

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

DANIEL VOIGT GODOY

**MODELANDO PREFERÊNCIAS DEPENDENTES DE CONTEXTO:
A IMPORTÂNCIA DA MORALIDADE NO ATO DA ESCOLHA**

Porto Alegre

2016

DANIEL VOIGT GODOY

**MODELANDO PREFERÊNCIAS DEPENDENTES DE CONTEXTO:
A IMPORTÂNCIA DA MORALIDADE NO ATO DA ESCOLHA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia, área de concentração em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Vasconcellos Comim

Porto Alegre

2016

CIP - Catalogação na Publicação

Godoy, Daniel Voigt

Modelando preferências dependentes de contexto: a importância da moralidade no ato da escolha / Daniel Voigt Godoy. -- 2016.

51 f.

Orientador: Flávio Vasconcellos Comim.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, BR-RS, 2016.

1. Preferências dependentes de contexto. 2. Amartya Sen. 3. Utilidade moral. 4. Commitment. I. Comim, Flávio Vasconcellos, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

DANIEL VOIGT GODOY

**MODELANDO PREFERÊNCIAS DEPENDENTES DE CONTEXTO:
A IMPORTÂNCIA DA MORALIDADE NO ATO DA ESCOLHA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia, área de concentração em Economia Aplicada.

Aprovado em: Porto Alegre, 29 de agosto de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Flávio Vasconcellos Comim – Orientador
UFRGS

Profa. Dra. Izete Pengo Bagolin
PUCRS

Prof. Dr. Sabino da Silva Pôrto Júnior
UFRGS

Prof. Dr. Sérgio Marley Modesto Monteiro
UFRGS

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a todos que, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para que esse trabalho fosse concebido, elaborado e finalizado. À minha esposa, Jerusa, minha eterna companheira nessa jornada, da qual esse trabalho é mais um capítulo; e ao meu professor, orientador e amigo, Flávio, por suas aulas de Escolha Social e Desenvolvimento Humano e de Economia da Pobreza, que vou carregar comigo como as melhores experiências de meu mestrado, e por sua dedicação e apoio durante o desenvolvimento desse trabalho.

RESUMO

O presente trabalho desenvolve um modelo capaz de descrever preferências dependentes de contexto, buscando superar as limitações impostas pela abordagem da preferência revelada. O espaço informacional no ato da escolha é ampliado através da incorporação de uma segunda dimensão, na forma de um novo tipo de utilidade, dita social ou moral, representativa do contexto no qual a escolha é realizada. As dimensões são assumidas incomensuráveis entre si, uma característica típica de escolhas que envolvem questões morais. A impossibilidade de comparação entre duas alternativas, cada qual superior à outra em uma dimensão distinta, é resolvida através de uma simetria rotacional capaz de preservar a relação subjacente entre ambas utilidades. O modelo é baseado, fundamentalmente, nos trabalhos de Amartya Sen (1974, 1977, 1993, 1997) e Amitai Etzioni (1986), incorporando conceitos de utilidade moral (ETZIONI, 1986), dependência de contexto no ato da escolha (SEN, 1993, 1997), inescapabilidade ou urgência da escolha (SEN, 1997), auto-imposição de limites à escolha (SEN, 1997; ETZIONI, 1986), *commitment*, entendido como divisão entre escolha e bem-estar (SEN, 1977) e flexibilidade cognitiva dos indivíduos (ARIELY, 2012).

Palavras-chave: Preferências dependentes de contexto. Amartya Sen. Utilidade moral. *Commitment*.

Classificação JEL: D01, D11, D71

ABSTRACT

In this work, we develop a model that is able to describe context-dependent preferences, trying to overcome the limitations given by the revealed preference approach. The informational space in the act of choice is broadened by incorporating a second dimension, as a new type of utility, called social or moral, representing the context within the choice is made. The dimensions are deemed incommensurable, a typical characteristic of moral-related choices. The impossibility of comparison between two alternatives, where each alternative is the superior one in a different dimension, is resolved through a rotational symmetry able to preserve the underlying relationship between the two utilities. The model is fundamentally based on the works of Amartya Sen (1974, 1977, 1993, 1997) and Amitai Etzioni (1986), making use of the concepts of moral utility (ETZIONI, 1986), context-dependency in the act of choice (SEN, 1993, 1997), inescapability or urgency of the choice (SEN, 1997), self-imposing limits to choice (SEN, 1997; ETZIONI, 1986), commitment, understood as a wedge between choice and welfare (SEN, 1977) and the cognitive flexibility of the individuals (ARIELY, 2012).

Keywords: Context-dependent preferences. Amartya Sen. Moral utility. Commitment.

JEL Classification: D01, D11, D71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Função de utilidade linear	23
Figura 2 - Representação unidimensional	23
Figura 3 - Utilidade moral ou social	24
Figura 4 - Plano $U(x)$ x $M(x)$	24
Figura 5 - Utilidade	26
Figura 6 - Utilidade moral ou social	26
Figura 7 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio	27
Figura 8 - Ângulo de rotação φ	29
Figura 9 - Utilidades original e modificada	29
Figura 10 - Utilidades original e modificada com ângulo de rotação φ limitado	30
Figura 11 - Rotação à esquerda resultando em escolha social ou moral	31
Figura 12 - Utilidade tradicional	36
Figura 13 - Utilidade moral ou social	36
Figura 14 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio	37
Figura 15 - Ângulo de rotação φ	38
Figura 16 - Utilidades original e modificada	38
Figura 17 - Utilidade tradicional	38
Figura 18 - Utilidade moral ou social	38
Figura 19 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio	39
Figura 20 - Ângulo de rotação φ	40
Figura 21 - Utilidades original e modificada	40
Figura 22 - Utilidade tradicional	40
Figura 23 - Utilidade moral ou social	40
Figura 24 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio	41
Figura 25 - Ângulo de rotação φ	42
Figura 26 - Utilidades original e modificada	42
Figura 27 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio	46

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	REVISÃO DA LITERATURA	10
2.1	CRÍTICAS DE SEN À TEORIA ECONÔMICA TRADICIONAL.....	10
2.2	A IMPORTÂNCIA DO ATO DA ESCOLHA	13
2.3	A NECESSIDADE DE AMPLIAÇÃO DO ESPAÇO INFORMACIONAL.....	17
3	O MODELO PROPOSTO	22
3.1	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	23
3.2	PROPRIEDADES DO MODELO	32
3.3	FORMULAÇÕES ALTERNATIVAS.....	35
3.4	RESULTADOS.....	42
3.5	APLICAÇÃO DO MODELO	44
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

Amartya Sen (1974, 1977, 1993, 1997) é um duro crítico da teoria econômica tradicional, questionando algumas ideias fundamentais dessa, como a visão de ser humano adotada pelo *mainstream* e a abordagem da preferência revelada. Para o autor (Sen, 1977), a utilidade, como postulada pela teoria econômica tradicional, não encontra evidência empírica, sendo apenas uma representação lógica compatível com a premissa da existência de um único ordenamento de preferências capaz de expressar todas escolhas e comportamentos de um indivíduo. Por sua vez, a abordagem da preferência revelada é entendida por Sen (1993) como fundamentalmente equivocada, ao presumir a identidade entre escolha e bem-estar do indivíduo, limitando-se à avaliação da consistência interna da escolha e desconsiderando por completo elementos externos à escolha, como motivações, objetivos, princípios substantivos ou, ainda, considerações de ordem moral. Assim, sob a ótica da abordagem da preferência revelada, a incorporação de tais elementos, representativos do contexto no qual a escolha é realizada, leva à aparente inconsistência entre diferentes escolhas realizadas em diferentes contextos.

Essa dependência do contexto no ato da escolha (SEN, 1993, 1997) é, então, o tema do presente trabalho. Motivado pela famosa alegoria da cesta de frutas (SEN, 1993), onde um indivíduo realiza duas escolhas distintas, em contextos diversos, para um mesmo conjunto de alternativas disponíveis, esse trabalho tem por objetivo principal desenvolver um modelo capaz de descrever preferências dependentes de contexto, ampliando o espaço informacional no ato da escolha através da incorporação de um novo tipo de utilidade, dita social ou moral, representativa do contexto no qual a escolha é realizada.

A ampliação do espaço informacional no ato da escolha é defendida por Sen (1977) e também por Etzioni (1986), que argumenta a favor da incorporação de uma utilidade moral, qualitativamente distinta da utilidade tradicional e, portanto, irredutível ou incomensurável. A natureza moral dos elementos externos à escolha também está presente no trabalho de Sen (1977), principalmente quando o autor se refere ao conceito de *commitment*.

A introdução de uma nova dimensão torna mais complexa a escolha entre duas alternativas, cada qual possivelmente melhor que a outra em apenas uma das dimensões. Porém, a inescapabilidade ou urgência da escolha (SEN, 1997) exige a resolução do conflito inerente entre esse dois tipos distintos de motivações ou utilidades, quais sejam, prazer e moralidade. Sen (1997) e Etzioni (1986) argumentam à favor da auto-imposição de limites à

escolha como uma das formas de resolução desse conflito, enquanto Ariely (2012) recorre à flexibilidade cognitiva dos indivíduos para explicar as escolhas desses.

Dessa forma, esse trabalho busca contribuir com a discussão sobre preferências dependentes de contexto, transformando as ideias e conceitos propostos por esses autores em elementos de um modelo matemático.

No Capítulo 2, apresentamos uma breve revisão da literatura, destacando os conceitos pertinentes ao desenvolvimento de nosso modelo. Iniciamos com uma revisão das críticas de Amartya Sen à teoria econômica tradicional, no que se refere à preferências dependentes de contexto. Em seguida, introduzimos a ideia da importância do ato da escolha em si mesmo nas obras de Sen e Etzioni, relacionando-o aos conceitos de responsabilidade, *commitment* e moralidade. Por fim, apresentamos os argumentos de ambos autores à favor da ampliação do espaço informacional, especialmente através da introdução de um novo tipo de utilidade, baseado na moralidade.

No Capítulo 3, introduzimos o nosso modelo, elencando os requisitos que devem ser satisfeitos, e descrevendo os passos de seu desenvolvimento e suas propriedades. Então, apresentamos formulações alternativas do modelo, destacando a validade ou não dessas para os cenários que desejamos descrever. Daí, seguem os resultados obtidos, isto é, as características finais do modelo, e um exemplo de sua aplicação no cenário da alegoria da cesta de frutas proposta por Sen (1993).

2 REVISÃO DA LITERATURA

No presente capítulo, apresentamos uma breve revisão da literatura que fundamenta o presente trabalho.

2.1 CRÍTICAS DE SEN À TEORIA ECONÔMICA TRADICIONAL

Amartya Sen (1974, 1977, 1993, 1997) é um duro crítico da teoria econômica tradicional. Ao longo de sua carreira, o autor criticou tanto a visão de ser humano adotada pelo *mainstream*, como os métodos desse, dentre os quais o comportamento maximizador visto como otimização e a abordagem da preferência revelada. Nesse trabalho, fazemos uma releitura em ordem cronológica distinta, a fim de ressaltar aquelas que consideramos ideias de fundamental importância na obra de Amartya Sen, quais sejam, a relevância de considerações de ordem moral nas escolhas realizadas pelos indivíduos e a necessidade de ampliação do espaço informacional na teoria da escolha.

Em “Rational Fools” (1977), Sen critica a visão de ser humano adotada pelo *mainstream* econômico, onde os indivíduos são guiados apenas pelo interesse próprio. Para ele, uma das possíveis razões para a longa permanência desse conceito é de natureza não-empírica: é possível definir os interesses individuais de tal forma que, seja o que for que o indivíduo faça, ele pode ser visto como buscando seus próprios interesses em todo e cada ato de escolha.

Já em “Maximization and the act of choice” (1997), Sen critica o comportamento maximizador visto como otimização, dado que nem sempre é possível identificar a melhor alternativa durante o ato da escolha. Assim, para maximizar, bastaria escolher a alternativa que não é considerada pior que nenhuma outra. O exemplo do “asno de Buridan” é emblemático: um asno permaneceu indeciso por tanto tempo, tentando decidir qual dos dois montes de feno, x ou y , era melhor, que morreu de inanição (z). A interpretação mais comum é aquela de que o asno seria indiferente aos dois montes de feno e, portanto, não conseguia encontrar uma razão para escolher um dos dois. Uma outra interpretação, contudo, é que o asno era incapaz de escolher entre os dois montes de feno e possuía uma preferência incompleta em relação ao par de montes. Não havia uma alternativa ótima, mas tanto x quanto y eram máximos – nenhum deles era pior que qualquer uma das outras alternativas. Considerando que qualquer uma das duas era definitivamente melhor para o asno do que

morrer de fome, escolher uma alternativa máxima faria sentido. De forma irônica, Sen (1997, p. 765) complementa: “apenas um asno irá esperar pela otimização”.

Mas, mesmo que uma escolha seja realizada, conforme a teoria econômica tradicional, se o indivíduo é observado escolhendo x e rejeitando y , declara-se que ele “revelou” sua preferência por x em relação a y . Sua utilidade pessoal, portanto, é definida como uma simples representação numérica dessa “preferência”, atribuindo-se uma utilidade maior à alternativa preferida. Após essa breve definição, Sen (1977) realiza sua crítica: se o indivíduo escolher x e rejeitar y em uma dada ocasião e, em seguida, realizar a escolha oposta, um teórico da preferência revelada obrigatoriamente concluirá que o indivíduo é inconsistente ou que suas preferências se alteraram. E acrescenta, ironicamente, que, caso o indivíduo seja consistente, quer seja egoísta, quer seja altruísta, será considerado como maximizador de sua própria utilidade nesse mundo encantado de definições. Segundo Sen (1977), a abordagem da escolha racional envolve nada mais que consistência interna, e um indivíduo é dito “racional” se e somente se todas suas escolhas podem ser explicadas a partir de uma relação de preferência consistente com a definição de preferência revelada.

Segundo Sen (1993), a abordagem da preferência revelada é problemática em um nível fundamental: o problema decorre da presunção implícita que atos de escolha, per se, são declarações que podem ser consistentes ou contraditórias entre si. Por exemplo, as declarações “A” e “não-A” são contraditórias entre si de uma forma que “escolher x a partir de (x, y) ” e “escolher y a partir de (x, y, z) ” não podem ser. Se essas duas escolhas correspondessem, respectivamente, a “ x é uma alternativa melhor que y ” e “ y é uma alternativa melhor que x ”, haveria, de fato, uma contradição. Porém, como argumenta Sen (1993), tais escolhas, em si mesmas, não correspondem a tais declarações. Ainda, fazendo algumas suposições sobre as intenções do indivíduo ao realizar essas escolhas, poderíamos interpretar tais ações como declarações implícitas – o que significa, necessariamente, invocar uma referência externa.

Em seguida, Sen (1993) apresenta as duas condições básicas para a consistência interna da escolha: a propriedade alfa, também conhecida como “condição de Chernoff” ou “independência das alternativas irrelevantes” requer que uma alternativa escolhida a partir de um conjunto S e pertencente a um subconjunto T de S , também deve ser escolhida a partir do conjunto T ; a propriedade gama, por sua vez, requer que um elemento x escolhido a partir de todos os conjuntos em uma dada classe também deve ser escolhido a partir da união desses conjuntos. Para conjuntos finitos, as duas condições, consideradas em conjunto, são necessárias e suficientes para a binaridade da função de escolha. Porém, Sen (1993) questiona

se um conjunto de escolhas pode ser considerado consistente ou inconsistente puramente em razões internas, sem levar em conta elementos externos à escolha, como os objetivos subjacentes ou os valores perseguidos ou aceitos pela escolha em si, e introduz o seguinte exemplo:

$$\begin{aligned} \{x\} &= C(\{x, y\}) \\ \{y\} &= C(\{x, y, z\}) \end{aligned}$$

Onde $C(S)$ é a função de escolha sobre um conjunto finito S . Esse par de escolhas viola não somente os axiomas fraco e forte da preferência revelada, como a binaridade da função de escolha e a propriedade alfa. Embora possa parecer estranho que um indivíduo que escolhe x e rejeita y , quando apenas essas duas alternativas estão disponíveis, escolha y e rejeite x quando uma nova alternativa z é adicionada ao menu, Sen (1993) questiona a aparente inconsistência a partir de uma consideração do contexto no qual a escolha é realizada.

Para tanto, Sen (1993) apresenta uma alegoria já consagrada na literatura referente à preferências dependentes de contexto, ainda que algumas vezes apresentada com pequenas variações. Suponha que um indivíduo, em uma mesa de jantar, tenha que escolher entre pegar a última maçã disponível na cesta de frutas que circula entre os convidados (y) ou não pegar fruta alguma (x), passando adiante a maçã. O indivíduo decide comportar-se educadamente e não pega fruta alguma (x), ao invés de pegar a maçã (y). Entretanto, se a cesta de frutas contivesse duas maçãs, as escolhas seriam: não pegar fruta alguma (x), pegar a primeira maçã (y) ou pegar a segunda maçã (z). Nesse caso, o indivíduo poderia pegar a primeira maçã (y) sem violar nenhuma regra de etiqueta. A presença da segunda maçã (z) torna uma das duas maçãs passível de escolha, mas essa combinação violaria as condições de consistência, incluindo a propriedade alfa, mesmo que não exista nada de inconsistente nas escolhas acima, considerando os valores e escrúpulos do indivíduo.

Em “Internal Consistency of Choice”, Sen (1993) elabora essa ideia: os axiomas de consistência interna da escolha, como os axiomas fraco e forte da preferência revelada, propriedade alfa, binaridade da escolha e axiomas fortes de independência, são “internos” à função de escolha, no sentido de requerer correspondência entre diferentes partes de uma função de escolha, sem invocar elementos externos à escolha, como motivações, objetivos e princípios substantivos.

As violações da propriedade alfa e das condições de consistência interna podem ser relacionadas a diferentes razões, dentre as quais elenca Sen (1993):

- a) Escolha Posicional: ilustrada na alegoria da cesta de frutas, onde o indivíduo não deseja ser aquele a escolher a última maçã disponível;
- b) Valor Epistêmico do Menu: ocorre quando a existência de uma alternativa veicula informação sobre a situação subjacente e, portanto, é capaz de influenciar a escolha ao modificar a percepção do indivíduo sobre as demais alternativas;
- c) Liberdade de Rejeição: ocorre quando o indivíduo deliberadamente rejeita uma alternativa mais benéfica ao seu próprio bem-estar em nome de um ideal ou convicção.

Assim, para Amartya Sen, a teoria econômica tradicional falha ao não incorporar elementos externos à escolha, como motivações, objetivos e princípios substantivos, restringindo-se tão somente à consistência interna da escolha e, portanto, sendo incapaz de descrever cenários como aquele da alegoria da cesta de frutas.

2.2 A IMPORTÂNCIA DO ATO DA ESCOLHA

Dadas as limitações da teoria econômica tradicional, Amartya Sen ressalta a importância do ato da escolha em si, bem como as implicações do mesmo sobre o resultado dessa escolha. Ao distinguir resultados abrangentes, que incluem o processo da escolha, de resultados finalísticos, onde o processo de escolha é dado, Amartya Sen levanta considerações de ordem moral dos indivíduos no ato da escolha. Nesse aspecto, as ideias do autor se aproximam daquelas de Amitai Etzioni, para quem tanto as preferências como as restrições são afetadas por fatores morais.

Em “Maximization and the Act of Choice”, Amartya Sen (1997) estende a discussão iniciada em “Internal Consistency of Choice” (Sen, 1993) ressaltando a importância do ato da escolha em si para diferenciar o comportamento maximizador da maximização involuntária que ocorre na Física, por exemplo. Segue, daí, a distinção entre as preferências individuais sobre resultados abrangentes (*comprehensive outcomes*, no original), que incluem o processo de escolha, e preferências condicionais sobre resultados finalísticos (*culmination outcomes*, no original), onde o processo de escolha é dado. A importância da distinção reside no fato que a responsabilidade associada à escolha pode alterar o ordenamento dos resultados, da mesma

forma que particularidades do ato da escolha (identidade do escolhedor, o menu sob o qual a escolha está sendo realizada, a restrição dada pelas normas sociais de comportamento) podem influenciar os parâmetros da função de escolha.

Assim, ao agir de maneira responsável, as atitudes de um indivíduo não são necessariamente mediadas pelo seu interesse pessoal. Ao contrário, o dever de agir de maneira responsável pode até mesmo representar uma restrição, fardo, ou ir de encontro ao interesse próprio. Uma das formas de responsabilidade associada ao ato da escolha é aquela de responsabilidade fiduciária, ou seja, quando o indivíduo deve realizar uma escolha em nome de outro. Um importante exemplo de responsabilidade fiduciária trazido por Sen (1997) foi introduzido por Ragnar Frisch (1971)¹ *apud* Sen (1997, p. 759):

Assuma que eu e minha esposa jantamos sozinhos como costumamos fazer. Compramos dois bolos para a sobremesa. Os bolos são bastante diferentes entre si, mas ambos são bolos ótimos e caros – para nosso padrão de vida. Minha esposa me alcança a bandeja e me pergunta se desejo escolher. O que devo fazer? Ao considerar minha própria função de utilidade total eu sei que eu adoraria devorar um bolo específico. Eu digo que essa observação introspectiva é completamente irrelevante para o problema de escolha que eu enfrento. O problema verdadeiramente relevante é: qual dos dois bolos minha esposa prefere? Se eu soubesse, a questão seria fácil. Eu responderia “sim, claro” e pegaria o **outro** bolo, aquele que é a segunda opção dela.

É importante notar que, no contexto do exemplo, a maximização não se dá sobre uma função de utilidade composta que considera o altruísmo de Frisch em relação aos outros, no caso, sua esposa. Nesse caso, o bem-estar da outra pessoa é considerado separadamente, além do que Frisch caracteriza como sua “própria função de utilidade total” (SEN, 1997, p. 760). Sen (1997) interpreta o exemplo de Frisch como uma tentativa de maximizar o bem-estar de sua esposa quando ele tem a responsabilidade fiduciária pelo que ela vai obter. Assim, quando a responsabilidade de agir em favor de terceiros faz com que os indivíduos priorizem o que eles estão incumbidos de fazer, a natureza da função de preferência e o comportamento de escolha refletirão a forma que os interesses alheios são considerados em conjunto, o que nos levaria ao campo da teoria da escolha social.

Em “Rational Fools” (1977), Sen define *commitment* como um indivíduo escolhendo uma ação que lhe trará benefícios inferiores à outra ação também disponível para ele, ressaltando que a comparação é entre níveis *previstos* de bem-estar e, portanto, excluindo ações que vão contra o interesse próprio resultantes da incapacidade de prever suas

¹ FRISCH, R. Cooperation between politicians and econometricians on the formalization of political preferences. Economic Planning Studies. Reidel: Dordrecht, 1971.

consequências. Dessa forma, o *commitment* envolve uma escolha que vai contra as preferências do indivíduo, destruindo a premissa fundamental da teoria da escolha racional que postula que a alternativa escolhida deve ser melhor que (ou tão boa quanto) as demais alternativas disponíveis e, conseqüentemente, exige que os modelos sejam formulados de uma maneira essencialmente diferente. É importante notar que Sen (1997) diferencia o conceito de *commitment*, onde o bem-estar em si do indivíduo não é prejudicado, mas ele considera uma dada situação errada e está disposto a agir para interrompê-la; do conceito de simpatia, onde a preocupação com uma dada situação de terceiros afeta diretamente o bem-estar do indivíduo.

Uma maneira de encarar a influência do processo de escolha é através da auto-imposição de limites à escolha, isto é, da exclusão de algumas alternativas do que se consideram condutas “permissíveis”. É o caso do compromisso social e imperativo moral, como delineado por Smith ([1759] 1999): as escolhas refletem “regras gerais” onde “ações” de determinada sorte “devem ser evitadas”. Sen (1997) apresenta uma formalização dessa ideia: considere a escolha de um elemento máximo, conforme um *ranking* de preferências abrangente (incorporando a importância dos atos de escolha), a partir de um conjunto factível de alternativas S (dadas as restrições externas); o indivíduo poderia, então, restringir ainda mais o conjunto de alternativas escolhendo um subconjunto “permissível” $K(S)$, refletindo restrições auto-impostas, de forma que a escolha do elemento máximo se dá apenas sobre os elementos em $K(S)$.

Mais uma vez, Sen (1997, p. 771) retoma o imperativo categórico kantiano: “aja apenas segundo um princípio o qual se pode desejar que se torne uma lei universal”. A forma do imperativo, crucial para o raciocínio de Kant, é a necessidade de auto-imposição de restrições na forma como o indivíduo deve agir. Embora as análises de Smith e Kant sejam normativas, ambas descrevem o comportamento como parcialmente baseado em normas: o processo de escolha acontece em um subconjunto $K(S)$ e não em um ordenamento de preferências que considera todas alternativas existentes.

Além disso, não apenas o processo é relevante para a escolha, mas também a sua inescapabilidade ou urgência, isto é, o fato de que o escolhedor nem sempre terá à sua disposição o tempo necessário para realizar todas as considerações a respeito das alternativas disponíveis, resultando em um ordenamento incompleto dessas.

Então, segundo Sen (1977), o *commitment* provoca uma divisão entre a escolha e o bem-estar de um indivíduo, ressaltando que a teoria econômica tradicional fundamenta-se na identidade de ambos. Além disso, ressalta que, embora essa identidade seja válida em questões de comportamento do consumidor e de bens privados, a teoria econômica não está

circunscrita a esses temas – e a questão do *commitment* torna-se especialmente importante no âmbito dos bens públicos. O autor também reitera que o *commitment* é intimamente ligado à moral dos indivíduos, que o condicionamento social possui um papel importante em diversos sistemas econômicos e que tais questões estão ligadas à ética, uma vez que as ações dos indivíduos são influenciadas por considerações.

No que se refere a distinção entre racionalidade e moralidade, para Sen (1974) a racionalidade é uma relação entre escolhas e preferências, onde as últimas são dadas. A moralidade, por outro lado, requer um julgamento entre diferentes preferências. Sen (1974) argumenta que, embora aparentemente disjuntas, operando em diferentes níveis, racionalidade e moralidade não podem ser dissociadas em situações onde os resultados dependem também de ações de terceiros, além das próprias ações. Além disso, diversos modelos de moralidade classificam certas ações como imorais ou injustas, dadas as preferências de todos os envolvidos, consoante com conceito de conjunto “permissível” de ações também definido por Sen (1977). Dessa forma, Sen (1974) sugere que uma noção de racionalidade coletiva, e não individual, envolvendo ideias relativas ao conceito de moralidade, seria uma forma de evitar tal dilema.

Além de Sen (1974, 1977), também Etzioni (1986) ressalta a importância de considerações de ordem moral no ato da escolha. Para Etzioni (1986), a teoria econômica tradicional não procura explicar a dinâmica ou a motivação por trás das preferências dos indivíduos, nas quais os valores desempenham um papel fundamental. Em face a desconsideração, por parte dos economistas tradicionais, dos valores e de outros fatores determinantes das preferências, o autor advoga em favor de uma mudança de paradigma, combinando a economia com a psicologia e a sociologia com o intuito de desenvolver aquilo que ele chamou de socioeconomia. Para o autor, não apenas as preferências, mas também as restrições, são afetadas pelos fatores morais, favorecendo alguns cursos ou meios de ação ou, contrariamente, descartando algumas alternativas que seriam preferíveis sob o ponto de vista de maximização da utilidade, uma ideia semelhante à de conjuntos “permissíveis” de escolha proposta por Sen (1977). Dessa forma, nem todos os atos de escolha visariam atender ao interesse próprio: alguns atos seriam atos morais.

Para um ato ser considerado um ato moral, Etzioni (1986) propõe que tal ato atenda a quatro critérios distintos, cada qual necessário, mas suficientes apenas em conjunto: os atos morais refletem um imperativo, uma generalização, uma simetria quando aplicados aos demais e são intrinsecamente motivados.

O primeiro critério, a qualidade de imperativo dos atos morais, é demonstrado no fato de que pessoas que agem moralmente sentem-se “obrigadas a” ou “com o dever de” agir dessa forma. Apenas quando tais princípios morais são violados, argumenta Etzioni (1986), os cálculos de custo-benefício são levadas em consideração na tomada de decisão, sendo pesadas contra as considerações morais. Assim, a moralidade afeta as escolhas dos indivíduos de duas formas distintas: como um senso de comando absoluto e como uma origem de preferências e um compromisso de escolha de determinados meios, os morais, sobre os demais, mas não a qualquer custo.

O segundo critério elencado por Etzioni (1986) é o da generalização, onde os indivíduos que agem moralmente justificam seus atos para si mesmos e para os demais através de regras gerais. São exemplos de generalizações declarações do tipo “todos os homens são iguais” ou “somos todos filhos de Deus”. O terceiro critério, da simetria, é necessário na medida em que deve existir uma disposição de conceder os mesmos direitos a indivíduos semelhantes em circunstâncias semelhantes. O quarto e último critério, da motivação intrínseca, determina que o ato moral não é sujeito a uma análise de custo-benefício e tampouco envolve o consumo de um bem ou serviço mas, ao invés disso, afirma ou expressa um *commitment*.

Portanto, torna-se bastante evidente a convergência de ambos autores a respeito da importância das considerações de ordem moral no ato da escolha, principalmente no que se refere à auto-imposição de limites aos atos considerados “permissíveis” pelo indivíduo.

2.3 A NECESSIDADE DE AMPLIAÇÃO DO ESPAÇO INFORMACIONAL

Como vimos, ambos autores, Sen e Etzioni, argumentam que a moralidade desempenha um papel importante no ato da escolha. Mas esse não é o único ponto em comum entre eles: os dois autores também argumentam que a representação unidimensional da utilidade postulada pela teoria econômica tradicional é insuficiente. Nesse aspecto, entretanto, Etzioni se destaca em relação à Sen, ao apresentar uma proposta de incorporação de um novo tipo de utilidade, baseada na moralidade.

Segundo Sen (1977), a teoria econômica tradicional tem pouca estrutura pois os agentes são dotados de um único ordenamento de preferências que deve ser capaz de refletir seus interesses, seu bem-estar, suas ideias a respeito do que deve ser feito e também de descrever suas escolhas e comportamento – e um indivíduo incapaz de diferenciar entre conceitos tão distintos deve ser um tanto quanto tolo.

Dado que a estrutura da teoria econômica tradicional é considerada insuficiente, Sen (1977) evoca a distinção feita por John Harsanyi (1955) entre preferências “éticas” e “subjetivas”: as primeiras expressam as preferências dos indivíduos baseadas em considerações sociais, enquanto as últimas expressam suas verdadeiras preferências, sejam baseadas apenas em seu interesse próprio ou não. Dessa forma, a estrutura dual proposta permite a distinção entre o que o indivíduo considera bom do ponto de vista social daquilo que ele considera bom do seu próprio ponto de vista. Porém, Sen (1977) acredita que o papel do *commitment* não é bem claro nessa estrutura, uma vez que a ação tomada pelo indivíduo com base nele não necessariamente representa o melhor do ponto de vista da sociedade como um todo, podendo ser restrito a um subgrupo dessa.

Já, em “The Case for a Multiple-Utility Conception”, Etzioni (1986) argumenta a favor de uma abordagem que reconheça que os indivíduos perseguem, ao menos, duas fontes irreduzíveis de valor ou “utilidade”: prazer e moralidade. A crítica do autor ao conceito de utilidade adotado na Economia inicia pela devida caracterização dos diferentes tipos de formalização desse conceito, os quais são aqui descritos. O primeiro é o conceito original de utilidade, derivado do prazer pessoal, ao qual o autor denomina “utilidade-P”. O segundo, também chamado de utilidade interdependente (ou “utilidade-I”, segundo o autor), é uma versão estendida do primeiro e abrange não somente o prazer que o indivíduo deriva do seu consumo próprio, mas também aquele derivado do consumo alheio. O terceiro e último conceito é aquele de atributo puramente formal, de denominador comum desprovido de atributos substantivos, conforme o qual todas os prazeres buscados pelo indivíduo podem ser ordenados, e, ao qual o autor denomina “utilidade-X”.

No conceito de “utilidade-P”, ao prazer a dor são atribuídos, respectivamente, um caráteres de bem e de mal. Porém, segundo Etzioni (1986), uma vez que o julgamento da qualidade moral do prazer seja removido, e seja levada em consideração a existência de diversos atos considerados prazerosos ou morais, mas não ambos; surge a necessidade de reconhecer que existem ao menos duas grandes, distintas e irreduzíveis fontes de valor amplamente reconhecidas na cultura, na linguagem e no comportamento revelado pelos indivíduos.

Já no conceito de “utilidade-I”, onde o prazer é derivado a partir do consumo alheio e, portanto, de atos altruístas, Etzioni (1986) questiona a motivação por trás de atos verdadeiramente altruístas, que envolvem o auto-sacrifício, concluindo que a única explicação compatível com esse conceito é aquela que considera masoquistas os indivíduos que praticam tais atos. Porém, o autor argumenta que, ao permitir uma maior quantidade de fatores

motivadores de comportamento (ou seja, ao ampliar o espaço informacional), é possível verificar que os indivíduos realizam algumas ações pois essas são corretas, sejam elas prazerosas ou não.

Ao abordar a “utilidade-X”, o autor argumenta que tal conceito, em sua forma pura, desprovido de atributo substantivo, não permite determinar os *rankings* de preferências dos indivíduos em uma dada circunstância, uma vez que tais *rankings* dependem das dimensões sobre as quais os indivíduos realizam suas avaliações. Segundo Etzioni (1986), uma forma de evitar esse problema seria através da introdução de múltiplos critérios para determinação dos *rankings*, uma solução similar àquela dos *meta-rankings* proposta por Sen (1977). Entretanto, conforme avalia o autor, a adoção desses critérios significaria a introdução de atributos substantivos na utilidade, contrariando o próprio conceito que fundamenta a “utilidade-X”.

Em seguida, Etzioni (1986) questiona a abrangência da “utilidade-I”, argumentando que, se o conceito é tão amplo a ponto de incluir todos os elementos de uma dada categoria, no caso, todas as ações humanas possíveis, esse conceito deixa de ter poder explicativo. Além disso, argumenta que a inclusão de utilidades derivadas do interesse alheio iria contra a premissa Smithiana da busca pelo interesse próprio e da consequente “mão-invisível” que organiza o mercado.

Seguindo sua linha de raciocínio, Etzioni (1986) argumenta que uma “utilidade” não necessariamente deve refletir necessidades, motivos, objetivos ou preferências específicas, e sim, que uma “utilidade” é uma categoria analítica que engloba diversas manifestações concretas. Da mesma forma que a “utilidade-P” engloba diversos prazeres específicos, também a “utilidade” moral pode englobar diferentes expressões. Porém, o autor argumenta que não há razão estritamente lógica para a utilização de apenas duas “utilidades” ou fontes de valor.

Para Etzioni (1986), as preferências morais e de prazer são qualitativamente diferentes e itens ou meios de satisfazê-las não podem ser simplesmente trocados ou substituídos entre si como se fossem bens de consumo. Assim, ele sugere a adição de uma “utilidade” moral ao modelo tradicional. Mas, quais os critérios para a adição de uma nova “utilidade” ao modelo? A resposta de Etzioni (1986) é pragmática: considerando que as “utilidades” são conceitos lógicos que criamos para organizar ideia e evidências, o primeiro critério é dado pelo que funciona, pelo que é produtivo. O exemplo apresentado pelo autor é o do voto: se tentarmos explicar o comportamento dos eleitores através da teoria utilitarista tradicional, não há sentido em votar, uma vez que a ação exige esforço e não produz nenhum retorno específico. Entretanto, se considerarmos uma nova “utilidade” capaz de expressar o dever patriótico,

encontramos uma considerável correlação entre o nível de *commitment* e a participação dos eleitores nas votações (BARRY, 1978² *apud* ETZIONI, 1986). Dessa forma, há um ganho de poder preditivo sem nenhuma perda de parcimônia.

O segundo critério apresentado pelo autor é o da redutibilidade, ou seja, da capacidade de explicação de um fenômeno através de categorias já existentes na teoria. No exemplo, não conseguimos explicar o comportamento dos eleitores, expressado na forma de um dever patriótico, a partir de uma única “utilidade-P”, de forma que faz-se necessária a inclusão de uma nova categoria, a “utilidade” moral, para a adequada descrição do comportamento observado. Por outro lado, se pudermos explicar uma candidata a terceira categoria, como o afeto, a partir do prazer (“utilidade-P”) e da obrigação moral (“utilidade” moral), não haverá razão para adicionar essa nova categoria ao modelo. Uma importante característica da irredutibilidade de uma nova categoria, no caso, de fatores morais, é o desafio que a mesma representa a uma das premissas básicas da teoria da escolha neoclássica: a existência de *trade-off* entre diferentes elementos.

Finalmente, em linha com a ideia de duas utilidades de Etzioni (1986), Ariely (2012) também argumenta que o comportamento dos indivíduos é guiado por duas motivações opostas. Por um lado, os indivíduos desejam perceber a si mesmos como honestos e honrados, sentindo-se bem consigo mesmos, no que podemos traçar um paralelo com a utilidade moral proposta por Etzioni (1986). Por outro lado, os indivíduos querem se beneficiar de atos desonestos e obter tanto dinheiro quanto for possível, uma referência direta à utilidade tradicional da teoria econômica. O conflito entre ambas motivações é claro, e a pergunta principal é: como beneficiar-se de atos desonestos e ainda assim perceber-se como honesto? A resposta de Ariely (2012) reside na flexibilidade cognitiva dos indivíduos: enquanto o nível de desonestidade for baixo o suficiente, a auto-imagem não é prejudicada. Esse balanço é dado por um processo de racionalização e é a base do que o autor chama de “*fudge factor theory*” (em tradução livre, teoria do fator de correção, mas utilizaremos a expressão original). Para Ariely (2012), todas as pessoas experimentam corriqueiramente as fronteiras flexíveis da própria ética e tentam continuamente identificar a linha exata onde podem se beneficiar dessas pequenas desonestidades sem prejudicar sua auto-imagem.

Aqui também verificamos a convergência de ambos autores, Sen e Etzioni, no que se refere à necessidade de ampliação do espaço informacional. Nesse aspecto, observamos que Etzioni é mais objetivo que Sen, ao propor tal ampliação através da inclusão de um novo tipo

² BARRY, B. *Sociologists, economists and democracy*. Chicago: University of Chicago, 1978.

de utilidade. Uma estrutura dual como essa, envolvendo motivações opostas, representadas por dimensões incomensuráveis entre si, inevitavelmente suscita um questionamento a respeito da resolução do conflito entre ambas. Eis, então, que Ariely busca essa resposta na flexibilidade cognitiva dos indivíduos, denominada por ele “*fudge factor theory*”.

3 O MODELO PROPOSTO

No presente trabalho, elaboramos um modelo que amplia o espaço informacional no ato da escolha, incorporando uma segunda dimensão, além daquela da utilidade postulada na teoria econômica tradicional, que visa representar um tipo diferente de utilidade, dita social ou moral. Além disso, assumimos a incomensurabilidade entre as duas dimensões, característica de problemas que envolvem questões morais.

O modelo proposto tem por objetivo principal descrever preferências dependentes de contexto, especialmente nos casos em que tais preferências são consideradas inconsistentes segundo o Axioma da Preferência Revelada (SAMUELSON, 1938). O modelo é baseado, fundamentalmente, nos trabalhos de Amartya Sen (1974, 1977, 1993, 1997) e Amitai Etzioni (1986), incorporando conceitos de utilidade moral (ETZIONI, 1986), dependência de contexto no ato da escolha (SEN, 1993, 1997), inescapabilidade ou urgência da escolha (SEN, 1997), auto-imposição de limites à escolha (SEN, 1997; ETZIONI, 1986), *commitment*, entendido como divisão entre escolha e bem-estar (SEN, 1977), e flexibilidade cognitiva dos indivíduos (ARIELY, 2012).

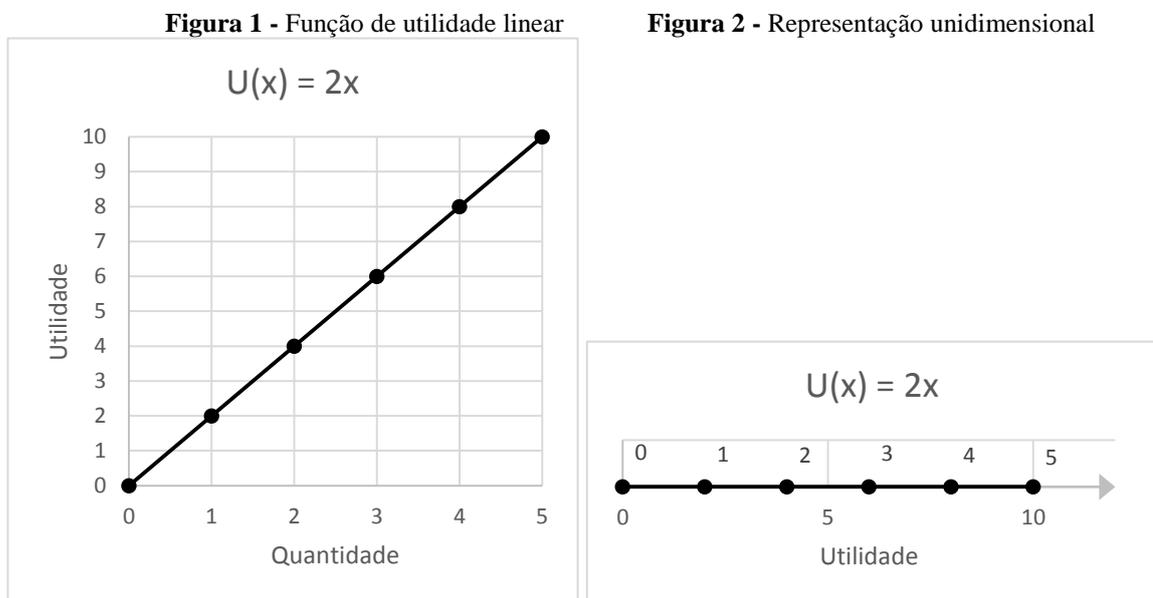
Assim, no modelo proposto, visamos atender os seguintes requisitos:

- a) representar contextos por uma função de utilidade social ou moral $M(x)$;
- b) definir um plano a partir das funções de utilidade $U(x)$ e de utilidade social ou moral $M(x)$;
- c) contemplar a comparação entre duas alternativas, representadas por dois pontos no plano, ainda que as dimensões sejam incomensuráveis entre si;
- d) descrever a concessão social ou moral necessária envolvida na escolha que resulta em benefício próprio;
- e) possibilitar a imposição de limites à essas concessões;
- f) contemplar a escolha de uma alternativa que não resulta em benefício próprio;
- g) apresentar uma função de utilidade modificada que pode apresentar um ponto de máximo, ou não estar definida para um dado intervalo de quantidades.

Tendo elencado o objetivo e os requisitos do modelo, apresentamos, então, os passos de seu desenvolvimento e detalhamos as ideias que o fundamentam.

3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Assumindo uma função utilidade $U(x)$ linear em x , por exemplo, $U(x) = 2x$, podemos construir uma representação gráfica como a apresentada na Figura 1. Então, realizando a projeção de $U(x)$ sobre o eixo que representa a utilidade, obtemos uma sequência ordenada de pontos, onde cada ponto representa uma determinada quantidade x , representada na Figura 2 pelos rótulos associados aos pontos. Nessa representação unidimensional, a comparação entre as utilidades de dois pontos distintos é direta e trivial: os pontos mais à direita tem uma maior utilidade que os pontos mais à esquerda. Assim, é fácil verificar que, por exemplo, $U(5)$ é maior que $U(3)$ em nosso exemplo.



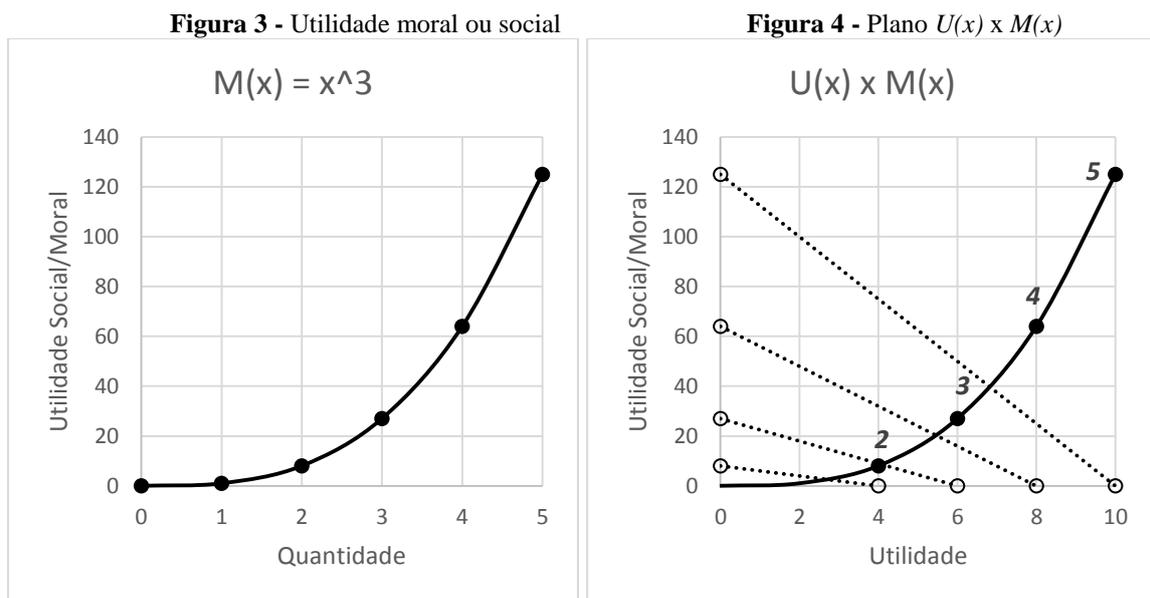
Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Assumindo uma função utilidade $U(x)$ positiva e crescente para qualquer quantidade x , como na teoria econômica tradicional, temos que, se $U(x) > U(y)$, então x é preferível à y . Portanto, em nosso caso, $x = 5$ é preferível à $x = 3$. Porém, o que acontece se adicionarmos uma segunda dimensão ao problema?

Suponha que, para cada valor de x , além de uma função utilidade $U(x)$, exista também uma outra função $M(x)$ associada. Então, suponha que essa nova função represente a utilidade social ou moral associada à preferir $x = 0$ em relação à um dado valor de x , para um dado contexto. Dito de outra forma, essa nova função representa o custo social ou moral associado à preferir um dado valor de x em relação à zero, dado o contexto no qual é feita a escolha.

Além disso, suponha que essa função, assim como $U(x)$, é positiva e crescente para qualquer quantidade x e, mais ainda, que essa função é crescente em suas primeira e segunda

derivadas, de forma que, quanto maior o valor de x , tanto maior o custo social ou moral associado à sua escolha. Assumindo uma função utilidade social ou moral $M(x) = x^3$, obtemos a representação gráfica como a apresentada na Figura 3. Então, combinando ambas as funções, obtemos a representação gráfica constante da Figura 4 onde, para os valores de x entre 2 e 5, representados pelos pontos na curva, temos as respectivas utilidade $U(x)$ e utilidade social ou moral $M(x)$ nos eixos horizontal e vertical.



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Note que, para cada valor de x representado na Figura 4, temos um segmento de reta pontilhada ligando os respectivos valores de $U(x)$ e $M(x)$. Por exemplo, para o ponto correspondente a $x = 5$, temos um segmento de reta conectando $U(5) = 10$ a $M(5) = 125$. Dado que $M(5)$ representa a utilidade social ou moral em preferir zero à cinco unidades, enquanto $U(5)$ representa a utilidade em preferir cinco unidades à zero, o segmento de reta representa o “*trade-off*”³ entre $x = 5$ e zero. Assim, a escolha entre $x = 5$ e $x = 0$ é, na realidade, uma escolha entre os pares ordenados $(U(5), M(0))$ e $(U(0), M(5))$, respectivamente.

Os segmentos de reta pontilhados representados na Figura 4 representam, em nosso modelo, o entendimento do indivíduo sobre o custo social ou moral associado à uma determinada escolha. Assumimos, então, que essa relação é estável ao longo do tempo e, portanto, denominamos as normas de tais segmentos de reta de “quantidades invariantes” do modelo.

³ Nessa e nas subsequentes referências ao termo “*trade-off*”, desejamos indicar apenas que as alternativas são excludentes entre si, sem a possibilidade de substituição parcial entre as utilidades designadas por $M(x)$ e $U(x)$.

Se a comparação era direta e trivial na representação unidimensional da utilidade, o que acontece se adicionarmos uma segunda dimensão à essa comparação? Suponha dois pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2) : se $x_1 > y_1$ e $x_2 > y_2$, então (x_1, y_1) é preferível a (x_2, y_2) . Porém, se $x_1 < y_1$ e $x_2 > y_2$, ou se $x_1 > y_1$ e $x_2 < y_2$, a conclusão já não é mais óbvia. E, dada a natureza de “*trade-off*” entre as utilidades individual e social ou moral do problema, será sempre esse o caso da comparação à ser feita. Retomando o exemplo, a escolha entre $x = 5$ e $x = 0$ é uma escolha entre os pares ordenados $(10,0)$ e $(0,125)$.

Para que a comparação seja possível, portanto, é necessária a comensurabilidade entre os dois tipos de utilidades representados por um dado par ordenado. Porém, assumir tal comensurabilidade reduziria o problema à sua forma inicial, qual seja, a unidimensionalidade da comparação entre duas utilidades.

Surge, portanto, um novo questionamento: como realizar a escolha entre dois pares ordenados que contêm duas quantidades incomensuráveis entre si? Poderíamos argumentar que, sendo a comparação impossível, não há como realizar uma escolha. Porém, o ato da escolha é, por vezes, inescapável (Sen, 1997), de maneira que o indivíduo obrigado a realizá-la deve, de alguma maneira, tornar a comparação possível, ainda que sem dispor da comensurabilidade entre as diferentes utilidades.

Suponha, então, que exista uma transformação tal que os casos onde a comparação é impossível ($x_1 < y_1$ e $x_2 > y_2$, $x_1 > y_1$ e $x_2 < y_2$) sejam transformados em casos onde a comparação é direta e trivial ($x_1 > y_1$ e $x_2 > y_2$). Mais ainda, suponha que essa transformação preserve as ditas “quantidades invariantes” do modelo. Dessa forma, a escolha torna-se possível sem sacrifício da incomensurabilidade, visto que, não apenas as duas dimensões, mas também as “quantidades invariantes” são preservadas.

A transformação que satisfaz tais condições é a rotação de um círculo, dita transformação contínua e correspondente a uma simetria contínua. Uma simetria, por sua vez, é uma propriedade matemática que é preservada ou se mantém inalterada sob uma dada transformação. A invariância existente em uma simetria, portanto, é matematicamente determinada por transformações que mantêm uma dada quantidade inalterada. Em nosso caso, a transformação é dada por uma matriz ortogonal 2×2 que representa a rotação⁴ de um plano

⁴ Segundo Mark (2011), simetrias rotacionais podem ser representadas grupos de matrizes. O conjunto de todas as matrizes $n \times n$ cujos elementos são números reais formam um grupo sob a multiplicação de matrizes. O grupo de matrizes invertíveis $n \times n$ cujos elementos são números reais é chamado de *Grupo Linear Generalizado*, $GL_n(\mathbb{R})$. Uma matriz $n \times n$ nos reais é ortogonal se $A^t A$ é a matriz identidade. A coleção de todas as matrizes $n \times n$ ortogonais é um subgrupo de GL_n chamado *Grupo Ortogonal* O_n . Os elementos de O_n cujo determinante é igual a +1 formam um subgrupo de O_n chamado *Grupo Ortogonal Especial* SO_n . Se A é um elemento de O_n , a transformação linear correspondente preserva a distância e a ortogonalidade. Uma

sobre a origem, de tal forma que as identidades trigonométricas permitem afirmar que o determinante da matriz é igual a +1 para qualquer ângulo de rotação φ :

$$A = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Assim, através da rotação do plano definido por $U(x)$ x $M(x)$ sobre sua origem, multiplicando cada par ordenado pela matriz A , podemos determinar o ângulo de rotação φ necessário para que a comparação se torne possível. Esse ângulo será tal que um dos eixos rotacionados se torne perpendicular ao respectivo segmento de reta – “quantidade invariante” – associado à escolha.

Para facilitar o entendimento da transformação proposta, a ilustramos com um exemplo. Assumindo as seguintes funções $U(x)$ e $M(x)$, representadas nas Figuras 3.5 e 3.6, podemos construir as “quantidades invariantes” sobre as quais determinamos o ângulo de rotação φ necessário, como apresentado na Figura 7.

Figura 5 - Utilidade tradicional

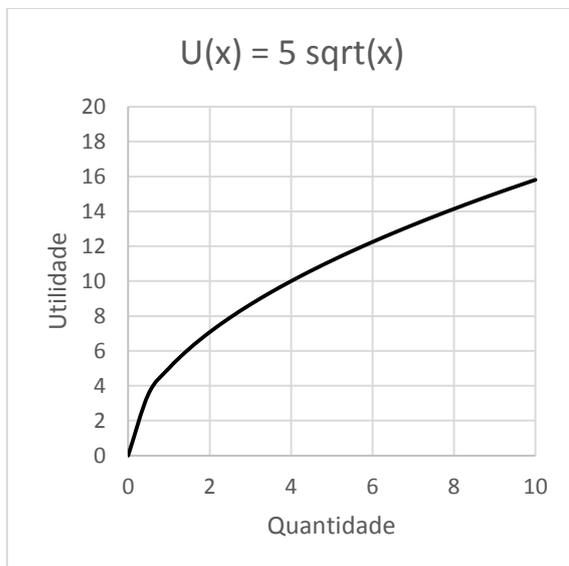
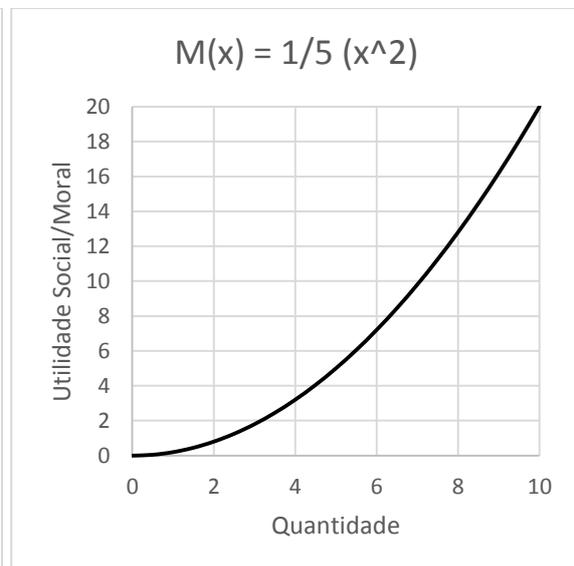
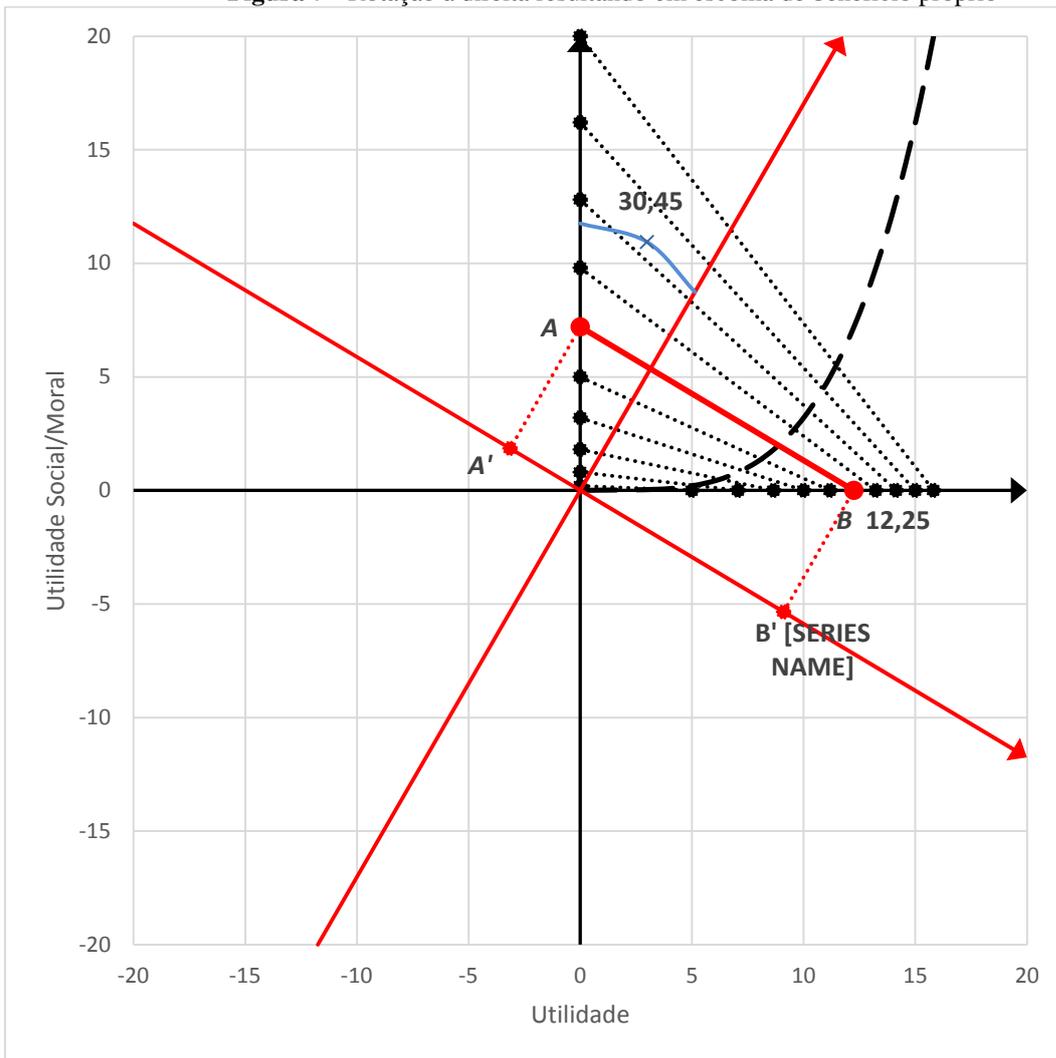


Figura 6 - Utilidade moral ou social



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Figura 7 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Na Figura 7, o segmento de reta \overline{AB} , em vermelho, é a “quantidade invariante” que representa o “*trade-off*” entre a utilidade associada à $x = 6$ (ponto B) e a utilidade social ou moral associada à $x = 0$ (ponto A), enquanto alternativa à escolha de $x = 6$. Os eixos em vermelho, por sua vez, representam uma rotação do plano em sua origem, no sentido horário, para um ângulo φ equivalente a 30,45 graus, tal que o eixo vertical seja perpendicular ao segmento de reta \overline{AB} .

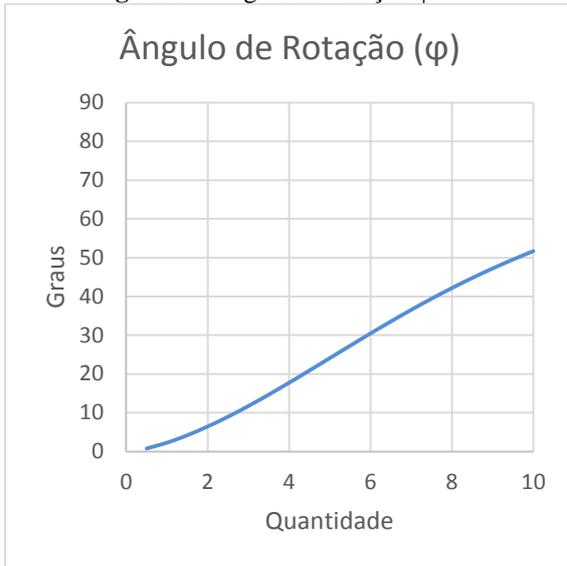
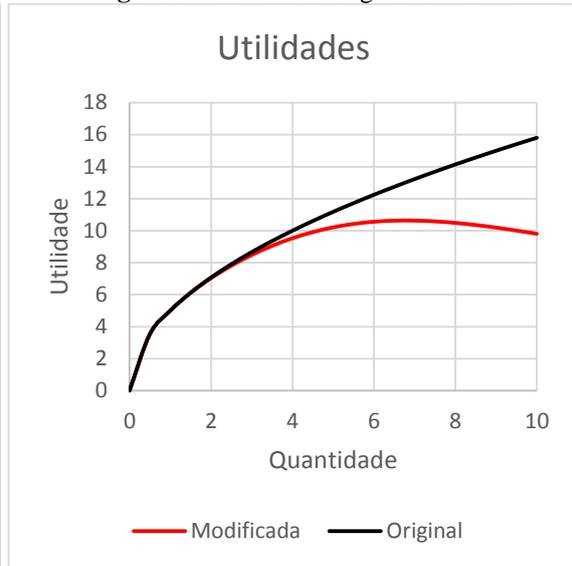
Note que, após a rotação, as coordenadas dos pontos A e B são idênticas no eixo vertical, que representa a utilidade social ou moral. E, no eixo horizontal, que representa a utilidade, a coordenada do ponto B permanece com um valor superior àquele do ponto A. Portanto, temos que, após a rotação, $x_B > x_A$ e $y_B = y_A$, ou seja, a comparação tornou-se possível.

Nesse caso, para um indivíduo cujas “quantidades invariantes” são representadas pela Figura 7, uma rotação de 30,45 graus permite que ele efetivamente escolha $x = 6$ (ponto B) em relação a $x = 0$ (ponto A).

A transformação operada pela rotação do plano em sua origem tornou possível a comparação entre duas alternativas inicialmente incomparáveis. Porém, que interpretação podemos dar à essa transformação? Em nosso modelo, assumimos que a magnitude do ângulo de rotação é representativa da necessidade de concessão do indivíduo a fim de efetivamente realizar uma escolha em um determinado contexto e que resulte em benefício próprio (pois $U(B) > U(A)$ após a rotação, de forma que $x = 6$ foi escolhido em relação a $x = 0$), remetendo à flexibilidade cognitiva do indivíduo, segundo a “*fudge factor theory*” proposta por Ariely (2012). Contextos distintos, representados por diferentes funções $M(x)$, portanto, evocam diferentes necessidades e, por conseguinte, estão associados à ângulos de rotação diversos.

Além disso, note também que a nova coordenada do ponto B no eixo horizontal, representativo da utilidade, possui um valor inferior ao original, diminuindo de 12,25 para 10,56. Podemos interpretar esse fenômeno como uma redução na utilidade individual decorrente do ônus de realizar uma escolha associada à um custo social ou moral, resultando na utilidade modificada (U_{mod}). Além disso, em nosso modelo, a utilidade modificada pode tornar-se decrescente para quantidades superiores a um dado valor, ou seja, a utilidade individual pode tornar-se uma função com um ponto de máximo definido. Dito de outra forma, nesse caso, nem sempre mais é preferível à menos, contrariando a teoria econômica tradicional.

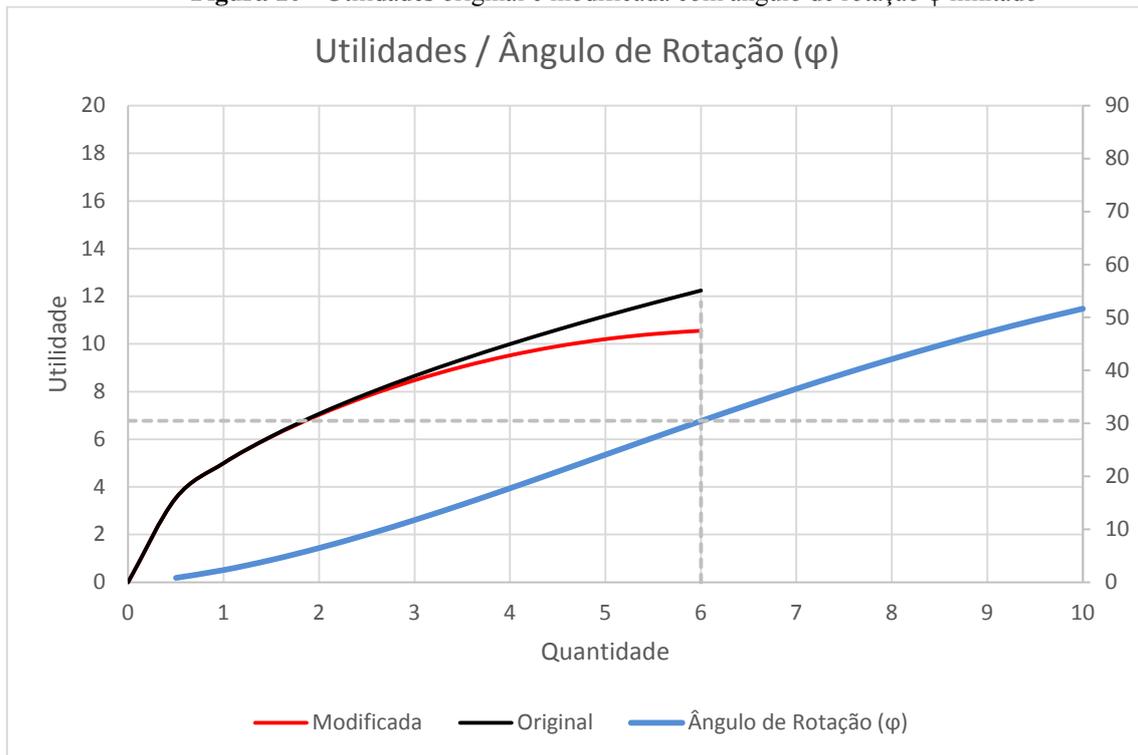
Na Figura 7, além da “quantidade invariante” representada pelo segmento de reta \overline{AB} , correspondente a $x = 6$, apresentamos também os segmentos de reta (pontilhados) associados aos demais valores de x entre um e dez. Cada um desses segmentos está associado à um diferente ângulo de rotação ϕ que viabiliza a escolha da respectiva quantidade x , como ilustrado na Figura 8. E, na Figura 9, ilustramos a utilidade modificada (U_{mod}) associada à cada quantidade x após a rotação dos eixos.

Figura 8 - Ângulo de rotação φ **Figura 9 - Utilidades original e modificada**

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Porém, a viabilização da escolha através de uma concessão do indivíduo, representada pelo ângulo de rotação dos eixos, não é garantia que o indivíduo irá, de fato, realizar essa escolha em benefício próprio, como ilustrado no exemplo. Dada a formulação do modelo proposto, a necessidade de maiores concessões, representando escolhas mais difíceis de serem realizadas, estão associadas a maiores ângulos de rotação. O que acontece, então, se o indivíduo não está disposto a realizar tamanha concessão, isto é, o que acontece se o indivíduo impõe a si mesmo um limite à concessão que está disposto a fazer?

No modelo proposto, tal limite pode ser representado por um ângulo de rotação máximo, acima do qual o indivíduo não está mais disposto a conceder. Dessa forma, apenas um subconjunto das escolhas disponíveis torna-se possível e, assim, o modelo apresenta uma descontinuidade na função de utilidade modificada. Esse comportamento é ilustrado na Figura 10. Na Figura, para um ângulo limite de 30,5 graus, apenas as escolhas de quantidades inferiores ou iguais a seis tornam-se possíveis através da rotação dos eixos, de tal forma que as funções de utilidade original e modificada, respectivamente, em preto e vermelho, não são mais definidas para quantidades superiores a seis.

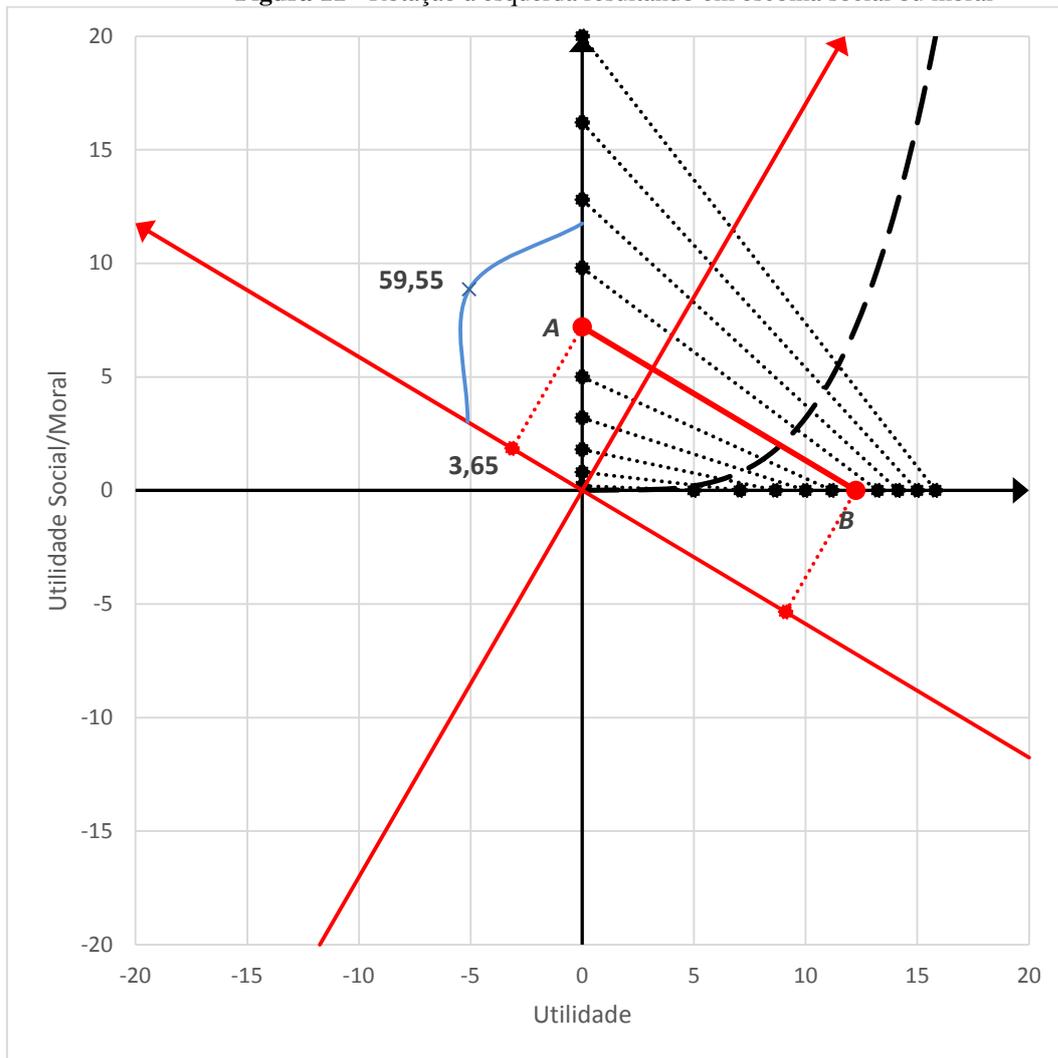
Figura 10 - Utilidades original e modificada com ângulo de rotação φ limitado

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

A impossibilidade de um subconjunto de escolhas disponíveis, decorrente da existência de um limite ao ângulo de rotação, contudo, não está em contradição à inescapabilidade da escolha postulada por Sen (1997). Até então, tratamos apenas da viabilização da escolha de uma dada quantidade x em relação a zero, considerando o custo social ou moral associado à essa escolha e ao seu efeito sobre a utilidade individual, transformando-a em utilidade modificada. A existência de um limite determinado pelo indivíduo às concessões que está disposto a fazer, definindo um subconjunto “permissível” de escolhas (SEN, 1997) para que tal escolha seja viabilizada é um indicativo que, para tais casos, uma quantidade zero é preferível a x . Caso contrário, a escolha não seria inescapável.

Nosso modelo também prevê tais casos: da mesma forma que uma rotação dos eixos no sentido horário é capaz de tornar duas alternativas equivalentes em termos de utilidade social ou moral ($M(x)$); uma rotação no sentido contrário, isto é, anti-horário, é capaz de tornar as mesmas duas alternativas equivalentes em termos de utilidade ($U(x)$). A Figura 11 ilustra esse mecanismo.

Figura 11 - Rotação à esquerda resultando em escolha social ou moral



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

A Figura 11 é exatamente igual à Figura 7, exceto pelo fato que estamos considerando a rotação dos eixos no sentido inverso, com um ângulo complementar àquele da Figura 7. As projeções dos pontos A e B, correspondentes às duas alternativas, entretanto, agora são equivalentes no eixo horizontal, enquanto no eixo vertical, associado à utilidade social ou moral, a alternativa A apresenta um valor maior que aquele da alternativa B. Em outras palavras, a Figura 11 ilustra um caso onde o indivíduo escolheu uma quantidade $x = 0$ em relação a $x = 6$.

O caso ilustrado na Figura 11 é representativo de uma situação onde o indivíduo abdica de um benefício próprio, denotado pela utilidade da quantidade x em questão ($U(6)$), e escolhe uma quantidade igual a zero. Temos, portanto, um exemplo de divisão entre a escolha e o bem-estar do indivíduo, segundo o conceito de *commitment* proposto por Sen (1977). Em nosso modelo, o raciocínio por trás dessa escolha é o seguinte: um indivíduo, confrontado

entre escolher $x = 6$ e $x = 0$ (dada sua particular “quantidade invariante” que associa a utilidade individual ao custo social ou moral de escolher $x = 6$), percebe que a concessão necessária para escolher $x = 6$ (representada por um ângulo de rotação dos eixos φ , no sentido horário, igual a 30,45 graus), supera seu limite auto-imposto (equivalente, por exemplo, a um ângulo igual a 25 graus) e, frente à inescapabilidade dessa escolha, a viabiliza através de uma rotação dos eixos em um ângulo complementar ao ângulo φ (no caso, 59,55 graus), no sentido anti-horário, tornando a alternativa onde $x = 0$ preferível àquela onde $x = 6$.

3.2 PROPRIEDADES DO MODELO

Uma vez introduzidas as principais ideias que fundamentam o modelo proposto, passamos a investigar as propriedades matemáticas associadas à ele, quais sejam: os comportamento do ângulo de rotação φ e da utilidade modificada, e as condições para que a última apresente um ponto de máximo.

Começando pelo ângulo de rotação dos eixos φ , no sentido horário, podemos verificar na Figura 7, que esse é o ângulo entre os segmentos de reta \overline{OB} e $\overline{OB'}$ e, por semelhança de triângulos, idêntico ao ângulo entre os segmentos de reta \overline{BO} e \overline{BA} . A tangente desse ângulo, portanto, é dada pela razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente, isto é, pela razão entre os segmentos de reta \overline{OA} e \overline{OB} , isto é:

$$\tan \varphi = \frac{\|\overline{OA}\|}{\|\overline{OB}\|}$$

Então, através de uma identidade trigonométrica entre cosseno e tangente, temos:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\|\overline{OA}\|}{\|\overline{OB}\|}\right)^2}}$$

Uma vez que as normas dos segmentos de reta \overline{OA} e \overline{OB} são dados, respectivamente, pelas funções $M(x)$ e $U(x)$, temos:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{M(x)}{U(x)}\right)^2}}$$

Logo, podemos determinar o ângulo de rotação φ aplicando o arco-cosseno sobre o resultado da expressão acima. Note que, para $M(x)$ igual a zero, o cosseno do ângulo de rotação φ é igual a um, correspondendo à um ângulo igual a zero, ou seja, à ausência de rotação. Além disso, a comparação entre dois pares ordenados $(U(x), M(0))$ e $(U(0), M(x))$, torna-se equivalente à comparação entre $(U(x), 0)$ e $(U(0), 0)$, reduzindo o problema à comparação entre a utilidade de uma dada quantidade x e de zero. Portanto, quando $M(x)$ é igual a zero, retornamos à representação unidimensional da utilidade.

A partir da definição do ângulo de rotação φ , podemos calcular a utilidade modificada pela rotação (U_{mod}), representada pela norma do segmento de reta $\overline{OB'}$, da seguinte forma:

$$U_{mod}(x) = \|\overline{OB'}\| = \cos \varphi \|\overline{OB}\| = \cos \varphi U(x) = \frac{U(x)}{\sqrt{1 + \left(\frac{M(x)}{U(x)}\right)^2}}$$

A derivada de U_{mod} em relação à x , portanto, é dada por:

$$\frac{dU_{mod}}{dx} = \frac{\frac{dU(x)}{dx} U(x) \{U^2(x) + 2M^2(x)\} - U^2(x) \frac{dM(x)}{dx} M(x)}{\sqrt{(U^2(x) + M^2(x))^3}}$$

A fim de encontrar o ponto de máximo da função $U_{mod}(x)$, portanto, igualamos a expressão acima à zero e obtemos:

$$\frac{dU(x)}{dx} \{U^2(x) + 2M^2(x)\} - U(x) \frac{dM(x)}{dx} M(x) = 0$$

Rearranjando os termos, temos:

$$\frac{dU(x)/dx}{dM(x)/dx} = \frac{U(x)M(x)}{U^2(x) + 2M^2(x)}$$

Na expressão acima, verificamos que a razão entre as derivadas das funções $U(x)$ e $M(x)$ é igual ao termo à direita que, por sua vez, é menor do que 1, visto que ambas as funções, $U(x)$ e $M(x)$, são positivas e crescentes para qualquer quantidade positiva x .

Entretanto, faz-se necessário investigar de forma mais aprofundada as condições sob as quais a função de utilidade modificada $U_{mod}(x)$ possui um máximo. Assim, assumimos as seguintes funções $U(x)$ e $M(x)$ e suas respectivas derivadas, em suas formas genéricas:

$$U(x) = ax^b \quad \frac{dU(x)}{dx} = bax^{b-1}$$

$$M(x) = cx^d \quad \frac{dM(x)}{dx} = cdx^{d-1}$$

Substituindo essas funções na expressão da razão entre as derivadas e isolando x na equação resultante, temos:

$$x = \pm \sqrt{\left[\frac{(d-2b)}{b} \left(\frac{c}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{b-d}}}$$

Essa é a quantidade x ótima que maximiza a utilidade modificada $U_{mod}(x)$. Para que exista esse máximo, para uma quantidade x maior que zero, contudo, as seguintes condições devem valer:

1. $d - 2b > 0 \rightarrow d > 2b$
2. $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

No exemplo apresentado, onde $U(x) = 5\sqrt{x}$ e $M(x) = \frac{1}{5}x^2$, tínhamos, portanto, $a = 5, b = 0,5, c = 0,2$ e $d = 2$. Dado que todos os termos são diferentes de zero e d é quatro vezes maior que b , as condições para a existência de um máximo para a função de utilidade modificada são satisfeitos.

A quantidade x ótima nesse caso, portanto, é aproximadamente 6,79, correspondendo a uma utilidade modificada máxima de aproximadamente 10,63, um valor 18,35% menor que a utilidade original.

Dessa forma, quando valem as condições supracitadas, a função $\frac{M(x)}{U(x)}$ é positiva nas suas primeira e segunda derivadas. Assim, quanto maior a quantidade x , maior o ângulo de rotação dos eixos (φ) necessário para que o eixo vertical M seja perpendicular ao segmento de reta \overline{AB} .

Se relaxarmos a hipótese de existência de um ponto de máximo na função de utilidade modificada $U_{mod}(x)$, mas desejarmos manter a relação direta entre a quantidade x e o ângulo de rotação dos eixos (φ), é necessário que a tangente do ângulo seja crescente em x . Logo:

$$\frac{d \tan \varphi}{dx} = \frac{\frac{dM(x)}{dx}U(x) - \frac{dU(x)}{dx}M(x)}{U^2(x)} > 0$$

Rearranjando os termos, temos:

$$\frac{\frac{dM(x)}{dx}}{M(x)} > \frac{\frac{dU(x)}{dx}}{U(x)}$$

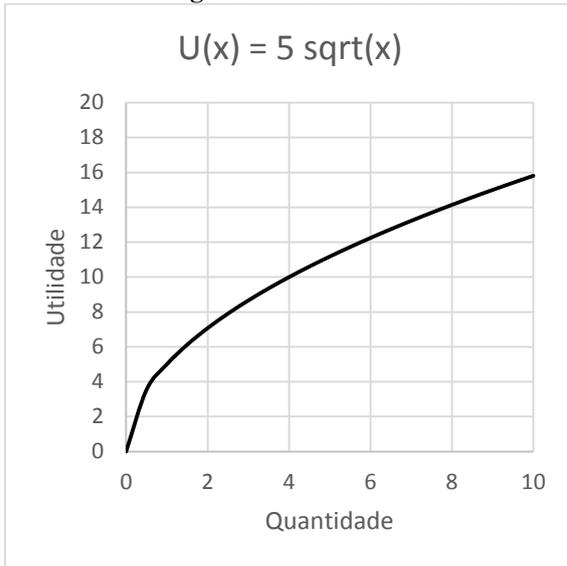
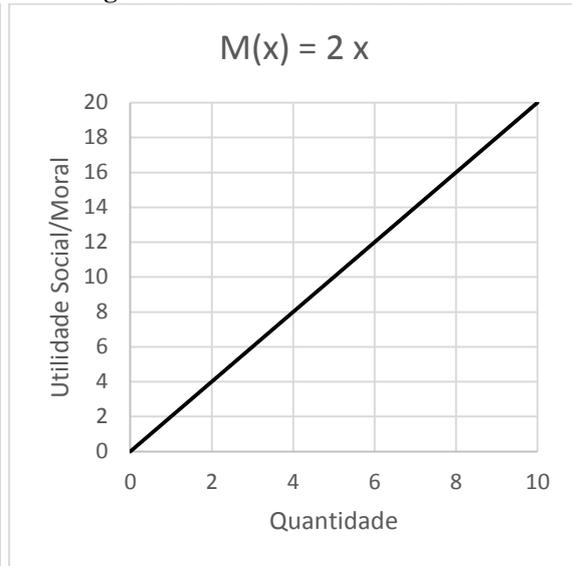
Substituindo $U(x)$ e $M(x)$ e suas respectivas derivadas por suas formas genéricas, encontramos:

$$d > b$$

Assim, se vale a condição acima, o ângulo de rotação dos eixos (φ) necessário aumenta com a quantidade x .

3.3 FORMULAÇÕES ALTERNATIVAS

Assumimos as seguintes funções $U(x)$ e $M(x)$, representadas nas Figuras 3.12 e 3.13, cujos valores de b e d , de suas formas genéricas, são, respectivamente, 0,5 e 1:

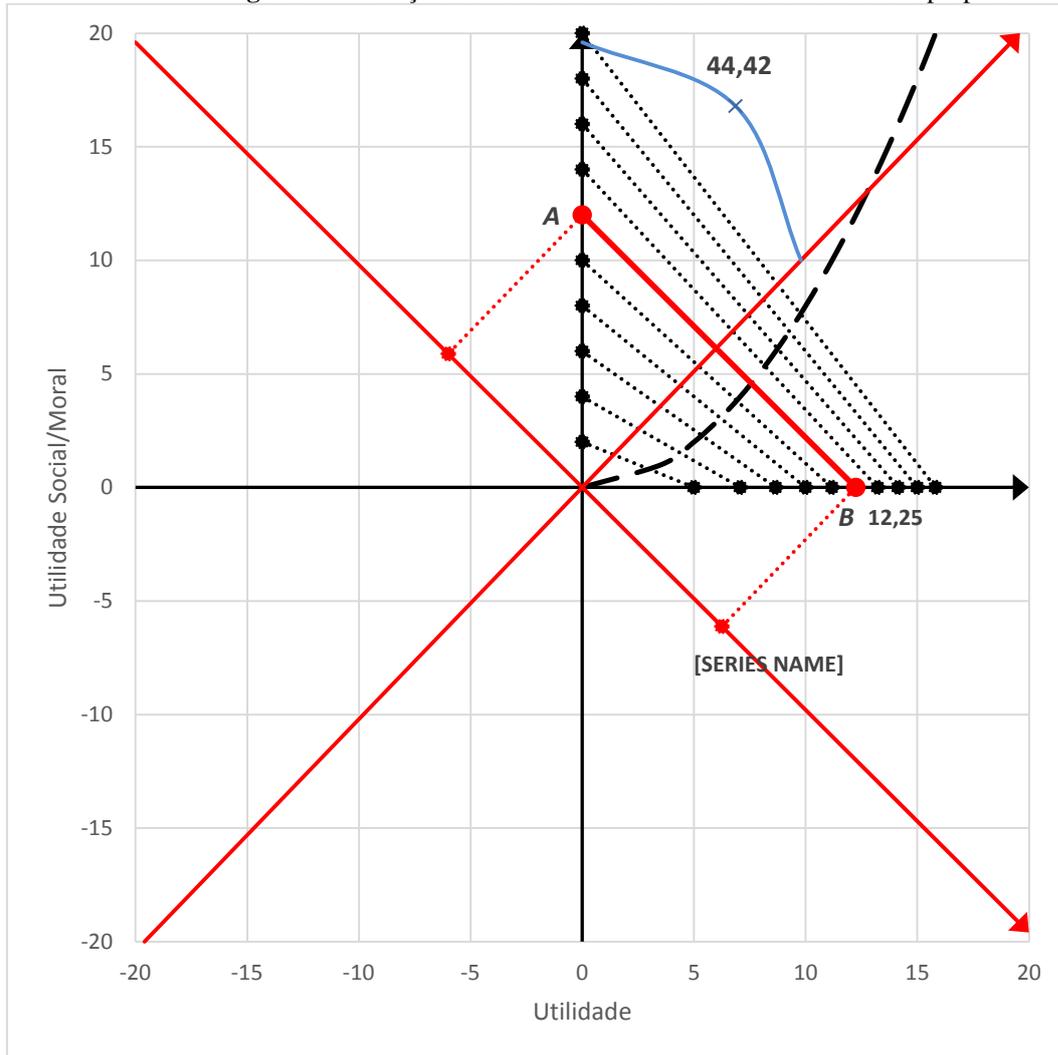
Figura 12 - Utilidade tradicional**Figura 13 - Utilidade moral ou social**

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Então, combinando as funções, construímos mais uma vez as “quantidades invariantes” do modelo, conforme ilustrado na Figura 14. Podemos verificar que, dada a relação entre as funções $U(x)$ e $M(x)$ quando $d > b$ e $d < 2b$, as “quantidades invariantes” apresentam inclinações maiores para pequenas quantidades de x , em comparação com o modelo anterior. Esse fenômeno se traduz em um crescimento inicial mais rápido do ângulo de rotação φ , como verificado na Figura 15, em comparação com aquele verificado no caso anterior (Figura 8). Para quantidades maiores, por exemplo $x = 10$, contudo, ambos os casos apresentam valores muito próximos de 50 graus.

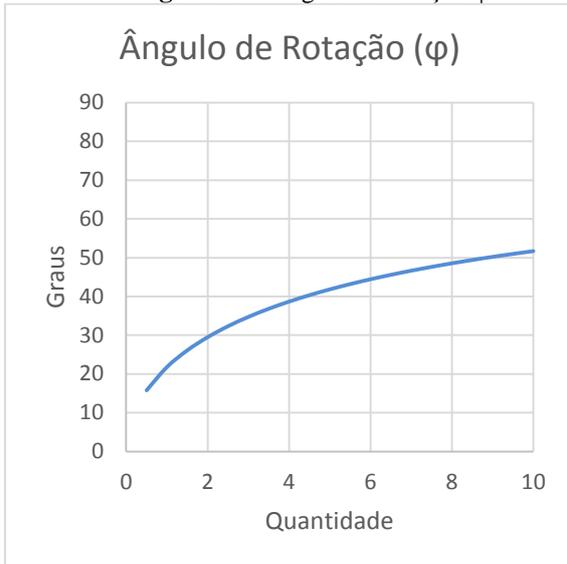
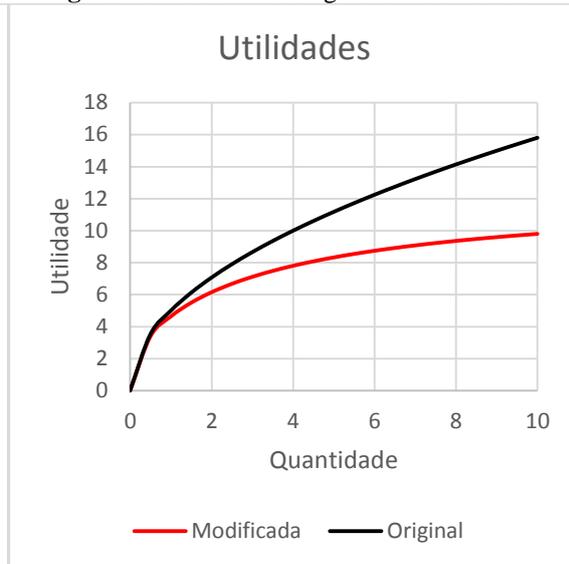
Dado que, em nosso modelo, o ângulo de rotação φ é representativo da necessidade de concessão do indivíduo a fim de efetivamente realizar uma escolha que resulte em benefício próprio, a utilização de funções $U(x)$ e $M(x)$ cujo formato genérico satisfaz as restrições $d > b$ e $d < 2b$ é compatível com contextos de escolha nos quais as concessões necessárias associadas à pequenas quantidades são relativamente maiores. Dito de outra forma, cenários onde existe uma “barreira inicial” mais significativa (representada pelo rápido crescimento do ângulo de rotação φ associado às pequenas quantidades).

Figura 14 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

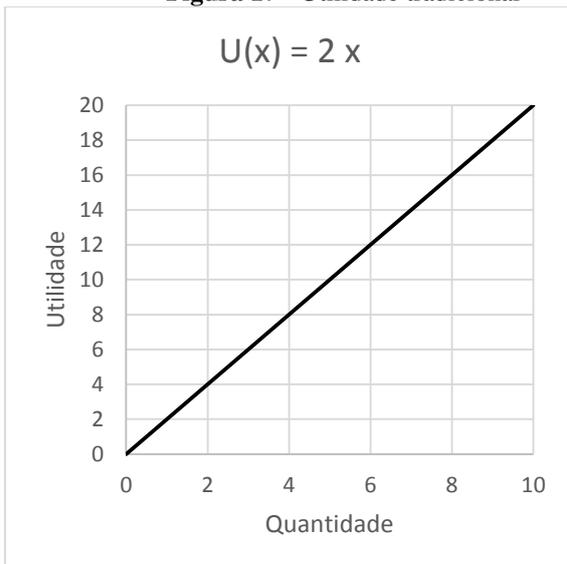
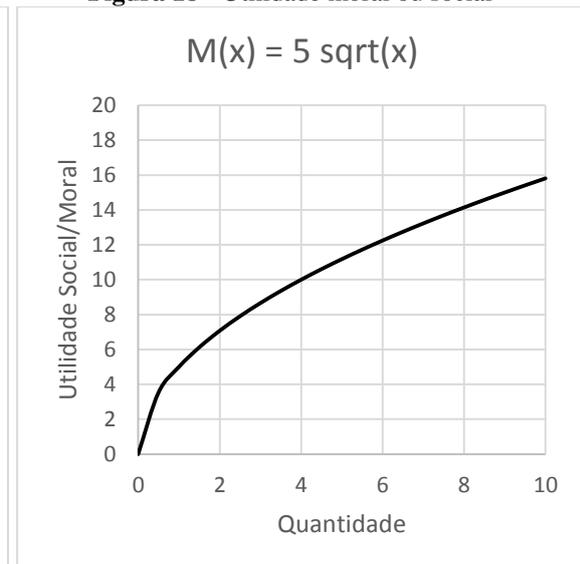
A Figura 16, por sua vez, representa a utilidade modificada (U_{mod}) associada às respectivas quantidades x . Podemos verificar que, nesse caso, a utilidade modificada não apresenta um ponto de máximo, embora ainda represente uma fração decrescente da utilidade original conforme a quantidade x aumenta.

Figura 15 - Ângulo de rotação φ **Figura 16 - Utilidades original e modificada**

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

A seguir, introduzimos dois contra-exemplos: o primeiro, onde o ângulo de rotação dos eixos (φ) diminui com o aumento da quantidade x ; e o segundo, onde o mesmo permanece constante, independente da quantidade x .

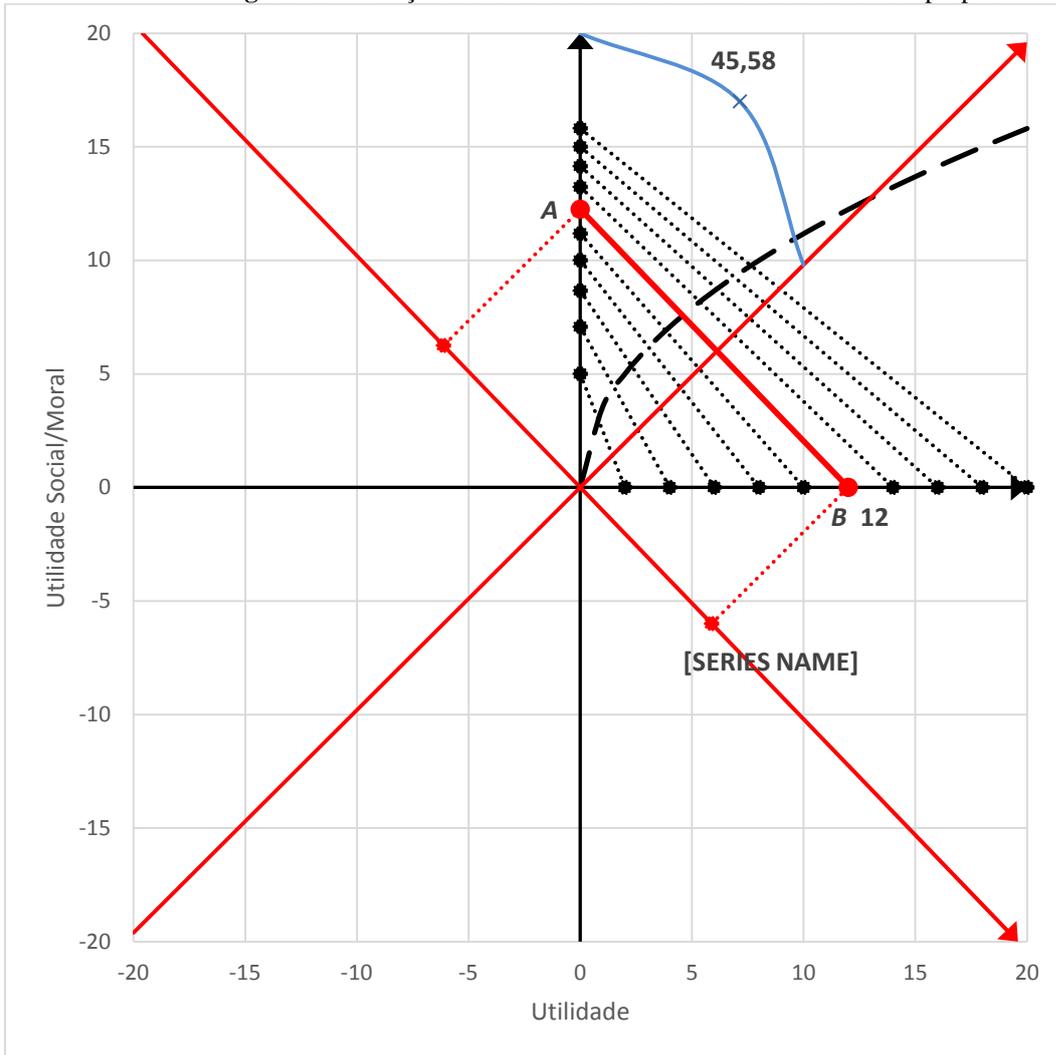
Para o primeiro contra-exemplo, assumimos as seguintes funções $U(x)$ e $M(x)$, representadas nas Figuras 3.17 e 3.18, cujos valores de b e d , de suas formas genéricas, são, respectivamente, 1 e 0,5:

Figura 17 - Utilidade tradicional**Figura 18 - Utilidade moral ou social**

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Então, combinando as funções, construímos novamente as “quantidades invariantes” do modelo, conforme ilustrado na Figura 19:

Figura 19 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Nesse caso, podemos verificar que a inclinação dos segmentos de reta que representam as “quantidades invariantes” diminui conforme a quantidade x aumenta. Esse comportamento é, então, traduzido em um ângulo de rotação ϕ decrescente em x , conforme ilustrado na Figura 20.

Nesse caso, dado que o ângulo de rotação ϕ é representativo da necessidade de concessão do indivíduo a fim de efetivamente realizar uma escolha que resulte em benefício próprio, o indivíduo estaria se confrontando com uma importante concessão ao escolher $x = 1$ em relação à $x = 0$ (representado por um ângulo superior a 70 graus) e, para quantidades cada vez maiores, as concessões se tornariam cada vez menores. Além disso, a utilidade modificada, ilustrada na Figura 21, tende a uma fração constante da utilidade original, conforme x aumenta. Esse cenário, contudo, não é compatível com o comportamento que o modelo pretende descrever.

Figura 20 - Ângulo de rotação $\hat{\varphi}$

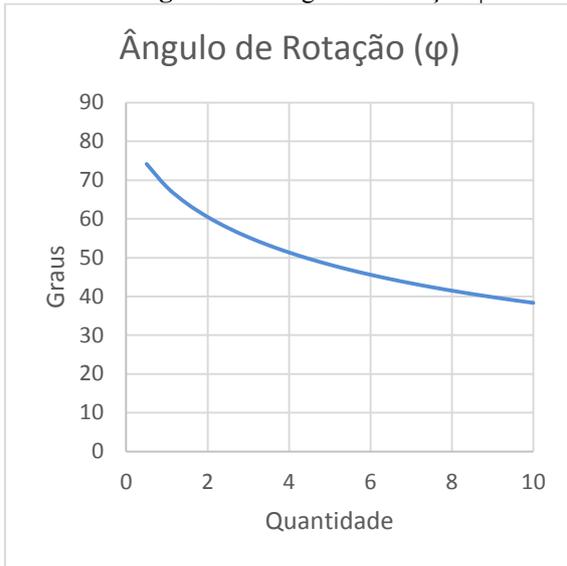
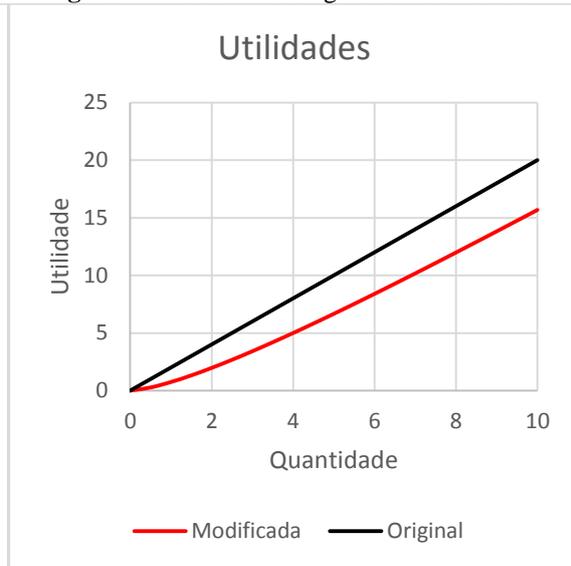


Figura 21 - Utilidades original e modificada



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Para o segundo contra-exemplo, assumimos as seguintes funções $U(x)$ e $M(x)$, representadas nas Figuras 3.22 e 3.23, cujos valores de b e d , de suas formas genéricas, são ambos iguais a 0,5:

Figura 22 - Utilidade tradicional

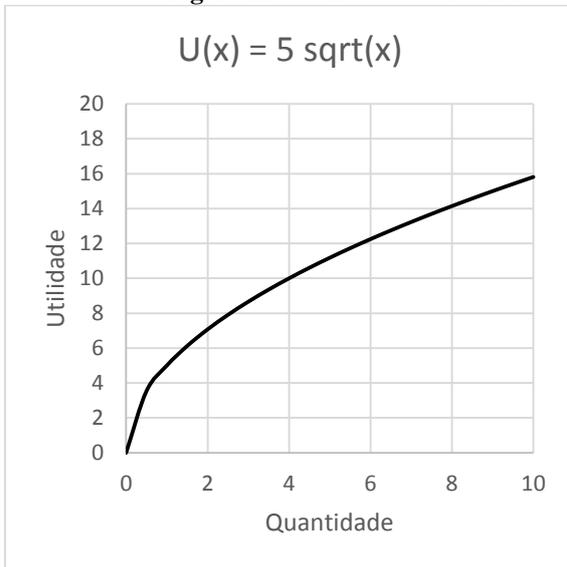
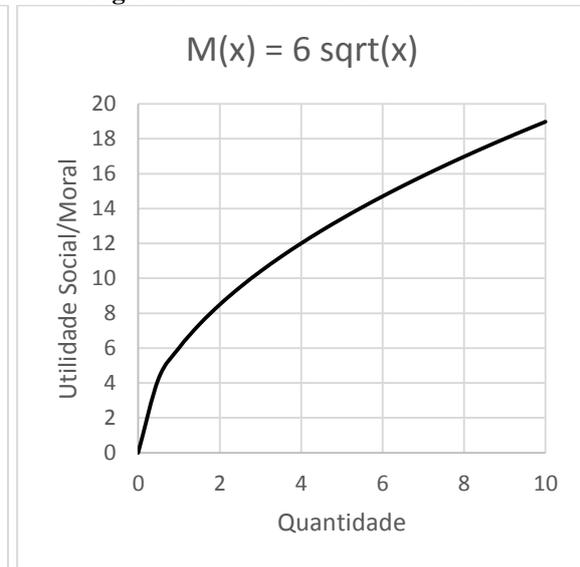


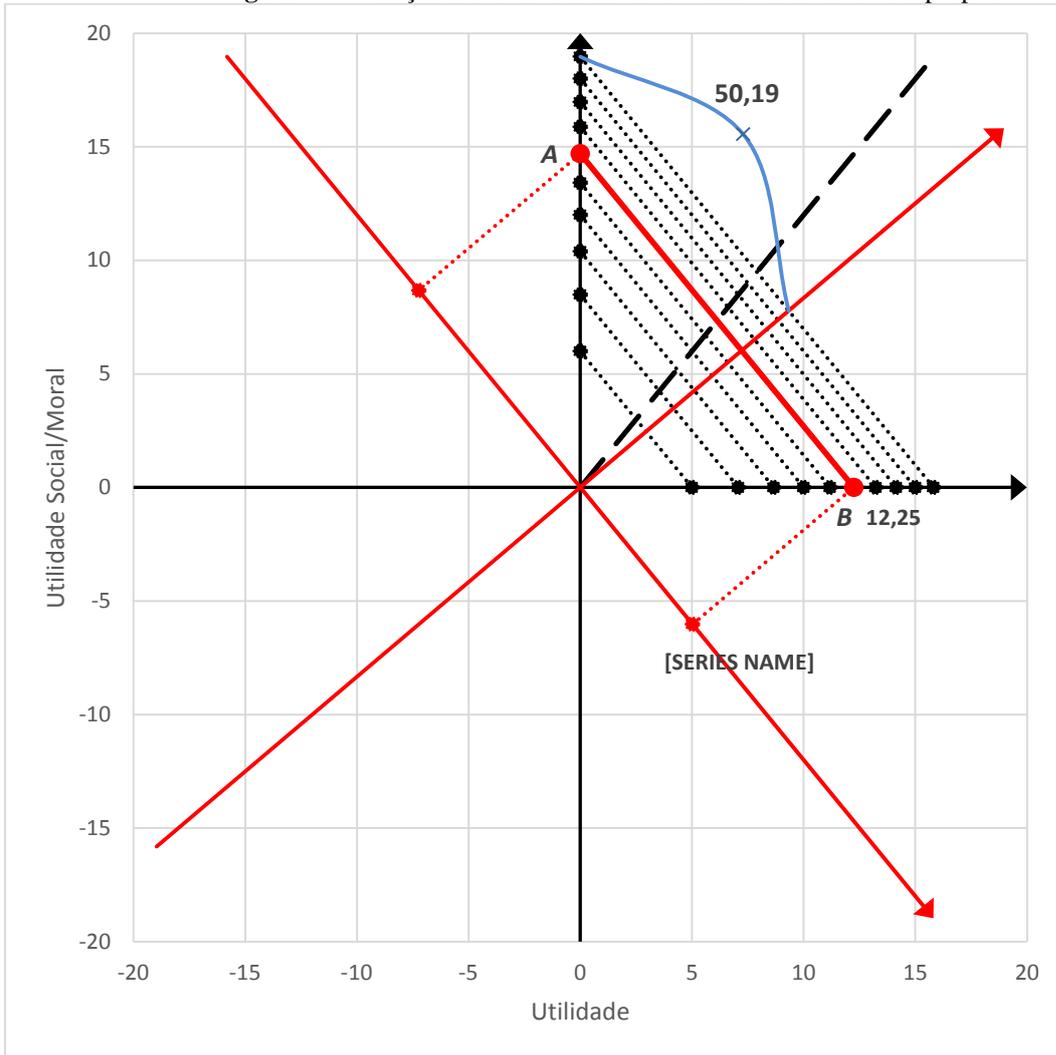
Figura 23 - Utilidade moral ou social



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Então, combinando as funções, construímos novamente as “quantidades invariantes” do modelo, conforme ilustrado na Figura 24:

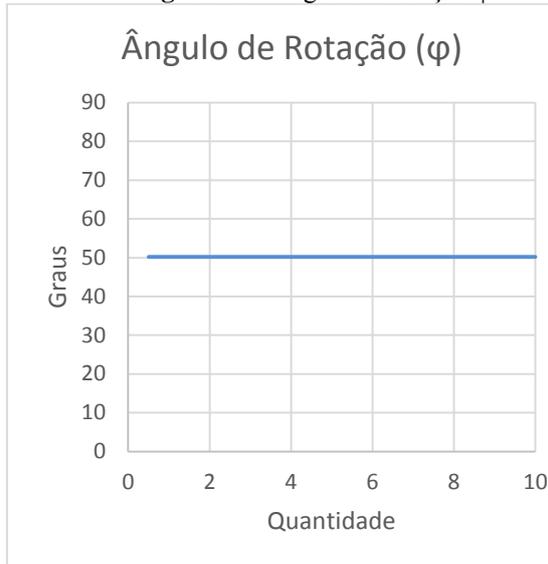
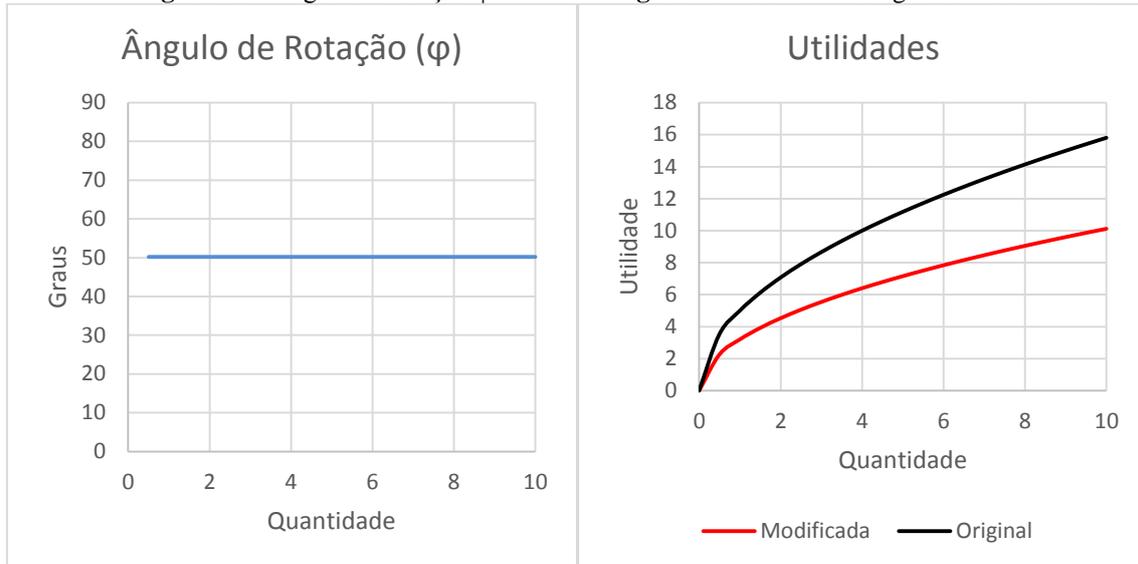
Figura 24 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Nesse caso, podemos verificar que a inclinação dos segmentos de reta que representam as “quantidades invariantes” é constante para qualquer x . Esse comportamento é, então, traduzido em um ângulo de rotação φ também constante para qualquer x , conforme ilustrado na Figura 25. A utilidade modificada, por sua vez, ilustrada na Figura 26, é uma fração constante da utilidade original, também para qualquer x .

Assim, a concessão necessária para a realização da escolha que resulta em benefício próprio, representada pelo ângulo de rotação φ , seria constante, independente da quantidade x envolvida no processo de escolha. Novamente, esse cenário não é compatível com o comportamento que o modelo pretende descrever.

Figura 25 - Ângulo de rotação φ **Figura 26** - Utilidades original e modificada

Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

3.4 RESULTADOS

A partir da construção do modelo, de suas propriedades matemáticas, e de possíveis formulações possíveis para os seus parâmetros, chegamos ao seguinte conjunto de características apresentadas pelo modelo a fim de que o mesmo atenda satisfatoriamente o conjunto de requisitos elencados no início do capítulo:

- a) contextos são representados por uma função de utilidade social ou moral $M(x)$;
- b) as funções de utilidade $U(x)$ e de utilidade social ou moral $M(x)$ definem um plano;
- c) dadas as formas genéricas das funções $U(x) = ax^b$ e $M(x) = cx^d$, o modelo exige que $a, b, c, d \neq 0$ e $d > b$;
- d) a inescapabilidade da escolha é assegurada pela viabilização da comparação entre diferentes alternativas através da rotação do plano em sua origem;
- e) a concessão social ou moral necessária envolvida na escolha que resulta em benefício próprio é diretamente proporcional ao ângulo de rotação do plano φ ;
- f) os indivíduos podem se auto-impor limites às concessões que estão dispostos a fazer, representados por ângulos de rotação máximos;
- g) a utilidade modificada do indivíduo pode não estar definida para valores de x associados à ângulos de rotação acima daqueles definidos como máximos;

- h) a utilidade modificada do indivíduo pode apresentar um ponto de máximo, desde que $d > 2b$;
- i) A escolha de $x = 0$, que não resulta em benefício próprio, em relação a outro valor positivo de x é possível, dependendo do contexto e dos limites auto-impostos pelos indivíduos.

Tendo determinado as características de nosso modelo, podemos classificar as escolhas em quatro tipos distintos, respondendo, primeiramente, à pergunta: “a escolha é dependente de contexto, envolvendo considerações sociais ou morais?”:

- a) NÃO: a função $M(x)$ é constante e igual a zero e retornamos à representação unidimensional da utilidade;
- b) SIM: responda a pergunta: “a escolha que resulta em benefício próprio suscita, no indivíduo, algum questionamento social ou moral?”;
 - NÃO: a função $M(x)$ é constante e igual a zero e retornamos à representação unidimensional da utilidade,
 - SIM: a função $M(x)$ deve ser definida de forma que a condição $d > b$ seja válida, correspondendo a um ângulo de rotação φ necessário para viabilizar a escolha que resulta em benefício próprio (correspondente ao par ordenado $(U(x), 0)$). Então, responda a pergunta: “o ângulo de rotação φ é inferior ao ângulo de rotação máximo estabelecido pelo indivíduo?”,
 - SIM: o plano é rotacionado em sentido horário, em um ângulo φ , resultando na escolha do par ordenado $(U(x), 0)$, nas coordenadas originais, e correspondendo a uma utilidade modificada $U_{mod}(x) < U(x)$,
 - NÃO: o plano é rotacionado em sentido anti-horário, em um ângulo complementar a φ , resultando na escolha do par ordenados $(0, M(x))$, nas coordenadas originais.

Verificamos, portanto, que o modelo proposto suporta preferências dependentes de contexto, na forma de considerações sociais ou morais, e descreve adequadamente todos os resultados possíveis decorrentes do ato da escolha em um dado contexto. Além disso, o modelo proposto também suporta a comparação unidimensional de utilidades, como caso especial onde a função de utilidade social ou moral $M(x)$ é constante e igual a zero.

A seguir, ilustramos a aplicação do modelo em um dos cenários que motivaram o seu desenvolvimento.

3.5 APLICAÇÃO DO MODELO

O cenário escolhido para a aplicação do modelo é a alegoria da cesta de frutas apresentada por Sen (1993) e introduzida no Capítulo 2. Retomando a alegoria, temos um cenário onde um indivíduo sentado à mesa de jantar é confrontado com a escolha entre pegar a última maçã disponível na cesta de frutas que circula entre os convidados ou não pegar fruta alguma, passando adiante a maçã. Se escolher pegar a maçã, atendendo suas preferências pessoais, o indivíduo estará privando os demais da oportunidade de escolher a maçã. Se escolher não pegar fruta alguma, privando-se de consumir a maçã, o indivíduo terá seguido uma convenção social, mantendo a maçã como alternativa disponível aos demais convidados.

Entretanto, podemos supor outros três cenários alternativos: o primeiro, onde o indivíduo se encontra sozinho, ou desconhece a convenção social, ou, ainda, conhece mas não atribui valor algum à convenção social, e, portanto, escolhe pegar a última maçã para si; o segundo, onde ainda existem duas maçãs na cesta de frutas e, portanto, escolhe pegar a maçã, visto que isso não implica na redução das alternativas disponíveis aos demais; e o terceiro, onde o indivíduo escolhe pegar a última maçã antes dos demais convidados, mesmo que isso signifique violar uma convenção social.

Analisando os quatro cenários, podemos identificar dois desejos distintos: satisfazer a preferência pessoal, escolhendo pegar a maçã (ainda que seja a última); e não reduzir as alternativas disponíveis aos demais, isto é, seguir uma convenção social, seja escolhendo não pegar fruta alguma ou escolhendo pegar a maçã apenas quando houver mais de uma na cesta de frutas.

Então, assumindo que o indivíduo prefere a maçã, podemos, novamente, classificar as escolhas em quatro tipos distintos, respondendo, primeiramente, à pergunta: “o indivíduo conhece e atribui algum valor à convenção social?”:

- a) NÃO: o indivíduo escolhe pegar a maçã, satisfazendo sua preferência pessoal (primeiro cenário alternativo);
- b) SIM: “escolher a maçã implica na redução das alternativas disponíveis aos demais convidados?”;

- NÃO: o indivíduo escolhe pegar a maçã, satisfazendo sua preferência pessoal, e nenhuma convenção social é violada (primeiro e segundo cenários alternativos),
- SIM: “o indivíduo está disposto a violar essa convenção social?”,
 - SIM: o indivíduo escolhe pegar a maçã, satisfazendo sua preferência pessoal e arcando com as consequências da violação (terceiro cenário alternativo),
 - NÃO: o indivíduo escolhe não pegar fruta alguma (cenário descrito em Sen (1993)).

Portanto, nesse exemplo, o contexto é representado pela possibilidade de violação de uma convenção social, materializada na redução das alternativas disponíveis aos demais convidados através da escolha da última maçã na cesta de frutas. Note que o contexto não é dado pela situação social em si, e sim pela existência de uma implicação social derivada do ato da escolha.

Em nosso modelo, para escolhas do Tipo *I* ou do Tipo *II.a*, onde não há implicação social (ou a percepção dessa, por parte do indivíduo que realiza a escolha) e onde, portanto, o contexto não desempenha um papel, a função $M(x)$ é constante e igual a zero. Como verificamos anteriormente, nesse caso, retornamos à representação unidimensional da utilidade.

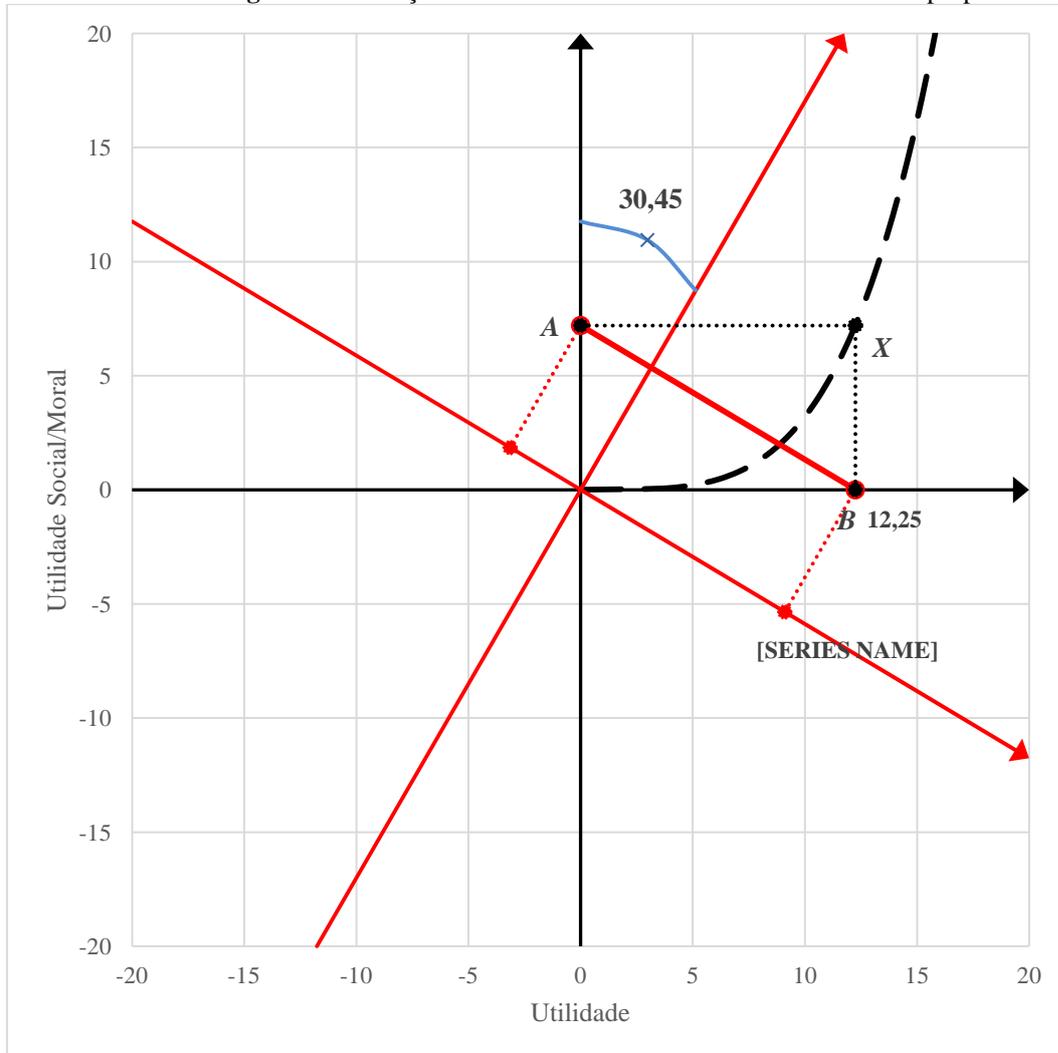
Nas escolhas do Tipo *II.b*, a função $M(x)$ deve ser definida de forma que a condição $d > b$ seja válida, conforme descrito anteriormente nas propriedades do modelo. Por exemplo, podemos definir $U(x) = 5\sqrt{6}x^{1/2}$ e $M(x) = \frac{36}{5}x^2$, onde $x = 1$ representa a escolha entre pegar ou não uma maçã. A representação gráfica de nosso modelo, então, é dada pela Figura 27.

Os dois subtipos representam as duas alternativas possíveis, representadas no plano pelos pares ordenados $(U(1), 0)$, representado pelo ponto *B* na Figura 27 e correspondente ao subtipo *II.b.i*, e $(0, M(1))$, representado pelo ponto *A* na Figura 27 e correspondente ao subtipo *II.b.ii*.

A viabilização da escolha, em nosso modelo, é dada pelo ângulo de rotação do plano φ , igual a 30,45 graus na Figura 27. Se realizada no sentido horário, a rotação representa a concessão social ou moral que viabiliza a escolha que resulta em benefício próprio, representada pelo subtipo *II.b.i* (ponto *B* na Figura 27), e implica em uma utilidade

modificada (igual à 10,56 na Figura 27) inferior à utilidade original (igual a 12,25 na Figura 27), decorrente da incorporação do “custo social” da violação da convenção social.

Figura 27 - Rotação à direita resultando em escolha de benefício próprio



Fonte: elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa (2016).

Entretanto, a concessão necessária pode ser considerada excessiva pelo indivíduo, ultrapassando seus limites auto-impostos, representados no modelo por ângulos de rotação máximos (no exemplo, esse limite poderia ser um ângulo de 25 graus). Nesse caso, a viabilização da escolha é dada por uma rotação do plano no sentido anti-horário, em um ângulo complementar ao ângulo ϕ (equivalente a 59,55 graus, no exemplo), resultando em uma escolha do subtipo *II.b.ii* (ponto A na Figura 27).

Verificamos, portanto, que o modelo, quando aplicado à alegoria da cesta de frutas proposta por Sen (1993), suportou a incorporação do contexto, na forma de uma convenção

social, e foi capaz de descrever corretamente todos os resultados possíveis decorrentes do ato da escolha nesse contexto.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, desenvolvemos um modelo capaz de descrever preferências dependentes de contexto, ampliando o espaço informacional no ato da escolha através da incorporação de uma segunda dimensão, na forma de um novo tipo de utilidade, dita social ou moral, representativa do contexto no qual a escolha é realizada. Em nosso modelo, assumimos a incomensurabilidade entre as duas dimensões, uma característica típica de escolhas que envolvem questões morais. A impossibilidade de comparação entre duas alternativas, cada qual superior à outra em uma dimensão distinta, foi resolvida através de uma simetria rotacional capaz de preservar a relação subjacente entre ambas utilidades.

Além das já mencionadas utilidade moral (ETZIONI, 1986) e dependência de contexto no ato da escolha (SEN, 1993, 1997), o modelo também incorporou os conceitos de inescapabilidade ou urgência da escolha (SEN, 1997), auto-imposição de limites à escolha (SEN, 1997; ETZIONI, 1986), *commitment*, entendido como divisão entre escolha e bem-estar (SEN, 1977), e flexibilidade cognitiva dos indivíduos (ARIELY, 2012).

Ressaltamos, ainda, que o tema abordado nesse trabalho, isto é, preferências dependentes de contexto, é bastante amplo, e que buscamos tão somente destacar alguns conceitos e ideias que julgamos relevantes para o desenvolvimento de um modelo fundamentado, sem a pretensão de realizar uma revisão exaustiva da literatura relacionada.

O exemplo motivador do desenvolvimento desse modelo foi a alegoria da cesta de frutas proposta por Sen (1993), onde o indivíduo é confrontado com uma escolha entre duas frutas, sendo que resta apenas uma unidade daquela de sua preferência, e escolhe a outra fruta a fim de não ser considerado mal-educado, obedecendo à uma convenção social que, nesse caso, representa o contexto no qual a escolha é realizada.

Inicialmente, definimos os requisitos que o modelo deveria atender:

- a) representar contextos por uma função de utilidade social ou moral $M(x)$;
- b) definir um plano a partir das funções de utilidade $U(x)$ e de utilidade social ou moral $M(x)$;
- c) contemplar a comparação entre duas alternativas, representadas por dois pontos no plano, ainda que as dimensões sejam incomensuráveis entre si;
- d) descrever a concessão social ou moral necessária envolvida na escolha que resulta em benefício próprio;
- e) possibilitar a imposição de limites à essas concessões;

- f) contemplar a escolha de uma alternativa que não resulta em benefício próprio;
- g) apresentar uma função de utilidade modificada que pode apresentar um ponto de máximo, ou não estar definida para um dado intervalo de quantidades.

O desenvolvimento do modelo foi realizado de maneira incremental, iniciando com a ampliação do espaço informacional através da incorporação da função de utilidade social ou moral $M(x)$, transformando a representação unidimensional de utilidade da teoria econômica tradicional em um plano, onde a nova dimensão representa o contexto no qual a escolha é realizada. A partir daí, foram adicionados novos elementos ao modelo, a fim de torná-lo robusto o suficiente para atender aos requisitos previamente definidos.

De posse dos elementos constituintes do modelo, passamos a explorar as propriedades matemáticas do mesmo, determinando as condições sob as quais a função de utilidade modificada possui um ponto de máximo e a função do ângulo de rotação é crescente. Além disso, exploramos formulações alternativas do modelo, com diferentes parametrizações para as funções $U(x)$ e $M(x)$, a fim de validar nossa escolha inicial de parâmetros como a mais funcional e intuitiva.

O modelo final, então, apresentou as seguintes características:

- a) contextos são representados por uma função de utilidade social ou moral $M(x)$;
- b) as funções de utilidade $U(x)$ e de utilidade social ou moral $M(x)$ definem um plano;
- c) dadas as formas genéricas das funções $U(x) = ax^b$ e $M(x) = cx^d$, o modelo exige que $a, b, c, d \neq 0$ e $d > b$;
- d) a inescapabilidade da escolha é assegurada pela viabilização da comparação entre diferentes alternativas através da rotação do plano em sua origem;
- e) a concessão social ou moral necessária envolvida na escolha que resulta em benefício próprio é diretamente proporcional ao ângulo de rotação do plano φ ;
- f) os indivíduos podem se auto-impor limites às concessões que estão dispostos a fazer, representados por ângulos de rotação máximos;
- g) a utilidade modificada do indivíduo pode não estar definida para valores de x associados à ângulos de rotação acima daqueles definidos como máximos;

- h) a utilidade modificada do indivíduo pode apresentar um ponto de máximo, desde que $d > 2b$;
- i) a escolha de $x = 0$, que não resulta em benefício próprio, em relação a outro valor positivo de x é possível, dependendo do contexto e dos limites auto-impostos pelos indivíduos.

Além disso, realizamos uma tipificação dos possíveis resultados obtidos com o modelo, dividindo-os em quatro categorias distintas, de acordo com a existência ou não de um contexto relevante no ato da escolha e, caso afirmativo, com o questionamento ou não do indivíduo em relação à escolha que resulta em benefício próprio, considerando esse contexto.

O modelo desenvolvido se mostrou capaz de descrever adequadamente preferências dependentes de contexto, sendo compatível com os dois resultados possíveis – a escolha que resulta em bem-estar do indivíduo e a escolha que vai contra suas preferências individuais. Portanto, o modelo é capaz de dissociar a escolha do bem-estar, representando o conceito de *commitment* apresentado por Sen (1977). Além disso, o modelo desenvolvido também suporta a comparação unidimensional de utilidades, como caso especial onde a função de utilidade social ou moral $M(x)$ é constante e igual a zero.

No presente trabalho, nos detivemos no desenvolvimento de um modelo matemático capaz de descrever preferências dependentes de contexto, baseando-nos em alguns conceitos e ideias encontrados na literatura que julgamos relevantes. Embora de limitado escopo, no que tange à sua base conceitual, o modelo desenvolvido cumpriu o objetivo aqui proposto. Em trabalhos futuros, alguns aspectos do modelo poderão ser explorados de maneira mais aprofundada, principalmente na área da psicologia, como a forma e magnitude das “quantidades invariantes”, que assumimos como representativas do entendimento do indivíduo sobre o custo social ou moral associado à uma determinada escolha.

REFERÊNCIAS

- ARIELY, D. The honest truth about dishonesty: how we lie to everyone, specially ourselves. New York: Harper Collins Publishers, 2012.
- ETZIONI, A. The case for a multiple-utility conception. Economics and Philosophy, Cambridge, v. 2, p. 159-183, 1986.
- HARSANYI, J. C. Cardinal welfare, individualistic ethics and interpersonal comparisons of utility. The Journal of Political Economy, Chicago, v. 63, n. 4, p. 309-321, 1955.
- MARK, H. Classifying finite subgroups of SO_3 . Chicago: VIGRE Program, University of Chicago, 2011. (Working paper).
- SAMUELSON, P. A. A note on the pure theory of consumer's behavior. Economica, [S.l.], v. 5, n. 17, p. 61-71, 1938.
- SEN, A. K. Choice, orderings and morality. In: KÖRNER, S. Practical reason. Oxford: Blackwell, 1974.
- SEN, A. K. Internal consistency of choice. Econometrica, [S.l.], v. 61, n. 3, p. 495-521, 1993.
- SEN, A. K. Maximization and the act of choice. Econometrica, [S.l.], v. 65, n. 4, p. 745-779, 1997.
- SEN, A. K. Rational fools: a critique of the behavioral foundations of economic theory. Philosophy and Public Affairs, [S.l.], v. 6, n. 4, p. 317-344, 1977.
- SMITH, A. A teoria dos sentimentos morais. São Paulo: Martins Fontes, 1999.