A., 1975. Wave induced pressures in permeable seabeds, **J. Waterways Harbour Coastol Eng. Div.** ASCE, 101 (WW1), 49-58.
- Mroz, Z., 1967. On the description of anisotropic hardening. **J. Mech. Phys. Solids** 15.
- Nash, D., 1987. A comparative review of limit equilibrium methods of stability analysis. In **Slope Stability**, editores Anderson, M. G. e Richards, K. S.. John Wiley & Sons Ltd.
- Nataraja, M.S., Singh, H., Maloney, D., 1980. Ocean wave-induced liquefaction analysis: A simplified procedure. In: **Proceedings of International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loadings**, 509–516.
- Nataraja, M.S., Gill, H.S., 1983. Ocean wave-induced liquefaction analysis. **J. Geotech. Eng.** 109(4), 573–590.
- Nakamura, H., Onishi, R., Minamide, H., 1973. On the seepage in the seabed due to waves. In: **Proceedings of 20th Coastal Engineering Conference**, J.S.C.E., 421–428.
- Oka, E., 1982. Constitutive equations for granular materials in cyclic loadings. **IUTAM Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials**. Delft: Balkema 297-306.
- Oka, F.; Yashima, A.; Shibata, T.; Kato, M.; Uzuoka, R., 1994. FEM-FDM Coupled Liquefaction Analysis of a Porous Soil Using an Elasto-Plastic Model. **Applied Scientific Research** 52: 209-245.
- Okusa, S, 1985. Wave-induced stress in unsaturated submarine sediments. **Géotechnique** 35(4), 517–532.

- Oh, Y. N., Jeng, D. S., Teo, H. T. e Cha, D. H., 2002. Effects of wave non-linearity on the wave-induced seabed response. In: **Proceedings of The Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference**.
- Ou, J., D-S Jeng, 2009. Response of a Porous Seabed to Ocean Waves around Breakwater Heads: 3D Poro-elastoplastic Model. In: **Proceedings of the Nineteenth (2009) International Offshore and Polar Engineering Conference**, pp. 1042-1048.
- Pastor, J. & Turgeman, S., 1982. Limit analysis in axisymmetrical problems: Numerical determination of complete statitcal solution. **Int. J. of Mech. Sc.**, 24(2), 95-117.
- Peacock, W. H. and Seed, H. B., 1968. Sand Liquefaction under cyclic loading simple shear conditions. **Journal of Soil Mechanics and Foundations Engineering**, ASCE, 94, n° SM3, 689-708.
- Pickering, D.J, 1970. Anisotropic elastic parameters for soil. **Géotechnique** 20(3), 271–276.
- Piper, D.J.W., Cochonat, P. and Morrison, M.L., 1999. The sequence of events around the epicentre of the 1929 Grand Banks earthquake: initiation of debris flows and turbidity current inferred from sidescan sonar. **Sedimentology**, 46, 79–97.
- Putnam, J. A., 1949. Loss of wave energy due to percolation in a permeable sea bottom, **Trans. Am. Geophys. Union**, 30, 77-133.
- Rahman, M.S., 1991. Wave-induced instability of seabed: Mechanism and conditions. **Mar. Geotechnol.** 10, 277–299.
- Rahman, M.S., 1997. Instability and movement of oceanfloor sediments: A review. **Int. J. Offshore Polar Eng.** 7(3), 220–225.
- Rahman; Jaber, C. L., 1986. A simplified drained analysis for wave-induced liquefaction in ocean floor sands, **Soils and Foudations**, vol. 26, n. 3, pp. 57-68.
- Rahman, M.S., Jabery, W.Y., 1991. Submarine landslide: Element of analysis. **Mar. Geotechnol.** 10, 97–124.
- Raman-Nair, W., Sabin, G.C.W., 1991. Wave-induced failure of poro-plastic seabed slopes: A boundary element study. In: **Proc. Inst. Civ. Eng. 2. Res. Theory** 91, 771–794.
- Randolph, M. F, Gaudin, C, Gourvenec, S. M., White, D. J., Boylan, N., Cassidy, M. J., 2011. Recent advances in offshore geotechnics for deep water oil and gas developments. **Ocean Engineering** 38: 818-834.
- Reid, R.O., Kajiura, K., 1957. On the damping of gravity waves over a permeable seabed. **Trans Am Geophysical Union** 38, 939–950.
- Saada , Z.; Maghous, S.; Garnier, D., 2008. Bearing capacity of shallow foundations on rocks obeying a modified Hoek-Brown failure criterion. **Computers and Geotechnics.** 35(2), 144-154.

- Saada , Z.; Maghous, S.; Garnier, D., 2011. Seismic bearing capacity of shallow foundations near rock slopes using the generalized Hoek-Brown criterion. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 35(6), 724-748.
- Saada , Z.; Maghous, S.; Garnier, D., 2012. Stability analysis of rock slopes subjected to seepage forces using the modified Hoek-Brown criterion. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. 55, 45-54.
- Saada , Z.; Maghous, S.; Garnier, D., 2013. Pseudo-static analysis of tunnel face stability using the generalized Hoek-Brown strength criterion. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 37(18), 3194-3212.
- Sakai, T., Hatanaka, K., Mase, H., 1992. Wave-induced effective stress in seabed and its momentary liquefaction. **J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.** 118(2), 202–206.
- Salençon, J., 1983. Calcul à la rupture et analyse limite. Presses de l'E.N.P.C., Paris.
- Salençon, J., 1990. An introduction to the yield design theory and its application to soil mechanics. **Eur. J. Mech., A/Solids**, 9, n°5, 477-500.
- Salençon, J., 1993. Yield Design: a general survey of the theory. C.I.S.M., Udine, Italy, C.I.S.M courses and lectures n° 332, Springer Verlag, 1-44.
- Salençon, J., 2013. **Yield Design**. John Wiley & Sons, Inc.
- Salençon, J.; Chatzigogos, C. T.; Pecker, A. 2009. Seismic bearing capacity of circular footings: a yield design approach. **Journal of Mechanics of Materials and Structures**. 4(2), 427-440.
- Sangrey, D., 1977. Marine geotechnology – state of the art. **Mar. Geotech.**, 2, 45–80.
- Sarpkaya, T. e Isaacson, M., 1981. **Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures**. New York: Vans Nostrand Reinhold.
- Saxov, Svend, and Nieuwenhuis, J. K., Eds., 1982. **Marine Slides and Other Mass Movements**, Plenum Press, New York, N.Y., 353 p..
- Schlichting, H., 1979. **“Boundary-Layer Theory”**. New York: McGraw-Hill Inc., 2nd ed.
- Schofield, A.N., Wroth, C.P., 1968. **Critical State Soil Mechanics**, McGraw- Hill, New York, 1968.
- Seed, H.B. and I.M. Idriss., 1971. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential. **J. Soil Mech. Found. Eng. Div.**, ASCE, 97, 1249–1273.
- Seed, H. B.; Martin, P. P.; Lysmer, J, 1976. Pore water pressure changes during soil liquefaction. **Journal of the Geotech. Eng. Div.**, ASCE, GT4, 102, pp. 323-346.
- Seed, H. B. and Rahman M. S., 1978. Wave-induced pore pressure in relation to ocean floor stability of cohesionless soils, **Marine Geotechnology**, 3(2), 123–150.

- Sekiguchi, H., Kita, K., Okamoto, O., 1995. Response of poro-elastoplastic beds to standing waves. **Soil Found.** 35(3), 31–42.
- Seymour, B.R., Jeng, D.S., Hsu, J.R.C., 1996. Transient soil response in a porous seabed with variable permeability. **Ocean Eng.** 23(1), 27–46.
- Silva, B. A. 2005. **Análise de estabilidade de taludes ao longo da rota de um duto submarino na Baía de Campos, RJ.** Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Sleath, J. F. A., 1970. Wave-induced pressure coefficients in beds of sand, **J. Hydraul. Div. ASCE**, 96 (HY2), 367-378.
- Sloan S.W., 1988a, Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 12(1), 61–77.
- Sloan S.W., 1988b, A steepest edge active set algorithm for solving sparse linear programming problem, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 26(12), 2671–2685.
- Sloan S.W., 1989, Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming, **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 13(3), 263–282.
- Sloan S.W. and Kleeman P.W., 1995, Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 127(1–4), 293–314.
- Smith, A.W., Gordon, A.D., 1983. Large breakwater toe failures. **J. Waterways Harbor Coast. Eng. Div.** 109(2), 253–255.
- Song, C.H., Huang, L.H., 2000. Laminar poroelastic media flow. **J. Eng. Mech.** 126(4), 358–366.
- Spencer E., 1967, A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces, **Geotechnique**, 17, 11–26.
- Sterling, G.H. and Strohbeck, G.E., 1973. The failure of South Pass 70B Platform in Hurricane Camille. In: **Proceedings, 5th Offshore Technology Conference**, Vol. 1, pp. 123–150.
- Stokes, G. G. 1847. On the Theory of Oscillatory Waves. **Trans. Camb Phil. Soc.**, Vol. 8. P. 441-455. Também em Math. Phys. Papers, Vol. 1, Camb. Univ. Press, 1880.
- Sultan, N., Cochonat, P., Canals, M., Cattaneo, A., Dennielou, B., Haflidason, H., Laberg, J.S., Long, D., Mienert, J., Trincardi, F., Urgeles, R., Vorren, T.O. and Wilson, C., 2004. Triggering mechanisms of slope instability processes and sediment failures on continental margins: a geotechnical approach. **Marine Geology**, 213(1-4): 291-321.
- Sumer, B. M., 2014. **Liquefaction around marine structures.** Advanced Series on Ocean Engineering – vol. 39. World Scientific.

Sumer BM, Fredsoe J., 2002. **The Mechanics of Scour in the Marine Environment**. World Scientific: Singapore, 536pp.

Sumer, B. M., Hatipoglu, F. and Fredsoe, J., 2004. The cycle of soil behavior during wave liquefaction, Book of Abstracts, Paper 171, **29th International Conference on Coastal Engineering**, 19-24 September, 2004, National Civil Engineering Laboratory (LNEC), Lisbon, Portugal.

Tappin, D.R., Matsumoto, T. and Shipboard Scientists., 1999. Offshore surveys identify sediment slump as likely cause of devastating Papua New Guinea Tsunami 1998. *Eos (Trans. Am. Geophys. Union)*, 80, 329, 334, 340.

Terzaghi, K., 1936. The shearing resistance of saturated soils, Proc. 1st Int. Conf Soil Mech. and Found. Eng., Harvard, volume 1, p.54-56.

Terzaghi, K., 1956. Varieties of Submarine Slope Failures. In: **Proceedings, Eighth Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**.

Thomas, S.D., 1989. A finite element model for the analysis of wave induced stresses, displacements and pore pressure in an unsaturated seabed. I: Theory. *Comput. Geotech.* 8(1), 1–38.

Thomas, S.D., 1995. A finite element model for the analysis of wave induced stresses, displacements and pore pressure in an unsaturated seabed. II: Model verification. *Comput. Geotech.* 17(1), 107–132.

Tsai, C.P., 1995. Wave-induced liquefaction potential in a porous seabed in front of a breakwater. *Ocean Eng.* 22(1), 1–18.

Tsai, C. P., Jeng, D. S and Hsu, J. R. C., 1994. Computations of the almost highest short-crested waves in deep water, *Appl. Ocean Res.*, 16 (6), 317-326.

Tsai CP, Lee TL., 1995. Standing wave induced pore pressures in a porous seabed. *Ocean Engineering*. 22:505-517.

Tsai, C. P., Lee, T. L., Hsu, R. C., 2000. Effect of wave non-linearity on the standing-wave-induced seabed response. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 2000; 24:869 -892.

Tsotsos, S., Georgiadis, M., Damaskindou, A., 1989. Numerical analysis of liquefaction potential of partially drained seafloor. *Coast. Eng.* 13(2), 117–128.

Turgeman, S. & Pastor, J., 1982. A linear formulation of the kinematic approach for axisymmetric mechanics problems. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 6, 109-128.

Ulker, M.B.C., Rahman, M.S., Jeng, D.S., 2009. Wave-induced response of seabed: Various formulations and their applicability. *Appl. Ocean Res.* 31(1), 12–24.

Umehara, Y., Zen, K., Yoshizawa, H., 1991. Design concept of treated ground by premixing method. In: **Proceedings of the International Conference on Geotechnical Engineering for Coastal Development-Theory and Practice on Soft Ground** (Geot-Coastal'91), vol. 1, pp. 519–524.

- Verruijt, A., 1969. Elastic storage of aquifers. In: De Wiest, R.J.M. (ed.) *Flow Through Porous Media*, pp. 331–376. Academic Press, New York.
- Zen, K., Yamazaki, H., 1990a. Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabed. **Soil Found.** 30(4), 90–104.
- Zen, K., Yamazaki, H., 1990b. Oscillatory pore pressure and liquefaction in seabed induced by ocean waves. **Soil Found.** 30(4), 147–161.
- Zhang X., 1999, Slope stability analysis based on the rigid finite element method, **Geotechnique**, 49(5), 585–593.
- Zhou, X. L., Xu, B, Wang, J. H., Li, Y. L., 2011. An analytical solution for wave-induced seabed response in a multi-layered poro-elastic seabed. **Ocean Engineering** 38 (2011) 119–129.
- Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Pastor, M., Schrefler, B.A., Shiomi, T., 1999. **Computational Geomechanics with special reference to Earthquake Engineering**. Wiley, Chichester.
- Zienkiewicz, O.C., Chang, C.T., Bettess, P., 1980. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils. **Géotechnique** 30(4), 385–395.
- Yamamoto, T., 1983. On the response of a Coulomb-damped poro-plastic bed to water waves. **Mar. Geotechnol.** 5(2), 93–130.
- Yamamoto, T., 1977. Wave induced instability seabed. In: **Proceedings A.S.C.E. Special Conference, Coastal Sediments’77**, pp. 898–913.
- Yamamoto, T., 1981. Wave-induced pore pressure and effective stresses in inhomogeneous seabed foundations, **Ocean Eng.**, 8, 1-16.
- Yamamoto, T., Takahashi, S., 1985. Wave damping by soil motion. *J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.* 111(1), 62–77.
- Yamamoto, T., Koning, H., Sellmeijer, H., Hijum, E.V., 1978. On the response of a poro-elastic bed to water waves. **J. Fluid Mech.** 87(1), 193–206.
- Ye, J. H. e Jeng, D. S., 2012. Response of Porous Seabed to Nature Loadings: Waves and Currents. **Journal of Engineering Mechanics**, Vol. 138, No. 6.
- Yu H.S., Salgado R., Sloan S.W. and Kim J.M., 1998, Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability, **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 124(1), 1–11.
- Yuhi, M., Ishida, H., 1998. Analytical solution for wave-induced seabed response in a soil-water two-phase mixture. **Coast. Eng. Res. J.** 40(4), 367–381.
- Wen, F., Jeng, D. S., Wang, J. H., Zhou, X. L. 2012. Numerical modeling of response of a saturated porous seabed around an offshore pipeline considering non-linear wave and current interactions. **Applied Ocean Research** 35: 25-37.

Wright, S.G., Dunham, R.S., 1972. Bottom stability under wave induced loading. In: **Proceedings of the 4th Annual Offshore Technology Conference**, pp. 853–862.