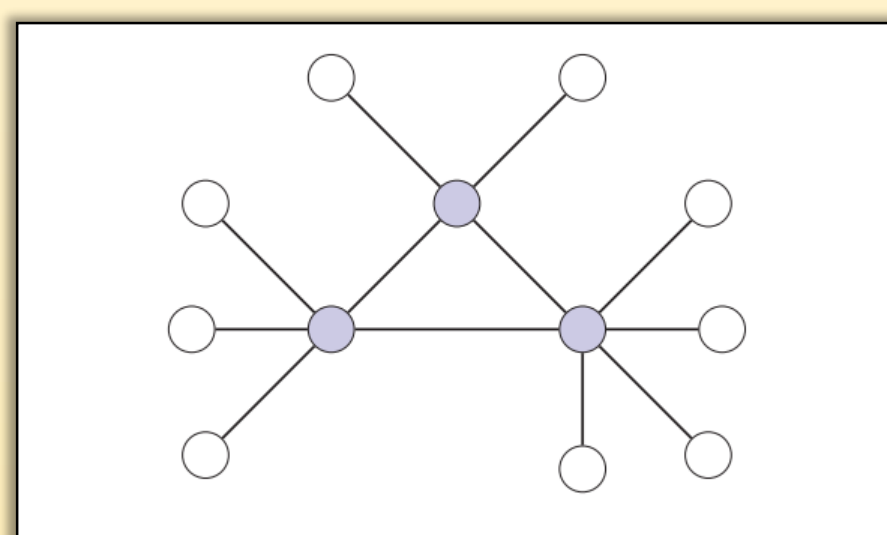


Um **grafo** é uma estrutura constituída por um conjunto finito e não vazio de elementos chamados vértices e por um conjunto formado por subconjuntos de dois vértices, denominados arestas. **Grafos unicíclicos** são grafos conexos que contêm um único ciclo.

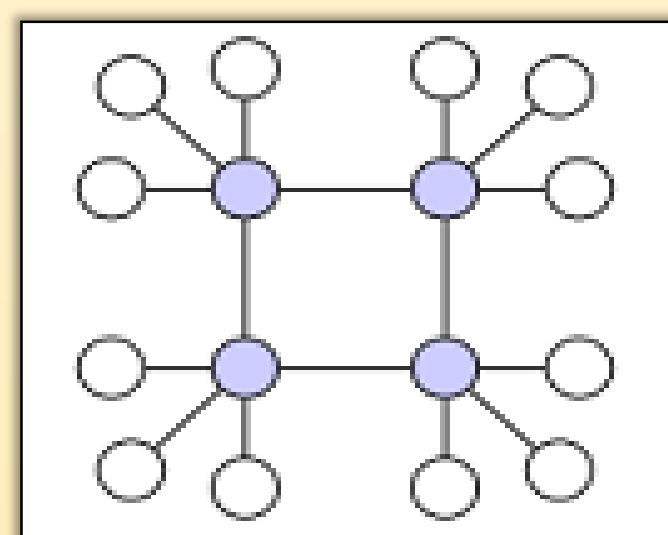
Uma **centopeia unicíclica** é o grafo obtido de um ciclo, adicionando-se pelo menos um pendente a cada vértice do ciclo.

Uma **centopeia unicíclica** é **regular** se cada um dos vértices do ciclo tem o mesmo número de pendentes.

Exemplos:



Centopeia unicíclica



Centopeia unicíclica regular

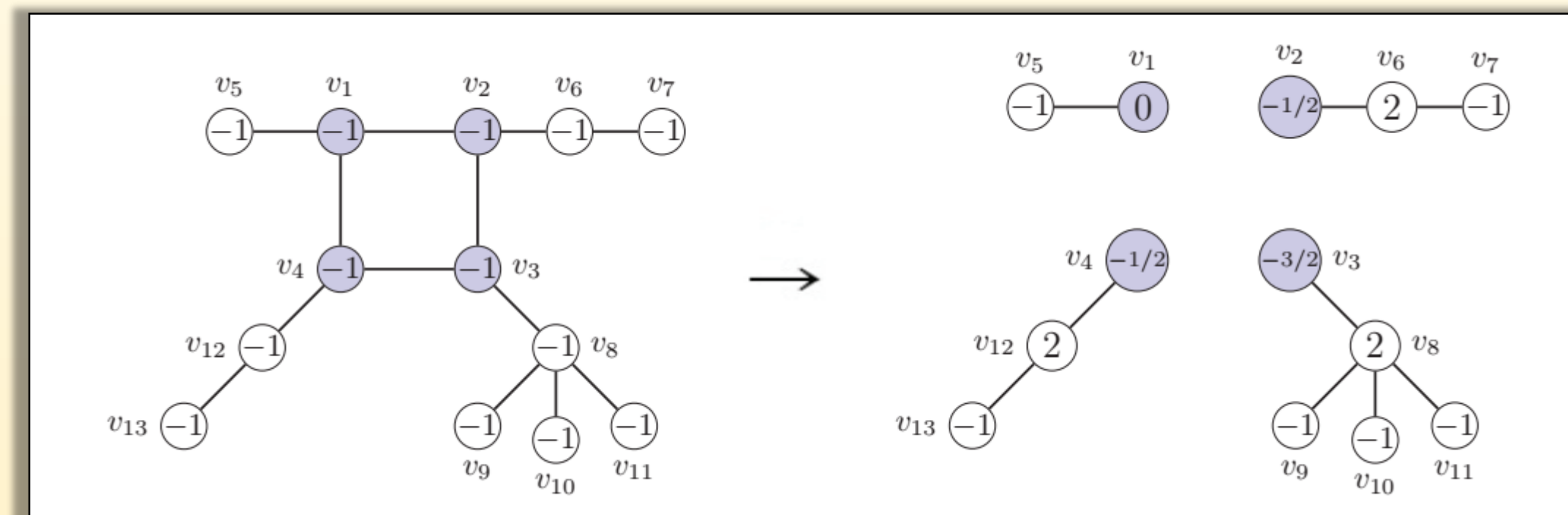
Em 2015, R. Braga, em sua tese de doutorado [1], apresentou *um algoritmo para localização de autovalores de grafos unicíclicos*, que permite determinar o número de autovalores de um grafo unicíclico em um dado intervalo real.

O algoritmo tem como entrada um grafo unicíclico G de ordem n e um número real α . Ele calcula os valores diagonais de uma matriz diagonal D congruente à $A(G) + \alpha I$, onde $A(G)$ é a matriz de adjacências de G e I é a matriz identidade.

Consequentemente, pela Lei da Inércia de Sylvester:

- i. O número de autovalores de G que são maiores do que α é o número de entradas positivas em D .
- ii. O número de autovalores de G que são menores do que α é o número de entradas negativas em D .
- iii. A multiplicidade de α como autovalor de G é o número de entradas nulas em D .

Exemplo: Aplicação do algoritmo para um grafo unicíclico com $\alpha = -1$.



Conclusão: Como $\alpha = -1$ e o algoritmo produziu 9 valores negativos, o grafo tem 9 autovalores menores que 1, como produziu 3 valores positivos, o grafo tem 3 autovalores maiores que 1 e como produziu um 0, então 1 é autovalor simples.

Utilizando o algoritmo, R. Braga mostrou que as centopeias unicíclicas regulares não são **grafos integrais** (isto é, nem todos os autovalores são inteiros). Ele também provou que as centopeias unicíclicas não são grafos integrais se o ciclo tiver comprimento b , onde $b > 4\lfloor\sqrt{\Delta - 1}\rfloor$, com Δ o grau máximo do grafo.

Em [2], R. Braga *et al.* Provaram que uma centopeia unicíclica que contém um vértice de grau 3 também não é um grafo integral.

Utilizando o software NewGraph, investigamos se as centopeias unicíclicas não regulares com $b \leq 4\lfloor\sqrt{\Delta - 1}\rfloor$ também não são grafos integrais.

Construímos todas as possíveis centopeias unicíclicas satisfazendo as condições acima com $\Delta = 5$ (o que implica que $b \leq 8$), como ilustra a tabela abaixo.

Não encontramos grafos integrais.

Δ	b	Grafos e Espectros		
$\Delta = 5$	$b = 5$			
		Spectrum = [-2,56737, -2,43828, -1,26251, -1,13856, -,76825, -,00000, -,00000, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,82025, ,91224, 1,75660, 1,88824, 2,79765]	Spectrum = [-2,65544, -2,46525, -1,33364, -1,21076, -,80126, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,83665, 1,00000, 1,86620, 1,90406, 2,85946]	Spectrum = [-2,59981, -2,53209, -1,34730, -1,16550, -,81935, -,00000, -,00000, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,87939, ,95129, 1,78179, 2,00000, 2,85158]
		Spectrum = [-2,70291, -2,53209, -1,34730, -1,32796, -,84740, -,00000, -,00000, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,87939, 1,07354, 1,89366, 2,00000, 2,91106]	Spectrum = [-2,65544, -2,58675, -1,42959, -1,21076, -,87274, -,00000, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,93849, 1,00000, 1,86620, 2,04610, 2,90449]	Spectrum = [-2,72069, -2,62260, -1,45038, -1,33508, -,92001, -,00000, -,00000, -,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,00000, ,96703, 1,10266, 1,95499, 2,06842, 2,95566]

REFERÊNCIAS

[1] R. O. Braga, *Localização de autovalores de árvores e de grafos unicíclicos*. 2015. 153 f. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2015.
 [2] R. O. Braga, V. M. Rodrigues, V. Trevisan. *Locating the eigenvalues of unicyclic graphs*. (em andamento).