

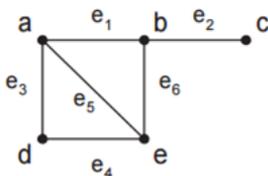
OS COEFICIENTES DO POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DA MATRIZ DE ADJACÊNCIA DE GRAFOS

Leonardo Ennes dos Santos
(Bolsista PROPEAQ - CNPQ)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Luiz Emilio Allem (Orientador)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

TEORIA DOS GRAFOS

A teoria dos grafos é o ramo da matemática que estuda as relações entre os objetos de conjuntos. Os grafos são formados por conjuntos de vértices e arestas, sendo estas pares não ordenados de vértices.



Grafo G com 5 vértices e 6 arestas.

MATRIZ DE ADJACÊNCIA

A matriz de adjacência, denotada $A(G)$, é a matriz de zeros e uns que se constrói a partir das relações de adjacência entre os vértices do grafo. Caso os vértices tenham relação, ou seja, uma aresta que os liguem, então a entrada da matriz relacionada a estes vértices recebe um, caso contrário zero.

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de adjacência do grafo G.

POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DA MATRIZ DE ADJACÊNCIA

O polinômio característico, denotado por $p_G(\lambda)$, é dado por

$$\det(\lambda I - A(G)),$$

onde λ é dito um autovalor do grafo G quando λ é uma raiz de $p_G(\lambda)$.

PROPOSIÇÃO

Seja G um grafo com n vértices e m arestas e seja

$$p_G(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n$$

o polinômio característico de G.

Então os coeficientes de $p_G(\lambda)$ satisfazem:

- $a_1 = 0$;
- $a_2 = -m$;
- $a_3 = -2t$, onde t é o número de triângulos no grafo.

$$p_G(\lambda) = \lambda^5 - 6\lambda^3 - 4\lambda^2 + 3\lambda + 2$$

Coeficiente a_2

Coeficiente a_3

$-6 = -m$, onde m é o nº de arestas de G.

$-4 = -2t$, onde t é o nº de triângulos de G.

O coeficiente $a_1 = 0$, portanto não aparece a parcela com fator λ^4 .

REFERÊNCIAS

- Abreu, Nair Maria Maia de Introdução à Teoria Espectral de Grafos com Aplicações - São Carlos, SP : SBMAC, 2007, 105 p., 20.5cm. - (Notas em Matemática Aplicada; v. 27);
- Feofiloff, Paulo; Kohayakawa, Yoshiharu; Wakabayashi, Yoshiko. Uma Introdução Sucinta à Teoria dos Grafos - São Paulo, SP. 2011.