

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA COM RESTRIÇÕES POR CRITÉRIO DE FALHA
DE TENSÃO ADMISSÍVEL E COLAPSO ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS

por

Felipe Porcher

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2016

Felipe Porcher

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA COM RESTRIÇÕES POR CRITÉRIO DE FALHA DE TENSÃO ADMISSÍVEL E COLAPSO ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS/ Felipe Porcher. – Porto Alegre, novembro de 2016-
17 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Ignacio Iturrioz

Coorientador: MSc. Adriano Kuckoski

Trabalho de conclusão de curso – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA, novembro de 2016.

1. Otimização estrutural. 2. Critérios de falha. I. Prof. Dr. Ignacio Iturrioz. II. MSc. Adriano Kuckoski. III. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. IV. Faculdade de Engenharia Mecânica. V. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA COM RESTRIÇÕES POR CRITÉRIO DE FALHA DE TENSÃO ADMISSÍVEL E COLAPSO ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA COM RESTRIÇÕES POR CRITÉRIO DE FALHA
DE TENSÃO ADMISSÍVEL E COLAPSO ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS

por

Felipe Porcher

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignácio Iturrioz

Coorientador: MSc. Adriano Kuckoski

Comissão de avaliação:

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler

Prof. Dr. Rogério José Marczak

Porto Alegre, novembro de 2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Prof. Ignácio Iturrioz pela orientação e obstinação em seu papel como educador, sempre incentivando seus alunos e orientandos a ultrapassar seus limites.

Ao coorientador, amigo e chefe Msc. Adriano Kukoscki, cuja ajuda foi essencial para a realização deste trabalho, não apenas disponibilizando seu material pessoal como também pelos constantes incentivos. Também agradeço ao amigo Diego pelas "filosofias de bar" discutidas em suas caronas.

Também agradeço a ajuda da minha família, especialmente meu pai Roberto Porcher e minha mãe Lana Porcher, sem os quais esta conquista não seria possível. Divido com vocês este momento de felicidade, assim como com todos as amizades construídas ao longo da graduação.

Agradeço muito minha namorada Larissa pelas risadas em momentos de estresse, pela parceria que mesmo a distância sempre esteve presente e principalmente por tudo que me ensinou e continua ensinando.

PORCHER, F. **OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA COM RESTRIÇÕES POR CRITÉRIO DE FALHA DE TENSÃO ADMISSÍVEL E COLAPSO ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS**. 2016. 24. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

RESUMO

O correto dimensionamento de estruturas metálicas permite grande flexibilidade e velocidade na montagem, a qual é de importância estratégica num país de dimensões continentais como o Brasil, que possui grande potencial e deficiências na sua infraestrutura. A grande quantidade de parâmetros e verificações necessárias ao realizar o dimensionamento deste tipo de estruturas torna seu cálculo trabalhoso, ainda que com a utilização de softwares de análise e dimensionamento. Por outro lado a complexidade dos cálculos faz com que trabalhos que procurem otimizar estruturas levando em conta todas as restrições de projeto se tornem muito complexas e demoradas. Neste contexto, no presente trabalho se aplicará um algoritmo de otimização semi-heurístico baseado em Algoritmos Genéticos, procurando incorporar para uma situação simples de esforço normal as restrições impostas pela norma brasileira para o dimensionamento de perfis laminados e soldados. Paralelamente se realiza um estudo paramétrico de perfis tubulares de diferentes dimensões procurando entender como este elemento estrutural interage com as diferentes formas de colapso em função de suas dimensões. Desta forma se procura ter condições de realizar a otimização no dimensionamento de uma estrutura simples formada por tubos metálicos, tendo condições de discutir os resultados obtidos no estudo paramétrico realizado. Finalmente conclusões sobre o trabalho realizado são apresentadas.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização Estrutural. Algoritmos Genéticos. Critério de Falha.

PORCHER, F. **PARAMETRIC STRUCTURAL OPTIMIZATION WITH ALLOWABLE STRESS AND COLLAPSE RESTRICTIONS USING GENETIC ALGORITHMS**. 2016. 24. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

ABSTRACT

The correct dimensioning of metallic structures allows great flexibility and speed in the assembly, which is of strategic importance in a country with continental dimensions such as Brazil, which has great potential and deficiencies in its infrastructure. The large number of parameters and verifications necessary to carry out the dimensioning of this type of structures makes its calculation laborious, despite the use of analysis software. On the other hand the complexity of the calculations causes that projects that look for optimize structures taking into account all the design restrictions become very complex and time consuming. In this context, a semi-heuristic optimization algorithm based on Genetic Algorithms will be applied, aiming to incorporate the constraints imposed by the Brazilian standard for the dimensioning of rolled and welded profiles for a simple normal stress situation. In parallel, a parametric study of tubular profiles of different dimensions is carried out, trying to understand how this structural element interacts with the different forms of collapse as a function of its dimensions. In this way, this work tries to be able to perform the optimization in the dimensioning of a simple structure formed by metallic tubes, being able to discuss the results obtained in the parametric study. Finally conclusions about the work done are presented.

KEYWORDS: structural optimization. genetic algorithms. failure criteria.

SUMÁRIO

	Lista de ilustrações	vi
1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	1
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	1
3.1	Otimização Estrutural	1
3.1.1	Variáveis de projeto	2
3.1.2	Função objetivo	2
3.1.3	Restrições	3
3.2	Colapso de elementos unifilares metálicos	3
3.2.1	Critério de colapso pela norma [NBR8800, 2008]	3
3.2.2	Critério da Tensão admissível	5
3.3	Método dos Elementos Finitos	5
3.4	Algoritmos Genéticos	6
4	Metodologia	7
4.1	Função objetivo	7
4.2	Apresentação do método	8
5	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA ESTUDADO	8
5.1	Estudo do comportamento de coluna sob compressão	8
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	9
6.1	Análise de coluna sob compressão	9
6.2	Otimização de uma treliça utilizando o método dos algoritmos genéticos.	10
7	CONCLUSÃO	13
7.1	Sugestão para trabalhos futuros	14
	 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 15
	 APÊNDICE A – APRESENTAÇÃO DA APLICAÇÃO	 16
	 APÊNDICE B – RESULTADOS DA APLICAÇÃO	 17

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 3.1 – Estrutura utilizando elementos de barra obtidas por Michell [MICHELL, 1904]	2
Figura 3.2 – Diferentes tipos de otimização. (a) Otimização paramétrica, (b) Otimização de forma e (c) Otimização topológica. [SOUZA, 2009]	2
Figura 3.3 – Valor de χ em função do índice de esbeltes reduzido λ_0 . [NBR8800, 2008]	4
Figura 3.4 – Fluxograma típico utilizado pelo método dos algoritmos genéticos. A etapa indicada em verde foi implementada neste trabalho.	7
Figura 4.1 – Fluxograma do cálculo estrutural e avaliação da função objetivo. Adaptado de [KUCKOSKI, 2013].	8
Figura 5.1 – Propriedades escolhidas para análise da coluna com diferentes comprimentos	9
Figura 6.1 – Comparação entre as carga críticas de flambagem elástica de Euler, resultados obtidos pelo <i>ANSYS Mechanical</i> e carga de resistência axial segundo [NBR8800, 2008] em função do índice de esbeltez λ .	10
Figura 6.2 – Apresentação do problema de otimização proposto e relação das variáveis de projeto com os elementos estruturais. [ZHOU, 1995]	11
Figura 6.3 – Variação da massa, índice de esbeltez λ , área transversal da seção e tensão de colapso em função do comprimento.	12
Figura 6.4 – Evolução da esbeltez em função do comprimento para a seção ótima e seções adjacentes.	13
Figura 6.5 – Diferença entre as massas de perfis diretamente maiores que o perfil ótimo otimizado.	13

1 INTRODUÇÃO

Sabendo da reponsabilidade em garantir a segurança da vida humana, o engenheiro estrutural enfrenta um grande desafio no dimensionamento de estruturas. Este deve ponderar entre a pressão econômica pelo projeto de menor custo e a garantia de confiabilidade estrutural que reduza o risco de colapso. Frente a isso, o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis é necessário. Segundo Haftka [Haftka, 1992] a otimização está voltada para a obtenção do melhor resultado de uma determinada operação enquanto satisfaz certas restrições. Segundo [?], uma das áreas da engenharia em que a otimização tem sido intensivamente estudada desde o século XIX é a área de otimização estrutural, cujo objetivo básico é reduzir o peso da estrutura mantendo o seu desempenho (rigidez, frequência de ressonância, etc.). Porém, é importante ressaltar que a redução do peso nem sempre implica em menores custos, pois outros fatores, como custos do processo de fabricação dos perfis, juntas, mão de obra, etc, devem ser adicionados ao custo final.

Nesse contexto, algoritmos matemáticos de busca por soluções ótimas são empregados para localizar a configuração mais econômica para uma estrutura. O método de busca utilizado neste trabalho é o método dos algoritmos genéticos, baseado na seleção natural de Darwin, cujas características dos indivíduos com melhor performance são passadas através de gerações.

Além dos métodos de busca, graças à ampla utilização e acesso a computadores, métodos numéricos são ferramentas fundamentais na solução de modelos matemáticos, viabilizando a concepção de projetos virtuais que antecipam a identificação de falhas, possibilitando ações preventivas. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é sem dúvida a abordagem mais utilizada para solução de problemas estruturais, sendo sua larga utilização atribuída ao fato de poder ser aplicada em diferentes áreas, como mecânica dos sólidos, mecânica dos fluídos, eletromagnetismo, etc. Surge então a otimização estrutural, que une modelos de cálculo estrutural com algoritmos matemáticos de busca de soluções ótimas.

No caso específico de estruturas metálicas seu dimensionamento é realizado utilizando normas de cálculo como a NBR8800 aplicada em perfis laminados e soldados. Cumprir com os quesitos estabelecidos por esta norma implica em cuidar uma série de detalhes e um cuidado com grande quantidade de parâmetros que tornam o dimensionamento trabalhoso. Pretender realizar a otimização de estruturas metálicas sem conhecer como as diferentes formas de colapso são sensíveis aos parâmetros de desenho é uma estratégia que pode levar a resultados pontuais adequados, mas que não permitiriam entender como a estrutura e suas partes trabalham. Se consideramos a otimização como uma ferramenta que colabore na formação do critério do projetista o resultado obtido será muito mais efetivo. Neste contexto os objetivos deste trabalho são propostos.

2 OBJETIVOS

O trabalho tem como objetivo geral explorar a possibilidade de otimização de estruturas metálicas empregando algoritmos genéticos. Além disso, os seguintes objetivos são propostos:

- Realizar um estudo paramétrico de elementos cilíndricos metálicos submetidos a compressão visando determinar sua carga de colapso para diferentes configurações geométricas.
- Apresentar uma formulação matemática para minimizar a massa de estruturas reticuladas submetidas a restrições impostas pela NBR8800 para elementos cilíndricos sob solicitação axial.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Otimização Estrutural

Os primeiros estudos sobre problemas de otimização originaram dos trabalhos de Maxwell em 1872 e [MICHELL, 1904] propondo a redução do peso de estruturas formadas

por elementos de barra. A solução proposta foi orientar os elementos seguindo as linhas de isotensão, como ilustra a figura 3.1. Décadas se passaram sem que avanços na área fossem atingidos, pois embora surpreendentes, as estruturas geradas eram impossíveis de serem fabricadas. Aproveitando a introdução de computadores digitais e o método dos elementos finitos, Schmit [SCHMIT, 1960] combinou a programação matemática com análises estruturais, sendo seu trabalho considerado o início da era moderna da otimização.

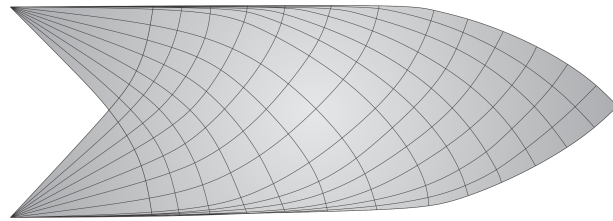


Figura 3.1 – Estrutura utilizando elementos de barra obtidas por Michell [MICHELL, 1904]

Existem atualmente basicamente três abordagens em otimização estrutural: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica [SILVA, 2003], conforme figuras 3.2.a, 3.2.b e 3.2.c, respectivamente.

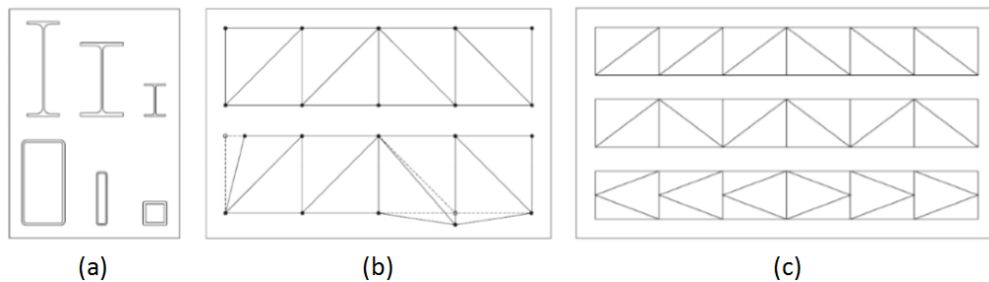


Figura 3.2 – Diferentes tipos de otimização. (a) Otimização paramétrica, (b) Otimização de forma e (c) Otimização topológica. [SOUZA, 2009]

Com a introdução de computadores com cada vez maior capacidade de processamento a busca pela solução ótima para problemas de otimização de estruturas se tornou acessível, sendo a definição das variáveis de projeto, restrições e algoritmo de busca o real desafio.

3.1.1 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são as variáveis que o projetista realmente possui controle, sendo divididas em contínuas, quando assumem qualquer valor de um determinado intervalo do domínio, ou discretas, caso em que um conjunto finito de valores é considerado. Assim, o grupo de parâmetros que descrevem o sistema é descrito pela função 3.1:

$$X = x(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1)$$

Do ponto de vista do projeto de estruturas metálicas, as variáveis de projeto podem ser, por exemplo, a quantidade, tamanho ou conectividade de estruturas metálicas, espessura de chapas ou o perfil da seção transversal do elemento estrutural.

3.1.2 Função objetivo

Para mensurar a otimização de um projeto é necessário haver uma formulação que possa ser avaliada a cada novo conjunto atualizado de variáveis de projeto. Esta formulação está relacionada com cada característica do projeto que se quer minimizar ou maximizar, sendo chamadas de funções objetivo $f(x)=[f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]$. No presente trabalho apenas uma função objetivo é formulada.

3.1.3 Restrições

As restrições impostas em um projeto envolvendo otimização podem ser classificadas em

- restrições laterais

$$x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max}, i=1, \dots, n$$

- restrições de igualdade

$$g_j(x) = 0, j=1, \dots, n$$

- restrições de desigualdade

$$h_k(x) \geq 0, k=1, \dots, n$$

Nos problemas de otimização estrutural, geralmente, as restrições de igualdade são as equações de equilíbrio e as restrições de desigualdade são os valores limites admissíveis de tensão, deslocamento, frequência natural, etc. [KUCKOSKI, 2013]

3.2 Colapso de elementos unifilares metálicos

A forma de colapso de estruturas unifilares metálicas pode ser classificada em dois grandes tipos: aquelas relacionadas a tensões trativas nas quais o colapso está associado à plastificação ou ruptura da seção devido a alguma fissura que possa nuclear a partir de algum concentrador de tensões e formas de colapso governadas por solicitações compressivas, nas quais flambagem e plastificação interagem.

Quando se trabalha com elementos unifilares é comum se referir a flambagem global da estrutura quando o elemento estrutural flamba produzindo um movimento de corpo rígido na sua seção transversal. Podem acontecer outros tipos de flambagem numa escala maior quando a estrutura formada por elementos unifilares flambam ou quando os elementos que compõem o elemento unifilar (mesa, alma ou abas) se instabilizam.

Estas formas de flambagem podem interagir entre si e com a forma de colapso associada a plastificação do perfil. Se deixamos fora da análise o colapso do sistema estrutural (instabilidade da estrutura) e consideramos só a possibilidade de colapso de seus elementos submetidos à esforços normais, a metodologia proposta pela norma permite verificar as diferentes formas de colapso destes elementos.

3.2.1 Critério de colapso pela norma [NBR8800, 2008]

Cada elemento estrutural possui um valor de estado-limite último para instabilidade a flexão, torção ou flexo-torção e flambagem local, as quais, segundo a norma NBR8800, devem ser calculadas pela equação 3.6. O roteiro para cálculo da força axial resistente de cálculo e a tensão de colapso, é apresentado a seguir.

Calcula-se primeiramente o fator de redução Q para seções tubulares circulares dado por

$$\begin{cases} Q = 1,00; & \frac{D}{t} \leq 0,11 \frac{E}{f_y} \\ Q = \frac{0,038E}{\frac{D}{t}f_y} + \frac{2}{3}; & 0,11 \frac{E}{f_y} \leq \frac{D}{t} \leq 0,45 \frac{E}{f_y} \end{cases} \quad (3.2)$$

na qual E é o módulo de elasticidade, D é o diâmetro da seção transversal, t é a espessura da parede e f_y o limite de escoamento do material.

Vemos que este fator apresentado na equação 3.2 permite levar em conta o efeito da flambagem local da estrutura analisada. O fator Q é calculado por expressões específicas da norma em função do tipo da seção transversal e da relação larguras por espessuras dos elementos que formam as parte do perfil. No caso de um cilindro, a relação diâmetro espessura será chave.

Em seguida, calcula-se a força axial de flambagem elástica,

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (3.3)$$

onde I é o momento de inércia da seção transversal, L é o comprimento e k é o coeficiente de flambagem. A equação 3.3 é idêntica a equação de flambagem elástica para colunas ideais formulada por Leonhard Euler em 1744.

Com os parâmetros calculados é possível determinar o índice de esbeltez reduzido como segue

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \quad (3.4)$$

sendo A_g a área bruta da seção transversal.

Conhecendo o índice de esbeltez reduzido, parte-se para o cálculo do fator de redução associado à resistência à compressão pela equação 3.5 ou pela curva fornecida pela norma que relaciona o parâmetro lambda reduzido λ_0 com o fator de redução χ . Na figura 3.3 se apresenta a variação do fator de redução χ em função do índice de esbeltez reduzido λ_0 .

$$\begin{cases} \lambda_0 \leq 1,5; & \chi = 0,658\lambda_0^2 \\ \lambda_0 > 1,5; & \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \end{cases} \quad (3.5)$$

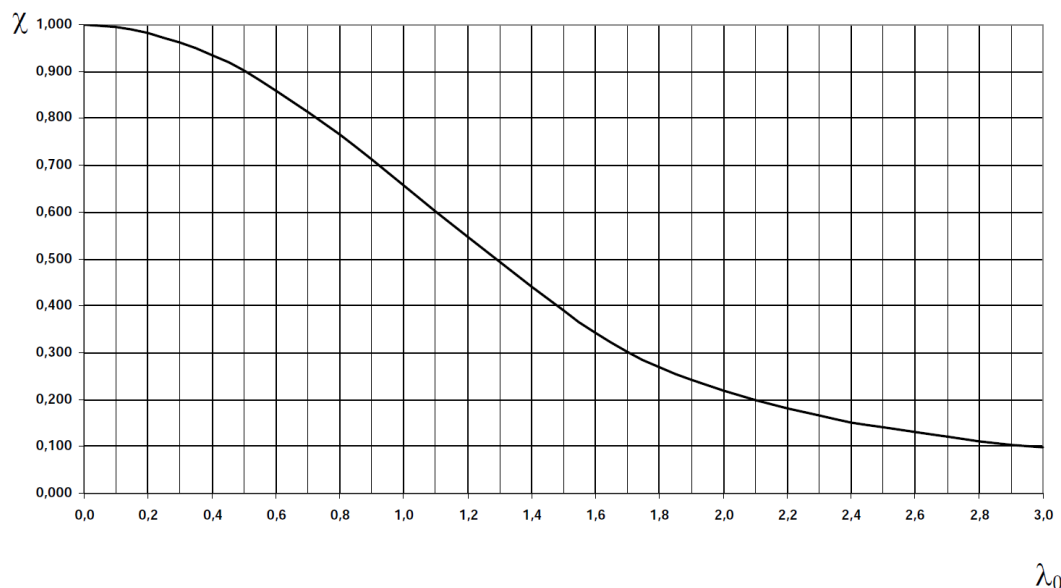


Figura 3.3 – Valor de χ em função do índice de esbeltes reduzido λ_0 . [NBR8800, 2008]

Vemos que para coeficientes λ_0 pequenos o valor de χ é próximo à unidade, prevendo no elemento estrutural um colapso por plastificação. Para valores de χ intermédios a curva

permite prever uma interação entre colapso e plasticidade, e para valores de χ elevados a forma do colapso prevista está associada à flambagem elástica da estrutura.

Tendo sido todos os valores acima calculados, a força axial resistente de cálculo é dada pela equação 3.6

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (3.6)$$

na qual γ_{a1} é o coeficiente estatístico de ponderação da resistência ou ação. Neste trabalho γ_{a1} é assumido 1,0.

Assim, a tensão de colapso para colunas sob compressão presente na norma [NBR8800, 2008] é dada por

$$\sigma_{c,nbr} = \frac{\chi Q f_y}{\gamma_{a1}} \quad (3.7)$$

Outro fator determinante no dimensionamento de elementos estruturais pela norma [NBR8800, 2008] é a limitação do índice de esbeltez, calculado pela equação 3.8,

$$\lambda = \frac{kL}{r}; \quad \lambda_{crit} = 200 \quad (3.8)$$

onde r é o raio de giração, dado por $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$.

3.2.2 Critério da Tensão admissível

No Método das Tensões Admissíveis (ASD, *Allowable Stress Design*) as tensões geradas pelas cargas de serviço majoradas (S_n) não podem ultrapassar o limite de resistência (R_d) do material utilizado. A estabilidade de estrutura global pode ser comprometida se algum elemento estrutural atingir tensões que desrespeitam a desigualdade 3.9,

$$S_n \leq R_d \quad (3.9)$$

onde S_n é a solicitação nominal de projeto e R_d a resistência de dimensionamento deduzida através do fator de segurança.

3.3 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta de simulação numérica que obtém soluções aproximadas de uma abrangente variedade de problemas de engenharia. A origem do MEF é atribuída ao trabalho do matemático Richard Courant [COURANT, 1943], que aproximou linearmente problemas de torção utilizando elementos finitos.

Atualmente o método está amplamente desenvolvido e permite resolver problemas de valores de contorno com geometrias complexas. Essencialmente o método permite transformar uma equação diferencial com condições de contorno definidas em um sistema de n equações algébricas acopladas.

Na mecânica dos sólidos se o problema estudado é elástico linear e estamos trabalhando com pequenas deformações é possível chegar, aplicando a discretização espacial proposta pelo método dos elementos finitos, na seguinte equação algébrica de n graus de liberdade, sendo n o número de graus de liberdade do sistema

$$Ku = F \quad (3.10)$$

Na expressão anterior K é a matriz de rigidez da estrutura, u o vetor dos deslocamentos nodais e F o vetor das cargas externas.

No caso de o problema possuir não linearidade geométrica (grandes deslocamentos, por exemplo) podemos escrever

$$K_{nl_1}(f)u = F \quad (3.11)$$

Neste caso a matriz de rigidez será função da carga aplicada. Uma forma simples de levar isto em conta é expandindo a matriz de rigidez não linear em séries de Taylor e ficar só com os dois primeiros termos da expansão. Nesse caso, pode-se escrever a equação 3.12.

$$(K + \alpha K_g)u = F \quad (3.12)$$

Se escrevemos o problema anterior na forma apresentada em 3.14 procuramos os valores de α que resolvem esta equação para valores de u diferentes de zero. Isto equivale a resolver um problema de autovalores e encontrar o valor de α . Este valor está associado à encontrar o fator de escala, que aplicado sobre a configuração de cargas, produziria a flambagem elástica da estrutura estudada. Este tipo de análise pode ser realizada em programas de elementos finitos comerciais.

$$(K + \alpha K_g)u = 0 \quad (3.13)$$

No caso de resolver o problema de elementos finitos considerando-o não linear físico e/ou não linear geométrico, ou seja, assumindo um material com grandes deslocamentos e o comportamento da geometria considerando a relação entre as deformações e os deslocamentos não linear, teríamos

$$(K_{nl_1}(f) + K_{nl_2}(f))u = F \quad (3.14)$$

onde a matriz K_{nl_1} e K_{nl_2} levam em conta a não linearidade geométrica e física do problema estudado, respectivamente.

Para resolver esta última equação, podem-se utilizar diversos métodos numéricos. Mais detalhes podem ver ser encontrados consultando MCGUIRE W.; GALLAGHER e ZIEMIAN [2000].

3.4 Algoritmos Genéticos

[HOLLAND, 1975] apresentou em seu livro "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*" uma abstração da evolução biológica, sendo considerado o trabalho precursor para o desenvolvimento desta classe de métodos. O método dos Algoritmos Genéticos (AG) é um método de otimização heurístico discreto que, baseado na teoria da seleção natural de Darwin, penaliza indivíduos que violam os critérios estabelecidos, passando características de bons indivíduos através de novas gerações.

O método é baseado em técnicas para minimizar ou maximizar funções, chamadas funções objetivo, que governam as variáveis de projeto, direcionando-as à solução ótima e penalizando restrições desrespeitadas. Esta penalização à soluções consideradas pelo critério de aptidão como insatisfatórias aumentam a probabilidade de seleção de indivíduos não penalizados, que direcionam à solução ótima. Na figura 3.4 é apresentado um típico fluxograma utilizado nos métodos dos algoritmos genéticos.

[FARIA, 2014] apresentou em seu trabalho a expressiva redução da massa de uma estrutura treliçada através do algoritmo meta-heurístico implementado com restrições pelas normas NBR8800, NBR6123, NBR8449 e NBR8681. Além disso, [GUERRA, 2008] realizou a otimização de treliças por algoritmos genéticos utilizando variáveis de projeto contínuas e discretas. Neste trabalho apenas a norma NBR8800 para elementos estruturais sob compressão e variáveis de projeto discretas serão analisadas.

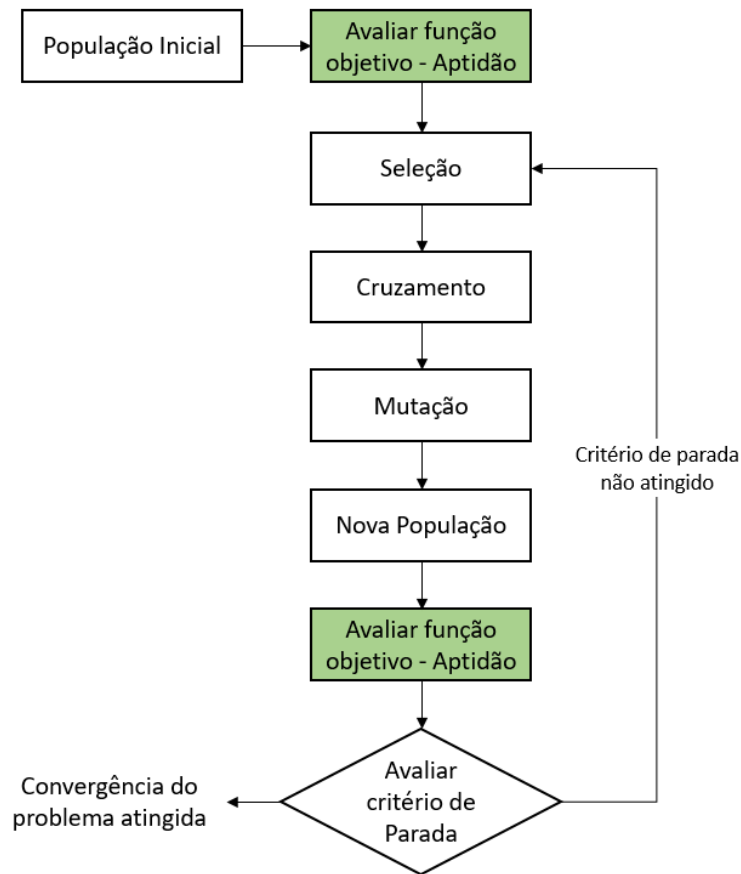


Figura 3.4 – Fluxograma t pico utilizado pelo método dos algoritmos genéticos. A etapa indicada em verde foi implementada neste trabalho.

4 METODOLOGIA

4.1 Função objetivo

A função objetivo utilizada neste trabalho foi adaptada de [KUCKOSKI, 2013]. Tr s restrições foram formuladas como segue,

$$f_{obj}(x) = f(x) + C \sum_{i=1}^{nelem} (\delta_{1,i} + \delta_{2,i} + \delta_{3,i}) \quad (4.1)$$

onde C é o coeficiente de penalização, $f(x)$ é a massa da estrutura dada por $f(x) = \sum_{i=1}^{nelem} \rho_i A_i L_i$, na qual $nelem$ é o número de elementos da estrutura e $\delta_{1,i}$, $\delta_{2,i}$ e $\delta_{3,i}$ são as constantes proporcionais   violação das restrições de tensão, colapso por compressão e  ndice de esbeltez, respectivamente, definidas abaixo:

$$\delta_{1,i} = \left[\left(\frac{\sigma_{eqv,i}}{\sigma_{adm,i}} \right)^{p_1} - 1 \right]^+ \quad (4.2)$$

$$\delta_{2,i} = \left[\left(\frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{admC,i}} \right)^{p_2} - 1 \right]^+ \quad (4.3)$$

$$\delta_{3,i} = \left[\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_{adm}} \right)^{p_3} - 1 \right]^+ \quad (4.4)$$

onde $\sigma_{equiv,i}$ é a tensão equivalente na barra i , $\sigma_{adm,i}$ é a tensão admissível da barra i , $\sigma_{a,i}$ é a tensão axial na barra i , $\sigma_{admC,i}$ é a tensão admissível de colapso calculada para a barra i , λ_i é o índice de esbeltez da barra i , λ_{adm} é o índice de esbeltez admissível para a barra i e p_1 , p_2 e p_3 são as constantes de penalização. O símbolo positivo nas equações 4.2, 4.3 e 4.4 indicam que apenas os valores positivos resultantes da operação serão considerados.

As constantes de penalização p_1 , p_2 e p_3 visam aumentar o valor da função de violação da restrição. As constantes p_1 e p_2 são determinadas com base na literatura. Os valores utilizados nesse trabalho são os valores que melhor favoreceram a convergência dos problemas abordados por [SOUZA, 2009], ou seja, $p_1 = 2,0$ e $p_2 = 4,0$. O valor $p_3 = 4$ é assumido neste trabalho.

4.2 Apresentação do método

O algoritmo computacional foi implementado na dissertação de mestrado de [KUC-KOSKI, 2013] e utilizado neste trabalho com sua autorização. Este algoritmo foi utilizado para cálculo estrutural, fornecendo os resultados de tensão necessários para serem avaliados pela função objetivo. O algoritmo é implementado em linguagem C++ e sua forma esquemática é apresentada na figura 4.1. O algoritmo genético utilizado faz parte da biblioteca GALIB [WALL, 1996] e segue o fluxograma apresentado na figura 3.4.

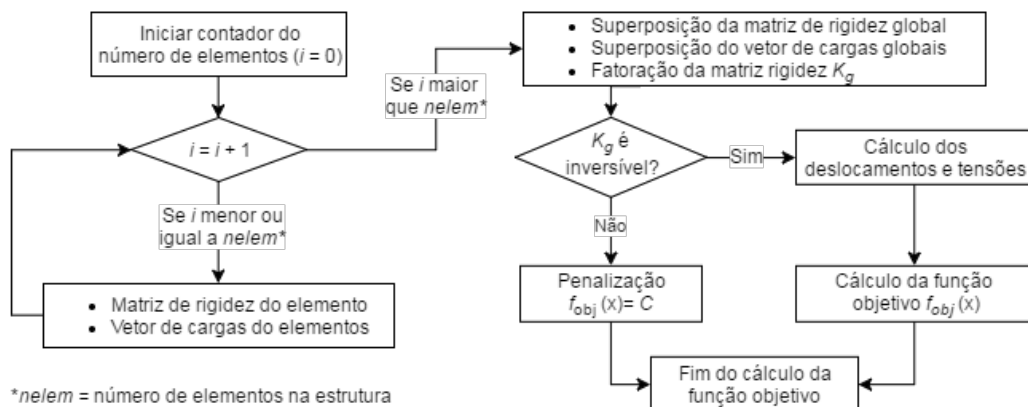


Figura 4.1 – Fluxograma do cálculo estrutural e avaliação da função objetivo. Adaptado de [KUCKOSKI, 2013].

Para auxiliar no estudo de colunas sob compressão análises de flambagem elástica (*buckling*) foram realizadas para diferentes geometrias utilizando o *software ANSYS Mechanical APDL* como ferramenta de cálculo e para visualização dos resultados.

5 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA ESTUDADO

5.1 Estudo do comportamento de coluna sob compressão

A determinação da carga de colapso real de uma estrutura composta por colunas não é trivial. Defeitos na sua fabricação e não linearidades do material reduzem expressivamente sua resistência quando comparada com a abordagem de colunas ideais encontrada nos livros. Especialmente para o caso de considerar não linearidades geométricas utilizando *softwares* de engenharia, a atualização constante da matriz de rigidez de toda a estrutura se faz necessária tornando-se custoso computacionalmente. Não obstante, a idealização do comportamento elástico geométrico, apesar de mais rápida, traz resultados não conservadores.

Para tanto, o comportamento da coluna mostrada na figura 5.1 sob diferentes comprimentos foi analisado. Para este estudo o critério de flambagem elástica e o critério de colapso pela norma [NBR8800, 2008] são analisados.

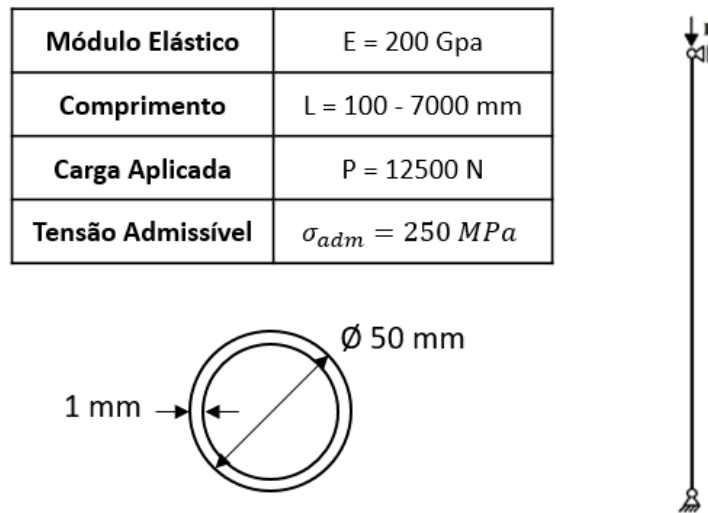


Figura 5.1 – Propriedades escolhidas para análise da coluna com diferentes comprimentos

O comprimento da coluna varia de 100 mm até 7000 mm , a seção transversal é tubular circular com diâmetro externo 50 mm e espessura 1 mm . Assume-se módulo de elasticidade 200 GPa , tensão admissível 250 MPa e carga aplicada P sendo 12500 N . O valor do diâmetro e da parede do tubo foram calculados para haver falha por flambagem local.

O modelo matemático para cálculo da flambagem elástica foi simulado utilizando o *software ANSYS Mechanical*. Simplificações são adotadas nas condições de contorno nas extremidades da coluna, sendo adotado $k = 1$. Utiliza-se o elemento de casca *SHELL181* baseado na teoria de cascas finas de Kirchhoff.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Análise de coluna sob compressão

A figura 6.1 apresenta as tensões críticas e de colapso dos critérios estudados, imagens do modo de flambagem e o comportamento dos resultados obtidos para os diferentes comprimentos. É possível observar que as curvas de Euler e a obtida através do *software ANSYS Mechanical* são bastante diferentes para $\lambda < 20$. Isto ocorre devido ao *software* ser capaz de capturar efeitos da flambagem local, sendo que a equação de Euler não os considera. As curvas são muito próximas para valores de índice de esbeltez maiores que 20, estando de acordo com o esperado.

As curvas de euler e a obtida pelo *ANSYS Mechanical* ultrapassam o limite de escoamento do material para $\lambda < 120$. Deve-se atentar para o fato de que valores acima do limite de escoamento não possuem mais sentido, mas são propositalmente mostrados neste trabalho para alertar para o problema da utilização de resultados obtidos por *softwares* de engenharia sem antes analisar sua validade.

Já na comparação com a curva obtida utilizando o método disposto pela [NBR8800, 2008], ratifica-se o que foi exposto na seção 3.2.1, pois a norma considera as imperfeições na fabricação da coluna, perda de rigidez devido à flambagem local e fatores de segurança de projeto, portanto, nunca será superior à curva da coluna ideal de Euler.

Nota-se também na figura 6.1 como para colunas de baixo comprimento, a flambagem elástica deixa de ser global para se converter em local, sendo a configuração da flambagem do cilindro semelhante à de uma casca. Não foi considerado neste resultado quanto modifica a

solução considerar o cálculo do fator Q que leva em conta a influência da flambagem local da estrutura.

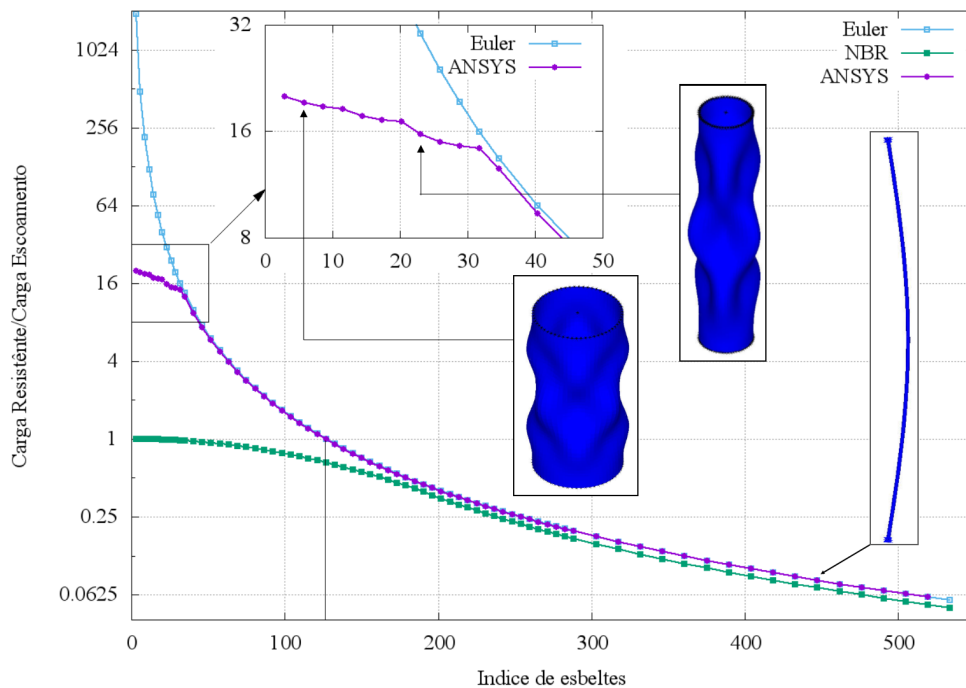


Figura 6.1 – Comparação entre as carga críticas de flambagem elástica de Euler, resultados obtidos pelo *ANSYS Mechanical* e carga de resistência axial segundo [NBR8800, 2008] em função do índice de esbeltez λ .

6.2 Otimização de uma treliça utilizando o método dos algoritmos genéticos.

A estrutura a ser otimizada é apresentada na figura 6.2.b, chamada topologia II. A justificativa pela seleção desta estrutura bem como a dedução dos comprimentos e as forças internas de seus elementos pode ser encontrada no APÊNDICE A.

É realizada a otimização da topologia II da figura 6.2.b para diferentes comprimentos pelo método descrito na seção 4.2, cujos resultados são comparados com a otimização do elemento único da estrutura da figura 6.3.a, chamada topologia I.

A população inicial de 200 indivíduos é gerada aleatoriamente e os parâmetros utilizados para o algoritmo genético são taxa de mutação de 5%, taxa de cruzamento 30% e coeficiente de penalização das restrições igual a 100 vezes a massa total. Estes mesmos parâmetros foram utilizados no trabalho de [KUCKOSKI, 2013].

Deseja-se minimizar a massa das estruturas conforme função objetivo definida na seção 4.1. Ambas as estruturas têm seu comprimento total variado entre 1000 *mm* e 15000 *mm*, totalizando 30 otimizações. O domínio discreto é obtido de uma lista de perfis comerciais disponíveis para consulta na tabela 6.1 onde as posições (ID) dos perfis na tabela são os valores atribuídos às variáveis de projeto, sendo utilizadas para buscar informações sobre as propriedades geométricas de cada perfis. Aproveitando a simetria do problema, reduz-se significativamente a relação do número de variáveis de projeto por elementos estruturais. Para este estudo o critério de tensão admissível e o critério de colapso de elementos unifilares dado pela norma NBR8800 são ativados.

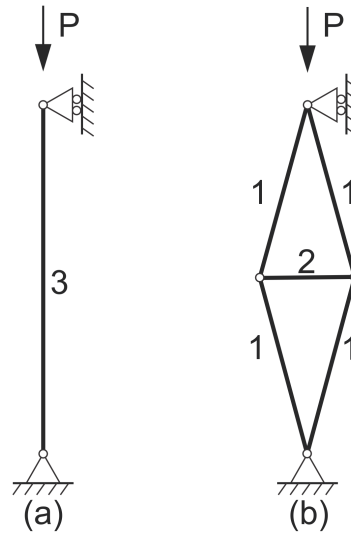


Figura 6.2 – Apresentação do problema de otimização proposto e relação das variáveis de projeto com os elementos estruturais. [ZHOU, 1995]

Tabela 6.1 – Tabela de perfis comerciais tubulares utilizada no presente trabalho.

ID	D	t	ID	D	t	ID	D	t
1	13.72	2.24	26	48.26	10.16	51	168.3	6.35
2	13.72	3.02	27	60.32	3.91	52	168.3	7.11
3	13.72	3.3	28	60.32	5.54	53	168.3	10.97
4	17.15	2.31	29	60.32	8.74	54	168.3	14.27
5	17.15	3.2	30	60.32	11.07	55	168.3	18.26
6	17.15	4.75	31	73.03	5.16	56	168.3	21.95
7	21.34	2.77	32	73.03	7.01	57	219.07	6.35
8	21.34	3.59	33	73.03	9.52	58	219.07	7.04
9	21.34	4.78	34	73.03	14.02	59	219.07	8.18
10	21.34	7.47	35	88.9	5.49	60	219.07	10.31
11	26.67	2.87	36	88.9	7.62	61	219.07	12.7
12	26.67	3.91	37	88.9	11.13	62	219.07	15.09
13	26.67	5.56	38	88.9	15.24	63	219.07	18.26
14	26.67	7.82	39	101.6	5.74	64	219.07	20.62
15	33.4	3.38	40	101.6	8.08	65	219.07	22.22
16	33.4	4.55	41	114.3	6.02	66	219.07	23.01
17	33.4	6.36	42	114.3	8.56	67	273.05	6.35
18	33.4	9.09	43	114.3	11.13	68	273.05	7.8
19	42.16	3.56	44	114.3	13.49	69	273.05	9.27
20	42.16	4.85	45	114.3	17.12	70	273.05	12.7
21	42.16	6.35	46	141.3	6.55	71	273.05	15.09
22	42.16	9.7	47	141.3	9.52	72	273.05	18.26
23	48.26	3.68	48	141.3	12.7	73	273.05	21.44
24	48.26	5.08	49	141.3	15.88	74	273.05	25.4
25	48.26	7.14	50	141.3	19.05	75	273.05	28.57

Nota-se na figura 6.3 que a área do perfil ótimo da topologia I cresce a uma taxa maior do que o perfil ótimo da topologia II. Isto está de acordo com o esperado uma vez que o comprimento de flambagem da topologia I é maior do que o comprimento de flambagem da topologia II. A A_2 se mantém constante, pois como a carga aplicada não varia e este elemento está sendo tracionado, o perfil ótimo independe do comprimento.

Também na figura 6.3 se observa que o mesmo perfil é utilizado nos comprimentos 11000 mm, 12000 mm e 13000 mm. Na indústria a demanda por perfis reduz conforme suas dimensões

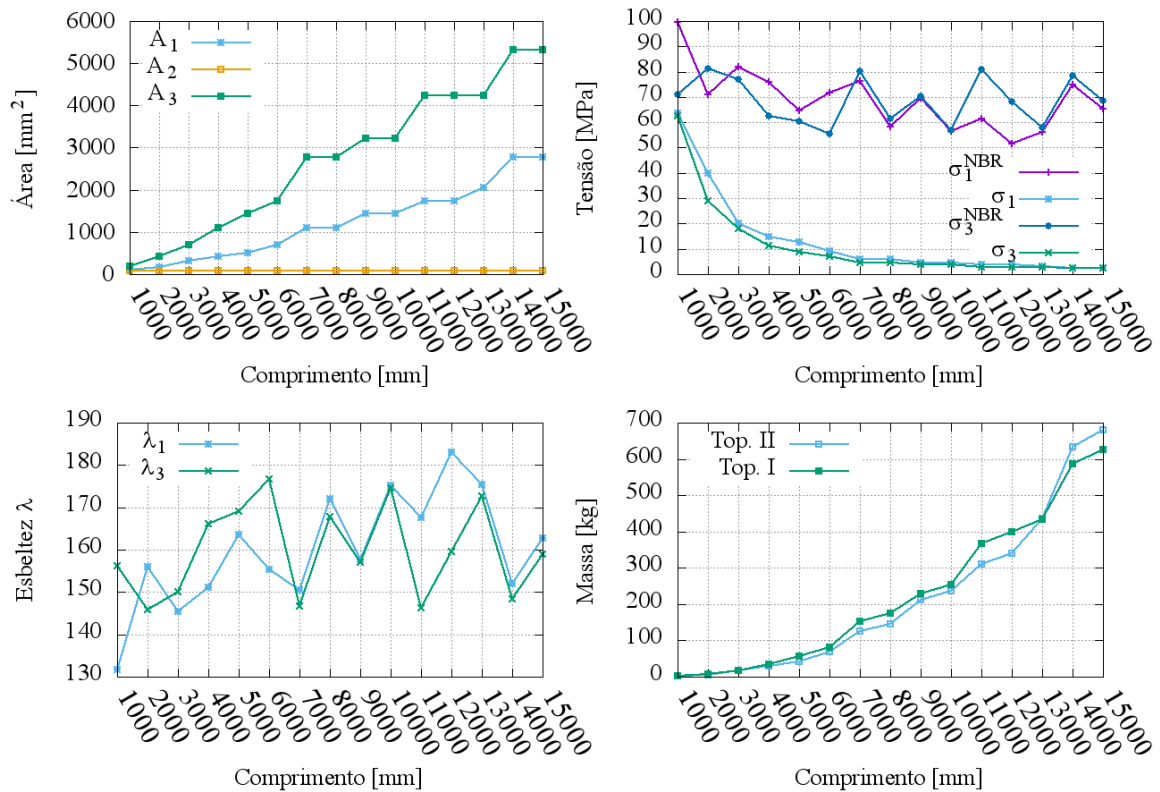


Figura 6.3 – Variação da massa, índice de esbeltez λ , área transversal da seção e tensão de colapso em função do comprimento.

umentam, portanto, fabricantes reduzem também a variedade dos perfis. Isso justifica a menor quantidade de opções de perfis de grandes dimensões disponíveis na otimização.

Pode-se observar da figura 6.3 que, apesar de haver uma redução da massa até $L = 12000 \text{ mm}$, reduzindo em 17,5% a massa em comparação com a topologia I nesse comprimento, não é possível afirmar que a topologia II é mais leve que a topologia I para todos os comprimentos otimizados. Este resultado não está de acordo com o que foi obtido por Zhou. A razão para isso é que neste trabalho a área é considerada como uma variável discreta, sendo a área ótima para cada elemento diferente da área do perfil ótimo encontrado pela otimização. Assim, ao tentar reduzir a massa o algoritmo escolheria um perfil menor que violaria algum critério, resultando em uma função objetivo maior.

Os valores da tensão axial nos elementos correspondentes às variáveis de projeto x_1 e x_3 , σ_1 e σ_3 , respectivamente, são muito inferiores aos valores de tensão de colapso σ_1^{NBR} e σ_3^{NBR} calculados. É possível explicar esta diferença pelo gráfico da evolução do índice de esbeltez pelo comprimento (figura 6.3). Os valores de esbeltez estão muito próximos do valor limite $\lambda = 200$, indicando que o perfil escolhido não pôde ser menor para não ultrapassá-lo. Isto é comprovado pela figura 6.4, onde um perfil diretamente menor do que o perfil ótimo obtido pela otimização é ilustrado. Com exceção de $L = 1000 \text{ mm}$, todas estruturas otimizadas falharam pelo critério de esbeltez da norma [NBR8800, 2008].

Para avaliar os resultados obtidos pelo método, dois perfis diretamente maiores do que o perfil ótimo encontrado são ilustrados na figura 6.5. Além disso, devido à pequena quantidade de variáveis de projeto do problema, um algoritmo que testa todas as combinações possíveis dos perfis foi implementado em linguagem VBA utilizando o software EXCEL. Observa-se que o método foi capaz de identificar o perfil dentro do domínio do problema que reduz a massa total da estrutura sem violar os critérios de falha impostos. A lista dos perfis ótimos para cada comprimento pode ser consultada no APÊNDICE B.

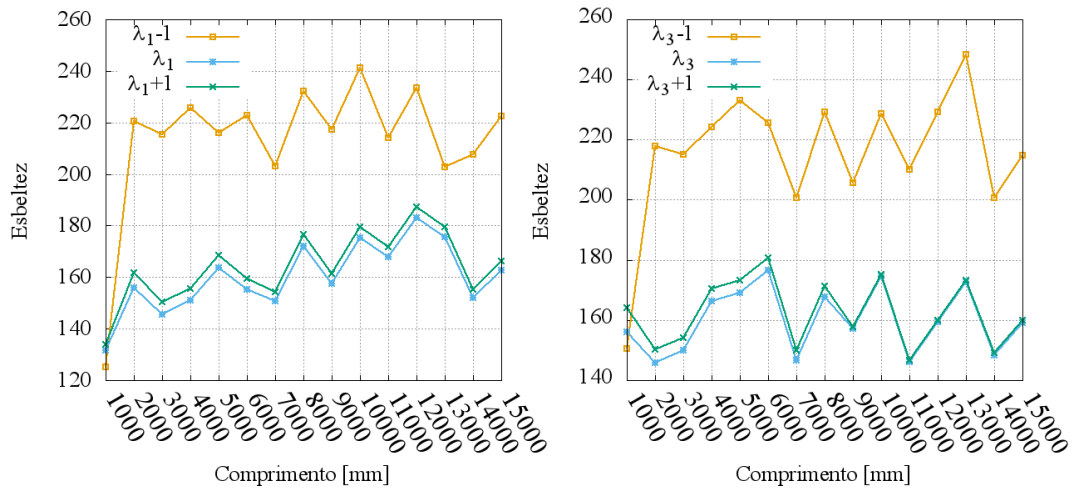


Figura 6.4 – Evolução da esbeltez em função do comprimento para a seção ótima e seções adjacentes.

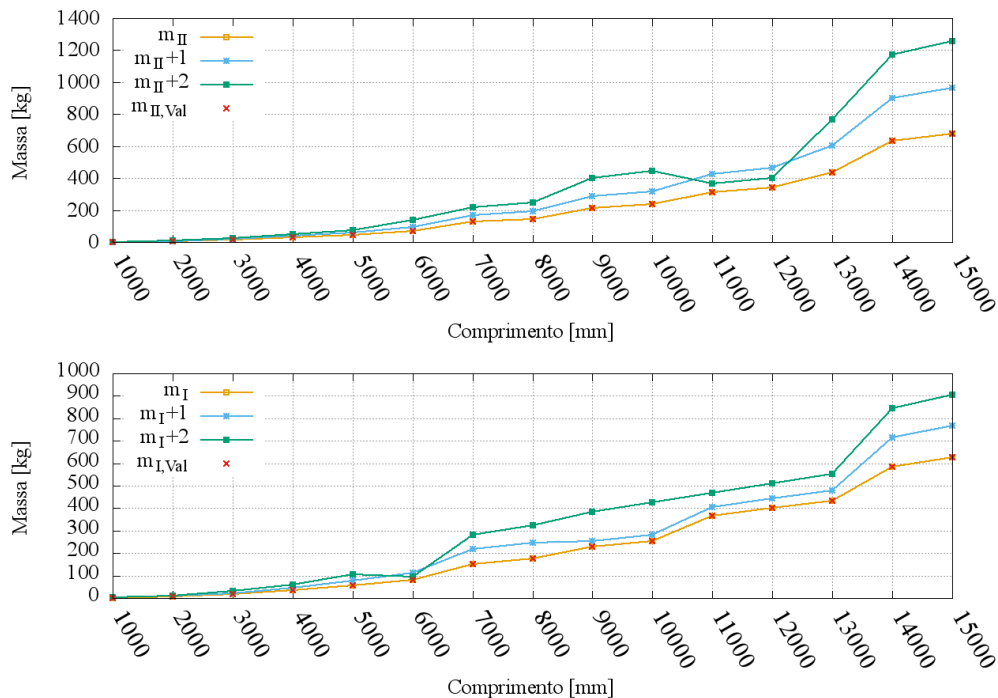


Figura 6.5 – Diferença entre as massas de perfis diretamente maiores que o perfil ótimo otimizado.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado um estudo paramétrico de um elemento estrutural submetido à compressão axial utilizando a norma de dimensionamento brasileira NBR8800. Também foi realizado um exercício de otimização de uma treliça através da formulação de uma função objetivo considerando os critérios da mesma norma.

Os resultados obtidos no estudo paramétrico foram coerentes e permitiram observar como as diferentes formas de colapso interagem neste tipo de estrutura, sendo possível compreender os diferentes critérios utilizados no dimensionamento de estruturas em projetos de engenharia. Como exemplo, observa-se que apesar de fornecer resultados aproximados de forma rápida, o critério de flambagem elástica de Euler fornece resultados que ultrapassam

o limite de escoamento para pequenos índices de esbeltez, sendo necessário estar atento à validade dos resultados obtidos.

Também foi possível concluir que a norma [NBR8800, 2008] fornece resultados conservadores para o dimensionamento de colunas sob carregamento compressivo. Em particular, os valores fornecidos como cargas de colapso obtidos pela [NBR8800, 2008] estavam dentro dos valores esperados, similares à tensão de escoamento para pequenos índices de esbeltez e próximos à carga de colapso elástica quando o índice de esbeltez tinha valores altos.

A metodologia utilizada obteve resultados coerentes na otimização realizada mesmo não tendo sido possível reduzir a massa da estrutura proposta por [ZHOU, 1995] para todos os comprimentos avaliados. Deve-se notar, porém, que não há previsão de redistribuição de esforços, uma vez que apenas análises elásticas foram realizadas. Além disso, foi observado que apesar de costumeiramente se descrever uma estrutura apenas em termos de sua tensão, o critério de falha das estruturas estudadas não foi a tensão de colapso, mas sim o critério de esbeltez. Isso chama atenção para a correta leitura das normas técnicas.

7.1 Sugestão para trabalhos futuros

A metodologia de otimização utilizada neste trabalho pode ser aplicada à outras estruturas também sendo recomendado estender a implementação para considerar outros tipos de colapso.

No estudo paramétrico se sugere adicionar um estudo com um modelo de elementos finitos não linear físico e geométrico, comparando-o ao ensaio de uma coluna de mesmas dimensões.

Espera-se também que em trabalhos futuros um estudo de viabilidade econômica seja realizado dando continuidade a avaliação de estruturas com topologias não convencionais em casos reais de engenharia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COURANT, R. **Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations**. Bull. Amer. Math. Soc., v.49, n.1, p.231–236, 1943.
- FARIA, L. S. **Metaheurística da evolução diferencial para a otimização estrutural no projeto de torres de linhas de transmissão de energia elétrica**. Porto Alegre, RS, 2014.
- GUERRA, C. **Otimização paramétrica de estruturas treliçadas por algoritmos genéticos**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2008.
- HAFTKA, R. T., GÜRDAL, Z. (Ed.). **Elements of structural optimization**. 3ª edição.ed. [S.l.]: Springer Netherlands, 1992. (Mechanics of structural systems).
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. Ann Arbor, MI, USA: University of Michigan Press, 1975.
- KUCKOSKI, A. **Otimização de estruturas unifilares por programação inteira com restrições de falha**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2013.
- MCGUIRE W.; GALLAGHER, R. H., ZIEMIAN, R. D. **Matrix Structural Analysis**. 2ª.ed. [S.l.]: Faculty Books. Book 7, 2000.
- MICHELL, A. **LVIII. The limits of economy of material in frame-structures**. Philosophical Magazine Series 6, v.8, n.47, p.589–597, 1904.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NBR8800. **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. 2. ed.ed. Rio de Janeiro, BR: [s.n.], 2008. 237pp.
- SCHMIT, L. A. **Structural Design by Systematic Synthesis**. Preceedings 2nd ASCE Conference on Eletronic Computation, p.105–132, 1960.
- SILVA, E. C. N. **Otimização aplicada ao projeto de sistemas mecânicos**. Escola Politécnica da USP, 2003.
- SOUZA, R. P. **Otimização de treliças com restrições de falha combinando técnicas de programação de algoritmos contínuos e discretos**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2009.
- WALL, M. **GAlib, A C++ Library of Genetic Algorithm Components**. 1996.
- ZHOU, M. **Difficulties in truss topology optimization with stress and local buckling constraints**. Structural Optimization 11, p.134–136, 1995.

APÊNDICE A – APRESENTAÇÃO DA APLICAÇÃO

Zhou [ZHOU, 1995] apresentou em seu trabalho uma otimização topológica tendo como resultado duas novas topologias, figura 6.2.b, chamada topologia I, e figura 6.2.c, chamada topologia II, respectivamente. A topologia com menor massa independente do comprimento total da estrutura foi a topologia II. Este resultado, a princípio contra intuitivo, chama a atenção para a ideia de que estruturas convencionais possam não estar otimizadas para sua aplicação, sendo possível que a topologia II obtenha melhores resultados que a convencional topologia I também em projetos reais de engenharia. A seguir, a dedução dos comprimentos e as forças internas dos elementos da topologia II são apresentados.

O comprimento do elemento 1 equivale

$$L_1 = \frac{L}{2 \cos 15} = \frac{L}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \frac{L}{1.932} \quad (\text{A .1})$$

ou seja, o comprimento do elemento 1 da topologia II é 1.932 vezes menores do que o comprimento da topologia I. O comprimento do elemento 2 é dado por

$$L_2 = 2 \frac{L}{2} \tan 15 = \frac{L}{2 + \sqrt{3}} \quad (\text{A .2})$$

A força interna no elemento 1 é igual a

$$N_1 = \frac{P}{2 \cos 15} = \frac{P}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \quad (\text{A .3})$$

A força interna no elemento 2 é, por fim, dada por

$$P_2 = 2N_1 \tan 15 = 2 \frac{P}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} = \frac{P}{2 + \sqrt{3}} \quad (\text{A .4})$$

Sabendo-se que a carga aplicada será constante para todos os comprimentos, obtêm-se os valores para as forças internas

$$\begin{cases} P_1 = -6470,5N \\ P_2 = 3349,4N \\ P_3 = -12500N \end{cases} \quad (\text{A .5})$$

sendo as forças P_1 e P_3 compressivas e P_2 trativa.

APÊNDICE B – RESULTADOS DA APLICAÇÃO

Na tabela B.1 as propriedades geométricas dos perfis ótimos para cada otimização em função do comprimento são apresentados.

Tabela B.1 – Diâmetro e espessura da parede dos perfis tubulares circulares ótimos por comprimento. Dados em milímetros.

Comprimento	D_1	t_1	D_2	t_2	D_3	t_3
1000	17.15	2.31	13.72	2.24	21.34	7.47
2000	21.34	4.78	13.72	2.24	42.16	6.35
3000	33.4	6.36	13.72	2.24	60.32	8.74
4000	42.16	6.35	13.72	2.24	73.03	9.52
5000	48.26	7.14	13.72	2.24	88.9	11.13
6000	60.32	8.74	13.72	2.24	114.3	6.02
7000	73.03	9.52	13.72	2.24	141.3	12.7
8000	73.03	9.52	13.72	2.24	141.3	12.7
9000	88.9	11.13	13.72	2.24	168.3	10.97
10000	88.9	11.13	13.72	2.24	168.3	10.97
11000	114.3	6.02	13.72	2.24	219.07	8.18
12000	114.3	6.02	13.72	2.24	219.07	8.18
13000	114.3	11.13	13.72	2.24	219.07	8.18
14000	141.3	12.7	13.72	2.24	273.05	9.27
15000	141.3	12.7	13.72	2.24	273.05	9.27