

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CONTROLE ÓTIMO APLICADO EM MODELO DE SUSPENSÃO VEICULAR NÃO-
LINEAR CONTROLADA ATRAVÉS DE AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO

por

Ângelo Marcelo Tuset

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, Novembro de 2008.

CONTROLE ÓTIMO APLICADO EM MODELO DE SUSPENSÃO VEICULAR NÃO-
LINEAR CONTROLADA ATRAVÉS DE AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO

por

Ângelo Marcelo Tuset
Mestre em Modelagem Matemática

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para obtenção do Título de:

Doutor em Engenharia

Área de concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. **Marat Rafikov**

Co-Orientador: Prof. Dr. **Alberto Tamagna**

Aprovada por:

Prof. Dr. **Álvaro Luiz de Bortoli**

Prof. Dr. **Antonio Carlos Valdiero**

Prof. Dr. **Eduardo André Perondi**

Prof. Dr. **José Manoel Balthazar**

Prof. Dr. **Flávio José Lorini**

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 27 de Novembro de 2008.

Dedico este trabalho a Deus, ao meu filho
Diego Gabriel Tusset, e à minha filha,
Camile Alexandra Tusset.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as oportunidades proporcionadas;

À UFRGS e ao PROMEC, pela oportunidade;

À UnC-Canoíñas, pelo auxílio financeiro;

Ao meu orientador, Dr. Marat Rafikov, pela confiança, apoio e dedicação com que me orientou e auxiliou no desenvolvimento do trabalho;

Ao meu co-orientador, Dr. Alberto Tamagna, pela confiança;

Ao professor, Dr. José Manoel Balthazar, pelo incentivo;

À minha esposa Sirlei, D. M. Tusset, pela compreensão;

Ao meu amigo, Paulo C. P. Kutter, secretário do PROMEC, pela amizade, atenção e apoio;

Aos membros da banca, pela grande contribuição no resultado final do trabalho;

A todos que me ajudaram de forma direta ou indireta.

“O SENHOR é meu pastor, nada me faltara. Deitar-me faz em verdes pastos, guia-me mansamente a águas tranqüilas. Refrigera minha alma; guia-me pelas veredas da justiça, por amor do seu nome. Ainda que eu andasse pelo vale da sombra da morte, não temerei mal algum, por que tu estás comigo; a tua vara e o teu cajado me consolam. Preparas uma mesa perante mim na presença de meus inimigos, unges minha cabeça com óleo, o meu cálice transborda. Certamente que a bondade e a misericórdia me seguirão todos os dias de minha vida; e habitarei na casa do Senhor por longos dias.”

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta para o controle da suspensão veicular utilizando o amortecedor magneto-reológico, sendo o controle proposto composto pela associação de duas estratégias de controle, o controle ótimo e o controle *fuzzy*. O Controle ótimo é utilizado para determinar a força a ser utilizada pelo amortecedor magneto-reológico, e o controle *fuzzy* é utilizado para determinar a corrente elétrica, a ser utilizada no amortecedor magneto-reológico e é obtido considerando o modelo de Mandani. Para o controle *fuzzy*, são consideradas duas entradas, a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor e a força prevista pelo controle ótimo, e uma saída, a corrente elétrica [A]. Para demonstrar a eficiência do controle proposto são consideradas simulações computacionais, utilizando um modelo matemático não-linear de um quarto de veículo. A análise do desempenho do controle é realizada, considerando excitações provocadas por irregularidades na pista, as irregularidades são representadas por entradas tipo degrau, impulso e senoidal. As simulações computacionais são realizadas, utilizando o Matlab® e o Simulink. Os resultados das simulações demonstram que o controle proposto aumenta a segurança do veículo e melhora sua dirigibilidade, reduzindo o deslocamento vertical do conjunto eixo e roda e o espaço de trabalho do amortecedor, quando comparado como o sistema passivo. Também contribui com o conforto dos passageiros, reduzindo as oscilações da carroceria, mantendo os níveis de aceleração abaixo dos considerados desconfortáveis pela norma BS 6841, 1987. Para verificar o comportamento do controle proposto, diante de incertezas, são realizadas simulações computacionais, considerando a possibilidade de erros paramétricos. As simulações, considerando os erros paramétricos, demonstram que o controle ótimo, mesmo quando sujeito a incertezas, permanece sendo estável e ótimo.

Palavras chave: Controle Ótimo, Suspensão Veicular, Controle *Fuzzy*, Amortecedor Magneto-Reológico, Modelo Veicular Não-Linear.

ABSTRACT

“APPLICATION OF OPTIMAL CONTROL IN MODEL OF NONLINEAR VEHICULAR SUSPENSION CONTROLLED THROUGH MAGNETO-RHEOLOGICAL DAMPER”

This work presents a proposal for control of vehicular suspension using the magneto-rheological damper, the proposed control is composed by association of two control strategy, the optimal control and the fuzzy control. The optimal control is used to determine the power to be applied by the magneto-rheological damper, and the fuzzy control is used to determine the electric current to be used in the magneto-rheological damper and is obtained considering the Mandani's model. For the fuzzy control two inputs are considered, the velocity of the piston's damper and the force provided by the optimal control, and one output, the electric current [A]. To demonstrate the efficiency of the proposed control, computational simulations are considered using a nonlinear mathematical model for a quarter-car. The performance of the control is analyzed considering excitements provoked by irregularities in the track, the irregularities are represented by entrances step type, pulse and sinusoidal. The computational simulations are performed using the Matlab® and the Simulink. The results of simulations show that the proposed control increases the vehicle security and improves the drive ability by reducing the vertical wheel displacement and the workspace to be used by the damper when compared to the passive system. It also helps with the comfort of passengers, reducing the bodywork oscillations, maintaining levels of accelerating below considered uncomfortable by standard BS 6841, 1987. To verify the behavior of the proposed control, in the face of uncertainty, computational simulations are carried out, considering the possibility of parametric errors. The simulations, show that the Optimal Control, even when subject to uncertainties, remains stable and optimal.

Keywords: Optimal Control, Vehicular Suspension, Fuzzy Control, Magneto-Rheological Damper, Vehicular Nonlinear Model.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Revisão bibliográfica	2
1.2 Justificativa do trabalho.....	6
1.3 Objetivos do autor	7
1.4 Organização do trabalho	7
2 AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO	9
2.1 Características do amortecedor magneto-reológico.....	9
2.2 Modelos matemáticos para amortecedor magneto-reológico.....	14
2.2.1 Modelo proposto por Milecki e Sedziak.....	14
2.2.2 Modelo de Bingham para amortecimento controlável	17
2.2.3 Modelo de Bingham modificado para amortecimento controlável.....	18
2.2.4 Modelo de Bouc-Wen para amortecedor MR.....	20
2.2.5 Modelo de Bouc-Wen modificado para amortecedor MR	21
2.2.6 Modelo dependente da corrente e da histerese aplicado ao modelo de Bouc-Wen modificado para amortecedor MR	23
3 PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE DA SUSPENSÃO DO MODELO QUARTER-CAR NÃO-LINEAR	25
3.1 Modelo matemático não-linear para modelo <i>quarter-car</i>	25
3.2 Obtenção do controle ótimo para sistemas não-lineares através do controle por realimentação de estados.....	30
3.3 Formulação do problema do controle ótimo.....	34
3.4 Controle da corrente elétrica do amortecedor MR utilizando lógica <i>fuzzy</i>	38
3.5 Controle da força do amortecedor MR através da associação do controle ótimo e o controle <i>fuzzy</i>	44
4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS UTILIZANDO O CONTROLE ÓTIMO NO COMANDO DO AMORTECEDOR MR	45
4.1 Simulações numéricas considerando a entrada tipo impulso.....	46
4.1.1 Determinação do controle ótimo para entrada tipo impulso	46
4.1.2 Simulações numéricas considerando $\delta(t) = 0,10$ [m]	47
4.1.3 Simulações numéricas considerando $\delta(t) = -0,10$ [m].....	52
4.2 Simulações numéricas considerando entrada tipo degrau	57
4.2.1 Determinação do controle ótimo para entrada tipo degrau	58

4.2.2 Simulações numéricas considerando $w = 0,10$ [m]	58
4.2.3 Simulações numéricas considerando $w = -0,10$ [m]	63
5 APLICAÇÃO DO CONTROLE ÓTIMO CONSIDERANDO IRREGULARIDADES NA PISTA E INCERTEZAS PARAMÉTRICAS.....	69
5.1 Aplicação do controle ótimo considerando irregularidades na pista.....	69
5.2 Aplicação do controle ótimo considerando incertezas paramétricas.....	74
6 CONCLUSÕES	104
6.1 Proposta de Trabalhos Futuros.....	105
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
ANEXO 1: NORMAS PARA EXPOSIÇÃO DO CORPO HUMANO À VIBRAÇÃO	112
A.1.1 Normas e medidas para avaliação da vibração.....	118
A.1.2 Norma ISO 2631	119
A.1.3 Norma BS	123
ANEXO 2: TEORIA DO CONTROLE FUZZY.....	125
A.2.1 Funções de pertinência <i>fuzzy</i>	125
A.2.2 Fuzzificação.....	126
A.2.3 Defuzzificação	130
A.2.3.1 Defuzzificação por centro-da-área	130
A.2.3.2 Defuzzificação por centro-do-máximo	131
A.2.3.3 Defuzzificação por média-do-máximo.....	132
A.1.4 Regras para controladores <i>fuzzy</i>	133
A.2.4.1 Controladores <i>fuzzy</i>	135
A.2.4.2 Tabela ou napa de regras <i>fuzzy</i>	138
ANEXO 3: CONTROLE ÓTIMO QUADRÁTICO CONSIDERANDO O SEGUNDO MÉTODO DE LYAPUNOV	140
A.3.1 Estabilidade de sistemas no sentido de Lyapunov	140
A.3.2 Controle ótimo com funcional quadrática	145
A.3.2.1 Determinação da equação reduzida de Riccati pelo segundo método de Lyapunov	146
ANEXO 4: CONTROLE ON/OFF, SKYHOOK, GROUNDHOOK E CONTROLE HÍBRIDO.....	151
A.4.1 Controle semi-ativo <i>skyhook</i>	152
A.4.2 Controle semi-ativo <i>groundhook</i>	155
A.4.3 Controle semi-ativo híbrido.....	156

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2. 1: Ilustração de ativação do fluido MR: (a) aplicação do campo magnético, (b) campo magnético atuando, e (c) partículas ferrosas alinhadas com o campo magnético.....	9
Figura 2. 2: Modo de válvula.....	11
Figura 2. 3: Modo de corte direto.....	11
Figura 2. 4: Modo de filme comprimido.....	11
Figura 2. 5: Amortecedor MR típico.....	12
Figura 2. 6: Amortecedor MR desmontado.....	12
Figura 2. 7: Características da força-velocidade de um amortecedor MR em função da corrente elétrica atual.....	13
Figura 2. 8: Características da força-velocidade de um amortecedor MR.....	14
Figura 2. 9: Características da força-velocidade-corrente de um amortecedor MR.....	15
Figura 2. 10: Fluxo do fluido MR pelo orifício do pistão.....	16
Figura 2. 11: Modelo de Bingham para amortecimento controlável proposto por Stanway, <i>et al.</i> , 1987.....	18
Figura 2. 12: Modelo proposto por Gamota e Filisko, 1991.....	19
Figura 2. 13: Modelo Bouc-Wen para amortecedor MR.....	20
Figura 2. 14: Modelo mecânico de um amortecedor MR proposto por Spencer <i>et al.</i> , 1997.....	21
Figura 3. 1: Modelo de suspensão para <i>quarter-car</i>	26
Figura 3. 2: Diagrama de corpo livre para a massa m_s	27
Figura 3. 3: Diagrama de corpo livre para a massa m_u	27
Figura 3. 4: Função de pertinência para a velocidade.....	39
Figura 3. 5: Função de pertinência para a força.....	39
Figura 3. 6: Função de pertinência para a corrente elétrica.....	39
Figura 3. 7: Sistema de controle <i>fuzzy</i> para corrente elétrica [A].....	40
Figura 3. 8: Superfície de controle dimensional para 63 regras.....	41
Figura 3. 9: Aproximação da dinâmica do amortecedor MR.....	42
Figura 3. 10: Diagrama da associação do controle ótimo e o controle <i>fuzzy</i>	44
Figura 4. 1: Função $L(t)$ para $\delta(t) = 0,10$ [m].....	47
Figura 4. 2: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	48
Figura 4. 3: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	48
Figura 4. 4: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	49
Figura 4. 5: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	50
Figura 4. 6: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	50
Figura 4. 7: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	51
Figura 4. 8: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	52
Figura 4. 9: Função $L(t)$ para $\delta(t) = -0,10$ [m].....	52
Figura 4. 10: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	53
Figura 4. 11: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	53
Figura 4. 12: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	54
Figura 4. 13: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	55
Figura 4. 14: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	55
Figura 4. 15: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	56
Figura 4. 16: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	57
Figura 4. 17: Função $L(t)$ para $w = 0,10$ [m].....	58

Figura 4. 18: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m].....	59
Figura 4. 19: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m].....	59
Figura 4. 20: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,10$ [m].....	60
Figura 4. 21: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m].....	61
Figura 4. 22: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,10$ [m].....	61
Figura 4. 23: Velocidade de deslocamento do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m].....	62
Figura 4. 24: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $w = 0,10$ [m].....	63
Figura 4. 25: Função $L(t)$ para $w = -0,10$ [m].....	63
Figura 4. 26: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m].....	64
Figura 4. 27: Aceleração da massa da carroceria causada por entrada: $w = -0,10$ [m].....	64
Figura 4. 28: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = -0,10$ [m].....	65
Figura 4. 29: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m].....	66
Figura 4. 30: Força utilizada no controle para entrada: $w = -0,10$ [m].....	66
Figura 4. 31: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m].....	67
Figura 4. 32: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $w = -0,1$ [m].....	68
Figura 5. 1: Modelo de Pista.....	69
Figura 5. 2: Função $L(t)$ para $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	70
Figura 5. 3: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	70
Figura 5. 4: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	71
Figura 5. 5: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	72
Figura 5. 6: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	72
Figura 5. 7: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	73
Figura 5. 8: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].....	74
Figura 5. 9: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em m_s	75
Figura 5. 10: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em m_u	76
Figura 5. 11: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^l	76
Figura 5. 12: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^{nl}	77
Figura 5. 13: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^y	77
Figura 5. 14: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em k_s^l	78
Figura 5. 15: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em k_s^{nl}	78
Figura 5. 16: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em k_t	79
Figura 5. 17: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em m_s	80
Figura 5. 18: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em m_u	80
Figura 5. 19: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^l	81
Figura 5. 20: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^{nl}	81
Figura 5. 21: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^y	82
Figura 5. 22: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_s^l	82
Figura 5. 23: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_s^{nl}	83
Figura 5. 24: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_t	83

Figura 5. 25: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em m_s	85
Figura 5. 26: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em m_u	85
Figura 5. 27: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^l	86
Figura 5. 28: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^{nl}	86
Figura 5. 29: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^y	87
Figura 5. 30: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_s^l	87
Figura 5. 31: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_s^{nl}	88
Figura 5. 32: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_t	88
Figura 5. 33: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em m_s	90
Figura 5. 34: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em m_u	90
Figura 5. 35: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^l	91
Figura 5. 36: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^{nl}	91
Figura 5. 37: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^y	92
Figura 5. 38: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_s^l	92
Figura 5. 39: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_s^{nl}	93
Figura 5. 40: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_t	93
Figura 5. 41: Força utilizada no controle para erro paramétrico em m_s	94
Figura 5. 42: Força utilizada no controle para erro paramétrico em m_u	95
Figura 5. 43: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^l	95
Figura 5. 44: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^{nl}	96
Figura 5. 45: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^y	96
Figura 5. 46: Força utilizada no controle para erro paramétrico em k_s^l	97
Figura 5. 47: Força utilizada no controle para erro paramétrico em k_s^{nl}	97
Figura 5. 48: Força aplicada no controle para erro paramétrico em k_t	98
Figura 5. 49: Função de $L(t)$ para erro paramétrico em m_s	99
Figura 5. 50: Função de $L(t)$ para erro paramétrico em m_u	99
Figura 5. 51: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^l	100
Figura 5. 52: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^{nl}	100
Figura 5. 53: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^y	101
Figura 5. 54: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_s^l	101
Figura 5. 55: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_s^{nl}	102
Figura 5. 56: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_t	102
Figura A.1. 1: Frequências naturais de partes do corpo humano	113
Figura A.1. 2: Direção das posições para medição da vibração no corpo humano.....	114
Figura A.1. 3: Curva de compensação.....	117
Figura A.1. 4: Limite de exposição, fadiga e de conforto para 1 minuto e 24 horas de exposição à WBV.....	120
Figura A.1. 5: Limites para a fadiga, saúde e conforto <i>versus</i> frequência em um terço de oitava para o eixo Z	121

Figura A.1. 6: Limites para a fadiga, saúde e conforto <i>versus</i> frequência em um terço de oitava para o eixo X e Y.....	121
Figura A.1. 7: Zonas de cuidado de orientação na saúde	122
Figura A.1. 8: Aceleração rms, correspondendo ao VDV de 1,9 [$m/s^{1.75}$] a 60 [$m/s^{1.75}$] para períodos de exposição à vibração de 1s a 24 horas	124
Figura A.2. 1: Superposição de funções de pertinência com 50%.....	125
Figura A.2. 2: Função triangular	126
Figura A.2. 3: Fuzzificação por função triangular com 50% de superposição	126
Figura A.2. 4: Função trapezoidal.....	127
Figura A.2. 5: Fuzzificação por função trapezoidal com 50% de superposição.....	127
Figura A.2. 6: Função Gaussiana	128
Figura A.2. 7: Fuzzificação por função Gaussiana com 50% de superposição	128
Figura A.2. 8: Fuzzificação por função Bell com 50% de superposição	129
Figura A.2. 9: Fuzzificação por função sigmoideal com 50% de superposição.....	129
Figura A.2. 10: Método de defuzzificação pelo centro-da-área.....	130
Figura A.2. 11: Método de defuzzificação pelo centro-do-máximo	131
Figura A.2. 12: Método de defuzzificação pela média-do-máximo.....	132
Figura A.2. 13: Modelo clássico de mandani	135
Figura A.2. 14: Modelo clássico de Larsen	136
Figura A.2. 15: Modelo de interpolação de Tsukamoto.....	136
Figura A.2. 16: Modelo de interpolação de Takagi-Sugeno.....	136
Figura A.2. 17: Superfície de controle tridimensional para 25 regras	137
Figura A.4. 1: Força versos velocidade para controle semi-ativo do amortecedor.....	151
Figura A.4. 2: Estratégia de controle <i>on/off</i>	152
Figura A.4. 3: Configuração do amortecedor <i>skyhook</i>	153
Figura A.4. 4: Configuração do amortecedor ideal para controle <i>shyhook</i>	153
Figura A.4. 5: Configuração do amortecedor <i>groundhook</i>	155
Figura A.4. 6: Configuração para o controle híbrido	156

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3. 1: Mapa de regras <i>fuzzy</i> para o controle da corrente elétrica.....	40
Tabela 3. 2: Valores estimados para a dinâmica de um amortecedor MR de 10 [KN].....	42
Tabela 3. 3: Diferença entre os valores propostos e os valores estimados pelo controle <i>fuzzy</i>	43
Tabela 4. 1: Parâmetros para o modelo <i>quarter-car</i>	45
Tabela 4. 2: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]	48
Tabela 4. 3: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]	49
Tabela 4. 4: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	49
Tabela 4. 5: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]	50
Tabela 4. 6: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]	51
Tabela 4. 7: Velocidade de deslocamento ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$) para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m].....	51
Tabela 4. 8: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]	53
Tabela 4. 9: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]	54
Tabela 4. 10: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m].....	54
Tabela 4. 11: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]	55
Tabela 4. 12: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]	56
Tabela 4. 13: Velocidade de deslocamento ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$) para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]	56
Tabela 4. 14: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m]	59
Tabela 4. 15: Aceleração da massa da carroceria causada por entrada: $w = 0,10$ [m].....	60
Tabela 4. 16: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,10$ [m].....	60
Tabela 4. 17: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m]	61
Tabela 4. 18: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,10$ [m]	62
Tabela 4. 19: Velocidade de deslocamento do amortecedor MR para entrada: $w = 0,10$ [m]	62
Tabela 4. 20: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m].....	64
Tabela 4. 21: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m]	65
Tabela 4. 22: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = -0,10$ [m]	65
Tabela 4. 23: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m].....	66
Tabela 4. 24: Força utilizada no controle para entrada: $w = -0,10$ [m].....	67
Tabela 4. 25: Velocidade de deslocamento do amortecedor MR para entrada: $w = -0,10$ [m] ...	67
Tabela 5. 1: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]	70
Tabela 5. 2: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]	71
Tabela 5. 3: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]....	72
Tabela 5. 4: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]	73
Tabela 5. 5: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]	73
Tabela 5. 6: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor	74
Tabela 5. 7: Desvio máximo $y_1 = (x_1 - 0,10)$ [m]	79
Tabela 5. 8: Picos positivos da aceleração da carroceria [m/s^2]	84
Tabela 5. 9: Desvio $y_3 = (x_3 - 0,10)$ [m] máximo	89
Tabela 5. 10: Pico negativo do espaço de trabalho do amortecedor [m]	94
Tabela 5. 11: Força máxima utilizada no controle [N].....	98
Tabela A.1. 1: Frequências de Influência Característica sobre o ser Humano	112
Tabela A.1. 2: Frequências de ressonância para várias partes do corpo humano	115
Tabela A.1. 3: Guia para avaliação das compensações	116

Tabela A.1. 4: Compensações (fatores de compensação: W_k e W_d) em um terço de oitava	117
Tabela A.1. 5: Especificação das normas ISO e BS.....	118
Tabela A.1. 6: Aceleração rms ponderada como uma indicação das reações com relação ao conforto.....	124
Tabela A.2. 1: Implicações mais freqüentemente aplicadas na engenharia	134
Tabela A.2. 2: Mapa de regras para o controle <i>fuzzy</i>	139

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Símbolo	Denominação	Unidade [SI]
A	Matriz de espaço de estado	
A	Área do pistão do amortecedor	$[m^2]$
b_v	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
b_H	Coefficiente de ganho da força gerada por campo magnético	$[N/V]$
b_s^l	Coefficiente linear de um amortecedor	$[Ns/m]$
b_s^{nl}	Coefficiente não-linear do amortecedor	$[Ns/m]$
b_s^y	Coefficiente de assimetria do amortecedor	$[Ns/m]$
B	Matriz que representa vetor de controle	
C	Variável lingüística (Corrente)	
c_0	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
c_{0a}	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
c_{0b}	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
c_1	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
c_{1a}	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
c_{1b}	Coefficiente de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
ER	Elétro-Reológico	
F	Força	$[N]$
F_τ	Força controlável	$[N]$
F_n	Força não controlável	$[N]$
F_v	Força viscosa	$[N]$
F_f	Força de fricção	$[N]$
F_m	Força estática	$[N]$
f_c	Força de atrito de Coulomb	$[N]$
f_0	Força que representa o acumulador do amortecedor	$[N]$
$g(x)$	Vetor de funções contínuas não-lineares	
h	Altura da abertura do pistão do amortecedor	$[m]$
J	Índice de desempenho	
k	Coefficiente de rigidez	$[N/m]$

k_s^l	Coeficiente de rigidez linear da mola	$[N / m]$
k_s^{nl}	Coeficiente de rigidez não linear da mola	$[N / m]$
k_0	Coeficiente de rigidez	$[N/m]$
k_1	Coeficiente de rigidez	$[N/m]$
k_2	Coeficiente de rigidez	$[N/m]$
k_h	Coeficiente de ganho do amortecedor MR	$[n/v]$
k_v	Coeficiente de ganho	$[Ns / m]$
k_h	Coeficiente de ganho	$[N/V]$
L	Indutância elétrica	$[H]$
l	Comprimento da abertura do pistão	$[m]$
MR	Magneto-Reológico	
m	Massa	$[kg]$
m_u	Massa do eixo e roda	$[kg]$
m_s	Massa da carroceria	$[kg]$
N	Numero de elementos	
NA	Variável lingüística (negativo alto)	
NM	Variável lingüística (negativo médio)	
PM	Variável lingüística (positivo médio)	
PA	Variável lingüística (positivo alto)	
R	Resistência elétrica	$[\Omega]$
R_1	Raio do cilindro do amortecedor	$[m]$
R_2	Raio do pistão do amortecedor	$[m]$
u	Vetor de controle	
\tilde{u}	Controle <i>feedforward</i>	
u_r	Controle por realimentação de estados	
T	Período total de exposição	$[s]$
t	Duração de exposição	$[s]$
T_e	Constante de tempo elétrica	$[H/\Omega]$
U	Tensão de alimentação	$[V]$
VDV	Valor dose de vibração	$[m / s^{1,75}]$
V	Função de Lyapunov	
V	Variável lingüística (velocidade)	
v	Velocidade do pistão	$[m/s]$

x	Deslocamento	$[m]$
\dot{x}	Velocidade	$[m/s]$
\ddot{x}	Aceleração	$[m/s^2]$
x_r	Movimentos verticais do pneu	$[m]$
x_w	Movimentos verticais da roda	$[m]$
x_c	Movimentos verticais da carroceria	$[m]$
Z	Variável lingüística (zero)	
α	Coeficiente de rigidez	$[N/m]$
α_a	Coeficiente de rigidez	$[N/m]$
α_b	Coeficiente de rigidez devido a campo elétrico	$[N/mV]$

1 INTRODUÇÃO

A bibliografia do controle em engenharias, entre outras, mostra o uso amplo do primeiro e segundo métodos de Lyapunov para a análise e síntese de sistemas de controle não-lineares. Uma ampla revisão bibliográfica sobre o controle de sistemas não-lineares pode ser encontrada em [Abed *et al.*, 1995], [Chen e Dong, 1993] e [Sinha *et al.*, 2000]. Na maioria dos trabalhos, são utilizados controladores lineares baseados nas funções de Lyapunov de forma quadrática. Nestes trabalhos, o uso do controle linear nem sempre é bem justificado, e o controle é baseado em modelos linearizados, garantindo somente a estabilidade local do sistema controlado. Da mesma forma, a maioria das contribuições para resolver o problema de suspensão ativa e semi-ativa para modelos veiculares não-linear são baseadas em modelos lineares ou linearizados [Gaspar *et al.*, 2003].

Considerando a dificuldade no controle de modelos de suspensão veicular não-linear, devido ao fato do sistema incluir não-linearidades na sua dinâmica, e sendo o propósito de um sistema de suspensão satisfazer as exigências de desempenho em diferentes situações, um possível modo de controle de modelos de suspensão veicular não-linear é através da combinação de estratégias de controle, como o controle de sistemas não-lineares proposto por Sinha, *et al.*, 2000.

O atual estágio de desenvolvimento do setor automobilístico caracteriza-se por projetos que incorporam, cada vez mais, sistemas de controle integrados em vários dos seus subsistemas. Modelos que sejam capazes de representar a interação entre as dinâmicas destes subsistemas são de grande utilidade.

A suspensão dos veículos tem a função básica de isolar os passageiros e o chassi de vibrações originadas pela estrada, devido ao contato estrada-roda. Basicamente existem três tipos de suspensões utilizadas em veículos, são os sistemas passivos (sem uso de energia externa ao sistema) que contém somente molas e amortecedores com parâmetros de rigidez e amortecimento constantes. Os sistemas ativos (necessitam de energia externa ao sistema) e, segundo Sharp e Crolla, 1987, podem ser definidos como atuadores que produzem força segundo uma lei de controle que pode conter informações de qualquer parte do sistema. O sistema semi-ativo (não necessita de energia externa adicional, além da necessária para acionar dispositivos como, válvulas, bobinas, atuadores, etc.), e que, conforme Elmadany e Abduljabbar, 1991, geram uma força passiva modulada continuamente segundo uma lei de controle com uma pequena quantidade de energia externa. O sistema semi-ativo se comporta como um sistema ativo, quando

a ação de controle requer uma dissipação de energia, caso não seja necessária a ação de controle e nem o fornecimento de energia, o sistema passa a ser passivo.

Todos os sistemas conhecidos são baseados em operações hidráulicas, pneumáticas ou eletromagnéticas. Devido ao desenvolvimento tecnológico, suspensões controladas eletronicamente ganharam maior interesse. Estas suspensões possuem componentes ativos controlados por um microprocessador [Kim, *et al.*, 2003].

Um modelo de suspensão eletromagnética é o que utiliza amortecedor magneto-reológico (MR) em seu sistema. O mecanismo do amortecedor MR é semelhante ao mecanismo de amortecedores hidráulicos nos quais a força é causada devido à passagem do fluido por um orifício. Esta resistência variável à vazão do fluido permite usar o fluido MR em amortecedores viscosos eletricamente controláveis. Assim, as propriedades magnéticas do fluido permitem seu uso como um amortecedor controlado por uma tensão elétrica [V] ou uma corrente elétrica [A]. Um dos desafios, na utilização de amortecedores MR, para alcançar um alto desempenho, está no desenvolvimento de modelos precisos de controladores que possam tirar proveito das características não-lineares destes amortecedores [Wang e Liao, 2005]. Para o caso do controle da corrente ou tensão, uma possível solução é através do controle *fuzzy*, que é indicado quando há dificuldade em obter um modelo matemático preciso. O controle *fuzzy* é muito aplicado em processos complexos com termos não-lineares, e em processos com incertezas. O controle *fuzzy* é uma alternativa prática para uma grande variedade de aplicações de controle, provendo métodos convenientes na construção de controladores não-lineares, pelo uso de informação da dinâmica do sistema [Passino e Yurkovich, 1998].

1.1 Revisão bibliográfica

Várias são as pesquisas sobre o controle de vibrações nos sistemas de suspensões automotivas através de estudos analíticos, experimentais, ou simulações computacionais, que têm como objetivo melhorar o conforto e a segurança dos ocupantes do veículo, utilizando técnicas de controle ativo ou semi-ativo.

A análise de desempenho de um amortecedor semi-ativo, considerando um modelo de *quarter-car*, utilizando parâmetros de um caminhão sujeito a excitações aleatórias, foi realizada por Kitching *et al.*, 2000. Neste trabalho, foi desenvolvido e testado um amortecedor semi-ativo continuamente variável, utilizando controle *skyhook*. O controle foi realizado, utilizando uma válvula proporcional, que variava o amortecimento. Os autores concluíram que o fluido hidráulico tem uma forte influência sobre a resposta do amortecedor e que as forças geradas,

mesmo sendo altas, eram suficientes para estabilizar o sistema eficazmente e que a suspensão semi-ativa é mais efetiva, quando comparada com a suspensão passiva.

No trabalho de Chalasani, 1987, foi utilizada a teoria do controle ótimo no controle ativo de uma suspensão, utilizando um modelo *quarter-car* sujeito a excitações randômicas. Os resultados de sua pesquisa revelaram que, com a utilização de suspensão ativa, é possível melhorar o isolamento da vibração. Também verificou que resultados obtidos com a utilização do modelo *quarter-car* são semelhantes aos resultados obtidos em um modelo tridimensional.

Gaspar *et al.*, 2003, aplicaram o controle ativo em um modelo de *quarter-car* não-linear utilizando o método LPV (*Linear Parameter-Varying*), sendo consideradas as incertezas do modelo e as não linearidades da suspensão. A utilização do método LPV permitiu aproximar o modelo através da representação por variáveis de estado linear, mantendo a descrição e a estrutura do modelo não-linear e seus parâmetros, sendo válida para toda região de interesse. O controle ativo foi implementado, considerando um atuador hidráulico em paralelo com o amortecedor convencional, sendo o atuador hidráulico controlado por uma servo-válvula. Simulações numéricas demonstraram que a força do atuador hidráulico difere do modelo linear para o modelo não-linear, considerando que a linearização do modelo gera uma diferença considerável.

Estudo do controle de vibrações em um micro-ônibus através de amortecedores magneto-reológico foi realizado por Li *et al.*, 2004, sendo considerado um modelo *quarter-car* para determinar o controle através da lógica *fuzzy*. O controle das vibrações do micro-ônibus consiste em um nível de controle e um nível de coordenação. No nível de controle, um controlador *fuzzy* é projetado para cada roda considerando o modelo *quarter-car* e o controle híbrido obtido considerando o controle *skyhook* e o controle *groundhook*. No nível de coordenação, um controlador é projetado para coordenar os quatro controladores *fuzzy* independentes, ajustando os parâmetros de entrada de cada controlador *fuzzy* para um modelo *full-car* (carro completo). Resultados experimentais demonstraram que o controle *fuzzy* pode reduzir a vibração vertical, melhorando o conforto dos passageiros e a estabilidade de direção do veículo. Este sistema de controle também mostrou robustez com mudanças de parâmetros.

Pinheiro, 2004, utilizou o modelo *quarter-car* na estratégia de controle para sistemas de suspensão ativa automobilística utilizando lógica *fuzzy* comparando o controle *fuzzy* com o controle de suspensão passiva, ativa e semi-ativa, utilizando estratégias de controle *on/off*, continuamente variável e controle ótimo. As ações resultantes das leis de controle são comparadas entre si através de simulações numéricas e de testes experimentais. Análises dos resultados mostraram as vantagens e desvantagens dos métodos utilizados. Após simulações

computacionais, verificou-se que a suspensão passiva é a que apresenta a maior aceleração, deslocamento e velocidade da carroceria. O valor máximo absoluto ou o valor eficaz da força de atuação do amortecedor ativo (ou semi-ativo) é menor para a estratégia que usa a técnica de controle ótimo, mas os respectivos tempos de acomodação são em geral maiores para boa parte das outras grandezas físicas. Das estratégias de controle, a do tipo *on-off* é a de mais fácil implementação, mas pode apresentar problemas de solavancos e ruídos indesejáveis. Neste sentido, a estratégia do tipo continuamente variável é mais vantajosa que a *on/off* e é relativamente simples de ser implementada. Para Pinheiro, 2004, a estratégia com controle *fuzzy* foi a que apresentou as melhores características dinâmicas. Apesar das regras do controle *fuzzy* serem obtidas a partir dos conceitos do controle continuamente variável, o melhor desempenho do controle *fuzzy* foi justificado devido a sistemas *fuzzy* serem interpoladores universais de funções, e a escolha adequada das funções de pertinência permite minimizar eventuais descontinuidades na força do amortecedor ativo, reduzindo assim problemas de ruídos.

Chantranuwathana e Peng, 2004, utilizaram um modelo de atuador não-linear pneumático na suspensão veicular considerando o controle ativo de vibrações em um modelo *quarter-car*, sendo utilizado o controle ARC (*Adaptive Robust Control*). Simulações computacionais demonstraram que o controle ARC teve melhores resultados que um controlador PID e do que um controlador LQG linear, no controle das vibrações através de um atuador pneumático.

Simon e Ahmadian, 2001, utilizaram um modelo *quarter-car* com controle *skyhook* para verificar o efeito da atuação de um sistema de suspensão semi-ativa magneto-reológica (MR). Nos testes de estrada, foi possível constatar que o amortecedor MR pode causar grandes picos de aceleração e deslocamento, mas amortece rapidamente a vibração e que o amortecedor semi-ativo MR geralmente causa uma diminuição na intensidade de picos de aceleração, dentro das seguintes bandas de frequência, (1-4 [Hz], 4-9 [Hz], 9-14 [Hz] e 14-19 [Hz]). Esta diminuição foi maior na banda de baixa frequência, a qual tem grande efeito sobre o conforto e a estabilidade do veículo.

Foi proposto por Yildirim, 2004, um sistema de controle baseado em redes neurais artificiais para controle de vibrações em um modelo *quarter-car*, sendo comparado o controle proposto com os controles clássicos PI, PD e PID. Simulações demonstraram que o controle proposto com redes neurais teve melhor desempenho que os controles baseados em PI, PD e PID. A rede neural aplicada no controle possui uma parte da camada escondida linear e a outra parte não-linear. O treinamento da rede foi realizado ajustando uma matriz de controle para um sistema linear, e para o caso de sistemas não-lineares a camada dos neurônios não-lineares é ativada.

Um modelo *quarter-car* de veículo foi usado por Giliomee e Els, 1998, apud Moura, 2003, em um ensaio de bancada, onde uma massa de 3000 [kg] foi suportada pela suspensão semi-ativa composta por mola e amortecedor hidropneumático. O sistema foi desenvolvido especificamente para melhorar o conforto e a dirigibilidade de veículos *off-road* (fora de estrada), sendo que a rigidez da mola variava entre macia e rígida, e o amortecimento mudava de alto para baixo, utilizando o controle *on-off* realizado por uma válvula solenóide. Após testes realizados, submetendo o sistema a entradas em degrau e randômicas, foi possível concluir que, com um sistema de suspensão semi-ativa hidropneumática, utilizando o controle *on-off*, seria possível conciliar conforto e dirigibilidade ao mesmo tempo e que a tecnologia existente permite a construção de suspensões semi-ativas, pois a resposta da válvula solenóide é rápida o bastante para controlar a vibração no veículo, e que o ajuste de molas macias resulta em menores níveis de vibração.

No trabalho desenvolvido por Nell e Steyn, 1998, apud Moura, 2003, foi utilizado um modelo *quarter-car* no controle de suspensão semi-ativa para veículos fora de estrada, a estratégia de controle utilizada foi a estratégia do Mínimo Produto (MP). Os resultados indicaram que a estratégia MP, minimiza o alto valor absoluto da aceleração do veículo, nos movimentos de *roll* (inclinação lateral) ou de *pitch* (oscilações verticais), possui desempenho melhor que as estratégias de controle semi-ativo, que se baseavam nas velocidades absolutas ou relativas do amortecedor, principalmente quando se levava em conta o conforto sob condições fora de estrada.

Foi realizado um estudo analítico por Ahmadian e Blanchard, 2007, das respostas de um modelo *quarter-car*, sendo comparado o sistema passivo com um sistema semi-ativo. O controle do sistema semi-ativo foi realizado, considerando a combinação do controle *shyhook* e do controle *groundhook*, denominado controle híbrido. Comparando o rms da aceleração da carroceria e a área de trabalho do amortecedor, concluíram que a utilização do controle híbrido melhora o conforto dos passageiros sem reduzir a qualidade da estabilidade do veículo ou aumentar a área de trabalho do amortecedor.

Guo *et. al*, 2005 analisaram a transmissibilidade de vibrações em um modelo *quarter-car* com suspensão utilizando o amortecedor magneto-reológico no lugar do amortecedor convencional. Devido à não-linearidade do amortecedor foi constatado que há dificuldade em obter um sistema de equações diferenciais preciso para o modelo, o que justifica que, para muitos casos, são consideradas soluções numéricas.

Um estudo teórico sobre amortecedor magneto-reológico foi realizado por Paré, 1998, sendo considerado um modelo de 1 grau de liberdade. Foi considerado o controle *skyhook*,

groundhook e híbrido em uma bancada de testes utilizando um *shaker* hidráulico para excitação. No trabalho, foram levantadas as curvas “força versus velocidade”, resposta em frequência e gráfico de bode, transmissibilidade da massa oscilante (carroceria) e não oscilante (eixo) conforme modelo de 1 gdl, resposta temporal e em frequência da transmissibilidade de aceleração da carroceria, considerando um modelo passivo e outro com um amortecedor MR para comparação. Após realizada a montagem de 4 amortecedores MR em um veículo de passeio para teste prático conclui-se que o amortecedor MR é efetivo na isolação de vibrações na massa oscilante causada pela excitação na base e que o controle *shyhook* causa uma oscilação excessiva no movimento da massa oscilante, e que o controle semi-ativo híbrido soma as vantagens do controle *skyhook* e *groundhook*, sendo assim mais adequado ao uso.

Moura, 2003, estudou a aplicação do controle semi-ativo empregando controladores continuamente variáveis, considerando a aplicação do amortecedor MR. Simulações computacionais utilizando o Simulink do Matlab[®] foram realizadas, considerando um modelo *half-car* (meio carro) para o sistema passivo, semi-ativo e ativo. Para o caso do controle ativo, foi considerada a teoria do controle ótimo (LQR), e para o controle semi-ativo, foi considerado o controle continuamente variável.

McManus *et al.*, 2002, avaliaram o desempenho de um amortecedor magneto-reológico na atenuação da vibração em um assento, comparando os resultados com outro amortecedor convencional. Sendo utilizado um sistema hidráulico para gerar a vibração, foram consideradas entradas randômicas e entradas transientes. Os resultados demonstraram que a utilização do amortecedor magneto-reológico diminui a vibração no assento. Para o caso de impacto, como nos casos de buracos ou de obstáculos, a redução da vibração chegou a 40% de VDV quando comparado com o amortecedor convencional.

1.2 Justificativa do trabalho

A busca de métodos de controle em sistemas de suspensão que melhorem suas características de dirigibilidade e conforto induz a utilização de sistemas de controle que considerem vários aspectos da dinâmica veicular. Esta busca traz a necessidade do conhecimento do sistema a ser controlado e, para tanto, a utilização de modelagem matemática é fator essencial no aprimoramento de novos projetos.

A maioria dos trabalhos, que se encontram na bibliografia, utiliza modelos e controladores lineares. Em relação às publicações sobre o controle ótimo, pode-se observar que o uso do controle nem sempre é bem justificado, pois, na maioria dos casos, considera o modelo

linearizado, garantindo a estabilidade do sistema controlado, apenas na região próxima ao ponto de equilíbrio desejado e que o controle seja ótimo para o modelo linearizado, o que não garante que seja ótimo para o modelo não-linear.

Sendo o corpo humano uma sofisticada estrutura biomecânica, sua exposição à vibração e choques mecânicos como os proporcionados em deslocamentos com veículos, pode causar desconforto e alterações fisiológicas, e a sensibilidade à vibração pode desencadear problemas de postura, causando dores nas costas. Controle das vibrações originadas pela estrada, devido ao contato estrada-roda, pode evitar tais problemas.

1.3 Objetivos do autor

Os principais objetivos deste trabalho são:

Formular e resolver os problemas de síntese do controle linear ótimo com estabilidade global para sistemas veiculares não-lineares, sem utilizar linearização dos modelos matemáticos, considerando a utilização de amortecedor magneto-reológico controlado através de controle *fuzzy*.

Os objetivos específicos desta pesquisa são, basicamente, os seguintes:

1. Investigar a possibilidade de utilização de funções de Lyapunov em forma quadrática para sistemas não-lineares.
2. Desenvolver uma metodologia que permita construir controladores ótimos, baseada nas funções de Lyapunov.
3. Aplicar a metodologia desenvolvida em sistemas veiculares não-lineares, utilizando amortecedores magneto-reológicos.
4. Aplicar lógica *fuzzy* no desenvolvimento de um modelo *fuzzy* para o controle da corrente aplicada em amortecedores magneto-reológicos.
5. Através de simulações numéricas e computacionais, verificar a eficácia dos algoritmos propostos e a robustez do controle.

1.4 Organização do trabalho

Para uma melhor compreensão deste trabalho, apresenta-se um resumo de cada capítulo:

- Capítulo 1: Apresenta uma breve descrição da área de estudo e sua importância, pesquisa bibliográfica sobre os trabalhos que utilizam o modelo *quarter-car* ou utilizam o amortecedor magneto-reológico em modelos veiculares, a justificativa do trabalho e seus objetivos.
- Capítulo 2: Trata dos materiais reológicos e sua aplicação em amortecedores, considerando sua estrutura, aplicação e modelos matemáticos;
- Capítulo 3: É proposto o controle ótimo para o modelo *quarter-car* não-linear; e o controle *fuzzy* para representar a dinâmica de um amortecedor magneto-reológico, considerando duas entradas, a velocidade do deslocamento do pistão do amortecedor e a força necessária no controle, e uma saída, a corrente elétrica correspondente;
- Capítulo 4: São realizadas simulações computacionais utilizando o Simulink do Matlab[®], considerando entradas tipo impulso e tipo degrau;
- Capítulo 5: São realizadas simulações, considerando uma entrada senoidal representando irregularidades na estrada, e simulações, que consideram incertezas nos parâmetros, utilizando uma entrada degrau nas simulações;
- Capítulo 6: Conclusões, e perspectivas de trabalhos futuros;
- Referências Bibliográficas;
- Anexo I: São consideradas as normas e equações que tratam sobre vibração no corpo humano.
- Anexo II: Contém o referencial necessário para a formulação do controle *fuzzy*, considerando-se os tipos de funções de pertinência, métodos de fuzzificação e defuzzificação e regras de inferência;
- Apêndice III: São apresentadas as teorias e definições sobre estabilidade e controle ótimo segundo as teorias de Lyapunov;
- Apêndice IV: São apresentadas as teorias e definições sobre o controle *on/off*, *skyhook*, *groundhook* e híbrido.

2 AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO

Os fluidos magneto-reológicos (MR) pertencem à classe dos fluidos controláveis, e sua principal característica é a habilidade de mudarem de líquidos viscosos para semi-sólidos em milisegundos quando expostos a um campo magnético. Esta característica lhes provê uma arquitetura simples, e uma resposta rápida quando faz a interface entre controladores eletrônicos e sistemas mecânicos. Os amortecedores MR são considerados dispositivos semi-ativos e relativamente novos.

Conforme Koo, 2003, a descoberta inicial e desenvolvimento dos fluidos MR podem ser creditados a Jacob Rabinow nos anos 40. Contudo, somente agora, eles possuem características estáveis atrativas para aplicação prática, como, por exemplo, elevado campo de tensão e baixa viscosidade, sendo adequados em aplicações exigentes como em amortecimento automotivo.

2.1 Características do amortecedor magneto-reológico

Normalmente, os fluidos MR são líquidos que têm uma consistência semelhante ao óleo de motor, mas, quando em presença de um campo magnético, as partículas férreas adquirem um momento de dipolo alinhado com o campo externo, em forma de cadeias lineares paralelas ao campo magnético, como pode ser observado na Figura 2.1. Este fenômeno pode solidificar as partículas férreas suspensas restringindo o movimento do fluido. O grau de mudança é relacionado à magnitude do campo magnético aplicado [Yang, 2001].

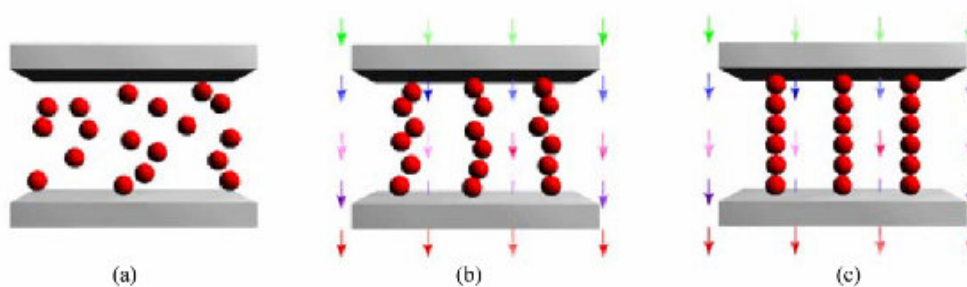


Figura 2. 1: Ilustração de ativação do fluido MR: (a) aplicação do campo magnético, (b) campo magnético atuando, e (c) partículas ferrosas alinhadas com o campo magnético

Fonte: Koo, 2003

Um fluido MR típico contém de 20% a 40% do seu volume de partículas férreas, como o ferro carbono. Estas partículas podem estar suspensas em óleo mineral, óleo sintético, água ou glycol.

A força do fluido MR depende do quadrado do nível da saturação da magnetização das partículas suspensas. Para obter-se um fluido de MR forte deve-se utilizar particular com um nível alto de saturação de magnetização [Carlson e Spencer, 1996]. As melhores partículas disponíveis são ligas de ferro e cobalto que têm nível de saturação de magnetização em torno de 2,4 [tesla]. O problema é o custo de tais ligas. Para a maioria das aplicações, as partículas mais indicadas são de ferro puro, que têm saturação de magnetização de 2,15 [tesla]. Outros metais têm nível de saturação inferior ao ferro, resultando em fluidos mais fracos [Yang, 2001].

Tipicamente, o diâmetro das partículas é de 3 a 5 [μ]. Podem-se utilizar partículas maiores, mas a suspensão de tais partículas se torna difícil. Partículas de materiais ferromagnéticos significativamente menores geralmente só estão disponíveis como óxidos, como os pigmentos comumente achados em mídias gravadoras magnéticas. Fluidos MR feitos de tais partículas de pigmento são bastante estáveis porque as partículas têm tipicamente só 30 [nm] de diâmetro. Porém, devido ao seu baixo valor de saturação de magnetização, fluidos feitos destas partículas estão geralmente limitados à força de aproximadamente 5 [KPa] e têm uma viscosidade plástica grande [Carlson e Spencer 1996].

Fluidos MR podem operar em temperaturas que variam de -40 °C a 150 °C com variações muito pequenas de rendimento. Isto deve-se ao fato da polarização magnética não ser influenciada fortemente pela temperatura. Também não são sensíveis a impurezas encontradas durante fabricação ou o uso.

A vantagem de se utilizar os fluidos MR em vez de fluidos ER (Eléctro-Reológico) é que dispositivos que utilizam matérias MR podem ser controlados com baixa tensão eléctrica e com corrente eléctrica de 1 [A] a 2 [A]. Já dispositivos que utilizam matérias ER requerem uma alta tensão eléctrica para seu controle que fica de 2000 [V] a 5000 [V], o que nem sempre é possível fornecer. A força máxima que um amortecedor MR pode fornecer depende das propriedades do fluido MR, do padrão do fluxo do fluido MR, e do tamanho do amortecedor [Yang, 2001].

As três formas básicas de projeto de equipamentos que utilizam fluidos MR são: o modo válvula, modo de corte direto e o modo de filme comprimido. Pode também ocorrer uma combinação destes modos.

Em um modo válvula, os pólos magnéticos são fixos e o fluido é forçado a passar entre estes pólos. Este tipo de sistema pode ser considerado para uso em amortecedores com válvula de controle hidráulico, pois os pólos exercem a função de válvula à medida que a intensidade do campo magnético varia, alterando a viscosidade do fluido que passa entre os pólos.

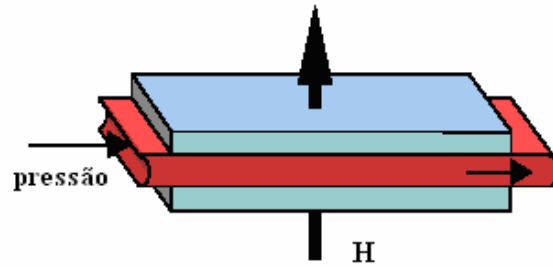


Figura 2. 2: Modo de válvula

Já, o modo de corte direto, que possui um pólo móvel, é adequado para embreagens, freios e amortecedores.

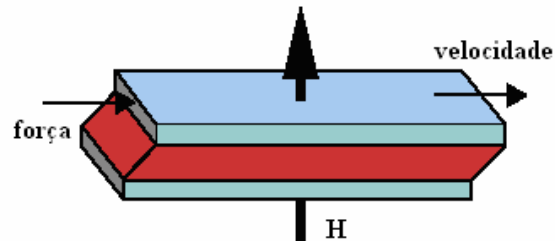


Figura 2. 3: Modo de corte direto

O modo de filme comprimido pode ser usado para controle de pequenos movimentos. Este sistema pode ser configurado para operação axial ou rotatório.

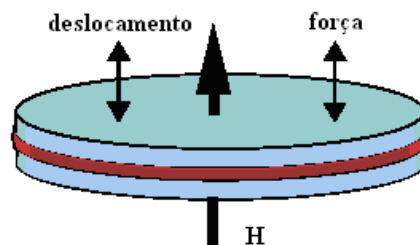


Figura 2. 4: Modo de filme comprimido

Na Figura 2.5, é mostrado um corte transversal de um amortecedor MR típico para explicar sua operação. Amortecedores MR não exigem válvulas mecânicas para controlar vazão, mas bobinas eletromagnéticas perfuradas nos pistões, e reservatórios cheios de fluidos MR. Quando é aplicada uma tensão elétrica [V] nas bobinas do eletroímã cria-se um campo magnético ao redor da abertura da passagem do fluido entre o alojamento e o pistão.

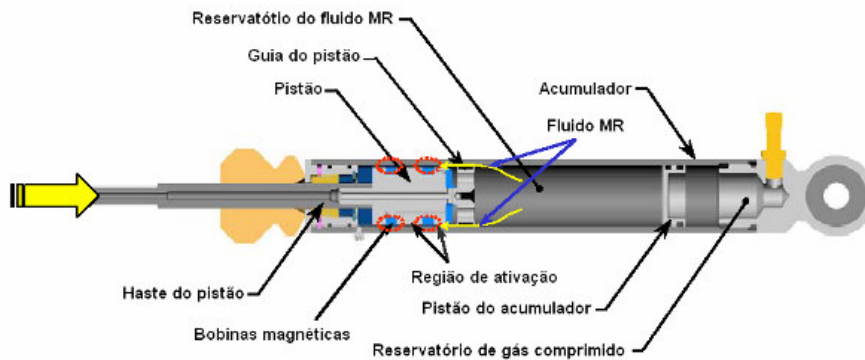


Figura 2. 5: Amortecedor MR típico
Fonte: Koo, 2003

Quando a haste do pistão entra no alojamento, os fluidos MR atravessam a abertura do orifício anular para o outro lado do reservatório. No amortecedor descrito na Figura 2.5, há duas regiões de ativação as quais resistem a vazão do fluido de um lado do pistão para o outro lado quando um campo magnético está presente. Com o aumento da força do campo magnético, a resistência para o fluxo do fluido nas regiões de ativação também aumenta até atingir uma corrente de saturação. A função do acumulador é acomodar mudanças de volume resultantes da movimentação da haste do pistão. O pistão do acumulador provê uma barreira entre o fluido MR e um gás comprimido, que normalmente é o nitrogênio, o que acomoda as mudanças de volume quando a haste do pistão entra no acumulador [Koo, 2003].

A corrente de saturação acontece quando se aumenta a corrente elétrica e não aumenta a força de amortecimento para uma determinada velocidade. Na Figura 2.6, observam-se os principais componentes do amortecedor.

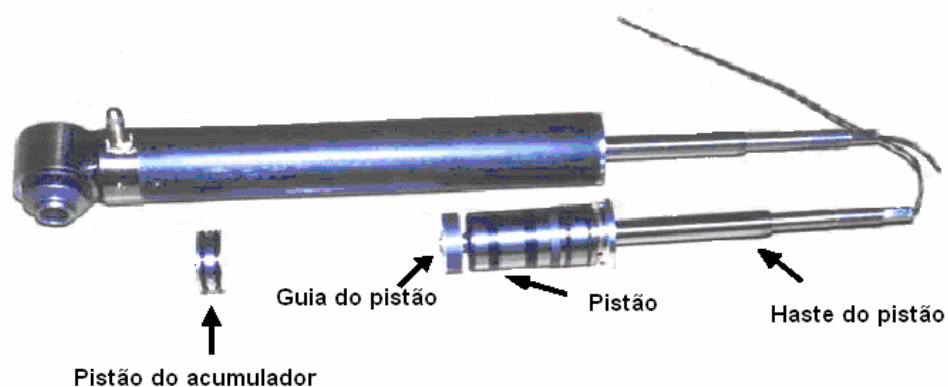


Figura 2. 6: Amortecedor MR desmontado
Fonte: Koo, 2003

O mecanismo do amortecedor MR é semelhante ao mecanismo de amortecedores hidráulicos nos quais a força é causada devido à passagem do fluido por um orifício. Esta resistência variável para o fluxo do fluido permite usar o fluido MR em amortecedores viscosos e outros dispositivos eletricamente controláveis.

Assim, as propriedades magnéticas do fluido permitem seu uso como um amortecedor controlado por uma tensão elétrica [V] ou uma corrente elétrica [A]. Na Figura 2.7 é mostrada a curva característica de variação da força de amortecimento de um amortecedor MR em função da velocidade e da corrente elétrica aplicada na bobina do amortecedor. O campo operacional mostrado na área demarcada indica que a força de amortecimento pode ser alterada pela mudança da velocidade da haste do amortecedor.

Usando um sistema de controle especial podem-se ter algumas curvas características requeridas da força de amortecimento, que podem ser geradas como uma função da velocidade, aceleração, pressão, etc. [Koo, 2003].

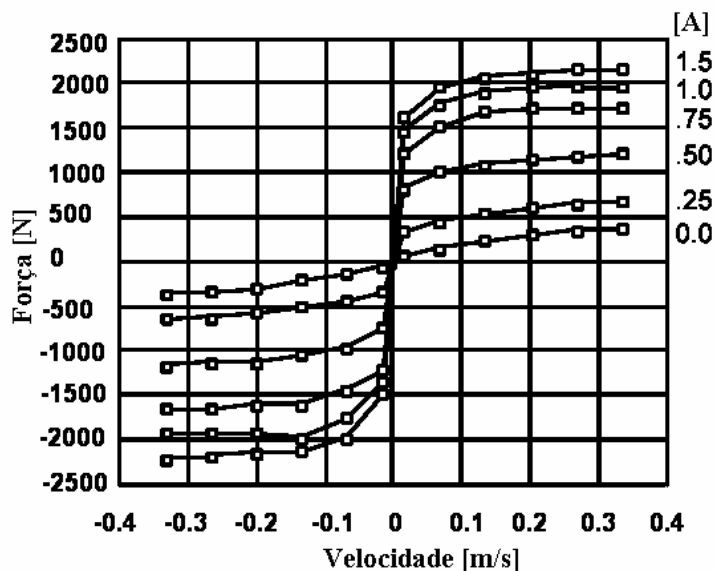


Figura 2. 7: Características da força-velocidade de um amortecedor MR em função da corrente elétrica atual

Fonte: McManus *et al.*, 2002

Na Figura 2.7, são observadas as características da variação da força de amortecimento em função da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor e da corrente elétrica aplicada na bobina, para um amortecedor MR com 4,1 cm de diâmetro e 17,9 cm de comprimento total e com 70 cm^3 de fluido MR.

Na Figura 2.8, observam-se os valores obtidos experimentalmente por Koo, 2003, para o amortecedor MR.

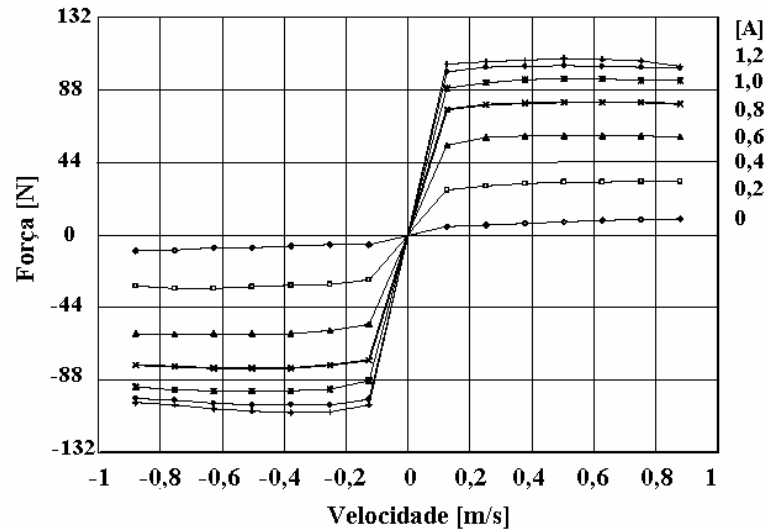


Figura 2. 8: Características da força-velocidade de um amortecedor MR
 Fonte: Fonte: Koo, 2003

Analisando as curvas representadas pelas Figuras 2.7 e 2.8, verificam-se características que demonstram um grau elevado de simetria entre a compressão e a descompressão [McManus *et al.*, 2002]. Também constata-se que a força de amortecimento depende das dimensões do amortecedor e da quantidade de fluido MR utilizado, sendo possível obter amortecedores MR com força de 250 kN [Yang, 2001].

2.2 Modelos matemáticos para amortecedor magneto-reológico

Um número grande de modelos analíticos, baseados em diferentes descrições de funções, tem surgido com o objeto de descrever as propriedades não-lineares dos amortecedores MR [Ma *et al.*, 2003].

2.2.1 Modelo proposto por Milecki e Sedziak

Na Figura 2.9, são mostradas as características da mudança da força do amortecedor magneto-reológico em função da velocidade e corrente em uma bobina eletromagnética.

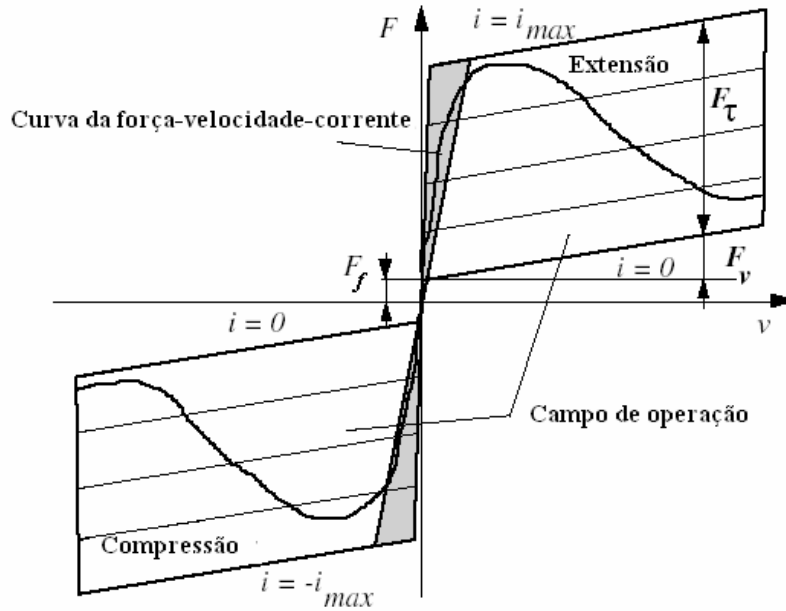


Figura 2. 9: Características da força-velocidade-corrente de um amortecedor MR
 Fonte: Milecki e Sedziak, 2005

A força do amortecedor é composta de duas parcelas. A força controlável F_τ e uma força não controlável F_n . A força F_n é composta por uma força de amortecimento visco-plástico F_v e uma força de atrito F_f .

A força gerada pelo dispositivo pode ser expressa por:

$$F_d = F_\tau + F_n = F_\tau + F_v + F_f \quad (2.1)$$

sendo:

$$F_v = \left(1 - \frac{\pi(R_1 + R_2)h}{2A}\right) \frac{12lA^2}{\pi(R_1 + R_2)h^3} \mu v = k_v \mu v \quad (2.2)$$

$$F_\tau = c \frac{\tau_0 B_{mr} l A}{h} \text{sgn}(v) = k_h U \text{sgn}(v) \quad (2.3)$$

onde A é a área do pistão, R_1 o raio do cilindro, R_2 o raio do pistão, h a altura da abertura do pistão, l o comprimento da abertura do pistão, μ o coeficiente de viscosidade do fluido, v a velocidade do pistão, k_v o coeficiente de ganho, c uma constante (2,7 ou 3,7), B_{mr} a densidade de fluxo magnética no fluido e k_h coeficiente de ganho $[N/V]$ e U tensão de alimentação da bobina $[V]$.

Devido à relação entre a abertura do fluxo do fluido e o diâmetro do pistão do amortecedor ser pequena, pode-se assumir que o fluxo assimétrico do fluido pode ser aproximado conforme a Figura 2.10, e o raio de abertura obtido por: $\frac{\pi(R_1 + R_2)}{2}$.

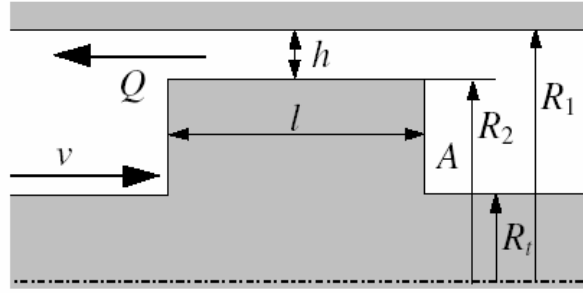


Figura 2. 10: Fluxo do fluido MR pelo orifício do pistão
Fonte: Fonte: Milecki e Sedziak, 2005

sendo A a área do pistão, l o comprimento da abertura, h a altura da abertura, R_1 o raio do cilindro, R_2 o raio do pistão, R_f raio da haste do pistão, Q fluxo do fluido MR e v a velocidade do pistão.

O valor do coeficiente k_h não é constante para todas as condições operacionais como no caso da saturação e a histerese. A força F_τ tem uma relação inversa com o tamanho da abertura h . A força F_f consiste de uma força de amortecimento dinâmico F_{df} e uma força de amortecimento estático F_{sf} . Assim a força F_f pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_f = F_{df} + F_{sf} = D_{il}v + \text{sgn}(v)F_{im}e^{-\beta|v|} \quad (2.4)$$

sendo D_{il} o coeficiente de ganho do amortecimento dinâmico entre pistão-cilindro e pistão haste-amortecedor com as superfícies internas do amortecedor, alojamento e superfícies, F_{im} é a força estática para $v = 0$, β é um coeficiente. Somando as propriedades dinâmicas, a equação (2.3) pode ser escrita após aplicar a transformada de Laplace como:

$$F_\tau(s) = \frac{k_h}{(T_m s + 1)(T_e s + 1)} U(s) \text{sgn}[v(s)] \quad (2.5)$$

sendo k_h o coeficiente de ganho [N/V] e T_m uma constante de tempo para o fluido MR, a constante de tempo T_m descreve a dinâmica da variação da viscosidade do fluido MR, e T_e é uma constante de tempo elétrica, $T_e = \frac{L}{R}$, onde R é a resistência elétrica da bobina, L a indutância elétrica da bobina e U a tensão elétrica aplicada na bobina.

Aplicando a transformada de Laplace nas equações (2.2) e (2.4) e somando com a equação (2.5) obtém-se a equação (2.1) na seguinte forma:

$$F_d(s) = (k_v \mu + D_{il}) \mathcal{V}(s) \left[\frac{k_h}{(T_m s + 1)(T_e s + 1)} U(s) + F_{im} e^{-\beta |\mathcal{V}(s)|} \right] \text{sgn}[\mathcal{V}(s)] \quad (2.6)$$

Esta equação cria um modelo de amortecedor MR com características de atrito não-linear, e não-linearidades importantes como as do campo magnético e as características de magnetização do fluido MR com suas saturações e histereses.

A velocidade do pistão também tem uma influência importante sobre as propriedades dinâmicas do amortecedor com fluido magneto-reológico. Se a velocidade é alta, o tempo de duração em que as partículas que estão no campo magnético é pequeno. Isto resulta na saturação da força de amortecimento em altas velocidades.

2.2.2 Modelo de Bingham para amortecimento controlável

As curvas da vazão de fluidos magneto-reológicos são geralmente relacionadas com fluidos de Bingham, embora o modelo de Bingham tenha sido o primeiro a descrever o comportamento reológico de materiais com tensão de escoamento, ele prevê um perfil Newtoniano após o escoamento, isto é, a tensão de cisalhamento é uma função linear da taxa de cisalhamento, de acordo com:

$$\tau = \tau_y + \eta \dot{\gamma} \quad (2.7)$$

Sendo τ a tensão de cisalhamento, τ_y tensão de escoamento, η a viscosidade do fluido e $\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento.

Baseado neste modelo de comportamento reológico dos fluidos, Stanway, *et al.* 1985, 1987, apud Spencer *et al.* 1997, propuseram o modelo mecânico denominado de Modelo de Bingham para amortecedores ER. O modelo de Bingham consiste em colocar um elemento que

represente a fricção de Coulomb, em paralelo com um elemento de amortecimento viscoso, como o observado na Figura 2.11.

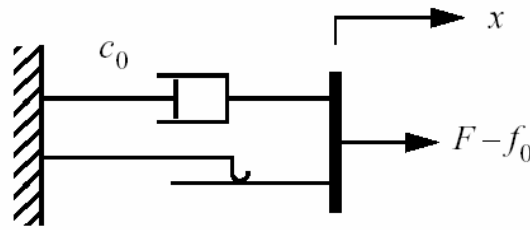


Figura 2. 11: Modelo de Bingham para amortecimento controlável proposto por Stanway, *et al.*, 1987

Fonte: Spencer *et al.*, 1997

Para este modelo, em caso de velocidade \dot{x} diferente de zero, a força gerada poderia ser obtida por:

$$F = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + f_0 \quad (2.8)$$

sendo c_0 o coeficiente de amortecimento viscoso, f_c a amplitude da força de atrito de Coulomb, que é relacionada com a tensão de cisalhamento do fluido. O componente f_0 é incluído para representar o valor diferente de zero observado devido à presença do acumulador do amortecedor.

Conforme Spencer *et al.*, 1997, embora o comportamento de força-deslocamento para o modelo (2.8) pareça razoável em relação à resposta da força-velocidade, a variação temporal da força mostra que o comportamento do amortecedor não é representado, principalmente para velocidades próximas de zero, e que o modelo não exhibe a resposta não-linear de força-velocidade observadas em modelos experimentais, quando a aceleração e velocidade têm sinais opostos ou quando a velocidade e o deslocamento têm o mesmo sinal e a magnitude das velocidades é pequena.

2.2.3 Modelo de Bingham modificado para amortecimento controlável

Gamota e Filisko, 1991, propuseram uma extensão ao modelo de Bingham para determinar o comportamento de materiais ER determinado pelo modelo viscoelastoplástico mostrado na Figura 2.12, sendo composto por um elemento de fricção em paralelo com um

amortecedor viscoso em série com um sistema linear representado através de amortecedor e molas.

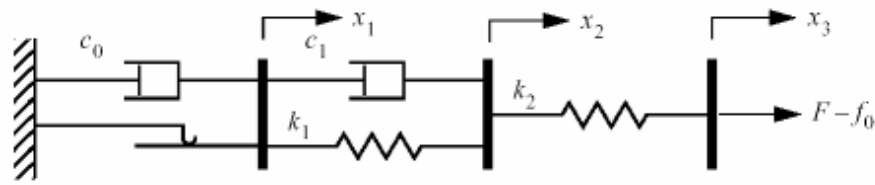


Figura 2. 12: Modelo proposto por Gamota e Filisko, 1991
Fonte: Fonte: Spencer *et al.*, 1997.

As equações que representam a dinâmica deste modelo são determinadas por:

se: $|F| > f_c$, então:

$$F = k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f_0 = c_0\dot{x}_1 + f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) + f_0 = k_2(x_3 - x_2) + f_0 \quad (2.9)$$

se: $|F| \leq f_c$, então:

$$F = k_1(x_2 - x_1) + c_1\dot{x}_2 + f_0 = k_2(x_3 - x_2) + f_0 \quad (2.10)$$

onde F é a força total do amortecedor [N], c_0 é o coeficiente de amortecimento viscoso associado com o modelo de Bingham [Ns/m], k_1 e k_2 coeficientes de rigidez [N/m] e c_1 coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], f_0 é a força que representa a presença do acumulador do amortecedor [N], f_c é a força de atrito de Coulomb [N], x_1 , x_2 e x_3 são deslocamentos [m] e \dot{x}_1 e \dot{x}_2 são as velocidade de deslocamento [m/s].

A diminuição do coeficiente de amortecimento c_1 pode produzir um comportamento semelhante ao observado em experimentos de força-velocidade quando a velocidade se aproxima de zero, porém são necessários passos de tempo muito pequenos para simular o sistema. Este modelo representa muito bem o comportamento da força-deslocamento do amortecedor, e com comportamento da força-velocidade muito perto dos observados em experimentos. Uma desvantagem do modelo é para o caso de simulações numéricas, pois é necessário um passo de integração na ordem de 10^{-6} segundos [Spencer *et al.*, 1997; Ehrgott e Masri, 1992].

2.2.4 Modelo de Bouc-Wen para amortecedor MR

As características força-velocidade de amortecedores magneto-reológicos medidos após várias excitações e correntes elétricas, sugerem um comportamento de histerese não-linear dependendo da resposta à excitação e da corrente, sendo o efeito da corrente na largura da histerese relativamente pequeno [Ma *et al.*, 2003].

O modelo que tem sido usado extensivamente para modelar sistemas com histerese é o modelo de Bouc-Wen [Wen, 1976]. O modelo de Bouc-Wen é considerado extremamente versátil e pode exibir o comportamento de histerese. A Figura 2.13 mostra o esquema do modelo:

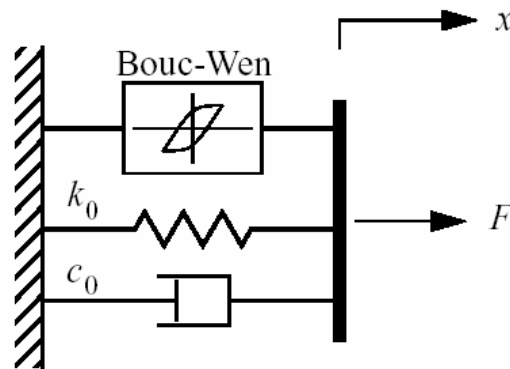


Figura 2. 13: Modelo Bouc-Wen para amortecedor MR
Fonte: Spencer *et al.*, 1997

A força F do sistema é determinada por:

$$F = c_0 \dot{x} + k_0 (x - x_0) + \alpha z \quad (2.11)$$

sendo que z é obtido da equação:

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} - \beta \dot{x} |z|^n + A \dot{x} \quad (2.12)$$

Este modelo pode incorporar a força f_0 do acumulador do amortecedor MR como um deslocamento inicial x_0 e um coeficiente de rigidez elástica k_0 . Sendo α um coeficiente de rigidez [N/m], c_0 um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], k_0 um coeficiente de

rigidez $[N/m]$, x_0 a posição inicial $[m]$, e os coeficiente $\gamma [m^{-2}]$, $\beta [m^{-2}]$, n e A que dependem das características do amortecedor. Sendo n e A constantes.

2.2.5 Modelo de Bouc-Wen modificado para amortecedor MR

Spencer *et al.*, 1997, propuseram algumas alterações no modelo Bouc-Wen para determinar o comportamento do modelo mecânico do amortecedor MR, como pode ser observado na Figura 2.14 [Liao e Lai, 2002]:

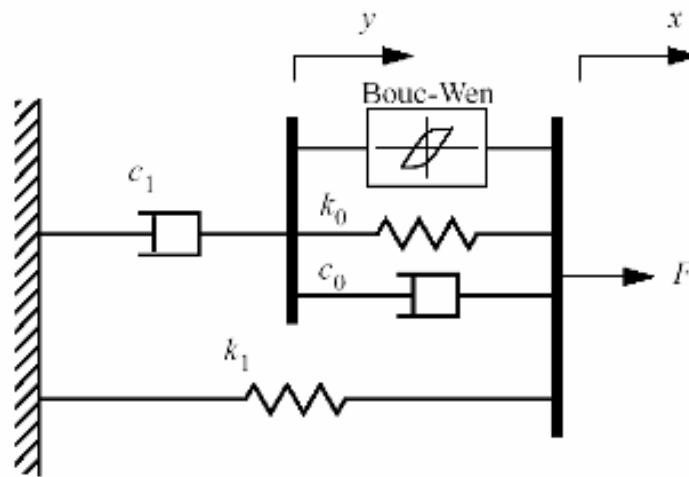


Figura 2. 14: Modelo mecânico de um amortecedor MR proposto por Spencer *et al.*, 1997
Fonte: Liao e Lai, 2002.

O modelo matemático para a dinâmica do modelo mecânico da Figura 2.14 pode ser obtido da seguinte equação [Liao e Lai, 2002]:

$$c_1 \dot{y} = \alpha z + k_0(x - y) + c_0(\dot{x} - \dot{y}) \quad (2.13)$$

a variável z pode ser obtida de:

$$\dot{z} = \gamma |\dot{x} - \dot{y}| |z|^{n-1} z - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}) \quad (2.14)$$

Resolvendo (2.13) para \dot{y} obtêm-se:

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 + c_1)} [\alpha z + k_0(x - y) + c_0 \dot{x}] \quad (2.15)$$

A força total gerada pelo sistema representado pela Figura 2.14 pode ser representada por:

$$F = \alpha z + k_0(x - y) + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_1(x - x_0) \quad (2.16)$$

Considerando (2.13) a força total também pode ser escrita como:

$$F = c_1\dot{y} + k_1(x - x_0) \quad (2.17)$$

sendo α um coeficiente de rigidez [N/m], c_0 um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], c_1 um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], k_0 um coeficiente de rigidez [N/m], k_1 um coeficiente de rigidez [N/m], x_0 a posição inicial [m], e os coeficiente γ [m^{-2}], β [m^{-2}], n e A que dependem das características do amortecedor. Sendo n e A constantes.

A tensão de cisalhamento do fluido MR depende diretamente do campo magnético aplicado. Assume-se que α em (2.15) e (2.16) é uma função que depende de uma tensão elétrica aplicada na bobina do amortecedor MR. As seguintes relações podem ser propostas:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha(u) = \alpha_a \alpha_b u ; \\ c_1 &= c_1(u) = c_{1a} + c_{1b} u ; \\ c_0 &= c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u \end{aligned} \quad (2.18)$$

sendo que u é obtido da equação:

$$\dot{u} = -\eta(u - v) \quad (2.19)$$

sendo v uma tensão elétrica [V], c_{0a} um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], c_{0b} um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], c_{1a} um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], c_{1b} um coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], k_0 um coeficiente de rigidez [N/m], k_1 um coeficiente de rigidez [N/m], α_a um coeficiente de rigidez [N/m], α_b um coeficiente de rigidez que depende da tensão elétrica [N/mV], x_0 a posição inicial [m], e os

coeficientes, $\gamma [m^{-2}]$, $\eta [s^{-1}]$, A e n que dependem das características do tipo do amortecedor MR. Sendo A e n constantes.

2.2.6 Modelo dependente da corrente e da histerese aplicado ao modelo de Bouc-Wen modificado para amortecedor MR

Conforme Ma *et al.*, 2003, a força do amortecedor poderia ser expressa de uma forma geral envolvendo duas funções independentes, que levam em consideração o controle da corrente e a força de histerese:

$$F = f_i(i)f_h(x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad (2.20)$$

onde F representa a força do amortecedor, $f_i(i)$ é a função que representa a corrente e $f_h(x, \dot{x}, \ddot{x})$ é a função de histerese que descreve a variação da força em relação ao deslocamento do pistão x , a velocidade \dot{x} e a aceleração \ddot{x} .

A função f_i é uma função monótona não-linear e incremental com incremento i crescente, e que pode ser considerada uma função ganho. A função também exibe a saturação, o que limita o comportamento da força de amortecimento atribuída às propriedades reológicas do fluido. O comportamento não-linear com incremento da corrente pode ser caracterizado por uma função sigmoideal [Wang *et al.* 2003]:

$$f_i(i) = 1 + \frac{k_2}{1 + e^{-a_2(i+I_0)}} - \frac{k_2}{1 + e^{-a_2I_0}}; i \geq 0 \quad (2.21)$$

onde k_2 e a_2 são constantes positivas, e I_0 é uma constante arbitrária que pode ser determinada dos dados obtidos experimentalmente.

Considerando o modelo de Bouc-Wen, da Figura 2.14, a equação que representa a força do amortecedor MR pode ser obtida de:

$$f_h = \alpha z + c_0 \dot{x} + (k_0 + k_1)x + k_1 y \quad (2.22)$$

e z pode ser obtido da equação:

$$\dot{z} = A\dot{x} - \beta\dot{x}|z|^n - \gamma|\dot{x}||z|^{n-1}z \quad (2.23)$$

Os coeficientes α e c_0 em (2.22) podem ser obtidos de (2.18): $c_0(u) = c_{0a} + c_{0b}u$ e $\alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u$. Assim o modelo (2.20) pode ser escrito da seguinte forma:

$$F = \left(1 + \frac{k_2}{1 + e^{-a_2(i+l_0)}} - \frac{k_2}{1 + e^{-a_2l_0}} \right) (\alpha z + c_0 \dot{x} + (k_0 + k_1)x + k_1 y); i \geq 0 \quad (2.24)$$

O modelo da força (2.22) passa a ser considerado a função f_h do modelo (2.20).

3 PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE DA SUSPENSÃO DO MODELO *QUARTER-CAR* NÃO-LINEAR

Conforme Alleyne e Hedrick, 1992, e Karlsson *et al.*, 2000, sistemas físicos reais incluem em sua dinâmica componentes não-lineares que devem ser levados em consideração. As características dinâmicas dos componentes da suspensão são não-lineares, amortecedores e molas têm propriedades de não-linearidades.

Em várias pesquisas sobre suspensões veiculares têm-se a contribuição de modelos lineares e modelos linearizados através das séries de Taylor em torno dos pontos de equilíbrio estático, considerando o deslocamento da carroceria e da roda. Mas, poucas pesquisas têm considerado o modelo na forma não-linear para projetar o controlador da suspensão [Alleyne e Hedrick, 1992; Buckner *et al.*, 2000].

3.1 Modelo matemático não-linear para modelo *quarter-car*

A determinação de um modelo *quarter-car* consiste em isolar um quarto do veículo e estudar separadamente esta seção. Para veículos com peso igualmente distribuído, os resultados são muito próximos do modelo completo. Geralmente, os modelos de um quarto de veículo têm apenas 2 graus de liberdade, sendo estes o deslocamento vertical da massa suspensa e da massa não-suspensa.

Conforme Chantranuwathana e Peng, 2004, a utilização de modelo *quarter-car* justifica-se pelo fato do modelo mostrar claramente o deslocamento da carroceria, da roda e as relações entre o sistema e a estratégia de controle proposta, possibilitando estudar a correlação entre o conforto, segurança, e o sistema de controle. Por este motivo, a maioria dos trabalhos sobre aplicação de controle em sistemas veiculares utiliza este modelo.

O modelo de suspensão com dois graus de liberdade para representações denominadas de *quarter-car* pode ser observado na Figura 3.1. Como descrito anteriormente, o modelo consiste em isolar um quarto do veículo e estudar separadamente esta seção. Este modelo é composto por uma massa suspensa que representa a carroceria do veículo e uma massa não-suspensa que representa o conjunto do eixo e roda. Estas massas são conectadas pela mola e pelo amortecedor. O contato do veículo com a pista é feito pelo pneu. O sistema é excitado pelas irregularidades da pista de amplitude x_r .

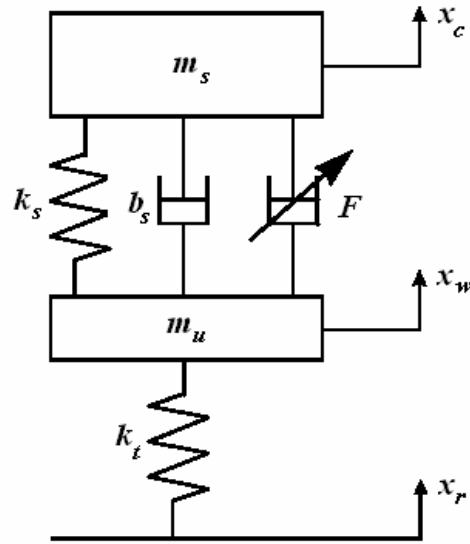


Figura 3. 1: Modelo de suspensão para *quarter-car*

Na Figura 3.1, m_s representa a massa da carroceria, m_u representa a massa do eixo e roda, b_s representa o amortecedor passivo de uma estrutura convencional e k_s o feixe de molas, k_t representam o pneu como um feixe de molas, x_r são movimentos verticais do pneu, x_w os movimentos verticais da roda e x_c os movimentos verticais da carroceria. A força F representa a atuação de um dispositivo com características dinâmicas, como um amortecedor ativo ou semi-ativo em substituição ou em conjunto com um amortecedor passivo b_s [D’Azzo e Houpis, 1975].

O diagrama de corpo livre pode ser formulado, conforme ilustra as Figuras 3.2 e 3.3, considerando como ponto de referência de coordenadas a posição do eixo da roda x_w , onde $k_s(x_w - x_c)$ representa a força na mola, $b_s(\dot{x}_w - \dot{x}_c)$ a força no amortecedor e $k_t(x_w - x_r)$ a força devido à rigidez dos pneus, \ddot{x}_c a aceleração da massa da carroceria m_s , \ddot{x}_w a aceleração da massa do eixo e roda m_u e F representa a força do atuador. Os deslocamentos e a velocidade dos elementos de suspensão são dados pelo movimento relativo entre os corpos e a pista. Assim, o deslocamento relativo da mola é dado pela diferença entre os deslocamentos verticais do eixo e roda e a massa da carroceria ($x_w - x_c$), a velocidade do amortecedor é dada pela diferença entre as velocidades destas massas ($\dot{x}_w - \dot{x}_c$), e o deslocamento relativo do pneu é dado pela diferença entre o deslocamento vertical da massa do conjunto eixo e roda e a amplitude da pista ($x_w - x_r$). De acordo com a 2ª Lei de Newton, na condição de equilíbrio estático, deduzem-se as equações do movimento para o modelo *quarter-car*:

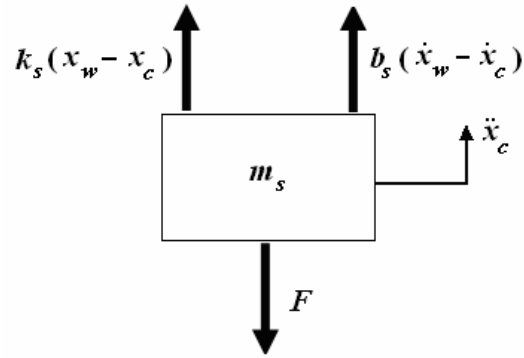


Figura 3. 2: Diagrama de corpo livre para a massa m_s

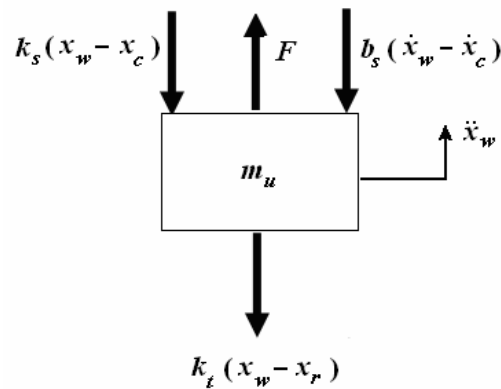


Figura 3. 3: Diagrama de corpo livre para a massa m_u

Aplicando assim a segunda Lei de Newton $\sum F = ma$, em cada massa separadamente, o sistema de Força para o modelo *quarter-car* da Figura 3.1 pode ser representado por:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_c &= b_s(\dot{x}_w - \dot{x}_c) + k_s(x_w - x_c) - F \\ m_u \ddot{x}_w &= -b_s(\dot{x}_w - \dot{x}_c) - k_s(x_w - x_c) - k_t(x_w - x_r) + F \end{aligned} \quad (3.1)$$

O sistema (3.1) representa o modelo na forma linear. Conforme Gaspar *et al.*, 2003, o amortecedor hidráulico b_s e a mola k_s têm componentes lineares e não-lineares. As molas podem ser modeladas através de modelos lineares ou modelos não-lineares. As molas consideradas lineares obedecem à Lei de Hooke, ou seja, apresentam uma deformação proporcional ao carregamento que sofrem. Já, as molas não-lineares não apresentam tal característica. Conforme Rill, 2003, nas aplicações reais, para evitar choques nos batentes, o valor do coeficiente de rigidez da mola cresce exponencialmente, conforme se afasta do ponto de equilíbrio estático. Com o objetivo de incorporar esta característica ao modelo, propõe-se considerar a força da mola $k_s(x_w - x_c)$ na seguinte forma:

$$k_s(x_w - x_c) = k_s^l(x_w - x_c) + k_s^{nl}(x_w - x_c)^3 \quad (3.2)$$

onde o coeficiente k_s^l representa a faixa de atuação linear e o coeficiente não linear k_s^{nl} que representaria a característica não-linear da mola observada em situações reais [Rill, 2003].

Conforme Gaspar *et al.*, 2003 e Rill, 2003, percebe-se a não-linearidade da força do amortecedor quando se considera o sentido de deslocamento do amortecedor, se a velocidade é positiva ou negativa, sendo que a força de amortecimento para as velocidades positivas é maior que para as velocidades negativas. A velocidade é considerada positiva quando a velocidade vertical da carroceria do veículo é maior que a velocidade vertical do eixo e roda.

A não-linearidade do amortecedor, também, permite que em movimentos causados pelo perfil da estrada gere apenas um pequeno impacto na carroceria enquanto houver oscilações verticais do amortecedor em movimento descendente da roda. Com o objetivo de incorporar as características não-lineares do amortecedor, propõe-se considerar a força do amortecedor $b_s(\dot{x}_w - \dot{x}_c)$ da seguinte forma:

$$b_s(\dot{x}_w - \dot{x}_c) = b_s^l(\dot{x}_w - \dot{x}_c) - b_s^y|\dot{x}_w - \dot{x}_c| + b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_w - \dot{x}_c|} \operatorname{sgn}(\dot{x}_w - \dot{x}_c) \quad (3.3)$$

sendo que o coeficiente b_s^l afeta a força do amortecedor linearmente, enquanto que o coeficiente b_s^{nl} atua de forma não-linear no amortecedor, já o coeficiente b_s^y representa as características do comportamento assimétrico.

Substituindo (3.2) e (3.3) em (3.1), obtêm-se as seguintes equações diferenciais de segunda ordem que representam a dinâmica de um sistema de suspensão ativa não-linear [Gaspar *et al.*, 2003]:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_c &= k_s^l(x_w - x_c) + k_s^{nl}(x_w - x_c)^3 + b_s^l(\dot{x}_w - \dot{x}_c) - b_s^y|\dot{x}_w - \dot{x}_c| + \\ & b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_w - \dot{x}_c|} \operatorname{sgn}(\dot{x}_w - \dot{x}_c) - F \\ m_u \ddot{x}_w &= -k_s^l(x_w - x_c) - k_s^{nl}(x_w - x_c)^3 - b_s^l(\dot{x}_w - \dot{x}_c) + b_s^y|\dot{x}_w - \dot{x}_c| - \\ & b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_w - \dot{x}_c|} \operatorname{sgn}(\dot{x}_w - \dot{x}_c) - k_t(x_w - x_r) + F \end{aligned} \quad (3.4)$$

A variável x_c representa o deslocamento vertical da massa m_s , \dot{x}_c a velocidade de deslocamento da massa m_s e \ddot{x}_c a aceleração do deslocamento da massa m_s . A variável x_w

representa o deslocamento vertical da massa m_u , \dot{x}_w a velocidade de deslocamento da massa (m_u) e \ddot{x}_w a aceleração do deslocamento da massa m_u .

Realizando as seguintes substituições:

$$x_1 = x_c; x_2 = \dot{x}_c; x_3 = x_w; x_4 = \dot{x}_w; \ddot{x}_w = \dot{x}_4; \ddot{x}_c = \dot{x}_2; w = x_r; u = F$$

O sistema (3.4) pode ser representado na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_s^l}{m_s} x_1 - \frac{b_s^l}{m_s} x_2 + \frac{k_s^l}{m_s} x_3 + \frac{b_s^l}{m_s} x_4 + \frac{k_s^{nl}}{m_s} (x_3 - x_1)^3 - \frac{b_s^y}{m_s} |x_4 - x_2| + \\ &\quad \frac{b_s^{nl}}{m_s} \sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) - \frac{1}{m_s} u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{k_s^l}{m_u} x_1 + \frac{b_s^l}{m_u} x_2 - \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} x_3 - \frac{b_s^l}{m_u} x_4 - \frac{k_s^{nl}}{m_u} (x_3 - x_1)^3 + \\ &\quad \frac{b_s^y}{m_u} |x_4 - x_2| - \frac{b_s^{nl}}{m_u} \sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) + \frac{k_t}{m_u} w + \frac{1}{m_u} u \end{aligned} \quad (3.5)$$

A forma matricial tem a seguinte configuração:

$$\dot{x} = Ax + g(x) + Bu \quad (3.6)$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^l}{m_s} & -\frac{b_s^l}{m_s} & \frac{k_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s^l}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & -\frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} & -\frac{b_s^l}{m_u} \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ m_u \end{bmatrix} e$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_s}(x_3 - x_1)^3 - \frac{b_s^y}{m_s}|x_4 - x_2| + \frac{b_s^{nl}}{m_s}\sqrt{|x_4 - x_2|}\operatorname{sgn}(x_4 - x_2) \\ 0 \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_u}(x_3 - x_1)^3 + \frac{b_s^y}{m_u}|x_4 - x_2| - \frac{b_s^{nl}}{m_u}\sqrt{|x_4 - x_2|}\operatorname{sgn}(x_4 - x_2) + \frac{k_t}{m_u}w \end{bmatrix}$$

onde:

x = vetor de estado (4x1);

A = matriz de espaço de estado (3x3);

B = vetor de controle (4x1);

$g(x)$ = vetor de funções contínuas não-lineares (4x1)

3.2 Obtenção do controle ótimo para sistemas não-lineares através do controle por realimentação de estados

A técnica do controle por realimentação foi, originalmente, desenvolvida para aplicação em sistemas lineares e é utilizada em vários trabalhos, inclusive, em sistemas que apresentam dinâmica não-linear [Bewley, 1999; Sinha *et al.*, 2000; Vincent e Yu, 1991; Jiang *et al.*, 2003], e sistemas de controle em modelo *quarter-car* não-linear [Tusset *et al.*, 2006; 2007; Rafikov *et al.*, 2008].

O controle por realimentação é um mecanismo matemático que regula e estabiliza o comportamento de sistemas dinâmicos. Sendo o sinal de controle uma função da diferença entre valores atuais e valores desejados das variáveis de estado do sistema. O controle utiliza a saída do sistema para realimentá-lo através do sinal de controle. A metodologia do controle ótimo busca controlar o processo da forma desejada ao mesmo tempo em que minimiza um índice de desempenho.

Conforme Rafikov e Balthazar, 2006, a aplicação da técnica do controle por realimentação em sistemas não-lineares deve-se à sua simplicidade de configuração e implementação. O controle é baseado na teoria da estabilidade de Lyapunov e no controle linear quadrático ótimo (LQR). Uma condição suficiente para utilização do controle por realimentação em sistemas não-lineares foi proposta por Rafikov e Balthazar, 2006.

Considerando o sistema (3.7) como não-linear e controlável [Rafikov e Balthazar, 2008]:

$$\dot{x} = Ax + g(x) + u \quad (3.7)$$

Sendo que $x \in R^n$ é um vetor de estados, $A \in R^{n \times n}$ é a matriz de estados formada pelos termos lineares do sistema, $u \in R^m$ é o vetor de controle, e $g(x)$ é um vetor de funções contínuas não-lineares. O objetivo é achar uma lei de controle u que conduz o sistema sob ação de perturbação externas a um estado desejado. Este tipo de estado pode ser: um ponto de equilíbrio, uma órbita periódica ou uma órbita não-periódica.

O vetor de controle u consiste em duas partes:

$$u = \tilde{u} + u_r \quad (3.8)$$

onde \tilde{u} é o termo *feedforward* que pode ser escrito na seguinte forma:

$$\tilde{u} = \dot{x}^* - A x^* - g(x^*) \quad (3.9)$$

onde x^* é o estado de equilíbrio desejado e u_r é o controle por realimentação de estados e tem a seguinte forma:

$$u_r = B u \quad (3.10)$$

onde $B \in R^{n \times m}$ é uma matriz constante. Definindo o erro do seguimento dos estados:

$$y = x - x^* \quad (3.11)$$

como o desvio da trajetória do sistema (3.7) do estado desejado, e substituindo (3.8), (3.11) e (3.9) em (3.7) pode-se obter a seguinte equação:

$$\dot{y} = Ay + g(x) - g(x^*) + Bu \quad (3.12)$$

A parte não-linear do sistema (3.12) pode ser escrita da seguinte forma:

$$g(x) - g(x^*) = G(y, x^*)(x - x^*) \quad (3.13)$$

sendo $G(y, x^*)$ uma matriz limitada, cujos elementos dependem de y e x^* . Considerando (3.13), o sistema (3.12) adquire a seguinte forma:

$$\dot{y} = Ay + G(y, x^*)y + Bu \quad (3.14)$$

Teorema. Se existirem as matrizes Q e R , escolhidas de forma a serem definidas positivas, com Q simétrica, tais que a matriz [Rafikov e Balthazar, 2008]:

$$\tilde{Q} = Q - G^T(y, x^*)P - PG(y, x^*) \quad (3.15)$$

seja definida positiva, onde a matriz P é a solução da seguinte equação diferencial matricial de Riccati:

$$\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.16)$$

com a condição final:

$$P(t_f) = 0 \quad (3.17)$$

Para o caso de $t \rightarrow \infty$ e as matrizes A , B , Q e R serem matrizes com elementos constantes, a matriz definida positiva P é a solução da equação reduzida de Riccati:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.18)$$

então o controle por realimentação de estados:

$$u = -R^{-1}B^T P y \quad (3.19)$$

é ótimo e transfere o sistema não-linear (3.12) de qualquer estado inicial, ao estado final:

$$y(t_f) = 0 \quad (3.20)$$

Minimizando o funcional:

$$\tilde{J} = \int_0^{t_f} (y^T \tilde{Q} y + u^T R u) dt \quad (3.21)$$

Para o controle (3.19), existe uma região $\Gamma_0 \subset \Gamma$, $\Gamma \subset \mathfrak{R}^n$, do ponto da origem tal que se $y_0 \in \Gamma_0$, a solução $y(t) = 0$, $t \geq 0$, do sistema controlado (3.14) tem estabilidade assintoticamente local, e: $J_{\min} = y_0^T P(0) y_0$.

Concluindo que, se $\Gamma = \mathfrak{R}^n$ então a solução $y(t) = 0$, $t \geq 0$, do sistema controlado (3.14) é globalmente assintoticamente estável.

Prova. Considerando o controle (3.19) com matriz P determinada através de equação (3.16) que transfere o sistema não-linear (3.14) de qualquer estado inicial para um estado final (3.20), minimizando o funcional (3.21) sendo necessário determinar a função \tilde{Q} .

De acordo com as regras de Programação Dinâmica, se o mínimo de funcional (3.21) existe e se uma função V é uma função suave das condições iniciais, então a função V satisfaz a equação de Hamilton - Jacobi - Bellman [Bryson e Ho, 1975]:

$$\min_u \left(\frac{dV}{dt} + y^T \tilde{Q} y + u^T R u \right) = 0 \quad (3.22)$$

Considerando a função de Lyapunov:

$$V = y^T P y \quad (3.23)$$

onde P é uma matriz simétrica definida positiva obtida da equação de Riccati (3.16). A derivada da função V avaliada na trajetória ótima com o controle dado por (3.19) é:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{y}^T P y + y^T \dot{P} y + y^T P \dot{y} = [y^T A^T + y^T G^T(y, \tilde{x}) - y^T P B (R^{-1})^T B^T] P y \\ + y^T \dot{P} y + y^T P [A y + G(y, \tilde{x}) y - B R^{-1} B^T P y] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Substituindo então \dot{V} na equação de Hamilton - Jacobi - Bellman (3.22), obtém-se:

$$y^T [\dot{P} + A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + G^T(y, \tilde{x}) P + P G(y, \tilde{x}) + \tilde{Q}] y = 0 \quad (3.25)$$

da equação (3.16) sabe-se que: $\dot{P} + P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P = -Q$. Considerando equação de Hamilton - Jacobi - Bellman (3.22), obtém-se: $\tilde{Q} = Q - G^T(y, \tilde{x}) P - P G(y, \tilde{x})$.

Para as funções \tilde{Q} e R definidas positivas a derivada da função V , avaliada na trajetória ótima do sistema (3.14), é dada por:

$$\dot{V} = -y^T \tilde{Q} y - u^T R u \quad (3.26)$$

que é definida negativa.

Como a função (3.23) é uma função de Lyapunov, e de acordo com a teoria da estabilidade de Lyapunov, pode-se concluir que o sistema em desvios (3.14) é localmente assintoticamente estável. Integrando (3.26) ao longo da trajetória ótima, tem-se:

$$J_{\min} = y_0^T P(0) y_0. \quad (3.27)$$

Concluindo, se $\Gamma = \mathfrak{R}^n$, então a estabilidade global do sistema controlado é uma consequência direta da propriedade da função de Lyapunov (3.23), com: $V(y) \rightarrow \infty$ quando $\|y\| \rightarrow \infty$.

De acordo com a teoria do controle ótimo de sistemas lineares com funcional quadrático, a solução da equação diferencial matricial de Riccati (3.16) é uma matriz definida positiva e simétrica $P > 0$ para quaisquer $R > 0$ e $Q > 0$ dados. Assim, a prova do teorema está completa.

Conforme Rafikov e Balthazar, 2006, para os casos em que analisar a matriz \tilde{Q} analiticamente é muito difícil, é possível analisar numericamente considerando a função $L(t) = y^T(t) \tilde{Q}(t) y(t)$, calculada na trajetória ótima, se $L(t)$ é definida positiva para todo o intervalo de tempo, então a matriz \tilde{Q} é definida positiva.

3.3 Formulação do problema do controle ótimo

Considerando o sistema não linear (3.7): $\dot{x} = Ax + g(x) + u$ onde o vetor de controle u conforme (3.8) consiste em duas partes: $u = \tilde{u} + u_r$, onde \tilde{u} é o *feedforward* que pode ser escrito conforme (3.9): $\tilde{u} = \dot{x}^* - Ax^* - g(x^*)$ sendo que, para o sistema (3.5) tem a seguinte configuração com relação à dinâmica desejada:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1^* &= x_2^* \\
\dot{x}_2^* &= -\frac{k_s^l}{m_s} x_1^* - \frac{b_s^l}{m_s} x_2^* + \frac{k_s^l}{m_s} x_3^* + \frac{b_s^l}{m_s} x_4^* + \frac{k_s^{nl}}{m_s} (x_3^* - x_1^*)^3 - \frac{b_s^y}{m_s} |x_4^* - x_2^*| \\
&\quad + \frac{b_s^{nl}}{m_s} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) - \frac{1}{m_s} \tilde{u} \\
\dot{x}_3^* &= x_4^* \\
\dot{x}_4^* &= \frac{k_s^l}{m_u} x_1^* + \frac{b_s^l}{m_u} x_2^* - \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} x_3^* - \frac{b_s^l}{m_u} x_4^* - \frac{k_s^{nl}}{m_u} (x_3^* - x_1^*)^3 + \frac{b_s^y}{m_u} |x_4^* - x_2^*| \\
&\quad - \frac{b_s^{nl}}{m_u} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) + \frac{k_t}{m_u} w + \frac{1}{m_u} \tilde{u}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

isolando o controle $\tilde{u} = x^* - Ax^* - g(x^*)$ do sistema (3.28), obtém-se que:

$$\begin{aligned}
\tilde{u} &= -k_s^l x_1^* - b_s^l x_2^* + k_s^l x_3^* + b_s^l x_4^* + k_s^{nl} (x_3^* - x_1^*)^3 - b_s^y |x_4^* - x_2^*| + b_s^{nl} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) - \dot{x}_2^* = \\
&= -k_s^l x_1^* - b_s^l x_2^* + (k_s^l + k_t) x_3^* + b_s^l x_4^* + k_s^{nl} (x_3^* - x_1^*)^3 - b_s^y |x_4^* - x_2^*| + b_s^{nl} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) - k_t w + \dot{x}_4^*
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Considerando que os pontos de equilíbrio desejados são valores constantes e não uma órbita periódica ou uma órbita não-periódica, tem-se que: $\dot{x}_1^* = \dot{x}_2^* = \dot{x}_3^* = \dot{x}_4^* = 0$. Implicando nas velocidades nulas: $x_2^* = x_4^* = 0$.

Assim o controle *feedforward* (3.29) pode ser representado por:

$$\tilde{u} = -k_s^l x_1^* + k_s^l x_3^* + k_s^{nl} (x_3^* - x_1^*)^3 = -k_s^l x_1^* + k_t x_3^* + k_s^l x_3^* + k_s^{nl} (x_3^* - x_1^*)^3 - k_t w \tag{3.30}$$

Definindo o ponto de equilíbrio desejado: $x^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^* \ x_4^*]^T = [w \ 0 \ w \ 0]^T$.

Sendo w uma constante. Substituindo $x_1^* = x_3^* = w$ em (3.30). Obtém-se o controle *feedforward*: $\tilde{u} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Reduzindo o controle u (3.8) no controle por realimentação de estados (3.10), cujos ganhos são determinados a partir do controle ótimo. Sendo estas considerações válidas somente para o caso do estado desejado ser um ponto de equilíbrio e não órbitas periódicas ou não periódicas.

O controle por realimentação de estados tem a forma (3.10): $u_r = Bu$, sendo $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é uma matriz conhecida e constante. Definindo os desvios conforme (3.11): $y = x - x^*$, substituindo (3.11) e (3.29) em (3.5) pode-se obter o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= y_2 + x_2^* \\
\dot{y}_2 &= -\frac{k_s^l}{m_s} y_1 - \frac{k_s^l}{m_s} x_1^* - \frac{b_s^l}{m_s} y_2 - \frac{b_s^l}{m_s} x_2^* + \frac{k_s^l}{m_s} y_3 + \frac{k_s^l}{m_s} x_3^* + \frac{b_s^l}{m_s} y_4 + \frac{b_s^l}{m_s} x_4^* + \frac{k_s^{nl}}{m_s} (y_3 + x_3^* - y_1 - x_1^*)^3 - \\
&\frac{b_s^y}{m_s} |y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*| + \frac{b_s^{nl}}{m_s} \sqrt{|y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*|} \operatorname{sgn}(y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*) + \frac{k_s^l}{m_s} x_1^* + \frac{b_s^l}{m_s} x_2^* - \frac{k_s^l}{m_s} x_3^* - \\
&\frac{b_s^l}{m_s} x_4^* - \frac{k_s^{nl}}{m_s} (x_3^* - x_1^*)^3 + \frac{b_s^y}{m_s} |x_4^* - x_2^*| - \frac{b_s^{nl}}{m_s} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) - \frac{1}{m_s} u \\
\dot{y}_3 &= y_4 + x_4^* \\
\dot{y}_4 &= \frac{k_s^l}{m_u} y_1 + \frac{k_s^l}{m_u} x_1^* + \frac{b_s^l}{m_u} y_2 + \frac{b_s^l}{m_u} x_2^* - \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} y_3 - \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} x_3^* - \frac{b_s^l}{m_u} y_4 - \frac{b_s^l}{m_u} x_4^* - \\
&\frac{k_s^{nl}}{m_u} (y_3 + x_3^* - y_1 - x_1^*)^3 + \frac{b_s^y}{m_u} |y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*| - \frac{b_s^{nl}}{m_u} \sqrt{|y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*|} \operatorname{sgn}(y_4 + x_4^* - y_2 - x_2^*) + \\
&\frac{k_t}{m_u} w - \frac{k_s^l}{m_u} x_1^* - \frac{b_s^l}{m_u} x_2^* + \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} x_3^* + \frac{b_s^l}{m_u} x_4^* + \frac{k_s^{nl}}{m_u} (x_3^* - x_1^*)^3 - \frac{b_s^y}{m_u} |x_4^* - x_2^*| + \\
&\frac{b_s^{nl}}{m_u} \sqrt{|x_4^* - x_2^*|} \operatorname{sgn}(x_4^* - x_2^*) - \frac{k_t}{m_u} w + \frac{1}{m_u} u
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Como tanto o conjunto eixo e roda como a carroceria estão no mesmo referencial, o deslocamento aplicado em x_3 será o mesmo aplicado em x_1 , e seus pontos de equilíbrio estático podem ser representados por $x_1^* = x_3^*$. Assim o sistema (3.31) adquire a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= y_2 \\
\dot{y}_2 &= -\frac{k_s^l}{m_s} y_1 - \frac{b_s^l}{m_s} y_2 + \frac{k_s^l}{m_s} y_3 + \frac{b_s^l}{m_s} y_4 + \frac{k_s^{nl}}{m_s} (y_3 - y_1)^3 - \frac{b_s^y}{m_s} |y_4 - y_2| + \\
&\frac{b_s^{nl}}{m_s} \sqrt{|y_4 - y_2|} \operatorname{sgn}(y_4 - y_2) - \frac{1}{m_s} u \\
\dot{y}_3 &= y_4 \\
\dot{y}_4 &= \frac{k_s^l}{m_u} y_1 + \frac{b_s^l}{m_u} y_2 - \frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} y_3 - \frac{b_s^l}{m_u} y_4 - \frac{k_s^{nl}}{m_u} (y_3 - y_1)^3 + \\
&\frac{b_s^y}{m_u} |y_4 - y_2| - \frac{b_s^{nl}}{m_u} \sqrt{|y_4 - y_2|} \operatorname{sgn}(y_4 - y_2) + \frac{1}{m_u} u
\end{aligned} \tag{3.32}$$

O sistema (3.32) pode ser representado conforme (3.12): $\dot{y} = Ay + g(x) - g(x^*) + Bu$.

Onde:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s^l}{m_s} & -\frac{b_s^l}{m_s} & \frac{k_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s^l}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & -\frac{(k_s^l + k_t)}{m_u} & -\frac{b_s^l}{m_u} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ m_u \end{bmatrix} e$$

$$g(x) - g(x^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_s}(y_3 - y_1)^3 - \frac{b_s^y}{m_s}|y_4 - y_2| + \frac{b_s^{nl}}{m_s}\sqrt{|y_4 - y_2|}\operatorname{sgn}(y_4 - y_2) \\ 0 \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_u}(y_3 - y_1)^3 + \frac{b_s^y}{m_u}|y_4 - y_2| - \frac{b_s^{nl}}{m_u}\sqrt{|y_4 - y_2|}\operatorname{sgn}(y_4 - y_2) \end{bmatrix}$$

A parte não-linear do sistema (3.32) $g(x) - g(x^*)$ pode ser escrita como $G(y)y$. Com $y^T = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]$, e a matriz $G(y)$ na seguinte configuração:

$$G(y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_s}(y_3 - y_1)^2 & \beta \left(\frac{b_s^y}{m_s} + \frac{b_s^{nl}}{2m_s}\sqrt{|y_4 - y_2|} \frac{1}{y_2} \right) & \frac{k_s^{nl}}{m_s}(y_3 - y_1)^2 & -\beta \left(\frac{b_s^y}{m_s} - \frac{b_s^{nl}}{2m_s}\sqrt{|y_4 - y_2|} \frac{1}{y_4} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_u}(y_3 - y_1)^2 & \beta \left(-\frac{b_s^y}{m_u} - \frac{b_s^{nl}}{2m_u}\sqrt{|y_4 - y_2|} \frac{1}{y_2} \right) & -\frac{k_s^{nl}}{m_u}(y_3 - y_1)^2 & -\beta \left(-\frac{b_s^y}{m_u} + \frac{b_s^{nl}}{2m_u}\sqrt{|y_4 - y_2|} \frac{1}{y_4} \right) \end{bmatrix}$$

onde $\beta = \operatorname{sgn}(y_4 - y_2)$.

O problema do controle ótimo pode então ser formulado da seguinte forma:

- Determinar as matrizes Q e R , definidas positivas, com Q simétrica, tais que a matriz \tilde{Q} seja definida positiva. Sendo \tilde{Q} obtida da solução da equação matricial (3.15)
- Determinar o controle ótimo: $u = -R^{-1}B^T P y = -K y$. Sendo R e B conhecidas e P obtida da equação reduzida de Riccati (3.18).
- Para o caso da análise da matriz \tilde{Q} analiticamente através da equação matricial (3.15) ser muito difícil, utilizar a função $L(t)$.

3.4 Controle da corrente elétrica do amortecedor MR utilizando lógica *fuzzy*

Na Figura 2.7, observa-se as características da variação da força de amortecimento em função da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor e da corrente elétrica aplicada na bobina (McManus *et al.*, 2002). Demonstrando um grau elevado de simetria entre a velocidade positiva e a velocidade negativa de deslocamento do pistão do amortecedor MR.

Para velocidades altas, o tempo de duração em que as partículas estão no campo magnético é curto. Isto resulta na saturação da força de amortecimento, que conforme McManus *et al.*, 2002, ocorrerem em velocidades superiores a 0,4 [m/s] ou inferiores a -0,4 [m/s]. Outro fator determinante para a força do amortecedor, são as suas dimensões e a quantidade de fluido MR utilizado [Yang, 2001].

Considerando então, como simétricas as curvas da Figura 2.7, a velocidade de saturação do amortecedor MR em $\pm 0,4$ [m/s], a força do amortecedor MR em ± 10 [KN] e a capacidade de sistemas *fuzzy* de fornecer descrições da relação entre os sinais de entrada e saída de um sistema. É proposto um sistema de controle *fuzzy* para determinar a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considerando a força determinada por um método de controle semi-ativo ou ativo e a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor.

Conforme Wang e Liao, 2005, um dos desafios na utilização de amortecedores MR para alcançar um alto desempenho está no desenvolvimento de modelos de controladores que possam tirar proveito das características de dispositivos reológicos devido à não-linearidade destes amortecedores.

Para obtenção do controle *fuzzy* optou-se pelo modelo de Mandani. As regras são obtidas através da análise da Figura 2.7, e a escolha das funções de pertinência do conjunto suporte foram definidas de forma a considerar a dinâmica do amortecedor MR.

Nas Figuras 3.4 a 3.6, observa-se as funções de pertinência para a velocidade [m/s], força [N] e a corrente elétrica [A], assim como o tipo de função de pertinência e sua superposição. Na Figura 3.7, pode ser observado o sistema para o controle da corrente com duas entradas, uma saída e com 63 regras de inferência.

Definindo a fuzzificação da velocidade, força e corrente através de funções triangulares e trapezoidais, que conforme Shaw e Simões, 1999, são funções que facilitam a defuzzificação nos casos em que seja necessário realizar os cálculos numericamente:

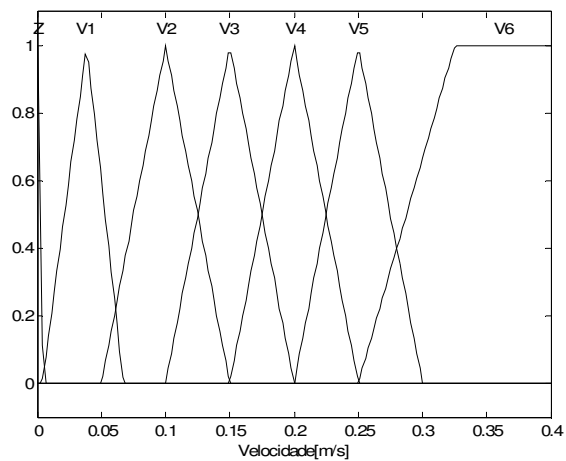


Figura 3. 4: Função de pertinência para a velocidade

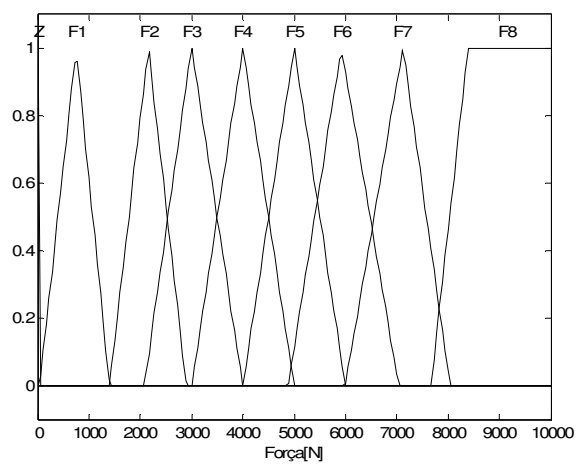


Figura 3. 5: Função de pertinência para a força

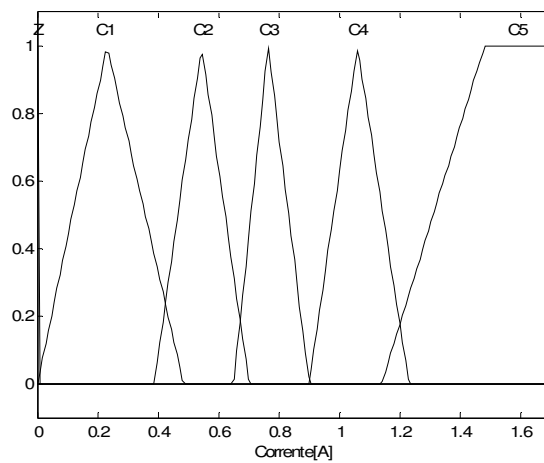


Figura 3. 6: Função de pertinência para a corrente elétrica

Na Tabela 3.1, observa-se as regras definidas para determinar a corrente a ser aplicada considerando a velocidade do pistão e a força determinada pela regra de controle semi-ativo ou ativo. A superfície gerada pelo controle *fuzzy* pode ser observada na Figura 3.8.

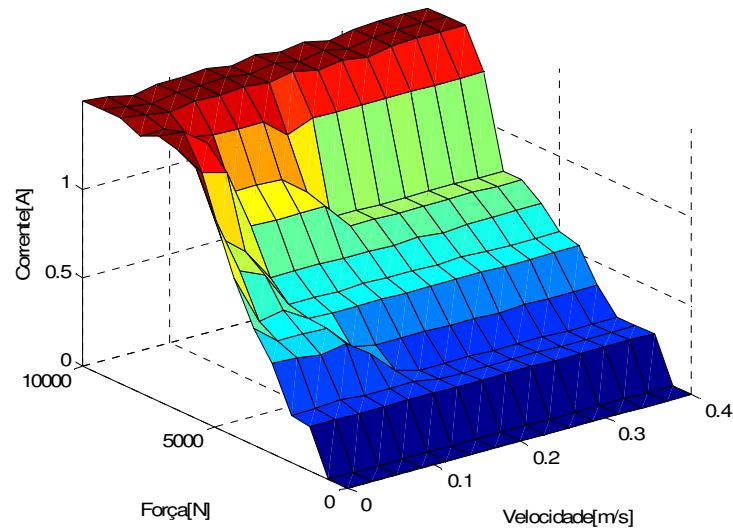


Figura 3. 8: Superfície de controle dimensional para 63 regras

Para o cálculo da defuzzificação é definido, *mínimo* para o método *e*, *máximo* para o método *ou*, *mínimo* para implicação, *máximo* para agregação, e realizando a defuzzificação pelo método centro de área (3.34), por ser o método mais empregado [Barros *et al.*, 2006]:

$$u_{coa} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \mu_{out}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{out}(u_i)} \quad (3.34)$$

Para determinar a superposição das funções de pertinência do controle *fuzzy* proposto de forma a minimizar erros entre a corrente obtida pelo controle *fuzzy* e os possíveis valores para o amortecedor MR. A seguinte tabela é proposta, considerando as características da Figura 2.7:

Tabela 3. 2: Valores estimados para a dinâmica de um amortecedor MR de 10 [kN]

Velocidade [m/s]	Força [N] 0 [A]	Força [N] 0.25 [A]	Força [N] 0.5 [A]	Força [N] 0,75 [A]	Força [N] 1 [A]	Força [N] 1.5 [A]
-0,33	-1360	-2631,6	-4732,4	-6682,24	-7735	-8683,84
-0,27	-1320	-2531,52	-4631,04	-6696,92	-7735	-8639,16
-0,20	-1200	-2369,6	-4570,48	-6634	-7724,4	-8462
-0,13	-845,48	-2166,28	-4246,36	-6600,48	-7488,6	-8335,68
-0,07	-536,56	-1852,16	-4013,52	-5981,32	-7033,24	-7895,28
-0,01	-199,6	-1412,72	-3127,32	-4911,96	-5621,32	-6260,88
0,01	199,6	1412,72	3127,32	4911,96	5621,32	6260,88
0,07	536,56	1852,16	4013,52	5981,32	7033,24	7895,28
0,13	845,48	2166,28	4246,36	6600,48	7488,6	8335,68
0,20	1200	2369,6	4570,48	6634	7724,4	8462
0,27	1320	2531,52	4631,04	6696,92	7735	8639,16
0,33	1360	2631,6	4732,4	6682,24	7735	8683,84

Os valores propostos na Tabela 3.2 podem ser observados na Figura 3.9:

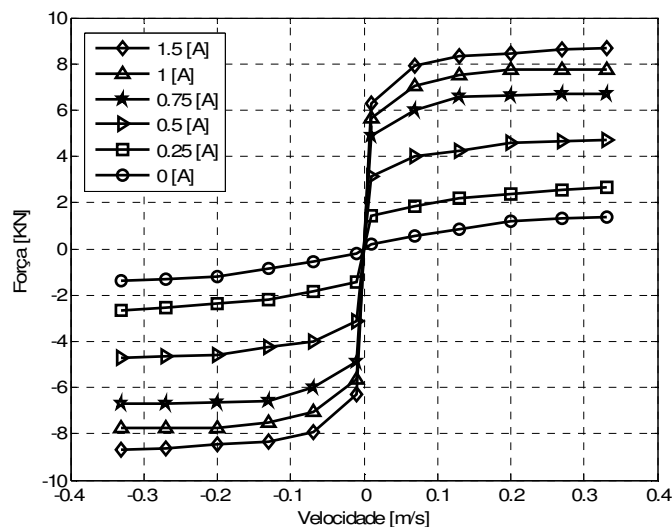


Figura 3. 9: Aproximação da dinâmica do amortecedor MR

Na Figura 3.9, observa-se que as curvas obtidas utilizando os valores da Tabela 3.2, são semelhantes as da Figura 2.7.

Os valores limites das funções de pertinência, utilizados nas Figuras 3.4 a 3.6, foram escolhidos de maneira a obter o menor erro entre os valores da Tabela 3.2 e os valores obtidos do controle *fuzzy* proposto, ou seja, diversas combinações foram realizadas para determinar os limites utilizados de forma que os resultados obtidos pelo controle *fuzzy* fosse o mais próximo dos valores propostos na Tabela 3.2. Na Tabela 3.3, podem ser comparados os valores da Tabela 3.2 e os valores obtidos através do controle *fuzzy* proposto.

Tabela 3. 3: Diferença entre os valores propostos e os valores estimados pelo controle *fuzzy*

Valores Propostos V_p	Resultado do controle <i>fuzzy</i> V_f	Diferença entre: V_p e V_f
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0,25	0,2465	0,0035
0,25	0,240893685	0,009106314
0,25	0,272484673	-0,022484672
0,25	0,239579939	0,010420060
0,25	0,240455198	0,009544801
0,25	0,239936359	0,010063640
0,5	0,543990362	-0,043990362
0,5	0,543981307	-0,043981306
0,5	0,543973032	-0,043973032
0,5	0,543972294	-0,043972293
0,5	0,543973032	-0,043973032
0,5	0,543970469	-0,043970469
0,75	0,735753737	0,014246262
0,75	0,75747126	-0,00747126
0,75	0,954160337	-0,204160336
0,75	0,771992516	-0,021992515
0,75	0,772037767	-0,022037766
0,75	0,772054481	-0,022054480
1	0,939751281	0,060248719
1	1,060402532	-0,060402531
1	1,063905863	-0,063905862
1	1,027380287	-0,027380287
1	1,058444638	-0,058444637
1	1,058444638	-0,058444637
1,5	1,311626846	0,188373154
1,5	1,370091294	0,129908705
1,5	1,471541622	0,028458377
1,5	1,497173149	0,002826850
1,5	1,471541622	0,028458377
1,5	1,497173149	0,002826850

Uma forma de analisar a diferença entre os valores obtidos e os valores propostos é através do cálculo do erro padrão de estimativa. O erro padrão de estimativa pode ser obtido considerando-se a equação (3.35):

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum (V_p - V_f)^2}{n}} \quad (3.35)$$

Considerando os valores da Tabela 3.3 e a equação (3.35) o erro padrão de estimativa calculado é de: $s_e = 0,0598$ [A].

3.5 Controle da força do amortecedor MR através da associação do controle ótimo e o controle *fuzzy*

Na Figura 3.10, observa-se o diagrama da associação do controle ótimo e o controle *fuzzy* proposto no controle do amortecedor MR.

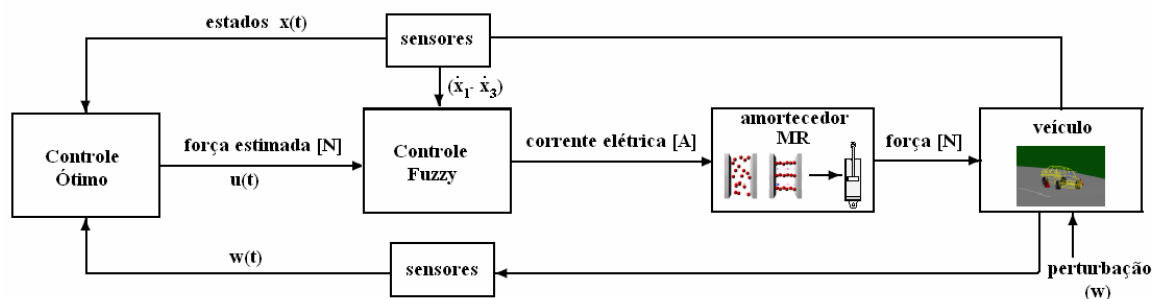


Figura 3. 10: Diagrama da associação do controle ótimo e o controle *fuzzy*

O diagrama da Figura 3.10 ilustra a associação dos dois controles, o controle ótimo e o controle *fuzzy*. Analisando a Figura 3.10, verifica-se que a implementação do controle da suspensão depende da instalação de sensores como os acelerômetros, sensores de velocidade ou sensores de deslocamento, que podem fornecer informações sobre as grandezas do modelo de espaço de estados. A realimentação das variáveis de estado através de sensores pode fornecer informações sobre o comportamento do sistema controlado ao longo do tempo e, com isso, sobre a intensidade ideal de força a ser aplicada pelo amortecedor MR.

Para o caso das simulações computacionais realizadas neste trabalho, o veículo foi representado pelo sistema (3.5), a perturbação (w) por excitações externas tipo impulso, degrau e senoidal. O processo de controle pela associação do controle ótimo e o controle *fuzzy* pode ser resumido da seguinte forma:

- Realimentar com os estados, x_1 , x_2 , x_3 e x_4 o controle (3.10), determinando-se assim a força a ser aplicada no amortecedor MR;
- Realimentar o controle *fuzzy* representado pela Figura 3.7, com a velocidade ($\dot{x}_1 - \dot{x}_3$) e a força prevista pelo controle ótimo (3.19), determinando-se assim a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, que gera a força necessária para o controle do veículo.

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS UTILIZANDO O CONTROLE ÓTIMO NO COMANDO DO AMORTECEDOR MR

Para analisar, ajustar e controlar sistemas dinâmicos, é necessário haver uma base para sua identificação e especificação de desempenho. Isto é feito através da resposta do sistema a excitações padronizadas sobre as quais são definidas as características de desempenho. O ajuste e o projeto dos controladores devem ter o objetivo de fazer que essas características de desempenho cumpram especificações previamente definidas.

Duas das excitações padronizadas mais frequentemente usadas para identificação e análise de desempenho de sistemas dinâmicos, e especialmente dos sistemas de controle são:

- O degrau, que é a excitação mais utilizada para a análise e a especificação de desempenho transitório;
- O impulso que pode ser útil para a análise da resposta de sistemas a sinais de grande amplitude e curta duração.

Para analisar a dinâmica do sistema e comparar os resultados obtidos utilizando o sistema passivo e o controle ótimo às simulações realizadas nesta seção, utilizam excitações tipo impulso com 0,10 [m] e -0,10 [m] de amplitude e tipo degrau com 0,10 [m] e -0,10 [m] de amplitude. A utilização de tais sinais possibilitará analisar o desempenho do controle e a assimetria do amortecedor com relação à extensão e compressão, não-linearidade representada pelo componente $b_s^y |\dot{x}_w - \dot{x}_c|$ no sistema (3.5).

As simulações computacionais serão realizadas utilizando o Simulink do Matlab[®] versão 7.1, com método de integração ODE45 utilizando passo de integração variável, faixa de tolerância de $\pm 0,0002$ [m] para o tempo de assentamento t_a e $t_0 = 0,2$ [s].

Os parâmetros utilizados nas simulações podem ser observados na Tabela 4.1.

Tabela 4. 1: Parâmetros para o modelo *quarter-car*

m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}
290 kg	40kg	700 Ns/m	200 Ns/m
b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
400 Ns/m	$235 \cdot 10^2$ N/m	$235 \cdot 10^4$ N/m	$190 \cdot 10^3$ N/m

Fonte: adaptados de Gaspar *et al.*, 2003

Os parâmetros da suspensão foram escolhidos de forma a obter frequência natural em torno de 2 [Hz] para m_s e de 12 [Hz] para m_u , frequências próximas às utilizadas para simulações de suspensão automobilística [Pinheiro, 2004].

4.1 Simulações numéricas considerando a entrada tipo impulso

Considerando a entrada tipo impulso $\delta(t) = 0,10$ [m], e os parâmetros da Tabela 4.1 as matrizes $g(x) - g(x^*)$, A e B ficam da seguinte forma:

$$g(x) - g(x^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ 8103,4483(x_3 - x_1)^3 - 1,3793|x_4 - x_2| + 0,6896\sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) \\ 0 \\ -58750(x_3 - x_1)^3 + 10|x_4 - x_2| - 5\sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -81,034 & -2,414 & 81,034 & 2,414 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 587,5 & 17,5 & -5337,5 & -17,5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0035 \\ 0 \\ 0,025 \end{bmatrix}$$

Como $\delta(t) = 0,10$ [m] para t_0 e $\delta(t) = 0$ [m] para $t \neq t_0$ assume-se que $x^* = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, e definindo os valores das matrizes R e Q como: $R = [0,00001]$ e

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}.$$

onde q_{11} é o ganho para o estado x_1 , q_{22} é o ganho para o estado x_2 , q_{33} é o ganho para o estado x_3 e q_{44} é o ganho para o estado x_4 . Com a escolha de $q_{11} = q_{22} = q_{33} = q_{44} = 100$, define-se que o ganho do controle é igual para todos os estados. Sendo possível, através da manipulação dos valores de q_{ij} , priorizar a convergência do estado x_i .

4.1.1 Determinação do controle ótimo para entrada tipo impulso

Resolvendo a equação reduzida de Riccati (3.18), utilizando o comando LQR do Matlab[®], obtêm-se as seguintes matrizes:

$$P = \begin{bmatrix} 687,4481 & 12,0896 & -584,2601 & 1,5828 \\ 12,0896 & 10,2626 & -110,1348 & 0,2583 \\ -584,2601 & -110,1348 & 6411,1816 & -2,5918 \\ 1,5828 & 0,2583 & -2,5918 & 1,0187 \end{bmatrix}$$

$$K = [-211,5055 \quad -2892,7037 \quad 31494,7352 \quad 2457,7889]$$

Obtendo o controle por realimentação de estados:

$$u = 211,5055y_1 + 2892,7037y_2 - 31494,7352y_3 - 2457,7889y_4 \quad (4.1)$$

Em decorrência de $x^* = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$, tem-se que: $y = x$, e o controle (4.1) pode ser escrito em função de x :

$$u = 211,5055x_1 + 2892,7037x_2 - 31494,7352x_3 - 2457,7889x_4 \quad (4.2)$$

4.1.2 Simulações numéricas considerando $\delta(t) = 0,10$ [m]

Para verificar se o controle (4.2) pode ser considerado ótimo, utiliza-se a função $L(t) = y^T(t)\tilde{Q}(t)y(t)$, calculada numericamente. Na Figura 4.1, pode-se observar o resultado.

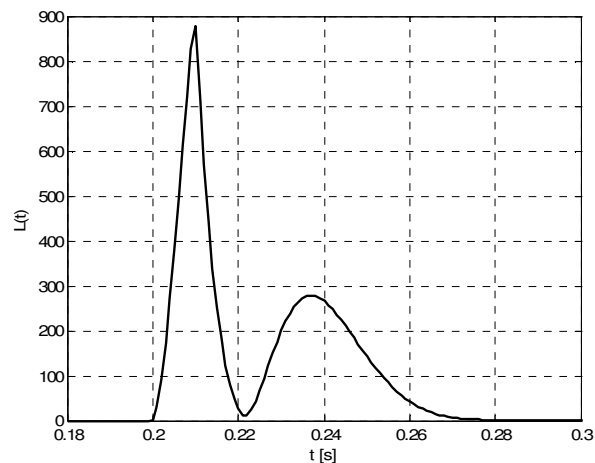


Figura 4. 1: Função $L(t)$ para $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Figura 4.1, observa-se que, $L(t)$ é definida positiva, o que garante que o controle (4.2), seja ótimo para o caso de $\delta(t) = 0,10$ [m].

Na Figura 4.2, pode-se observar o deslocamento da massa da carroceria m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

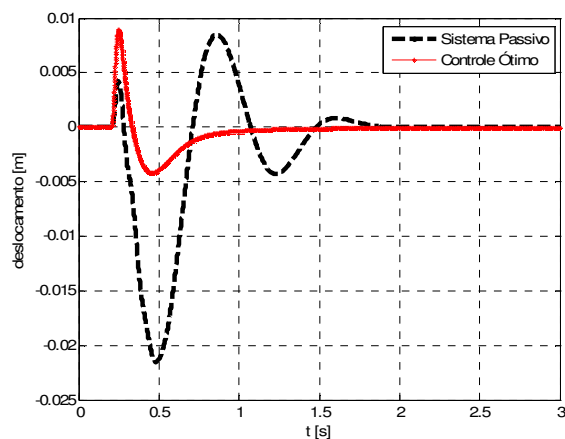


Figura 4. 2: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.2, pode-se observar os valores relativos ao deslocamento da carroceria, para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 2: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude	t_a [s]
sistema passivo	0,0084	-0,0215	0,0299	1,818
controle ótimo (4.2)	0,0089	-0,0042	0,0131	1,308

Observando-se a Figura 4.2 e os valores da Tabela 4.2, verifica-se que o controle (4.2) reduziu em 56,18% a amplitude de deslocamento, e em 28,05% o tempo de assentamento t_a .

Na Figura 4.3, pode-se observar a aceleração da massa da carroceria m_s , considerando o sistema passivo e o controle (4.2).

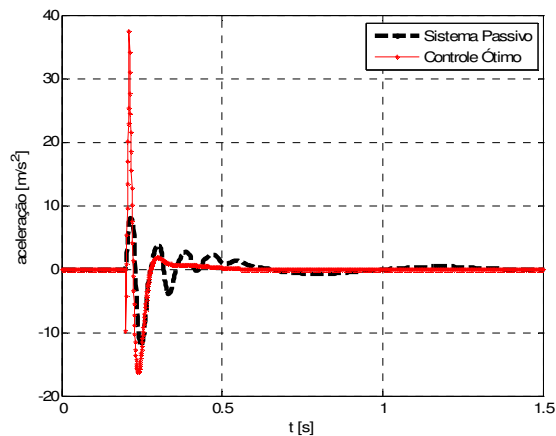


Figura 4. 3: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.3, pode-se observar os valores da aceleração para o sistema passivo e o controle (4.2). Sendo o valor do VDV (A.1.2) estimado considerando-se os valores de compensação da Tabela A.1.4, para frequência de 1 [Hz].

Tabela 4. 3: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

aceleração [m/s^2]	pico positivo	pico negativo	amplitude	VDV [$m/s^{1,75}$]
sistema passivo	8,0578	-12,2490	20,3068	1,0713
controle ótimo (4.2)	37,4968	-16,2303	53,7271	1,7313

Devido ao pico inicial de aceleração, com a utilização do controle (4.2) obteve-se um acréscimo de 61,87% no VDV em comparação com o obtido pelo sistema passivo, mas inferior ao nível considerado desconfortável pela norma BS 6841, 1987.

Na Figura 4.4, pode-se observar o deslocamento da massa do eixo e roda m_u , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

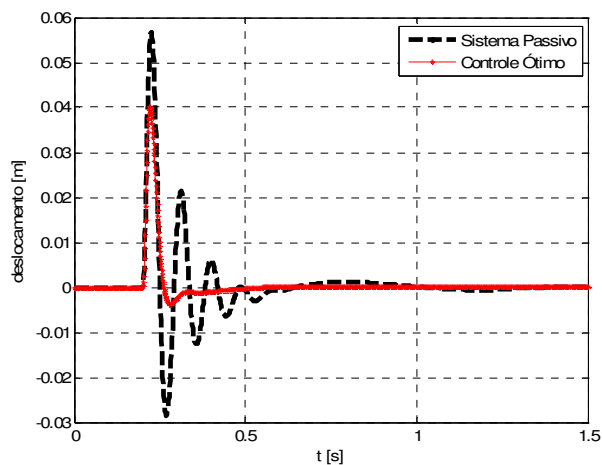


Figura 4. 4: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.4, pode-se observar os valores de deslocamento para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 4: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude	t_a [s]
sistema passivo	0,0567	-0,0284	0,0851	1,301
controle ótimo (4.2)	0,0400	-0,0037	0,0437	0,509

Analisando-se os resultados da Tabela 4.4, observa-se que o controle (4.2) reduziu a amplitude de deslocamento em 48,64% e o tempo de assentamento t_a em 60,87%.

Na Figura 4.5, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor para a entrada $\delta(t) = 0,10$ [m], considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

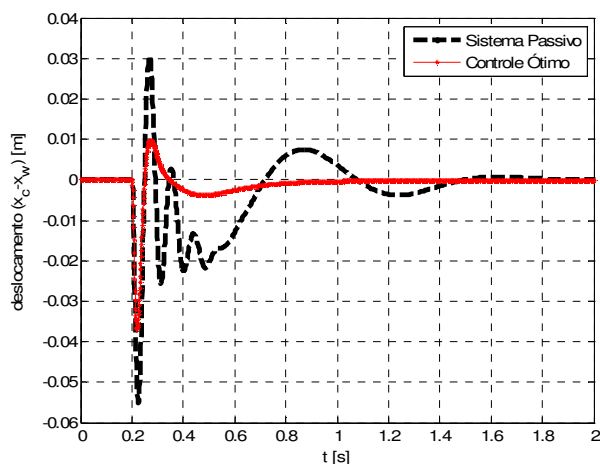


Figura 4. 5: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.5, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 5: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	0,0306	-0,0551	0,0857
controle ótimo (4.2)	0,0098	-0,0369	0,0467

Comparando os resultados da Tabela 4.5, observa-se que o controle (4.2) utilizou um menor espaço de trabalho, reduzindo a amplitude do espaço de trabalho em 45,50%.

Na Figura 4.6, pode-se observar os valores da força utilizada no controle.

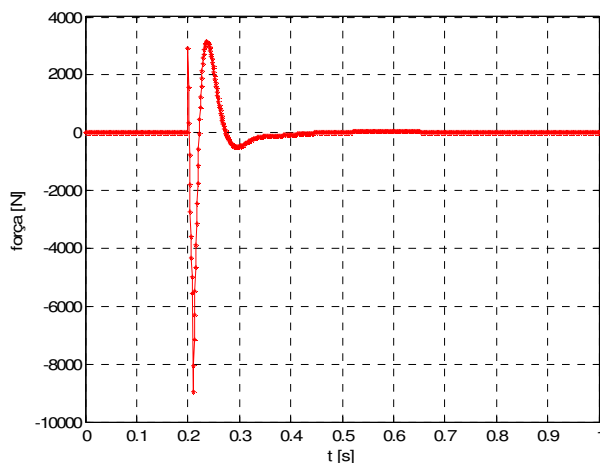


Figura 4. 6: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.6, pode-se observar os valores da força utilizada no controle, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 6: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

força [N]	pico positivo	pico negativo
controle ótimo (4.2)	-8964,3375	3140,4489

Na Figura 4.7, pode-se observar a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

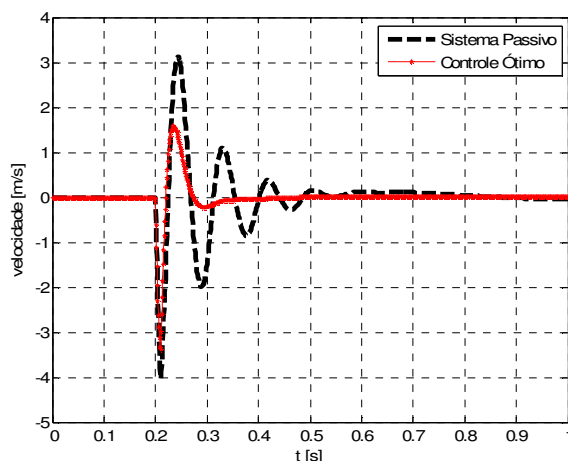


Figura 4. 7: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.7, pode-se observar os valores da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 7: Velocidade de deslocamento ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$) para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

velocidade [m/s]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	3,1265	-4,0506	7,1771
controle ótimo (4.2)	1,5789	-3,3917	4,9706

Observando-se a Tabela 4.7, verifica-se que o controle (4.2) reduziu em 30,74% a amplitude da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

Para determinar a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR considera-se a força determinada pelo controle (4.2) e a velocidade ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

Na Figura 4.8, pode-se observar os valores da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR, determinada pelo controle *fuzzy* proposto na Figura 3.7.

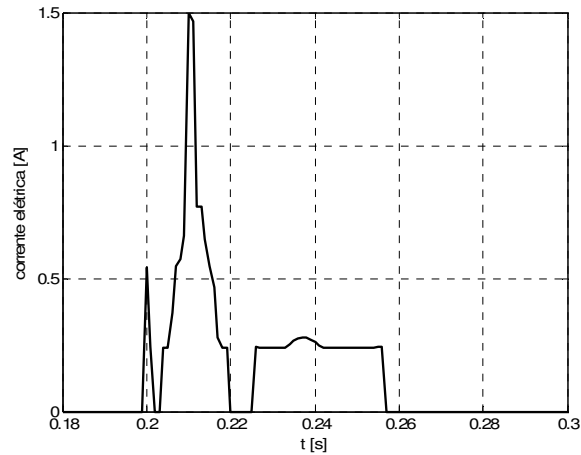


Figura 4. 8: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $\delta(t) = 0,10$ [m]

Na Figura 4.8, observa-se o valor da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considerando-se a força prevista pelo controle (4.2) conforme Figura 4.6 e a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$) conforme Figura 4.7.

4.1.3 Simulações numéricas considerando $\delta(t) = -0,10$ [m]

Considerando a entrada tipo impulso $\delta(t) = -0,10$ [m] para t_0 e $\delta(t) = 0$ [m] para $t \neq t_0$ e os parâmetros da Tabela 4.1. Na Figura 4.9, pode-se observar a função $L(t) = y^T(t)\tilde{Q}(t)y(t)$, calculada numericamente.

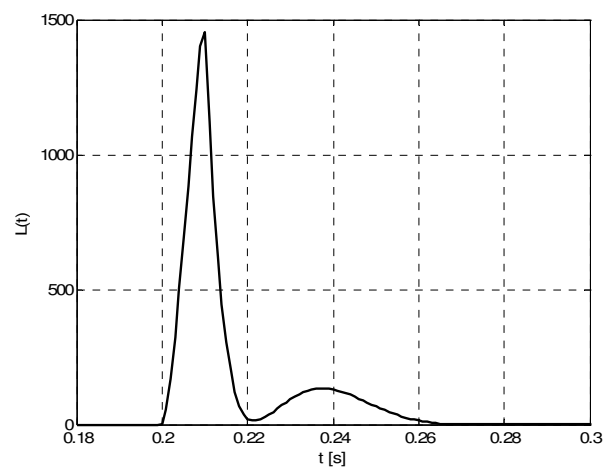


Figura 4. 9: Função $L(t)$ para $\delta(t) = -0,10$ [m]

Observando-se a Figura 4.9, verifica-se que $L(t)$ é definida positiva, o que garante que o controle (4.2) também seja ótimo para o caso de $\delta(t) = -0,10$ [m].

Na Figura 4.10, pode-se observar o deslocamento da massa da carroceria m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

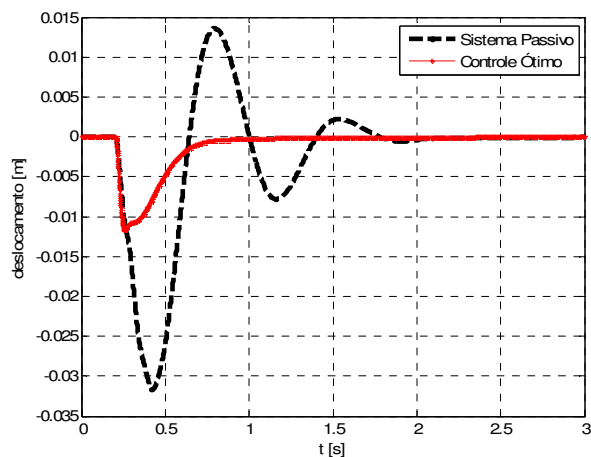


Figura 4. 10: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.8, pode-se observar os valores relativos ao deslocamento da carroceria, para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 8: Deslocamentos da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude	t_a [s]
sistema passivo	0,0135	-0,0316	0,0451	2,114
controle ótimo (4.2)	0	-0,0117	0,0117	1,183

Considerando-se os valores da Tabela 4.8, verifica-se que o controle (4.2) reduziu em 74,05% a amplitude de deslocamento e em 44,03 % o tempo de assentamento t_a .

Na Figura 4.11, pode-se observar a aceleração da massa da carroceria m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

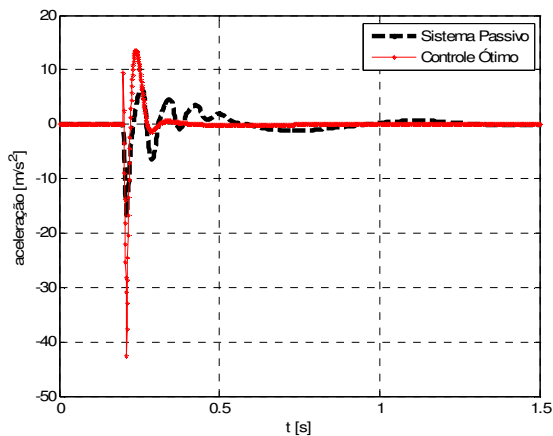


Figura 4. 11: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.9, pode-se observar os valores da aceleração para o sistema passivo e o controle (4.2). Sendo o valor do VDV (A.1.2) estimado considerando-se os valores de compensação da Tabela A.1.4, para frequência de 1 [Hz].

Tabela 4. 9: Aceleração da carroceria para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

aceleração [m/s^2]	pico positivo	pico negativo	amplitude	VDV [$m/s^{1,75}$]
sistema passivo	6,4940	-16,7786	23,2726	1,1347
controle ótimo (4.2)	13,6218	-42,5103	56,1321	1,7325

Analisando-se a Figura 4.11 e os valores da Tabela 4.9, verifica-se que devido ao pico inicial de aceleração, o controle (4.2) gerou um acréscimo de 52,68% no valor do VDV , mas permanecendo abaixo do limite considerado desconfortável pela norma BS 6841, 1987.

Na Figura 4.12, pode-se observar o deslocamento da massa do eixo e roda m_u , considerando o sistema passivo e o controle (4.2).

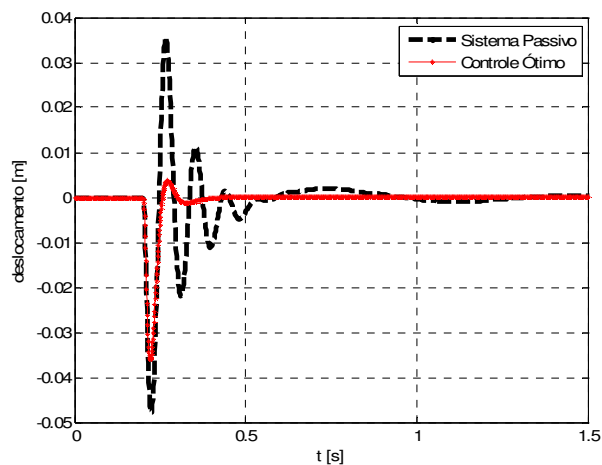


Figura 4. 12: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.10, pode-se observar os valores do deslocamento para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 10: Deslocamento do eixo e roda para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude	t_a [s]
sistema passivo	0,0355	-0,0477	0,0832	1,5
controle ótimo (4.2)	0,0037	-0,0360	0,0397	0,625

Analisando-se os resultados das simulações sobre a massa do eixo e roda m_u , observa-se que o controle (4.2) reduziu a amplitude de deslocamento em 52,28% e o tempo de assentamento t_a em 58,33% .

Na Figura 4.13, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor para excitação tipo $\delta(t) = -0,10$ [m], considerando-se o sistema passivo e o controle (4.2).

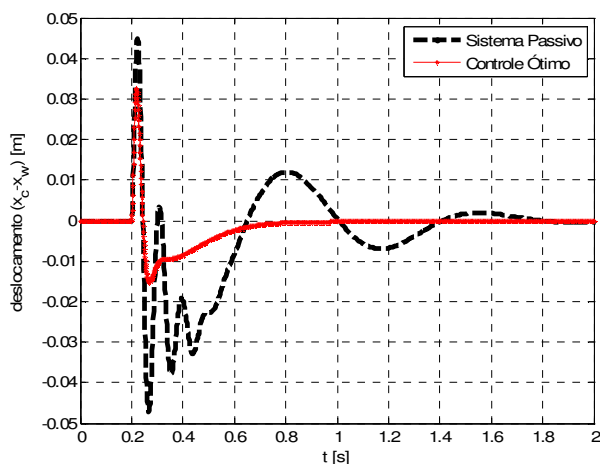


Figura 4. 13: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.11, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor para o sistema passivo e o controle (4.2).

Tabela 4. 11: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	0,0449	-0,0473	0,0922
controle ótimo (4.2)	0,0325	-0,0152	0,0477

Analisando-se os resultados da Figura 4.13 e os valores da Tabela 4.11 observa-se que o controle (4.2) reduziu a amplitude do espaço de trabalho em 48,26%.

Na Figura 4.14, pode-se observar os valores da força utilizada no controle, para entrada tipo impulso negativo.

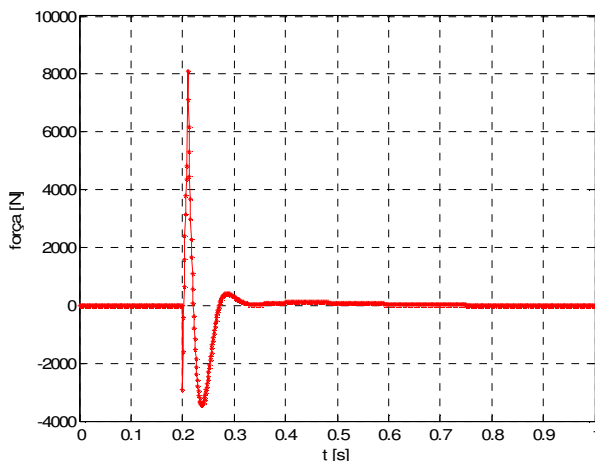


Figura 4. 14: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.12, pode-se observar os valores da força utilizada no controle, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 12: Força utilizada no controle para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

força [N]	pico positivo	pico negativo
controle ótimo (4.2)	8114,2886	-3444,0094

Na Figura 4.15, pode-se observar a velocidade do deslocamento do pistão do amortecedor.

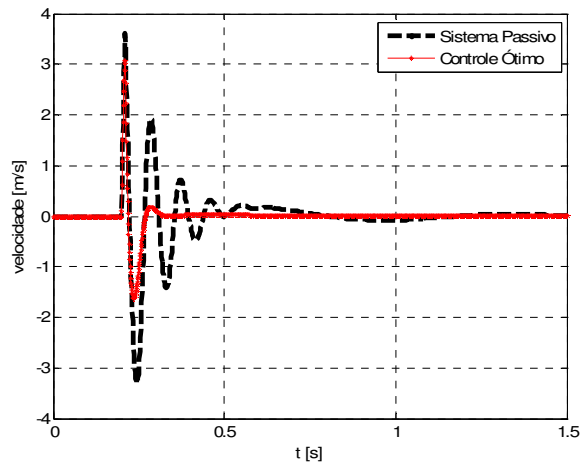


Figura 4. 15: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.13, pode-se observar os valores da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 13: Velocidade de deslocamento ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$) para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

velocidade [m/s]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	3,6131	-3,2998	6,9129
controle ótimo (4.2)	3,0682	-1,6324	4,7006

Comparando-se os resultados da Tabela 4.13, verifica-se que o controle (4.2) reduziu em 32,00% a amplitude da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

Para determinar a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considera-se a força determinada pelo controle (4.2) e a velocidade ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

Na Figura 4.16, pode-se observar os valores da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR, determinada pelo controle *fuzzy* proposto na Figura 3.7.

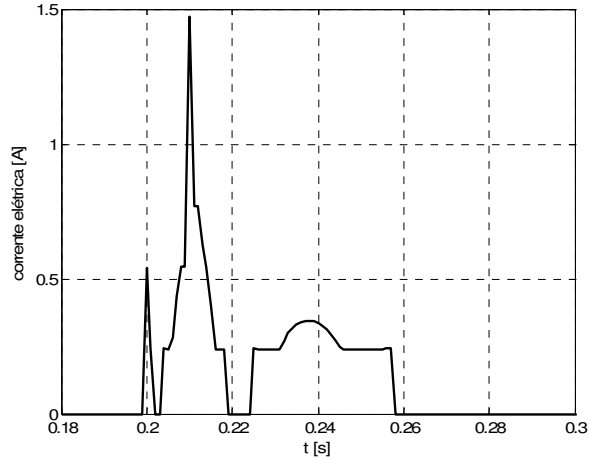


Figura 4. 16: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $\delta(t) = -0,10$ [m]

Na Figura 4.16, observa-se o valor da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considerando-se a força prevista pelo controle (4.2), conforme Figura 4.14 e a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$ conforme Figura 4.13.

4.2 Simulações numéricas considerando entrada tipo degrau

Considerando-se a entrada tipo degrau: $\begin{cases} f(t) = 0, & \text{se } t \leq 0 \\ f(t) = 0,10, & \text{se } t > 0 \end{cases}$, e os parâmetros da

Tabela 4.1, as matrizes $g(x) - g(\tilde{x})$, A e B ficam da seguinte forma:

$$g(x) - g(x^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ 8103,4483(x_3 - x_1)^3 - 1,3793|x_4 - x_2| + 0,6896\sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) \\ 0 \\ -58750(x_3 - x_1)^3 + 10|x_4 - x_2| - 5\sqrt{|x_4 - x_2|} \operatorname{sgn}(x_4 - x_2) + 4750f(t) \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -81,034 & -2,414 & 81,034 & 2,414 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 587,5 & 17,5 & -5337,5 & -17,5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0035 \\ 0 \\ 0,025 \end{bmatrix}$$

Como $w = f(t) = 0$ [m] para t_0 e $w = f(t) = 0,10$ [m] para $t \neq t_0$, assume-se que $x^* = [0,10 \ 0 \ 0,10 \ 0]^T$, e matrizes R e Q definidas na seção 4.1.

4.2.1 Determinação do controle ótimo para entrada tipo degrau

Para o ponto de equilíbrio: $x^* = [0,10 \ 0 \ 0,10 \ 0]^T$, tem-se a equação de desvios na seguinte forma: $y = (x - 0,10)$.

Considerando as matrizes:

$$P = \begin{bmatrix} 687,4481 & 12,0896 & -584,2601 & 1,5828 \\ 12,0896 & 10,2626 & -110,1348 & 0,2583 \\ -584,2601 & -110,1348 & 6411,1816 & -2,5918 \\ 1,5828 & 0,2583 & -2,5918 & 1,0187 \end{bmatrix}$$

$$K = [-211,5055 \ -2892,7037 \ 31494,7352 \ 2457,7889]$$

Calculadas considerando-se as matrizes A , B , Q e R , e utilizando-se o comando LQR do MATLAB[®]. Obtendo-se o controle por realimentação de estados:

$$u = 211,5055 y_1 + 2892,7037 y_2 - 31494,7352 y_3 - 2457,7889 y_4 \quad (4.3)$$

Considerando-se o desvio: $y = (x - 0,10)$. O controle (4.3) pode ser escrito como:

$$u = 211,5055(x_1 - 0,10) + 2892,7037x_2 - 31494,7352(x_3 - 0,10) - 2457,7889x_4 \quad (4.4)$$

4.2.2 Simulações numéricas considerando $w = 0,10$ [m]

Na Figura 4.17, pode-se observar a função $L(t) = y^T(t)\tilde{Q}(t)y(t)$, calculada numericamente.

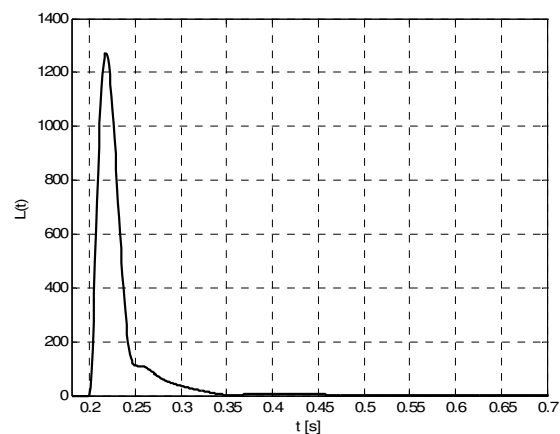


Figura 4. 17: Função $L(t)$ para $w = 0,10$ [m]

Observando-se a Figura 4.17, verifica-se que a função $L(t)$ é definida positiva, o que garante que o controle (4.4) pode ser considerado ótimo para perturbação tipo degrau com $w = 0,10$ [m]. Na Figura 4.18, pode-se observar o deslocamento da massa da carroceria, considerando-se a perturbação tipo degrau.

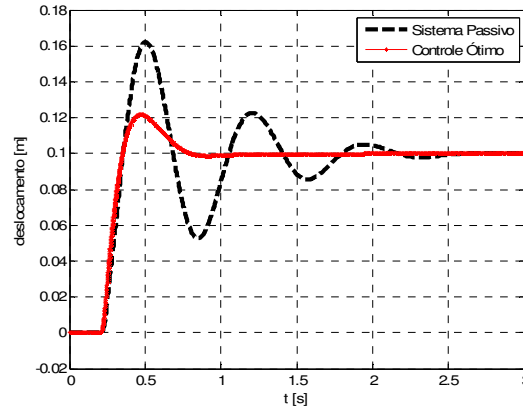


Figura 4. 18: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.14, pode-se observar os valores relativos ao deslocamento da carroceria, para o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 14: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m]

deslocamento	pico positivo [m]	tempo de subida [s]	t_a [s]
sistema passivo	0,1622	0,505	2,36
controle ótimo (4.4)	0,1217	0,471	0,797

Analisando-se a Figura 4.18 e a Tabela 4.14, observa-se que o controle (4.4) reduziu em 24,96% o pico positivo e 66,22% o tempo de assentamento t_a . Na Figura 4.19, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

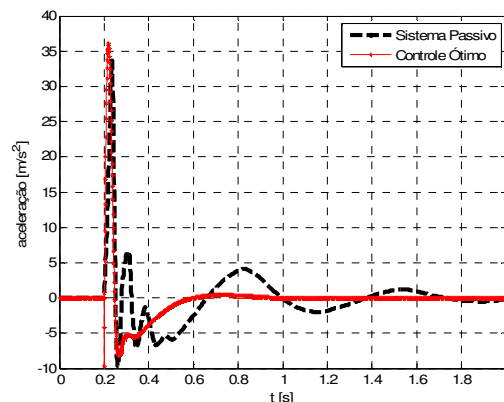


Figura 4. 19: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.15, pode-se observar os valores da aceleração para o sistema passivo e para o controle (4.4). Sendo o valor do VDV (A.1.2) estimado considerando-se os valores de compensação da Tabela A.1.4, para frequência de 1 [Hz].

Tabela 4. 15: Aceleração da massa da carroceria causada por entrada: $w = 0,10$ [m]

aceleração [m/s^2]	pico positivo	pico negativo	amplitude	$VDV[m/s^{1,75}]$
sistema passivo	33,7066	-9,6117	43,3183	2,3983
controle ótimo (4.4)	36,1562	-9,6792	45,8354	2,4678

Analisando-se os valores da Tabela 4.15, verifica-se que o controle (4.4) obteve apenas 2,81% de VDV a mais do que o sistema passivo.

Na Figura 4.20, pode-se observar o deslocamento da massa do eixo e roda m_u , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

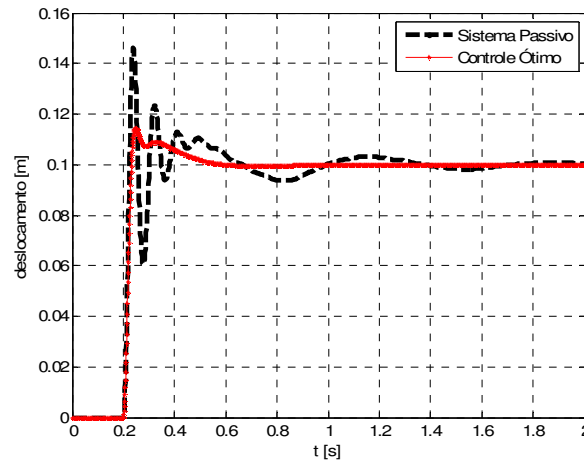


Figura 4. 20: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.16, pode-se observar os valores do deslocamento do eixo e roda para o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 16: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	tempo de subida [s]	t_a [s]
sistema passivo	0,1463	0,239	2,00
controle ótimo (4.4)	0,1145	0,248	0,58

Analisando-se os resultados das simulações sobre a massa do eixo e roda m_u , observa-se que o controle (4.4) reduziu a amplitude de deslocamento em 21,73% e o tempo de assentamento t_a em 71%.

Na Figura 4.21, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor, considerando-se a excitação tipo degrau, para o sistema passivo e o controle (4.4).

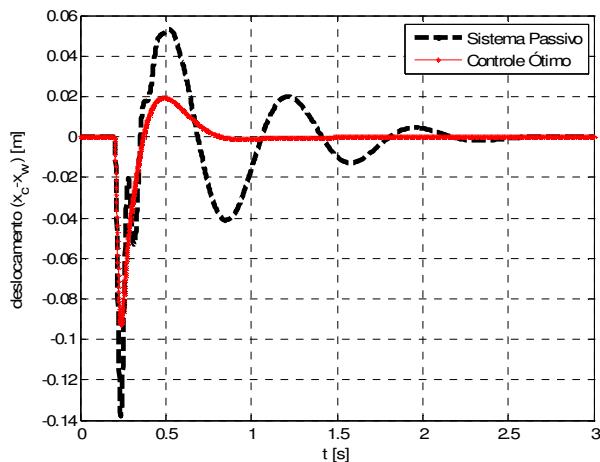


Figura 4. 21: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.17, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor, considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 17: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	0,0532	-0,1381	0,1913
controle ótimo (4.4)	0,0192	-0,0931	0,1123

Analisando-se os valores da Tabela 4.17, observa-se que o controle (4.4) reduziu a amplitude do espaço de trabalho em 41,29%.

Na Figura 4.22, pode-se observar os valores da força utilizada no controle.

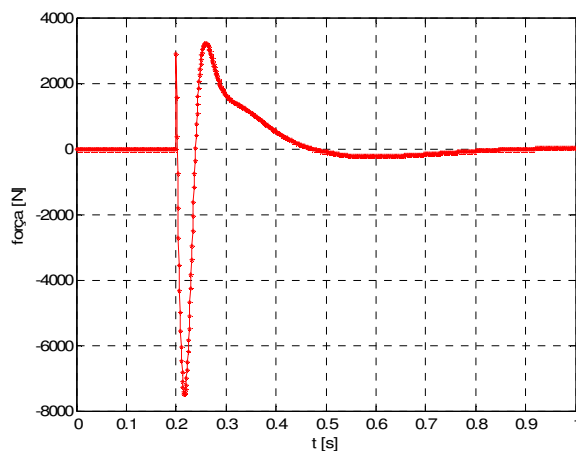


Figura 4. 22: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.18, pode-se observar os valores da força utilizada no controle, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 18: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,10$ [m]

força [N]	pico positivo	pico negativo
controle ótimo (4.4)	3223,9610	-7498,0670

Na Figura 4.23, pode-se observar a velocidade de deslocamento do pistão ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

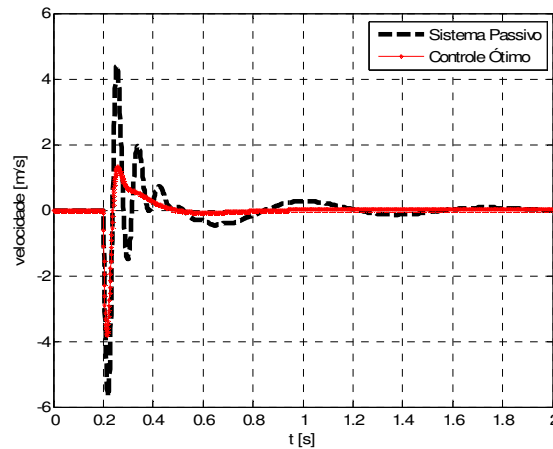


Figura 4. 23: Velocidade de deslocamento do amortecedor para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Tabela 4.19, pode-se observar os valores da velocidade do pistão do amortecedor, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 19: Velocidade de deslocamento do amortecedor MR para entrada: $w = 0,10$ [m]

velocidade [m/s]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	4,4137	-5,6520	10,0657
controle ótimo (4.4)	1,3018	-3,8146	5,1164

Observando-se os valores Tabela 4.19, verifica-se que com a utilização do controle (4.4) pode-se reduzir a amplitude da velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor em 49,16%, com relação à velocidade adquirida pelo sistema passivo. Para determinar a corrente a ser aplicada no amortecedor MR, considera-se a força determinada pelo controle (4.4) e a velocidade do pistão ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$). Na Figura 4.24, pode-se observar a corrente elétrica aplicada no amortecedor MR, determinada pelo controle *fuzzy* proposto na Figura 3.7.

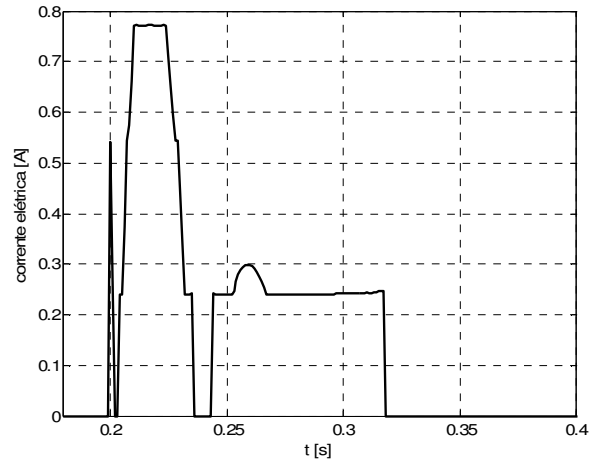


Figura 4. 24: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $w = 0,10$ [m]

Na Figura 4.24, observa-se os valores da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considerando-se a força prevista pelo controle (4.4), conforme Figura 4.22 e a velocidade $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$ conforme Figura 4.23.

4.2.3 Simulações numéricas considerando $w = -0,10$ [m]

Na Figura 4.25, pode-se observar a função $L(t) = y^T(t)\tilde{Q}(t)y(t)$, calculada numericamente.

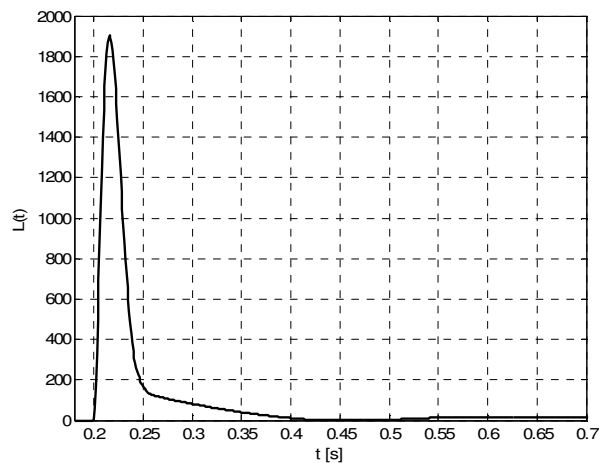


Figura 4. 25: Função $L(t)$ para $w = -0,10$ [m]

Observando-se a Figura 4.25, verifica-se que a função $L(t)$ é definida positiva, o que garante que o controle (4.4) pode ser considerado ótimo para perturbação tipo degrau com $w = -0,10$ [m]. Na Figura 6.26, pode-se observar o deslocamento da massa da carroceria, considerando-se uma perturbação tipo degrau negativo.

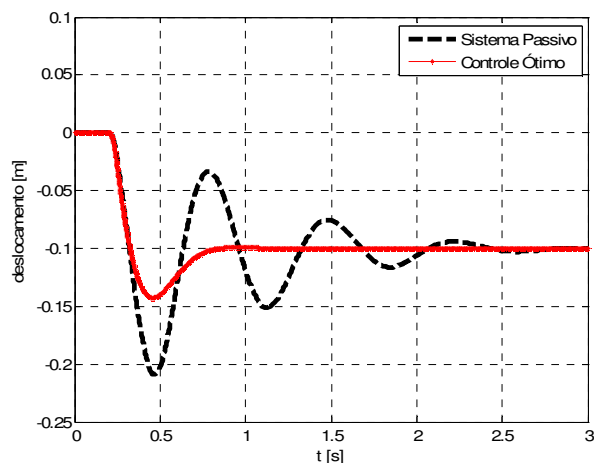


Figura 4. 26: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.20, pode-se observar os valores relativos ao deslocamento da carroceria, para o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 20: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico negativo	tempo de descida [s]	t_a [s]
sistema passivo	-0,2087	0,466	2,835
controle ótimo (4.4)	-0,1427	0,457	0,836

Considerando-se os valores da Tabela 4.20, verifica-se que o controle (4.4) reduziu em 21,62% o pico negativo de deslocamento e em 70,51% o tempo de assentamento t_a .

Na Figura 4.27, pode-se observar a aceleração da massa da carroceria m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

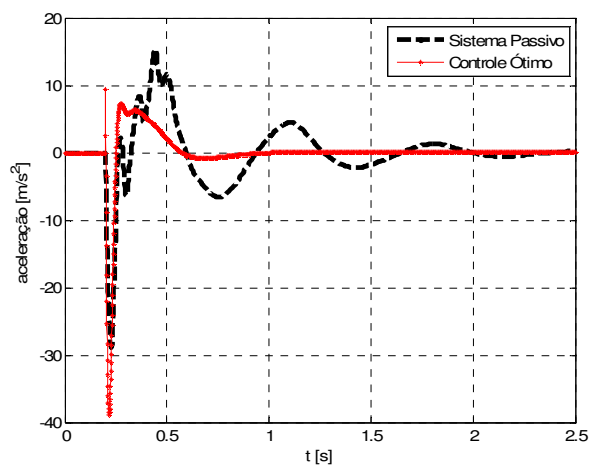


Figura 4. 27: Aceleração da massa da carroceria causada por entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.21, pode-se observar os valores da aceleração para o sistema passivo e o controle (4.4). Sendo o valor do VDV (A.1.2) estimado considerando-se os valores de compensação da Tabela A.1.4, para frequência de 1 [Hz].

Tabela 4. 21: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = -0,10$ [m]

aceleração [m/s ²]	pico positivo	pico negativo	amplitude	[m/s ^{1,75}]
sistema passivo	15,4055	-28,8896	44,2951	2,6566
controle ótimo (4.4)	9,4199	-38,8976	48,3175	2,2663

Observando-se a Figura 4.27, e os valores da Tabela 4.21, verifica-se que o controle (4.4) obteve valores sensivelmente superiores aos obtidos pelo sistema passivo, sendo o acréscimo no VDV de 14,69%.

Na Figura 4.28, pode-se observar o deslocamento da massa do eixo e roda m_u , considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

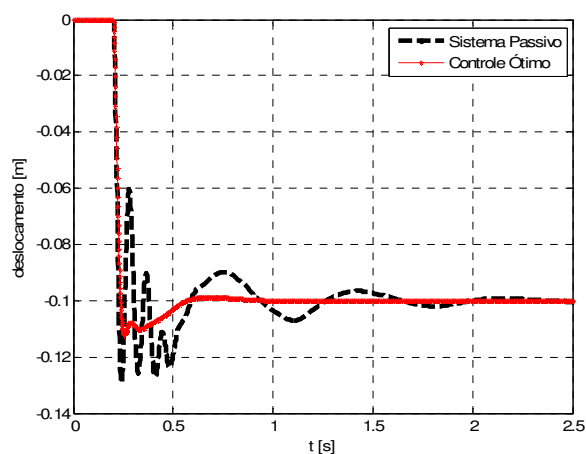


Figura 4. 28: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.22, pode-se observar os valores do deslocamento do eixo e roda para o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 22: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico negativo	tempo de descida [s]	t_a [s]
sistema passivo	-0,1293	0,242	2,629
controle ótimo (4.4)	-0,1122	0,255	0,565

Analisando-se os valores da Tabela 4.22, observa-se que o controle (4.4) reduziu o pico de deslocamento em 13,22% e o tempo de assentamento t_a em 78,50%.

Na Figura 4.29, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor.

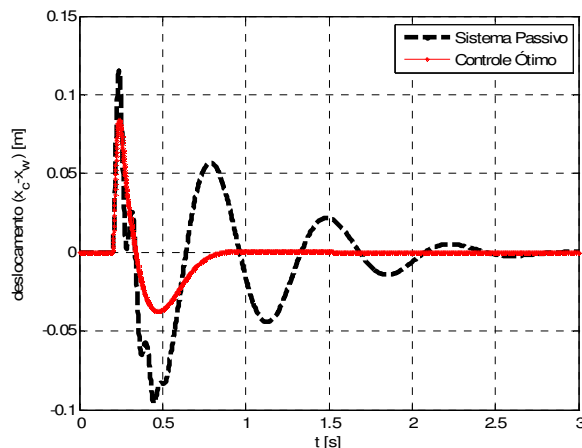


Figura 4. 29: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.23, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o sistema passivo e o controle (4.4).

Tabela 4. 23: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	0,1150	-0,0957	0,2107
controle ótimo (4.4)	0,0838	-0,0376	0,1214

Analisando-se os valores da Tabela 4.23, observa-se que o controle (4.4) reduziu a amplitude do espaço de trabalho em 42,38%.

Na Figura 4.30, pode-se observar os valores da força utilizada no controle (4.4).

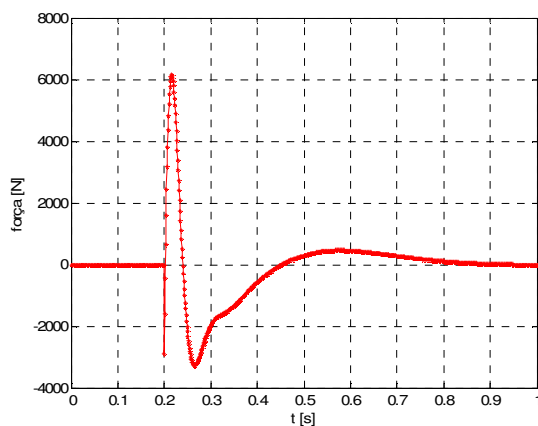


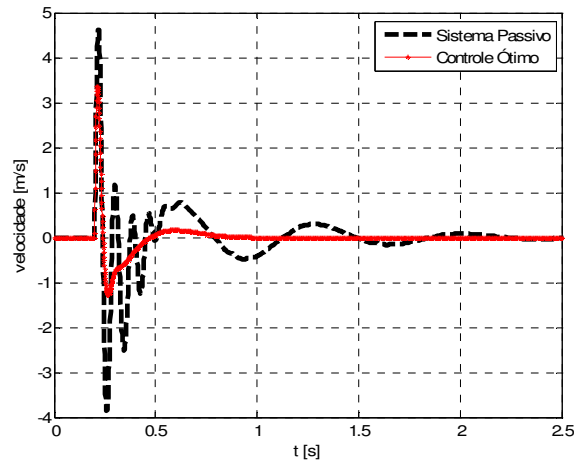
Figura 4. 30: Força utilizada no controle para entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.24, pode-se observar os valores da força utilizada no controle, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 24: Força utilizada no controle para entrada: $w = -0,10$ [m]

força [N]	pico positivo	pico negativo
controle ótimo (4.4)	6165,0310	-3278,6886

Na Figura 4.31, pode-se observar a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$).

Figura 4. 31: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada: $w = -0,10$ [m]

Na Tabela 4.25, pode-se observar os valores da velocidade do pistão do amortecedor, parâmetro utilizado na determinação da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR.

Tabela 4. 25: Velocidade de deslocamento do amortecedor MR para entrada: $w = -0,10$ [m]

velocidade [m/s]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	4,6233	-3,8682	8,4915
controle ótimo (4.4)	3,3593	-1,2879	4,6472

Analisando-se os valores da Tabela 4.25, verifica-se que o controle (4.4) reduziu em 45,27%, o valor da velocidade de deslocamento do pistão.

Para determinar a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR considerar-se-á a força determinada pelo controle (4.4) e a velocidade do pistão do amortecedor ($\dot{x}_c - \dot{x}_w$). Na Figura 4.32, pode-se observar os valores da corrente elétrica aplicada no amortecedor MR, determinada pelo controle *fuzzy* proposto na Figura 3.7.

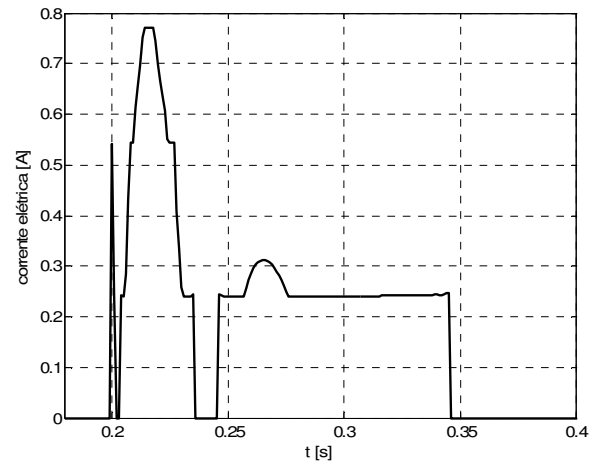


Figura 4. 32: Corrente elétrica aplicada no amortecedor MR para entrada: $w = -0,1$ [m]

Na Figura 4.32, observa-se o valor da corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR, considerando-se a força prevista pelo controle (4.4), conforme Figura 4.30 e a velocidade $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$, conforme Figura 4.31.

5 APLICAÇÃO DO CONTROLE ÓTIMO CONSIDERANDO IRREGULARIDADES NA PISTA E INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

5.1 Aplicação do controle ótimo considerando irregularidades na pista

Conforme Bastow e Howard, 1993, apud Ferreira, 2008, pode-se considerar as pistas como boas médias e ruins. Sendo a maioria caracterizada pela amplitude e passo, como mostrado na Figura 5.1.

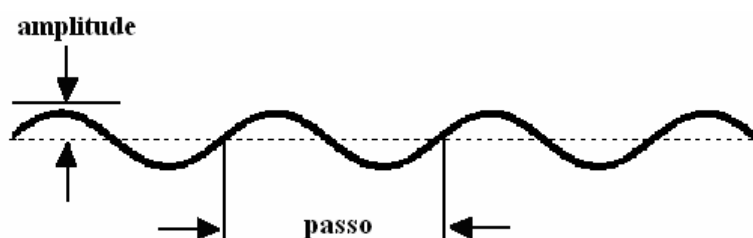


Figura 5. 1: Modelo de Pista
Fonte: Ferreira, 2008

As pistas consideradas boas apresentam amplitudes menores que 0,005 [m] e passo de 4 [m] a 5 [m], as de qualidade considerada média têm amplitude máxima de 0,013 [m]. Enquanto que as consideradas ruins têm amplitudes maiores que 0,019 [m].

Com o objetivo de analisar o desempenho do controle para o caso de irregularidades na pista que excitem o sistema com frequência próxima a frequência natural da carroceria, nesta seção serão realizadas simulações considerando-se uma pista representada por uma função seno, com $f = 2$ [Hz], passo de 5 [m] e amplitude de 0,025 [m], representando uma entrada externa ao sistema com $w = 0,025 \text{sen}(12,56t)$, para $1 \leq t \leq 7$.

Assume-se que $x^* = [w \ 0 \ w \ 0]^T$, e considerando-se o controle (4.3):

$$u = 211,5055y_1 + 2892,7037y_2 - 31494,7352y_3 - 2457,7889y_4$$

Considerando-se o desvio: $y = (x - w)$. O controle por realimentação de estados pode ser escrito em função de x :

$$u = 211,5055(x_1 - w) + 2892,7037x_2 - 31494,7352(x_3 - w) - 2457,7889x_4 \quad (5.1)$$

Na Figura 5.2, pode-se observar a função $L(t)$, calculada numericamente.

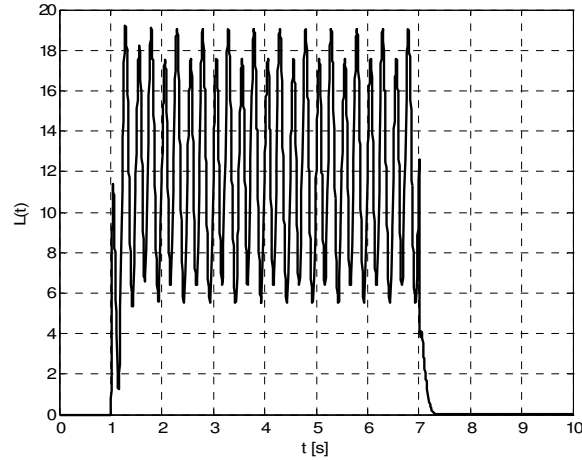


Figura 5. 2: Função $L(t)$ para $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

Analisando-se a Figura 5.2, verifica-se que a função $L(t)$ é definida positiva, o que garante que o controle (5.1) seja ótimo.

Na Figura 5.3, pode-se observar o deslocamento da massa da carroceria, considerando-se uma perturbação tipo $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m].

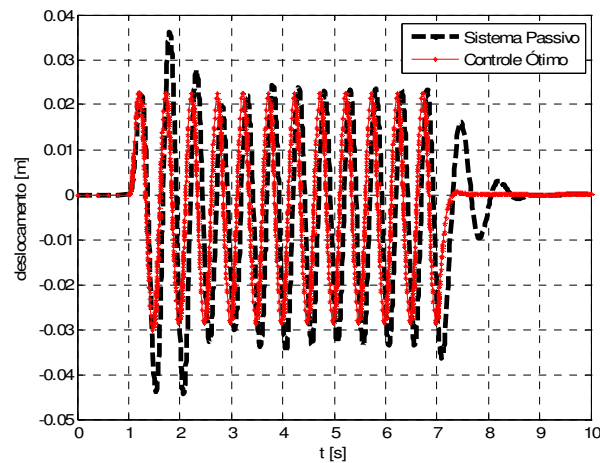


Figura 5. 3: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

Na Tabela 5.1, pode-se observar os valores do deslocamento da carroceria considerando o sistema passivo e o controle (5.1).

Tabela 5. 1: Deslocamentos da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

deslocamento	pico positivo	pico negativo [m]	amplitude	t_a para $t_0 = 7$ [s]
sistema passivo	0,0362	-0,0444	0,0806	1,82
controle ótimo (5.1)	0,0228	-0,0302	0,0530	0,66

Analisando-se a Figura 5.3 e a Tabela 5.1, observa-se que o controle (5.1) reduziu as oscilações da carroceria, em comparação ao sistema passivo, sendo a redução de 34,24% na amplitude de deslocamento, e de 63,73% no tempo de assentamento t_a [s] para $t_0 = 7$ [s].

Na Figura 5.4, pode-se observar a aceleração da massa da carroceria m_s , considerando-se o sistema passivo e o controle (5.1).

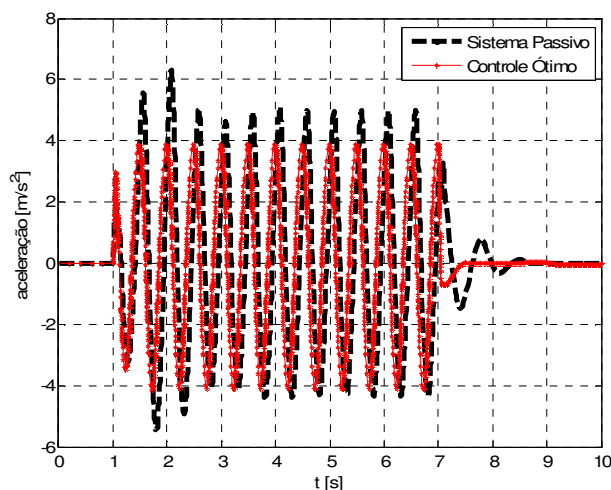


Figura 5. 4: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]

Na Tabela 5.2, pode-se observar os valores da aceleração para o sistema passivo e o controle (5.1). Sendo o VDV (A.1.2) estimado considerando-se os valores de compensação da Tabela A.1.4, e frequência de 2 [Hz].

Tabela 5. 2: Aceleração da massa da carroceria para entrada: $w = 0,025sen(12,56t)$ [m]

aceleração [m/s^2]	pico positivo	pico negativo	amplitude	VDV [$m/s^{1,75}$]
sistema passivo	6,3183	-5,4643	11,7826	3,1225
controle ótimo (5.1)	3,8971	-4,1394	8,0365	1,7757

Analisando-se a Figura 5.4 e os valores da Tabela 5.2, verifica-se que o controle (5.1) reduziu a aceleração da carroceria. Considerando-se o valor do VDV verifica-se que o controle (5.1) reduziu em 43,13% o valor obtido pelo sistema passivo.

Na Figura 5.5, pode-se observar o deslocamento da massa do eixo e roda m_u , considerando-se o sistema passivo e o controle (5.1).

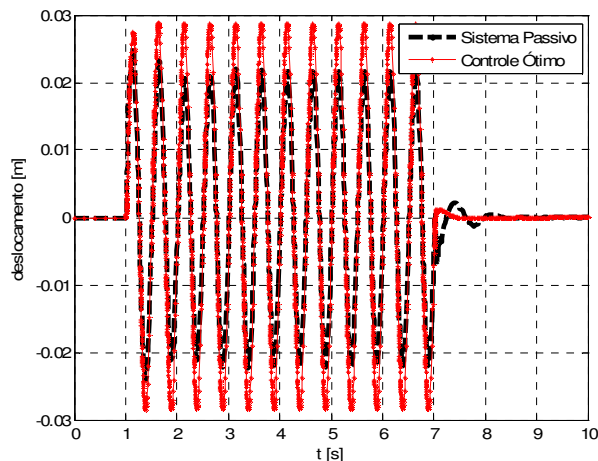


Figura 5. 5: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

Na Tabela 5.3, pode-se observar os valores do deslocamento do eixo e roda para o sistema passivo e o controle (5.1).

Tabela 5. 3: Deslocamento da massa do eixo e roda para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

deslocamento [m]	pico positivo	pico negativo	amplitude	t_a para $t_0 = 7$ [s]
sistema passivo	0,0252	-0,0242	0,0494	1,27
controle ótimo (5.1)	0,0288	-0,0285	0,0573	0,37

Analisando-se os resultados das simulações sobre a massa do eixo e roda m_u , observa-se que a utilização do controle (5.1) gerou um acréscimo de 15,99% na amplitude do deslocamento do eixo e roda, e uma redução de 70,86% no tempo de assentamento t_a para $t_0 = 7$ [s].

Na Figura 5.6, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor, parâmetro que pode ser considerando na análise da segurança e dirigibilidade.

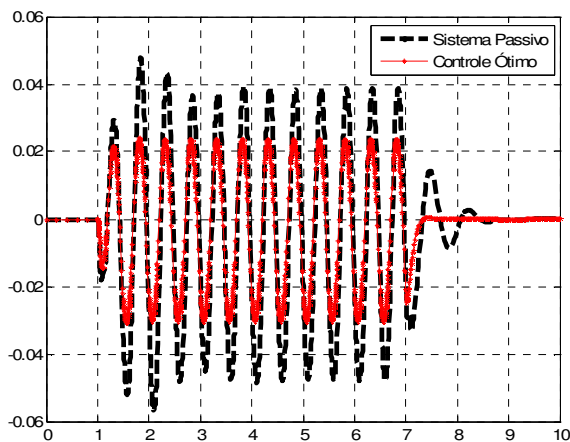


Figura 5. 6: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

Na Tabela 5.4, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o sistema passivo e o controle (5.1).

Tabela 5. 4: Espaço de trabalho do amortecedor para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

deslocamento [m]	pico máximo	pico mínimo	amplitude
sistema passivo	0,0479	-0,0568	0,1047
controle ótimo (5.1)	0,0239	-0,0308	0,0547

Analisando-se os resultados da Figura 5.6 e os valores da Tabela 5.4, observa-se que o controle (5.1) utilizou um menor espaço de trabalho que o sistema passivo, contribuindo assim, para uma melhor dirigibilidade do veículo. Sendo que a redução na amplitude do espaço de trabalho foi de 47,75%.

Na Figura 5.7, pode-se observar os valores da força utilizada pelo controle (5.1).

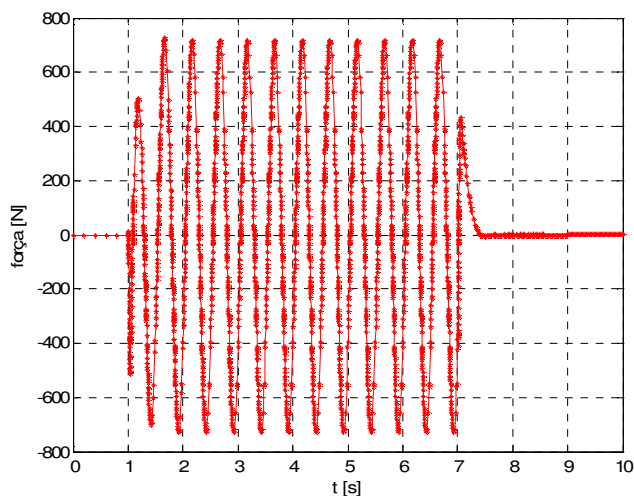


Figura 5. 7: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

Na Tabela 5.5, pode-se observar os valores da força utilizada no controle.

Tabela 5. 5: Força utilizada no controle para entrada: $w = 0,025\text{sen}(12,56t)$ [m]

força [N]	pico positivo	pico negativo
controle ótimo (5.1)	726,1392	-729,7522

Na Figura 5.8, pode-se observar a velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor ($\dot{x}_w - \dot{x}_s$).

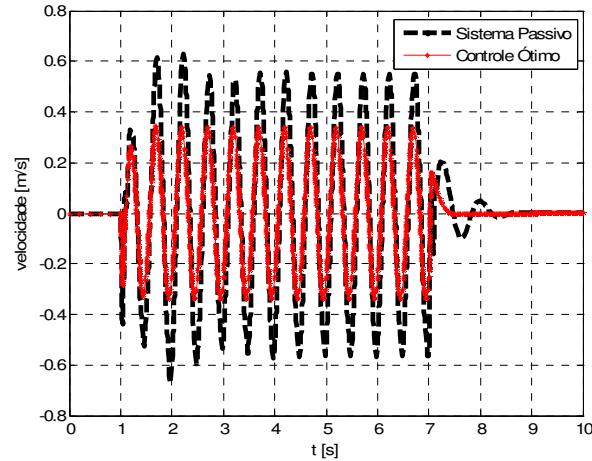


Figura 5. 8: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor para entrada:
 $w = 0,025 \text{sen}(12,56t) \text{ [m]}$

Tabela 5. 6: Velocidade de deslocamento do pistão do amortecedor

velocidade [m/s]	pico positivo	pico negativo	amplitude
sistema passivo	0,6306	-0,6702	1,3008
controle ótimo (5.1)	0,3438	-0,3409	0,6847

Analisando-se os valores da Tabela 5.5 e 5.6, verifica-se que a força máxima utilizada no controle foi de 729,7522 [N] e a velocidade máxima de deslocamento do pistão do amortecedor foi de 0,3438 [m/s]. Considerando-se os valores da Tabela 3.2, verifica-se que a corrente necessária para o controle é de zero [A].

5.2 Aplicação do controle ótimo considerando incertezas paramétricas

Levando-se em consideração que os parâmetros utilizados podem sofrer mudanças com o passar do tempo, ou que sejam cometidos erros na medição. Esta seção tem como objetivo analisar, através de simulações computacionais, a resposta do controlador quando na presença de possíveis erros paramétricos, sendo considerados os parâmetros: m_s , m_u , b_s^l , b_s^{nl} , b_s^y , k_s^l , k_s^{nl} e k_t . Assim, tanto o sistema, quanto o sinal de controle $u = -Kx$, estão sujeitos às incertezas paramétricas. Para uma padronização ao longo de todas as simulações, o sistema será excitado por entrada degrau $w = 0,10 \text{ [m]}$, conforme já utilizado na seção 4.2.1, considerando-se $t_0 = 0$, e o controle por realimentação de estados (4.4):

$$u = 211,5055(x_1 - 0,10) + 2892,7037x_2 - 31494,7352(x_3 - 0,10) - 2457,7889x_4$$

As incertezas paramétricas serão de $\pm 50\%$, calculadas sobre os valores nominais do sistema. Esta variação é importante para verificar como a robustez do controlador se comporta com estas variações. Tomando-se como exemplo a massa da carroceria m_s , esta variará de $50\% m_s$ a $150\% m_s$.

Nas Figuras 5.9 a 5.18, pode-se observar o deslocamento da carroceria para as variações dos parâmetros. Sendo que os desvios máximos de $y = (x - 0,10)$ [m] podem ser observados na Tabela 5.7. Na Figura 5.9, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico na massa m_s .

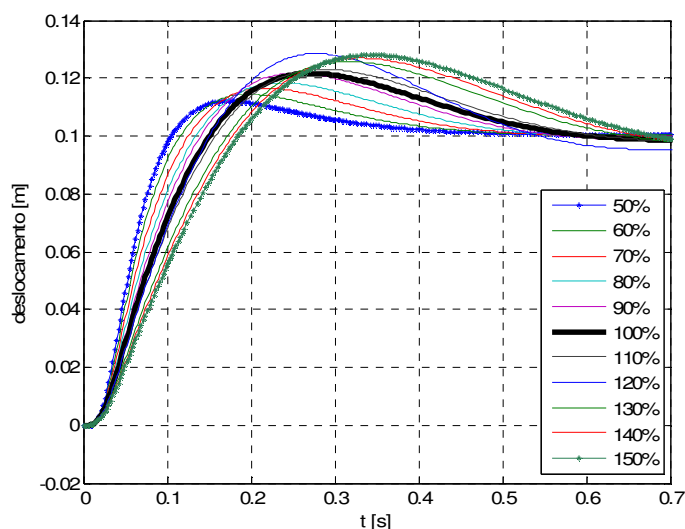


Figura 5. 9: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a Figura 5.9, observa-se que a variação da massa da carroceria m_s , causa também variação no seu deslocamento, e que a amplitude tende a diminuir com a redução da massa m_s . Na Figura 5.10, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico na massa m_u .

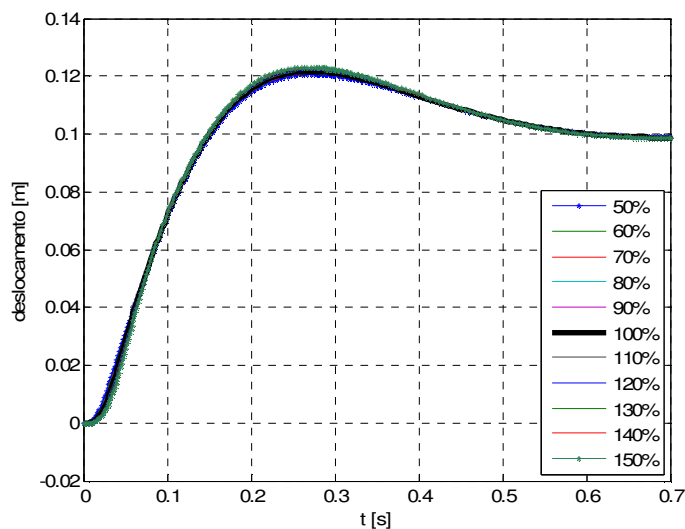


Figura 5. 10: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a Figura 5.10, observa-se que a variação da massa do conjunto eixo e roda m_u , não influencia significativamente na variação do deslocamento da massa m_s . Na Figura 5.11, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

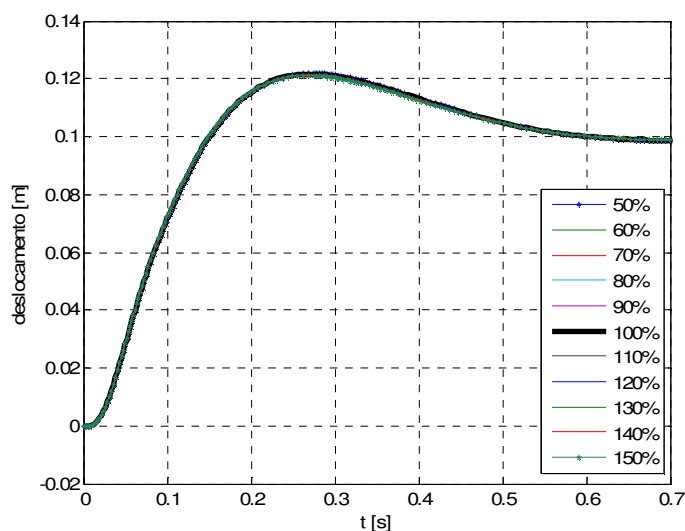


Figura 5. 11: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a Figura 5.11, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento linear b_s^l , não influencia significativamente na variação do deslocamento da massa m_s . Na Figura 5.12, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

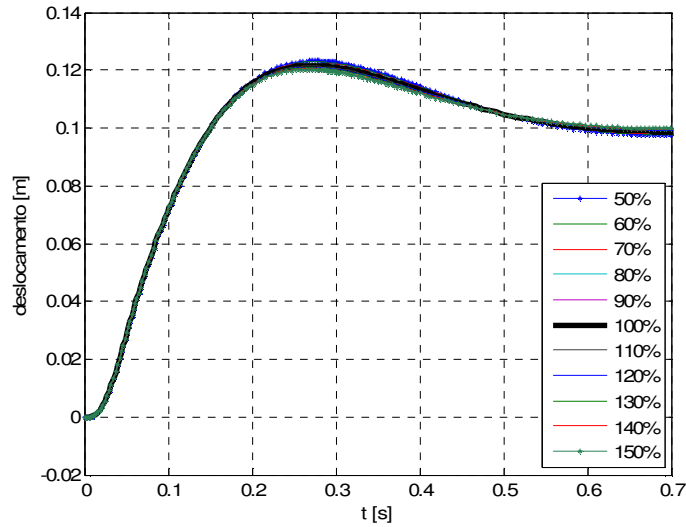


Figura 5. 12: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.12, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} , não influencia significativamente na variação do deslocamento da massa m_s . Na Figura 5.13, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento assimétrico b_s^y .

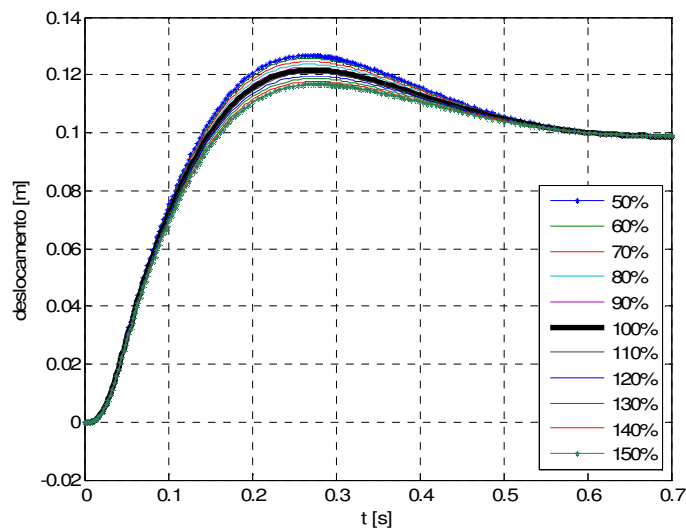


Figura 5. 13: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a Figura 5.13, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento assimétrico b_s^y , influencia na variação do deslocamento da massa m_s , reduzindo o deslocamento da massa m_s , conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.14, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

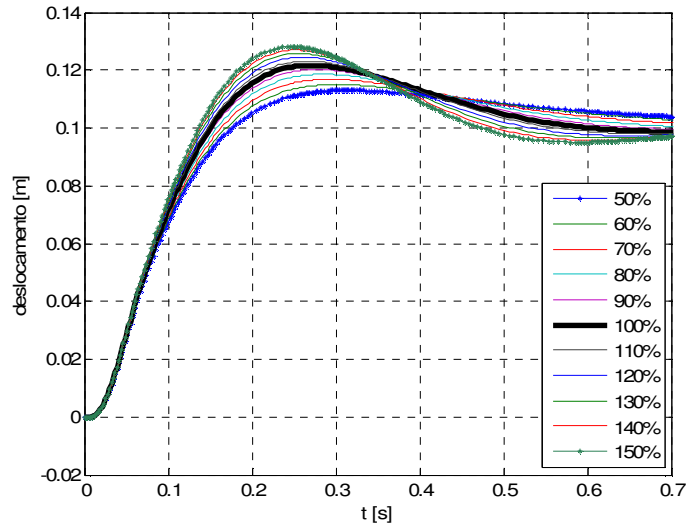


Figura 5. 14: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a Figura 5.14, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez linear k_s^l , influencia na variação do deslocamento da massa m_s , reduzindo o deslocamento da massa m_s , conforme seu valor diminui. Na Figura 5.15, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

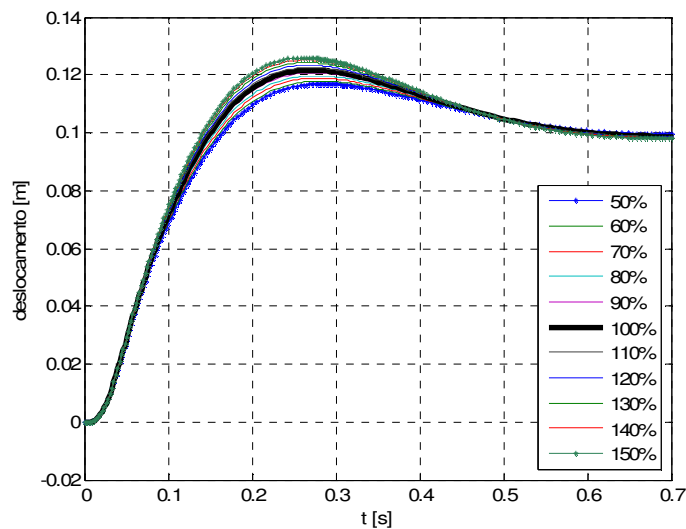


Figura 5. 15: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico k_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.15, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} , influencia na variação do deslocamento da massa m_s , reduzindo o deslocamento da massa m_s , conforme seu valor diminui. Na Figura 5.16, pode-se observar o deslocamento da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

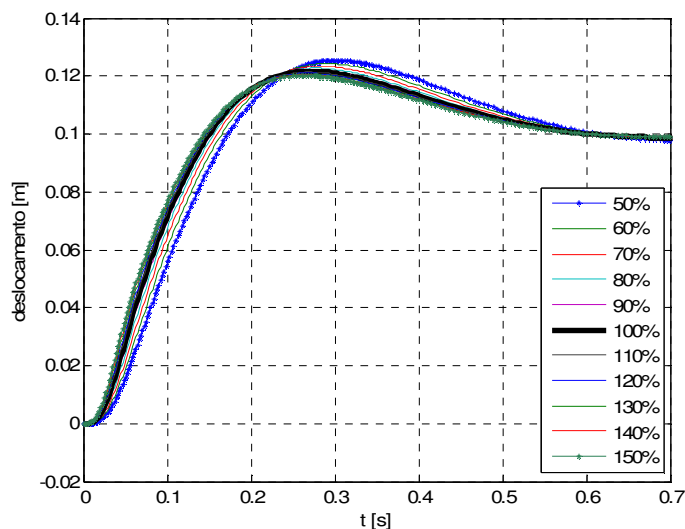


Figura 5. 16: Deslocamento da carroceria para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a Figura 5.16, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez do pneu k_t , influencia na variação do deslocamento da massa m_s , reduzindo o deslocamento da massa m_s , conforme seu valor aumenta. Na Tabela 5.7, pode-se observar os valores referentes ao deslocamento da massa m_s , considerando-se o desvio $y_1 = (x_1 - 0,10)$ [m].

Tabela 5. 7: Desvio máximo $y_1 = (x_1 - 0,10)$ [m]

Parâmetro	m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}	b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
50%	0,0121	0,0207	0,0219	0,0232	0,0267	0,0130	0,0168	0,0253
60%	0,0144	0,0208	0,0219	0,0228	0,0257	0,0150	0,0178	0,0242
70%	0,0165	0,0210	0,0218	0,0225	0,0247	0,0168	0,0188	0,0234
80%	0,0184	0,0212	0,0218	0,0222	0,0236	0,0185	0,0198	0,0227
90%	0,0217	0,0214	0,0217	0,0220	0,0226	0,0202	0,0207	0,0221
100%	0,0217	0,0217	0,0217	0,0217	0,0217	0,0217	0,0217	0,0217
110%	0,0231	0,0219	0,0216	0,0214	0,0206	0,0231	0,0225	0,0213
120%	0,0285	0,0222	0,0215	0,0211	0,0196	0,0244	0,0234	0,0209
130%	0,0257	0,0225	0,0214	0,0208	0,0187	0,0257	0,0242	0,0206
140%	0,0269	0,0228	0,0213	0,0205	0,0177	0,0269	0,0251	0,0204
150%	0,0280	0,0231	0,0212	0,0202	0,0167	0,0281	0,0259	0,0201

Analisando-se as Figuras 5.9 a 5.16, e a Tabela 5.7, verifica-se que os dois parâmetros que mais influenciaram no deslocamento da carroceria, foram a massa da carroceria m_s , reduzindo em 44,23% o pico do desvio para o caso de 50% de m_s , e um acréscimo de 29,03%, para o caso de 150% de m_s , e o coeficiente de rigidez linear k_s^l , reduzindo em 40,09% o pico do desvio para o caso de 50% de k_s^l , e um acréscimo de 29,49% no pico do desvio para o caso de

150% de k_s^l . Nas Figuras 5.17 a 5.24, pode-se observar a influência dos erros paramétricos na aceleração da carroceria. Assim como seus valores na Tabela 5.8.

Na Figura 5.17, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico na massa m_s .

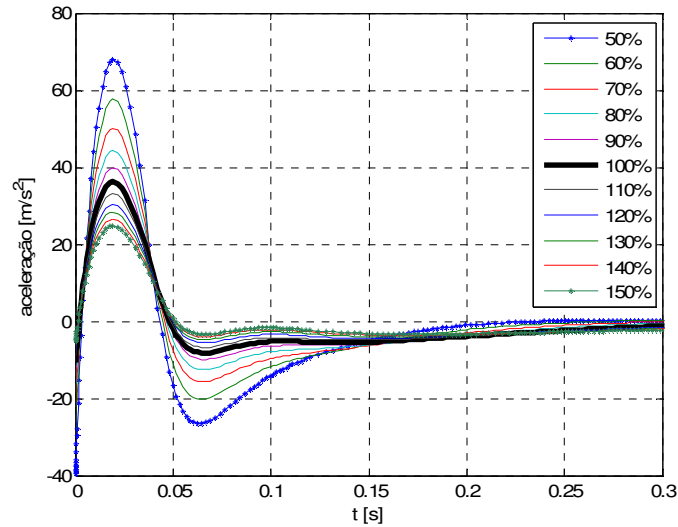


Figura 5. 17: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a Figura 5.17, observa-se que a variação da massa da carroceria m_s , causa também variação na aceleração, e que o pico positivo tende a diminuir com o aumento da massa m_s . Na Figura 5.18, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico na massa m_u .

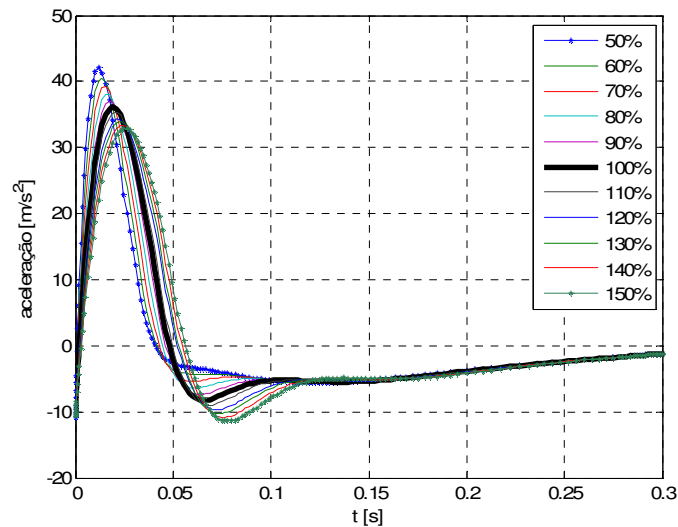


Figura 5. 18: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a Figura 5.18, observa-se que a variação da massa do conjunto eixo e roda m_u , causa também variação na aceleração, e que o pico positivo tende a diminuir com o aumento da massa m_u . Na Figura 5.19, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

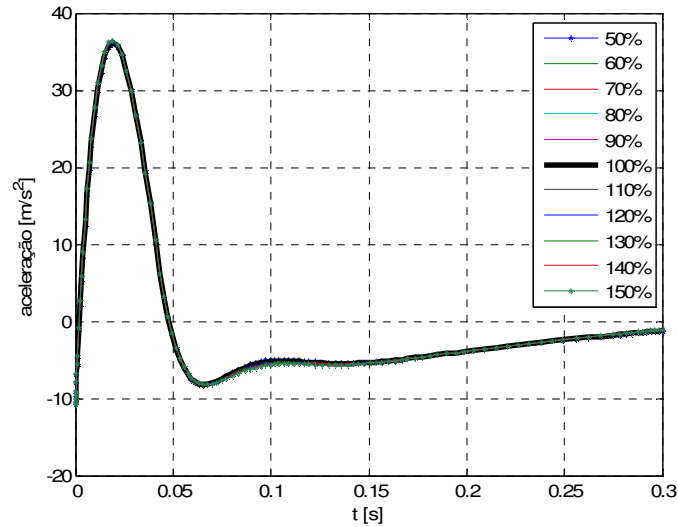


Figura 5. 19: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a Figura 5.19, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento linear b_s^l , não influencia significativamente na variação da aceleração da massa m_s . Na Figura 5.20, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

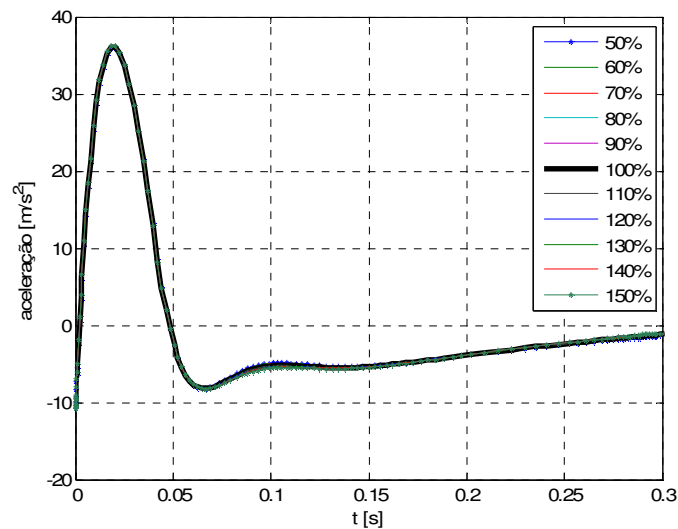


Figura 5. 20: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.20, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} , não influencia significativamente na variação da aceleração da massa m_s . Na Figura 5.21, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento assimétrico b_s^y .

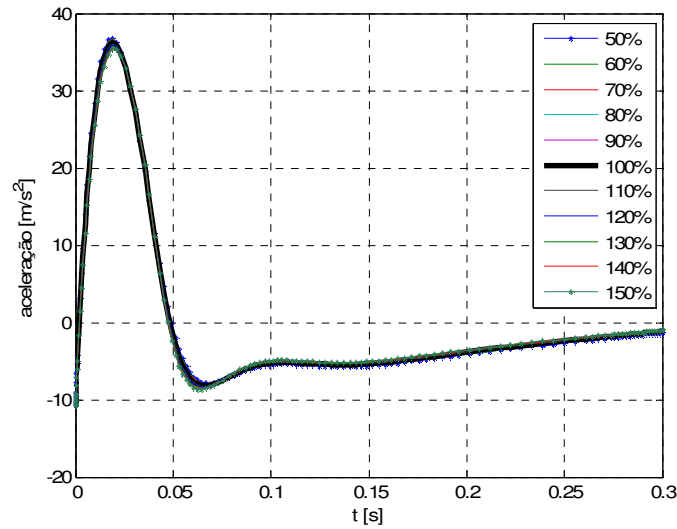


Figura 5. 21: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a Figura 5.21, observa-se que a variação do coeficiente b_s^y , não influenciou significativamente na variação da aceleração da massa m_s . Na Figura 5.22, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

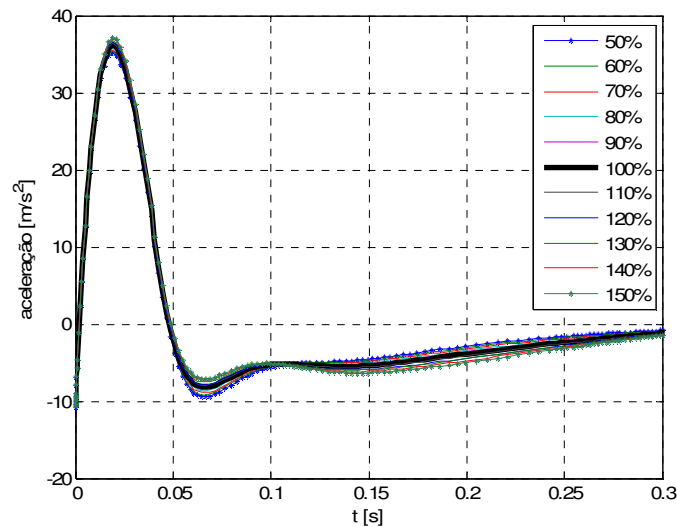


Figura 5. 22: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a Figura 5.22, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez linear k_s^l , influenciou sensivelmente na variação da aceleração da massa m_s . Na Figura 5.23, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

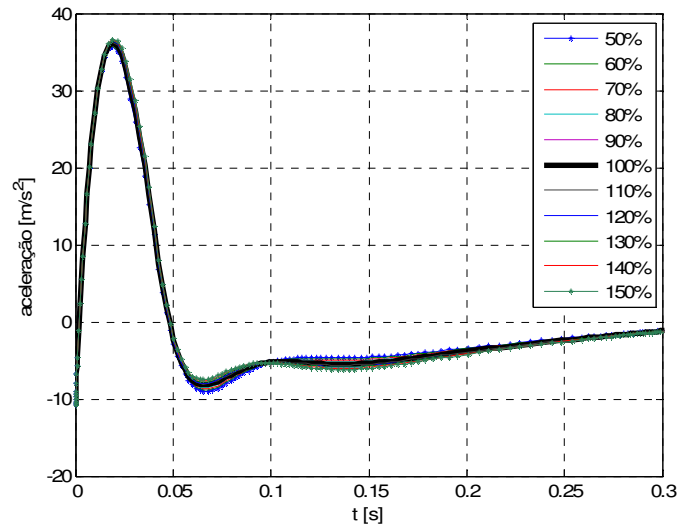


Figura 5. 23: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.23, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} , influenciou sensivelmente na variação da aceleração da massa m_s . Na Figura 5.24, pode-se observar a aceleração da massa m_s , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

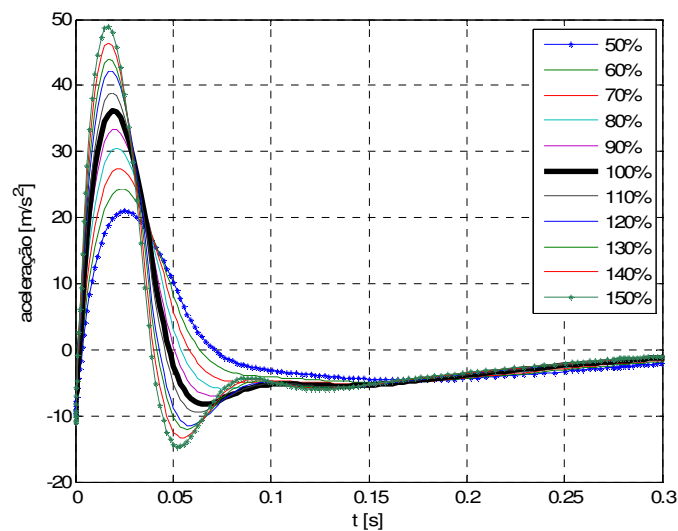


Figura 5. 24: Aceleração da carroceria para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a Figura 5.24, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez do pneu k_t , influenciou significativamente na variação da aceleração da massa m_s , diminuindo o pico de aceleração conforme seu valor diminui. Na Tabela 5.8, pode-se observar os valores da aceleração da massa m_s , considerando-se os erros paramétricos.

Tabela 5. 8: Picos positivos da aceleração da carroceria [m/s^2]

Parâmetro	m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}	b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
50%	67,9621	42,1026	35,9303	35,8787	36,8363	35,1473	35,6374	21,0316
60%	57,6160	40,5122	35,9628	35,9106	36,7047	35,3474	35,7398	24,3149
70%	50,0945	39,1576	36,0009	35,9447	36,5701	35,5473	35,8420	27,4262
80%	44,3584	37,9641	36,0445	35,9849	36,4324	35,7468	35,9442	30,4676
90%	39,9166	37,0190	36,0933	36,0249	36,2916	35,9460	36,0462	33,3180
100%	36,1562	36,1562	36,1562	36,1562	36,1562	36,1562	36,1562	36,1562
110%	33,1113	35,3305	36,2060	36,1047	35,9999	36,3434	36,2498	38,8501
120%	30,3797	34,2399	36,2250	36,1237	35,9223	36,5148	36,3459	42,1675
130%	28,3568	33,9932	36,3371	36,1841	35,6946	36,7391	36,4530	43,9897
140%	26,4625	33,3822	36,4091	36,2236	35,5366	36,9363	36,5544	46,4822
150%	24,8077	32,8426	36,4849	36,2631	35,3749	37,1331	36,6556	48,8387

Analisando-se as Figuras 5.17 a 5.24, e os valores da Tabela 5.8, verifica-se que os dois parâmetros que mais influenciaram na aceleração da carroceria, foram a massa da carroceria m_s , aumentando 87,96% o pico positivo para o caso de 50% m_s , e uma redução no pico positivo de 31,38% para o caso de 150% m_s , e o coeficiente de rigidez do pneu k_t , que reduziu em 41,83% o valor do pico positivo para o caso de 50% k_t , e um acréscimo de 35,07% no pico positivo para o caso de 150% de k_t .

Nas Figuras 5.25 a 5.32, pode-se observar a influência dos erros paramétricos no deslocamento do conjunto eixo e roda, ou através dos valores da Tabela 5.9. Fator importante quando considera-se, segurança e dirigibilidade do veículo.

Na Figura 5.25, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico na massa m_s .

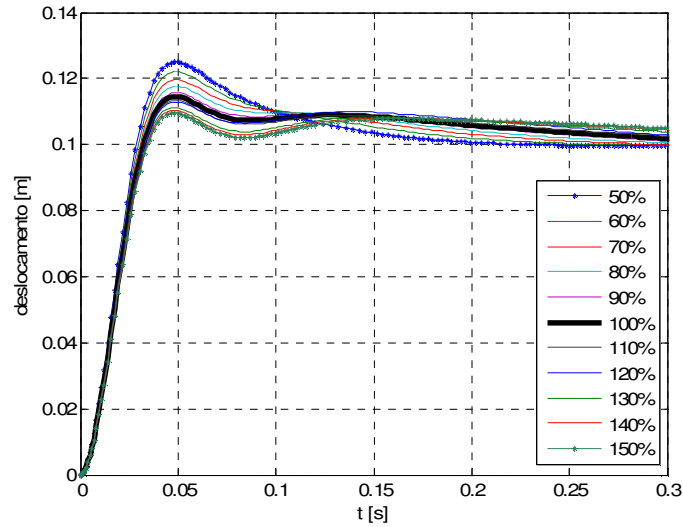


Figura 5. 25: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a Figura 5.25, observa-se que a variação da massa da carroceria m_s , causa variação no deslocamento da massa m_u , e que a amplitude tende a diminuir com o aumento da massa m_s . Na Figura 5.26, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico na massa m_u .

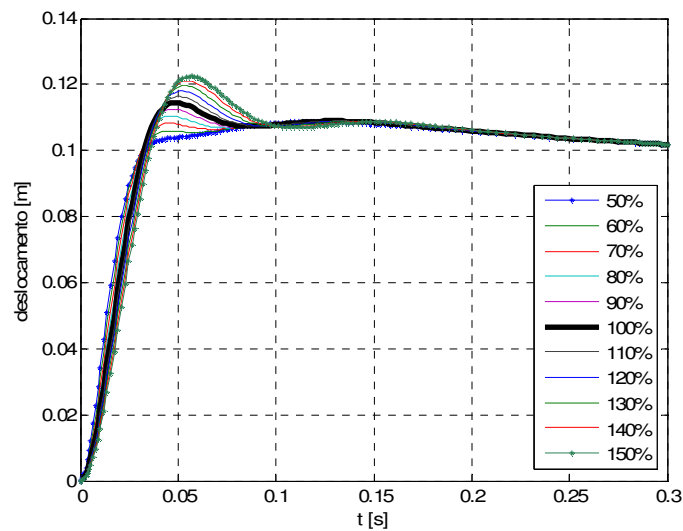


Figura 5. 26: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a Figura 5.26, observa-se que a variação da massa m_u , causa variação no seu deslocamento, e que a amplitude tende a diminuir com a diminuição de sua massa. Na Figura 5.27, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

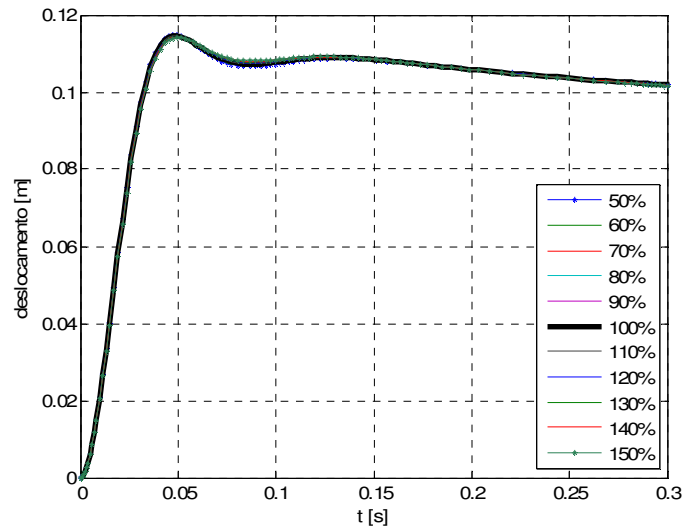


Figura 5. 27: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a Figura 5.27, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento linear b_s^l não influencia significativamente no deslocamento da massa do conjunto eixo e roda m_u . Na Figura 5.28, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

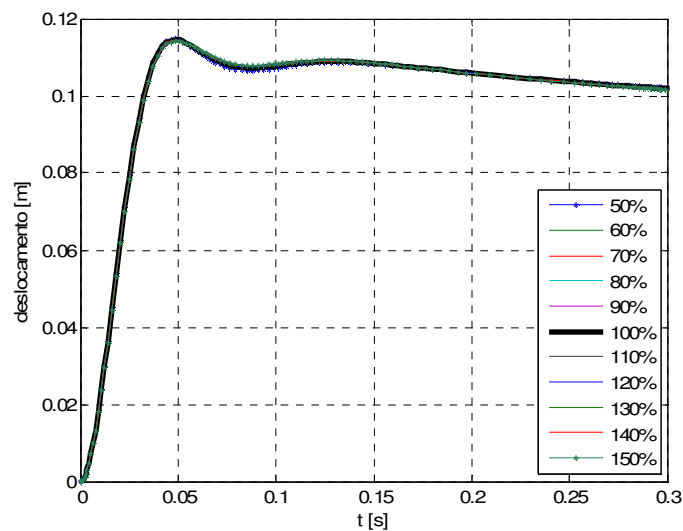


Figura 5. 28: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.28, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} não influencia significativamente no deslocamento da massa do conjunto eixo e

roda m_u . Na Figura 5.29, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento assimétrico b_s^y .

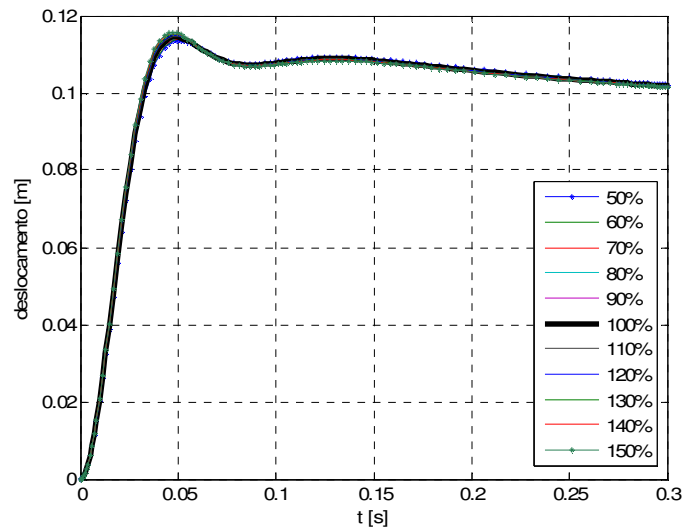


Figura 5. 29: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a Figura 5.29, observa-se que a variação do coeficiente b_s^y não influencia significativamente no deslocamento da massa do conjunto eixo e roda m_u . Na Figura 5.30, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

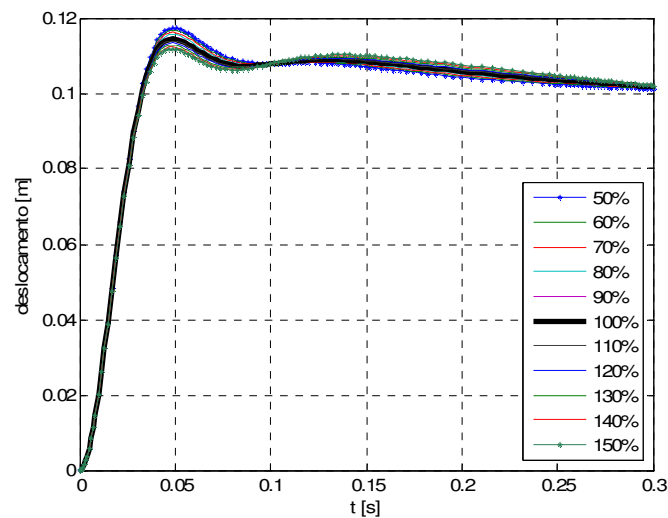


Figura 5. 30: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a Figura 5.30, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez linear k_s^l influencia sensivelmente no deslocamento da massa do conjunto eixo e roda m_u , diminuindo

o pico de deslocamento conforme aumenta seu valor. Na Figura 5.31, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

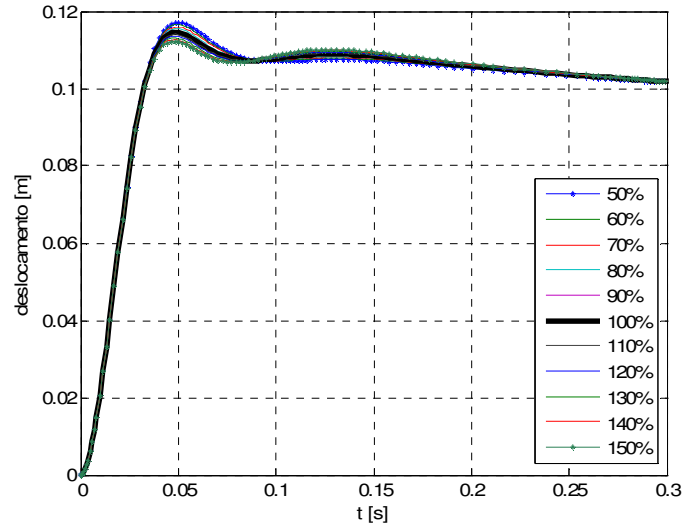


Figura 5. 31: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.31, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} influencia sensivelmente no deslocamento da massa do conjunto eixo e roda m_u , diminuindo o pico de deslocamento conforme aumenta seu valor. Na Figura 5.32, pode-se observar o deslocamento da massa m_u , considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

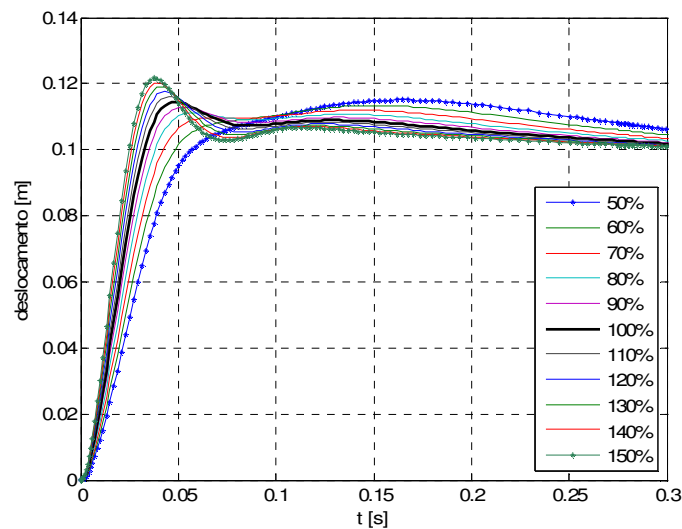


Figura 5. 32: Deslocamento do eixo e roda para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a Figura 5.32, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez do pneu k_t influencia no deslocamento da massa do conjunto eixo e roda m_u , obtendo o maior pico de deslocamento para o caso de 150% k_t . Na Tabela 5.9, pode-se observar os valores dos deslocamentos da massa m_u , considerando-se os erros paramétricos.

Tabela 5. 9: Desvio $y_3 = (x_3 - 0,10)$ [m] máximo

Parâmetro	m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}	b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
50%	0,0249	0,0086	0,0148	0,0147	0,0136	0,0173	0,0170	0,0150
60%	0,0220	0,0087	0,0147	0,0147	0,0138	0,0167	0,0165	0,0133
70%	0,0196	0,0088	0,0147	0,0146	0,0139	0,0161	0,0160	0,0119
80%	0,0176	0,0104	0,0146	0,0146	0,0141	0,0156	0,0155	0,0111
90%	0,0156	0,0125	0,0145	0,0145	0,0143	0,0150	0,0150	0,0128
100%	0,0145	0,0145	0,0145	0,0145	0,0145	0,0145	0,0145	0,0145
110%	0,0132	0,0163	0,0144	0,0144	0,0147	0,0139	0,0140	0,0160
120%	0,0129	0,0179	0,0143	0,0144	0,0149	0,0134	0,0135	0,0176
130%	0,0112	0,0195	0,0143	0,0143	0,0151	0,0128	0,0131	0,0190
140%	0,0104	0,0210	0,0142	0,0143	0,0154	0,0123	0,0126	0,0203
150%	0,0096	0,0224	0,0141	0,0142	0,0156	0,0118	0,0122	0,0216

Considerando-se as Figuras 5.25 a 5.32, e a Tabela 5.9, verifica-se que os dois parâmetros que mais influenciaram nos deslocamento do eixo e roda, foram a massa da carroceria m_s , que gerou um acréscimo de 71,72%, no pico de deslocamento, para o caso de 50% de m_s , e redução 33,79%, no pico de deslocamento, para o caso de 150% de m_s , e a massa do eixo e roda m_u , que gerou uma redução de 40,68%, no pico de deslocamento, para o caso de 50% de m_u e acréscimo de 54,48%, no pico de deslocamento, para o caso de 150% de m_u .

Nas Figuras 5.33 a 5.40, pode-se observar a influência dos erros paramétricos no espaço de trabalho do amortecedor ou através dos valores da Tabela 5.10. Fator importante, quando considera-se a segurança e dirigibilidade do veículo.

Na Figura 5.33, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor, considerando-se o erro paramétrico na massa m_s .

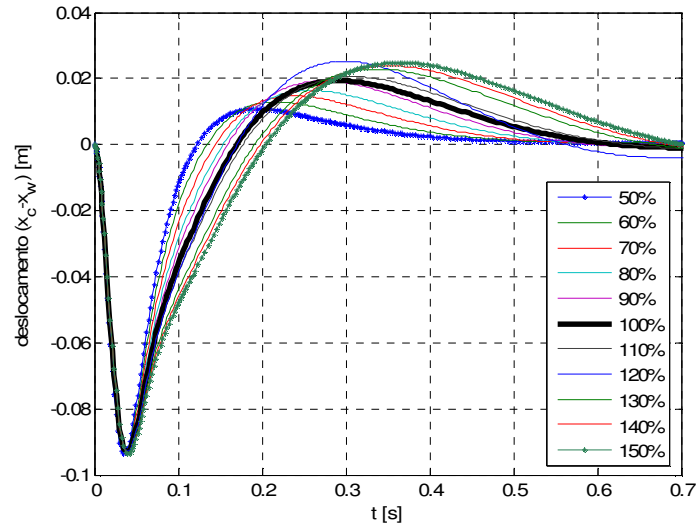


Figura 5. 33: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a Figura 5.33, observa-se que a variação da massa da carroceria m_s influencia significativamente no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude conforme diminui seu valor. Na Figura 5.34, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico na massa do conjunto eixo e roda m_u .

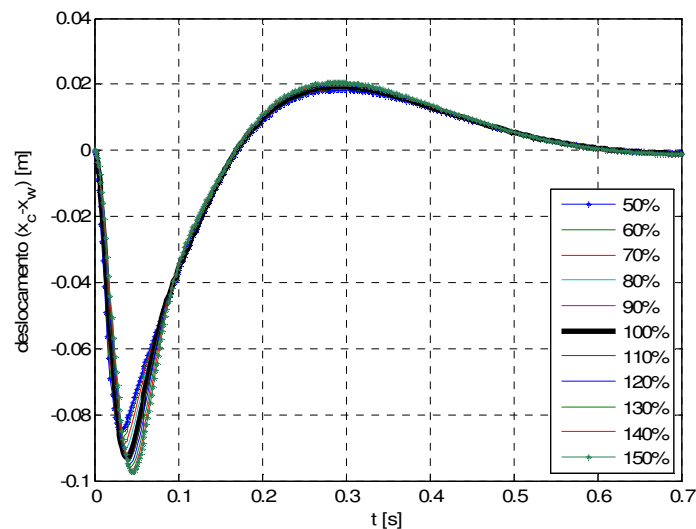


Figura 5. 34: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a Figura 5.34, observa-se que a variação da massa m_u influencia sensivelmente no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude conforme diminui seu valor. Na Figura 5.35, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

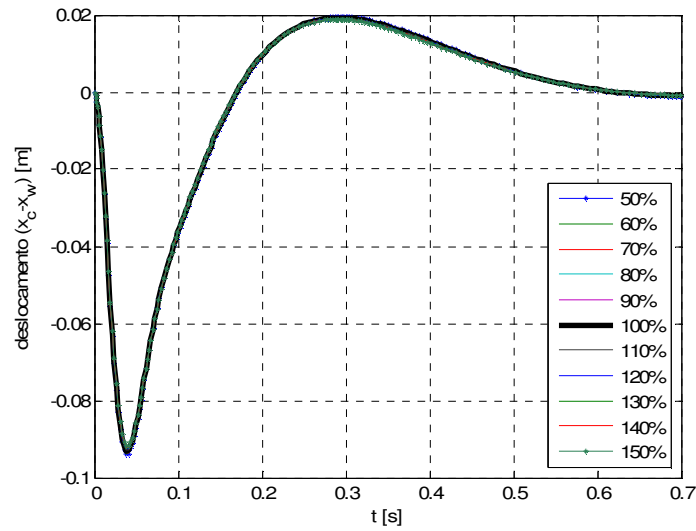


Figura 5. 35: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a Figura 5.35, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento linear b_s^l não influencia significativamente no espaço de trabalho do amortecedor. Na Figura 5.36, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

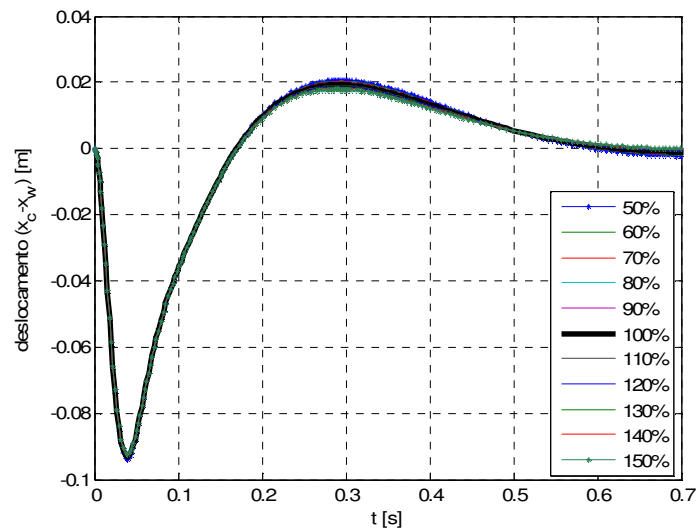


Figura 5. 36: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.36, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} não influencia significativamente no espaço de trabalho do amortecedor. Na Figura 5.37, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento assimétrico b_s^y .

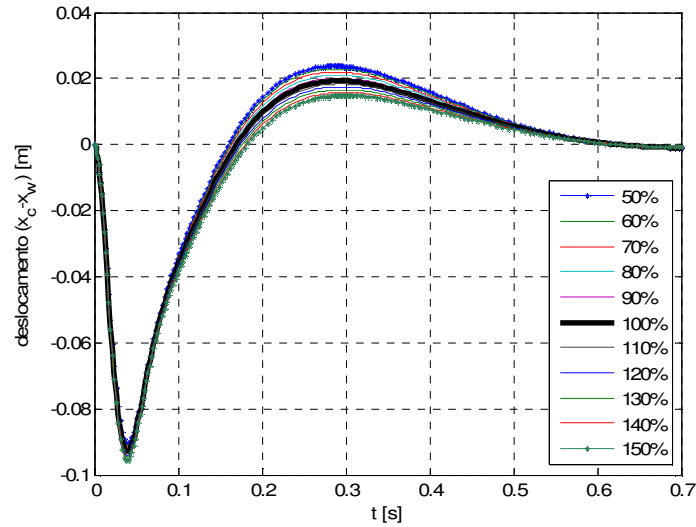


Figura 5. 37: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a Figura 5.37, observa-se que a variação do coeficiente de assimetria do amortecedor b_s^y influencia no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude do espaço de trabalho do amortecedor conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.38, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

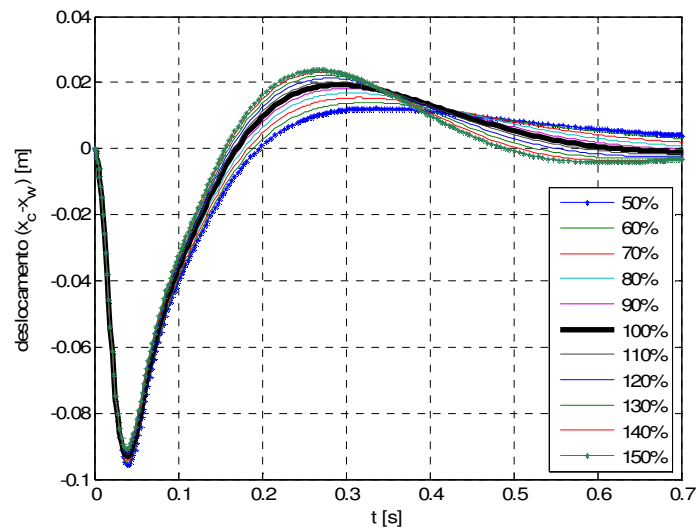


Figura 5. 38: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a Figura 5.38, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez linear k_s^l influencia no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude do espaço de trabalho do amortecedor conforme seu valor diminui. Na Figura 5.39, pode-se observar o espaço

de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

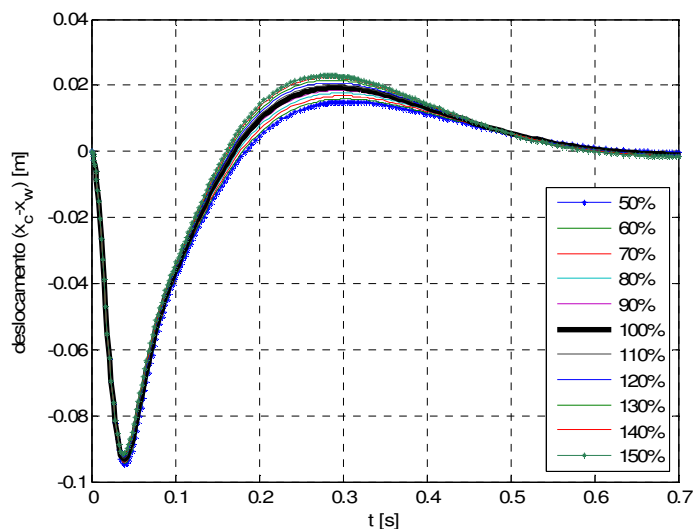


Figura 5. 39: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.39, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} influencia no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude conforme seu valor diminui. Na Figura 5.40, pode-se observar o espaço de trabalho do amortecedor considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

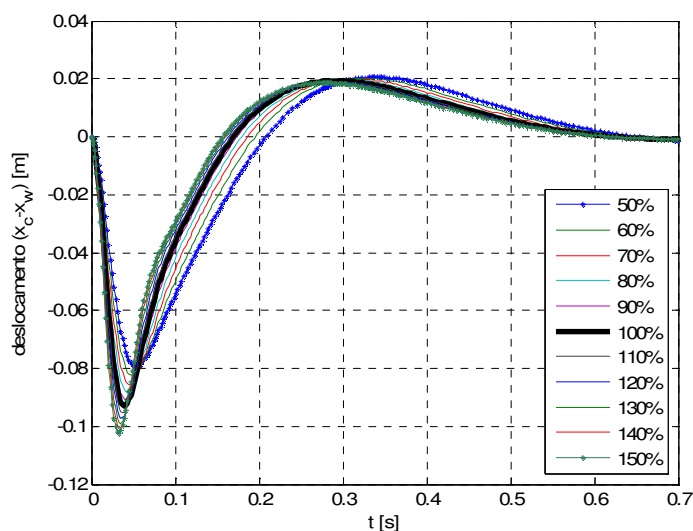


Figura 5. 40: Espaço de trabalho do amortecedor para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a Figura 5.40, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez do pneu k_t influencia no espaço de trabalho do amortecedor, diminuindo a amplitude do espaço de

trabalho do amortecedor conforme seu valor diminui. Na Tabela 5.10, pode-se observar os valores do espaço de trabalho do amortecedor, considerando-se os erros paramétricos.

Tabela 5. 10: Pico negativo do espaço de trabalho do amortecedor [m]

Parâmetro	m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}	b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
50%	-0,0936	-0,0851	-0,0938	-0,0939	-0,0905	-0,0957	-0,0950	-0,0793
60%	-0,0931	-0,0872	-0,0937	-0,0937	-0,0910	-0,0952	-0,0946	-0,0827
70%	-0,0930	-0,0890	-0,0936	-0,0936	-0,0915	-0,0946	-0,0942	-0,0856
80%	-0,0929	-0,0906	-0,0934	-0,0934	-0,0920	-0,0941	-0,0938	-0,0884
90%	-0,0925	-0,0919	-0,0932	-0,0932	-0,0925	-0,0936	-0,0934	-0,0908
100%	-0,0931	-0,0931	-0,0931	-0,0931	-0,0931	-0,0931	-0,0931	-0,0931
110%	-0,0932	-0,0941	-0,0928	-0,0929	-0,0935	-0,0926	-0,0926	-0,0952
120%	-0,0929	-0,0950	-0,0926	-0,0928	-0,0940	-0,0921	-0,0923	-0,0971
130%	-0,0935	-0,0959	-0,0923	-0,0926	-0,0946	-0,0916	-0,0920	-0,0989
140%	-0,0936	-0,0967	-0,0920	-0,0925	-0,0952	-0,0911	-0,0917	-0,1006
150%	-0,0937	-0,0973	-0,0917	-0,0923	-0,0957	-0,0906	-0,0914	-0,1022

Analisando-se as Figuras 5.33 a 5.40, assim como a Tabela 5.10, verifica-se que os dois parâmetros que mais influenciaram no espaço de trabalho do amortecedor foram, o coeficiente de rigidez do pneu k_t , que reduziu em 14,82% o pico negativo de deslocamento para o caso de 50% de k_t e um acréscimo de 9,77% para o caso de 150% de k_t , e o parâmetro m_u , que reduziu em 8,5% o pico negativo de deslocamento para o caso de 50% de m_u , e um acréscimo de 4,5% no pico negativo de deslocamento para o caso de 150% de m_u .

Nas Figuras 5.41 a 5.48, ou nos valores da Tabela 5.11, pode-se observar a influência dos erros paramétricos na força utilizada pelo atuador.

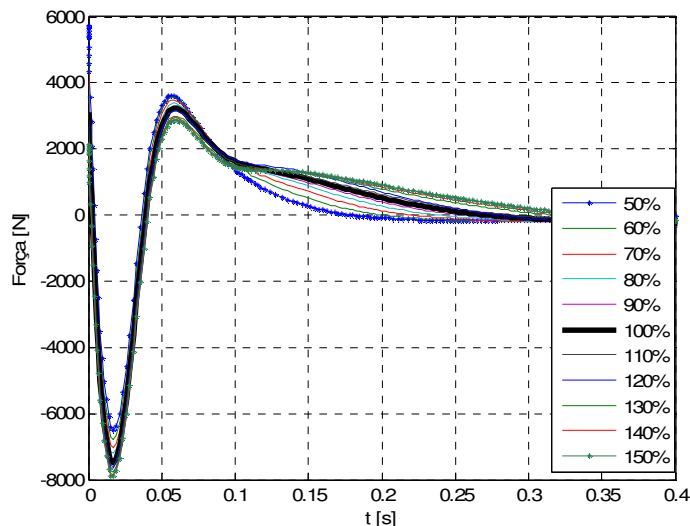


Figura 5. 41: Força utilizada no controle para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a Figura 5.41, observa-se que a variação da massa da carroceria m_s influencia na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor diminui. Na Figura 5.42, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico na massa m_u .

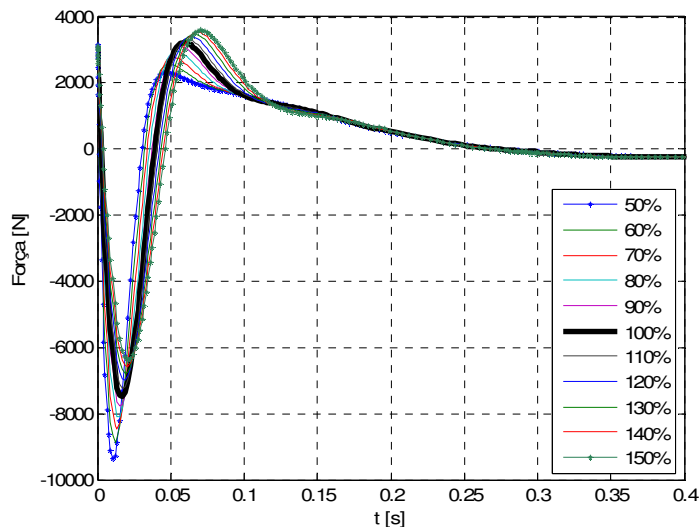


Figura 5. 42: Força utilizada no controle para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a Figura 5.42, observa-se que a variação da massa m_u influencia na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.43, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

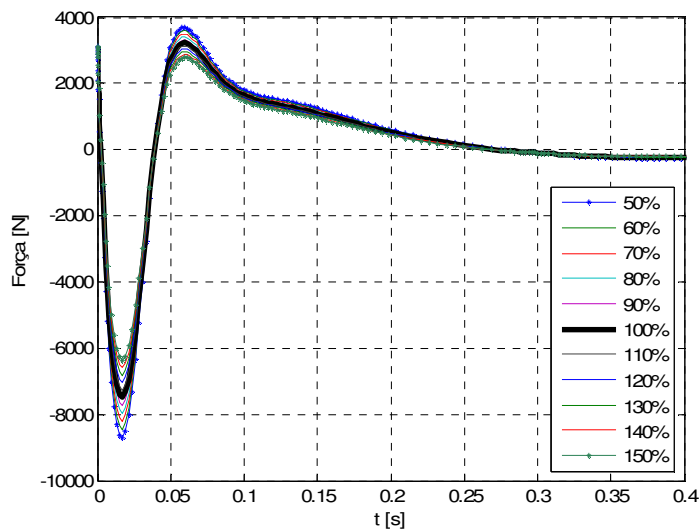


Figura 5. 43: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a Figura 5.43, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento linear b_s^l influencia na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.44, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

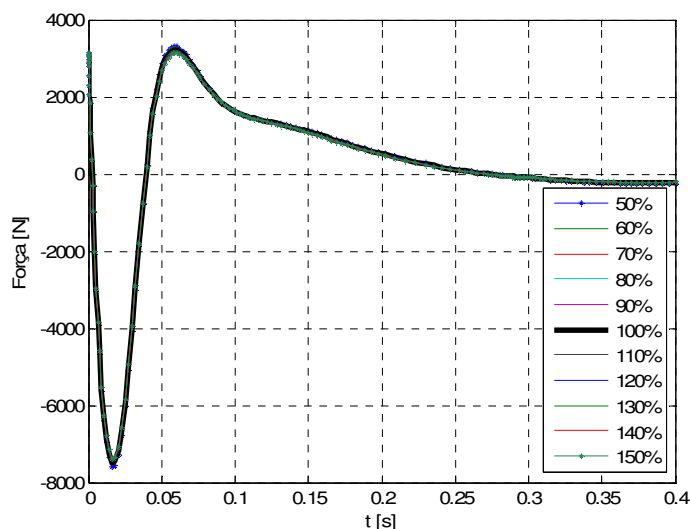


Figura 5. 44: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.44, observa-se que a variação do coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} não influencia significativamente na intensidade da força utilizada no controle. Na Figura 5.45, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de assimetria do amortecedor b_s^y .

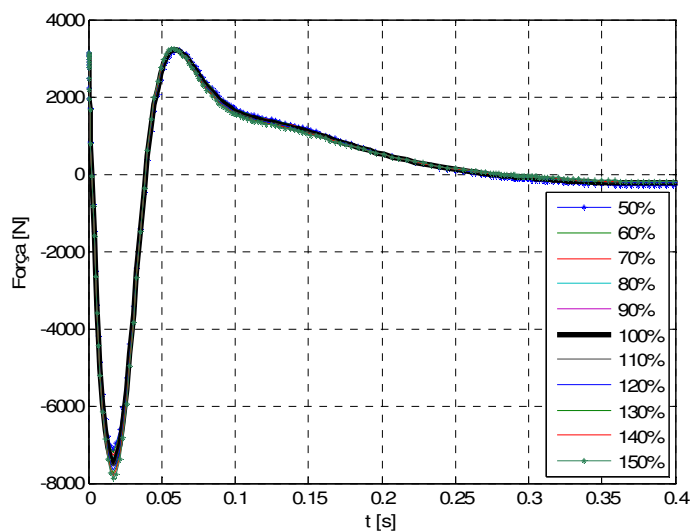


Figura 5. 45: Força utilizada no controle para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a Figura 5.45, observa-se que a variação do coeficiente b_s^y influencia sensivelmente na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor diminui. Na Figura 5.46, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

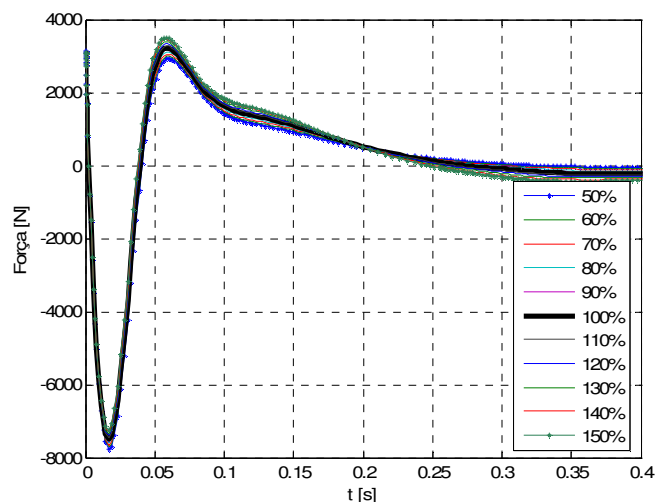


Figura 5. 46: Força utilizada no controle para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a Figura 5.46, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez linear k_s^l influencia sensivelmente na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.47, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

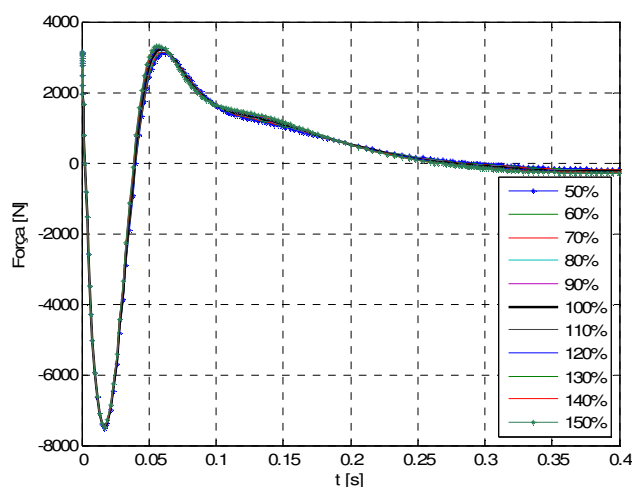


Figura 5. 47: Força utilizada no controle para erro paramétrico em k_s^{nl}

Analisando-se a Figura 5.43, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} não influencia significativamente na intensidade da força utilizada no controle. Na

Figura 5.45, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

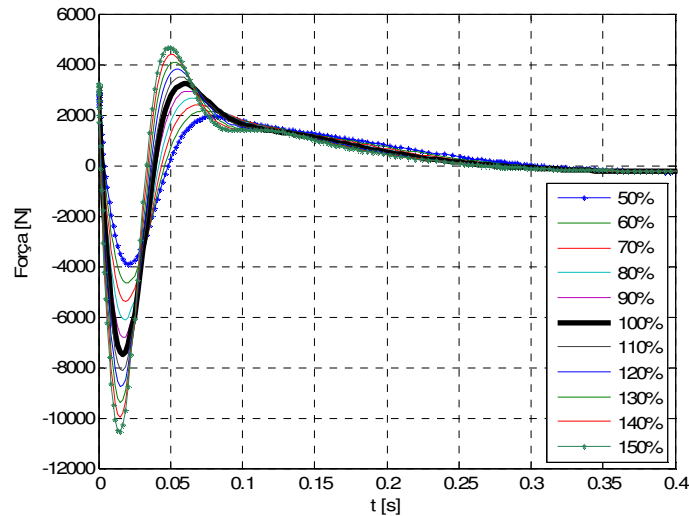


Figura 5. 48: Força aplicada no controle para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a Figura 5.48, observa-se que a variação do coeficiente de rigidez do pneu k_t influencia significativamente na intensidade da força utilizada no controle, diminuindo a força necessária conforme seu valor diminui. Na Tabela 5.11, pode-se observar a força utilizada no controle considerando-se os erros paramétricos.

Tabela 5. 11: Força máxima utilizada no controle [N]

Parâmetro	m_s	m_u	b_s^l	b_s^{nl}	b_s^y	k_s^l	k_s^{nl}	k_t
50%	-6503,02	-9346,01	-8714,93	-7584,84	-7132,09	-7764,06	-7520,83	-3902,39
60%	-6797,26	-8887,95	-8464,13	-7564,69	-7203,99	-7710,76	-7516,24	-4667,50
70%	-7027,07	-8471,08	-8216,87	-7544,56	-7276,69	-7657,74	-7511,66	-5420,32
80%	-7211,84	-8082,52	-7973,30	-7524,46	-7350,21	-7604,96	-7507,07	-6132,49
90%	-7404,35	-7788,84	-7733,57	-7504,40	-7424,57	-7552,42	-7502,49	-6823,08
100%	-7498,06	-7498,06	-7498,06	-7498,06	-7498,06	-7498,06	-7498,06	-7498,06
110%	-7598,81	-7233,20	-7266,10	-7464,36	-7575,82	-7448,02	-7493,33	-8137,90
120%	-7654,42	-6995,33	-7038,59	-7444,40	-7652,74	-7396,17	-7488,75	-8765,37
130%	-7772,37	-6775,21	-6815,34	-7424,46	-7730,53	-7344,55	-7484,17	-9395,62
140%	-7843,17	-6572,37	-6596,43	-7404,55	-7809,22	-7293,15	-7479,59	-9995,12
150%	-7905,79	-6386,47	-6381,91	-7384,68	-7888,80	-7241,99	-7475,02	-10564,18

Analisando-se as Figuras 5.41 a 5.48, assim como a Tabela 5.11, verifica-se que os dois parâmetros que mais influenciaram na força utilizada pelo atuador foram a massa do eixo e roda m_u , reduzindo em 24,64% a força máxima utilizada no controle para o caso de 50% de m_u , e um acréscimo na força utilizada de 14,82% para o caso de 150% de m_u , e o coeficiente de

rigidez do pneu k_t , que reduziu em 47,95% a força máxima utilizada para o caso de 50% de k_t , e um acréscimo de 40,89% para o caso de 150% de k_t .

Pode-se observar a influência dos erros paramétricos na função $L(t)$ considerando-se os resultados das simulações ilustradas pelas Figuras 5.49 a 5.56. Na Figura 5.49, pode-se observar a função $L(t)$ considerando-se o erro paramétrico na massa da carroceria m_s .

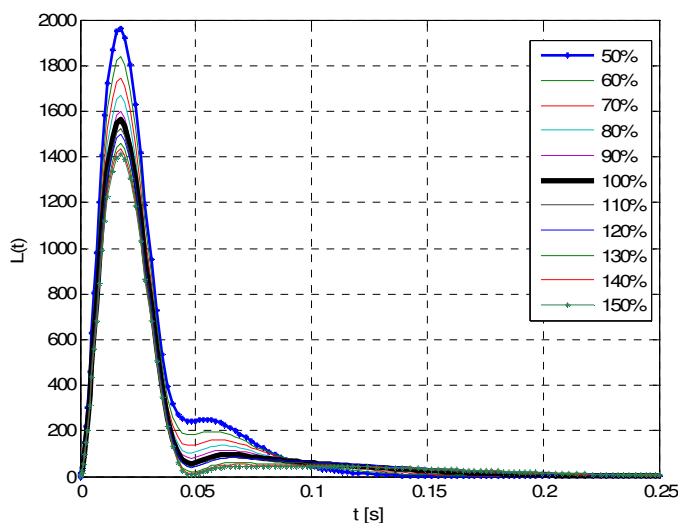


Figura 5. 49: Função de $L(t)$ para erro paramétrico em m_s

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.49, que a variação da massa m_s , pode implicar em $L(t)$ definida negativa conforme o valor de m_s aumenta. Na Figura 5.50, pode-se observar a função $L(t)$ considerando-se o erro paramétrico na massa do conjunto eixo e roda.

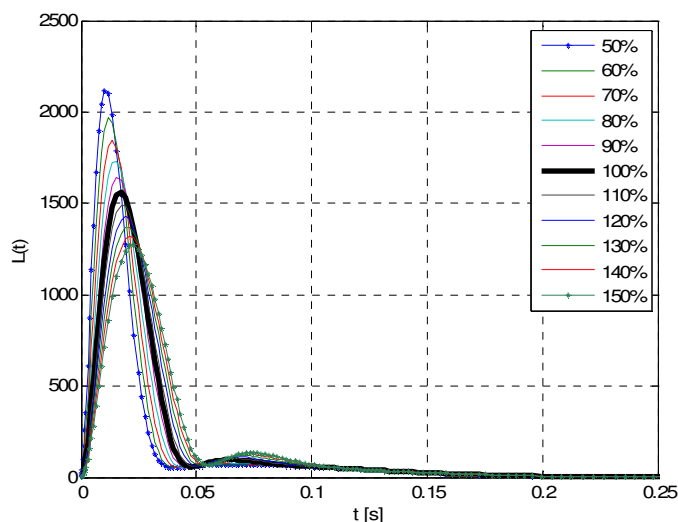


Figura 5. 50: Função de $L(t)$ para erro paramétrico em m_u

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.50, que a variação da massa m_u não implica significativamente para que $L(t)$ se torne definida negativa. Na Figura 5.51, pode-se observar a função $L(t)$, considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento linear b_s^l .

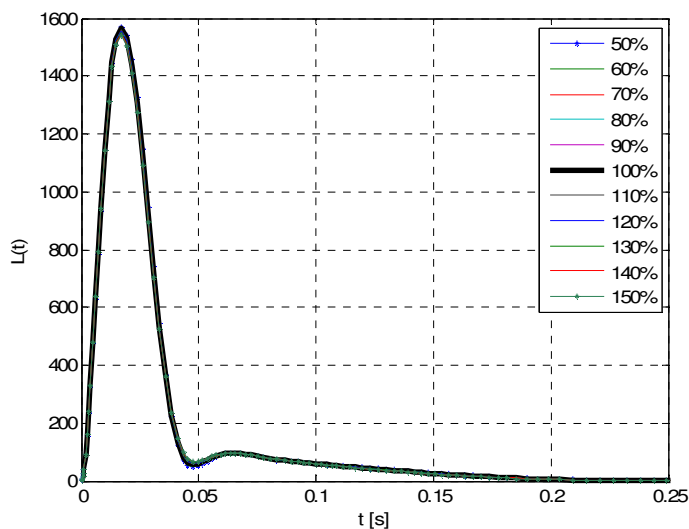


Figura 5. 51: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^l

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se na Figura 5.51, que a variação do coeficiente b_s^l não implica significativamente para que $L(t)$ se torne definida negativa. Na Figura 5.52, pode-se observar a função $L(t)$ considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de amortecimento não-linear b_s^{nl} .

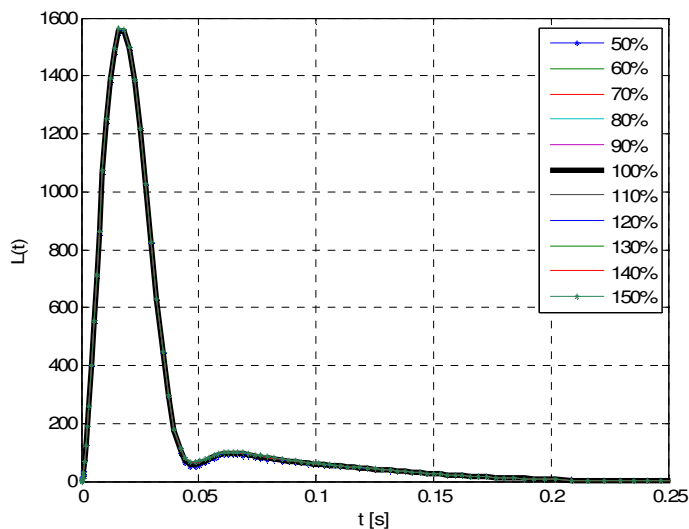


Figura 5. 52: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^{nl}

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se na Figura 5.52, que a variação do coeficiente b_s^{nl} , não implica significativamente para que $L(t)$ se torne definida negativa. Na Figura 5.53, pode-se observar a função $L(t)$, considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de assimetria do amortecedor b_s^y .

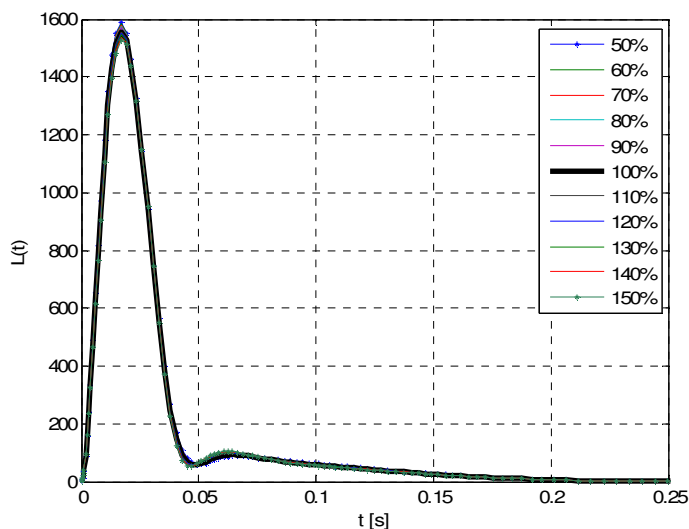


Figura 5. 53: Função $L(t)$ para erro paramétrico em b_s^y

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.53, que a variação do coeficiente b_s^y , não implica significativamente para que $L(t)$ se torne definida negativa. Na Figura 5.54, pode-se observar a função $L(t)$, considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez linear k_s^l .

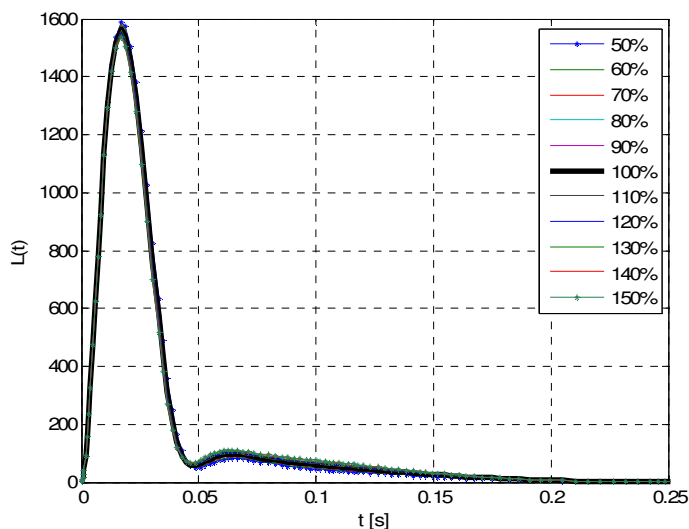


Figura 5. 54: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_s^l

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.54, que a variação do coeficiente k_s^l , não implica significativamente para que $L(t)$ se torne definida negativa. Na Figura 5.55, pode-se observar a função $L(t)$, considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} .

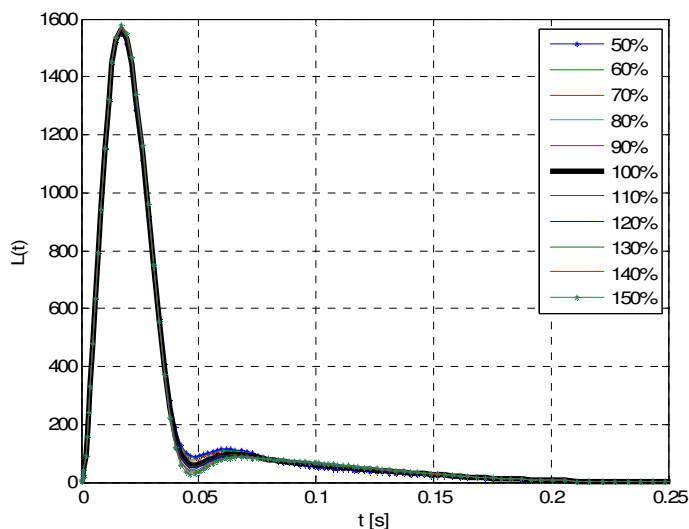


Figura 5. 55: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_s^{nl}

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.55, que a variação do coeficiente k_s^{nl} influencia sensivelmente, para que $L(t)$ se torne definida negativa, conforme seu valor aumenta. Na Figura 5.56, pode-se observar a função $L(t)$ considerando-se o erro paramétrico no coeficiente de rigidez do pneu k_t .

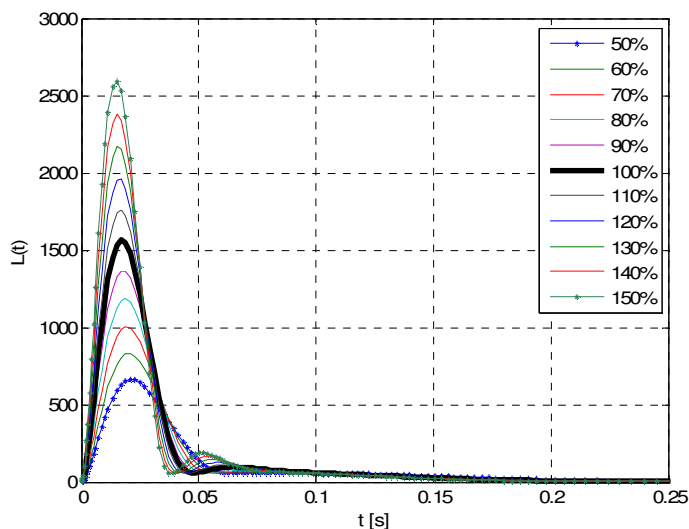


Figura 5. 56: Função $L(t)$ para erro paramétrico em k_t

Analisando-se a possibilidade da função $L(t)$ ter um pico negativo, verifica-se, na Figura 5.56, que a variação do coeficiente k_t , influencia sensivelmente para que $L(t)$ se torne definida negativa, conforme seu valor aumenta.

Observando-se as Figuras 5.49 a 5.56, verifica-se que o controle ótimo (5.1) manteve a função $L(t)$ definida positiva, mesmo com erros paramétricos de $\pm 50\%$ sobre os valores nominais, garantindo que o controle seja ótimo, sendo mais sensível para variações na massa m_s .

No quesito conforto, pode-se observar através dos resultados das simulações que os dois parâmetros mais influentes são a massa da carroceria m_s e o coeficiente de rigidez do pneu k_t , pois interferem na aceleração da carroceria, critério utilizado para determinar o nível de conforto dos passageiros.

No quesito segurança e dirigibilidade, os dois parâmetros mais influentes são, a massa da carroceria m_s , e a massa do eixo e roda m_u , influenciando significativamente no deslocamento da massa do eixo e roda, critério utilizado na determinação do nível de segurança e dirigibilidade.

Considerando-se o caso em que deseja-se reduzir a força utilizada pelo atuador, observa-se que os dois parâmetros que mais interferem na força são o coeficiente de rigidez do pneu k_t , e a massa do eixo e roda m_u .

6 CONCLUSÕES

Sistemas de suspensão veicular são sistemas dinâmicos não-lineares sendo, muitas vezes, difícil se obter um modelo matemático sem restringir algumas características do sistema. Isto deve-se ao fato de sistemas físicos reais serem extremamente complexos. Com o objetivo de considerar algumas das características não-lineares, geralmente não utilizadas em modelos de suspensão, optou-se, neste trabalho, por utilizar o modelo *quarter-car*, incluindo componentes que representam não-linearidades no modelo matemático.

Um componente que representa a não-linearidade da mola, e dois componentes que representam não-linearidades do amortecedor. Com a inclusão destes componentes buscou-se enriquecer o modelo linear geralmente utilizado, possibilitando, através de simulações computacionais, uma análise mais rigorosa com relação à eficiência e a estabilidade do controle proposto. Através das simulações computacionais, considerando-se perturbações do tipo degrau e tipo impulso tanto valores positivos quanto negativos, foi possível analisar o comportamento da suspensão para o caso de declives bruscos, buracos ou obstáculos na pista. Sendo possível perceber a não-linearidade da força do amortecedor, quando se considera o sentido de deslocamento do amortecedor, sendo que a força de amortecimento para as velocidades positivas é maior que para as velocidades negativas, o que permite que movimentos bruscos causados pelo perfil da estrada, gerem apenas um pequeno impacto na carroceria enquanto houver oscilações verticais do amortecedor em movimento descendente da roda.

Através da teoria de estabilidade de Lyapunov e das regras de programação dinâmica de Bellman, foi possível estabelecer os critérios de estabilidade do controle para modelos não-lineares e uma condição necessária para determinar se o controle é ótimo, considerando a escolha das matrizes Q e R .

Com a utilização da lógica *fuzzy*, foi possível projetar o controle da corrente elétrica do amortecedor magneto-reológico, através do método de Mandani, considerando duas entradas: a velocidade do deslocamento do pistão do amortecedor e da força a ser utilizada pelo amortecedor determinada pelo controle ótimo proposto. Considerando o erro padrão de estimativa entre valores observados em um amortecedor magneto-reológico e os obtidos através do controle *fuzzy* proposto, verificou-se que o erro de estimativa na utilização do controle *fuzzy* da corrente elétrica é de 0,0598 [A].

Com a utilização do controle da corrente elétrica do amortecedor através da lógica *fuzzy*, foi possível obter um sistema flexível ao modelo de amortecedor a ser utilizado, possibilitando sua aplicação em diferentes modelos de amortecedores magneto-reológicos que tenham a mesma

relação força-velocidade, bastando determinar qual a força disponível e a velocidade de saturação do material reológico utilizado.

Para o caso do sistema estar sujeito a erros paramétricos, realizaram-se simulações considerando-se erros de $\pm 50\%$ sobre os valores nominais, observando-se que o controle obtido manteve-se no intervalo considerado como ótimo e estável, mesmo quando sujeito às incertezas paramétricas.

Considerando-se o conforto dos passageiros, observou-se que o controle ótimo proposto reduz as oscilações na carroceria e o tempo de assentamento quando comparado com o sistema passivo, fator que contribui para um pico na aceleração da carroceria no início do controle, resultando em VDV superior ao observado no sistema passivo, mas inferiores aos considerados desconfortáveis pela norma BS 6841, 1987, que é de $8,5 [m/s^{1.75}]$. Também observou-se que os parâmetros que mais influenciam no conforto são a massa da carroceria m_s , o coeficiente de rigidez do pneu k_t e a massa do eixo e roda m_u , sendo possível diminuir os picos de aceleração através da redução da massa da carroceria m_s , da redução do coeficiente de rigidez do pneu k_t , do aumento da massa do eixo e roda m_u ou com a combinação das ações.

Para o caso da segurança e dirigibilidade, o controle ótimo demonstrou ser eficiente, utilizando menor espaço de trabalho do amortecedor do que o sistema passivo tanto para as perturbações tipo impulso e degrau, como para a função seno.

Constatou-se que os parâmetros mais influentes na segurança e dirigibilidade são, a massa da carroceria m_s , a massa do eixo e roda m_u , o coeficiente de rigidez do pneu k_t e o coeficiente de rigidez não-linear da mola k_s^{nl} . Uma alternativa para reduzir os deslocamentos da roda, é considerar o aumento da massa da carroceria m_s , diminuição da massa do eixo e roda m_u , aumento do coeficiente de rigidez não-linear k_s^{nl} , diminuição do coeficiente de rigidez do pneu k_t , ou através da combinação das ações. Mas, para o caso em que o objetivo é conciliar, conforto e segurança o parâmetro mais influente é o coeficiente de rigidez do pneu k_t .

6.1 Proposta de Trabalhos Futuros

Considerando os resultados obtidos, as seguintes propostas de continuação podem ser consideradas:

- Comparar o desempenho do controle ótimo com outros tipos de controle para modelos não-lineares;
- Estudar o comportamento do controlador em função da matriz Q e propor uma metodologia para a escolha de seus parâmetros;
- Estudar as possibilidades de aumentar a robustez do controle quanto ao desempenho;
- Projetar o observador de estados de ordem plena para o modelo não-linear de *quarter-car* utilizando o filtro de Kalman *Unscented*;
- Aplicar o controle ótimo em modelo veicular não-linear completo;
- Implementar uma bancada de teste com um amortecedor magneto-reológico, e analisar o desempenho do controle ótimo e a aplicabilidade do controle *fuzzy* da corrente;
- Analisar a viabilidade da utilização de um atuador pneumático no controle das vibrações veiculares;
- Analisar a viabilidade da utilização de um atuador hidráulico no controle das vibrações veiculares;
- Comparar o custo/benefício da implementação dos atuadores: magneto-reológico, pneumático e hidráulico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abed, E.H., Wang, H.O.; Tesi, A., 1995. “**Control of bifurcation and chaos**”, in The Control Handbooks (W.S. Levine, ed), CRC Press, Boca Raton, FL.

Anflor, C. T. M., 2003. “**Estudo da Transmissibilidade da Vibração no Corpo Humano na Direção Vertical e Desenvolvimento e um Modelo Biodinâmico de Quatro Graus de Liberdade**”, Dissertação de Mestrado, PROMEC, UFRGS, Porto Alegre.

Ahmadian, M., Blanchard, E., 2007. “**Non-dimensional analysis of the performance of semiactive vehicle suspensions**”, Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Las Vegas, EUA.

Alleyne, A., Hedrick, J. K., 1992. “**Nonlinear Control of a Quarter Car Active Suspension**”, Proc. American Control Conf., vol: 1, pp. 21-25.

Bewley, T.R., 1999. “**Linear control and estimation of nonlinear chaotic convection: Harnessing the butterfly effect**”, Physics of Fluids, pp. 1169-1186.

Balbinot A., 2001. “**Caracterização dos níveis de vibração em motoristas de ônibus: um enfoque no conforto e na saúde**”, Tese de doutorado, PROMEC, UFRGS, Porto Alegre.

Barros, A. C. da Silva, De Albuquerque, V. H. C., De Alexandria, A. R., 2006. “**Biblioteca para implementação de controladores utilizando lógica fuzzy**”, Rev. Tecnol. Fortaleza, vol: 27, n. 2, pp. 141-149.

Beranek, L. L., 1992. “**Noise and vibration control engineering, principles and applications**”, John Wiley & Sons, New York, USA.

BS 6841, 1987. “**Measurement and evaluation of human exposure to wholebody mechanical vibration and repeated shock**”, British Standard Guide.

Bryson, JR., A.E., Ho, Y. C., 1975. “**Applied optimal control: Optimization, Estimation, and Control**”, Hemisphere Publ. Corp., Washington D.C.

Buckner, G. D., Schuetze, K. T., Beno, J. B., 2000. “**Active Vehicle Suspension Control using Intelligent Feedback Linearization**”, Proc. American Control Conf., vol: 3, pp. 4014 - 4018.

Carlson, J.D., Spencer Jr., B.F., 1996. “**Magneto-rheological fluid dampers: scalability and design issues for application to dynamic hazard mitigation**”, Proc.2nd Workshop on Structural Control: Next Generation of Intelligent Structures, Hong Kong, China, pp. 99-109.

Carter, A. K., 1998. “**Transient Motion Control of Passive and Semi-active Damping for Vehicle Suspensions**”, M.S. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Chantranuwathana, S., Peng, H., 2004. “**Adaptive robust force control for vehicle active suspensions**”, International Journal Of Adaptive Control And Signal Processing, 18, pp. 83-102.

Chalasan, R. M., 1987. **“Ride Performance of Active Suspension Systems-Part I: Simplified Analysis Based on a Quarter-Car Model”**, ASME, AMD, vol: 80, pp. 187-204.

Chen, G., Dong, X., 1993. **“From chaos to order, perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems”**, Int. J. Bifurcation and Chaos, pp. 1363-1409.

D’Azzo, J. J., Houpis, C. H., 1975. **“Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares”**, Ed.Guanabara.

Driankov D., Hellendoorn H., Reinfrank M., 1993. **“An Introduction to Fuzzy Control”**, Springer-Verlag.

Dubois, D., Prade, H., 1991. **“Fuzzy sets in approximate reasoning”**, Fuzzy sets and Systems 40, pp. 143-202.

Ehrgott, R.C., Masri, S.F., 1992. **“Modelling of Oscillatory Dynamic Behavior of Electrorheological Materials in Shear”**, Smart Materials and Structures, vol: 4, pp. 275-285.

Elmadany, M. M., Abdujabar, Z., 1991. **“Alternative Control Laws for Active and Semi-Active Automotive Suspension - A Comparative Study”**, Computer and Structures, vol: 39, pp.623-629.

Ferreira, A. L., 2008. **“Modelagem matemática e comportamento dinâmico da suspensão passiva de um pulverizador agrícola Autopropelido”**, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNESP, Bauru.

Gamota, D. R., Filisko, F.E., 1991. **“Dynamic Mechanical Studies of Electrorheological Materials: Moderate Frequencies”**, Journal of Rheology, vol: 35, pp. 399-425.

Gaspar, P., Szasz, I., Bokor, J., 2003. **“Active suspension design using linear parameter varying control”**, IJVAS, vol: 1, n: 2.

Griffin, M. J., 1990. **“HandBook of human vibration”**, Academic Press. U.S.A.

Guo, S., Xia Z., Yang, S., 2005. **“Nonlinear Vibrations of Vehicle Suspension Systems with Magnetorheological Dampers”**, IEEE, pp. 315-319.

ISO 2631-1, 1997. **“Mechanical Vibration and shock - evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part I: general requirements”**. International Standard.

Jiang, G. P., Chen, G., Tang, W. K. S., 2003. **“A new criterion for chaos synchronization using linear state feedback control”**, Int. J. Bifur. Chaos, pp. 2343-2351.

Kim, Woo-Sub, Lee, Woon-sung e Kim Jung-ha, 2003. **“Control of an Active Vehicle Suspension Using Electromagnetic Motor”**, ICCAS 2003, Gyeongju, Korea, pp. 282-285.

Karlsson, N., Ricci, M., Hrovat, D., Dahleh, M., 2000. **“A Suboptimal Nonlinear Active Suspension”**, Proc. American Control Conf., vol: 3, pp. 4036-4040.

Kitching, K. J., *et al.*, 2000. **“Performance of a Semi-Active Damper for Heavy Vehicles”**, Cambridge University, Engineering Depart, Trumpington Street, cambridge, CB2 1pz, United Kingdon; International Journal of Vehicle Design, v: 122, pp. 498-506.

Koo, Jeong-Hoi, Ahmadian, M., Setareh, M., Murray, T. M., 2002. **“In Search of Suitable Control Methods for Semi-Active Tuned Vibration Absorbers Ninth”**, Conference on Nonlinear Vibrations, Stability, and Dynamics of Structures Blacksburg, VA.

Koo, Jeong-Hoi, 2003. **“Using Magneto-Rheological Dampers in Semiactive Tuned Vibration Absorbers to Control Structural Vibrations”**, Tese Mechanical Engineering, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.

Liao W. H., Lai. C. Y., 2002. **“Harmonic analysis of a magnetorheological damper for vibration control”**, Institute of Physics Publishing, Smart Mater Struct, vol: 11, pp. 288-296.

Li, R, Chen, W. M., Yu, M., Liu, D. K., 2004. **“Fuzzy Intelligent Control of Automotive Vibration via Magneto-rheological Damper”**, Proceedings of the 2004 IEEE, Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, Singapore, pp. 503-507.

Ma, X. Q., Wang, E. R., Rakheja S., Su, C.Y., 2003. **“Evaluation of Modified Hysteresis Models for Magneto-Rheological Fluid Dampers”**, The Fourth International Conference on Control and Automation (ICCA'03), Montreal, Canada, pp. 760-764.

Magnusson, M. L., Pope, M.H., Hulshof, C. T. J., Bovenzi, M., 1998. **“Development of a protocol for epidemiological studies of whole-body vibration and musculoskeletal disorders of the lower back”**, Journal of Sound and Vibration.

Mandani, E. H., Assilian, S., 1975. **“An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller”**, International Journal of Man-Machine Studies 7, pp. 1-13.

McManus, S. J., St. Clair, A., Boileau, P. E., Boutin, J., Rakheja, S., 2002. **“Evaluation of vibration and shock attenuation performance of a suspension seat with a semi-active magnetorheological fluid damper”**, Journal of Sound and Vibration, pp. 313-327.

Milecki, A., Sedziak, S, 2005. **“The Use of Magnetorheological Fluid Dampers to Reduce Servo Drive Velocity Jumps due to Load Changes”**, Journal of Intelligent Material Systems and Structures., vol: 16, pp. 501-510.

Moura, E. D. A., 2003. **“Estudo de Suspensões Passiva, Semi-Ativa MR e Ativa”**, Dissertação de Mestrado, P.P.E.M UFI.

Naidu, D. S., 2003. **“Optimal Control Systems”**, Idaho State University, Pocatello, Idaho, USA.

Ogata, C., 2000. **“Engenharia do Controle Moderno”**, 3 ed. Prentice-Hall do Brasil.

Paré, C. A., 1998. **“Experimental Evaluation of Semi-ative Magento- Rheological Suspensions for Passenger Vehicles”**, Thesis for the degree of Máster of Science in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University.

Passino K. M., Yurkovich S., 1998. **“Fuzzy Control”**, Addison Wesley Longman, Inc. Berkeley, California.

Pinheiro, C. A. M., 2004. “**Estratégia de Controle Fuzzy para Suspensão Ativa Automobilística**”, Congresso Brasileiro de Automática, Gramado, vol: 1, pp. 1-6.

Rafikov, M., Balthazar J. M., 2006. “**On a sufficient conditions for nonlinear systems using linear state feedback control**”, Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications. Guaratinguetá, SP, Brazil.

Rafikov, M., Balthazar J. M., Tusset, A. M., 2008 (In press). “**An Optimal Linear Control Design for Nonlinear Sitem**”, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering.

Rafikov, M., Balthazar J. M., 2008. “**On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic systems**”, Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, vol: 13, pp. 1246-1255.

Rill, G., 2003. “**Vehicle Dynamics**”, Lectures notes for University of applied sciences. Disponível em < http://homepages.fhregensburg.de/~rig39165/skripte/vehicle_dynamics.pdf> acesso em 15/09/2008.

Sandri S., Correa, C., 1999. “**Lógica Nebulosa**”, V Escola de Redes Neurais, Promoção: Conselho Nacional de Redes Neurais ITA, São José dos Campos – SP. pp. 73-90.

Sazonov, E., 2003. “**Typical membership functions**”. Department of Electrical and Computer Engineering at Clarkson University, NY. Disponível em < <http://www.clarkson.edu/~esazonov/classes/ee509/notes.htm>> acesso em 15/05/2007.

Sharp, R. S., Crolla, D. A., 1987. “**Road Vehicle Suspension System Design - a review**”, Vehicle System Dynamics, vol: 16, pp.167-192.

Shaw, I. S., Simões, M.G., 1999. “**Controle e Modelagem Fuzzy**”, FAPESP, Editora Edgard Blücher LTDA, São Paulo.

Simon, D. E., Ahmadian, M., 2001. “**Vehicle Evaluation of the Performance of Magneto Rheological Dampers for Heavy Truck Suspension**”, Jornal of Vibration and Acoustics, vol: 123, pp. 365-375.

Sinha, S. C., Henrichs, J. T., Ravindra, B., 2000. “**A general approach in the design of active controllers for nonlinear systems exhibiting chaos**”, International Journal of Bifurcation and Chaos, pp. 165-178.

Spencer, B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K., Carlson, J. D., 1997. “**Phenomenological model of a magnetorheological damper**”, J. Eng. Mech., pp. 230-238.

Teixeira, R. L., 2001. “**Uma metodologia de projeto de controladores híbridos inteligentes com aplicações no controle ativo de vibrações mecânicas**”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFB, Uberlândia.

Tusset, A. M., Tamagna, A., Rafikov, M., Gomes, H. M., 2006. “**Comparação entre a aplicação do controle ótimo e o controle fuzzy em um modelo de suspensão não-linear**”, XXVI ENEGEP, Fortaleza CE.

Tusset, A. M., Balthazar, J. M., Rafikov, M., 2007. “**Aplicação do controle linear feedback em modelo de suspensão veicular não-linear controlado através de amortecedor**”

magnetorheologico”, 6^o Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, UNESP - Campus de São José do Rio Preto, SP, Brazil.

Vincent, T. L., Yu, J., 1991. “**Control of a chaotic system**”, Dyn. Control, pp. 35-52.

Wang, E. R., Ma, X. Q., Rakheja, S., Su, C. Y. 2003. “**Modeling hysteretic characteristics of an MR-fluid damper**”, Proc. of the Inst. of Mech. Engrs., J. of Automobile Engineering.

Wang, D. H., Liao, W. H., 2005. “**Semiactive Controllers for Magnetorheological Fluid Dampers**”, Journal of Intelligent Material Systems and Structures.

Wasserman, D. E., 1987. “**Human aspects of occupational vibration**”, Elsevier Science Publishers B. V., U.S.A.

Wen, Y. K., 1976. “**Method of Random Vibration of Hysteretic Systems**”, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, vol: 102, pp. 249-263.

Wollstrom, M., 1998. “**Internal Noise and Vibration in Railway Vehicles - A Pilot Study**”, Report of Department of Vehicle Engineering Royal Institute of Technology, Stockolm.

Yang, G., 2001. “**Large-Scale Magnetorheological Fluid Damper For Vibration Mitigation: Modeling, Testing And Control**”, Department of Civil Engineering and Geological Sciences Notre Dame, Indiana.

Jiang, G. P, Chen, G., Tang, W. K. S., 2003. “**A new criterion for chaos synchronization using linear state feedback control**”, Int. J. Bifur. Chaos, pp. 2343-2351.

Yildirim, S., 2004. “**Vibration control of suspension systems using a proposed neural network**” Journal of Sound and Vibration, vol: 277, pp. 1059-1069.

ANEXO 1: NORMAS PARA EXPOSIÇÃO DO CORPO HUMANO À VIBRAÇÃO

A vibração no corpo humano é dividida em duas áreas: Vibração no Corpo Inteiro (WBV - *Whole Body Vibration*) e Vibração no Segmento Mão-Braço (HAV - *Hand Arm Vibration*). Estudos têm demonstrado que a frequência de ressonância humana para o corpo inteiro (WBV) na direção vertical ocorre na região de 4 a 8 [Hz]. Considerando vibrações em ambas as direções laterais e horizontais, a frequência de ressonância ocorre na região de 1 a 2 [Hz] [Wasserman, 1987].

Os efeitos da vibração estão diretamente relacionados à faixa de frequência envolvida, bem como, à magnitude da excitação, variabilidade individual, tempo de exposição, entre outras variáveis ambientais. Magnusson *et al.*, 1998, desenvolveram um protocolo para estudos epidemiológicos de WBV (*Whole Body Vibration*) e desordens musculares de LBP (*Low Back Pain*). Em relação aos efeitos na saúde, uma ênfase especial foi enfocada em problemas músculo-esquelético.

A resposta humana à vibração é muito complexa e depende de diversos fatores, sendo que a frequência e a amplitude da vibração são os fatores mais importantes a serem analisados [Wollstrom, 1998]. Uma possível classificação pode ser observada na Tabela A.1.1.

Tabela A.1. 1: Frequências de Influência Característica sobre o ser Humano

Frequência	Influência Característica sobre o ser Humano
Baixa: < 2 [Hz]	Desordem de movimento, movimentos no corpo todo.
Média: 2-100 [Hz]	O corpo todo pode se comportar como um sistema de partículas rígidas.
Alta: > 100 [Hz]	O corpo tem de ser tratado como um sistema contínuo.

Fonte: Wollstrom, 1998

Região de Baixa Frequência: As vibrações em baixa frequência, em veículos, são causadas pelo fenômeno de ressonância nessa região de frequências. No ponto de vista técnico, pode-se assumir que a resposta pode ser tratada como movimento de corpo rígido. Vibrações em regiões em que a frequência está abaixo de 0,5 [Hz] afetam o equilíbrio orgânico, a postura do sistema humano e podem causar sensação de enjôos pelo movimento, normalmente referido como náusea [Wollstrom, 1998].

Região Média Frequência: Para as regiões de média frequência o corpo humano pode ser aproximado a um sistema discreto com diferentes frequências de ressonância [Wollstrom, 1998; Griffin, 1990]. As frequências ressonantes consideradas mais importantes são 4-8 [Hz] (estômago), 20-30 [Hz] (cabeça) e 20-90 [Hz] (globo ocular) como podem ser observados na

Figura A.1.1. Frequências naturais na escala média são de grande importância para identificar quais órgãos estão expostos à vibração de pessoas trabalhando sentadas em veículos com altos níveis de vibração.

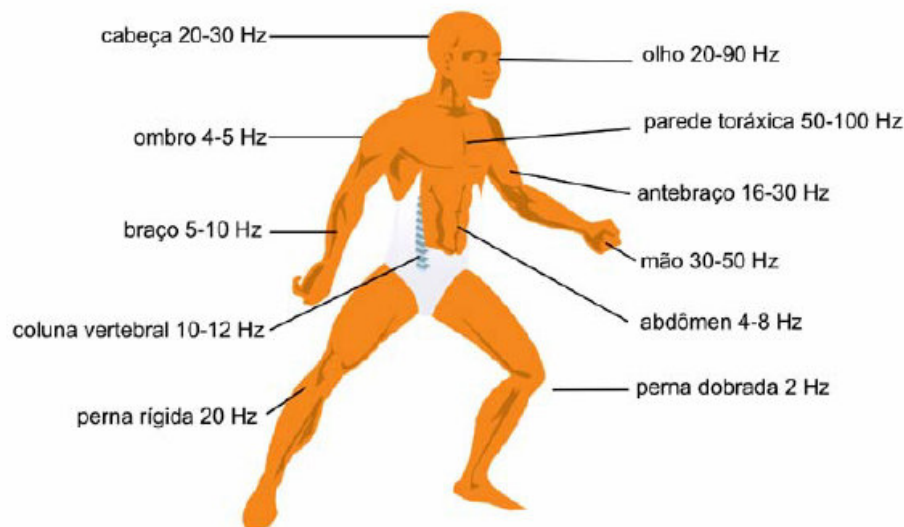


Figura A.1. 1: Frequências naturais de partes do corpo humano
Fonte: Norma ISO 2631-1, 1997

Alta Frequência: Se vibrações são tratadas na região de alta frequência, um modelo discreto é improvável de ser válido. Neste caso, o corpo humano deve ser tratado como um meio contínuo, com diferentes tipos de ondas propagando-se e dependendo de diversos fatores [Wollstrom, 1998].

É importante notar que a posição do corpo é essencial para avaliar a resposta à vibração. Uma pessoa sentada difere de uma pessoa em pé [Griffin, 1990]. A norma ISO 2631-1, 1997 e a norma BS 6841, 1987, definem um sistema de coordenadas ortogonais para estudos do efeito da magnitude em diferentes direções. As normas relativas à vibração no ser humano distinguem as posições e as direções de medição da vibração no corpo humano, o que pode ser visto na Figura A.1.2.

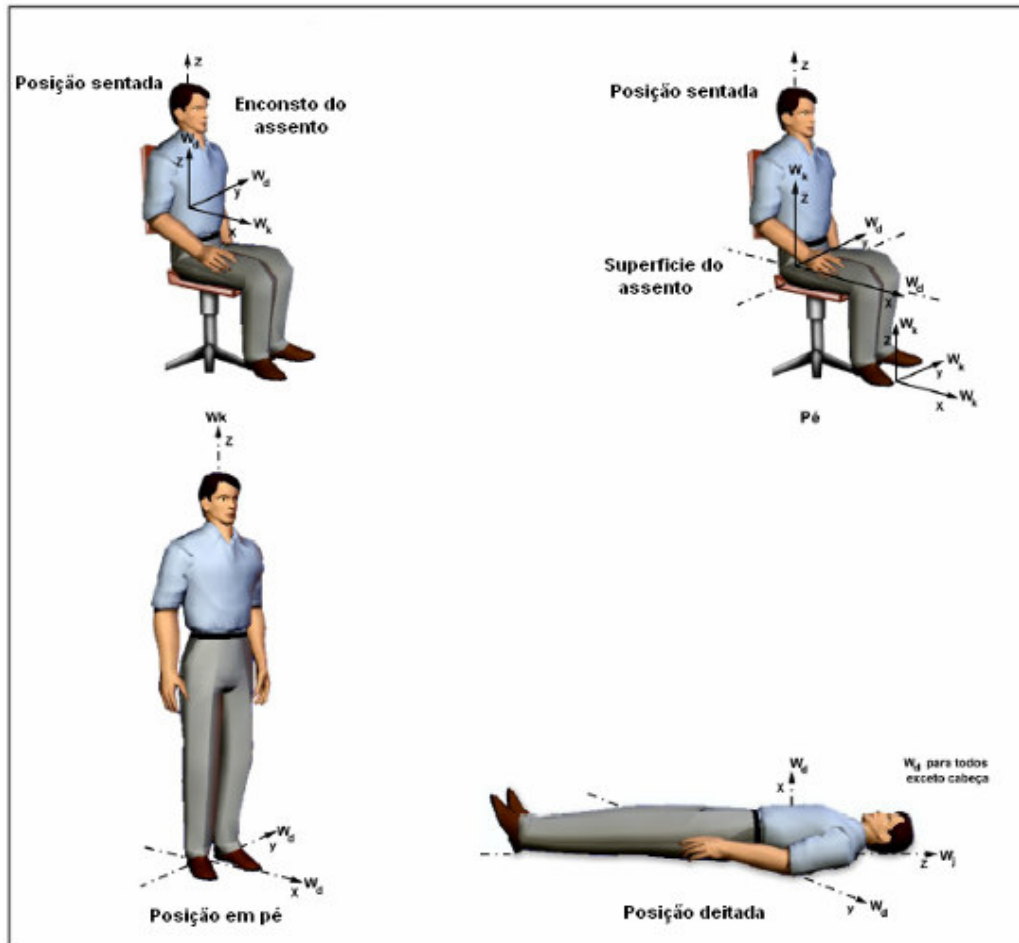


Figura A.1. 2: Direção das posições para medição da vibração no corpo humano
 Fonte: Norma ISO 2631-1, 1997

O corpo humano é submetido à vibração de corpo inteiro em máquinas e veículos e a faixa de excitação, onde há maior energia na magnitude da transmissibilidade (entre assento e piso ou assento e ombro), ocorre entre 4 e 8 [Hz]. É nesta frequência de excitação que a coluna humana responde em sua faixa de frequência natural.

Conforme Anflor, 2003:

...cada corpo possui a sua própria frequência de resposta quando submetido a uma excitação qualquer. Esta frequência própria é denominada no meio científico como frequência natural do corpo ou do sistema em estudo. Quando um corpo ou sistema é excitado a uma frequência, a qual seja a sua frequência natural, diz-se então que este está em ressonância. A ressonância no meio mecânico leva qualquer estrutura, dependendo de sua magnitude de excitação, ao colapso.

O corpo humano também pode ser considerado um sistema mecânico, formado por vários segmentos com faixas de frequências naturais distintas. Na Tabela A.1.2, podem ser observadas as principais frequências de ressonância para cada parte do corpo humano.

Tabela A.1. 2: Freqüências de ressonância para várias partes do corpo humano

Posição	Parte do corpo	Direção da vibração	Escala de Freqüência de Ressonância
Deitado	Pés	X	16-31
	Joelhos	X	4-8
	Abdômen	X	4-8
	Tórax	X	6-12
	Crânio	X	50-70
	Pés	Y	0,8-3
	Abdômen	Y	0,8-4
	Cabeça	Y	0,8-4
	Pés	Z	1-3
	Abdômen	Z	1,5-6
	Cabeça	Z	1-4
Em pé	Joelho	X	1-3
	Ombros	X	1-2
	Cabeça	X	1-2
	Corpo Inteiro	Z	4-7
Sentado	Tronco	Z	3-6
	Tórax	Z	4-6
	Espinha	Z	3-5
	Ombros	Z	2-6
	Estômago	Z	4-7
	Olhos	Z	20-25

Fonte: Wasserman, 1987

Conforme Griffin, 1990, as principais faixas de freqüência às quais o corpo humano é exposto variam até 100 [Hz]. As magnitudes de interesse ao estudo do corpo humano sob vibração variam de 0,01 até 10 [m/s^2] (pico). A exposição de indivíduos a magnitudes em torno de 10 [m/s^2] rms, (rms: *root mean square*) podem ser assumidas como arriscadas. Para estudos do comportamento do corpo humano submetido à vibração em freqüências inferiores a 1 [Hz] e superiores a 20 [Hz], serão necessárias altas magnitudes para que haja percepção pelo indivíduo.

A magnitude da vibração encontrada em alguns veículos, situa-se entre 0,2 [m/s^2] rms e 2 [m/s^2] rms ou até mais. Estes valores dependem do tipo de pista (asfalto, sem pavimentação, acidentado) e do tipo de veículo [Balbinot, 2001]. O valor de rms pode ser obtido da seguinte equação:

$$rms = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum X_i^2\right)} \quad (A.1.1)$$

Para uma avaliação da severidade de todos os movimentos (determinísticos ou aleatórios, estacionários ou não estacionários, transientes ou de choque), a norma ISO 2631, 1997, utiliza a equação (A.1.2), que leva em conta a relação entre a magnitude e a duração de todos os períodos. Esta equação é conhecida como *VDV* (Valor Dose de Vibração).

$$VDV = \left(\frac{T}{N} \sum_{i=1}^N a_w^4 \right)^{1/4} \quad (\text{A.1.2})$$

onde:

VDV = Valor Dose de Vibração [$m/s^{1,75}$];

a_w = aceleração compensada, segundo a direção medida [m/s^2];

T = Período total de exposição [*s*].

A aceleração compensada pode ser obtida conforme a expressão (A.1.3)

$$a_w = \left[\sum_i (W_i a_i)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.1.3})$$

onde W_i é o fator de compensação, a_i é a aceleração em rms considerando as frequências dadas pela Tabela A.1.3. Os pesos a serem utilizados podem ser obtidos pela Tabela A.1.4.

Tabela A.1. 3: Guia para avaliação das compensações

<i>Fator de compensação</i>	<i>Efeito na(o)</i>					
	<i>Saúde</i>		<i>Conforto</i>		<i>Percepção (fadiga)</i>	
	<i>eixos</i>	<i>postura</i>	<i>eixos</i>	<i>postura</i>	<i>eixos</i>	<i>postura</i>
W_k	z	sentado	z	sentado	z	sentado
			z	em pé	z	em pé
W_d	x e y	sentado	x e y	sentado	x e y	sentado
			x e y	em pé	x e y	em pé

Fonte: Norma ISO 2631-1, 1997

Tabela A.1. 4: Compensações (fatores de compensação: W_k e W_d) em um terço de oitava

Frequência [Hz]	W_k ($\times 10^3$)	W_d ($\times 10^3$)	Frequência [Hz]	W_k ($\times 10^3$)	W_d ($\times 10^3$)
1	482	1011	10	988	212
1,25	484	1008	12,5	902	161
1,6	494	968	16	768	125
2	531	890	20	638	100
2,5	631	776	25	513	80
3,15	804	642	31,5	405	63,2
4	967	512	40	314	49,4
5	1039	409	50	246	38,8
6,3	1054	323	63	186	29,5
8	1036	253	80	132	21,1

Fonte: Norma ISO 2631-1, 1997

Na Figura A.1.3, observam-se as curvas de compensação para cada direção, conforme a norma ISO 2631-1, 1997.

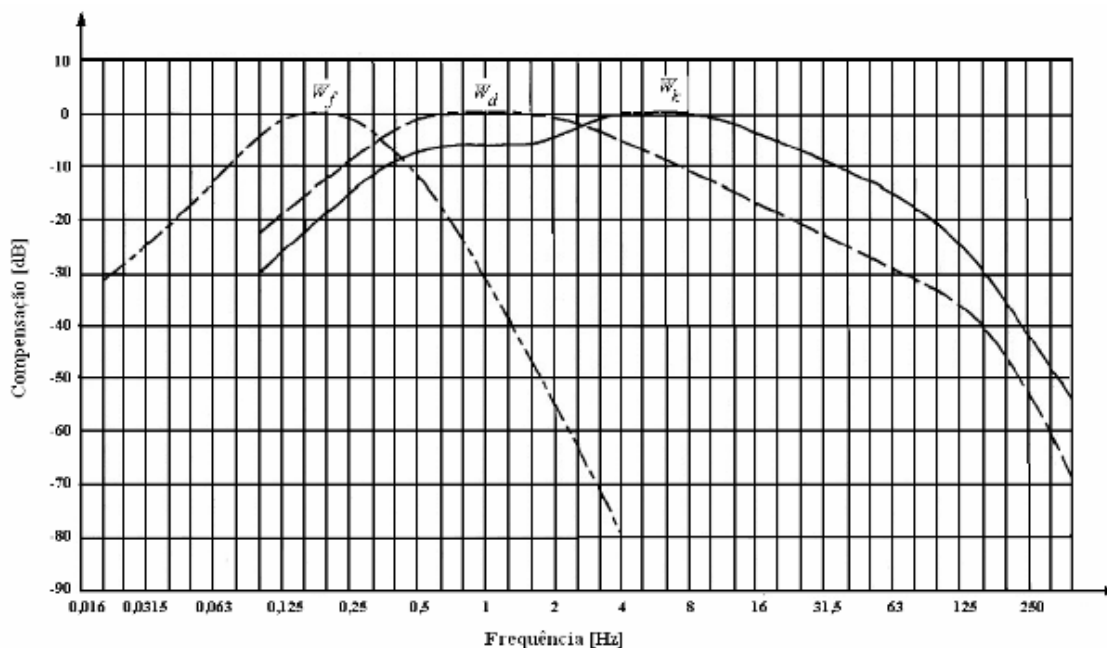


Figura A.1. 3: Curva de compensação

Fonte: Norma ISO 2631-1, 1997

sendo W_k para o eixo z ou direção vertical exceto para a cabeça, W_d para o eixo x e y ou para direção horizontal e W_f para doenças ocupacionais.

Na faixa de frequências, associadas às características de conforto, pode-se identificar a ocorrência de vibrações segundo os três eixos coordenados. Eixos longitudinais, transversais e, principalmente, verticais. Geralmente, o primeiro modo natural de flexão da carroceria dos carros de passeio aparece acima de 20 [Hz], o que permite tratar os modos excitados abaixo deste

limite como sendo modos de corpo rígido [Neto, 2000 apud Moura, 2003]. Mas, há também vibrações importantes, maiores que 20 [Hz], que ocorrem no piso de certos veículos, como por exemplo, aviões, helicópteros e tratores [Griffin, 1990]. As principais fontes de excitação e parâmetros de influência sobre estes modos são notadamente a velocidade do veículo, sua distância entre eixos e o perfil da estrada. As principais frequências de excitação às quais o corpo humano é exposto são geradas por veículos pesados, pontes rolantes entre outros e ocorrem até 100 [Hz].

A.1.1 Normas e medidas para avaliação da vibração

As recomendações das normas servem como parâmetros a serem seguidos na tentativa de se prever ou avaliar as condições de conforto em um meio de transporte. As curvas apresentadas nas normas foram obtidas tendo como fontes de excitação sinais senoidais puros, enquanto que, as fontes de excitação, nas condições reais, são na verdade uma superposição de várias frequências [Moura, 2003].

Existem diversas normas e medidas para avaliação do conforto de vibração. A avaliação da vibração é baseada em medições de movimento em termos de aceleração, velocidade e deslocamento, e o jerk (primeira derivada da aceleração). Muitas normas usam a aceleração por ser mais conveniente de se medir. Neste caso, o sinal de aceleração é usualmente ponderado com algumas funções para compensar a sensibilidade do corpo humano a diferentes frequências.

Para se poder quantificar a severidade da exposição do corpo humano à vibração, é necessário considerar a magnitude da excitação e o período de exposição. Na Tabela A.1.5, podem ser observada as principais normas assim como sua abordagem.

Tabela A.1. 5: Especificação das normas ISO e BS

Normas	Especificação
ISO 2631:1974	<i>Guide for the evaluation of human exposure to whole body vibration</i>
ISO 2631:1978	<i>Guide for the evaluation of human exposure to whole body Mechanical vibration and shock</i>
ISO 2631:1985	<i>Evaluation of human exposure to whole-body vibration - part 1: general requirements</i>
ISO 2631:1997	<i>Evaluation of human exposure to whole-body vibration - part 1: general requirements</i>
BS 6841:1987	<i>Measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration</i>
BS 7085:1989	<i>Safety aspects of experiments in wich people are exposed to mechanical vibration and shock.</i>

Fonte: Anflor, 2003

A.1.2 Norma ISO 2631

A preparação da norma ISO 2631, iniciou em 1966, e sua primeira publicação em 1974, e teve como objetivo fornecer valores numéricos, como limite de exposição relacionado ao corpo humano. Em 1978, o padrão foi reimpresso, apresentando mudanças editoriais e correções de erros de impressão nas tabelas e figuras [Balbinot, 2001].

Conforme Griffin, 1990, em alguns países é adotado como o padrão nacional, e a sua última edição, de 1997, apresenta discussões a respeito da evolução dos estudos experimentais realizados sobre os efeitos na saúde. Os padrões britânicos (BS) relacionados à vibração do corpo humano são similares aos padrões ISO.

A norma ISO 2631, “*Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration*”, consiste de diversas partes sendo que algumas delas são dedicadas à avaliação do nível de conforto de passageiros em veículos, definindo métodos de avaliação de vibrações, que podem ser periódicas, randômicas ou transientes no corpo todo. Normalmente, essa norma trabalha com limites de vibração para saúde, conforto e incidência de doenças de movimento, sendo que o nível de conforto é expresso como um limite de tempo de exposição. Certo nível de vibração pode ser permitido sem que ocorra risco de redução da saúde, desconforto ou doenças de movimento [ISO 2631-1, 1997].

A norma ISO 2631-1 descreve propriedades fundamentais da norma ISO 2631 como definições, direções para medição e avaliação, informações e orientações quanto aos possíveis efeitos da vibração sobre a saúde, o conforto, o limite de percepção, na faixa de 0,5 a 80 [Hz], e o enjôo, para frequências entre 0,1 e 0,5 [Hz]. A norma ISO 2631-4 é uma diretriz para avaliação dos efeitos da vibração e movimento de rotação sobre o passageiro e critério de conforto para transporte ferroviário [Moura, 2003].

Também, segundo a norma ISO-2631, 1974, os efeitos da magnitude da vibração são independentes da duração de 1 minuto até 4 minutos. Após este período, o limite da aceleração para 24 horas deve ser 1/20 do limite utilizado para 1 minuto de exposição, como pode ser observado na Figura A.1.4.

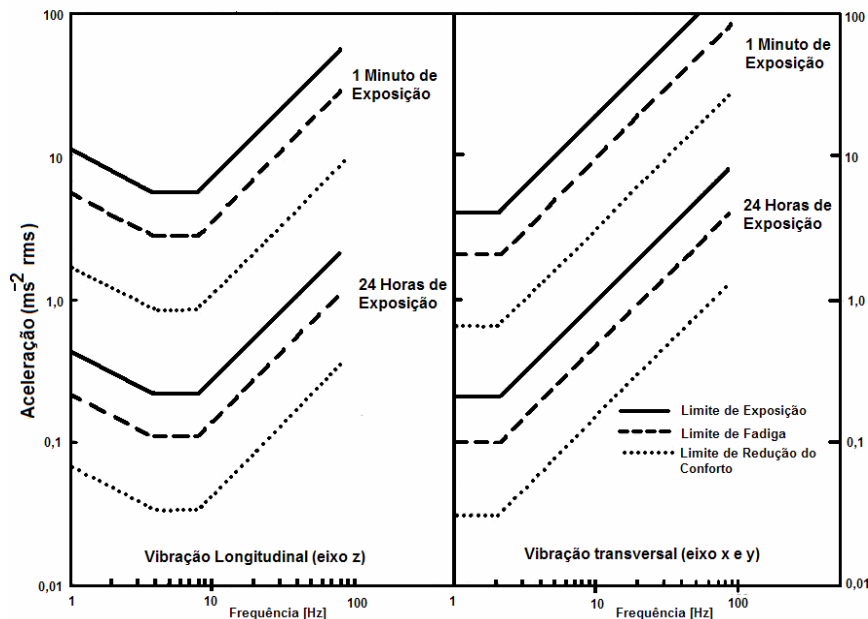


Figura A.1. 4: Limite de exposição, fadiga e de conforto para 1 minuto e 24 horas de exposição à WBV

Fonte: Griffin, 1990

Existem três critérios de limite de exposição do corpo humano à vibração, segundo a norma ISO-2631 [Anflor, 2003]:

- Limite de saúde: Referente à preservação da saúde ou segurança. O limite de exposição é dito aproximadamente a metade do limiar da dor e não é recomendável exceder estes limites, salvo com justificativa especial e devidas precauções;
- Limite de fadiga: Relacionado com a preservação da eficiência do trabalho. O limite de fadiga é conhecido como o limite reduzido de conforto, onde o indivíduo consegue concluir suas tarefas com o mínimo conforto, chegando à fadiga. Este tipo de vibração é muito comum ocorrer com pessoas que trabalham em indústrias, motoristas de veículos pesados, aeronaves, entre outros;
- Limite de conforto: Concerne à preservação do conforto, que fica na faixa de 4 a 8 [Hz]. Na vibração vertical, a aceleração é de no máximo $0,88 [m/s^2]$ rms.

Para determinar tais limites de exposição, utilizam-se os valores apresentados nas Figuras A.1.5 e A.1.6. Para cada faixa de frequência, é determinado o limite de exposição relacionado à saúde, conforto e fadiga. Sabendo-se o valor da aceleração rms, para a faixa de frequência de 1 a 80 [Hz], basta traçar a curva obtida e verificar se ultrapassa os limites definidos pela norma.

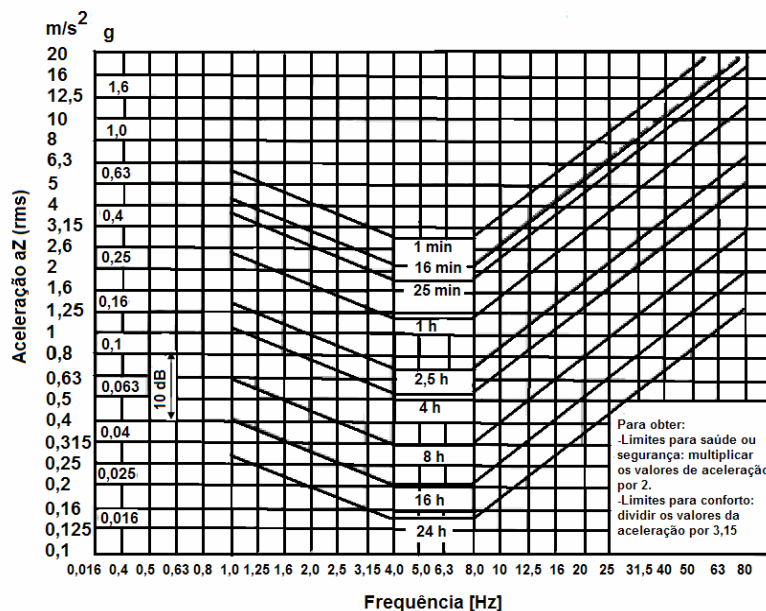


Figura A.1. 5: Limites para a fadiga, saúde e conforto *versus* frequência em um terço de oitava para o eixo Z

Fonte: Beranek *et al.*, 1992

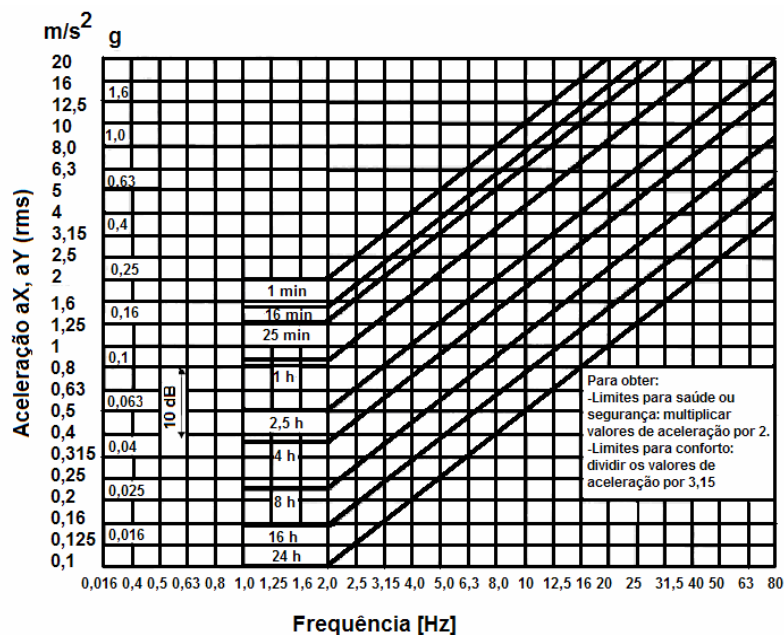


Figura A.1. 6: Limites para a fadiga, saúde e conforto *versus* frequência em um terço de oitava para o eixo X e Y

Fonte: Beranek *et al.*, 1992

Nas normas ISSO, 1974, 1978 e 1985, eram apresentados três limites de exposição do corpo humano à vibração: limite de conforto, limite de fadiga, limite de exposição. A partir da

edição da norma ISO 2631, 1997, tais limites não são citados, deixando assim, a norma em função dos cálculos de Valor Dose de Vibração (VDV) [Anflor, 2003].

Em relação aos efeitos da vibração na saúde, a norma ISO 2631, 1997, apresenta um gráfico que determina uma zona de cuidado para períodos entre 4 e 8 horas, para os quais ocorrem a maioria das exposições ocupacionais, o que pode ser melhor compreendido analisando a Figura A.1.7.

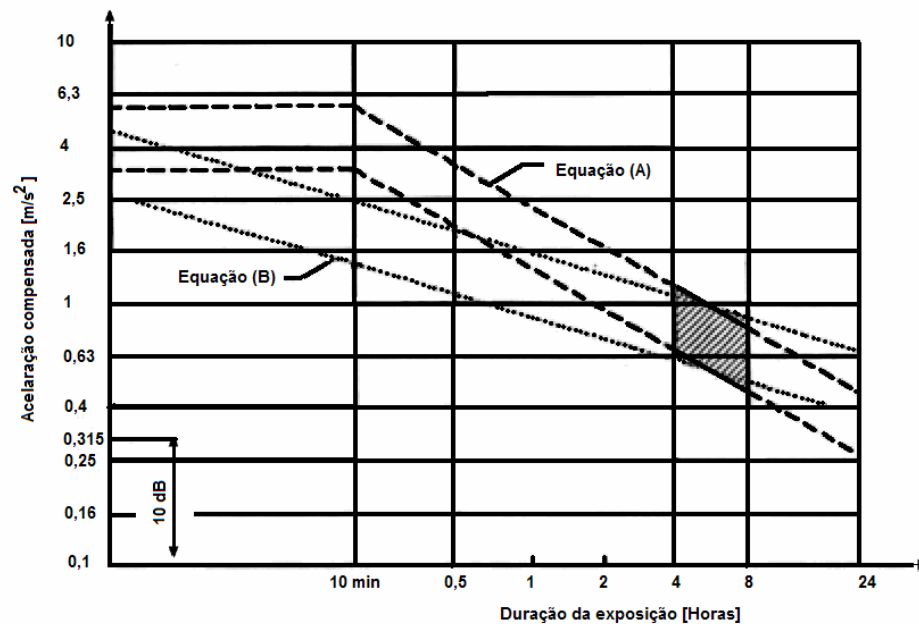


Figura A.1. 7: Zonas de cuidado de orientação na saúde
Fonte: Norma ISO 2631, 1997

Segundo a norma, as curvas de dependência do tempo de exposição, conforme Figura A.1.7, podem ser calculadas pelas seguintes fórmulas [Anflor, 2003]:

A equação (A) pode ser calculada utilizando (A.1.4):

$$a_{w_1} T_1^{1/2} = a_{w_2} T_2^{1/2} \quad (\text{A.1.4})$$

A equação (B) pode ser calculada utilizando (A.1.5)

$$a_{w_1} T_1^{1/4} = a_{w_2} T_2^{1/4} \quad (\text{A.1.5})$$

Sendo a_{w_1} e a_{w_2} os valores da aceleração rms compensada, segundo a direção de medição, para a primeira e a segunda exposição e T_1 e T_2 são as durações correspondentes à primeira e à segunda exposição.

Quando a exposição à vibração consistir em dois ou mais períodos de exposição a diferentes magnitudes e duração, a energia da magnitude equivalente de vibração, correspondente à duração total de exposição, pode ser determinada por (A.1.6).

$$a_{w_e} = \left[\frac{\sum a_{w_i}^2 T_i}{\sum T_i} \right]^{1/2} \quad (\text{A.1.6})$$

onde a_{w_e} é a magnitude equivalente da vibração (aceleração [m/s^2] rms) e a_{w_i} é a magnitude da vibração (aceleração [m/s^2] rms) para a duração da exposição T_i .

A.1.3 Norma BS

A norma BS 6841, 1987, define curvas ponderadas correspondentes a bandas de 1/3 de oitavas entre 0,5 e 80 [Hz], permitindo que diferentes espectros de vibração sejam compensados de acordo com a sensibilidade do corpo humano em relação a diferentes frequências. Para definir o tempo de exposição do indivíduo, a norma utiliza-se do valor dose de vibração (A.1.2). Alternativamente, o Valor Dose de Vibração pode ser calculado através da aceleração rms, utilizando-se o Valor Dose de Vibração estimado ($eVDV$) [Anflor, 2003].

$$eVDV = \left[(1,4 a_{w(rms)})^4 t \right]^{1/4} \quad (\text{A.1.7})$$

onde:

$eVDV$ = valor dose de vibração estimada [$m/s^{1,75}$];

a_w = valor da aceleração compensada em rms, segundo a direção medida [m/s^2];

t = duração da exposição [s].

Segundo esta norma, é ressaltado que VDV 's suficientemente altos podem causar severos desconfortos, dores e ferimentos. Esta norma indica que magnitudes de vibração que produzam VDV 's na faixa de 8,5 [$m/s^{1,75}$], causam um desconforto considerado médio e para VDV 's na faixa de 15 [$m/s^{1,75}$] geralmente causam desconforto considera severo. Mas não há um consenso por parte da comunidade científica em relação à influência da magnitude do VDV e o risco de ferimentos a que o corpo humano está exposto [Anflor, 2003].

As normas BS 6841, 1987 e ISO 2631-1, 1997, apresentam valores de aceleração rms ponderada a qual indica a reação dos indivíduos em relação ao conforto quando expostos à vibração. Tais valores podem ser observados na Tabela A.1.6.

Tabela A.1. 6: Aceleração rms ponderada como uma indicação das reações com relação ao conforto

Aceleração [m/s^2] rms	Classificação
<0,315	Confortável
0,315 a 0,63	Nível de desconforto baixo
0,5 a 1	Nível de desconforto médio
0,8 a 1,6	Desconfortável
1,25 a 2,5	Muito desconfortável
> 2,0	Extremamente desconfortável

Fonte: Normas BS 6841, 1987 e ISO 2631-1, 1997

A norma BS 6841 apresenta um conjunto de funções a serem usadas na construção dos filtros ou pesos a serem atribuídos aos sinais de aceleração. Os filtros são aplicados segundo uma correspondência entre o eixo que se deseja avaliar e seu respectivo filtro. A magnitude da exposição é caracterizada pela aceleração ponderada pela frequência. A Figura A.1.8 apresenta as acelerações rms, correspondentes a vários VDV 's e durações da exposição à vibração.

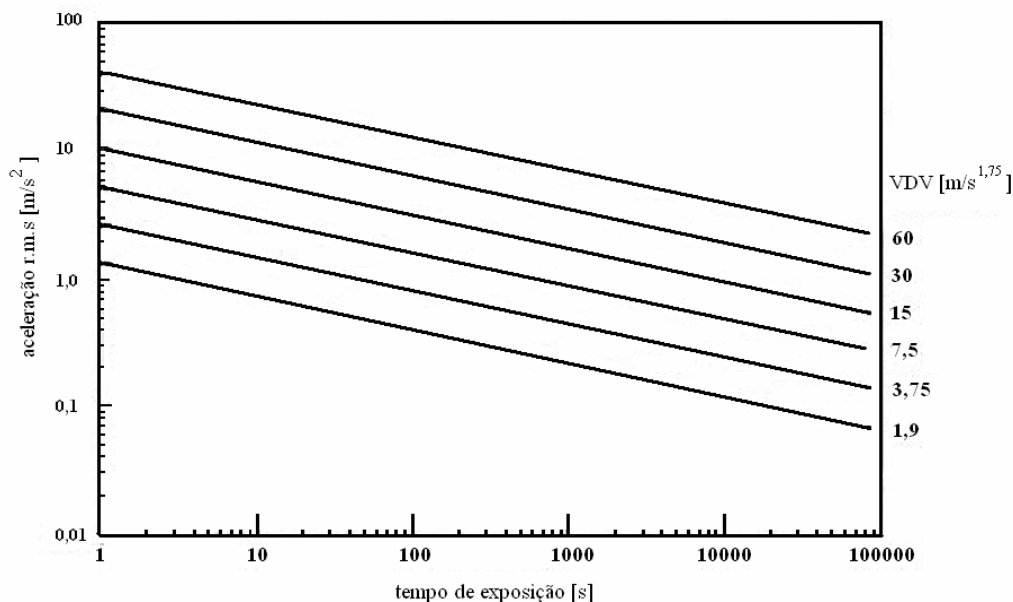


Figura A.1. 8: Aceleração rms, correspondendo ao VDV de $1,9 [m/s^{1,75}]$ a $60 [m/s^{1,75}]$ para períodos de exposição à vibração de 1s a 24 horas

Fonte: Norma BS 6841, 1987

ANEXO 2: TEORIA DO CONTROLE FUZZY

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi desenvolvida a partir de 1965 com os trabalhos de Lotfi Zadeh, professor na Universidade da Califórnia em Berkeley [Sandri e Correa, 1999]. A partir da lógica *fuzzy*, deriva-se o controle *fuzzy* que é uma técnica moderna de controle onde não é necessário o conhecimento preciso dos modelos matemáticos. Os dois principais componentes de um sistema *fuzzy* são sua estrutura e as funções de pertinência.

A.2.1 Funções de pertinência *fuzzy*

Função de pertinência *fuzzy* representa os aspectos fundamentais de todas as ações teóricas e práticas de sistemas *fuzzy*. Uma função de pertinência é uma função numérica gráfica ou tabulada que atribui valores de pertinência *fuzzy* para valores discretos de uma variável, em seu universo de discurso. A quantidade de funções de pertinência em um universo de discurso e seu formato são escolhidos com base na experiência que se tem do processo [Shaw e Simões, 1999].

Outro fator importante é o grau de superposição entre as funções de pertinência, sendo normalmente aplicadas superposições entre 25% e 75%, utilizando-se com maior frequência 50% [Shaw e Simões, 1999].

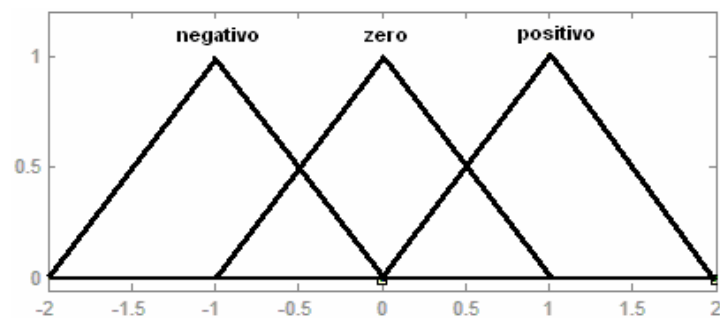


Figura A.2. 1: Superposição de funções de pertinência com 50%

Na Figura A.2.1, observa-se um sistema *fuzzy* com três funções de pertinência triangulares com superposição de 50%.

A.2.2 Fuzzificação

Fuzzificação é um mapeamento do domínio dos números reais para o domínio *fuzzy*, representa, também, que há atribuição de valores lingüísticos, descrições vagas ou qualitativas, definidas por funções de pertinência às variáveis de entrada. A fuzzificação é uma espécie de pré-processamento de categorias ou classes dos sinais de entrada, reduzindo grandemente o número de valores a serem processados. Algumas das funções de pertinência comumente utilizadas na literatura são indicadas nas Figuras A.2.2 a A.2.9.

Função Triangular: definida por seu limite inferior a , superior b e pelo valor modal m , tal que $a < m < b$.

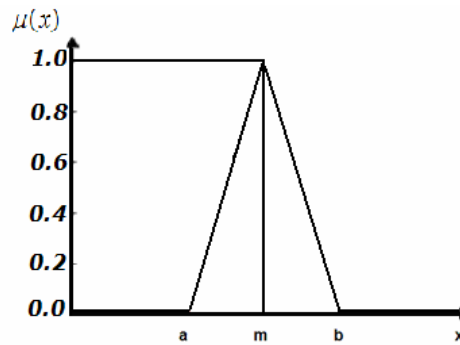


Figura A.2. 2: Função triangular

A equação matemática da função triangular é dada por (A.2.1).

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{se } x \in [a, m] \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{se } x \in [m, b] \\ 0 & \text{se } x \geq b \end{cases} \quad (\text{A.2.1})$$

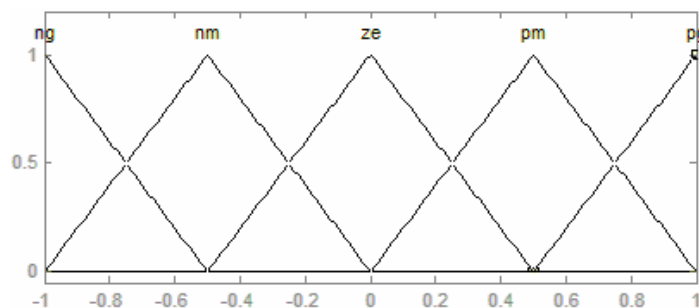


Figura A.2. 3: Fuzzificação por função triangular com 50% de superposição

Função Trapezoidal: definida por seu limite inferior a , superior b e pelos limites de seu suporte m (inferior) e n (superior), tal que $a < m < n < b$.

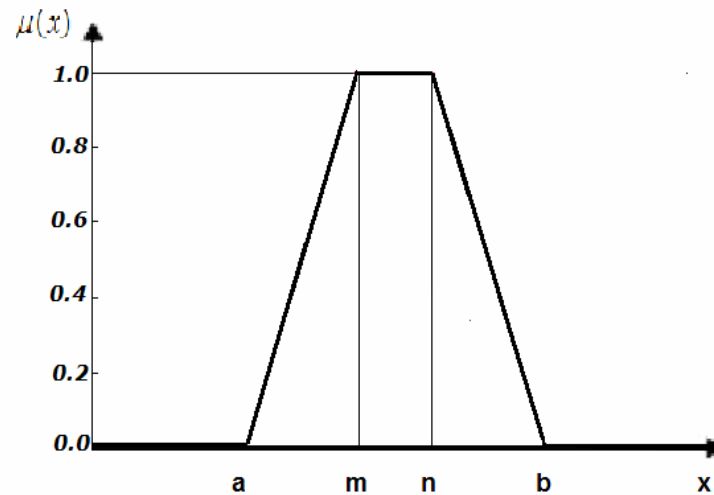


Figura A.2. 4: Função trapezoidal

A equação matemática da função trapezoidal é dada por (A.2.2).

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{se } x \in [a, m] \\ 1 & \text{se } x \in [m, n] \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{se } x \in [n, b] \\ 0 & \text{se } x \geq b \end{cases} \quad (\text{A.2.2})$$

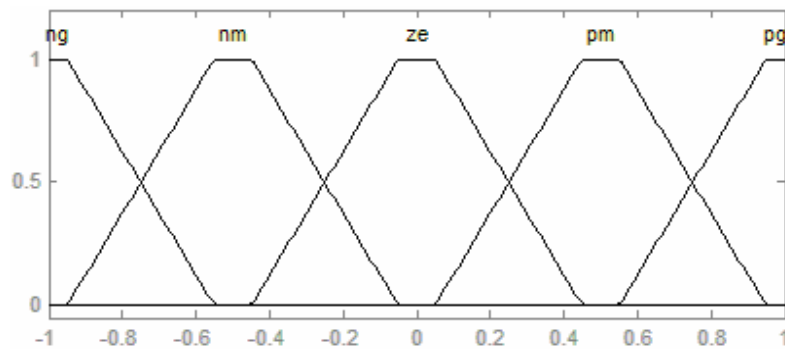


Figura A.2. 5: Fuzzificação por função trapezoidal com 50% de superposição

Função Gaussiana: definida por seu valor médio " m " e pelo parâmetro $k > 0$. Esta função é típica em forma de sino, em que quanto maior é o valor de k , mais estreito é o sino delineado pela função.

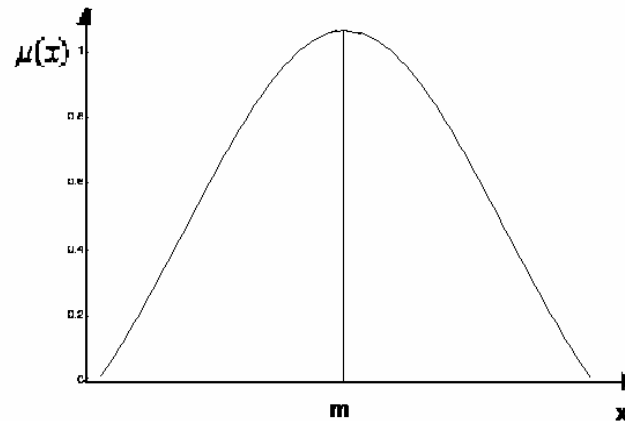


Figura A.2. 6: Função Gaussiana

A equação matemática da função gaussiana é dada por (A.2.3).

$$\mu(x) = e^{-k(x-m)^2} \quad \text{para } K > 0 \quad (\text{A.2.3})$$

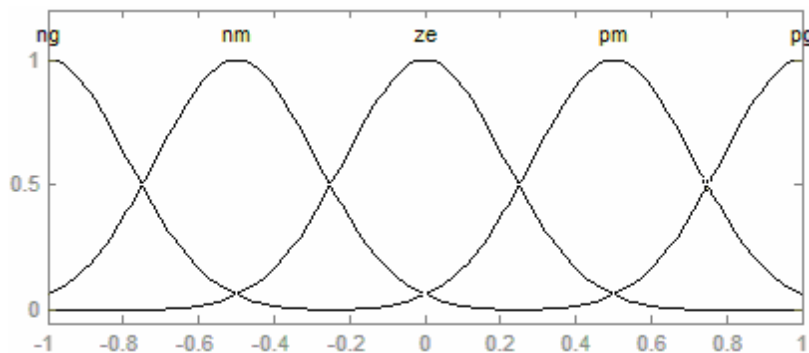


Figura A.2. 7: Fuzzificação por função Gaussiana com 50% de superposição

A função Bell depende de três parâmetros a , b , e c conforme função (A.2.4), e é representada na Figura A.2.8.

$$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}} \quad (\text{A.2.4})$$

onde o parâmetro b é normalmente positivo. O parâmetro c localiza o centro da curva.

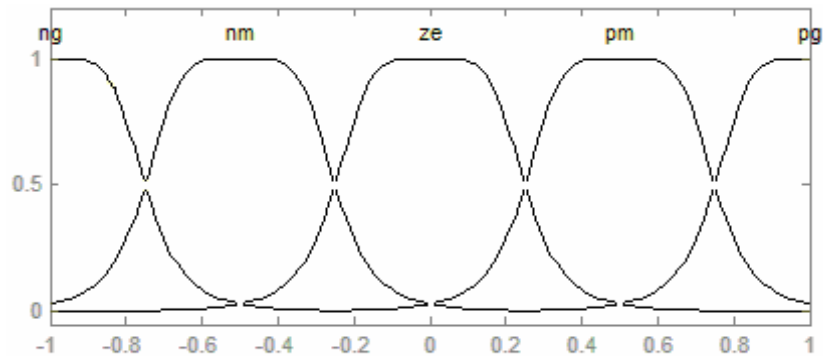


Figura A.2. 8: Fuzzição por função Bell com 50% de superposição

A função sigmoideal depende de dois parâmetros a e c , dependendo do sinal do parâmetro a . A função sigmoideal é aberta a direita ou à esquerda, é dada por (A.2.5), e representada na Figura A.2.9.

$$f(x, a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}} \quad (\text{A.2.5})$$

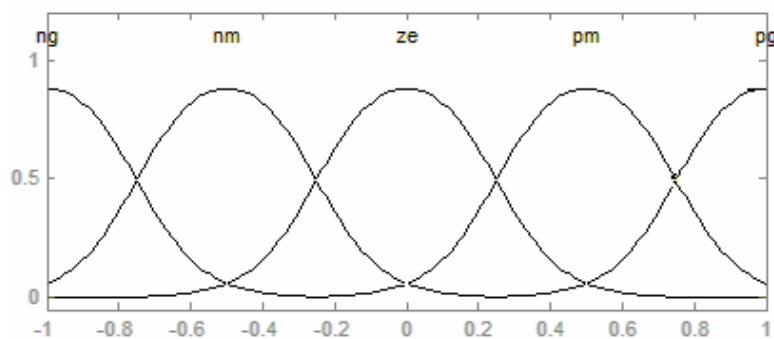


Figura A.2. 9: Fuzzição por função sigmoideal com 50% de superposição

Existe uma gama bastante variada de funções que podem e são utilizadas para representar as funções de pertinência difusas. Conforme Sazonov, 2003, qualquer tipo de distribuição de probabilidade contínua pode ser usada como uma função de pertinência *fuzzy*.

A.2.3 Defuzzificação

Na defuzzificação, o valor da variável lingüística de saída inferida pelas regras *fuzzy* será traduzido num valor discreto. O objetivo é obter um único valor numérico discreto que melhor represente os valores *fuzzy* inferidos da variável lingüísticas de saída. Assim a defuzzificação é uma transformação inversa que traduz a saída do domínio *fuzzy* para o domínio discreto. Para seleccionar o método apropriado de defuzzificação, pode ser utilizado enfoque no centróide ou nos máximos que ocorrem da função de pertinência resultante.

A.2.3.1 Defuzzificação por centro-da-área

O método centro-da-área ou método do centro-de-gravidade calcula o centróide da área composta que representa o termo de saída *fuzzy* (μ_{out}), que é composto pela união de todas as contribuições de regras. O centróide é um ponto que divide a área de (μ_{out}) em duas partes iguais, como pode ser observado na Figura 5.10.

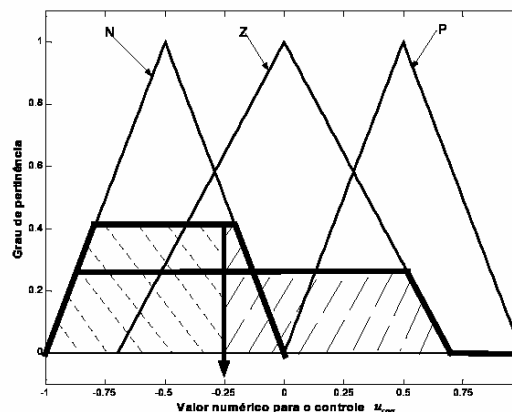


Figura A.2. 10: Método de defuzzificação pelo centro-da-área

O método de defuzzificação (c-o-a) calcula o centróide da área, o cálculo é realizado utilizando (A.2.6).

$$u_{coa} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \mu_{out}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{out}(u_i)} \quad (\text{A.2.6})$$

Sendo $\mu_{out}(u_i)$ a área de uma função de pertinência modificada pelo resultado da inferência *fuzzy*, u_i a posição do centróide da função de pertinência individual, a equação (A.2.6) calcula o centróide composto, para o qual contribuem as duas funções. Conforme Shaw e Simões, 1999, o método centro-da-área apresenta alguns problemas, como, quando mais de uma regra tiver a mesma saída *fuzzy* haverá uma superposição de áreas que não será contabilizada corretamente, e quando o método necessitar de integração numérica necessitará de esforço computacional para o cálculo.

A.2.3.2 Defuzzificação por centro-do-máximo

Neste método, os picos das funções de pertinência representados no universo de discurso, são usados ignorando-se as áreas das funções de pertinência, os valores não-nulos do vetor de possibilidade de saída são posicionados nos picos correspondentes, o valor de saída é determinado achando o ponto de apoio onde os pesos ficam equilibrados. Assim, as áreas das funções de pertinência não são utilizadas, apenas os máximos.

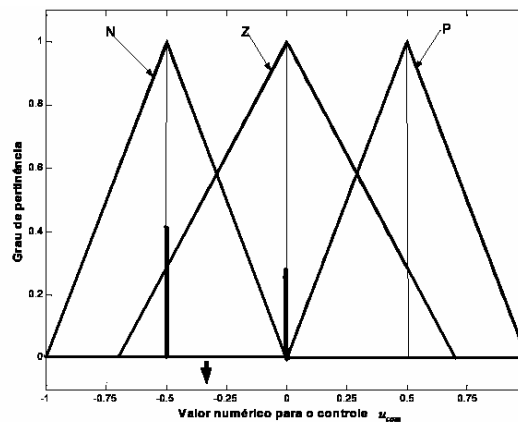


Figura A.2. 11: Método de defuzzificação pelo centro-do-máximo

A saída discreta é calculada como uma média ponderada dos máximos, conforme a equação (A.2.7):

$$u_{com} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \cdot \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(u_i)} \quad (\text{A.2.7})$$

onde $\mu_{o,k}(u_i)$ indica os pontos onde ocorrem os máximos das funções de pertinência de saída. Este método, também, é chamado de defuzzificação pelas alturas. Os valores discretos do universo de discurso u_i amostrados em N pontos para todas n regras são somados e $\mu_{o,k}(u_i)$ é o valor da pertinência para um dado valor de controle u_i conseqüente da k -ésima regra.

A.2.3.3 Defuzzificação por média-do-máximo

A defuzzificação por média-do-máximo (m-o-m) utiliza a saída cujo valor tenha o maior valor de pertinência $\mu_{out}(u_i)$. Mas, em casos em que a função de pertinência tenha mais de um máximo, esta idéia não serve. Pode-se então, tomar a média de todos os máximos:

$$u_{mom} = \sum_{m=1}^M \frac{u_m}{M} \quad (\text{A.2.8})$$

onde u_m é o m -ésimo elemento no universo de discurso de forma que a função $\mu_{out}(u_i)$ tenha um máximo e M é o número total desses elementos. Esta abordagem, também, é chamada de solução mais plausível, por desconsiderar o formato das funções de pertinência de saída.

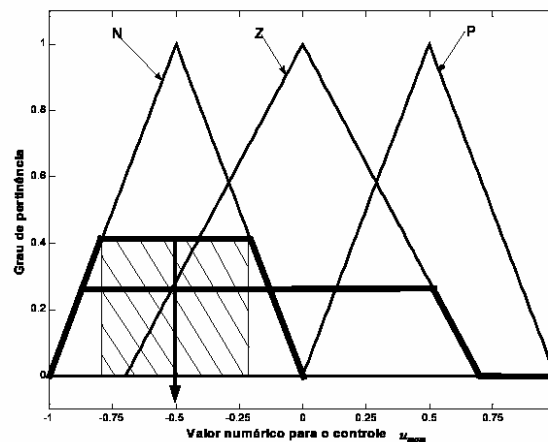


Figura A.2. 12: Método de defuzzificação pela média-do-máximo

Os métodos de defuzzificação centro-da-área e centro-do-máximo são classificados como métodos contínuos, pois se ocorrer uma mudança muito pequena em uma variável de entrada não causará mudanças abruptas nas variáveis de saída, sendo indicado em aplicações em malha fechada. Já, o método média-do-máximo, é classificado com método descontínuo, sendo indicado para reconhecimento de padrões [Shaw e Simões, 1999].

Shaw e Simões, 1999, destacam que a utilização de funções de pertinência complexas não apresentam melhores resultados para saída do que funções triangulares.

A.1.4 Regras para controladores *fuzzy*

Basicamente, há dois tipos de implicações *fuzzy*, que são chamadas de regras de inferência, o *modus ponens* (modo afirmativo) e o *modus tollens* (modo negativo), ambos operando de forma a se basear em premissas ou condições, as quais geram uma determinada consequência.

Sendo que cada regra é representada por uma afirmação **se-então**, onde o antecedente e o conseqüente consistem de proposições combinadas pelos conectivos lógicos "e" ou "ou". Considerando a regra:

$$\text{Se } x_1 = A_1 \text{ e } x_2 = A_2 \text{ então } y = B$$

Sendo A_1 , A_2 e B conjuntos *fuzzy*. A seguinte relação *fuzzy* pode ser construída para esta regra:

$$R = \phi(T(A_1, A_2), B) \quad (\text{A.2.9})$$

sendo T uma norma- T que modela o conectivo (e) e ϕ é uma função de implicação *fuzzy* que modela a sentença **se-então**.

Normalmente, a implicação significa uma relação de casualidade, ditada pela sentença **se-então**, sendo que o sentido da proposição é mantido para representar o conhecimento do sistema. Para Dubois e Prade, 1991, os diferentes tipos de implicações *fuzzy* podem ser classificados como:

- Implicação-S: Define-se $a \rightarrow b$ a aplicação de alguma norma-S entre o complemento de **a** em intersecção com **b**:

$$\phi(a, b) = S(C(a) : b) \quad (\text{A.2.10})$$

- Implicação baseada na Lógica Quântica: Define-se $a \rightarrow b$ como o complemento de **a** em intersecção com a união de **a** com **b**:

$$\phi(a,b) = S(C(a);T(a,b)) \quad (\text{A.2.11})$$

sendo que a norma- T , adota neste caso como um critério de dualidade complementar:

$$T(a,b) = C(S(C(a),C(b))) \quad (\text{A.2.12})$$

- Implicação Residual: representa uma proposição parcial, com a seguinte forma:

$$\phi(a,b) = \begin{cases} 1, & \text{se } a \leq b \\ 0, & \text{se } a=0 \text{ e } b=0 \\ \in [0,1] & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.2.13})$$

Na Tabela A.2.1, pode ser observada as implicações mais freqüentemente aplicadas na engenharia, particularmente em projetos de controladores *fuzzy*.

Tabela A.2. 1: Implicações mais freqüentemente aplicadas na engenharia

$\phi(a,b)$	Referências
$\min[1-a;\min(a,b)]$	Zadeh (1975)
$\min[1-a+b;1]$	Lukasiewicz
$\max[1-a;b]$	Kleene (1938)
$1-a+ab$	Reichenbach
b , se $a > b$ ou 1, caso contrário	Gobel
1, se $a=0$ ou $\min[b \cdot a^{-1}; 1]$, caso contrário	Goguen (1969)
1, se $a < b$ ou 0, caso contrário	Gaines (1976)
1, se $a < b$ ou $\min[1-a; b]$, caso contrário	Wu (1986)
b^a	Yager(1980)
$\min\{\max(1-a;b);\max[a,1-b;\min(b,1-a)]\}$	Willmott (1980)
$\min(a,b)$	Mandani (1974)
ab	Larsen (1980)

Fonte: Teixeira, 2001

A.2.4.1 Controladores *fuzzy*

Um controlador *fuzzy* é um sistema especialista simplificado, onde a consequência de uma regra não é aplicada como antecedente de outra [Driankov *et al.*, 1993]. Assim, o processo de inferência consiste em:

- Verificação do grau de compatibilidade entre os fatos e as cláusulas nas premissas das regras;
- Determinação do grau de compatibilidade global da premissa de cada regra;
- Determinação do valor da conclusão, em função do grau de compatibilidade da regra com os dados e a ação de controle constante na conclusão;
- Agregação dos valores obtidos como conclusão nas várias regras, obtendo-se uma ação de controle global.

Para Driankov *et al.*, 1993, os tipos de controladores *fuzzy* encontrados na literatura podem ser classificados como os modelos clássicos, compreendendo o modelo de Mamdani e o de Larsen, e os modelos de interpolação, compreendendo o modelo de Takagi-Sugeno e o de Tsukamoto. A forma e a representação destes controladores podem ser observadas nas Figuras A.2.13 a A.25.16.

Os modelos diferem quanto à forma de representação dos termos na premissa, quanto à representação das ações de controle e quanto aos operadores utilizados para implementação do controlador [Sandri e Correa, 1999].

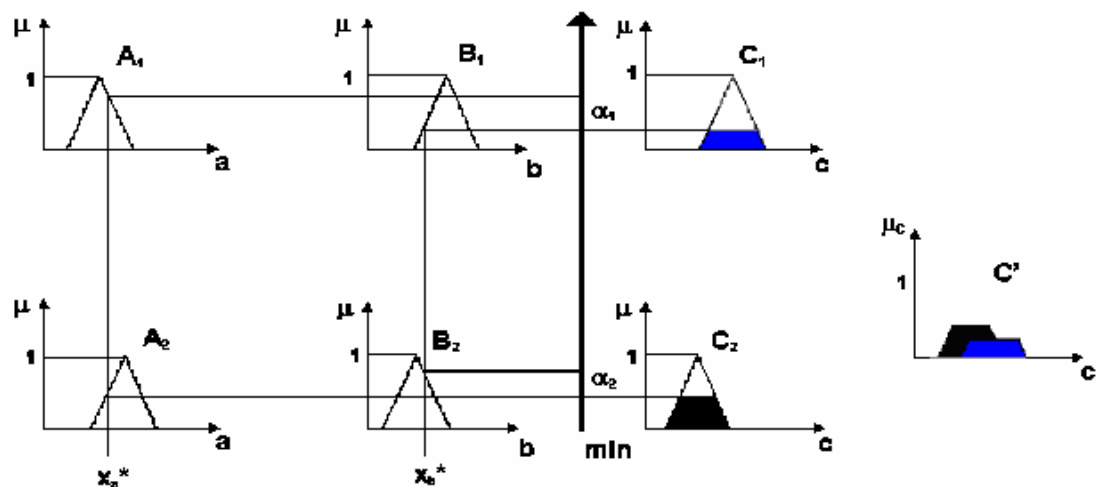


Figura A.2. 13: Modelo clássico de mandani

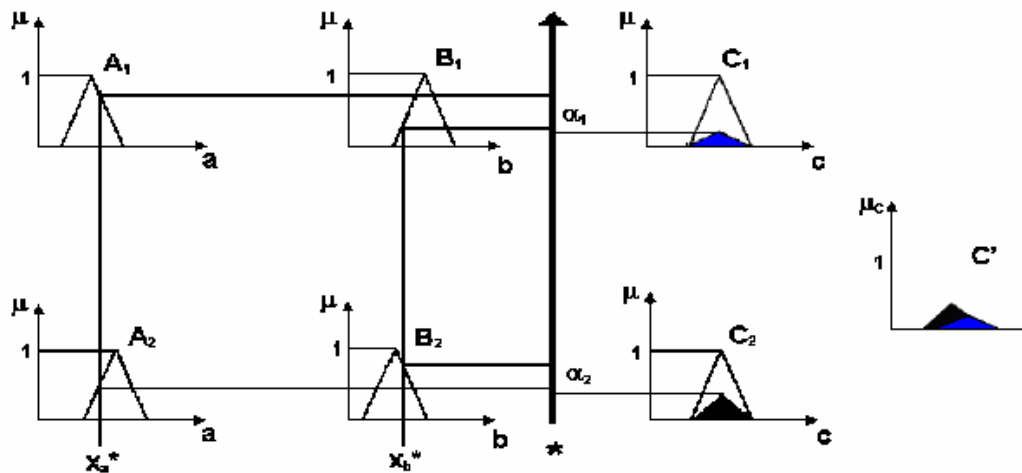


Figura A.2. 14: Modelo clássico de Larsen

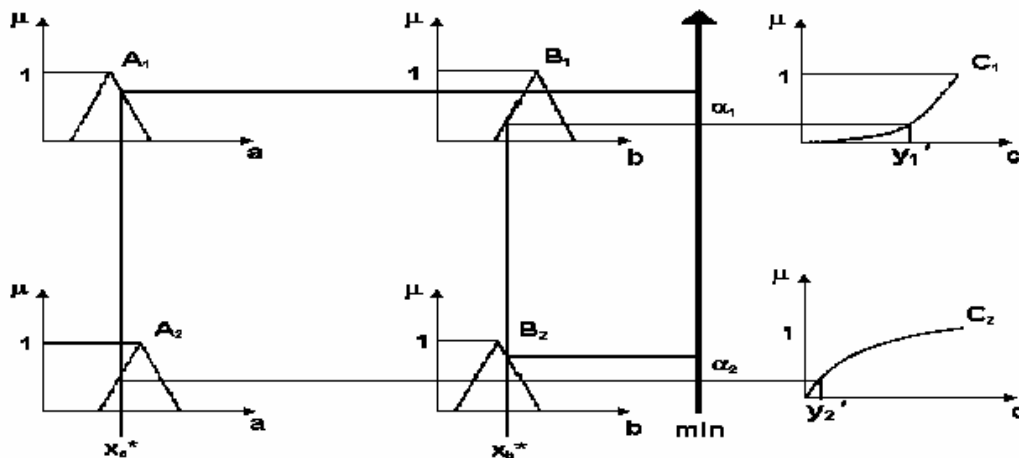


Figura A.2. 15: Modelo de interpolação de Tsukamoto

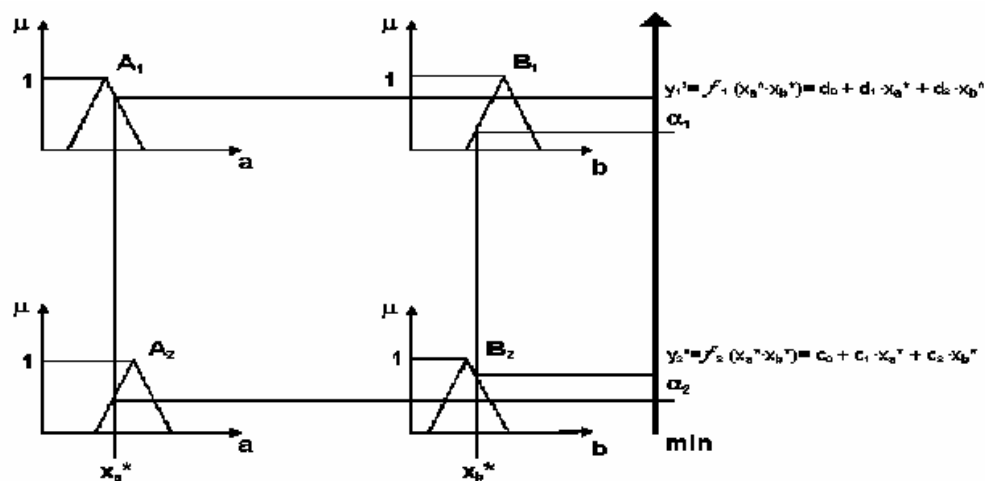


Figura A.2. 16: Modelo de interpolação de Takagi-Sugeno

Os tipos de regras mais utilizados em algoritmos *fuzzy* para controladores são as regras do tipo Mandani e regras do tipo Sugero, ambas disponíveis no Matlab[®].

Conforme Mandani e Assilian, 1975, a regra do tipo Mandani possui a seguinte forma:

$$r_k : \text{ se } x_1 \text{ é } A_1^k \text{ e...e } x_{N_x} \text{ é } A_{N_x}^k \text{ então } y_1 \text{ é } B_1^k \text{ e...e } y_{N_x} \text{ é } B_{N_x}^k \quad (\text{A.2.14})$$

Normalmente, uma regra Mandani utiliza o operador *min* para a implicação entre as proposições das regras e o operador *max* para a agregação.

Ao considerar um controlador *fuzzy* com uma única entrada e uma saída, o resultado do controlador é limitado aos pontos característicos entre a entrada e a saída. Quando o controlador possui múltiplas entradas e múltiplas saídas, o controlador torna-se uma superfície multidimensional, no caso de duas entradas e uma saída, o controlador fica restrito a uma superfície de controle tridimensional, que depende do número de regras envolvidas no projeto do controlador. Abaixo, pode ser observada a superfície gerada por duas entradas e uma saída.

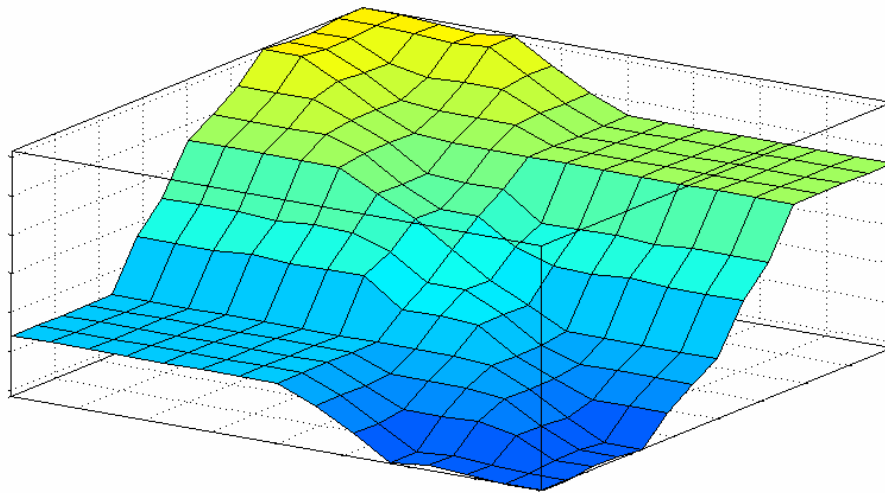


Figura A.2. 17: Superfície de controle tridimensional para 25 regras

Conforme Takagi e Sugero, 1983, apud Teixeira, 2001, as regras do tipo Sugero têm a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
r_1: & \text{ se } x_1 \text{ é } A_{1,k} \text{ e..e } x_{n_x} \text{ é } A_{N_x,k} \text{ então } u_1 = f_{1,k}(x_1, \dots, x_{n_x}), \dots, f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x}) \\
& \vdots \\
r_k: & \text{ se } x_1 \text{ é } A_{1,k} \text{ e..e } x_{n_x} \text{ é } A_{N_x,k} \text{ então } u_k = f_{1,k}(x_1, \dots, x_{n_x}), \dots, f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x})
\end{aligned} \tag{A.2.15}$$

sendo $f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x})$ a função que modela a combinação linear das entradas, então:

$$u_s = b_{0,k} + \sum_{i=1}^{N_x} b_{i,k} x_i \tag{A.2.16}$$

sendo $b_{i,k}$ e $b_{0,k}$, parâmetros constantes.

Assim as entradas x_1, x_2, \dots, x_{N_x} , referentes a um dado estado do sistema a ser controlado, são inferidas para cada proposição dos antecedentes das regras. Então, os graus de pertinência das proposições de cada regra são obtidos. Para cada regra escolhe-se o valor mínimo das funções de pertinências inferidas, ou seja, a primeira regra tem uma pertinência resultante $\mu_{u1}(x_1, \dots, x_{n_x})$, assim até a última regra com pertinência resultante $\mu_{uk}(x_1, \dots, x_{n_x})$. Quando não é necessária a agregação dos conjuntos resultantes das implicações de cada regra o resultado pode ser obtido de:

$$u_s = \frac{\sum_{i=1}^k u_{u_i} u_i}{\sum_{i=1}^k u_{u_i}} \tag{A.2.17}$$

Conforme Teixeira, 2001, pode-se concluir que a regra de Mandani é mais intuitiva e que representa melhor a idéia humana, mas, a regra de Sugero apresenta maior eficiência computacional por não depender de implementação numérica para cálculo de áreas.

A.2.4.2 Tabela ou napa de regras *fuzzy*

O mapa de regras *fuzzy* é idêntico à base de regras de inferência *fuzzy*. O mapa de regras *fuzzy* é a base do conhecimento. As entradas da matriz de regras são preenchidas durante a identificação do sistema *fuzzy*, quando são identificadas as operações do controle do processo [Shaw e Simões, 1999]. Na Tabela A.2.2, estão definidas as regras de inferência relativas a duas

entradas, a velocidade e a velocidade relativa e uma saída que é a força. A Tabela de regras, apresentada na Tabela A.2.2, pode ser utilizada no controle da força de atuação do amortecedor em um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade [Pinheiro, 2004].

Tabela A.2. 2: Mapa de regras para o controle *fuzzy*

		Velocidade				
Força [N]		ng	nm	ze	pm	pg
Velocidade Relativa	ng	ng	ng	nm	nm	nm
	nm	ng	nm	nm	nm	nm
	ze	nm	nm	pm	pm	pm
	pm	pm	pm	pm	pm	pg
	pg	pm	pm	pm	pg	pg

sendo a regra *fuzzy* para as duas entradas e uma saída definida por:

SE velocidade = (Regra lingüística) **E** velocidade Relativa= (Regra lingüística) **ENTÃO** força= (Regra lingüística)

Sendo as regras lingüísticas consideradas na Tabela A.2.2: ng (negativo grande); nm (negativo médio); ze (zero); pm (positivo médio); pg (positivo grande). Assim para o caso de:

SE velocidade relativa = (pm) **E** velocidade= (ze) **ENTÃO** força= (pm)

O mapa de regras *fuzzy*, representado pela Tabela A.2.2, é um arranjo de todas as combinações de variáveis de entrada e saída, em termos de seus conjuntos *fuzzy* lingüísticos, para a variável lingüística velocidade relativa tem-se 5 possibilidades e para a velocidade tem-se 5 possibilidades, resultando em 25 regras *fuzzy* para o controle. A superfície de controle tridimensional para 25 regras da Tabela A.2.2 é representada pela Figura A.2.17.

ANEXO 3: CONTROLE ÓTIMO QUADRÁTICO CONSIDERANDO O SEGUNDO MÉTODO DE LYAPUNOV

A estabilidade de sistemas de controle é um dos aspectos mais importante a serem determinados. Para sistemas lineares e invariantes no tempo é possível verificar a estabilidade utilizando o critério de estabilidade de Nyquist e o critério de estabilidade de Routh, mas para casos em que o sistema é não linear, ou linear variante no tempo, tais critérios não são aplicáveis. Para estes casos, pode-se utilizar o segundo método de Lyapunov, também chamado método direto de Lyapunov, sendo o método mais geral para se determinar a estabilidade de sistemas não-lineares. Por meio do segundo método de Lyapunov, é possível determinar a estabilidade de um sistema sem resolver as equações diferenciais, pois é possível determinar a estabilidade de um sistema sem resolver as equações de estado, o que é bastante vantajoso tendo em vista que a solução de equações de estado não-lineares costuma ser muito difícil [Ogata, 2000].

A.3.1 Estabilidade de sistemas no sentido de Lyapunov

Considerando um sistema definido por:

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{A.3.1}$$

onde x é um vetor de estado (n-dimensional) e $f(x, t)$ é um vetor de dimensão n cujas componentes são funções de x_1, x_2, \dots, x_n e t . Admitindo-se que (A.3.1) possui solução única começando numa dada condição inicial, e designando a solução de (A.3.1) por $\phi(t; x_0, t_0)$, onde $x = x_0$ em $t = t_0$ e t é o instante de tempo observado, assim $\phi(t; x_0, t_0) = x_0$.

No sistema (A.3.1), um estado x_e para o qual:

$$f(x_e, t) = 0 \tag{A.3.2}$$

Para qualquer valor de t , x_e é chamado um estado de equilíbrio do sistema. Se o sistema for linear e invariante no tempo, $f(x, t) = Ax$, então haverá um único estado de equilíbrio se A for não-singular e haverá um número infinito de estados de equilíbrio se A for singular. Para os sistemas não-lineares pode haver um ou mais pontos de equilíbrio. A determinação dos estados

de equilíbrio não envolve a solução das equações diferenciais do sistema (A.3.1), mas somente a solução de (A.3.2) [Ogata, 2000].

Designando uma região esférica de raio K em torno de um estado de equilíbrio x_e por $\|x - x_e\| \leq k$ onde $\|x - x_e\|$ é a norma Euclidiana. Seja $S(\delta)$ a região que consiste em todos os pontos tais que $\|x - x_e\| \leq \delta$ e seja $S(\varepsilon)$ a região que consiste em todos os pontos para os quais, $\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \varepsilon$ qualquer que seja $t \geq t_0$.

Um estado e equilíbrio x_e do sistema definido por (A.3.1) é dito estável no sentido de Lyapunov se, correspondendo a cada $S(\varepsilon)$, houver uma $S(\delta)$ tal que as trajetórias iniciadas em $S(\delta)$ não deixem $S(\varepsilon)$ à medida que t cresce indefinidamente. O número real δ depende de ε e, em geral, também depende de t_0 . Se δ não depende de t_0 , o estado de equilíbrio é dito uniformemente estável.

Conforme Ogata, 2000, pode-se classificar a estabilidade e os tipos de funções da seguinte forma:

- **Estabilidade assintótica:** um estado de equilíbrio x_e do sistema definido por (A.3.1) é considerado estável se for estável no sentido de Lyapunov e se toda solução começando em $S(\delta)$ converge para x_e , sem deixar $S(\varepsilon)$, à medida que t aumenta indefinidamente. Na prática, a estabilidade assintótica é mais importante que a mera estabilidade, além disso, como a estabilidade assintótica é um conceito local, estabelecer a estabilidade assintótica, simplesmente, pode não significar que o sistema se comportará adequadamente. É necessário conhecer o tamanho da maior região onde se tem a estabilidade assintótica. Esta região é chamada de domínio de atração, e trata-se da região do espaço de estados na qual se originam trajetórias assintoticamente estáveis.
- **Estabilidade assintótica em grande escala:** se a estabilidade assintótica se mantém para todos os estados onde as trajetórias se originam, o estado de equilíbrio é dito assintoticamente estável em grande escala. Uma condição necessária para a estabilidade assintótica em grande escala é que exista somente um único estado de equilíbrio em todo o espaço de estados. Se o estado de equilíbrio não for assintoticamente estável em grande escala, o problema passa a ser, determinar a maior região de estabilidade assintótica.
- **Instabilidade:** Um estado de equilíbrio x_e é dito instável se, para algum número real $\varepsilon > 0$ e todo número real $\delta > 0$, não importa quão pequeno ele seja, há sempre um estado x_0 em $S(\delta)$ tal que a trajetória, começando neste estado, deixa a região $S(\varepsilon)$.

- **Definição positiva de funções escalares:** Uma função escalar $V(x)$ é dita definida positiva em uma região Ω , incluindo a origem do espaço de estados, se $V(x) > 0$ para todos os estados não-nulos x na região Ω e $V(0) = 0$. Uma função $V(x, t)$ variante no tempo é dita definida positiva em uma região Ω se existir uma função definida positiva $V(x)$ tal que $V(x, t) > V(x)$ qualquer que seja $t \geq t_0$ e $V(0, t) = 0$ qualquer que seja $t \geq t_0$.
- **Definição negativa de funções escalares:** Uma função escalar $V(x)$ é dita definida negativa se $-V(x)$ for definida positiva.
- **Semi-definição positiva de funções escalares:** Uma função escalar $V(x)$ é dita semi-definida positiva se for positiva em todos os estados de uma região Ω , exceto na origem e em outros estados, onde seu valor é zero.
- **Semi-definição negativa de funções escalares:** Uma função escalar $V(x)$ é dita semi-definida negativa se $-V(x)$ for semi-definida positiva.
- **Indefinição de funções escalares:** Uma função escalar $V(x)$ é dita indefinida se, na região Ω , assumir valores positivos e negativos, não importa quão pequena seja a região Ω .
- **Forma quadrática:** A forma quadrática constitui uma classe de funções escalares que desempenham um papel importante na análise de estabilidade baseada no segundo método de Lyapunov, e é representada por:

$$V(x) = x^T P x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

- **Forma hermetiana:** Se x for um vetor complexo n-dimensional e P for uma matriz hermetiana, então a forma quadrática complexa é chamada de forma hermetiana.

$$V(x) = x^* P x = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ \bar{P}_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \bar{P}_{n1} & \bar{P}_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Na análise de estabilidade no espaço de estados usa-se frequentemente a forma hermetiana por ser mais geral que a forma quadrática.

A definição positiva da forma quadrática ou da forma hermetiana $V(x)$ pode ser determinada por meio do critério de Sylvester, que estabelece que a condição necessária e suficiente para que a forma quadrática ou hermetiana $V(x)$ seja definida positiva, que todos os determinantes menores principais sucessivos de P sejam positivos.

Da teoria clássica de mecânica sabe-se que um sistema vibratório é estável se sua energia total (uma função definida positiva) for continuamente decrescente, o que significa que a derivada em relação ao tempo seja definida negativa, até que um ponto de equilíbrio seja alcançado.

O segundo método de Lyapunov é baseado na generalização deste fato, pois se um sistema possui um estado de equilíbrio assintoticamente estável, então a energia armazenada transferida no interior do domínio de atração decai à medida que o tempo cresce até que finalmente assume seu valor mínimo no estado de equilíbrio. Para sistemas puramente matemáticos não há forma simples de se definir uma ‘função energia’.

Para contornar esta dificuldade, Lyapunov introduziu a função de Lyapunov, uma “função energia” fictícia. Esta idéia, contudo, é mais geral que a de energia e é aplicada de forma mais abrangente. Com efeito, qualquer função escalar que satisfaça as hipóteses dos teoremas de estabilidade de Lyapunov pode servir como função de Lyapunov [Ogata, 2000].

As funções de Lyapunov dependem de x_1, x_2, \dots, x_n e t , e são representadas por $V(x, t)$ onde $x = x_1, x_2, \dots, x_n$. No segundo método de Lyapunov, o comportamento do sinal de $V(x, t)$ e de sua derivada em relação ao tempo fornece informação a respeito da estabilidade, da estabilidade assintótica ou da instabilidade de um estado de equilíbrio sem requerer diretamente a obtenção da solução.

Verifica-se que, se uma função escalar $V(x)$ for positiva-definida, então o estado x que satisfazer que $V(x) = C$, sendo C uma constante positiva, permanece sobre uma hipersuperfície fechada do espaço de estados n -dimensional, ao menos nas vizinhanças da origem. Se $V(x) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$, então esta superfície se estende sobre todo o espaço de estados, e a hipersuperfície $V(x) = C_1$ permanece inteiramente no interior da hipersuperfície $V(x) = C_2$ se $C_1 < C_2$.

Dado um sistema, se for possível encontrar uma função escalar positiva-definida $V(x)$ tal que sua derivada em relação ao tempo, ao longo de uma trajetória, seja sempre negativa, então, à medida que o tempo cresce, $V(x)$ toma valores de C cada vez menores, à medida que o tempo cresce, $V(x)$ se contrai a zero e, em conseqüência, x tende a zero. Conforme Ogata, 2000, isto implica a estabilidade assintótica da origem do espaço de estados, e que o teorema da estabilidade principal de Lyapunov propicia uma condição suficiente para a estabilidade assintótica, e este teorema pode ser enunciado da seguinte forma:

Teorema 1 - Supondo que um sistema seja descrito por $\dot{x} = f(x, t)$. Se existir uma função escalar $V(x, t)$ que possua primeiramente derivadas parciais contínuas e satisfaça as condições:

- $V(x, t)$ é definida positiva;
- $\dot{V}(x, t)$ é definida negativa.

Então o estado de equilíbrio na origem é uniforme e assintoticamente estável. Se adicionalmente $V(x, t) \rightarrow \infty$ à medida que $\|x\| \rightarrow \infty$, então o estado de equilíbrio na origem é assintoticamente estável em grande escala.

Teorema 2 - Supondo que um sistema seja definido por $\dot{x} = f(x, t)$, onde $f(0, t) = 0$ qualquer que seja $t \geq t_0$. Se existir uma função $V(x, t)$ que possui primeiras derivadas parciais contínuas e satisfaz as condições:

- $V(x, t)$ é definida positiva.
- $\dot{V}(x, t)$ é semi-definida negativa.
- $\dot{V}(\phi(t; x_0, t_0), t)$ não é identicamente nula para $t \geq t_0$, quaisquer que sejam t_0 e $x_0 \neq 0$, em que $\phi(t; x_0, t_0)$ designa a trajetória ou a solução começando em x_0 no instante t_0 .

Então o estado de equilíbrio na origem é uniformemente e assintoticamente estável em grande escala. Se um estado de equilíbrio $x = 0$ de um sistema for instável, então existe uma função escalar $W(x, t)$ que determina a instabilidade do estado de equilíbrio.

Teorema 3 - Supondo que um sistema seja definido por $\dot{x} = f(x,t)$, e que $f(0,t) = 0$ qualquer que seja $t \geq t_0$. Se existir uma função escalar $W(x,t)$ que possui primeiras derivadas parciais contínuas e satisfaz as condições:

- $W(x,t)$ é definida positiva em alguma região em torno da origem.
- $\dot{W}(x,t)$ é definida positiva na mesma região.

A estabilidade do estado de equilíbrio de sistemas lineares e invariantes no tempo podem ser investigadas facilmente por meio do segundo método de Lyapunov.

Considere o sistema linear: $\dot{x} = Ax$, invariante no tempo, sendo x um vetor de estado (n -dimensional) e A uma matriz constante $n \times n$. Admitindo que A seja não-singular, então o único estado de equilíbrio é a origem $x = 0$, e $V(x) = x^T P x$, sendo P uma matriz definida positiva. A derivada em relação ao tempo de $V(x)$ ao longo de qualquer trajetória é:

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = (Ax)^T P x + x^T P A x = x^T A^T P x + x^T P A x = x^T (A^T P + P A) x \quad (\text{A.3.3})$$

Como $V(x)$ foi escolhida como sendo definida positiva, para se ter estabilidade assintótica é necessário que $V = -x^T Q x$ e $Q = -(A^T P + P A)$ seja definida positiva. Em conseqüência, para a estabilidade assintótica é suficiente que Q seja definida positiva. Assim, em vez de primeiro especificar uma matriz P definida positiva e examinar depois se Q é definida positiva, pode-se definir primeiro uma matriz Q definida positiva e então determinar o valor de P a partir de: $A^T P + P A = -Q$.

A.3.2 Controle ótimo com funcional quadrática

Considerando o projeto de sistemas de controle estáveis baseados em índices de desempenho quadráticos, e o sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{A.3.4})$$

onde:

x = vetor de estado (n -dimensional);

u = vetor de controle (r -dimensional);

A = matriz constante (nxn);

B = matriz constante (nxr).

Conforme Ogata, 2000, em projetos de sistemas de controle, há freqüentemente o interesse de se escolher o vetor de controle $u(t)$ de tal forma que um determinado índice de desempenho seja minimizado, pois dado um índice de desempenho quadrático, onde os limites de integração sejam 0 e ∞ , tal como:

$$J = \int_0^{\infty} L(x, u) dt \quad (\text{A.3.5})$$

sendo $L(x, u)$ uma função quadrática ou hermetiana, que conduz a leis de controle lineares:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (\text{A.3.6})$$

sendo K é uma matriz rxn:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{11} & k_{22} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ k_{r1} & k_{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Reduz-se assim o projeto de sistemas de controle ótimo e de sistemas reguladores ótimos baseados em tais índices quadráticos de desempenho à determinação dos elementos da matriz K , com a vantagem do sistema projetado ser estável exceto no caso em que o sistema não seja controlável. No projeto de sistemas de controle, baseados na minimização de índices quadráticos de desempenho, há a necessidade de se resolver as equações de Riccati.

A.3.2.1 Determinação da equação reduzida de Riccati pelo segundo método de Lyapunov

Considerando o problema de determinar o vetor de controle ótimo $u(t)$ para um sistema de equação diferencial e o índice de desempenho dado por:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (\text{A.3.7})$$

onde Q é uma matriz hermetiana ou real simétrica e definida positiva (ou semidefinida positiva), R é uma matriz hermetiana ou real simétrica e definida positiva e u não tem restrição. O sistema de controle ótimo é para minimizar o índice de desempenho (A.3.7), considerando que o sistema seja estável. Há várias abordagens para a solução deste problema. Neste trabalho será utilizado o enfoque baseado no segundo método de Lyapunov [Ogata, 2000].

Considerando-se o problema de controle ótimo que, dadas as equações (A.3.4), determinar a matriz K do vetor de controle ótimo (A.3.6) de modo a minimizar o índice de desempenho (A.3.7).

Em conseqüência, se os elementos da matriz K forem determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então $u(t) = -Kx(t)$ é ótimo qualquer que seja o estado inicial $x(0)$. Conforme Naidu, 2003, pode-se demonstrar que $u(t)$ é um mínimo. Utilizando a definição Hamiltoniana:

$$H^* = V(x^*(t), u^*(t), t) + \lambda^{*T}(t) f(x^*(t), u^*(t), t) \quad (\text{A.3.8})$$

considerando (A.3.8), junto com o índice de desempenho (A.3.7), pode-se formular o Hamiltoniano como:

$$H(x(t), u(t), \lambda(t)) = \frac{1}{2} x^T(t) Q(t) x(t) + \frac{1}{2} u^T R(t) u(t) + \lambda^T(t) [A(t)x(t) + B(t)u(t)] \quad (\text{A.3.9})$$

onde λ é um vetor de resposta de ordem n-dimensional.

Para provar o teorema, considere-se a segunda derivada parcial do Hamiltoniano (A.3.9) e a segunda derivada do funcional (A.3.7). Para analisar a natureza do controle ótimo, utiliza-se a seguinte a matriz:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} & \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \end{bmatrix}^* \quad (\text{A.3.10})$$

sendo que (A.3.10) deve ser definida positiva (definida negativa) para um mínimo (máximo). Em geral isto se reduz à seguinte condição:

$$\left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)_* \quad (\text{A.3.11})$$

tem que ser definida positiva para um mínimo ou definida negativa para um máximo. Usando (A.3.9) e calculando as derivadas parciais, tem-se que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_* &= Q, & \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \right)_* &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \right)_* &= 0, & \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)_* &= R \end{aligned} \quad (\text{A.3.12})$$

Substituindo (A.3.9) em (A.3.10), tem-se que:

$$\Pi = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (\text{A.3.13})$$

sendo R definida positiva, Q semidefinida positiva e a matriz (A.3.13) semidefinida positiva. Calculando a segunda derivada parcial de H em relação a u^* , obtém-se a matriz R , sendo R definida positiva, o que garante que o controle u^* é um mínimo.

Para obter a equação reduzida de Ricatti, considera-se o problema de otimização, substituindo (A.3.6) em (A.3.4):

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (\text{A.3.14})$$

Admitindo-se que a matriz $A - BK$ seja estável e substituindo (A.3.6) em (A.3.7):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \quad (\text{A.3.15})$$

considerando que: $x^T(Q + KRK)x = -\frac{d}{dt}(x^T Px)$, onde P é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. Obtém-se, então:

$$x^T(Q + K^T RK)x = -\dot{x}^T Px - x^T P \dot{x} = -x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)]x \quad (\text{A.3.16})$$

Comparando ambos os membros desta última equação e observando-se que ela deve ser verdadeira para qualquer x deve-se ter:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T RK) \quad (\text{A.3.17})$$

Pelo segundo método de Lyapunov, se $A - BK$ é uma matriz estável, então existe uma matriz P definida positiva que satisfaz (A.3.17). Por conseguinte, o procedimento a adotar é o da determinação dos elementos de P a partir desta equação e verificar se ela é definida positiva.

O índice de desempenho J pode ser calculado como:

$$J = \int_0^{\infty} x^T(Q + KRK)x dt = -x^T(\infty)Px(\infty) + x^T(0)Px(0) \quad (\text{A.3.18})$$

Como se admite que todos os autovalores de $A - BK$ têm parte real negativa então $x(\infty) \rightarrow 0$. Obtém-se, portanto:

$$J = x^T(0)Px(0) \quad (\text{A.3.19})$$

Assim, o índice de desempenho J pode ser obtido em termos de estado inicial $x(0)$ e P . E supondo que R é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva, pode-se escrever $R = T^T T$, sendo T uma matriz não-singular, então tem-se que:

$$(A^T K^T B^T)P + P(A - BK) + Q + K^T T^T T K = 0 \quad (\text{A.3.20})$$

que pode ser escrita sob a forma:

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (\text{A.3.21})$$

A minimização de J com relação a K requer a minimização de:

$$x^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (\text{A.3.22})$$

com respeito a K . Como esta expressão é não-negativa, o mínimo ocorre quando ela vale zero, ou seja, quando $TK = (T^T)^{-1} B^T P$. Assim:

$$K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = K^{-1} B^T P \quad (\text{A.3.23})$$

E equação (A.3.21) pode ser escrita como:

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (\text{A.3.24})$$

que é chamada de equação matricial reduzida de Riccati.

A equação (A.3.23) fornece a matriz ótima K . Em conseqüência a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho é dado pela equação (A.3.7), é linear e é dada por:

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^T P x(t) \quad (\text{A.3.25})$$

A matriz P na equação (A.3.23) deve satisfazer a equação (A.3.17) ou a equação (A.3.24).

ANEXO 4: CONTROLE *ON/OFF*, *SKYHOOK*, *GROUNDHOOK* E CONTROLE HÍBRIDO

O controle *on-off* do amortecedor é definido por dois estados, ligado e desligado, como pode ser observado na Figura A.4.1. A determinação do estado do amortecedor vai depender da velocidade relativa entre a massa da carroceria e a massa do conjunto eixo e roda, e a velocidade da massa do conjunto eixo e roda.

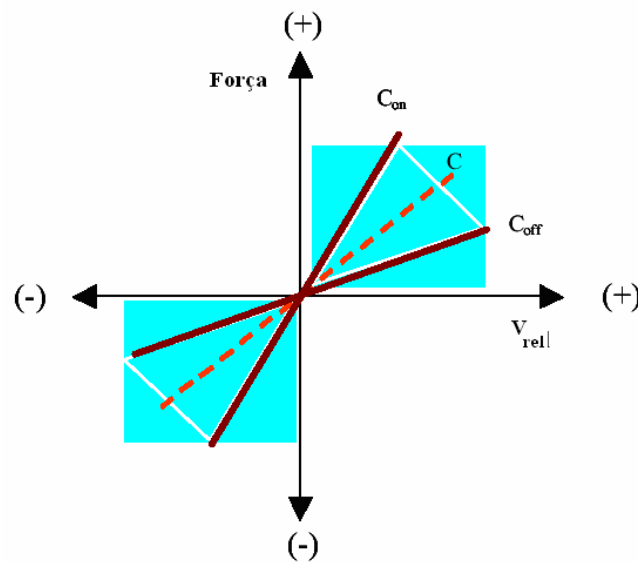


Figura A.4. 1: Força versus velocidade para controle semi-ativo do amortecedor
Fonte: Koo *et al.*, 2002

onde C representa o coeficiente de amortecimento para o sistema passivo [Ns/m], C_{on} representa o coeficiente de amortecimento para o sistema com controle semi-ativo ativado [Ns/m] e C_{off} representa o coeficiente de amortecimento para o sistema com controle semi-ativo desativado [Ns/m].

Na Figura A.4.2, é possível observar a estratégia de controle *on/off*.

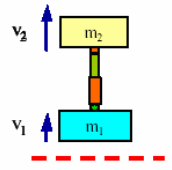

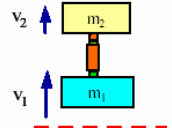

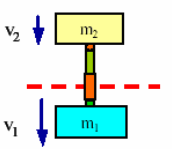

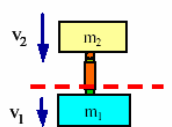

Casos	Ilustração	Regras	Direção da força sobre a massa m_1	Força necessária (estado do amortecedor)
massa m_1 se movendo para cima		$V_1 > 0$ $V_1 - V_2 < 0$	 Amortecedor em extensão	Força mínima (Off)
		$V_1 > 0$ $V_1 - V_2 > 0$	 Amortecedor em compressão	Força máxima (On)
massa m_1 se movendo para baixo		$V_1 < 0$ $V_1 - V_2 < 0$	 Amortecedor em extensão	Força máxima (On)
		$V_1 < 0$ $V_1 - V_2 > 0$	 Amortecedor em compressão	Força mínima (Off)

Figura A.4. 2: Estratégia de controle *on/off*
Fonte: Koo *et al.*, 2002

A.4.1 Controle semi-ativo *skyhook*

Desde que o controle de suspensão semi-ativo *skyhook* foi desenvolvido, vários outros sistemas surgiram, como o controle *groundhook* que teve uma grande evolução nas últimas décadas [Carter, 1998]

Em aplicações veiculares, o controle *skyhook* é projetado para reduzir a vibração do chassi com o objetivo de garantir o conforto do passageiro, já o controle *groundhook* é utilizado para reduzir a vibração da roda, garantindo a estabilidade do veículo.

Para determinar a configuração do controle *skyhook*, considera-se a Figura A.4.3, sendo um amortecedor conectado a uma referência inercial. Este arranjo é fictício, pois para ser implementado o ponto de referência deveria ser externo à carroceria do veículo.

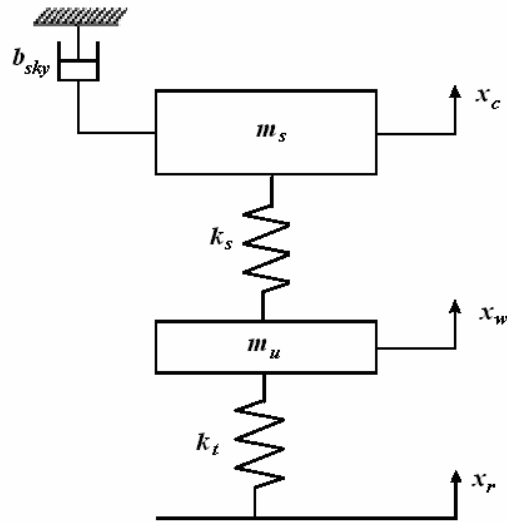


Figura A.4. 3: Configuração do amortecedor *skyhook*

Assim a meta do controle de *skyhook* não é implementar este sistema fisicamente, mas utilizar um amortecedor controlável que possa causar no sistema o mesmo efeito do amortecedor do sistema fictício, como o indicado na Figura A.4.4.

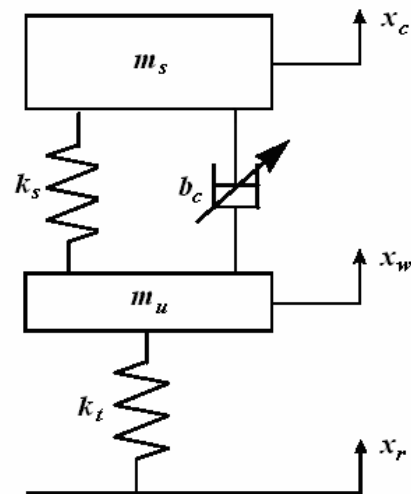


Figura A.4. 4: Configuração do amortecedor ideal para controle *shyhook*

Considerando que a velocidade relativa entre a massa da carroceria m_s e a massa do eixo e roda m_u é positiva quando as massas estão se separando, isto é quando $\dot{x}_c > \dot{x}_w$, para o sistema mostrado na Figura A.4.3. Assumindo que a massa m_s está se movendo para cima com velocidade \dot{x}_c positiva. Considerando a força que é aplicada pelo amortecedor *skyhook* para a massa m_s , nota-se que o deslocamento x_c é negativo, ou seja:

$$F_{sky} = -b_{sky} \dot{x}_c \quad (\text{A.4.1})$$

onde F_{sky} é a força do controle *shyhook*.

Considerando o amortecedor controlável da Figura A.4.4, se a massa m_s e massa m_u estão se separando então o amortecedor está em tensão, e a força aplicada em m_s está na direção de x_c negativo, ou seja:

$$F_c = -b_c (\dot{x}_c - \dot{x}_w) \quad (\text{A.4.2})$$

onde F_c é a força aplicada na massa m_s . A única exigência para determinar um amortecedor controlável com a mesma função do amortecedor *skyhook* é que:

$$b_c = b_{sky} \frac{\dot{x}_c}{(\dot{x}_c - \dot{x}_w)} \quad (\text{A.4.3})$$

Assim, se \dot{x}_c e $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$ forem positivas, b_c é calculado utilizando a equação (A.4.3).

Considerando o caso em que a massa m_s e a massa m_u ainda estarem se separando, mas a massa m_s estar se movendo para baixo com uma velocidade \dot{x}_c negativa. Na configuração do controle *skyhook* a força de amortecimento é aplicada para cima, ou na direção de x_c positivo.

Na configuração da Figura A.4.4, porém, o amortecedor ainda está em tensão, e a força do amortecedor ainda será aplicada para baixo, ou na direção negativa.

Como não pode ser aplicada a força de amortecimento do modelo ideal na mesma direção da força de amortecimento do controle *skyhook*, o melhor a fazer é minimizar a força de amortecimento. O ideal seria que o amortecedor controlável não exercesse nenhuma força, mas na realidade sempre esta presente uma força por menor que seja, e não está na mesma direção da força do controle *shyhook*. Assim, se $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$ for positiva e \dot{x}_c negativa, é necessário minimizar a força de amortecimento.

Analisando as considerações anteriores que combinam \dot{x}_c e $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$, obtém-se o controle *shyhook* na seguinte forma [Pare, 1998]:

$$\begin{cases} \dot{x}_c (\dot{x}_c - \dot{x}_w) > 0 & F = b_{sky} \dot{x}_c \\ \dot{x}_c (\dot{x}_c - \dot{x}_w) < 0 & F = 0 \end{cases} \quad (\text{A.4.4})$$

onde F é a força aplicada no controle do amortecimento.

A equação (A.4.4) indica que quando a velocidade relativa da suspensão $(\dot{x}_c - \dot{x}_w)$ e a velocidade absoluta \dot{x}_c da massa m_s possuem o mesmo sinal, uma força de amortecimento proporcional a \dot{x}_c é desejada. Caso contrário, uma quantia mínima de amortecimento é desejada.

A.4.2 Controle semi-ativo *groundhook*

Modificando a configuração do amortecedor *skyhook* de forma que o amortecedor seja conectado em m_u , em vez de conectar em m_s . O sistema resultante é chamado *groundhook*, e é mostrado na Figura A.4.5.

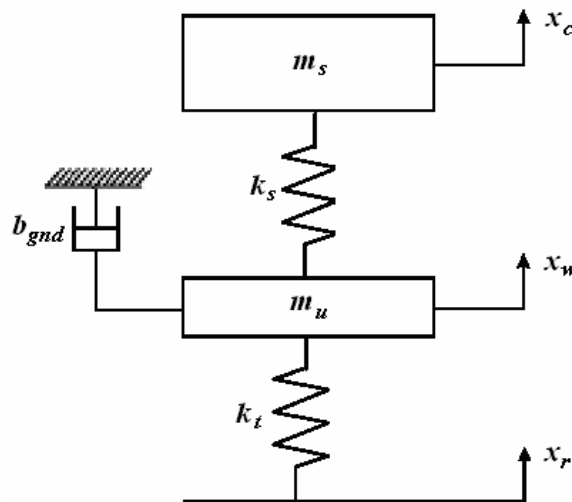


Figura A.4. 5: Configuração do amortecedor *groundhook*

A resposta do sistema com configuração *groundhook* é semelhante à resposta da configuração *skyhook*, com a diferença óbvia que a configuração de *groundhook* efetivamente soma amortecimento à massa de m_u removendo amortecimento da massa m_s . Considerando o mesmo raciocínio utilizado para a configuração do controle *skyhook* para a configuração do controle *groundhook*, o controle pode ser obtido por:

$$\begin{cases} -\dot{x}_w(\dot{x}_c - \dot{x}_w) > 0 & F = b_{gnd}\dot{x}_w \\ -\dot{x}_w(\dot{x}_c - \dot{x}_w) \leq 0 & F = 0 \end{cases} \quad (\text{A.4.5})$$

A.4.3 Controle semi-ativo híbrido

O controle híbrido é uma alternativa para conciliar os benefícios do controle *skyhook* e do controle *groundhook*. Na Figura A.4.6, pode-se observar a configuração do controle híbrido.

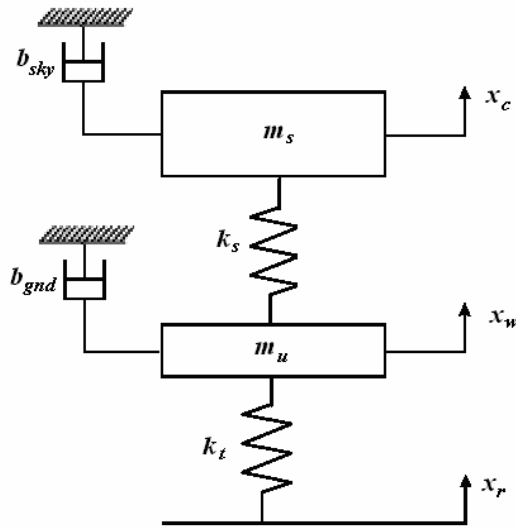


Figura A.4. 6: Configuração para o controle híbrido

O controle híbrido é uma combinação linear das equações (A.4.4) e (A.4.5) e pode ser escrita como:

$$\begin{cases} \dot{x}_c(\dot{x}_c - \dot{x}_w) > 0 & b_{sky} = \dot{x}_c \\ \dot{x}_c(\dot{x}_c - \dot{x}_w) \leq 0 & b_{sky} = 0 \\ -\dot{x}_w(\dot{x}_c - \dot{x}_w) > 0 & b_{gnd} = \dot{x}_w \\ -\dot{x}_w(\dot{x}_c - \dot{x}_w) \leq 0 & b_{gnd} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.4.6})$$

$$F = G[\alpha b_{sky} + (1 - \alpha)b_{gnd}]$$

onde b_{sky} e b_{gnd} são os componentes de amortecimento *skyhook* e *groundhook*.

A variável α é a relação entre o controle *skyhook* e *groundhook*, e G é um ganho constante. Quando $\alpha=1$ o controle é puramente *skyhook* e quando $\alpha=0$ o controle é puramente *groundhook*.