

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Lucas Bogdanov Schmidt

ESTUDO DA CONFIABILIDADE EM SISTEMAS
SÉRIE-PARALELO COM DOIS MODOS DE FALHA

Porto Alegre

2017

Lucas Bogdanov Schmidt

Estudo da confiabilidade em sistemas série-paralelo com dois modos de falha

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, modalidade Acadêmica, na área de concentração em Sistemas de Qualidade.

Orientador: Michel José Anzanello, *Ph.D.*

Porto Alegre

2017

Lucas Bogdanov Schmidt

Estudo da confiabilidade em sistemas série-paralelo com dois modos de falha

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na modalidade Acadêmica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Michel José Anzanello, *Ph.D.*

Orientador PPGEP/UFRGS

Prof. Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

Coordenador PPGEP/UFRGS

Banca Examinadora:

Professor Marcelo Farenzena, Dr. (DEQUI/UFRGS)

Professor Gilberto Tavares dos Santos, Dr. (EA/UFRGS)

Professora Liane Werner, Dra. (PPGEP/UFRGS)

Dedico esse trabalho aos meus professores e colegas de profissão que até aqui me encaminharam.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao SENHOR, Deus altíssimo, pelo Seu infinito amor e bondade demonstrados em mais essa conquista.

Agradeço a minha esposa amada Letícia Roxo Schmidt, pela paciência e compreensão durante a realização deste trabalho.

Agradeço a meu orientador Michel José Anzanello pela sua paciência, incentivo e pelo conhecimento transmitido, fato fundamental para a realização desta dissertação.

Agradeço aos membros da banca pelo empenho na avaliação e pelas atenciosas sugestões através das construtivas colaborações.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção que participaram na minha formação como mestre.

Agradeço aos meus pais por me ensinarem o valor e a importância do estudo e da instrução para a minha vida.

"Vós não sereis chamados mestres, porque um só é vosso Mestre."

Evangelho de Mateus 23:9

SCHMIDT, Lucas Bogdanov. *Estudo da confiabilidade em sistemas série-paralelo com dois modos de falha*, 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil.

RESUMO

Essa dissertação propõe um conjunto de experimentos de simulação em sistemas sujeitos a dois modos de falha com vistas à otimização de confiabilidade. Para tanto, propõe a modelagem analítica e otimização via Algoritmo Genético em sistemas série-paralelo com múltipla escolha de componentes. A ocorrência de falhas em produtos e serviços pode gerar descontentamento aos clientes e até riscos à sua segurança. Em muitos casos práticos, sistemas constituídos por componentes que apresentam dois modos de falha (ou seja, que podem falhar no modo aberto ou curto) são caracterizados por elevada complexidade matemática e analítica para mensuração de sua confiabilidade e estabelecimento de arranjos ótimos. O objetivo da modelagem de estruturas com foco na otimização de confiabilidade consiste em determinar o arranjo que proporciona níveis mais elevados de confiabilidade, ao passo que problemas de alocação de redundância visam à seleção de componentes e níveis apropriados de redundância que maximizem a confiabilidade ou minimizem os custos do sistema frente a restrições de projeto. São estudados os sistemas série-paralelo *k-out-of-n* (em que qualquer combinação de k dentre n componentes devem operar devidamente). Esse trabalho inova ao apresentar sistemas série-paralelo *l-out-of-m*, onde a falha de até l dentre m subsistemas não ocasiona falha no sistema geral. Os métodos apresentados fornecem uma contribuição ao estudo de confiabilidade em sistemas com dois modos de falha.

Palavras-chave: confiabilidade, dois modos de falha, série-paralelo, *k-out-of-n*, alocação por redundância, otimização, algoritmos genéticos.

SCHMIDT, Lucas Bogdanov. *Reliability in series-parallel systems with two failure modes*, 2017. Dissertation (Master in Engineering) - Federal University of Rio Grande do Sul, Brazil.

ABSTRACT

This dissertation proposes a set of simulation experiments in series-parallel systems subject to two failure modes with a view to reliability optimization. Therefore, proposes analytical modeling and optimization by the genetic algorithms in k -out-of- n series-parallel systems and l -out-of- m series-parallel systems, with multiple choice of components. When it comes to products and services, functional errors can lead disgruntlement by customers and even security risks. In many practical cases, systems consisting of two failure modes components (ie, they can fail in open or short mode) rely on highly mathematical and analytical complexity for reliability estimation and establishment of optimal arrangements. The goal of structural modeling focused on reliability optimization is to determine the design that provides the highest reliability levels, while the redundancy allocation problem involves selecting components and appropriate levels of redundancy that either maximize reliability or minimize system costs against design constraints. The k -out-of- n series-parallel structure (any combination of k among n components must operate properly) are studied and this work innovates by presenting l -out-of- m series-parallel systems, where failure of up to l within m subsystems does not cause a overall system failure. The methods presented contribute to the study of reliability in systems with two modes of failure.

Keywords: reliability, two-failures modes, serie-parallel, k -out-of- n , reduncancy allocation, otimization, genetics algorithms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Vertentes dos problemas de modelagem.....	25
Figura 2.2: Exemplo de sistema em série.....	27
Figura 2.3: Exemplo de sistema em paralelo.....	28
Figura 2.4: Métodos de solução do RAP.....	34
Figura 2.5: 18 configurações em série-paralelo misto dentre 496 possíveis formadas por sistemas com 8 componentes em que o ótimo depende dos valores de q_0 e q_s	35
Figura 3.1: Estados operacionais de componentes com dois modos de falha em relação ao fluxo: (a) operando devidamente; (b) falha em aberto; e (c) falha em curto.....	48
Figura 3.2: Exemplo de sistema em série-paralelo.....	50
Figura 3.3: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 1,0.....	55
Figura 3.4: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,20.....	56
Figura 3.5: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 5,0.....	56
Figura 3.6: Valores máximos de q_0 e q_s que garantem $R_{min}=0,99$	58
Figura 3.7: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,25.....	71
Figura 3.8: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,50.....	71
Figura 3.9: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 2,0.....	72
Figura 3.10: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 4,0.	72
Figura 3.11: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,20.....	73
Figura 3.12: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,25.....	73
Figura 3.13: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,50.....	74
Figura 3.14: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 1,0.....	74
Figura 3.15: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 2,0.....	75
Figura 3.16: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 4,0.....	75
Figura 3.17: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 5,0.....	76

Figura 3.18: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,20.....	76
Figura 3.19: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,25.....	77
Figura 3.20: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,50.....	77
Figura 3.21: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 1,0.....	78
Figura 3.22: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 2,0.....	78
Figura 3.23: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 4,0.....	79
Figura 3.24: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 5,0.....	79
Figura 3.25: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,20.....	80
Figura 3.26: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,25.....	80
Figura 3.27: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,50.....	81
Figura 3.28: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 1,0.....	81
Figura 3.29: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 2,0.....	82
Figura 3.30: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 4,0.....	82
Figura 3.31: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 5,0.....	83
Figura 3.32: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,20.....	83
Figura 3.33: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,25.....	84
Figura 3.34: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,50.....	84
Figura 3.35: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 1,0.....	85
Figura 3.36: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 2,0.....	85
Figura 3.37: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 4,0.....	86
Figura 3.38: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 5,0.....	86

Figura 3.39: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,20.....	87
Figura 3.40: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,25.....	87
Figura 3.41: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,50.....	88
Figura 3.42: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 1,0.....	88
Figura 3.43: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 2,0.....	89
Figura 3.44: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 4,0.....	89
Figura 3.45: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 5,0.....	90
Figura 4.1: Exemplo de sistema em série-paralelo k -out-of- n	94
Figura 4.2: Fluxograma das etapas seguida no Algoritmo Genético.....	100
Figura 4.3: Arranjos estruturais das soluções ótimas do cenário 1 sujeitas aos custos máximos de 320 e 280 unidades monetárias.....	112
Figura 4.4: Evolução da confiabilidade ótima em relação ao avanço da disponibilidade de recursos.....	112
Figura 4.5: Arranjos estruturais das soluções ótimas do cenário 2 sujeitas às confiabilidades mínimas de 0,95 e 0,90.....	114
Figura 4.6: Minimização do custo através das iterações.....	114
Figura 4.7: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de 3 componentes por subsistema.....	116
Figura 4.8: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de 2 componentes por subsistema.....	116
Figura 4.9: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de $k_{min} = \{3,2,1,2,3\}$	117

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Confiabilidades máximas obtidas a partir de sistemas com 3 a 8 componentes...	31
Tabela 2.2. Número de configurações série-paralelo distintas de sistemas formados por 1 a 9 componentes.....	31
Tabela 2.3: Abordagens exatas e por programação matemática para RAP.....	37
Tabela 2.4. Abordagens por heurísticas e metaheurísticas para RAP.....	38
Tabela 3.1: Variáveis e domínio dos parâmetros.....	52
Tabela 3.2: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 1,0.....	53
Tabela 3.3: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,20.....	54
Tabela 3.4: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 5,0.....	54
Tabela 3.5: Avanço da alocação ótima de componentes em paralelo conforme avanço da razão entre taxas de falhas.....	57
Tabela 3.6: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,25.....	61
Tabela 3.7: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,50.....	61
Tabela 3.8: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 2,0.....	61
Tabela 3.9: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 4,0.....	61
Tabela 3.10: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,20.....	62
Tabela 3.11: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,25.....	62
Tabela 3.12: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,50.....	62
Tabela 3.13: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 1,0.....	62
Tabela 3.14: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 2,0.....	63
Tabela 3.15: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 4,0.....	63
Tabela 3.16: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 5,0.....	63
Tabela 3.17: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,20.....	63
Tabela 3.18: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,25.....	64

Tabela 3.19: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,50.....	64
Tabela 3.20: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 1,0.....	64
Tabela 3.21: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 2,0.....	64
Tabela 3.22: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 4,0.....	65
Tabela 3.23: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 5,0.....	65
Tabela 3.24: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,20.....	65
Tabela 3.25: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,25.....	65
Tabela 3.26: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,50.....	66
Tabela 3.27: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 1,0.....	66
Tabela 3.28: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 2,0.....	66
Tabela 3.29: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 4,0.....	66
Tabela 3.30: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 5,0.....	67
Tabela 3.31: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,20.....	67
Tabela 3.32: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,25.....	67
Tabela 3.33: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,50.....	67
Tabela 3.34: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 1,0.....	68
Tabela 3.35: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 2,0.....	68
Tabela 3.36: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 4,0.....	68
Tabela 3.37: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 5,0.....	68
Tabela 3.38: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,20.....	69
Tabela 3.39: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,25.....	69

Tabela 3.40: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,50.....	69
Tabela 3.41: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 1,0.....	69
Tabela 3.42: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 2,0.....	70
Tabela 3.43: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 4,0.....	70
Tabela 3.44: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 5,0.....	70
Tabela 4.1: Pesos adotados nas funções objetivos.....	108
Tabela 4.2: Parâmetros utilizados no algoritmo de otimização.....	109
Tabela 4.3: Componentes candidatos e suas características.....	109
Tabela 4.4: Resultados do cenário 1.....	111
Tabela 4.5: Resultados do cenário 2.....	113
Tabela 4.6: Resultados do cenário 3.....	116

LISTA DE SIGLAS

GA	Algoritmo Genético
RAP	Problema de Alocação por Redundância
DP	Programação Dinâmica
SA	<i>Simulated Annealing</i>
TS	<i>Tabu Search</i>
IA	Algoritmo Imunológico
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
SC	<i>Surrogate Constraint</i>
ISC	<i>Improved Surrogate Constraint</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

r_{ij}	Confiabilidade do componente i alocado no subsistema j
q_{oij}	Probabilidade de falha em aberto (<i>open</i>) do comp. i alocado no subsistema j
q_{sij}	Probabilidade de falha em curto (<i>short</i>) do comp. i alocado no subsistema j
q_o/q_s	Razão entre as probabilidades de falha
c_i	Custo do componente i
$C_{m\acute{a}x}$	Custo total máximo permitido
R	Confiabilidade total do sistema
$R_{m\acute{i}n}$	Confiabilidade do sistema mínima exigida
R_j^s	Probabilidade do subsistema j não falhar em curto
R_j^o	Probabilidade do subsistema j não falhar em aberto
Q_j^s	Probabilidade do subsistema j falhar em curto
Q_j^o	Probabilidade do subsistema j falhar em aberto
T	Número total de configurações possíveis
N	Número total de componentes alocados no sistema
d_j	Número de componentes distintos a serem alocados no subsistema j
m	Número de subsistemas
n_j	Número de componentes alocados no subsistema j
k_j	Número mínimo de componentes demandados no subsistema j

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Considerações iniciais.....	14
1.2 Objetivos.....	14
1.3 Justificativa do tema e dos objetivos.....	15
1.4 Procedimentos metodológicos.....	16
1.5 Estrutura da dissertação.....	17
1.6 Delimitações do estudo.....	17
1.7 Referências.....	18
2 PRIMEIRO ARTIGO: ALOCAÇÃO DE COMPONENTES COM DOIS MODOS DE FALHA EM AMBIENTES DE CONFIABILIDADE - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1 Introdução.....	19
2.2 Método proposto para revisão bibliográfica.....	21
2.3 Conceitos elementares de confiabilidade.....	22
2.3.1 Definições básicas.....	22
2.3.1.1. Configurações de sistemas.....	24
2.3.2 Sistemas sujeitos a dois modos de falha.....	26
2.3.2.1. Sistemas em série sujeitos a dois modos de falha.....	27
2.3.2.2. Sistemas em paralelo sujeitos a dois modos de falha.....	28
2.3.3 Redundância e arranjo ótimo de componentes com dois modos de falha.....	29
2.4 Problemas de alocação por redundância (RAP).....	32
2.5 Exemplos de aplicações do RAP em sistemas com um modo de falha.....	36
2.6 Métodos de solução do RAP em sistemas com dois modos de falha.....	39
2.7 Conclusões.....	40
2.8 Referências.....	41
3 SEGUNDO ARTIGO: ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA CONFIABILIDADE ATRAVÉS DA ALOCAÇÃO DE REDUNDÂNCIA EM SISTEMAS SÉRIE-PARALELO COM DOIS MODOS DE FALHA	46
3.1 Introdução.....	46
3.2 Referencial Teórico.....	48
3.2.1 Sistemas e componentes com dois modos de falha.....	48
3.2.2 Sistemas série-paralelo.....	49
3.3 Método.....	51
3.4 Resultados e discussões.....	53
3.4.1 Otimização.....	53
3.4.2 Direção do ótimo frente a mudanças na estrutura.....	54
3.4.3 Direção do ótimo frente mudanças na razão entre taxas de falha.....	56
3.4.4 Estratégia de alocação.....	57
3.5 Conclusões.....	58
3.6 Referências.....	59

Apêndice A	61
Apêndice B	71
4 TERCEIRO ARTIGO: ALOCAÇÃO DE COMPONENTES: OTIMIZAÇÃO DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS K-OUT-OF-N COM DOIS MODOS DE FALHA ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS.....	91
4.1 Introdução	91
4.2 Referencial teórico	93
4.2.1 Sistemas e componentes sujeitos a dois modos de falha	93
4.2.2 Otimização de confiabilidade por alocação de redundância.....	95
4.2.3 Algoritmos genéticos	99
4.2.4 Restrições e função de penalidade	101
4.3 Método	102
4.3.1 Formulação proposta para avaliação de confiabilidade em sistemas série-paralelo	102
4.3.2 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha.....	103
4.3.3 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo k-out-of-n sujeitos a dois modos de falha	104
4.3.4 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo l-out-of-m sujeitos a dois modos de falha	106
4.3.5 Algoritmo de otimização.....	107
4.4 Resultados e discussões	109
4.4.1 Cenário 1	110
4.4.2 Cenário 2	112
4.4.3 Cenário 3	114
4.5 Conclusões	117
4.6 Referências.....	118
Apêndice C	121
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	136
5.1 Conclusões	136
5.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	137

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

No cenário atual, é esperado que o desempenho de serviços e de bens de consumo corresponda às expectativas dos consumidores agregando qualidade. A ocorrência de erros funcionais precoces e imprevistos pode acarretar riscos à segurança, bem como gerar reclamações e perdas de clientes. Além de assegurar aspectos de segurança, a alta concorrência de mercado e a exigência dos consumidores têm incitado as empresas a minimizarem taxas de falhas e estabelecerem maiores prazos de garantias.

Fogliatto e Ribeiro (2009) afirmam que a qualidade está inter-relacionada com a confiabilidade dos processos e produtos. De acordo com Elsayed (1996), confiabilidade é a probabilidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida, sob condições operacionais estabelecidas, por um período de tempo predeterminado.

Projetos com foco em confiabilidade oferecem uma série de vantagens que vão desde a capacidade produtiva e, obviamente, produtos mais seguros e mais confiáveis para a melhoria de posição competitiva através da redução significativa de custos. Projetar um sistema por completo, isto é, optar entre diversos componentes disponíveis no mercado e definir sua estrutura, é chamado na literatura como o problema de alocação de confiabilidade na forma *design-for-reliability* (Sooktip et al., 2012).

Acadêmicos e profissionais dedicam atenção especial ao avanço dos métodos de projeto e análise de confiabilidade em sistemas de maior complexidade envolvida. Muitos componentes são caracterizados por apresentarem dois modos de falha, como é o caso de sistemas constituídos por válvulas de retenção de fluxo e diodos eletrônicos (Levitin, 2002). Em tais sistemas, o princípio da redundância (que consiste na adição de elementos a fim de aumentar a confiabilidade geral) não é sempre válido. Alterações nas estruturas de sistemas sujeitos a dois modos de falha podem aumentar a confiabilidade sob um modo de falha e diminuir sob outro e vice-versa, dificultando a modelagem analítica do sistema e, por consequência, a análise de sua confiabilidade.

1.2 Objetivos

O objetivo principal da dissertação é apresentar uma abordagem para otimização de sistemas sujeitos a dois modos de falha estruturados em série-paralelo. Para tanto, os seguintes objetivos também são propostos:

- i. Apresentar os problemas e soluções trazidos pela literatura na alocação de confiabilidade por redundância em sistemas compostos por componentes sujeitos a dois modos de falha, classificando os métodos de otimização empregados;
- ii. Apresentar o problema de alocação de confiabilidade por redundância a sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha e propor soluções;
- iii. Explorar a convergência da confiabilidade decorrente de alterações na estrutura e nos parâmetros de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com dois modos de falha;
- iv. Modelar analiticamente a confiabilidade de sistemas série-paralelo *k-out-of-n* sujeitos a dois modos de falha e estender para sistemas *l-out-of-m*.

1.3 Justificativa do tema e dos objetivos

O principal objetivo da engenharia de confiabilidade é melhorar a confiabilidade do sistema (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2008). Confiabilidade é uma questão estratégica em diversas indústrias e em setores onde a segurança está em risco, sendo de suma importância maximizar seus níveis. Avanços em confiabilidade, ainda que pequenos numericamente, representam ganhos expressivos em diversas indústrias, como a naval e a aeronáutica.

Um sistema (ou um produto) é um conjunto de componentes arranjados de acordo com um projeto específico com a finalidade de atender determinadas funções com desempenho e confiabilidade adequados. A modelagem de sistemas com foco em confiabilidade é planejada em nível de projeto e deve ter por base o estudo do comportamento do sistema frente suas adaptações. O desenvolvimento de sistemas confiáveis envolve inúmeros fatores complexos e inter-relacionados, sendo a presença de componentes sujeitos a dois modos de falha um desses fatores. Tendo-se em vista o elevado número de sistemas que se apoiam em componentes com dois modos de falha e as constantes restrições de cunho financeiro e físico na estruturação de tais sistemas, essa dissertação justifica-se no aspecto prático por oferecer abordagens que permitam maximizar a confiabilidade do sistema e minimizar as restrições financeiras em sua montagem.

A utilização de modelos série-paralelo é estudada por diversas razões (Zia e Coit, 2010). Sistemas em série-paralelo são constituídos por m subsistemas em série, onde cada subsistema j é formado por um conjunto de n_j componentes redundantes. Coit e Smith (1996) definem subsistemas como divisões do sistema completo baseadas nas funções exigidas pelo sistema. Cada subsistema pode exigir um número mínimo de componentes para executar determinada função (sistemas *k-out-of-n*), como também permitir um limite máximo na

alocação de componentes (por questões de espaço ou energia, por exemplo). Da mesma forma, a redundância pode ser alocada em série, permitindo que a falha em curto de até l subsistemas não ocasione a falha do sistema geral (sistemas *l-out-of-m*). Por fazer uso de redundância, estruturas em série-paralelo são as que proporcionam maiores níveis de confiabilidades se comparadas com outras estruturas, como puramente em série, puramente em paralelo, paralelo-série e complexas.

Quanto ao aspecto acadêmico, percebe-se espaço para o aprimoramento e desenvolvimento de novas abordagens para sistemas compostos por componentes sujeitos a dois modos de falha, pois tais sistemas apresentam elevada complexidade matemática e analítica em mensurar a confiabilidade e estabelecer arranjos ótimos. A análise desses sistemas frente suas diversas variações tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores, os quais incluem Dhillon e Rayapati (1986), Jenney e Sherwin (1986), Page e Perry (1988), Sharma e Misra (1990), Levitin e Lisnianski (2001), Nakagawa (2003) e Zia e Coit (2010).

1.4 Procedimentos metodológicos

A presente dissertação se apóia em pesquisas bibliográfica e experimental-teórica de natureza aplicada, onde se objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigida à solução de problemas específicos. Esta pesquisa segue abordagem quantitativa uma vez que classifica as informações de forma quantificável, podendo numerar, mensurar e analisar dados e conceitos traduzidos em números. Do ponto de vista de seus objetivos, esta pesquisa classifica-se como exploratória, pois visa proporcionar maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo explícito, segundo critérios de pesquisa de Kahlmeyer-Mertens et al. (2007).

O primeiro artigo utiliza de revisão bibliográfica para pesquisar o estado da arte da confiabilidade sob o enfoque de sistemas sujeitos a dois modos de falha apresentados na literatura. As principais técnicas que contemplam a problemática de sistemas com dois modos de falha são apresentadas visando fornecer suporte para a pesquisa, incluindo desde as primeiras técnicas até os procedimentos mais atuais.

No segundo artigo, o cálculo da função de confiabilidade de sistemas série-paralelo é estudado e aplicado a diversos cenários visando explorar seu comportamento frente a mudanças nos parâmetros dos sistemas.

No terceiro artigo, a função de confiabilidade de sistemas com componentes não-identicos é estudada. São elaborados e apresentados os cálculos da função de confiabilidade

em sistemas série-paralelo *k-out-of-n* e *l-out-of-m*. O problema de alocação de redundância sujeito a restrições é resolvido através de algoritmo genético.

1.5 Estrutura da dissertação

A dissertação está organizada em cinco capítulos. O primeiro capítulo introduz o trabalho, apresentando os objetivos e as justificativas, bem como o método de pesquisa adotado. Delimitações e estrutura do trabalho completam o capítulo.

O segundo capítulo apresenta o primeiro artigo que se constitui por uma descrição sucinta dos conhecimentos elementares concernentes à confiabilidade e a sistemas com dois modos de falha. Métodos de resoluções de problemas práticos são abordados e discutidos frente a suas particularidades e complementações científicas. O método proposto visa a uma assimilação formal do assunto, explorando ferramentas de solução e otimização de sistemas.

O terceiro capítulo apresenta o segundo artigo cujo foco está no estudo do comportamento da confiabilidade do sistema decorrente de alterações nas características dos componentes. As análises dos sistemas são realizadas em busca de encontrar arranjos ótimos sob condições práticas. Sob determinados níveis de confiabilidade e de taxas de falha, o método proposto busca estabelecer a alocação ótima na forma série-paralelo composta por componentes idênticos.

O quarto capítulo traz o terceiro artigo em que são apresentados cálculos de confiabilidade dos já conhecidos sistemas série-paralelo *k-out-of-n* e estendidos para *l-out-of-m*, em que o sistema opera devidamente até que *l* subsistemas dentre *m* tenham falhado em curto. Assumindo possibilidade de escolha entre diversos tipos de componentes, o método proposto visa à resolução do problema de alocação de redundância (RAP) através de algoritmo genético (GA). São apresentados exemplos de otimização de sistemas e suas alocações ótimas.

O quinto e último capítulo traz as conclusões do trabalho, na qual são avaliados os principais resultados frente aos objetivos almejados e as delimitações citadas. Sugestões para desdobramentos futuros também são encaminhadas.

1.6 Delimitações do estudo

Nesse estudo, não serão consideradas restrições não lineares nos problemas de otimização. A análise de sistemas complexos também não será contemplada. Além disso, assume-se que as taxas de falha e confiabilidade se referem a um específico instante no tempo (do tipo *snapshot*), não sendo modeladas como uma variável dependente do tempo.

1.7 Referências

- DHILLON, B. S.; RAYAPATI, S. N. A method to evaluate reliability of three-state device networks. *Microelectron Reliability*, vol.26, No.3, p.535-554. 1986.
- ELSAYED, E. *System reliability engineering*. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman, 1996.
- FOGLIATTO, F. S.; RIBEIRO, J. L. D. *Confiabilidade e Manutenção Industrial*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- HOYLAND, A.; RAUSAND, M. *Systems reliability theory: models and statistical methods*. New York: Wiley-Interscience, 1994.
- JENNEY, B. W.; SHERWIN, D. J. Open and short circuit reliability of systems of identical items. *IEEE Transactions on reliability*, vol.R-35, No.5, p.532-538, 1986.
- LEVITIN, G. Optimal series-parallel topology of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.77, p.93-107, 2002.
- LEVITIN, G.; LISNIANSKI, A. Structure optimization of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.72, p.75-89, 2001.
- NAKAGAWA, Y. An improved surrogate constraints method for separable nonlinear integer programming. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.46, No. 2, p.145-163, 2003.
- PAGE, L. B.; PERRY, J. E. Optimal “series-parallel” networks of 3-state devices. *IEEE Transactions on reliability*, vol. 37, No. 4, p.388-394, 1988.
- SHARMA U.; MISRA, K. B. An efficient algorithm to solve integer programming problems in reliability optimization. *International Journal of Quality e Reliability Management*. vol.7, No.5, p.44-56, 1990.
- SOOKTIP, T.; WATTANAPONGSAKORN, N.; COIT, D.W. Multi-objective optimization for k-out-of-n redundancy allocation problem. In: *Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (ICQR2MSE), 2012 International Conference on*. IEEE, 2012. p. 1050-1054.
- TAVAKKOLI-MOGHADDAMA, R.; SAFARI, J; SASSANI, F. Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.93, p.550-556, 2008.
- ZIA, L.; COIT, D.W. Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using a Column Generation Approach. *IEEE Transaction on reliability*, vol.59, No.4, p.706-717. 2010.

2 PRIMEIRO ARTIGO: ALOCAÇÃO DE COMPONENTES COM DOIS MODOS DE FALHA EM AMBIENTES DE CONFIABILIDADE – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Lucas Bogdanov Schmidt

Michel José Anzanello

Resumo

A ocorrência de erros funcionais na qualidade de produtos e serviços pode resultar em riscos à segurança e em insatisfação por parte dos clientes. A confiabilidade tem por objetivos estudar sistemas e arranjos de forma a minimizar taxas de falhas e determinar estruturas ótimas sujeitas a restrições. Percebe-se elevada complexidade matemática e analítica quando se trata de sistemas constituídos por componentes que apresentam dois modos de falha (ou seja, que podem falhar no modo aberto ou fechado) no que tange à mensuração de sua confiabilidade e estabelecimento de arranjos ótimos. Dessa forma, através de revisão bibliográfica, este estudo apresenta as principais técnicas que contemplam a problemática de sistemas com dois modos de falha, explorando ferramentas de solução e de otimização de sistemas e as respectivas aplicabilidades e implantação em pesquisas atuais. O levantamento sugere que heurísticas baseadas em Algoritmos Genéticos são ferramentas de otimização eficazes em um vasto ramo de aplicações.

Palavras-chave: confiabilidade, dois modos de falha, otimização.

2.1 Introdução

No cenário atual, o desempenho de serviços e de bens de consumo devem corresponder às expectativas dos consumidores. A ocorrência de falhas funcionais inesperadas pode gerar reclamações e perda de clientes, assim como pôr a segurança em risco. Além de propiciar princípios de segurança, empresas têm priorizado minimizar taxas de falhas e estabelecer maiores prazos de garantias a fim de atender a elevada concorrência de mercado e a exigência dos consumidores.

A qualidade está inter-relacionada com a confiabilidade dos processos e produtos (Fogliatto e Ribeiro, 2009) sendo entendida como a habilidade ou capacidade de um produto executar a função especificada, no ambiente designado, cumprindo um período mínimo de

tempo, número mínimo de ciclos ou eventos (Ireson e Coombs Jr, 1988). De acordo com Elsayed (1996), confiabilidade é a probabilidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida, sob condições operacionais estabelecidas, por um período de tempo predeterminado.

O principal objetivo da engenharia de confiabilidade é melhorar a confiabilidade do sistema (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2008), permitindo analisar características de conjuntos sistêmicos que incluem garantias de vida útil, segurança e eficiência de equipamentos, além de calcular previsões de falha, direcionando ações de manutenção e substituição prévia de componentes. Por exemplo, em elementos estruturais críticos do setor naval, exige-se confiabilidade superior a 99,9968% em relação a falhas por fadiga. Em aeronaves, sistemas vitais têm exigências de probabilidade de falha inferiores à ordem de 10^{-7} . Falha pode ser definida como término da disponibilidade de um item na realização da função requerida (Hoyland e Rausand, 1994).

As etapas desse artigo constituem-se primeiramente em uma descrição sucinta dos conhecimentos elementares concernentes à confiabilidade e a sistemas com dois modos de falha. Na sequência, métodos de resoluções de problemas práticos são abordados e, por fim, discutidos frente a suas particularidades e complementações científicas. Dessa forma, deseja-se estudar as principais técnicas que contemplam a problemática de sistemas com dois modos de falha, fornecendo suporte para a pesquisa. A partir da assimilação formal do assunto, objetiva-se explorar ferramentas de solução e otimização de sistemas. Ao fim, pretende-se propor uma agenda de pesquisa com potenciais futuros desdobramentos de técnicas em busca de melhorias aos tópicos abordados.

No aspecto prático, esta pesquisa é justificada pelo fato de diversos componentes apresentarem dois modos de falha, como é o caso de sistemas constituídos por válvulas de retenção de fluxo e diodos eletrônicos (Levitin, 2002). Quanto ao aspecto acadêmico, percebe-se espaço para o aprimoramento e desenvolvimento de novas abordagens para o cálculo de confiabilidade e alocação de componentes, visto que tais sistemas apresentam elevada complexidade matemática e analítica. A análise desses sistemas frente a suas diversas variações tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores, os quais incluem Dhillon e Rayapati (1986), Jenney e Sherwin (1986), Page e Perry (1988), Levitin e Lisnianski (2001).

Segundo Werner (1996), para poder garantir a confiabilidade de um produto, é necessário um programa integrado de confiabilidade constituído de práticas e procedimentos para gerir a confiabilidade nas diversas fases de vida de um produto: projeto e desenvolvimento, manufatura e instalação, operação e manutenção e, por fim, descarte. O

escopo deste artigo concentra-se no estudo de técnicas de melhoria de confiabilidade atendo-se à fase de projeto e desenvolvimento de sistemas.

O trabalho está organizado como segue. Além desta introdução, a seção 2.2 apresenta as etapas metodológicas seguidas na elaboração desse trabalho. A seção 2.3 traz uma revisão bibliográfica de conceitos elementares de confiabilidade, arranjos e sistemas, e apresenta as características dos modos de falha e o cálculo da confiabilidade de sistemas sujeitos a dois modos de falha, fornecendo suporte teórico à pesquisa. A seção 2.4 apresenta os desdobramentos práticos considerados na modelagem de sistemas. A seção 2.5 apresenta as técnicas de resolução e otimização atualmente utilizadas no tratamento de sistemas e suas respectivas aplicabilidade e implantação em pesquisas em sistemas com um modo de falha. A seção 2.6 apresenta o estudo de alocação de confiabilidade em sistemas sujeitos a dois modos de falha, trazendo uma discussão das abordagens apresentadas e, por fim, a seção 2.7 conclui o artigo apontando potenciais desdobramentos do tópico em análise.

2.2 Método proposto para revisão bibliográfica

Para o estudo e análise das questões propostas, o método proposto apoiou-se em revisão de literatura sobre os conceitos fundamentais e na busca de artigos referidos ao tema. Publicações referentes ao tema em estudo tiveram início na década de 1950 motivados pelo período pós-segunda guerra mundial. Todavia, frente aos primeiros estudos em sistemas com dois modos de falha e ao avanço da tecnologia e das técnicas de confiabilidade, esta revisão bibliográfica baseou-se em artigos publicados entre 1963 e 2015.

As principais revistas consultadas foram *IEEE Transactions on Reliability*, *Reliability Engineering & Systems Safety*, *Computers & Operations Research*, *Computers & Industrial Engineering*, *Microelectronics and Reliability*, entre outras. As palavras-chaves utilizadas na busca foram “*two-failure modes*”, “*reliability optimization*” e “*allocation problem*”. Dentre os autores consultados, sobressaíram Balbir Singh Dhillon, Gregory Levitin, Jo Ellen Perry, Lavon Page e David Coit e Alice Smith, por suas influências e alto número de publicações.

Como critério de exclusão, não foram consultados artigos cujos assuntos em confiabilidade não correspondiam ao escopo da pesquisa como, por exemplo, artigos que abordavam sistemas multiestado, alocação por confiabilidade e redundância conjunta (RRAP) e redundância em espera (*standby*). Da mesma forma, artigos devotados ao estudo de disponibilidade, manutenção e distribuições de confiabilidade ao longo do tempo não foram incluídos.

Dessa forma, elaborou-se uma fundamentação teórica por meio de livros e artigos relacionados ao tema. Após introduzir conceitos fundamentais em confiabilidade, apresentou-se desdobramentos considerados na modelagem de sistemas com foco em confiabilidade, com maior ênfase em sistemas com dois modos de falha. O problema de alocação de confiabilidade é estudado e apresenta-se uma síntese das principais técnicas atualmente empregadas na resolução de problemas de alocação e de otimização de sistemas com dois modos de falha. Após um breve histórico do estudo e aplicação dessas técnicas, realizou-se discussões e análises comparativas das técnicas estudadas.

2.3 Conceitos elementares de confiabilidade

Esta seção divide-se em duas subseções. A primeira traz fundamentos teóricos e princípios elementares da confiabilidade pertinentes ao tema estudado. Em seguida, modelos apoiados em dois modos de falha são abordados.

2.3.1 Definições básicas

Segundo Campos (1992), um produto ou serviço de qualidade é aquele que atende às necessidades do cliente de forma segura, confiável, acessível e no tempo certo. Barros (2003) ressalta a importância atual da teoria da confiabilidade, pois com a informatização e automação de processos críticos (por exemplo, indústria aeronáutica, transporte metroferroviário e área nuclear), a ocorrência de falhas pode resultar em prejuízos financeiros ou perdas humanas.

Simons (2004) afirma que a confiabilidade aparece como uma das dimensões mais importantes para avaliar a qualidade de um produto ou serviço. Da mesma forma, Elsayed (1996) aponta confiabilidade como uma das mais importantes características de qualidade. Segundo esse autor, confiabilidade é a probabilidade de um produto ou serviço desempenhar devidamente a função requerida, sem falhar, por um período de tempo predeterminado (vida útil), sob condições operacionais estabelecidas. Em outras palavras, confiabilidade pode ser empregada como uma medida de sucesso do sistema em proporcionar sua função adequadamente.

Analisando-se as definições de confiabilidade, percebe-se a necessidade de quantificação e mensuração da mesma. A partir do instante em que um componente é alocado ao seu estado funcional, o tempo de uso (e inclusive desuso) exerce influência sob as características e eficiência do mecanismo. Desejando-se conhecer sua funcionalidade ao longo

de um período, a confiabilidade é expressa em termos da probabilidade de não falhar até um tempo t de interesse. Variáveis associadas às condições operacionais também conduzem a alterações na confiabilidade; por exemplo, mudanças no ambiente ou sobrecarga influenciam significativamente o desempenho de um componente.

Entende-se por tempo até falha o período transcorrido entre o acionamento de um componente em operação e o momento em que ele venha a descumprir sua função estabelecida, seja por não mais funcionar ou apresentar desempenho abaixo do desejado. Definição e características de falha são abordadas detalhadamente na Seção 2.3.2. Dessa forma, medidas de confiabilidade são calculadas em função do tempo até falha. Estando sujeito a variações estocásticas, o tempo até falha é definido como uma variável aleatória T e observações dessa variável são denotadas por t . Desse modo, a probabilidade de falha de um componente ou sistema até um tempo t (função acumulada de probabilidade) é definida na equação (2.1).

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u)du, \quad t \geq 0. \quad (2.1)$$

Assim, a função densidade de probabilidade $f(t)$ é dada por

$$f(t) = F'(t) = \frac{d}{dt}F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t}$$

A função de confiabilidade $R(t)$ informa a probabilidade de um item estar funcionando sem apresentar falhas desde seu acionamento até um tempo t . Sua estimativa é dada pelo complementar da função acumulada, como segue.

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(u)du = \int_t^{+\infty} f(u)du \quad (2.2)$$

A função de risco $h(t)$, conhecida também como taxa de falha instantânea, mensura o risco de falhar a que uma unidade está exposta no instante t .

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}, \quad t \geq 0 \quad (2.3)$$

Outra medida importante de confiabilidade, o tempo médio até falha MTTF (*mean time to failure*) apresenta o valor esperado da variável T , dada pela equação (2.4). Para demonstrações das fórmulas, consultar Elsayed (1996).

$$MTTF = E(T) = \int_0^{+\infty} tf(t)dt = \int_0^{+\infty} R(t)dt \quad (2.4)$$

Fogliatto e Ribeiro (2009) afirmam que a modelagem dos tempos até falha é central em estudos de confiabilidade. Na estimação dos parâmetros para construção dos modelos, é

necessário conhecer o comportamento da vida útil dos componentes. A determinação de tais probabilidades é possível através da modelagem dos tempos até falha da unidade em estudo. Conhecendo-se a distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos tempos de falha, é possível estimar a probabilidade de sobrevivência da unidade para qualquer tempo t dentro do escopo estudado, bem como estimar as demais medidas de confiabilidade. Tais tempos podem ser conhecidos a partir de registros históricos ou por observação do desempenho do produto em campo ou laboratório, sob condições controladas.

Verificações dos ajustes de distribuições de probabilidade conhecidas a dados de tempos até falhas podem ser realizadas de forma visual através de histogramas e gráficos quantil-quantil (conhecidos como papéis de probabilidade ou *q-q plots*), ou de forma analítica pela realização de testes de hipóteses tais como Anderson-Darling, Lilliefors, Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado, entre outros (Torman et al., 2012).

2.3.1.1. Configurações de sistemas

A confiabilidade pode ser estudada em termos de seus componentes ou no sistema em que tais componentes estão alocados. Sistema (ou produto) é um conjunto de componentes organizados de acordo com um delineamento específico para realizar determinadas funções, atingindo níveis aceitáveis de desempenho e confiabilidade (Elsayed, 1996).

Os atributos de um sistema estão vinculados aos atributos individuais dos componentes que o compõe, assim como ao arranjo estabelecido entre eles. Isso se aplica para a confiabilidade final de um produto ou serviço, pois esta apresentará variações em função da confiabilidade de cada componente e da diversidade de arranjos possíveis que irão compor a arquitetura do sistema. Ademais, outras características particulares aos sistemas precisam ser consideradas na modelagem e no cálculo da confiabilidade, as quais são apresentadas resumidamente conforme segue.

A Figura 2.1 apresenta a taxonomia de problemas práticos na modelagem de sistemas abordados na literatura, evoluindo dos modelos simples até os mais complexos. Primeiramente, são classificados quanto ao número de estados: binário ou multiestado. Sistemas binários possuem dois estados: funcionamento e não-funcionamento. Sistemas multiestados possuem múltiplos estados correspondentes aos modos de falha ou ao desempenho contínuo dos componentes. O desempenho contínuo de sistemas multiestados condiz a estados intermediários entre o pleno funcionamento até a falha por completo do componente. Sistemas com dois ou mais modos de falha são discutidos na próxima seção.

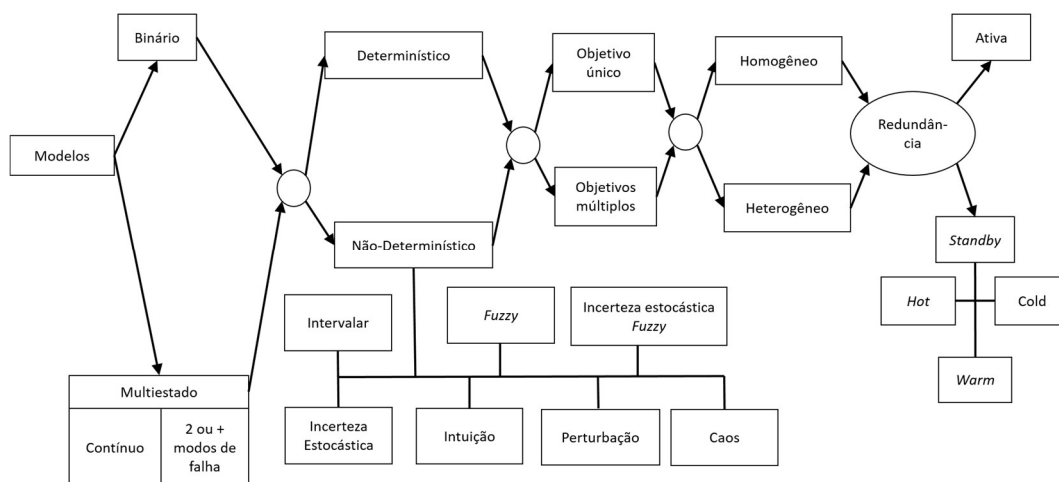


Figura 2.1: Vertentes dos problemas de modelagem (adaptado de Soltani, 2014)

Os parâmetros do sistema (demanda, taxas de falha, recursos disponíveis, entre outros) são determinísticos ou não-determinísticos, podendo ser conhecidos e constantes ou envolver incertezas. Parâmetros determinísticos são estabelecidos como fixos geralmente por conhecimento de estudos anteriores, por orientações do fabricante ou por variação insignificante de fabricação. Nos casos em que se assume natureza não-determinística, não há certeza a cerca da mensuração dos parâmetros do modelo, tratando-se de intervalos de atribuição, distribuição de probabilidade, ruídos, enfim, valores não controlados de comportamento inesperado. Tais casos podem ser classificados como intervalar, incerteza estocástica, *fuzzy*, conjuntos por intuição indeterminados, incerteza estocástica *fuzzy*, perturbação em um conjunto de incerteza definido (robusto) e caos. Maiores detalhes podem ser obtidos em Soltani (2014).

Cada problema pode ser modelado com um único objetivo (maximizar confiabilidade ou minimizar custo, por exemplo) ou múltiplos (minimizar uso de recursos e maximizar confiabilidade simultaneamente, por exemplo). Quanto aos componentes, podem ser homogêneos (iguais) ou heterogêneos (escolhidos dentre um conjunto).

A estratégia de redundância pode ser ativa ou em *standby*. Quando há falha de algum componente na redundância ativa, automaticamente a função do sistema é atribuída ao seu correspondente redundante. A redundância em *standby* é dividida em fria (*cold*), quente (*hot*) e morna (*warm*), conforme seu preparo, tempo e consumo de recursos para ser acionada.

A configuração básica do sistema, no que diz respeito à disposição dos componentes e suas conexões (*networks*), pode ser dada em série, em que todos componentes estão conectados em série, ou em paralelo, em que de igual forma, todos estão em paralelo. Kuo e Prasad (2000) agrupam as estruturas conforme segue: (i) combinação de sistemas em série e em paralelo, produzindo sistemas série-paralelos, em que vários componentes em paralelo são

conectados em série, e sistemas paralelo-séries, em que há linhas em série conectadas em paralelo; (ii) sistemas *k-em-n* (*k-out-of-n*) são sistemas série-paralelos ou paralelo-série em que a falha do sistema ocorre quando falhar mais de *k* dentre *n* componentes em cada subnível; (iii) sistemas gerais de conexão, que incluem conexões na forma de pontes (*bridges*), estruturas não-paralelas e não-séries, conexões cruzadas entre componentes e outras configurações complexas; e por fim, (iv) sistemas não especificados, em que a estrutura não é explícita e os módulos dos sistemas não são necessariamente fisicamente conectados.

2.3.2 Sistemas sujeitos a dois modos de falha

Falha pode ser definida como término da disponibilidade de um item para realizar sua função requerida (Hoyland e Rausand, 1994). Em muitos sistemas, os itens podem ser designados a exercer mais do que apenas uma função operacional no sistema, podendo, dessa forma, vir a falhar de tantas formas quanto o número de funções a eles atribuídas. Assim, além do estado funcional, podem estar sujeitos a múltiplos estados de falha.

Dispositivos referentes a dois modos de falha mais comumente estudados são válvulas de retenção de fluxo e diodos (Levitin, 2002). Transmissores, interruptores, sensores, sistemas digitais e diversos equipamentos militares também são exemplos de componentes e sistemas sujeitos a dois modos de falha (Lešanovský, 1993; Gen et al., 1976). Uma válvula aberta pode falhar quando for acionado seu fechamento, bem como, estando fechada, falhar quando solicitada a abertura. Por sua vez, um diodo é um dispositivo que permite a passagem de corrente elétrica em uma direção específica, enquanto que bloqueia a corrente na direção inversa. Quando operando corretamente, a resistência na direção designada é zero, enquanto que na direção inversa é essencialmente infinita (devendo impossibilitar o retorno da corrente). Nesse caso, ocorrerá falha no sistema quando a corrente elétrica emitida pela fonte (*source*) não chegar com êxito ao seu destino (*sink*), devido à falha de um ou mais diodos. Sendo assim, diodos são classificados como componentes de três estados, podendo operar adequadamente ou ocasionar falha no sistema em um dos seguintes modos: em circuito aberto (*open*), em que a resistência em ambas as direções é infinita, não permitindo a passagem da corrente, ou em curto (*short*), sendo a resistência zero em ambas as direções, possibilitando retorno de corrente.

No tocante às falhas relativas a retorno e bloqueio de fluxo, será adotado o padrão de nomenclatura para falhas “em aberto” e “em curto” não somente a sistemas compostos por diodos, mas a qualquer sistema cujos componentes apresentam esse comportamento de falha. Gen et al. (1976) apresentam que estruturas de sistemas digitais podem ser representadas

como conjuntos de subsistemas com circuitos de interruptores com dois modos de falha. Falhas em aberto podem ocorrer devido a vibrações no sistema ou ao subsistema estar sujeito a um aumento da tensão e corrente. Falhas em curto podem ser causadas por más conexões devido à oxidação por um ambiente úmido, ou ao subsistema receber sinal muito fraco.

Assim sendo, a confiabilidade de um sistema com dois modos de falha é calculada considerando ambas as chances de falha em aberto e em curto, q_o e q_s , respectivamente (Dhillon e Singh, 1981). Desse modo, sendo p a probabilidade de um componente operar devidamente, considera-se válida a equação (2.5).

$$p + q_o + q_s = 1 \quad (2.5)$$

Para tanto, assume-se que ambos os modos de falha não ocorrem simultaneamente no mesmo componente, ou seja, são considerados como dois eventos mutuamente exclusivos conforme (2.6), onde O_i é o evento associado à falha em aberto do componente i e S_i o evento associado à falha em curto do componente i .

$$\mathbb{P}\left(O_i \cap S_i\right) = 0 \quad \forall i. \quad (2.6)$$

Dhillon e Singh (1981) observam que, dependendo do modo de falha e da estrutura a qual o componente situa-se no sistema, sua falha não necessariamente gera uma ruptura no sistema. Isso será demonstrado para sistemas em série e em paralelo, como segue.

2.3.2.1. Sistemas em série sujeitos a dois modos de falha

Em configurações puramente em série (Figura 2.2), a falha do sistema ocorre se ao menos um componente falhar em aberto ou se todos falharem em curto.

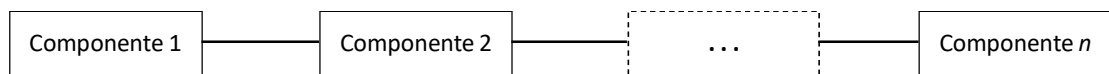


Figura 2.2: Exemplo de sistema em série

A probabilidade de falha (não-confiabilidade) em aberto de um sistema ou subsistema formado por n componentes em série não-idênticos (isto é, com probabilidades diferentes de falha) e independentes, é dada pela equação (2.7), onde $Q_{o(s)}$ é probabilidade do sistema em série falhar em aberto e q_{oi} é a probabilidade de falha em aberto do i -ésimo componente.

$$Q_{o(s)} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_{oi}) \quad (2.7)$$

A probabilidade de falha em curto de um sistema ou subsistema formado por n componentes em série não-idênticos e independentes é dada pela equação (2.8), onde $Q_{s(s)}$ é

probabilidade do sistema em série falhar em curto e q_{si} é a probabilidade de falha em curto do i -ésimo componente. Assim, a confiabilidade de um sistema puramente em série é dada pela equação (2.9), onde R_s é a confiabilidade do sistema em série.

$$Q_{s(s)} = \prod_{i=1}^n q_{si} \quad (2.8)$$

$$R_s = \prod_{i=1}^n (1 - q_{oi}) - \prod_{i=1}^n q_{si} \quad (2.9)$$

2.3.2.2. Sistemas em paralelo sujeitos a dois modos de falha

Em configurações puramente em paralelo (Figura 2.3), a falha do sistema ocorre quando todos os componentes falharem em aberto ou se ao menos um falhar em curto.

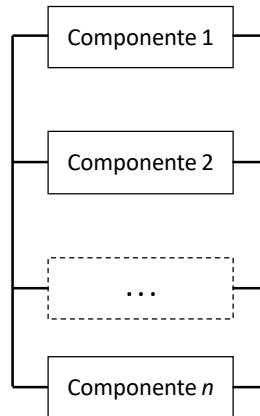


Figura 2.3: Exemplo de sistema em paralelo

A probabilidade de falha em aberto de um sistema ou subsistema formado por n componentes em paralelo não-idênticos e independentes é dada pela equação (2.10), onde $Q_{o(p)}$ é probabilidade do sistema em paralelo falhar em aberto.

$$Q_{o(p)} = \prod_{i=1}^n q_{oi} \quad (2.10)$$

A probabilidade de falha em curto de um sistema ou subsistema formado por n componentes em paralelo não-idênticos e independentes é dada pela equação (2.11), onde $Q_{s(p)}$ é probabilidade do subsistema em paralelo falhar em curto. Consequentemente, a confiabilidade de um sistema puramente em paralelo é dada pela equação (2.12), onde R_p é a confiabilidade do sistema em paralelo.

$$Q_{s(p)} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_{si}) \quad (2.11)$$

$$R_p = \prod_{i=1}^n (1 - q_{si}) - \prod_{i=1}^n q_{oi} \quad (2.12)$$

Sistemas em série-paralelo e paralelo-série são modelados como subsistemas do sistema geral, considerando suas redes de conexão. Demonstrações do cálculo de confiabilidade desses sistemas sob a ótica de dois modos de falha são apresentadas em Dhillon e Singh (1981).

Em estruturas complexas, em que o bloqueio e o retorno do fluxo causam impactos que merecem mais atenção, estimar a confiabilidade de sistemas com dois modos de falha torna-se uma tarefa difícil. Através da técnica de redução, Dhillon e Rayapati (1986a) e Page e Perry (1987) desenvolveram métodos para estimar a confiabilidade de sistemas complexos com dois modos de falha. A aplicação desse método pode tornar-se exaustiva quando a estrutura do sistema for composta por elevado número de componentes. Considerando componentes não-idênticos, Proctor e Singh (1975b) apresentaram, por meio de análise gráfica, como estimar a confiabilidade de sistemas série-paralelo, paralelo-série e complexos com *bridge*.

2.3.3 Redundância e arranjo ótimo de componentes com dois modos de falha

Para um dado conjunto de componentes que compõem um sistema, sempre haverá uma determinada configuração de alocação (*topology*) que proporciona confiabilidade máxima possível (Levitin, 2002). Ademais, o aumento da confiabilidade pode ser dado pela elevação da confiabilidade individual dos componentes que o constituem e/ou pelo acréscimo de componentes redundantes à estrutura do sistema (Misra e Sharma, 1973).

De acordo com Amari (2010), a elevação da confiabilidade de componentes pode ser dada através do uso de melhores materiais, processos manufaturados, tecnologias, princípios de *design*, fornecedores, etc. Diferentes combinações desses fatores geram diversas designações de componentes, ocasionando numa diversidade de seleção com variadas confiabilidades, custos, cargas, volumes, etc.

Redundância de um sistema é definida como a adição de componentes acima da quantidade mínima exigida para o funcionamento satisfatório de um sistema com o propósito de aumentar sua confiabilidade (Elsayed, 1996). Tratando-se do modo de falha em aberto, sistemas em série não possuem redundância, uma vez que a falha em qualquer componente leva à falha de todo sistema. Os demais sistemas, tais como paralelo, paralelo-série, série-paralelo e *k-out-of-n* possuem redundância, pois a falha de um ou mais componentes não

resulta na falha geral do sistema. Tratando-se de componentes com probabilidade de falhar em curto, Tillman (1969) apresenta o caso de redundância em série em que componentes são adicionados em série a fim de aumentar a confiabilidade do sistema.

O emprego da redundância pode ser dado de três formas conforme apresentado por Fogliatto e Ribeiro (2009). A redundância pura ocorre quando todos os elementos em paralelo estão ativos, mesmo sendo somente necessário um para exercer a devida função. Na redundância com carga compartilhada (*load share*), a atividade é dividida entre todos os elementos redundantes. Esses dois casos são conhecidos como redundância ativa, em que os elementos permanecem acionados mesmo quando inoperantes. Na redundância em espera (*standby*), o elemento em redundância apenas será ativado quando houver notificação de falha do componente principal.

Quando se trata de sistemas com dois modos de falha, o princípio da redundância, que afirma que a adição de elementos ocasiona o aumento da confiabilidade geral, não é sempre válido. Levitin e Lisnianski (2001) expõem que a adição de unidades além de um ponto ótimo calculado reduz a confiabilidade do sistema. Barlow et al. (1963) afirmam que a adição de componentes fará com que seja mais provável a falha de um tipo, ao mesmo tempo que reduz a probabilidade de falha do outro tipo. Além disso, mudanças na estrutura desses sistemas podem aumentar a confiabilidade sob um modo de falha e diminuir sob outro e vice-versa (Levitin, 2002). Dessa forma, a redundância pode tanto aumentar quanto diminuir a confiabilidade do sistema, dependendo do modo de falha dominante, da configuração do sistema e do número de componentes redundantes (Proctor e Singh, 1975b; Dhillon e Rayapati, 1986b).

Ademais, a inclusão contínua de componentes com dois modos de falha de forma estratégica gera aumento da confiabilidade, conforme destacado por Page e Perry (1988). A Tabela 2.1 apresenta dois casos em que o aumento do número componentes ocasiona aumento da confiabilidade do sistema. Dessa forma, sistemas com mais componentes possuem maior confiabilidade quando estruturados de maneira planejada. Porém, quanto maior o número de componentes de um sistema, maior o número de possibilidades de configurações estruturais desse sistema, conforme mostrado pelo mesmo autor na Tabela 2.2.

Tabela 2.1: Confiabilidades máximas obtidas a partir de sistemas com 3 a 8 componentes. Adaptado de Page e Perry (1988).

Número de componentes	Confiabilidade máxima	Número de componentes	Confiabilidade máxima
3	0,97091	3	0,97091
4	0,97971	4	0,97971
5	0,98842	5	0,98842
6	0,99712	6	0,99712
7	0,99773	7	0,99773
8	0,99882	8	0,99882

(a) $q_o = q_s = 0.10$ (b) $q_o = q_s = 0.02$

Tabela 2.2. Número de configurações série-paralelo distintas de sistemas formados por 1 a 9 componentes. Adaptado de Page e Perry (1988).

Número de componentes	Número de configurações série-paralelo distintas
1	1
2	2
3	4
4	10
5	24
6	64
7	174
8	496
9	1444

Portanto, percebe-se a alta complexidade combinatória na listagem das combinações possíveis mesmo em sistemas com poucos componentes. Ao considerar mistura de componentes, ou seja, alocação de componentes não-idênticos, a dimensão do problema aumenta; Chern (1992) classificou esse problema como não-determinístico de tempo polinomial árduo (*NP-hard*). Por exemplo, em estruturas série-paralelo *k-out-of-n*, sendo k_j o número mínimo de componentes necessários no subsistema j , $n_{máx}$ o número máximo de componentes e d_j a quantidade de componentes disponíveis ao subsistema j , Coit e Smith (1996) mostram que o espaço de busca é muito grande mesmo quando considerando problemas com poucos componentes. O número de representações possíveis (T) de sistemas série-paralelo *k-out-of-n* é dado pela equação (2.13).

$$T = \prod_j \left[\binom{d_j + n_{máx}}{d_j} - \binom{d_j + k_j - 1}{d_j} \right] \quad (2.13)$$

2.4 Problemas de alocação por redundância (RAP)

No projeto de sistemas, a problemática de otimização de confiabilidade é classificada em três categorias, apresentado por Sahoo (2012), de acordo com os tipos de variáveis de decisão: alocação de confiabilidade, alocação de redundância (*redundancy allocation problem* - RAP) e alocação de redundância e confiabilidade (*reliability-redundancy allocation problem* - RRAP).

Na alocação por confiabilidade, o arranjo é previamente estruturado e as únicas variáveis a serem definidas são as confiabilidades que os componentes devem assumir a fim de atender às restrições. Por exemplo, em uma aeronave com quatro turbinas, sua estrutura é fixa com duas turbinas em cada asa em paralelo. Logo, calcula-se quanto deve ser a confiabilidade mínima em cada turbina de forma que a confiabilidade da aeronave atenda aos requisitos de segurança.

Os problemas de alocação por redundância (RAP) envolvem a seleção dos componentes (cujas confiabilidades são predeterminadas e conhecidas) e seus níveis de redundância a fim de maximizar a confiabilidade dadas as restrições por nível do sistema. A alocação por redundância e confiabilidade (RRAP) surge da combinação de ambos os problemas citados anteriormente, ou seja, procura-se determinar simultaneamente os níveis de redundância e a confiabilidade de cada componente.

A determinação de um projeto de sistema ideal ou próximo ao ideal é muito importante para produzir economicamente novos sistemas que atendam e superem as expectativas dos clientes em termos de confiabilidade, qualidade e desempenho (Coit e Smith, 1995). No desenvolvimento de um novo sistema, há especificações detalhadas de engenharia que prescrevem níveis mínimos de confiabilidade, peso máximo, etc. Em casos práticos, tanto o acréscimo de componentes redundantes quanto o incremento de suas confiabilidades exigem elevadas dispensações de recursos, como custos, carga, volume de componentes, capacidade, etc.

Dessa forma, no estágio de delinear o sistema em busca de maximizar a confiabilidade, uma questão importante a ser considerada é como obter o equilíbrio entre a confiabilidade e as demais dimensões, como custo (Kuo e Prasad, 2000). Assim, surge a problemática multiobjetivo de otimizar a confiabilidade do sistema sujeito a restrições de projeto e de recursos disponíveis. Procura-se estabelecer onde, quantos, a que custos e de que forma o acréscimo de componentes e a consequente alteração da estrutura do sistema incrementam a confiabilidade global.

Tipicamente, o problema de alocação por redundância envolve a seleção de componentes e seus níveis apropriados de redundância, dentro das restrições de projeto, a fim de maximizar a confiabilidade do sistema sujeito às demais restrições de recursos (Problema P1), ou então, minimizar os custos, entre outros consumos de recursos, sujeito a uma confiabilidade mínima do sistema (Problema P2) (Coit e Smith, 1995). Tais objetivos servem a diversas estruturas do sistema, como em série, paralelo, paralelo-série, série-paralelo e *k-out-of-n* (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2007). A formulação de tais problemas é disposta como segue.

$$\begin{array}{ll}
 \text{P1} & \text{P2} \\
 \text{MAX } R(\mathbf{x}) & \text{MIN } \sum c_i(\mathbf{x}) \\
 \text{sujeito a } \sum c_i(\mathbf{x}) \leq C_{\text{máx}} & \text{sujeito a } R(\mathbf{x}) \geq R_{\text{min}}
 \end{array}$$

em que $R(\mathbf{x})$ é a confiabilidade total do sistema associado ao vetor solução \mathbf{x} , que denota as variáveis de decisão referentes a quantidade, posição e alocação dos componentes; $c_i(\mathbf{x})$ são os custos associados a cada componente i selecionados pela solução \mathbf{x} , C é o custo máximo disponível e R_{min} é a confiabilidade mínima exigida. Restrições não lineares e conjuntas também podem ser consideradas, embora não sejam incorporados nessa pesquisa. A seguir, apresenta-se uma breve descrição das técnicas elaboradas com vistas à resolução de problemáticas de otimização de sistemas compostos por um e dois modos de falha.

O RAP é um método de otimização de confiabilidade de sistemas aplicado a diversos contextos e apoiado em diversas abordagens, as quais incluem programação matemática (exata e por aproximação), heurísticas e metaheurísticas, entre outras, conforme Figura 2.4.

Os métodos abordados nos trabalhos de otimização de confiabilidade aplicados a problemas de alocação têm sido sistematizados por diversos autores. Tillman et al. (1980) classificaram os trabalhos por estrutura de sistema, tipo de problema e métodos de solução. Tzafestas (1980) revisou modelos de otimização de confiabilidade de sistemas e técnicas de otimização, enquanto que Kuo e Prasad (2000) estudaram a otimização de confiabilidade de sistemas com base nas estruturas dos sistemas e seus métodos de solução. Kuo e Prasad (2004) apresentaram uma visão geral sobre métodos de otimização de confiabilidade de sistemas. Mais tarde, Kuo e Wan (2007) analisaram os avanços recentes em RAP. Recentemente, Soltani (2014) contribuiu às pesquisas anteriores centrando-se principalmente em artigos publicados após o ano 2000. Nessa seção, sucintamente será apresentado cada método e suas características nas resoluções do RAP.

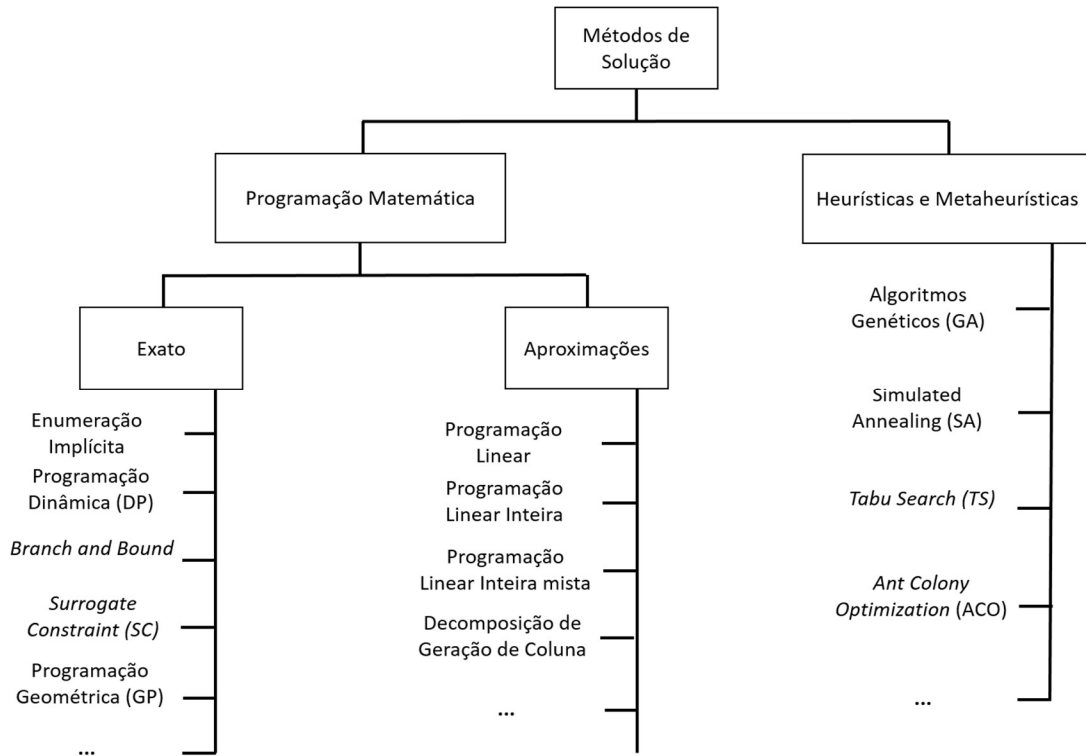


Figura 2.4: Métodos de solução do RAP (adaptado de Soltani, 2014)

Entre os métodos exatos, cita-se enumeração implícita, programação dinâmica (DP), *branch and bound*, *surrogate constraints* (SC), programação geométrica (GP), técnicas de busca por numeração implícita ou parcial, entre outras. Esses métodos proporcionam uma solução com alta qualidade, porém sua aplicação é limitada a sistemas com poucos componentes devido ao alto tempo computacional consumido.

Entre as técnicas citadas, a programação dinâmica é a mais conhecida e amplamente utilizada (Anzanello, 2009; Misra, 1991). Ela fornece uma solução exata, mas a sua principal desvantagem é a dimensionalidade: o volume de cálculo necessário para chegar a uma solução ótima aumenta exponencialmente conforme o número de variáveis de decisão. DP não é aplicável a casos em que as funções objetivo ou de restrição sejam inseparáveis, como em problemas de otimização de confiabilidade com estruturas complexas. Os algoritmos *branch and bound*, em sua maior parte, são limitados a restrições lineares. No geral, a memória necessária também aumenta exponencialmente com o tamanho do problema.

Ao contrário de algoritmos metaheurísticos, métodos exatos fornecem soluções ótimas precisas, embora com maior complexidade computacional envolvida. O desenvolvimento de métodos exatos tem-se concentrado em elaborar técnicas para reduzir o espaço de busca de métodos de otimização discreta. Porém, soluções exatas não são necessariamente desejáveis, porque geralmente torna-se difícil desenvolver métodos exatos para problemas de otimização

de confiabilidade que sejam equivalentes aos métodos utilizados para problemas de programação inteira não-lineares. Métodos exatos são preferíveis na solução de problemas pequenos, além de serem ferramentas confiáveis na comparação e medição de desempenho de soluções dos métodos heurísticos ou metaheurísticos (Kuo e Prasad, 2000).

Por sua vez, soluções aproximadas podem ser encontradas por programação linear (inteira e mista), método de decomposição de geração de coluna, entre outros. Na maior parte destes métodos, as variáveis de decisão são tratadas como contínuas e a solução final é obtida pelo arredondamento da solução real ao número inteiro mais próximo. Essa abordagem produz soluções quase ótimas ou muito próximas às exatas.

Dado que RAP é um problema de programação inteira não-linear, técnicas de otimização combinatória são aplicáveis, mas são muito exaustivas, e às vezes, dependentes do tipo do problema em questão. Levitin (2005) descreve que a maioria dos métodos exatos utilizados para solucionar problemas de otimização de confiabilidade são fortemente orientados, ou seja, uma vez que eles são designados a resolver determinado tipo de problema de otimização, eles não podem ser facilmente adaptados a resolver outros problemas.

Para justificar a utilização de heurísticas e meta-heurísticas, Page e Perry (1988) mostram que, das 496 configurações possíveis formadas por 8 componentes idênticos em série-paralelo misto, somente 18 estarão entre as mais confiáveis (Figura 2.5). De tal forma, limitar o espaço de procura através de tais abordagens tem gerado soluções aproximadas, com qualidade aceitável e em tempo de cálculo computacional razoável.

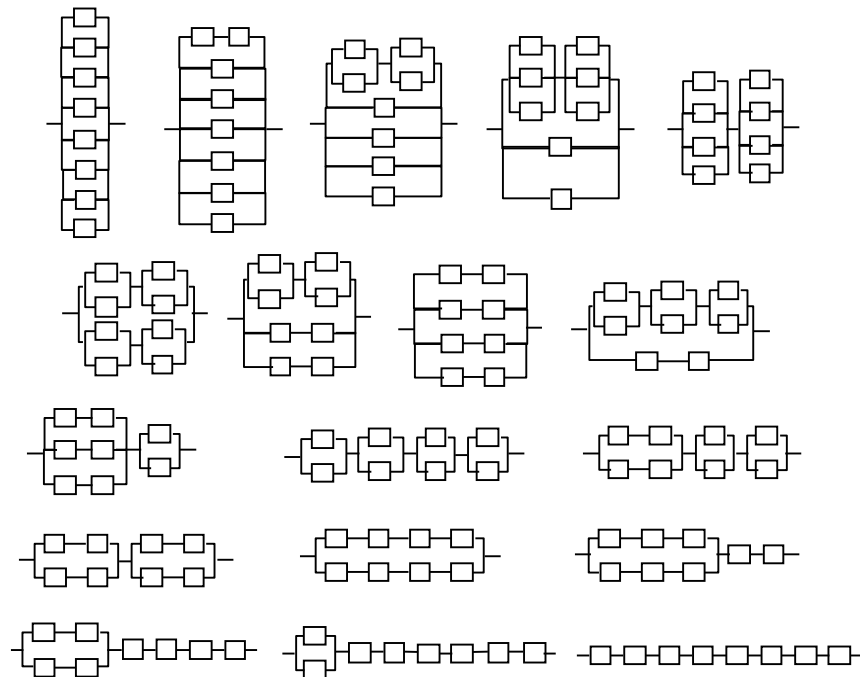


Figura 2.5: 18 configurações em série-paralelo misto dentre 496 possíveis formadas por sistemas com 8 componentes em que o ótimo depende dos valores de q_0 e q_s (adaptado de Page e Perry, 1988)

Uma heurística pode ser considerada como um procedimento intuitivo construído de modo a gerar soluções em processo de otimização. Heurísticas geralmente começam com uma solução inicial e são melhoradas gradualmente para obter uma solução local ou nas proximidades da solução ótima (Zia e Coit, 2010). Da mesma forma, metaheurísticas utilizam a combinação de escolhas aleatórias e no conhecimento histórico dos resultados anteriores para se guiarem na busca dentro do espaço de soluções.

Heurísticas e metaheurísticas dificilmente dependem da natureza específica do problema a ser resolvido, e dessa forma, podem ser aplicadas na solução de uma vasta gama de problemas de otimização (Levitin, 2005). A partir de heurísticas e metaheurísticas, são elaborados algoritmos de busca conhecidos como técnicas de busca randomizadas, baseadas em raciocínios artificiais, em contraste aos métodos clássicos de otimização por programação matemática. Algoritmo genético (GA), *Simulated Annealing* (SA), *Tabu Search* (TS), Algoritmo Imunológico (IA) e *Ant Colony Optimization* (ACO) são algumas das abordagens desta categoria que têm sido aplicadas com sucesso para resolver o problema de otimização de confiabilidade. Heurísticas híbridas consistem na combinação uma ou mais metaheurísticas ou uma metaheurística com outras heurísticas, como os casos de SP/TG (Ouzineb et al., 2010).

2.5 Exemplos de aplicações do RAP em sistemas com um modo de falha

Essa seção apresenta um breve histórico das principais obras de solução de RAP a sistemas com um e dois modos de falha. Os métodos são discutidos frente as suas vantagens, desvantagens e particularidades, assim como o campo de aplicação e principais resultados.

A maioria dos métodos de programação matemática foi aplicada inicialmente a problemas modificados com um espaço restrito da amostra ou domínio da solução. Dessa forma, as abordagens iniciais por programação matemática demandaram uma solução de domínio restrito, proibindo a alocação de componentes não-idênticos dentro dos subsistemas. Ao limitar o domínio, o problema pode ser transformado de modo que programação dinâmica e programação inteira possam ser aplicadas para se obter a solução ótima (Zia e Coit, 2010). No entanto, tais soluções resultantes podem parecer pouco práticas. Como observado por Coit e Smith (1996), a utilização de componentes não-idênticos pode produzir melhores resultados para o problema. A Tabela 2.3 apresenta as principais abordagens propostas por programação exata e matemática para RAP segundo autor, configuração do sistema, função objetivo e método utilizado para solução.

Tabela 2.3: Abordagens exatas e por programação matemática para RAP

Referência	Configuração do sistema	Função objetivo	Método de Solução
Fyffe et al. (1968)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	Programação dinâmica e Multiplicadores de Lagrange
Nakagawa & Nakashima (1977)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	<i>Branch and bound</i>
Nakagawa & Miyazaki (1981)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	<i>Surrogate constraints</i>
Bulfin et al. (1985)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	<i>Knapsack problem</i> resolvido por <i>Surrogate constraints</i>
Sung & Cho (1999)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	<i>Branch and bound</i>
Kuo & Prasad (2000)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	Pesquisa lexicográfica
Hsieh (2003)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	Aproximação linear simples
Ramirez-Marquez et al. (2004)	Série-paralelo	Confiabilidade Max-Min	Programação linear inteira mista
Onishi et al. (2007)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	<i>Surrogate constraints</i> aperfeiçoado
Billionnet (2008)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	Programação Linear inteira
Amari (2010)	<i>k-out-of-n</i>	Confiabilidade do sistema	<i>Branch and bound</i>
Ouzineb et al. (2010)	Série-paralelo	Confiabilidade do sistema	SP/TG

Entre os primeiros seminiais de RAP estão os 33 casos avaliados por Fyffe et al. (1968). Trata-se de um problema bem conhecido que tem sido considerado como uma das principais fontes de comparação entre os métodos disponíveis para a solução RAP devido ao seu grande espaço de solução. O estudo consiste em um sistema de série-paralelo com 14 subsistemas em série, para os quais pode-se escolher entre três ou quatro opções de componentes através da especificação de confiabilidade, custo e peso desejados. Os autores foram pioneiros na proposição de um modelo para o RAP onde a confiabilidade do sistema é maximizada sujeita a restrições sobre custo e peso. Para solucionar o problema, foi utilizado o método DP em conjunto com multiplicadores de Lagrange incorporados na função objetivo, com vistas a lidar com múltiplas restrições.

Nos anos seguintes, diversos autores propuseram métodos alternativos para aprimorar soluções do problema. Ghare e Taylor (1969) demonstraram que em problemas com restrições não-lineares, mas separáveis, muitas variações do problema podem ser transformadas em um modelo de programação linear inteira. Nakagawa e Nakashima (1977) introduziram um método *branch and bound* eficiente para o RAP. Nakagawa e Miyazaki (1981) demonstraram que, por vezes, o uso de um multiplicador de Lagrange torna-se ineficiente, propondo a técnica *Surrogate Constraints* (SC) ao comprovar-se ser eficiente para lidar com múltiplas restrições. Uma formulação de *knapsack* (problema do mochileiro) utilizando *Surrogate Constraints* foi mais tarde proposto por Bulfin et al. (1985). Outra abordagem para resolver problemas de mistura de componentes é proposta por Sung e Cho (1999). Eles desenvolveram um processo de redução de espaço de solução através do algoritmo *branch and bound*, com o espaço de soluções reduzido, as soluções potenciais são enumeradas.

Kuo e Prasad (2000) desenvolveram um algoritmo de enumeração implícita chamado de pesquisa lexicográfica com base na melhoria apresentada por Misra (1972). Hsieh (2003)

apresentou uma aproximação linear para a confiabilidade que resultou em soluções eficazes para o problema analisado. Este foi o primeiro modelo que permitiu um padrão de algoritmos de programação linear para ser aplicado quando a mistura dos componentes foi considerada. Ramirez-Marquez et al. (2004) apresentaram a heurística max-min, que transforma a função objetivo para maximizar a confiabilidade mínima do subsistema, para então resolvê-lo como um problema de programação linear inteira.

Onishi et al. (2007) propuseram um método de solução exata baseada no método *Improved Surrogate Constraint* (ISC) formulado por Nakagawa (2003). A ideia geral do método ISC é transformar um problema multidimensional em um problema unidimensional dual pela agregação ótima das restrições do primal. Billionnet (2008) propôs uma abordagem de programação linear inteira que encontra uma solução factível aproximada e um limite superior sobre a confiabilidade ideal. Amari (2010) otimizou a confiabilidade de sistemas *k-out-of-n* através de programação linear com base no *branch and bound* em sistemas com redundância em *standby*. Ouzineb et al. (2010) apresentaram soluções por SP/TG aprimoradas ou equivalentes aos melhores resultados obtidos pelas heurísticas elaboradas por Coit e Smith (1996) com GA, Hsieh (2002) por aproximação linear, Kulturel-Konak et al. (2003) com TS e Liang e Smith (2004) com ACO, entre outros.

Métodos heurísticos e metaheurísticos são utilizados com sucesso em problemas de otimização de confiabilidade devido à robustez e viabilidade encontrada na sua aplicabilidade. No entanto, dependendo da qualidade do ajuste de seus parâmetros, pode haver convergência prematura de suas soluções e os resultados nem sempre podem ser reproduzíveis. A Tabela 2.4 apresenta um resumo das principais abordagens propostas por heurísticas e metaheurísticas para RAP.

Tabela 2.4. Abordagens por heurísticas e metaheurísticas para RAP

Referência	Configuração do sistema	Método de Solução
Nakagawa & Nakashima (1977)	Série-paralelo	Heurística própria
Kuo et al. (1978)	Série-paralelo	Heurística própria
Dinghua (1987)	Série-paralelo	Heurística baseada no caminho mínimo
Jianping (1996)	Série-paralelo	Heurística baseada na região limitada
Coit & Smith (1996)	Série-paralelo	Algoritmos Genéticos
Levitin et al. (1997)	Série-paralelo	Algoritmos Genéticos
Kulturel-Konak et al. (2003)	<i>k-out-of-n</i>	<i>Tabu Search</i>
Liang & Smith (2004)	<i>k-out-of-n</i>	<i>Ant Colony Optimization</i>

Nakagawa e Nakashima (1977) desenvolveram uma heurística que considera mistura de componentes. Sua abordagem foi baseada na adição de novos componentes ao sistema de forma incremental com base em um fator de sensibilidade até que as restrições do sistema

fossem violadas. Mais tarde, Kuo et al. (1978) modificaram o fator de sensibilidade aprimorando resultados. Dinghua (1987) desenvolveu uma heurística baseada na determinação de todos os conjuntos de caminhos mínimos e na aplicação de fatores de sensibilidade em duas etapas, ao passo que Jianping (1996) apresentou uma heurística baseada no método da região limitada. Outros estudos que consideraram RAP com mistura de componentes incluem Coit e Smith (1996) e Levitin et al. (1997) com algoritmos genéticos. Mais tarde, Kulturel-Konak et al. (2003), apresentaram uma aplicação da *Tabu Search* ao RAP, e Liang e Smith (2004), com *Ant Colony Optimization*.

2.6 Métodos de solução do RAP em sistemas com dois modos de falha

O estudo da alocação de confiabilidade em sistemas com dois modos de falha teve início nos anos de 1960 com os trabalhos de Barlow et al., Kolesar e Gen et al. Tais estudos limitavam-se a sistemas com poucos componentes. Para sistemas em série-paralelo e paralelo-série, Barlow et al. (1963) provaram que, para dado número fixo de componentes idênticos em paralelo em cada subsistema, pode-se encontrar o número de subsistemas em série que maximiza a confiabilidade do sistema e vice-versa. Kolesar (1967) apresentou resolução para RAP por programação linear inteira tratando de sistemas com componentes idênticos em série-paralelo sujeito a restrições. Já Gen et al. (1976) lidaram com o mesmo problema propondo um algoritmo de enumeração implícita baseado no método *branch and bound* manejando um número menor de restrições e de variáveis que o método de programação inteira.

Dhillon e Singh (1981) mostram, de forma analítica, como obter o número de elementos que maximiza a confiabilidade de sistemas estruturados por componentes idênticos puramente em série ou em paralelo e também em série-paralelo e paralelo-série. Jenney e Sherwin (1986), através da estimação da confiabilidade de forma analítica, apresentaram a relação entre a estrutura do sistema e sua confiabilidade em arranjos série-paralelo e paralelo-série. Por meio de análise gráfica de sistemas compostos por 2, 3 e 4 componentes idênticos, recomendaram arranjos de componentes a fim de maximizar a confiabilidade do sistema. Por sua vez, Page e Perry (1988) elaboraram um algoritmo de busca de soluções ótimas aproximadas através do método da enumeração completa, que apresenta a melhor configuração série-paralelo ou paralelo-série para um conjunto arbitrário de componentes idênticos (até 20) sem levar em conta restrições.

Percebe-se, no entanto, que reduzida atenção foi dada aos sistemas com dois modos de falha caracterizados por arranjos maiores, componentes não-idênticos e restrições, dentre

outros desdobramentos práticos. Levitin (2002) utilizou GA em busca da configuração ótima em série-paralelo (ou paralelo-série) considerando sistemas multiestado com dois modos de falha. O mesmo autor propôs a estimativa da confiabilidade de sistemas complexos com o uso da função geradora de momento universal (UMGF) (Levitin, 2003). Anzanello (2009) apresentou soluções para o RAP por *branch and bound* em sistemas puramente em série e em paralelo com restrições de custos para um dado número fixo de componentes escolhidos de um conjunto de componentes candidatos.

Logo, percebe-se que as ramificações da problemática de modelagem de sistemas apresentadas na Figura 2.1 e que dizem respeito a dois modos de falha oferecem oportunidades para desdobramentos futuros.

2.7 Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi apresentar a problemática e as soluções dos problemas em confiabilidade que incorporam componentes com dois modos de falha do ponto de vista de cálculo de estimação da confiabilidade, bem como sua alocação estrutural em vistas a otimização. Este estudo é importante para que, posteriormente, possam ser desenvolvidas novas pesquisas em problemas de alocação de redundância e confiabilidade em componentes com dois modos de falha. Essas pesquisas podem auxiliar empresas a reduzir custos e aumentar a confiabilidade de seus sistemas, garantindo segurança.

Apresentaram-se os conceitos elementares concernentes à confiabilidade e as características dos sistemas consideradas em sua modelagem. Foram listados os tipos de estruturas e o tratamento dado a cada uma no cálculo e estimação de suas confiabilidades de sistemas compostos por componentes com dois modos de falha.

As diversas técnicas de resolução dos problemas de alocação de redundância dividem-se em programação matemática e heurísticas/metaheurísticas, sendo cada uma indicada a determinadas classes do problema, de acordo com suas dimensões e particularidades. Este trabalho apresentou sucintamente uma análise do desenvolvimento das técnicas de estimação e estruturação da confiabilidade em sistemas com um e dois modos de falha e os atuais e mais bem-conceituados algoritmos e heurísticas elaboradas a fim de otimizar sistemas. Através de comparações e discussões, orientou-se a escolha da técnica mais adequada a determinadas classes do problema, apontando suas vantagens e desvantagens, com exemplos de aplicações na área de confiabilidade em sistemas com um e dois modos de falha.

Ao fim desse estudo, foi possível compreender a contribuição dos métodos utilizados para resolver os problemas de alocação por redundância, revelando potencial para fornecer

uma contribuição expressiva ao estudo de confiabilidade em sistemas com dois modos de falha identificando problemas práticos carentes de estudos. A modelagem de estruturas de sistemas através do manuseio dessas técnicas permite aos gestores melhorias na administração de sistemas frente a suas mais diversas restrições. Substituição, remanejo, escolha de componentes entre outras decisões operacionais podem dar suporte numérico ao processo decisório de gestão a partir da análise de sensibilidade de sistemas.

Para estudos futuros, recomenda-se a análise da estimação da confiabilidade e alocação ótima de componentes em sistemas com restrições operacionais adicionais, como por exemplo, elementos em espera, bem como, a sistemas que se aproximem mais da realidade, possuindo consumo de recursos nas conexões entre componentes ou subsistemas, restrições adicionais e múltiplos objetivos a serem otimizados simultaneamente. Recomenda-se também, o estudo de sistemas multiestado e de estruturas complexas e *k-out-of-n* na adequação da modelagem frente à otimização de confiabilidade.

2.8 Referências

- ANZANELLO, M. J. A simplified approach for reliability evaluation and component allocation in three-state series and parallel systems composed of non-identical components. *Gest. Prod.*, São Carlos, vol.16, No.1, p.54-62. 2009.
- AMARI, S. V.; DILL, G. Redundancy optimization problem with warm-standby redundancy. In: *Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), Proceedings-Annual*. IEEE, p.1-6. 2010.
- BARLOW, R. E.; HUNTER, L. C.; PROSCHAN, F. Optimum Redundancy when Components are Subject to Two Kinds of Failure. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol.11, No.1, p.64-73, 1963.
- BARROS, A. F. Utilização de ferramentas de confiabilidade em um ambiente de manufatura de classe mundial. São Luis: Unicamp, 2003.
- BILLIONNET, A. Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using Integer Linear Programming. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.57, No.3, p.507-516. 2008.
- BULFIN, R.L.; LIU, C. Y. Optimal Allocation of Redundant Components for Large Systems. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.R-34, No.3, p.241-247. 1985.
- CAMPOS, V. F. TQC – Controle da qualidade total. Belo Horizonte, 1992. Ed. Edg.
- CHERN, M. S. On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. *Operations Research Letter*, vol.11, p.309-315. 1992.
- COIT, D.W.; SMITH, A.E. Optimization approaches to the redundancy allocation problem for series-parallel systems. *Proceedings of the Fourth Industrial Engineering Research Conference*. 1995.

COIT, D.W.; SMITH, A.E. Reliability Optimization of Series-Parallel Systems Using a Genetic Algorithm. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.45, No.2, p.254-266. 1996.

DHILLON, B. S.; SINGH, C. *Engineering Reliability - New Techniques and Applications*. 1981.

(a)DHILLON, B. S.; RAYAPATI, S. N. A complex system reliability evaluation method. *System reliability engineering*, vol.16, p.163-177. 1986.

(b)DHILLON, B. S.; RAYAPATI, S. N. A method to evaluate reliability of three-state device networks. *Microelectron Reliability*, vol.26, No.3, p.535-554. 1986.

DINGHUA, S. A New Heuristic Algorithm for Constrained Redundancy-Optimization in Complex Systems. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.R-36, No.5, p.621-623. 1987.

ELSAYED, E. *System reliability engineering*. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman, 1996.

FYFFE, D. E.; HINES, W. W.; LEE, N. K. System reliability allocation and a computational algorithm. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.2, p.64-69, 1968.

FOGLIATTO, F. S.; RIBEIRO, J. L. D. *Confiabilidade e Manutenção Industrial*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.

GEN, M.; OKUNO, H.; SHINOFUJI, S. An optimizing method in system reliability with failure-modes by implicit enumeration algorithm. *Journal of the Operation Research Society of Japan*, vol.19, No.2, p.99-116. 1976.

GHARE, P. M.; TAYLOR, R. E. Optimal redundancy for reliability in series systems. *Operations Research*, vol.17, No.5, p.838-847, 1969.

HSIEH, Y. A linear approximation for redundant reliability problems with multiple component choices. *Computers & industrial engineering*, vol.44, No.1, p.91-103, 2002.

HOYLAND, A.; RAUSAND, M. *Systems reliability theory: models and statistical methods*. New York: Wiley-Interscience, 1994.

IRESON, W. G.; COOMBS, JR, C. F. *Handbook of Reliability Engineering and Management*. McGraw-Hill. 1998.

JENNEY, B. W.; SHERWIN, D. J. Open and short circuit reliability of systems of identical items. *IEEE Transactions on reliability*, vol.R-35, No.5, p.532-538, 1986.

JIANPING, L. A bound heuristic algorithm for solving reliability redundancy optimization. *Microelectronics Reliability*, vol.36, No.3, p.335-339, 1996.

KOLESAR, P.J. Linear programming and the reliability of multicomponent systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol.14, No.3, p.317-327, 1967.

KULTUREL-KONAK, S; SMITH, A. E.; COIT, D. W. Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search. *IIE transactions*, vol.35, No.6, p. 515-526, 2003.

- KUO, W.; HWANG, C. L.; TILLMAN, F. A. A Note on Heuristic Methods in Optimal System Reliability. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.27, p.320-324. 1978.
- KUO, W.; PRASAD, V. R. An annotated overview of system-reliability optimization. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.49(2), p.176-187. 2000.
- KUO, W.; PRASAD, V.R. System reliability optimization: an overview. In: *Mathematical Reliability: An Expository Perspective*. Springer US, p.31-54. 2004.
- KUO, W.; WAN, R. Recent advances in optimal reliability allocation. In *Computational Intelligence in Reliability Engineering* (pp. 1-36). Springer Berlin Heidelberg. 2007.
- LEŠANOVSKÝ, A. Systems with two dual failure modes — A survey. *Microelectron Reliability*, vol.33, No. 10, p.1597-1626, 1993.
- LEVITIN, G. Optimal series-parallel topology of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.77, p.93-107, 2002.
- LEVITIN, G. Reliability of multi-state systems with two failure-modes. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.52, No.3, p.340-348, 2003.
- LEVITIN, G. *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization*, Springer series in reliability engineering, 2005.
- LEVITIN, G.; LISNIANSKI, A. Structure optimization of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.72, p.75-89, 2001.
- LEVITIN, G.; LISNIANSKI, A.; ELMAKIS, D. Structure optimization of power system with different redundant elements. *Electric Power Systems Research*, vol.43, No.1, p.19-27, 1997.
- LIANG, Y.; SMITH, A. E. An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP). *IEEE Transactions on reliability*, vol.53, No.3, p.417-423, 2004.
- MISRA, K. B. Reliability optimization of series-parallel system. *IEEE Transactions on reliability*, vol.21, No. 21, p.230-238, 1972.
- MISRA, K. B.; SHARMA, J. Reliability optimization of a system by zero-one programming. *Microelectronics Reliability*, vol.12, No. 3, p.229-233, 1973.
- MISRA, K. B. An algorithm to solve integer programming problems: An efficient tool for reliability design. *Microelectronics Reliability*, Vol.31(2-3), p.285-294. 1991.
- NAKAGAWA, Y. An improved surrogate constraints method for separable nonlinear integer programming. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.46, No. 2, p.145-163, 2003.
- NAKAGAWA, Y.; NAKASHIMA, K. A heuristic method for determining optimal reliability allocation. *IEEE Transactions on reliability*, vol.26, No.3, p.156-161, 1977.
- NAKAGAWA, Y.; MIYAZAKI, S. Surrogate constraints algorithm for reliability optimization problems with two constraints. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.30, No.2, p.175-180, 1981.

ONISHI, J.; KIMURA, S.; JAMES, R. J. W.; NAKAGAWA, Y. Solving the redundancy allocation problem with a mix of components using the improved surrogate constraint method. *IEEE Transactions on reliability*, vol. 56, No. 1, p.94-101, 2007.

OUZINEB, M.; NOURELFATH, M.; GENDREAU, M. An efficient heuristic for reliability design optimization problems. *Computers & Operations Research*, vol.37, No.2, p.223-235, 2010.

PAGE, L. B.; PERRY, J. E. Reliability of networks of three-state devices. *Microelectron Reliability*, vol.27, No. 1, p.175-178, 1987.

PAGE, L. B.; PERRY, J. E. Optimal “series-parallel” networks of 3-state devices. *IEEE Transactions on reliability*, vol. 37, No. 4, p.388-394, 1988.

(a) PROCTOR, C. L.; SINGH B. A three-state system Markov model. *Microelectronics and Reliability*, vol.14, p.463-464, 1975.

(b) PROCTOR, C. L.; SINGH B. The graphical reliability evaluations of three-state device networks. *Microelectronics and Reliability*, vol.14, p.203-214, 1975.

RAMIREZ-MARQUEZ, J.E.; COIT, D. W. A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.83, p.341-349, 2004.

SAHOO, L. Studies on reliability optimization problems by genetic algorithm. West Bengal, India. 154p. Thesis - Philosophy in mathematics - The University of Burdwan. 2012.

SIMONS, J. V. J. Reliability-based analysis of service recovery. In: *International Journal of Quality & Reliability Management*. vol.21, n. 1. Bradford: Emerald Group, 2004.

SOLTANI, Roya. Reliability optimization of binary state non-repairable systems: A state of the art survey. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, vol.5, No.3, p.339, 2014.

SUNG, C. S.; CHO, Y. K. Branch-and-bound redundancy optimization for a series system with multiple-choice constraints. *IEEE Transactions on reliability*, vol. 48, No. 2, p.108-117, 1999.

TAVAKKOLI-MOGHADDAMA, R.; SAFARI, J; SASSANI, F. Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm. *Reliability Engineering & System Safety*, vol.93, p.550-556, 2008.

TILLMAN, F.A. Optimization by integer programming of constrained reliability problems with several modes of failure. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.18, No. 2, p.47-53, 1969.

TILLMAN, F.A.; HWANG, C.L.; KUO, W. *Optimization of System Reliability*. Marcel Dekker. 1980.

TORMAN, V. B. L.; COSTER, R.; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. *Revista HCPA*, 32(2):227-234, 2012.

TZAFESTAS, S. G. Optimization of system reliability: a survey of problems and techniques. *International Journal of Systems Science*, vol.11, No.4, p.455-486, 1980.

WERNER, L. Modelagem dos tempos de falhas ao longo do calendário. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 1996.

ZIA, L.; COIT, D.W. Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using a Column Generation Approach. *IEEE Transaction on reliability*, vol.59, No.4, p.706-717. 2010.

3 SEGUNDO ARTIGO: ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA CONFIABILIDADE ATRAVÉS DA ALOCAÇÃO DE REDUNDÂNCIA EM SISTEMAS SÉRIE-PARALELO COM DOIS MODOS DE FALHA

Lucas Bogdanov Schmidt

Michel José Anzanello

Resumo

Abordagens com foco na otimização de confiabilidade objetivam determinar o arranjo que proporciona níveis elevados de confiabilidade frente a restrições de custo financeiro e físicas. Há uma duplicidade na forma em que confiabilidade do sistema está relacionada com sua estrutura: mudanças podem aumentar a confiabilidade sob um modo de falha, enquanto que diminuem em relação ao outro modo. No tocante à análise quantitativa de tais sistemas, a literatura é escassa em analisar o comportamento da confiabilidade mediante alterações em suas características em sistemas séries-paralelo. Esse estudo propõe um conjunto de experimentos de simulação em sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha com vistas à otimização de confiabilidade. Para tanto, variações nos parâmetros associados às taxas de falhas dos componentes nos dois modos de falha (aberto e em curto) são propostas e seu impacto sobre a confiabilidade avaliadas. Resultados apontam que a otimização da confiabilidade do sistema é obtida quando razões elevadas entre as taxas de falha são acompanhadas pelo aumento do número de componentes em paralelo a serem alocados por subsistema.

Palavras-chave: confiabilidade, série-paralelo, otimização, dois modos de falha.

3.1 Introdução

Confiabilidade é uma questão estratégica em diversas indústrias, tais como automotiva, civil, defesa, telecomunicações, energia e aeroespacial, onde sistemas avançados como ônibus espaciais, propulsão aeroespacial, estrutura de nano compostos e sistemas de bioengenharia são projetados e desenvolvidos com foco em confiabilidade. Em tais setores, é de suma importância estabelecer a confiabilidade máxima possível do sistema.

Um sistema (ou um produto) é um conjunto de componentes arranjados de acordo com um projeto específico com a finalidade de atender determinadas funções com desempenho e confiabilidade adequados (Elsayed, 1996). A modelagem de sistemas com foco em confiabilidade é planejada em nível de projeto e deve ter por base o estudo do comportamento

do sistema frente a adaptações. Conhecimentos gerenciais podem guiar os gestores nas melhores decisões em questões de produção e segurança.

O desenvolvimento de sistemas confiáveis envolve inúmeros fatores complexos e inter-relacionados. Uma tarefa importante no desenvolvimento de um sistema confiável é a transferência da confiabilidade geral do sistema em requisitos nos vários níveis de subsistemas e componentes. Em muitos casos práticos, surge a necessidade de analisar estruturas formadas por componentes sujeitos a dois modos de falha e suas relações com o sistema.

Devido à complexidade de sistemas com dois modos de falha e à sua importância crítica em sistemas complexos, essa é uma área muito fértil para pesquisas, conforme relatam Kuo e Wan (2007). Considerando sistemas formados por tais componentes, Levitin (2002) relata a existência de uma duplicidade na forma em que a confiabilidade do sistema está relacionada com sua estrutura. O autor afirma que mudanças em tal estrutura podem aumentar sua confiabilidade sob um modo de falha, enquanto que geram diminuições em relação ao outro modo. No entanto, a literatura é escassa no que se refere à análise quantitativa e comparativa de sistemas com diferentes estruturas, taxas de falha e níveis de confiabilidade quando dois modos de falha são considerados.

Variações nos perfis de confiabilidade provocadas por distintas probabilidades de falha não é de claro entendimento, especialmente ao considerar-se a inclusão de novos componentes não-idênticos ao sistema (Anzanello, 2009). Dessa forma, ao projetar sistemas em contextos industriais cujos componentes estão sujeitos a dois modos de falha, torna-se necessária o estudo de otimização por meio da alocação de componentes e seus níveis de redundância. Por exemplo, em sistemas que possuem arranjos pré-definidos, precisa-se fixar a confiabilidade de cada componente a fim de atingir o nível mínimo de confiabilidade requerido pelo sistema; da mesma forma, pode-se desejar estudar o comportamento da confiabilidade do sistema frente a alterações na estrutura série-paralelo, na confiabilidade e razão entre as taxas de falha dos componentes. Ao considerar-se uma quantidade finita de componentes idênticos com dois modos de falha, precisa-se definir o arranjo que otimiza a confiabilidade. Havendo possibilidade de adicionar componentes (e consequentemente alterar a estrutura do sistema), deseja-se saber se o ganho em termos de confiabilidade torna viável a dispensação de recursos.

O presente estudo visa entender como variações em parâmetros que caracterizam um sistema série-paralelo com componentes sujeitos a dois modos de falha (aberto e curto) impactam sobre a confiabilidade da estrutura. Para tanto, um estudo de simulação é realizado.

Os parâmetros testados incluem distintas razões entre taxas de falhas e número de componentes e subsistemas considerados na estrutura em análise.

Esse trabalho é estruturado conforme segue. Além dessa introdução, são apresentados na seção 3.2 conceitos elementares referentes a sistemas com dois modos de falha, a estruturas de sistemas série-paralelo e seu cálculo de confiabilidade. A seção 3.3 apresenta os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa. A seção 3.4 apresenta resultados e discussão da otimização dos sistemas frente à alteração das características dos componentes, e por fim, a seção 3.5 conclui o artigo.

3.2 Referencial Teórico

Para viabilização da simulação proposta, torna-se necessária a apresentação da fundamentação teórica de sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha.

3.2.1 Sistemas e componentes com dois modos de falha

Por vezes, componentes são designados a exercer mais do que apenas uma função operacional no sistema. O não cumprimento de determinada função acarreta em falha e, em havendo diversas funções, pode vir a falhar de tantas formas quanto o número de funções atribuídas. Confiabilidade, em sistemas com dois modos de falha, é entendida como a probabilidade de que a entrada e a saída estejam conectadas para comunicação em rede, isto é, a probabilidade de haver ao menos um caminho sem bloqueio ou retorno do fluxo em que os componentes estejam em perfeito estado de funcionamento e o fluxo do processo possa prosseguir devidamente (Elsayed, 1996).

Dispositivos sujeitos a dois modos de falha mais comumente estudados são válvulas de retenção de fluxo e diodos (Levitin, 2002). Tais componentes devem permitir o fluxo do processo numa direção específica, enquanto devem bloquear no sentido inverso. A Figura 3.1 ilustra os modos de falha caracterizados por bloquear o fluxo (falha em aberto) ou por permitir retorno do fluxo (falha em curto). As probabilidades dos modos de falha aberto e curto são denotadas por q_o e q_s respectivamente.

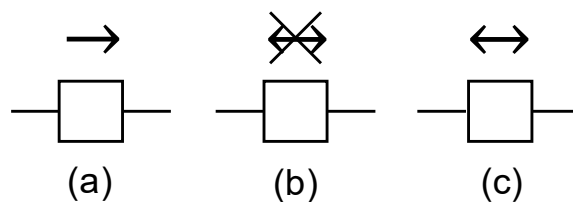


Figura 3.1: Estados operacionais de componentes com dois modos de falha em relação ao fluxo: (a) operando devidamente; (b) falha em aberto; e (c) falha em curto

3.2.2 Sistemas série-paralelo

A forma com que os componentes estão estruturados desempenha um papel importante na confiabilidade de sistemas com dois modos de falha. Levitin (2002) afirma haver uma condição de duplicidade operacional em que mudanças na configuração do sistema podem gerar o aumento da confiabilidade do sistema no modo aberto e diminuí-lo no modo curto ou vice-versa. Henin (1972) complementa que a alocação de componentes em paralelo desfavorece o sistema do ponto de vista de falhar em curto e favorece em diminuir a falha geral em aberto. Do mesmo modo, se subsistemas estão conectados em série e apenas um for necessário para cumprir a função do sistema, a probabilidade de falha do sistema em curto é reduzida e a de falha em aberto é aumentada. Resultados dos experimentos de Anzanello (2009) indicam que sistemas em série são sensíveis a variações nas taxas de falha em aberto enquanto que sistemas paralelos são fortemente afetados por modificações nas taxas de falha em curto.

A partir disso, percebe-se a importância de devotar estudos à modelagem de estruturas com foco em confiabilidade em sistemas com dois modos de falha, bem como ao seu comportamento frente a alterações no sistema. Ghorabae et al. (2015) afirmam que o objetivo da modelagem de estruturas com foco na otimização de confiabilidade consiste em determinar o arranjo de componentes que proporciona níveis mais elevados de confiabilidade.

Sistemas em série-paralelo, representados pela Figura 3.2, são constituídos por m subsistemas em série, onde cada subsistema j é formado por um conjunto de n_j componentes redundantes. Coit e Smith (1996) definem subsistema como divisões do sistema completo baseadas nas funções exigidas pelo sistema. Cada subsistema pode exigir um número mínimo de componentes para executar determinada função, como também permitir um limite máximo na alocação de componentes (por questões de espaço ou energia, por exemplo). Os mesmos autores afirmam que a representação de sistemas na forma série-paralelo pode muitas vezes servir como um limite para outros tipos de configurações. Embora a configuração em série-paralelo seja a mais comum e mais adequada para muitos sistemas, deve-se notar que existem muitos outros problemas de *design* de sistemas onde este modelo não é apropriado.

A utilização de modelos série-paralelo é estudada geralmente por três razões (Zia e Coit, 2010). Primeiro, é a configuração mais comum para muitos sistemas cujas funções devem ser preenchidas em série, havendo oportunidade de redundância em paralelo a fim de compensar falhas (componentes redundantes). Em segundo lugar, sistemas em série-paralelo são atraentes porque as estimativas do limite superior da confiabilidade do sistema podem ser encontradas a partir das confiabilidades dos subsistemas (por exemplo, sabendo-se que a

confiabilidade de determinado subsistema é 0,80, a confiabilidade do sistema não será maior do que 0,80). Em terceiro lugar, a configuração do sistema série-paralelo também é atraente por razões matemáticas. O logaritmo da confiabilidade do sistema é uma combinação linear do logaritmo das confiabilidades dos subsistemas. Isso gera uma função separável permitindo que programação dinâmica entre outras abordagens possam ser aplicadas. Por fazer uso de redundância, estruturas em série-paralelo são as que proporcionam maiores níveis de confiabilidades se comparadas com outras estruturas, como puramente em série, puramente em paralelo, paralelo-série e complexas.

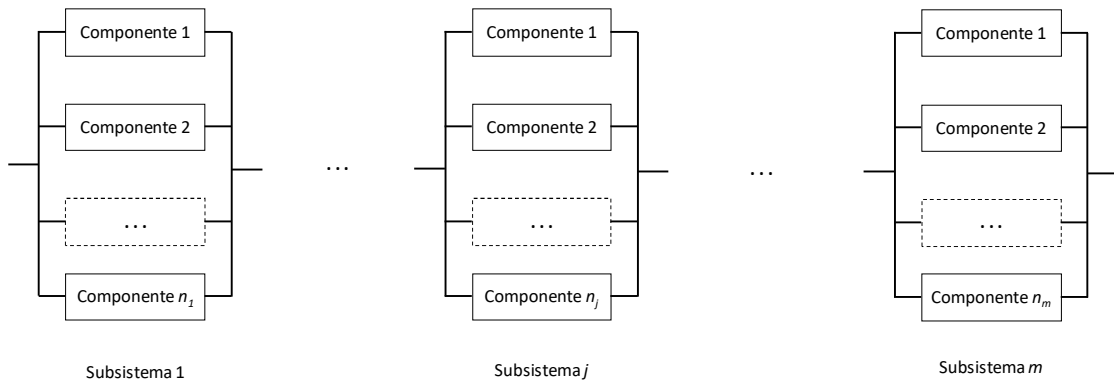


Figura 3.2: Exemplo de sistema em série-paralelo

Dhillon e Singh (1981) observam que, dependendo do modo de falha e da estrutura a qual o componente situa-se no sistema, sua falha não necessariamente gera uma ruptura no sistema. Nas estruturas em paralelo, de acordo com Sahoo (2012), uma falha em aberto em um subsistema ou sistema ocorre apenas quando todos os componentes que o constituem tenham falhado em aberto, denominando-se uma configuração redundante. A palavra "redundante" é utilizada apenas quando elementos forem adicionados à configuração do sistema além do mínimo exigido a fim de melhorar a confiabilidade do sistema. Ushakov (2013) aponta que, na teoria da confiabilidade, redundância é entendida como a utilização de unidades adicionais para a substituição de unidades que falharam.

A confiabilidade (R) de um sistema formado por m subsistemas em série, em que para cada subsistema estão alocados n_j componentes em paralelo, é descrita pela equação (3.1) (Proctor e Singh, 1975). As probabilidades dos modos de falha em curto e aberto do componente i alocados no subsistema j são denotadas por q_{sij} e q_{oij} , respectivamente. Analisando as parcelas da fórmula, pode-se deduzir sucintamente que a confiabilidade é a probabilidade de haver ao menos um caminho em que a corrente/fluxo possa percorrer do início ao fim menos a probabilidade de haver retorno.

$$R = \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{n_j} q_{oij} \right\}^m - \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{n_j} (1 - q_{sij}) \right\}^m \quad (3.1)$$

Propriedades da função de confiabilidade de sistemas série-paralelo são abordadas por Henin (1972): a função é nula quando os expoentes forem nulos; tende a zero quando os expoentes tendem ao infinito; é positiva para $0 < m < \infty$; tem apenas um extremo que necessariamente é o máximo, sendo R conseqüentemente, uma função unimodal.

Na estruturação de sistemas arranjados puramente em série ou em paralelo formados por componentes idênticos (com mesmas taxas de falha), facilmente pode-se encontrar o número ótimo de elementos que maximiza a confiabilidade do sistema com dois modos de falha, conforme relata Proctor e Singh (1975). A equação (3.2) apresenta m^* sendo o número ótimo em sistemas em série, e n^* , em paralelo. Sem levar em conta restrições, a equação depende apenas das probabilidades dos modos de falha curto e aberto. Caso os valores ótimos não sejam inteiros, os autores recomendam arredondar ou somar uma unidade.

$$m^* = \frac{\ln \left\{ \frac{\ln q_s}{\ln(1 - q_o)} \right\}}{\ln \left\{ \frac{(1 - q_o)}{q_s} \right\}} \quad n^* = \frac{\ln \left\{ \frac{\ln(q_o)}{\ln(1 - q_s)} \right\}}{\ln \left\{ \frac{(1 - q_s)}{q_o} \right\}} \quad (3.2)$$

Exemplos práticos dos sistemas abordados nessa seção estão principalmente na eletrônica e indústrias de manufatura, onde os sistemas são projetados pela montagem discreta de componentes: sistemas eletrônicos, como placas de circuito impresso, módulo eletrônico e montagem, além de válvulas e bombas em instalações nucleares (Zia e Coit, 2010).

3.3 Método

As seguintes premissas são tidas como válidas para condução dos experimentos de simulação propostos:

- i. As confiabilidades dos componentes são conhecidas, precisas e determinísticas.
- ii. A probabilidade de falha de cada componente é independente dos demais, não havendo mudança em função do número de componentes em paralelo ou pela falha de outros componentes.
- iii. Há três estados em que os componentes possam experimentar: funcionamento, falha em aberto e falha em curto. Os dois modos de falha não podem ocorrer simultaneamente, isto é, são mutuamente excludentes.
- iv. Toda redundância é ativa: não há diferença nas taxas de falha entre os componentes que estão em uso e os que não estão.

v. Componentes em falha não danificam o sistema e não são reparados.

A confiabilidade de sistemas série-paralelo com dois modos de falha é calculada através da equação (3.1) dependente da estrutura (m e n) e da magnitude das probabilidades de falha (q_o e q_s). Através do cálculo do ponto crítico pela primeira derivada da função de confiabilidade, Proctor e Singh (1975) mostraram pela equação (3.2) que facilmente pode-se encontrar os valores de m e n que maximizam a confiabilidade de sistemas puramente em série e em paralelo para diversos valores de q_o e q_s . Porém, ao se tratar de estruturas série-paralelo, devido às propriedades matemáticas da função, não é possível pelo mesmo método encontrar os valores ótimos dos parâmetros que maximizam a função.

Assim sendo, é calculado e apresentado o comportamento da confiabilidade sob diversas opções de projeto. Pela construção de uma sequência de tabelas sob diversas alocações em série-paralelo, serão estudados valores de m e n (sob diferentes valores de r e q_o/q_s). Na busca de elaborar uma estratégia de alocação, é descrito numericamente a relação entre a estrutura do sistema e a razão entre as taxas de falha que proporciona a otimização da confiabilidade.

Além da configuração ótima, é estudado o nivelamento da confiabilidade do sistema decorrente da alocação de redundância sob diversos perfis de confiabilidade de componentes idênticos. Com base no estudo realizado, supostas situações gerenciais de alocação a nível de projeto são solucionadas ao recomendar estruturas e componentes ótimos através da análise e comparação dos cenários.

Os parâmetros das variáveis estudadas em sistemas série-paralelo estão dispostos na Tabela 3.1. O número de subsistemas em série (m) foi estabelecido entre 1 e 5, e o número de componentes paralelos por subsistema (n), entre 1 e 6. Dessa forma, serão estudadas estruturas série-paralelo n por m com subsistemas idênticos, ou seja, a mesma quantidade de componentes i alocados em paralelo por subsistema.

Tabela 3.1: Variáveis e domínio dos parâmetros

Parâmetros	Intervalo
m	{1; 2; 3; 4; 5}
n	{1; 2; 3; 4; 5; 6}
q_o/q_s	{0,20; 0,25; 0,50; 1,0; 2,0; 4,0; 5,0}
r_i	{0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95}

Estudou-se o intervalo de confiabilidade discreto igualmente espaçado entre 0,70 e 0,95, semelhantemente ao avaliado em Misra e Misra (1994). As razões entre taxas de falha

foram distribuídas nas seguintes proporções: 0,20, 0,25, 0,50, 1,0 e seus inversos 5,0, 4,0 e 2,0, respectivamente.

Autores discutem que alocar componentes em paralelo desfavorece o sistema do ponto de vista de falhar em curto e favorece em diminuir a falha geral em aberto (Henin ,1972; Levitin, 2002). Para tanto, exemplos práticos acerca desta afirmação serão discutidos para sistemas série-paralelo, analisando o comportamento da confiabilidade do sistema decorrente de alterações nos seus parâmetros.

3.4 Resultados e discussões

Essa seção apresenta o estudo de comportamento da confiabilidade em sistemas série-paralelo com dois modos de falha conforme os valores dos parâmetros apresentados na Tabela 3.1. Apresentam-se comparações entre resultados numéricos, otimização da função de confiabilidade e aplicações práticas.

3.4.1 Otimização

Dentro do escopo abordado nesse estudo, apresenta-se o comportamento da confiabilidade frente a distintas composições do sistema série-paralelo. A partir da equação (3.1), as Tabelas 3.2 a 3.4 apresentam as confiabilidades de sistemas constituídos por componentes idênticos com 0,95 de confiabilidade e razões de falha 1,0, 0,2 e 5,0. No Apêndice A, estão apresentados os resultados dos demais valores de confiabilidade dos componentes e razões de falhas. No decorrer do número de subsistemas, a confiabilidade máxima é destacada em negrito, indicando o número ótimo de componentes em paralelo a serem alocados. Pode-se notar que a elevação da razão entre as taxas de falha direciona a maximização da confiabilidade no sentido de adicionar componentes em paralelo aos subsistemas.

Tabela 3.2: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 1,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9500000	0,9268438	0,9036875	0,8810957
	2	0,9500000	0,9963125	0,9980058	0,9974964	0,9968786
	3	0,9268438	0,9946192	0,9995619	0,9999089	0,9999198
	4	0,9036875	0,9907232	0,9991054	0,9999124	0,9999898
	5	0,8810957	0,9858617	0,9983189	0,9998001	0,9999762
	6	0,8590683	0,9801383	0,9972008	0,9996055	0,9999444

Tabela 3.3: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9816667	0,9751354	0,9670780	0,9590219
	2	0,9183333	0,9932030	0,9992484	0,9996779	0,9996492
	3	0,8801354	0,9856315	0,9982761	0,9997913	0,9999724
	4	0,8434637	0,9754964	0,9961643	0,9993996	0,9999060
	5	0,8083193	0,9632585	0,9929574	0,9986501	0,9997412
	6	0,7746394	0,9492126	0,9885545	0,9974206	0,9994187

Tabela 3.4: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9183333	0,8801354	0,8434637	0,8083193
	2	0,9816667	0,9962553	0,9947961	0,9930735	0,9913495
	3	0,9751354	0,9992407	0,9997678	0,9997103	0,9996384
	4	0,9670780	0,9989103	0,9999553	0,9999868	0,9999849
	5	0,9590219	0,9983206	0,9999308	0,9999967	0,9999993
	6	0,9510302	0,9976019	0,9998826	0,9999942	0,9999997

3.4.2 Direção do ótimo frente a mudanças na estrutura

Através da análise dos cenários propostos, pode-se consultar a quantidade de subsistemas em série juntamente com a quantidade componentes a serem alocados em paralelo a fim de garantir a confiabilidade ótima. A Tabela 3.2 apresenta os valores de confiabilidade de sistemas série-paralelo cujos componentes possuem confiabilidade 0,95 e probabilidades iguais de falha em ambos os modos. Estando hipoteticamente sob a condição de alocar três subsistemas para cumprir a funcionalidade operacional do sistema, identifica-se que o número de componentes que deve ser alocado em paralelo por subsistema é três, com confiabilidade máxima de 0,9995619. Ao alocar quatro componentes por subsistema, obter-se-ia a confiabilidade não-ótima de 0,9991054. Dessa forma, verifica-se que acrescentar componentes além de um ponto ótimo diminui a confiabilidade do sistema, confirmando achados de Levitin (2002).

Observa-se que a confiabilidade pode ser aumentada quando adicionados subsistemas em série com o mesmo número de componentes em paralelo alocados no ótimo. No exemplo anterior, ao permitir alocar quatro subsistemas com três componentes em paralelo em cada, a confiabilidade avança de 0,9995619 para 0,9999089.

Pela análise das tabelas, nota-se que em muitos casos o valor ótimo se distancia dos quase ótimos entre a 3ª e 6ª casa decimal. Tal ganho em termos de confiabilidade, ainda que inexpressivo, é de interesse em indústrias de produção em larga escala e principalmente em sistemas que envolvam risco à segurança humana (onde pode haver exigências de probabilidade de falha inferiores à ordem de 10^{-7}).

As Figuras 3.3 a 3.5 mostram o direcionamento da confiabilidade nas estruturas série-paralelo sob diferentes razões em falhas. No Apêndice B, encontram-se os gráficos dos demais cenários estudados. Segundo Anzanello (2009), a confiabilidade de sistemas estruturados puramente em série ou em paralelo tende a diminuir rapidamente, conforme mostram as partes laterais das figuras. Dessa forma, tais estruturas não são recomendadas em sistemas com dois modos de falha visto que, ao inserir componentes redundantes, apresentam decréscimo substancial de confiabilidade. A parte superior plana das figuras indica que estruturas série-paralelo proporcionam maiores valores de confiabilidade quando comparados a estruturas puramente em série e em paralelo. Com isso, nota-se a importância da redundância, seja em série ou em paralelo, gerando um aumento expressivo de confiabilidade.

Quando os componentes apresentam taxas de falha iguais, percebe-se aproximadamente simetria do declínio da confiabilidade entre as estruturas puramente em paralelo e em série. Sistemas estruturados puramente em paralelo tendem a ser prejudicados por valores elevados de q_s (baixa razão q_o/q_s), enquanto que sistemas puramente em série tendem a ser prejudicados por valores elevados de q_o (alta razão q_o/q_s).

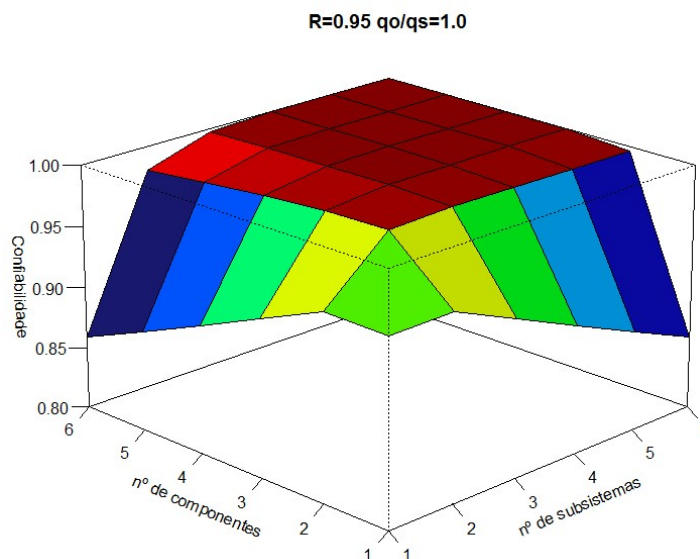


Figura 3.3: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 1,0

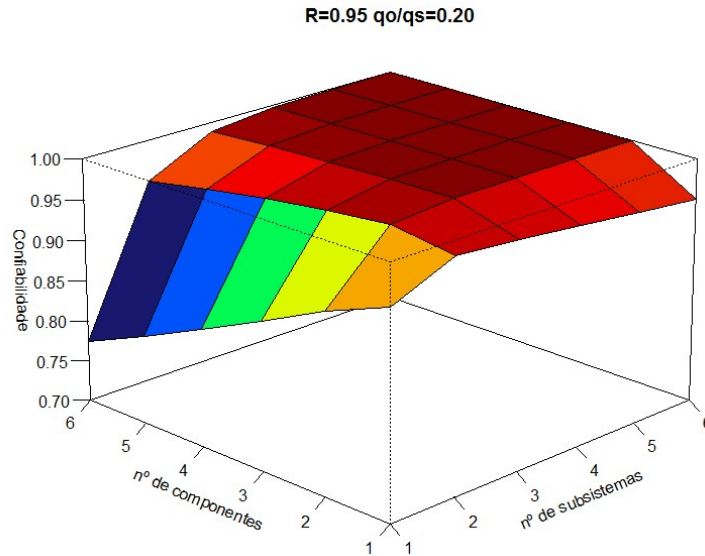


Figura 3.4: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,20

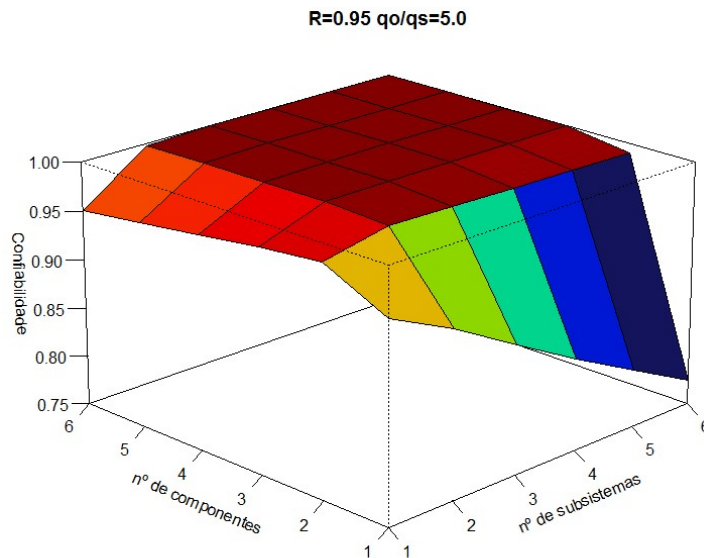


Figura 3.5: Direção da confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 5,0

3.4.3 Direção do ótimo frente mudanças na razão entre taxas de falha

O número de componentes em paralelo (e de subsistemas em série) que otimiza a confiabilidade do sistema está diretamente relacionado com os valores de q_o e q_s . Conforme abordado por Henin (1972) e Levitin (2002), os modos de falha predominantes citam a estrutura ótima: elevados valores de q_o favorecem alocação de componentes em paralelo enquanto que altas taxas de q_s favorecem alocações em paralelo. Considerando que quanto mais subsistemas, maior a confiabilidade do sistema geral (quando $n \geq 2$), a Tabela 3.5 apresenta a forma com que o número ótimo de componentes em paralelo avança conforme o

avanço da razão q_o/q_s em séries de 5 subsistemas. Os valores ótimos encontrados aplicam-se ao intervalo de r estudado.

Tabela 3.5: Número de componentes ótimos a serem alocados em paralelo em sistemas com 5 subsistemas

q_o/q_s	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,20	2	2	2	2	3	3
0,25	2	2	2	3	3	3
0,50	3	3	3	3	3	3
1,0	4	4	4	4	4	4
2,0	4	4	5	5	5	5
4,0	6	6	6	6	6	6
5,0	6	6	6	6	6	6

3.4.4 Estratégia de alocação

Projetar um sistema podendo optar pela estruturação dos componentes é chamado na literatura de problema de alocação de confiabilidade na forma *design-for-reliability*. Muitos dos casos práticos de problemas de alocação de confiabilidade estão associados a restrições de projeto, como por exemplo, custo e volume, restringindo o número de componentes a serem alocados.

Dessa forma, precisa-se definir, de forma estratégica, a seleção de componentes e o arranjo série-paralelo com vistas a otimizar a confiabilidade do sistema. São apresentadas três supostas situações gerenciais que podem ser solucionadas através das informações obtidas por esse estudo.

Considerando-se 12 componentes idênticos com $r_i=0,70$ e $q_o/q_s=4,0$, qual a estrutura maximiza a confiabilidade? E podendo-se alocar mais componentes com o intuito de aumentar a confiabilidade do sistema, seria mais vantajoso, em termos de confiabilidade, alocar um componente adicional por subsistema, ou alocar um subsistema adicional com o mesmo número de componentes?

As estruturas formadas por 12 componentes podem ser da forma 6x2, 3x4 e 4x3, com confiabilidades 0,9034, 0,9450 e 0,9795 respectivamente (Tabela 3.43). Logo, percebe-se que o ótimo é alcançado na estrutura 4x3. Ao alocar um subsistema adicional à estrutura 3x4, tornando-a em 3x5, obtém-se a confiabilidade do sistema de 0,9326, ainda inferior a ótima encontrada. Ao alocar no resultado ótimo mais um componente por subsistema, originando um sistema 4x4, tem-se um aumento de confiabilidade de 0,9795 para 0,9849. Assim, a opção de alocar mais componentes é a melhor modificação da estrutura visando otimizar a confiabilidade.

Determinado sistema é estruturado na forma 4x4 e exige uma confiabilidade mínima de 0,999. Quais tipos de componentes poderiam ser selecionados para estruturar esse sistema sem violar tal restrição?

Ao consultar as tabelas, a confiabilidade mínima é garantida ao eleger componentes com confiabilidade 0,95 (sob qualquer razão entre falhas) e com confiabilidade 0,90 sob razão entre falhas iguais ou superiores a 2,0.

Considerando um sistema estruturado na forma 2x2, quais são os valores limites das probabilidades dos modos de falha que garantem a confiabilidade mínima de 0,99?

A Figura 3.6 apresenta os valores máximos das probabilidades de falha por modo que componentes podem assumir a fim de garantir a confiabilidade mínima de 0,99.

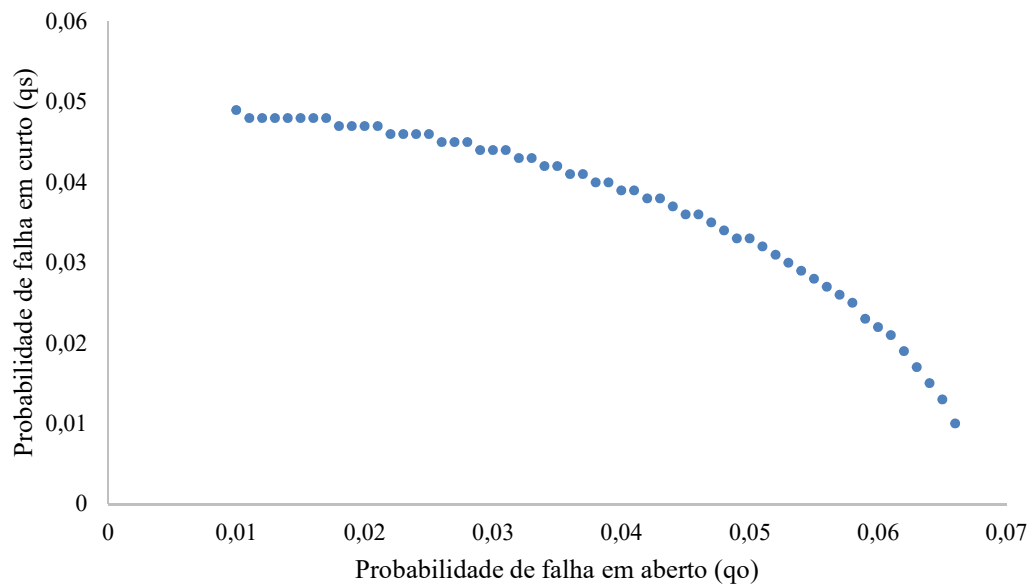


Figura 3.6: Valores máximos de q_o e q_s que garantem $R_{min}=0,99$

3.5 Conclusões

Esse artigo abordou os conceitos que dão suporte ao desenvolvimento de sistemas a nível de projeto com foco em confiabilidade apresentando soluções a problemas práticos. O objetivo principal deste trabalho foi apresentar a problemática e desenvolver estratégias de otimização a partir da seleção e alocação de componentes idênticos com dois modos de falha em estruturas série-paralelo. Explorou o comportamento do sistema ao manusear suas estruturas, taxas de falha e confiabilidade dos componentes, verificando o modo com que componentes com diferentes magnitudes de probabilidade de falha afetam o sistema. Esse estudo é importante para dar suporte a decisões gerenciais e guiar decisões estratégicas, pois

necessita-se analisar conjuntamente o papel dos componentes e do arranjo formado entre eles com vistas a cumprir as exigências funcionais do sistema.

Ao fim do estudo, foram afirmadas com exemplos numéricos as hipóteses descritas na literatura bem como novas descobertas foram exploradas. Entre os principais resultados, listam-se: (i) Acrescentar componentes além de um ponto ótimo pode vir a diminuir a confiabilidade do sistema; (ii) taxas de falha dominantes regem a estrutura dos sistemas - sistemas cujos componentes possuem altas probabilidades de falha em curto são otimizados se alocados em série, bem como sistemas com elevadas taxas de falha em aberto são otimizados se alocados em paralelo; e (iii) foi apresentada análise dos valores limites dos modos de falha a fim de garantir confiabilidade mínima do sistema.

Dentre os valores de confiabilidade e razões entre taxas de falha estudados, foram apresentadas as quantidades ótimas de subsistemas em série compostos por componentes em paralelo que maximizam a confiabilidade. Este estudo apontou a quantidade ótima de componentes que devem ser alocados em paralelo sob diversas quantidades de subsistemas. Da mesma forma, sob condições de quantidade mínima de componentes por subsistema, foi mostrado o número ótimo de subsistemas que maximiza a confiabilidade.

Observou-se ainda a otimização das estruturas em relação a mudanças nas taxas de falha. Valores maiores de taxas de falha (consequentemente, valores maiores de falha em aberto) sugeriram um número maior na alocação de componentes em paralelo. O oposto ocorre em valores menores nas taxas de falha (valores maiores de falha em curto), indicando menos componentes em paralelo como ótimo. Entre as razões de falha estudadas, foram apresentados os sistemas ótimos.

Para estudos futuros recomenda-se o estudo de alocação de componentes não-idênticos sujeito a restrições. A análise de sistemas estruturados em paralelo-série, em série-paralelo misto e sistemas complexos sujeitos a dois modos de falha possuem aplicações práticas e proporcionam boas possibilidades para futuras pesquisas nesta área. Quanto à análise da função de confiabilidade relacionada com variações nas taxas de falha e estrutura do sistema, sugere-se o estudo da confiabilidade a partir de gráficos isolinhas.

3.6 Referências

ANZANELLO, M. J. A simplified approach for reliability evaluation and component allocation in three-state series and parallel systems composed of non-identical components. *Gest. Prod.*, São Carlos, vol.16, No. 1, p.54-62. 2009.

COIT, D.W.; SMITH, A.E. Penalty guided genetic search for reliability design optimization. *Computers e industrial engineering*, vol.30, No.4, p.895-904. 1996.

DHILLON, B. S.; SINGH, C. Engineering Reliability - New Techniques and Applications. Wiley. 1981.

ELSAYED, E. System reliability engineering. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman, 1996.

GHORABAE, M. K.; AMIRI, M.; AZIMI, P. Genetic algorithm for solving bi-objective redundancy allocation problem with k-out-of-n subsystems. Applied Mathematical Modelling, vol.39, No.20, p.6396-6409, 2015.

HENIN, C. Computational techniques for optimizing systems with standby redundancy. Naval Research Logistics Quarterly, vol.19, No.2, p.293-308, 1972.

KUO, W.; WAN, R. Recent advances in optimal reliability allocation. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol.37, No. 2, p.143-156, 2007.

LEVITIN, G. Optimal series-parallel topology of multi-state system with two failure modes. Reliability Engineering e System Safety, vol.77, p.93-107, 2002.

MISRA, K.; MISRA, V. A procedure for solving general integer programming problems. Microelectronics Reliability, vol.34, No. 1, p.157-163, 1994.

PROCTOR, C. L.; SINGH B. Reliability of three-state device networks, Proc. A. Reliab. Maintainab. Syrup. p.311-316. IEEE. 1975.

SAHOO, L. Studies on reliability optimization problems by genetic algorithm. West Bengal, India. 154p. Thesis - Philosophy in mathematics - The University of Burdwan. 2012.

USHAKOV, I. A. Optimal Resource Allocation: With Practical Statistical Applications and Theory. Wiley. 2013.

ZIA, L.; COIT, D.W. Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using a Column Generation Approach. IEEE Transaction on reliability, vol.59, No.4, p.706-717. 2010.

Apêndice A

Tabela 3.6: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9785000	0,9702350	0,9605935	0,9509899
	2	0,9215000	0,9936535	0,9992181	0,9995623	0,9994971
	3	0,8847350	0,9867122	0,9984656	0,9998195	0,9999747
	4	0,8493466	0,9773035	0,9965807	0,9994848	0,9999223
	5	0,8153727	0,9659128	0,9937066	0,9988381	0,9997855
	6	0,7827578	0,9528058	0,9897474	0,9977727	0,9995161

Tabela 3.7: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9658333	0,9507917	0,9349803	0,9193985
	2	0,9341667	0,9951470	0,9988852	0,9988709	0,9986107
	3	0,9032917	0,9906391	0,9990818	0,9998940	0,9999684
	4	0,8731863	0,9839182	0,9979604	0,9997411	0,9999668
	5	0,8440802	0,9756890	0,9962094	0,9994090	0,9999078
	6	0,8159442	0,9661235	0,9937648	0,9988524	0,9997888

Tabela 3.8: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9341667	0,9032917	0,8731863	0,8440802
	2	0,9658333	0,9966863	0,9966343	0,9955618	0,9944567
	3	0,9507917	0,9975081	0,9997700	0,9998460	0,9998145
	4	0,9349803	0,9957701	0,9997214	0,9999772	0,9999927
	5	0,9193985	0,9935033	0,9994762	0,9999576	0,9999964
	6	0,9040752	0,9907984	0,9991173	0,9999153	0,9999919

Tabela 3.9: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9500000	0,9215000	0,8847350	0,8493466	0,8153727
	2	0,9785000	0,9964066	0,9951998	0,9936152	0,9920256
	3	0,9702350	0,9989899	0,9997818	0,9997432	0,9996800
	4	0,9605935	0,9984422	0,9999311	0,9999873	0,9999871
	5	0,9509899	0,9975978	0,9998820	0,9999938	0,9999992
	6	0,9414801	0,9965754	0,9997996	0,9999883	0,9999993

Tabela 3.10: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,9600000	0,9502500	0,9349333	0,9193945
	2	0,8400000	0,9739333	0,9950922	0,9982385	0,9985079
	3	0,7702500	0,9472078	0,9878595	0,9971954	0,9993368
	4	0,7060667	0,9136031	0,9746049	0,9925353	0,9978056
	5	0,6472278	0,8755518	0,9560981	0,9845126	0,9945365
	6	0,5932922	0,8345888	0,9327260	0,9726391	0,9888721

Tabela 3.11: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,9540000	0,9406800	0,9223272	0,9039175
	2	0,8460000	0,9756072	0,9951766	0,9978443	0,9979161
	3	0,7786800	0,9510050	0,9891364	0,9975691	0,9994291
	4	0,7163928	0,9195667	0,9771882	0,9935299	0,9981644
	5	0,6590815	0,8837746	0,9603766	0,9864916	0,9953947
	6	0,6063550	0,8450436	0,9390022	0,9759885	0,9905480

Tabela 3.12: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,9300000	0,9030000	0,8731667	0,8440789
	2	0,8700000	0,9811667	0,9945292	0,9952870	0,9944212
	3	0,8130000	0,9649708	0,9933536	0,9986300	0,9995864
	4	0,7588333	0,9418368	0,9859699	0,9966124	0,9991780
	5	0,7082456	0,9148793	0,9751656	0,9927543	0,9978859
	6	0,6610292	0,8850988	0,9610519	0,9867977	0,9955248

Tabela 3.13: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 1,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,9000000	0,8572500	0,8145000	0,7737806
	2	0,9000000	0,9855000	0,9915919	0,9899471	0,9875535
	3	0,8572500	0,9794081	0,9967238	0,9990863	0,9993161
	4	0,8145000	0,9655796	0,9935988	0,9987911	0,9997491
	5	0,7737806	0,9488243	0,9884223	0,9973799	0,9994060
	6	0,7350919	0,9298237	0,9814097	0,9950752	0,9986953

Tabela 3.14: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,8700000	0,8130000	0,7588333	0,7082456
	2	0,9300000	0,9868333	0,9864441	0,9823219	0,9779732
	3	0,9030000	0,9900559	0,9982070	0,9987279	0,9985109
	4	0,8731667	0,9838788	0,9979014	0,9996624	0,9998684
	5	0,8440789	0,9756864	0,9962055	0,9994037	0,9999013
	6	0,8159441	0,9661233	0,9937646	0,9988520	0,9997883

Tabela 3.15: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,8460000	0,7786800	0,7163928	0,6590815
	2	0,9540000	0,9856728	0,9808605	0,9746423	0,9684069
	3	0,9406800	0,9955179	0,9982614	0,9979416	0,9974419
	4	0,9223272	0,9938914	0,9994093	0,9997998	0,9997924
	5	0,9039175	0,9907622	0,9991032	0,9999017	0,9999754
	6	0,8858421	0,9869675	0,9985115	0,9998291	0,9999793

Tabela 3.16: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,9000000	0,8400000	0,7702500	0,7060667	0,6472278
	2	0,9600000	0,9850667	0,9792749	0,9725090	0,9657567
	3	0,9502500	0,9964251	0,9981460	0,9976813	0,9971095
	4	0,9349333	0,9956762	0,9995805	0,9997892	0,9997577
	5	0,9193945	0,9934954	0,9994643	0,9999417	0,9999765
	6	0,9040749	0,9907978	0,9991163	0,9999140	0,9999902

Tabela 3.17: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,9350000	0,9249063	0,9034438	0,8810652
	2	0,7650000	0,9438188	0,9852516	0,9944849	0,9961717
	3	0,6699063	0,8910172	0,9639906	0,9880671	0,9960037
	4	0,5861813	0,8287536	0,9291342	0,9706734	0,9878628
	5	0,5129089	0,7627423	0,8844339	0,9437087	0,9725810
	6	0,4487953	0,6961734	0,8325294	0,9076894	0,9491180

Tabela 3.18: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,9265000	0,9109450	0,8850855	0,8587091
	2	0,7735000	0,9473055	0,9858204	0,9938145	0,9949237
	3	0,6814450	0,8984859	0,9676011	0,9895979	0,9965860
	4	0,5996946	0,8397546	0,9358512	0,9743187	0,9897169
	5	0,5277319	0,7769628	0,8946666	0,9502543	0,9765066
	6	0,4644041	0,7131370	0,8463574	0,9177096	0,9559256

Tabela 3.19: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,8925000	0,8563750	0,8144063	0,7737709
	2	0,8075000	0,9589063	0,9856597	0,9887342	0,9873147
	3	0,7288750	0,9263090	0,9797225	0,9941065	0,9979135
	4	0,6560938	0,8817203	0,9593092	0,9859879	0,9951586
	5	0,5904897	0,8323009	0,9313249	0,9718760	0,9884819
	6	0,5314410	0,7804524	0,8971290	0,9517988	0,9774149

Tabela 3.20: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 1,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,8500000	0,7910313	0,7320625	0,6771847
	2	0,8500000	0,9679375	0,9802104	0,9772547	0,9721269
	3	0,7910313	0,9556646	0,9896648	0,9964220	0,9974979
	4	0,7320625	0,9281632	0,9806765	0,9947220	0,9984617
	5	0,6771847	0,8957871	0,9663531	0,9891312	0,9964826
	6	0,6263979	0,8604212	0,9478527	0,9805172	0,9927205

Tabela 3.21: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,8075000	0,7288750	0,6560938	0,5904897
	2	0,8925000	0,9705938	0,9693721	0,9605056	0,9509812
	3	0,8563750	0,9776591	0,9941017	0,9955922	0,9949510
	4	0,8144063	0,9653921	0,9933176	0,9984162	0,9992805
	5	0,7737709	0,9488049	0,9883932	0,9973411	0,9993576
	6	0,7350909	0,9298217	0,9814067	0,9950713	0,9986904

Tabela 3.22: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,7735000	0,6814450	0,5996946	0,5277319
	2	0,9265000	0,9679146	0,9572127	0,9436201	0,9300432
	3	0,9109450	0,9889210	0,9941590	0,9930477	0,9913847
	4	0,8850855	0,9864276	0,9978688	0,9989977	0,9989438
	5	0,8587091	0,9799942	0,9971062	0,9995022	0,9998193
	6	0,8329690	0,9720957	0,9953312	0,9992097	0,9998551

Tabela 3.23: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8500000	0,7650000	0,6699063	0,5861813	0,5129089
	2	0,9350000	0,9665563	0,9537332	0,9389437	0,9242783
	3	0,9249063	0,9907480	0,9937608	0,9921817	0,9902704
	4	0,9034438	0,9902358	0,9983744	0,9989378	0,9987716
	5	0,8810652	0,9858007	0,9982274	0,9996780	0,9998237
	6	0,8590645	0,9801306	0,9971894	0,9995903	0,9999253

Tabela 3.24: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,9066667	0,8986667	0,8724148	0,8439516
	2	0,6933333	0,9044148	0,9681424	0,9868461	0,9917933
	3	0,5786667	0,8224354	0,9251128	0,9683490	0,9865428
	4	0,4822519	0,7319357	0,8612081	0,9281379	0,9627900
	5	0,4018775	0,6422495	0,7860213	0,8720145	0,9234489
	6	0,3348980	0,5576393	0,7057850	0,8043170	0,8698508

Tabela 3.25: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,8960000	0,8806400	0,8486912	0,8152678
	2	0,7040000	0,9101312	0,9696916	0,9861034	0,9898140
	3	0,5926400	0,8339820	0,9322417	0,9722245	0,9884715
	4	0,4978688	0,7478617	0,8733890	0,9364186	0,9680663
	5	0,4182118	0,6615225	0,8030776	0,8854327	0,9333458
	6	0,3512980	0,5791857	0,7270170	0,8229154	0,8851248

Tabela 3.26: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,8533333	0,8106667	0,7585185	0,7082035
	2	0,7466667	0,9291852	0,9713082	0,9785031	0,9770194
	3	0,6506667	0,8775806	0,9565893	0,9839736	0,9933391
	4	0,5641481	0,8100109	0,9171546	0,9638401	0,9841760
	5	0,4889442	0,7388207	0,8665205	0,9317815	0,9651327
	6	0,4237527	0,6679390	0,8086506	0,8897352	0,9364600

Tabela 3.27: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 1,0.

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,8000000	0,7280000	0,6560000	0,5904800
	2	0,8000000	0,9440000	0,9634400	0,9592928	0,9507424
	3	0,7280000	0,9245600	0,9771005	0,9906124	0,9935483
	4	0,6560000	0,8815328	0,9590279	0,9856129	0,9946899
	5	0,5904800	0,8322816	0,9312958	0,9718372	0,9884334
	6	0,5314400	0,7804505	0,8971260	0,9517949	0,9774099

Tabela 3.28: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,7466667	0,6506667	0,5641481	0,4889442
	2	0,8533333	0,9481481	0,9454680	0,9304868	0,9141803
	3	0,8106667	0,9603097	0,9863704	0,9893303	0,9879758
	4	0,7585185	0,9412072	0,9850258	0,9953537	0,9976050
	5	0,7082035	0,9147951	0,9750393	0,9925859	0,9976754
	6	0,6610236	0,8850876	0,9610350	0,9867752	0,9954967

Tabela 3.29: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,7040000	0,5926400	0,4978688	0,4182118
	2	0,8960000	0,9433088	0,9246674	0,9014277	0,8783850
	3	0,8806400	0,9785390	0,9862309	0,9835399	0,9796667
	4	0,8486912	0,9759933	0,9946159	0,9968660	0,9966499
	5	0,8152678	0,9657031	0,9933920	0,9984187	0,9992613
	6	0,7827410	0,9527723	0,9896971	0,9977056	0,9994323

Tabela 3.30: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,8000000	0,6933333	0,5786667	0,4822519	0,4018775
	2	0,9066667	0,9409185	0,9186783	0,8934149	0,8686146
	3	0,8986667	0,9814106	0,9852710	0,9815222	0,9770567
	4	0,8724148	0,9823757	0,9956476	0,9966585	0,9961151
	5	0,8439516	0,9754318	0,9958237	0,9988947	0,9992650
	6	0,8159228	0,9660806	0,9937005	0,9987666	0,9996816

Tabela 3.31: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,8750000	0,8710938	0,8415799	0,8079269
	2	0,6250000	0,8572049	0,9427954	0,9736619	0,9841038
	3	0,4960938	0,7460067	0,8718855	0,9352716	0,9671717
	4	0,3927951	0,6312999	0,7761192	0,8640526	0,9174447
	5	0,3109651	0,5252308	0,6728673	0,7745939	0,8446871
	6	0,2461808	0,4317566	0,5716472	0,6770994	0,7565913

Tabela 3.32: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,8625000	0,8493750	0,8129063	0,7734609
	2	0,6375000	0,8654063	0,9458627	0,9732413	0,9815157
	3	0,5118750	0,7616060	0,8834108	0,9427875	0,9716994
	4	0,4095938	0,6514153	0,7941842	0,8784724	0,9282336
	5	0,3276797	0,5479852	0,6961009	0,7956819	0,8626322
	6	0,2621440	0,4555685	0,5982879	0,7035943	0,7812952

Tabela 3.33: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,8125000	0,7656250	0,7052951	0,6470992
	2	0,6875000	0,8927951	0,9507831	0,9637934	0,9630932
	3	0,5781250	0,8213524	0,9234888	0,9661843	0,9838378
	4	0,4822049	0,7318417	0,8610671	0,9279499	0,9625551
	5	0,4018736	0,6422415	0,7860094	0,8719985	0,9234290
	6	0,3348976	0,5576386	0,7057840	0,8043157	0,8698492

Tabela 3.34: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 1,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,7500000	0,6679688	0,5859375	0,5128784
	2	0,7500000	0,9140625	0,9409790	0,9359322	0,9235713
	3	0,6679688	0,8871460	0,9581895	0,9803399	0,9863543
	4	0,5859375	0,8282661	0,9284032	0,9696987	0,9866446
	5	0,5128784	0,7626813	0,8843423	0,9435867	0,9724285
	6	0,4487915	0,6961658	0,8325179	0,9076741	0,9490989

Tabela 3.35: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,6875000	0,5781250	0,4822049	0,4018736
	2	0,8125000	0,9197049	0,9148853	0,8927826	0,8685118
	3	0,7656250	0,9379792	0,9740487	0,9788236	0,9764251
	4	0,7052951	0,9120606	0,9722921	0,9894528	0,9939539
	5	0,6470992	0,8752946	0,9557124	0,9839983	0,9938937
	6	0,5932708	0,8345459	0,9326617	0,9725534	0,9887650

Tabela 3.36: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,6375000	0,5118750	0,4095938	0,3276797
	2	0,8625000	0,9120938	0,8838091	0,8492562	0,8153639
	3	0,8493750	0,9637221	0,9732902	0,9679682	0,9605759
	4	0,8129063	0,9623946	0,9888252	0,9924314	0,9918060
	5	0,7734609	0,9481850	0,9874635	0,9961017	0,9978086
	6	0,7350279	0,9296957	0,9812177	0,9948193	0,9983754

Tabela 3.37: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7500000	0,6250000	0,4960938	0,3927951	0,3109651
	2	0,8750000	0,9084201	0,8748180	0,8373239	0,8010205
	3	0,8710938	0,9676299	0,9713957	0,9641122	0,9555743
	4	0,8415799	0,9717323	0,9905235	0,9918856	0,9905224
	5	0,8079269	0,9624738	0,9917805	0,9970812	0,9977805
	6	0,7745576	0,9490491	0,9883092	0,9970936	0,9990100

Tabela 3.38: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,20

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,8400000	0,8417500	0,8106000	0,7728044
	2	0,5600000	0,8036000	0,9087785	0,9534011	0,9715339
	3	0,4217500	0,6655215	0,8063992	0,8877914	0,9347936
	4	0,3164000	0,5326871	0,6805376	0,7816053	0,8506926
	5	0,2373044	0,4182952	0,5563360	0,6616190	0,7419178
	6	0,1779785	0,3242806	0,4445442	0,5434033	0,6246677

Tabela 3.39: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,25

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,8260000	0,8167600	0,7774312	0,7331078
	2	0,5740000	0,8143912	0,9138735	0,9538432	0,9686823
	3	0,4387600	0,6848201	0,8227710	0,9000700	0,9433419
	4	0,3336088	0,5559141	0,7040492	0,8027589	0,8685326
	5	0,2535518	0,4428146	0,5840892	0,6895431	0,7682587
	6	0,1926999	0,3482665	0,4738554	0,5752434	0,6570939

Tabela 3.40: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,50

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,7700000	0,7210000	0,6545000	0,5901700
	2	0,6300000	0,8505000	0,9236430	0,9437999	0,9449434
	3	0,5110000	0,7598570	0,8807887	0,9392934	0,9673343
	4	0,4095000	0,6512279	0,7939030	0,8780975	0,9277650
	5	0,3276700	0,5479658	0,6960718	0,7956432	0,8625837
	6	0,2621430	0,4555665	0,5982850	0,7035904	0,7812903

Tabela 3.41: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 1,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,7000000	0,6107500	0,5215000	0,4436294
	2	0,7000000	0,8785000	0,9126381	0,9070622	0,8908043
	3	0,6107500	0,8443619	0,9324525	0,9643971	0,9746833
	4	0,5215000	0,7705097	0,8892710	0,9457743	0,9725190
	5	0,4436294	0,6903844	0,8276191	0,9039285	0,9463452
	6	0,3771381	0,6120345	0,7583355	0,8494549	0,9062043

Tabela 3.42: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 2,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,6300000	0,5110000	0,4095000	0,3276700
	2	0,7700000	0,8855000	0,8778770	0,8480434	0,8151251
	3	0,7210000	0,9106230	0,9562890	0,9629884	0,9591732
	4	0,6545000	0,8785354	0,9545356	0,9796282	0,9872154
	5	0,5901700	0,8316617	0,9303661	0,9705978	0,9868845
	6	0,5313770	0,7803245	0,8969370	0,9515429	0,9770950

Tabela 3.43: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 4,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,5740000	0,4387600	0,3336088	0,2535518
	2	0,8260000	0,8745688	0,8353851	0,7885696	0,7432996
	3	0,8167600	0,9438413	0,9542361	0,9450163	0,9326252
	4	0,7774312	0,9453045	0,9795401	0,9844840	0,9830143
	5	0,7331078	0,9276010	0,9787716	0,9918051	0,9946909
	6	0,6896787	0,9034371	0,9695982	0,9899851	0,9961759

Tabela 3.44: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 5,0

		número de subsistemas (m)				
		1	2	3	4	5
nº de comp. em paralelo (n)	1	0,7000000	0,5600000	0,4217500	0,3164000	0,2373044
	2	0,8400000	0,8694000	0,8230478	0,7723858	0,7241876
	3	0,8417500	0,9486523	0,9509523	0,9385359	0,9242195
	4	0,8106000	0,9577948	0,9819445	0,9832824	0,9804011
	5	0,7728044	0,9468728	0,9854964	0,9934806	0,9945343
	6	0,7348478	0,9293355	0,9806775	0,9940991	0,9974753

Apêndice B

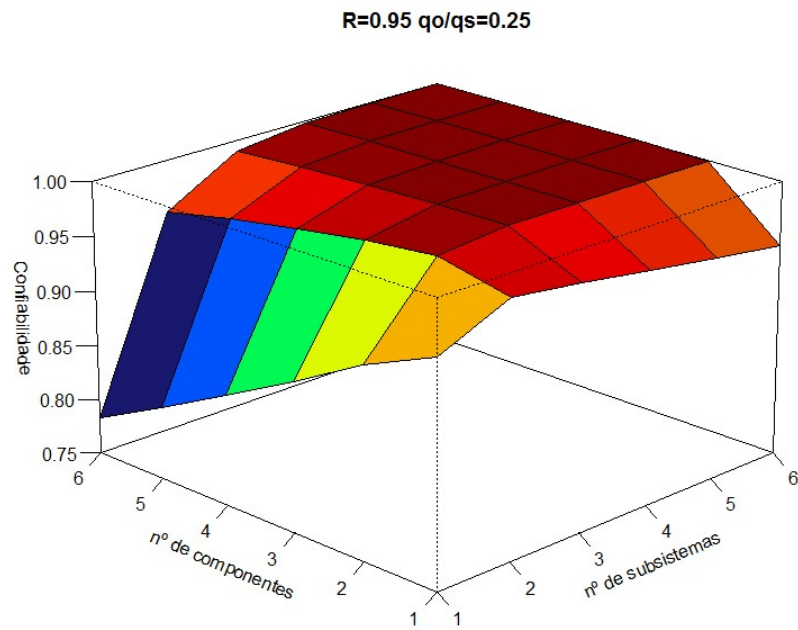


Figura 3.7: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,25

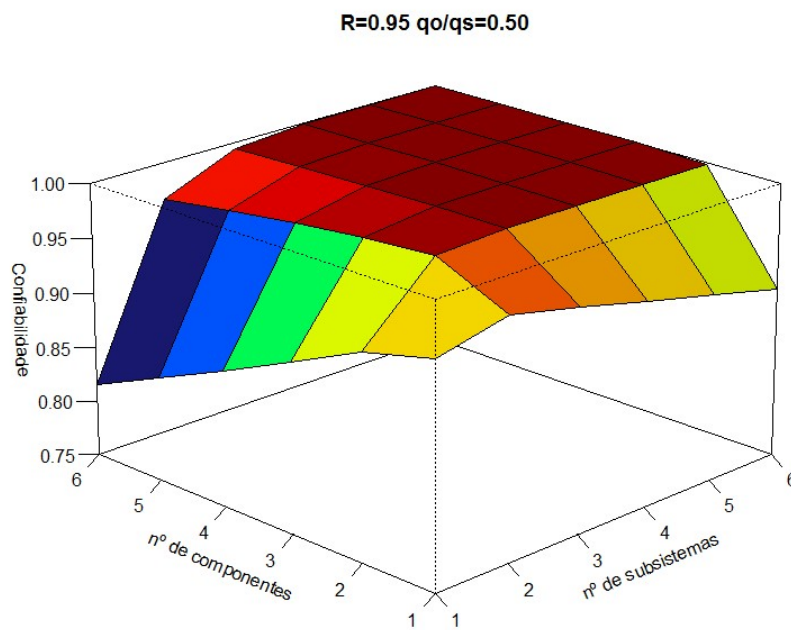


Figura 3.8: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 0,50

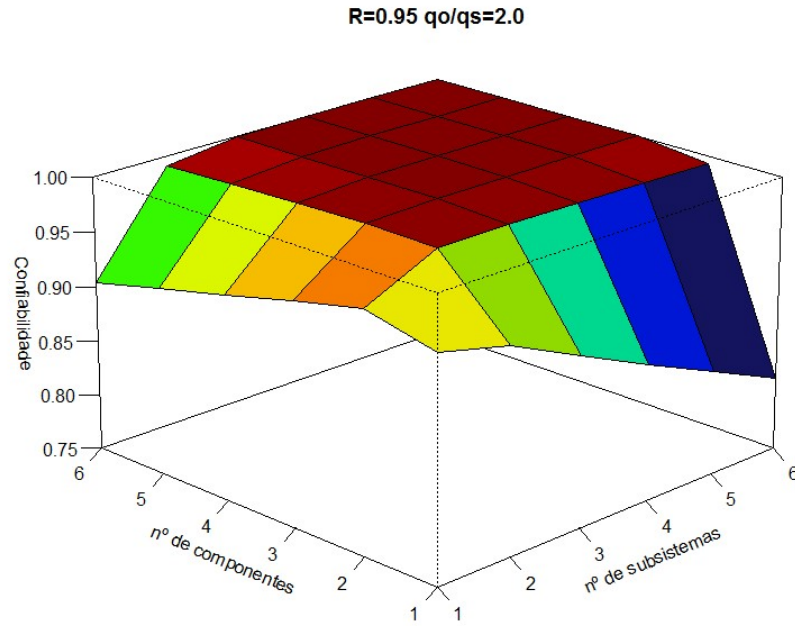


Figura 3.9: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 2,0

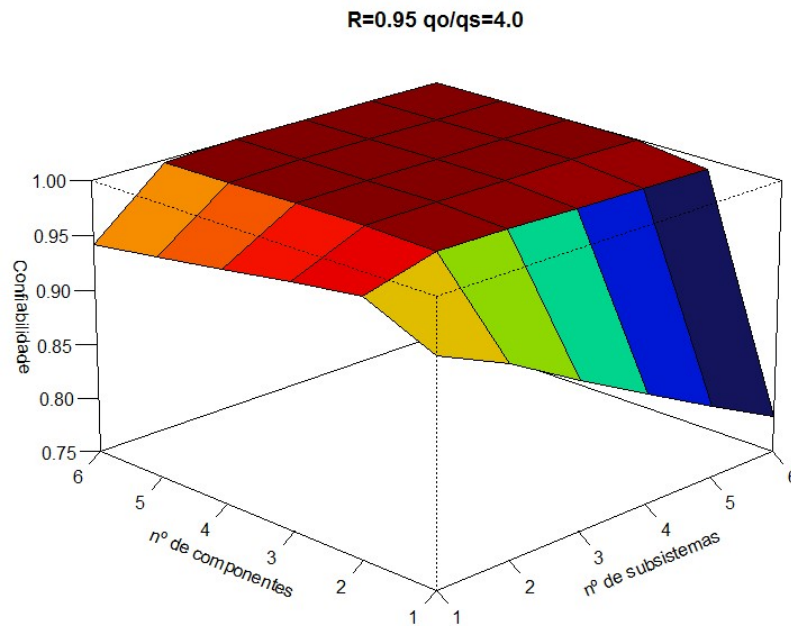


Figura 3.10: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,95 e razão de falha 4,0

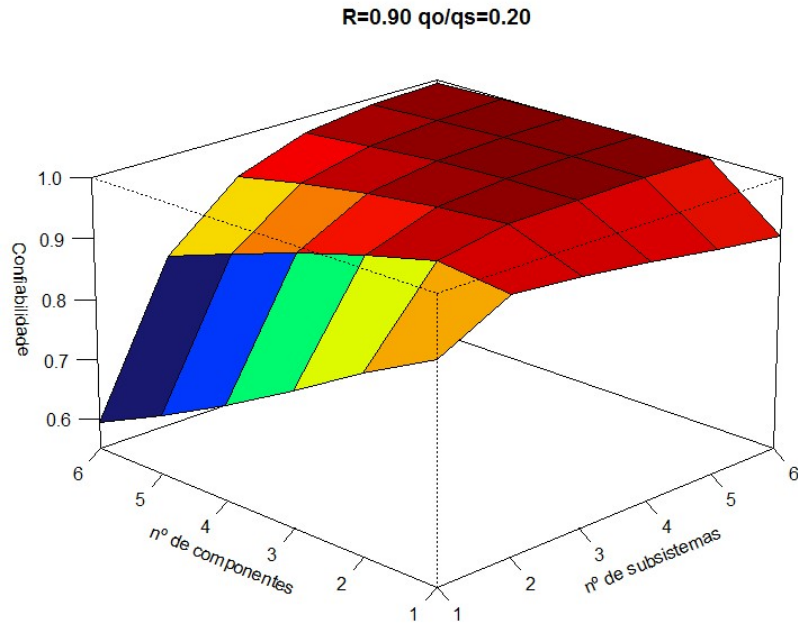


Figura 3.11: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,20

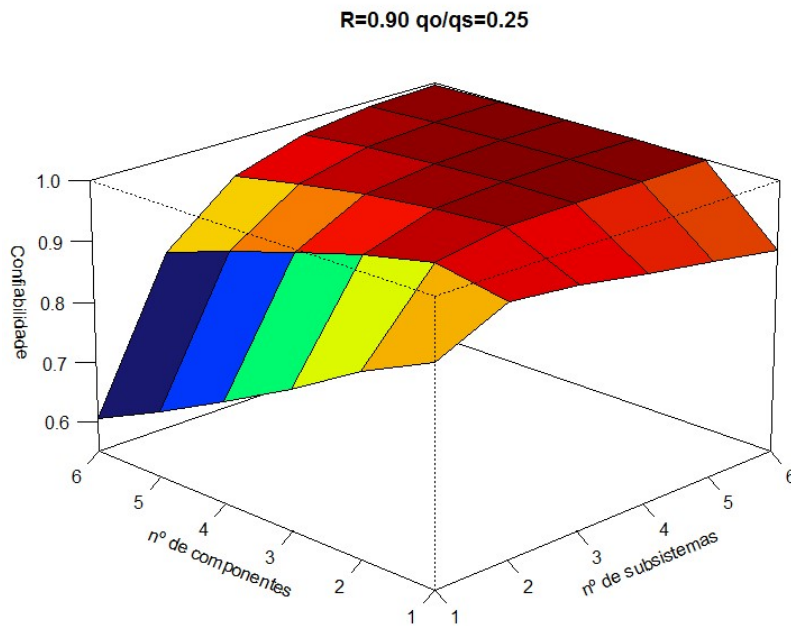


Figura 3.12: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,25

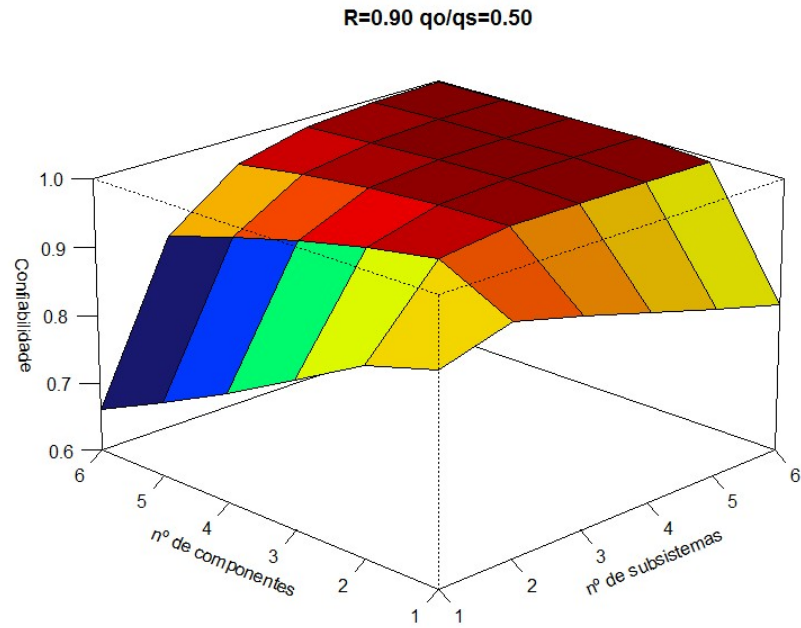


Figura 3.13: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 0,50

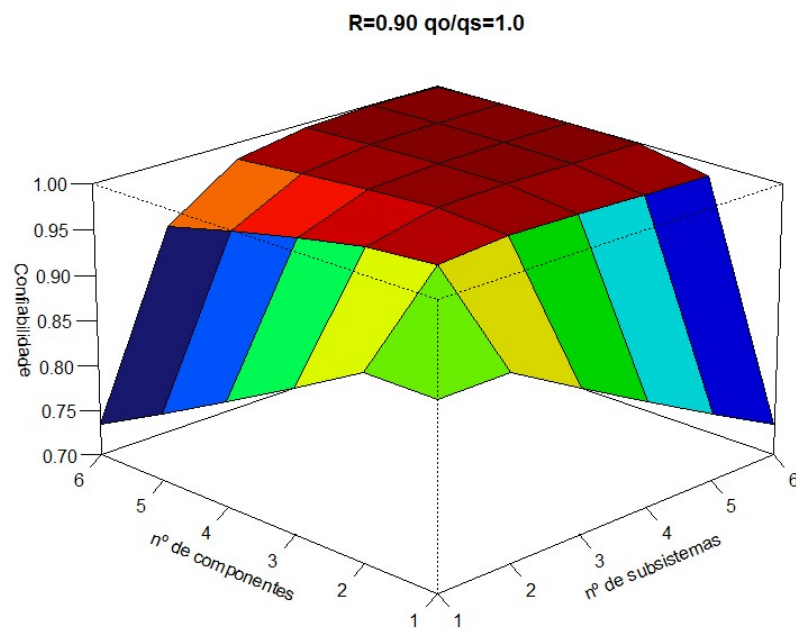


Figura 3.14: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 1,0

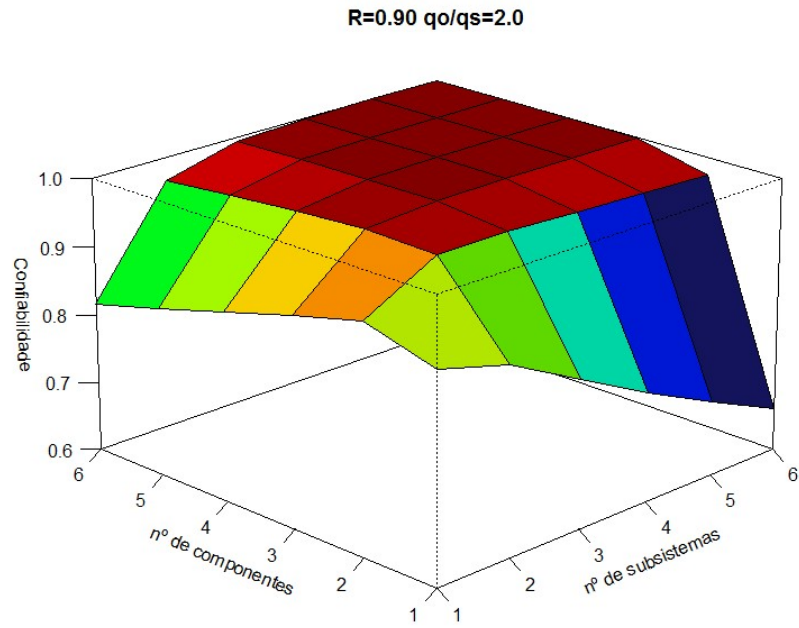


Figura 3.15: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 2,0

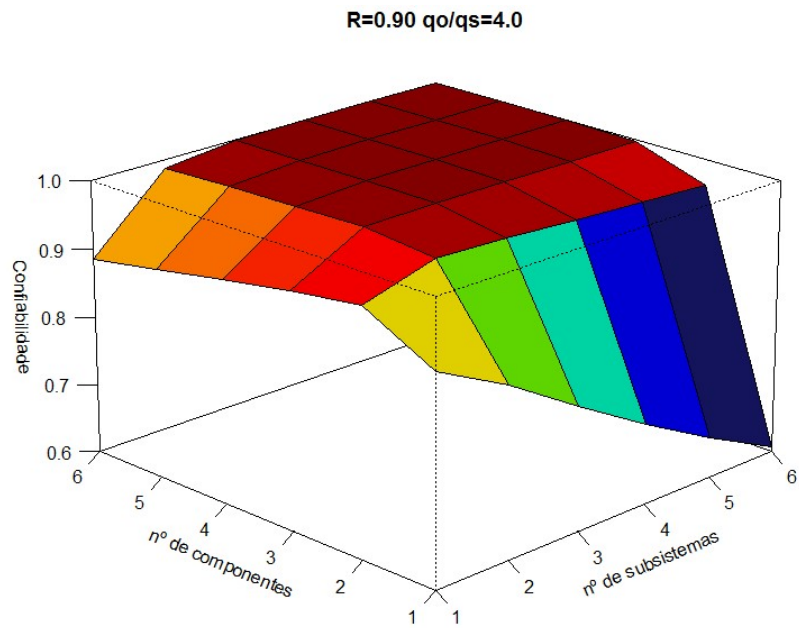


Figura 3.16: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 4,0

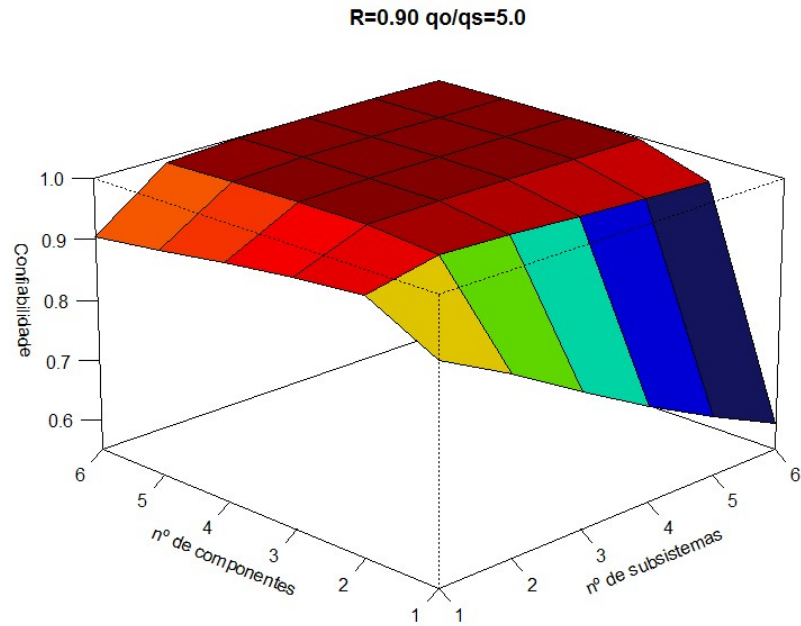


Figura 3.17: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,90 e razão de falha 5,0

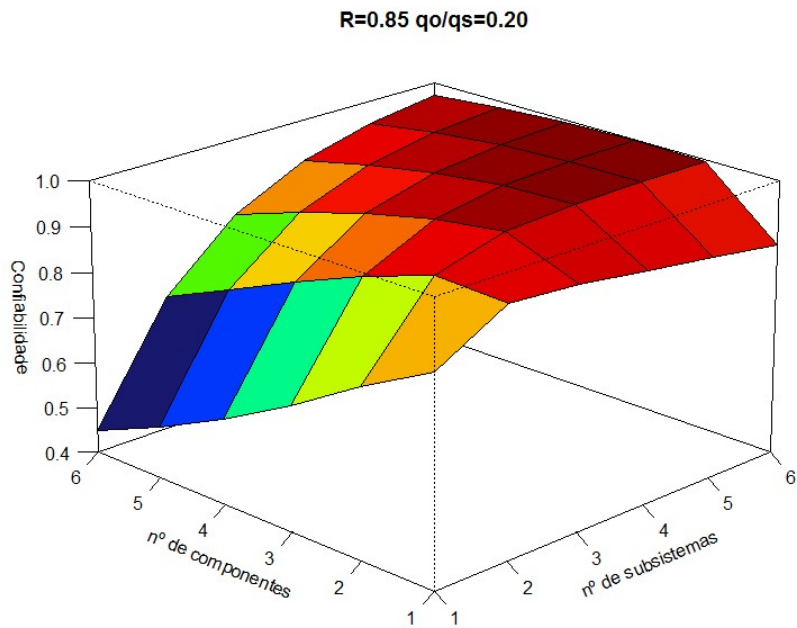


Figura 3.18: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,20

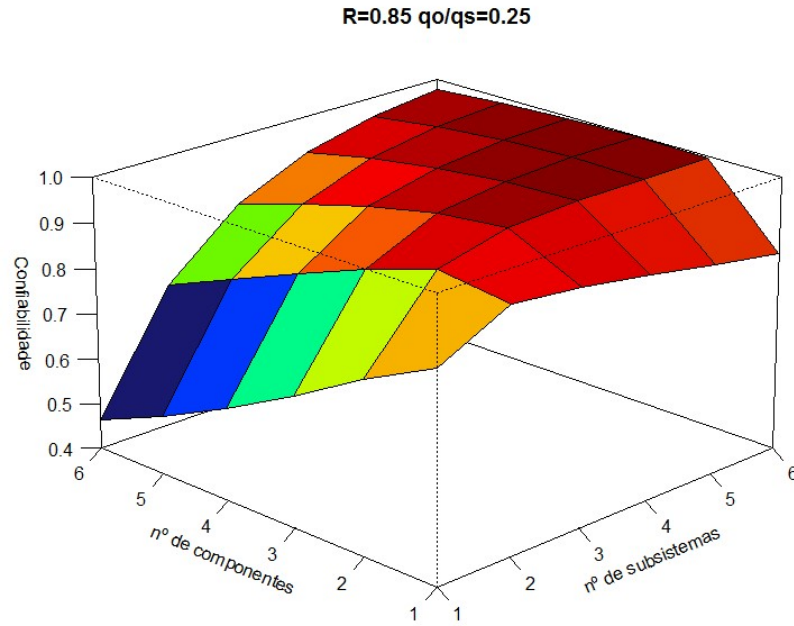


Figura 3.19: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,25

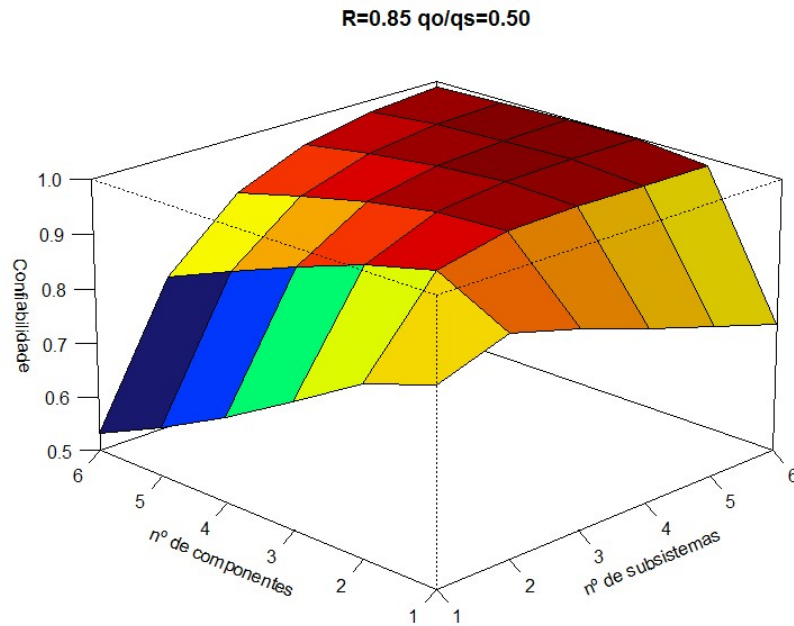


Figura 3.20: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 0,50

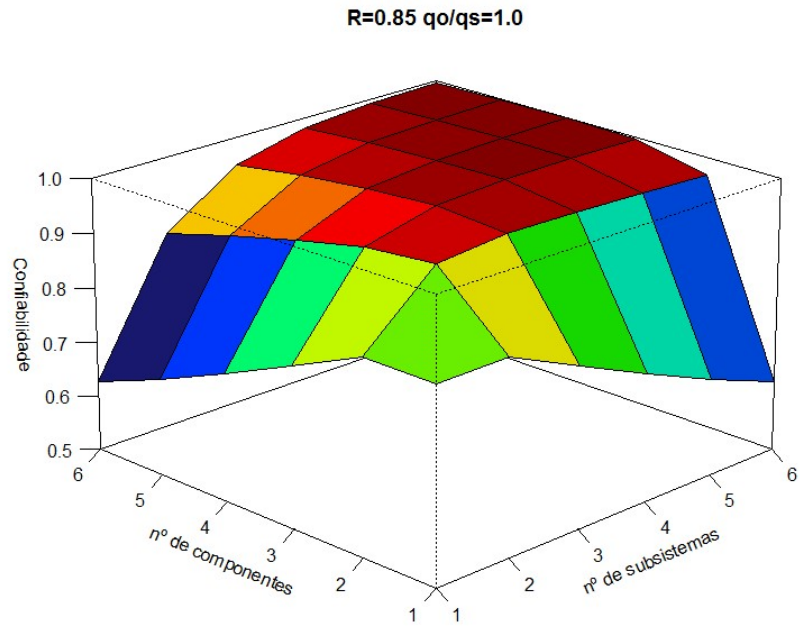


Figura 3.21: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 1,0

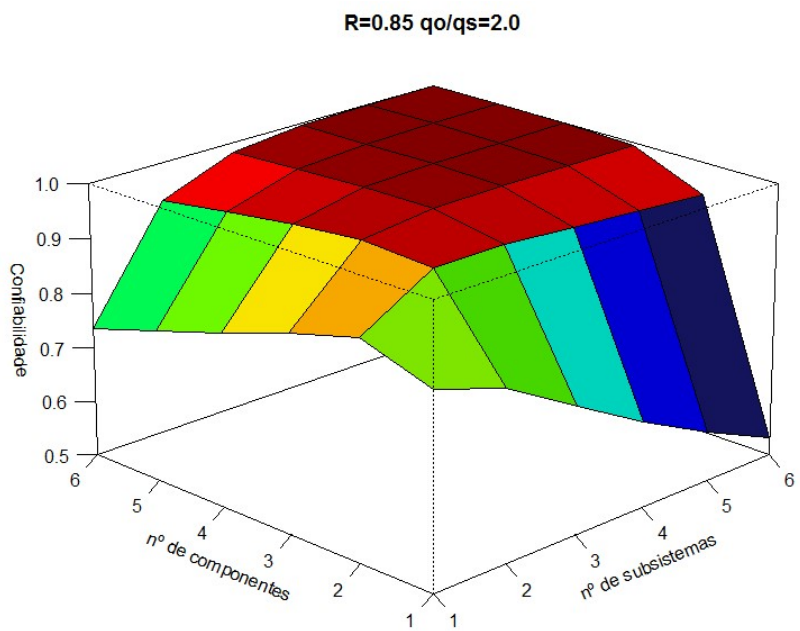


Figura 3.22: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 2,0

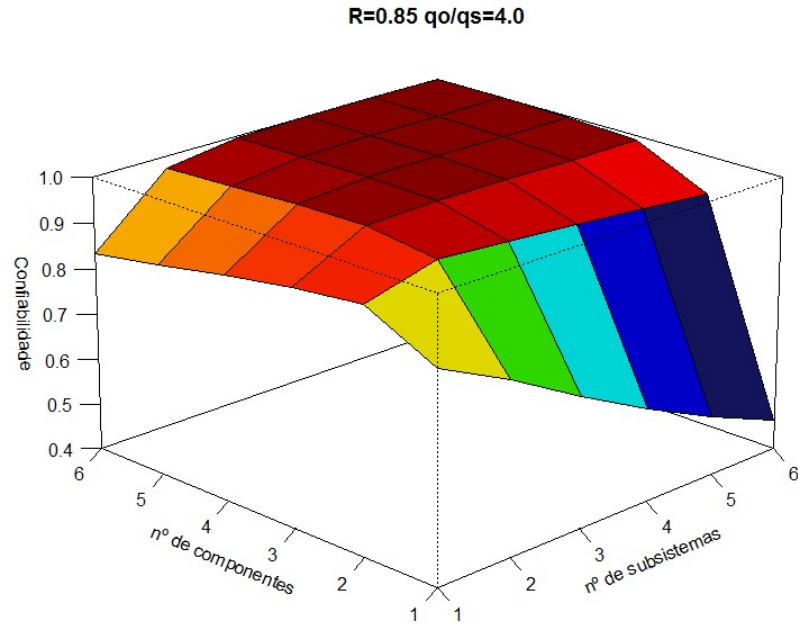


Figura 3.23: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 4,0

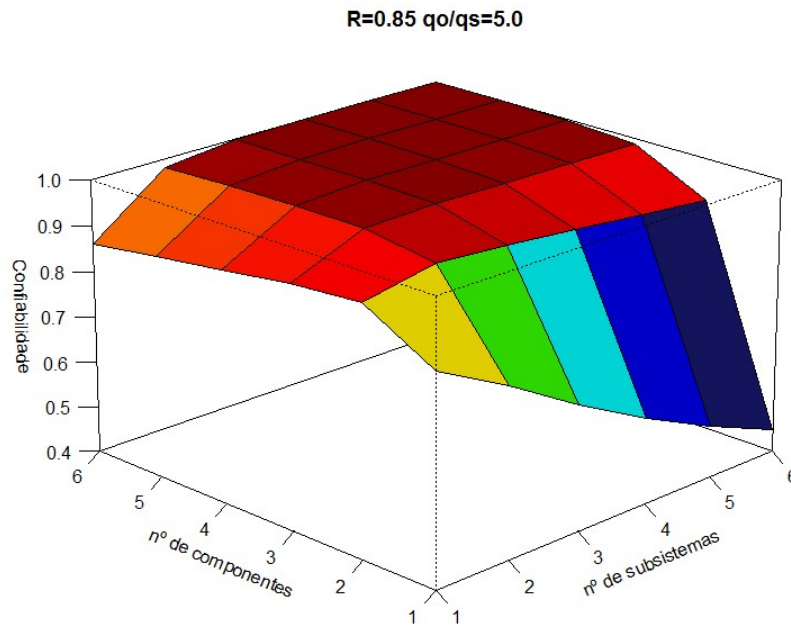


Figura 3.24: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,85 e razão de falha 5,0

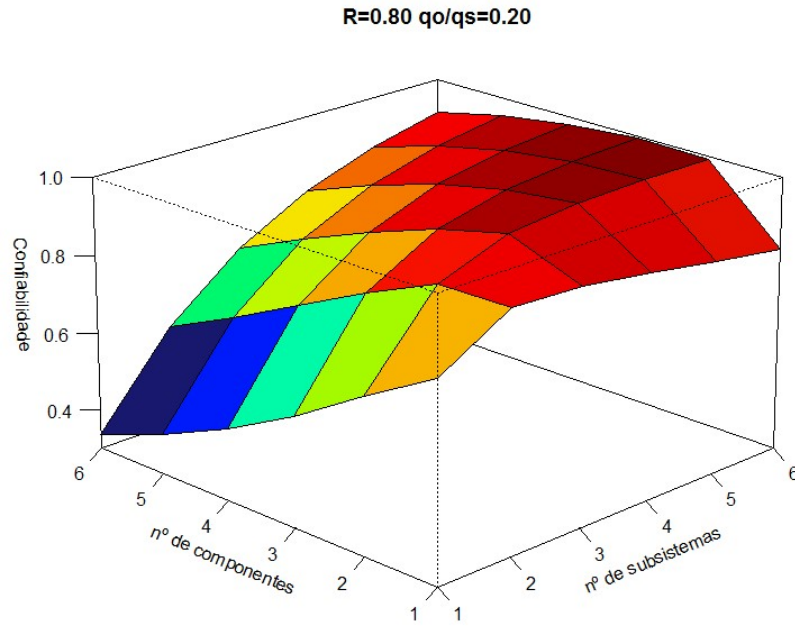


Figura 3.25: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,20

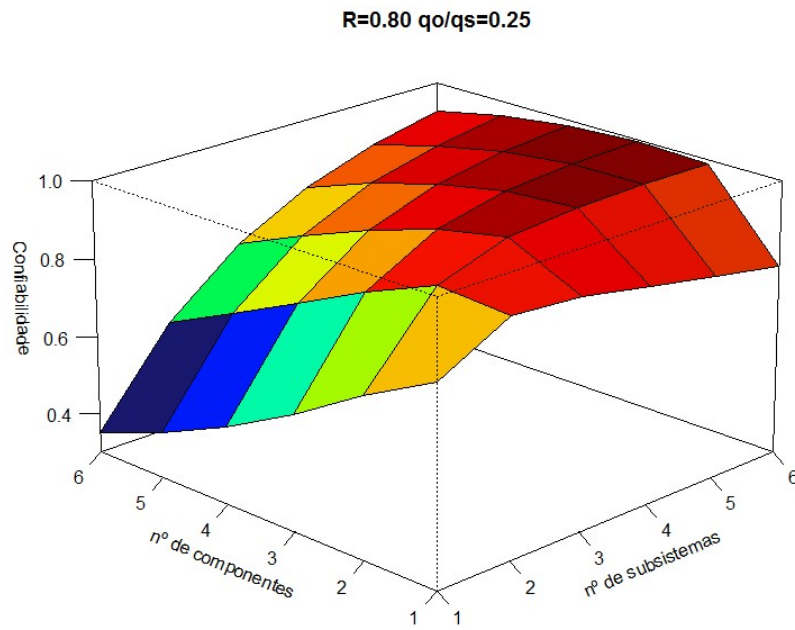


Figura 3.26: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,25

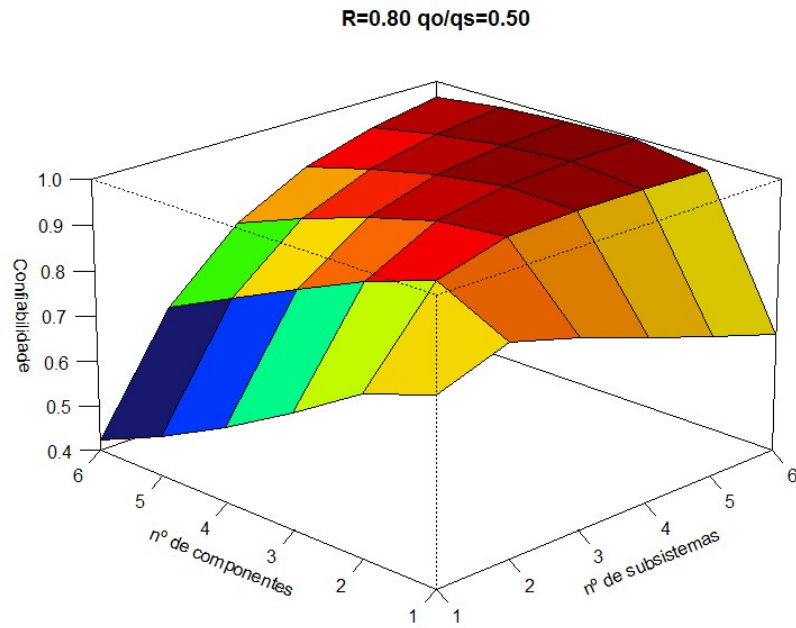


Figura 3.27: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 0,50

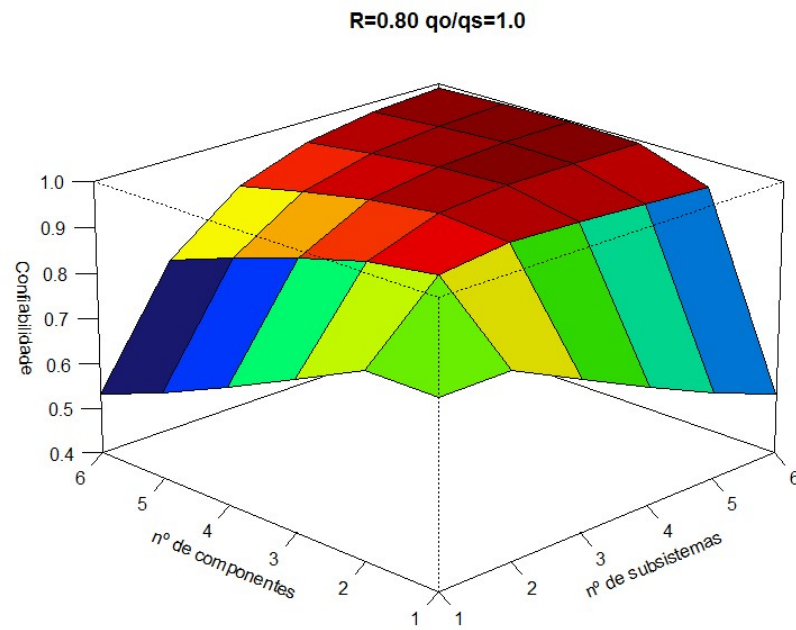


Figura 3.28: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 1,0

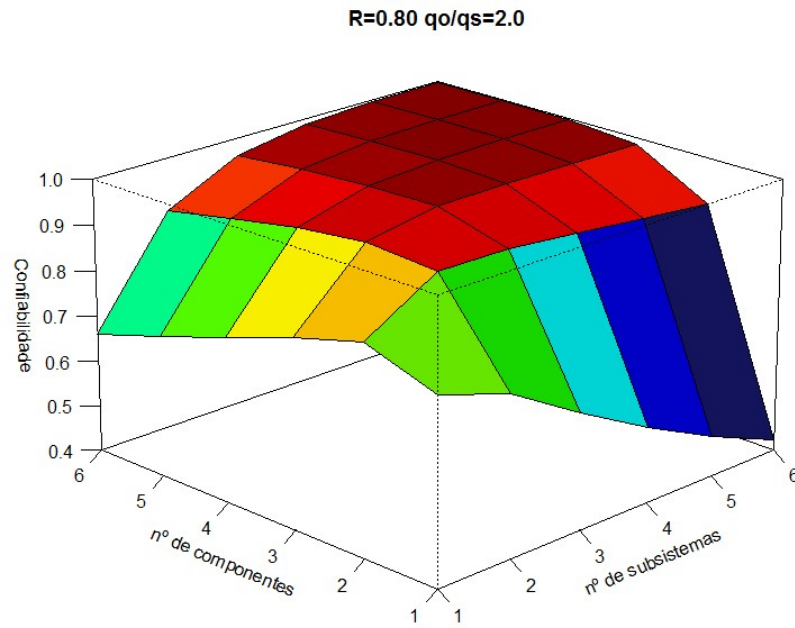


Figura 3.29: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 2,0

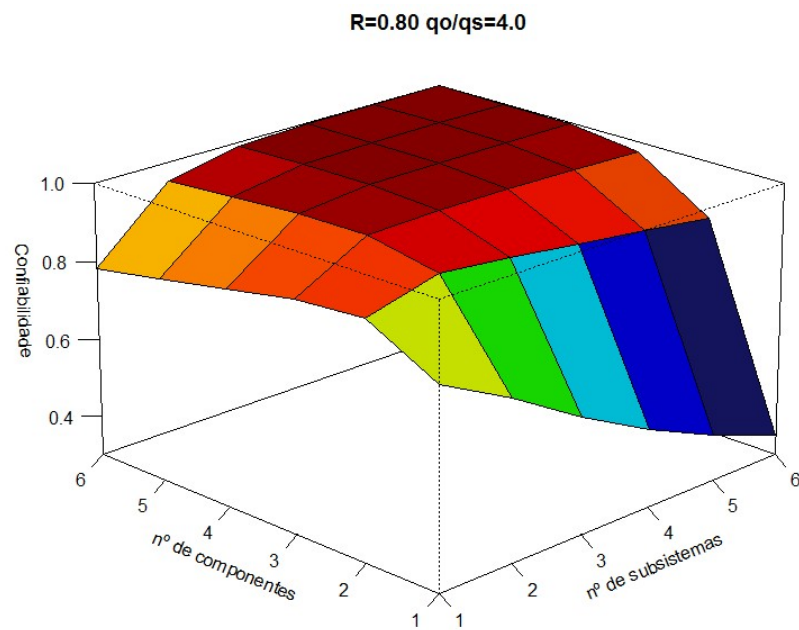


Figura 3.30: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 4,0

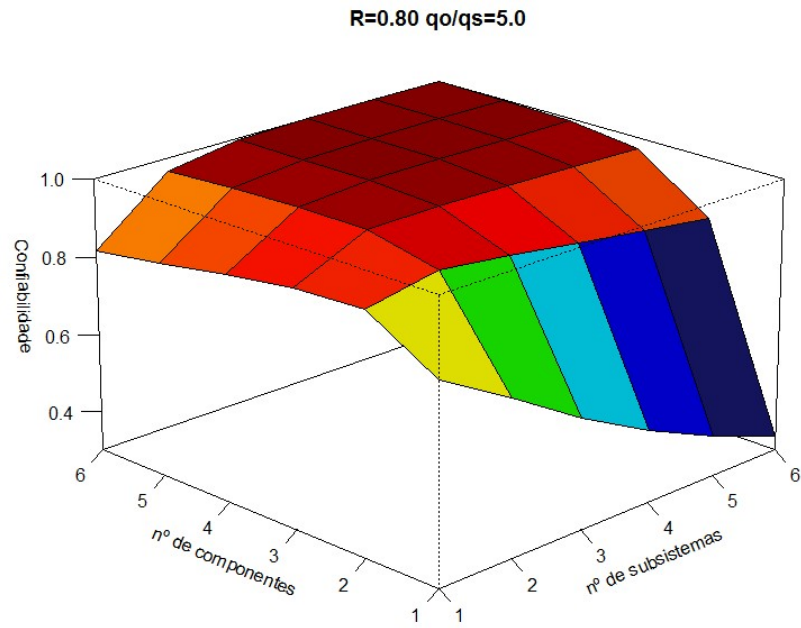


Figura 3.31: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,80 e razão de falha 5,0

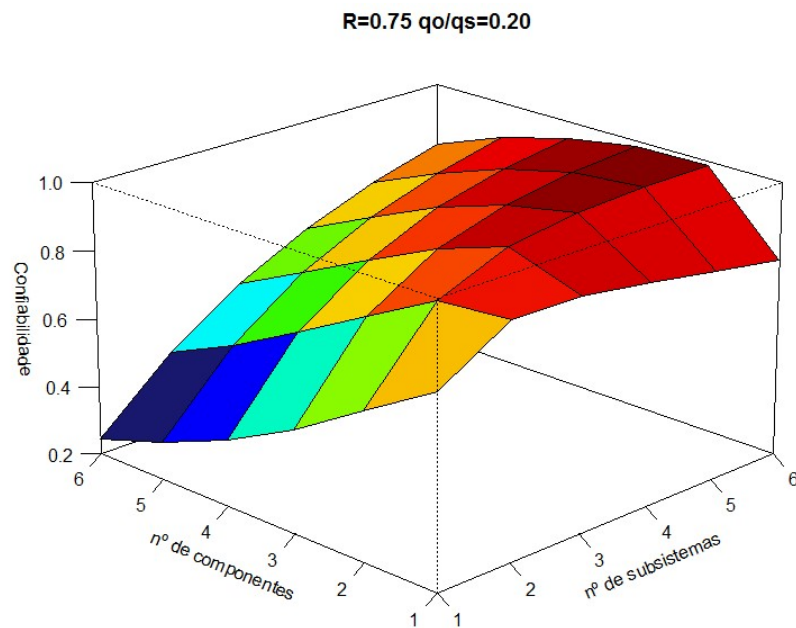


Figura 3.32: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,20

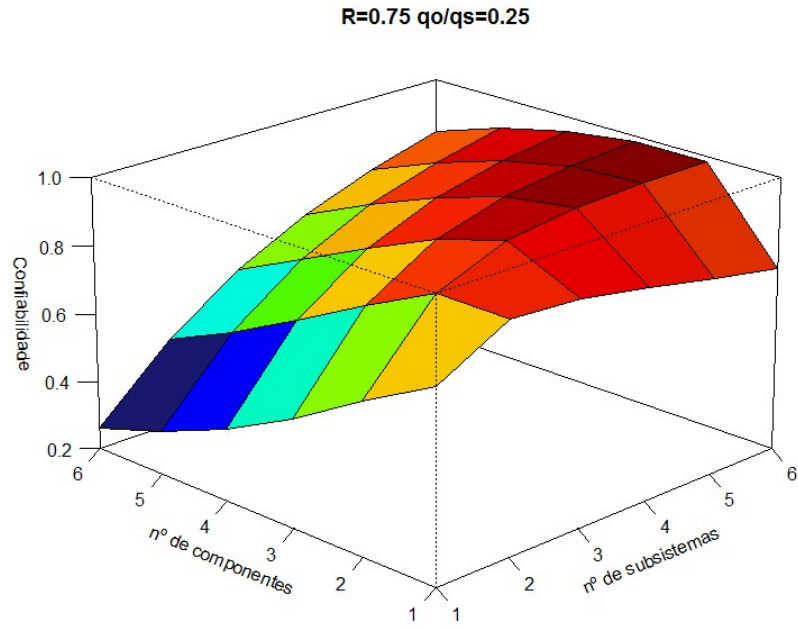


Figura 3.33: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,25

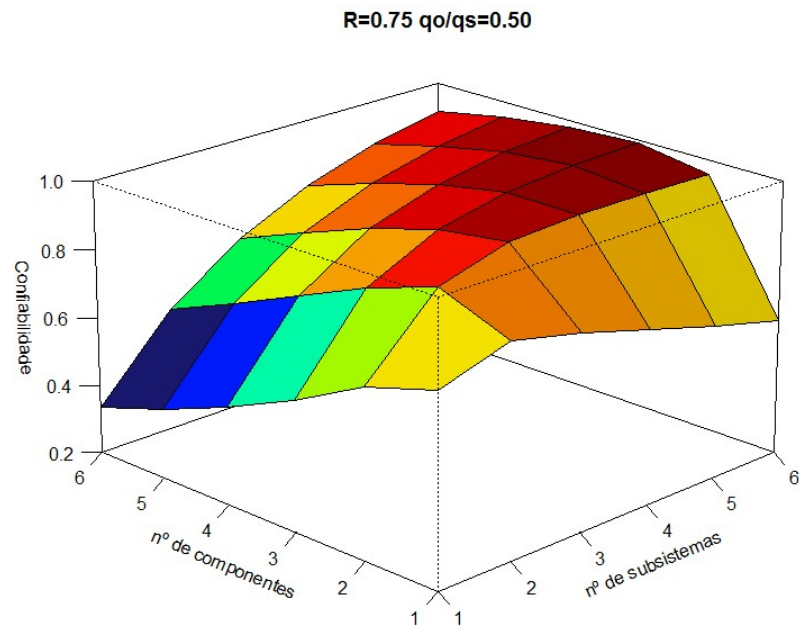


Figura 3.34: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 0,50

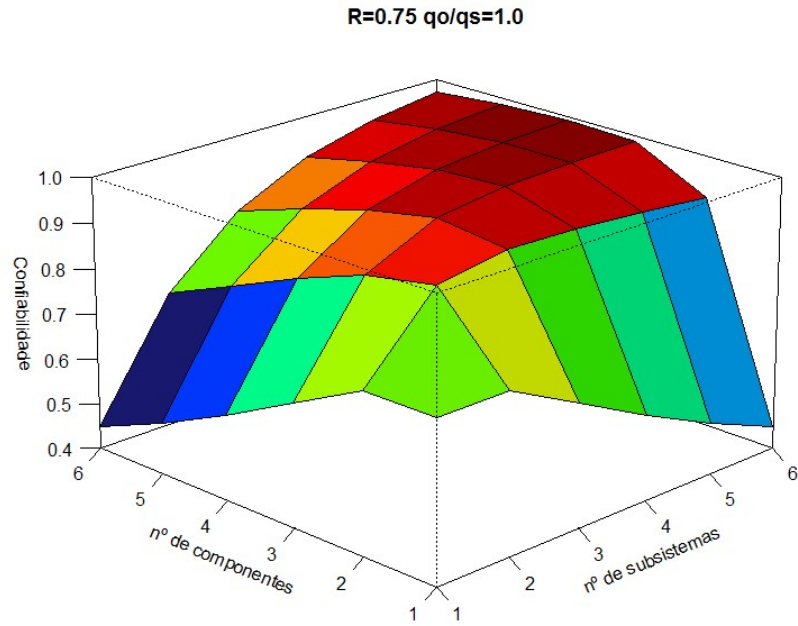


Figura 3.35: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 1,0

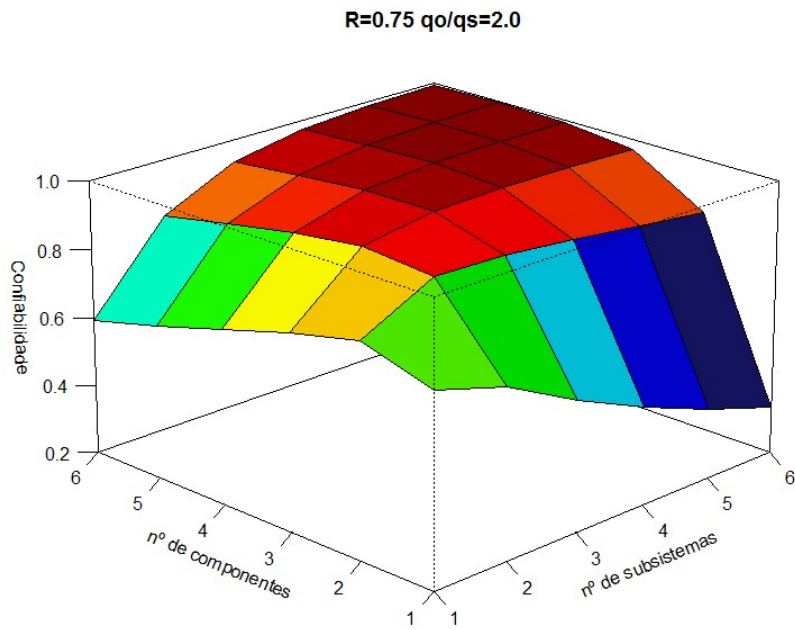


Figura 3.36: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 2,0

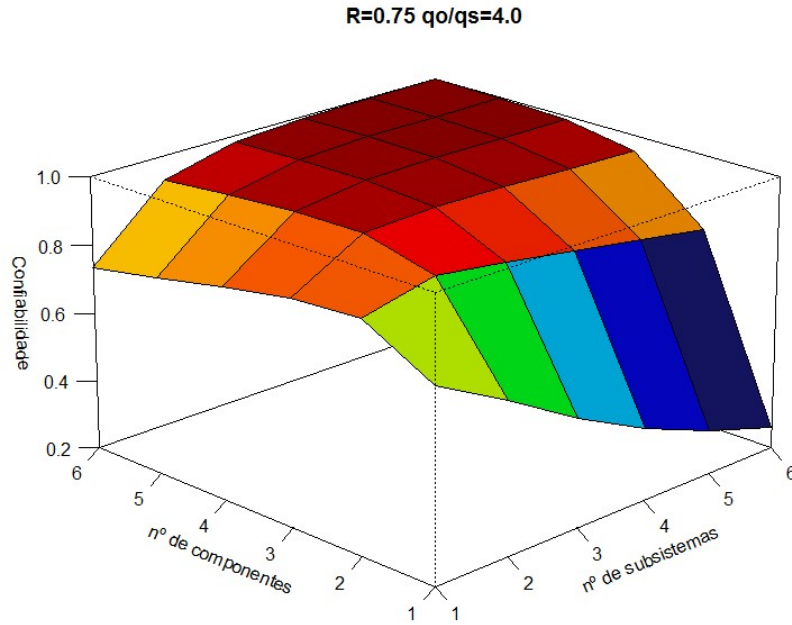


Figura 3.37: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 4,0

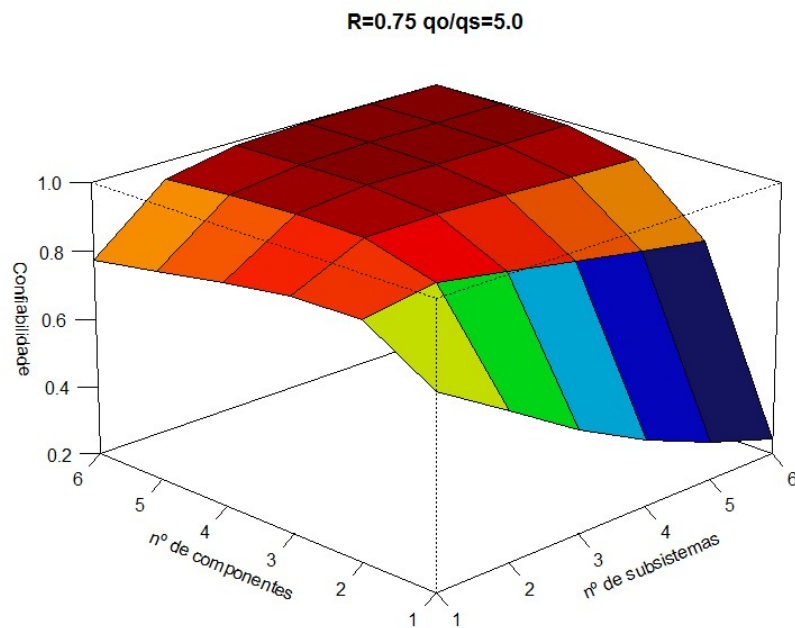


Figura 3.38: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,75 e razão de falha 5,0

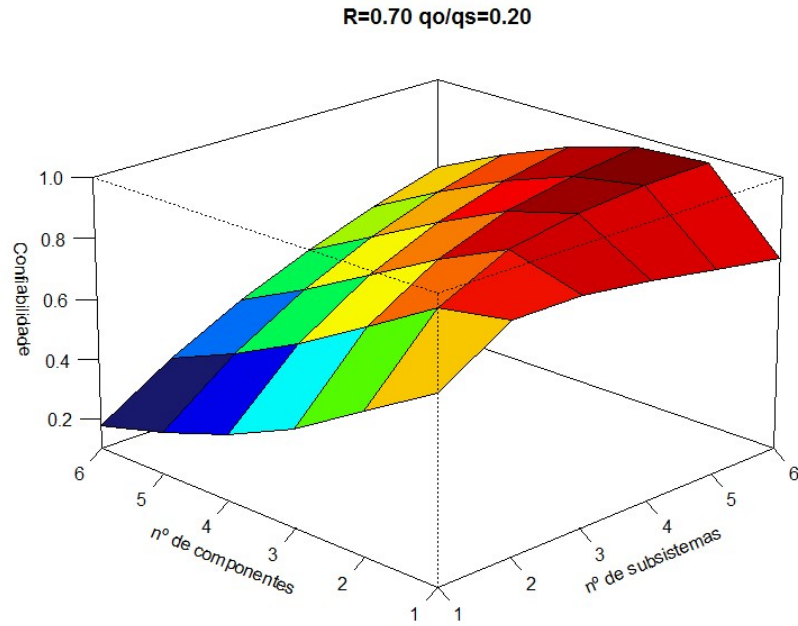


Figura 3.39: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,20

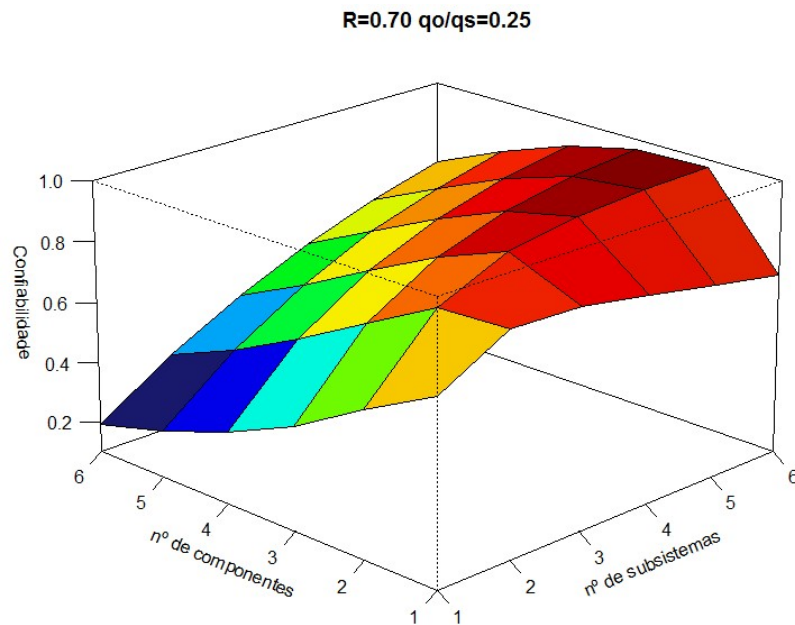


Figura 3.40: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,25

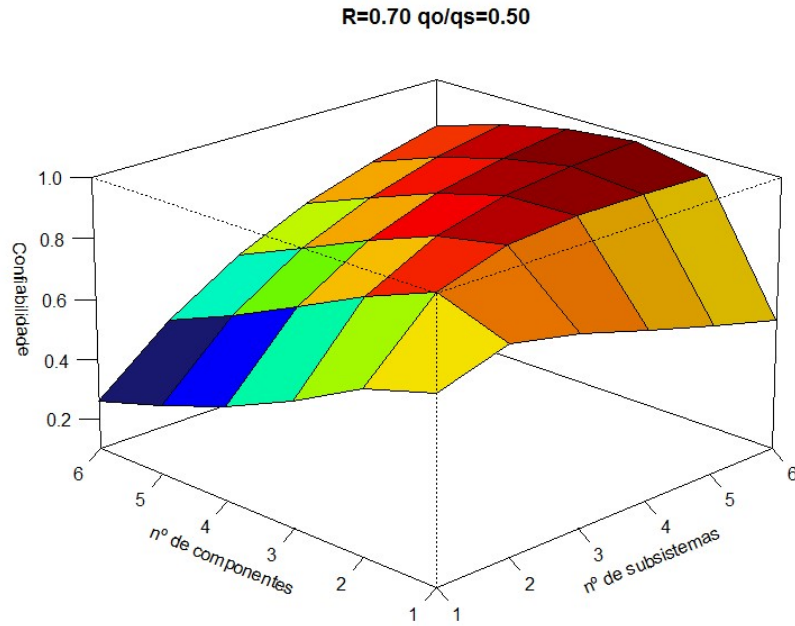


Figura 3.41: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 0,50

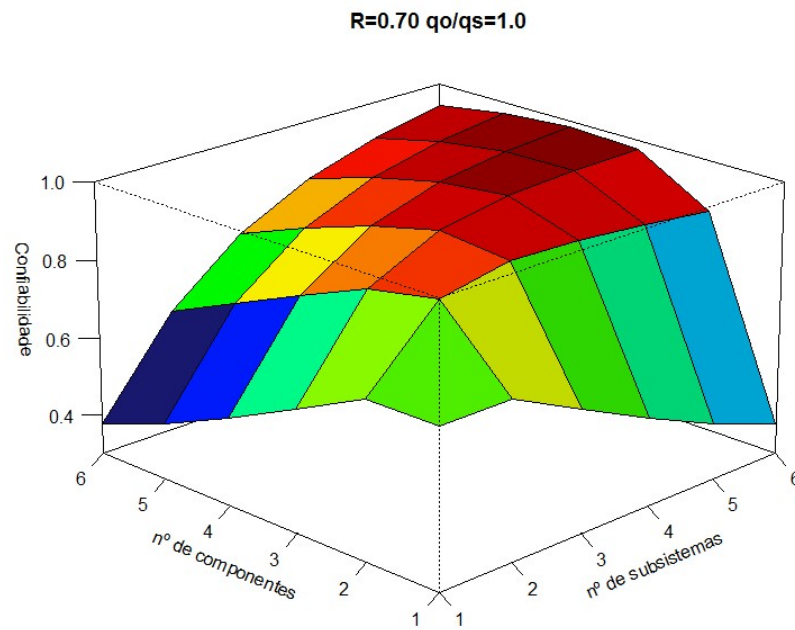


Figura 3.42: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 1,0

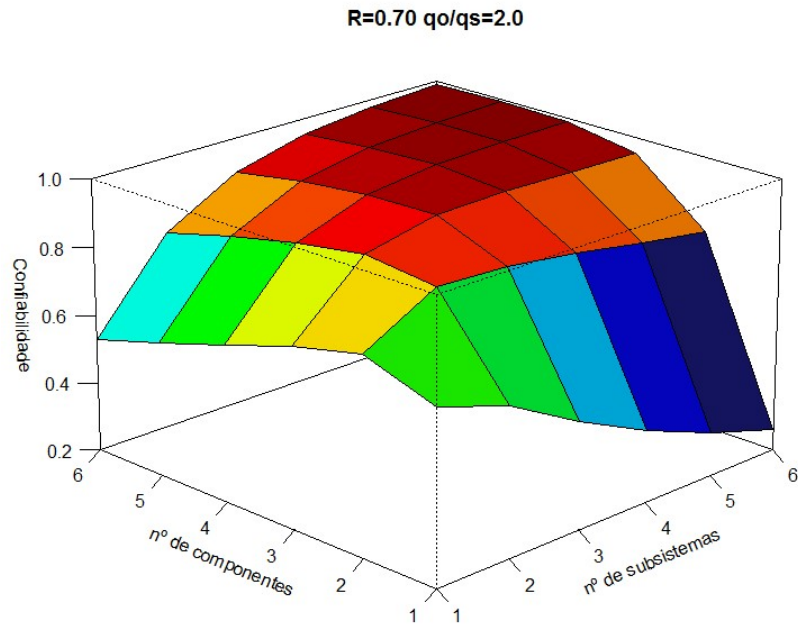


Figura 3.43: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 2,0

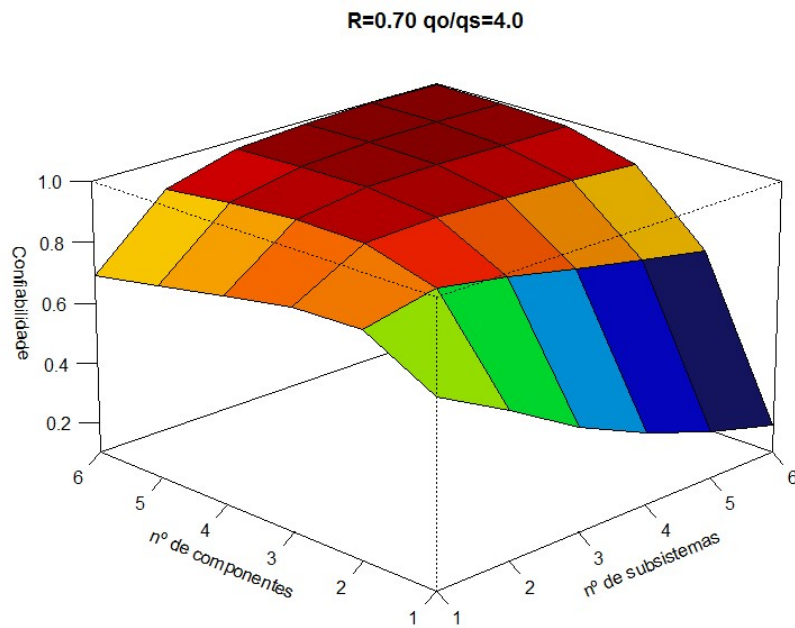


Figura 3.44: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 4,0

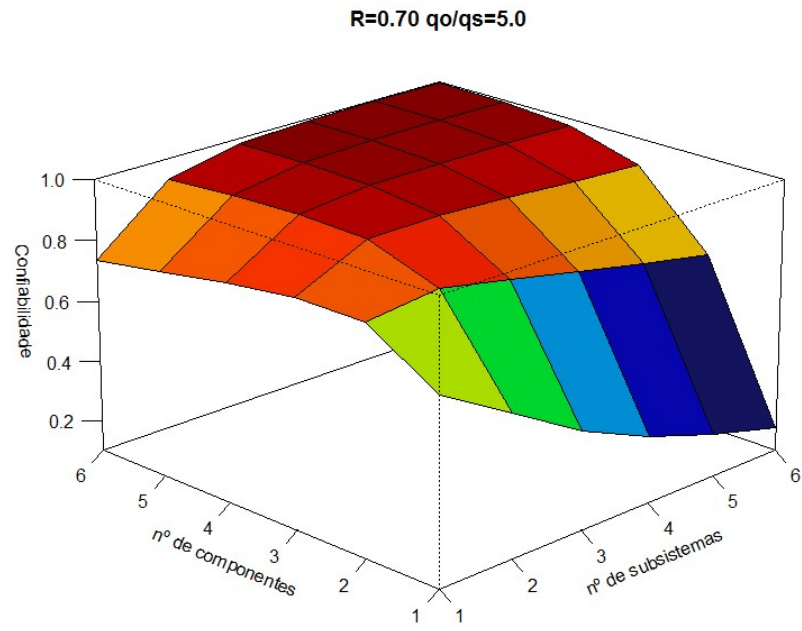


Figura 3.45: Confiabilidade de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com confiabilidade 0,70 e razão de falha 5,0

4 TERCEIRO ARTIGO: ALOCAÇÃO DE COMPONENTES: OTIMIZAÇÃO DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS *K-OUT-OF-N* COM DOIS MODOS DE FALHA ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Lucas Bogdanov Schmidt

Michel José Anzanello

Resumo

O problema de alocação de redundância implica na seleção de componentes e níveis apropriados de redundância que maximizam a confiabilidade ou minimizam os custos do sistema frente a restrições de projeto. Diferentes abordagens de otimização têm sido estudadas e aplicadas a este problema, incluindo programação dinâmica, inteira, não-linear, heurísticas e metaheurísticas. Esse artigo inova ao desdobrar analiticamente equações para estimativa da confiabilidade em sistemas série-paralelo *k-out-of-n* e série-paralelo *l-out-of-m* com múltipla escolha de componentes sujeitos a dois modos de falha. A otimização é então realizada através de Algoritmos Genéticos, resolvendo uma classe geral de problemas de alocação de redundância.

Palavras-chave: confiabilidade, alocação de redundância, dois modos de falha, otimização, série-paralelo.

4.1 Introdução

A confiabilidade de sistemas consiste em questão central em uma variedade de segmentos, visto que projetos com foco em confiabilidade oferecem uma série de vantagens que vão desde aumento da capacidade produtiva, produtos mais seguros e mais confiáveis e redução de custos. A confiabilidade é vista como um tema estratégico em diversas indústrias, incluindo automotiva, civil, defesa, telecomunicações, energia e aeroespacial, dentre outras.

Uma das tendências observadas em confiabilidade está relacionada ao crescimento do tamanho e complexidade dos sistemas estudados. Devido à evolução de sistemas de *hardware* e de *software*, por exemplo, há uma necessidade de conceber e desenvolver métodos eficientes para problemas de otimização de confiabilidade. Com o rápido progresso tecnológico e a crescente complexidade da estrutura de sistemas, qualquer falha em algum componente pode levar a um mau funcionamento do sistema ou a danos graves. Nos últimos anos, a confiabilidade e a disponibilidade expandiram sua influência em várias indústrias e

campos, portanto, esses conceitos servem como elementos de qualidade essenciais em muitos sistemas, como o sistema de manufatura e produção (Ghorabae et al., 2015).

O problema de alocação de redundância (RAP) consiste em avaliar simultaneamente a eleição dos componentes a serem alocados no sistema e a configuração de projeto, em nível de sistema e subsistemas, que pode satisfazer às restrições de projeto e de recursos, e, ao mesmo tempo, otimizar uma função objetivo geralmente atrelada ao custo total ou à confiabilidade do sistema. Esse problema de otimização de confiabilidade é geralmente formulado como um problema de programação não-linear mista (MINLP), em que as variáveis inteiras denotam a quantidade de componentes a serem alocados em cada subsistema, e as variáveis contínuas denotam a confiabilidade desses componentes (Painton e Campbell, 1995). No entanto, devido a um conjunto de restrições (limitações em termos de custo e disponibilidade de espaço físico, entre outras), a alocação ótima de componentes redundantes é uma tarefa complexa.

O desenvolvimento de sistemas confiáveis envolve inúmeros fatores inter-relacionados. Uma tarefa importante no desenvolvimento de um sistema confiável é a transferência da confiabilidade geral do sistema em requisitos nos vários níveis de subsistemas e componentes. Em sistemas *k-out-of-n*, qualquer combinação de k componentes operantes dentre n componentes independentes garante a operação do sistema (Elsayed, 1996). Configurações *k-out-of-n* são amplamente adotadas como estruturas em sistemas de segurança parcialmente redundantes. Essa configuração garante alto nível de confiabilidade e segurança com recursos financeiros e espaço limitados. Afora as vantagens citadas, Lu e Lewis (2008) defendem que o uso de sistemas *k-out-of-n* facilita a manutenção e testes *on-line* sem necessariamente haver parada de sistema. Dessa forma, uma questão a ser respondida ao optar por sistemas *k-out-of-n* diz respeito à melhor configuração a ser adotada, ou seja, quantos componentes ao total precisam ser utilizados e, entre eles, quantos devem funcionar simultaneamente para que o sistema opere adequadamente.

Quando os componentes não são idênticos, deve-se investigar todas estruturas possíveis que garantem o sucesso operacional do sistema a fim de estimar precisamente a confiabilidade do sistema. Este problema é classificado por Chern (1992) como um problema computacional da classe *NP-hard*. Em muitos casos práticos, surge a necessidade de analisar estruturas formadas por componentes que estão sujeitos a dois modos de falha e suas relações com o sistema.

Devido à complexidade existente nos sistemas com dois modos de falha e à sua importância crítica em sistemas complexos, diversos estudos têm sido propostos para

estimativa de sua confiabilidade (Kuo e Wan, 2007). Considerando sistemas formados por tais componentes, Levitin (2002) relata a existência de uma duplicidade na forma em que confiabilidade do sistema está relacionada com sua estrutura, afirmando que mudanças na estrutura do sistema podem aumentar a confiabilidade referente a um modo de falha e reduzi-la em outro modo. Ao projetar sistemas altamente confiáveis em contextos industriais cujos componentes estão sujeitos a dois modos de falha, torna-se necessária a formulação matemática da otimização e seleção de componentes e seus níveis de redundância. Contudo, pouca atenção tem sido dada ao desenvolvimento de resoluções de problemas RAP aplicados a sistemas com dois modos de falha.

Este artigo propõe uma modelagem para resolver o RAP em sistemas cujos componentes apresentam dois modos de falha. A modelagem proposta recomenda os componentes ótimos a serem alocados em um sistema série-paralelo com vistas a atender aos requisitos do sistema e respeitar restrições de caráter prático. Para tanto, utiliza-se simulação computacional e algoritmos genéticos de otimização. Comparações entre resultados e estatísticas das simulações são então analisadas e discutidas. Com base no conceito de redundância em série abordado por Tillman (1969), este trabalho inova ao apresentar e modelar sistemas série-paralelo *l-out-of-m*, em que dentre os m subsistemas do sistema, ao mínimo $m-l$ devem operar devidamente.

Esse trabalho é estruturado conforme segue. Além dessa introdução, a seção 4.2 apresenta conceitos elementares referentes a sistemas com dois modos de falha e a definição e solução do problema de alocação de confiabilidade por redundância dando maior ênfase aos algoritmos genéticos. A seção 4.3 apresenta os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa. A seção 4.4 apresenta resultados e discussão da resolução do RAP por algoritmos genéticos, e por fim, seção 4.5 conclui o artigo apontando potenciais desdobramentos.

4.2 Referencial teórico

Essa seção traz a fundamentação teórica relativa a sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha.

4.2.1 Sistemas e componentes sujeitos a dois modos de falha

Um sistema (ou um produto) é um conjunto de componentes arranjados de acordo com um projeto específico com a finalidade de atender determinadas funções com desempenho e confiabilidade adequados (Elsayed, 1996). Por vezes, tais componentes são designados a exercer mais do que apenas uma função operacional no sistema. De tal forma, além do estado

de funcionamento pleno, podem existir múltiplos estados de falha. A confiabilidade em sistemas com dois modos de falha é entendida como a probabilidade de haver ao menos um caminho sem bloqueio ou retorno do fluxo em que os componentes estejam em perfeito estado de funcionamento em que o fluxo do processo possa prosseguir devidamente. Dispositivos que apresentam dois modos de falha incluem válvulas de retenção de fluxo, transmissores, interruptores, sensores, sistemas digitais e diversos equipamentos militares (Levitin, 2002; Lešanovský, 1993; Gen et al., 1976).

A forma com que os componentes estão estruturados desempenha um papel importante na confiabilidade de sistemas com dois modos de falha. Sistemas em série-paralelo k -out-of- n , representados de modo geral pela Figura 4.1, são constituídos por m subsistemas em série, onde cada subsistema j é formado por um conjunto de n_j componentes redundantes, sendo requeridos ao menos k_j componentes em cada subsistema. Coit e Smith (1996a) definem subsistema como divisões do sistema completo baseadas nas funções exigidas pelo sistema. Cada subsistema pode exigir um número mínimo de componentes para executar determinada função, como também pode permitir um limite máximo na alocação de componentes por questões físicas.

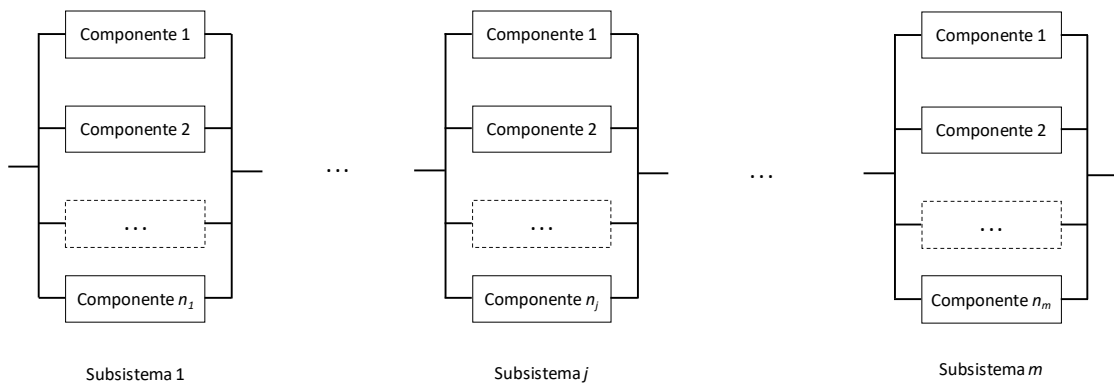


Figura 4.1: Exemplo de sistema em série-paralelo k -out-of- n

A nomenclatura de sistemas k -out-of- n é estabelecida de acordo o interesse na quantidade de componentes estando em falha ou operando devidamente. Em sistemas k -out-of- $n:F$, a falha no sistema ocorre quando falharem k ou mais componentes. Dessa forma, o funcionamento permanece enquanto houver ao menos $(n-k+1)$ componentes em funcionamento. Já sistemas k -out-of- $n:G$ denotam a necessidade de que ao menos k componentes operem apropriadamente. Dessa forma, a funcionalidade do sistema é garantida enquanto no mínimo k componentes estiverem funcionando. Facilmente observa-se que sistemas k -out-of- $n:F$ correspondem a sistemas $(n-k+1)$ -out-of- $n:G$ e vice-versa (Barlow e

Heidtmann, 1984). Neste trabalho, será utilizado o conceito de k -out-of- n : G , mencionado simplesmente como k -out-of- n .

A confiabilidade (R) de um sistema formado por m subsistemas em série, em que para cada subsistema estão alocados n_j componentes em paralelo, é estimada pela equação (4.1) (Proctor e Singh, 1975). As probabilidades dos modos de falha aberto e curto são denotadas por q_o e q_s respectivamente. Percebe-se que a confiabilidade é a probabilidade de haver ao menos um caminho que habilite o fluxo percorrer do início ao fim menos a probabilidade de haver retorno.

$$R = \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{n_j} q_{oij} \right\}^m - \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{n_j} (1 - q_{sij}) \right\}^m \quad (4.1)$$

Acrescenta-se que a confiabilidade do sistema é resultante das confiabilidades individuais dos componentes e do arranjo com que eles estão estruturados no sistema. Na busca pelo arranjo ótimo, precisa-se estimar a confiabilidade para cada projeto, sendo esse elaborado pela seleção de componentes e sua alocação entre os diversos arranjos possíveis. Dado que esse problema consiste em centenas de milhares de soluções, Kulturel-Konak et al. (2008) afirmam que selecionar a melhor solução é uma tarefa complexa.

4.2.2 Otimização de confiabilidade por alocação de redundância

Ao projetar sistemas, a otimização de confiabilidade apresenta aplicações práticas em sistemas de fabricação, telecomunicações, transformação e elétricos (Ghorabae et al., 2015). Sua problemática é classificada em três categorias de acordo com os tipos de variáveis de decisão, conforme apresentado por Sahoo (2012): alocação de confiabilidade, alocação de redundância (*redundancy allocation problem* - RAP) e alocação de redundância e confiabilidade (*reliability-redundancy allocation problem* - RRAP).

Se a estrutura do sistema for pré-definida e as únicas variáveis a serem definidas são as confiabilidades dos componentes, então o problema é chamado de alocação de confiabilidade. Se as únicas variáveis forem a posição e o número de componentes redundantes, então é chamado de problema de alocação de redundância (RAP). Por fim, se ambas as confiabilidades dos componentes e suas redundâncias são as variáveis do problema, trata-se de alocação de redundância e confiabilidade (RRAP). Este estudo apoia-se no RAP ao selecionar componentes de prateleiras (valores de confiabilidade e custos conhecidos) em nível de projeto (definindo a estrutura).

O RAP envolve a seleção de componentes e seus níveis apropriados de redundância, dentro das restrições de projeto, a fim de solucionar problemas que incluem maximizar a confiabilidade do sistema sujeito a restrições físicas ou financeiras (Problema P1), ou então, minimizar os custos, entre outros consumos de recursos, sujeito a uma confiabilidade mínima do sistema (Problema P2) (Coit e Smith, 1995). No âmbito geral, consideram-se as diversas estruturas do sistema, tais como em série, paralelo, paralelo-série, série-paralelo e *k-out-of-n* (Tavakkoli-Moghaddam et al., 2007). As formulações são dispostas na forma

$$\begin{array}{ll}
 \text{P1} & \text{P2} \\
 \text{MAX } R(\mathbf{x}) & \text{MIN } \sum c_i(\mathbf{x}) \\
 \text{sujeito a } \sum c_i(\mathbf{x}) \leq C_{\text{máx}} & \text{sujeito a } R(\mathbf{x}) \geq R_{\text{min}}
 \end{array}$$

em que $R(\mathbf{x})$ é a confiabilidade total do sistema associado ao vetor solução \mathbf{x} , que por sua vez, denota as variáveis de decisão referentes a quantidade, posição e alocação dos componentes, $c_i(\mathbf{x})$ são os custos associados a cada componente i selecionados pela solução \mathbf{x} , C é o custo máximo disponível e R_{min} é a confiabilidade mínima exigida.

Nessa classe de problemas frequentemente utilizada na indústria de consumo eletrônico, os projetos de sistemas são na sua maioria elaborados por componentes padronizados com características fixas e conhecidas, denominados componentes de prateleira (Zia e Coit, 2010). Mesmo para um novo projeto de sistema, os componentes (circuitos integrados, resistores, etc.) são selecionados a partir de componentes prontamente disponíveis de diferentes fornecedores, tendo conhecimento prévio das taxas de falha e custos. Um novo *design* eletrônico pode ter dezenas ou centenas de funções definidas que exigem a seleção de muitos componentes, cada um com características próprias de confiabilidades e desempenhos.

Diversos autores propuseram abordagens para alocação de componentes com vistas à otimização de confiabilidade em sistemas com dois modos de falha. Para sistemas em série-paralelo e paralelo-série, Barlow et al. (1963) provaram que, para um dado o número fixo de componentes idênticos em paralelo em cada subsistema, pode-se definir o número de subsistemas em série que maximiza a confiabilidade do sistema. Kolesar (1967) apresentou resolução para RAP por programação linear inteira para sistemas com componentes idênticos em série-paralelo sujeito a restrições. Já Gen et al. (1976) abordaram o mesmo problema propondo um algoritmo de enumeração implícita baseado no método *branch and bound* manejando um número menor de restrições e de variáveis que o método de programação inteira. Com propósitos semelhantes, Dhillon e Singh (1981) mostram analiticamente como definir o número de elementos que maximizam a confiabilidade do sistema quando estruturados por componentes idênticos puramente em série ou em paralelo, e também em

série-paralelo e paralelo-série. Jenney e Sherwin (1986) apresentaram a relação entre a estrutura do sistema e sua confiabilidade em arranjos série-paralelo e paralelo-série; por meio de análise gráfica de sistemas compostos por 2, 3 e 4 componentes idênticos, apontaram como os componentes devem estar arranjos a fim de maximizar a confiabilidade do sistema. Page e Perry (1988) elaboraram um algoritmo de busca de soluções ótimas aproximadas através do método da enumeração completa, que apresenta a melhor configuração série-paralelo ou paralelo-série para um conjunto arbitrário de componentes idênticos (até 20) sem levar em conta restrições.

Tratando-se de sistemas série-paralelo *k-out-of-n*, Kenyon e Newell (1983) apresentaram abordagens para a disponibilidade *steady-state* de sistemas série-paralelo *k-out-of-n*, enquanto que Nakagawa (1985) estudou problemas de determinação do número ótimo de componentes redundantes em sistemas *k-out-of-n* com vistas à minimização da taxa média de custo. Bai et al. (1991) determinaram o número ótimo de unidades redundantes em sistemas *k-out-of-n* com falhas de causa comum (CCFs) minimizando taxas médias de custo.

Considerando impraticável o cálculo de confiabilidade em sistemas *k-out-of-n* compostos por número elevado de componentes, Coit e Smith (1996c) desenvolveram um método baseado em redes neurais (*neural networks*) e algoritmos genéticos para estimar a confiabilidade e encontrar a alocação ótima. Em seus estudos, minimizaram custos que assegurassem confiabilidade mínima de 0,80 em sistemas série-paralelo *k-out-of-n* com 6 subsistemas, 10 opções de escolha disponíveis para todos subsistemas, e com no máximo 8 componentes por subsistema, permitindo componentes redundantes não-idênticos. Kulturel-Konak et al. (2008) propuseram otimização do problema de alocação de redundância multiobjetivo em sistemas série-paralelo *k-out-of-n* permitindo escolha múltipla de componentes, ao passo que Lu e Lewis (2008) derivaram fórmulas do aumento relativo da indisponibilidade e da probabilidade de operação espúria que ocorrem ao incrementar os valores de k e n em sistemas *k-out-of-n*. Coit et al. (2000) propuseram soluções ao problema de Fyffe sem mistura de componentes, mas considerando $k > 1$. Sooktip et al. (2012) resolveram por algoritmos genéticos o problema de alocação de confiabilidade multiobjetivo em sistemas série-paralelo *k-out-of-n* permitindo mistura de componentes. Por fim, Ghorabae et al. (2015) apresentaram soluções para o problema de alocação de redundância em sistemas *k-out-of-n* compostos por componentes não-idênticos, objetivando, simultaneamente, maximizar a confiabilidade do sistema e minimizar seu custo sujeitos a restrições de peso.

Sob os diversos desdobramentos de resoluções de problemas práticos, percebe-se que, nas últimas décadas, pouca atenção foi dada às técnicas de resolução do RAP em sistemas

sujeitos a dois modos de falha. Levitin (2002) utilizou Algoritmos Genéticos em busca da configuração ótima em série-paralelo (ou paralelo-série) considerando sistemas multiestado com dois modos de falha. O mesmo autor propôs estimativas de confiabilidade de sistemas complexos utilizando a função geradora de momento universal (UMGF). Anzanello (2009) apresentou soluções para o RAP por *branch and bound* em sistemas puramente em série e em paralelo com restrições de custos para um número fixo de componentes escolhidos, com mistura, entre um conjunto definido.

4.2.3 Algoritmos genéticos

O avanço das técnicas de otimização de sistemas proporcionou resolução imediata de problemas de alocação de redundância. Estudos mais recentes na área de otimização em confiabilidade têm utilizado abordagens de otimização universal baseadas em metaheurísticas, as quais tipicamente independem da natureza do problema a ser resolvido (Levitin, 2005). As metaheurísticas são baseadas em raciocínios artificiais, em contraste à programação matemática clássica, sendo algoritmos de busca conhecidos como técnicas de busca randomizadas. Os algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms - GA*), desenvolvidos originalmente por Holland (1975), são uma das metaheurísticas mais utilizadas; eles foram inspirados pelo fenômeno biológico da evolução.

O GA proporciona diferentes soluções ao permitir que a população possa acasalar, produzir descendentes, ocorrer mutação e lutar pela sobrevivência. O princípio da sobrevivência do mais apto garante convergência em direção a otimização. É explorada a ideia da sobrevivência do mais forte e de uma miscigenação da população para criar uma estratégia de busca. Iterativamente, são criadas novas populações a partir das antigas pela comparação dos cruzamentos dos mais aptos, e dessa forma, criam-se novos trajetos em direção à solução ideal. Em cada geração, o algoritmo cria um conjunto de cadeias provindas de iterações anteriores, ocasionalmente adicionando novos dados aleatórios em busca de uma estagnação próxima ao ponto ótimo. Como resultado, tem-se uma estratégia de busca orientada em espaços de busca vastos e complexos. Uma busca direcionada é realizada pela utilização do conhecimento de gerações anteriores, a fim de construir novas cadeias que vão se aproximando da solução ideal. Algoritmos genéticos são uma forma de pesquisa randomizada, e da maneira que as soluções são escolhidas e combinadas, compreendem um processo estocástico.

Sucintamente, seus passos podem ser descritos em avaliação, seleção, cruzamento e mutação (Figura 4.2). Uma população inicial é gerada aleatoriamente para dar início ao

processo de busca da solução ótima e segue de maneira iterativa até obter convergência ou que algum outro critério de parada seja alcançado. O conjunto de soluções provindos de cada iteração é denominado geração, e as respectivas soluções são avaliadas frente sua função objetivo (*fitness*). O operador de reprodução (*crossover*) executa cruzamentos entre a população de soluções, enquanto que o operador de mutação (*mutation*) realiza alterações aleatórias nas soluções selecionadas. Dessa forma, o algoritmo segue a procura das melhores combinações em que a estratégia de sobrevivência do mais forte é utilizada. Após a geração de inúmeras possibilidades de soluções através das combinações, apenas uma parcela que obteve as melhores funções objetivo permanece, sendo essa geração superior a anterior. O algoritmo para quando novas gerações não ultrapassarem as gerações anteriores em relação a função objetivo, alcançando o pico da cadeia.

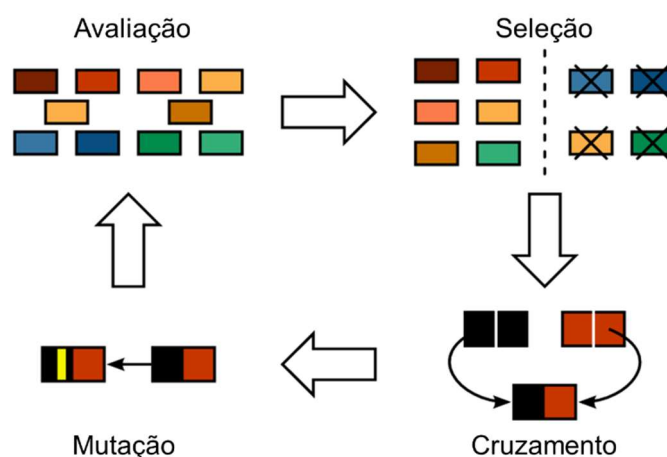


Figura 4.2: Fluxograma das etapas seguidas no Algoritmo Genético

Levitin (2005) define GA como sendo uma ferramenta universal e popular para resolver variados problemas de otimização, com aplicabilidade a espaços de soluções que são demasiadamente grandes para serem pesquisados exaustivamente. Hsieh et al. (1998) apontam GA como uma ferramenta de otimização eficaz para um vasto ramo de aplicações. Baixo uso de carga computacional, fácil implementação, resultados satisfatórios, convergência a soluções de boa qualidade e fácil manipulação a problemas de otimização com restrições fazem dessa a melhor e mais utilizada ferramenta de otimização.

A aplicação eficaz do algoritmo genético depende de um bom ajuste dos operadores de cruzamento e de mutação tanto quanto dos pesos das funções de penalidade. Coit e Smith (1995) e Yang et al. (1999) afirmam que na aplicação de GA, os parâmetros que garantem a melhor convergência devem ser encontrados experimentalmente. A eficácia do operador de *crossover* determina a taxa de convergência, enquanto o operador de mutação evita que o algoritmo convirja prematuramente a um ótimo local.

Soluções aos 33 casos de Fyffe et al. (1968) foram apresentadas pela aplicação de GA pelos autores Yokota et al. (1996), Coit e Smith (1996a), You e Chen (2005), entre outros. Em comparação aos resultados obtidos por métodos exatos e por outras heurísticas, os casos solucionados por GA foram melhores ou tão bons quanto às soluções ótimas encontradas. Em seu trabalho, Coit e Smith (1996a) utilizaram GA permitindo mistura de componentes, em que o número de combinações de possíveis soluções é maior que $7,6 \times 10^{33}$, encontrando resultados melhores que das publicações precedentes.

4.2.4 Restrições e função de penalidade

Na utilização de algoritmos baseados em metaheurísticas, um dos maiores problemas na hora de modelar o RAP é gerar e selecionar soluções factíveis (Guilani et al., 2014). Definir funções de penalidade é uma abordagem apropriada para solucionar esse problema (Coello, 2002). A ideia das funções de penalidade é transformar um problema de otimização com restrições em um problema não-restrito pela adição (ou subtração) de um determinado valor à função objetivo baseado na quantidade violada da restrição presente na solução indicada.

Funções de penalidade são um dos métodos mais amplamente utilizados e bastante populares para lidar com restrições. É aplicada quando os recursos utilizados pela seleção de um conjunto de componentes violarem as restrições de projeto previamente definidas. Dentro da função objetivo, o papel da função de penalidade é diminuir a confiabilidade tanto quanto as restrições ultrapassarem os seus limites. Dessa forma, ela consiste em uma ponderação das violações das restrições somadas à função objetivo. Sooktip et al. (2012) afirmam que o método da função de penalidade evita otimização local e preserva soluções factíveis. Apesar da popularidade de funções de penalidade, Garg e Sharma (2013) citam que pode haver inconveniências: os ajustes dos pesos por violação, tempo de busca muito lento e não garantia de que o ótimo seja atingido.

Ao lidar com restrições, uma possibilidade é a de não inserir tais soluções ao conjunto de soluções possíveis. Porém, Coit e Smith (1996b) afirmam que é importante considerar a região inviável na busca de soluções por algoritmos genéticos, principalmente em problemas muito restritivos devido à solução ótima ser alcançada com mais eficácia através das regiões inviáveis, e geralmente, soluções factíveis boas são um produto do cruzamento entre soluções viáveis e inviáveis.

Zia e Coit (2010) afirmam que metaheurísticas não produzem exatamente o mesmo resultado toda vez que utilizadas e isso não é desejável aos tomadores de decisões. Coit e

Smith (1996a) mostram que ao lidar com problemas com muitas restrições, aumenta-se a dificuldade em encontrar uma solução boa e factível e a procura se torna mais sensível a semente inicial. Dessa forma, a solução ótima dificilmente é encontrada ao executar o algoritmo uma única vez, sendo necessário o emprego de replicações. Tal número de replicações deve ser definido com vistas a evitar convergência assintótica, isto é, que a solução ótima seja encontrada após um elevado número de replicações. Com isso, a presença de repetições de soluções ótimas e quase ótimas entre as replicações indica convergência rápida e boa calibração do algoritmo. Conseqüentemente, tendo posse de um conjunto de soluções, cabe aos analistas de sistemas e decisores a análise de soluções alternativas. Garg e Sharma (2013) aconselham que o decisor deve analisar o funcionamento e a melhora de desempenho do projeto com base nos resultados obtidos. Os especialistas devem usar os resultados ótimos para alocar a confiabilidade do sistema e, conseqüentemente, aumentar a produtividade do sistema. Hsieh et al. (1998) relatam que as múltiplas soluções encontradas pelo GA variam significativamente em relação à confiabilidade dos componentes e/ou a alocação de redundância, oferecendo ao engenheiro de projeto uma variedade de opções a escolher com pequenas diferenças na confiabilidade do sistema.

4.3 Método

Os cálculos de confiabilidades apresentados nessa seção, bem como os demais algoritmos elaborados para estruturar e estimar a confiabilidade dos sistemas, estão apresentados no Apêndice C.

4.3.1 Formulação proposta para avaliação de confiabilidade em sistemas série-paralelo

A formulação proposta apoia-se nas seguintes premissas:

- i. As confiabilidades dos componentes são conhecidas, precisas e determinísticas.
- ii. A probabilidade de falha de cada componente é independente dos demais, não havendo mudança em função do número de componentes em paralelo ou pela falha de outros componentes.
- iii. Há três estados em que os componentes possam experienciar: funcionamento, falha em aberto e falha em curto. Os dois modos de falha não podem ocorrer simultaneamente, isto é, são mutuamente excludentes.
- iv. Toda redundância é ativa: não há diferença nas taxas de falha entre os componentes que estão em uso e os que não estão.
- v. Componentes em falha não danificam o sistema e não são reparados.

A confiabilidade de sistemas série-paralelo é calculada pela equação (4.1). No cálculo da confiabilidade de sistemas *k-out-of-n*, deve-se considerar a quantidade de subsistemas ou de componentes por subsistema necessários às funções exigidas, ou seja, que dentre os n_j componentes alocados ao subsistema j , ao mínimo k_j estejam funcionando. Nesse trabalho, essa ideia é estendida a subsistemas dentro do sistema, isto é, dentre os m subsistemas do sistema, ao mínimo $m-l$ estejam funcionando, denotando um sistema *l-out-of-m*. A modelagem aqui apresentada constitui-se em contribuição original, visto que nenhum estudo na literatura traz tal desdobramento com aplicações.

Considerando componentes com um modo de falha e alocação de diferentes componentes em um mesmo subsistema (mistura), Coit e Smith (1996c) estimam a confiabilidade de sistemas série-paralelo *k-out-of-n* pela equação (4.2).

$$R = \prod_{j=1}^m \left[1 - \sum_{l=0}^{k_j-1} \sum_{S_l} \prod_{i=1}^{d_j} \binom{n_{ij}}{z_i} r_{ij}^{z_i} (1 - r_{ij})^{n_{ij}-z_i} \right] \quad (4.2)$$

$$S_l = \left\{ z \in I_+^{d_j} \mid \sum_{i=1}^{d_j} z_i = l \right\}$$

em que n_{ij} representa o número de componentes i alocados ao subsistema j , z_i representa a quantidade de componentes i funcionando devidamente ($0 \leq z_i \leq n_{ij}$), r_{ij} é a confiabilidade do componente i alocado no subsistema j , d_j é a quantidade de componentes disponíveis ao subsistema j e S_l refere-se a contagem de componentes funcionando dentre as combinações possíveis (l).

4.3.2 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha

A adequação do cálculo de confiabilidade em sistemas série-paralelo com dois modos de falha para componentes não-idênticos é deduzida a partir da equação (4.1) (Proctor e Singh, 1975), caracterizando-se como uma contribuição original deste estudo. Um subsistema j falha em aberto quando seus n_j componentes falharem em aberto com probabilidade apresentada pela equação (4.3). A probabilidade de haver ao menos um caminho que permita a passagem do fluxo é obtida pelo complementar, conforme a equação (4.4).

$$Q_j^o = \prod_{i=1}^{n_j} q_{o_{ij}} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.3)$$

$$R_j^o = 1 - \prod_{i=1}^{n_j} q_{o_{ij}} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.4)$$

Um subsistema j falha em curto quando ao menos um dos seus n_j componentes falhar em curto com probabilidade apresentada pela equação (4.5). A probabilidade de não haver ao menos um caminho que permita o retorno do fluxo é obtida pelo complementar, conforme a equação (4.6).

$$Q_j^s = 1 - \prod_{i=1}^{n_j} (1 - q_{sij}) \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.5)$$

$$R_j^s = \prod_{i=1}^{n_j} (1 - q_{sij}) \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.6)$$

Assim sendo, a confiabilidade de um sistema série-paralelo pode ser escrita pela equação (4.7). A equação (4.8) descreve a confiabilidade considerando componentes idênticos, isto é, $q_{oij} = q_{oi}$ e $q_{sij} = q_{si} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m$.

$$R = \prod_{j=1}^m R_j^o - \prod_{j=1}^m Q_j^s \quad (4.7)$$

$$R = (R_j^o)^m - (Q_j^s)^m \quad (4.8)$$

4.3.3 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo k -out-of- n sujeitos a dois modos de falha

Para o cálculo da confiabilidade em sistemas série-paralelo k -out-of- n , necessita-se calcular a probabilidade de não-falha de k_j dentre os n_j componentes. Para tanto, seja X_j a variável aleatória número de componentes que falharam em aberto no subsistema j seguindo distribuição binomial, e seja x observações dessa variável, para $x = 0, 1, \dots, n_j$. Assumindo que os componentes sejam idênticos, isto é, $q_{oij} = q_o \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_j$ e $\forall j = 1, 2, \dots, m$, tem-se que a probabilidade de x componentes falharem é dada pela equação (4.9).

$$P(X_j = x) = \binom{n_j}{x} q_o^x (1 - q_o)^{n_j - x} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.9)$$

Logo, assumindo $Q_j^o = P(X_j = n_j) \quad \forall j$, a probabilidade de o subsistema j não falhar em aberto será dada por $R_j^o = 1 - P(X_j = n_j) \quad \forall j$. O sistema falha em aberto quando ao menos um subsistema falhar em aberto. Ao considerar m subsistemas, a probabilidade de o sistema não falhar em aberto será $\prod_{j=1}^m R_j^o$, que no caso de subsistemas idênticos, encontra-se na primeira parcela da equação (4.7).

Sob a condição de que o subsistema j necessita ao menos de k_j componentes em funcionamento, tal subsistema irá falhar quando falharem mais do que $n_j - k_j$ componentes. Logo, a probabilidade de o subsistema não falhar em aberto é descrita como $R_j^o = 1 -$

$P(X_j > n_j - k_j) \forall j$. Sendo X_j uma variável aleatória discreta e pela propriedade do complementar, pode-se assumir $R_j^o = 1 - P(X_j > n_j - k_j) \therefore R_j^o = 1 - [P(X_j = n_j - k_j + 1) + P(X_j = n_j - k_j + 2) + \dots + P(X_j = n_j)] \forall j$. Assim sendo, a probabilidade do subsistema j não falhar em aberto, em que são exigidos k_j componentes, e a confiabilidade geral do sistema R são dadas pelas equações (4.10) e (4.11) respectivamente.

$$R_j^o = 1 - \sum_{x=n_j-k_j+1}^{n_j} P(X_j = x) \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (4.10)$$

$$R = \prod_{j=1}^m R_j^o - \prod_{j=1}^m Q_j^s \quad (4.11)$$

Ao lidar com componentes não-idênticos, deve-se considerar no cálculo de $P(X_j = x)$ os arranjos combinatórios entre componentes e suas probabilidades de falha. Serão demonstrados os casos em que k_j assume os valores 1, 2 e 3, conforme segue. Se $k_j = 1$, tem-se o caso habitual de haver ao menos um componente em pleno funcionamento no subsistema j ; sua confiabilidade é dada pela equação (4.12).

$$R_j^o = 1 - \sum_{x=n_j-1+1}^{n_j} P(X_j = x) = 1 - P(X_j = n_j) = 1 - \prod_{i=1}^{n_j} q_{o_{ij}} \quad (4.12)$$

Quando $k_j = 2$, necessita-se de ao menos dois componentes para garantir o funcionamento do subsistema. Dessa forma, a confiabilidade é dada pela equação (4.13).

$$R_j^o = 1 - \sum_{x=n_j-2+1}^{n_j} P(X_j = x) = 1 - [P(X_j = n_j - 1) + P(X_j = n_j)] \quad (4.13)$$

em que $P(X_j = n_j)$ é dado pela equação (4.12), e

$$P(X_j = n_j - 1) = \sum_{i=1}^{n_j} \left[(1 - q_{o_{ij}}) \prod_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^{n_j} q_{o_{hj}} \right]. \quad (4.14)$$

Sendo $k_j = 3$, necessita-se de ao menos três componentes para garantir o funcionamento do subsistema. Dessa forma, a confiabilidade é dada pela equação (4.15).

$$\begin{aligned} R_j^o &= 1 - \sum_{x=n_j-3+1}^{n_j} P(X_j = x) \\ &= 1 - [P(X_j = n_j - 2) + P(X_j = n_j - 1) + P(X_j = n_j)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

em que $P(X_j = n_j)$ e $P(X_j = n_j - 1)$ são dados pelas equações (4.12) e (4.14) respectivamente, e

$$P(X_j = n_j - 2) = \sum_{i=1}^{n_j-1} \sum_{h=i+1}^{n_j} \left[(1 - q_{o_{ij}})(1 - q_{o_{hj}}) \prod_{\substack{g=1 \\ g \neq i \\ g \neq h}}^{n_j} q_{o_{gj}} \right]. \quad (4.16)$$

Para valores de k_j maiores que 3, procede-se expandindo as equações com base no raciocínio apresentado.

4.3.4 Estimativa da confiabilidade de sistemas série-paralelo *l-out-of-m* sujeitos a dois modos de falha

Para o cálculo da confiabilidade em sistemas série-paralelo *l-out-of-m*, necessita-se calcular a probabilidade de falha de até l entre os m subsistemas. Para tanto, seja Y a variável aleatória número de subsistemas que falharam em curto seguindo distribuição binomial, e seja y observações dessa variável, para $y = 0, 1, \dots, m$. Assumindo que os subsistemas sejam idênticos, isto é, $Q_j^s = Q^s \forall j = 1, 2, \dots, m$, a probabilidade de falhar y subsistemas é dada pela equação (4.17).

$$P(Y = y) = \binom{m}{y} (Q^s)^y (1 - Q^s)^{m-y} \quad (4.17)$$

O sistema falha em curto quando ao menos um subsistema falhar em curto. Ao considerar m subsistemas, a probabilidade de o sistema falhar em curto será $\prod_{j=1}^m Q_j^s$, que no caso de subsistemas idênticos, encontra-se na segunda parcela da equação (4.7).

Ao assumir que o sistema necessita de ao menos $m-l$ subsistemas em funcionamento, o sistema irá falhar quando mais de l subsistemas falharem. Logo, a confiabilidade e a não-confiabilidade do sistema, em termos de falhar em curto, são descritas respectivamente como $R^s = P(Y \leq l)$ e $Q^s = 1 - P(Y \leq l) = P(Y > l)$. Sendo Y uma variável aleatória discreta, pode-se assumir $Q^s = 1 - [P(Y = 0) + P(Y = 1) + \dots + P(Y = l)]$. Assim, a confiabilidade do sistema, em que são exigidos l subsistemas, é dada pela equação (4.18).

$$R = \prod_{j=1}^m R_j^o - \left\{ 1 - \sum_{y=0}^l P(Y = y) \right\} \quad (4.18)$$

Ao lidar com subsistemas não-idênticos, deve-se considerar no cálculo de $P(Y = y)$ os arranjos combinatórios entre os subsistemas e suas probabilidades de falha. Na sequência serão demonstrados os casos em que l assume os valores 0, 1 e 2. No caso $l = 0$, não há

tolerância de falhas em curto nos subsistemas, fazendo com que a função de não-confiabilidade apresentada na equação (4.19) seja análoga à equação (4.7).

$$Q^s = 1 - \sum_{y=0}^l P(Y = y) = 1 - P(Y = 0) = 1 - \prod_{j=1}^m R_j^s \quad (4.19)$$

Se $l = 1$, é permitido que até um subsistema falhe em curto sem ocasionar a falha do sistema. A probabilidade de o sistema falhar em curto é dada pela equação (4.20).

$$Q^s = 1 - \sum_{y=0}^1 P(Y = y) = 1 - [P(Y = 0) + P(Y = 1)] \quad (4.20)$$

em que $P(Y = 0)$ é dado pela equação (4.19) e

$$P(Y = 1) = \prod_{j=1}^m \left[Q_j^s \prod_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^m R_h^s \right]. \quad (4.21)$$

Quando $l = 2$, é permitido que até dois subsistemas falhem em curto sem que haja ruptura no sistema. Dessa forma, a probabilidade de haver falha em curto no sistema é dada pela equação (4.22).

$$Q^s = 1 - \sum_{y=0}^2 P(Y = y) = 1 - [P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2)] \quad (4.22)$$

em que $P(Y = 0)$ e $P(Y = 1)$ são dados pelas equações (4.19) e (4.21) respectivamente, e

$$P(Y = 2) = \prod_{j=1}^{m-1} \prod_{h=j+1}^m \left[Q_j^s Q_h^s \prod_{\substack{g=1 \\ g \neq j \\ g \neq h}}^m R_g^s \right]. \quad (4.23)$$

Para valores de l maiores que 2, basta expandir as equações com base no raciocínio apresentado.

4.3.5 Algoritmo de otimização

Na adequação do algoritmo genético a resolução dos problemas propostos, torna-se necessário codificar a alocação de componentes e redundância em variáveis condicionadas ao algoritmo. As variáveis de decisão foram definidas de natureza binária e correspondem a alocação dos componentes (i) e suas quantidades (n_j) sendo transcritas da seguinte forma: cada componente i está associado ao um vetor de tamanho três em que os valores correspondem a presença ou ausência nas quantidades 1, 2 e 3 de sua alocação no subsistema

j. O conjunto das variáveis de decisão que agrupa a totalidade de componentes alocados aos subsistemas é denominado vetor de solução \mathbf{x} .

As funções objetivos propostas para solucionar os problemas P1 e P2 são definidas da seguinte forma:

P1

$$MAX R(\mathbf{x})$$

$$sujeito a \sum c_i(\mathbf{x}) \leq C_{m\acute{a}x}$$

$$Se \sum c_i(\mathbf{x}) > C_{m\acute{a}x},$$

$$FP1 = (\sum c_i(\mathbf{x}) - C_{m\acute{a}x})peso1$$

$$Se \sum n_j(\mathbf{x}) < k_{j_{m\acute{i}n}} \forall j,$$

$$FP2_j = (k_{j_{m\acute{i}n}} - n_j(\mathbf{x}))peso2 \forall j$$

$$FO1 = R(\mathbf{x}) - F_1 - \sum FP2_j$$

P2

$$MIN \sum c_i(\mathbf{x})$$

$$sujeito a R(\mathbf{x}) \geq R_{m\acute{i}n}$$

$$Se R(\mathbf{x}) < R_{m\acute{i}n},$$

$$FP3 = (R_{m\acute{i}n} - R(\mathbf{x}))pe_3$$

$$Se \sum n_j(\mathbf{x}) < k_{j_{m\acute{i}n}} \forall j,$$

$$FP4_j = (k_{j_{m\acute{i}n}} - n_j(\mathbf{x}))peso4 \forall j$$

$$FO2 = \sum c_i(\mathbf{x}) - FP3 - \sum FP4_j$$

em que FO são as funções objetivos e FP são as funções de penalidade.

Os pesos adotados nas funções de penalidade estão dispostos na Tabela 4.1. O peso 1 corresponde à violação de custo excedente; o peso 3 corresponde à violação de confiabilidade mínima. As grandezas numéricas dos pesos 1 e 3 estão associadas às grandezas das variáveis a serem otimizadas. Os pesos 2 e 4 correspondem à violação do número de componentes mínimos exigidos por subsistema e suas grandezas estão ligeiramente acima dos demais pesos com vistas a evitar alocação de poucos componentes com prioridade. As funções de penalidade são nulas quando não há violação das restrições.

Tabela 4.1: Pesos adotados nas funções objetivos

peso 1	10^2
peso 2	10^5
peso 3	10^7
peso 4	10^9

No cálculo e aplicação do algoritmo genético, utilizou-se o pacote em R de Algoritmos Genéticos desenvolvido por Scrucca (2013) e os parâmetros definidos estão apresentados na Tabela 4.2. Os parâmetros de *crossover*, *mutation* e *popsiz*e precisam ser definidos com base no problema a ser resolvido. Coit e Smith (1995) sugerem que tais valores podem ser definidos experimentalmente de acordo com a natureza do problema em questão. Dessa forma, os valores das taxas de cruzamento e mutação bem como de tamanho populacional e número máximo de iterações foram definidos a partir de exemplos propostos por Hsieh et al. (1998). Adotou-se como critério de parada do processo iterativo 50 iterações sem progressão, ou seja, sem aumento da função objetivo. Visto que algoritmos genéticos realizam uma busca

estocástica dependente da geração de valores aleatórios, aplicou-se 20 replicações cujas sementes iniciais assumem os valores 1 a 20.

Tabela 4.2: Parâmetros utilizados no algoritmo de otimização

Tamanho populacional	200
Taxa de cruzamento	0,60
Taxa de mutação	0,50
Nº máx. de iterações	1500
Iterações sem progressão	50
Sementes iniciais	1 a 20

Sabe-se que os modos de aumentar a confiabilidade de um sistema constituem-se em aumentar a confiabilidade dos elementos e/ou utilizar elementos redundantes. De tal forma, o custo dos componentes foi definido como função linear da confiabilidade, onde o mais confiável é 2,5 vezes o valor do menos confiável. Dessa forma, ficará a critério do algoritmo de otimização a escolha de utilizar os recursos entre alocar poucos componentes altamente confiáveis ou alocar mais componentes, com menor confiabilidade, em redundância. Sooktip et al. (2012) afirmam que múltiplos componentes de baixo custo são preferíveis.

Os dados utilizados nos experimentos desse estudo estão apresentados na Tabela 4.3, os quais seguem as sugestões de Misra e Misra (1994). Será estudado o intervalo de confiabilidade discreto igualmente espaçado entre 0,99 e 0,65, em que o componente 1 é o mais confiável, e o 10, o menos. A razão entre as taxas de falha foi definida de forma aleatória dentre os valores 0,5, 1,0 e 2,0.

Tabela 4.3: Componentes candidatos e suas características

Componente	Confiabilidade	Custo	qo	qs	qo/qs
1	0,9900	100	0,0033	0,0067	0,5
2	0,9522	93	0,0239	0,0239	1,0
3	0,9144	87	0,0570	0,0285	2,0
4	0,8767	80	0,0411	0,0822	0,5
5	0,8389	73	0,1074	0,0537	2,0
6	0,8011	66	0,0994	0,0994	1,0
7	0,7633	60	0,1183	0,1183	1,0
8	0,7256	53	0,0915	0,1830	0,5
9	0,6878	46	0,1561	0,1561	1,0
10	0,6500	40	0,2333	0,1167	2,0

4.4 Resultados e discussões

Essa seção apresenta os resultados da aplicação da modelagem proposta em problemas de maximização da confiabilidade sujeito a custo máximo (P1) e de minimização do custo sujeito a confiabilidade mínima (P2) para estruturas série-paralelo *k-out-of-n* sujeita a dois modos de falha. Na elaboração dos cálculos de confiabilidade, estruturação e otimização de

sistemas, utilizou-se o software R versão 3.0.2 em um computador pessoal de processador IntelCore 1,80 GHz. Para as 20 replicações rodadas nos problemas de cada cenário, obteve-se aproximadamente os seguintes tempos computacionais: 5,3 minutos do cenário 1; 8,0 minutos no cenário 2; e por fim, 11,7 minutos no cenário 3.

Os valores de confiabilidade foram truncados em 4 casas decimais. As gerações de população inicial assim como as transcrições das funções de confiabilidade foram elaboradas e programadas pelos autores.

Para estruturação dos experimentos, definiram-se os seguintes cenários para análise: (i) sistema série-paralelo simples com 3 subsistemas em série, sendo exigido em cada subsistema no mínimo 1, 2 e 3 componentes, respectivamente; (ii) sistema série-paralelo *k-out-of-n* com 3 subsistemas em série, sendo exigido, para cada subsistema, o número mínimo de componentes em pleno funcionamento em 1, 2 e 3 respectivamente; (iii) sistema série-paralelo *l-out-of-m* com 5 subsistemas em série, sendo no mínimo 3 componentes necessários para cada subsistema e podendo falhar até 2 subsistemas em curto (*2-out-of-5*). Os cenários assemelham-se aos propostos por Coit (1996c), permitido haver até 6 componentes em cada subsistema.

4.4.1 Cenário 1

O primeiro cenário corresponde a um sistema série-paralelo com 3 subsistemas em que a restrição de projeto exige, no mínimo, 1, 2 e 3 componentes respectivamente a cada subsistema. Haverá falha do sistema quando não houver ao menos um caminho que conecte a origem com a saída sem que haja retorno, ou seja, quando algum subsistema falhar em aberto (todos seus componentes falharem em aberto) ou quando algum subsistema falhar em curto (ao menos um componente falhar em curto).

A confiabilidade máxima que o sistema pode alcançar é obtida ao alocar três unidades do componente mais confiável, isto é, do componente $i=1$, a cada subsistema. Dessa forma, a confiabilidade máxima que pode ser obtida pelo dado conjunto de dados em três subsistemas em série é 0,999992 com custo de 900 unidades monetárias, conforme mostrado na Tabela 4.4. Ao considerar a restrição do número mínimo de componentes por subsistema, o design com menor custo é formado pela alocação de seis componentes 10, com custo associado de 240 unidades monetárias e confiabilidade do sistema igual a 0,7078. O aumento da disponibilidade de recursos torna possível efetuar mudanças incrementando a confiabilidade do sistema de duas formas: aumentando o nível de componentes redundantes repetindo componentes em paralelo aos subsistemas, ou substituindo os componentes atuais por

componentes mais confiáveis (e mais caros). As soluções combinatórias geradas dão origem a um espaço extenso de possibilidades, deixando o algoritmo responsável em selecionar a estratégia de otimização com base nas características dos componentes e recursos disponíveis.

Tabela 4.4: Resultados do cenário 1

Condição	Conf. ótima	Custo	Estrutura
Conf. máx. $k_{min} = \{1,1,1\}$	0,9999	900	1 1 1 1 1 1 1 1 1
Conf. mín. $k_{min} = \{1,2,3\}$	0,7078	240	10 10 10 10 10 10
	0,9693	319	1 8 9 10 10 10
$C_{máx} = 320$	0,9665	319	1 8 10 9 10 10
	0,9635	318	1 9 9 9 10 10
$k_{min} = \{1,2,3\}$	0,9624	313	1 8 10 10 10 10
	0,9594	312	1 9 9 10 10 10
	0,8896	280	4 10 10 10 10 10
$C_{máx} = 280$	0,8706	279	8 8 8 10 10 10
	0,8686	278	8 8 9 9 10 10
$k_{min} = \{1,2,3\}$	0,8665	272	8 8 9 10 10 10
	0,8620	266	8 8 10 10 10 10

Na sequência, maximizou-se a confiabilidade sob restrições de custos de 320 e 280; os cinco melhores resultados obtidos em 20 replicações são apresentados na Tabela 4.4 com a confiabilidade em ordem decrescente. Ao considerar-se custo máximo de 320 unidades monetárias, a solução ótima encontrada possui confiabilidade 0,9693 ao custo de 319. As demais soluções não ótimas podem ser vistas como soluções alternativas passíveis de serem analisadas. Caso seja de interesse, ao diminuir uma unidade de custo, a confiabilidade decaiu em apenas 0,06% (de 0,9693 para 0,9635), ou então, ao diminuir sete unidades monetárias obtém-se um decréscimo de 1,02% de confiabilidade (0,9594). Tais decisões devem ser tomadas pelo decisor ao analisar o conjunto de soluções encontradas pelo programa. Os arranjos estruturais dos resultados ótimos são apresentados na Figura 4.3.

Ao projetar sistemas com foco em confiabilidade, deve-se buscar o limite em que o acréscimo de recursos proporciona pouco aumento na confiabilidade do sistema. Ao analisar a variação da confiabilidade em relação ao custo (Figura 4.4), percebe-se que, a partir de aproximadamente 420 unidades monetárias, o aumento do custo gera reduzido incremento da confiabilidade. A linha paralela ao eixo das abscissas sugere que o acréscimo do custo não é suficiente para modificar a estrutura ótima recomendada.

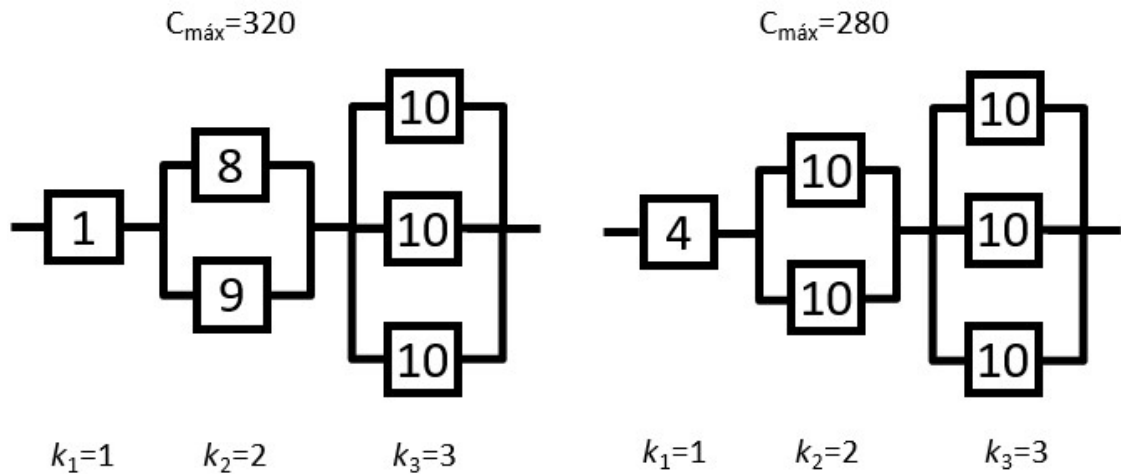


Figura 4.3: Arranjos estruturais das soluções ótimas do cenário 1 sujeitas aos custos máximos de 320 e 280 unidades monetárias

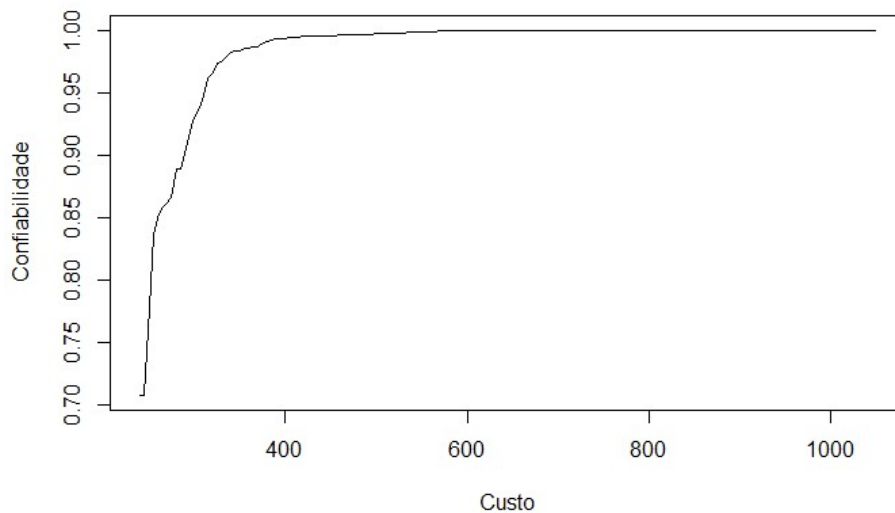


Figura 4.4: Evolução da confiabilidade ótima em relação ao avanço da disponibilidade de recursos

4.4.2 Cenário 2

O segundo cenário parte de um sistema série-paralelo *k-out-of-n* com 3 subsistemas em que, para manter a funcionalidade de cada subsistema, são necessários, no mínimo, 1, 2 e 3 componentes em pleno funcionamento respectivamente. Nesse caso, o sistema falhará quando algum subsistema falhar em curto (ao menos um componente falhar em curto) ou quando algum subsistema falhar em aberto (ao menos 1, 2 e 3 componentes por subsistema, respectivamente, não falharem em aberto).

Para o conjunto de dados definido, considerando três subsistemas em série e a restrição de $k_{min} = \{1,2,3\}$, o número ótimo do componente mais confiável alocado em paralelo em cada subsistema é $n_j = \{3,4,5\} \forall j=1,2,3$, atingindo a confiabilidade ótima de 0,9999822 com custo de 1200 unidades monetárias, conforme apresentado na Tabela 4.5. O

design com menor custo é formado pela alocação de seis componentes 10, com custo de 240 unidades monetárias e confiabilidade 0,1951. Percebe-se que, embora considere-se a mesma estrutura e os mesmos componentes do cenário 1, as confiabilidades diferem, pois sistemas *k-out-of-n* necessitam de, ao menos, 1, 2 e 3 componentes por subsistema.

Tabela 4.5: Resultados do cenário 2

Condição	Custo ótimo	Conf.	Estrutura
Conf. máx. $k_{min} = \{1,2,3\}$	1200	0,9999	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
Conf. mín. $k_{min} = \{1,2,3\}$	240	0,1951	10 10 10 10 10 10
$R_{min} = 0,95$ $k_{min} = \{1,2,3\}$	503	0,9545	1 8 8 8 8 8 9 9 9
	504	0,9548	1 8 8 8 8 8 8 9 10
	510	0,9588	1 8 8 8 8 8 8 9 9
	525	0,9580	1 4 8 8 8 8 8 10 10
	525	0,9501	1 7 7 8 8 8 8 8 10
$R_{min} = 0,90$ $k_{min} = \{1,2,3\}$	457	0,9048	1 8 9 9 8 8 8 8
	457	0,9042	1 8 8 9 8 8 8 9
	464	0,9142	1 8 8 8 8 8 8 9
	464	0,9049	2 8 8 8 8 8 8 8
	468	0,9022	1 9 9 9 9 9 9 9

Na sequência, minimizou-se o custo sujeito às confiabilidades mínimas de 0,95 e 0,90; os cinco melhores resultados obtidos em 20 replicações estão na Tabela 4.5 em ordem crescente de custo. Sob a restrição de confiabilidade mínima de 0,95, a solução ótima possui custo de 503 unidades monetárias e confiabilidade 0,9545. Observa-se que, ao aumentar uma unidade de custo, a confiabilidade é elevada em 0,0003 (de 0,9545 para 0,9548). Sob a restrição de confiabilidade mínima de 0,90, a solução com menor custo possui 0,9048 de confiabilidade com custo de 457 unidades monetárias. Pode-se notar que essa solução elege os mesmos componentes da solução seguinte, porém estruturados de forma diferente, o que altera a confiabilidade. Com acréscimo de 7 unidades monetárias, tem-se um ganho de aproximadamente 0,01 em confiabilidade. Os arranjos estruturais dos resultados ótimos estão apresentados pela Figura 4.5. Os perfis de minimização de custo durante a otimização via GA são apresentados na Figura 4.6.

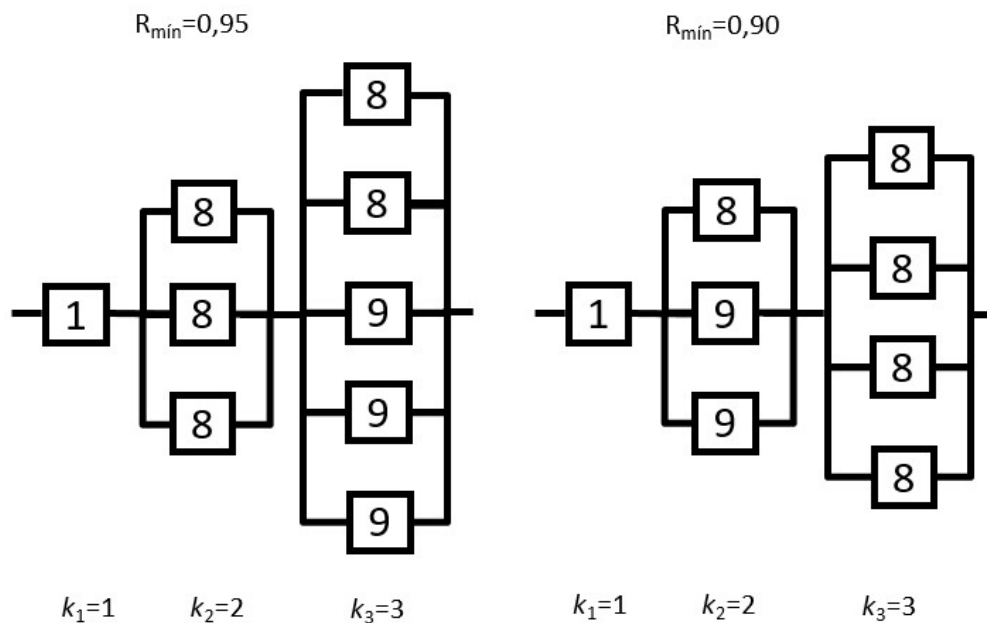


Figura 4.5: Arranjos estruturais das soluções ótimas do cenário 2 sujeitas às confiabilidades mínimas de 0,95 e 0,90

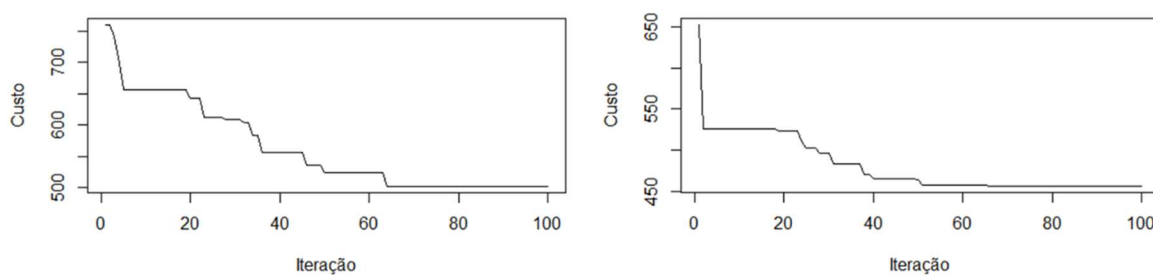


Figura 4.6: Minimização do custo através das iterações

4.4.3 Cenário 3

O terceiro cenário corresponde ao sistema série-paralelo *l-out-of-m* com 5 subsistemas em que a restrição de projeto exige, ao mínimo, 3 componentes em cada subsistema. Nesse caso, é permitido que até 2 subsistemas possam falhar em curto (*2-out-of-5*). Dessa forma, a falha do sistema ocorre quando não houver ao menos um caminho que conecte a origem com a saída, ou seja, quando algum subsistema falhar em aberto (todos seus componentes falharem em aberto) ou quando 3 ou mais subsistemas falharem em curto (ao menos um componente do subsistema falhar em curto). Exemplos práticos encontrados com essa estrutura são bombas de água que possuem pressão suficiente para emanar fluídos ao longo dos subsistemas sendo resistentes o suficiente para aguentarem a pressão de retorno ocasionado pela falha em curto de até 2 subsistemas.

Para o dado conjunto de dados, considerando 5 subsistemas em série e sem restrição de unidades mínimas por subsistema, o número ótimo de unidades idênticas do componente mais confiável alocadas em paralelo em cada subsistema é dois, atingindo a confiabilidade ótima de 0,9509851 com custo de 1000 unidades monetárias, conforme apresentado pela Tabela 4.6. Ao alocar unidades idênticas do componente menos confiável sob a restrição de 3 componentes por subsistema, encontra-se a confiabilidade de 0,0936 com custo de 600 unidades monetárias.

Minimizou-se o custo sujeito à confiabilidade mínima de 0,90; os quatro melhores resultados obtidos em 20 replicações estão dispostos na Tabela 4.6 ordenados pelos custos em ordem crescente. A solução ótima encontrada corresponde ao custo de 1486 e confiabilidade 0,9073 (a diferença com o segundo melhor resultado está na sexta casa decimal). O arranjo estrutural da solução ótima está apresentado pela Figura 4.7. Observa-se que, ao aumentar 7 unidades de custo, a confiabilidade tem um avanço de aproximadamente 0,01 (de 0,9073 para 0,9174). Comparando o resultado ótimo com o de maior confiabilidade, percebe-se que um aumento de 14 unidades monetárias implica elevação de confiabilidade de 0,203 (de 0,9073 para 0,9276). Novamente, cabe ao decisor analisar o conjunto de soluções em busca dos critérios de interesse. A quinta solução encontrada corresponde ao custo de 1479 unidades monetárias e confiabilidade 0,8973 não sendo factível pelo não cumprimento do requisito de confiabilidade mínima, e dessa forma, não reportada na Tabela 4.6.

Alterando a restrição de componentes mínimos por subsistema de 3 para 2, o menor custo que garante confiabilidade mínima de 0,90 é de 972 unidades monetárias, com confiabilidade associada de 0,9086. O segundo melhor resultado apresenta mesmo custo, porém, com confiabilidade menor. Já o terceiro e quarto apresentam ganhos de aproximadamente 0,0103 em confiabilidade a cada adicional de custo de sete unidades monetárias. O arranjo estrutural da solução ótima é apresentado na Figura 4.8. Considerando $k_{min} = \{3,2,1,2,3\}$, o menor custo que garante confiabilidade mínima de 0,90 é de 1072 unidades monetárias, com confiabilidade associada de 0,9002, representado pela Figura 4.9.

Tabela 4.6: Resultados do cenário 3

Condição	Custo ótimo	Conf.	Estrutura
Conf. máx. $k_{min} = \{1,1,1,1,1\}$	1000	0,9510	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
Conf. mín. $k_{min} = \{3,3,3,3,3\}$	600	0,0936	10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
$R_{min} = 0,90$ $k_{min} = \{3,3,3,3,3\}$	1486	0,9073	1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1
	1486	0,9073	1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
	1493	0,9174	1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
	1500	0,9276	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
$R_{min} = 0,90$ $k_{min} = \{2,2,2,2,2\}$	972	0,9086	1 1 1 1 1 2 1 2 2 2
	972	0,9079	1 1 1 1 1 1 2 2 2 2
	979	0,9189	1 1 1 1 1 1 1 2 2 2
	986	0,9292	1 1 1 1 1 1 1 1 2 2
	1072	0,9041	1 1 1 1 1 1 2 1 2 2 2
$R_{min} = 0,90$ $k_{min} = \{3,2,1,2,3\}$	1072	0,9002	1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2
	1079	0,9104	1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2
	1079	0,9102	1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 1
	1079	0,9095	1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 2
	1086	0,9196	1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1

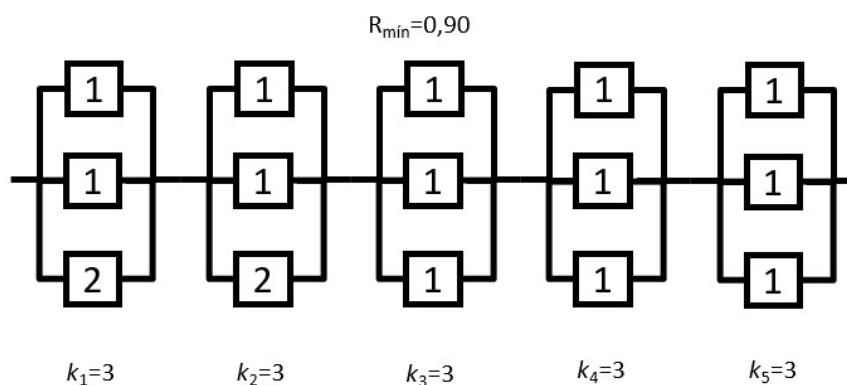


Figura 4.7: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de 3 componentes por subsistema

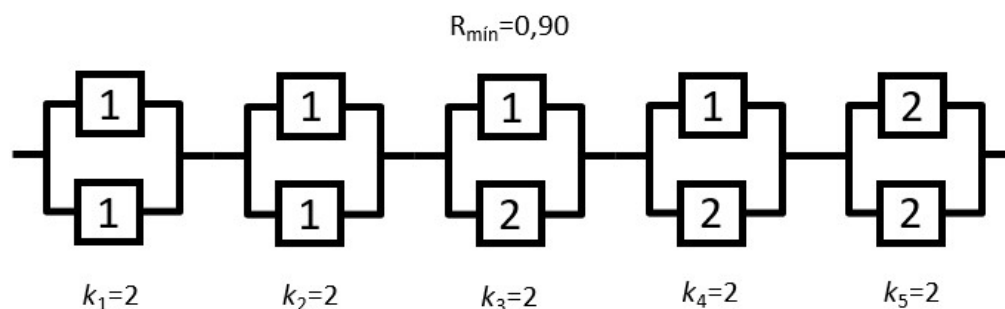


Figura 4.8: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de 2 componentes por subsistema

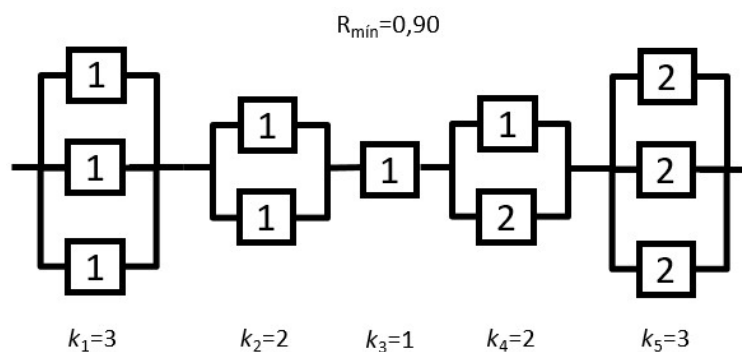


Figura 4.9: Arranjo estrutural da solução ótima do cenário 3 sujeito restrição de $k_{\min} = \{3,2,1,2,3\}$

4.5 Conclusões

Esse artigo propôs uma modelagem para alocação por redundância em sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha sujeitos a restrições. A modelagem proposta consiste na otimização através de eleição e alocação de componentes dentre um conjunto disponível em sistemas série-paralelo com vistas a atender aos requisitos do sistema e respeitar restrições de caráter prático. Apresentou-se os cálculos analíticos para a estimativa de confiabilidade de sistemas série-paralelo do tipo *k-out-of-n* com dois modos de falha e inovou-se ao apresentar sistemas *l-out-of-m*. Exemplos são resolvidos e discutidos frente aos resultados encontrados pela implementação de algoritmos genéticos a esse problema.

Em termos práticos, esse estudo é importante para dar suporte a decisões gerenciais e guiar escolhas de forma estratégica, pois necessita-se analisar conjuntamente o papel dos componentes e do arranjo formado entre eles em vistas a cumprir as exigências funcionais do sistema maximizando sua confiabilidade. O método proposto consistiu em calcular a confiabilidade de sistemas série-paralelo sob a restrição de número mínimo de componentes em sistemas com dois modos de falha. A escolha ótima dos componentes e seu arranjo estrutural sujeitos a restrições de projeto foram realizados por algoritmos genéticos, indicando os melhores componentes e a configuração de projeto, em nível de sistema e subsistemas.

Ao fim do estudo, as ferramentas formuladas e os códigos de programação implementados são capazes de otimizar uma vasta gama de sistemas série-paralelo. O estudo da otimização de sistemas propiciou a elaboração de estratégias de alocação. Ao analisar e comparar os resultados, pôde-se conhecer o comportamento da confiabilidade em relação a alteração dos recursos. O desempenho computacional do algoritmo genético mostrou-se satisfatório ao apresentar soluções ótimas e factíveis em tempo hábil de processamento.

A redundância pode ser dada aos níveis de componente, subsistema e sistema (Soltani, 2014). Recomenda-se o estudo da inclusão de redundância ao nível de subsistema e a análise

multiobjetivo do RAP, considerando outras restrições de cunho prático, tal como peso e tamanho dos componentes. Algumas outras áreas que têm aplicações práticas e proporcionam possibilidades para futuras pesquisas incluem sistemas multiestado, redundância em espera e redundância multi-nível.

4.6 Referências

ANZANELLO, M. J. A simplified approach for reliability evaluation and component allocation in three-state series and parallel systems composed of non-identical components. *Gest. Prod.*, São Carlos, vol.16, No. 1, p.54-62. 2009.

BAI, D. S.; YUN, W. Y.; CHUNG, S. W. Redundancy optimization of k-out-of-n systems with common-cause failures. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.40, No.1, p.56-59, 1991.

BARLOW, R. E.; HUNTER, L. C.; PROSCHAN, F. Optimum Redundancy when Components are Subject to Two Kinds of Failure. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol.11, No.1, p.64-73, 1963.

BARLOW, R. E.; HEIDTMANN, K. D. Computing k-out-of-n system reliability, *IEEE Trans. Reliability*, vol.R-33, p.322-323, 1984.

CHERN, M. S. On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. *Operations Research Letter*, vol.11, p.309-315. 1992.

COELLO, C.A.C. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol.191, No.11, p.1245–1287. 2002.

COIT, D.W.; SMITH, A.E. Optimization approaches to the redundancy allocation problem for series-parallel systems. *Proceedings of the Fourth Industrial Engineering Research Conference*. 1995.

(a)COIT, D.W.; SMITH, A.E. Penalty guided genetic search for reliability design optimization. *Computers e industrial engineering*, vol.30, No.4, p.895-904. 1996.

(b)COIT, D.W.; SMITH, A.E. Reliability Optimization of Series-Parallel Systems Using a Genetic Algorithm. *IEEE Transaction on Reliability*, vol.45, No.2, p.254-266. 1996.

(c)COIT, D.W.; SMITH, A.E. Solving the redundancy allocation problem using a combined neural network/genetic algorithm approach. *Computers Ops Res.* Vol.23, No. 6, p.515-526. 1996.

COIT, D.W.; LIU, J.C. System reliability optimization with k-out-of-n subsystems. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, Vol.7, No.02, p.129-142, 2000.

DHILLON, B. S.; SINGH, C. *Engineering Reliability - New Techniques and Applications*. Wiley. 1981.

- ELSAYED, E. System reliability engineering. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman, 1996.
- FYFFE, D. E.; HINES, W. W.; LEE, N. K. System reliability allocation and a computational algorithm. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.2, p.64-69, 1968.
- GARG, H.; SHARMA, S. P. Multi-objective reliability-redundancy allocation problem using particle swarm optimization. *Computers e Industrial Engineering*, vol.64, p.247-255. 2013.
- GEN, M.; OKUNO, H.; SHINOFUJI, S. An optimizing method in system reliability with failure-modes by implicit enumeration algorithm. *Journal of the Operation Research Society of Japan*, vol.19, No.2, p.99-116. 1976.
- GHORABAE, M. K.; AMIRI, M.; AZIMI, P. Genetic algorithm for solving bi-objective redundancy allocation problem with k-out-of-n subsystems. *Applied Mathematical Modelling*, vol.39, No.20, p.6396-6409, 2015.
- GUILANI, P. P.; SHARIFI, M.; NIAKI, S.T.A.; ZARETALAB, A. Redundancy Allocation Problem of a System with Three-state Components: A Genetic Algorithm. *IJE TRANSACTIONS B: Applications*, vol.27, No.11, p.1663-1672. 2014.
- HENIN, C. Computational techniques for optimizing systems with standby redundancy. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol.19, No.2, p.293-308, 1972.
- HOLLAND, J.H.; *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- HSIEH, Y.; CHEN, T.; BRICKER, D. L. Genetic algorithms for reliability design problems. *Microelectronics Reliability*, vol.38, No.10, p.1599-1605. 1998.
- JENNEY, B. W.; SHERWIN, D. J. Open and short circuit reliability of systems of identical items. *IEEE Transactions on reliability*, vol. R-35, No. 5, p.532-538, 1986.
- KENYON, R. L.; NEWELL, R. J. Steady-state availability of k-out-of-n:G system with single repair. *IEEE Transactions on Reliability*, vol.32, No.2, p.188-190, 1983.
- KOLESAR, P. J. Linear programming and the reliability of multicomponent systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol.14, No.3, p.317-327, 1967.
- KULTUREL-KONAK, S.; COIT, D. W.; BAHARANWALA, F. Pruned Pareto-optimal sets for the system redundancy allocation problem based on multiple prioritized objectives. *Journal of Heuristics*, vol.14, No.4, p.335-357, 2008.
- KUO, W.; WAN, R. Recent advances in optimal reliability allocation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.37, No. 2, p.143-156, 2007.
- LEŠANOVSĀÝ, A. Systems with two dual failure modes — A survey. *Microelectron Reliability*, vol.33, No. 10, p.1597-1626, 1993.
- LEVITIN, G. Optimal series-parallel topology of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering e System Safety*, vol.77, p.93-107, 2002.

LEVITIN, G. The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization, Springer series in reliability engineering, 2005.

LU, L.; LEWIS, G. Configuration determination for k-out-of-n partially redundant systems. Reliability Engineering & System Safety, vol.93, No.11, p.1594-1604, 2008.

MISRA, K.; MISRA, V. A procedure for solving general integer programming problems. Microelectronics Reliability, vol.34, No. 1, p.157-163, 1994.

NAKAGAWA, T. Optimization problems in k-out-of-n systems. IEEE transactions on reliability, vol.34, No.3, p.248-250, 1985.

PAGE, L. B.; PERRY, J. E. Optimal "series-parallel" networks of 3-state devices. IEEE Transactions on reliability, vol. 37, No. 4, p.388-394, 1988.

PAINTON, L.; CAMPBELL, J. Genetic algorithms in optimization of system reliability. IEEE Transactions on Reliability, vol.44, No.2, p.172-178, 1995.

PROCTOR, C. L.; SINGH B. Reliability of three-state device networks, Proc. A. Reliab. Maintainab. Syrup. p.311-316. IEEE. 1975.

SAHOO, L. Studies on reliability optimization problems by genetic algorithm. West Bengal, India. 154p. Thesis - Philosophy in mathematics - The University of Burdwan. 2012.

SCRUCCA, L. GA: A Package for Genetic Algorithms in R. Journal of Statistical Software, 53(4), 1-37. URL <http://www.jstatsoft.org/v53/i04/>, 2013.

SOLTANI, Roya. Reliability optimization of binary state non-repairable systems: A state of the art survey. International Journal of Industrial Engineering Computations, vol.5, No.3, p.339, 2014.

SOOKTIP, T.; Wattanapongsakorn, N.; COIT, D.W. Multi-objective optimization for k-out-of-n redundancy allocation problem. In: Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (ICQR2MSE), 2012 International Conference on. IEEE, 2012. p. 1050-1054.

TAVAKKOLI-MOGHADDAMA, R.; SAFARI, J; SASSANI, F. Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm. Reliability Engineering e System Safety, vol.93, p.550-556, 2008.

YANG, J.; HWANG, M.; SUNG, T.; JIN, Y. Application of genetic algorithm for reliability allocation in nuclear power plants. Reliability Engineering e System Safety, vol.65, p.229-238, 1999.

YOKOTA, T.; GEN, M.; IDA, K.; TAGUCHI, T. Optimal design of system reliability by an improved genetic algorithm. Electronics and Communications in Japan (Part III: Fundamental Electronic Science), vol.79, No.2, p.41-5. 1996.

YOU, P.; CHEN, T. An efficient heuristic for series-parallel redundant reliability problems. Computers and Operations Research, vol.32, No.8, p.2117-2127. 2005.

ZIA, L.; COIT, D.W. Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using a Column Generation Approach. IEEE Transaction on reliability, vol.59, No.4, p.706-717. 2010.

Apêndice C

Inserção dos dados.

s=3

#constantes de replicação

k=rep(s,30)

choic=rep(10,30)

Ki=c(0:s*30)

A = rep(c(1,2,3),3)

B = rep(c(1,2,3),30)

AB = rep(c(1,2,3),10)

AABB = rep(1:10,each=3)

r=c(0.99, 0.9522, 0.9144, 0.8767, 0.8389, 0.8011, 0.7633, 0.7256, 0.6878, 0.65)

ri=rep(c(r,r,r),k)

c=c(100, 93, 87, 80, 73, 66, 60, 53, 46, 40)

ci=rep(c(c,c,c),k)

ratio_qo_qs=rep(c(0.5, 1, 2, 0.5, 2, 1, 1, 0.5, 1, 2),3)

compl_ri = rep(1,s*30)

compl_ri = compl_ri - ri

compl_ri_quadr = compl_ri^B

qs=(1-r)/(ratio_qo_qs+1)

qsi=rep(qs,k)

qo=1-r-qs

qoi=rep(qo,k)

compl_qsi = rep(1,s*30)

compl_qsi = compl_qsi - qsi

compl_qoi = rep(1,s*30)

compl_qoi = compl_qoi - qoi

Algoritmo para calcular a confiabilidade de sistemas série-paralelo com componentes idênticos.

```
conf_serie_paralelo = function(r,m,n,radio){
  qs = ((1-r)/(radio+1))
  qo = 1-r-qs
  R=(1-qo^n)^m-(1-(1-qs)^n)^m
  R
}
```

Algoritmo elaborado para solucionar P1

```
####Problema 1
```

```
#MAX R
```

```
#st Cmax
```

```
ki=rep(0,s)
```

```
##### Função confiabilidade para componentes não-idênticos.
```

```
conf = function(xi) {
```

```
  for (j in 1:s){
```

```
    ki[j] = sum(AB*(xi[(Ki[j]+1):Ki[j+1]]))
```

```
  }
```

```
## Função que pega os 0-1 e transforma em inteiros, separados por subsistemas
```

```
for (i in 1:30){
```

```
  if (xi[i]==1) { arranjo_s1 = c(arranjo_s1,rep(AABB[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_compl_ri = c(arranjo_s1_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_ri = c(arranjo_s1_ri,rep(ri[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_qsi = c(arranjo_s1_qsi,rep(qsi[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_qoi = c(arranjo_s1_qoi,rep(qoi[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_compl_qsi = c(arranjo_s1_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i]))
```

```
  }
```

```
}
```

```
for (i in 31:60){
```

```
  if (xi[i]==1) { arranjo_s2 = c(arranjo_s2,rep(AABB[i-30],AB[i-30]))
```

```
  arranjo_s2_compl_ri = c(arranjo_s2_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i-30]))
```

```
  arranjo_s2_ri = c(arranjo_s2_ri,rep(ri[i],AB[i-30]))
```

```

arranjo_s2_qsi = c(arranjo_s2_qsi,rep(qsi[i],AB[i-30]))
arranjo_s2_qoi = c(arranjo_s2_qoi,rep(qoi[i],AB[i-30]))
arranjo_s2_compl_qsi = c(arranjo_s2_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-30]))
}
}

```

```

for (i in 61:90){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s3 = c(arranjo_s3,rep(AABB[i-60],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_ri = c(arranjo_s3_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_ri = c(arranjo_s3_ri,rep(ri[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_qsi = c(arranjo_s3_qsi,rep(qsi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_qoi = c(arranjo_s3_qoi,rep(qoi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_qsi = c(arranjo_s3_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-60]))
  }
}
arranjo = c(arranjo_s1,arranjo_s2,arranjo_s3)

```

```

Qo[1] = prod(arranjo_s1_qoi[1:ki[1]])
Qo[2] = prod(arranjo_s2_qoi[1:ki[2]])
Qo[3] = prod(arranjo_s3_qoi[1:ki[3]])

```

```

Qs[1] = prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]])
Qs[2] = prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]])
Qs[3] = prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]])

```

```

conf_serie_paralelo(Qo,Qs)
}

```

Parâmetros

Cmax = 280

kmin=c(1,2,3)

peso1=100

peso2=100000

Função Max R st a Custo máximo

```

MAX_R_0 = function(xi) {
  for (j in 1:s){
    ki[j] = sum(AB*(xi[(Ki[j]+1):Ki[j+1]]))
  }
  C = f_cust(xi)
  R = conf(xi)
  penalty1 = 0
  penalty2 = rep(0,s)

  if (C > Cmax) penalty1=(C-Cmax)*peso1
  for (j in 1:s) {
    if (ki[j] < kmin[j]) penalty2[j]=(kmin[j]-ki[j])*peso2
  }
  R-penalty1-sum(penalty2)
}

```

Aplicação do GA para solucionar P1

```

itera=20
for (sid in 1:itera) {
  GA_MAX_R_0 = ga(type="binary",
    fitness = MAX_R_0,
    nBits = length(qsi), suggestions=initial_pop(200),
    popSize=200, pcrossover = 0.6, pmutation=0.5,
    maxiter=1500, run=50,
    seed=(sid)
  )
  sol[sid] = MAX_R_0(GA_MAX_R_0@solution[1,])
  cust[sid] = f_cust(GA_MAX_R_0@solution[1,])
  n[sid]=sum(B*GA_MAX_R_0@solution[1,])
  R[sid]=conf(GA_MAX_R_0@solution[1,])
  arranjos[sid,]=c(arranjar(GA_MAX_R_0@solution[1,]),rep(0,15-
length(arranjar(GA_MAX_R_0@solution[1,])))
}

```



```
soluções = matrix(c(sol,R,cust,n),ncol=4)
```

```
soluções
```

```
arranjos
```

Algoritmo para solucionar P2

```
###Problema 2
```

```
#MIN C
```

```
#st Rmin
```

```
aux=rep(0,s) #soma do n° de comp de cada subsistema
```

```
ki=rep(0,s)
```

```
peso3=10000000 #7 zeros
```

```
peso4=1000000000 #9 zeros
```

```
MIN_C_I = function(xi) {
```

```
  C = sum(xi*(B*ci))
```

```
  R = conf_outofn_I(xi)
```

```
  penalty1 = 0
```

```
  penalty2 = rep(0,s)
```

```
  if (R < Rmin) penalty1=(Rmin-R)*peso3
```

```
  for (j in 1:s) {
```

```
    aux[j] = sum(AB*(xi[(Ki[j]+1):Ki[j+1]]))
```

```
    if (aux[j] < kmin[j]) penalty2[j]=(kmin[j]-aux[j])*peso4
```

```
  }
```

```
  C+penalty1+sum(penalty2)
```

```
}
```

```
inv_MIN_C_I = function (xi) -MIN_C_I(xi)
```

Aplicação do GA para solucionar P2

```
Rmin = 0.90
```

```
kmin=c(1,2,3)
```

```
GA_MIN_C_I = ga(type="binary",
```

```
  fitness = inv_MIN_C_I,
```

```
  nBits = length(qsi), suggestions=initial_pop(200),
```

```

    popSize=200, pcrossover = 0.6, pmutation=0.5,
    maxiter=1500, run=50,
    seed=(sid)
)
sol[sid] = MIN_C_I(GA_MIN_C_I@solution[1,])
cust[sid] = f_cust(GA_MIN_C_I@solution[1,])
n[sid]=sum(B*GA_MIN_C_I@solution[1,])
R[sid]=conf_outofn_I(GA_MIN_C_I@solution[1,])
arranjos[sid,]=c(arranjar(GA_MIN_C_I@solution[1,]),rep(0,20-
length(arranjar(GA_MIN_C_I@solution[1,])))
}

```

```
soluções = matrix(c(sol,R,cust,n),ncol=4)
```

```
soluções
```

```
arranjos
```

Algoritmo para cálculo e apresentação da confiabilidade de sistemas série-paralelo *k-out-of-n*.

```
ki=rep(0,s)
```

```
conf_outofn_I = function(xi) {
```

```
  for (j in 1:s){
```

```
    ki[j] = sum(AB*(xi[(Ki[j]+1):Ki[j+1]]))
```

```
  }
```

```
for (i in 1:30){
```

```
  if (xi[i]==1) { arranjo_s1 = c(arranjo_s1,rep(AABB[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_compl_ri = c(arranjo_s1_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_ri = c(arranjo_s1_ri,rep(ri[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_qsi = c(arranjo_s1_qsi,rep(qsi[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_qoi = c(arranjo_s1_qoi,rep(qoi[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_compl_qsi = c(arranjo_s1_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i]))
```

```
  arranjo_s1_compl_qoi = c(arranjo_s1_compl_qoi,rep(compl_qoi[i],AB[i]))
```

```
  }
```

```
}
```

```

for (i in 31:60){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s2 = c(arranjo_s2,rep(AABB[i-30],AB[i-30]))
  arranjo_s2_compl_ri = c(arranjo_s2_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_ri = c(arranjo_s2_ri,rep(ri[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_qsi = c(arranjo_s2_qsi,rep(qsi[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_qoi = c(arranjo_s2_qoi,rep(qoi[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_compl_qsi = c(arranjo_s2_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_compl_qoi = c(arranjo_s2_compl_qoi,rep(compl_qoi[i],AB[i-30]))
  }
}

```

```

for (i in 61:90){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s3 = c(arranjo_s3,rep(AABB[i-60],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_ri = c(arranjo_s3_compl_ri,rep(compl_ri[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_ri = c(arranjo_s3_ri,rep(ri[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_qsi = c(arranjo_s3_qsi,rep(qsi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_qoi = c(arranjo_s3_qoi,rep(qoi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_qsi = c(arranjo_s3_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_qoi = c(arranjo_s3_compl_qoi,rep(compl_qoi[i],AB[i-60]))
  }
}

```

```

arranjo = c(arranjo_s1,arranjo_s2,arranjo_s3)

```

```

Rsub1 = 1-prod(arranjo_s1_qoi[1:ki[1]])

```

```

Rsub2 =0

```

```

monstro1=0

```

```

for (j in 1:ki[2]){

```

```

  monstro1 = monstro1 +

```

```

  (arranjo_s2_compl_qoi[j]*prod(arranjo_s2_qoi[-j]))

```

```

} #(1-conf_paralelo(rep(0,ki[2]-1),arranjo_s2_qoi[-j]))

```

```

Rsub2 = 1 - (monstro1 + prod(arranjo_s2_qoi[1:ki[2]]))

```

```

Rsub3 = 0
monstro2=0
for (j in 1:ki[3]){
  monstro2 = monstro2 +
    (arranjo_s3_compl_qoi[j]*prod(arranjo_s3_qoi[-j]))
}
monstro3=0
for (j in 1:(ki[3]-1)){
  for (l in (j+1):ki[3]){
    monstro3 = monstro3 +
      (arranjo_s3_compl_qoi[j]*arranjo_s3_compl_qoi[l]*
        prod(arranjo_s3_qoi[-c(j,l)]))
  }}
Rsub3 = 1 - (monstro3 + monstro2 + prod(arranjo_s3_qoi[1:ki[3]]))

Qs = rep(0,s)
Qo = rep(0,s)

Qs[1] = prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]])
Qs[2] = prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]])
Qs[3] = prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]])

prod(Rsub1,Rsub2,Rsub3)-prod(1-Qs)
}

```

Algoritmo para cálculo e apresentação da confiabilidade de sistemas série-paralelo *l-out-of-m*

```

conf_outofn_II = function(xi) {
  for (j in 1:s){
    ki[j] = sum(AB*(xi[(Ki[j]+1):Ki[j+1]]))
  }

  for (i in 1:30){
    if (xi[i]==1) { arranjo_s1 = c(arranjo_s1,rep(AABB[i],AB[i]))

```

```

arranjo_s1_qoi = c(arranjo_s1_qoi,rep(qoi[i],AB[i]))
arranjo_s1_compl_qsi = c(arranjo_s1_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i]))
}
}

for (i in 31:60){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s2 = c(arranjo_s2,rep(AABB[i-30],AB[i-30]))
  arranjo_s2_qoi = c(arranjo_s2_qoi,rep(qoi[i],AB[i-30]))
  arranjo_s2_compl_qsi = c(arranjo_s2_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-30]))
  }
}

for (i in 61:90){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s3 = c(arranjo_s3,rep(AABB[i-60],AB[i-60]))
  arranjo_s3_qoi = c(arranjo_s3_qoi,rep(qoi[i],AB[i-60]))
  arranjo_s3_compl_qsi = c(arranjo_s3_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-60]))
  }
}

for (i in 91:120){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s4 = c(arranjo_s4,rep(AABB[i-90],AB[i-90]))
  arranjo_s4_qoi = c(arranjo_s4_qoi,rep(qoi[i],AB[i-90]))
  arranjo_s4_compl_qsi = c(arranjo_s4_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-90]))
  }
}

for (i in 121:150){
  if (xi[i]==1) { arranjo_s5 = c(arranjo_s5,rep(AABB[i-120],AB[i-120]))
  arranjo_s5_qoi = c(arranjo_s5_qoi,rep(qoi[i],AB[i-120]))
  arranjo_s5_compl_qsi = c(arranjo_s5_compl_qsi,rep(compl_qsi[i],AB[i-120]))
  }
}

arranjo = c(arranjo_s1,arranjo_s2,arranjo_s3,arranjo_s4,arranjo_s5)

```

P_0 = 0

$P_0 = \text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$P_1 = 0$
 $p = \text{rep}(0, s)$

$p[1] = (1 - \text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]])) * \text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p[2] = (1 - \text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]])) * \text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p[3] = (1 - \text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]])) * \text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p[4] = (1 - \text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]])) * \text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]),$
 $\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p[5] = (1 - \text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]])) * \\
\text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]))$

$P_1 = \text{prod}(p)$

$P_2 = 0$

$p2 = \text{rep}(0, \text{choose}(s, 2))$

#Subsistema 1

$p2[1] = \text{prod}(1 - \text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]), \\
1 - \text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]])) * \\
\text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p2[2] = \text{prod}(1 - \text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]), \\
1 - \text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]])) * \\
\text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p2[3] = \text{prod}(1 - \text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]), \\
1 - \text{prod}(\text{arranjo_s4_compl_qsi}[1:\text{ki}[4]])) * \\
\text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]]))$

$p2[4] = \text{prod}(1 - \text{prod}(\text{arranjo_s1_compl_qsi}[1:\text{ki}[1]]), \\
1 - \text{prod}(\text{arranjo_s5_compl_qsi}[1:\text{ki}[5]])) * \\
\text{prod}(\text{prod}(\text{arranjo_s2_compl_qsi}[1:\text{ki}[2]]), \\
\text{prod}(\text{arranjo_s3_compl_qsi}[1:\text{ki}[3]]),$

prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]])

#Subsistema 2

p2[5]=prod(1-prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
 1-prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]))*
 prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
 prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]),
 prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))

p2[6]=prod(1-prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
 1-prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]))*
 prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
 prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]),
 prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))

p2[7]=prod(1-prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
 1-prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))*
 prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
 prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]),
 prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]))

#Subsistema 3

p2[8]=prod(1-prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]),
 1-prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]))*
 prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
 prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
 prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))

p2[9]=prod(1-prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]),
 1-prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))*
 prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
 prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
 prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]))


```

#Subsistema 4
p2[10]=prod(1-prod(arranjo_s4_compl_qsi[1:ki[4]]),
            1-prod(arranjo_s5_compl_qsi[1:ki[5]]))*
prod(prod(arranjo_s1_compl_qsi[1:ki[1]]),
prod(arranjo_s2_compl_qsi[1:ki[2]]),
prod(arranjo_s3_compl_qsi[1:ki[3]]))

P_2=prod(p2)
Qo = rep(0,s)
Qo[1] = 1-prod(arranjo_s1_qoi[1:ki[1]])
Qo[2] = 1-prod(arranjo_s2_qoi[1:ki[2]])
Qo[3] = 1-prod(arranjo_s3_qoi[1:ki[3]])
Qo[4] = 1-prod(arranjo_s4_qoi[1:ki[4]])
Qo[5] = 1-prod(arranjo_s5_qoi[1:ki[5]])

prod(Qo)-(1-sum(P_0,P_1,P_2))
}

```

Algoritmo para gerar população inicial para o GA sob as seguintes suposições: 3 subsistemas; quantidade de componentes alocados (1,2,3) para cada subsistema respectivamente.

```

initial_pop = function (n) {
  um_comp = c(1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28)
  dois_comp=c(2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29)
  tres_comp = c(3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30)
  initial_pop = NULL
  i=1
  while (i<=n) {
#Componentes que serão selecionados no subsistema 1:
x_1 = rep (0,30)
ind_um = sample(um_comp, 1, replace = FALSE)
x_1[ind_um]=1

```

#Componentes que serão selecionados no subsistema 2:

```
x_2 = rep (0,30)
if (runif(1)>0.5) {
#dois diferentes
ind_dois_dif = sample(um_comp, 2, replace = FALSE)
x_2[ind_dois_dif[1]]=1
x_2[ind_dois_dif[2]]=1
} else
#dois iguais
{
ind_dois_iguais = sample(dois_comp, 1, replace = FALSE)
x_2[ind_dois_iguais]=1
}
```

#Componentes que serão selecionados no subsistema 3:

```
x_3 = rep (0,30)
if (runif(1)<0.3333) {
#três iguais
ind_tres_iguais = sample(tres_comp, 1, replace = FALSE)
x_3[ind_tres_iguais]=1
} else if(runif(1)>0.5) {
#dois iguais e um dif
ind_um = sample(um_comp, 1, replace = FALSE)
x_3[ind_um]=1
ind_dois_iguais = sample(dois_comp, 1, replace = FALSE)
x_3[ind_dois_iguais]=1
} else {
#três diferentes
ind_tres_dif = sample(um_comp, 3, replace = FALSE)
x_3[ind_tres_dif[1]]=1
x_3[ind_tres_dif[2]]=1
x_3[ind_tres_dif[3]]=1
}
#Resultado final:
#initial_pop = c(x_1,x_2,x_3)
```

```
initial_pop = matrix(c(initial_pop,c(x_1,x_2,x_3)),ncol=90)
i=i+1
} #fim do while
initial_pop
} #fim da function
```

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as conclusões da dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

No cenário pela busca de maximização da qualidade, torna-se fundamental o estudo da confiabilidade. O estudo de sistemas com foco na otimização de confiabilidade consiste em determinar a alocação que proporciona níveis mais elevados de confiabilidade. Para tanto, necessita-se analisar conjuntamente o papel dos componentes e arranjo formado entre eles com vistas a cumprir as exigências funcionais do sistema.

Esta dissertação teve como objetivo principal propor uma abordagem para otimizar a alocação de componentes em sistemas sujeitos a dois modos de falha estruturados em série-paralelo, os quais encontram vasta aplicação industrial e são caracterizados por elevada complexidade matemática. Tal estudo é importante para dar suporte a decisões gerenciais e guiar escolhas de forma estratégica. Para tanto, os objetivos definidos foram:

- i. Apresentar os problemas e soluções trazidos pela literatura na alocação de confiabilidade por redundância em sistemas compostos por componentes sujeitos a dois modos de falha, classificando os métodos de otimização empregados;
- ii. Apresentar o problema de alocação de confiabilidade por redundância a sistemas série-paralelo sujeitos a dois modos de falha e propor soluções;
- iii. Explorar a convergência da confiabilidade decorrente de alterações na estrutura e nos parâmetros de sistemas série-paralelo estruturados por componentes idênticos com dois modos de falha;
- iv. Modelar analiticamente a confiabilidade de sistemas série-paralelo *k-out-of-n* sujeitos a dois modos de falha e estender para sistemas *l-out-of-m*;

O objetivo (i) foi atingido no primeiro artigo, o qual apresentou uma revisão bibliográfica do estado da arte da confiabilidade sob o enfoque de sistemas sujeitos a dois modos de falha. O cálculo da confiabilidade e as principais técnicas que contemplam a problemática de sistemas com dois modos de falha foram apresentadas, incluindo desde as primeiras técnicas até os procedimentos mais atuais.

Os objetivos (ii) e (iii) foram alcançados no segundo artigo que ofereceu suporte ao desenvolvimento de sistemas a nível de projeto com foco em confiabilidade apresentando soluções a problemas práticos. Apresentou-se a problemática e foram desenvolvidas estratégias de otimização a partir da seleção e alocação de componentes idênticos com dois modos de falha em estruturas série-paralelo. Explorou-se o comportamento do sistema ao

manusear suas estruturas, taxas de falha e confiabilidade dos componentes, afirmando com exemplos numéricos as hipóteses descritas na literatura, bem como apresentando novas descobertas.

O objetivo (iv) foi atingido no terceiro artigo o qual apresentou a modelagem na estimação da confiabilidade de sistemas série-paralelo *k-out-of-n* sujeitos a dois modos de falha e estendeu-se para sistemas *l-out-of-m*. Considerando alocação de componentes não-idênticos, foram propostas soluções aos problemas de alocação por redundância. Sistemas sujeitos a restrições foram otimizados sob estruturas em série-paralelo restritas na forma *k-out-of-n* e estendidas para *l-out-of-m*. O método aplicado consistiu em calcular a confiabilidade e guiar a escolha ótima dos componentes e seu arranjo estrutural através de algoritmos genéticos.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

A partir de uma visão geral dos métodos aplicados nessa dissertação, percebe-se que há extensões práticas possibilitando espaço para elaboração de novas linhas de pesquisa. Sugerem-se as seguintes pesquisas futuras:

- a) Propor métodos de solução aos problemas de alocação de confiabilidade por redundância em sistemas com múltiplos objetivos a serem otimizados simultaneamente, considerando restrições de cunho prático tal como peso e tamanho dos componentes, e também consumo de recursos entre conexões de componentes ou subsistemas;
- b) Analisar sistemas sujeitos a dois modos de falha alocados sob outras estruturas, como por exemplo, paralelo-série, série-paralelo misto e sistemas complexos.
- c) Definir e propor soluções a problemas de cunho prático sujeitos às vertentes de modelagem explicitadas na Figura 2.1 ainda não abordados sob enfoque de otimização de sistemas e alocação ótima, como por exemplo, redundância em espera e sistemas multiestado;
- d) Analisar de forma conjunta as medidas de desempenho de sistemas, considerando não somente a confiabilidade no nível de planejamento de projeto, mas considerar disponibilidade, tempo médio até falha e percentil de vida; e
- e) Explorar outros modos de aumento de confiabilidade, como redundância em *standby*, manutenção e reparo.