

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DESIGN CONSTRUTAL APLICADO A ESCOAMENTOS DE FLUIDOS
VISCOPLÁSTICOS SOBRE DUTOS DE SEÇÃO ELÍPTICA

por

Lober Hermany

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, outubro de 2016

DESIGN CONSTRUTAL APLICADO A ESCOAMENTOS DE FLUIDOS
VISCOPLÁSTICOS SOBRE DUTOS DE SEÇÃO ELÍPTICA

por

Lober Hermany
Mestre em Engenharia Mecânica

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Co-orientadora: Prof. Dr. Flávia Zinani

Aprovado por:

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Daniel Dall'Onder dos Santos, FEMEC/UFU

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, EE/FURG

Prof. Dr. Jackson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 27 de outubro de 2016

*“Se você quer ir rápido, vá sozinho.
Se você quer ir longe, vá em grupo.”*

Provérbio africano

AGRADECIMENTOS

A concretização deste sonho teve a colaboração de muitas pessoas e por isso é necessário agradecê-las.

Inicialmente agradeço ao meu pai, Sighard Hermany, por dar-me todo o apoio para sempre continuar na caminhada e construir um mundo melhor.

Também agradeço à minha companheira, Francine Inês Hauth, que sempre esteve ao meu lado, dando forças e não permitindo que eu desistisse dos meus objetivos.

Agradeço imensamente ao professor que me orientou neste trabalho, Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha, que acreditou na minha capacidade e sempre me orientou com muita dedicação e profissionalismo.

Da mesma forma, agradeço à professora Dr. Flávia S. F. Zinani que contribuiu com muito conhecimento para a finalização do trabalho.

Gostaria de agradecer também aos meus irmãos, Bergus, Glauber e Nidrian, que muitas vezes me aconselharam e ajudaram a vencer momentos difíceis.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa concedida durante alguns meses.

Por fim, agradeço a todos os meus amigos que de alguma forma ajudaram a concluir esta tese.

RESUMO

O presente trabalho destina-se ao estudo numérico da geometria de tubos de seção elíptica que facilite a transferência de calor adimensional e diminua a queda de pressão adimensional ($\Delta\tilde{p}$) sofrida pelo escoamento. O método aplicado é o Design Construtal, que visa determinar a geometria que apresentará a menor resistência ao escoamento, ou seja, busca-se determinar a razão de aspecto da elipse ($r = b/a$) que favorece a transferência de calor e diminui a queda de pressão do escoamento. O fluido empregado neste estudo apresenta características de viscoplasticidade. A relação entre a tensão cisalhante e a taxa de deformação obedece ao modelo de Herschel-Bulkley modificado. Considera-se que o escoamento é incompressível, laminar, bidimensional, externo e ocorre em regime permanente. A solução numérica do problema proposto é realizada com um código comercial baseado no método dos volumes finitos. É investigada a influência do índice de potência, n , sobre a seção elíptica que facilita o escoamento e, para isso, este índice é variado de 0,4 a 1. A influência dos números de Reynolds ($Re_{\sqrt{A}}$), Herschel-Bulkley ($HB_{\sqrt{A}}$) e Prandtl ($Pr_{\sqrt{A}}$) sobre o comportamento do escoamento também é avaliada. $Re_{\sqrt{A}}$ é variado de 1 a 40, $Pr_{\sqrt{A}}$ é variado de 1 a 100 e $HB_{\sqrt{A}}$ é variado de 0,1 a 100. Os resultados mostram que, para um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ e $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, o aumento do índice de potência influencia negativamente na transferência de calor adimensional e a seção elíptica, que maximiza esta transferência de calor adimensional, tende a ser mais alongada na direção do escoamento. Já Pr e Re influenciam positivamente na transferência de calor adimensional. Para um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0,4$ conclui-se que com o aumento de Pr a razão de aspecto ótima ($r_{q,opt}$), do ponto de vista térmico, diminui. Quando é considerado um escoamento com $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0,4$ conclui-se que $r_{q,opt}$ diminui com o aumento de Re , ou seja, a elipse torna-se mais alongada no sentido do escoamento. A variação de $HB_{\sqrt{A}}$ em um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0,4$ mostra que o aumento deste parâmetro acarreta em aumento da taxa de transferência adimensional e de $\Delta\tilde{p}$.

Palavras-chave: Otimização Geométrica; Fluido Viscoplastico; Razão de Aspecto; Elipse; Método Design Construtal.

ABSTRACT

The present work is aimed at the numerical study of the geometry of elliptic section tubes that facilitates the dimensionless heat transfer and decreases the dimensionless pressure drop ($\Delta\tilde{p}$) suffered by the flow. The applied method is the Construtal Design, which aims to determine the geometry that will present the least resistance to the flow, that is, to determine the aspect ratio of the ellipse ($r = b/a$) that favors heat transfer and decreases the flow pressure drop. The fluid used in this study has viscoplasticity characteristics. The relationship between shear stress and strain rate follows the modified Herschel-Bulkley model. It is considered that the flow is incompressible, laminar, two-dimensional, external and occurs in steady state. The numerical solution of the proposed problem is carried out with a commercial code based on the finite volume method. The influence of the power index, n , on the elliptical section facilitating the flow is investigated, and for this, the index is varied from 0.4 to 1. The influence of the Reynolds number ($Re_{\sqrt{A}}$), Herschel-Bulkley number ($HB_{\sqrt{A}}$) and Prandtl number ($Pr_{\sqrt{A}}$) on the flow behavior is also evaluated. $Re_{\sqrt{A}}$ is varied from 1 to 40, $Pr_{\sqrt{A}}$ is varied from 1 to 100 and $HB_{\sqrt{A}}$ is varied from 0.1 to 100. The results show that for a flow with $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ and $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, the increase of the power index negatively influences the dimensionless heat transfer and the elliptic section, which maximizes this dimensionless heat transfer, tends to be more elongated in the direction of flow. Already $Pr_{\sqrt{A}}$ and $Re_{\sqrt{A}}$ influence positively the dimensionless heat transfer. For a flow with $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0.4$ it is concluded that with the increase of $Pr_{\sqrt{A}}$ the optimum aspect ratio ($r_{q,opt}$), from the thermal point of view, decreases. When a flow is considered with $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0.4$ it is concluded that $r_{q,opt}$ decreases with the increase of $Re_{\sqrt{A}}$, that is, ellipse becomes more elongated in the flow direction. The variation of $HB_{\sqrt{A}}$ in a flow with $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0.4$ shows that the increase of this parameter causes an increase of the dimensionless transfer rate and $\Delta\tilde{p}$.

Keywords: Geometric Optimization; Viscoplastic Fluid; Aspect Ratio; Ellipse; Design Construtal Method.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Definição do tema	3
1.2	Hipóteses simplificadoras	3
1.3	Objetivos	3
1.4	Justificativa	4
1.5	Estrutura do trabalho	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
3	METODOLOGIA	12
3.1	Definição do problema.....	12
3.2	Geometria e condições de contorno	12
3.3	Modelo matemático.....	16
3.3.1	Equação de Conservação da Massa.....	17
3.3.2	Equação de Balanço da Quantidade de Movimento	18
3.3.3	Equação Constitutiva	20
3.3.4	Equação de Conservação da Energia	22
3.4	Método numérico	23
3.4.1	Discretização espacial	26
3.4.2	Acoplamento pressão-velocidade.....	28
3.4.3	Estudo da qualidade da malha.....	29
3.4.4	Verificação do modelo numérico	35
3.5	Método <i>Design</i> Construtal	44
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	47
4.1	Influência do número de Prandtl sobre a razão de aspecto ótima	47
4.2	Influência do número de Reynolds sobre a razão de aspecto ótima	54

4.3	Influência do índice de potência sobre a razão de aspecto ótima	62
4.4	Influência do número de Herschel-Bulkley sobre a razão de aspecto ótima	68
5	CONCLUSÕES	74
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
	APÊNDICE A	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Tubos elípticos utilizados em trocadores de calor: a) visão geral do equipamento, b) detalhe dos tubos	2
Figura 3.1 Representação do domínio do problema	12
Figura 3.2 Domínio computacional e condições de contorno	13
Figura 3.3 Variações da razão entre eixos da elipse: (a) $r = ba$; (b) $r \rightarrow 0$; (c) $r = 1$ e (d) $r \rightarrow \infty$	15
Figura 3.4 Curvas de escoamento de diversos fluidos.....	21
Figura 3.5 Volume de controle bidimensional (adaptado de ANSYS, 2013)	26
Figura 3.6 Representação da variação da solução entre centros de elementos (adaptado de ANSYS, 2013).....	28
Figura 3.7 Velocidade axial na posição $x^* = 0$ para (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$	32
Figura 3.8 Variação do número de Nusselt local ao longo da elipse para (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$	33
Figura 3.9 Padrão de malha adotado para as simulações: (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$	34
Figura 3.10 Detalhes das malhas da região próxima à parede do tubo elíptico: (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$	34
Figura 3.11 Geometria do problema estudado por Nieckele <i>et al.</i> , 1998.....	35
Figura 3.12 Malhas adotadas para discretização dos domínios: (a) trabalho de Nieckele <i>et al.</i> , 1998 e (b) presente trabalho	36
Figura 3.13 Comparação dos perfis de velocidade axial em $x = S$ (S é a distância horizontal entre centros dos tubos).	36
Figura 3.14 Problema proposto por Nirmalkar e Chhabra, 2014 (a) domínio físico e (b) domínio computacional.....	37
Figura 3.15 Comparação das linhas isotermas para $Re = 1$, $Bn = 1$: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$ e (c) $Pr = 100$;	38
Figura 3.16 Comparação entre as linhas isotérmicas para $Re = 1$, $Bn = 100$: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$ e (c) $Pr = 100$;	39
Figura 3.17 Gráfico comparativo entre o Nu local para: (a) $Bn = 1$ e (b) $Bn = 100$	40
Figura 3.18 Comparação entre solução analítica e numérica	43
Figura 3.19 Fluxograma de simulações realizadas.	46

Figura 4.1 Isotermas para $r = 0,5$ e: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$; (c) $Pr = 50$ e (d) $Pr = 100$	48
Figura 4.2 Variação de $Nu_{\sqrt{A}}$ e a razão de aspecto da elipse	48
Figura 4.3 Influência do número de Prandtl sobre Nu_{\max} e $r_{q,opt}$	49
Figura 4.4 Campos de velocidade adimensional para $Pr = 100$ e: a) $r = 0,2$; b) $r = 0,6$ e c) $r = 1,0$	50
Figura 4.5 Representação das zonas rígidas para $Pr_{\sqrt{A}} = 100$ e a) $r = 0,2$; b) $r = 0,6$; c) $r = 1$	51
Figura 4.6 Campos de temperaturas para $Pr_{\sqrt{A}} = 100$ e: (a) $r = 0,2$, (b) $r = 0,6$ e (c) $r = 1$. .	51
Figura 4.7 Relação entre a queda de pressão adimensional e a razão de aspecto da elipse. ...	53
Figura 4.8 Relação entre o inverso de $Nu_{\sqrt{A}}$ e a queda de pressão adimensional.	53
Figura 4.9 Relação entre Nu e a razão de aspecto da elipse para todos $Re_{\sqrt{A}}$	54
Figura 4.10 Relação entre Nu_{\max} e a razão de aspecto ótima para todos Re avaliados.	55
Figura 4.11 Isotermas do escoamento para $r = 0,7$ e (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$; (b) $Re_{\sqrt{A}} = 10$; (c) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (d) $Re_{\sqrt{A}} = 40$	56
Figura 4.12 Linhas de corrente para $Re_{\sqrt{A}} = 40$ e: (a) $r = 0,2$; (b) $r_{q,opt} = 0,7$; (c) $r = 1,5$	57
Figura 4.13 Linhas de corrente para $r = 1,5$ e: (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$ e (b) $Re_{\sqrt{A}} = 40$	58
Figura 4.14 Zonas rígidas para $r = 0,8$ e: (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$, (b) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (c) $Re_{\sqrt{A}} = 40$. ..	59
Figura 4.15 Relação entre Δp e a razão de aspecto para os valores de $Re_{\sqrt{A}}$ avaliados.	60
Figura 4.16 Variação de Δp_{\min} e $r_{p,opt}$ em função do número de Reynolds.	60
Figura 4.17 Relação entre o inverso de Nu e a queda de pressão adimensional para: (a) todos os casos; (b) $Re_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $Re_{\sqrt{A}} = 10$; (d) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (e) $Re_{\sqrt{A}} = 40$	61
Figura 4.18 Campos de velocidade para $r = 0,7$ e: (a) $n = 0,4$; (b) $n = 0,6$; (c) $n = 0,8$ e (d) $n = 1$	63
Figura 4.19 Perfis de velocidade axial adimensional na posição $x^* = 0$	63
Figura 4.20 Relação entre Nu e a razão de aspecto da elipse para os valores de n estudados.	64
Figura 4.21 Variação de Nu_{\max} e $r_{q,opt}$ em função do índice de potência.	65
Figura 4.22 Queda de pressão adimensional em função da razão de aspecto.	66
Figura 4.23 Variação de Δp_{\min} e $r_{p,opt}$ em função do índice de potência.	67

Figura 4.24	Relação entre o inverso de Nu e a queda de pressão adimensional.....	67
Figura 4.25	Relação entre $Nu_{\sqrt{A}}$ e a razão de aspecto da elipse para os valores de $HB_{\sqrt{A}}$ estudados.	68
Figura 4.26	Perfis de velocidade axial adimensional em função de $HB_{\sqrt{A}}$ na posição $x^* = 0$	69
Figura 4.27	Relação entre Nu_{\max} e o número de Herschel-Bulkley.....	70
Figura 4.28	Relação da queda de pressão adimensional e r para (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$	70
Figura 4.29	Relação entre Δp_{\min} , $\tau_{p,\text{opt}}$ e o número de Herschel-Bulkley.....	71
Figura 4.30	Relação entre o inverso do número de Nusselt e a queda de pressão adimensional para: (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$	72
Figura 4.31	Zonas rígidas para: (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$	73
Figura A.0.1	Representação esquemática do problema.....	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Resultados para o caso em que $r = 0,4$	30
Tabela 3.2 Resultados para o caso em que $r = 5$	31
Tabela 3.3 Comparação de resultados, considerando fluido newtoniano, para $Pr = 1$	41
Tabela 3.4 Comparação dos resultados, considerando fluido newtoniano, para $Pr = 100$	41
Tabela 3.5 Comparação das soluções considerando fluido <i>power-law</i> ($n = 0,6$), para $Pr = 1$	42
Tabela 3.6 Comparação das soluções considerando fluido <i>power-law</i> ($n = 0,6$), e $Pr = 100$	43

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CFD – *Computational Fluid Dynamics*;

FDM – *Finite Difference Method*;

FEM – *Finite Element Method*;

FVM – *Finite Volume Method*

PIV – *Particle Image Velocimetry*

SIMPLE – *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation*

TDMA – *Tri Diagonal Matrix Algorithm*

M1 – Malha 1

M2 – Malha 2

M3 – Malha 3

M4 – Malha 4

M5 – Malha 5

LISTA DE SÍMBOLOS

1	Tensor unitário	[-]
a	Comprimento do semi-eixo horizontal da elipse	[m]
a_p	Coefficiente principal	[-]
a_{nb}	Coefficientes lineares das fronteiras do volume de controle	[-]
A	Área da seção elíptica	[m ²]
A_f	Área da face do elemento da malha	[m ²]
b	Comprimento do semi-eixo vertical da elipse	[m]
Bn	Número de Bingham ($Bn = (\tau_0 L_c)/(KU_\infty)$)	[-]
c_p	Calor específico à pressão constante	[kJ]/(kg · K)]
C	Constante de integração	[-]
C_D	Coefficiente de arrasto	[-]
D	Diâmetro	[m]
D	Tensor taxa de deformação	[s ⁻¹]
e	Excentricidade da elipse	[-]
F	Tensor força	[N]
g	Termo fonte linearizado	[-]
g	Vetor da aceleração gravitacional	[m/s ²]
\bar{h}	Coefficiente médio de transferência de calor por convecção	[W/m ² · K]
H	Altura do domínio	[m]
$HB_{\sqrt{A}}$	Número de Herschel-Bulkley ($HB_{\sqrt{A}} = \tau_0/K(U_\infty/(\sqrt{A}))^n$)	[-]
H_p	Dimensão do <i>plug-flow</i>	[m]
K	Índice de consistência	[Pa · s ⁿ]
k	Condutividade térmica	[W/(m · K)]
L	Distância horizontal entre centros de duas fileiras	[-]
m	Índice de consistência do modelo <i>power-law</i>	[Pa · s ⁿ]
m	Massa	[kg]

\mathbf{n}	Vetor normal	[-]
n	Índice de potência	[-]
N_f	Número de faces do volume de controle	[-]
Nu	Número de Nusselt ($Nu = (h \cdot x)/(k)$)	[-]
\overline{Nu}	Número de Nusselt médio ($Nu_{\sqrt{A}} = (q \cdot \sqrt{A})/(k L_e(T_w - T_\infty))$)	[-]
\overline{Nu}_{\max}	Número de Nusselt médio máximo	[-]
Od	Número de Oldroyd ($Od = \tau_0/(K(U_\infty/D)^n)$)	[-]
p	Pressão	[Pa]
p_{c0}	Pressão no centro do elemento 0 da malha	[Pa]
p_{c1}	Pressão no centro do elemento 1 da malha	[Pa]
\tilde{p}	Pressão adimensional	[-]
$\Delta\tilde{p}_{\min}$	Queda de pressão adimensional mínima	[-]
p_f	Pressão na face do elemento da malha	[Pa]
Pr	Número de Prandtl ($Pr_{\sqrt{A}} = (c_p K/k) \cdot (U_\infty/\sqrt{A})^{n-1}$)	[-]
\mathbf{P}	Quantidade de movimento	[kg · m/s]
q'	Taxa de transferência de calor por unidade de comprimento	[W/m]
q'''	Fonte de geração de calor por unidade de volume	[W/m ³]
Q	Taxa de transferência de calor total	[W]
\mathbf{r}	Vetor deslocamento	[m]
r	Razão de aspecto da elipse	[-]
r_{opt}	Razão de aspecto da elipse que facilita a transferência de calor e diminui a queda de pressão	[-]
$r_{q,\text{opt}}$	Razão de aspecto da elipse que maximiza a transferência de calor	[-]
$r_{p,\text{opt}}$	Razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão	[-]
\vec{r}	Vetor deslocamento do centro da célula à montante até a face	[m]
\vec{r}_{c0}	Vetor posição da face em relação ao centro da célula 0	[m]
\vec{r}_{c1}	Vetor posição da face em relação ao centro da célula 1	[m]
$Re_{\sqrt{A}}$	Número de Reynolds ($Re_{\sqrt{A}} = (\rho(\sqrt{A})^n U_\infty^{2-n})/K$)	[-]

S	Passo transversal	[m]
S_ϕ	Termo fonte	[-]
t	Variável tempo	[s]
tr	Operador traço	[-]
T	Variável temperatura	[K]
T_w	Temperatura na parede do tubo elíptico	[K]
T_∞	Temperatura de corrente livre	[K]
\mathbf{T}	Tensor tensão total	[Pa]
u	Componente na direção x do vetor velocidade	[m/s]
U_∞	Velocidade de corrente livre	[m/s]
\mathbf{v}	Vetor velocidade	[m/s]
v	Componente na direção y do vetor velocidade	[m/s]
V	Volume	[m ³]
V_p	Velocidade máxima do <i>plug-flow</i>	[m/s]
y	Coordenada na direção transversal ao escoamento	[m]
D/Dt	Operador derivada total	[-]

LETRAS GREGAS

Γ	Coeficiente de difusão	[-]
β	Coeficiente de expansão térmica	[1/K]
Ω	Região do domínio	[-]
Φ	Variável escalar	[-]
∇	Operador nabra	[-]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
φ	Função de dissipação viscosa	[s ⁻²]
η	Função viscosidade	[Pa · s]
μ_p	Viscosidade plástica	[Pa · s]
μ_∞	Viscosidade infinita	[Pa · s]
θ	Variável temperatura adimensional	[-]
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação	[s ⁻¹]
$\dot{\gamma}_c$	Taxa de deformação crítica	[s ⁻¹]
$\boldsymbol{\tau}$	Tensor das tensões viscosas	[Pa]
τ_0	Tensão limite de escoamento	[Pa]
τ_{xy}	Tensão cisalhante	[Pa]

1 INTRODUÇÃO

Os fluidos podem ser classificados, no ponto de vista de Chhabra e Richardson, 2008, de duas maneiras diferentes: de acordo com sua resposta à pressão externa aplicada ou de acordo com os efeitos que as tensões cisalhantes provocam na estrutura molecular do fluido. O primeiro modo de classificação distingue os fluidos em compressíveis e incompressíveis, quando sua massa específica permanece constante. Já no segundo método de classificação os fluidos são divididos em newtonianos e não newtonianos. Os fluidos newtonianos apresentam uma relação linear entre a tensão cisalhante aplicada e a taxa de deformação. Os fluidos não newtonianos geralmente são constituídos de soluções ou misturas de compostos formados por macromoléculas, o que lhes confere uma complexa estrutura microscópica que influencia seu comportamento macroscópico na resposta à aplicação de tensões. Desta forma, esses fluidos apresentam curvas de escoamento não lineares, ou seja, a viscosidade não é constante para uma dada temperatura e pressão – com exceção do modelo de Bingham – mas é dependente das condições do escoamento, tais como geometria, taxa de deformação, etc [Chhabra e Richardson, 2008].

Escoamentos de fluidos não newtonianos através de geometrias complexas são bastantes comuns em processos naturais e também industriais, tais como processos de extrusão e escoamentos de óleos em reservatórios. Na indústria de alimentos pode-se citar como exemplos o ketchup, a maioria das pastas, doces, chocolates, etc. Na indústria química o exemplo mais comum de fluido não newtoniano é o polímero. Observa-se grande importância do estudo de escoamentos de fluidos não newtonianos na indústria do petróleo, onde as lamas de perfuração e alguns fluidos derivados do próprio petróleo apresentam esse comportamento. Mudanças abruptas na seção de escoamento ocorrem com frequência, e em muitos casos os efeitos viscosos desempenham um papel importante.

Devido às inúmeras aplicações, os estudos de escoamentos cruzados sobre geometrias de seção circular e não-circular são intensos. Essas pesquisas incluem transferência de calor e também escoamentos de fluidos newtonianos e não newtonianos. Exemplos típicos desses escoamentos incluem os escoamentos em trocadores de calor, em anemômetros de fio quente, em sensores e sondas, processos de fabricação de fibras e compósitos, etc [Bharti et al, 2008].

Em muitas aplicações os tubos elípticos são preferíveis aos dutos circulares porque podem oferecer menor resistência ao escoamento e maior taxa de transferência de calor [Khan *et al.*, 2005]. A Figura 1.1 ilustra o emprego de tubos elípticos em trocadores de calor.

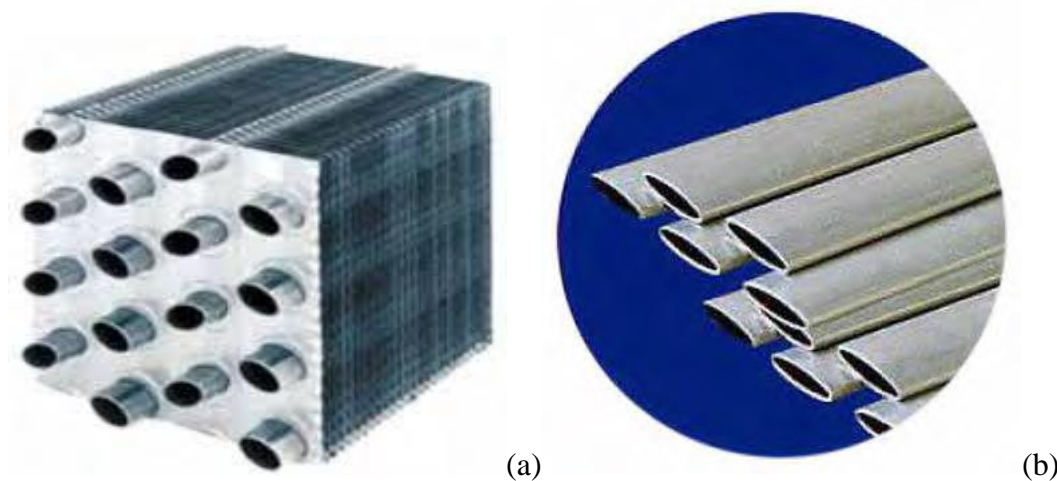


Figura 1.1 - Tubos elípticos utilizados em trocadores de calor: a) visão geral do equipamento, b) detalhe dos tubos

Esses equipamentos já foram estudados por diversos pesquisadores, como por exemplo Brauer, 1964, Jang e Yang, 1998, Saboya e Saboya, 2001. Esses trabalhos mostraram que trocadores de calor com tubos elípticos apresentam um aumento significativo na transferência de calor quando comparados a trocadores de calor de tubos circulares. Além disso, os autores observaram que a queda de pressão foi 30% menor nos arranjos elípticos. Rocha *et al.*, 1997, determinaram a eficiência de aletas na transferência de calor em tubos elípticos e compararam seus resultados com os resultados para aletas em tubos circulares obtidos por Rosman *et al.*, 1984. Observou-se um aumento de até 18% para a transferência de calor no arranjo de tubos elípticos.

Atualmente vê-se a necessidade de melhorar os processos industriais afim de se obter o maior aproveitamento possível da energia disponível visto que a demanda de energia cresce em praticamente todos os setores da engenharia. Como os trocadores de calor são equipamentos presentes em inúmeros processos industriais que transferem energia, sua otimização geométrica é fundamental. Ou seja, é imprescindível que a transferência de calor desses equipamentos seja maximizada bem como a queda de pressão do fluido seja minimizada.

1.1 Definição do tema

O problema proposto nesta tese consiste em determinar configurações geométricas que facilitem a transferência de calor e diminuam a queda de pressão sofrida pelo fluido em escoamentos cruzados através de dutos com seção elíptica. Isto caracteriza um problema multiobjetivo, visto que existem duas variáveis que são consideradas. Considera-se que o fluido apresenta um comportamento não newtoniano com tensão limite de escoamento, representado pelo modelo de Herschel-Bulkley.

As configurações geométricas serão estudadas para várias razões de aspecto entre os semieixos da seção elíptica dos tubos para diferentes condições de escoamento e diferentes parâmetros reológicos. Ou seja, as configurações serão determinadas para escoamentos com diferentes números de Reynolds e diferentes números de Herschel-Bulkley, que são os grupos adimensionais que, em conjunto com o número de Prandtl, representam o escoamento.

1.2 Hipóteses simplificadoras

As hipóteses simplificadoras impostas a este trabalho são as seguintes:

- Todos os escoamentos acontecem em regime permanente;
- As geometrias estudadas são bi-dimensionais, ou seja, são desconsiderados os fenômenos na direção transversal ao escoamento;
- O escoamento é considerado laminar. Variam-se os números de Reynolds, o número de Herschel-Bulkley, número de Prandtl, o índice de potência do fluido e os parâmetros geométricos (razão de aspecto dos semieixos vertical e horizontal da elipse).

1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é determinar numericamente as razões entre semieixos de dutos com seção elíptica que facilitem a transferência de calor e diminuam a queda de pressão de escoamentos de fluidos viscoplásticos aplicando o método Design Construtal. Além disso, investigar a influência do grau de viscoplasticidade do fluido e dos números de Reynolds, Prandtl e Herschel-Bulkley no comportamento do escoamento.

Para alcançar o objetivo geral do trabalho, destacam-se os seguintes objetivos específicos:

- Construir uma metodologia de solução numérica do problema;
- Verificar o método numérico empregado para escoamentos de fluidos não newtonianos;
- Determinar a geometria da seção elíptica que facilita a transferência de calor e diminua a queda de pressão do escoamento, caracterizando um problema multiobjetivo;
- Investigar os efeitos do número de Prandtl, do número de Reynolds, do número de Herschel-Bulkley e do índice de potência sobre a geometria da seção elíptica;

1.4 Justificativa

A abordagem do problema proposto neste trabalho é relevante e justificável pelo fato de que a energia necessária nos processos industriais aumenta constantemente. Por isso, deve-se buscar a racionalização do consumo de energia. Desta forma, a determinação da geometria de trocadores de calor que melhore a transferência de calor e diminua a queda de pressão sofrida pelo fluido é importante. Como citado anteriormente, tubos de seção elíptica possuem vantagens com relação aos tubos de seção circular. Estas vantagens estão relacionadas tanto à transferência de calor como também à queda de pressão no fluido.

Devido ao fato de que fluidos viscoplásticos estão presentes em inúmeras aplicações e processos industriais, vê-se também a importância de compreender corretamente os fenômenos físicos envolvidos em escoamentos deste tipo de fluido. A compreensão da influência dos parâmetros reológicos dos fluidos é importante para determinar a funcionalidade de ingredientes no desenvolvimento de produtos, para o controle da qualidade do produto final e também para realizar cálculos de engenharia, visto que, em muitos processos da indústria utilizam-se agitadores, extrusoras, bombas, trocadores de calor, tubulações e homogeneizadores.

O método Design Construtal vem sendo utilizado com frequência na busca de configurações que facilitem o acesso das correntes que fluem nos sistemas. Identificar as correntes e dar liberdade para que elas possam fluir mais facilmente no sistema é a essência do Design Construtal. Assim, o ineditismo desta tese está relacionado ao estudo de tubos de seção

elíptica sujeitos ao escoamento de fluidos viscoplásticos empregando o método Design Construtal.

1.5 Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos a fim de facilitar o entendimento e apreciação do mesmo. Este capítulo introdutório apresenta a motivação para a realização deste trabalho, os objetivos, as delimitações e justificativas para a sua realização. O capítulo dois traz uma revisão bibliográfica sobre os trabalhos que mostram estudos referentes aos assuntos desta tese. A revisão inclui trabalhos sobre escoamentos de fluidos não newtonianos sobre diferentes configurações e geometrias e também artigos sobre escoamentos externos sobre dutos de seção elíptica e trabalhos que apresentam estudos de otimização geométrica.

No capítulo três é apresentada a metodologia proposta para a obtenção dos resultados pretendidos. É definido o problema proposto na tese, identificando os parâmetros geométricos e reológicos que serão estudados. São discutidas as equações que modelam matematicamente os fenômenos físicos dos escoamentos do problema proposto. São apresentadas a equação de conservação de massa, a equação de conservação da quantidade de movimento, a equação da conservação de energia e a equação constitutiva que relaciona as propriedades reológicas do fluido com as tensões. Além disso, neste capítulo são apresentadas as adimensionalizações propostas e os parâmetros adimensionais governantes. Também são apresentadas as características das malhas adotadas para obtenção das soluções numéricas, e as principais definições e conceitos necessários para realizar a formulação numérica do problema. São apresentados, ainda, os modos de discretização do domínio computacional, em conjunto com as condições de contorno necessárias. Na sequência do capítulo três, são mostrados os testes de independência de malha, a verificação do código numérico e uma breve descrição do método Design Construtal aplicado ao problema estudado.

No capítulo quatro são apresentados os principais resultados referentes à obtenção das geometrias que melhoram a transferência de calor e diminuem a queda de pressão sofrida pelo escoamento. Além disso, os resultados expressam a influência de alguns parâmetros reológicos e adimensionais sobre o desempenho das geometrias estudadas.

Por fim, o capítulo cinco faz um fechamento da tese, apresentando uma resenha do conteúdo deste trabalho, destacando as principais conclusões obtidas a partir da análise dos

resultados apresentados no capítulo quatro. Neste capítulo também são apresentadas as perspectivas e sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem, na literatura, diversos trabalhos relacionados aos escoamentos de fluidos viscoplásticos em variadas geometrias e condições de escoamento. Visto a grande importância da compreensão do comportamento destes fluidos, é realizada uma pesquisa bibliográfica que apresenta uma gama de trabalhos sobre o assunto, incluindo o estudo de trocadores de calor com fluidos não newtonianos e processos de otimização geométrica.

Nieckele *et al.*, 1998, analisaram o escoamento de fluidos viscoplásticos através de arranjos de tubos alternados. O modelo da bi-viscosidade é utilizado para representar o comportamento não newtoniano do fluido. Foi utilizado o método dos volumes finitos para resolver numericamente as equações que governam o escoamento. Os autores concluíram que surge uma região de alta viscosidade no núcleo central, na região de contração do escoamento, entre dois cilindros adjacentes. Esta região de baixas taxas de deformação ocorre porque o nível das tensões no fluido é inferior à tensão limite de escoamento. Concluíram também que quanto maior a tensão limite de escoamento, maior é a queda de pressão. Existe uma queda de pressão crítica, abaixo da qual não há escoamento e este valor crítico depende do espaçamento dos tubos e do arranjo.

Soares *et al.*, 1999, estudaram a transferência de calor na região de entrada de escoamentos laminares de fluidos não newtonianos em espaço anular. O modelo de Herschel-Bulkley foi utilizado para representar a relação entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante do fluido. As equações de conservação foram resolvidas numericamente através do método de volumes finitos. Os resultados mostraram que o número de Nusselt apresenta comportamento semelhante quando é imposta a condição de fluxo térmico constante na parede do cilindro ou condição de temperatura constante. O comprimento de entrada, segundo os autores, diminui à medida que o comportamento do material se afasta do comportamento newtoniano.

Soares *et al.*, 2003, analisaram numericamente a transferência de calor, em escoamentos laminares, de fluidos viscoplásticos modelados pela equação constitutiva de Herschel-Bulkley, em espaços anulares concêntricos. Foi utilizado o método de volumes finitos para resolver as equações matemáticas governantes. Os autores investigaram a influência da tensão limite de escoamento e do índice de potência sobre o número de Nusselt. As condições de contorno adotadas foram temperatura superficial constante e fluxo térmico constante na parede cilíndrica interna. Foi concluído que o comprimento de entrada diminui à medida que o comportamento

do material se afasta do newtoniano. Além disso, os autores concluíram que os parâmetros reológicos não influenciam significativamente no número de Nusselt associado à parede cilíndrica interna.

Besses *et al.*, 2003, realizaram simulações numéricas para determinar as características do escoamento de fluidos viscoplásticos de Herschel-Bulkley em torno de um cilindro, em um meio infinito. Duas condições de contorno foram consideradas no estudo: não deslizamento na parede do cilindro ou o deslizamento do fluido sobre a parede do cilindro. Os efeitos da tensão limite de escoamento e do índice de potência sobre o padrão do escoamento e sobre o coeficiente de arrasto no cilindro foram explorados. Foi notado que a condição de deslizamento proporcionou um decréscimo de aproximadamente um terço no coeficiente de arrasto.

Mitsoulis, 2004, analisou o escoamento de plásticos de Bingham sobre um cilindro entre duas placas planas. Foi utilizado o método de elementos finitos para resolver as equações governantes. A razão entre a distância das placas e o diâmetro do cilindro foi variada de 2:1 até 50:1. O modelo de Bingham foi utilizado com a modificação proposta por Papanastasiou [Papanastasiou, 1987]. O autor diz que os resultados são independentes da razão geométrica quando o número de Bingham é maior que 10, exceto quando a razão é de 2:1. O coeficiente de arrasto tende ao infinito quando o número de Bingham também tende ao infinito.

Soares *et al.*, 2005, investigaram numericamente a força de arrasto e a transferência de calor em escoamentos externos, incompressíveis e em regime permanente, sobre um cilindro aquecido. O modelo *power-law* é utilizado para representar a relação entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante do fluido. Os autores estudaram a influência do número de Prandtl, do número de Reynolds e do índice de potência sobre o coeficiente de arrasto e do número de Nusselt. Foi utilizado o método das diferenças finitas para resolver as equações de conservação e determinar os coeficientes de pressão e arrasto, assim como o número de Nusselt local e médio. A principal conclusão dos autores foi que a influência do índice de potência está fortemente condicionada às condições cinemáticas e não possui grande dependência das condições de contorno térmicas.

Esse efeito também foi observado por de Souza Mendes *et al.*, 2007. Os autores realizaram um estudo numérico e experimental de escoamentos axissimétricos, sem inércia, de fluidos viscoplásticos escoando através de uma expansão abrupta seguida de uma contração abrupta. A visualização experimental foi feita com solução aquosa de Carbopol com diferentes concentrações. Os resultados numéricos das equações governantes foram obtidos com um

código numérico baseado no método dos volumes finitos. O comportamento não newtoniano do fluido é representado pelo modelo SMD [de Souza Mendes e Dutra, 2004]. Os campos de tensão obtidos através das soluções numéricas são simétricos com respeito ao plano médio da expansão-contração. Isto porque os efeitos de inércia são desconsiderados e o fluido é considerado puramente viscoso. Este fenômeno, por sua vez, não é observado nas visualizações experimentais e os autores atribuem este efeito ao comportamento elástico das soluções de Carbopol quando o nível das tensões é inferior à tensão limite de escoamento.

Tokpavi *et al.*, 2009, estudaram experimentalmente escoamentos com baixo número de Reynolds, em torno de cilindros, de fluidos com tensão limite de escoamento através da técnica PIV – Particle Image Velocimetry – e medidas de forças de arrasto. Os autores observaram assimetria no escoamento à montante e à jusante do cilindro. O exame detalhado das regiões próximas ao cilindro revelou uma zona de recirculação à montante do cilindro. Estes efeitos não foram previstos numericamente com o modelo viscoplástico de Herschel-Bulkley. Apesar disso, tais diferenças não afetaram as recomendações do presente trabalho. Além disso, a região deformada do escoamento obtida experimentalmente é mais extensa do que aquela obtida numericamente com o modelo de Herschel-Bulkey. Também observaram a ocorrência de zona rígida no ponto de estagnação, à jusante. Segundo os autores, a análise detalhada dos resultados mostrou que a tensão normal poderia ser a causa da recirculação à montante do cilindro.

Simulações numéricas de escoamentos laminares bidimensionais de fluidos *power-law* sobre tubos elípticos foram realizadas por Rao *et al.*, 2010. Foram analisadas a influência do índice de potência e da razão de aspecto do tubo sobre o número de Reynolds crítico que determina a separação do escoamento e consequente geração de vórtices.

Mossaz *et al.*, 2012, realizaram um estudo experimental de escoamentos inerciais de fluidos elasto-viscoplásticos em torno de um cilindro. Alterações na morfologia do escoamento nas regiões próximas ao cilindro foram analisadas para diferentes números de Oldroyd ($Od = \tau_0 / (K(U_\infty / D)^n)$) e números de Reynolds. O comprimento característico do escoamento e o ângulo de separação das linhas de corrente foram determinados e comparados com resultados numéricos para fluidos viscoplásticos de Herschel-Bulkley.

Sairamu *et al.*, 2013, empregaram um método numérico para resolver e analisar problemas de transferência de calor por convecção natural. O problema consiste num cilindro aquecido imerso em um fluido viscoplástico, dentro de uma cavidade quadrada. Foram estudadas as influências do número de Rayleigh, do número de Prandtl e do número de Bingham

sobre o mecanismo de transferência de calor por convecção natural. Também foi analisada a interferência da razão entre o diâmetro do cilindro e o lado da cavidade quadrada, sobre a morfologia e padrão do escoamento. Os autores concluíram que o número de Nusselt médio diminui com o aumento do número de Bingham. Também concluíram que quando a razão entre o diâmetro do cilindro e o lado da cavidade quadrada diminui, o número de Nusselt médio aumenta.

Nirmalkar e Chhabra, 2014, estudaram a influência do número de Reynolds, do número de Prandtl e do número de Bingham na morfologia do escoamento e nas características de transferência de calor de um escoamento sobre cilindro. O fluido considerado no trabalho é viscoplástico, modelado pela equação constitutiva de Bingham. A principal conclusão dos autores foi de que o aumento do número de Reynolds, do número de Prandtl e do número de Bingham influenciou positivamente na transferência de calor.

A otimização geométrica é foco de muitos estudos. Brauer, 1964, apresentou um estudo experimental onde foram comparados arranjos de tubos circulares e elípticos. Os resultados apresentados comparam a transferência de calor e a queda de pressão. Como a geometria do tubo elíptico possui uma configuração fluidodinâmica mais favorável que a do tubo circular, espera-se que a força de arrasto diminua e a transferência de calor aumente, quando estes são submetidos ao mesmo escoamento. De acordo com o autor os tubos com seção elíptica superaram os tubos circulares em 15% quando a transferência de calor é comparada, enquanto que a queda de pressão é 18% menor. Os escoamentos considerados no trabalho foram turbulentos, com número de Reynolds variando de 4000 a 100000.

Os coeficientes de transferência de calor local e global foram determinados experimentalmente por Rosman et al, 1984. Os autores determinaram os coeficientes para trocadores de calor de uma e duas fileiras de tubos aletados circulares. De acordo com os resultados obtidos os autores concluíram que a configuração com duas fileiras é mais eficiente que a configuração com apenas uma fileira.

O espaçamento ótimo de tubos circulares em escoamentos externos e convecção forçada foi estudado por Stanescu et al, 1996. Bejan et al., 1995, realizaram um estudo semelhante, porém com convecção natural. Estes trabalhos consideraram que existe a limitação de espaço disponível, ou seja, o volume para a transferência de calor é restrito. Os trabalhos consideraram as simetrias do problema e o modelaram bidimensionalmente. O espaçamento ótimo entre as

fileiras dos tubos foi determinado através da maximização da transferência de calor entre o tubo e o fluido.

Rocha e Bejan, 2001, estudaram o problema de maximização da transferência de calor em um volume fixo, de um trocador de calor sujeito a um escoamento pulsante de refrigerante. O refrigerante escoava através de uma configuração de tubos circulares e equidistantes. Foram consideradas duas configurações de escoamento laminar: o fluxo “stop-and-go”, onde o escoamento acontece em um sentido, e o fluxo “back-and-forth”, onde o volume de refrigerante é prensado entre dois reservatórios. A taxa de transferência de calor total foi determinada numericamente para diversas configurações. Para os autores, tanto o raio ótimo como a taxa de transferência de calor são praticamente os mesmos para ambos os escoamentos, independente da frequência de pulsação.

O método Design Construtal [Bejan e Lorente, 2008, Kosner, 2012] vem sendo utilizado mais recentemente para descobrir as geometrias que facilitam as correntes que fluem em sistemas onde há escoamento. Por exemplo, Bello-Ochende e Bejan, 2005, utilizaram o Design Construtal para estudar o escoamento laminar de um fluido newtoniano sobre dutos de seção circular. Eles propuseram um novo conceito para maximizar a densidade de transferência de calor em arranjos de cilindros em escoamento cruzado. Esta maximização foi realizada variando-se as dimensões dos cilindros, obtendo-se as posições destes cilindros no arranjo que maximize a transferência de calor. O trabalho obteve a estrutura (dimensões dos cilindros e suas posições) do escoamento otimizada para arranjos com três diferentes diâmetros do cilindro, o que corresponde a uma estrutura com até quatro graus de liberdade. Os autores concluíram que a densidade de transferência de calor aumenta conforme a complexidade da estrutura otimizada também aumenta. Além disso, concluíram que o diâmetro dos cilindros é praticamente insensível às mudanças de complexidade do escoamento (aumento dos graus de liberdade). Outras inúmeras aplicações do método Design Construtal têm sido revistas frequentemente, como por exemplo, Bejan e Lorente, 2004, Bejan e Lorente, 2006, e Bejan, 2016. Entretanto, salvo melhor juízo, o método Design Construtal ainda não foi empregado para o estudo da geometria de escoamentos de fluidos não newtonianos sobre dutos de seção elíptica, o que caracteriza o ineditismo deste trabalho.

3 METODOLOGIA

3.1 Definição do problema

Para o presente trabalho propõe-se estudar escoamentos de fluidos viscoplásticos. O problema consiste em escoamento externo, em regime permanente, numa célula representativa de uma fileira de tubos elípticos alinhados, suficientemente longe da entrada e saída do domínio computacional, bem como das extremidades superior e inferior, conforme ilustra a Figura 3.1. Considerando este problema, deseja-se determinar a razão entre os semi-eixos da elipse que maximiza a transferência de calor adimensional e minimiza a queda de pressão adimensional sofrida pelo fluido. Esta razão ótima será obtida para escoamentos com diferentes condições operacionais, variando a vazão e as características do fluido de trabalho.

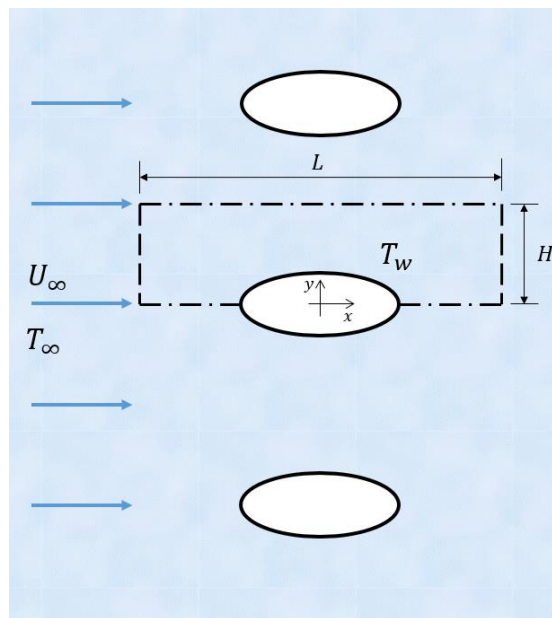


Figura 3.1 - Representação do domínio do problema

3.2 Geometria e condições de contorno

A geometria considerada nesta tese corresponde a um tubo de seção elíptica. Externamente a este tubo ocorre o escoamento do fluido. Considera-se também que o escoamento acontece em regime permanente e as forças originadas pela aceleração

gravitacional são desconsideradas. É importante ressaltar também que não estão sendo adotadas condições de periodicidade, por isso este problema representa apenas uma fileira de tubos alinhados de um trocador de calor.

A este problema impõem-se as seguintes condições de contorno:

- Não deslizamento na parede do tubo;
- Parede do tubo mantida em condições isotérmicas;
- Perfil de velocidade e temperatura uniformes na seção de entrada do domínio, à montante do tubo;
- Condições de simetria na fronteira inferior e superior do domínio;
- Pressão manométrica nula na saída do domínio, a jusante do tubo.

A Figura 3.2 ilustra o problema proposto e as condições de contorno impostas.

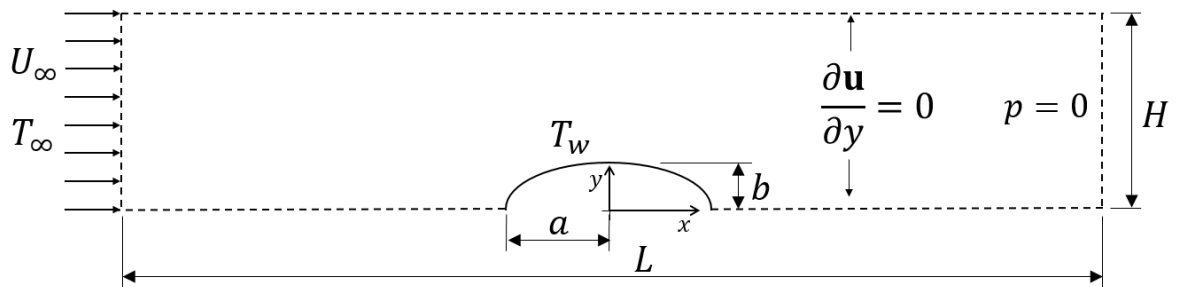


Figura 3.2 - Domínio computacional e condições de contorno

O passo transversal, que é a distância, transversal ao escoamento, entre os centros de dois tubos, é constante e igual a $2H$. E o passo longitudinal, L , (distância entre centros de duas fileiras de tubos) também é mantido constante em todo o trabalho. Adotou-se $H = 2,82 \cdot (A)^{1/2}$ e $L = 16,93 \cdot (A)^{1/2}$ nesta tese.

Considerações dimensionais sugerem que a fluidodinâmica deste tipo de problema é influenciada basicamente por três parâmetros adimensionais. Estes parâmetros são o índice de potência n , o número de Reynolds ($Re_{\sqrt{A}}$) e o número de Herschel-Bulkley ($HB_{\sqrt{A}}$). O campo de temperaturas e o número de Nusselt mostram dependência adicional com o número de Prandtl ($Pr_{\sqrt{A}}$). Na definição desses grupos adimensionais considera-se a velocidade média de entrada, U_∞ , como sendo a velocidade característica do escoamento.

O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas. Para escoamentos de fluidos viscoplásticos, em torno de dutos com seção elíptica, Bharti *et al.*, 2008, definem o número de Reynolds como:

$$Re_{\sqrt{A}} = \frac{\rho(\sqrt{A})^n U_{\infty}^{2-n}}{K} \quad (3.1)$$

onde U_{∞} é uma velocidade característica do escoamento, normalmente adota-se a velocidade de corrente livre, ρ é a massa específica do fluido, K é o índice de consistência e A é a área da seção elíptica.

Já o número de Herschel-Bulkley, para Nirmalkar *et al.*, 2013, pode ser definido como:

$$HB_{\sqrt{A}} = \frac{\tau_0}{K(U_{\infty}/(\sqrt{A}))^n} \quad (3.2)$$

e o número de Prandtl:

$$Pr_{\sqrt{A}} = \frac{c_p K}{k} \left(\frac{U_{\infty}}{\sqrt{A}} \right)^{n-1} \quad (3.3)$$

nesta equação c_p é o calor específico do fluido e k é a condutividade térmica.

Neste trabalho são adotadas as seguintes adimensionalizações:

$$x^* = \frac{x}{L}; y^* = \frac{y}{L}; \mathbf{v}^* = \frac{(u, v)}{U_{\infty}}; \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} \quad (3.4)$$

As elipses são definidas geometricamente através da razão entre seus semi-eixos principais (razão de aspecto). Pode-se obter diferentes configurações através da variação desta razão de semi-eixos. Desta forma, deve-se definir a razão entre os semi-eixos (r) como a divisão do comprimento do semi-eixo perpendicular ao escoamento (b) e o comprimento do semi-eixo paralelo ao escoamento (a). Matematicamente temos que

$$r = \frac{b}{a} \quad (3.5)$$

As diferentes configurações decorrentes da variação da razão entre os semi-eixos da elipse estão ilustradas na Figura 3.3. Percebe-se que quando esta razão tende a zero a elipse aproxima-se de uma placa plana paralela ao escoamento. Por outro lado, quando a razão tende ao infinito a geometria aproxima-se de uma placa plana transversal ao escoamento. Quando r é igual à unidade a elipse torna-se uma geometria circular.



Figura 3.3 - Variações da razão entre eixos da elipse: (a) $r = b/a$; (b) $r \rightarrow 0$; (c) $r = 1$ e (d) $r \rightarrow \infty$

Neste problema considera-se que a área da seção elíptica, A , permanece constante para garantir que a vazão mássica do escoamento interno também permanecerá constante e, desta forma, o comprimento característico do problema será a raiz quadrada da área da seção elíptica. Matematicamente a área da seção elíptica é definida como:

$$A = \pi ab \quad (3.6)$$

Deseja-se determinar qual é a razão entre o semi-eixo vertical e o semi-eixo horizontal (razão de aspecto) que maximize a transferência de calor entre o tubo elíptico e o fluido que escoar. A esta razão será designado o símbolo $r_{q,opt}$. É sabido que a taxa de transferência de calor é diretamente proporcional ao número de Nusselt médio do escoamento. Este número adimensional, de acordo com Bejan, 2004, é a relação entre a taxa de transferência de calor por convecção e a taxa de transferência de calor por condução, definido baseado na raiz quadrada da área da elipse, A , que é também o comprimento característico,

$$\overline{Nu}_{\sqrt{A}} = \frac{\bar{h}\sqrt{A}}{k} = \frac{q\sqrt{A}}{k L_e (T_w - T_\infty)} \quad (3.7)$$

k é a condutividade térmica do fluido e \bar{h} é o coeficiente médio de transferência de calor.

Define-se, também, a queda de pressão adimensional através da seguinte equação,

$$\Delta\tilde{p} = \frac{2 \Delta p}{\rho \cdot (U_\infty)^2} \quad (3.8)$$

nesta equação Δp é a diferença de pressão entre a entrada e a saída do domínio.

Para cada regime de escoamento de um determinado fluido há uma razão $r_{q,opt}$ que maximiza o número de Nusselt médio do escoamento. Ou seja, para cada escoamento com um número de Reynolds específico de um fluido com determinado número de Herschel-Bulkley e determinado número de Prandtl há uma $r_{q,opt}$. Da mesma forma haverá uma razão de aspecto $r_{p,opt}$ que minimiza a queda de pressão.

Neste trabalho estudou-se a influência do índice de potência, n , do fluido sobre a geometria elíptica que facilite a transferência de calor e diminua a queda de pressão. Para isto foram realizadas simulações numéricas onde o número de Reynolds, Herschel-Bulkley e Prandtl são mantidos constantes e apenas o índice de potência é variado. Também são analisadas as influências do número de Reynolds, do número de Prandtl e do número de Herschel-Bulkley sobre a razão entre os semi-eixos ótima.

3.3 Modelo matemático

Para o correto entendimento dos fenômenos físicos presentes em problemas que envolvem a mecânica dos fluidos e a transferência de energia térmica, faz-se necessário a compreensão das equações matemáticas que governam esses problemas. Ou seja, a resolução destes problemas está relacionada com a solução simultânea de um conjunto de equações que descrevem estes fenômenos.

Essas equações podem ser agrupadas em duas categorias. Na primeira categoria estão as equações que representam leis físicas válidas para qualquer material. Estas equações também são chamadas de princípios de conservação e representam matematicamente um princípio de

conservação. Na mecânica dos fluidos existem basicamente quatro equações de balanço, que representam os princípios de conservação de massa, de movimento linear, de movimento angular e de energia.

O outro grupo de equações representam as leis físicas que descrevem o comportamento de um material específico. A forma dessas equações depende da classe do material que será considerado, ou seja, os valores dos parâmetros que aparecem nestas equações dependem deste material.

Em uma abordagem mais simplificada faz-se uso de quatro equações para representar o comportamento do material considerado:

- uma equação termodinâmica de estado, que é uma relação entre a massa específica, a pressão e a temperatura;
- uma equação constitutiva, que relaciona as tensões internas com as variáveis cinemáticas,
- uma equação de transferência de calor, relacionando o fluxo de calor com a distribuição de temperaturas;
- uma equação que relaciona a energia interna com as variáveis independentes relevantes, chamada equação energética de estado.

3.3.1 Equação de Conservação da Massa

Um dos postulados mais importante da mecânica é o princípio de conservação de massa, o qual considera que a massa de um corpo é independente do tempo.

Do ponto de vista físico isto quer dizer que, se seguirmos uma determinada porção de material que é submetida a várias translações, rotações e deformações, a massa associada a esta porção de material não vai variar como função do tempo. Considerando ρ a massa específica de um corpo, pode-se representar, de acordo com Schlichting, 1979, a massa deste corpo pela seguinte equação:

$$m = \int_V \rho dV \quad (3.9)$$

onde dV representa que a integração volumétrica realizada é sobre uma região $\Omega(t)$ do espaço ocupado pelo corpo em sua configuração atual. Em geral, a região $\Omega(t)$ é função do tempo. Sendo assim o princípio de conservação de massa diz que:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho dV = 0 \quad (3.10)$$

nesta equação t representa a variável tempo.

Aplicando o teorema de transporte de Reynolds, descrito detalhadamente em Reddy, 2008, na equação de conservação de massa, chega-se na seguinte expressão para o balanço de massa:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \right) dV = 0 \quad (3.11)$$

sendo \mathbf{v} o vetor velocidade da partícula de fluido e $D\rho/Dt$ é a derivada material de ρ .

Conclui-se, pela Equação (3.11), que o integrando também deve ser igual a zero. Desta forma, o balanço diferencial de massa é:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.12)$$

Quando se consideram escoamentos incompressíveis, ou seja, fluidos cuja massa específica é independente tanto do tempo como do espaço, a equação de conservação de massa pode ser reduzida à seguinte expressão:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.13)$$

3.3.2 Equação de Balanço da Quantidade de Movimento

Este princípio de conservação diz que a taxa líquida de quantidade de movimento que atravessa o sistema, somada a todas as forças de superfície que atuam no sistema e todas as

forças de corpo que agem neste sistema, é igual a taxa de variação de quantidade de movimento no sistema [Schlichting, 1979].

Pode-se relacionar as forças que atuam no sistema com a quantidade de movimento através da segunda lei de Newton do movimento, expressa pela equação:

$$d\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (3.14)$$

onde a quantidade de movimento, \mathbf{P} , do sistema é dada por:

$$\mathbf{P} = \int_{\text{massa}} \mathbf{v} dm \quad (3.15)$$

Consequentemente:

$$d\mathbf{F} = dm \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (3.16)$$

Neste momento torna-se necessário obter uma formulação adequada para mensurar as forças que agem no sistema. Para se determinar a resultante das forças de superfície pode-se empregar o teorema de Cauchy [Gurtin, 1981], o qual estabelece que a força de tensão, $d\mathbf{t}$, agindo através de um elemento de superfície $\mathbf{n} d\Gamma$ é dado por $d\mathbf{t} = \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma$. Fazendo-se uso do teorema de divergência de Gauss pode-se escrever:

$$\int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{T})d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma \quad (3.17)$$

onde \mathbf{T} é o tensor tensão total.

A resultante das forças de corpo, expressa por unidade de volume, é simplesmente $\rho\mathbf{g}$, onde \mathbf{g} é o campo de aceleração (considera-se, na maioria dos casos, apenas a gravidade).

Incluindo estas forças na equação da segunda lei de Newton do movimento (Equação (3.16)), obtém-se a equação de conservação da quantidade de movimento que, matematicamente é:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \text{div}(\mathbf{T}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.18)$$

Para escoamentos incompressíveis (com massa específica constante), o tensor tensão total é definido como

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{1} + \boldsymbol{\tau} \quad (3.19)$$

nesta equação p é a pressão, $\mathbf{1}$ é o tensor identidade e $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor viscoso ou deviatório.

Com esta definição a equação de conservação da quantidade de movimento, Equação (3.18), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \text{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.20)$$

Nesta equação, o lado esquerdo da equação representa o termo advectivo de transporte, devido à aceleração da partícula, representando as forças de inércia. Já os termos da direita da equação, são oriundos das forças de superfície e das forças de corpo que atuam na partícula.

3.3.3 Equação Constitutiva

O comportamento mecânico de determinado material é descrito pelas conhecidas equações constitutivas. Estas equações dependem exclusivamente das características do material considerado. Diversas observações feitas por reologistas mostraram que a lei de Newton da viscosidade não descrevia com exatidão o comportamento de escoamentos de muitos fluidos encontrados na indústria e também naturais. Desta forma, foi proposta uma alteração nesta lei permitindo que a viscosidade variasse com a taxa de deformação.

A partir de então foram propostos vários modelos constitutivos para representar o comportamento material destes fluidos que não obedecem a lei de Newton da viscosidade. Boa parte destes fluidos apresentam características viscoplásticas, ou seja, necessitam de uma tensão cisalhante superior à tensão limite de escoamento para que o material apresente um escoamento

viscoso. A Figura 3.4 apresenta a curva de escoamento de alguns fluidos cuja função viscosidade é independente do tempo.

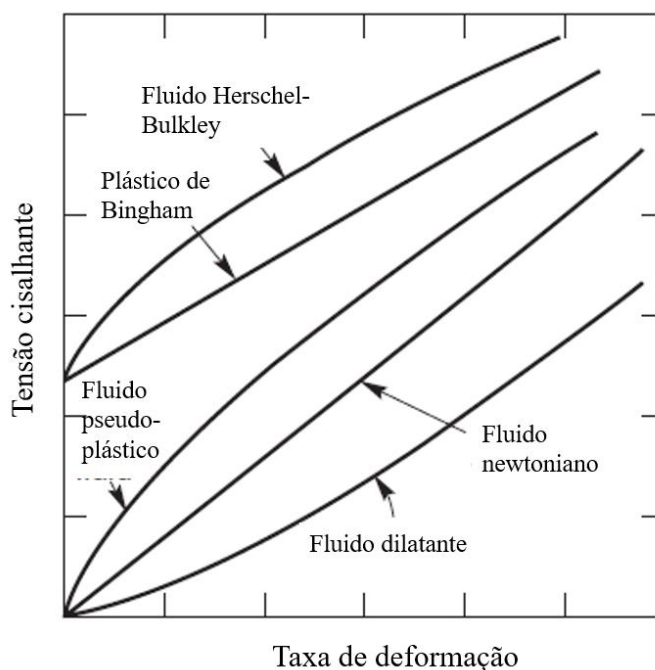


Figura 3.4 - Curvas de escoamento de diversos fluidos

Nos fluidos pseudoplásticos a viscosidade decresce com o aumento da taxa de deformação, são exemplos destes fluidos a maioria dos alimentos, tintas e emulsões. Já nos fluidos dilatantes a viscosidade aumenta com o aumento da taxa de deformação e esta característica está presente em fluidos com altos níveis de defloculantes como argilas, lamas, amido de milho em água, ingredientes de balas. Se o fluido apresenta resistência ao escoamento, até que a tensão limite de escoamento seja atingida, e em seguida começa a escoar apresentando um comportamento newtoniano, ele é classificado como plástico de Bingham. Os fluidos de Herschel-Bulkley comportam-se como sólidos em condições estáticas ou de repouso e, após atingir a tensão limite de escoamento pode apresentar características pseudoplásticas ou dilatantes. Ou seja, existem regiões do escoamento, onde a tensão cisalhante é inferior a tensão limite de escoamento, em que o fluido se comporta como um corpo rígido e outras regiões onde o fluido escoar de forma não linear. São exemplos dos fluidos Herschel-Bulkley o cimento, lamas de perfuração, polpa de celulose, alguns polímeros, etc. Em escoamentos complexos de líquidos viscoplásticos, geralmente a intensidade das tensões excede a tensão limite de

escoamento em algumas regiões e permanece inferior a estas tensões em outras regiões. A fronteira entre as regiões deformadas e não deformadas é conhecida como superfície de escoamento de acordo com Mitsoulis, 2007.

O modelo viscoplástico adotado neste trabalho é o modelo modificado de Herschel-Bulkley. Para este modelo, a função viscosidade é dada pela seguinte equação [ANSYS, 2013]

$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K(\dot{\gamma})^{n-1} \quad \text{para } \dot{\gamma} \geq \dot{\gamma}_c \quad (3.21)$$

$$\eta = \frac{\tau_0 \left(2 - \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c}\right)}{\dot{\gamma}_c} + K(\dot{\gamma}_c)^{n-1} \left[(2 - n) + (n - 1) \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right] \quad \text{para } \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c \quad (3.22)$$

onde a tensão limite de escoamento é representada por τ_0 , n é o índice de potência, K é o índice de consistência, $\dot{\gamma}_c$ é a taxa de deformação crítica e determina se a viscosidade apresenta um comportamento pseudoplástico (Equação (3.21)) ou comporta-se como um fluido com viscosidade constante e muito alta (Equação (3.22)) e para todos os casos estudados se considerou $\dot{\gamma}_c = 0,01$. E $\dot{\gamma}$ é a magnitude do tensor taxa de deformação, que é calculada como

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{D}^2} \quad (3.23)$$

onde tr é o operador traço (soma dos elementos da diagonal principal da matriz) e \mathbf{D} é o tensor taxa de deformação definido como

$$\mathbf{D} = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \quad (3.24)$$

Quando $n = 1$ o modelo de Herschel-Bulkley reduz-se ao modelo de Bingham. Quando a tensão limite de escoamento, τ_0 , é nula chega-se ao modelo pseudoplástico de Ostwald – deWaele.

3.3.4 Equação de Conservação da Energia

As equações apresentadas anteriormente – equação de conservação de massa e equação do balanço da quantidade de movimento – podem ser suficientes para resolver problemas onde não existe transferência de calor. Contudo, quando existe a transferência de energia térmica no problema faz-se necessário uma equação que represente este fenômeno físico. Esta equação pode ser obtida aplicando-se a primeira lei da termodinâmica em um elemento infinitesimal.

De acordo com Bejan, 2004, este princípio da termodinâmica diz que a transferência líquida de energia pelo escoamento, mais a transferência líquida de calor por condução, mais a taxa de geração de calor interna, menos a transferência líquida de trabalho do volume de controle para a vizinhança, deve ser igual à taxa de acumulação de energia dentro do volume de controle. A expressão matemática deste princípio é

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \varphi \quad (3.25)$$

onde $\beta = -(1/\rho)(\partial\rho/\partial T)$ é o coeficiente de expansão térmica e φ é o termo de dissipação viscosa.

Ainda de acordo com Bejan, 2004, quando se consideram escoamentos de fluidos com condutividade térmica constante, sem geração interna de calor, fluido incompressível e desprezíveis os efeitos de dissipação viscosa, a primeira lei da termodinâmica pode ser expressa matematicamente como:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T \quad (3.26)$$

sendo T a temperatura, k a condutividade térmica e c_p o calor específico a pressão constante.

3.4 Método numérico

As equações apresentadas nas seções anteriores são solucionadas através de códigos numéricos ou aplicativo CFD. De acordo com Versteeg e Malalasekera, 1995, um aplicativo CFD deve cumprir três etapas básicas para solucionar um problema. Estas etapas são: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

A definição da geometria do problema, da discretização do domínio (malha computacional), das variáveis de interesse que serão estudadas compõem a etapa de pré-processamento. É também nesta etapa que são definidas as condições de contorno do problema para as células que se encontram na fronteira do domínio.

Na etapa de processamento as equações governantes são substituídas por funções de aproximação. Os principais métodos numéricos para solução das equações de um problema são: o método de elementos finitos (FEM), o método de volumes finitos (FVM) e o método das diferenças finitas (FDM). Após a discretização do domínio é realizada a solução algébrica das equações do problema [Versteeg e Malalasekera, 1995].

O código numérico utilizado para a solução do problema proposto apresenta um *solver* cujo algoritmo de solução é um método de projeção. Neste método, de acordo com ANSYS, 2013, a equação para cálculo da pressão é derivada da equação da continuidade e da equação de balanço da quantidade de movimento, de tal forma que o campo de velocidades, corrigido pela pressão, satisfaça a equação de conservação da massa. Uma vez que as equações governantes são não-lineares e acopladas umas às outras, o processo de solução envolve iterações e, portanto, todo o conjunto de equações é resolvido repetidamente até a solução convergir.

O algoritmo de solução, descrito com mais detalhes em ANSYS, 2013, está representado nos sete passos abaixo:

1. Atualização das propriedades do fluido (por exemplo, massa específica, viscosidade, calor específico);
2. Resolver as equações de momentum utilizando os valores atualizados de pressão e fluxos de massa;
3. Resolver a equação de correção da pressão utilizando o campo de velocidades obtidos;
4. Corrigir os fluxos de massa, pressão e campo de velocidades usando a correção da pressão obtida no passo 3;
5. Resolver as equações de escalares adicionais, se existir, tais como energia, espécie, intensidade de turbulência, intensidade de radiação;
6. Atualizar os termos de origem resultantes das iterações;
7. Verificar se o critério de convergência foi alcançado.

O método de volumes finitos é o mais utilizado nos softwares comerciais devido sua fácil compreensão e implementação. Este método consiste em aplicar as equações de

conservação na forma integral sobre todos os volumes de controle do domínio. A equação de transporte pode ser utilizada, simplificada, segundo Versteeg e Malalasekera, 1995, como:

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\Phi\mathbf{v}) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\Phi) + S_\Phi \quad (3.27)$$

Nesta equação Φ é o escalar que está sendo transportado, \mathbf{v} é o vetor velocidade, Γ é o coeficiente de difusão e S_Φ é o termo fonte, ou sumidouro, por unidade de volume.

Esta equação pode, ainda de acordo com Versteeg e Malalasekera, 1995, ser integrada em um volume de controle e, utilizando-se o teorema da divergência de Gauss, reescrita na forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} \rho\Phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\Phi\mathbf{v}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma\nabla\Phi) dA + \int_{VC} S_\Phi dV \quad (3.28)$$

onde \mathbf{n} é um vetor unitário normal à área do volume de controle.

A Equação (3.28), de acordo com ANSYS, 2013, pode ser aproximada para cada volume finito como:

$$\frac{\partial\rho\Phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_f} \mathbf{n}_f \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f \Phi_f A_f) = \sum_f^{N_f} \mathbf{n}_f \cdot (\Gamma_\Phi \nabla\Phi_f A_f) + S_\Phi V \quad (3.29)$$

onde N_f é o número de faces do volume de controle, Φ_f é a variável obtida na face f , \mathbf{v}_f é o vetor velocidade na face f , A_f é a área da face e \mathbf{n}_f é o vetor unitário normal a face f . Um volume de controle adequado está representado na Figura 3.5.

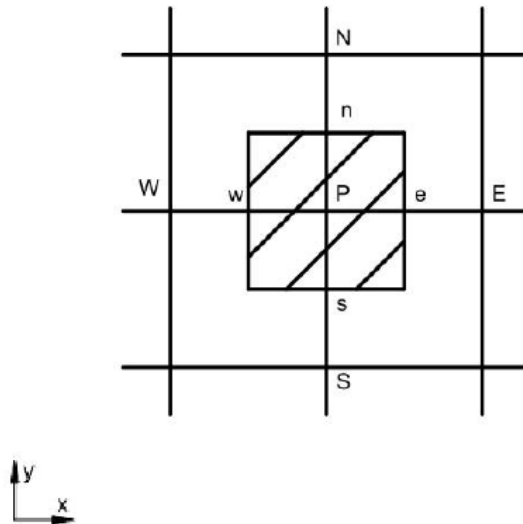


Figura 3.5 - Volume de controle bidimensional (adaptado de ANSYS, 2013)

De forma linearizada, a Equação (3.29) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$a_P \Phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + g \quad (3.30)$$

onde a_P é o coeficiente principal (no centro do volume de controle) e a_{nb} são os coeficientes lineares das fronteiras do volume de controle e g é o termo fonte.

O sistema de equações algébricas resultante pode ser resolvido através de métodos iterativos. Como exemplos destes métodos tem-se o TDMA (*TriDiagonal-Matrix Algorithm*), o método de Gauss-Seidel e o método de Jacobi. Detalhes destes métodos podem ser obtidos em Patankar, 1980, e Versteeg e Malalasekera, 1995.

3.4.1 Discretização espacial

Por padrão o *software* Fluent armazena valores discretos do escalar ϕ nos centros das células da malha. Contudo, é necessário conhecer o valor do escalar na face da célula para determinar os termos convectivos das equações de conservação. Estes valores, de acordo com ANSYS, 2013, são interpolados a partir dos valores do centro das células através de um esquema *upwind*.

Para interpolar o valor da pressão na face da célula utiliza-se o esquema de segunda ordem. Como apresentado em ANSYS, 2013, este esquema calcula a pressão na face da célula usando o método da diferença central e matematicamente tem-se:

$$p_f = \frac{1}{2}(p_{c0} + p_{c1}) + \frac{1}{2}(\nabla p_{c0} \cdot \vec{r}_{c0} + \nabla p_{c1} \cdot \vec{r}_{c1}) \quad (3.31)$$

onde p_f é a pressão na face da célula, p_{c0} é a pressão no centro da célula 0, p_{c1} é a pressão no centro da célula 1, \vec{r}_{c0} é o vetor posição da face em relação ao centro da célula 0 e \vec{r}_{c1} é o vetor posição da face em relação ao centro da célula 1.

Os valores das variáveis da equação de balanço da quantidade de movimento e da equação de conservação de energia, na face das células são determinadas através do esquema *upwind* de segunda ordem. Este esquema utiliza uma aproximação de reconstrução linear multidimensional [Barth e Jespersen, 1989]. Com esta aproximação o valor das variáveis na face da célula é obtido através de uma expansão em série de Taylor conforme a equação abaixo:

$$\phi_{f,sou} = \phi + (\nabla\phi \cdot \vec{r}) \quad (3.32)$$

onde ϕ e $\nabla\phi$ são o valor da variável no centro e seu gradiente, na célula à montante e \vec{r} é o vetor deslocamento do centro da célula à montante até a face.

Os gradientes não são necessários apenas para avaliar o valor de escalares nas faces dos elementos da malha, mas também computar os termos de difusão e as derivadas da velocidade. No software empregado, os gradientes são computados, de acordo com ANSYS, 2013, através do método de mínimos quadrados. Neste método é assumido que a solução varia linearmente entre os centros dos elementos da malha. A Figura 3.6 abaixo representa esta variação linear entre a célula c_0 e c_i ao longo do vetor r_i .

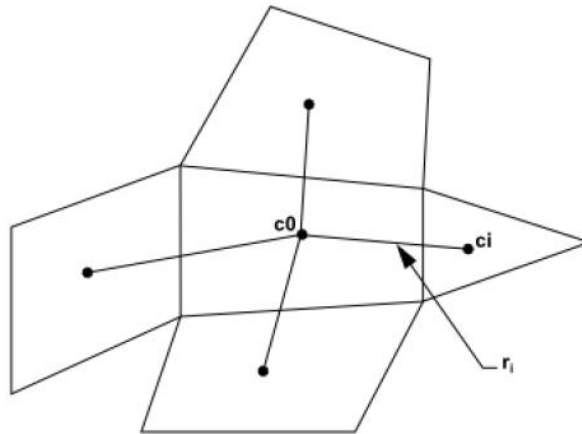


Figura 3.6 - Representação da variação da solução entre centros de elementos (adaptado de ANSYS, 2013)

3.4.2 Acoplamento pressão-velocidade

O algoritmo para acoplamento entre a pressão e a velocidade selecionado é o método SIMPLE (do inglês: *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation*). Este algoritmo, de acordo com ANSYS, 2013, utiliza uma relação entre a velocidade e a correção da pressão para forçar a conservação de massa e obter o campo de pressão.

Este método foi desenvolvido por Patankar e Spalding, em 1972, e o algoritmo segue os seguintes passos:

1. Estimativa do campo de pressão p^* ;
2. Solução das equações de balanço da quantidade de movimento para obtenção das velocidades aproximadas;
3. Calcular p' através da equação

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (3.33)$$

4. Calcular p através da equação

$$p = p^* + p' \quad (3.34)$$

5. Calcular as velocidades através das equações de correção;

6. Solução das equações para outras variáveis ϕ ;
7. Substituição da pressão p como nova estimativa para p^* , iniciar o passo número 2 até o procedimento atingir a convergência.

No pós-processamento utilizam-se os resultados obtidos através das equações do método dos volumes finitos para representar graficamente os fluxos, vetores, superfícies das variáveis e parâmetros de interesse.

3.4.3 Estudo da qualidade da malha

Para garantir que os resultados deste trabalho não sejam influenciados pela discretização insuficiente do domínio, foi realizado um teste de independência de malha. Foram analisadas quatro malhas computacionais com graus de refinamento diferentes para duas seções elípticas diferentes. No primeiro caso a razão entre os semi-eixos da elipse é igual a 0,4 e no segundo caso a razão é igual a 5. Como o perímetro da elipse depende desta razão, propõe-se manter o mesmo número de nós que divide este perímetro, para cada grau de refinamento. Desta forma, os graus de refinamento das malhas são definidos a partir do número de nós sobre a elipse. Portanto, adota-se os seguintes graus de refinamento: a malha M1 divide o perímetro da elipse em 16 segmentos, a malha M2 divide o perímetro em 25 segmentos, a malha M3 divide em 40 segmentos, a malha M4 divide o perímetro em 55 segmentos e a malha com maior refinamento, M5, divide o perímetro da elipse em 70 segmentos.

Assim, considerando o caso onde a razão entre os eixos da elipse é igual a 0,4, obteve-se os resultados para os quatro graus de refinamento de dois problemas distintos. O primeiro problema corresponde a um escoamento com $Re = 1$, $HB = 1$, $Pr = 0,72$ e $n = 0,4$. No segundo problema o número de Reynolds é igual a 100 e os demais parâmetros permanecem constantes.

A Tabela 3.1 apresenta a comparação dos resultados numéricos obtidos com as diferentes malhas quando a razão entre os semi-eixos é igual a 0,4. Nota-se que o erro relativo entre as soluções obtidas para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento, q' , é muito pequeno, ou seja, a discretização através da malha M1 já proporcionaria bons resultados, com erro relativo menor que 0,3% quando $Re = 1$. Para o mesmo número de Reynolds, quando o coeficiente de arrasto, C_D , sobre a elipse é comparado o erro relativo é inferior a 1% para todas as malhas. Porém, quando $Re = 100$ os resultados de q' mostram um

erro relativo maior, em torno de 0,55% quando comparam-se as malhas M1 e M2. Já o coeficiente de arrasto apresenta um erro relativo próximo a 1% para todas as soluções.

Tabela 3.1 - Resultados para o caso em que $r = 0,4$.

	Malha	Segmentos	Células	q' [W/m]	Erro [%]	C_D	Erro [%]
$Re = 1$	M1	16	2500	280,063	-----	24,521	-----
	M2	25	5610	280,904	0,300	24,766	0,989
	M3	40	10320	281,263	0,228	24,849	0,334
	M4	55	16300	281,390	0,045	24,916	0,269
	M5	70	22440	281,452	0,022	24,946	0,120
$Re = 100$	M1	16	2500	403,296	-----	198,59	-----
	M2	25	5610	401,066	0,556	196,76	0,930
	M3	40	10320	399,643	0,356	194,55	1,136
	M4	55	16300	399,314	0,082	192,39	1,123
	M5	70	22440	399,67	0,089	190,77	0,849

Como a razão entre os semi-eixos da elipse influenciam significativamente no escoamento julga-se necessário realizar o teste de independência de malha para uma geometria que apresenta $r = 5$. Os resultados para este caso estão representados na Tabela 3.2. Pode-se notar que, quando $Re = 1$, o erro relativo da taxa de transferência de calor é menor que 1% para todas as malhas e apresenta o valor máximo de 0,145%. Ainda para $Re = 1$ nota-se que o erro relativo para o coeficiente de arrasto é baixo, obtendo-se o valor máximo de 1,034% quando comparam-se as soluções das malhas M2 e M3. Quando $Re = 100$ tem-se o caso mais crítico analisado pois os erros relativos apresentam valores maiores. Este erro é superior a 1% nas soluções obtidas, para q' , com as malhas M2 e M3. Quando se comparam as soluções das malhas M4 e M5 este erro é aproximadamente 0,048%. A solução obtida com a malha M3 também apresenta um erro relativo aceitável, igual 0,554%.

Tabela 3.2 - Resultados para o caso em que $r = 5$.

	Malha	Segmentos	Células	q' [W/m]	Erro [%]	C_D	Erro [%]
$Re = 1$	M1	21	2430	338,405	-----	38,240	-----
	M2	33	5310	338,898	0,145	38,556	0,819
	M3	53	15105	339,159	0,078	38,959	1,034
	M4	73	19335	339,197	0,011	39,024	0,166
	M5	93	28165	339,229	0,009	39,112	0,225
$Re = 100$	M1	21	2430	602,957	-----	1793,2	-----
	M2	33	5310	603,458	0,083	1677,0	6,929
	M3	53	15105	595,788	1,287	1695,7	1,103
	M4	73	19335	597,458	0,279	1688,3	0,438
	M5	93	28165	597,169	0,048	1679,0	0,554

Além do coeficiente de arrasto e da taxa de transferência de calor, comparou-se os perfis de velocidade na seção de contração do escoamento, na posição $x^* = 0$. Estes resultados são mostrados no gráfico da Figura 3.7, tanto para o caso em que $r = 0,4$ e $r = 5$. O escoamento analisado acontece com um número de Reynolds igual a 100, número de Herschel-Bulkley igual a 1 e número de Prandtl igual a 0,72.

É possível notar que existe uma diferença significativa entre os perfis de velocidade obtidos com as malhas M1 e M2, principalmente nas regiões onde o gradiente de velocidades é maior, ou seja, nas regiões próximas da parede do tubo elíptico. Este comportamento é notado com maior intensidade no caso em que $r = 5$. Da mesma forma, as soluções obtidas com as malhas M2 e M3 também não são suficientemente próximas. Já os perfis de velocidade encontrados com as malhas M3, M4 e M5 são satisfatoriamente próximos.

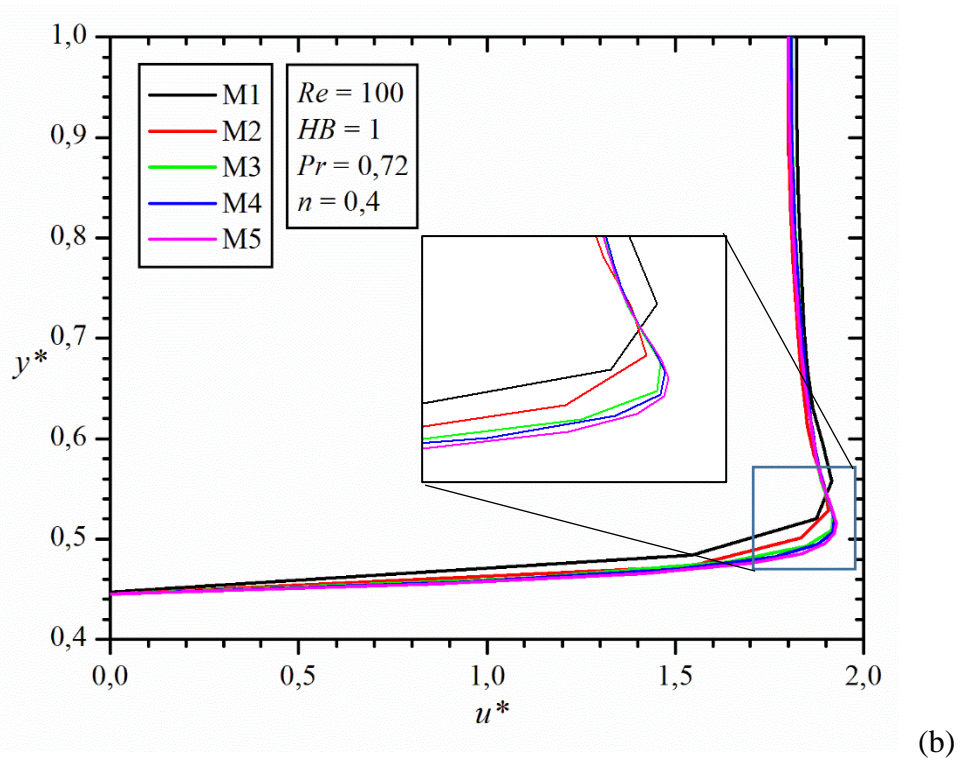
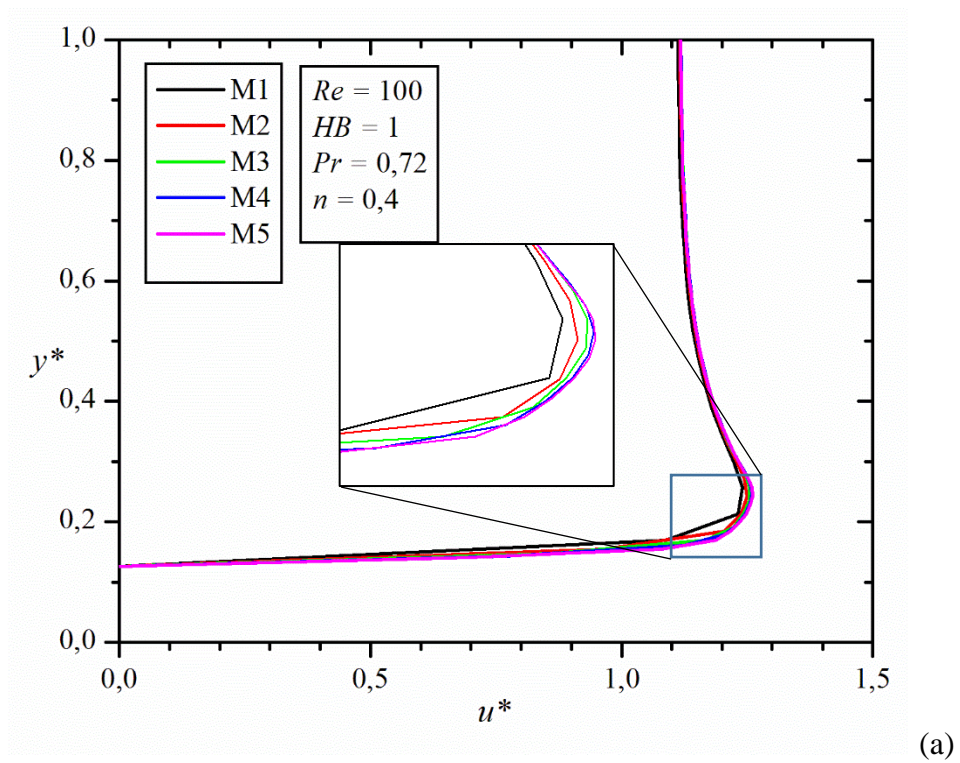


Figura 3.7 - Velocidade axial na posição $x^* = 0$ para (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$

Também é comparado o número de Nussel local, Nu , sobre a parede do tubo elíptico para as cinco malhas analisadas. Analogamente à variação da velocidade axial, o número de

Nusselt local apresenta grande discrepância entre os resultados obtidos com as malhas M1 e M2. Já as soluções obtidas com as malhas M3, M4 e M5 apresentam semelhança razoável para o caso em que $r = 5$. Contudo, quando analisa-se o caso em que $r = 0,4$ percebe-se que existe variação aceitável entre as soluções obtidas com as malhas M4 e M5. Este comportamento está demonstrado no gráfico da Figura 3.8.

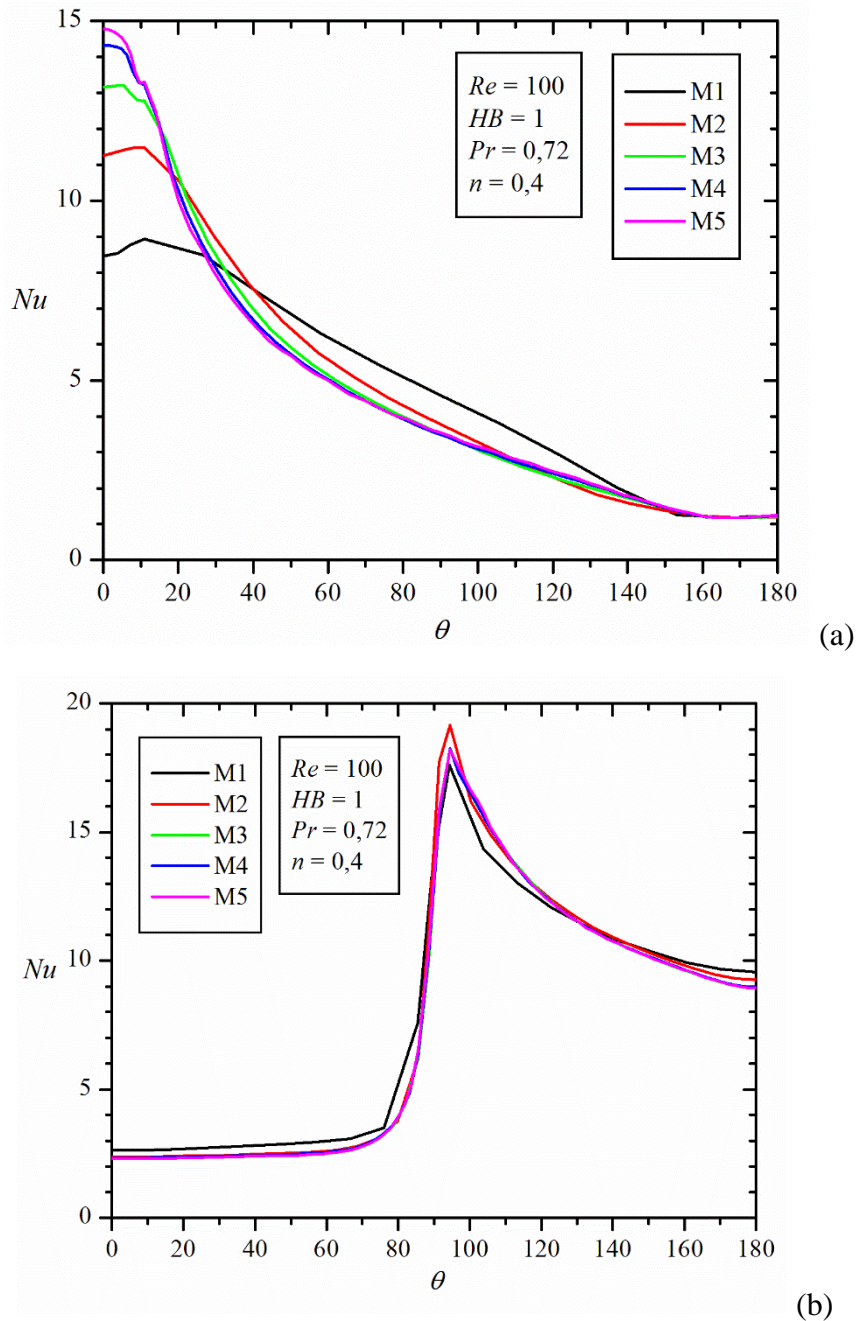


Figura 3.8 - Variação do número de Nusselt local ao longo da elipse para (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$

Portanto, para todas as demais simulações foram empregadas malhas que segmentam a parede do tubo elíptico em partes com dimensões iguais ou menores que a malha M4. As malhas utilizadas para a realização do teste de independência de malha estão representadas na Figura 3.9.

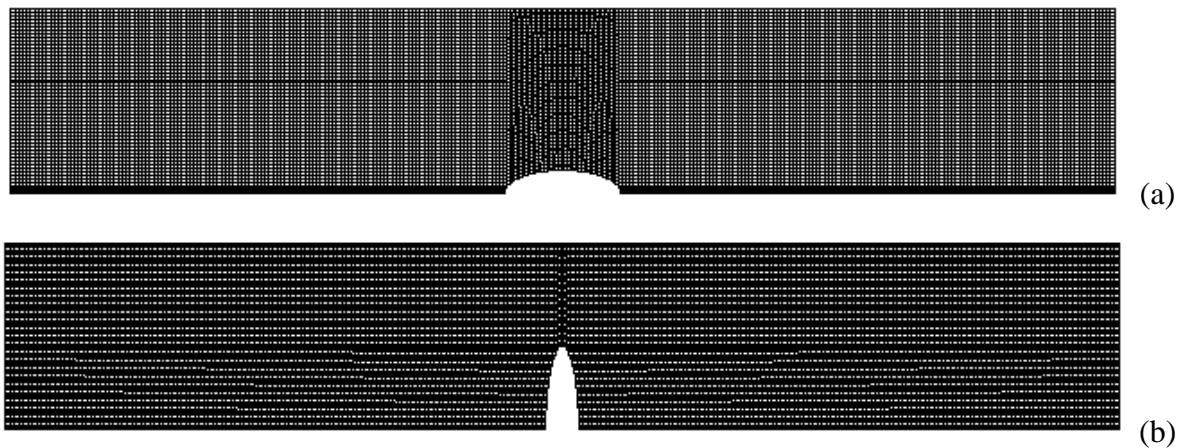


Figura 3.9 - Padrão de malha adotado para as simulações: (a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$

Detalhes das malhas em regiões próximas à parede do tubo elíptico estão representados na Figura 3.10.

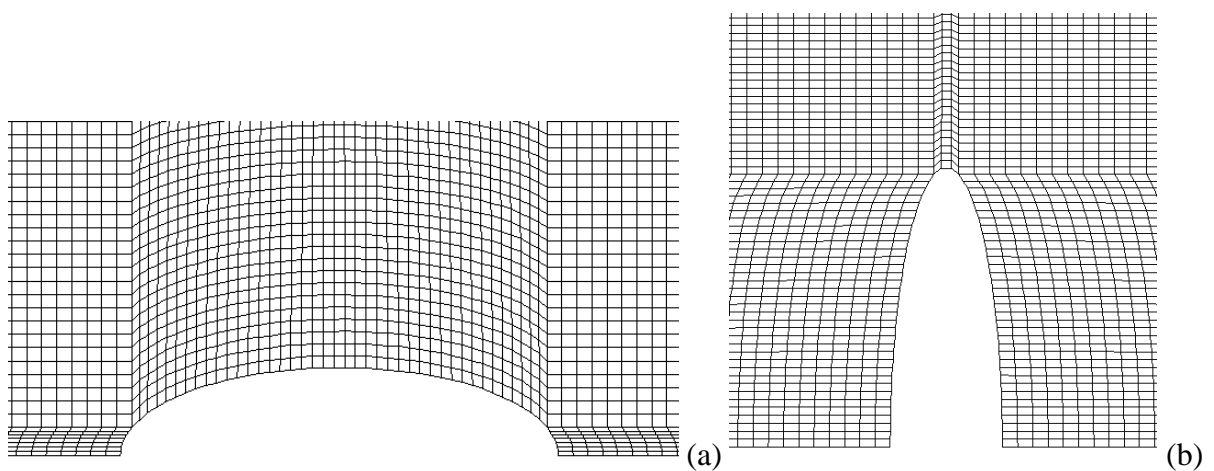


Figura 3.10 – Detalhes das malhas da região próxima à parede do tubo elíptico:

(a) $r = 0,4$ e (b) $r = 5$

3.4.4 Verificação do modelo numérico

Com o objetivo de verificar o código numérico que será empregado na solução das equações que modelam o problema, pretende-se comparar os resultados obtidos através deste código com resultados analíticos para o perfil de velocidades, demonstrados com detalhes no apêndice A, e também com resultados de trabalhos já publicados no meio acadêmico.

Num primeiro momento propôs-se a comparação com resultados do trabalho de Nieckele *et al.*, 1998. Neste artigo é estudado o comportamento de fluidos viscoplásticos, com diferentes graus de viscoplasticidade, em escoamento sobre um banco de tubos. A geometria do problema estudado pelos autores e o domínio computacional estão ilustrados na Figura 3.11 abaixo.

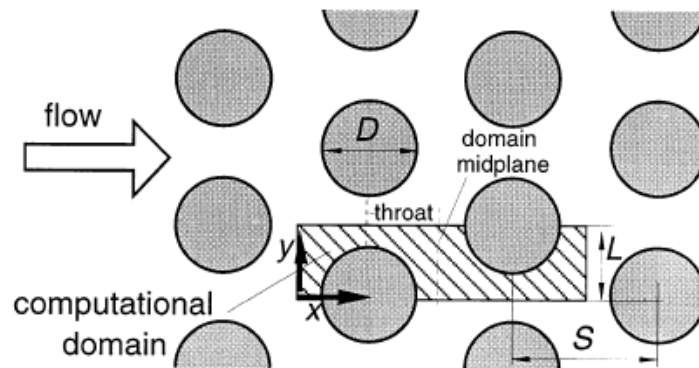


Figura 3.11 - Geometria do problema estudado por Nieckele *et al.*, 1998

A função viscosidade empregada é a função bi-viscosidade, descrita pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p & \text{se } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \\ \eta &= \mu_\infty & \text{se } \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde μ_p é a viscosidade plástica e $\mu_\infty = 1000\mu_p$.

Na Figura 3.12 estão representadas as malhas de volumes finitos que discretizam o domínio do escoamento. Os autores do artigo utilizaram uma malha com 80 X 40 volumes, enquanto que no presente trabalho utilizou-se uma malha com 14550 volumes finitos. O critério de convergência adotado é 10^{-8} para todas as equações.

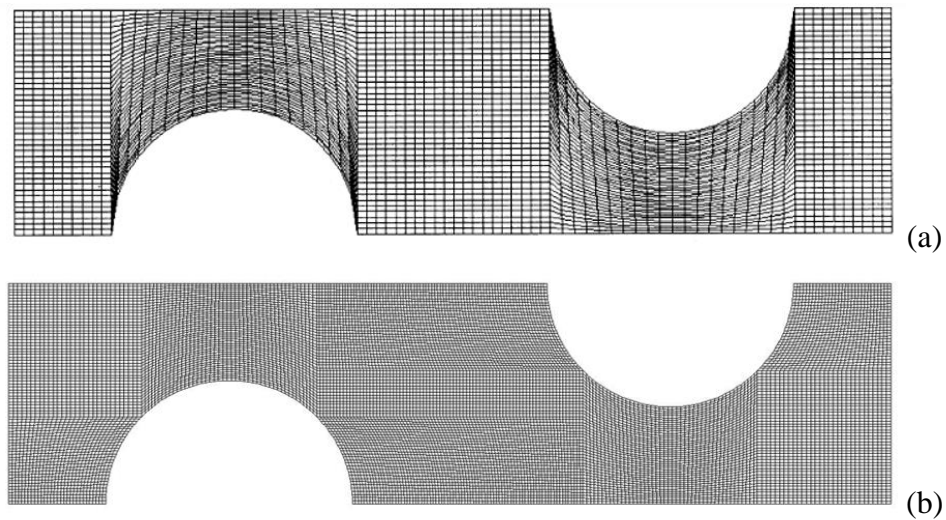


Figura 3.12 - Malhas adotadas para discretização dos domínios: (a) trabalho de Nieckele *et al.*, 1998 e (b) presente trabalho

Realizou-se também a comparação entre os perfis de velocidade na região de contração do escoamento, entre dois cilindros de um mesmo eixo y , por exemplo na posição $x = S$ (*domain midplane*). Esta comparação está representada no gráfico da Figura 3.13. A velocidade é adimensionalizada com a velocidade média do escoamento e a coordenada y com o comprimento L (distância vertical entre os centros dos cilindros). Nota-se uma ótima correspondência entre as soluções do perfil de velocidades.

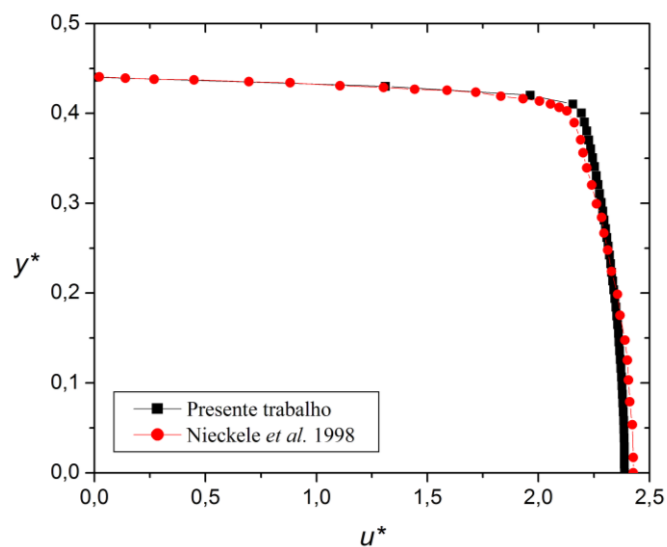


Figura 3.13 - Comparação dos perfis de velocidade axial em $x = S$ (S é a distância horizontal entre centros dos tubos).

Como a comparação dos resultados anteriores não incluíam a transferência de calor, neste momento pretende-se verificar também a solução da equação da energia. Para este fim a comparação envolve resultados apresentados por Nirmalkar e Chhabra, 2014, em seu trabalho. A geometria do problema e o domínio computacional adotado estão representados na Figura 3.14.

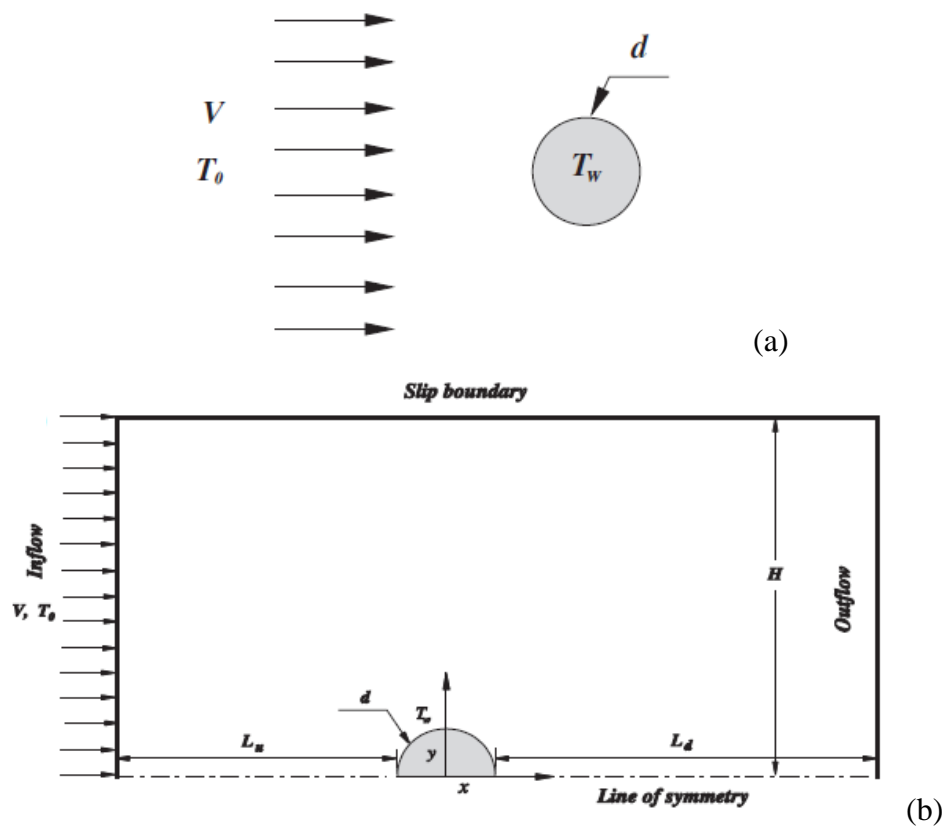


Figura 3.14 - Problema proposto por Nirmalkar e Chhabra, 2014 (a) domínio físico e (b) domínio computacional

Neste artigo é estudado, além dos efeitos causados pelo grau de viscoplasticidade do fluido, a transferência de calor entre o fluido e um cilindro aquecido, em escoamento cruzado. O comportamento material do fluido é descrito pelo modelo de Bingham regularizado.

A Figura 3.15 ilustra a comparação das linhas isotermas do escoamento, com os resultados obtidos por Nirmalkar e Chhabra, 2014. São representadas as morfologias das isotermas em função do número de Prandtl, quando o número de Reynolds é igual à unidade,

bem como o número de Bingham. Observa-se grande semelhança entre ambos os resultados qualitativos.

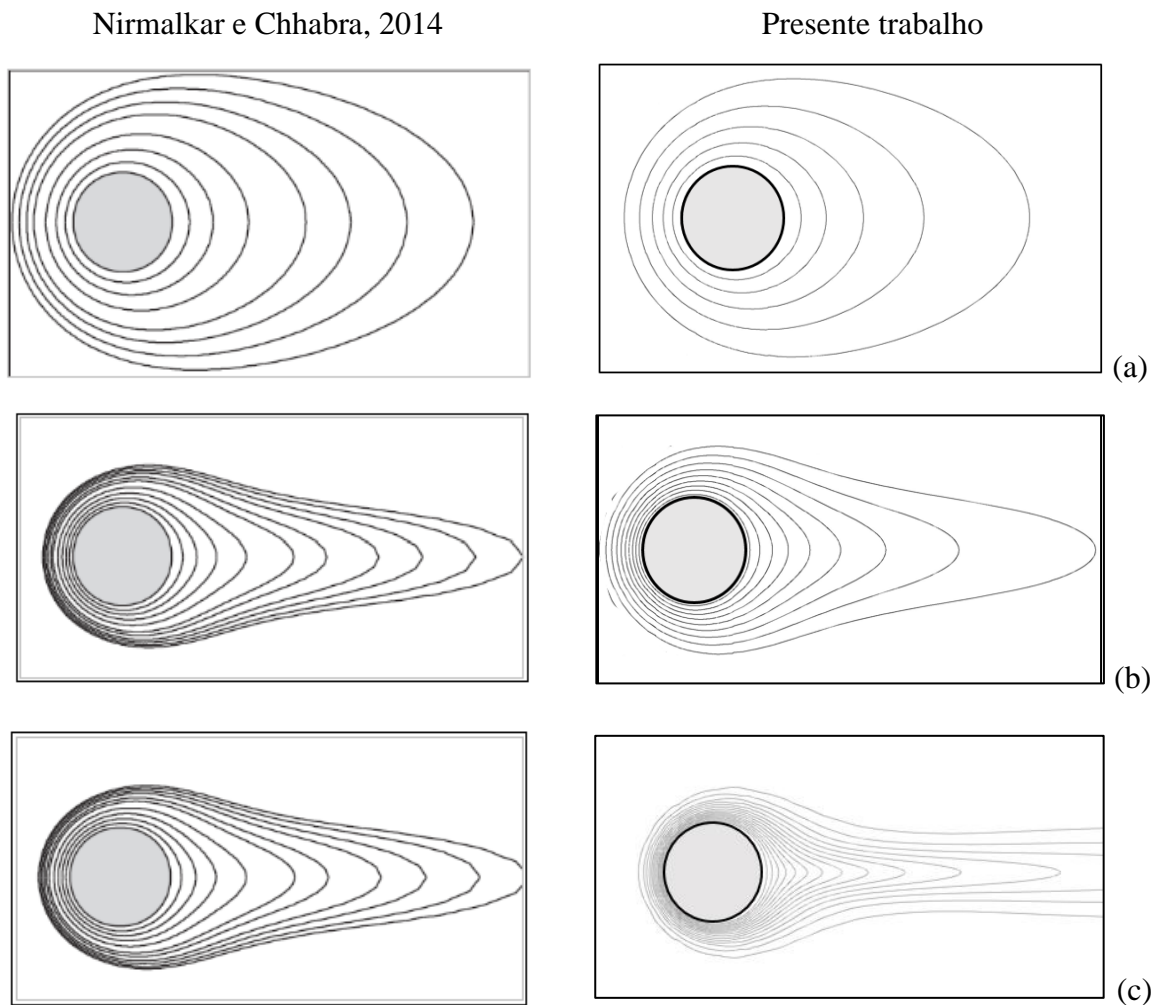


Figura 3.15 - Comparação das linhas isothermas para $Re = 1$, $Bn = 1$: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$ e (c) $Pr = 100$;

A morfologia das linhas isothermas ilustradas na Figura 3.16, onde o escoamento apresenta um número de Bingham igual a 100, também apresenta concordância aceitável para os três números de Prandtl considerados.

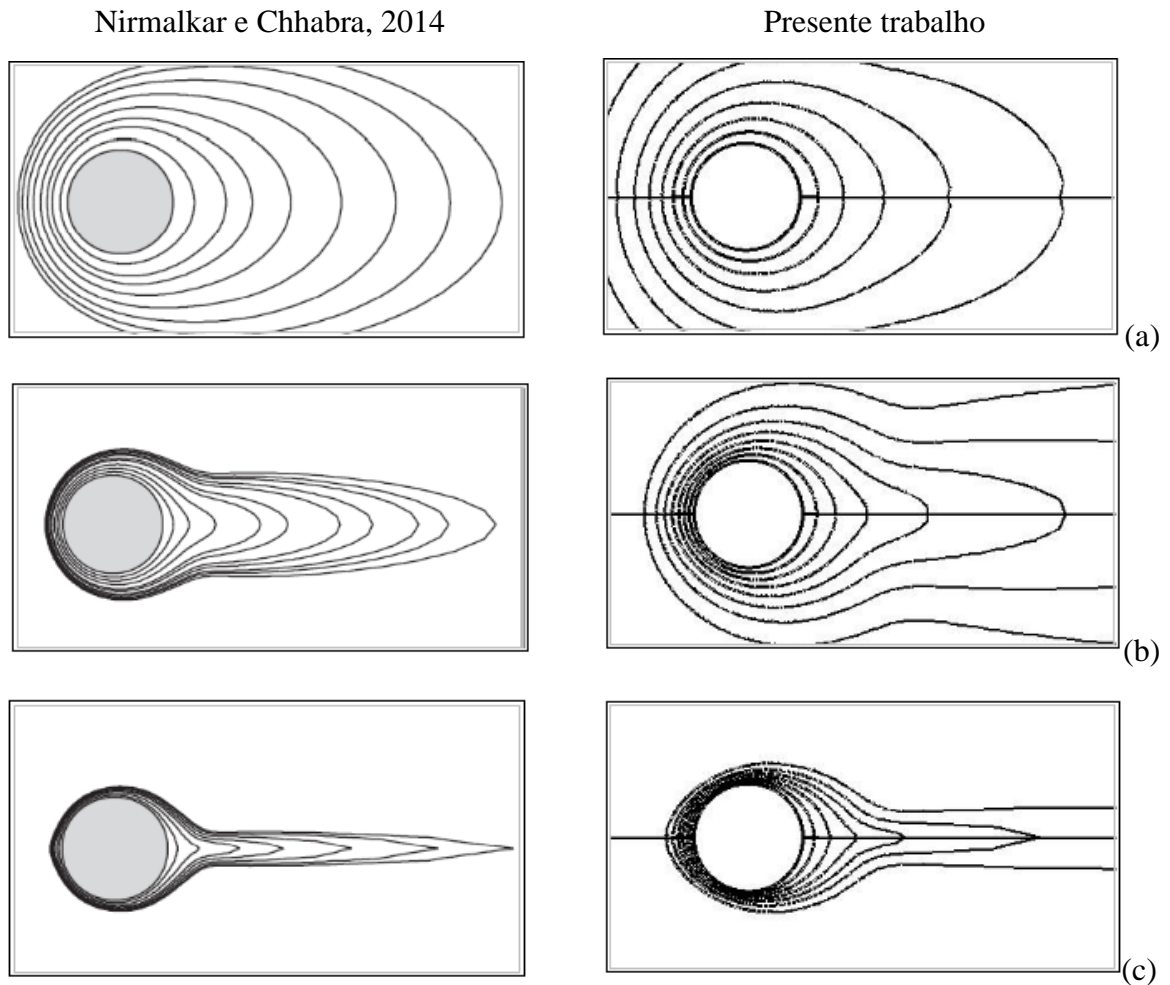


Figura 3.16 – Comparação entre as linhas isotérmicas para $Re = 1$, $Bn = 100$: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$ e (c) $Pr = 100$;

O gráfico da Figura 3.17 mostra a comparação entre os resultados obtidos neste trabalho, com os resultados do artigo de Nirmalkar e Chhabra, 2014, para o número de Nusselt local, sobre a superfície do cilindro. Estes casos correspondem a um escoamento com $Re = 40$, onde o número de Prandtl variando de 1 a 100. A Figura 3.17(a) representa o caso em que o número de Bingham é igual a 1. Percebe-se que as soluções apresentam um comportamento semelhante e a diferença entre estas soluções é maior para números de Prandtl elevados. Já para os escoamentos onde o número de Prandtl varia na mesma faixa, o número de Reynolds é igual a 40 e o número de Bingham é igual a 100 estão representados na Figura 3.17(b).

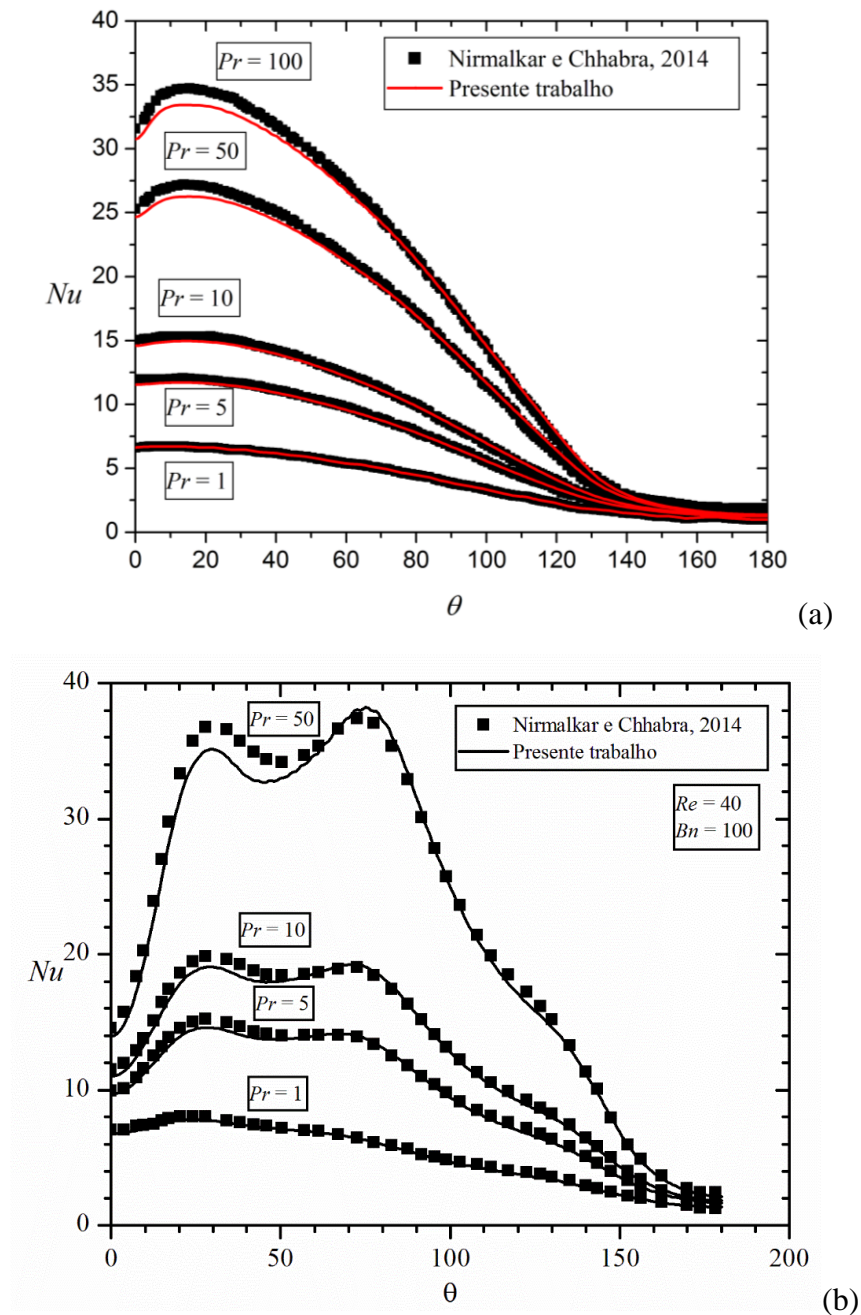


Figura 3.17 - Gráfico comparativo entre o Nu local para: (a) $Bn = 1$ e (b) $Bn = 100$

A Tabela 3.3 também apresenta a comparação de resultados com os obtidos por Bharti *et al*, 2008, para fluido Newtoniano com $Pr = 1$ e diversas razões entre semi-eixos da elipse. Considera-se um escoamento externo, em regime permanente, sobre uma geometria de seção elíptica. A análise dos resultados mostra uma excelente concordância, tanto para razões entre semi-eixos maiores que a unidade, como para razões menores. Observa-se também que, com a

variação do número de Reynolds, os resultados para o número de Nusselt global permanecem próximos.

Tabela 3.3 - Comparação de resultados, considerando fluido newtoniano, para $Pr = 1$

r	Re	\overline{Nu} (presente trabalho)	\overline{Nu} (Bharti et al, 2008)	Erro relativo (%)
0,2	1	0,4010	0,4007	0,075
	10	1,0668	1,0675	0,066
	40	2,0104	2,0105	0,005
1	1	0,8796	0,8781	0,170
	10	2,0600	2,0597	0,015
	40	3,6515	3,6534	0,052
5	1	1,1040	1,0959	0,733
	10	2,3199	2,3130	0,297
	40	3,9791	3,9791	0,000

São comparados também os resultados para o mesmo problema, porém com $Pr = 100$. O fluido ainda apresenta um comportamento newtoniano e são variados o número de Reynolds e a razão entre os semi-eixos da elipse. A Tabela 3.4 apresenta esta comparação. Da mesma forma que para o caso onde $Pr = 1$, os resultados apresentam uma excelente concordância.

Tabela 3.4 - Comparação dos resultados, considerando fluido newtoniano, para $Pr = 100$

r	Re	\overline{Nu} (presente trabalho)	\overline{Nu} (Bharti et al, 2008)	Erro relativo (%)
0,2	1	1,7660	1,7638	0,125
	10	4,9891	4,9867	0,048
	40	9,3818	9,4091	0,291
1	1	3,3500	3,3471	0,087
	10	8,8938	8,8867	0,080
	40	17,8458	17,7713	0,417
5	1	3,5880	3,5478	1,120
	10	9,4908	9,4380	0,556
	40	21,3200	21,1617	0,742

Ainda, nas Tabela 3.5 e Tabela 3.6 abaixo, são apresentados os resultados do presente trabalho e os resultados obtidos por Bharti et al, 2008. Contudo, estes resultados são para fluidos que apresentam um comportamento não newtoniano. Considera-se que o fluido é representado pelo modelo de Ostwald-deWaele (também conhecido como modelo *power-law*). Neste modelo, de acordo com Chhabra e Richardson, 2008, a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação é dada pela equação

$$\tau_{xy} = K\dot{\gamma}^n \quad (3.36)$$

nesta equação K representa o índice de consistência do fluido e n é o índice de potência.

Vale ressaltar que o modelo de Herschel-Bulkley se reduz ao modelo *power-law* quando considera-se que $\tau_0 = 0$.

De acordo com os resultados observados nas tabelas abaixo, é possível notar que também existe concordância satisfatória entre as soluções obtidas neste trabalho e por Bharti *et al*, 2008. A melhor correspondência entre as soluções para o número de Nusselt médio acontece quando $r = 1$, que representa a seção circular.

Tabela 3.5 - Comparação das soluções considerando fluido *power-law* ($n = 0,6$), para $Pr = 1$

r	Re	\overline{Nu} (presente trabalho)	\overline{Nu} (Bharti et al, 2008)	Erro relativo (%)
0,2	1	0,4029	0,4181	3,773
	10	1,1138	1,1383	2,200
	40	2,1853	2,2177	1,483
1	1	0,8880	0,9190	3,491
	10	2,1881	2,2117	1,353
	40	4,0469	4,0545	0,188
5	1	1,1367	1,1408	0,361
	10	2,4187	2,4518	1,368
	40	4,2638	4,2649	0,026

Tabela 3.6 - Comparação das soluções considerando fluido *power-law* ($n = 0,6$), e $Pr = 100$.

r	Re	\overline{Nu} (presente trabalho)	\overline{Nu} (Bharti et al, 2008)	Erro relativo (%)
0,2	1	1,9522	2,0427	4,636
	10	5,6324	5,6618	0,522
	40	10,9765	11,0099	0,304
1	1	3,9354	3,9324	0,076
	10	10,3745	10,4122	0,363
	40	21,0047	20,8647	0,666
5	1	3,9581	3,9886	0,771
	10	10,5494	10,1959	3,351
	40	24,4862	24,1745	1,273

Por fim, comparam-se os resultados obtidos através do código numérico com a solução analítica para o perfil de velocidades axial de um escoamento completamente desenvolvido entre duas placas planas estacionárias de um fluido viscoplástico de Herschel-Bulkley. O desenvolvimento da solução analítica deste problema está descrito detalhadamente no apêndice A. Percebe-se, através da análise do gráfico da Figura 3.18, que a solução numérica é semelhante à solução analítica e o erro relativo máximo entre as duas soluções é de 1,47 % quando $\Delta p = 200 Pa$ e de 2,03 % quando $\Delta p = 500 Pa$. Este escoamento corresponde a um fluido com $n = 1$, $\tau_0 = 0,5 Pa$ e $K = 1 Pa \cdot s^n$ sujeito a $\Delta p = 200$ e $500 Pa$.

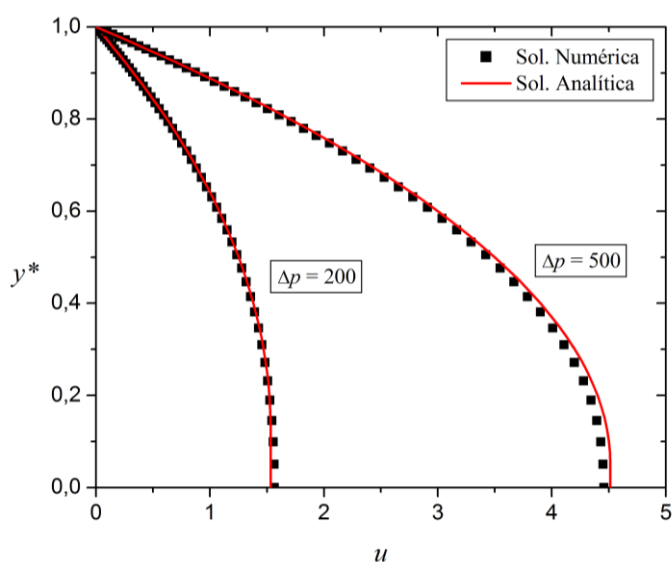


Figura 3.18 - Comparação entre solução analítica e numérica

Desta forma, conclui-se que a metodologia numérica adotada para resolver o problema proposto é válida uma vez que apresentou resultados muito próximos à literatura. Além disso, quando comparados com soluções analíticas, a metodologia apresentou resultados satisfatoriamente próximos. Portanto, o código numérico adotado é considerado eficiente para a solução do problema considerado nesta tese.

3.5 Método *Design Construtal*

Este método é construído a partir dos conceitos da Lei Construtal. Essa Lei estabelece que “para um sistema finito onde existe escoamento persistir no tempo, sua configuração deve evoluir de tal forma a facilitar o acesso de suas correntes”. Ou seja, o escoamento se modela e modifica para que encontre o percurso que oferece a menor resistência. Portanto, utilizando a Lei Construtal é possível definir a forma geométrica de objetos que são usados nos diversos campos da engenharia [Bejan e Lorente, 2008].

A aplicação da Lei Construtal permite descrever o escoamento através da evolução, direção, propósito e *design*. A facilidade do escoamento representa a direção da evolução. O *design* observado na natureza, forma dos rios, cidades, animais, etc., é a manifestação da tendência da natureza em construir formas e estruturas para facilitar o acesso do escoamento. A partir da Lei Construtal é possível prever a evolução de qualquer sistema de fluxo. Usando essa lei é possível reformular processos para encontrar as configurações que melhor se adaptam às restrições impostas. [Bejan e Zane, 2012].

O método *Design Construtal* sintetiza como deve ser aplicada a Lei Construtal. Segundo Bejan, 2012, ele consiste das seguintes etapas:

1. Definir o Sistema. Identificar claramente, sem deixar dúvidas, o que constitui o Sistema, isto é, a região do espaço ou a quantidade de massa que está sendo objeto do estudo, análise e *design*.

2. Identificar o escoamento. Esteja certo de que seu Sistema tem liberdade para mudar a sua geometria e que você entende o que escoar dentro dele, isto é, porque o seu sistema é um escoamento.

3. Iniciar pelo mais simples. Permita que somente um dos comprimentos ou razão de aspecto varie. Isto define o sistema com um grau de liberdade. Verificar se e como mudanças neste grau de liberdade do escoamento aumenta o acesso das correntes que habitam o sistema.

Incorporar este primeiro valor do grau de liberdade que encontrado para que o sistema tenha o melhor desempenho no seu *design* (mas preste atenção porque este não é o final!).

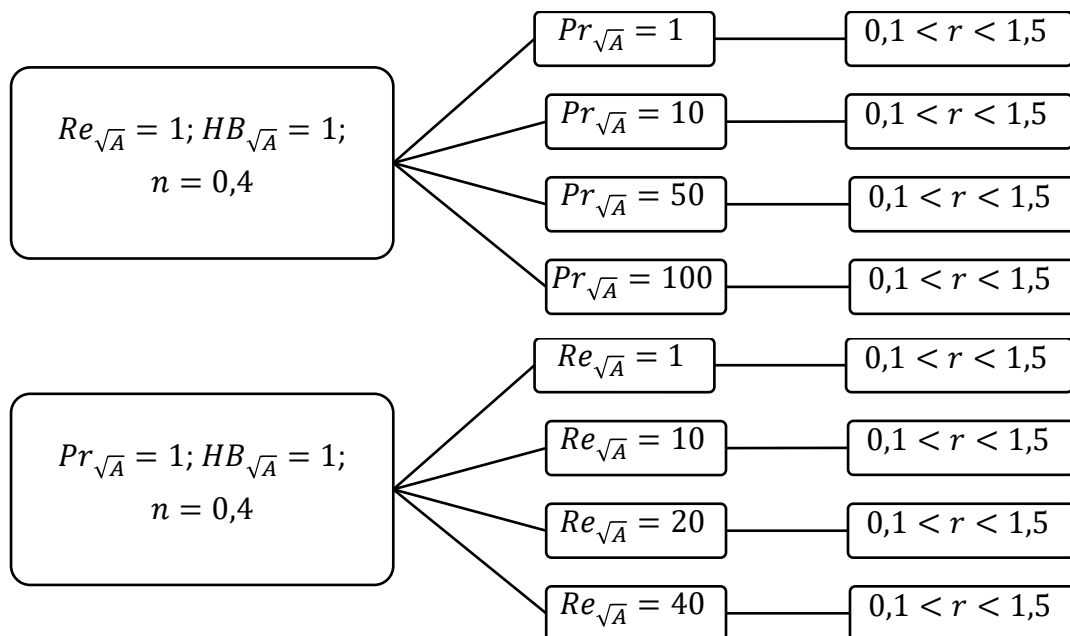
4. Adicionar um grau de liberdade. Permitir um segundo grau de liberdade variar livremente. Como investiga-se um segundo grau de liberdade, haverá um novo *design* que tem um melhor desempenho. Com esta segunda melhor configuração, voltar à etapa 03 e refinar o primeiro grau de liberdade, agora permitindo a variação dos dois graus de liberdade.

5. E um outro. Permitir que um terceiro grau liberdade varie livremente. Encontrar a configuração que tenha o melhor desempenho permitindo que este grau de liberdade varie livremente e retorne as etapas 03 e 4, isto é, refine os resultados anteriores.

6. E assim por diante. Este é um processo de construção sem final, exceto o tempo final do investigador.

Nesta tese este método é usado em associação com o método da busca exaustiva.

O fluxograma apresentado na Figura 3.19 mostra o conjunto de simulações realizadas nesta tese. O número total de simulações é de aproximadamente 320 casos e se utilizou um microcomputador com processador de 8 núcleos com 2,3 GHz e memória RAM de 8 Gb.



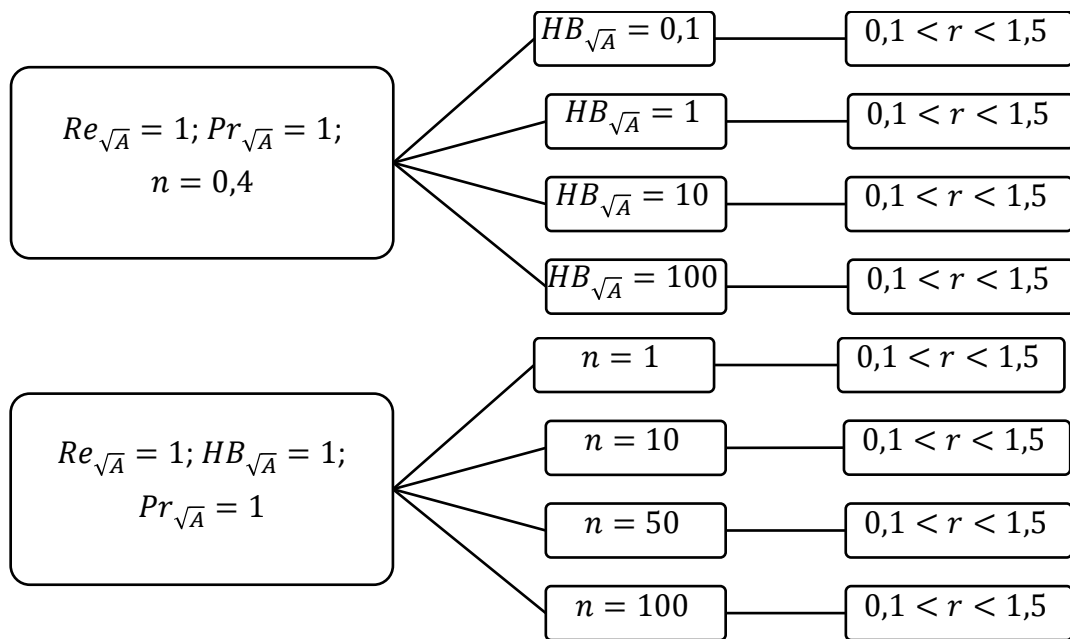


Figura 3.19 - Fluxograma de simulações realizadas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos através do código comercial Fluent para escoamentos de fluidos viscoplásticos. Na busca por configurações que facilitem o escoamento do fluido é aplicado o método Design Construtal apresentado na Seção 3.5. A área da elipse é constante, mas a sua razão de aspecto $r = b/a$ pode variar e é o grau de liberdade investigado. São determinadas as razões de aspecto da elipse que facilitam a transferência de calor adimensional e também as razões de aspecto que diminuem a queda de pressão adimensional sofrida pelo escoamento. As influências dos grupos adimensionais, números de Reynolds, Herschel-Bulkley e Prandtl, sobre a razão de aspecto ótima da elipse são verificadas. Também é analisada a influência de um parâmetro reológico, o índice de potência, sobre esta razão de aspecto ótima.

4.1 Influência do número de Prandtl sobre a razão de aspecto ótima

Para entender como o número de Prandtl, $Pr_{\sqrt{A}}$, altera as condições ótimas de transferência de calor adimensional e queda de pressão adimensional, este parâmetro é variado de 1 a 100. Nestes casos, os números de Reynolds, Herschel-Bulkley e índice de potência são considerados constantes, $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ e $n = 0,4$. Foram realizadas simulações numéricas nas quais a razão de aspecto da elipse foi variada, mantendo-se a área da seção elíptica constante, a fim de se obter a razão de aspecto que maximiza o número de Nusselt médio ($\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$).

As isotermais resultantes estão representadas na Figura 4.1 para todos os valores de $Pr_{\sqrt{A}}$ considerados e razão de aspecto $r = 0,5$. Nota-se que, com o aumento do número de Prandtl, as isotermais concentram-se próximas à superfície da parede da elipse, ou seja, a camada limite térmica torna-se mais delgada com aumento do número de Prandtl. Consequentemente, os gradientes de temperatura na superfície são maiores para elevados números de Prandtl e, portanto, também é maior a taxa de transferência de calor adimensional.

A relação entre o número de Nusselt médio e a razão de aspecto da elipse está ilustrada na Figura 4.2, para todos os números de Prandtl avaliados. Pode-se notar que o número de Nusselt médio aumenta de acordo com o aumento do número de Prandtl, e isto corrobora com

a análise das isotermas representadas na Figura 4.1. Também é possível observar que, para cada número de Prandtl, existe um valor da razão de aspecto que maximiza $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$.

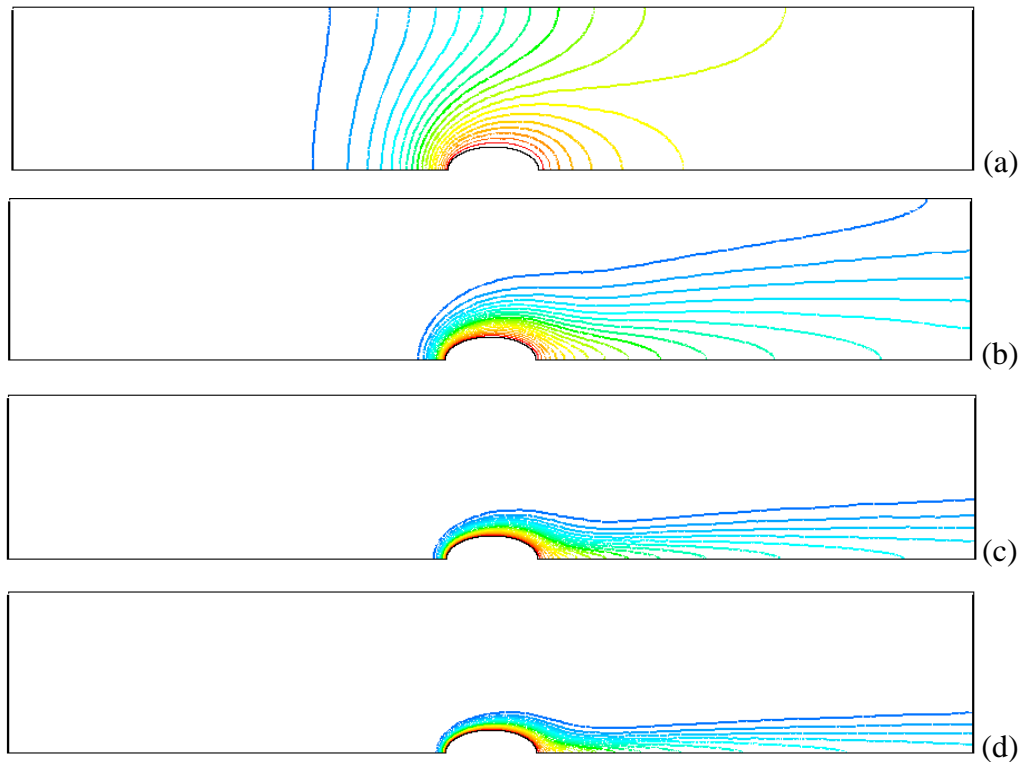


Figura 4.1 - Isotermas para $r = 0,5$ e: (a) $Pr = 1$; (b) $Pr = 10$; (c) $Pr = 50$ e (d) $Pr = 100$.

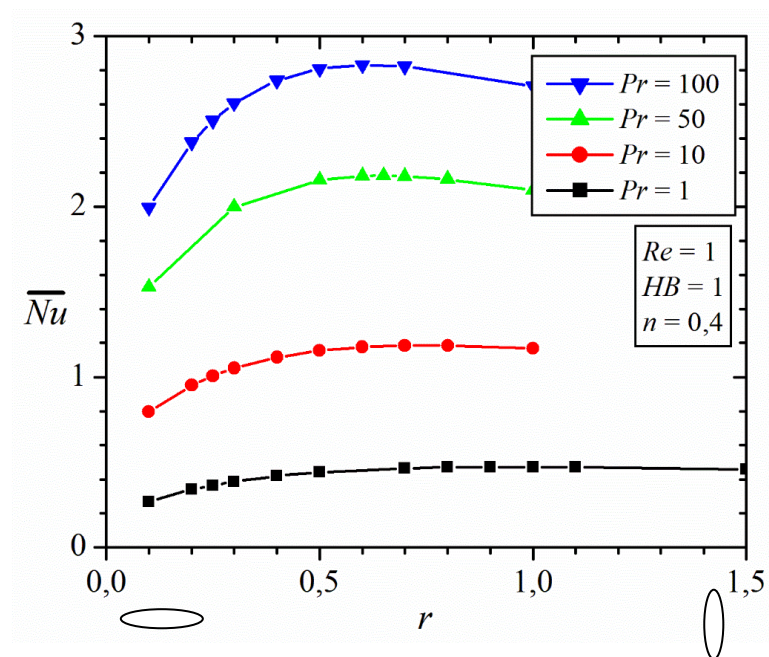


Figura 4.2 - Variação de $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$ e a razão de aspecto da elipse

O gráfico da Figura 4.3 apresenta a relação entre o número de Nusselt médio máximo (\overline{Nu}_{\max}) e a razão de aspecto da elipse que otimiza a transferência de calor adimensional ($r_{q,\text{opt}}$), ou seja, a razão de aspecto na qual ocorre o maior número de Nusselt médio, para todos os valores de Pr analisados. Pode-se notar que o número de Nusselt médio máximo aumenta quando o número de Prandtl também aumenta. Já a razão de aspecto na qual ocorre o maior número de Nusselt médio diminui de acordo com o aumento de $Pr\sqrt{A}$. Quando o número de Prandtl é igual a um a razão de aspecto ótima é um (circular), quando $Pr\sqrt{A} = 10$ a razão ótima é igual a 0,75, para $Pr\sqrt{A} = 50$ a razão é igual a 0,65 e quando Prandtl é igual a 100 a razão que maximiza a transferência de calor é 0,6. Isto significa que, para maiores Pr , tubos elípticos mais delgados favorecem a troca térmica com relação a menores $Pr\sqrt{A}$.

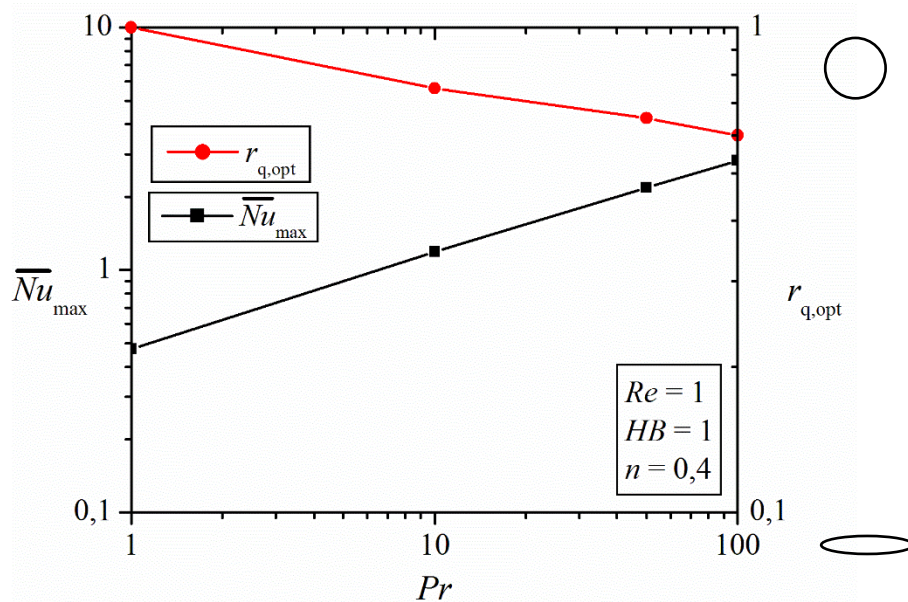


Figura 4.3 - Influência do número de Prandtl sobre \overline{Nu}_{\max} e $r_{q,\text{opt}}$.

A Figura 4.4 mostra os campos da magnitude da velocidade adimensional quando o número de Prandtl é 100 e a razão de aspecto é igual a 0,2, 0,6 e 1. Analisando esses campos de velocidades observa-se que o escoamento é praticamente simétrico, o que é característico de um número de Reynolds baixo. Além disso, percebe-se um aumento da velocidade na região de contração do escoamento e, desta forma, aumenta-se a transferência de calor por convecção. Este efeito aumenta com o aumento da razão de aspecto da elipse. Contudo, quando a razão de aspecto aumenta também se percebe uma região de estagnação do escoamento a jusante da

elipse, podendo gerar um vórtice grande e lento, o que causa a diminuição da transferência de calor por convecção. Para maiores números de Reynolds ainda há a formação de vórtice a jusante do tubo, o que acarreta no mesmo efeito de redução da transferência de calor com o aumento da razão de aspecto. Este fenômeno é realçado, de acordo com os estudos de Nirmalkar *et al.*, 2013, quanto maior é o número de Reynolds do escoamento.

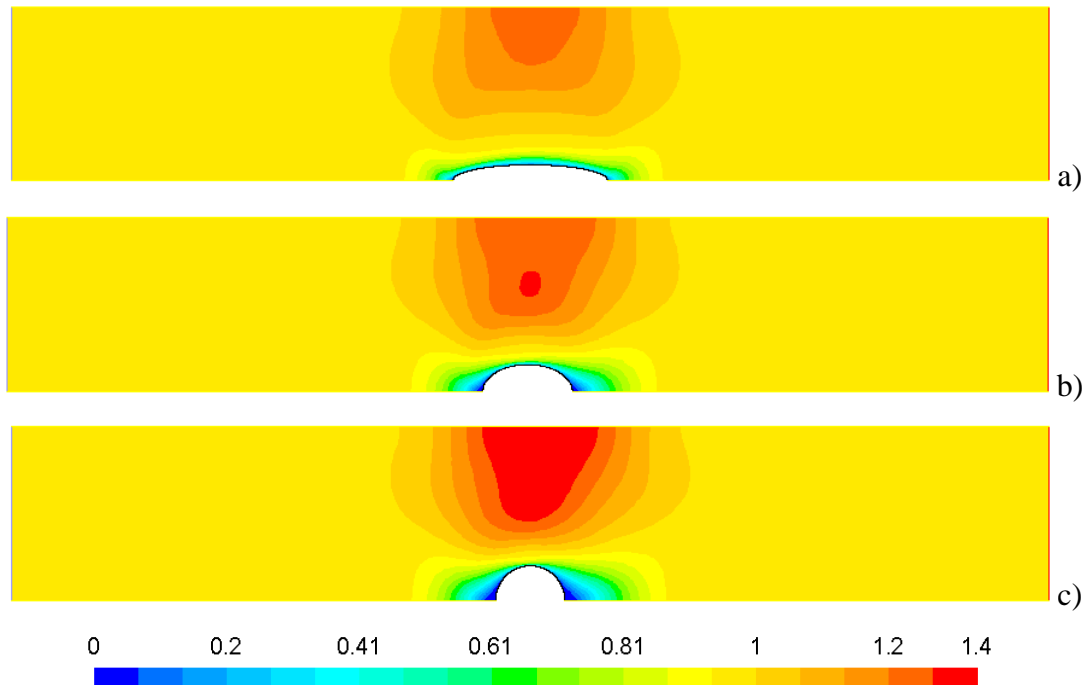


Figura 4.4 - Campos de velocidade adimensional para $Pr = 100$ e: a) $r = 0,2$; b) $r = 0,6$ e c) $r = 1,0$.

As zonas rígidas do escoamento, regiões onde a taxa de deformação é menor do que a taxa de deformação crítica ($\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$), estão representadas na Figura 4.5. Considera-se escoamento com número de Prandtl igual a 100 e a razão de aspecto igual a 0,2, 0,6 e 1. Pode-se notar que as zonas rígidas diminuem quando a razão de aspecto aumenta. Isto se deve ao fato de que as taxas de deformação aumentam de acordo com a diminuição da área de passagem do escoamento, na região de contração, onde a velocidade do escoamento aumenta. Também é possível perceber que existe uma pequena região de estagnação do escoamento à jusante da elipse, quando $r = 1$, que influencia negativamente na taxa de transferência de calor.

Os campos de temperatura adimensional para o escoamento com $Pr\sqrt{A} = 100$ estão representados na Figura 4.6. A Figura 4.6(a) mostra o campo de temperaturas quando a elipse

possui uma razão de aspecto igual a 0,2, a Figura 4.6(b) tem-se a razão de aspecto ótima, $r = 0,6$, a Figura 4.6(c) ilustra o campo de temperaturas quando $r = 1$. Observa-se que, quanto menor a razão de aspecto, maior a área do tubo sobre a qual a camada limite é mais delgada, contribuindo desta forma para o aumento da transferência de calor adimensional.

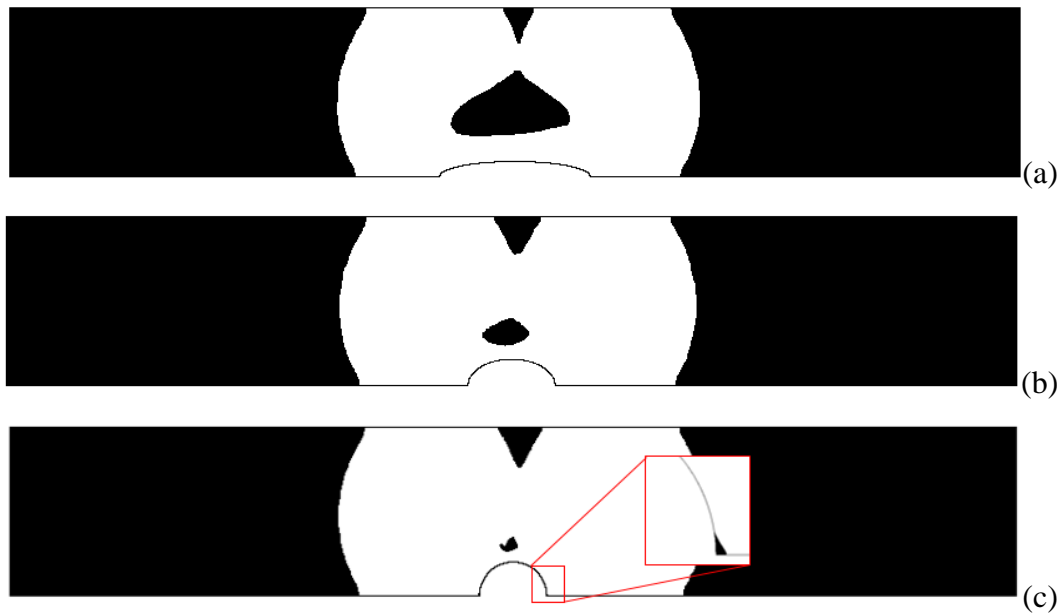


Figura 4.5 - Representação das zonas rígidas para $Pr_{\sqrt{A}} = 100$ e a) $r = 0,2$; b) $r = 0,6$; c) $r = 1$

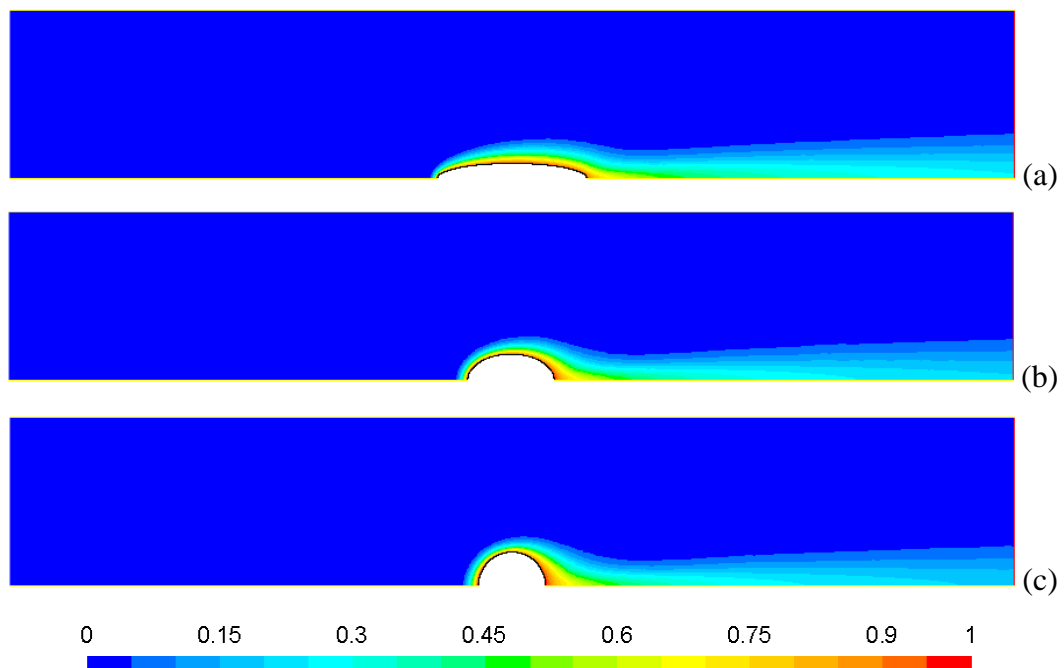


Figura 4.6 - Campos de temperaturas para $Pr_{\sqrt{A}} = 100$ e: (a) $r = 0,2$, (b) $r = 0,6$ e (c) $r = 1$.

A queda de pressão do escoamento pode estar relacionada com três fatores, sendo eles o atrito entre o fluido e os contornos sólidos, mudança na área da seção do escoamento e uma inclinação do canal de escoamento. No problema proposto neste trabalho desconsidera-se a variação da energia potencial no escoamento, ou seja, o escoamento acontece na direção horizontal. Portanto, a queda de pressão será ocasionada pelo atrito entre o fluido e as paredes do tubo elíptico e pela redução na área do escoamento, na região de contração.

A relação entre a queda de pressão adimensional e a razão de aspecto da elipse está representada na Figura 4.7 para todos os valores de $Pr_{\sqrt{A}}$ considerados. Observando o gráfico desta figura é possível notar que quando r é menor que 0,3, ou seja, quando a elipse é alongada horizontalmente, a queda de pressão se deve basicamente ao atrito com a parede, e a medida que a razão de aspecto da elipse aumenta a queda de pressão também é causada pela diminuição da seção do escoamento. Desta forma, existe uma razão de aspecto que irá balancear estes dois fenômenos que causam a queda de pressão e, conseqüentemente, a minimizam. Para o problema considerado a razão de aspecto que minimiza a queda de pressão adimensional é igual a 0,3 para todos os valores de $Pr_{\sqrt{A}}$ estudados. Isto se deve ao fato de que o modelo empregado para o acoplamento entre o problema fluidodinâmico e o problema térmico se dá em apenas uma direção. De fato, o campo de velocidades afeta a transferência de calor através do termo de advecção. Enquanto isso, o campo de temperatura não afeta a fluidodinâmica, já que as propriedades são consideradas independentes da temperatura e despreza-se efeitos de forças de corpo, isto é, convecção natural.

Relacionando o inverso do número de Nusselt médio e a queda de pressão adimensional em um mesmo gráfico, para diversas razões de aspecto, pode-se obter uma visão geral da relação entre as melhores razões de aspecto com relação à transferência de calor e à queda de pressão. As razões de aspecto que induzam a valores mais próximos da origem do gráfico são aquelas que favorecem os resultados, tanto do ponto de vista térmico quanto fluidodinâmico. Portanto, observando o gráfico da Figura 4.8 pode-se sugerir que a razão de aspecto que otimiza o problema quando $Pr_{\sqrt{A}} = 1$ é 0,5. Já para $Pr_{\sqrt{A}} = 10$ e $Pr_{\sqrt{A}} = 100$ a razão de aspecto ótima seria igual a 0,4 e 0,3 respectivamente.

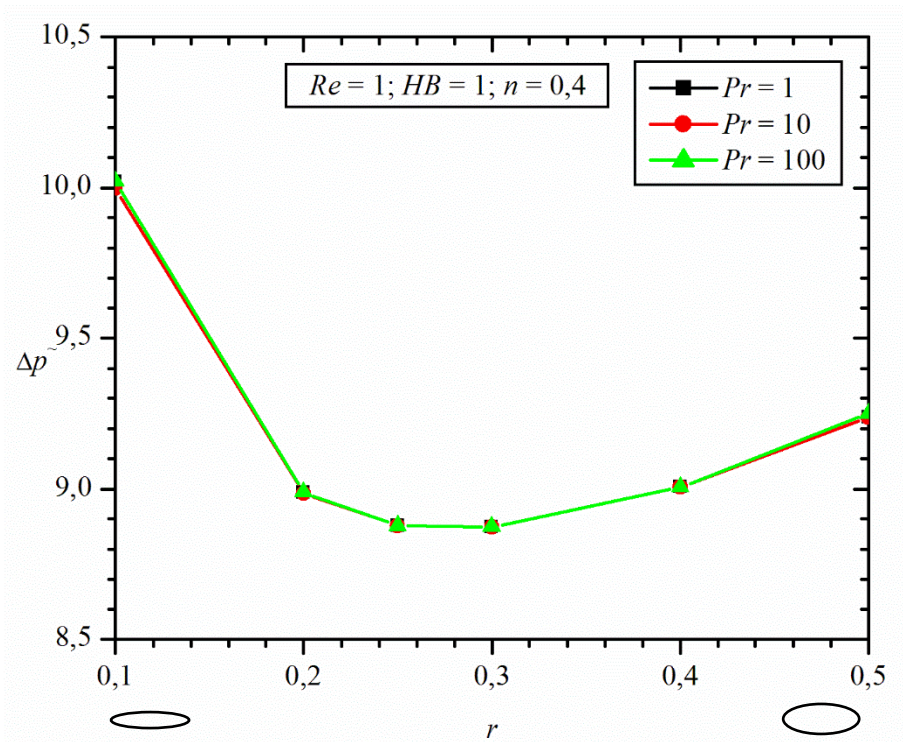


Figura 4.7 - Relação entre a queda de pressão adimensional e a razão de aspecto da elipse.

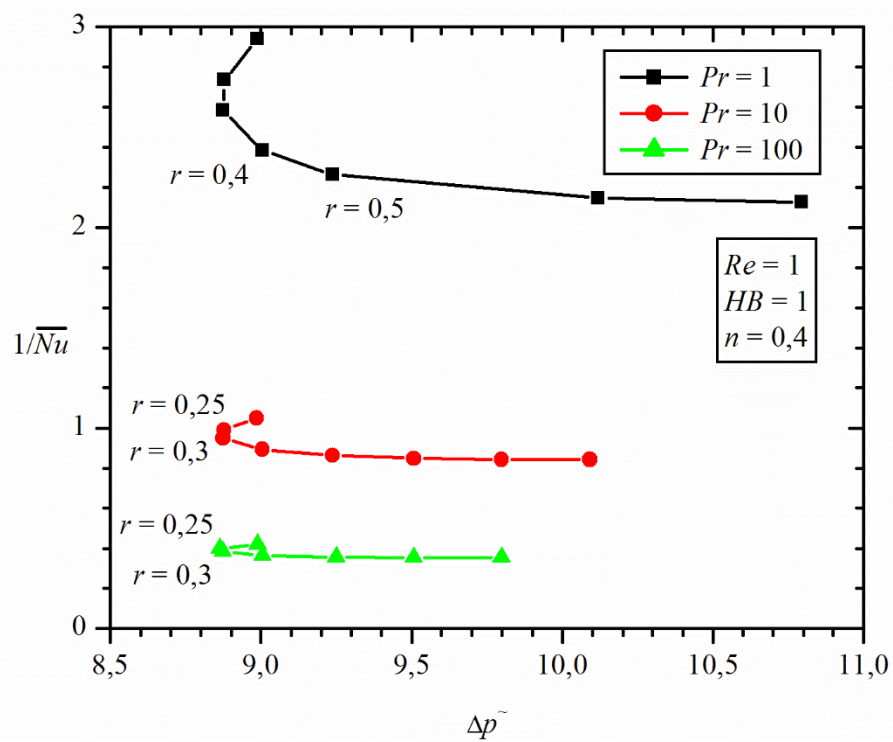


Figura 4.8 - Relação entre o inverso de $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$ e a queda de pressão adimensional.

4.2 Influência do número de Reynolds sobre a razão de aspecto ótima

Variando-se a razão de aspecto da seção transversal do duto elíptico entre 0,1 e 1,5, foram obtidas as taxas de transferência de calor adimensionais do tubo para o fluido viscoplástico para as diferentes situações caracterizadas pelos números de Reynolds, $Re_{\sqrt{A}}$, entre 1 e 40. Os menores r correspondem às elipses de perfis mais alongados na direção do escoamento, enquanto os maiores correspondem às elipses de perfil mais longo na direção transversal ao escoamento. O caso $r = 1$ corresponde ao tubo circular. A Figura 4.9 ilustra os resultados obtidos, na forma de número de Nusselt médio, \overline{Nu} , conforme definido pela Equação 3.4. Observa-se, em primeiro lugar, que Re tem efeito positivo em \overline{Nu} , conforme ocorre quando são considerados fluidos newtonianos. Isto se deve a que maiores $Re_{\sqrt{A}}$ correspondem a escoamentos com mais inércia, o que proporciona o aumento dos efeitos advectivos e, conseqüentemente, maior troca térmica. No entanto, pode-se observar que, conforme se aumenta o r , atinge-se um ponto de \overline{Nu} máximo, o qual denota-se por \overline{Nu}_{\max} na Figura 4.10.

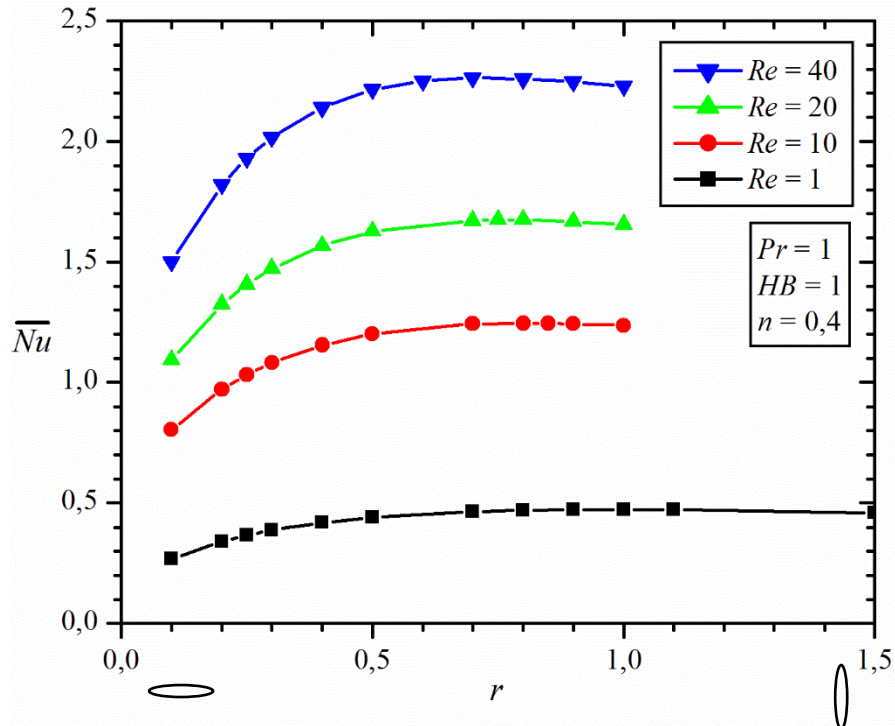


Figura 4.9 - Relação entre \overline{Nu} e a razão de aspecto da elipse para todos $Re_{\sqrt{A}}$.

A razão de aspecto óptima para cada caso é denotada por $r_{q,opt}$ na Figura 4.10. Esta figura mostra que o $r_{q,opt}$ é distinto para cada Re testado, bem como o valor de \overline{Nu}_{max} . Observa-se que, quanto maior Re , $r_{q,opt}$ é menor. Ainda é possível observar na Figura 4.10 que $\overline{Nu}_{max} = 0,47$ e $r_{q,opt} = 1$ para $Re_{\sqrt{A}} = 1$; $\overline{Nu}_{max} = 1,25$ e $r_{q,opt} = 0,8$ para $Re_{\sqrt{A}} = 10$; $\overline{Nu}_{max} = 1,68$ e $r_{q,opt} = 0,75$ para $Re_{\sqrt{A}} = 20$; $\overline{Nu}_{max} = 2,26$ e $r_{q,opt} = 0,7$ para $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

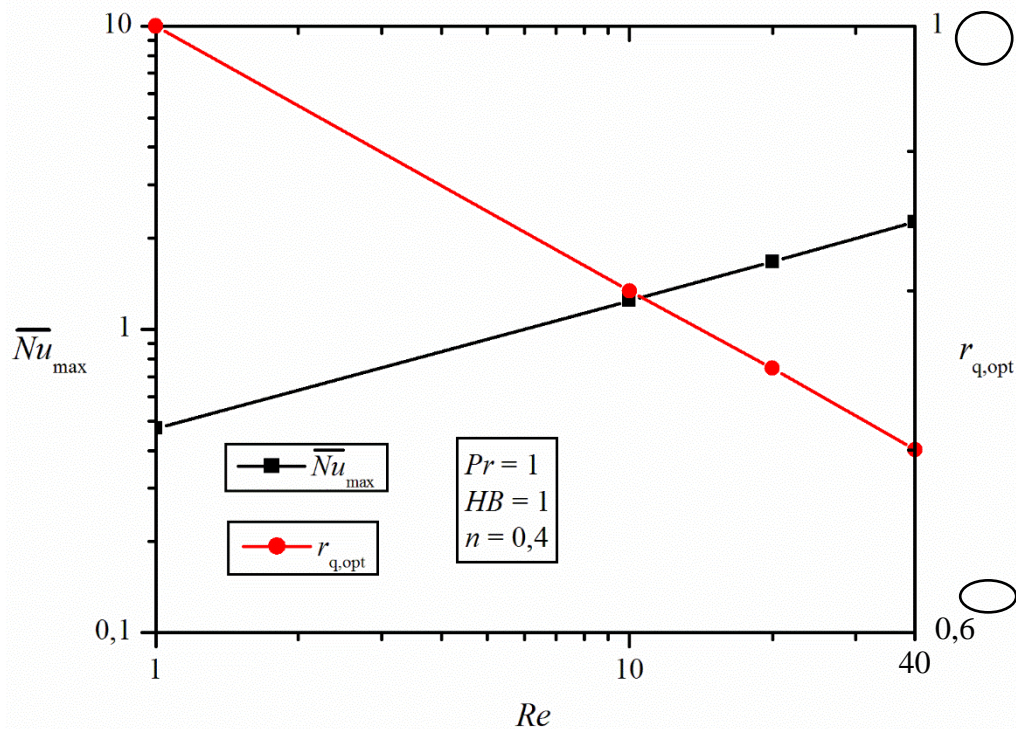


Figura 4.10 - Relação entre \overline{Nu}_{max} e a razão de aspecto óptima para todos Re avaliados.

A Figura 4.11 mostra o efeito de $Re_{\sqrt{A}}$ no formato das isoterms que ocorrem no escoamento em torno de um duto de razão de aspecto igual a 0,7. É possível notar que, quando $Re_{\sqrt{A}}$ aumenta, estas isoterms tendem a se concentrar próximas à parede elíptica, ou seja formam uma camada limite térmica mais delgada. No caso de $Re_{\sqrt{A}} = 1$, Figura 4.11(a), forma-se uma distribuição de temperaturas suave, o que é típico de um caso no qual a difusão de calor é importante. Já na Figura 4.11(b), observa-se o estreitamento da camada limite, com gradientes mais severos de temperatura, o que é típico de um problema advectivo dominado. Esta variação abrupta de temperatura é responsável pela maior troca térmica, visto que o fluxo de calor está

diretamente ligado à variação local da temperatura na parede (derivada da temperatura na parede).

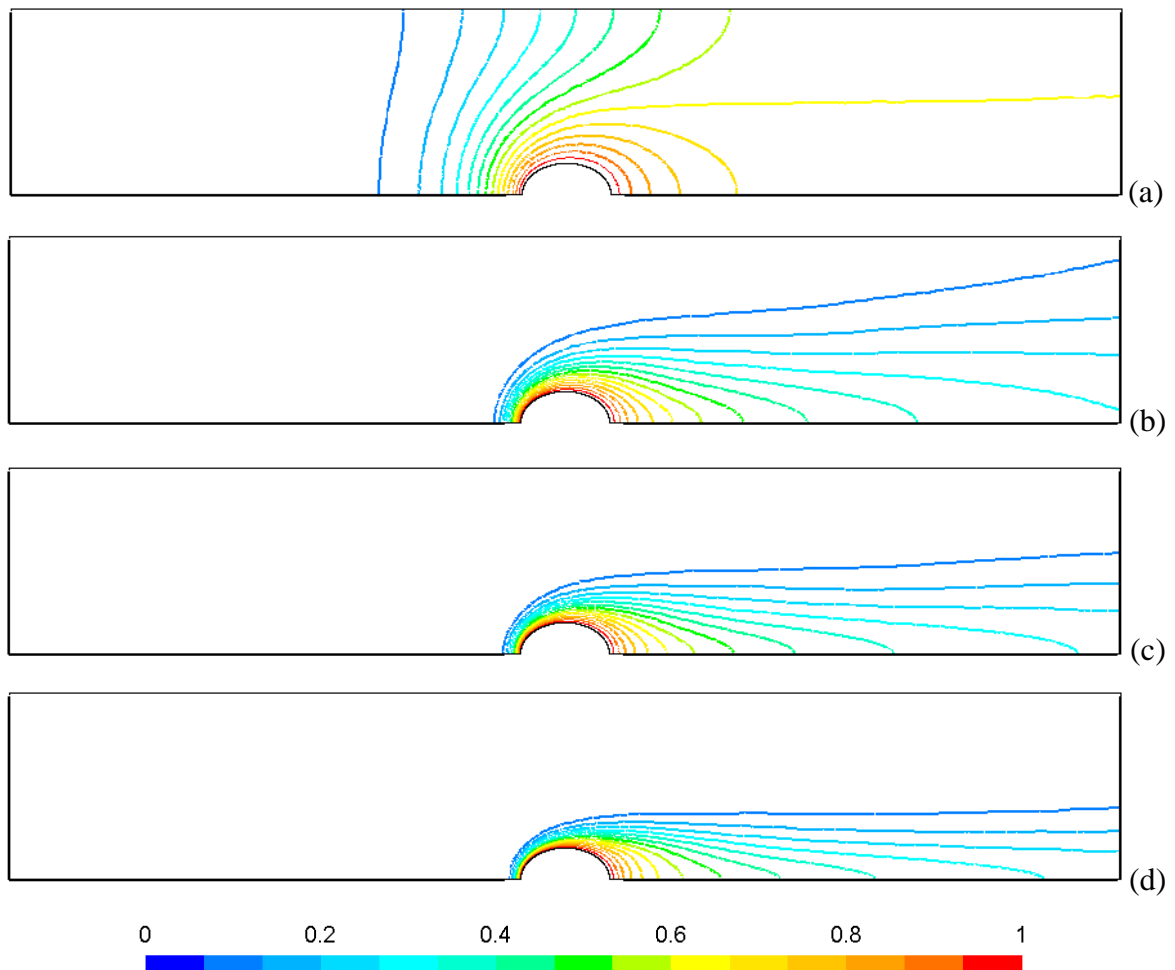


Figura 4.11 - Isotermas do escoamento para $r = 0,7$ e (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$; (b) $Re_{\sqrt{A}} = 10$; (c) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (d) $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

Na Figura 4.12, investiga-se os mecanismos fluidodinâmicos que estão envolvidos na mudança de tendência na curva $\overline{Nu}(Re)$, Figura 4.9. A Figura 4.12 mostra as linhas de corrente para escoamentos com $Re_{\sqrt{A}} = 40$. O aumento na taxa de transferência de calor adimensional quando a razão de aspecto aumenta de um valor muito baixo, $r = 0,2$, para um valor mais alto, $r = 0,7$, é causado pela aceleração do escoamento. Esta aceleração deve-se à condição de simetria. O aumento na razão de aspecto resulta no estrangulamento da seção disponível para o escoamento. Sendo assim, a velocidade do fluido é aumentada localmente junto ao duto. Para o aumento da razão de aspecto de um valor ótimo, $r = 0,7$, para um valor mais alto, $r = 1,5$, o

efeito do estrangulamento do escoamento é insuficiente para compensar a redução na taxa de transferência de calor devido ao descolamento da camada limite. Forma-se uma região de estagnação à jusante do duto, caracterizada por uma recirculação laminar, a qual prejudica a troca térmica na região posterior do duto.

Como para números de Reynolds muito baixos o escoamento é muito lento, ocorre que as linhas de corrente são praticamente simétricas em relação ao eixo vertical da elipse, e o descolamento da camada limite só ocorre para razões de aspecto maiores. Quanto menor $Re_{\sqrt{A}}$, mais pronunciado é este efeito, e por isso para $Re_{\sqrt{A}} = 1$ $r_{q,opt} = 1$, ou seja, formas mais longas horizontalmente comparadas ao círculo experimentam o aumento da transferência de calor adimensional com o estrangulamento da seção de escoamento, e formas mais longas verticalmente começam a formar a recirculação a qual prejudica a transferência de calor. Conforme se aumenta o número de Reynolds, menor é a razão de aspecto limite neste balanço entre o aumento da troca térmica pelo estrangulamento da seção e a aceleração do escoamento e redução da troca térmica devido à formação da região de recirculação. Este comportamento pode ser entendido conforme observa-se a Figura 4.13, na qual são comparadas as linhas de corrente formadas no escoamento a $Re_{\sqrt{A}} = 1$ e $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

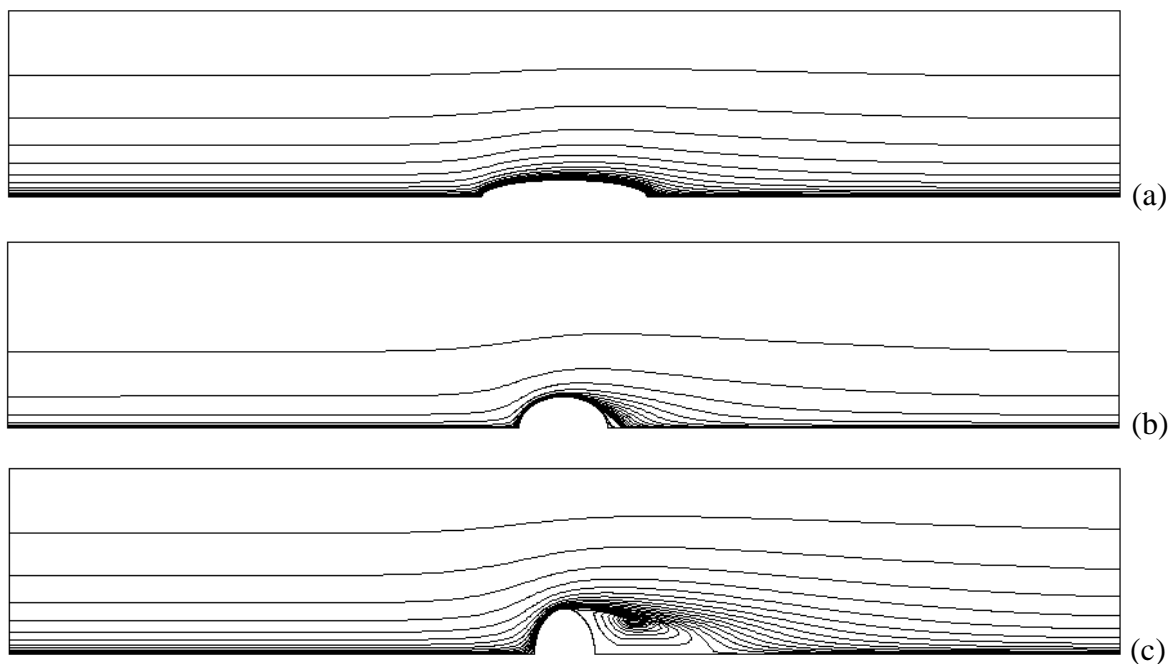


Figura 4.12 - Linhas de corrente para $Re_{\sqrt{A}} = 40$ e: (a) $r = 0,2$; (b) $r_{q,opt} = 0,7$; (c) $r = 1,5$.

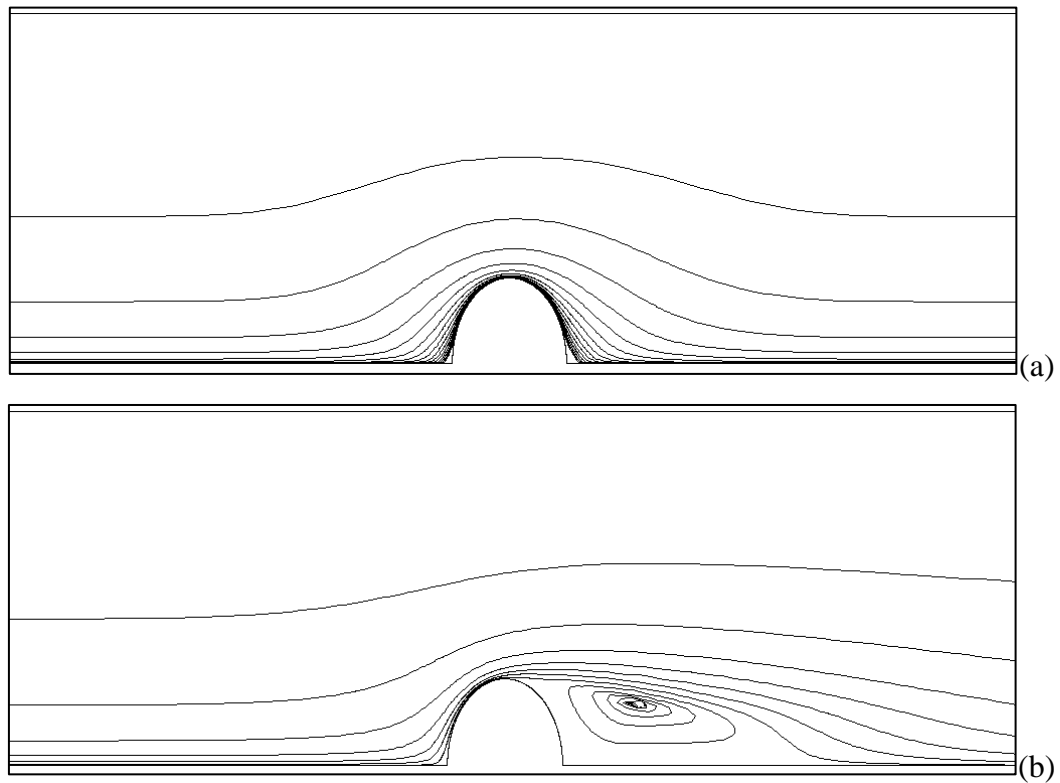


Figura 4.13 - Linhas de corrente para $r = 1,5$ e: (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$ e (b) $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

A Figura 4.14 ilustra, para três diferentes números de Reynolds, a formação de zonas rígidas. Nestas zonas o escoamento ocorre praticamente sem atrito entre as camadas de fluido, que se movem à mesma velocidade, no que se pode aproximar por um movimento de corpo rígido. A cor branca representa as zonas nas quais a taxa de deformação é menor que a taxa de deformação crítica, portanto nestas zonas ocorre o escoamento viscoso. Observa-se que o cisalhamento sobre o duto causa as tensões de cisalhamento que vêm a se propagar pela região de escoamento e formar as zonas “escoadas” (*yielded*). Para o baixo número de Herschel-Bulkley utilizado, verifica-se que, para os maiores números de Reynolds, o cisalhamento é capaz de se propagar por regiões mais extensas, devido ao maior transporte advectivo. Para o escoamento a $Re_{\sqrt{A}} = 40$, verifica-se que, além da formação da zona de recirculação, forma-se uma zona rígida a jusante do duto, o que contribui para a diminuição da troca térmica nas geometrias de maiores razões de aspecto. Isto se dá pois, na zona rígida, a transferência de calor ocorre por um mecanismo dominado pela difusão.

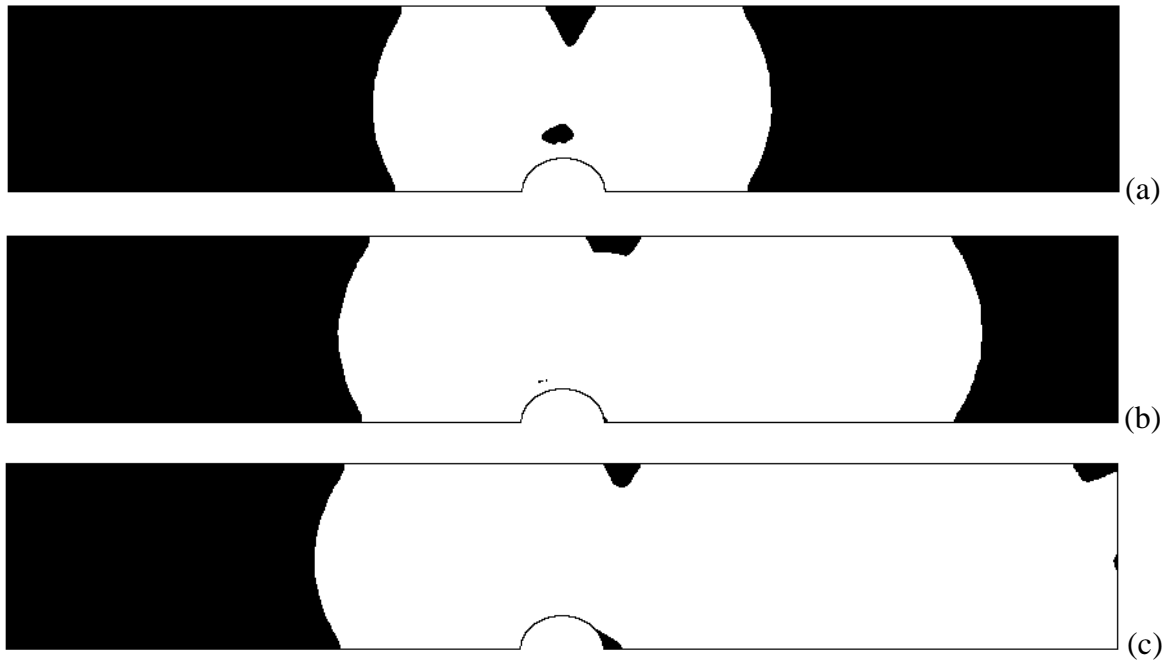


Figura 4.14 - Zonas rígidias para $r = 0,8$ e: (a) $Re_{\sqrt{A}} = 1$, (b) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (c) $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

Também foi avaliada a razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão adimensional do escoamento quando o número de Reynolds é variado. A Figura 4.15 mostra a relação entre a queda de pressão adimensional e a razão de aspecto da elipse para todos os números de Reynolds considerados. Percebe-se que quanto maior é o número de Reynolds menor é a queda de pressão adimensional. Isto se deve ao fato de que a queda de pressão adimensional é a relação entre a diferença de pressão estática do escoamento e a pressão dinâmica. Como a pressão dinâmica aumenta com a velocidade do escoamento e, conseqüentemente com o número de Reynolds, a queda de pressão adimensional deverá diminuir.

De acordo com a Figura 4.16 percebe-se que a queda de pressão adimensional sofrida pelo escoamento diminui com o aumento do número de Reynolds, assim como a razão de aspecto ótima, $r_{p,opt}$, também diminui. Para o problema considerado tem-se que a razão de aspecto ótima é igual a 0,3 quando $Re_{\sqrt{A}} = 1$. Quando o número de Reynolds é igual a 10 tem-se que $r_{p,opt} = 0,26$, para $Re_{\sqrt{A}} = 20$ tem-se que $r_{p,opt} = 0,24$ e também para $Re_{\sqrt{A}} = 40$ a razão de aspecto ótima é igual a 0,2.

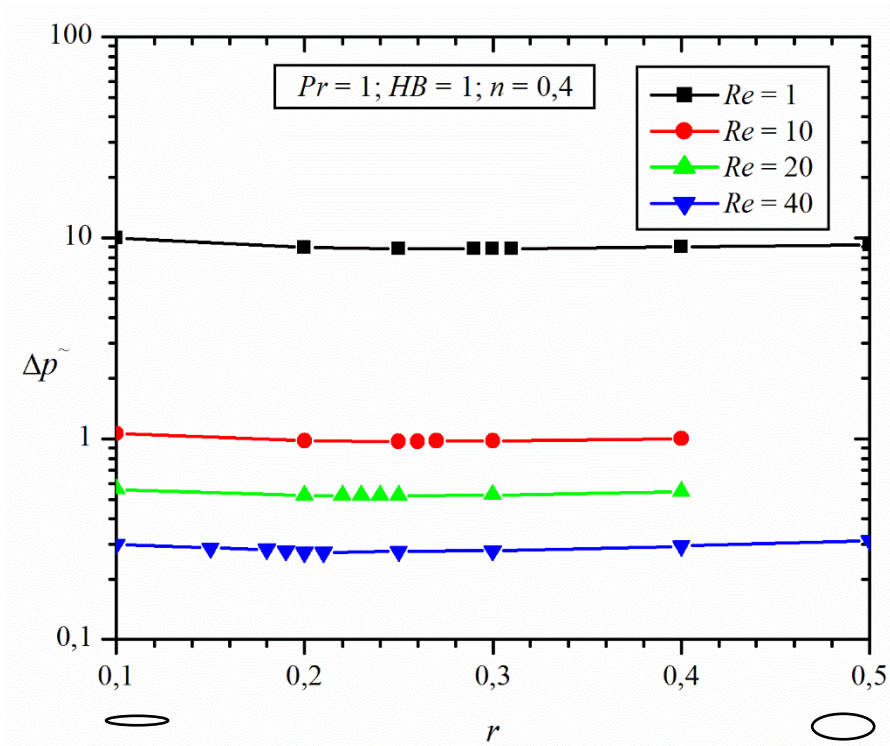


Figura 4.15 - Relação entre $\Delta\tilde{p}$ e a razão de aspecto para os valores de $Re_{\sqrt{A}}$ avaliados.

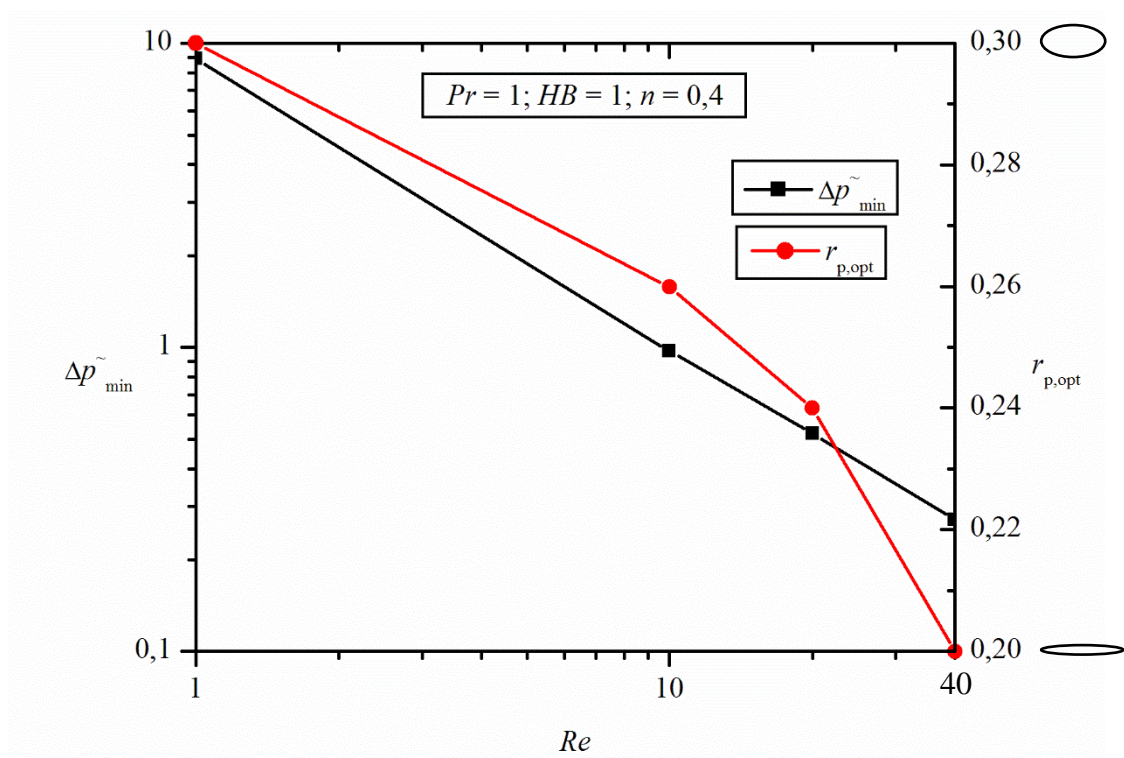


Figura 4.16 - Variação de $\Delta\tilde{p}_{\min}$ e $r_{p,opt}$ em função do número de Reynolds.

Adotando um procedimento semelhante ao caso da variação de Pr para encontrar a razão de aspecto que maximiza \overline{Nu} e minimiza $\Delta\tilde{p}$ tem-se o gráfico da Figura 4.17.

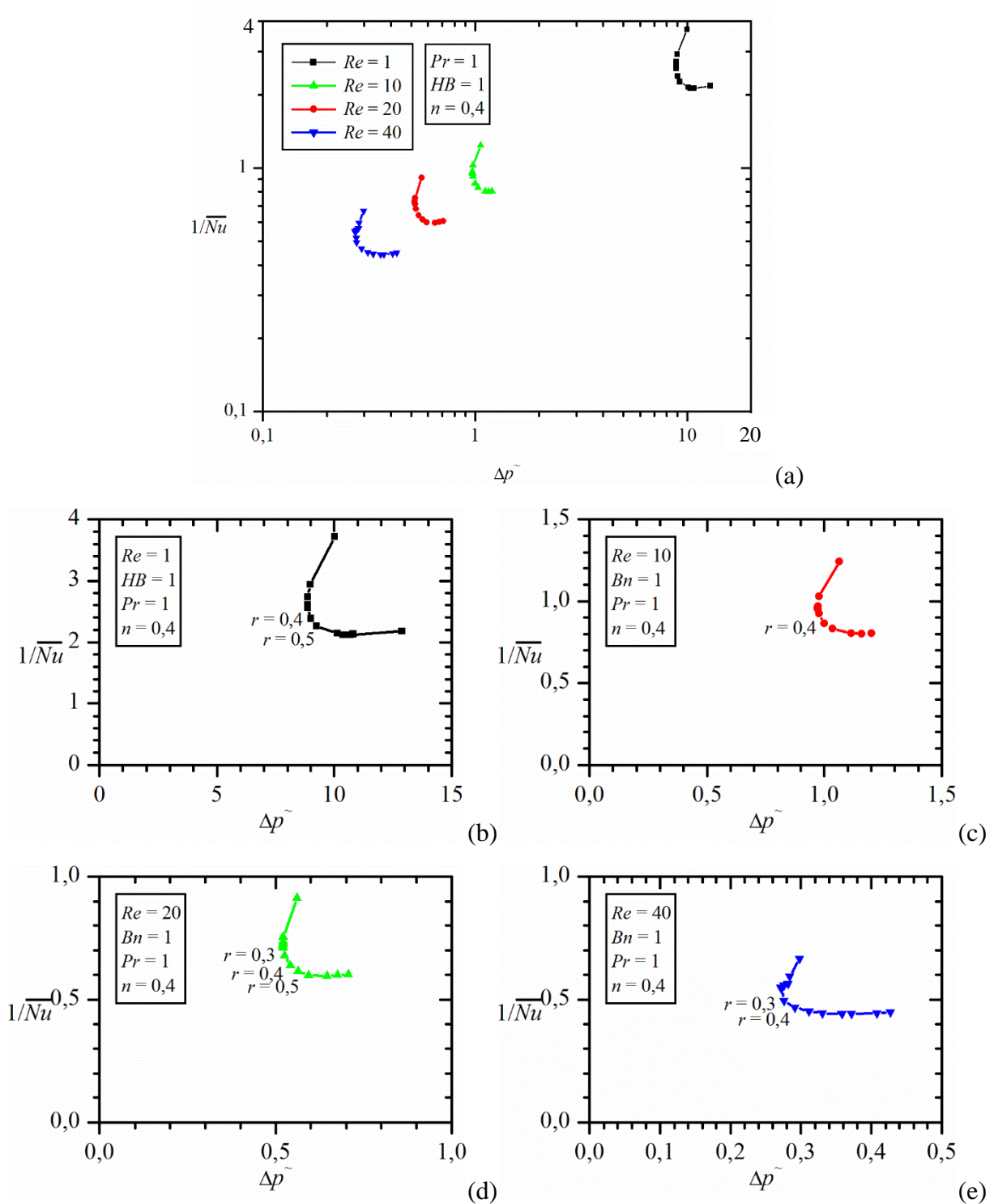


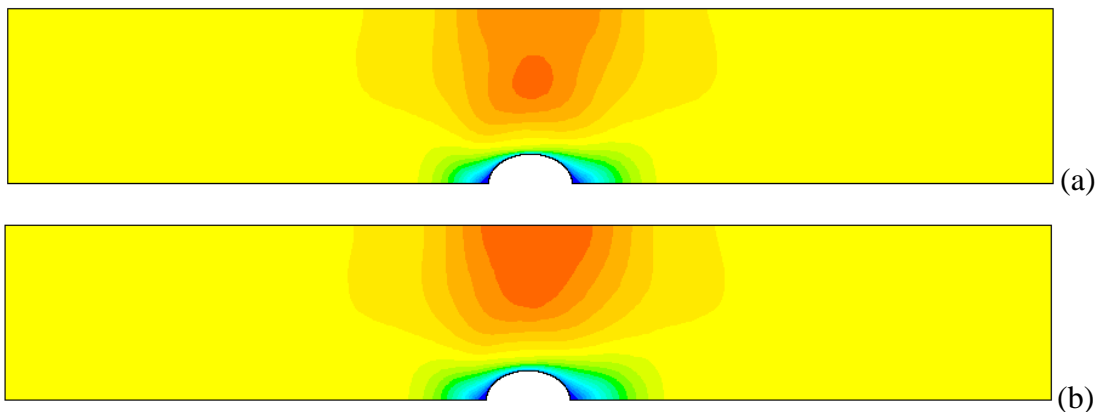
Figura 4.17 - Relação entre o inverso de \overline{Nu} e a queda de pressão adimensional para: (a) todos os casos; (b) $Re_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $Re_{\sqrt{A}} = 10$; (d) $Re_{\sqrt{A}} = 20$ e (e) $Re_{\sqrt{A}} = 40$.

Com isso, pode-se sugerir que a razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão adimensional e maximiza a transferência de calor adimensional é igual a 0,5 quando o número de Reynolds é igual a 1. Para números de Reynolds iguais a 10 e 20 sugere-se uma razão de aspecto igual a 0,4. Já para escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 40$ pode-se sugerir uma razão de aspecto igual a 0,3.

4.3 Influência do índice de potência sobre a razão de aspecto ótima

Objetivando determinar a influência do índice de potência sobre a razão de aspecto da elipse que maximiza a transferência de calor adimensional e minimiza a queda de pressão adimensional do escoamento, são estudados problemas com números de Reynolds, Prandtl e Herschel-Bulkley constantes e iguais a 1. O índice de potência, n , é variado entre 0,4 e 1.

Os campos de velocidade adimensional para o escoamento considerado, sobre uma elipse com razão de aspecto igual a 0,7, e para os quatro valores de n estão representados na Figura 4.18. Nota-se que a velocidade máxima do escoamento é maior quanto maior é o índice de potência. Em contrapartida, também observa-se que o gradiente de velocidades próximo a parede da elipse é intensificado quando o índice de potência diminui. Desta forma, o número de Nusselt médio do escoamento também será maior quanto menor é n , pois o coeficiente de transferência de calor por convecção aumenta com o gradiente de velocidade do escoamento. Este efeito também pode ser notado no gráfico da Figura 4.19.



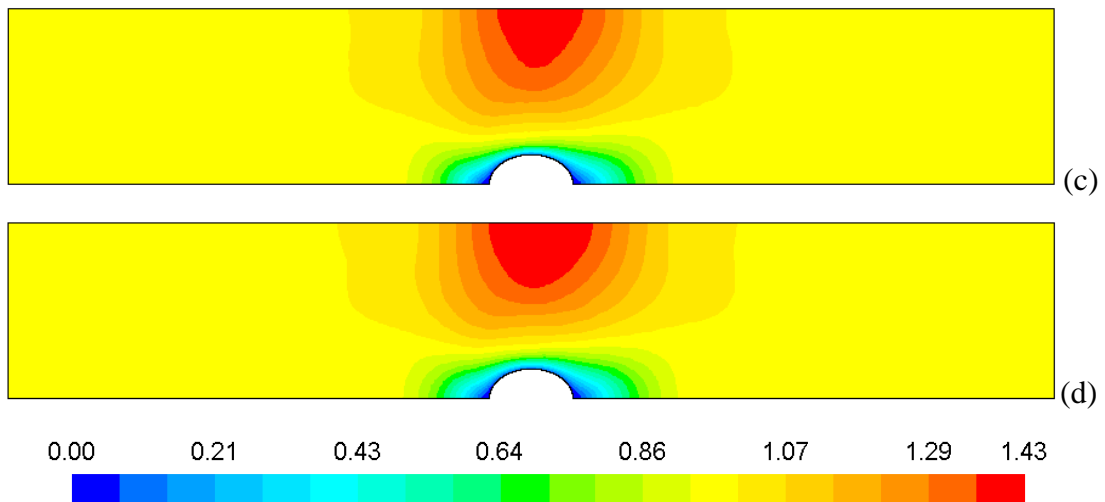


Figura 4.18 - Campos de velocidade adimensional para $r = 0,7$ e: (a) $n = 0,4$; (b) $n = 0,6$; (c) $n = 0,8$ e (d) $n = 1$.

Os perfis de velocidade axial adimensional, na posição $x^* = 0$, para os quatro valores de n e quando $r = 0,7$ são mostrados na Figura 4.19. É possível concluir que os gradientes de velocidades próximos à parede do tubo elíptico são maiores para $n = 0,4$ e diminuem conforme o índice de potência aumenta.

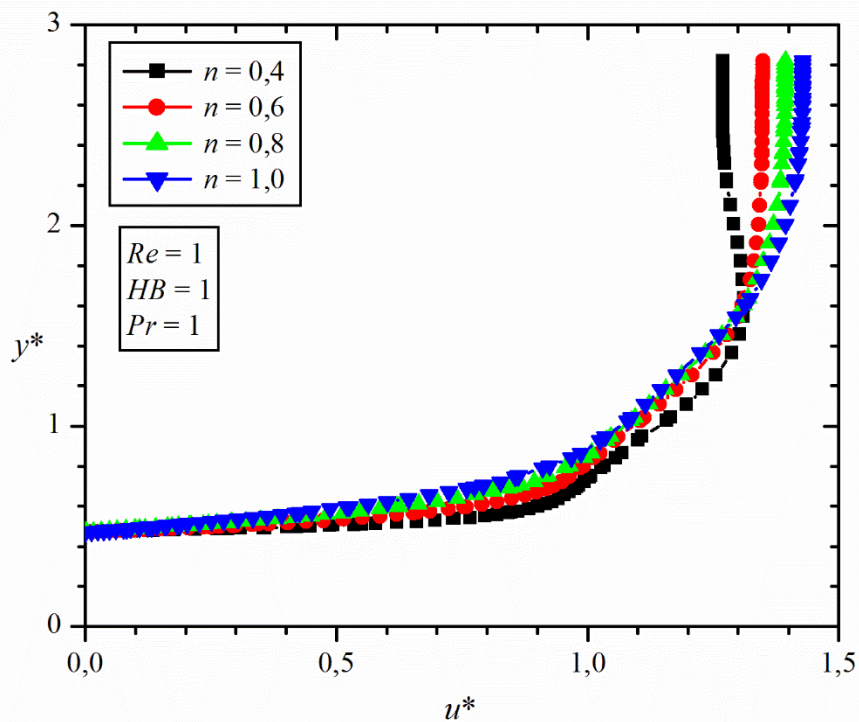


Figura 4.19 - Perfis de velocidade axial adimensional na posição $x^* = 0$.

O gráfico da Figura 4.20 apresenta a relação entre o número de Nusselt médio do escoamento em função da razão de aspecto da elipse. Observa-se que \overline{Nu} aumenta quando o índice de potência diminui e, conseqüentemente a transferência de calor adimensional também aumenta quando n diminui. Além disso, pode-se notar que existe uma razão de aspecto que apresenta um valor máximo de \overline{Nu} para cada valor de n , mantendo a tendência de, quanto menor o n , maior a taxa de transferência de calor adimensional.

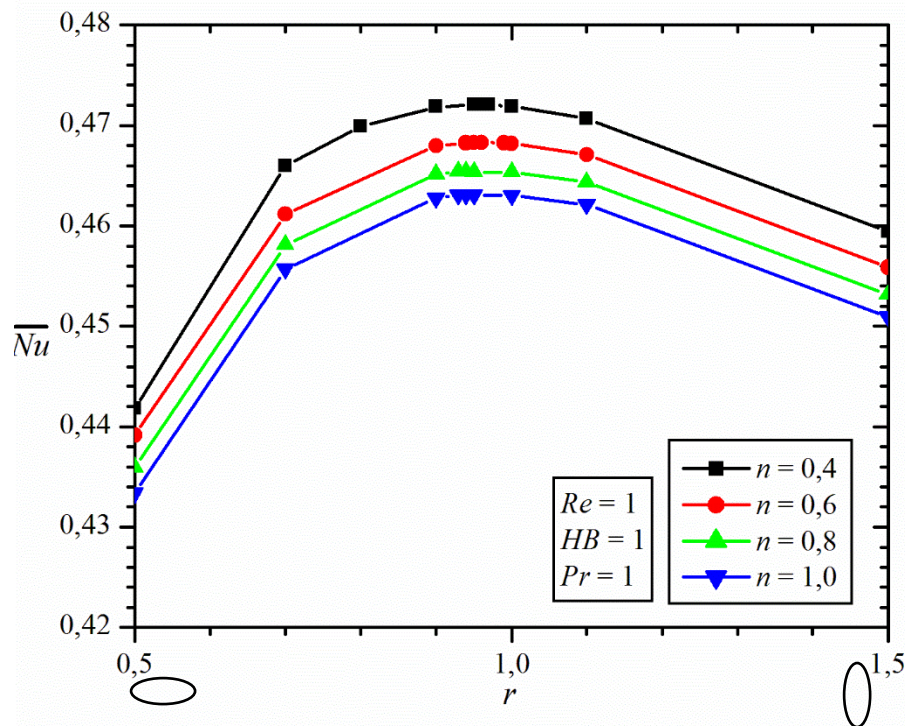


Figura 4.20 - Relação entre \overline{Nu} e a razão de aspecto da elipse para os valores de n estudados.

A Figura 4.21 mostra as razões de aspecto da elipse que proporcionam as maiores transferências de calor adimensional para os quatro valores do índice de potência analisados. Pode-se notar que a razão de aspecto ótima, $r_{q,opt}$, diminui quando n aumenta, ou seja, quanto maior o índice de potência mais alongada horizontalmente é a elipse ótima. Quando n é igual a 0,4 a razão de aspecto ótima é igual a 0,96, para n igual a 0,6 $r_{q,opt}$ é igual a 0,95. Já para $n = 0,8$ a razão ótima é igual a 0,94 e para $n = 1$ tem-se que $r_{q,opt} = 0,93$. Na mesma figura também é possível observar a relação entre o \overline{Nu}_{max} e o índice de potência. Quando n aumenta o número de Nusselt médio máximo diminui, ou seja, a transferência de calor adimensional diminui, visto que a camada limite hidrodinâmica torna-se menos delgada.

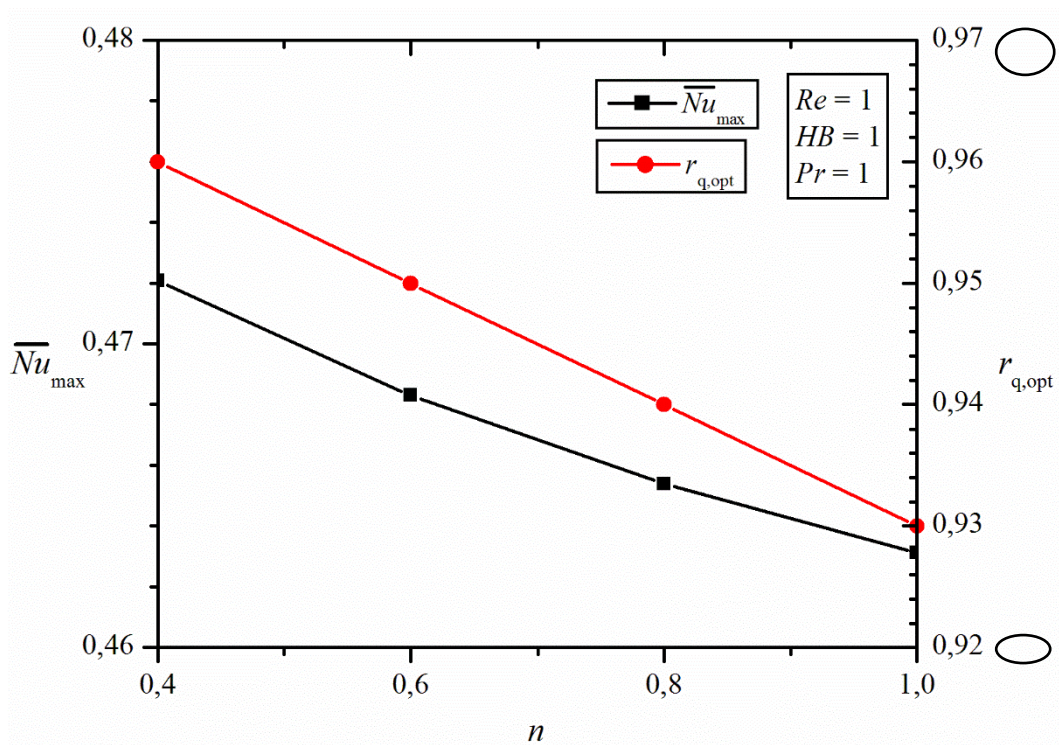


Figura 4.21 - Variação de \overline{Nu}_{max} e $r_{q,opt}$ em função do índice de potência.

Para determinar a razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão adimensional foi variada esta razão de aspecto para quatro valores diferentes do índice de potência. Esta relação está mostrada no gráfico da Figura 4.22. Percebe-se que a queda de pressão adimensional é menor quanto menor é o índice de potência. Isso deve-se ao fato de que os valores de viscosidade aparente são menores para valores mais baixos de n e, conseqüentemente, a queda de pressão devido ao atrito também diminui. O comportamento da queda de pressão em função da razão de aspecto da elipse é semelhante ao comportamento notado na variação do número de Prandtl. Ou seja, quando a elipse é consideravelmente alongada horizontalmente a queda de pressão deve-se ao atrito entre o fluido e a parede do tubo. A medida que a razão de aspecto aumenta o atrito diminui, mas a queda de pressão aumenta por causa do aumento da velocidade do escoamento, visto que a área de escoamento diminui. Portanto, existe uma razão de aspecto da elipse que irá minimizar a queda de pressão adimensional sofrida pelo escoamento.

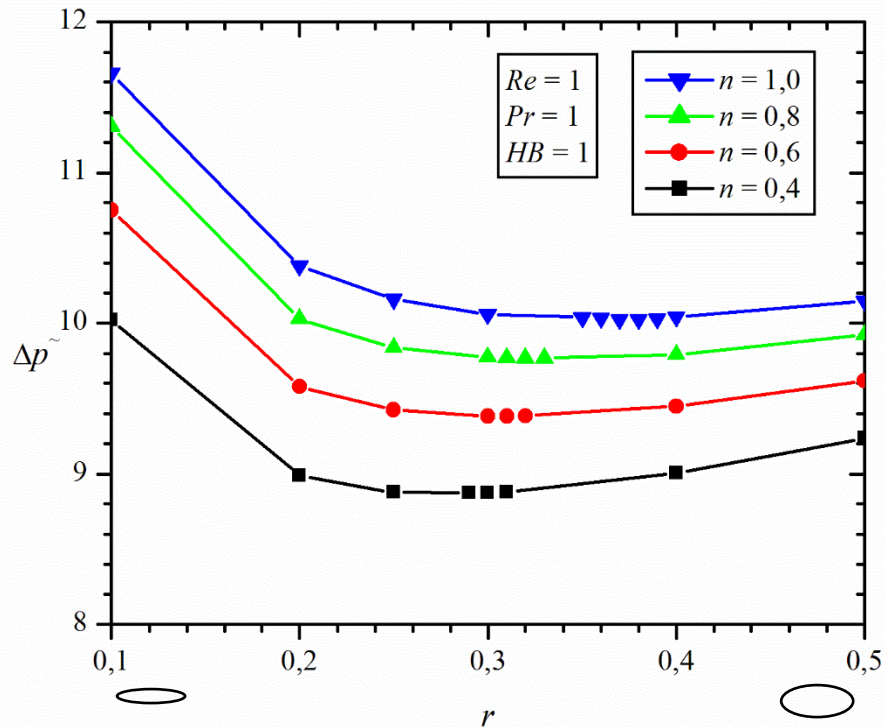


Figura 4.22 - Queda de pressão adimensional em função da razão de aspecto.

Também nota-se na Figura 4.22 que a razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão adimensional é diferente para cada valor de n . A Figura 4.23 mostra a variação da queda de pressão adimensional mínima em função do índice de potência. De acordo com o aumento do índice de potência a queda de pressão adimensional mínima também aumenta. Além disso, com o aumento do índice de potência a razão de aspecto que minimiza a queda de pressão adimensional, $r_{p,opt}$, também aumenta. Quando $n = 0,4$ a razão ótima é igual a 0,3, para $n = 0,6$ tem-se que $r_{p,opt} = 0,31$. A razão de aspecto ótima, quando $n = 0,8$, é igual a 0,32 e quando o índice de potência é igual a 1 a razão de aspecto ótima é igual a 0,38.

A relação entre o inverso do número de Nusselt médio e a queda de pressão adimensional está representada na Figura 4.24. Através desta relação pode-se sugerir a razão de aspecto da elipse que irá minimizar a queda de pressão adimensional e maximizar a transferência de calor adimensional. Os pontos do gráfico mais próximos à origem representam as razões de aspecto recomendadas. Desta forma, pode-se sugerir, para todos os valores do índice de potência, que a razão de aspecto igual a 0,5 é aquela que irá minimizar a queda de pressão e maximizar a transferência de calor.

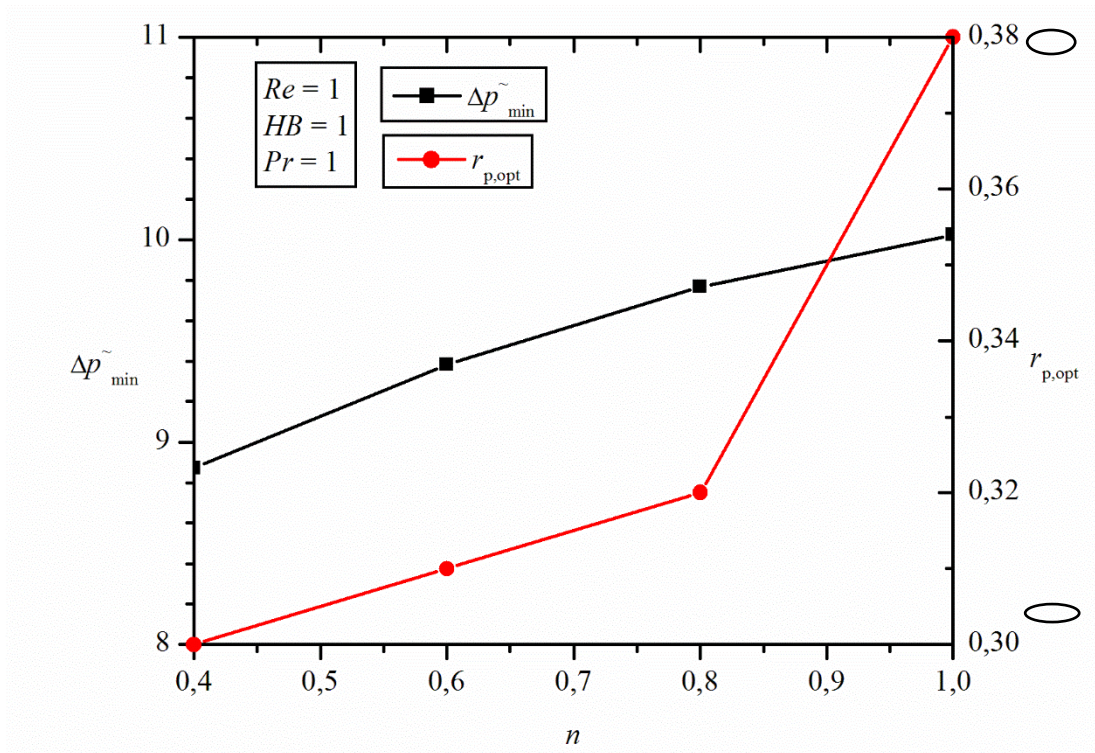


Figura 4.23 - Variação de $\Delta\tilde{p}_{\min}$ e $r_{p,\text{opt}}$ em função do índice de potência.

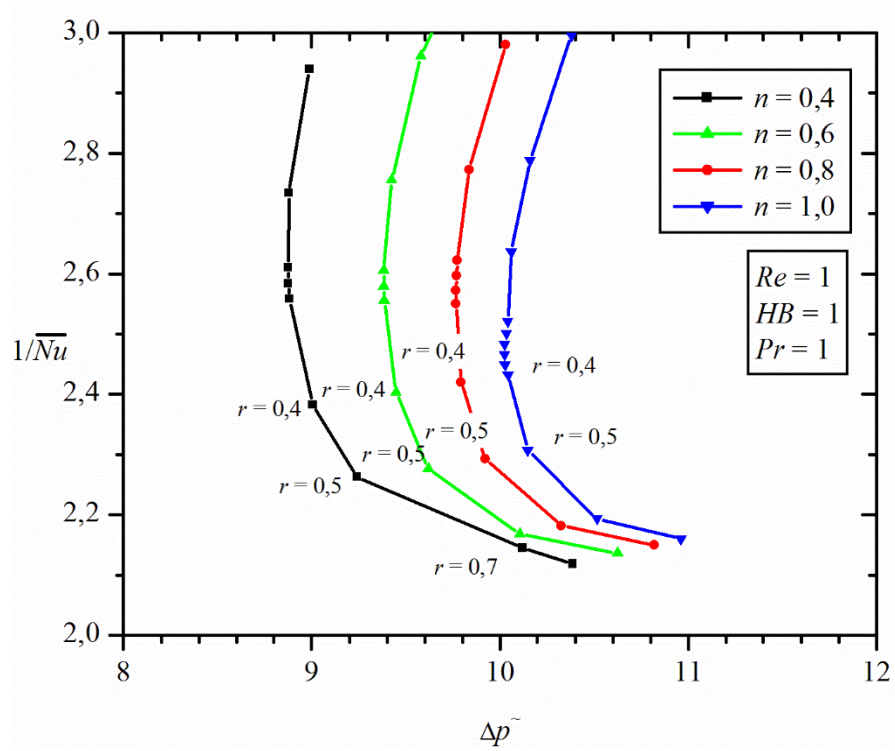


Figura 4.24 - Relação entre o inverso de \overline{Nu} e a queda de pressão adimensional.

4.4 Influência do número de Herschel-Bulkley sobre a razão de aspecto ótima

Para obter a razão de aspecto que maximiza o número de Nusselt médio, foram realizadas simulações mantendo os demais parâmetros fixos ($Re_{\sqrt{A}} = 1$, $Pr_{\sqrt{A}} = 1$ e $n = 0,4$) e variando o número de Herschel-Bulkley de 0,1 a 100. A Figura 4.25 apresenta a variação de $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$ em função da razão de aspecto da elipse para diferentes números de Herschel-Bulkley. Nota-se que existe uma razão de aspecto que maximiza o número de Nusselt médio. Também é possível concluir que quando o número de Herschel-Bulkley aumenta, $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$ também aumenta. Isto acontece porque com o aumento de $HB_{\sqrt{A}}$ a camada limite hidrodinâmica torna-se mais delgada, ou seja, os gradientes de velocidades são maiores, intensificando a transferência de calor. Pode-se observar este fato na Figura 4.26 que apresenta os perfis de velocidade axial adimensional na posição $x^* = 0$ para os valores de $HB_{\sqrt{A}}$ considerados. Além disso, percebe-se que a razão de aspecto que maximiza a taxa de transferência adimensional é independente do número de Herschel-Bulkley e, para o problema considerado esta razão de aspecto é igual a 1.

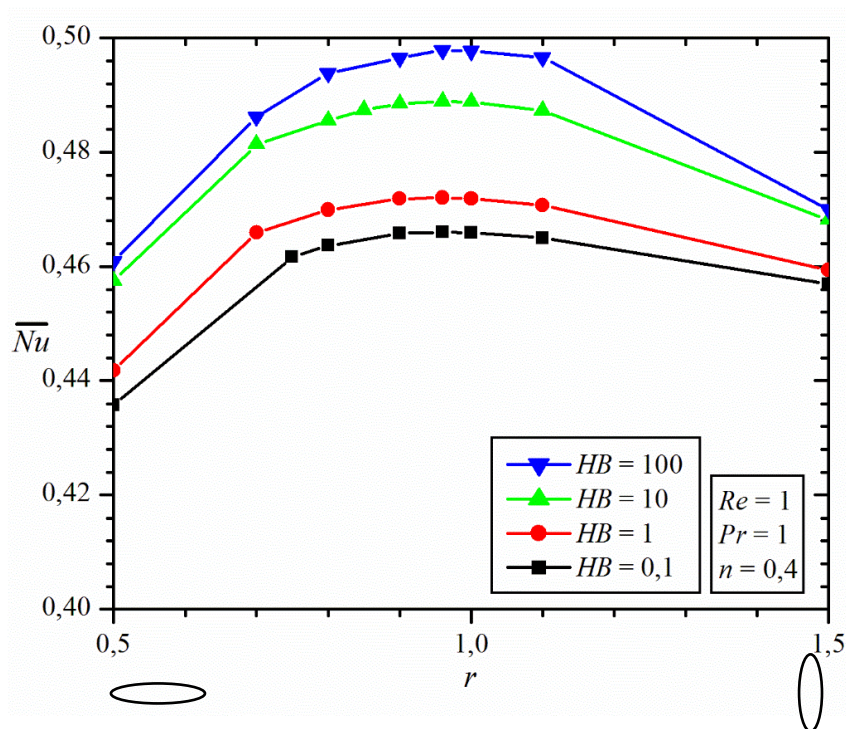


Figura 4.25 - Relação entre $\overline{Nu}_{\sqrt{A}}$ e a razão de aspecto da elipse para os valores de $HB_{\sqrt{A}}$ estudados.

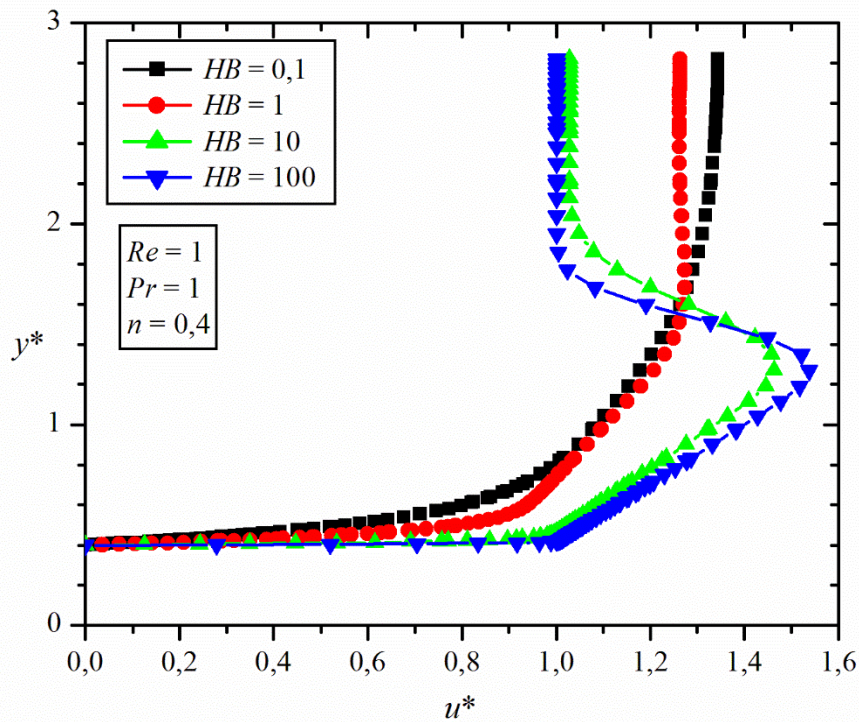


Figura 4.26 - Perfis de velocidade axial adimensional em função de $HB_{\sqrt{A}}$ na posição $x^* = 0$.

A variação de \overline{Nu}_{\max} com o número de Herschel-Bulkley está mostrada no gráfico da Figura 4.27. Pode-se concluir que quando $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$ o número de Nusselt médio máximo é igual a 0,466, já quando $HB_{\sqrt{A}} = 1$ tem-se que $\overline{Nu}_{\max} = 0,472$. Considerando o caso em que $HB_{\sqrt{A}} = 10$ verifica-se que $\overline{Nu}_{\max} = 0,489$ e quando $HB_{\sqrt{A}} = 100$ tem-se que $\overline{Nu}_{\max} = 0,498$.

A influência do número de Herschel-Bulkley sobre a queda de pressão adimensional do escoamento está apresentada na Figura 4.28. A Figura 4.28(a) mostra a queda de pressão adimensional em função da razão de aspecto quando $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$, a Figura 4.28(b) mostra esta relação quando $HB_{\sqrt{A}} = 1$, a Figura 4.28(c) para $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e a Figura 4.28(d) para $HB_{\sqrt{A}} = 100$. O aumento do número de Herschel-Bulkley representa um aumento na queda de pressão adimensional do escoamento. Como o número de Herschel-Bulkley é diretamente proporcional à tensão limite de escoamento, para que o escoamento aconteça com uma determinada velocidade, é necessário um nível de tensões maior a medida que $HB_{\sqrt{A}}$ aumenta. A consequência disto é que o atrito também irá aumentar e, desta forma, a queda de pressão será

maior. Nota-se também na Figura 4.28 que existe uma razão de aspecto que irá minimizar esta queda de pressão adimensional.

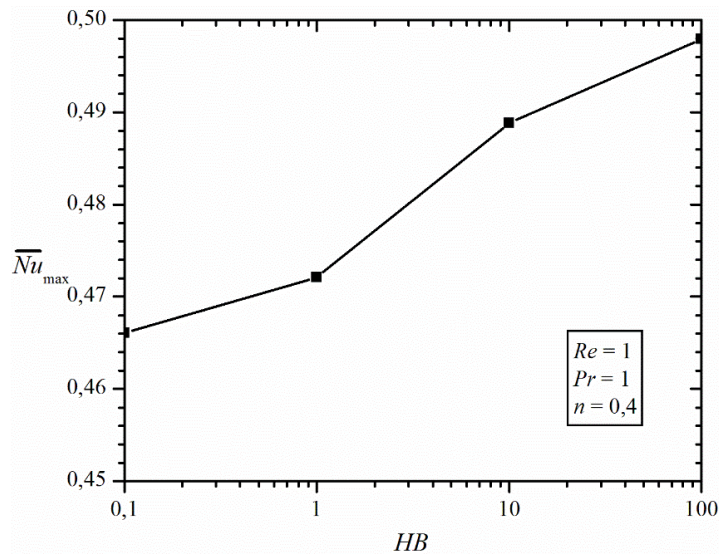


Figura 4.27 - Relação entre \overline{Nu}_{\max} e o número de Herschel-Bulkley.

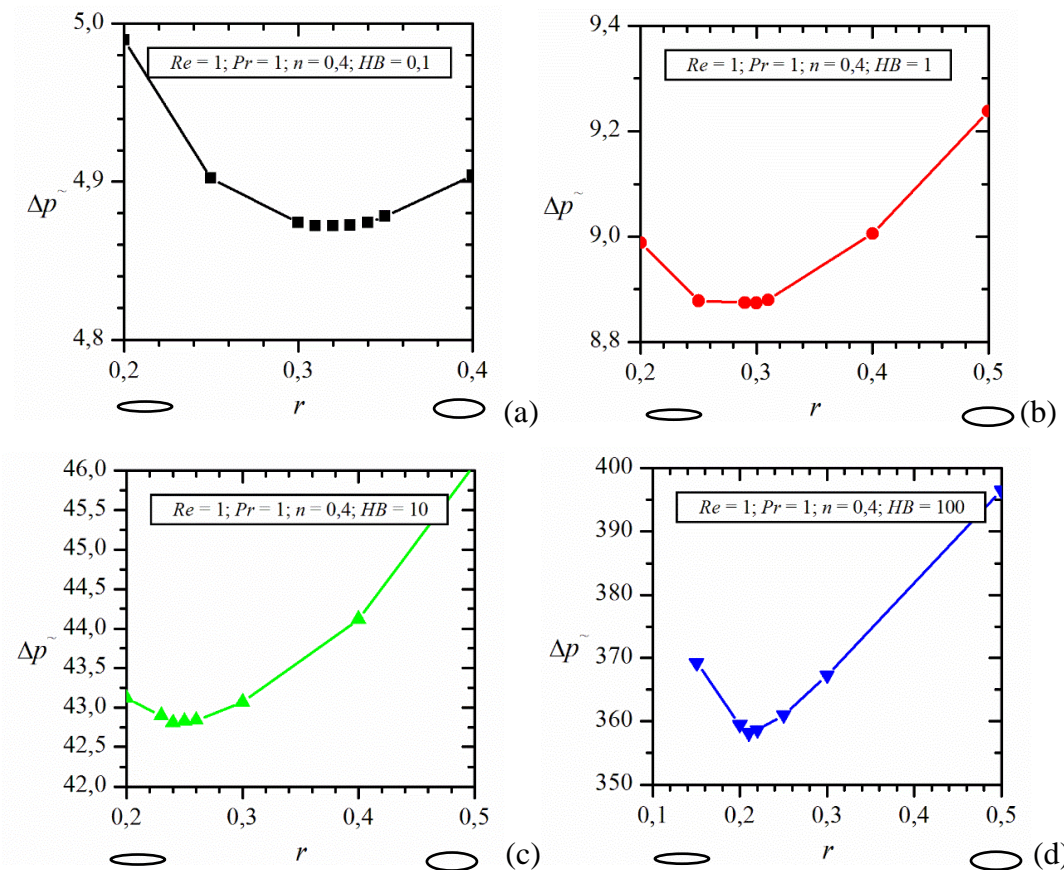


Figura 4.28 - Relação da queda de pressão adimensional e r para (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$.

Conclui-se, pela análise da Figura 4.29, que a queda de pressão adimensional mínima aumenta quando o $HB_{\sqrt{A}}$ também aumenta. Considerando o número de Herschel-Bulkley igual a 0,1 tem-se que $\Delta\tilde{p}_{\min} = 4,872$, para $HB_{\sqrt{A}} = 1$ observa-se que $\Delta\tilde{p}_{\min} = 8,874$, já para $HB_{\sqrt{A}} = 10$ tem-se que $\Delta\tilde{p}_{\min} = 42,805$ e quando $HB_{\sqrt{A}} = 100$ a queda de pressão adimensional mínima é 358,156. Nesta figura também está ilustrado a relação entre o número de Herschel-Bulkley e a razão de aspecto ótima, que minimiza a queda de pressão adimensional. Para $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$ a razão de aspecto ótima é igual a 0,32, quando $HB_{\sqrt{A}} = 1$ tem-se que $r_{p,\text{opt}} = 0,3$, já para $HB_{\sqrt{A}} = 10$ observa-se que $r_{p,\text{opt}} = 0,24$ e também para $HB_{\sqrt{A}} = 100$ tem-se que $r_{p,\text{opt}} = 0,21$. Para maiores números de $HB_{\sqrt{A}}$ as razões de aspecto da elipse mais delgadas favorecem a transferência de calor adimensional com relação a menores números de $HB_{\sqrt{A}}$.

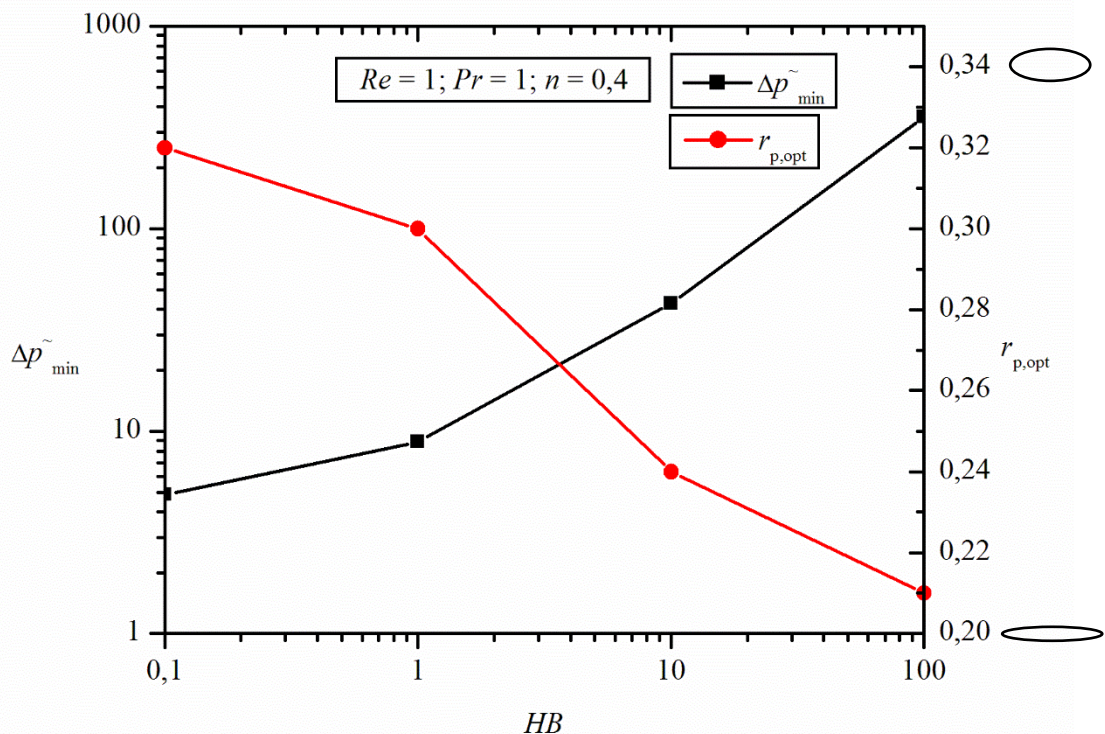


Figura 4.29 - Relação entre $\Delta\tilde{p}_{\min}$, $r_{p,\text{opt}}$ e o número de Herschel-Bulkley.

Relacionando o inverso do número de Nusselt médio e a queda de pressão adimensional no mesmo gráfico é possível determinar a razão de aspecto da elipse que maximiza a transferência de calor adimensional e minimiza a queda de pressão adimensional. A Figura 4.30 apresenta esta relação para os quatro números de Herschel-Bulkley avaliados. De acordo com

a Figura 4.30(a) pode-se sugerir que o problema apresenta condições ótimas quando a razão de aspecto da elipse é igual a 0,34. Quando o número de Herschel-Bulkley é igual a 1 a razão de aspecto ótima, de acordo com a Figura 4.30(b), é 0,4, para $HB_{\sqrt{A}} = 10$ tem-se que a razão de aspecto ótima é 0,3. Quando $HB_{\sqrt{A}} = 100$ também pode-se sugerir que a razão de aspecto ótima é 0,25.

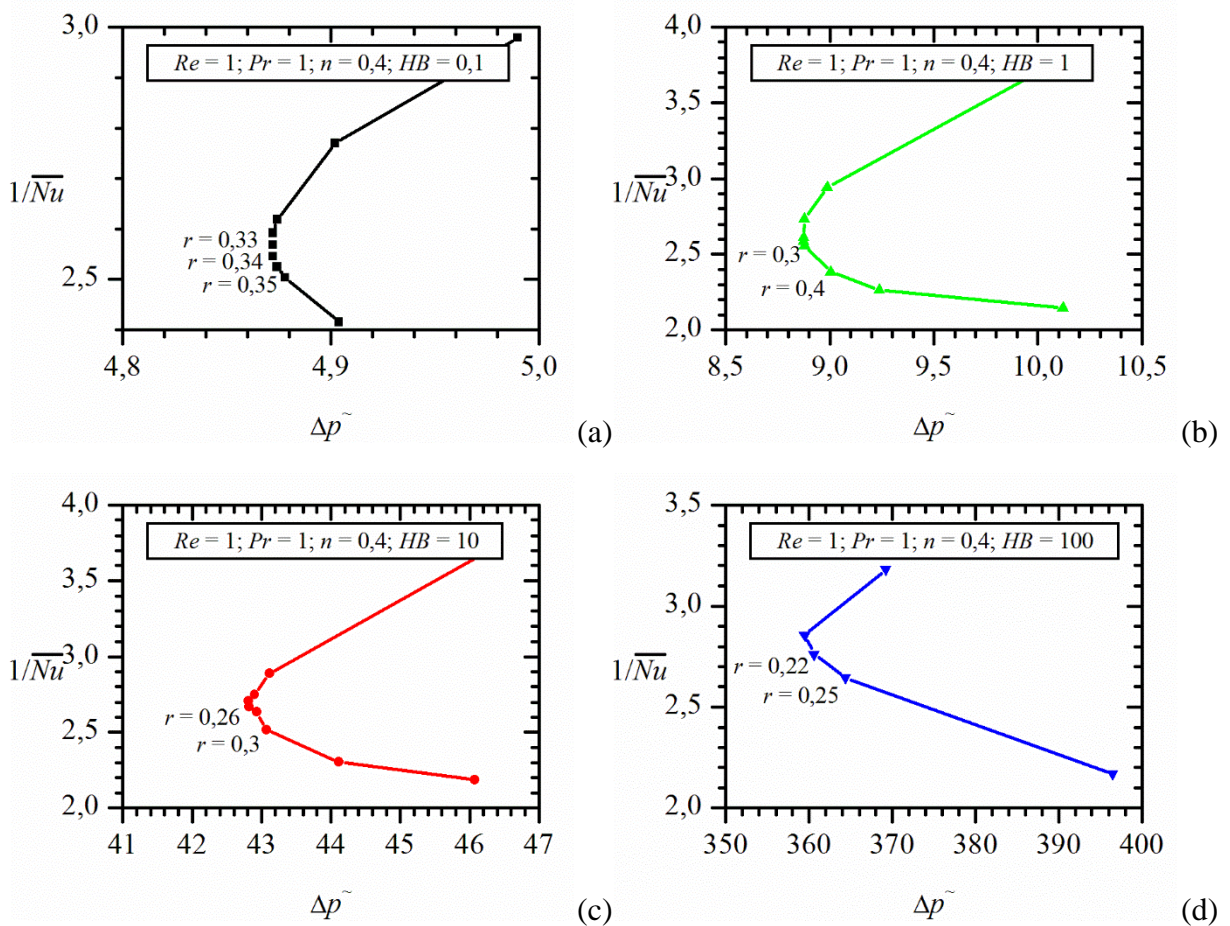


Figura 4.30 - Relação entre o inverso do número de Nusselt e a queda de pressão adimensional para: (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$.

As zonas rígidas estão representadas na Figura 4.31 abaixo para um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $n = 0,4$, $r = 0,5$ e o número de Herschel-Bulkley é variado de 0,1 a 100. Observa-se que o aumento do número de Herschel-Bulkley representa um aumento nas zonas rígidas do escoamento. Ou seja, quando o número de Herschel-Bulkley aumenta o nível de tensões no escoamento deve ser maior, para a mesma velocidade de escoamento.

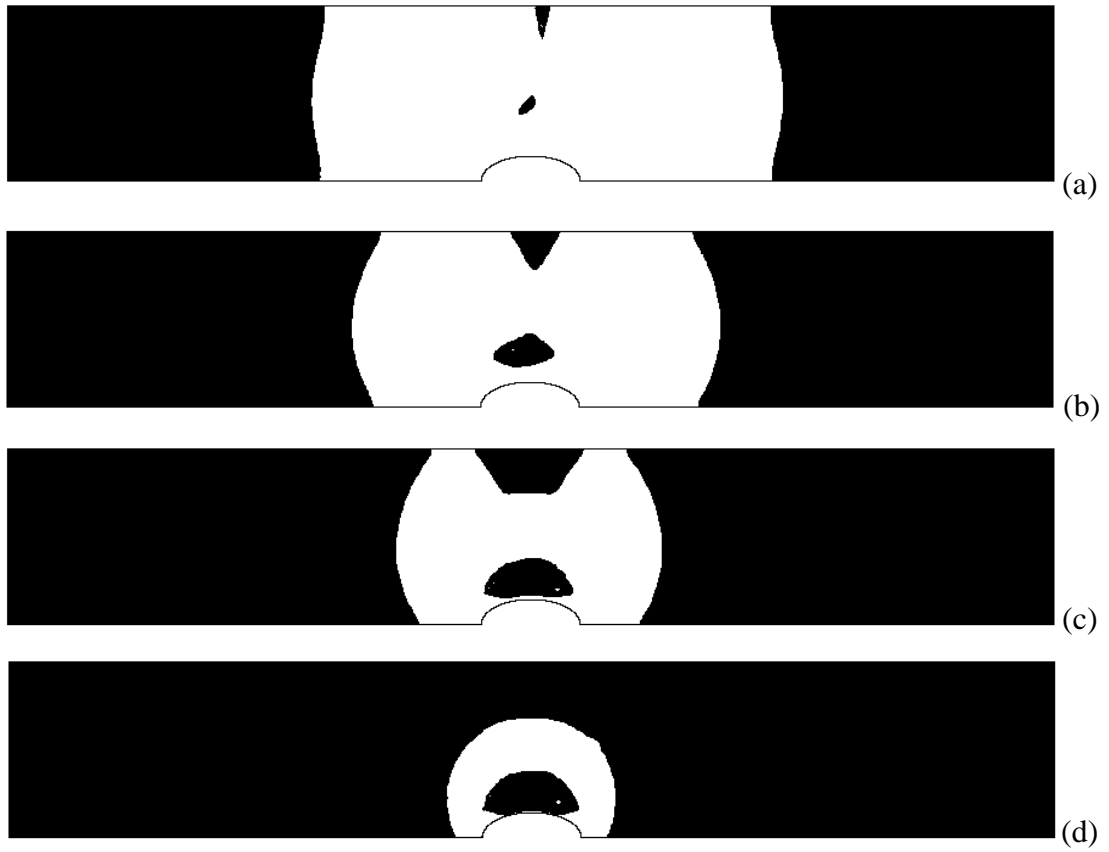


Figura 4.31 - Zonas rígidas para: (a) $HB_{\sqrt{A}} = 0,1$; (b) $HB_{\sqrt{A}} = 1$; (c) $HB_{\sqrt{A}} = 10$ e (d) $HB_{\sqrt{A}} = 100$.

5 CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos neste trabalho é possível apontar algumas conclusões acerca do problema proposto. Através de um estudo de convergência de malha foi possível concluir que se deve utilizar uma malha que divide o perímetro da elipse em 55 segmentos, quando $r = 0,4$, e 73 segmentos quando $r = 5$. Portanto, o número de elementos da malha varia de acordo com a razão entre os semi-eixos vertical e horizontal da elipse.

Conclui-se também que o código numérico adotado para a solução do problema proposto é válido. Isto porque a comparação entre as soluções obtidas com o método numérico do presente trabalho e as soluções apresentadas por alguns autores, em trabalhos já publicados no meio acadêmico, mostra-se satisfatória para a maioria das situações. Também são comparadas as soluções numéricas e as soluções analíticas do perfil de velocidades axial de um escoamento completamente desenvolvido, laminar, de um fluido viscoplástico, entre duas placas planas estacionárias. As soluções são similares e podem ser visualizadas na Figura 3.18. Portanto, pode-se considerar que o código numérico utilizado retorna soluções válidas.

De acordo com os resultados apresentados no Capítulo 4, é possível concluir que quando o número de Prandtl é variado as condições ótimas de transferência de calor são influenciadas. Para um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ e $n = 0,4$, onde $Pr_{\sqrt{A}}$ é variado de 1 a 100, notou-se que $r_{q,opt}$ diminui com o aumento de $Pr_{\sqrt{A}}$ enquanto que \overline{Nu}_{max} aumenta. Ou seja, as elipses que apresentam maior transferência de calor adimensional tornam-se mais alongadas, no sentido do escoamento, à medida que $Pr_{\sqrt{A}}$ cresce. Quando se analisa a queda de pressão adimensional do escoamento pode-se concluir que $Pr_{\sqrt{A}}$ não influencia na razão de aspecto ótima e também não interfere na queda de pressão adimensional mínima, portanto, é possível concluir que $r_{p,opt} = 0,3$ e $\Delta\tilde{p}_{min} = 8,878$ para todos os valores de $Pr_{\sqrt{A}}$.

Considerando um escoamento com $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ e $n = 0,4$ e variando $Re_{\sqrt{A}}$ de 1 a 40 é possível concluir que as razões de aspecto ótimas assim como a transferência de calor e a queda de pressão adimensionais são afetadas. O aumento de $Re_{\sqrt{A}}$ acarreta na diminuição de $r_{q,opt}$, tornando a elipse mais alongada na direção do escoamento, e também no aumento de \overline{Nu}_{max} , com conseqüente aumento na transferência de calor adimensional. Por outro lado, quando a queda de pressão adimensional é analisada, nota-se que quando $Re_{\sqrt{A}}$ aumenta $r_{p,opt}$ diminui, também tornando a elipse mais alongada no sentido do escoamento, e $\Delta\tilde{p}_{min}$ diminui.

Também é possível concluir que, para um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $HB_{\sqrt{A}} = 1$ e $Pr_{\sqrt{A}} = 1$, a razão de aspecto da elipse que maximiza a taxa de transferência de calor, $r_{q,opt}$, diminui quando o índice de potência, n , aumenta. O mesmo comportamento é observado quando o número de Nusselt médio máximo, \overline{Nu}_{max} , é comparado com o índice de potência, ou seja, quanto maior é n , menor é \overline{Nu}_{max} . Além disso, também conclui-se que a queda de pressão adimensional mínima, $\Delta\tilde{p}_{min}$, diminui quando n aumenta. De maneira inversa, a razão de aspecto da elipse que minimiza a queda de pressão adimensional, $r_{p,opt}$, aumenta quando o índice de potência também aumenta.

Por fim, também foi analisada a influência do número de Herschel-Bulkley sobre as características ótimas de escoamento. Para esta análise considerou-se um escoamento com $Re_{\sqrt{A}} = 1$, $Pr_{\sqrt{A}} = 1$ e $n = 0,4$ variando-se $HB_{\sqrt{A}}$ de 0,1 a 100. Através dos resultados apresentados é possível concluir que o aumento de $HB_{\sqrt{A}}$ influencia positivamente na transferência de calor adimensional, uma vez que \overline{Nu}_{max} aumenta. Por outro lado, também nota-se que o número de Herschel-Bulkley não afeta na razão de aspecto que maximiza a transferência de calor adimensional, ou seja, para todos os valores de $HB_{\sqrt{A}}$ verificou-se que $r_{q,opt} = 0,96$. O número de Herschel-Bulkley afeta significativamente a queda de pressão adimensional do escoamento. Os resultados mostram que $\Delta\tilde{p}_{min}$ aumenta de acordo com o aumento de $HB_{\sqrt{A}}$. Já a razão de aspecto da elipse que minimiza esta queda de pressão adimensional diminui com o aumento de $HB_{\sqrt{A}}$.

Note-se, ainda, que o método Design Construtal foi aplicado pela primeira vez em fluidos não newtonianos, permitindo o entendimento do comportamento do escoamento, considerando-se somente um grau de liberdade, a razão de aspecto, r .

Na sequência deste trabalho, vários aspectos poderão ser ampliados. Por exemplo, para a configuração estudada, poderá ser estudado o efeito de índices de potência maiores do que um ou o efeito de adicionais valores para os números adimensionais empregados neste trabalho na transferência de calor e queda de pressão. Outro aspecto interessante é a utilização de dutos elípticos com escalas diferentes, isto é, com diferentes áreas da seção transversal elíptica, visando aproveitar completamente o potencial de troca térmica do fluido. Finalmente, importante grau de liberdade não investigado neste trabalho é a distância vertical entre os tubos. Quando o volume total do sistema é mantido constante, existe uma distância ótima entre os dutos que maximiza a densidade de transferência de calor. Também se pode estudar problemas

onde as propriedades do fluido são consideradas dependentes da temperatura e considerar efeitos de forças de corpo, isto é, convecção natural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS Fluent User's Guide, 2013.

Barth, T. J.; Jespersen, D. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes. Technical Report AIAA-89-0366, **AIAA 27th Aerospace Science Meeting**, Reno, Nevada, 1989.

Bejan, A.; Fowler, A.; Stanescu, G. The optimal spacing between horizontal cylinders in a fixed volume cooled by natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 38, p. 2047-2055, 1995.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer**. John Wiley, Durham, 2004.

Bejan, A. The Physics of Life: the evolution of everything, **St. Martin Press**, New York City, 2016.

Bejan A.; Lorente, S. The Construtal law end thermodynamics of flow systems with configuration, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 3203-3214, 2004.

Bejan, A.; Lorente, S. Construtal Theory of Generation of Configuration in Nature and **Engineering, J. Appl. Physics**, 100, 041301, 2006.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Construtal Theory**, Wiley, Hoboken, 2008.

Bejan, A.; Zane J., **Design in nature**. Doubleday, USA, 2012.

Bejan, A. entrevistado por Kosner, A. W. "Freedom is good for design", How to use Construtal Theory to liberate any flow system, **Forbes**, 18 March 2012.

Bello-Ochende, T.; Bejan, A. Constructal multi-scale cylinders in cross-flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, p. 1373-1383, 2005.

Besses, B. D.; Magnin, A.; Jay, P. Viscoplastic flow around a cylinder in an infinite medium. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 115, p. 27-49, 2003.

Bharti, R. P.; Sivakumar, P.; Chhabra R. P. Forced Convection Heat Transfer from an elliptical cylinder to power-law fluids, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51, p. 1838-1853, 2008.

Brauer, H. Compact Heat Exchangers, Chemical Process Engineering, p. 451-460, 1964.

Chhabra, R. P.; Richardson, J. F. **Non-Newtonian Flow and Applied Rheology**. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2008.

De Souza Mendes, P. R., Dutra, E. S. S., Viscosity Function for Yield-Stress Liquids, **Applied Rheology**, vol. 14, pp. 2096-302, 2004.

De Souza Mendes, P. R., Naccache, M. F., Vargas, P. R., Marchesini, F. H., Flow of Viscoplastic Liquids through axysymmetric expansions-contractions, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, vol. 142, pp. 207-217, 2007.

Gurtin, M. E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. Academic Press, New York, 1981.

Incropera, F. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 5th Ed., Wiley, 2001.

Jang, J. Y.; Yang, J. Y. Experimental and 3-d numerical analysis of the thermal-hydraulic characteristics of elliptic finned-tube heat exchangers. **Heat Transfer Engineering**, v. 19, p. 55-67, 1998.

Khan, W. A.; Culham, J. R.; Yovanovich, M. M. Fluid Flow around and heat transfer from elliptical cylinder: analytical approach. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 19, p. 178-185, 2005.

Mitsoulis, E. On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. **Chemical Engineering Science**, v. 59, p. 789-800, 2004.

Mitsoulis, E. Annular Extrudate Swell of Pseudoplastic and Viscoplastic Fluids, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 141, p. 138-147, 2007.

Mossaz, S.; Jay P.; Magnin, A. Experimental study of stationary inertial flows of a yield-stress fluid around a cylinder. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 189, p. 40-52, 2012.

Nieckele, A. O.; Naccache, M. F.; De Souza Mendes, P. R. Cross Flow of Viscoplastic Material through tube bundles. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 75, p. 43-54, 1998.

Nirmalkar, N.; Chhabra, R. P.; Poole, R. J. Effect of Shear-Thinning Behavior on Heat Transfer from a Heated Sphere in Yield-Stress Fluids. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 52, p. 13490-13504, 2013.

Nirmalkar, N.; Chhabra, R. P. Momentum and heat transfer from a heated circular cylinder in Bingham plastic fluids. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 70, p. 564-577, 2014.

Papanastasiou, T. C. Flow of Material with Yield, *Journal of Rheology*, vol. 31 (5), p. 385-404, 1987.

Patankar, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. McGraw-Hill, New York, 1980.

Patankar, S. V.; Spalding, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 15, p. 1787-1806, 1972

Rao, P. K.; Sahu, A. K.; Chhabra, R. P. Flow of newtonian and power-law fluids past an elliptical cylinder, a numerical study. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 49, p. 6649-6661, 2010.

Reddy, J. N. **An Introduction to Continuum Mechanics**. Cambridge University Press, New York, 2008.

Rocha, L. A. O.; Saboya, F. E. M.; Vargas, J. V. C. A comparative study of elliptical and circular sections in one and two-row tubes and plate fin heat exchangers. **International Journal of Heat Fluid Flow**, v. 18, p. 247-252, 1997.

Rocha, L. A. O.; Bejan, A. Geometric optimization of periodic flow and heat transfer in a volume cooled by parallel tubes. **Journal of Heat Transfer**, v. 123, p. 233-239, 2001.

Rosman, E. C.; Carajilescov, P.; Saboya, F. E. M. Performance of tube of one and two-row tube and plate fin heat exchangers. **Journal of Heat Transfer**, v. 106, p. 627-632, 1984.

Saboya, S. M.; Saboya, F. E. M. Experiments on elliptic sections in one and two-row arrangements of plate fin and tube heat exchangers. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 24, p. 67-75, 2001.

Sairamu, M.; Nirmalkar, N.; Chhabra, R. P. Natural convection from a circular cylinder in confined Bingham plastic fluids. **International Journal of Heat Fluid Flow**, v. 60, p. 567-581, 2013.

Schlichting, H. **Boundary Layer Theory**, 7th Ed. McGraw-Hill, New York, 1979.

Soares, M.; Naccache, M. F.; De Souza Mendes, P. R. Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarly in the entrance region of tubes. **International Journal of Heat Fluid Flow**, v. 20, p. 60-67, 1999.

Soares, E. J.; Naccache, M. F.; De Souza Mendes, P. R. Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli. **International Journal of Heat Fluid Flow**, v. 24, p. 762-773, 2003.

Soares, A. A.; Ferreira, J. M.; Chhabra, R. P. Flow and Forced Convection Heat Transfer in Crossflow of Non-Newtonian Fluids over a Circular Cylinder. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 44, p. 5815-5827, 2005.

Stanescu, G.; Fowler, A. J.; Bejan, A. The optimal spacing of cylinders in free-stream cross-flow forced convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 39, p. 311-317, 1996.

Tokpavi, D. L.; Jay, P.; Magnin, A.; Jossic, L. Experimental study of the very slow flow of a yield stress fluid around a circular cylinder. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 164, p. 35-44, 2009.

Versteeg, H. K.; Malalasekera, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics – the Finite Volume Method**. Longman, England, 1995.

APÊNDICE A

Neste apêndice é apresentada a solução analítica para o perfil de velocidades axial de escoamentos completamente desenvolvidos de fluidos viscoplásticos, modelados pela equação de Herschel-Bulkley, entre placas planas estacionárias. A Figura A.0.1 mostra, de maneira esquemática, as condições do problema.

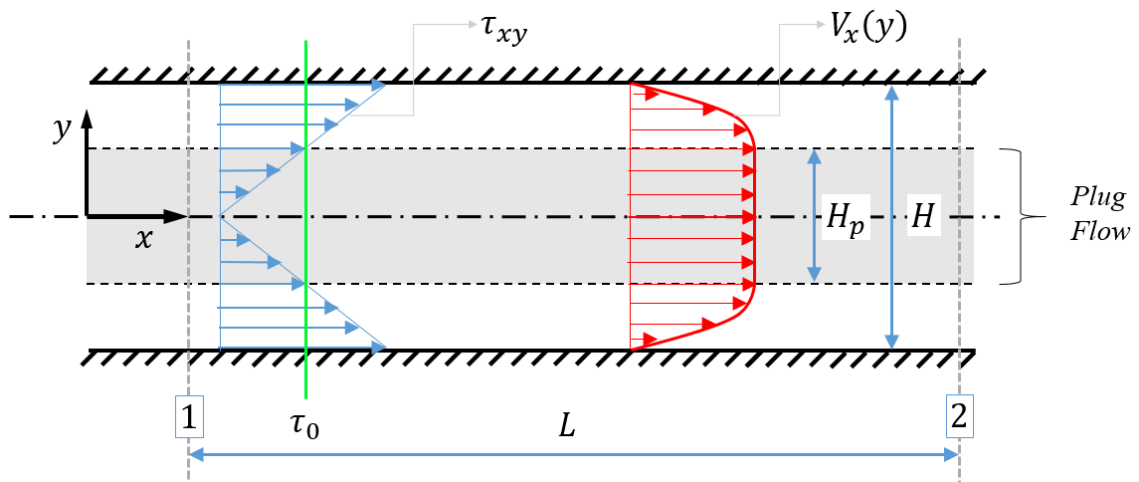


Figura A.0.1 – Representação esquemática do problema

As condições impostas ao escoamento são:

- Fluido incompressível;
- Escoamento em regime permanente;
- Escoamento totalmente desenvolvido.

O modelo de Herschel-Bulkley utiliza a seguinte equação para relacionar a tensão cisalhante e a taxa de deformação:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_0 + K \left(\frac{dV}{dy} \right)^n & \text{se } |\tau_{xy}| > \tau_0 \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } |\tau_{xy}| < \tau_0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde τ_0 é a tensão limite de escoamento, K é o índice de consistência, V representa a velocidade do fluido, n é o índice de potência e $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação.

Considerando que $\Delta p = p_2 - p_1$ e sabendo que

$$\tau_{xy} = -\frac{\Delta p}{L}y \quad (\text{A.2})$$

Igualando as Equações A.1 e A.2 pode-se chegar, através de manipulações algébricas, na seguinte expressão:

$$-\frac{dV}{dy} = \left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{L \cdot K}y\right)^{1/n} \quad (\text{A.3})$$

E, portanto

$$-\int dV = \int \left[\left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{L \cdot K}y\right)^{1/n} \right] dy \quad (\text{A.4})$$

Resolvendo a equação integral, Equação A.4, chega-se na seguinte equação:

$$V(y) = \frac{K \cdot L}{\Delta p} \left(\frac{n}{1+n}\right) \left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L}y\right)^{\frac{1+n}{n}} + C \quad (\text{A.5})$$

onde C é uma constante originada na operação de integração. Esta constante pode ser determinada aplicando a condição de não deslizamento na parede, assim:

$$C = -\frac{K \cdot L}{\Delta p} \left(\frac{n}{1+n}\right) \left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L}H\right)^{\frac{1+n}{n}} \quad (\text{A.6})$$

E, conseqüentemente, a equação para o perfil de velocidades na região onde a tensão cisalhante é superior à tensão limite de escoamento é:

$$V(y) = \frac{K \cdot L}{\Delta p} \left(\frac{n}{1+n}\right) \left[\left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L}y\right)^{\frac{1+n}{n}} - \left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L}H\right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (\text{A.7})$$

Pode-se determinar a coordenada y que delimita a região não escoada (onde $\tau_0 > \tau_{xy}$ – também conhecida como região de *plug flow*) e a região escoada através da equação:

$$\frac{dV}{dy}_{y=H_p} = 0 \quad (\text{A.8})$$

onde H_p é a coordenada que delimita a região escoada e não escoada do fluido.

Derivando em relação a y a Equação A.7, e a igualando à Equação A.8, pode-se determinar H_p , de tal forma que:

$$H_p = -\frac{\tau_0 \cdot L}{\Delta p} \quad (\text{A.9})$$

Pode-se, desta forma, calcular a velocidade máxima, V_p , do escoamento através da Equação A.7, porém considerando $y = H_p$, de tal forma que

$$V_p = \frac{K \cdot L}{\Delta p} \left(\frac{n}{1+n} \right) \left[\left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L} H_p \right)^{\frac{1+n}{n}} - \left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L} H \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (\text{A.10})$$

Substituindo a definição de H_p (Equação A.9) nesta equação, chega-se na seguinte expressão para a velocidade máxima do escoamento:

$$V_p = -\frac{K \cdot L}{\Delta p} \left(\frac{n}{1+n} \right) \left[\left(-\frac{\tau_0}{K} - \frac{\Delta p}{K \cdot L} H \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (\text{A.11})$$