

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE CAVIDADES E CAMINHOS DE ALTA  
CONDUTIVIDADE EMPREGANDO DESIGN CONSTRUTAL E ALGORITMOS  
GENÉTICOS

por

Emanuel da Silva Diaz Estrada

Tese para obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, dezembro de 2016

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE CAVIDADES, ALETAS E CAMINHOS DE ALTA  
CONDUTIVIDADE EMPREGANDO DESIGN CONSTRUTAL E ALGORITMOS  
GENÉTICOS

por

Emanuel da Silva Diaz Estrada  
Mestre em Modelagem Computacional

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovado por:

Prof. Dr. Antônio José da Silva Neto, Instituto Politécnico/UERJ

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, Escola de Engenharia/FURG

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 16 de dezembro de 2016

## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa, Caroline, pelo carinho, companheirismo e paciência durante o período deste trabalho.

Ao meu orientador, Luiz Alberto Oliveira Rocha pela confiança e oportunidade de desenvolver este trabalho. Agradeço também pelos ensinamentos técnicos e para a vida.

À a minha mãe, Cléia, e meu irmão, Rafael, por acreditarem e apoiarem minhas decisões. Agradeço também aos meus sogros, Vera e Odilon, pelo suporte nesta etapa.

Aos colegas no período de PROMEC, em especial, ao Eduardo, Ruth, Yuri, Luciano, Roberta, Andres e outros, pela parceria nos estudos.

Aos colegas da FURG, em especial ao Liércio por estar diretamente envolvido nesta trajetória.

Aos membros da banca, professores Antônio José da Silva Neto, Elizaldo Domingues dos Santos e Paulo Smith Schneider.

À equipe do PROMEC por todo suporte e profissionalismo.

À CAPES pelo auxílio financeiro que proporcionou o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

No presente trabalho propõe-se empregar algoritmos genéticos em associação com o design construtal para a otimização de geometrias em problemas de transferência de calor. O objetivo principal de todos os estudos deste trabalho é minimizar a máxima temperatura que ocorre no domínio computacional. Investigou-se, inicialmente, uma cavidade isotérmica em forma de Y inserida em um sólido retangular com geração de calor uniforme a uma taxa volumétrica constante, onde foi feita uma comparação e validação do algoritmo genético frente à busca exaustiva para poucos graus de liberdade. Após, foi feita uma otimização usando somente algoritmos genéticos considerando todos os quatro graus de liberdade do problema e diferentes valores para suas restrições geométricas. O estudo seguinte foi feito considerando a mesma geometria anteriormente discutida, porém considerou-se as paredes da cavidade Y com uma condição de contorno convectiva. Da mesma forma anterior, foi feita uma validação do algoritmo genético frente à busca exaustiva e na sequência uma otimização de todos os quatro graus de liberdade e diferentes valores do parâmetro convectivo  $a$ , empregando somente algoritmos genéticos. No terceiro caso, estudou-se um caminho assimétrico em forma de V de um material de alta condutividade. A geometria tem sua base recebendo um fluxo de calor constante e o remove através das extremidades de dois braços ligados a um sumidouro de calor. Otimizou-se a forma pelo método exaustivo considerando quatro graus de liberdade e uma restrição constante. Após, usou-se algoritmos genéticos para otimizar a geometria considerando os mesmos graus de liberdade e diferentes valores para a restrição de ocupação do material condutivo. Similarmente ao caso da cavidade convectiva em forma de Y, por fim, estudou-se a otimização geométrica de um corpo cilíndrico onde cavidades convectivas retangulares com dois pares de braços são inseridas. Realizaram-se otimizações de até sete graus de liberdade e também se estudou a influência de um parâmetro convectivo e das frações de ocupação das áreas do corpo e braços da cavidade. Deste estudo, concluiu-se que quanto maior o número de cavidades, menores são as máximas temperaturas que ocorrem no domínio. Destaca-se, também, a dependência do parâmetro convectivo, que influenciou na forma da melhor geometria encontrada. Para todos os estudos feitos, os resultados mostraram que a busca por meio de algoritmos genéticos levou a uma redução significativa do número de simulações necessárias para obter a geometria ótima com resultados concordantes aos obtidos com busca exaustiva. Além disso, foi possível estender o estudo para problemas com mais graus de

liberdade, restrições e propriedades térmicas. Conclui-se que o melhor design é altamente dependente dos graus de liberdade e restrições, este sendo alcançado de acordo com o princípio construtal da ótima distribuição das imperfeições.

Palavras-chave: Algoritmos Genéticos; Busca Exaustiva; Design Construtal; Otimização, Transferência de Calor.

## ABSTRACT

In this work, we propose employing genetic algorithms in association with constructal design for geometry optimization in heat transfer problems. The main objective of all studies is to minimize the maximum temperature that occurs in the computational domain. It was investigated initially an isothermal Y-shaped cavity intruded into a rectangular solid conducting wall with heat generation uniformly at a volumetric rate, where a comparison and validation of genetic algorithm against exhaustive search for few degrees of freedom was made. Then, an optimization is performed by means of genetic algorithms considering all four degrees of freedom of the problem and different values for geometric constraints. The following study has been done considering the same geometry as previously discussed, but it is considered the walls of the Y-cavity with a convective boundary condition. Thus, a dimensionless heat transfer parameter to study ( $a$ ) was added. Similarly, foregoing study, a genetic algorithm validation was performed comparing to the exhaustive search. After, all four degrees of freedom and different values of  $a$  parameter only using genetic algorithms were optimized. In the next investigation, an asymmetric V-shaped pathway of high conductivity material was studied. This geometry receives a constant heat transfer rate in its base and removes it by the end of the two branches that are in touch with the heat sink. The shape was optimized by exhaustive approach considering four degree of freedom and a constraint. After, we used genetic algorithms to optimize the geometry considering the same degrees of freedom and different values for the restriction. Finally, similar to the case of the Y-shaped convective cavity, rectangular convective cavities with two pairs of arms inserted into a cylindrical solid body were optimized. Optimizations of up to seven degrees of freedom were performed and the influence of the convective parameter and of the area fractions of the body and arms of the cavity, were also investigated. From this study, it was concluded that the higher the number of cavities, the lower the maximum temperatures occurring in the domain. Also, the dependence of the convective parameter, influenced in the form of the best geometry, is highlighted. For all studies carried out, the results showed that the search using genetic algorithms led to a significant reduction of the number of simulations required to obtain the optimal geometry. Moreover, it was possible to extend the study where it was considered other degrees of freedom, constraints and thermal properties. We concluded that the best design is highly dependent of degrees of freedom and

constraints, and this has been achieved according to the constructal principle of optimal distribution of imperfections.

Keywords: Constructal Design; Exhaustive Search; Genetic Algorithms; Heat Transfer; Optimization.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação.....	1
1.2	Estado da Arte .....	3
1.2.1	Design Construtal Aplicado a Aletas, Cavidades e Caminhos de Alta Condutividade ..	3
1.2.2	Transferência de Calor Empregando Algoritmos Genéticos .....	4
1.3	Objetivos .....	5
1.3.1	Objetivos Específicos .....	5
1.4	Organização do Trabalho .....	6
<b>2</b>	<b>DESIGN CONSTRUTAL APLICADO À OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS TÉRMICOS .....</b>	<b>7</b>
2.1	A Lei Construtal e Aplicações .....	7
2.2	Design Construtal Aplicado a Sistemas de Resfriamento empregando Aletas, Cavidades e Caminhos de Alta Condutividade.....	8
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO.....</b>	<b>23</b>
3.1	Busca Exaustiva .....	23
3.2	Algoritmos Genéticos.....	24
3.2.1	Definição da função objetivo e variáveis.....	27
3.2.2	Codificação e decodificação de variáveis .....	28
3.2.3	Inicialização .....	30
3.2.4	Seleção.....	31
3.2.5	Reprodução.....	34
3.2.6	Mutação .....	36
3.2.7	Elitismo.....	37
3.2.8	Critério de Parada .....	38



<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>39</b>
4.1	Cavidade Isotérmica em Forma de Y .....	39
4.1.1	Domínio Matemático .....	39
4.1.2	Restrições e Adimensionalizações.....	39
4.1.4	Graus de Liberdade .....	42
4.2	Cavidade Convectiva em Forma de Y.....	46
4.2.1	Domínio Matemático .....	46
4.2.2	Restrições e Adimensionalizações.....	46
4.2.4	Graus de Liberdade .....	47
4.3	Caminho Condutivo Assimétrico em Forma de V .....	50
4.3.1	Domínio Matemático .....	50
4.3.2	Restrições e Adimensionalizações.....	51
4.3.4	Graus de Liberdade .....	53
4.4	Cavidade Convectiva Retangular com Dois Pares de Braços .....	54
4.4.1	Domínio Matemático .....	54
4.4.2	Restrições e Adimensionalizações.....	54
4.4.4	Graus de Liberdade .....	56
4.5	Algoritmo de Otimização .....	58
<b>5</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>62</b>
5.1	Cavidade Isotérmica em Forma de Y .....	62
5.2	Cavidade Convectiva em Forma de Y.....	74
5.3	Caminho Condutivo Assimétrico em Forma de V .....	85
5.4	Cavidade convectiva retangular com dois pares de braços .....	93
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>105</b>
6.1	Conclusões .....	105
6.2	Proposta de trabalhos futuros .....	107

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>108</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>116</b>
A.1 Equação da Difusão do Calor Dimensional.....	116
A.2 Equação da Difusão do Calor Adimensional.....	118

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Intrusão isotérmica lateral em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme [BISERNI et al., 2004].....	10
Figura 2.2	Intrusão isotérmica lateral em um corpo trapezoidal condutivo bidimensional com geração de calor constante [ROCHA et al., 2005] .....	11
Figura 2.3	Cavidades isotérmicas bidimensionais inseridas em um sólido cilíndrico [LORENZINI et al., 2012b] .....	12
Figura 2.4	Primeira construção de uma inserção arranjada como um T [BISERNI et al., 2004] .....	12
Figura 2.5	Domínio computacional de sólido cilíndrico com aletas em forma de T [LORENZINI et al., 2014a].....	13
Figura 2.6	Cavidade em forma de Y inserida em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme [LORENZINI et al., 2011a].....	14
Figura 2.7	Arranjo em forma de Y das aletas analisadas [LORENZINI; ROCHA, 2006] ...	15
Figura 2.8	Aleta em forma de um duplo Y [XIE et al., 2010].....	15
Figura 2.9	Caminho de alta condutividade em forma de Y inserido em corpo de baixa condutividade [HORBACH et al., 2014].....	16
Figura 2.10	Caminhos de alta condutividade em forma de X: (a) geometria uniforme [LORENZINI et al., 2013c]; (b) geometria não-uniforme [LORENZINI et al., 2013b] .....	17
Figura 2.11	Cavidade isotérmica em forma de X [LORENZINI et al., 2014b] .....	18
Figura 2.12	Cavidade isotérmica em forma de H [BISERNI et al., 2007].....	18
Figura 2.13	Caminhos de alta condutividade inseridos em um sólido retangular com geração de calor uniforme [HAJMOHAMMADI et al., 2014a].....	19
Figura 2.14	Aleta arranjada em forma de T-Y [LORENZINI; ROCHA, 2009b] .....	21
Figura 2.15	(a) Cavidade T-Y inserida em sólido com geração de calor; (b) adição de cavidades laterais [LORENZINI; ROCHA, 2009a] .....	21
Figura 3.1	Fluxograma do esquema de otimização usando DC para um problema com quatro GL ( $H/L$ , $t_1/t_0$ , $L_1/L_0$ e $\alpha$ ) .....	25
Figura 3.2	Passos do AG em um processo de otimização .....	27
Figura 3.3	Cromossomo de N genes de 8 bits cada.....	29

Figura 3.4	Exemplo de seleção pelo método da roleta .....	33
Figura 3.5	Exemplo de seleção pelo método do torneio.....	33
Figura 3.6	Exemplo de seleção pelo método de amostragem estocástica uniforme.....	34
Figura 3.7	Cruzamento usando ponto único de corte .....	35
Figura 3.8	Cruzamento usando dois pontos de corte.....	36
Figura 3.9	Cruzamento usando máscara aleatória .....	36
Figura 4.1	Cavidade isotérmica em forma de Y inserida em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme .....	40
Figura 4.2	Cavidade em forma de Y resfriada por convecção inserida em um sólido condutivo bidimensional com geração de calor uniforme.....	47
Figura 4.3	Caminho de alta condutividade em forma de V .....	51
Figura 4.4	(a) Cavidades convectivas retangulares com braços inserida em um sólido cilíndrico; (b) representação bidimensional do domínio .....	55
Figura 4.5	Domínio computacional reduzido e suas dimensões .....	55
Figura 4.6	Algoritmo geral de otimização.....	59
Figura 4.7	Passos do AG na busca por uma geometria ótima.....	61
Figura 5.1	Ilustração de algumas geometrias encontradas pelo AG em função de $L_1/L_0$ e do ângulo $\alpha$ : a) $L_1/L_0 = 0,5$ , $\alpha = 1,28$ e $\theta_{\max} = 0,0902$ ; b) $L_1/L_0 = 0,001$ , $\alpha = 1,41$ e $\theta_{\max} = 0,0783$	65
Figura 5.2	Comparação entre o AG (símbolos) e os resultados de Lorenzini et al., 2011 para a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez $(\theta_{\max})_m$ em função de $L_1/L_0$ para $t_1/t_0 = 4,0$ e $11,0$ .....	66
Figura 5.3	Comparação entre o AG (símbolos) e os resultados de Lorenzini et al., 2011 para a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez $(\theta_{\max})_m$ em função de $L_1/L_0$ para $t_1/t_0 = 4,0$ e $11,0$ .....	67
Figura 5.4	Ilustração de algumas geometrias otimizadas, usando AG, em função das razões $t_1/t_0$ e $L_1/L_0$ e do ângulo $\alpha$ ( $\phi = 0,1$ e $\psi = 0,3$ ) .....	69
Figura 5.5	O efeito da restrição $\phi$ sobre $(\theta_{\max})_{4m}$ para diferentes valores de $\psi$ .....	70
Figura 5.6	Efeito da restrição $\phi$ sobre $\alpha_{40}$ para diferentes valores de $\psi$ .....	71
Figura 5.7	Gráfico de $L_1/L_0$ em função de $\phi$ para as frações $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$ e $0,6$ .....	71
Figura 5.8	Gráfico de $t_1/t_0$ em função de $\phi$ para as frações $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$ e $0,6$ .....	72
Figura 5.9	Gráfico de $H/L$ em função de $\phi$ para as frações $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$ e $0,6$ .....	72

Figura 5.10	Geometrias ótimas para $\psi = 0,3$ : (a) $\phi = 0,01$ , $(H/L)_o=7$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 140$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 0,05$ , $\alpha_{4o} = 1,56$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0124$ ; (b) $\phi = 0,05$ , $(H/L)_o = 20$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 18$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ , $\alpha_{4o} = 1,56$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0052$ ; (c) $\phi = 0,1$ , $(H/L)_o = 7$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 9$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ , $\alpha_{4o} = 1,55$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0124$ ; (d) $\phi = 0,2$ , $(H/L)_o = 2$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 2$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 0,01$ , $\alpha_{4o} = 1,54$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0364$ ....	73
Figura 5.11	Geometrias ótimas para $\psi = 0,5$ : (a) $\phi = 0,01$ , $(H/L)_o = 20$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 18$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 0,007$ , $\alpha_{4o} = 1,56$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,00516$ ; (b) $\phi = 0,05$ , $(H/L)_o = 20$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 50$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ , $\alpha_{4o} = 1,55$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0051$ ; (c) $\phi = 0,1$ , $(H/L)_o = 20$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 11$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 0,5$ , $\alpha_{4o} = 1,56$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0038$ ; (d) $\phi = 0,2$ , $(H/L)_o = 15$ , $(t_1/t_0)_{2o} = 13$ , $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ , $\alpha_{4o} = 1,56$ , $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0081$ .....	74
Figura 5.12	Otimização da máxima temperatura em função de $\alpha$ para diferentes valores da razão $L_1/L_0$ : a) $a = 0,1$ ; b) $a = 10,0$ .....	78
Figura 5.13	Comportamento da máxima temperatura uma vez minimizada, $(\theta_{\max})_m$ , em função de $L_1/L_0$ para diferentes valores do parâmetro $a$ .....	79
Figura 5.14	Comportamento do ângulo uma vez otimizado, $\alpha_o$ , em função de $L_1/L_0$ para diferentes valores do parâmetro $a$ .....	80
Figura 5.15	O efeito do parâmetro $a$ sobre a máxima temperatura duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{2m}$ , e a forma ótima da cavidade: $\alpha_{2o}$ e $(L_1/L_0)_o$ .....	80
Figura 5.16	Ilustração de algumas formas otimizadas da Figura 5.15: a) $a = 0,1$ ; b) $a = 1,0$ ; c) $a = 10,0$ ; d) $a = \infty$ .....	81
Figura 5.17	O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{2m}$ , em função de $t_1/t_0$ para diferentes valores de $a$ .....	82
Figura 5.18	O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de $t_1/t_0$ para $a = 0,1$ .....	82
Figura 5.19	O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de $t_1/t_0$ para $a = 1,0$ .....	83
Figura 5.20	O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de $t_1/t_0$ para $a = 10,0$ .....	83
Figura 5.21	O efeito do parâmetro $a$ sobre a máxima temperatura três vezes minimizada, $(\theta_{\max})_{3m}$ , e as melhores formas quando $H/L = 1,0$ .....	84
Figura 5.22	Formas ótimas extraídas a partir da Figura 5.21: a) $a = 0,1$ , b) $a = 1,0$ , c) $a = 10,0$ , d) $a = \infty$ .....	85

Figura 5.23	Formas ótimas obtidas com AG para temperatura máxima minimizada quatro vezes, $(\theta_{\max})_{4m}$ , e os seguintes valores de a: a) $a = 0,1$ ; b) $a = 1,0$ ; c) $a = 10,0$ .....	86
Figura 5.24	O efeito $H/L$ e $\theta$ na máxima temperatura adimensional, $\theta_{\max}$ .....	87
Figura 5.25	A máxima temperatura adimensional minimizada uma vez, $(\theta_{\max})_{\min}$ , e a razão ótima $(H/L)_o$ em função da fração de volume $\phi$ .....	88
Figura 5.26	Otimização da máxima temperatura adimensional minimizada uma vez, $(\theta_{\max})_m$ , para diferentes valores da razão $D_2/D_0$ em função da razão $H/L$ .....	89
Figura 5.27	Valores resumidos da máxima temperatura adimensional minimizada uma vez e a razão uma vez otimizada $(H/L)_o$ em função da razão $D_2/D_0$ .....	90
Figura 5.28	Tendência da dupla minimização de $(\theta_{\max})_{2m}$ e dupla otimização de $(H/L)_{2o}$ em função da razão $D_1/D_0$ .....	91
Figura 5.29	Tendência da razão três vezes otimizada $(H/L)_{3o}$ e outras importantes razões otimizadas correspondentes em função de $\phi$ .....	92
Figura 5.30	As melhores formas extraídas das Figuras 5.26 a 5.29 quando $\phi = 0,3$ .....	93
Figura 5.31	Otimização de quarto GL em função de $\phi$ .....	94
Figura 5.32	As melhores formas da Figura 5.31 em função de $\phi$ .....	95
Figura 5.33	Efeito de $\alpha_1$ na máxima temperatura .....	96
Figura 5.34	Distribuição de temperaturas quando $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $t_2/L_b = 0,05$ , $t_1/L_b = 0,05$ , $\alpha_2 = \pi/4$ e $(\alpha_1)_o = 0,72$ .....	97
Figura 5.35	Efeito de $(\alpha_1)_o$ e $\alpha_2$ na máxima temperatura $\theta_{\max}$ .....	97
Figura 5.36	Distribuição de temperaturas quando $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $t_2/L_b = 0,05$ , $t_1/L_b = 0,05$ , $(\alpha_2)_o = 0,2$ e $(\alpha_1)_{2o} = 1,15$ .....	98
Figura 5.37	Valores de $\theta_{\max}$ duas vezes minimizado .....	99
Figura 5.38	Distribuição de temperaturas quando $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $t_2/L_b = 0,05$ , $(t_1/L_b)_o = 0,005$ , $(\alpha_2)_{2o} = 1,5$ e $(\alpha_1)_{3o} = 1,5$ .....	99
Figura 5.39	Distribuição de temperaturas para o melhor caso encontrado na otimização de quatro GL: $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $(t_2/L_b)_o = 0,042$ , $(t_1/L_b)_{2o} = 0,01$ , $(\alpha_2)_{3o} = 1,47$ e $(\alpha_1)_{4o} = 1,47$ .....	100
Figura 5.40	Distribuição de temperaturas para o melhor caso encontrado na otimização de cinco GL: $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $(r_2/r_1)_o = 0,66$ , $(t_2/L_b)_{2o} = 0,028$ , $(t_1/L_b)_{3o} = 0,019$ , $(\alpha_2)_{4o} = 1,47$ e $(\alpha_1)_{5o} = 1,47$ .....	101

Figura 5.41	Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de $N$ e $\phi$ .....	102
Figura 5.42	Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de $N$ e $\psi$ .....	103
Figura 5.43	Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de $N$ e $\lambda$ .....	104
Figura 6.1	Elemento infinitesimal de um sólido.....	116

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros: $\phi_c = 0,05$ , $\psi = 0,5$ , $H/L = 1,0$ , $t_1/t_0 = 2,0$ , $L_1/L_0 = 0,5$ e $\alpha = 0,94$ .....	46
Tabela 4.2	Comparação entre os resultados obtidos usando a ferramenta PDETool do MATLAB ( $\phi_c = 0,1$ , $\psi = 0,5$ , $H/L = 1,0$ , $t_1/t_0 = 10,0$ , $L_1/L_0 = 2$ ) e o resultado numérico de Biserni et al., 2004 .....	46
Tabela 4.3	Testes numéricos mostrando a obtenção da malha independente para os parâmetros: $\phi_c = 0,05$ , $\psi = 0,5$ , $H/L = 1,0$ , $t_1/t_0 = 2,0$ , $L_1/L_0 = 0,5$ , $\alpha = 0,94$ e $a = 1,0$ .....	50
Tabela 4.4	Comparação entre os resultados obtidos usando o código no presente trabalho ( $\phi_c = 0,1$ , $\psi = 0,5$ , $H/L = 1,0$ , $t_1/t_0 = 10,0$ , $L_1/L_0 = 2,0$ e $a = 100$ ), usando um código desenvolvido com o pacote PDETool do MATLAB, e os resultados numéricos de Biserni et al., 2004 e Lorenzini et al., 2011a. ....	50
Tabela 4.5	Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros: $\phi = 0,3$ , $D_0 = 0,2$ , $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1$ , $H/L = 0,5$ .....	54
Tabela 4.6	Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros: $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $t_2/L_b = 0,05$ , $t_1/L_b = 0,05$ , $\alpha_2 = \pi/4$ e $\alpha_1 = \pi/3$ .....	58
Tabela 4.7	Comparação entre os resultados obtidos usando o código no presente trabalho $\lambda = 1$ , $\phi = 0,1$ , $\psi = 0,05$ , $N = 4$ , $t_b/L_b = 0,1$ , $r_2/r_1 = 0,7$ , $t_2/L_b = 0,05$ , $t_1/L_b = 0,05$ , $\alpha_2 = \pi/4$ e $\alpha_1 = \pi/3$ ) e o modelo equivalente desenvolvido em ambiente COMSOL .....	58
Tabela 5.1	Comparação entre os resultados, para um grau de liberdade, obtido com AG e Lorenzini et al., 2011 .....	64
Tabela 5.2	Comparação entre as duas abordagens para três graus de liberdade, quando $\phi = 0,1$ e $\psi = 0,3$ .....	68
Tabela 5.3	Comparação entre os resultados obtidos empregando AG e os alcançados usando a busca exaustiva para três GL ( $\phi = 0,05$ , $\psi = 0,3$ , $H/L = 1,0$ e $a = 0,1$ , $1,0$ e $10,0$ ) .....	77
Tabela 5.4	Comparação entre a busca exaustiva e o AG ( $\phi = 0,3$ ).....	92



## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

AG	Algoritmo(s) Genético(s)
DC	Design Construtal
GL	Grau(s) de Liberdade
MEF	Método dos Elementos Finitos

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas

a	Parâmetro convectivo adimensional, $\left[ a = \left( \frac{2hA^{1/2}}{k} \right)^{1/2} \right]$
A	Área, m <sup>2</sup>
D	Comprimento do braço, m
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção, W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>
H	Altura, m
k	Condutividade térmica, W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
L	Comprimento, m
N	Número de cavidades
q'''	Taxa volumétrica de geração de calor, W m <sup>-3</sup>
r	Raio, m
t	Espessura, m
T	Temperatura, K
V	Volume, m <sup>3</sup>
x, y, z	Dimensões
W	Largura, m

### Letras gregas

$\alpha$	Ângulo
$\lambda$	Parâmetro adimensional, $\left[ \lambda = \frac{hA^{1/2}}{k} \right]$
$\theta$	Temperatura em excesso adimensional
$\phi$	Fração de ocupação da área principal de uma cavidade
$\psi$	Fração de ocupação da área auxiliar ou secundária de uma cavidade

### Subscritos

aux	Auxiliar
b	Corpo (do inglês <i>body</i> )
c	Cavidade
max	Máximo
m	Uma vez minimizado
<i>im</i>	<i>i</i> vezes minimizado
o	Uma vez otimizado
<i>io</i>	<i>i</i> vezes otimizado
p	Caminho (do inglês <i>pathway</i> )
s	Setor circular

#### Sobrescritos

( $\sim$ )	Variável adimensional
j	Refinamento atual
j+1	Refinamento posterior

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

A lei construtal do design e evolução [BEJAN, 2000] tem sido usada para determinar as melhores configurações que facilitam o acesso das correntes em sistemas de fluxo de tamanho finito. Esta lei da física explica o fenômeno de configuração de fluxo em sistemas animados e inanimados [BEJAN, 2000, 2006, BEJAN; LORENTE, 2008a]. Uma grande quantidade de trabalhos produzidos relacionados à lei construtal têm sido apresentados e documentados recorrentemente na literatura [BEJAN; LORENTE, 2006, 2010, 2011, 2013].

Exemplos de destaque do design unificado são arquiteturas vasculares de fluxo em forma de árvore, que servem como base para muitas regras de design animal [REIS, 2006, BEJAN; LORENTE, 2010], e design de bacias de rios [BEJAN; LORENTE, 2008a, CHEN, 2012]. Este princípio é também usado para desenvolver novos designs para eletrônicos, células de combustíveis e redes de transporte de pessoal, produtos e informação [BEJAN et al., 2000]. A aplicação desta lei à física de sistemas de fluxo da engenharia é amplamente discutida na literatura recente [BEYENE; PEFFLEY, 2009, KANG et al., 2010, KIM et al., 2010, 2011, AZAD; AMIDPOUR, 2011].

Nos últimos anos, os problemas de engenharia, mais especificamente os relacionados à área de transferência de calor, têm mostrado como funciona este princípio de geração de geometria em problemas submetidos a algum tipo de fluxo. O exemplo mais clássico e abordado na literatura é a otimização de estruturas sólidas com geração de calor, onde há muitos trabalhos relacionados com superfícies estendidas (aletas) e caminhos de alta condutividade. Uma grande atenção tem sido dada ao estudo de arranjos destas estruturas devido ao seu importante desempenho na transferência de calor em diversas aplicações de engenharia como trocadores de calor, motores de combustão interna e motores elétricos e condutores térmicos [AZIZ, 1992, KRAUS, 1999, BISERNI et al., 2004, ROCHA et al., 2005, BHANJA; KUNDU, 2011, LE ROUX et al., 2011]. Tratando-se de aletas, há casos onde o objeto de estudo é a região formada entre duas aletas adjacentes, denominada de cavidade aberta. Se o estudo de otimização individual da geometria de uma aleta é um importante tema, certamente a geometria de interstícios também é importante. As cavidades abertas são características morfológicas importantes na fisiologia. Os alvéolos dos pulmões são um exemplo de destaque, onde a forma

da cavidade relativamente robusta (não delgada) foi percebida e atribuída intuitivamente ao princípio construtal de evolução [BISERNI et al., 2004]. Outros estudos empregam caminhos de alta condutividade para resfriamento de eletrônicos e outras estruturas com geração de calor [GHODOOSI; EĞRICAN, 2004, HAJMOHAMMADI, 2013, HAJMOHAMMADI et al., 2013b, 2013d, 2014a, 2014b].

Independente da estrutura usada para resfriamento constatou-se que um sistema que apresenta baixa resistência tem seu desempenho melhorado pelo aumento da complexidade da forma estudada, i. e., são necessários mais graus de liberdade (GL) para representar a geometria. Dessa forma, para estes casos, são gerados espaços de busca pelas geometrias ótimas de dimensões muito grande, inviabilizando a simulação de todos os casos possíveis para obtenção da mesma (essa metodologia é denominada de busca exaustiva). Em função disso, os estudos da literatura têm restringido a busca exaustiva a poucos GL e restrições.

Uma alternativa para facilitar a análise destes problemas com geometrias mais complexas, bem como a avaliação de um maior número de restrições e condições de contorno, é o emprego de técnicas de computação evolucionária para a busca das geometrias ótimas. Uma vez que o espaço de amostragem é reduzido por tal abordagem, há uma redução significativa no número total de simulações requeridas para a obtenção das geometrias ótimas. Vale destacar também que, quanto mais complexa for a geometria (maior número de GL e restrições) maior vantagem encontra-se no emprego das técnicas de computação evolucionária. Nesta linha, alguns trabalhos vêm empregando algoritmos genéticos (AG) em otimizações de problemas térmicos. No trabalho de Gosselin et al., 2009 é feita uma extensa revisão de trabalhos onde a otimização de diferentes classes de problemas numéricos de transferência de calor foram feitas através de AG. Entretanto, as otimizações destes problemas não consideram o princípio construtal. O uso de AG em associação com o design construtal (DC) para otimização geométrica de formas complexas ocorre nos trabalhos de Azad e Amidpour, 2011 e da Silva e Gosselin, 2008, porém, foram tratados em segundo plano, não sendo considerada toda a potencialidade do AG em conjunto com o DC.

Então, com base no exposto e observando a potencialidade do desenvolvimento de uma ferramenta computacional capaz de auxiliar na obtenção de geometrias mais complexas e que conduzam a um desempenho térmico superior, o presente trabalho desenvolve-se a partir da associação entre o AG e o DC.

## 1.2 Estado da Arte

### 1.2.1 Design Construtal Aplicado a Aletas, Cavidades e Caminhos de Alta Condutividade

No âmbito do DC, um interesse particular surgiu na busca de melhores formas para aumentar a transferência de calor em aletas e cavidades. Biserni et al., 2004 abordaram a otimização geométrica de cavidades em forma de C e T inseridas em um sólido com geração uniforme de calor e fluxo constante nas superfícies das cavidades. Além disso, cavidades em forma de H inseridas em um meio condutivo foram otimizadas em Biserni et al., 2007. O trabalho de Lorenzini e Rocha, 2006 minimizou a resistência térmica global em um conjunto de aletas na forma de Y e posteriormente em Lorenzini e Rocha, 2009a foi estudada uma configuração do tipo T-Y, que se mostrou superior ao conjunto de aletas na forma de Y. Lorenzini et al., 2011b propuseram a otimização geométrica de um conjunto complexo de aletas, ou seja, um conjunto de aletas na forma de T-Y com superfícies laterais estendidas (uma espécie de T-Y-T). Uma conclusão importante deste trabalho foi que a resistência térmica do conjunto complexo de aletas foi aproximadamente 32% menor que a melhor configuração T-Y obtida em Lorenzini e Rocha, 2009a sob as mesmas condições térmicas. Vale destacar também o trabalho de Xie et al., 2010 que otimizaram aletas em Y com dois níveis de bifurcações e obtiveram um aumento no desempenho térmico das aletas em comparação com uma aleta em Y com um nível de bifurcação. As melhores formas de cavidades retangulares isotérmicas inseridas num corpo cilíndrico, também foram calculadas para vários números de cavidades em Lorenzini et al., 2012b. Um estudo semelhante ao anterior, porém considerando cavidades convectivas é proposto em Lorenzini et al., 2015.

A literatura construtal também apresenta trabalhos que buscam as melhores formas para caminhos de alta condutividade. Elementos eletrônicos de área triangular com uma conexão de material de alta condutividade ligados a um sumidouro foram estudados por Ghodoossi e Eğrican, 2004. Neste, é comprovado que o crescimento da construção, ou seja, o emprego de um arranjo de elementos leva a um melhor desempenho térmico. O resfriamento de um elemento quadrangular de baixa condutividade por meio de uma inserção de material de alta condutividade em forma de um X uniforme é proposto por Lorenzini et al., 2013c. Dando sequência a esse trabalho, o emprego de um caminho de alta condutividade na forma de um X não uniforme [LORENZINI et al., 2013b], onde foi obtido um desempenho 10% superior à forma uniforme. Na busca pela configuração de material que gera o melhor desempenho

térmico, duas formas bifurcadas foram investigadas em Hajmohammadi et al., 2013a, mostrando resultados superiores às formas em X. Na mesma linha, Hajmohammadi et al., 2014a empregaram caminhos de alta condutividade em forma das letras gregas  $\psi$  e  $\phi$ . Os resultados apontam um desempenho térmico superior, comprovando que muitas vezes o aumento de complexidade está diretamente associado à melhoria da performance.

## 1.2.2 Transferência de Calor Empregando Algoritmos Genéticos

Embora os primeiros trabalhos sobre AG em otimização tenham sido desenvolvidos na década de 1970 [HOLLAND, 1975], o interesse em aplicações de transferência de calor é mais recente. Isto se deve aos problemas de transferência de calor exigirem um grande custo computacional e o AG exigir muitas simulações. Assim o AG começou a ser usado timidamente nos meados da década de 1990, aumentando seu uso atualmente, principalmente devido aos computadores de alta performance, à computação distribuída e a melhores recomendações para ajuste dos parâmetros genéticos [GOSSELIN et al., 2009].

A aplicação de AG em aletas tem sido usada por muitos pesquisadores nos últimos anos. Fabbri, 1997 aplicou AG de 100 indivíduos para determinar o perfil polinomial de aletas, buscando por cinco valores de parâmetros polinomiais que otimizassem a eficiência da aleta. A otimização de problemas 1D e 2D para obter uma aleta otimizada para garantir um fluxo de calor uniforme foi auxiliada por um AG de 99 indivíduos em Potiron e Younes, 2001. Um dimensionamento ótimo para um sistema de aletas para maximizar a taxa de transferência de calor e minimizar a taxa de geração de entropia total foi obtido por meio de AG binário, usando 50 indivíduos para tratar cinco variáveis, em Sasikumar e Balaji, 2002. O projeto de arranjo de microcanais é tratado por Jeevan et al., 2005. Neste o AG minimiza a resistência térmica total para diferentes potências de bombeamento, onde otimizou-se três variáveis. Um trocador de calor aletado tem sua distribuição de colunas otimizadas para obter uma máxima performance de transferência de calor com o auxílio de AG em Guo et al., 2014. O trabalho de Najafi et al., 2011 também aplica AG para otimização de um trocador de calor aletado para otimização do custo e energia do sistema. Das, 2012 apresenta uma aplicação de AG para otimização de um problema inverso e obtenção de parâmetros desconhecidos para a geometria de uma aleta cilíndrica, onde são estimados o coeficiente de transferência de calor e a condutividade térmica para encontrar um campo de temperaturas desejado para o domínio. A literatura relacionada a AG em sistemas térmicos, onde tem-se por objetivo a otimização geométrica, é extensa. Estudos

adicionais podem ser vistos nos trabalhos de Azarkish et al., 2010, Wang et al., 2011, Zeng et al., 2012, Zhao e Li, 2013, Yin e Ooka, 2015, Wang et al., 2015, entre outros.

### 1.3 Objetivos

Existe uma grande tendência de otimização de geometrias complexas segundo a lei construtal, principalmente na área térmica. Adicionalmente, há uma crescente aplicação de AG em problemas de transferência de calor, contudo não havendo estudos aprofundados e detalhados envolvendo o DC e AG aplicados à busca de geometrias ótimas na área térmica. Então, com base no exposto e observando a potencialidade do desenvolvimento de um arcabouço computacional capaz de auxiliar na obtenção de geometrias mais complexas e com desempenho térmico superior, o presente trabalho tem por objetivo principal empregar técnicas de computação evolucionária, mais especificamente AG, associado ao DC para a busca de geometrias ótimas e também o efeito da geometria sobre o desempenho térmico em problemas de transferência de calor, focando-se nos problemas de aletas/cavidades e caminhos de alta condutividade.

#### 1.3.1 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, a presente proposta apresenta os seguintes objetivos específicos:

- validar a busca da geometria ótima empregando AG e DC em comparação com resultados obtidos na literatura e no próprio estudo, através do método exaustivo;
- otimizar novos GL e estudar geometrias mais complexas;
- otimizar cavidades em forma de Y com GL, restrições geométricas e condições de contorno não avaliadas na literatura;
- otimizar um caminho de alta condutividade em forma de V ligado a uma fonte de calor e dois sumidouros, avaliando-se até quatro graus de liberdade e uma restrição geométrica;
- otimizar cavidades convectivas retangulares com dois pares de braços inseridas em um sólido cilíndrico, considerando-se até sete graus de liberdade, duas restrições



geométricas e um parâmetro térmico. Tem-se interesse especial em avaliar o efeito de  $\lambda$  sobre a geometria e o desempenho térmico.

#### **1.4 Organização do Trabalho**

No Capítulo 2 é feita uma revisão geral sobre a lei construtal, abordando diversos trabalhos em diferentes áreas que se baseiam neste princípio, onde é fundamentado o DC. Este capítulo apresenta, ainda, uma relação de trabalhos onde se aplicou o DC na otimização geométrica de aletas, cavidades e caminhos de alta condutividade com o objetivo de melhorar a performance térmica, servindo como base teórica para os estudos feitos neste trabalho.

A teoria fundamental para entendimento de AG é apresentada no Capítulo 3. Neste encontra-se uma descrição dos principais aspectos do AG para aplicação em problemas de otimização. Considerando os problemas de interesse deste trabalho, destacou-se as características do algoritmo necessárias ao estudo aqui desenvolvido.

O Capítulo 4 apresenta todos os aspectos necessários para a modelagem e otimização geométrica das formas investigadas neste trabalho. Detalha-se a modelagem matemática necessária para tratamento dos problemas térmicos de interesse, bem como o tratamento numérico para esta classe de problemas. Mostra-se, ainda, o algoritmo geral desenvolvido contemplando a simulação numérica e o AG.

Resultados são discutidos ao longo do Capítulo 5. Apresentam-se resultados acerca de uma cavidade em forma de Y com paredes internas isotérmicas inseridas em um sólido com geração de calor. Faz-se uma validação para poucos GL (comparando ao trabalho correlato da literatura onde foi usada uma abordagem exaustiva) e uma otimização considerando vários GL e diferentes restrições. Resultados para o mesmo caso anterior, porém considerando uma condição de contorno convectiva para as paredes da cavidade também são apresentados. Em seguida, apresentam-se resultados sobre a otimização um caminho de alta condutividade em forma de V, ligado a uma fonte e dois sumidouros, onde é feita uma comparação ao método exaustivo para poucos GL e uma otimização considerando todos os GL do problema. Este capítulo encerra-se através do estudo de cavidades convectivas retangulares com dois pares de braços inseridas em um sólido cilíndrico. Este último estudo destaca-se pela quantidade elevada de GL avaliados e a variação do número de cavidades.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas conclusões deste trabalho e propostas de trabalhos futuros.

## 2 DESIGN CONSTRUTAL APLICADO À OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS TÉRMICOS

### 2.1 A Lei Construtal e Aplicações

A teoria construtal teve início quando Adrian Bejan interessou-se em aplicar as leis da termodinâmica em problemas práticos de transferência de calor e resfriamento. Porém, ele percebeu que os sistemas que projetava eram similares aos que ocorrem na natureza e que um único princípio físico, denominado lei construtal, conta para a sua concepção [BEJAN; ZANE, 2012]. Assim, definiu que tudo onde há movimento é um sistema de escoamento que evolui no tempo - gerar design enquanto evolui é um fenômeno universal. Todos os designs ou projetos existentes são manifestações desta tendência da natureza de gerar formas e estruturas para facilitar o fluxo. Sistemas com fluxo não querem se mover mais facilmente, eles não procuram um acesso maior a uma corrente que flui através deles. Eles fazem isso porque eles são governados pela lei construtal. A ideia principal é que ocorre um design sem haver um designer/projetista, isto é, o design é governado por uma lei/princípio físico.

Desta forma, a lei construtal permite não só descrever, mas prever a evolução de todos os sistemas com fluxo. O que a lei construtal captura é a tendência central da natureza. Ela propõe-se a descrever todos os sistemas, animados e inanimados, ou seja, é a força motriz por trás da evolução de tudo que flui e a geração de forma e estrutura para mover mais facilmente [BEJAN; ZANE, 2012].

Outras definições dizem que a lei construtal representa um fenômeno universal de geração e evolução do design (configuração, forma, estrutura, padrão, ritmo) para sistemas animados e inanimados [BEJAN; LORENTE, 2008a, 2011, BEJAN; ZANE, 2012]. A lei construtal define que se um sistema finito onde há escoamento e tem liberdade para mudar de forma, este vai se desenvolver no tempo para que sua arquitetura de fluxo forneça acesso mais fácil para as correntes que fluem através dele [BEJAN, 2000, BEJAN; LORENTE, 2008a, BEJAN; ZANE, 2012]. Neste sentido, este princípio tem sido usado para explicar deterministicamente o processo de auto-organização na natureza [BEJAN; LORENTE, 2008b]. Outros exemplos podem ser observados na formação do clima e circulação global [REIS; BEJAN, 2006], design do movimento humano e animal [BEJAN, 2000, BEJAN; LORENTE, 2006, 2008a, 2008b, REIS; BEJAN, 2006, BEJAN; ZANE, 2012, MIGUEL, 2013], design

urbano, tráfego, transporte, dinâmicas sociais [BEJAN; MERKX, 2007], economia e evolução da tecnologia [BEJAN; LORENTE, 2008a, 2011, BEJAN; ZANE, 2012] . Além disso, pode-se definir que a lei construtal é o princípio unificador do design para cada sistema baseado em qualquer tipo de movimento (fluxo). De acordo com essa definição, para um sistema de fluxo de tamanho finito persistir no tempo (sobreviver) sua configuração deve evoluir de forma que forneça um acesso mais fácil às correntes que fluem nela [BEJAN, 2000, 2006, BEJAN; LORENTE, 2008a, BEJAN; ZANE, 2012].

O método para a aplicação da lei construtal para design de sistemas foi batizado de **design construtal** (DC) [BEJAN; LORENTE, 2008a]. Este tem sido aplicado quando a geometria dos sistemas de fluxo de tamanho finito é desconhecida. Em outras palavras, o mesmo princípio empregado para a determinação de configurações naturais universais (bacias de rios, turbulência, design animal, vascularização, locomoção, fissuras em sólidos, solidificação de dendritos, clima global, configuração do impacto de gotas, etc.) também pode ser usado para gerar novos designs para eletrônicos, células de combustível e redes em forma de árvore para transporte de pessoal, produtos e informação [BEJAN; LORENTE, 2006]. A aplicação deste método à física da engenharia de sistemas de fluxo tem sido amplamente discutida na literatura recente [BEYENE; PEFFLEY, 2009, KANG et al., 2010, KIM et al., 2010, 2011, AZAD; AMIDPOUR, 2011, LEE et al., 2013, ROCHA et al., 2013, BEJAN et al., 2014].

## **2.2 Design Construtal Aplicado a Sistemas de Resfriamento empregando Aletas, Cavidades e Caminhos de Alta Condutividade**

Na seção anterior, foi apresentada a aplicação da lei construtal, o design construtal, em diversos problemas, contemplando sistemas de fluxo diversos. Na área da engenharia, este trabalho tem como foco principal apresentar a aplicação do método construtal em problemas de transferência de calor, mais especificamente relacionados com sistemas de resfriamento empregando aletas, cavidades (as vezes, região entre duas aletas adjacentes) e caminhos de alta condutividade (*pathways*). Tem-se interesse especial em explicar como estes problemas de engenharia são tratados à luz da lei construtal, destacando-se a metodologia adotada para encontrar a melhor geometria para um determinado domínio, bem como a influência das condições térmicas. Uma ênfase maior será dada a como as variáveis - graus de liberdade (GL), parâmetros e restrições do problema - são manipuladas para encontrar a melhor geometria, uma

vez que este trabalho tem como um dos objetivos propor uma forma mais eficiente de explorar o espaço de configurações geométricas dos sistemas que se deseja otimizar.

Os trabalhos relatados estão organizados pela forma empregada no domínio, não por ordem cronológica, para demonstrar o princípio construtal de que as formas devem evoluir e tornarem-se mais complexas. Inicialmente, começar-se-á abordando trabalhos onde formas retangulares foram otimizadas, dando-se uma maior atenção às propriedades térmicas. Na sequência, os trabalhos com geometrias mais complexas terão uma maior atenção em como a otimização foi feita, visto que há muitas propriedades térmicas e hipóteses simplificativas em comum.

No trabalho de Biserni et al. , 2004 foi otimizado o domínio representado pela Figura 2.1 com o objetivo de minimizar a resistência térmica global. Neste, tem-se um domínio isotrópico, com uma condutividade térmica constante. O sólido gera calor uniformemente a uma taxa volumétrica  $q'''(\text{W}/\text{m}^3)$ , sendo as superfícies externas isoladas. A corrente de calor gerada é removida pelo resfriamento da cavidade, mantida a uma temperatura constante  $T_{min}$ , considerando a temperatura do sólido sempre maior do que  $T_{min}$ . As maiores temperaturas que ocorrem no sólido são denominadas por  $T_{max}$ . Somente o efeito da condução de calor foi investigado neste trabalho. Por simplicidade, foi considerado um domínio bidimensional, onde o volume do sólido e da cavidade são retângulos com razões de aspecto geométrico variáveis. Sendo a área do domínio dada por  $A = HL$  e a área da cavidade dada por  $A_0 = H_0L_0$ , tem-se por restrição a área ocupada pela cavidade, dada por  $\phi = A_0/A$ . A geometria ótima é obtida pela variação dos GL  $H_0/L_0$  e  $H/L$  para diferentes valores da restrição  $\phi$ , ou seja, dois níveis de otimização. Por tratar-se de um estudo mais fundamental, sem interesse em aplicações específicas, e ter uma abrangência mais geral do problema, o estudo foi feito de forma adimensional. Os resultados apresentados mostram que para o primeiro nível de otimização, variando  $H_0/L_0$  e mantendo  $H/L$  fixo, quanto maior a fração ocupada pela cavidade ( $\phi$ ), menor é o valor de  $T_{max}$ , e, por consequência, menor é a resistência térmica global. O segundo nível de otimização, a variação da forma do sólido ( $H/L$ ), mostrou que há uma relação entre a razão ótima da geometria da cavidade,  $(H_0/L_0)_{opt}$ , e  $\phi$  multiplicado por  $H/L$ . Concluiu-se que para a otimização deste domínio, basta otimizar apenas um dos GL do problema. Ainda, testou-se a influência da substituição da geração de calor no sólido pela entrada de um fluxo constante nas superfícies externas (não vizinhas da cavidade). Os resultados obtidos, em relação à geometria,

foram os mesmos. Em resumo, quanto à geometria ótima, é importante destacar que o espaço de busca é definido por dois GL e uma restrição.

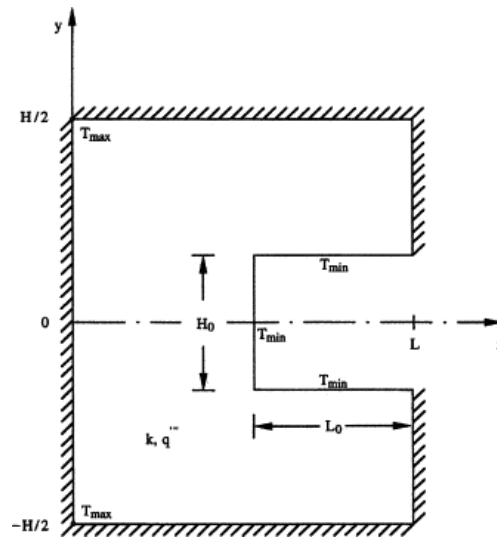


Figura 2.1 – Intrusão isotérmica lateral em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme [BISERNI et al., 2004]

O trabalho de Rocha et al., 2005 trata da otimização de uma geometria formada por um sólido trapezoidal com uma cavidade isotérmica retangular procurando minimizar a resistência térmica global. As propriedades térmicas e condições de contorno são as mesmas do trabalho apresentado anteriormente [BISERNI et al., 2004], diferenciando-se da geometria do sólido que foi otimizada. A Figura 2.2 representa o domínio do sistema onde se tem o sólido trapezoidal e a cavidade com volumes constantes, porém ambos alterando o aspecto de suas formas. No primeiro nível de otimização mantiveram-se constantes a razão da forma da cavidade ( $H_0/L_0 = 1$ ) e a fração de ocupação da cavidade ( $\phi = H_0L_0 / (H_e+H)L/2 = 0,1$ ). Assim, obtiveram-se razões entre a altura e a base maior do trapézio uma vez otimizadas ( $(H/L)_{opt}$ ) para uma faixa de valores da razão entre a base maior e a base menor ( $H_e/H$ ). Destes, também se determinou a temperatura máxima uma vez minimizada ( $(T_{max})_{min}$ ). No segundo nível de otimização foi introduzida a variação da forma da cavidade ( $H_0/L_0$ ). Este novo GL permitiu obter  $(T_{max})_{2m}$ ,  $(H/L)_{2o}$  e  $(H_e/H)_{opt}$  para uma faixa determinada de valores de  $H_0/L_0$ . Os resultados mostraram que a melhor performance térmica ocorreu quando a cavidade insere-se mais profundamente no interior do sólido trapezoidal. Neste trabalho foi necessário gerar um espaço de busca envolvendo três GL ( $H/L$ ,  $H_e/H$  e  $H_0/L_0$ ) e uma restrição ( $\phi$ ) para encontrar a melhor geometria.

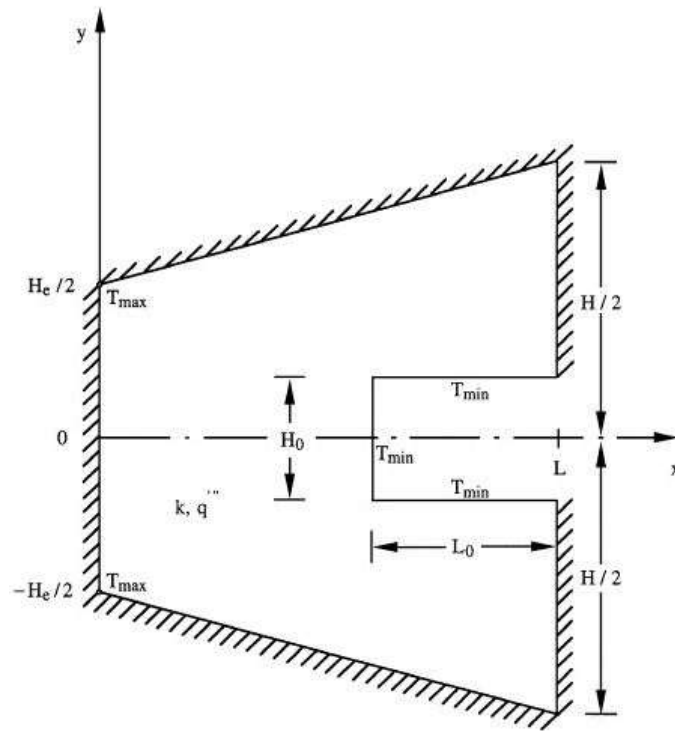


Figura 2.2 – Intrusão isotérmica lateral em um corpo trapezoidal condutivo bidimensional com geração de calor constante [ROCHA et al., 2005]

Outro trabalho relevante, usando o método construtal para otimização de cavidades retangulares inseridas em um sólido cilíndrico, é o exposto em Lorenzini et al. , 2012b. Neste, tem-se um sólido cilíndrico com geração interna uniforme de calor com as superfícies externas isoladas. O diferencial deste artigo é a otimização de várias cavidades em vez de somente uma, como nos trabalhos apresentados até agora nesta seção. O domínio do problema é mostrado na Figura 2.3. Neste, tem-se os GL representados pela razão entre a altura e o comprimento da cavidade ( $H_0/L_0$ ) e pela quantidade de cavidades ( $N$ ). A restrição é a fração de ocupação do volume de todas as cavidades ( $\phi$ ). O objetivo é minimizar a resistência térmica global entre o sólido e a cavidade. Os resultados apresentam a menor temperatura máxima adimensional ( $(\theta_{max})_{min}$ ) e a melhor razão da forma da cavidade ( $(H_0/L_0)_{opt}$ ) para diferentes valores de  $N$  e  $\phi$ , concluindo que quanto maior o número de cavidades e a fração de volume ocupada por elas, menor é a resistência térmica global. Embora não se tenha muitos GL a otimizar, a possibilidade de aumentar a quantidade de cavidades ( $N$ ) implica em uma maior complexidade geométrica, exigindo um maior esforço computacional nas simulações das configurações do domínio.

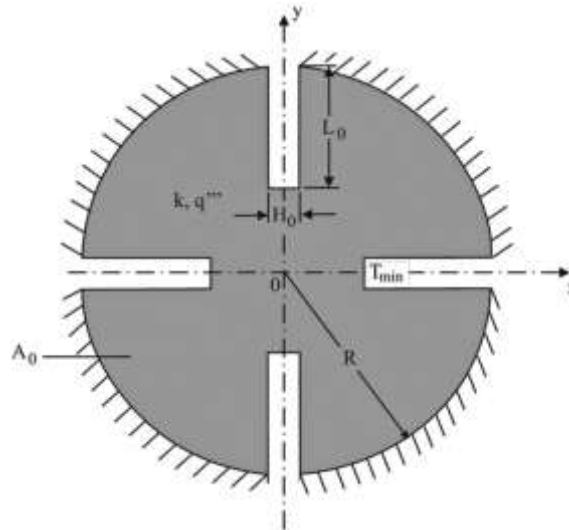


Figura 2.3 – Cavidades isotérmicas bidimensionais inseridas em um sólido cilíndrico [LORENZINI et al., 2012b]

Aumentando a complexidade da forma investigada, em Biserni et al. , 2004 ainda estudou-se o efeito de uma primeira construção da cavidade. Esta agora possui a forma de T, como mostrado na Figura 2.4. Agora a geometria é representada por três GL ( $L_0/L_1$ ,  $D_0/D_1$  e  $H/L$ ) e duas restrições ( $\phi$  e  $\Psi$ ). A nova restrição limita a fração de ocupação da área abaixo dos braços do T. Mesmo com a inclusão de um GL, a investigação feita minimizou somente uma vez a máxima temperatura do domínio, interessando-se em estudar a influência de cada GL no desempenho térmico do sistema para alguns valores das restrições. Seria possível minimizar até um terceiro nível, encontrando a máxima temperatura minimizada três vezes.

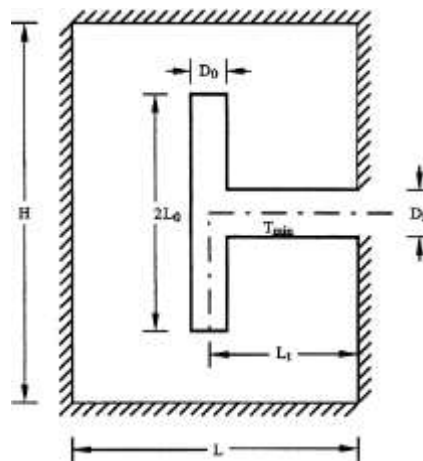


Figura 2.4 – Primeira construção de uma inserção arranjada como um T [BISERNI et al., 2004]

A forma T é usada como aleta para resfriamento de um sólido cilíndrico com geração interna de calor uniformemente distribuído em Lorenzini et al. , 2014. Neste, a variável a ser minimizada é a máxima temperatura que ocorre entre o sólido e o ambiente. Os GL do problema são a razão entre a espessura da base e do braço da aleta ( $t_1/t_0$ ), a razão entre o comprimento da base e do braço da aleta ( $L_1/L_0$ ) e o número de aletas ( $N$ ). Usou-se como restrição a fração de ocupação da área da aleta ( $\phi$ ) e a fração de ocupação da área retangular abaixo dos braços do T ( $\Psi$ ). Ainda foi estudada a influência do parâmetro de convecção  $\lambda$  sendo função do coeficiente de transferência por convecção ( $h$ ) e temperatura de referência do fluido circundante ( $T_\infty$ ). Como resultado, para o domínio ilustrado na Figura 2.5, foi apresentada a temperatura máxima uma vez minimizada e o GL  $t_1/t_0$  uma vez otimizado para diferentes valores de  $L_1/L_0$ ,  $N$ ,  $\phi$ ,  $\Psi$  e  $\lambda$ . Mostrou-se que quanto maior o número de aletas usadas no resfriamento, menor é a máxima temperatura do domínio, mesmo avaliando um nível de otimização.

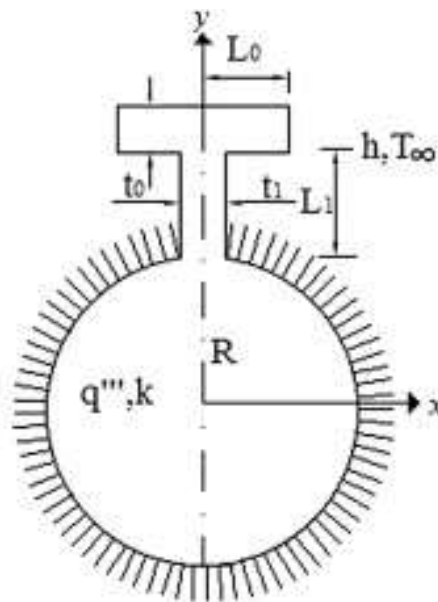


Figura 2.5 – Domínio computacional de sólido cilíndrico com aletas em forma de T [LORENZINI et al., 2014a]

A otimização de geometrias em forma de Y buscando a minimização da resistência térmica global é o objeto de estudo dos trabalhos de Marques et al. , 2009, Lorenzini et al. , 2011a e Lorenzini e Rocha, 2006. Nos dois primeiros trabalhos otimizou-se uma cavidade isotérmica em forma de Y inserida em um sólido com geração de calor uniforme, conforme ilustrado na Figura 2.6, diferenciando-se principalmente pelos níveis de otimização. No



trabalho de Marques et al. , 2009 fez-se a otimização de apenas um nível, no caso, o ângulo formado pelos braços do Y com a horizontal ( $\alpha$ ), tendo-se como restrição a área ocupada pela cavidade ( $\phi$ ) e a área retangular limitando a forma da cavidade ( $\Psi$ ). Foi encontrado o valor ótimo de  $\alpha$  para diferentes frações de ocupação de  $\phi$  e  $\Psi$ . Já em Lorenzini et al. , 2011a, aprofundou-se a investigação, obtendo-se um terceiro nível de otimização. Neste, além do ângulo  $\alpha$ , foram otimizadas as relações entre os comprimentos  $L_1/L_0$  e  $t_1/t_0$ . Embora havendo a possibilidade de otimizar um GL adicional,  $H/L$ , o estudo apenas investigou alguns valores deste.

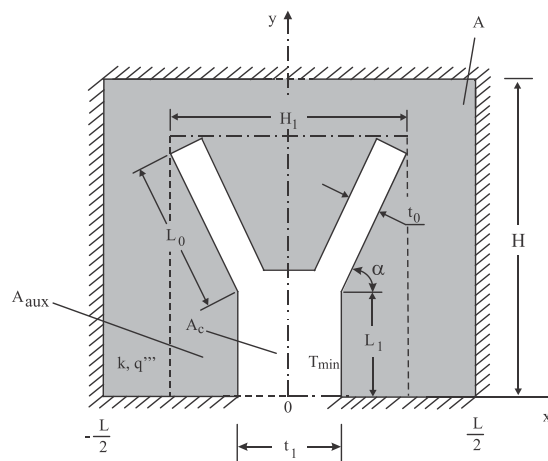


Figura 2.6 – Cavidade em forma de Y inserida em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme [LORENZINI et al., 2011a]

Já no estudo de Lorenzini e Rocha, 2006, tem-se uma aleta com um fluxo uniforme de calor entrando em sua base e perda de calor por convecção nas demais superfícies, onde é analisado um parâmetro adimensional de convecção ( $a$ ). Além disso, tem-se a restrição geométrica dada pela área da aleta ( $\phi$ ). Os GL investigados foram os mesmos do estudo anterior:  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $\alpha$ . Assim, para a forma exibida na Figura 2.7, obteve-se três níveis de otimização, comprovando-se que a aleta em forma de Y é mais eficiente do que uma em forma de T, para a mesma fração de ocupação das áreas das superfícies de cada geometria.

Dando continuidade a este estudo, Xie et al. , 2010, otimizaram uma aleta em forma de um duplo Y. O objetivo do trabalho foi minimizar a resistência térmica máxima otimizando os GL  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $t_2/t_1$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_2/L_1$ ,  $L_1/L_0$ . O estudo obteve resistência máxima minimizada cinco vezes e concluiu que uma aleta em forma de um duplo Y, apresentada na Figura 2.8, é mais eficiente na transferência de calor do que aletas em forma de T e Y.

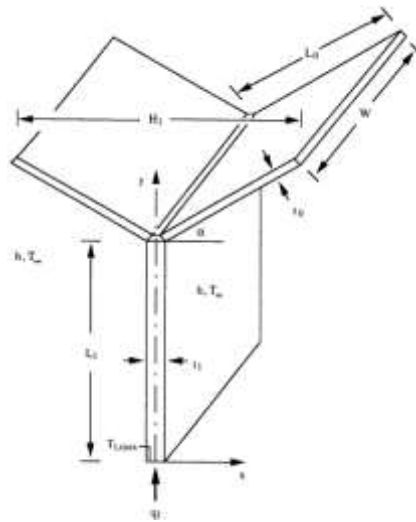


Figura 2.7 – Arranjo em forma de Y das aletas analisadas [LORENZINI; ROCHA, 2006]

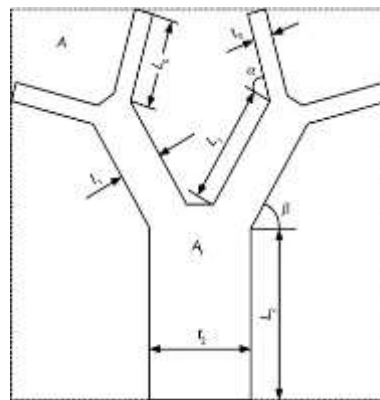


Figura 2.8 – Aleta em forma de um duplo Y [XIE et al., 2010]

Ainda, um caminho de alta condutividade com forma de Y é estudado em Horbach, 2014, tendo como objetivo principal o resfriamento de um volume elementar quadrado com geração uniforme de calor. De acordo com a Figura 2.9, investigou-se a influência do parâmetro  $k_p$  (condutividade térmica do material de alta condutividade), da restrição  $\phi$  (fração de ocupação do caminho condutivo) e dos GL  $\alpha$ ,  $D_1/D_0$ ,  $D_0$  e  $L_1/L_0$ . Desta forma, obteve-se a máxima temperatura minimizada quatro vezes e determinou-se uma geometria melhor para o problema em comparação às formas de I e X.

O resfriamento de um meio quadrado com geração de calor e baixa condutividade através de caminhos de alta condutividade em forma de X é tratado em Lorenzini et al. , 2013b, 2013c. Em outros termos, aplica-se o DC para descobrir quais configurações facilitam o acesso

ao calor que flui através da geometria. No primeiro trabalho, a geometria estudada é uniforme e simétrica. O objetivo é identificar qual configuração proporciona menor diferença ( $\theta_{\max}$ ) entre a máxima temperatura do domínio ( $T_{\max}$ ) e a temperatura mínima ( $T_0$ ), na base do caminho condutivo. Desta forma, a geometria em forma de X, mostrada na Figura 2.10(a), tem seu aspecto variado considerando os GL  $L_1/L_0$  e  $D_1/D_0$ . Também é avaliada a influência do parâmetro condutivo  $k_p$  e da fração de ocupação do material de alta condutividade em relação à área retangular do domínio ( $\phi$ ). Os resultados obtidos mostram que tal abordagem é mais eficiente para remover calor do que quando se emprega um material de alta condutividade em formato retangular, principalmente para valores maiores de  $k_p$  e  $\phi$ . No segundo trabalho aprofundou-se a investigação da geometria pelo emprego de uma forma X não-uniforme. Agora os comprimentos dos braços superiores e inferiores podem ser distintos, bem como o ângulo dos braços com o eixo horizontal que corta o centro do X. O novo domínio está representado na Figura 2.10(b), sendo sua configuração determinada pelos GL  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $D_1/D_0$ ,  $D_2/D_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $L_2/L_0$  e pelo grupo que relaciona a condutividade térmica e fração de ocupação do material condutivo em relação à área do domínio ( $k_p\phi$ ). A otimização foi feita variando-se quatro GL ( $D_1/D_0$  e  $D_2/D_0$  foram mantidos constantes) e diferentes valores do grupo  $k_p\phi$ , assim minimizando quatro vezes a máxima temperatura. Uma melhoria de 10% em relação ao caso onde o X é uniforme foi obtida, mesmo não sendo analisados todos os GL possíveis do problema.

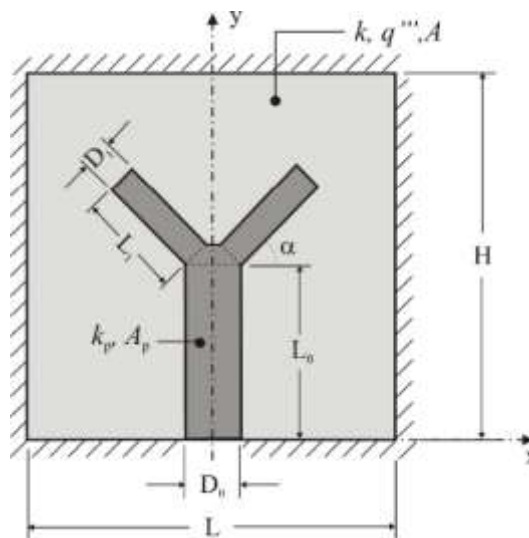


Figura 2.9 – Caminho de alta condutividade em forma de Y inserido em corpo de baixa condutividade [HORBACH et al., 2014]

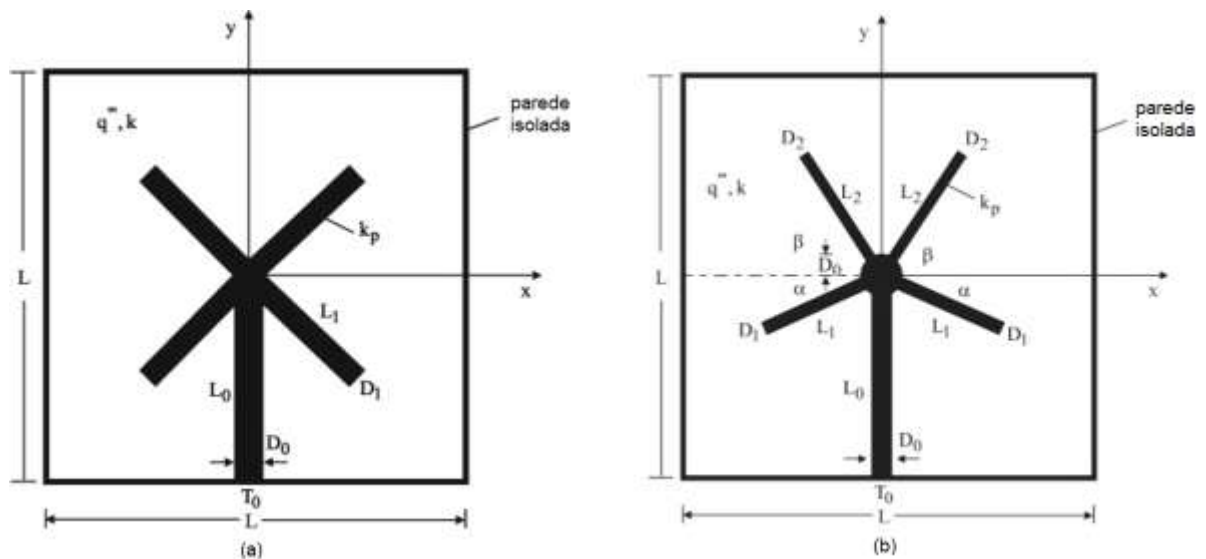


Figura 2.10 – Caminhos de alta condutividade em forma de X: (a) geometria uniforme [LORENZINI et al., 2013c]; (b) geometria não-uniforme [LORENZINI et al., 2013b]

A forma X ainda foi abordada como cavidade no trabalho de Lorenzini et al. , 2014b. Neste, uma cavidade isotérmica é usada para remover calor de um sólido quadrado com geração de calor a uma taxa constante. O objetivo principal é reduzir a máxima temperatura que ocorre entre o sólido e a cavidade. Para tal, de acordo com o domínio da Figura 2.11, foram usados na otimização dois GL:  $L_1/L_0$  e  $D_1/D_0$ . A relação  $H/L$  foi mantida constante. Outro fator investigado é a fração de ocupação da cavidade em relação à área total do domínio ( $\phi$ ). Os resultados mostram um desempenho térmico superior desta cavidade em comparação às cavidades em forma retangular e Y.

Entretanto, a cavidade em forma de H, devido a sua complexidade, apresenta resultados melhores. A cavidade em forma de H foi investigada no trabalho de Biserni et al. , 2007, sendo as condições térmicas as mesmas do trabalho anterior. A principal diferença se dá na forma e quantidade de GL usados na geração de configurações em busca da melhor geometria. Na otimização do domínio apresentado na Figura 2.12 é possível usar até seis GL e uma restrição. Os resultados apresentaram uma máxima temperatura minimizada quatro vezes ( $(\theta_{max})_{4m}$ ). Cabe destacar que se otimizaram os GL  $L_1/L_2$ ,  $L_0/L_2$ ,  $H_1/H_2$ ,  $H_0/H_2$ , ou seja,  $H/L$  foi mantido constante e não se obteve o valor ótimo para  $H_2/L_2$ .

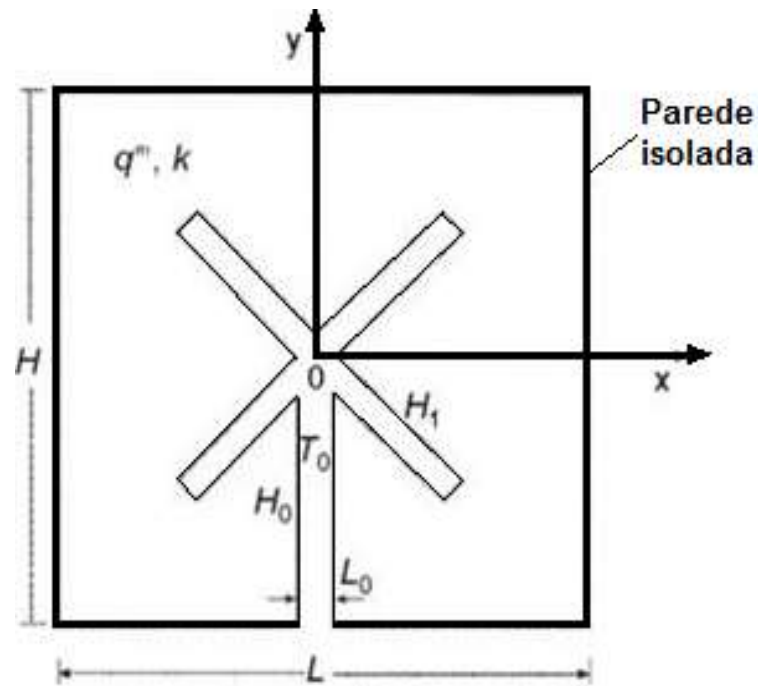


Figura 2.11 – Cavityde isotérmica em forma de X [LORENZINI et al., 2014b]

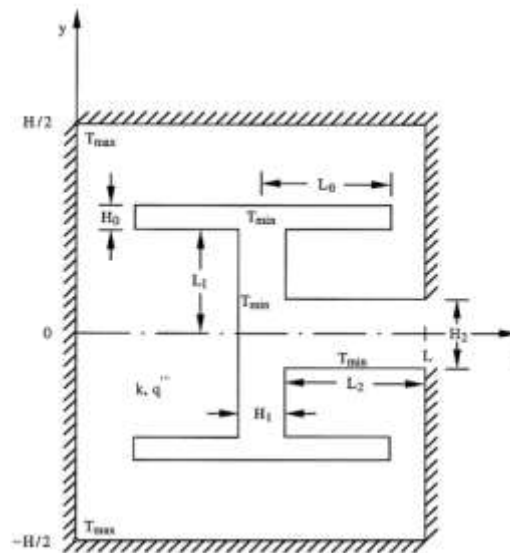


Figura 2.12 – Cavityde isotérmica em forma de H [BISERNI et al., 2007]

Caminhos de alta condutividade em formas semelhantes às letras gregas  $\phi$  e  $\psi$ , aprofundando o estudo de resfriamento de sólidos com geração de calor uniforme, é o tema do trabalho de Hajmohammadi et al. , 2014a. As duas geometrias estudadas são apresentadas na Figura 2.13, onde foi feito um estudo separadamente para cada forma em busca da configuração

que obtivesse a máxima temperatura minimizada. Quanto à geometria, em comum tem-se somente a área total do sólido, dada por  $H^2$ . No caso da geometria  $\phi$  fez-se dois níveis de otimização, onde os GL explorados foram  $H_r/H$  e  $R_o/R_i$ , estes relacionados com a posição e a espessura do anel da forma. Ainda, investigou-se a influência das restrições geométrica  $\omega_r$  (fração de ocupação do volume do material do anel em relação ao volume do sólido) e  $\omega$  (fração de ocupação do volume de todo o material de alta condutividade em relação ao volume do sólido) e o parâmetro  $\lambda$  (relacionado com a condutividade térmica). Para a geometria em forma de  $\psi$  os autores minimizaram a máxima temperatura até o quarto nível. Para tal foram otimizadas as relações  $H_r/H$  e  $D_b/H_b$  (relacionadas com a forma) e as restrições  $\omega_r$  e  $\omega_s$  (fração de ocupação do material do semi-anel e tronco da forma, respectivamente, em relação ao volume total do sólido). Como resultado, a geometria em forma de  $\psi$  foi a que apresentou o melhor desempenho térmico, considerando as mesmas restrições e propriedades térmicas. Pode-se observar o princípio construtal, onde a melhor forma permitiu um melhor acesso a correntes de calor e apresentou a forma de árvore.

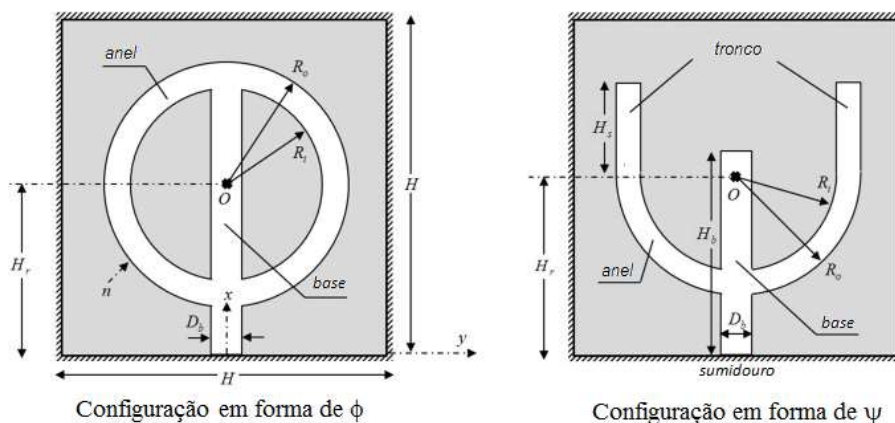


Figura 2.13 – Caminhos de alta condutividade inseridos em um sólido retangular com geração de calor uniforme [HAJMOHAMMADI et al., 2014a]

Alguns trabalhos estudam a otimização através de arranjos da mesma forma ou combinação de formas diferentes. Tais combinações aumentam a complexidade dos sistemas, consequentemente levando a melhores otimizações. Um exemplo já abordado é o uso duplo da forma Y empregado em otimização de aletas [XIE et al., 2010]. Na mesma área, foi usada uma combinação com as formas T-Y para minimização da resistência térmica global [LORENZINI;

ROCHA, 2009b]. Considerando a Figura 2.14, o trabalho relacionou os GL  $H/L$ ,  $H_1/L_1$ ,  $H_0/L_0$  e  $H_r$  com as frações de ocupação da aleta e a fração de ocupação da cavidade formada entre a bifurcação da forma ( $\phi_1$  e  $\phi_0$ , respectivamente) e o parâmetro convectivo  $a$  para minimização da temperatura máxima que ocorre entre a aleta e o ambiente ( $\theta_1$ ). Desta forma, foi minimizada duas vezes  $\theta_1$  e feita uma otimização em segundo nível de  $H_1/L_1$  e  $H_r$ , em separado, principalmente investigando a influência da área da cavidade e da área da aleta. O estudo não se aprofundou até o quarto nível de minimização que seria possível devido à quantidade de GL usados na representação da geometria. Também empregando a mesma forma, Lorenzini e Rocha, 2009a investigaram uma cavidade em forma de T-Y inserida em um sólido com geração de calor e superfícies externas isoladas, ou seja, havendo troca térmica somente através da cavidade. O objetivo continua o mesmo, reduzir a resistência térmica global ou reduzir a máxima temperatura entre o sólido e o ambiente. Baseando no domínio ilustrado na Figura 2.15(a), a busca pela melhor geometria considerou como GL as relações  $H/L$ ,  $H_2/L_2$ ,  $H_1/L_1$  e  $H_0/L_0$ . Como restrições determinou-se a fração de ocupação da área do sólido entre a bifurcação da cavidade ( $\phi_0 = A_0/A$ ), a fração de ocupação da área da cavidade ( $\phi_c = A_c/A$ ) e a área retangular onde a cavidade está circunscrita ( $\psi$ ). O estudo apresentou resultados até o terceiro nível de minimização, sendo mantidos fixos  $\phi_c$ ,  $\psi$  e  $H/L$ , observando principalmente a influência de  $\phi_c$  na máxima temperatura que ocorre no domínio. Aumentando a complexidade deste estudo, em Lorenzini et al. , 2012a foi investigada a cavidade T-Y com a inserção de duas cavidade retangulares nas laterais do sólido, conforme pode ser visto na Figura 2.15(b). O diferencial deste trabalho se dá pelo estudo de dois designs: (i) cavidades laterais dentro da área auxiliar; (ii) cavidades fora da área auxiliar. Foram adicionadas a relação  $H_3/L_3$  e fração de ocupação das áreas das cavidades laterais ( $\phi_3$ ). No primeiro design obteve-se a máxima temperatura do domínio minimizada uma vez e otimizando a relação  $H_3/L_3$ . Já no segundo estudo foi feita uma análise até o quarto nível de otimização, para as mesmas restrições. O segundo caso apresentou um melhor desempenho térmico devido à maior liberdade para as cavidades laterais penetrarem no sólido.

Pode-se observar o princípio construtal em cada um dos trabalhos pelo aumento da complexidade da forma e incremento de GL a cada otimização, ou seja, primeiramente otimiza-se somente um GL, depois aumenta-se essa quantidade gradativamente até alcançar a quantidade máxima de GL da forma. Analisando em conjunto os trabalhos apresentados, há casos onde o objeto de estudo é o mesmo, variando-se apenas a forma da cavidade, aleta ou

caminho condutivo e/ou a combinação de formas em busca do melhor desempenho térmico. Mesmo sendo trabalhos distintos, o princípio construtal aparece pela evolução da forma como um todo empregada no estudo de otimização, podendo-se considerar, em um estudo mais avançado, a forma empregada como um GL a mais.

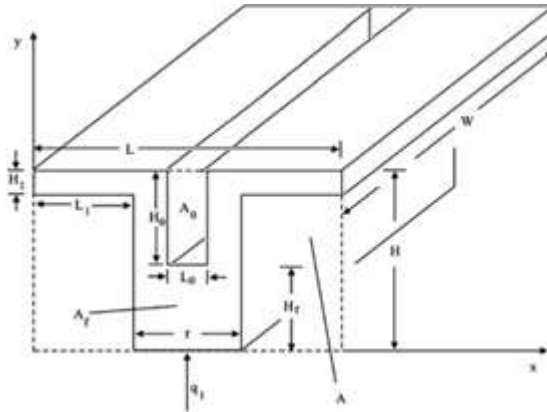


Figura 2.14 – Aleta arranjada em forma de T-Y [LORENZINI; ROCHA, 2009b]

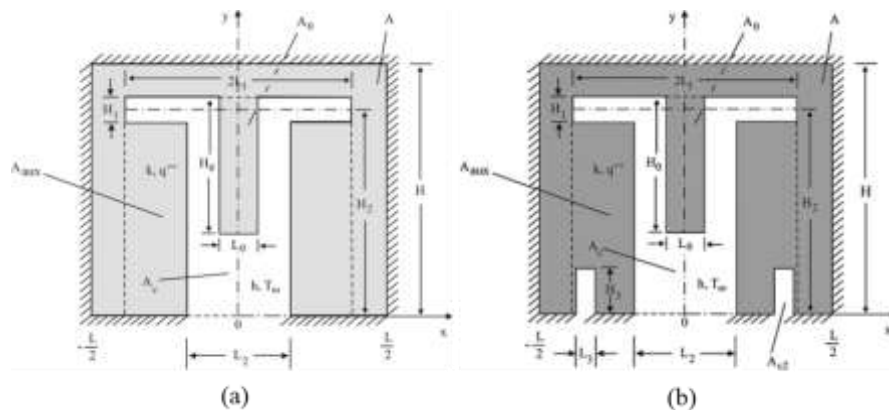


Figura 2.15 – (a) Cavidade T-Y inserida em sólido com geração de calor; (b) adição de cavidades laterais [LORENZINI; ROCHA, 2009a]

Quanto à otimização geométrica, os trabalhos mostram uma limitação em sua forma e estrutura, não explorando completamente o espaço de configurações formado pelos GL, restrições e parâmetros térmicos. Isto se deve à maneira como as melhores geometrias são investigadas. No geral, são selecionados alguns valores para os GL (dependendo da experiência do pesquisador) e montada uma árvore de combinações, onde cada configuração é testada por simulação numérica. Este processo se torna custoso devido à grande quantidade de simulações realizadas, onde muitas destas poderiam ser descartadas. No próximo capítulo serão



apresentados os métodos de busca usados por geometrias ótimas por autores das áreas de DC e transferência de calor.

### 3 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Na área de design construtal (DC) os autores que vêm trabalhando com transferência de calor em problemas envolvendo aletas, cavidades e caminhos condutivos baseiam-se no método denominado busca exaustiva para encontrar geometrias ótimas. Tal método garante a obtenção da melhor geometria, porém teoricamente é necessário simular todas as configurações do domínio na busca. Alguns autores da área de transferência de calor (sem considerar o DC), como já exposto, vêm aplicando algoritmos genéticos (AG) para reduzir a amostragem do espaço de busca. Existindo duas metodologias predominantes para otimização na área de transferência de calor, este capítulo aborda tais metodologias. Assim, pretende-se definir como os AG podem ser aplicados a problemas de transferência de calor segundo o princípio construtal.

#### 3.1 Busca Exaustiva

Em problemas onde deve-se testar configurações que dependem da combinação de valores, sendo que os resultados obtidos são sempre os mesmos (busca determinística), o método que emprega força bruta para a otimização, denominado busca exaustiva, mostra-se uma das primeiras alternativas e mais triviais de ser implementada [HAUPT, 2004, BURKE; KENDALL, 2006]. Em outras palavras, tal método gera uma lista de todas as soluções potenciais do problema de uma forma sistemática, avalia as soluções potenciais uma a uma, desqualificando soluções impossíveis, e, para um problema de otimização, garante que a melhor solução seja encontrada. A busca exaustiva é um algoritmo prático para uma série de problemas importantes e se destaca por sua simplicidade de implementação. Porém raramente é um algoritmo eficiente e, em algumas implementações, é inaceitavelmente lento. Em geral é aceitável para problemas simples, mas para problemas complexos torna-se proibitivo.

Um exemplo de uso onde a busca exaustiva foi empregada é aquele do trabalho de Lorenzini et al. , 2011a, apresentado no capítulo anterior. Relembrando, o objetivo do trabalho é minimizar a resistência térmica global de um domínio composto por um sólido com geração de calor interna com uma cavidade isotérmica em forma de Y. O trabalho envolve a busca da melhor geometria pela combinação de quatro GL:  $H/L$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $\alpha$ . A variação geométrica consiste em otimizar um GL mantendo os demais fixos, bem como as restrições geométricas

globais para o problema. Por exemplo, a otimização do GL  $\alpha$  é feita através da variação deste e mantendo-se fixos  $H/L$ ,  $t_1/t_0$  e  $L_1/L_0$  (por exemplo,  $H/L = 1,0$  e  $t_1/t_0 = 11$  e  $L_1/L_0 = 0,001$ ). O segundo nível de otimização, consiste em variar os GL  $L_1/L_0$  e  $\alpha$  (por exemplo,  $0,001 \leq L_1/L_0 \leq 1$  e  $0 \leq \alpha \leq 1,54$ ) e mantendo-se o terceiro e o quarto GL fixos ( $H/L = 1,0$  e  $t_1/t_0 = 11$ ). Para a otimização do terceiro GL, vários valores de  $t_1/t_0$  são avaliados e  $H/L$  é mantido fixo. Por último, para otimização do quarto GL são considerados vários valores para  $H/L$ , também. Adicionalmente, pode ser investigada a otimização dos quatro GL para diferentes coeficientes de transferência de calor, o que acarreta em mais casos a serem simulados numericamente. O processo de otimização para esta geometria é representado pelo fluxograma da Figura 3.1. O número de simulações será proporcional à quantidade de valores que cada GL assume problema. Neste estudo, destaca-se que o espaço de busca não foi completamente explorado, foram simulados alguns valores para os GL dentro de um intervalo restrito. Os valores dos GL usados nas simulações foram baseados na experiência dos pesquisadores neste tipo de problema. Tal prática é o que torna a busca exaustiva aplicável, pois dependendo da quantidade de valores que cada GL pode assumir, seriam necessárias centenas de milhares a milhões de simulações para obter a melhor geometria. Outro problema de se explorar um espaço restrito de valores é a possibilidade de cair em um mínimo local, i. e., os valores escolhidos não geram o caso realmente ótimo. Ainda, baseado no princípio construtal de que um sistema de fluxo deve evoluir, exige-se um aumento da complexidade da geometria, acarretando em uma quantidade maior de GL envolvidos no problema. Logo, a árvore de combinações gerada será maior, necessitando-se de mais simulações.

### 3.2 Algoritmos Genéticos

Uma forma alternativa ao método exaustivo na busca pela solução ótima é através de técnicas de computação evolutiva. Dentro destas técnicas, os AG têm tido grande destaque na aplicação de problemas de transferência de calor [GOSSELIN et al., 2009, GEB et al., 2013, WANG et al., 2015].

O AG foi desenvolvido por John Holland [HOLLAND, 1975], sendo popularizado pelo seu aluno David Goldberg em um estudo para controle da transmissão de linhas de gás [GOLDBERG, 1989]. O AG é baseado nos princípios de genética e seleção natural, sendo recomendado para problemas com múltiplas variáveis. Também pode ser descrito como rotinas

computacionais que imitam processos de evolução biológica de forma a resolver problemas e modelar sistemas evolucionários [MITCHELL, 1995, HAUPT, 2004]. O AG permite uma população de vários indivíduos evoluir sob regras de seleção específicas a um estado que minimiza uma função objetivo.

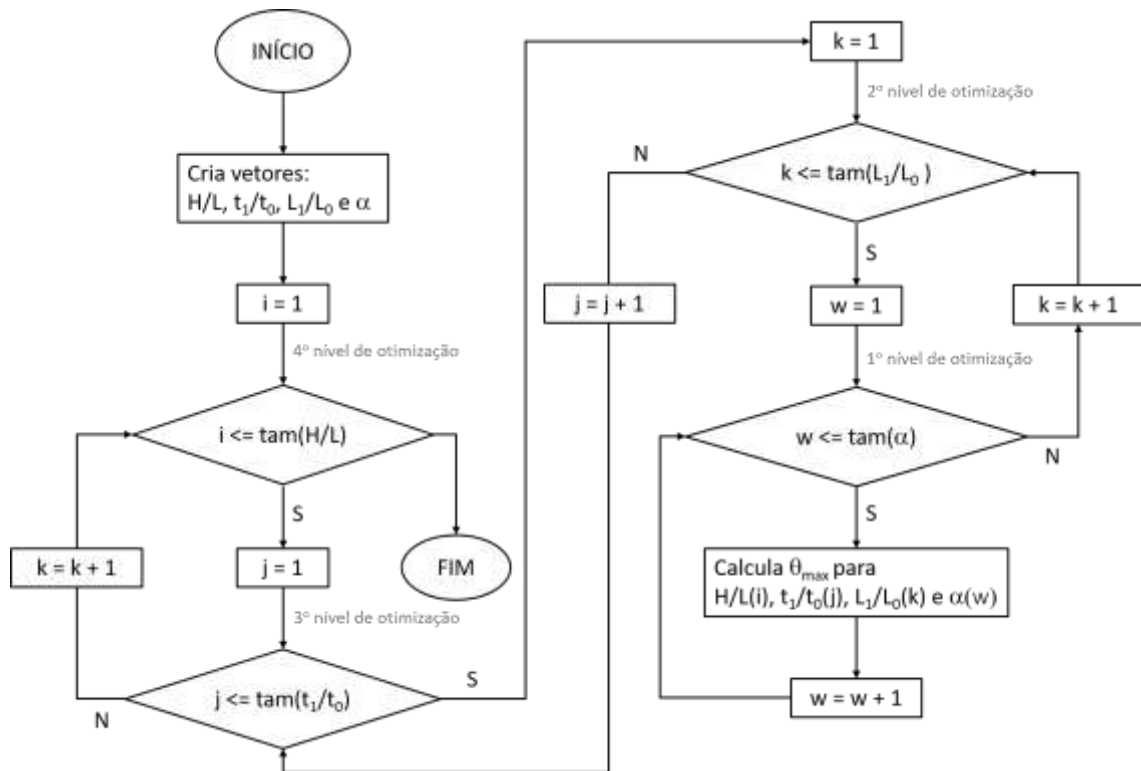


Figura 3.1 – Fluxograma do esquema de otimização usando DC para um problema com quatro GL ( $H/L$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $\alpha$ )

O AG pode ser aplicado para resolver uma variedade de problemas de otimização que não são bem tratados por algoritmos padrões de otimização, incluindo problemas em que a função objetivo é descontínua, não diferenciável, estocástica ou altamente não linear.

As principais vantagens do AG, segundo Haupt, 2004, são:

- Otimiza usando variáveis contínuas ou discretas;
- Não necessita informação da derivada;
- Busca simultânea a partir de uma amostragem ampla da região de busca;
- Lida com um grande número de variáveis;
- Possibilita usar computação paralela;

- Otimiza variáveis da região de busca extremamente complexas (pode fugir de mínimos locais);
- Fornece uma lista de variáveis ótimas, não somente uma solução única;
- Trabalha com dados gerados numericamente, dados experimentais ou funções analíticas.

Tais características produzem soluções muito boas onde métodos tradicionais falham. Além disso, estas características são propícias em problemas envolvendo otimização de geometrias onde se tem uma grande quantidade de GL e a busca pode ser inalcançável.

Na Figura 3.2 é apresentado um fluxograma que ilustra de forma esquemática os principais passos do AG, em sua forma canônica, na busca de uma solução ótima global para um problema de otimização. Nesta representação, os membros da população são cadeias ou cromossomos, onde são concebidos originalmente como uma representação binária de um vetor de soluções. O AG procede selecionando um subconjunto (geralmente um par) de soluções da população, denominados pais, e combina-os para produzir novas soluções, denominados filhos (descendentes). Regras de combinação para gerar filhos são baseadas nas noções de cruzamento, consistindo em intercambiar valores de soluções de variáveis particulares, juntamente com uma operação para alterar valores aleatoriamente (mutação). Filhos produzidos pelo acasalamento de pais e que passam por um teste de sobrevivência são disponibilizados para servir como pais da próxima geração. A escolha de pais a ser combinada em cada geração é baseada em um esquema de amostragem aleatória ponderada que, em alguns casos, é realizada em paralelo ao longo de subpopulações distintas cujos melhores membros são periodicamente trocados ou compartilhados. Uma outra representação de AG é a representação numérica contínua. Nesta não há valores discretos usados na população, e sim infinitos valores dentro de um intervalo (limitado pela representação numérica do computador). A representação clássica de AG é na forma binária, devido a sua facilidade de entendimento e mais fácil aplicação dos operadores genéticos. Devido às características e à capacidade de obtenção de excelentes resultados, neste trabalho as investigações serão feitas considerando a representação binária. As principais etapas do AG são apresentadas na Figura 3.2, sendo descritas na sua forma binária ao longo desta seção.

### 3.2.1 Definição da função objetivo e variáveis

Uma função objetivo em sua forma mais abstrata produz uma saída para um conjunto de argumentos (cromossomos). A função objetivo pode ser obtida analiticamente ou numericamente (por exemplo, através de uma simulação). Sua saída é denominada aptidão.

O cromossomo ou vetor de valores variáveis é definido inicialmente no processo de otimização. Considerando que um vetor tem  $N$  variáveis (um problema de otimização de  $N$  dimensões ou  $N$  GL), representado por  $v_1, v_2, \dots, v_N$ , o cromossomo pode ser escrito na forma de um vetor de  $N$  elementos (genes):

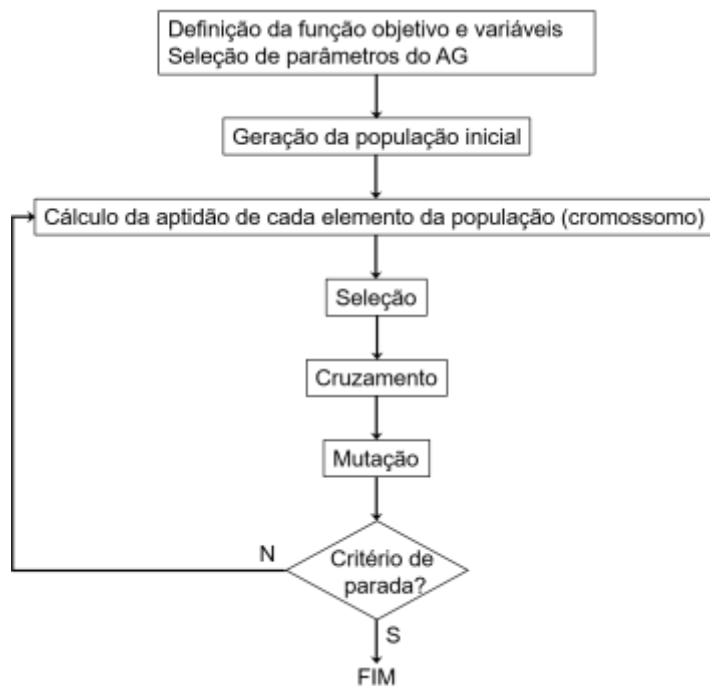


Figura 3.2 – Passos do AG em um processo de otimização

Fonte: Autoria própria

$$\text{cromossomo} = [v_1, v_2, \dots, v_N]. \quad (3.1)$$

Por exemplo, para encontrar o mínimo da função objetivo  $f = x^2 + y^2$  são necessárias duas variáveis de entrada, ficando o cromossomo definido na forma:

$$\text{cromossomo} = [x, y] \quad (3.2)$$

onde  $N = 2$ . Cada cromossomo tem sua aptidão definida pela avaliação da função objetivo  $f$ , em  $v_1, v_2, \dots, v_N$ :

$$\text{aptidão} = f(\text{cromossomo}) = f(v_1, v_2, \dots, v_N) \quad (3.3)$$

Algumas vezes a experiência do pesquisador sobre o problema é importante para facilitar o processamento da função objetivo. Pode-se optar por retirar variáveis sem grande importância ao processo de otimização, reduzindo a dimensão e facilitando a convergência.

A maioria dos problemas de otimização leva em conta restrições ou limites de valores. Há casos onde as variáveis são irrestritas, podendo assumir qualquer valor. Já as variáveis restritas podem ocorrer de três formas. Primeiramente, pode-se usar limites rígidos aplicando os operadores  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$  e  $\leq$ . Quando a variável excede o limite, ela assume o valor dentro do limite. Se  $x$  está no intervalo  $0 \leq x \leq 10$  e o algoritmo atribui  $x = 11$ , será reatribuído, por exemplo o valor 10. No segundo caso, as variáveis são transformadas em novas variáveis que, inerentemente, incluem restrições. Se  $x$  está no intervalo  $0 \leq x \leq 10$ , então  $x = 5 \sin y + 5$  é uma transformação entre a variável restrita  $x$  e a variável sem restrição  $y$ . Usando em  $y$  qualquer valor é o mesmo que variar  $x$  dentro de seu intervalo. Este tipo de transformação muda o problema de otimização restrito para um problema de otimização sem restrições. Por último, pode-se ter um conjunto finito de valores variáveis para se escolher, onde todos os valores encontram-se na região de interesse.

Os casos onde há dependência entre as variáveis, apresentam-se como problemas especiais para algoritmos de otimização, porque a variação de uma variável também altera o valor de outra variável. Na literatura sobre AG, a interação entre variáveis é conhecida por epistasia (um termo da biologia para interação genética). Quando se tem nenhuma ou pouca epistasia, algoritmos simples de busca por mínimos são melhores. O AG destaca-se quando a epistasia é média ou grande [DAVIDOR, 1991].

### 3.2.2 Codificação e decodificação de variáveis

Na codificação binária o cromossomo é representado por uma cadeia de bits, ou seja, cada gene (variável) é representado por uma sequência de dígitos binários (0 ou 1) correspondentes a um valor em uma representação numérica decimal. Uma vez que as variáveis

utilizam uma representação binária, deve haver uma maneira de converter valores da representação binária para a representação decimal, e vice-versa, pois para a avaliação da função objetivo o cromossomo precisa ser decodificado. Para a conversão da base binária para a decimal usa-se os conceitos de notação posicional [TOCCI; WIDMER, 2000]:

$$N_d = d_{na-1}b^{na-1} + d_{na-2}b^{na-2} + \dots + d_1b^1 + d_0b^0 \quad (3.4)$$

onde:

- $N_d$  - valor inteiro decimal;
- $d$  - algarismo;
- $b$  - base numérica;
- $na$  - número de algarismos;
- $na-1, na-2, 1, 0$  - posição do algarismo na cadeia.

Esta representação considera valores no intervalo de 0 a  $2^{na}-1$  com um passo de valor unitário. Nesta notação binária, o menor valor em base decimal será sempre representado por somente zeros na base binária, assim como o maior valor na base decimal será representado por uma sequência de 1's na base binária.

Na codificação binária, um cromossomo é apresentado na Figura 3.3, onde cada gene é codificado por 8 bits. Cabe destacar que os genes não precisam ter o mesmo tamanho.

$$\text{cromossomo} = [\underbrace{11101101}_{\text{gene 1}} \underbrace{00111011}_{\text{gene 2}} \dots \underbrace{11001100}_{\text{gene 3}}]$$

Figura 3.3 – Cromossomo de  $N$  genes de 8 bits cada

Uma outra forma de decodificação possível dos genes de um cromossomo é a conversão da forma binária pura para a representação decimal com parte fracionária, ou seja, valores não inteiros. Neste caso é importante definir a faixa de representação e a granularidade ou número de bits. Caso deseje-se usar o intervalo  $[0, 256]$  e se disponha de 10 bits, a granularidade será de 0,25, obtida a partir da Equação (3.5). A cada novo bit adicionado à representação, a granularidade cai pela metade.



$$\Delta x = \frac{X_{LS} - X_{LI}}{2^{nb}} \quad (3.5)$$

onde:

- $\Delta x$  – granularidade;
- $X_{LS}$  – valor do limite superior;
- $X_{LI}$  – valor do limite inferior;
- $nb$  – número de bits.

Desejando-se definir os limites superior e inferior e a granularidade, o cálculo do número de bits necessários é dado pela seguinte expressão:

$$nb = \left\lceil \frac{\ln \left( \frac{X_{LS} - X_{LI}}{\Delta x} \right)}{\ln 2} \right\rceil \quad (3.6)$$

Definidas as propriedades do intervalo a se representar, a decodificação do gene no intervalo definido é feita através da Equação (3.7). Nesta expressão  $N_d$  é a posição do valor no intervalo definido, sendo obtido pela Equação (3.4).

$$X = X_{LI} + N_d \cdot \frac{X_{LS} - X_{LI}}{2^{nb}} \quad (3.7)$$

A precisão dos valores depende muito do tipo e do conhecimento do pesquisador sobre o problema. Em geral a representação binária é aplicável a problemas gerais, mas pode não ser a mais natural ou adequada ao problema.

### 3.2.3 Inicialização

Definida a estrutura de cada cromossomo, o funcionamento do AG começa pela criação de uma população inicial. A população é composta de um número determinado de indivíduos ( $N_i$ ) de tamanho  $Le$  (valores inteiros). Assim, tem-se uma matriz bidimensional de  $N_i \times Le$ . A população pode ser criada de três formas principais [SILVA, 2005]:

- aleatória: os bits de cada indivíduo são determinados aleatoriamente;

- aleatória determinística: os indivíduos são gerados segundo uma heurística;
- aleatória em regiões: os indivíduos são gerados aleatoriamente dentro de regiões com características semelhantes (mesma espécie).

Na geração da população, um aspecto importante é a diversidade, ou seja, as características dos indivíduos devem variar de forma a cobrir a maior área possível do espaço de busca [JASSADAPAKORN; CHONGSTITVATANA, 2003]. Para garantir a diversidade pode-se estabelecer condições de contorno com base na experiência do pesquisador sobre o problema, de forma que quanto melhor especificadas, mais rápida será a convergência, pois ter-se-á valores aleatórios gerados perto do ótimo. A diversidade é importante, também, pois caso não seja gerado um indivíduo com características do grupo ótimo, dificilmente os outros grupos gerarão um indivíduo ótimo no processo evolutivo do AG. Outra característica a ser considerada na criação dos indivíduos é a unicidade, i. e., não permitir a ocorrência de indivíduos repetidos na população.

O tamanho da população é outro aspecto a se definir na inicialização. Este, quando grande, aumenta a possibilidade de convergir. Entretanto o tempo de processamento aumenta também. O caso contrário, quando a população é pequena afeta diretamente a diversidade, diminuindo a chance de obter um resultado ótimo.

Após definidas as características da população inicial, a mesma é avaliada através da função objetivo onde é atribuída uma aptidão a cada indivíduo. Conforme o critério avaliado - valor mínimo, valor máximo, valor médio, etc - os indivíduos são elencados para passar pelo processo de seleção.

#### 3.2.4 Seleção

Através da seleção determina-se quais indivíduos conseguirão se reproduzir, gerando um número determinado de descendentes para a próxima geração, com uma probabilidade determinada pelo seu índice de aptidão da função avaliada. Em outras palavras, os indivíduos com maior adaptação relativa têm maiores chances de reproduzir [MITCHELL, 1998].

Esta etapa, inicialmente, é baseada nos princípios da seleção natural, ou seja, os indivíduos menos adaptados ou com maior custo, têm pouca chance de participar na reprodução da próxima geração. A quantidade de cromossomos escolhidos para gerar a próxima geração é feita de maneira arbitrária. Usando-se poucos, pode-se limitar a quantidade de genes para gerar

os filhos, diminuindo a diversidade. Por outro lado, se muitos cromossomos forem usados, traços ruins dos genes podem se propagar diminuindo a performance do algoritmo.

Também, pode-se usar um limiar para definir quais pais serão selecionados para a reprodução. Desta forma, todos indivíduos que tiverem uma aptidão abaixo do limiar sobreviverão. Esta técnica tem a vantagem de não precisar ordenar a população. Entretanto, em gerações futuras todos cromossomos podem estar abaixo do limiar, sendo necessário usar um limiar variável.

Os principais métodos para seleção de pais são:

**1. *Ranking*:** os indivíduos são ordenados conforme sua aptidão. Assim, os mais aptos têm maior chance de serem selecionados, ou seja, quanto maior o *ranking*, maior a chance de passar para a etapa de reprodução.

**2. Pareamento aleatório:** os indivíduos escolhidos para a reprodução são pareados aleatoriamente sem considerar suas aptidões.

**3. Roleta:** Os indivíduos são mapeados contiguamente em segmentos de uma linha, onde cada segmento tem tamanho proporcional as suas aptidões [BAKER, 1987]. Uma normalização é feita para que a soma das aptidões seja 1. Um número aleatório entre 0 e 1 é gerado e o indivíduo cujo segmento abrange o número é selecionado para reprodução. O processo é repetido até que a quantidade desejada de indivíduos seja selecionada. Este método é análogo a uma roleta de jogo de azar, onde cada setor da roleta é proporcional à aptidão do indivíduo. Desta forma, é possível que indivíduos com baixa aptidão sejam selecionados, carregando algum traço útil às próximas gerações. Entretanto, quando um membro da população apresenta uma aptidão muito superior aos demais indivíduos, o desempenho do algoritmo pode ser ruim. A Figura 3.4 mostra uma tabela contendo seis indivíduos e suas respectivas aptidões. Deseja-se selecionar quatro indivíduos para a reprodução, assim são gerados quatro números aleatórios. Na linha à direita da Figura 3.5 é mostrado o segmento que cada indivíduo ocupa e o número gerado a cada rodada. No exemplo, os indivíduos  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_4$  e  $x_6$  foram selecionados.

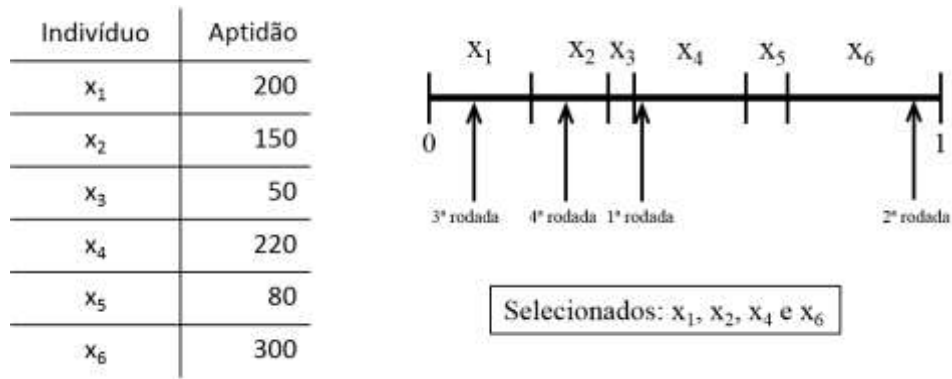


Figura 3.4 – Exemplo de seleção pelo método da roleta

**4. Torneio:**  $k$  indivíduos da população são escolhidos aleatoriamente, com a mesma probabilidade. O indivíduo com maior aptidão dentre estes  $k$  indivíduos é selecionado para a etapa de reprodução. O processo se repete até que  $n$  indivíduos sejam selecionados. A pressão seletiva deste método pode ser ajustada pela variação do valor de  $k$  indivíduos escolhidos para o torneio. Outra característica ajustável é a proibição de pais repetidos. Considerando a população da tabela à esquerda da Figura 3.5 e considerando  $k = 3$ , a tabela à direita da Figura 3.6 mostra uma possível combinação para o torneio onde o indivíduo com fundo cinza foi selecionado para ser pai.

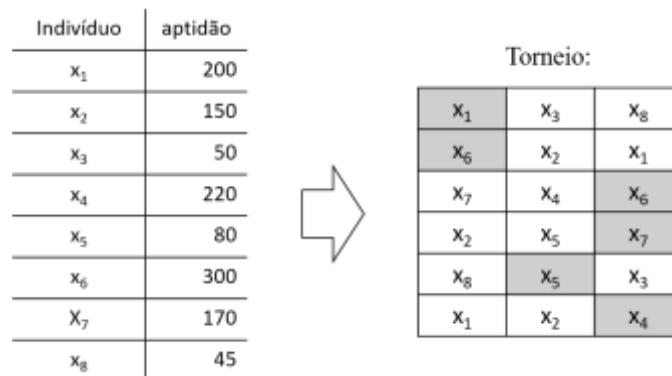


Figura 3.5 – Exemplo de seleção pelo método do torneio

**5. Amostragem estocástica uniforme:** Semelhante ao método da roleta na estruturação dos indivíduos em segmentos contínuos, cujo somatório das aptidões é normalizado em 1. Porém a seleção dos indivíduos é feita simultaneamente. Com base nos  $n$  indivíduos a serem selecionados é definida uma posição inicial,  $i$ , onde  $0 \leq i \leq 1/n$ . A partir do ponteiro  $i$  são definidos outros  $n - 1$  ponteiros ao longo da linha com um espaçamento

uniforme de  $1/n$ . Os pais correspondentes aos segmentos que possuem ponteiros são selecionados. Este método diminui a influência da estocasticidade, tem uma boa performance e é de fácil implementação. Possibilita que indivíduos com baixa aptidão sejam selecionados, tal qual a roleta, porém com uma probabilidade maior. No exemplo ilustrado pela Figura 3.6 tem-se o método aplicado a 6 indivíduos. Na tabela do lado esquerdo da Figura 3.7 estão as aptidões de cada indivíduo e à direita uma linha com os segmentos de tamanhos correspondentes a cada aptidão. Definindo-se  $i = 0,05$  e desejando-se selecionar seis pais ( $n = 6$ ), após a aplicação do método os pais selecionados serão  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_6$ .

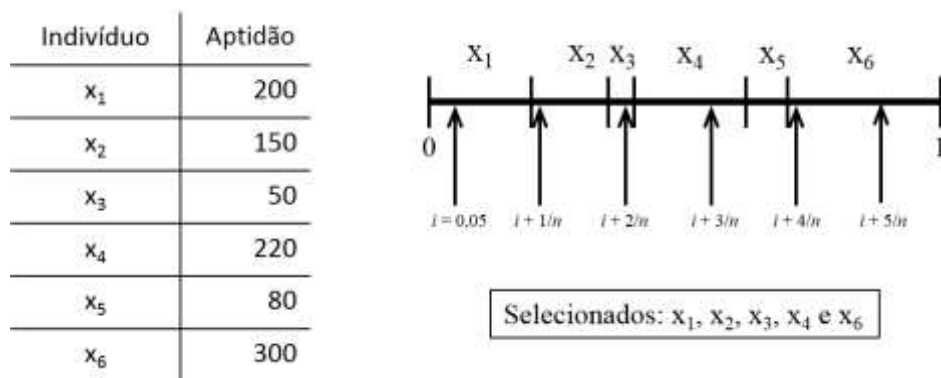


Figura 3.6 – Exemplo de seleção pelo método de amostragem estocástica uniforme

Os métodos de seleção apresentados são os mais clássicos na aplicação de AG. Estes foram explicados em sua forma mais simples. Há autores que usam variações dos métodos ou heurísticas adaptadas ao tipo de problema. Em estudos iniciais, os métodos de seleção na sua forma original têm grande aplicabilidade. Alterações nos métodos podem ser feitas à medida que o conhecimento do objeto de estudo é aprofundado.

### 3.2.5 Reprodução

A etapa de reprodução (cruzamento) em conjunto com a de mutação compõe os operadores genéticos. Estes tem o objetivo de transformar a população, através de sucessivas gerações, permitindo uma exploração do espaço de busca até um resultado satisfatório ser encontrado. No caso do cruzamento, sua principal função é explorar a região próxima aos pais, não adicionando informação nova à população, ou seja, o novo indivíduos herdará os traços dos

pais [POLI et al., 2008]. Uma vez que a seleção é feita, o cruzamento especifica como o AG combina dois indivíduos (pais) ou troca fragmentos entre pares de cromossomos para gerar um filho para a próxima geração.

O operador de cruzamento é aplicado com uma probabilidade, ou seja, há um parâmetro do AG definido como taxa de cruzamento que especifica qual a parcela da próxima geração que será produzida por cruzamento. Taxas de cruzamento baixas reduzem a exploração do espaço de busca, podendo limitar-se a um ótimo local. Por outro lado, altas taxas de cruzamento podem acarretar em um maior custo computacional.

Há diversas maneiras de aplicar o operador de cruzamento, a seguir são apresentadas algumas formas mais usadas:

**1. Ponto único:** Dois indivíduos são escolhidos na população de acordo com o operador de seleção descrito anteriormente. Um ponto de corte é escolhido aleatoriamente ao longo do cromossomo. São gerados dois filhos pela concatenação dos cortes de cada pai. Supondo o exemplo da Figura 3.7, os dois pais com uma cadeia de tamanho 8 têm o ponto de corte definido entre o quinto e o sexto bit. O primeiro filho será composto pelos cinco primeiros bits do primeiro pai e os três últimos bits do segundo pai. O segundo filho será composto pelos cinco primeiros bits do segundo pai e pelos três últimos bits do primeiro pai.

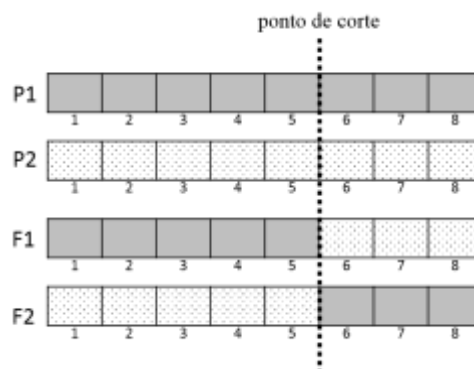


Figura 3.7 – Cruzamento usando ponto único de corte

**2. Dois pontos:** Esta função tem o mesmo princípio do cruzamento com ponto único, diferenciando-se por haver dois pontos de cortes. Considerando-se o primeiro ponto de corte entre o terceiro e quarto bit e o segundo entre o sexto e o sétimo bit, a Figura 3.8

mostra o resultado do cruzamento, onde o primeiro filho assume a primeira e última parcela do primeiro pai e a parcela central do segundo pai. Já o segundo filho assume as parcelas inversas do primeiro.

**3. Máscara aleatória:** um vetor binário (máscara) de mesmo tamanho dos pais é gerado aleatoriamente. O primeiro filho será composto pela informação do primeiro pai onde o vetor tiver valor 1 e pela informação do segundo pai onde o vetor binário tiver valor 0. A Figura 3.9 mostra a aplicação de uma máscara aleatória de 8 bits a dois pais e os filhos gerados.

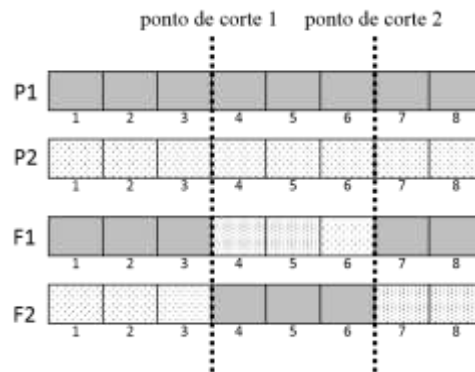


Figura 3.8 – Cruzamento usando dois pontos de corte

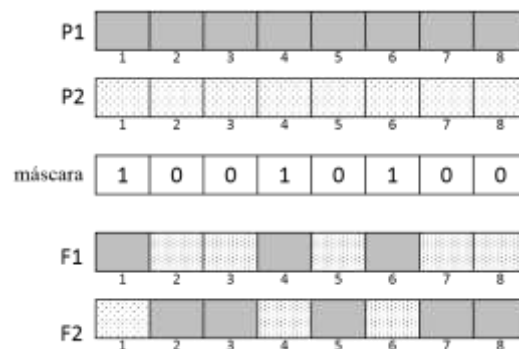


Figura 3.9 – Cruzamento usando máscara aleatória

### 3.2.6 Mutação

O AG faz periódicas variações aleatórias na população inspirado pelo processo de mutação que ocorre no DNA de células [COLEY, 1999]. A mutação no AG tem por objetivo a

introdução e manutenção da diversidade genética da população. Pode-se dizer que a mutação tem um papel diversificador e/ou intensificador na busca por ótimos [ZALZALA; FLEMING, 1997]. Quando diversificador, o processo de mutação introduz informação nova no indivíduo e, conseqüentemente, na população, impedindo a convergência prematura para ótimos locais. Já quando intensificador, um ruído é adicionado aos indivíduos fazendo com que a busca na vizinhança seja intensificada.

A mutação é aplicada à população com uma probabilidade definida pelo parâmetro genético denominado taxa de mutação. Considerando a população como uma matriz bidimensional de bits, onde cada linha representa um indivíduo, a taxa de mutação indica qual a parcela destes bits será alterada – de 1 para 0 e vice-versa [HAUPT, 2004]. Indica-se taxas de mutação na ordem de 2% ou menor, ou seja, a cada 100 bits da população 2 sofrerão mutação. Entretanto, a taxa de mutação mais correta pode ser dependente do problema, podendo ser feito um estudo a parte [COLEY, 1999].

Em um AG na forma binária a mutação é aplicada aleatoriamente, principalmente por não haver problemas de extrapolação de intervalo. Neste caso, um bit aleatório de um indivíduo é alterado.

### 3.2.7 Elitismo

Ao longo do processo evolutivo do AG, pode acontecer de o indivíduo mais apto de uma geração não estar presente na geração seguinte, devido à característica não-determinística do AG. Em um pior caso, pode ocorrer do indivíduo ótimo ser descartado [GREFENSTETTE, 1986, FOGEL, 1994].

A estratégia do elitismo permite que os melhores indivíduos de uma geração sejam diretamente passados para a próxima geração, caso não seja gerado um filho mais apto, não ocorrendo a manipulação dos operadores genéticos (cruzamento e mutação) [VASCONCELOS et al., 2001]. O elitismo é um mecanismo para acelerar a busca pela solução ótima, pois aumenta a pressão seletiva.



### 3.2.8 Critério de Parada

A última etapa a ser definida no AG é o critério de parada, ou seja, quando o algoritmo deve encerrar. Ao contrário das demais etapas, bem definidas, o critério de parada não é. Em geral esta etapa é baseada no tempo ou na aptidão. O critério de parada baseado no tempo apresenta-se principalmente de duas formas. A mais popular é feita definindo antecipadamente o número de iterações (gerações) a serem executadas. Outra forma é baseada no tempo de execução do algoritmo, ou seja, o algoritmo executa por um determinado período e ao término obtém-se o resultado [DINABANDHU et al., 2012]. Outro critério de parada adotado é baseado no número de gerações em que a aptidão do melhor indivíduo não se altera, caracterizado pela estagnação do melhor. O algoritmo também pode encerrar quando algum indivíduo atinge um valor conhecido *a priori*. Neste caso tem-se um caráter de validação.

A natureza de um processo evolutivo não tem um fim. Assim, é preciso definir um critério de parada, pois processos reais tem um tempo finito de execução para poderem ser aproveitados. Assim, o critério é escolhido de acordo com os requisitos e as características do problema a ser otimizado.

## 4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção serão apresentadas todas as etapas utilizadas neste trabalho para a otimização de cada geometria estudada. Inicialmente, cada estudo tem seu modelo, aspectos e características da modelagem numérica apresentados. Por fim, o algoritmo de otimização é explicado, destacando-se principalmente as características do algoritmo genético (AG).

### 4.1 Cavidade Isotérmica em Forma de Y

#### 4.1.1 Domínio Matemático

Considerando o sólido condutivo da Figura 4.1, tem-se uma configuração bidimensional com a terceira dimensão ( $W$ ) perpendicular ao plano da figura. O sólido é isotrópico com uma condutividade térmica constante ( $k$ ). Ele gera calor uniformemente a uma taxa volumétrica  $q'''$  ( $\text{Wm}^{-3}$ ). As superfícies externas do sólido com geração de calor são perfeitamente isoladas. A corrente de calor gerada é removida apenas pelas paredes da cavidade, esta, mantida a uma temperatura mínima ( $T_{min}$ ). Por simplicidade, o coeficiente de transferência de calor na parede da cavidade é considerado muito grande de maneira que a resistência convectiva pode ser negligenciada em comparação à resistência condutiva do sólido.

#### 4.1.2 Restrições e Adimensionalizações

De acordo com o DC, as otimizações podem ser sujeitas à restrições. Estas têm por objetivo definir a fração do domínio que a forma ou parte dela pode ocupar, uma vez que sistemas encontrados na natureza são finitos [BEJAN; LORENTE, 2008a]. Cabe destacar que este estudo e os demais são tratados de forma adimensional.

Baseado nas definições da Figura 4.1., esta geometria pode ser sujeita a três restrições, denominadas de área total:

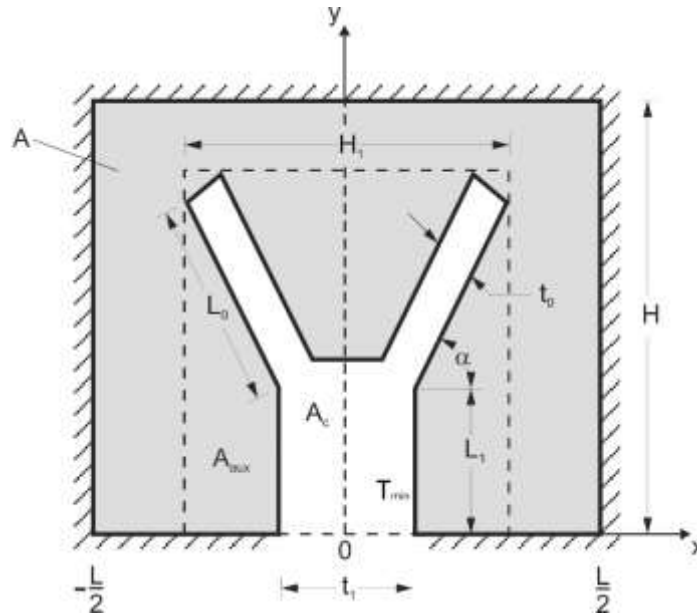


Figura 4.1 – Cavidade isotérmica em forma de Y inserida em um corpo condutivo bidimensional com geração de calor uniforme

$$A = HL \quad (4.1)$$

área da cavidade:

$$A_c = L_1 t_1 + 2L_0 t_0 + t_1 t_0 \cos \alpha - t_0^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.2)$$

e área auxiliar:

$$A_{aux} = (L_1 + L_0 \sin \alpha + t_0 \cos \alpha)(2L_0 \cos \alpha + t_1) \quad (4.3)$$

O terceiro e o quarto termos da Equação 4.2 representam a área trapezoidal que conecta o tronco aos braços da cavidade em forma de Y. Na Equação 4.3, o primeiro e segundo termos, entre parênteses, representam a altura e largura total ocupada pela cavidade, respectivamente. As Equações (4.2) e (4.3) são válidas para o intervalo  $0 < \alpha < \pi/2$ , podendo ser representadas, respectivamente, como a fração de ocupação da cavidade:

$$\phi_c = \frac{A_c}{A} \quad (4.4)$$

e a fração de ocupação da área auxiliar:

$$\psi = \frac{A_{aux}}{A} \quad (4.5)$$

As Equações (4.4) e (4.5) são consideradas restrições do problema.

As variáveis adimensionais são definidas para a temperatura e dimensões do domínio, respectivamente:

$$\theta = \frac{T - T_{min}}{q''' A/k} \quad (4.6)$$

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{t}_0, \tilde{t}_1, \tilde{L}_0, \tilde{L}_1, \tilde{H}, \tilde{L} = \frac{x, y, t_0, t_1, L_0, L_1, H, L}{A^{1/2}} \quad (4.7)$$

A máxima temperatura,  $\theta_{max}$ , é também a resistência térmica global adimensional entre o volume de todo o sistema (sólido) e a cavidade:

$$\theta_{max} = \frac{T_{max} - T_{min}}{q''' A/k} \quad (4.8)$$

As formas adimensionais das Equações (4.1), (4.4) e (4.5) são:

$$1 = \tilde{H}\tilde{L} \quad (4.9)$$

$$\phi_c = \tilde{L}_1\tilde{t}_1 + 2\tilde{L}_0\tilde{t}_0 + \tilde{t}_1\tilde{t}_0 \cos \alpha - \tilde{t}_0^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.10)$$

$$\psi = (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha + \tilde{t}_0 \cos \alpha)(2\tilde{L}_0 \cos \alpha + \tilde{t}_1) \quad (4.11)$$

### 4.1.3 Equação Governante

A análise que leva à minimização da resistência térmica global como uma função da geometria consiste em resolver numericamente a equação da condução do calor no domínio da região do sólido, representada em sua forma adimensional por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \quad (4.12)$$

No processo para tornar adimensional a equação da difusão de calor, o termo  $q'''/k$  é colocado em evidência, motivo de haver uma unidade no terceiro termo desta equação. A obtenção da equação governante e sua adimensionalização é detalhada no Anexo A.

### 4.1.4 Graus de Liberdade

Os graus de liberdade (GL) são razões entre dimensões da geometria estudada, sendo valores adimensionais. A definição dos GL está ligada diretamente à evolução da geometria, ou seja, é um dos requisitos para a aplicação do DC.

Nos problemas aqui abordados usam-se vários GL para definir o aspecto da geometria. Assim, o processo de otimização é feito em várias etapas, onde a cada nova etapa um grau de liberdade passa a participar da busca para minimizar a máxima temperatura do domínio. Sempre, inicia-se avaliando a influência de somente um GL livre e os demais ficam constantes. A cada nova etapa ou nível de otimização um novo GL deixa de ser constante, ou seja, considera-se a influência de um novo GL e assim por diante. Em síntese, a cada nível de otimização um novo GL deixa de ser constante. Estes GL podem ser avaliados frente à diferentes restrições e /ou parâmetros térmicos.

A quantidade de GL máxima que pode ser usada na simulação depende das constantes do problema (áreas) e número de dimensões. Para a cavidade em forma de Y tem-se como constante  $A$ ,  $A_c$  e  $A_{aux}$ . As dimensões que determinam o domínio são  $H$ ,  $L$ ,  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $t_0$ ,  $t_1$  e  $\alpha$ . Assim, são necessários quatro GL para realizar o fechamento do problema e posterior avaliação geométrica, estes definidos como  $\alpha$ ,  $L_1/L_0$ ,  $t_1/t_0$  e  $H/L$ .

#### 4.1.5 Condições de Contorno

As condições de contorno usadas neste trabalho consideram somente os fenômenos de condução e convecção. Baseado na literatura [BEJAN; KRAUS, 2003] e nas características dos problemas aqui investigados, são necessárias duas condições de contorno das possíveis a serem consideradas:

1. Condição de contorno de Dirichlet ou de 1ª espécie – temperatura da superfície constante:

$$T = K = \text{const.} \quad (4.13)$$

2. Condição de contorno de Neumann ou de 2ª espécie – fluxo térmico constante na superfície (sendo um caso particular quando a superfície é adiabática ou isolada):

$$-k\nabla T = q'' \quad (4.14)$$

No caso de superfície isolada, considera-se  $q'' = 0$ .

Desta forma, as condições de contorno adaptadas ao domínio da cavidade isotérmica Y, ficam da seguinte forma para as superfícies externas (isoladas):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = 0 \text{ em } \tilde{x} = -\frac{\tilde{L}}{2} \text{ ou } \tilde{x} = \frac{\tilde{L}}{2} \text{ e } 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = 0 \text{ em } \tilde{y} = 0 \text{ e } -\frac{\tilde{L}}{2} \leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} \text{ ou } \frac{\tilde{t}_1}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{L}}{2} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = 0 \text{ em } \tilde{y} = \tilde{H} \text{ e } -\frac{\tilde{L}}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{L}}{2} \quad (4.17)$$

As demais superfícies são mantidas a uma temperatura mínima ( $T_{min}$ ), sendo suas condições de contorno dadas por:

$$\theta = 0 \text{ em } 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 \text{ e } \tilde{x} = -\frac{\tilde{t}_1}{2} \text{ ou } \tilde{x} = \frac{\tilde{t}_1}{2} \quad (4.18)$$

$$\theta = 0 \text{ em } \tilde{L}_1 \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha \text{ e } \frac{\tilde{t}_1}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha \text{ ou } -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} \quad (4.19)$$

$$\theta = 0 \text{ em } \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha + \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e } \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha - \tilde{t}_0 \cos \alpha \text{ ou } -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha + \tilde{t}_0 \cos \alpha \quad (4.20)$$

$$\theta = 0 \text{ em } \tilde{L}_1 + \tilde{t}_0 \sin \alpha \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha + \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e } \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{t}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha - \tilde{t}_0 \cos \alpha \text{ ou } -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{t}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha + \tilde{t}_0 \cos \alpha \quad (4.21)$$

$$\theta = 0 \text{ em } \tilde{y} = \tilde{L}_1 \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e } -\frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{t}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{t}_0 \cos \alpha \quad (4.22)$$

#### 4.1.6 Solução Numérica

O valor de  $\theta_{max}$  pode ser determinado numericamente através da resolução da Equação (4.12), para o campo de temperaturas em cada configuração assumida. Neste sentido, a equação deste caso, bem como dos demais casos, para determinar  $\theta_{max}$  foi resolvida através de um código usando o método dos elementos finitos (MEF) [GARTLING; REDDY, 1994, HUTTON, 2004, ZIENKIEWICZ et al., 2005, GOKHALE et al., 2008, 2008, CHANDRUPATLA, 2011], desenvolvido no ambiente MATLAB [MATLAB, 2000].

O emprego do MEF aplicado neste trabalho foi feito através do pacote PDETool [THE MATHWORK, INC, 2014] do ambiente MATLAB [MATLAB, 2000]. Este permite a construção do domínio computacional a partir de formas pré-definidas (retângulos, elipses e

polígonos), gerar e refinar malhas, definir as condições de contorno e escolher o tipo do problema (elíptico ou parabólico).

Nos problemas abordados neste trabalho usou-se malhas baseadas em elementos finitos triangulares, não uniformes nas duas dimensões. Ainda, a malha pode variar a cada nova configuração geométrica. O tamanho apropriado da malha é determinado por refinamentos sucessivos, quadruplicando o tamanho da malha a cada novo refinamento, até o critério de solução independente da malha ser satisfeito, ou seja:

$$|(\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j| < V \quad (4.23)$$

onde  $\theta_{max}^j$  representa a temperatura máxima usando o tamanho de malha atual e  $\theta_{max}^{j+1}$  corresponde à máxima temperatura usando a malha seguinte (mais refinada). A malha será considerada independente quando o resultado da avaliação do critério for menor do que o valor definido para  $V$ . O valor de  $V$  é diferente para cada estudo. Em geral, adota-se um valor quando a magnitude de  $V$  não se altera de forma significativa após sucessivos refinamentos.

Todas as geometrias estudadas têm seu resultado obtido com a solução independente da malha, validado ou verificado com algum caso experimental, analítico ou numérico equivalente na literatura. Quando não há caso similar na literatura, o resultado da malha independente é comparando ao resultado de outra ferramenta numérica, para o mesmo domínio computacional.

A Tabela 4.1 apresenta o número de elementos calculado quando a solução numérica não depende mais da malha para o estudo da cavidade isotérmica Y. Considerando a geometria tendo como restrições  $\phi_c = 0,05$  e  $\psi = 0,5$  e os valores dos GL como  $H/L = 1,0$ ,  $t_1/t_0 = 2,0$ ,  $L_1/L_0 = 0,5$  e  $\alpha = 0,94$ , a independência foi alcançada a partir de 35840 elementos. Neste ponto a diferença da máxima temperatura adimensional entre a malha atual e o próximo refinamento ficou menor do que 1% ( $V = 10^{-4}$ ).

A solução numérica para este caso foi comparada com os resultados obtidos por Biserni et al., 2004. O domínio computacional do trabalho de referência foi uma cavidade em forma de T ( $\alpha \approx 0$ ). A Tabela 4.2 mostra que a diferença entre o resultado obtido aqui em relação ao apresentado no trabalho de referência foi menor do que 1%, verificando a modelagem computacional desenvolvida.



Tabela 4.1 – Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros:  $\phi_c = 0,05$ ,  $\psi = 0,5$ ,  $H/L = 1,0$ ,  $t_1/t_0 = 2,0$ ,  $L_1/L_0 = 0,5$  e  $\alpha = 0,94$

Nº de elementos	$\theta_{max}$	$ (\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j $
560	0,074760	$2,9561 \times 10^{-3}$
2240	0,074536	$6,9762 \times 10^{-4}$
8960	0,074487	$1,6110 \times 10^{-4}$
35840	0,074475	$4,0282 \times 10^{-5}$
143360	0,074472	---

Tabela 4.2 – Comparação entres os resultados obtidos usando a ferramenta PDETool do MATLAB ( $\phi_c = 0,1$ ,  $\psi = 0,5$ ,  $H/L = 1,0$ ,  $t_1/t_0 = 10,0$ ,  $L_1/L_0 = 2$ ) e o resultado numérico de Biserni et al. , 2004

	$\theta_{max}$
Presente trabalho	0,0762
Biserni et al. , 2004	0,0755

## 4.2 Cavidade Convectiva em Forma de Y

### 4.2.1 Domínio Matemático

Neste estudo, novamente, uma cavidade em forma de Y é investigada. A diferença em relação ao estudo anterior se dá pelo fluxo de calor gerado ser removido por transferência de calor convectiva através das paredes da cavidade, conforme apresentado na Figura 4.2.

### 4.2.2 Restrições e Adimensionalizações

Este estudo está sujeito às mesmas restrições do estudo anterior. Estas são: a área total, a área da cavidade e a área auxiliar, definidas pelas Equações (4.1), (4.2) e (4.3), respectivamente. Também se considerou a fração de ocupação da área da cavidade e da área

auxiliar, definidas pelas Equações (4.4) e (4.5), respectivamente. As adimensionalizações são as mesmas também, com exceção da variável térmica adimensional e a máxima temperatura adimensional, definidas como:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{q''' A/k} \quad (4.24)$$

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_{\infty}}{q''' A/k} \quad (4.25)$$

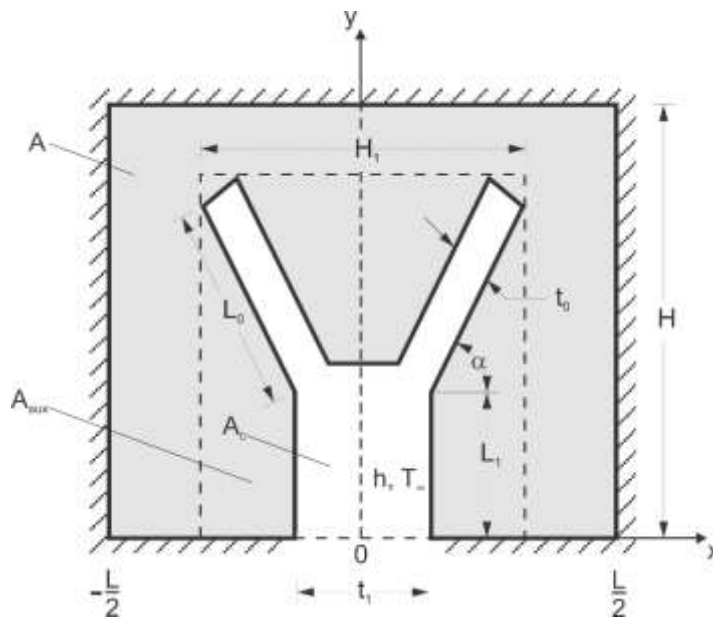


Figura 4.2 – Cavidade em forma de Y resfriada por convecção inserida em um sólido condutivo bidimensional com geração de calor uniforme.

#### 4.2.3 Equação Governante

Similarmente ao estudo anterior, a Equação (4.12) é aplicada para resolver o campo de temperaturas.

#### 4.2.4 Graus de Liberdade

Os GL deste estudo são os mesmos apresentados na subseção 4.1.4.

#### 4.2.5 Condições de Contorno

As condições de contorno das superfícies da cavidade originam-se do balanço entre a transferência de calor condutiva e convectiva. Estas são similares ao caso da cavidade isotérmica, porém as condições de contorno nas paredes da cavidade estão em função do parâmetro  $a$ . Este é o mesmo adotado por Bejan e Almogbel, 2000. O parâmetro  $a$  depende do regime do escoamento e das propriedades materiais, sendo definido como:

$$a = \left( \frac{2hA^{1/2}}{k} \right)^{1/2} \quad (4.26)$$

O coeficiente de transferência de calor  $h$  é constante para cada valor de  $a$  ao longo de todas as superfícies expostas. Esta hipótese tem sido amplamente utilizada na literatura [BEJAN; ALMOGBEL, 2000, DA SILVA; GOSSELIN, 2008, LORENZINI; ROCHA, 2009a, ROCHA et al., 2010, XIE et al., 2010, HAJMOHAMMADI et al., 2013c, LORENZINI et al., 2013a], assim como, o efeito do parâmetro  $a$  foi investigado por da Silva e Gosselin, 2008, Lorenzini e Rocha, 2009a, Rocha et al. , 2010 e Lorenzini et al. , 2013a. Apesar da simplicidade física desta hipótese, a consideração de um fluxo de fluido no interior da cavidade por meio de simulação iria aumentar o esforço computacional

Assim, o resultado das suas adimensionalizações é dada por:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = \frac{a^2}{2} \text{ em } 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 \text{ e } \tilde{x} = -\frac{\tilde{t}_1}{2} \text{ ou } \tilde{x} = \frac{\tilde{t}_1}{2} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \theta}{\partial n} &= \frac{a^2}{2} \theta \text{ em } \tilde{L}_1 \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha \text{ e} \\ \frac{\tilde{t}_1}{2} &\leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha \text{ ou} \\ -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha &\leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial n} = \frac{a^2}{2} \theta \text{ em } \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha + \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha &\leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha - \tilde{t}_0 \cos \alpha \text{ ou} \\
-\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha &\leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha + \tilde{t}_0 \cos \alpha \\
-\frac{\partial \theta}{\partial n} = \frac{\alpha^2}{2} \theta &\text{ em } \tilde{L}_1 + \tilde{t}_0 \sin \alpha \leq \tilde{y} \leq \tilde{L}_1 + \tilde{L}_0 \sin \alpha + \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e} \\
\frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{t}_0 \cos \alpha &\leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{L}_0 \cos \alpha - \tilde{t}_0 \cos \alpha \text{ ou} \\
-\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{t}_0 \cos \alpha &\leq \tilde{x} \leq -\frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{L}_0 \cos \alpha + \tilde{t}_0 \cos \alpha
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial n} = \frac{\alpha^2}{2} \theta \text{ em } \tilde{y} = \tilde{L}_1 \tilde{t}_0 \sin \alpha \text{ e } -\frac{\tilde{t}_1}{2} + \tilde{t}_0 \cos \alpha \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{t}_1}{2} - \tilde{t}_0 \cos \alpha \tag{4.31}$$

onde  $n$  é a coordenada normal à superfície interna da cavidade.

As superfícies externas são isoladas e suas condições de contorno são definidas da mesma forma que nas Equações (4.15), (4.16) e (4.17).

#### 4.2.6 Solução Numérica

A solução numérica é a mesma adotada no estudo anterior, ou seja, o valor de  $\theta_{max}$  é determinado numericamente através da resolução da Equação (4.12).

O tamanho apropriado da malha foi determinado por refinamentos sucessivos até o critério de solução independente da malha  $|(\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j| < 10^{-5}$  ser satisfeito. A Tabela 4.3 apresenta os dados do processo para obter-se a solução independente da malha.

A solução numérica foi verificada pela comparação com o trabalho de Biserni et al. , 2004 e Lorenzini et al. , 2011a. Foi adotado um valor de  $a = 100,0$  para obter-se um comportamento térmico similar ao caso isotérmico abordado nas referências. A configuração do domínio foi de uma cavidade em forma de T ( $\alpha \approx 0$ ). A Tabela 4.4 mostra que a maior diferença entre o resultado numérico obtido aqui é de 1,5%, quando comparado ao trabalho de Biserni et al. , 2004.

Tabela 4.3 – Testes numéricos mostrando a obtenção da malha independente para os parâmetros:  $\phi_c = 0,05$ ,  $\psi = 0,5$ ,  $H/L = 1,0$ ,  $t_1/t_0 = 2,0$ ,  $L_1/L_0 = 0,5$ ,  $\alpha = 0,94$  e  $a = 1,0$

Nº de elementos	$\theta_{max}$	$ (\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j $
560	0,796398	$3,2898 \times 10^{-4}$
2240	0,796660	$67,6570 \times 10^{-5}$
8960	0,796721	$2,0082 \times 10^{-5}$
35840	0,796797	$2,5102 \times 10^{-6}$
143360	0,796739	---

Tabela 4.4 – Comparação entre os resultados obtidos usando o código no presente trabalho ( $\phi_c = 0,1$ ,  $\psi = 0,5$ ,  $H/L = 1,0$ ,  $t_1/t_0 = 10,0$ ,  $L_1/L_0 = 2,0$  e  $a = 100$ ), usando um código desenvolvido com o pacote PDETool do MATLAB, e os resultados numéricos de Biserni et al., 2004 e Lorenzini et al., 2011a.

	$\theta_{max}$
Presente trabalho	0,0767
Biserni et al., 2004	0,0755
Lorenzini et al., 2011a	0,0762

### 4.3 Caminho Condutivo Assimétrico em Forma de V

#### 4.3.1 Domínio Matemático

Considerando o caminho em forma de V apresentado na Figura 4.3, este recebe uma taxa de transferência de calor constante entregue pelo corpo localizado na sua base e remove o calor através dos braços em contato com sumidouros. A configuração é bidimensional, com a terceira dimensão ( $W$ ) suficientemente longa em comparação com  $H$  e  $L$ , que são os comprimentos que definem a área onde está inserido o caminho em forma de V. O fluxo de calor através da seção da base ( $q_1$ ) e a temperatura do dissipador ( $T_0$ ) são conhecidas. A máxima temperatura ( $T_{max}$ ) ocorre na seção base ( $y = 0$ ) e varia de acordo com a geometria. Este caminho é considerado isotrópico com condutividade térmica constante ( $k_p$ ).

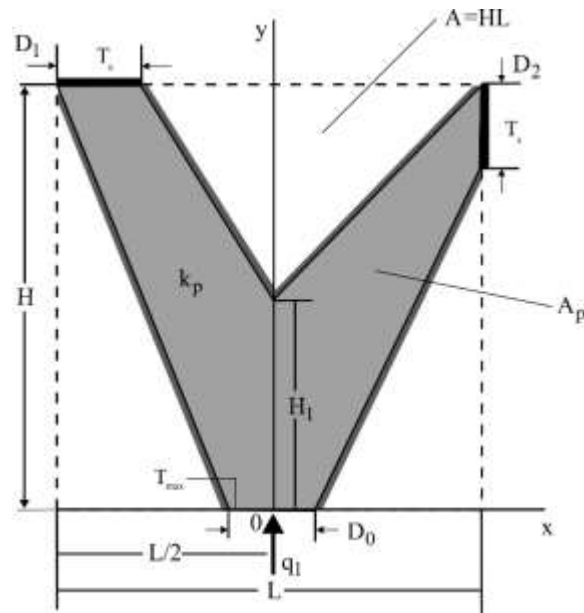


Figura 4.3 – Caminho de alta condutividade em forma de V

#### 4.3.2 Restrições e Adimensionalizações

Observando-se a Figura 4.3 e de acordo com o DC, esta otimização está sujeita a duas restrições, denominadas de área total (i. e., área onde o caminho de alta condutividade em forma de V está inscrito), definida por

$$A = HL \quad (4.32)$$

e a área do caminho, dada por

$$A_p = HL - \left[ \left( \frac{L}{2} - \frac{D_0}{2} \right) \frac{H}{2} \right] - \left[ \frac{(L - D_1)(H - H_1)}{2} \right] - \left[ \left( \frac{L}{2} - \frac{D_0}{2} \right) \frac{(H - D_2)}{2} \right] \quad (4.33)$$

onde o subíndice  $p$  que aparece na Equação (4.33) remete ao caminho de alta condutividade. A Equação (4.33) pode ser expressa como a fração do volume do caminho de alta condutividade, definida por:

$$\phi = A_p/A \quad (4.34)$$

A variável térmica adimensional considerada para este estudo é:

$$\theta = \frac{T - T_0}{q_1/k_p W} \quad (4.35)$$

e as variáveis adimensionais relacionadas à geometria são:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{D}_0, \tilde{D}_1, \tilde{D}_2, \tilde{H}_1 = \frac{x, y, D_0, D_1, D_2, H_1}{A^{1/2}} \quad (4.36)$$

As formas adimensionais das Equações (4.32) e (4.34) são:

$$\tilde{H}\tilde{L} = 1 \quad (4.37)$$

$$\phi = \tilde{H}\tilde{L} - \left[ \left( \frac{\tilde{L}}{2} - \frac{\tilde{D}_0}{2} \right) \frac{\tilde{H}}{2} \right] - \left[ \frac{(\tilde{L} - \tilde{D}_1)(\tilde{H} - \tilde{H}_1)}{2} \right] - \left[ \left( \frac{\tilde{L}}{2} - \frac{\tilde{D}_0}{2} \right) \frac{(\tilde{H} - \tilde{D}_2)}{2} \right] \quad (4.38)$$

A máxima temperatura,  $\theta_{max}$ , é também a resistência térmica global da construção, dada por:

$$\theta_{max} = \frac{T_{max} - T_0}{q_1/k_p W} \quad (4.39)$$

### 4.3.3 Equação Governante

Assumindo que não existe geração de calor no material de alta condutividade térmica, a equação de condução de calor adimensional para determinar a resistência térmica global é definida por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (4.40)$$

A equação (4.40) é caso especial da equação (4.12). O Anexo A apresenta sua obtenção.

#### 4.3.4 Graus de Liberdade

Tendo-se duas constantes, a área do caminho de alta condutividade ( $A_p$ ) e a área onde este está inscrito ( $A$ ), e ainda a geometria sendo definida pode seis dimensões ( $D_0, D_1, D_2, H, H_1$  e  $L$ ), são possíveis analisar até quatro GL neste estudo:  $\tilde{D}_0, D_1/D_0, D_2/D_0$  e  $H/L$ .

#### 4.3.5 Condições de Contorno

As condições de contorno, de acordo com a Figura 4.3, são dadas por:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{D}_0} \text{ em } -\frac{\tilde{D}_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{D}_0}{2} \text{ e } \tilde{y} = 0 \quad (4.41)$$

$$\theta = 0 \text{ ao longo dos comprimentos } \tilde{D}_2 \text{ e } \tilde{D}_1 \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \text{ nas outras superfícies (adiabáticas)} \quad (4.43)$$

onde  $n$  é a direção perpendicular à superfície.

#### 4.3.6 Solução Numérica

A solução numérica é semelhante àquela adotada nos estudos anteriores. Porém, o valor de  $\theta_{max}$  é determinado numericamente através da resolução da Equação (4.40), para o campo de temperaturas em cada configuração assumida.

A solução independente da malha foi obtida quando o critério adotado retornou um valor menor do que  $V = 10^{-3}$ . A Tabela 4.5 exemplifica como a solução independente da malha foi obtida.

Em relação à solução numérica, os resultados obtidos usando o código deste trabalho foram comparados com resultados da literatura, que relatam estudos de cavidades e aletas



[ROCHA et al., 2005, LORENZINI; ROCHA, 2006, 2009a, 2009b, LORENZINI et al., 2011b, 2012a, 2012b, 2014b].

Tabela 4.5 – Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros:  $\phi = 0,3$ ,  $D_0 = 0,2$ ,  $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1$ ,  $H/L = 0,5$

Número de elementos	$\theta_{max}$	$ (\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j $
56	2,71277	$1,344 \times 10^{-2}$
224	2,74923	$4,743 \times 10^{-3}$
896	2,76227	$1,715 \times 10^{-3}$
3584	2,76701	$7,372 \times 10^{-4}$
14336	2,76905	---

#### 4.4 Cavidade Convectiva Retangular com Dois Pares de Braços

##### 4.4.1 Domínio Matemático

Considerando o sólido cilíndrico da Figura 4.4 (a), há uma quantidade  $N$  de cavidades convectivas inseridas no corpo. O sólido tem as mesmas propriedades dos estudos apresentados nas subseções 4.1e 4.2. As superfícies externas do corpo são perfeitamente isoladas. O calor gerado é removido por transferência de calor convectiva através das paredes da cavidade. A terceira dimensão ( $W$ ) é suficientemente longa em comparação ao raio ( $r$ ) do volume do corpo. Assim, pode-se assumir a configuração bidimensional apresentada na Figura 4.4 (b).

Definindo-se que o domínio terá o número de cavidades sempre respeitando a relação  $2^n$ , onde  $n \in \mathbb{N}^*$ , haverá sempre uma simetria no domínio. Assim, o domínio computacional é reduzido a um setor circular de ângulo  $\alpha_s = 2\pi/N$ , como apresentado na Figura 4.5, onde  $N$  é o número de cavidades do domínio.

##### 4.4.2 Restrições e Adimensionalizações

Este estudo está submetido a três restrições, denominadas, área total do círculo

$$A = \pi r^2 \quad (4.44)$$

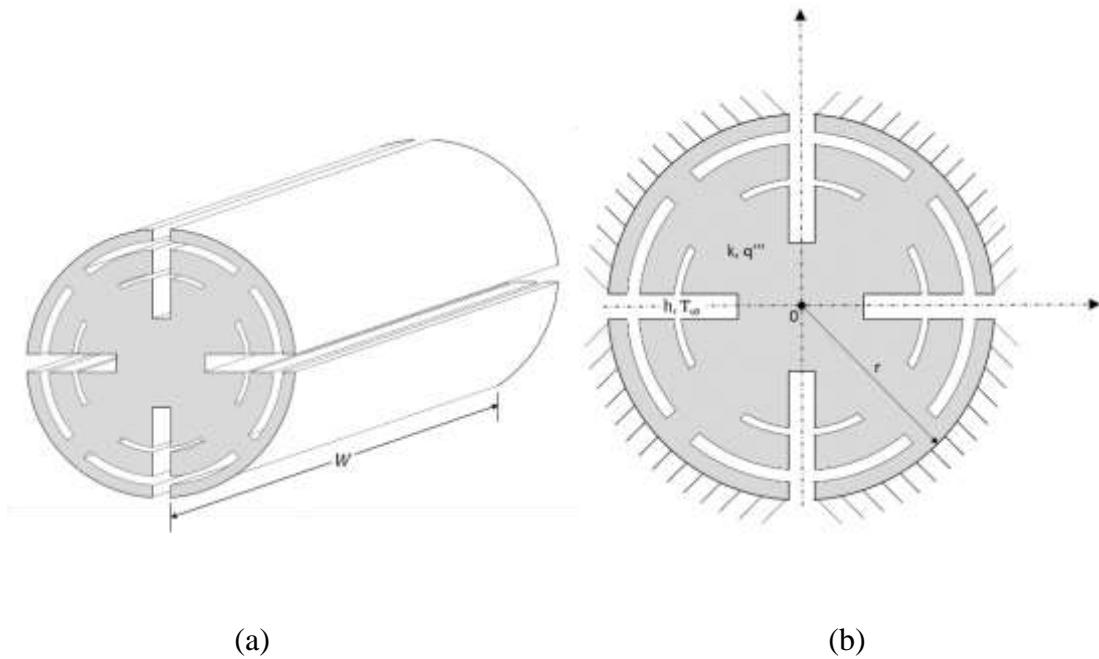


Figura 4.4 – (a) Cavidades convectivas retangulares com braços inserida em um sólido cilíndrico; (b) representação bidimensional do domínio

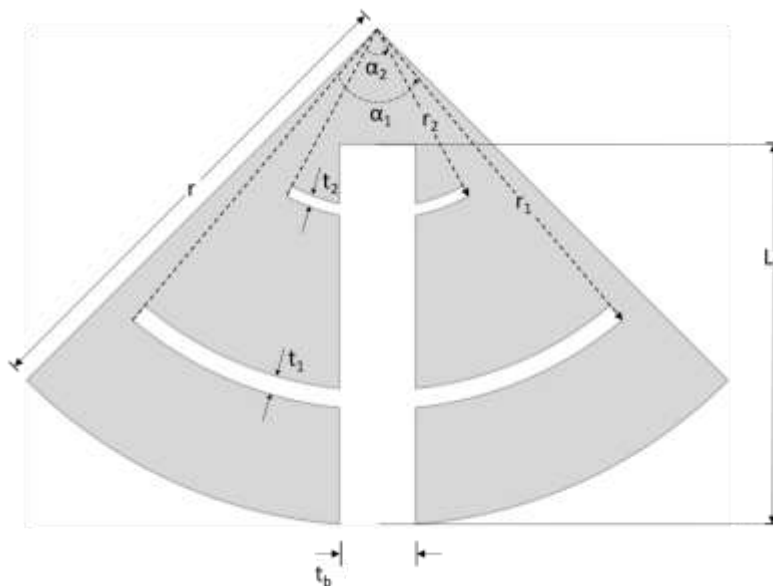


Figura 4.5 – Domínio computacional reduzido e suas dimensões

área ocupada pelos pares de braços da cavidade

$$A_r = N \left( \alpha_1 r_1 t_1 - \frac{\alpha_1 t_1^2}{2} + \alpha_2 r_2 t_2 - \frac{\alpha_2 t_2^2}{2} - t_1 t_b - t_2 t_b \right) \quad (4.45)$$

e a área retangular do tronco da cavidade

$$A_b = N(t_b L_b) \quad (4.46)$$

A variável térmica adimensional e a máxima temperatura adimensional,  $\theta_{\max}$ , são definidas da mesma forma segundo estudo desta seção (Equações (4.24) e (4.25)). Já as variáveis adimensionais relacionadas à geometria são:

$$\tilde{L}_b, \tilde{r}, \tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \tilde{t}_b, \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{x}, \tilde{y} = \frac{L_b, r_s, r_1, r_2, t_b, t_1, t_2, \tilde{x}, \tilde{y}}{A_s^{1/2}} \quad (4.47)$$

As equações (4.45) e (4.46) podem ser substituídas, respectivamente, pela fração de ocupação de cada uma em relação à área total na forma adimensional:

$$\Psi = \left( \alpha_1 \frac{\tilde{t}_1}{\tilde{t}_b} \tilde{r}_1 \tilde{t}_b - \frac{\alpha_1 \tilde{t}_1^2}{2 \tilde{L}_b^2} \tilde{L}_b^2 + \alpha_2 \frac{\tilde{t}_2}{\tilde{L}_b} \frac{\tilde{r}_2}{\tilde{r}_1} \tilde{r}_1 \tilde{L}_b - \frac{\alpha_2 \tilde{t}_2^2}{2 \tilde{L}_b^2} \tilde{L}_b^2 - \frac{\tilde{t}_1}{\tilde{L}_b} \frac{\tilde{t}_b}{\tilde{L}_b} \tilde{L}_b^2 - \frac{\tilde{t}_2}{\tilde{L}_b} \frac{\tilde{t}_b}{\tilde{L}_b} \tilde{L}_b^2 \right) \quad (4.48)$$

$$\phi = N \left( L_b^2 \frac{\tilde{t}_b}{\tilde{L}_b} \right) \quad (4.49)$$

#### 4.4.3 Equação Governante

Da mesma forma que no primeiro e segundo estudo apresentado nesta seção, a Equação (4.12) é aplicada para resolver o campo de temperaturas no domínio com geração de calor.

#### 4.4.4 Graus de Liberdade

Este caso possui três constantes: a área circular ( $A$ ), a área ocupada pelos dois pares de braços ( $A_r$ ) e a área do tronco da cavidade ( $A_b$ ). Para a representação da geometria são

necessárias dez dimensões:  $L_b$ ,  $N$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_b$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ . Desta forma, os sete GL possíveis nesta análise são  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $t_1/L_b$ ,  $t_2/L_b$ ,  $r_2/r_1$ ,  $t_b/L_b$  e  $N$ .

#### 4.4.5 Condições de Contorno

As superfícies externas são isoladas e as superfícies laterais do setor circular, apresentadas na Figura 4.4, tem uma condição de simetria, assim, para estes dois casos, as condições de contorno são:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (4.50)$$

As condições de contorno das superfícies da cavidade são dadas por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = -\lambda \theta \quad (4.51)$$

onde  $n$  é a coordenada normal às superfícies da cavidade e o parâmetro  $\lambda$  é definido como:

$$\lambda = \frac{hA^{1/2}}{k} \quad (4.52)$$

sendo o mesmo usado em Rocha et al., 2014 e similar ao parâmetro  $a$  empregado segundo estudo desta seção.

#### 4.4.6 Solução Numérica

Usa-se a mesma abordagem do primeiro e segundo estudo desta seção. A Equação (4.12) é usada para determinar  $\theta_{max}$ .

A Tabela 4.6 exemplifica como a solução independente da malha foi obtida para a configuração  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$ ,  $\alpha_2 = \pi/4$  e  $\alpha_1 = \pi/3$ . Neste estudo o valor de  $V$  foi definido em  $10^{-4}$ .

A precisão do código foi verificada com um modelo desenvolvido em ambiente COMSOL [COMSOL MULTIPHYSICS, 2014], onde a diferença encontrada para a máxima temperatura entre os dois modelos foi menor do que 1%, conforme apresenta a Tabela 4.7.

Tabela 4.6 – Testes numéricos mostrando a obtenção da solução independente da malha para os parâmetros:  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$ ,  $\alpha_2 = \pi/4$  e  $\alpha_1 = \pi/3$

# elem.	$\theta_{\max}^j$	$ (\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1}) /\theta_{\max}^j$
534	0.13888073	0.000403873
2136	0.13893682	5,82517E-05

Tabela 4.7 – Comparação entre os resultados obtidos usando o código no presente trabalho ( $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$ ,  $\alpha_2 = \pi/4$  e  $\alpha_1 = \pi/3$ ) e o modelo equivalente desenvolvido em ambiente COMSOL

	$\theta_{\max}$
Presente estudo	0,1389
COMSOL	0,1398

#### 4.5 Algoritmo de Otimização

O algoritmo geral usado para encontrar as melhores geometrias é representado pelo fluxograma da Figura 4.6. Este verifica se há combinações de restrições e intervalos a serem testados. Caso positivo, o AG inicia a otimização até o critério de parada ser atendido. Se ainda houver alguma configuração a testar, o AG é novamente invocado.

Inicialmente são definidas as restrições do domínio, parâmetros térmicos e os intervalos de variação de cada GL. Por exemplo, considerando o primeiro estudo desta seção, as restrições são: a fração de ocupação da área da cavidade ( $\phi$ ) e a fração de ocupação da área auxiliar ( $\psi$ ). Assim, são feitas otimizações para cada combinação dessas restrições. Já os intervalos seriam definidos para  $H/L$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$  e  $\alpha$ . Desta forma, para cada GL seria criado um vetor contendo os valores que estes assumiriam. Entretanto, os cromossomos do AG não corresponderiam a um valor do GL, mas sim a uma posição no vetor de valores. O mesmo processo ocorre para os

outros estudos. Nos estudos apresentados nas subseções 4.2 e 4.4 ainda são considerados os parâmetros convectivos ( $a$  e  $\lambda$ ).

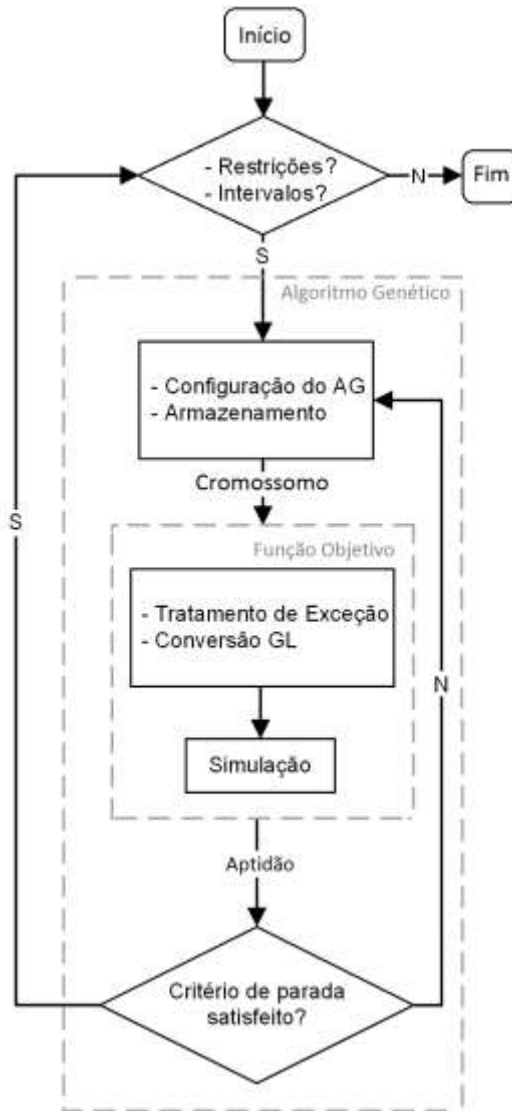


Figura 4.6 – Algoritmo geral de otimização

Em seguida, tem-se a função para definição de parâmetros e configuração do AG. Nesta função, ainda há uma rotina para armazenamento dos resultados encontrados pelo algoritmo. Sabendo que o AG pode gerar indivíduos repetidos ao longo das gerações, manter um registro dos casos simulados permite que casos repetidos não sejam simulados novamente. Em outras palavras, usa-se uma estratégia de memorização para auxiliar na redução do número de simulações.

A próxima função pode ser considerada uma camada acima da função de simulação. O principal objetivo desta função é fazer o tratamento de exceções, ou seja, verificar se o indivíduo gerado pelo AG corresponde a uma geometria válida. Caso os valores sejam inconsistentes, é retornado como aptidão o valor máximo que  $\theta_{max}$  pode assumir. Esta função ainda faz a conversão do valor binário do cromossomo em um valor decimal, antes de invocar a função de simulação. Por fim, a simulação é executada. Esta recebe os valores convertidos e retorna a máxima temperatura encontrada no domínio computacional. Estas duas funções em conjunto podem ser consideradas como uma função objetivo, conforme ilustra o retângulo pontilhado mais interno da Figura 4.6. Assim, este bloco recebe os GL a serem simulados e retorna um valor de temperatura adimensional.

Na Figura 4.7 é apresentado um fluxograma mais detalhado ilustrando os passos do AG aplicado a um problema de otimização relativo à caixa pontilhada "Algoritmo Genético" da Figura 4.6. Inicialmente são configurados os parâmetros do AG, como função de seleção, taxa de cruzamento e mutação, critério de parada e elitismo. Cabe destacar que as taxas de cruzamento e mutação são baseadas nas indicações feitas por Jong e Spears, 1991, com configurações que são padrão para a maioria das aplicações de AG. Ainda, os valores escolhidos para as configurações do AG foram ajustados para valores que se mostraram mais efetivos em comparação com o método exaustivo, ou seja, são valores que retornaram o mesmo caso ótimo obtido na busca exaustiva, sendo necessário menos simulações. Continuando no fluxograma, também é necessário definir a quantidade de GL (cromossomo) e o tamanho da população (número de cromossomos). Após isso, são aplicados os operadores do AG até o critério de parada ser satisfeito. Neste ponto, tem-se a geometria ótima.

Os códigos desenvolvidos para realizar as otimizações foram escritos em ambiente MATLAB [MATLAB, 2000]. As funções que implementam o AG foram escritas com o auxílio do OptimTool [Global Optimization Toolbox User's Guide, 2015], uma ferramenta contida no ambiente de desenvolvimento.

Na seção de resultados são apresentadas as configurações do AG para cada estudo. Destaca-se que nos estudos onde, inicialmente, é feita uma validação do AG frente a busca exaustiva, são usados dois critérios de parada.

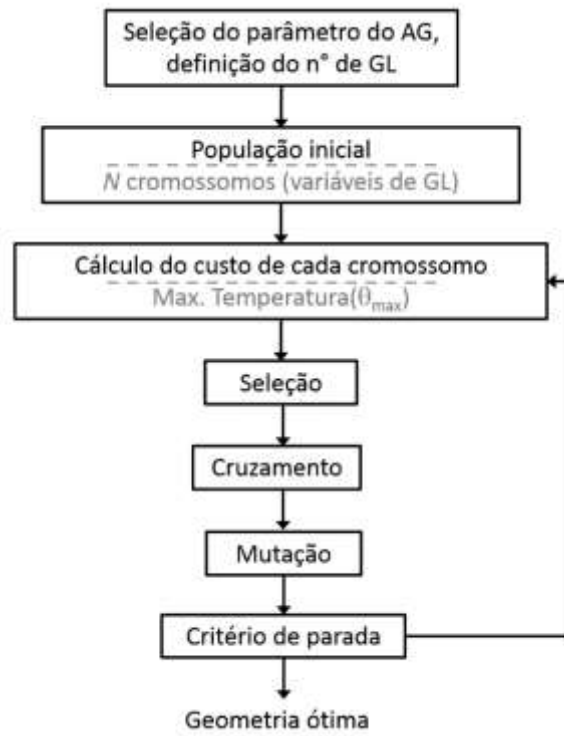


Figura 4.7 – Passos do AG na busca por uma geometria ótima.



## 5 RESULTADOS

### 5.1 Cavidade Isotérmica em Forma de Y

Nos primeiros testes foram aplicados algoritmos genéticos (AG) e o design construtal (DC) para encontrar a melhor geometria para uma cavidade em forma de Y inserida em um sólido condutivo com geração de calor uniforme. Esta hipótese pode ser associada com uma grande classe de problemas onde a compactação é requerida, como é o caso de resfriamento de encapsulamentos eletrônicos de pequena escala [LORENZINI; ROCHA, 2006, XIE et al., 2010]. A mesma configuração foi abordada no trabalho de Lorenzini et al., 2011, pois esta referência apresenta um geometria complexa (4 GL) e foram disponibilizados dados para comparações. A cavidade em forma de Y foi escolhida devido a sua geometria complexa, mostrando a capacidade do DC de conseguir configurações ótimas em sistemas de fluxo de ponto-área. Além disso, esta geometria possibilita a geração de um banco de dados completo com a busca exaustiva para realizar uma forte avaliação do AG. Este não seria fortemente testado para geometrias como as cavidades em forma de C ou T, devido à simplicidade das mesmas. Sendo assim, o objetivo deste primeiro estudo é avaliar a aplicabilidade do AG na otimização de formas complexas conhecidas, assim como avaliar se esta metodologia reduz o esforço computacional, encorajando o seu uso na otimização de outras geometrias complexas. Vale ressaltar que a busca empregada aqui é diferente da maneira usada no trabalho de referência, onde a forma ótima foi obtida por meio do método exaustivo. Adicionalmente, no trabalho de referência foi reduzido o número de simulações em regiões distantes do ótimo global.

Para determinar numericamente a máxima temperatura adimensional,  $\theta_{max}$ , resolveu-se a Equação (4.12) para cada configuração geométrica. As configurações do domínio, as hipóteses simplificativas e restrições são as mesmas expostas ao longo das subseções 4.1.1 e 4.1.2. As condições de contorno adotadas já foram definidas nas Equações (4.15)-(4.22) na subseção 4.1.5.

Como primeiro resultado, é comparada a otimização realizada empregando AG com os resultados apresentados em Lorenzini et al, 2011. Tem-se interesse especial em analisar a redução do esforço computacional em relação à busca exaustiva. O AG possui as seguintes configurações:

- tipo de população: cadeia de bits;
- população inicial: 20 indivíduos;
- função de seleção: amostragem estocástica uniforme;
- elitismo: 2 indivíduos;
- taxa de cruzamento: 0,9;
- taxa de mutação: 0,03;
- critério de parada: valor definido a priori ou cinquenta gerações sem mudança na aptidão ( $\theta_{max}$ )

Destaca-se que todos os resultados obtidos usando AG tem o critério de parada satisfeito quando a aptidão retornada pela simulação numérica é menor ou igual ao respectivo resultado de Lorenzini et al., 2011.

Em relação ao processo de otimização, este está dividido em quatro passos, existindo uma ordem na otimização de cada GL. No primeiro passo a geometria é otimizada variando-se o ângulo  $\alpha$  e mantendo-se fixos os demais GL ( $H/L$ ,  $t_1/t_0$ ,  $L_1/L_0$ ). O valor mais baixo encontrado para a máxima temperatura é definido como a máxima temperatura uma vez minimizada,  $(\theta_{max})_m$ , e o correspondente ângulo é o ângulo uma vez otimizado,  $\alpha_o$ . No segundo passo, o mesmo processo é repetido para vários valores de  $L_1/L_0$  e mantendo-se constantes os GL  $H/L$  e  $t_1/t_0$ . Neste caso, a máxima temperatura é minimizada duas vezes,  $(\theta_{max})_{2m}$ , o ângulo  $\alpha$  é duas vezes otimizado,  $\alpha_{2o}$ , e a relação  $L_1/L_0$  é uma vez otimizada,  $(L_1/L_0)_o$ . O mesmo processo é realizado para os outros GL:  $H/L$  e  $t_1/t_0$  até a obtenção da máxima temperatura quatro vezes minimizada,  $(\theta_{max})_{4m}$ , o ângulo  $\alpha$  quatro vezes otimizado,  $\alpha_{4o}$ , a relação  $L_1/L_0$  três vezes otimizada,  $(L_1/L_0)_{3o}$ , a relação  $t_1/t_0$  duas vezes otimizada,  $(t_1/t_0)_{2o}$  e a relação  $H/L$  uma vez otimizada,  $(H/L)_o$ .

A primeira avaliação do AG é a mais simples possível, ou seja, considerando apenas a variação de um GL. O primeiro GL avaliado é o ângulo formado pelo braço da cavidade em forma de Y e o eixo horizontal ( $\alpha$ ), que foi também o primeiro GL avaliado no trabalho de referência. Para este caso, os seguintes parâmetros foram mantidos fixos:  $\phi_c = 0,05$ ,  $\psi = 0,3$ ,  $H/L = 1,0$  e  $t_1/t_0 = 4,0$ . O ângulo foi variado na faixa:  $1,1 < \alpha < 1,57$ . Para este caso  $\Delta\alpha = 0,01\text{rad}$  foi usado como passo de variação do ângulo. Então, se a busca fosse feita usando uma abordagem exaustiva, seriam necessárias 57 simulações (iterações). Assim, para representar cada indivíduo, foi necessário usar 6 bits ( $2^6 = 64$  combinações).

Na Tabela 5.1 os melhores resultados alcançados usando AG, para um GL, são apresentados. Foram avaliadas geometrias com  $H/L = 1,0$  e  $t_1/t_0 = 4,0$  (fixos) e  $L_1/L_0$  assumindo diferentes valores ( $L_1/L_0 = 0,001, 0,05, 0,1$  e  $0,5$ ). Valores repetidos e os indivíduos da elite de novas gerações não são simulados novamente, para tal emprega-se uma memorização de resultados. Assim, casos repetidos não são contabilizados no número de iterações apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Comparação entre os resultados, para um grau de liberdade, obtido com AG e Lorenzini et al., 2011

Parâmetros/Estudo		Presente Trabalho	Lorenzini et al., 2011
$L_1/L_0 = 0,001$	Iterações	22	57
	$\alpha$	1,41	1,41
	$\theta_{\max}$	0,0783	0,0783
$L_1/L_0 = 0,05$	Iterações	21	57
	$\alpha$	1,40	1,40
	$\theta_{\max}$	0,0803	0,0803
$L_1/L_0 = 0,1$	Iterações	15	57
	$\alpha$	1,4	1,4
	$\theta_{\max}$	0,0816	0,0816
$L_1/L_0 = 0,5$	Iterações	12	57
	$\alpha$	1,28	1,3
	$\theta_{\max}$	0,0902	0,0914

Os resultados mostram que, mesmo para otimização de somente um GL, o número de iterações necessárias para encontrar a geometria ótima é sempre menor do que o necessário na busca exaustiva. Neste caso, o emprego de AG levou a uma redução em torno de 60% das iterações requeridas.

A Figura 5.1(a) apresenta o campo de temperaturas de uma cavidade em forma de Y quando  $L_1/L_0 = 0,5$  e  $\alpha = 1,28$ , enquanto a melhor forma, quando  $L_1/L_0 = 0,001$  e  $\alpha = 1,41$ , aparece na Figura 5.1(b). Os resultados mostram que a resistência térmica global apresentada na Figura 5.1(b) é 152,62% menor do que a da Figura 5.1(a). Os campos de temperatura também mostram que a melhor geometria é alcançada de acordo com o princípio construtal da distribuição ótima das imperfeições, isto é, dos pontos quentes onde a temperatura é máxima.

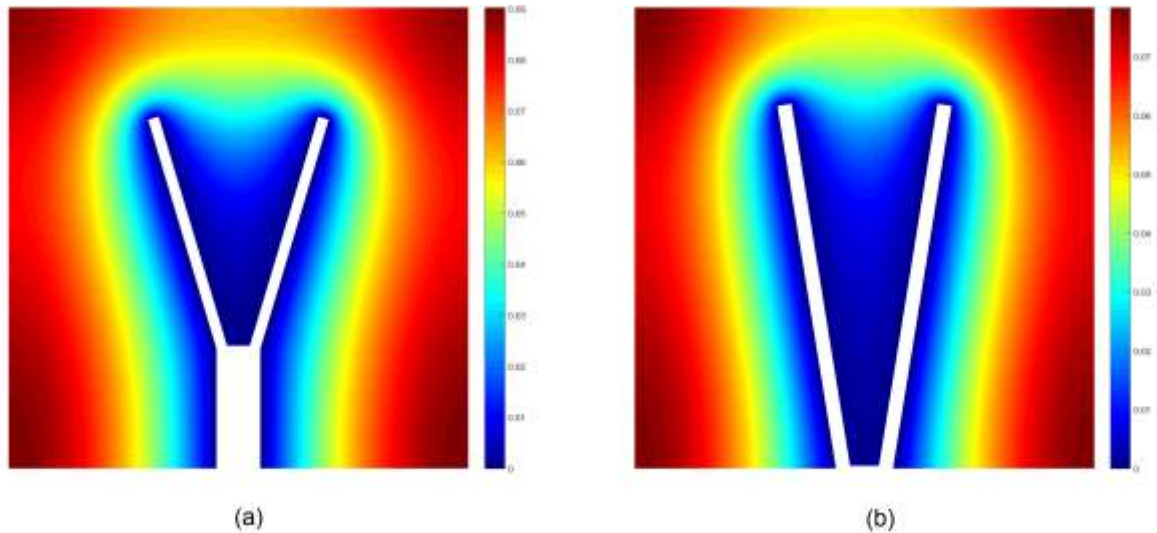


Figura 5.1 – Ilustração de algumas geometrias encontradas pelo AG em função de  $L_1/L_0$  e do ângulo  $\alpha$ : a)  $L_1/L_0 = 0,5$ ,  $\alpha = 1,28$  e  $\theta_{\max} = 0,0902$ ; b)  $L_1/L_0 = 0,001$ ,  $\alpha = 1,41$  e  $\theta_{\max} = 0,0783$

O próximo passo é aumentar a complexidade do problema, avaliando-se dois GL. Neste caso, o GL  $L_1/L_0$  é também variado. No estudo de Lorenzini et al., 2011 foram investigados 15 valores para  $L_1/L_0$ . Neste sentido, a entrada da função objetivo foi aumentada em 4 bits a fim de contemplar o novo GL.

A Figura 5.2 mostra o comportamento do máximo excesso de temperatura adimensional uma vez minimizado em função de  $L_1/L_0$  para  $t_1/t_0 = 4,0$  e  $11,0$ , mantendo-se os parâmetros fixos em  $\phi_c = 0,05$ ,  $\psi = 0,3$  e  $H/L = 1,0$ . No gráfico, as linhas representam os resultados obtidos por Lorenzini et al., e os símbolos  $\square$  e  $\circ$  os resultados alcançados pelo AG. Em ambos casos ( $t_1/t_0 = 4,0$  e  $11,0$ ), os resultados de  $(\theta_{\max})_m$ , obtidos nas duas abordagens, são concordantes. Pequenas diferenças podem ser observadas para  $L_1/L_0 = 0,05$  e  $t_1/t_0 = 4,0$  (1,1%) e para  $L_1/L_0 = 0,5$  e  $t_1/t_0 = 4,0$  (1,3%). Assim, os resultados mostram que mesmo com o aumento dos GL avaliados, o AG apresenta-se eficaz para a solução de problemas de otimização.

A Figura 5.3 apresenta a resistência térmica global minimizada duas vezes,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , em função da razão  $t_1/t_0$ , i. e., aumentando ainda mais a complexidade do problema. Similarmente aos resultados anteriores, os obtidos aqui para  $(\theta_{\max})_{2m}$  com AG e os que são apresentados em Lorenzini et al., 2011 possuem uma boa concordância. Adicionalmente, a geometria ótima também é avaliada. Os resultados mostram o ângulo duas vezes otimizado ( $\alpha_{2o}$ ) e a razão entre os comprimentos do tronco e braço da cavidade Y uma vez otimizada,  $(L_1/L_0)_o$ . O AG não encontra somente a mínima resistência, mas também as geometrias ótimas. Diferenças podem

ser observadas para  $\alpha_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_o$ , quando  $t_1/t_0 = 18,0$ , entre o encontrado pelo AG e o trabalho de referência. Estas discrepâncias são devidas ao estudo de referência ter encontrado um mínimo local. Então, os resultados indicam que o AG é uma ferramenta mais eficaz na busca pelas melhores geometrias complexas. O uso de AG reduz a dependência da experiência do pesquisador na busca pelas melhores performances, assim como, evita a necessidade de simular todas as combinações geométricas.

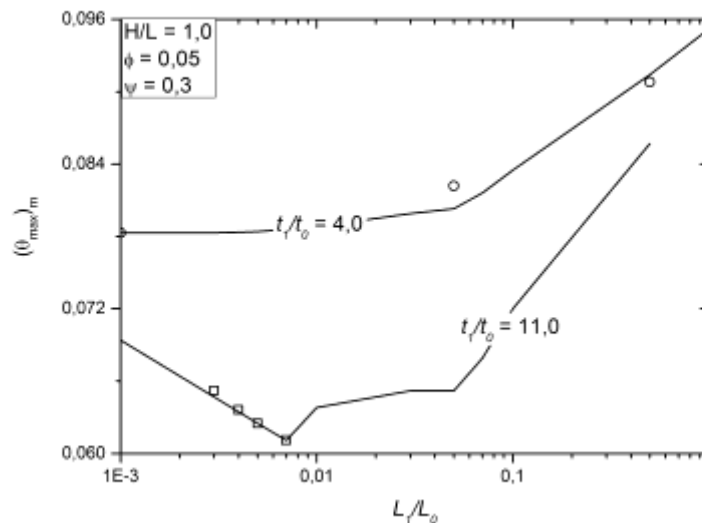


Figura 5.2 – Comparação entre o AG (símbolos) e os resultados de Lorenzini et al., 2011 para a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez  $(\theta_{max})_m$  em função de  $L_1/L_0$  para  $t_1/t_0 = 4,0$  e  $11,0$

De forma a quantificar o aspecto anteriormente mencionado, a Tabela 5.2 mostra o número de iterações necessárias para obter geometrias ótimas usando AG e a forma empregada no trabalho de Lorenzini et al., 2011, assim como, os resultados para a resistência térmica global otimizada duas vezes e a forma ótima correspondente. Em média, o número de iterações requeridas pelo AG é 6 vezes menor do que o requerido pela busca exaustiva para obter uma resistência térmica mínima, pelo menos, igual; pois, por exemplo, para  $t_1/t_0 = 3,0, 10,0, 14,0$  e  $18,0$ , o valor da  $(\theta_{max})_{2m}$  foi menor do que o encontrado por Lorenzini et al., 2011.

Ainda considerando os resultados apresentados na Tabela 5.2, a geometria ótima encontrada com o auxílio do AG é ilustrada na Figura 5.4(b). Já a Figura 5.4(a) apresenta um valor extremo para as razões  $t_1/t_0 = 3,0$  e  $L_1/L_0 = 0,001$ . A melhor forma, apresentada na Figura

5.4(b), leva a uma minimização da resistência térmica global de 13,58% menor do que a forma apresentada na Figura 5.4(a). As geometrias ótimas (com referência ao primeiro e ao segundo GL) obtidas nas Figuras 5.2 e 5.3 foram resumidas na Figura 5.4.

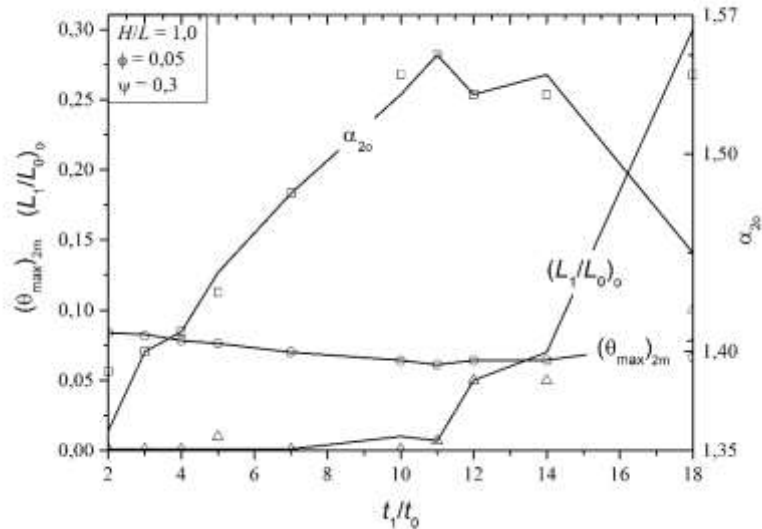


Figura 5.3 – Comparação entre o AG (símbolos) e os resultados de Lorenzini et al., 2011 para a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez  $(\theta_{\max})_m$  em função de  $L_1/L_0$  para  $t_1/t_0 = 4,0$  e  $11,0$

Validada a aplicação do AG para encontrar a geometria ótima, considerando dois GL, agora esta abordagem será usada para encontrar a melhor forma com quatro GL. Adicionalmente, é avaliado o efeito da fração de ocupação da área da cavidade ( $\phi$ ) e da área auxiliar ( $\psi$ ) em relação à temperatura máxima adimensional  $(\theta_{\max})$  e suas respectivas formas ótimas.

Agora, mais dois GL são necessários para executar as simulações, então o indivíduo (cromossomo) foi aumentado de 8 bits para contemplar os intervalos  $2 \leq t_1/t_0 \leq 200$  e  $0,5 \leq H/L \leq 20$ . Funções específicas foram feitas para mapear os valores em notação binária para um valor válido de GL.

Outra observação importante a se fazer é que agora tem-se valores para os GL diferentes do estudo de referência. Assim, o AG é encerrado quando forem alcançadas cinquenta gerações sem mudança na aptidão do melhor indivíduo  $(\theta_{\max})$ .

A Figura 5.5 mostra o comportamento da resistência térmica global minimizada quatro vezes,  $(\theta_{\max})_{4m}$ , em função de  $\phi$  quando  $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$  e  $0,6$ . A melhor forma encontrada foi

para  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,5$ ,  $H/L = 20$ ,  $t_1/t_0 = 11$ ,  $L_1/L_0 = 0,5$  e  $\alpha = 1,56$ . Surpreendentemente, a melhor forma não foi obtida para altos valores de  $\phi$  e  $\psi$ . Em outras palavras, o aumento da fração de ocupação da cavidade não leva, necessariamente, ao aumento da performance térmica. Há situações em que o aumento de  $\phi$  restringe a liberdade da cavidade. Em geral, a cavidade tem melhor performance quando ela tem mais liberdade para se distribuir ao longo do domínio do sólido. Por exemplo, a melhor geometria encontrada para  $\psi = 0,5$  e  $0,6$  são melhores do que as encontradas para  $\psi = 0,3$  e  $0,4$ . Contudo, os resultados de  $\psi = 0,5$  foram melhores do que os obtidos com  $\psi = 0,6$ , para  $\phi < 0,15$

Tabela 5.2 – Comparação entre as duas abordagens para três graus de liberdade, quando  $\phi = 0,1$  e  $\psi = 0,3$

Parâmetro / Estudo	Presente trabalho	Lorenzini et al., 2011	
$t_1/t_0 = 3,0$	Iterações	113	450
	$\alpha_{2o}$	1,39	1,4
	$(L_1/L_0)_o$	0,001	0,001
	$\theta_{max}$	0,0815	0,0827
$t_1/t_0 = 7,0$	Iterações	31	527
	$\alpha_{2o}$	1,48	1,48
	$(L_1/L_0)_o$	0,001	0,001
	$\theta_{max}$	0,0700	0,0700
$t_1/t_0 = 10,0$	Iterações	47	649
	$\alpha_{2o}$	1,54	1,53
	$(L_1/L_0)_o$	0,001	0,01
	$\theta_{max}$	0,0639	0,0642
$t_1/t_0 = 11,0$	Iterações	169	331
	$\alpha_{2o}$	1,55	1,55
	$(L_1/L_0)_o$	0,007	0,007
	$\theta_{max}$	0,0611	0,0611
$t_1/t_0 = 12,0$	Iterações	52	385
	$\alpha_{2o}$	1,53	1,53
	$(L_1/L_0)_o$	0,05	0,05
	$\theta_{max}$	0,0642	0,0642
$t_1/t_0 = 14,0$	Iterações	19	236
	$\alpha_{2o}$	1,53	1,54
	$(L_1/L_0)_o$	0,05	0,07
	$\theta_{max}$	0,0642	0,0644
$t_1/t_0 = 18,0$	Iterações	24	195
	$\alpha_{2o}$	1,54	1,45
	$(L_1/L_0)_o$	0,1	0,3
	$\theta_{max}$	0,0650	0,0785

A Figura 5.6 mostra o gráfico de  $\alpha_{4o}$  em função de  $\phi$ . Analisando-se este em conjunto com o gráfico da Figura 5.5, pode-se observar que a resistência térmica global minimizada ocorre para valores altos de  $\alpha$ , i. e., quando os braços da cavidade conseguem penetrar mais

profundamente no domínio do sólido. Isto pode ser observado na variação da magnitude entre o menor ângulo ótimo ( $\alpha_{4o} = 1,54$ ) e o maior ângulo ótimo ( $\alpha_{4o} = 1,56$ ). Um comportamento interessante é identificado para o menor valor da fração de ocupação da área auxiliar ( $\psi = 0,3$ ), onde para valores baixos de  $\phi$  a cavidade insere-se mais profundamente no sólido. Entretanto, à medida que a fração  $\phi$  aumenta, o ângulo entre os braços da cavidade diminui, impedindo a inserção da cavidade no domínio.

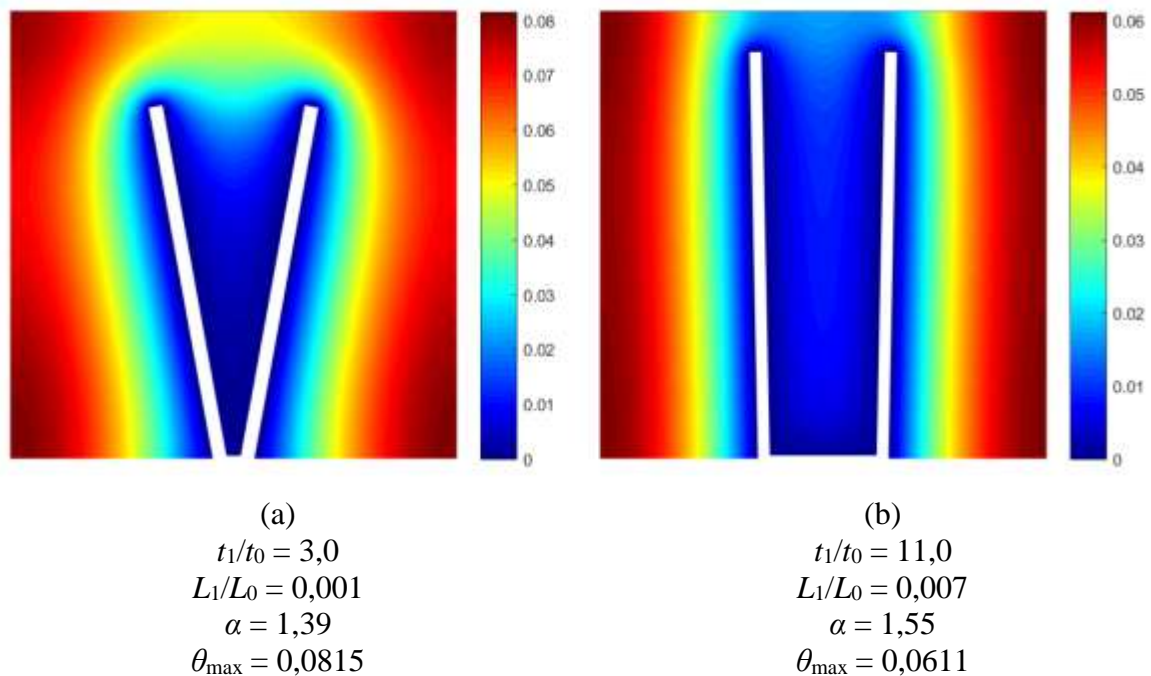


Figura 5.4 – Ilustração de algumas geometrias otimizadas, usando AG, em função das razões  $t_1/t_0$  e  $L_1/L_0$  e do ângulo  $\alpha$  ( $\phi = 0,1$  e  $\psi = 0,3$ )

Nas Figuras 5.7 e 5.8 é exibido o efeito da fração  $\phi$  sobre as razões  $(L_1/L_0)_{3o}$  e  $(t_1/t_0)_{2o}$  para diferentes valores de  $\psi$ , respectivamente. É importante destacar a significativa modificação das razões  $(L_1/L_0)_{3o}$  e  $(t_1/t_0)_{2o}$  para cada valor de  $\psi$  com a razão  $\phi$ . Para o valor mais baixo da fração de ocupação da área auxiliar ( $\psi = 0,3$ ), o aumento de  $\phi$  leva também a um aumento da razão  $(L_1/L_0)_{3o}$  e à redução de  $(t_1/t_0)_{2o}$  até o ponto onde  $\phi = 0,075$ , i. e., o tronco da cavidade torna-se mais comprido e fino. A partir deste ponto, a razão  $(L_1/L_0)_{3o}$  diminui substancialmente e a taxa de redução da razão  $(t_1/t_0)_{2o}$  é suavizada. Esta mudança significativa está relacionada com o aumento da cavidade dentro da área auxiliar. Os resultados também mostram uma diminuição da razão  $(L_1/L_0)_{3o}$  com o aumento do parâmetro  $\psi$ . O mesmo comportamento não ocorre para a razão ótima  $(t_1/t_0)_{2o}$ , para esta razão ocorre um aumento até  $\psi = 0,4$ . Após este



ponto, a razão  $(t_1/t_0)_{20}$  diminui, i. e., conforme a cavidade tem mais liberdade os braços desta inserem-se mais no sólido.

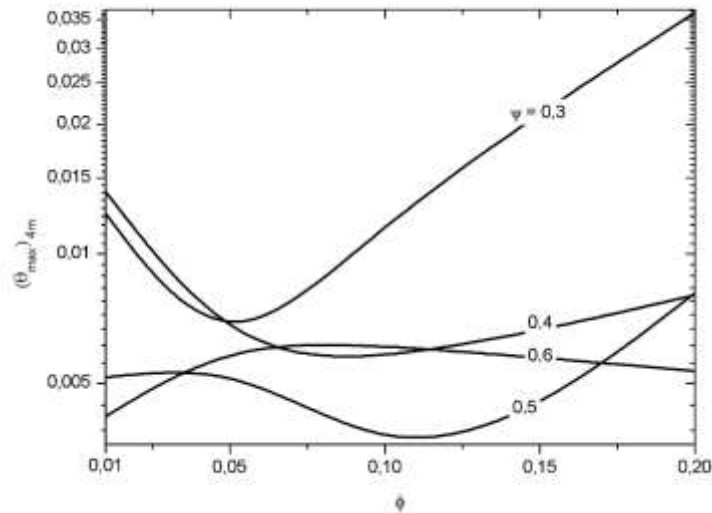


Figura 5.5 – O efeito da restrição  $\phi$  sobre  $(\theta_{\max})_{4m}$  para diferentes valores de  $\psi$

Já as curvas da Figura 5.9 mostram  $H/L$  em função de  $\phi$  para diferentes valores de  $\psi$ . Para os valores de  $\psi = 0,3$  e  $0,4$ , percebe-se um aumento da razão ótima  $(H/L)_o$  seguido por sua redução conforme  $\phi$  aumenta. Para outros casos, a razão ótima  $(H/L)_o$  diminui com o aumento de  $\phi$ . Quando  $\psi = 0,3$ , por exemplo, para valores baixos de  $\phi$ , o tronco da cavidade em forma de Y é suprimido na porção menor do sólido e os braços são compridos e delgados. Assim que o valor de  $\phi$  aumenta, o tronco da cavidade aumenta sua inserção dentro do sólido, levando a um aumento da razão ótima  $(H/L)_o$  até um limite superior de  $(H/L)_o = 20,0$  para  $\phi = 0,05$ . A partir deste ponto, o aumento da fração da área da cavidade acarreta em um aumento da espessura do tronco, em um primeiro momento, e a um aumento da espessura dos braços para os valores mais altos de  $\phi$ . Como consequência, as razões  $(L_1/L_0)_{30}$  e  $(H/L)_o$  têm uma diminuição nos seus valores.

A principal observação feita sobre estes resultados é que dependendo das restrições do problema, neste caso  $\phi$  e  $\psi$ , a geometria da cavidade altera-se para melhorar o desempenho térmico, i. e., distribuir as imperfeições de forma ótima.

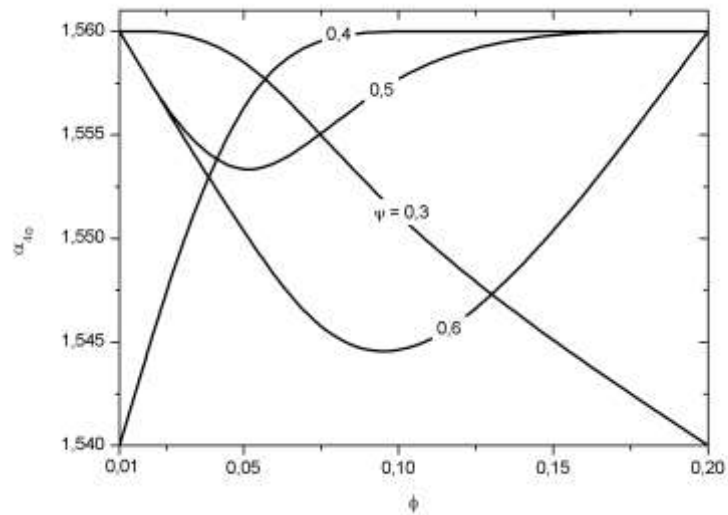


Figura 5.6 – Efeito da restrição  $\phi$  sobre  $\alpha_{40}$  para diferentes valores de  $\psi$

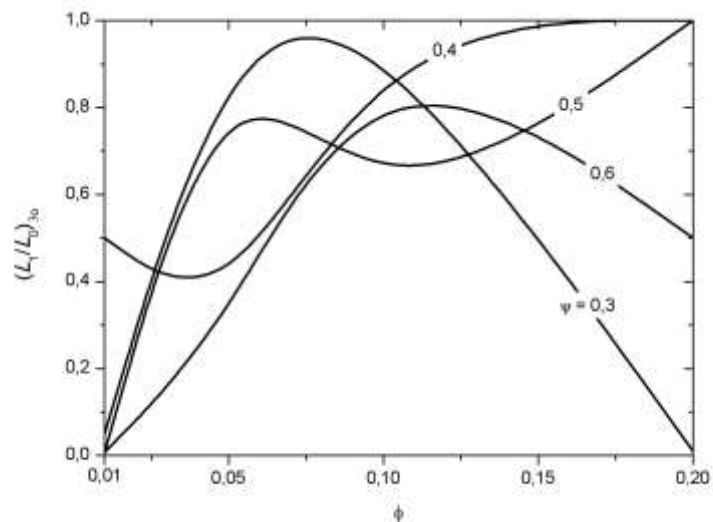


Figura 5.7 – Gráfico de  $L_1/L_0$  em função de  $\phi$  para as frações  $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$  e  $0,6$

As geometrias ótimas visualizadas nas Figuras 5.7 a 5.9, quando  $\psi = 0,3$  para diferentes valores da razão  $\phi$ , são exibidas na Figura 5.10. A melhor forma é ilustrada na Figura 5.10(b), quando  $\phi = 0,05$ ,  $(H/L)_o = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 18$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 1$  e  $\alpha_{40} = 1,56$ . A forma ótima leva a uma resistência térmica global minimizada de 138,53%, 139,13%, e 600,85% menor do que as formas ilustradas na Figuras 5.10(a), 5.10(c) e 5.10(d), respectivamente.

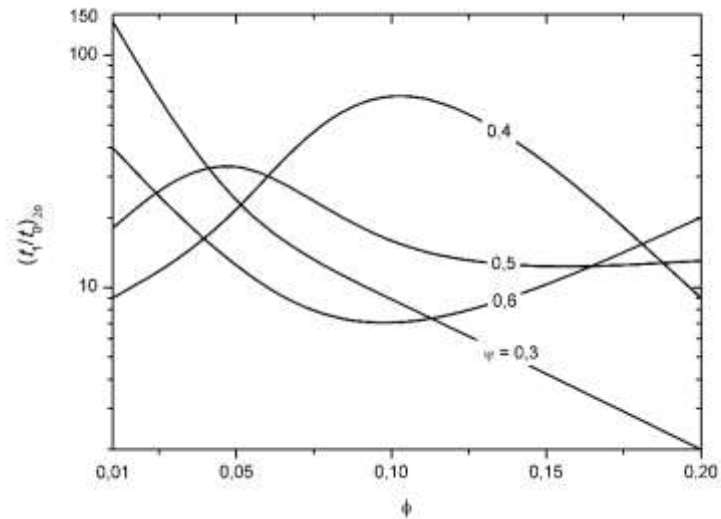


Figura 5.8 – Gráfico de  $t_1/t_0$  em função de  $\phi$  para a frações  $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$  e  $0,6$

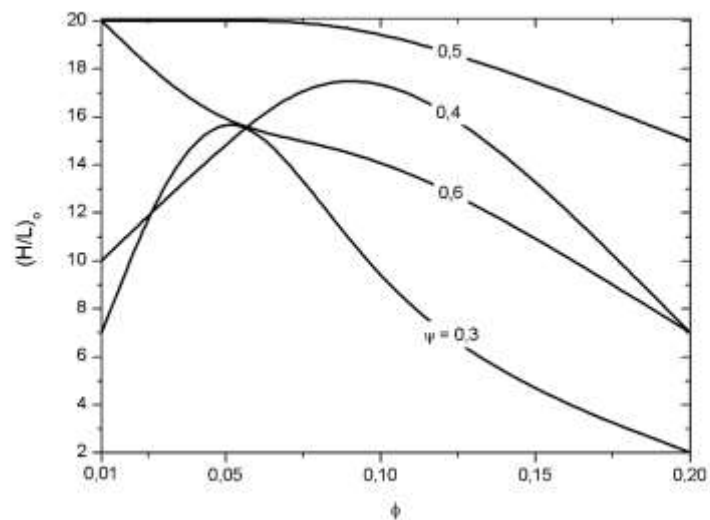


Figura 5.9 – Gráfico de  $H/L$  em função de  $\phi$  para a frações  $\psi = 0,3, 0,4, 0,5$  e  $0,6$

A menor resistência térmica global encontrada neste estudo ocorre para  $\psi = 0,5$  e  $\phi = 0,1$  para  $(H/L)_0 = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{20} = 11$ ,  $(L_1/L_0)_{30} = 0,5$ ,  $\alpha_{40} = 1,56$ . Este caso e outras formas ótimas encontradas para outras frações de  $\phi$  são ilustradas na Figura 5.11. Na forma ilustrada na Figura 5.11(c) aparece a melhor distribuição das temperaturas mais altas, enquanto no pior caso, ilustrado na Figura 5.11(d), há somente um ponto de temperatura superior concentrado na

região superior do sólido. A melhor forma, Figura 5.11(c), levou a uma redução de 113,17% da máxima temperatura adimensional em comparação com a forma da Figura 5.11(d), o pior caso.

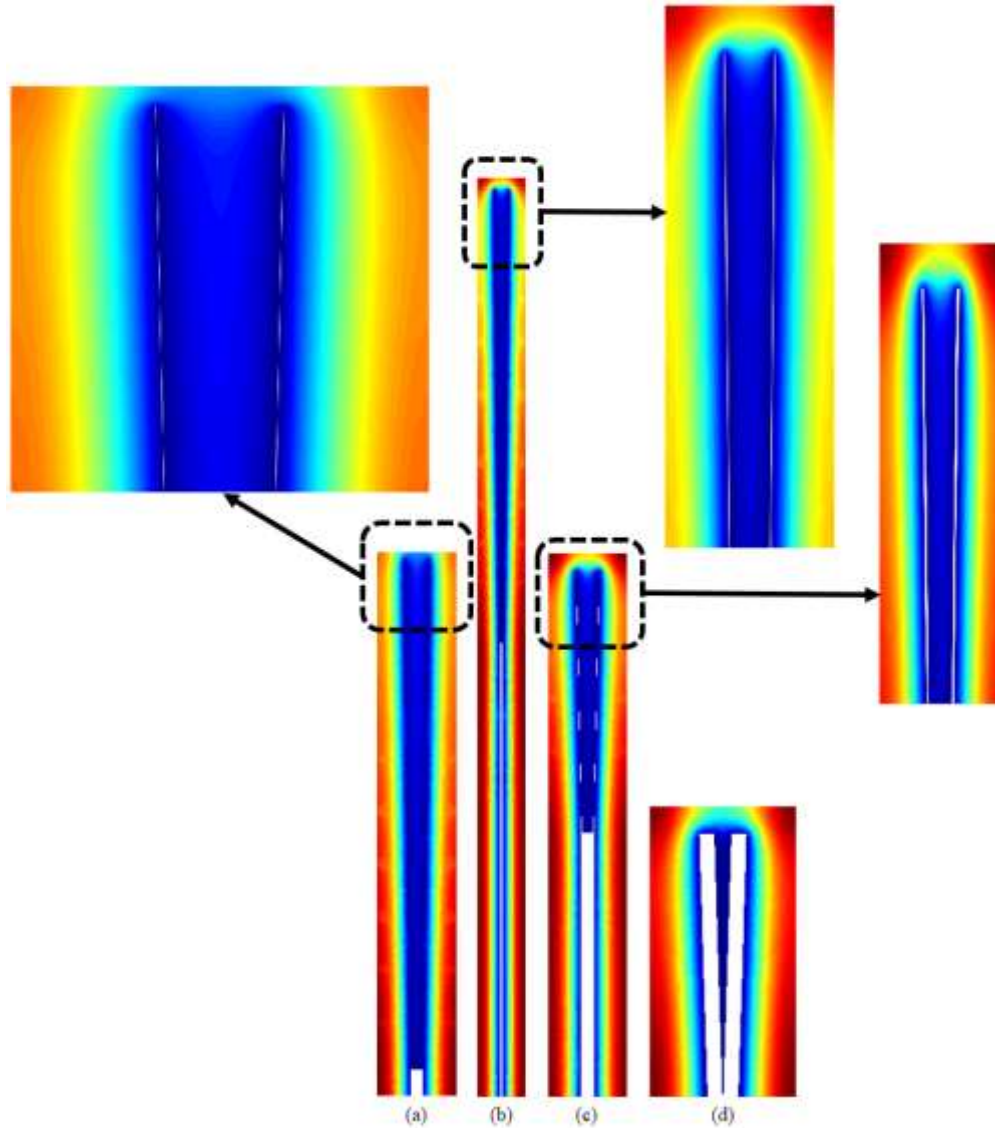


Figura 5.10 – Geometrias ótimas para  $\psi = 0,3$ : (a)  $\phi = 0,01$ ,  $(H/L)_o=7$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 140$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 0,05$ ,  $\alpha_{4o} = 1,56$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0124$ ; (b)  $\phi = 0,05$ ,  $(H/L)_o = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 18$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ ,  $\alpha_{4o} = 1,56$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0052$ ; (c)  $\phi = 0,1$ ,  $(H/L)_o = 7$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 9$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ ,  $\alpha_{4o} = 1,55$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0124$ ; (d)  $\phi = 0,2$ ,  $(H/L)_o = 2$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 2$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 0,01$ ,  $\alpha_{4o} = 1,54$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0364$

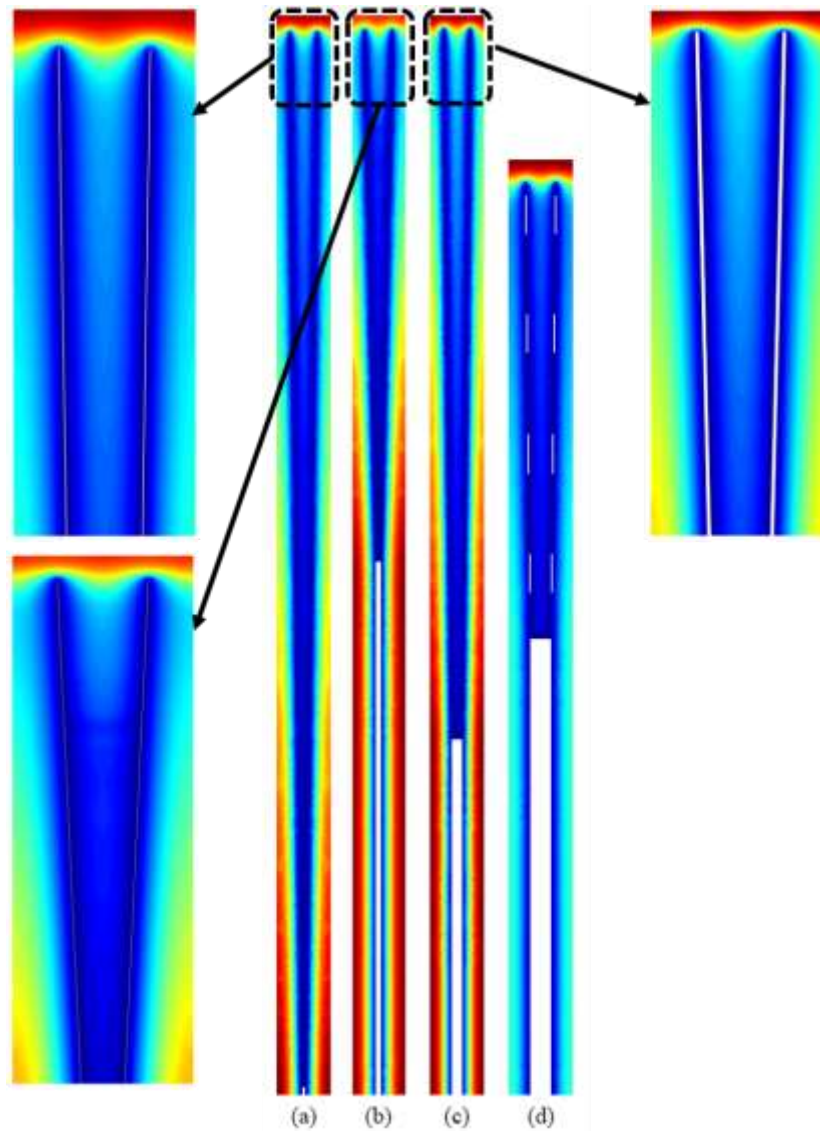


Figura 5.11 – Geometrias ótimas para  $\psi = 0,5$ : (a)  $\phi = 0,01$ ,  $(H/L)_o = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 18$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 0,007$ ,  $\alpha_{4o} = 1,56$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,00516$ ; (b)  $\phi = 0,05$ ,  $(H/L)_o = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 50$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ ,  $\alpha_{4o} = 1,55$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0051$ ; (c)  $\phi = 0,1$ ,  $(H/L)_o = 20$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 11$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 0,5$ ,  $\alpha_{4o} = 1,56$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0038$ ; (d)  $\phi = 0,2$ ,  $(H/L)_o = 15$ ,  $(t_1/t_0)_{2o} = 13$ ,  $(L_1/L_0)_{3o} = 1$ ,  $\alpha_{4o} = 1,56$ ,  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0081$

## 5.2 Cavidade Convectiva em Forma de Y

Este estudo é semelhante ao anterior, entretanto avalia-se o parâmetro de transferência de calor de forma a investigar sua influência sobre a geometria ótima da cavidade em forma de Y. Os mesmos GL são adotados. Inicialmente, a busca pela melhor forma, no caso onde  $H/L = 1,0$ , é feita pelo método exaustivo, a forma clássica para procurar geometrias ótimas. Entretanto, a busca exaustiva, devido à avaliação de todos os casos do domínio do problema, passa a ser

custosa e inviabilizar a otimização geométrica dos quatro GL do problema. Por exemplo, a otimização realizada neste estudo, considerando todas as combinações possíveis dos GL, necessitaria de aproximadamente 400.000 simulações, avaliando-se somente um valor do parâmetro  $a$ . Além disso, este elevado número de simulações para a otimização da geometria estudada aqui traz dificuldades, se for considerado um problema físico de maior complexidade (por exemplo, levar em conta um escoamento em regime laminar dentro da cavidade em forma de Y, um domínio tridimensional, condutividade ortotrópica e outras considerações). Neste sentido, algumas simplificações físicas são levadas em conta para tornar viável a otimização de todos os GL do problema.

Assim, considerando-se as características da cavidade em forma de Y, mencionadas no primeiro estudo da seção 4, o objetivo aqui é avaliar o emprego da combinação entre AG e DC para encontrar formas ótimas para vários valores do parâmetro  $a$ , bem como, descobrir novas formas ótimas para  $H/L \neq 1,0$ .

Inicialmente, como já feito na seção anterior, tem-se interesse em avaliar a aplicabilidade do AG para obter as melhores formas geométricas, bem como, investigar os esforços computacionais necessários para obter os resultados em comparação com a abordagem exaustiva. É importante mencionar que o AG é usado como uma ferramenta para melhorar a busca pela melhor forma, com o pressuposto de que a otimização geométrica é baseada no DC. Assim, as seguintes configurações foram aplicadas ao AG:

- tipo de população: cadeia de bits;
- população inicial: 20 indivíduos;
- função de seleção: amostragem estocástica uniforme;
- Elitismo: 2 indivíduos;
- taxa de cruzamento: 0,9
- taxa de mutação: 0,01;
- critério de parada: valor definido *a priori* ou cinquenta gerações sem mudança da aptidão ( $\theta_{\max}$ ).

Na primeira análise, os melhores resultados obtidos com o AG são comparados com os obtidos com a busca exaustiva. Para esta comparação, a máxima temperatura foi minimizada duas vezes  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as configurações das formas ótimas  $(t_1/t_0, (L_1/L_0)_o$  e  $\alpha_{2o}$ ) são armazenadas. Em todas as simulações realizadas a razão  $H/L = 1,0$ , bem como as restrições  $\phi = 0,05$  e  $\psi =$

0,3, foram mantidas constantes. Ainda, três diferentes valores do parâmetro  $a$  foram investigados: 0,1, 1,0 e 10,0. O valor mínimo do parâmetro  $a$  foi selecionado de acordo com o estudo de Bejan e Almogbel, 2000. Segundo os autores, este valor ( $a = 0,1$ ) foi obtido considerando uma convecção forçada comum de fluxo de gás com uma ordem de magnitude de  $h \sim 10^2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  sobre superfícies aletadas de alumínio e cobre com uma condutividade térmica de  $k \sim 10^2 \text{ W}/(\text{mK})$  e considerando uma escala de comprimento  $A^{1/2} \sim 1 \text{ cm}$ . Substituindo estes valores na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada**, obtém-se um valor para  $a \sim 0,1$ . Esta mesma hipótese tem sido utilizada na literatura para a avaliação térmica de cavidades abertas [LORENZINI; ROCHA, 2009a, ROCHA et al., 2010, HAJMOHAMMADI et al., 2013c, LORENZINI et al., 2013a]. Neste sentido, a magnitude do parâmetro  $a$  variou desde o menor valor com significado físico ( $a = 0,1$ ) até uma condição onde o campo térmico é semelhante ao encontrado nas cavidades isotérmicas ( $a = 10,0$ ).

A Tabela 5.3 apresenta o número de simulações necessárias para obter as formas ótimas com o AG e as necessárias com a busca exaustiva, bem como os resultados para a máxima temperatura duas vezes minimizada e as formas ótimas correspondentes. Observa-se que os resultados, para a máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , obtidos usando AG estão em muito boa concordância com os obtidos por meio de busca exaustiva para cada valor investigado do parâmetro  $a$ . Além disso, os resultados para os ângulos duas vezes otimizados  $(\alpha_{2o})$  e a razão uma vez otimizada  $(L_1/L_0)_o$  mostram que as formas ótimas são também adequadamente previstas com o AG. A maior diferença encontrada entre os dois métodos para  $(\theta_{\max})_{2m}$  é quase 2,0% para  $t_1/t_0 = 3,0$  e  $a = 1,0$ . A forma ótima,  $\alpha_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_o$ , também é diferente para este caso. Outro aspecto importante é o número de simulações necessárias com a busca exaustiva e o AG. Para cada valor de  $t_1/t_0$  investigado, a busca exaustiva precisou de 1.727 simulações para encontrar a geometria ótima. No entanto, o AG precisou de muito menos simulações para encontrar a forma ótima. Na pior situação ( $t_1/t_0 = 11,0$  e  $a = 10,0$ ) a técnica de AG precisou de apenas 218 simulações (quase um oitavo do que o necessário com a abordagem exaustiva). Apesar destas pequenas diferenças, os resultados encontrados com a AG, levando em conta a sua redução significativa do esforço computacional, incentiva a sua aplicação para a busca da maior parte das geometrias complexas.

Uma vez verificado a aplicação do AG, os próximos resultados serão obtidos somente através desta técnica. Desta forma, o primeiro GL a ser otimizado é o ângulo  $\alpha$  entre o ramo bifurcado e o eixo horizontal, sendo esta otimização repetida para cada valor do parâmetro  $a$ .

Tabela 5.3 – Comparação entre os resultados obtidos empregando AG e os alcançados usando a busca exaustiva para três GL ( $\phi = 0,05$ ,  $\psi = 0,3$ ,  $H/L = 1,0$  e  $a = 0,1, 1,0$  e  $10,0$ )

Parâm. Geométrico/Método		$a = 0,1$		$a = 1,0$		$a = 10,0$	
		Exaust.	AG	Exaust.	AG	Exaust.	AG
$t_1/t_0 = 3,0$	Simulações	1727	60	1727	80	1727	40
	$\alpha_{2o}$	1,45	1,45	1,44	1,44	1,40	1,40
	$(L_1/L_0)_o$	0,01	0,008	0,001	0,001	0,001	0,005
	$(\theta_{max})_{2m}$	48,7589	48,7609	0,77795	0,7915	0,0907	0,0910
$t_1/t_0 = 7,0$	Simulações	1727	120	1727	120	1727	140
	$\alpha_{2o}$	1,5	1,5	1,50	1,50	1,48	1,48
	$(L_1/L_0)_o$	0,01	0,01	0,001	0,007	0,007	0,007
	$(\theta_{max})_{2m}$	47,9223	47,9223	0,7350	0,7387	0,0785	0,0785
$t_1/t_0 = 10,0$	Simulações	1727	160	1727	160	1727	140
	$\alpha_{2o}$	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54
	$(L_1/L_0)_o$	0,01	0,01	0,001	0,001	0,001	0,001
	$(\theta_{max})_{2m}$	46,2231	46,2231	0,6988	0,6988	0,0710	0,0710
$t_1/t_0 = 11,0$	Simulações	1727	60	1727	60	1727	218
	$\alpha_{2o}$	1,55	1,55	1,55	1,55	1,55	1,55
	$(L_1/L_0)_o$	0,01	0,01	0,007	0,007	0,007	0,007
	$(\theta_{max})_{2m}$	47,1905	47,1905	0,6908	0,6908	0,06933	0,06933
$t_1/t_0 = 12,0$	Simulações	1727	160	1727	160	1727	186
	$\alpha_{2o}$	1,54	1,54	1,56	1,53	1,53	1,53
	$(L_1/L_0)_o$	0,05	0,5	0,01	0,05	0,05	0,05
	$(\theta_{max})_{2m}$	47,26903	47,269	0,6916	0,7099	0,0735	0,0735

A Figura 5.12 mostra o efeito de  $\alpha$  sobre a máxima temperatura,  $\theta_{max}$ , para vários valores da relação  $L_1/L_0$  e os parâmetros  $\phi$  e  $\psi$  e os GL  $H/L$ ,  $t_1/t_0$  constantes ( $\phi = 0,05$ ,  $\psi = 0,3$ ,  $t_1/t_0 = 10,0$  e  $H/L = 1,0$ ). A Figura 5.12(a) ilustra as curvas para  $a = 0,1$  e a Figura 5.12(b) apresenta o gráfico para  $a = 10,0$ . Em ambos os casos ( $a = 0,1$  e  $10,0$ ) o DC levou a um aumento do desempenho térmico da cavidade. Para  $a = 0,1$ , Figura 5.12 (a), a máxima temperatura é minimizada quando o ângulo  $\alpha$  é o mais elevado para cada razão de  $L_1/L_0$  analisada ( $L_1/L_0 = 0,01, 0,05$  e  $0,5$ ). Além disso, a máxima temperatura aumenta com um crescimento de  $\alpha$  até um ponto de máximo ser atingido, a partir daí passa a decrescer até o limite mais alto de  $\alpha$ , onde os valores ótimos são obtidos. Este comportamento é diferente daquele que foi observado para  $a = 10,0$  na Figura 5.12 (b), em que um ângulo ótimo  $\alpha$  intermediário minimiza  $\theta_{max}$  para as várias razões de  $L_1/L_0$  investigadas. Identificou-se também que o aumento do parâmetro  $a$  leva a uma redução do ângulo  $\alpha$  uma vez otimizado ( $\alpha_o$ ), i. e., a forma geométrica adapta-se ao coeficiente de transferência de calor imposto. Neste caso, avaliou-se o efeito do ângulo  $\alpha$  sobre a máxima



temperatura ( $\theta_{\max}$ ) e para diferentes valores de  $L_1/L_0$ . Mantiveram-se constantes as restrições ( $\phi = 0,05$ ,  $\psi = 0,3$ ) e os outros GL ( $t_1/t_0 = 3,0$ ,  $H/L = 1,0$ ). Na Figura 5.12(a), para  $a = 0,1$ , a forma otimizada é obtida para o valor mais alto de  $\alpha$ , enquanto na Figura 5.12(b) obtém-se um valor ótimo intermediário para  $\alpha$ . Cabe mencionar que o efeito de  $\alpha$  sobre  $\theta_{\max}$  para  $a = 10,0$  é semelhante ao obtido no estudo anterior. Este comportamento não foi notado para  $a = 0,1$  o que ilustra a influência deste parâmetro sobre as melhores formas e seus respectivos campos térmicos.

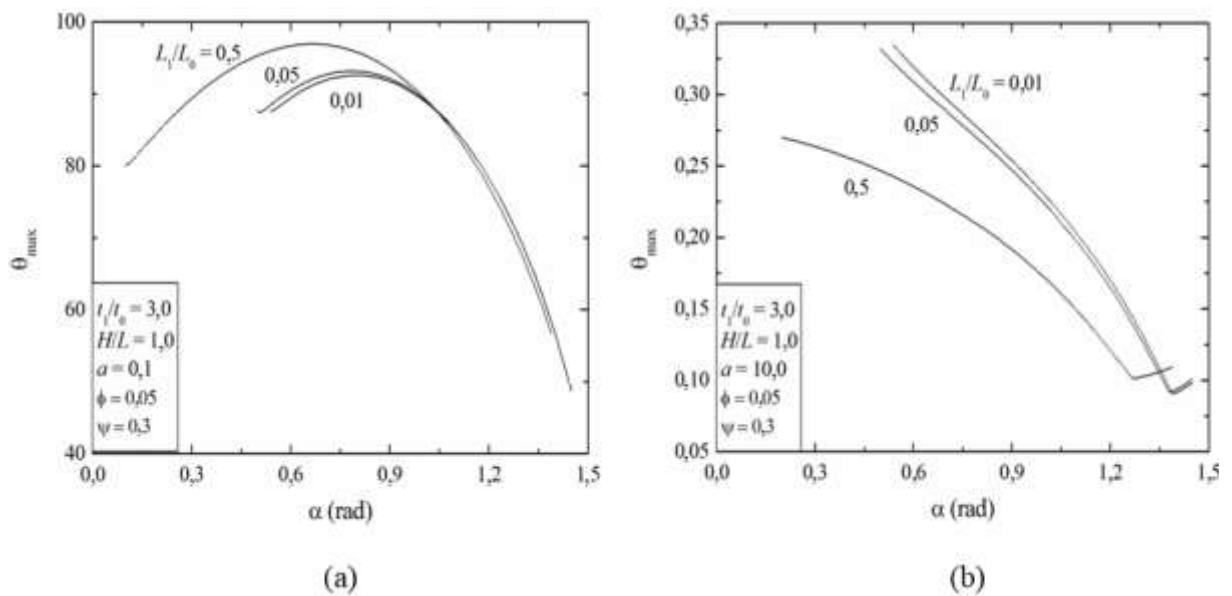


Figura 5.12 – Otimização da máxima temperatura em função de  $\alpha$  para diferentes valores da razão  $L_1/L_0$ : a)  $a = 0,1$ ; b)  $a = 10,0$

Os resultados ótimos da Figura 5.12 encontram-se resumidos na Figura 5.13 onde  $(\theta_{\max})_m$  é plotado em função da razão  $L_1/L_0$  para  $t_1/t_0 = 10,0$ . Este procedimento é repetido para todos os valores do parâmetro  $a$  investigados. Como esperado, a magnitude de  $(\theta_{\max})_m$  diminui com o aumento do parâmetro  $a$ . No entanto, esta redução na magnitude da temperatura é mais discreta com o aumento do parâmetro  $a$ , especialmente para  $a > 10,0$ . Em relação às formas ótimas, para todos os valores do parâmetro  $a$ , os valores máximos da temperatura duas vezes minimizada são obtidos para baixas razões de  $L_1/L_0$ , mais precisamente  $(L_1/L_0)_o = 1,0 \times 10^{-3}$ , exceto para  $a = 0,1$ , onde a razão ótima é alcançada para um valor intermediário de  $L_1/L_0$ , mais precisamente  $(L_1/L_0)_o = 0,01$ . Este comportamento está relacionado com a necessidade da cavidade precisar de braços mais longos para melhorar o desempenho térmico quando se tem

baixos valores do parâmetro  $a$ . Para  $a = 0,1$ , a forma ótima não foi necessariamente a que maximizou a área de superfície da cavidade, mostrando que não somente a área da superfície é importante para a maximização da taxa de transferência de calor, mas também a forma da cavidade. Esse fato já foi observado em estudos anteriores da literatura sobre otimização de cavidades e aletas [BEJAN; ALMOGBEL, 2000, LORENZINI; ROCHA, 2009a, XIE et al., 2010]. A Figura 5.14 mostra o efeito de  $L_1/L_0$  sobre o ângulo uma vez otimizado  $\alpha_o$ . Para todos os valores do parâmetro  $a$ ,  $\alpha_o$  diminui com um aumento da razão  $L_1/L_0$ . No entanto, a redução de  $\alpha_o$  é mais evidente para valores mais altos do parâmetro  $a$ , especialmente para  $a \geq 10,0$ .

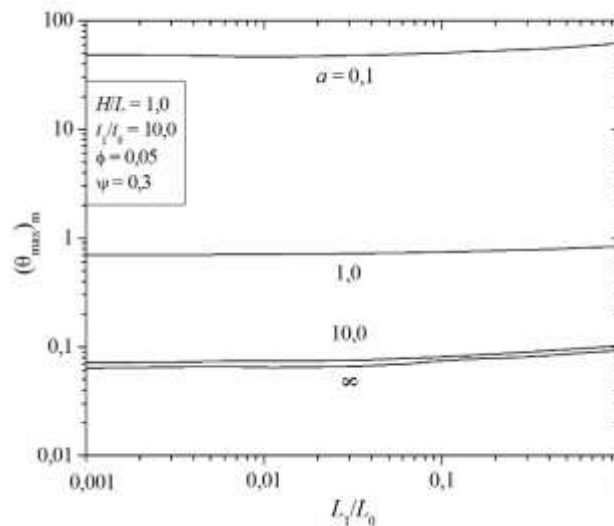


Figura 5.13 – Comportamento da máxima temperatura uma vez minimizada,  $(\theta_{\max})_m$ , em função de  $L_1/L_0$  para diferentes valores do parâmetro  $a$

O próximo passo é avaliar o efeito do parâmetro  $a$  sobre a máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as suas formas ótimas:  $(L_1/L_0)_o$  e  $\alpha_{2o}$ . Assim, os resultados ótimos encontrados nas Figura 5.13 e 5.14 foram resumidos na Figura 5.15. Observa-se que  $(\theta_{\max})_{2m}$  diminui com o aumento do parâmetro  $a$  até o valor máximo deste parâmetro ser atingido. No que diz respeito às melhores formas, a razão ótima  $(L_1/L_0)_o$  diminui com o aumento do parâmetro  $a$ , até alcançar  $a = 10,0$ , onde a magnitude da razão  $(L_1/L_0)_o$  estabiliza-se assintoticamente. Para o ângulo duas vezes otimizado  $(\alpha_{2o})$ , a melhor forma provou ser insensível ao parâmetro  $a$ .

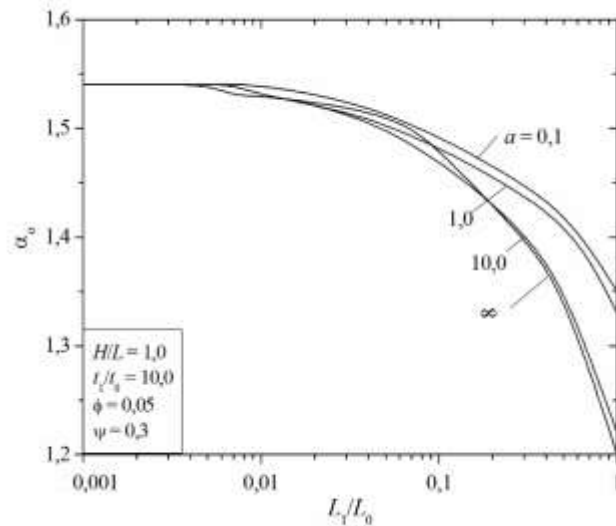


Figura 5.14 – Comportamento do ângulo uma vez otimizado,  $\alpha_o$ , em função de  $L_1/L_0$  para diferentes valores do parâmetro  $\alpha$

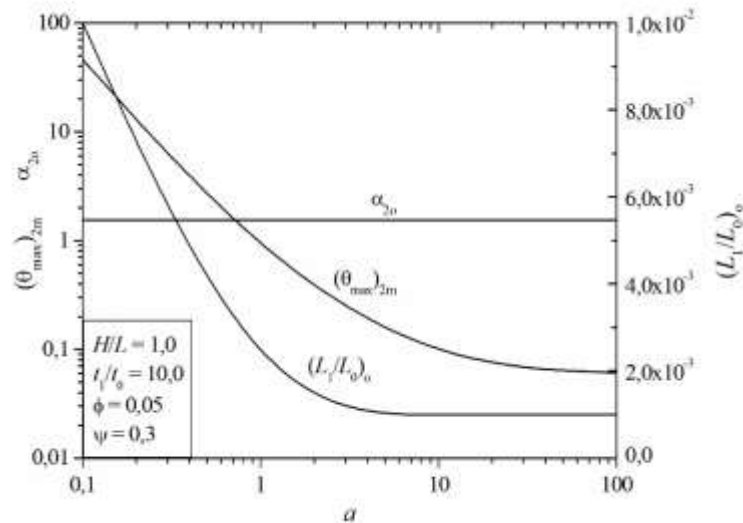


Figura 5.15 – O efeito do parâmetro  $a$  sobre a máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e a forma ótima da cavidade:  $\alpha_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_o$

A Figura 5.16 mostra algumas das melhores topologias extraídas da Figura 5.15, ilustrando que a maior alteração no campo de temperatura ocorre no intervalo de  $a = 0,1$  até  $a = 10,0$ . Observa-se também uma melhoria da distribuição de temperatura ao longo do domínio do sólido com o aumento do parâmetro  $a$ . Este efeito é notado até um limite superior, em que

se atinge a melhor distribuição do campo de temperatura, ou seja, os resultados ótimos são obtidos de acordo com o princípio construtal da distribuição ótima distribuição de imperfeições.

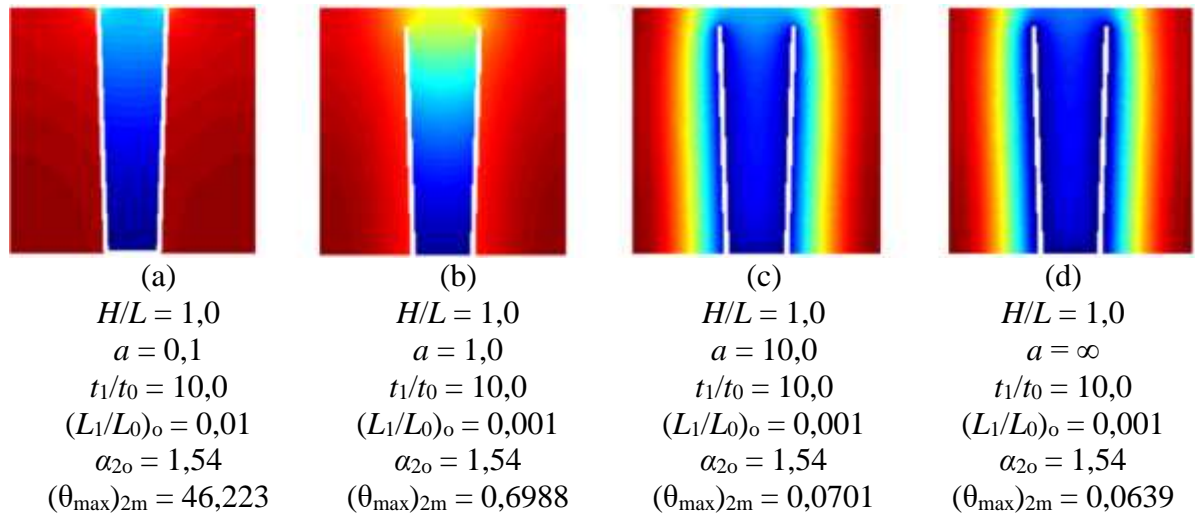


Figura 5.16 – Ilustração de algumas formas otimizadas da Figura 5.15: a)  $a = 0,1$ ; b)  $a = 1,0$ ; c)  $a = 10,0$ ; d)  $a = \infty$

O procedimento utilizado para obter a Figuras 5.13 a 5.15 é repetido para vários valores da razão  $t_1/t_0$ . A Figura 5.17 é dedicada a mostrar o efeito de  $t_1/t_0$  sobre a máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , para todos os valores do parâmetro  $a$  investigados. Os resultados desta figura mostram claramente o efeito de  $t_1/t_0$  sobre  $(\theta_{\max})_{2m}$  e que a sua magnitude tornou-se fixa para  $a \geq 10,0$ , ou seja, quando a cavidade tende a ser isotérmica ( $a \rightarrow \infty$ ). Este comportamento, o enrijecimento da geometria com a intensidade do escoamento e fluxo de calor, já foi previamente notado nos estudos de cavidades em forma de C e T [ROCHA et al., 2010, LORENZINI et al., 2013a] e em outras aplicações de escoamento por convecção forçada sobre cilindros [BELLO-OCHEDE; BEJAN, 2005] e, ainda, em escoamentos por convecção turbulenta mista dentro cavidades [DOS SANTOS et al., 2011, 2013].

As Figuras 5.18 a 5.20 reproduzem mais especificamente estes resultados e mostram o efeito de  $t_1/t_0$  sobre a razão uma vez otimizada  $(L_1/L_0)_o$  e sobre o ângulo duas vezes otimizado  $\alpha_{2o}$  para  $a = 0,1, 1,0$  e  $10,0$ , respectivamente. Os resultados destas figuras revelam que o efeito de  $t_1/t_0$  sobre  $(L_1/L_0)_o$  e  $\alpha_{2o}$  não é o mesmo (não é universal) para os diferentes valores do parâmetro  $a$ . Os resultados mostram que a máxima temperatura três vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{3m}$ , é obtida para razões intermediárias de  $t_1/t_0$  para todos os valores investigados  $a$ . As Figuras 5.18

a 5.20 mostram também um aumento oscilatório para a razão uma vez otimizada  $(L_1/L_0)_o$  como uma função  $t_1/t_0$ , enquanto o ângulo duas vezes otimizado  $\alpha_{2o}$  apresenta um discreto aumento seguido de uma discreta diminuição em relação a  $t_1/t_0$ . Além disso, um comportamento diferente de  $(\theta_{\max})_{2m}$ ,  $\alpha_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_o$  em função de  $t_1/t_0$  é observado para os três valores investigados de  $a$ , de modo semelhante ao que foi anteriormente observado para o efeito de  $L_1/L_0$  sobre  $(\theta_{\max})_m$  e  $\alpha_o$  (ver Figuras 5.13 e 5.14).

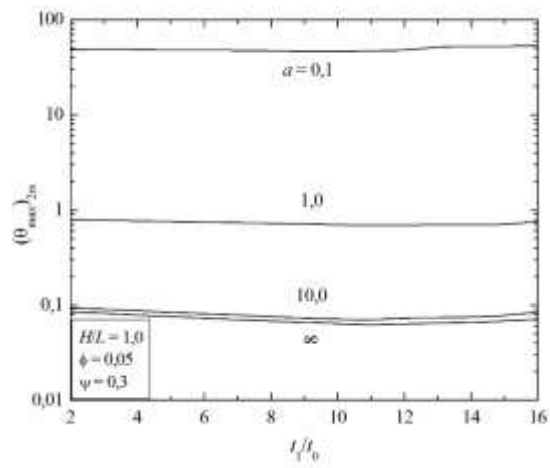


Figura 5.17 – O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , em função de  $t_1/t_0$  para diferentes valores de  $a$

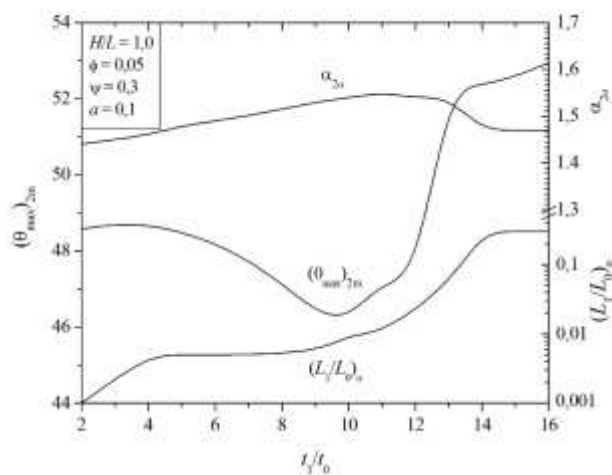


Figura 5.18 – O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de  $t_1/t_0$  para  $a = 0,1$

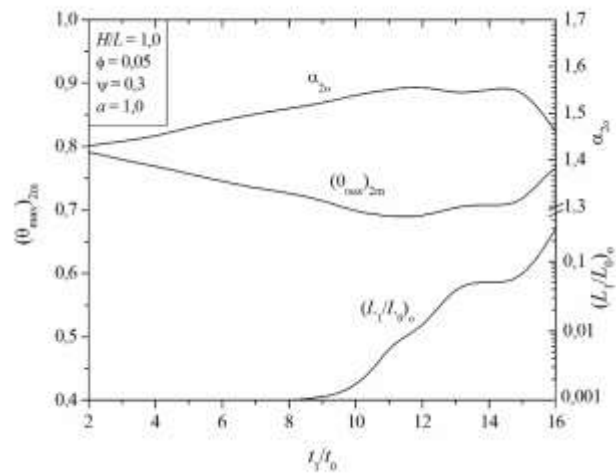


Figura 5.19 – O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de  $t_1/t_0$  para  $a = 1,0$

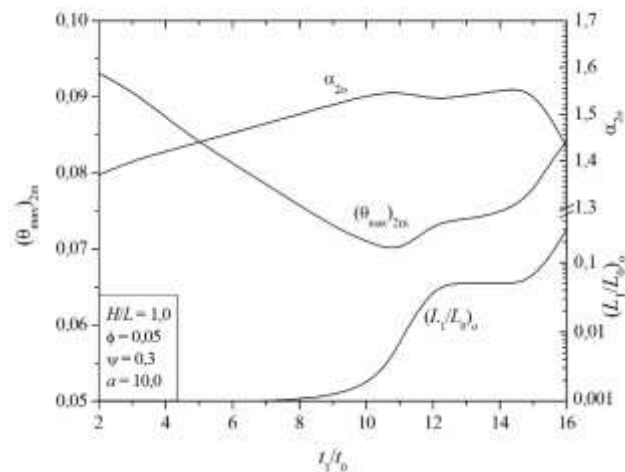


Figura 5.20 – O comportamento da máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m}$ , e as respectivas formas ótimas em função de  $t_1/t_0$  para  $a = 10,0$

Os resultados ótimos encontrados nas Figuras 5.18 a 5.20 encontram-se resumidos na Figura 5.21, onde o efeito do parâmetro  $a$  sobre a máxima temperatura três vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{3m}$ , foi reproduzido com as suas respectivas formas ótimas:  $(t_1/t_0)_o$ ,  $(L_1/L_0)_{2o}$  e  $\alpha_{3o}$ . Como esperado, os resultados mostram a diminuição de  $(\theta_{\max})_{3m}$  em função do parâmetro  $a$ . Em relação à forma ótima, o ângulo três vezes otimizado,  $\alpha_{3o}$ , mostrou-se quase insensível ao parâmetro  $a$ . No entanto, a razão  $(L_1/L_0)_{2o}$  diminuiu e  $(t_1/t_0)_o$  aumentou com o aumento do parâmetro  $a$ . É importante mencionar que a insensibilidade de  $\alpha_{3o}$  com o parâmetro  $a$  é uma

condição local e acontece apenas para  $H/L \geq 1,0$ . Um exemplo desta afirmação pode ser visto no estudo de cavidades isotérmicas ( $a \rightarrow \infty$ ) em forma de Y [LORENZINI et al., 2011a]. Neste estudo,  $\alpha_{30} = 0$  quando  $H/L = 0,5$ , i. e., uma cavidade em forma de T. Os resultados também indicam que a razão  $(L_1/L_0)_{20}$  tem uma influência mais pronunciada em  $(\theta_{\max})_{3m}$  do que os outros parâmetros geométricos investigados:  $\alpha_{30}$  e  $(t_1/t_0)_o$  para  $H/L = 1,0$ ,  $\phi = 0,05$  e  $\psi = 0,3$ ,

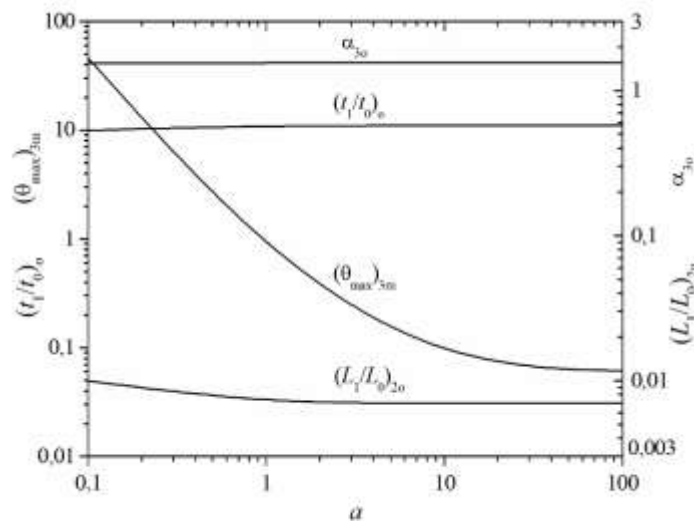


Figura 5.21 – O efeito do parâmetro  $a$  sobre a máxima temperatura três vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{3m}$ , e as melhores formas quando  $H/L=1,0$

A Figura 5.22 mostra as formas ótimas obtidas para  $a = 0,1$ ,  $1,0$ ,  $10,0$  e infinito (superfícies isotérmicas), respectivamente. Pode-se observar novamente que, para valores mais baixos do parâmetro  $a$ , braços maiores da cavidade em forma de Y são necessários para melhorar a uniformidade da distribuição do campo de temperatura. À medida que o parâmetro  $a$  é aumentado, a necessidade de uma maior inserção dos braços é menor. Além disso, a forma ótima tende a estabilizar-se com o aumento de  $a$ , ou seja, quando o campo de temperatura tende para a melhor distribuição.

A etapa final deste estudo consiste de uma pesquisa para a melhor geometria, variando a razão  $H/L$  no intervalo  $0,5 \leq H/L \leq 10,0$  para três valores do parâmetro  $a$ . Como esperado, as geometrias ótimas para todos os valores de  $a$  são identificadas para a maior razão  $H/L$  avaliada, isto é,  $H/L = 10,0$ . A Figura 5.23 mostra as topologias encontradas e indica que a geometria da cavidade em forma de Y se adapta a sua morfologia para a imposição de condições de contorno

nas superfícies. Para o menor valor de  $a$ , a região mais quente foi observada na parte superior do domínio do sólido. À medida que o valor de  $a$  aumenta a distribuição de campo temperatura é melhorada, especialmente ao redor dos braços da cavidade. Para o maior valor de  $a$  investigado ( $a = 10,0$ ), a distribuição de temperatura é melhorada ainda mais. Em relação às formas ótimas, as relações  $(t_1/t_0)_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_{3o}$  variaram significativamente com a variação do parâmetro  $a$ , enquanto  $\alpha_{4o}$  apresenta apenas uma variação sutil. O comportamento é semelhante ao encontrado para o efeito do parâmetro  $a$  sobre as formas ideais para  $H/L = 1,0$  (Figura 5.21). No entanto, as razões  $(t_1/t_0)_{2o}$  e  $(L_1/L_0)_{3o}$  apresentam uma variação mais pronunciada para  $H/L = 10,0$  do que  $H/L = 1,0$ , estando de acordo com a observação de que a geometria tem mais liberdade para variar na direção vertical do sólido. Neste sentido, a tendência é que a forma mude até o limite superior do parâmetro  $a$  ser atingido, onde a distribuição ótima das imperfeições é atingida.

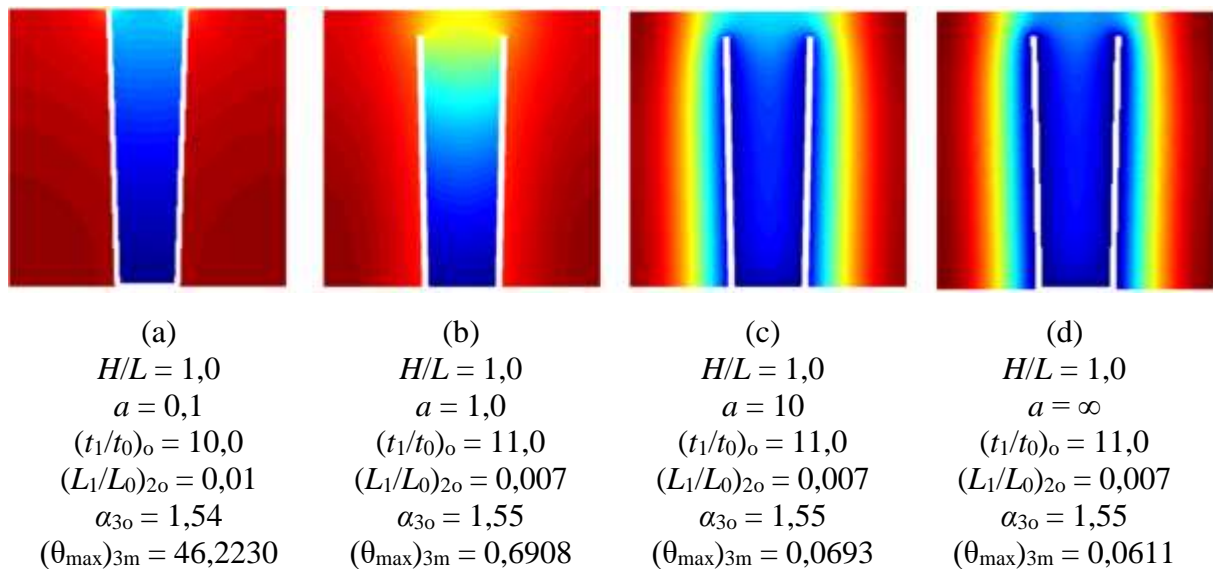


Figura 5.22 – Formas ótimas extraídas a partir da Figura 5.21: a)  $a = 0,1$ , b)  $a = 1,0$ , c)  $a = 10,0$ , d)  $a = \infty$

### 5.3 Caminho Condutivo Assimétrico em Forma de V

Os resultados deste estudo têm por objetivo principal empregar o DC em associação com AG para realizar a otimização completa de um caminho de alta condutividade em forma de V, posicionado entre um corpo que libera uma taxa de transferência de calor constante e outros dois corpos mantidos a uma temperatura constante, ou seja, avaliar-se-á geometrias que



minimizam quatro vezes a resistência térmica global ou a máxima temperatura adimensional. Assim, precisa-se determinar a geometria ótima para os GL  $D_0$ ,  $D_1/D_0$ ,  $D_2/D_0$  e  $H/L$ .

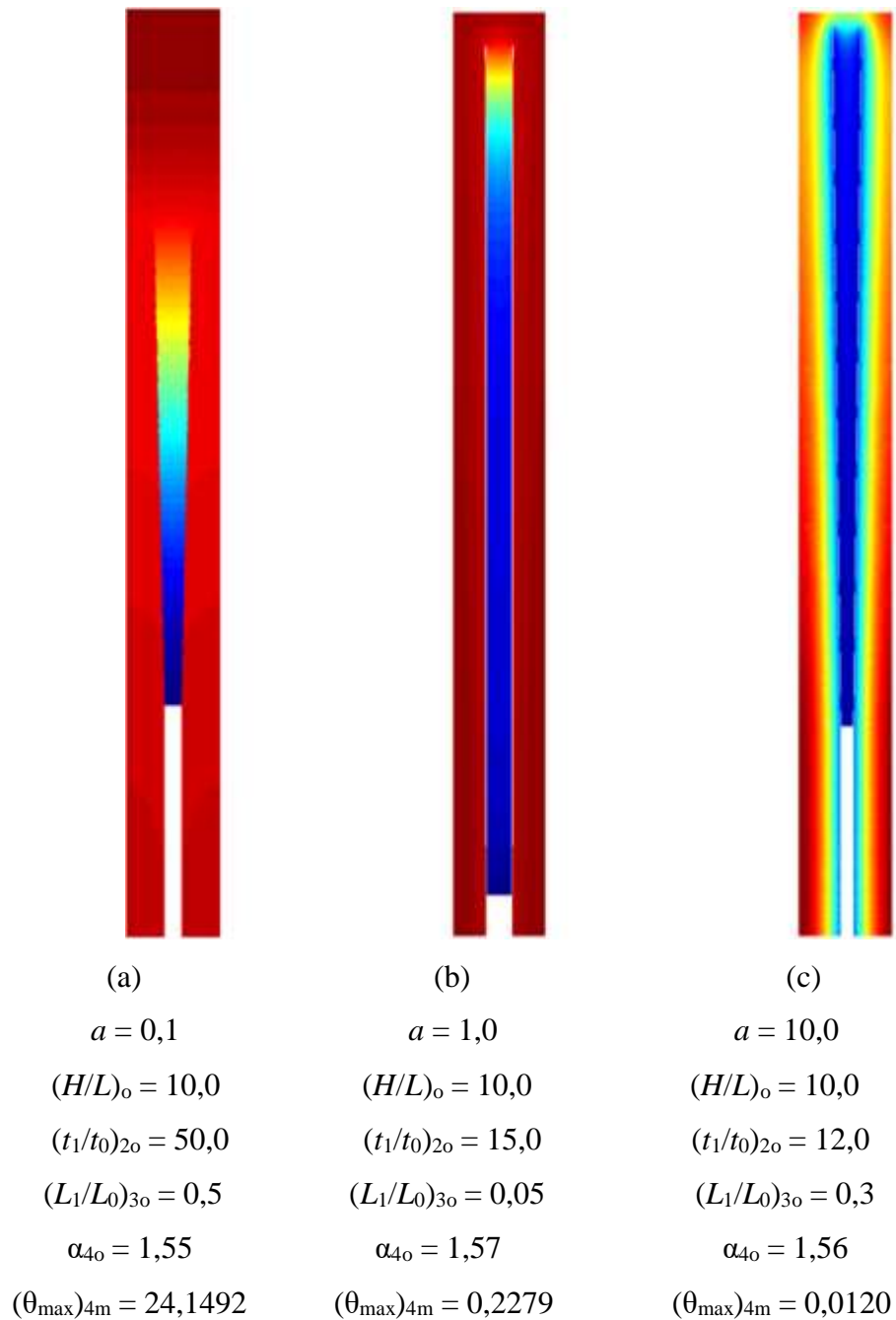


Figura 5.23 – Formas ótimas obtidas com AG para temperatura máxima minimizada quatro vezes,  $(\theta_{\max})_{4m}$ , e os seguintes valores de  $a$ : a)  $a = 0,1$ ; b)  $a = 1,0$ ; c)  $a = 10,0$

Inicialmente, por tratar-se de uma nova geometria, o primeiro estudo é feito por uma abordagem exaustiva. Posteriormente, faz-se uma análise mais completa da otimização geométrica com o auxílio de AG.

A Figura 5.24 mostra o efeito da razão  $H/L$  sobre a máxima temperatura adimensional,  $\theta_{\max}$ , para vários valores de  $\phi$  (fração do volume do caminho) e para valores fixos de  $\tilde{D}_0 = 0.2$  e  $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1,0$ . Como esperado, o aumento de  $\phi$  leva a uma diminuição da magnitude de  $\theta_{\max}$ . Para cada valor de  $\phi$  investigado há também uma razão intermediária de  $H/L$ , que minimiza  $\theta_{\max}$ , exceto para  $\phi = 0,2$ , onde o valor mínimo de  $\theta_{\max}$  é obtido para o extremo superior da razão  $H/L$ , porque este valor da relação é o valor mais elevado permitido para construir esta configuração. Considerando-se um valor fixo de  $\phi$ , observam-se diferenças consideráveis de desempenho térmico entre o ótimo  $(H/L)_o$  e as relações extremas de  $H/L$ , por exemplo, para  $\phi = 0,3$  a relação ótima  $(H/L)_o = 0,5$  leva  $\theta_{\max}$  para cerca de 14% e 11% menor que o obtido para o mais baixo e o mais alto valor da razão  $H/L$ , respectivamente. Destaca-se que as formas ideais, mesmo para os menores valores de  $\phi$ , conduzem a um maior desempenho térmico em comparação com as geometrias não-otimizadas de valores maiores de  $\phi$ .

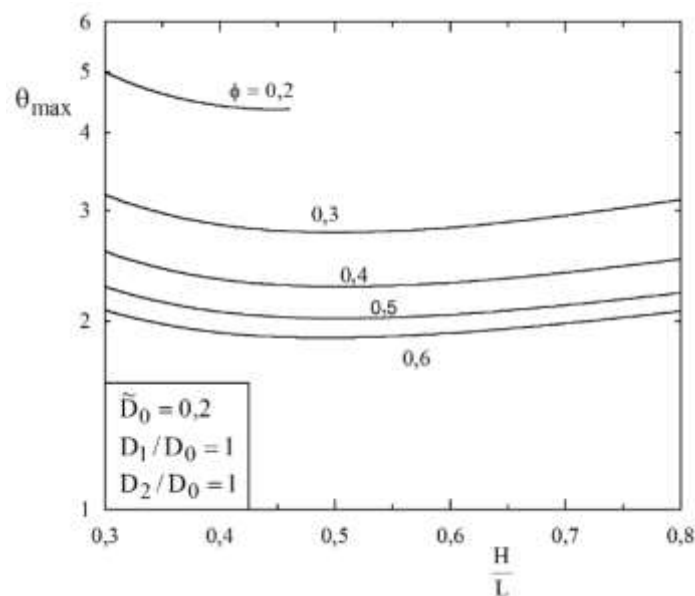


Figura 5.24 – O efeito  $H/L$  e  $\theta$  na máxima temperatura adimensional,  $\theta_{\max}$

Os resultados ótimos apresentados na Figura 5.24 encontram-se resumidos na Figura 5.25, que mostra o efeito da fração do volume do caminho condutivo ( $\phi$ ) sobre a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez  $((\theta_{\max})_{\min})$  e a sua respectiva razão ótima  $(H/L)_o$ .

Pode-se observar uma diminuição de  $(\theta_{\max})_{\min}$  com o aumento de  $\phi$ . No entanto, a queda de  $(\theta_{\max})_{\min}$  diminui para  $\phi \geq 0,3$  e altera-se discretamente para  $\phi \geq 0,4$ . No que diz respeito à forma ótima, a razão  $(H/L)_o$  aumenta de  $(H/L)_o = 0,45$  para  $\phi = 0,2$  até  $(H/L)_o = 0,5$  para  $\phi = 0,3$ . Depois deste ponto, a proporção  $(H/L)_o$  é insensível ao aumento de  $\phi$ .

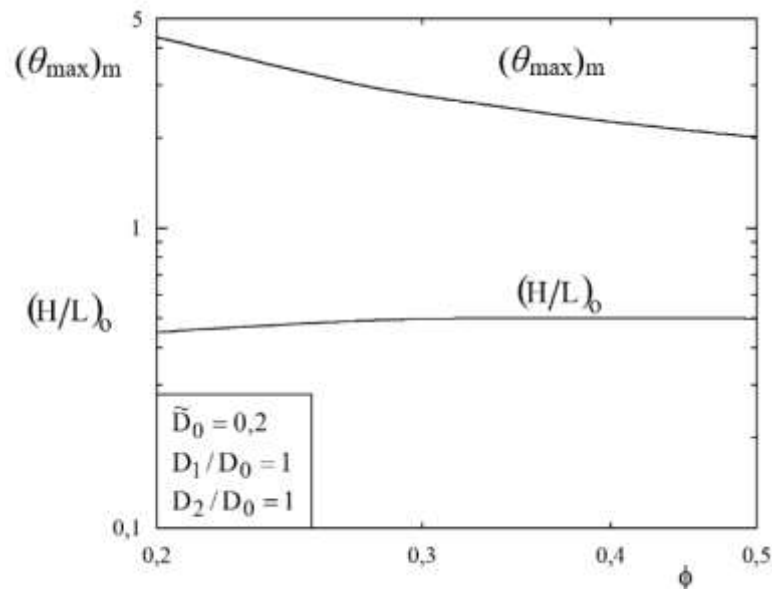


Figura 5.25 – A máxima temperatura adimensional minimizada uma vez,  $(\theta_{\max})_{\min}$ , e a razão ótima  $(H/L)_o$  em função da fração de volume  $\phi$

Na sequência, a variação da razão  $D_2/D_0$  é investigada. A Figura 5.26 mostra a otimização da máxima temperatura adimensional  $(\theta_{\max})$  para diversos valores de  $D_2/D_0$  em função da razão  $H/L$ . Os GL  $\tilde{D}_0$  e  $D_1/D_0$  foram mantidos fixos ( $\tilde{D}_0 = 0,2$  e  $D_1/D_0 = 1,0$ ). Os resultados mostram que a melhor forma foi obtida para  $D_2/D_0 = 1,9$ , i. e., com a dimensão do sumidouro ( $D_2$ ) é maior do que a dimensão da fonte ( $D_0$ ). Para algumas proporções de  $D_2/D_0$  o desempenho térmico diminui de forma significativa, por exemplo, para  $D_2/D_0 = 0,1$  a melhor forma, quando  $(H/L)_o = 0,49$ , resulta em um  $\theta_{\max}$  quase 27% maior do que o obtido para  $D_2/D_0 = 1,9$  e  $(H/L)_o = 0,56$ . Nota-se também que para relações de  $D_2/D_0 \leq 1,0$  as curvas de  $\theta_{\max}$  em função de  $H/L$  têm a mesma tendência, enquanto que para as razões  $D_2/D_0 > 1,0$  esta tendência muda, com grandes diferenças de  $\theta_{\max}$  entre as formas ótimas de  $H/L$  e os extremos inferiores. Este comportamento pode ser visto para as razões  $D_2/D_0 = 0,1$  e  $2,2$  para  $H/L = 0,3$  onde a magnitude da máxima temperatura adimensional é de  $\theta_{\max} = 3,8644$  e  $3,8446$ , respectivamente. Também é importante mencionar que, no intervalo  $0,3 \leq H/L \leq 0,37$  o melhor desempenho

térmico é alcançado para  $D_2/D_0 = 1,0$ , enquanto que para  $0,37 < H/L \leq 0,7$  a menor  $\theta_{\max}$  é obtido para  $D_2/D_0 = 1,9$ . Já para  $H/L > 0,7$ , a razão  $D_2/D_0 = 2,2$  é a que minimiza  $\theta_{\max}$ . Em outras palavras, não há nenhuma razão universal de  $D_2/D_0$  que conduza os caminhos em forma de V para o melhor desempenho térmico para todos os valores investigados de  $H/L$ .

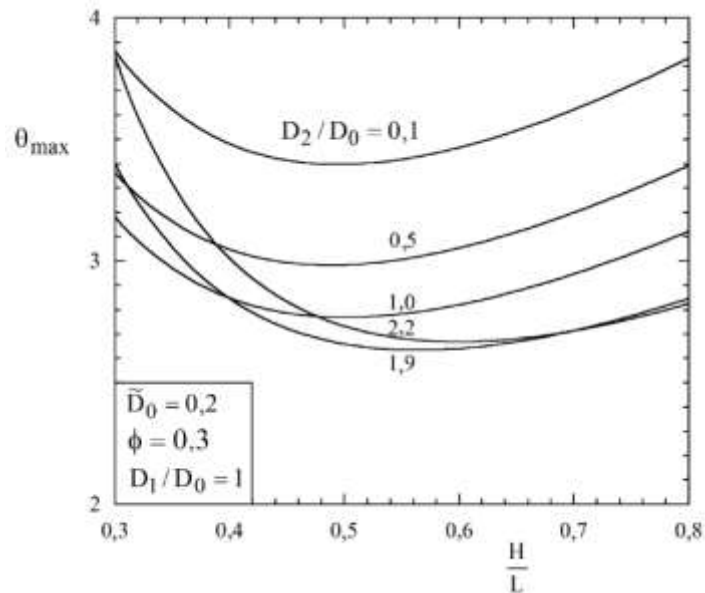


Figura 5.26 – Otimização da máxima temperatura adimensional minimizada uma vez,  $(\theta_{\max})_m$ , para diferentes valores da razão  $D_2/D_0$  em função da razão  $H/L$

Os resultados ótimos encontrados na Figura 5.26 encontram-se resumidos na Figura 5.27, i. e., apresenta-se o efeito de  $D_2/D_0$  sobre a máxima temperatura adimensional minimizada uma vez  $((\theta_{\max})_{\min})$  e a sua respectiva geometria ótima,  $(H/L)_o$ . Pode-se notar uma diminuição de  $(\theta_{\max})_{\min}$  de  $D_2/D_0 = 0,1$  a  $D_2/D_0 = 1,9$ , onde o ideal é alcançado. Quanto à relação uma vez otimizada  $(H/L)_o$ , esta é quase insensível para  $D_2/D_0 \leq 0,6$ . Após este ponto percebe-se um aumento abrupto da razão  $(H/L)_o$ . O caminho em forma de V precisa aumentar a sua altura para permitir o aumento de  $D_2$ , sem perda de desempenho, ou seja, a forma adapta-se para facilitar o fluxo de calor ao longo da geometria interna.

A avaliação da geometria continua repetindo o procedimento usado para gerar as Figuras 5.26 e 5.27, para vários valores da razão de  $D_1/D_0$ . Neste sentido, a Figura 5.28 mostra o efeito de  $D_1/D_0$  sobre a máxima temperatura adimensional duas vezes minimizada  $((\theta_{\max})_{2m})$  e as respectivas geometrias ótimas:  $(D_2/D_0)_o$  e  $(H/L)_{2o}$ . Os resultados mostram uma razão ótima intermediária de  $D_1/D_0$  que minimiza  $(\theta_{\max})_{2m}$ ,  $(D_1/D_0)_o = 0,08$ . No que diz respeito às

geometrias ótimas, a razão  $(H/L)_{2o}$  diminui com o aumento de  $D_1/D_0$ . Este comportamento está relacionado com a necessidade do ramo esquerdo de ocupar o domínio em direção ao lado direito. Para  $(D_2/D_0)_o$  também é observada uma queda desta variável com o aumento de  $D_1/D_0$ , semelhante ao que é observado para  $(H/L)_{2o}$ . Outra observação importante está relacionada com a razão  $(D_2/D_0)_o$  que leva a  $(\theta_{\max})_{2m}$  e, conseqüentemente, à razão ótima  $D_1/D_0$ , onde obtém-se um valor  $(D_2/D_0)_{2o} = 3,7$ , apresentando uma forte assimetria entre as ramificações bifurcadas do caminho em forma de V. Esse mesmo comportamento pode ser observado na natureza (rios, árvores, pulmões e outros), ou seja, sistemas de fluxo sujeitos a restrições assimétricas, em geral, irão gerar formas ótimas também assimétricas.

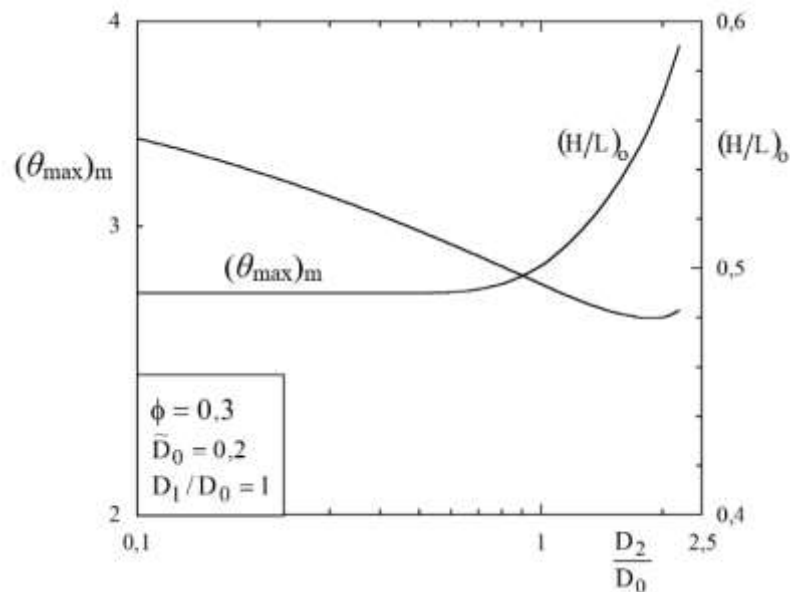


Figura 5.27 – Valores resumidos da máxima temperatura adimensional minimizada uma vez e a razão uma vez otimizada  $(H/L)_o$  em função da razão  $D_2/D_0$

Posteriormente, o procedimento utilizado nas Figuras 5.26 a 5.28 para  $\tilde{D}_0 = 0,2$  é repetido para vários valores deste quarto GL. A Figura 5.29 mostra o comportamento das geometrias ótimas que correspondem a cada valor de  $\tilde{D}_0$ . A curva  $(\theta_{\max})_{2m}$  diminui progressivamente à medida que  $\tilde{D}_0$  aumenta: há um mínimo  $(\theta_{\max})_{2m}$  em  $\tilde{D}_0 = 0,45$  e os valores da máxima temperatura adimensional aumentam para  $\tilde{D}_0 > 0,45$ . A curva correspondente à razão três vezes otimizada  $(H/L)_{3o}$  diminui de  $\tilde{D}_0 = 0,2$  para  $\tilde{D}_0 = 0,3$ . Depois disso, esta razão tem um valor aproximado de  $(H/L)_{3o} \approx 0,46$ . A curva  $(\theta_{\max})_{3m}$  diminui com inclinação constante

de 3,7 a 0,46. Um comportamento diferente é apresentado pela curva  $((D_1/D_0)_o$ . Esta curva aumenta de  $\tilde{D}_0 = 0,2$  a 0,3, onde atinge o seu máximo,  $(D_1/D_0)_{2o} = 0,86$ . Em seguida ela diminui progressivamente até atingir o valor  $(D_1/D_0)_{2o} = 0,4$  em  $\tilde{D}_0 = 0,5$ .

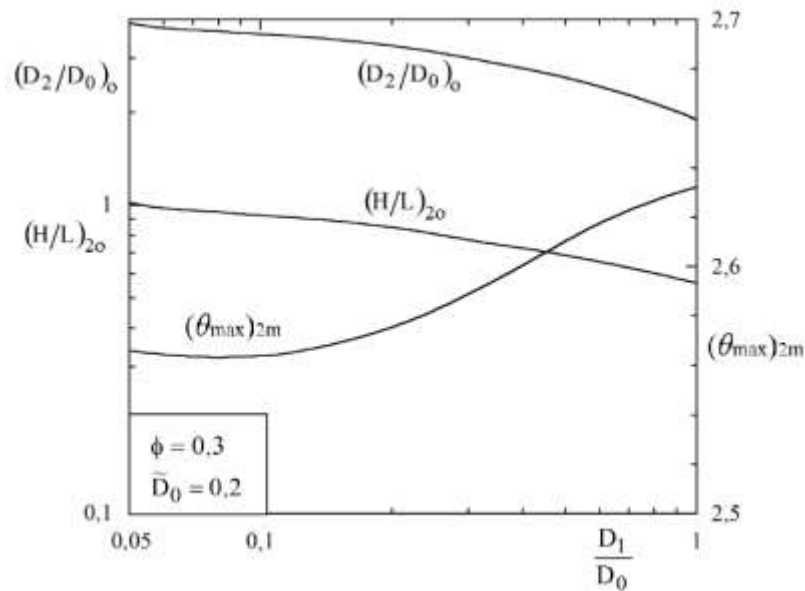


Figura 5.28 – Tendência da dupla minimização de  $(\theta_{\max})_{2m}$  e dupla otimização de  $(H/L)_{2o}$  em função da razão  $D_1/D_0$

A Figura 5.30(a)-(d) apresenta, em escala, a melhor configuração obtida pela busca usada para cada GL. A melhor forma duas vezes otimizada, Figura 5.30(b), apresenta um desempenho 4,86% melhor do que a melhor configuração uma vez otimizada, Figura 5.30(a). A melhor configuração mostrada na Figura 5.30(c), tem um desempenho 2,6% melhor do que a configuração da Figura 5.30(b). Já a forma otimizada quatro vezes, Figura 5.30(d), tem um desempenho 4,5% melhor que a configuração mostrada na Figura 5.30(c) e 11,2% quando comparada com a configuração da Figura 5.30(a). Os resultados enfatizam que dando liberdade a um sistema de fluxo, ou seja, permitindo mudanças nos seus GL, este melhorará o seu desempenho do sistema de fluxo. Isso corrobora com o pensamento construtal que a liberdade é boa para o design. Destaca-se como as imperfeições estão bem distribuídas na Figura 5.30(d).

Uma vez investigada por uma abordagem exaustiva, a geometria em forma de V, fez-se uma comparação e verificação aplicando AG considerando os quatro GL livres e  $\phi = 0,3$ . A Tabela 5.4 mostra que os resultados são aproximadamente os mesmos. Para esta verificação as seguintes configurações foram adotadas para o AG:

- tipo de população: cadeia de bits;
- população inicial: 20 indivíduos;
- função de seleção: amostragem estocástica uniforme;
- Elitismo: 2 indivíduos;
- taxa de cruzamento: 0,8;
- taxa de mutação: 0,01;
- critério de parada: trinta gerações sem mudança da aptidão ( $\theta_{\max}$ ).

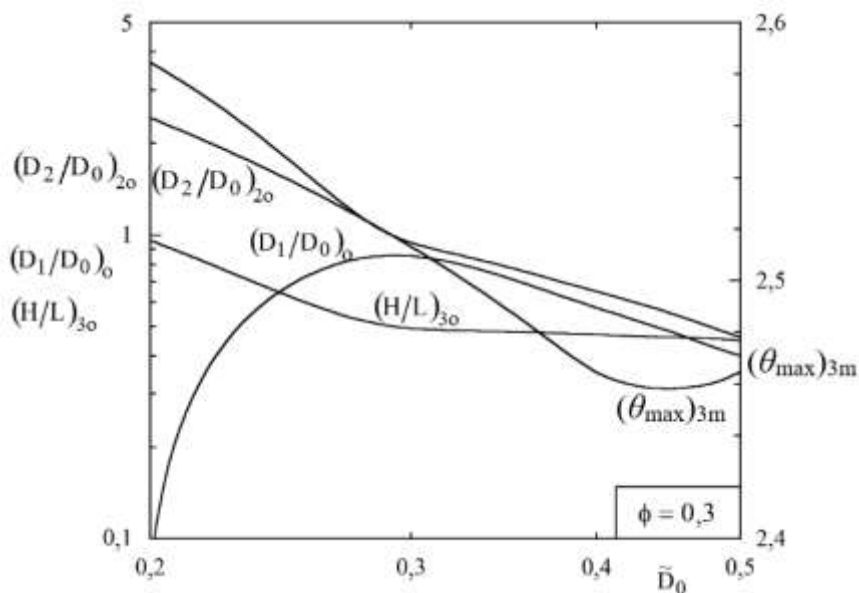


Figura 5.29 – Tendência da razão três vezes otimizada  $(H/L)_{30}$  e outras importantes razões otimizadas correspondentes em função de  $\phi$

Tabela 5.4 – Comparação entre a busca exaustiva e o AG ( $\phi = 0,3$ )

	$\tilde{D}_0$	$D_1/D_0$	$D_2/D_0$	$H/L$	$\theta_{\max}$
Busca Exaustiva	0,45	0,48	0,55	0,46	2,4575
Algoritmo Genético	0,45	0,48	0,548	0,46	2,4574

A boa precisão do AG encoraja a estender a busca de melhores formas para outros valores da fração de volume  $\phi$ . Assim, as próximas buscas são feitas usando as mesmas configurações usados na verificação anterior.

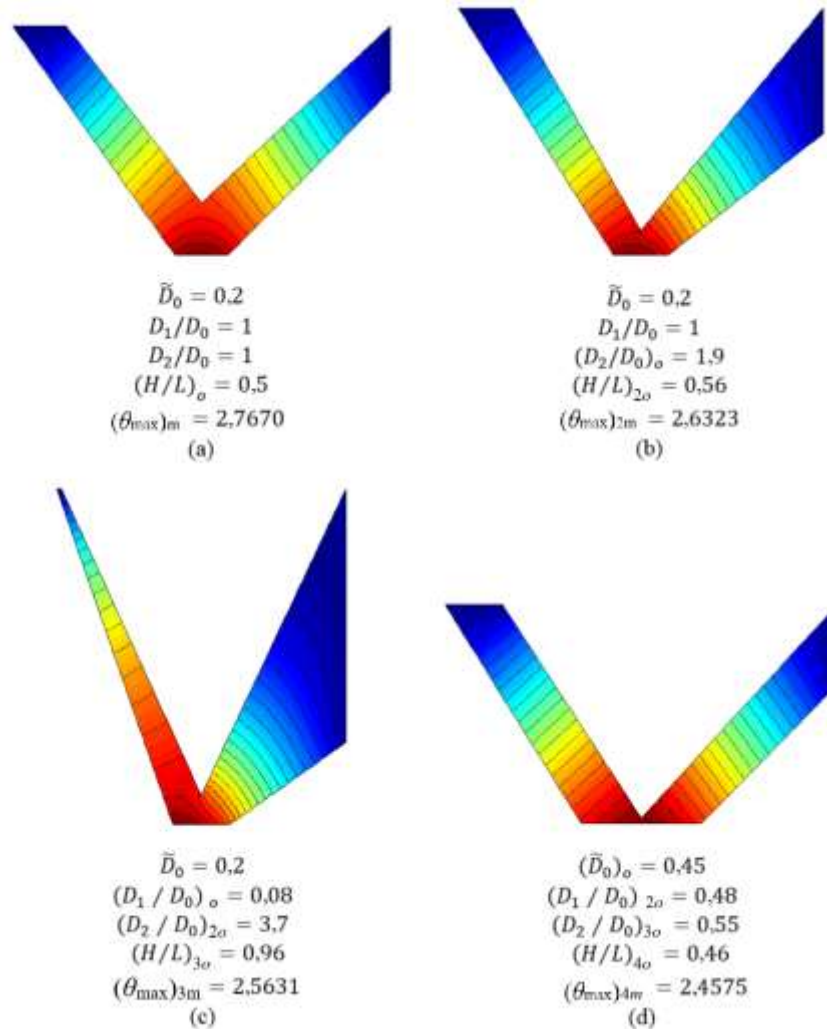


Figura 5.30 – As melhores formas extraídas das Figuras 5.26 a 5.29 quando  $\phi = 0,3$

A Figura 5.31 mostra que a menor temperatura máxima adimensional diminui 61,5% quando a fração de volume aumenta de  $\phi = 0,2$  a  $0,4$ , i. e., aumentando o dobro da área das vias em forma de V, é possível diminuir de cerca de 60% a máxima temperatura adimensional.

Nota-se que os valores ótimos para os GL apresentados na Figura 5.31 não apresentam um padrão. A Figura 5.32 mostra, em escala, as melhores formas obtidas para cada valor da fração de volume apresentada na Figura 5.31. Isto está de acordo com a teoria construtal. Não há projeto universal ideal. O projeto ideal depende dos GL e restrições, neste caso o valor de  $\phi$ .

#### 5.4 Cavidade convectiva retangular com dois pares de braços



O estudo apresentado nesta seção consiste em avaliar geometricamente cavidades convectivas retangulares com dois pares de braços inseridas em um sólido cilíndrico. Tal estudo tem características semelhantes ao estudo da cavidade convectiva em forma de Y, porém com uma quantidade de GL superior. Outro aspecto analisado aqui, não ocorrendo nos estudos anteriores, é a otimização não somente da forma, mas também da quantidade de formas, ou seja, varia-se a configuração da cavidade e o número de cavidades idênticas inseridas no sólido.

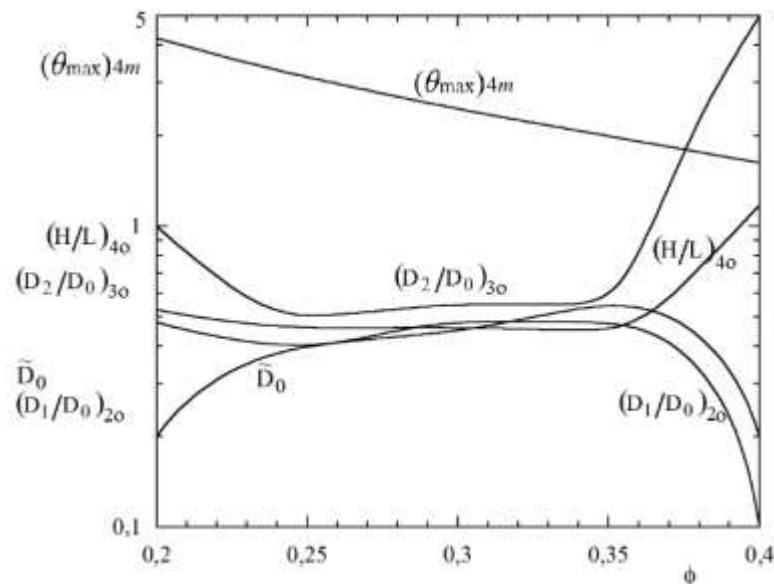


Figura 5.31 – Otimização de quarto GL em função de  $\phi$

A geometria apresentada na Figura 4.4 permite a otimização de até sete graus de liberdade, considerando duas restrições geométricas e diferentes valores do parâmetro de transferência de calor convectivo. Tal arranjo permite investigar a influência do aumento da complexidade da forma frente à diferentes resistências do domínio.

A análise inicia por uma avaliação exaustiva seguindo sempre com o emprego do DC sendo investigados os efeitos dos GL  $N$ ,  $t_b/L_b$ ,  $r_2/r_1$ ,  $t_2/L_b$ ,  $t_1/L_b$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_1$ , das restrições  $\phi$  e  $\psi$  e do parâmetro  $\lambda$ .

A Figura 5.33 mostra que existe uma razão ótima de  $\alpha_1$ , que minimiza a máxima temperatura do domínio para valores constantes de  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$  e  $\alpha_2 = \pi/4$ . Neste caso,  $\alpha_1$  está relacionado com o ângulo de abertura (ou comprimento) do par de braços mais próximos à periferia do domínio, denominado par de braços 1. Para a configuração definida, o valor mínimo da temperatura máxima,  $\theta_{\max} =$

0,1324, foi obtido para  $\alpha_1 = 0,72$ . A distribuição do campo de temperaturas para esta configuração é exibida na Figura 5.34. Esta apresenta quatro regiões com grande concentração de calor.

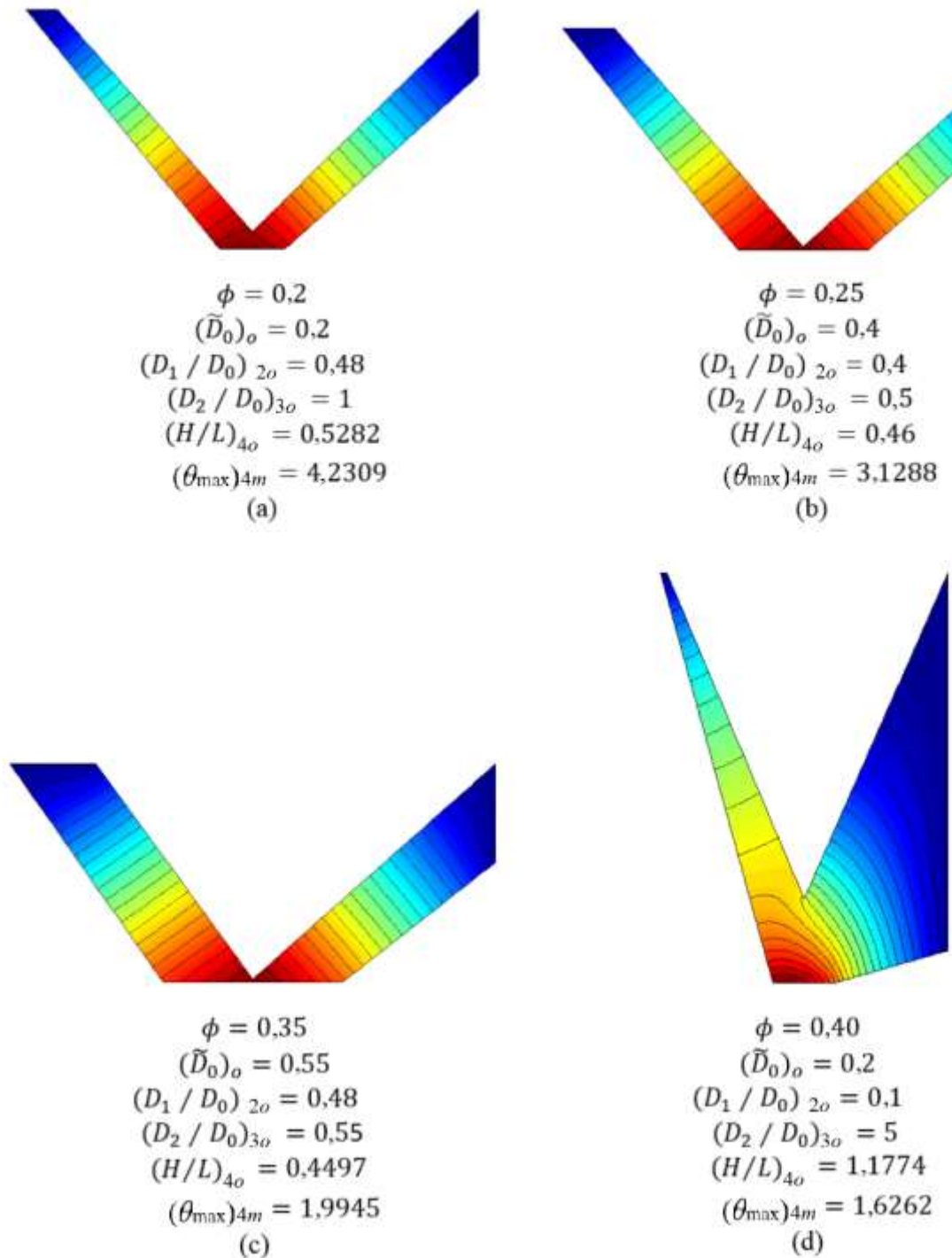


Figura 5.32 – As melhores formas da Figura 5.31 em função de  $\phi$

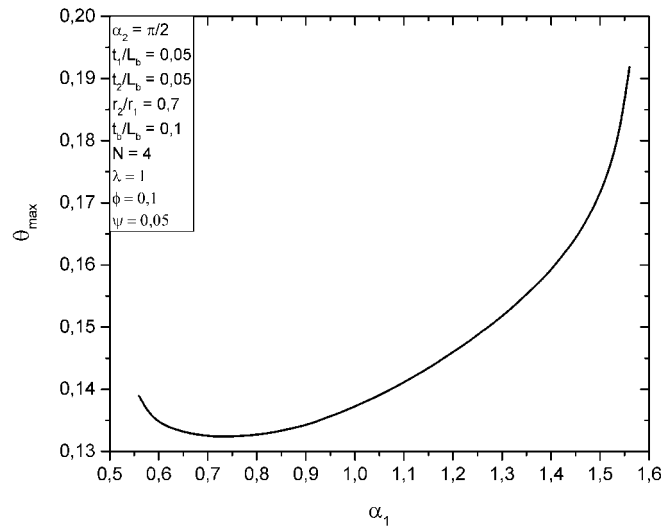


Figura 5.33 – Efeito de  $\alpha_1$  na máxima temperatura

No segundo nível de otimização deu-se liberdade para o par de braços 2 (mais próximo ao centro do domínio), ou seja, varia-se os valores dos ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ . Devido à restrição  $\psi$ , o aumento da dimensão de um par de braços acarreta na redução da dimensão do outro par e vice-versa. Em virtude disto, a configuração que permitiu ao par de braços 1 ter uma maior abertura foi a que reduziu a máxima temperatura do domínio, conforme exhibe a Figura 5.35. Esse comportamento é justificado devido ao par de braços 1 atuar na região de maior área do setor circular, portanto, sua contribuição tem maior importância na remoção de calor do domínio. A topologia de temperatura para o melhor caso da máxima temperatura duas vezes minimizada,  $(\theta_{\max})_{2m} = 0,1215$ , é apresentada na Figura 5.36. Em comparação com a Figura 5.34, o caso anterior (primeiro nível de otimização) percebe-se uma expansão da região onde ocorrem as máximas temperaturas.

O terceiro nível de otimização foi feito liberando o grau de liberdade  $t_1/L_b$ . Esta razão associa a espessura do par de braços 1 e a altura do tronco da cavidade. Neste caso, pode-se variar as duas dimensões que dão forma ao par de braços 1:  $\alpha_1$  e  $t_1$ . Nestas condições, a minimização ocorreu quando os dois pares de braços estão mais inseridos no domínio, ou seja, para valores maiores de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , conforme exibido na Figura 5.37 exhibe. Porém, devido à restrição da fração de ocupação dos pares de braços da cavidade ( $\psi$ ), o par de braços 1 precisa ter sua espessura reduzida para permitir que os dois pares de braços da cavidade sejam compridos. Devido a essa condição, a minimização da máxima temperatura é obtida para o

menor valor da razão  $t_1/L_b$ . Nesta otimização, a melhor configuração é exibida na Figura 5.38, onde obteve-se  $(\theta_{\max})_{3m} = 0,0773$ . Embora as regiões com as temperaturas mais altas ocorram na periferia do domínio, considerando este novo GL, começam a surgir outras regiões com temperaturas próximas às mais altas.

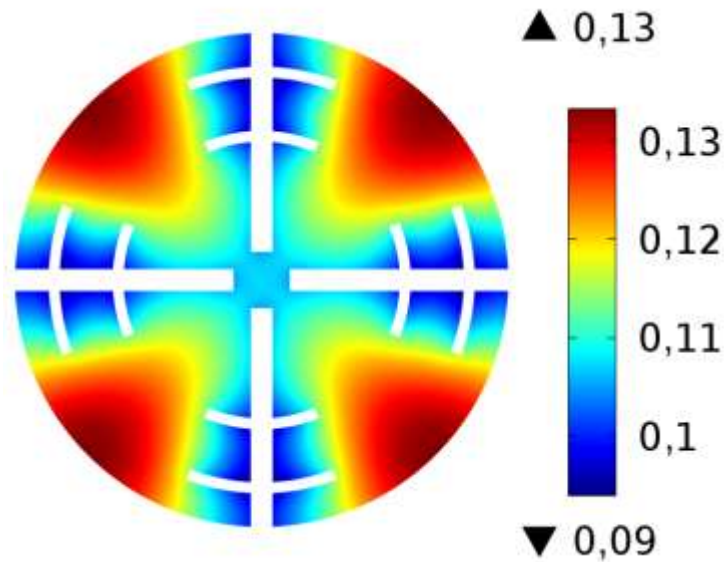


Figura 5.34 – Distribuição de temperaturas quando  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$ ,  $\alpha_2 = \pi/4$  e  $(\alpha_1)_o = 0,72$

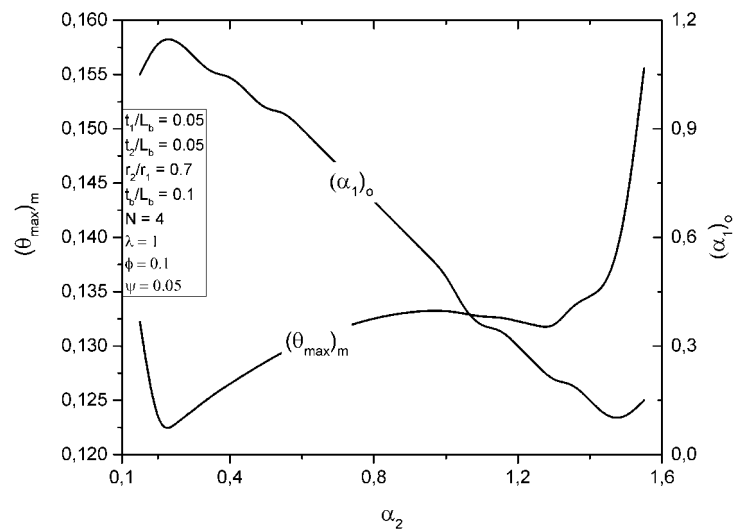


Figura 5.35 – Efeito de  $(\alpha_1)_o$  e  $\alpha_2$  na máxima temperatura  $\theta_{\max}$

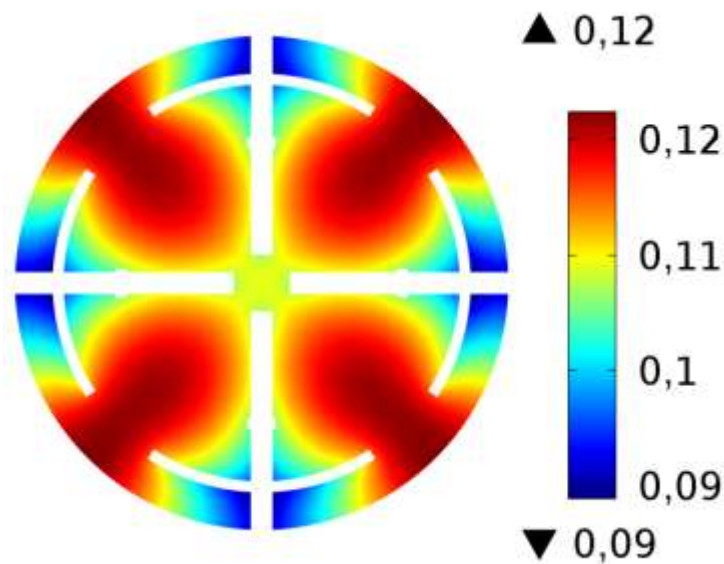


Figura 5.36 – Distribuição de temperaturas quando  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $t_1/L_b = 0,05$ ,  $(\alpha_2)_o = 0,2$  e  $(\alpha_1)_{2o} = 1,15$

A partir deste ponto, devido ao aumento da quantidade de simulações para obtenção da geometria ótima, o custo computacional dificulta a análise da influência de cada GL na otimização da geometria. Assim, para continuar o estudo à luz do DC, o AG passa a ser empregado na busca pelas melhores geometrias para cada novo GL liberado ou nos testes considerando diferentes valores do parâmetro convectivo e restrições. O AG usado para auxiliar na obtenção dos próximos resultados foi configurado como segue:

- tipo de população: cadeia de bits;
- população inicial: 200 indivíduos;
- função de seleção: amostragem estocástica uniforme;
- Elitismo: 2 indivíduos;
- taxa de cruzamento: 0,8;
- taxa de mutação: 0,05;
- critério de parada: cinquenta gerações sem mudança da aptidão ( $\theta_{max}$ ).

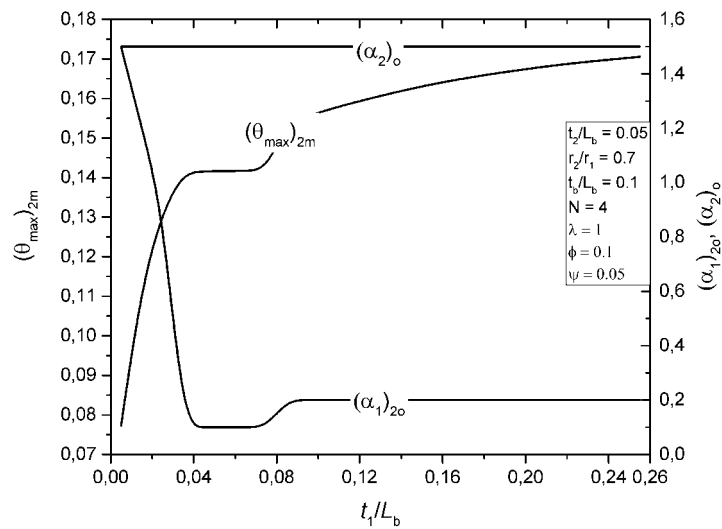


Figura 5.37 – Valores de  $\theta_{\max}$  duas vezes minimizado

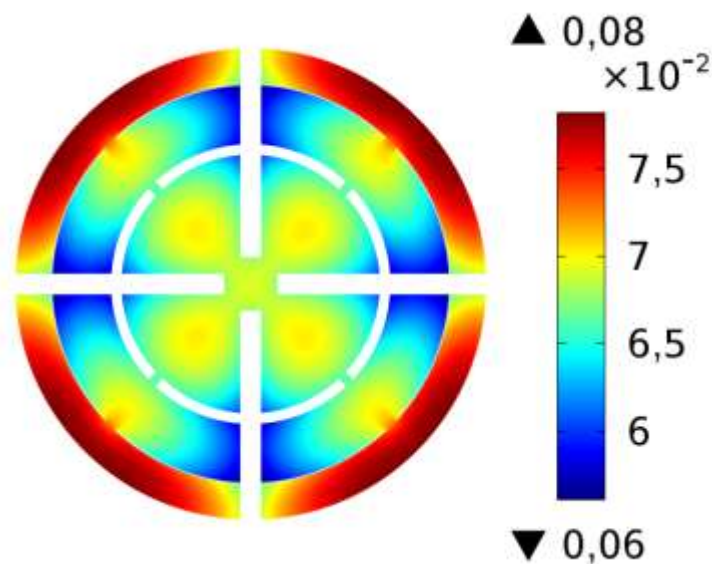


Figura 5.38 – Distribuição de temperaturas quando  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $t_2/L_b = 0,05$ ,  $(t_1/L_b)_o = 0,005$ ,  $(\alpha_2)_{2o} = 1,5$  e  $(\alpha_1)_{3o} = 1,5$

O próximo GL avaliado no estudo é a razão  $t_2/L_b$ , associada à espessura do braço 2 em relação ao comprimento do tronco da cavidade. Desta maneira, agora tem-se liberdade para variar o aspecto dos dois pares de braço da cavidade. Os quatro GL assumiram valores nos intervalos:  $0,1 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 2\pi/N$  e  $0,01 \leq t_1/L_b, t_2/L_b \leq 0,3$ . Os demais GL foram mantidos constantes ( $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ), bem como o parâmetro convectivo e as

restrições ( $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ). A Figura 5.39 apresenta a distribuição de temperaturas para o melhor caso encontrado pelo AG, onde a máxima temperatura minimizada quatro vezes é  $(\theta_{\max})_{4m} = 0,0747$ . A figura continua mostrando a tendência da melhor distribuição das regiões de temperaturas mais altas quando se tem uma inserção maior dos braços da cavidade. Porém, tanto neste caso, como no caso anterior (Figura 5.38), pode-se identificar visualmente que as regiões de temperaturas mais altas se encontram na periferia do domínio. Porém, as outras regiões que apresentam temperaturas elevadas destacam-se mais.

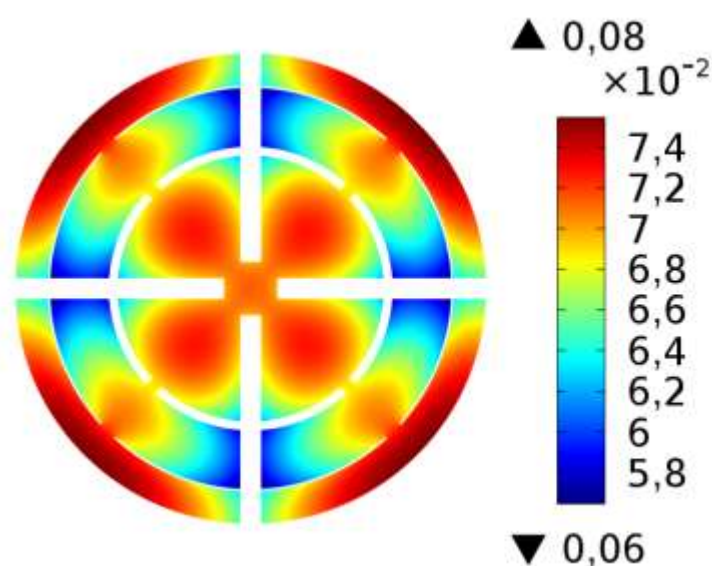


Figura 5.39 – Distribuição de temperaturas para o melhor caso encontrado na otimização de quatro GL:  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $r_2/r_1 = 0,7$ ,  $(t_2/L_b)_o = 0,042$ ,  $(t_1/L_b)_{2o} = 0,01$ ,  $(\alpha_2)_{3o} = 1,47$  e  $(\alpha_1)_{4o} = 1,47$

A otimização continua liberando o GL  $r_2/r_1$ , este associado à distância entre os pares de braços ao longo do tronco da cavidade. Este GL pode variar no intervalo  $0,01 \leq r_2/r_1 \leq 0,9$ , onde valores altos significam braços próximos e valores baixos significam braços distantes. Os outros valores de GL, restrições e parâmetro convectivo são os mesmos usados na otimização anterior. A Figura 5.40 apresenta a topologia de temperatura para o melhor caso encontrado pelo AG. Aqui, obteve-se  $(\theta_{\max})_{5m} = 0,0726$ , o que continua comprovando que a adição de novos GL à otimização leva à redução da máxima temperatura do domínio. Comparando a Figura 5.40 com a Figura 5.39, observa-se uma melhor distribuição das máximas temperaturas no domínio, sendo que as regiões de máximas temperaturas não ocorrem somente na periferia do domínio. Agora há doze regiões bem claras onde ocorrem as máximas temperaturas.

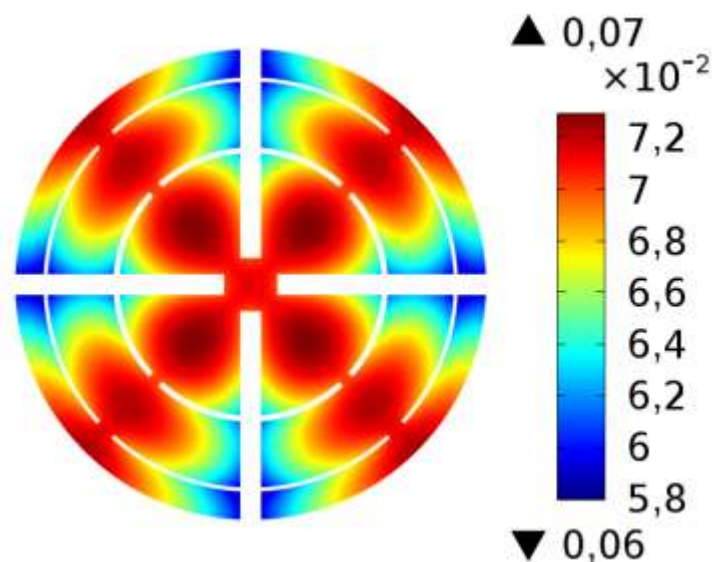


Figura 5.40 – Distribuição de temperaturas para o melhor caso encontrado na otimização de cinco GL:  $\lambda = 1$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 4$ ,  $t_b/L_b = 0,1$ ,  $(r_2/r_1)_o = 0,66$ ,  $(t_2/L_b)_{2o} = 0,028$ ,  $(t_1/L_b)_{3o} = 0,019$ ,  $(\alpha_2)_{4o} = 1,47$  e  $(\alpha_1)_{5o} = 1,47$

O próximo nível de otimização considera seis GL, sendo avaliada a influência de  $t_b/L_b$  no intervalo  $0,01 \leq t_b/L_b \leq 1$ . Também são avaliados diferentes valores de  $N$  e da restrição  $\phi$ . São mantidos constantes  $\lambda = 1$  e  $\psi = 0,05$ . As topologias para cada configuração são apresentadas na Figura 5.41, onde cada coluna representa um valor fixo de  $\phi$  e cada linha um valor fixo de  $N$ . Em todos os casos, o aumento do número de cavidades, analisando-se individualmente cada valor de  $\phi$ , levou à minimização da máxima temperatura do domínio. No entanto, a configuração com  $\phi = 0,2$  e  $N = 16$  foi a que apresentou a maior redução da máxima temperatura do domínio ( $\theta_{\max} = 0,0316$ ). Isto é confirmado visualmente através da quantidade de regiões onde se localizam as temperaturas mais altas. No caso onde acreditava-se que ocorreria a melhor performance,  $\phi = 0,3$  e  $N = 16$ , devido a maior área da fração de ocupação do tronco da cavidade, observou-se uma dificuldade para a forma evoluir no domínio. Visualmente isso pode ser confirmado pela má distribuição das imperfeições no domínio, ou seja, a concentração das regiões de máxima temperatura na periferia da geometria. Outro fato que pode justificar a não ocorrência do resultado esperado é devido apenas ao tronco da cavidade evoluir chegando a um limite onde faltou liberdade para se desenvolver, isto estando de acordo com o princípio construtal.



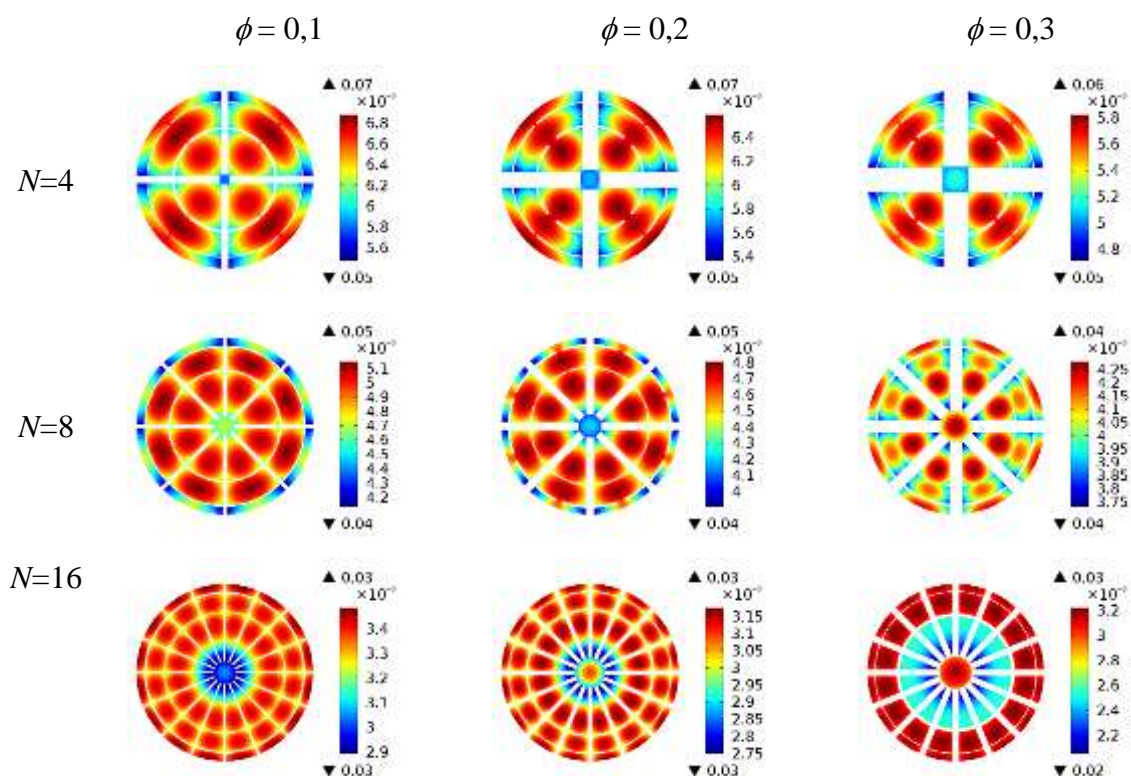


Figura 5.41 – Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de  $N$  e  $\phi$

Na análise seguinte variou-se a fração da área de ocupação dos pares de braços e a quantidade de cavidades do domínio. Foram mantidos constantes  $\phi = 0,1$  e  $\lambda = 1$ . Este caso demonstrou que o aumento do número de cavidades também tem um maior impacto na minimização da máxima temperatura (Figura 5.42). No teste onde  $\psi = 0,05$ , obteve-se uma redução em torno de 50% da máxima temperatura quando variou-se de  $N=4$  para  $N=16$ . A fração de ocupação da área dos braços não se mostrou muito significativa na minimização da máxima temperatura para  $N=16$ . A melhor configuração nesta situação foi encontrada para  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,1$ ,  $N = 16$ , onde  $\theta_{\max} = 0,0328$ . Isto equivale a uma fração de ocupação de 20% da cavidade sobre domínio. No melhor caso anterior ( $\phi = 0,2$ ,  $\psi = 0,05$ ,  $N = 16$ ), onde variou-se a fração de ocupação do tronco da cavidade, obteve-se uma máxima temperatura equivalente ao melhor caso deste teste, contudo, com uma fração de ocupação de 25% da cavidade sobre o domínio. Tal fato revela que os pares de braços têm maior importância do que o corpo da cavidade nesta geometria.

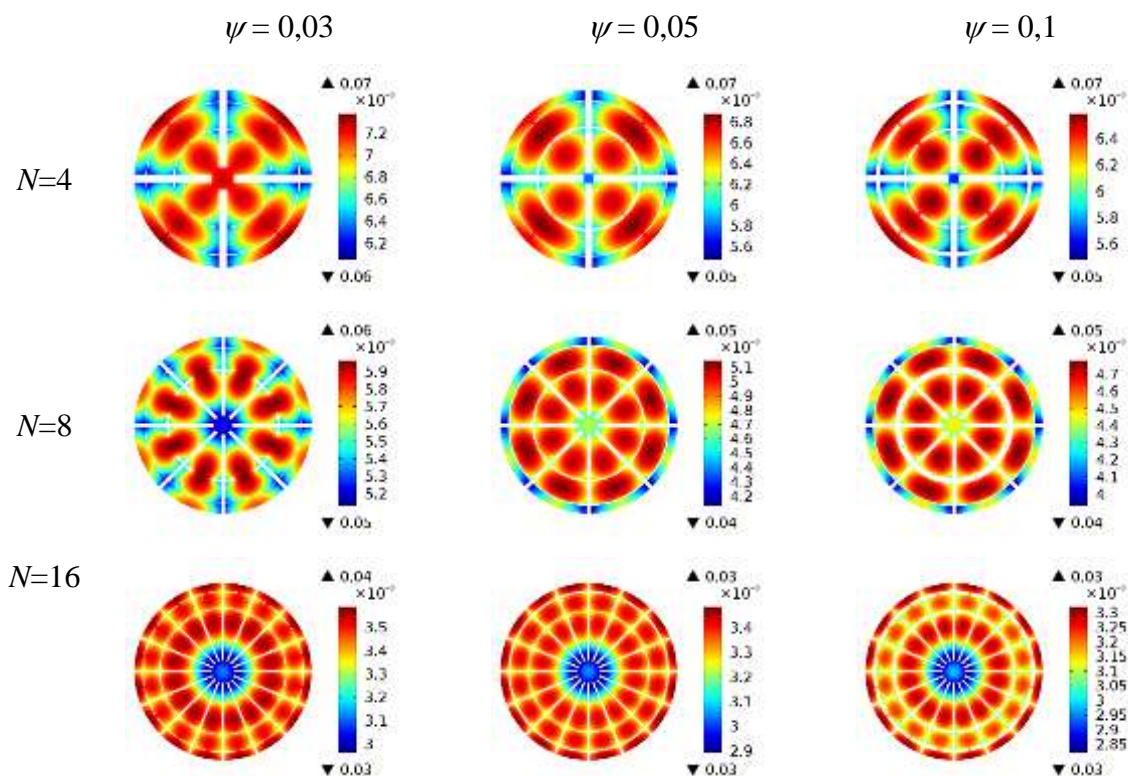


Figura 5.42 – Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de  $N$  e  $\psi$

A última análise desta geometria considera a variação do parâmetro convectivo  $\lambda$ . Este assume três valores ( $\lambda = 0,1; 1; 10$ ) para  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$  e  $N = 4; 8; 16$ . A Figura 5.43 apresenta as topologias para cada valor do parâmetro convectivo nas diferentes configurações propostas. Para valores de  $\lambda$  a partir de 1 tem-se uma boa distribuição das regiões de mais altas temperaturas e as formas que as cavidades assumem são semelhantes, considerando-se o mesmo valor de  $N$ . Quando se tem um baixo valor de  $\lambda$ , a cavidade tende para uma geometria mais simples, no caso, os pares de braços tendem a se aproximar, quase equivalente à geometria ter apenas um par de braços. Pode-se concluir que em ambientes onde há grande resistência, as geometrias mais eficientes são as menos complexas. O contrário pode ser visto no caso da configuração  $\lambda = 10$ ,  $\phi = 0,1$ ,  $\psi = 0,05$  e  $N = 16$ , onde a geometria da cavidade é mais complexa e ocorre uma distribuição mais uniforme das regiões onde ocorrem as máximas temperaturas.

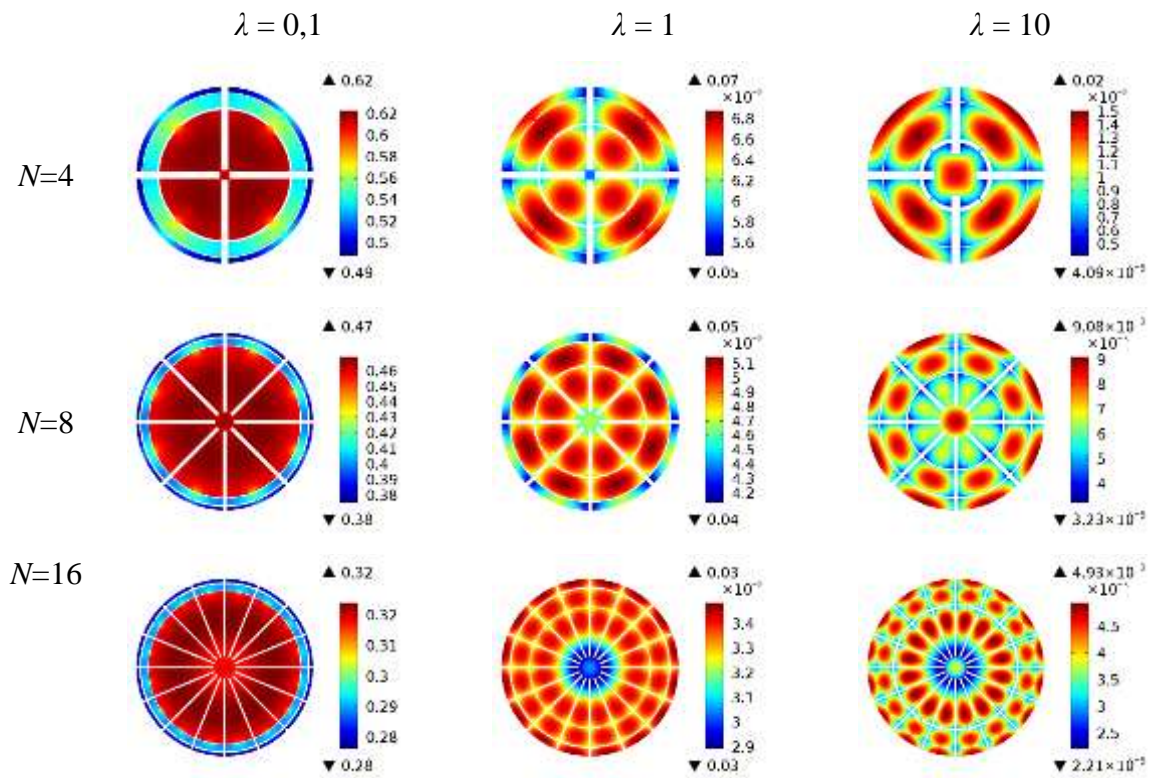


Figura 5.43 – Distribuição de temperaturas para otimização de seis GL e diferentes valores de  $N$  e  $\lambda$

## 6 CONCLUSÕES E PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 Conclusões

O presente trabalho apresentou uma abordagem para otimização de geometrias em problemas de transferência de calor envolvendo algoritmos genéticos (AG) associada ao design construtal (DC) em busca da minimização da resistência térmica global dos domínios estudados.

Primeiramente, foi relatada a otimização de uma cavidade isotérmica em forma de Y inserida em um sólido. Os resultados comprovaram a aplicabilidade do AG na busca pela resistência térmica mínima, bem como, para a forma ótima na otimização de dois GL. Com pequenas diferenças, os resultados concordaram com os resultados onde usou-se busca exaustiva. As diferenças ocorreram, em geral, para formas distantes da forma ótima global. Além disso, o AG reduziu a dependência da experiência do pesquisador para a obtenção da performance ótima, bem como, evitou a necessidade de realizar simulações para todas as combinações geométricas. Este fato comprova-se pelo número de iterações (simulações) requeridas para alcançar as formas ótimas, no qual o AG precisou em torno de seis vezes menos em relação ao requerido pela busca exaustiva. Na busca pela máxima temperatura minimizada quatro vezes, o AG permitiu avaliar o efeito das restrições  $\psi$  e  $\phi$ , o que seria impraticável com a busca exaustiva devido ao número excessivo de simulações necessárias. Os resultados mostraram que as melhores formas não foram obtidas para os valores mais altos de  $\psi$  e  $\phi$ . Os mesmos ainda indicaram que há situações onde o aumento de  $\phi$  limitou a liberdade da cavidade, levando a uma performance térmica inferior.

No segundo estudo, para o sólido quadrado ( $H/L = 1,0$ ), os resultados obtidos com o AG foram comparados com a busca exaustiva. O AG foi capaz de encontrar as melhores formas. A maior diferença encontrada para obtenção de  $(\theta_{\max})_{2m}$  foi de aproximadamente 2% para  $t_1/t_0 = 3,0$  e  $a = 1,0$ , uma diferença insignificante, tendo em vista a redução das simulações necessárias pelo AG. Por exemplo, para  $t_1/t_0 = 11,0$  e  $a = 10,0$ , foram necessárias oito vezes menos simulações pela busca por AG. Os resultados da otimização mostraram que não há uma forma ótima universal que minimiza o campo de temperaturas para todos os valores investigados do parâmetro  $a$ . Entretanto, a distribuição de temperatura ao longo do domínio foi melhorada com o aumento de  $a$ , até um limite superior onde a ótima distribuição das imperfeições é alcançada.

O terceiro estudo, inicialmente, estudou-se a forma de maneira exaustiva para a fração de volume  $\phi = 0,3$ . O efeito de cada GL foi exibido individualmente. Comparando a performance do sistema estudado, percebeu-se que a configuração otimizada completamente foi aproximadamente 11,2% superior à configuração otimizada para somente um GL. Pela visão construtal, os resultados indicam o quão importante é dar liberdade para um sistema de fluxo, permitir mudar de forma, para melhorar sua performance. Prosseguindo, o AG foi usado para estender a busca pela melhor forma, investigando as frações de volume  $\phi = 0,2$  a  $0,4$ . Os resultados mostraram que dobrando a área do caminho em forma de V é possível reduzir em torno de 60% a temperatura máxima do domínio. Observando-se os resultados encontrados para os valores ótimos dos GL, percebeu-se que não há um design universal ótimo. O design ótimo depende dos GL e do valor da restrição  $\phi$ .

No último estudo, a análise de  $\phi$  e  $\psi$ , quando  $\lambda = 1$ , mostrou que a combinação destes parâmetros correspondentes a fração de ocupação das cavidades de 25% ( $\phi = 0,2$  e  $\psi = 0,05$ ) obteve, em prática, a mesma performance quando as cavidades possuem uma fração de ocupação de 20% ( $\phi = 0,1$  e  $\psi = 0,1$ ), ou seja, há um limite que a fração de ocupação do corpo da cavidade tem relevância. Isto é confirmado para o caso onde  $\phi = 0,3$  e  $\psi = 0,05$ , onde se tem uma performance térmica inferior para  $\phi = 0,2$  e  $\psi = 0,05$ . Mais uma vez comprova-se que a liberdade para forma evoluir é importante. Outro ponto a destacar nesse estudo é a influência do parâmetro  $\lambda$  na geometria. Para o menor valor do parâmetro de transferência de calor por convecção ( $\lambda = 0,1$ ), a geometria ótima, para todos os valores de  $N$ , tendeu a aproximar os pares de braço, semelhante a ter uma cavidade com apenas um par de braços. A partir disto identificou-se que em ambientes com altas resistências as geometrias de melhor performance tendem a ser menos complexas.

Em geral, destaca-se, ainda, que as melhores formas obtidas nos estudos deste trabalho foram aquelas que melhor distribuíram as imperfeições (regiões com temperaturas mais altas). Tais observações estão de acordo com a lei construtal.

Os resultados encorajam o emprego desta metodologia (AG associado ao DC) para a otimização de outros problemas de engenharia submetidos a algum tipo de fluxo, bem como, a extrapolação deste estudo para formas mais complexas.

## 6.2 Proposta de trabalhos futuros

Como sugestão de estudo futuros, propõe-se realizar uma análise de sensibilidade para tentar identificar quais GL e restrições geométricas seriam mais relevantes no processo de otimização geométrica, mesmo com a abordagem envolvendo AG e DC permitir investigar geometrias complexas com um reduzido esforço computacional.

Também identificou-se ser importante realizar estudos de otimização de geometrias sem forma pré-definida, ou seja, não investigar as configurações que uma forma padrão pode assumir (por exemplo, a forma Y). Desta forma seria apenas determinado qual a fração de área que a cavidade ou caminho condutivo pode ocupar. Nesta proposta, pode-se também avaliar mais profundamente a influência dos parâmetros térmicos.

Por fim, o desenvolvimento de um ambiente de otimização genérico com possibilidade de pós-processamento seria algo importante para auxiliar estudos futuros.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azad, A. V., Amidpour, M. Economic optimization of shell and tube heat exchanger based on constructal theory. **Energy**, v. 36, n. 2, p. 1087–1096, Fevereiro 2011.

Azarkish, H., Sarvari, S. M. H., Behzadmehr, A. Optimum design of a longitudinal fin array with convection and radiation heat transfer using a genetic algorithm. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 49, n. 11, p. 2222–2229, nov. 2010.

Aziz, A. Optimum Dimensions of Extended Surfaces Operating in a Convective Environment. **Applied Mechanics Reviews**, v. 45, n. 5, p. 155–173, Maio 1992.

Baker, J. E. Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm. In: Hillsdale, New Jersey, USA. **Anais...** In: Second International Conference on Genetic Algorithms and their Application. Hillsdale, New Jersey, USA: Grefenstette, J. J., 1987.

Bejan, A. **Shape and structure, from engineering to nature**. New York: Cambridge University Press, 2000.

Bejan, A. **Advanced engineering thermodynamics**. 3rd ed ed. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2006.

Bejan, A., Almgogbel, M. Constructal T-shaped fins. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 12, p. 2101–2115, 15 jun. 2000.

Bejan, A., Badescu, V., De Vos, A. Constructal Theory of Economics Structure Generation in Space and Time. **Energy Conversion and Management**, v. 41, n. 13, p. 1429–1451, set. 2000.

Bejan, A., Charles, J. D., Lorente, S. The evolution of airplanes. **Journal of Applied Physics**, v. 116, n. 4, p. 44901, 28 jul. 2014.

Bejan, A., Kraus, A. D. **Heat transfer handbook**. New York: J. Wiley, 2003.

Bejan, A., Lorente, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. **Journal of Applied Physics**, v. 100, n. 4, p. 41301, 15 ago. 2006.

Bejan, A., Lorente, S. **Design with constructal theory**. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2008a.

Bejan, A., Lorente, S. Unifying constructal theory of tree roots, canopies and forests. **Journal of Theoretical Biology**, v. 254, n. 3, p. 529–40, 2008b.

Bejan, A., Lorente, S. The Constructal Law of Design and Evolution in Nature. **Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences**, v. 365, n. 1545, p. 1335–1347, 12 maio 2010.

Bejan, A., Lorente, S. The constructal law and the evolution of design in nature. **Physics of Life Reviews**, v. 8, n. 3, p. 209–240, Outubro 2011.

Bejan, A., Lorente, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. **Journal of Applied Physics**, v. 113, n. 15, p. 151301, 21 abr. 2013.

Bejan, A., Merx, G. W. Constructal Theory of Social Dynamics. In: New York; London. **Anais...** In: International Workshop on the. New York; London: Springer, 2007. Disponível em: <<http://public.eblib.com/choice/publicfullrecord.aspx?p=338117>>.

Bejan, A., Zane, J. P. **Design in nature: how the constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization**. 1st. ed. New York: Doubleday, 2012.

Bello-Ochende, T., Bejan, A. Constructal Multi-Scale Cylinders with Natural Convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, n. 21–22, p. 4300–4306, out. 2005.

Beyene, A., Peffley, J. Constructal Theory, Adaptive Motion, and Their Theoretical Application to Low-Speed Turbine Design. **Journal of Energy Engineering**, v. 135, n. 4, p. 112–118, 2009.

Bhanja, D., Kundu, B. Radiation Effect on Optimum Design Analysis of a Constructal T-Shaped Fin with Variable Thermal Conductivity. **Heat and Mass Transfer**, v. 48, n. 1, p. 109–122, 10 jul. 2011.

Biserni, C., Rocha, L. A. O., Bejan, A. Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, n. 12–13, p. 2577–2586, jun. 2004.

Biserni, C., Rocha, L. A. O., Stanescu, G., Lorenzini, E. Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, n. 11–12, p. 2132–2138, jun. 2007.

Burke, E. K., Kendall, G. **Search methodologies: introductory tutorials in optimization and decision support techniques**. [s.l.] Springer Science & Business Media, 2006.

Chandrupatla, T. R. **Introduction to finite elements in engineering**. 4th ed ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2011.

Chen, L. Progress in Study on Constructal Theory and Its Applications. **Science China Technological Sciences**, v. 55, n. 3, p. 802–820, mar. 2012.

Coley, D. A. (ed.). **An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers**. Singapore; River Edge, NJ: World Scientific, 1999.

COMSOL Multiphysics. **Comsol multiphysics reference manual**. [s.l.] COMSOL®, 2014.



Da Silva, A. K., Gosselin, L. Evolutionary Placement of Discrete Heaters in Forced Convection. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, v. 54, n. 1, p. 20–33, 16 abr. 2008.

Das, R. Application of genetic algorithm for unknown parameter estimations in cylindrical fin. **Applied Soft Computing**, v. 12, n. 11, p. 3369–3378, nov. 2012.

Davidor, Y. Epistasis Variance: A Viewpoint on GA-Hardness. In: RAWLINS, G. J. E. (Ed.). **Foundations of Genetic Algorithms**. [s.l.] Elsevier, 1991. 1p. 23–35.

Dinabandhu, B., Murthy, C. A., Sankar, K. P. Variance as a Stopping Criterion for Genetic Algorithms with Elitist Model. **Fundamenta Informaticae**, n. 2, p. 145–164, 2012.

Dos Santos, E. D., Isoldi, L. A., Souza, J. A., Goulart, M. M., Rodrigues, M. K., Seibt, F. M., Souza, R. V., Rocha, L. A. O. Constructal design of a rectangular fin intruded into forced convective lid-driven cavity flow. In: Constructal Law Conference, Nanjing. **Anais...** In: Constructal Law Conference. Nanjing: 2013.

Dos Santos, E. D., Piccoli, G. L., França, F. H. R., Petry, A. P. Analysis of mixed convection in transient laminar and turbulent flows in driven cavities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, n. 21–22, p. 4585–4595, Outubro 2011.

Fabbri, G. A genetic algorithm for fin profile optimization. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, n. 9, p. 2165–2172, jun. 1997.

Fogel, D. B. An introduction to simulated evolutionary optimization. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 5, n. 1, p. 3–14, jan. 1994.

Gartling, D. K., Reddy, J. N. **The finite element method in heat transfer and fluid dynamics**. [s.l.] CRC-Press, 1994.

Geb, D., Zhou, F., DeMoulin, G., Catton, I. Genetic Algorithm Optimization of a Finned-Tube Heat Exchanger Modeled With Volume-Averaging Theory. **Journal of Heat Transfer**, v. 135, n. 8, p. 82602-82602–10, 18 jul. 2013.

Ghodoossi, L., Eđrican, N. Conductive cooling of triangular shaped electronics using constructal theory. **Energy Conversion and Management**, v. 45, n. 6, p. 811–828, 2004.

**Global optimization toolbox user's guide**. [s.l.] The MathWorks, Inc, 2015.

Gokhale, N. S., Deshpande, S. S., Bedekar, S. V. **Practical finite element analysis**. First Edition edition ed. Pune: Finite To Infinite, 2008.

Goldberg, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. 1st. ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

Gosselin, L., Tye-Gingras, M., Mathieu-Potvin, F. Review of utilization of genetic algorithms in heat transfer problems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, n. 9–10, p. 2169–2188, Abril 2009.

Grefenstette, J. J. Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 16, n. 1, p. 122–128, jan. 1986.

Guo, D., Liu, M., Xie, L., Wang, J. Optimization in plate-fin safety structure of heat exchanger using genetic and Monte Carlo algorithm. **Applied Thermal Engineering**, v. 70, n. 1, p. 341–349, Setembro 2014.

Hajmohammadi, M. R., Alizadeh Abianeh, V., Moezzinajafabadi, M., Daneshi, M. Fork-Shaped Highly Conductive Pathways for Maximum Cooling in a Heat Generating Piece. **Applied Thermal Engineering**, v. 61, n. 2, p. 228–235, nov. 2013a.

Hajmohammadi, M. R., Campo, A., Nourazar, S. S., Masood Ostad, A. Improvement of Forced Convection Cooling Due to the Attachment of Heat Sources to a Conducting Thick Plate. **Journal of Heat Transfer**, v. 135, n. 12, p. 124504–124504, Outubro 2013b.

Hajmohammadi, M. R., Joneydi Shariatzadeh, O., Moulod, M., Nourazar, S. S. Phi and Psi shaped conductive routes for improved cooling in a heat generating piece. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 77, p. 66–74, mar. 2014a.

Hajmohammadi, M. R., Moulod, M., Shariatzadeh, O. J., Campo, A. Effects of a Thick Plate on the Excess Temperature of Iso-Heat Flux Heat Sources Cooled by Laminar Forced Convection Flow: Conjugate Analysis. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, v. 66, n. 2, p. 205–216, 15 jul. 2014b.

Hajmohammadi, M. R., Poozesh, S., Campo, A., Nourazar, S. S. Valuable reconsideration in the constructal design of cavities. **Energy Conversion and Management**, v. 66, p. 33–40, Fevereiro 2013c.

Hajmohammadi, M. R., Salimpour, M. R., Saber, M., Campo, A. Detailed Analysis for the Cooling Performance Enhancement of a Heat Source under a Thick Plate. **Energy Conversion and Management**, v. 76, p. 691–700, dez. 2013d.

Hajmohammadi, V. A. A. M. R. Fork-shaped highly conductive pathways for maximum cooling in a heat generating piece. **Applied Thermal Engineering**, v. 61, p. 228–235, 2013.

Haupt, R. L. **Practical genetic algorithms**. 2nd ed ed. Hoboken, N.J: John Wiley, 2004.

Holland, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. [s.l.] University of Michigan Press, 1975.

Horbach, C. dos S., Dos Santos, E. D., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O. Constructal Design of Y-Shaped Conductive Pathways for Cooling a Heat-Generating Body. **Defect and Diffusion Forum**, v. 348, p. 245–260, jan. 2014.

Hutton, D. V. **Fundamentals of finite element analysis**. International ed ed. Boston: McGraw-Hill, 2004.

Jassadapakorn, C., Chongstitvatana, P. Diversity control to improve convergence rate in genetic algorithms. In: **Intelligent data engineering and automated learning**. [s.l.] Springer, 2003. p. 421–425.

Jeevan, K., Quadir, G. a., Seetharamu, K. n., Azid, I. a., Zainal, Z. a. Optimization of thermal resistance of stacked micro-channel using genetic algorithms. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 15, n. 1, p. 27–42, 1 jan. 2005.

Jong, K. A. D., Spears, W. M. An analysis of the interacting roles of population size and crossover in genetic algorithms. In: SCHWEFEL, H.-P.; MÄNNER, R. (Ed.). **Parallel Problem Solving from Nature**. Lecture Notes in Computer Science. [s.l.] Springer Berlin Heidelberg, 1991. p. 38–47.

Kang, D.-H., Lorente, S., Bejan, A. Constructal dendritic configuration for the radiation heating of a solid stream. **Journal of Applied Physics**, v. 107, n. 11, p. 114910, 1 jun. 2010.

Kim, Y., Lorente, S., Bejan, A. Constructal multi-tube configuration for natural and forced convection in cross-flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 53, n. 23–24, p. 5121–5128, nov. 2010.

Kim, Y., Lorente, S., Bejan, A. Steam Generator Structure: Continuous Model and Constructal Design. **International Journal of Energy Research**, v. 35, n. 4, p. 336–345, 25 mar. 2011.

Kraus, A. D. Developments in the Analysis of Finned Arrays. **International Journal of Transport Phenomena**, 3. v. 1, p. 141–164, 1999.

Le Roux, W. G., Bello-Ochende, T., Meyer, J. P. Operating Conditions of an Open and Direct Solar Thermal Brayton Cycle with Optimised Cavity Receiver and Recuperator. **Energy**, v. 36, n. 10, p. 6027–6036, out. 2011.

Lee, J., Kim, Y., Lorente, S., Bejan, A. Constructal design of a comb-like channel network for self-healing and self-cooling. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 66, p. 898–905, nov. 2013.

Lorenzini, G., Biserni, C., Correa, R. L., Dos Santos, E. D., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O. Constructal design of T-shaped assemblies of fins cooling a cylindrical solid body. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 83, p. 96–103, Setembro 2014a.

Lorenzini, G., Biserni, C., Isoldi, L. A., Dos Santos, E. D., Rocha, L. A. O. Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium. **Journal of Electronic Packaging**, v. 133, n. 4, p. 041008–041008, Dezembro 2011a.

Lorenzini, G., Biserni, C., Link, F. B., Isoldi, L. A., Dos Santos, E. D., Rocha, L. A. O. Constructal Design of T-Shaped Cavity for Several Convective Fluxes Imposed at the Cavity Surfaces. **Journal of Engineering Thermophysics**, v. 22, n. 4, p. 309–321, out. 2013a.

Lorenzini, G., Biserni, C., Link, F. B., Santos, D., Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O. Constructal Design of Isothermal X-Shaped Cavities. **Thermal Science**, v. 18, n. 2, p. 349–356, 2014b.

Lorenzini, G., Biserni, C., Rocha, L. A. O. Constructal design of non-uniform X-shaped conductive pathways for cooling. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 71, p. 140–147, Setembro 2013b.

Lorenzini, G., Biserni, C., Rocha, L. A. O. Constructal Design of X-Shaped Conductive Pathways for Cooling a Heat-Generating Body. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 58, n. 1–2, p. 513–520, mar. 2013c.

Lorenzini, G., Corrêa, R. L., Dos Santos, E. D., Rocha, L. A. O. Constructal Design of Complex Assembly of Fins. **Journal of Heat Transfer**, v. 133, n. 8, p. 81902, 2011b.

Lorenzini, G., Estrada, E. da S. D., Santos, E. D. dos, Isoldi, L. A., Rocha, L. A. O. Constructal Design of Convective Cavities Inserted into a Cylindrical Solid Body for Cooling. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 83, p. 75–83, abr. 2015.

Lorenzini, G., Garcia, F. L., Dos Santos, E. D., Biserni, C., Rocha, L. A. O. Constructal design applied to the optimization of complex geometries: T-Y-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, n. 5–6, p. 1505–1512, Fevereiro 2012a.

Lorenzini, G., Rocha, L. A. O. Constructal design of Y-shaped assembly of fins. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 23–24, p. 4552–4557, 2006.

Lorenzini, G., Rocha, L. A. O. Geometric optimization of T-Y-shaped cavity according to Constructal design. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, n. 21–22, p. 4683–4688, Outubro 2009a.

Lorenzini, G., Rocha, L. A. O. Constructal Design of T–Y Assembly of Fins for an Optimized Heat Removal. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, n. 5–6, p. 1458–1463, fev. 2009b.

Lorenzini, G., Rocha, L. A. O., Biserni, C., Dos Santos, E. D., Isoldi, L. Constructal Design of Cavities Inserted Into a Cylindrical Solid Body. **Journal of Heat Transfer**, v. 134, n. 7, p. 071301–071301, Maio 2012b.

Marques, C. H., Rocha, L. A. O., Dos Santos, E. D. Constructal Design Applied to the Optimization of Heat Transfer in a Solid Conducting Wall. In: 2009 Third Southern Conference on Computational Modeling (MCSUL), **Anais...** In: 2009 Third Southern Conference on Computational Modeling (MCSUL). nov. 2009.

**Matlab**. Natick, MA: The MathWorks, 2000.

Miguel, A. F. The emergence of design in pedestrian dynamics: Locomotion, self-organization, walking paths and constructal law. **Physics of Life Reviews**, v. 10, n. 2, p. 168–190, jun. 2013.

Mitchell, M. Genetic Algorithms: An Overview. **Complexity**, v. 1, n. 1, p. 31–39, set. 1995.

Mitchell, M. **An introduction to genetic algorithms**. Reprint edition ed. Cambridge, Mass.: A Bradford Book, 1998.

Najafi, H., Najafi, B., Hoseinpoori, P. Energy and cost optimization of a plate and fin heat exchanger using genetic algorithm. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, n. 10, p. 1839–1847, jul. 2011.

Poli, R., Langdon, W. B., McPhee, N. F. **A field guide to genetic programming**. Morrisville, NC: Lulu Enterprises, UK Ltd, 2008.

Potiron, A., M.Younes. A Genetic Algorithm for the Shape Optimization of Parts Subjected to Thermal Loading. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, v. 39, n. 5, p. 449–470, Abril 2001.

Reis, A. H. Constructal Theory: From Engineering to Physics, and How Flow Systems Develop Shape and Structure. **Applied Mechanics Reviews**, v. 59, n. 5, p. 269, 2006.

Reis, A. H., Bejan, A. Constructal theory of global circulation and climate. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 11–12, p. 1857–1875, jun. 2006.

Rocha, L. A. O., Lorente, S., Bejan, A. **Constructal law and the unifying principle of design**. New York, NY: Springer, 2013.

Rocha, L. a. O., Lorente, S., Bejan, A. Vascular design for reducing hot spots and stresses. **Journal of Applied Physics**, v. 115, n. 17, p. 174904, 7 maio 2014.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, E., Biserni, C. Geometric optimization of shapes on the basis of Bejan's Constructal theory. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 32, n. 10, p. 1281–1288, nov. 2005.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, G., Biserni, C., Cho, Y. Constructal Design of a Cavity Cooled by Convection. **International Journal of Design & Nature and Ecodynamics**, v. 5, n. 3, p. 212–220, 19 jun. 2010.

Sasikumar, M., Balaji, C. Optimization of Convective Fin Systems: A Holistic Approach. **Heat and Mass Transfer**, v. 39, n. 1, p. 57–68, 1 nov. 2002.

Silva, A. J. M. **Implementação de um algoritmo genético utilizando o modelo de ilhas**. 2005. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.

The MathWork, Inc. **Partial Differential Equation Toolbox Documentation**, 2014. . Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/pde/index.html>>. Acesso em: 3 out. 2014.

Tocci, R. J., Widmer, N. S. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

Vasconcelos, J. A., Ramirez, J. A., Takahashi, R. H. C., Saldanha, R. R. Improvements in genetic algorithms. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 37, n. 5, p. 3414–3417, Setembro 2001.

Wang, Y., He, Y.-L., Mei, D.-H., Tao, W.-Q. Optimization design of slotted fin by numerical simulation coupled with genetic algorithm. **Applied Energy**, v. 88, n. 12, p. 4441–4450, Dezembro 2011.

Wang, Z., Li, Y., Zhao, M. Experimental investigation on the thermal performance of multi-stream plate-fin heat exchanger based on genetic algorithm layer pattern design. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 82, p. 510–520, mar. 2015.

Xie, Z., Chen, L., Sun, F. Constructal Optimization of Twice Y-Shaped Assemblies of Fins by Taking Maximum Thermal Resistance Minimization as Objective. **Science China Technological Sciences**, v. 53, n. 10, p. 2756–2764, 1 out. 2010.

Yin, H., Ooka, R. Shape optimization of water-to-water plate-fin heat exchanger using computational fluid dynamics and genetic algorithm. **Applied Thermal Engineering**, v. 80, p. 310–318, Abril 2015.

Zalzala, A. M. S., Fleming, P. J. **Genetic algorithms in engineering systems**. [s.l.] IET, 1997.

Zeng, M., Du, L. X., Liao, D., Chu, W. X., Wang, Q. W., Luo, Y., Sun, Y. Investigation on pressure drop and heat transfer performances of plate-fin iron air preheater unit with experimental and Genetic Algorithm methods. **Applied Energy**, v. 92, p. 725–732, Abril 2012.

Zhao, M., Li, Y. An effective layer pattern optimization model for multi-stream plate-fin heat exchanger using genetic algorithm. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 60, p. 480–489, Maio 2013.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zhu, J. Z., Nithiarasu, P., Fox, D. D. (ed.). **The finite element method**. 6. ed. ff. ed. Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.

## ANEXO A

### A.1 Equação da Difusão do Calor Dimensional

A Figura 6.1 representa um volume de controle infinitesimal dos sólidos abordados neste trabalho. Destaca-se que o meio é homogêneo e não ocorre advecção.

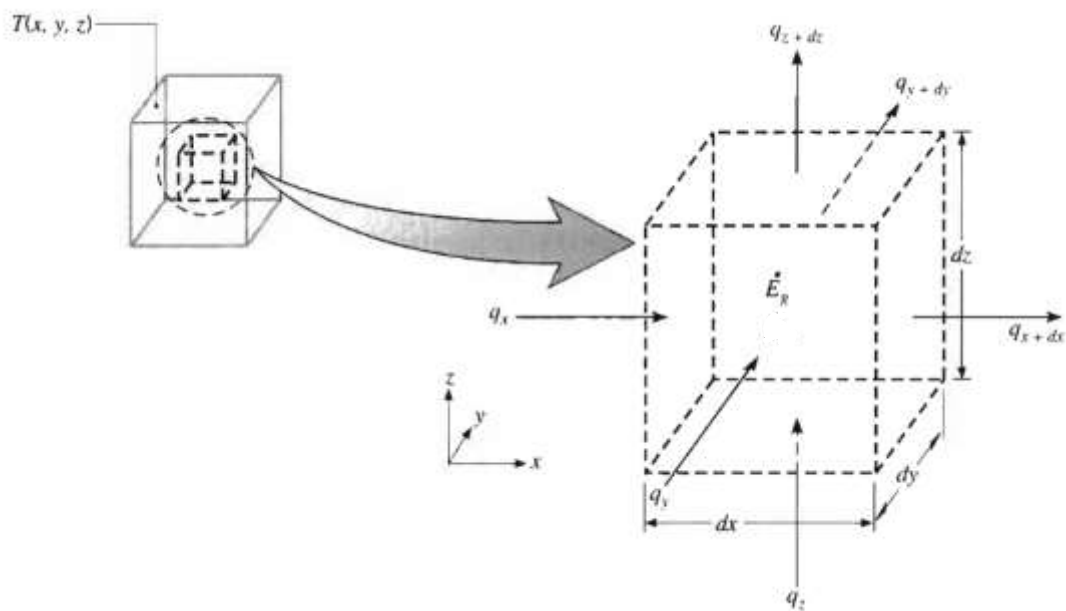


Figura 6.1 – Elemento infinitesimal de um sólido

As taxas de condução de calor perpendiculares a cada superfície de controle nas coordenadas  $x$ ,  $y$ , e  $z$  são indicadas pelos termos  $q_x$ ,  $q_y$  e  $q_z$ , respectivamente. As taxas de condução de em cada superfície oposta podem ser expressadas pela expansão de Taylor:

$$\begin{aligned}
 q_{x+dx} &= q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\
 q_{y+dy} &= q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \\
 q_{z+dz} &= q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

A geração de calor do meio é representada pelo termo fonte de energia, representado por:

$$\dot{E}_g = q''' dx dy dz \quad (6.2)$$

Considerando-se o problema em regime permanente, o balanço de energia do sistema tem a forma:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = 0 \quad (6.3)$$

Conhecendo-se as taxas de calor que entram,  $\dot{E}_{in}$ , e saem,  $\dot{E}_{out}$ , do volume de controle e substituindo (6.2) em (6.3), obtém-se

$$q_x + q_y + q_z + q''' dx dy dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = 0 \quad (6.4)$$

Substituindo as equações de (6.1) na equação anterior, tem-se

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + q''' dx dy dz = 0 \quad (6.5)$$

As taxas de condução de calor são definidas a partir da lei de Fourier:

$$\begin{aligned} q_x &= -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y &= -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z &= -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Substituindo-se as equações 6.6 em 6.5 e dividindo-se pelas dimensões do volume de controle,  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$ , tem-se



$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{q'''}{k} = 0 \quad (6.7)$$

Considerando-se o domínio bidimensional, a equação da difusão do calor governante dos problemas aqui estudados, tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q'''}{k} = 0 \quad (6.8)$$

A equação governante no qual não geração de energia térmica é um caso especial de (6.8) onde não há termo fonte:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (6.9)$$

## A.2 Equação da Difusão do Calor Adimensional

Os estudos deste trabalho são abordados de forma adimensional. Assim, a adimensionalização da equação governante, inicia pela definição da temperatura do domínio em função da temperatura adimensional, obtida a partir de (4.6):

$$T = \theta q''' \frac{A}{k} + T_{min} \quad (6.10)$$

Da mesma forma, as coordenadas do domínio são definidas como:

$$\begin{aligned} x &= \tilde{x} A^{1/2} \\ y &= \tilde{y} A^{1/2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Aplicando a regra da cadeia da derivada parcial da temperatura em  $x$  e substituindo-se (6.10) e (6.11), tem-se

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \tilde{x}} \cdot \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\partial \left( \theta q''' \frac{A}{k} + T_{min} \right)}{\partial \tilde{x}} \frac{1}{A^{1/2}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = q''' \frac{A^{1/2}}{k} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}}$$
(6.12)

Novamente, aplicando-se a regra da cadeia na segunda derivada parcial da temperatura em  $x$  e substituindo-se (6.11) e (6.12), obtém-se

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( q''' \frac{A^{1/2}}{k} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} \right) \frac{1}{A^{1/2}}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{q'''}{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2}$$
(6.13)

De forma análoga a segunda derivada parcial da temperatura em  $y$  tem a forma

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{q'''}{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2}$$
(6.14)

Assim, substituindo-se (6.13) e (6.14) em (6.8), tem-se a equação de difusão do calor adimensional:

$$\frac{q'''}{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{q'''}{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{q'''}{k} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0$$
(6.15)

Eliminando-se o termo fonte, obtém-se a segunda equação governante utilizada neste trabalho:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (6.16)$$