

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**

**EDUARDO ISMAEL FUCHS**

**TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA: UMA INTRODUÇÃO HISTÓRICO-  
EPISTEMOLÓGICA E CONCEITUAL VOLTADA AO ENSINO MÉDIO**

Porto Alegre

2016/2

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**

**Eduardo Ismael Fuchs**

**TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA: UMA INTRODUÇÃO HISTÓRICO-  
EPISTEMOLÓGICA E CONCEITUAL VOLTADA AO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de Mestrado Profissional\* realizada sob a orientação do Professor Dr. Dimiter Hadjimichef e coorientação da Professora Dra. Neusa Teresinha Massoni, apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UFRGS como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Porto Alegre

2016/2

\* Trabalho parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

## **AGRADECIMENTOS**

Dedico agradecimento ao professor Dr. Dimiter Hadjimichef, meu orientador, pelos ensinamentos, pelas ideias compartilhadas, pela paciência e benevolência.

Dedico agradecimento de enorme magnitude à professora Dra. Neusa Teresinha Massoni, minha coorientadora. Tua paciência, dedicação e benevolência, aliadas ao teu altruísmo e aos teus ensinamentos, foram imprescindíveis para a concretização deste trabalho de dissertação.

Aos professores do Mestrado Profissional em Ensino de Física da UFRGS pelos ensinamentos, apoio e conhecimentos transmitidos durante as aulas.

Aos colegas de Mestrado pelo convívio e experiências compartilhadas.

Ao Colégio Bom Jesus São Miguel pelo espaço oportunizado ao desenvolvimento prático deste trabalho.

Às minhas alunas e aos meus alunos que colaboraram para a concretização e o sucesso das aulas.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela oportunidade de formação.

À CAPES por todo o auxílio financeiro prestado.

Agradeço a minha esposa Rosemeri Scherer e a minha família pela compreensão e pelo apoio.

Agradeço também a Deus por seu infinito amor e por ter me dado o privilégio de fazer parte do espetáculo da existência.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	7
ABSTRACT.....	8
1. INTRODUÇÃO .....	9
2. ESTUDOS RELACIONADOS.....	12
3. REFERENCIAL TEÓRICO E EPISTEMOLÓGICO .....	16
3.1 Referencial Teórico.....	16
3.2 Referencial Epistemológico .....	20
4. A PROPOSTA .....	25
5. METODOLOGIA .....	26
5.1 O contexto .....	26
6. IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA .....	30
6.1 AULA 1.....	30
6.1.1 Plano de Aula.....	30
6.1.2 Narrativa da Aula 1 .....	31
6.1.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	33
6.2 AULA 2.....	35
6.2.1 Plano de Aula.....	35
6.2.2 Narrativa da Aula 2 .....	36
6.2.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	39
6.3 AULA 3.....	42
6.3.1 Plano de Aula.....	42
6.3.2 Narrativa da Aula 3 .....	43
6.3.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	48
6.4 AULA 4.....	50
6.4.1 Plano de Aula.....	50
6.4.2 Narrativa da Aula 4 .....	51
6.4.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	56
6.5 AULA 5.....	59
6.5.1 Plano de Aula.....	59
6.5.2 Narrativa da Aula 5 .....	60
6.5.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	63
6.6 AULA 6.....	65
6.6.1 Plano de Aula.....	65

6.6.2 Narrativa da Aula 6 .....	66
6.6.5 Respostas dos alunos a algumas questões .....	69
6.7 AULA 7.....	71
6.7.1 Plano de Aula .....	71
6.7.2 Narrativa da Aula 7 .....	72
6.7.5 Respostas dos alunos a algumas questões .....	75
6.8 AULA 8.....	78
6.8.1 Plano de Aula .....	78
6.8.2 Narrativa da Aula 8 .....	79
6.8.3 Respostas dos alunos a algumas questões .....	83
6.9 AULA 9.....	85
6.9.1 Plano de Aula .....	85
6.9.2 Narrativa da Aula 9 .....	85
6.9.5 Respostas dos alunos a algumas questões .....	88
6.10 AULA 10.....	91
6.10.1 Plano de Aula .....	91
6.10.2 Respostas dos alunos ao questionário de Avaliação do Módulo Didático (Apêndice C') .....	91
7. RESULTADOS E CONCLUSÕES .....	96
REFERÊNCIAS .....	99
APÊNDICES.....	103
Apêndice A: Texto de Apoio da Aula 1 .....	103
Apêndice B – Slides da Aula 1 – A velocidade da luz.....	107
Apêndice C – Lista de exercícios da Aula 1 .....	111
Apêndice D – Texto de apoio da Aula 2 .....	112
Apêndice E – Slides da Aula 2 – A natureza da luz.....	118
Apêndice F – Lista de exercícios da Aula 2.....	124
Apêndice G – Texto de Apoio da Aula 3 .....	126
Apêndice H – Slides da Aula 3 – O papel do éter na Física.....	137
Apêndice I – Lista de exercícios da Aula 3.....	143
Apêndice J – Texto de Apoio da Aula 4 .....	144
Apêndice K – Slides da Aula 4: Os postulados da Teoria da Relatividade Restrita .....	156
Apêndice L – Lista de exercícios da Aula 4.....	164
Apêndice M – Texto de apoio da Aula 5.....	165
Apêndice N – Slides da Aula 5: A dilatação do tempo .....	171
Apêndice O – Lista de exercícios da Aula 5 .....	176

Apêndice P – Texto de apoio – Aula 6.....	178
Apêndice Q – Apresentação Aula 6 – Paradoxo dos gêmeos .....	188
Apêndice R – Lista de exercícios da Aula 6 .....	194
Apêndice S – Texto de apoio da Aula 7.....	195
Apêndice T – Slides da Aula 7.....	203
Apêndice U – Lista de exercícios da Aula 7 .....	209
Apêndice V – Texto de Apoio da Aula 8 .....	210
Apêndice W – Slides da Aula 8 .....	214
Apêndice X – Lista de exercícios da Aula 8 .....	218
Apêndice Z – Texto de apoio da Aula 9.....	219
Apêndice A’ – Slides da Aula 9 .....	225
Apêndice B’ – Lista de exercícios da Aula 9 .....	230
Apêndice C’ – Avaliação do módulo didático .....	231
Apêndice D’ – Produto Educacional.....	232

## RESUMO

Este trabalho é a narrativa de uma experiência didática de aplicação de um módulo que abordou um tópico de Física Moderna e Contemporânea, a Teoria da Relatividade Restrita, no Ensino Médio. A proposta foi aplicada em uma escola particular situada no município de Arroio do Meio, RS, em uma turma de terceira série do nível médio regular, sob o referencial teórico da teoria cognitiva de Jean William Fritz Piaget (1896-1980) e sob o referencial epistemológico de Thomas Samuel Kuhn (1922-1996). Descreve-se o planejamento das aulas, a implementação da proposta e os resultados obtidos com sua aplicação em sala de aula na modalidade de um curso extraclasse.

A forma como o módulo foi pensado e o nível de profundidade que foi possível alcançar aparecem ao longo do texto, que também oferece uma revisão da literatura em que a relevância da inclusão da Física Moderna e Contemporânea no currículo do Ensino Médio é discutida.

Os resultados indicam que é possível trabalhar tópicos de Física Moderna e Contemporânea no ensino regular, que os alunos apreciaram e mostraram disposição para aprender assuntos atuais e que o esforço para introduzir pequenas atualizações curriculares é válido e precisa ser incentivado como uma das possíveis alternativas para se alcançar a melhoria de qualidade de ensino na Educação Básica.

Ao final, um produto educacional em formato de texto de apoio, orientação e motivação aos professores de Física é apresentado.

**Palavras-chave:** Ensino Médio. Atualização Curricular. Teoria da Relatividade Restrita.

## ABSTRACT

This work is the narrative of a didactic experience of application of a module that addressed a topic of Modern and Contemporary Physics, the Special Theory of Relativity, in High School. The proposal was applied in a private school located in the county of Arroio do Meio, RS, for one group of third grade of regular secondary level, under the theoretical framework of cognitive theory of Jean William Fritz Piaget (1896-1980) and under the epistemological framework of Thomas Samuel Kuhn (1922-1996). It describes the planning of classes, the implementation of the proposal and the results obtained from its application in the classroom in the form of an extracurricular course.

The way the module has been designed and the level of depth that was achieved is discussed throughout the text, which also provide a review of the literature in which importance of inclusion of Modern and Contemporary Physics in High School curriculum is discussed.

The results indicate that it is possible teach subjects of Modern and Contemporary Physics in regular education. The results also indicated that students enjoyed and showed willingness to learn current issues and the effort to introduce small curriculum updates is valid and needs to be encouraged as one of the possible alternatives to achieve the improvement of teaching quality in basic education.

At the end, an educational product in form of text, guidance and motivation to physics teachers is presented.

**Keywords:** High School. Curriculum Update. Special Theory of Relativity.

## 1. INTRODUÇÃO

Em ensino de Ciências defende-se, há algumas décadas, que uma atualização curricular visando inserir aspectos das Ciências atuais como, por exemplo, a Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, tem papel importante como formadora e transformadora da opinião e da visão de mundo dos estudantes. Rodrigues, Sauerwein e Sauerwein (2014) afirmam que essa “incorporação sócio-científica nas aulas” pode promover o desenvolvimento de ações sociais responsáveis, na medida em que tais discussões se relacionam com a realidade dos alunos.

Nesse sentido, o presente trabalho de mestrado buscou inserir aspectos introdutórios da Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio. Para tal assumimos, como justificativa, um argumento comumente encontrado na literatura (e. g. OSTERMANN e MOREIRA, 2000; RODRIGUES, SAUERWEIN e SAUERWEIN, 2014) de que esse tema tem potencialidade de fornecer explicações científicas para tecnologias do cotidiano como, por exemplo, o Sistema de Posicionamento Global (GPS).

Também é consensual na Pesquisa em Ensino de Física, que a Teoria da Relatividade Restrita (TRR) provocou uma ruptura nos esquemas conceituais tradicionalmente utilizados em Física. Desta forma, conceitos como espaço, tempo, energia, massa, momento linear e força foram modificados e ressignificados com esse advento. Daí a importância desse tema para compreender, não apenas os conceitos científicos, mas a evolução pela qual eles passam ao longo da História da Ciência.

Ainda assim, poucas são as escolas que efetivamente ensinam a TRR na sala de aula do Ensino Médio. Por exemplo, em 2015 comemoraram-se os 110 anos da publicação dos cinco artigos seminais de Albert Einstein nos *Annalen der Physik*, fato que marcou o início de uma verdadeira revolução científica (KUHN, 2013) e lançou as bases para o que é considerado um dos pilares da Física Moderna e Contemporânea – a Mecânica Relativística, mas o que se percebe, no currículo do Ensino Médio, é a presença, tão somente, da Física Clássica de alguns séculos atrás. Em suma, a TRR ainda não se faz presente na sala de aula do Ensino Médio e o que povoa o imaginário popular é, em geral, muito vago, impreciso e dá margem a distorções dos conceitos e das visões sobre a natureza da Ciência.

No documento da segunda versão revista da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a Física é quase omissa em relação à TRR. Na página 586 (BRASIL, 2016) pode-se ler: *Os conceitos e modelos da Física nos ajudam a descrever e a interpretar o mundo à nossa volta, sejam sistemas naturais ou equipamentos tecnológicos.* Na continuidade, página 588, o texto da BNCC aponta que a Física *colabora para o desenvolvimento de um “olhar científico” para o mundo, na medida em que permite uma apropriação do estilo de pensar e fazer da ciência.* Estes são os pontos que mais se aproximam do que se poderiam considerar como associados à TRR, uma vez que esta permite, por exemplo, compreender o funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS). Contudo, entende-se que é muito pouco.

Por outro lado, a Teoria da Relatividade Restrita é um assunto que desperta grande interesse nos estudantes que, como dito, não possuem conhecimento prévio da referida teoria ou a conhecem superficialmente, ou ainda, o que é mais comum, possuem concepções alternativas a respeito do tema.

Ainda que nesse nível de ensino o formalismo matemático não possa ser aprofundado, pensamos que explorar tópicos de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio torna o ensino da Física mais estimulante, e que uma introdução histórico-epistemológica e conceitual pode facilitar a compreensão do assunto.

O que pretendemos foi discutir a TRR e certos aspectos da História da Física a ela associados na perspectiva da Epistemologia de Thomas Kuhn, ou seja, associando a TRR a uma mudança de paradigma para que os alunos pudessem construir uma visão de Ciência mais dinâmica e contextual.

Como referem as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002), uma das competências em Física esperadas ao final da escolaridade básica é *compreender a Ciência e a tecnologia como partes integrantes da cultura humana contemporânea*. Destacam os PCN+ que:

*O domínio de linguagens para a representação e a comunicação científico-tecnológicas é um campo comum a toda a ciência e a toda a tecnologia, com sua nomenclatura, seus símbolos e códigos, suas designações de grandezas e unidades, boa parte dos quais já incorporadas à linguagem cotidiana moderna. A articulação dessa nomenclatura, desses códigos e símbolos em sentenças, diagramas, gráficos, esquemas e equações, a leitura e interpretação dessas linguagens, seu uso em análises e sistematizações de sentido prático ou cultural são construções características dessa área de conhecimento, mas hoje integram um instrumental igualmente necessário para atividades econômicas e para o pensamento social (BRASIL, 2002, p. 21).*

Nesse sentido, além de necessária e oportuna, a abordagem da TRR no Ensino Médio constitui uma orientação explícita dos documentos oficiais, com vistas a uma formação mais ampla dos estudantes, ou seja, aquela que vai além das fronteiras disciplinares da Física e busca construir uma “cultura científica” capaz de, pelo menos, capacitá-los a compreender notícias de veiculação e divulgação científica, reconhecer símbolos e articular distintos saberes (por exemplo, Física, História da Física e Epistemologia).

Estamos de acordo com o fato de que os conceitos da Física são difíceis de serem comunicados e compreendidos apenas com linguagem verbal, senão impossível (LEMKE, 2005 *apud* TELICHEVESKY, 2015) uma vez que são “híbridos”, ou seja, exigem múltiplas representações (verbais, matemáticas, visual-gráficas, acional-operacionais etc.) que precisam *ser tratadas como uma unidade coerente* (ibid., p. 52). Essas múltiplas formas de representação de conceitos científicos não são redundantes, mas ao contrário atuam em conjunto para construir significados.

Dentro do espírito de atender a essa conexão entre conceitos (físicos, históricos, epistemológicos) que é, ao mesmo tempo, uma lacuna e uma expectativa de melhoria da qualidade do Ensino Médio, e com o propósito de aumentar a motivação dos estudantes para o estudo da Física, através do diálogo entre distintos saberes, é que o presente trabalho de mestrado foi concebido.

## 2. ESTUDOS RELACIONADOS

O esforço no sentido de incentivar a abordagem da Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio não é recente. Por exemplo, Ayala Filho (2010), em artigo sobre referenciais inerciais, utiliza a noção de Perfil Conceitual como fundamentação teórica para investigar a aprendizagem da TRR e discute os obstáculos epistemológicos existentes para o seu entendimento. Defende a existência de dois conjuntos articulados de ideias qualitativamente diferenciadas na estrutura cognitiva dos estudantes: um conjunto relacionado às concepções científicas e outro, relacionado às concepções de senso comum. Na perspectiva da noção de Perfil Conceitual, a evolução conceitual em sala de aula não se dá pela mudança conceitual, da forma prevista por Posner *et al.* (POSNER *et al.*, 1982 *apud* AYALA FILHO, 2010), em que a teoria antiga é abandonada em nome de uma teoria nova, mais inteligível, plausível e promissora, mas sim através de um processo evolutivo. No referido artigo é sugerida uma sequência a ser desenvolvida em um curso introdutório à TRR, em que ocorreria a comparação entre as concepções dos alunos e aquelas no contexto da Mecânica Relativística para promover a consciência do aluno sobre suas próprias concepções.

O artigo de Rocha, Riduzzi e Mota (2013) fornece uma formulação alternativa para a TRR, usando a teoria de grupos e mostrando que estes estão intimamente ligados com o princípio da relatividade. Os autores investem no uso da referida teoria (de grupos) para estabelecer a conexão entre referenciais inerciais distintos. A partir da definição da representação do grupo de Galileu sobre o espaço-tempo, os autores obtêm as transformações de Galileu. Além disso, propõem um novo grupo de simetrias, o grupo de Lorentz, que substitui o grupo de Galileu da Mecânica Clássica e permite que o princípio da relatividade seja aplicado também às equações de Maxwell. Defendem também que a partir da ação do grupo de Lorentz no espaço-tempo somos levados naturalmente à formulação da Relatividade Especial (ou TRR).

Para Caruso e Freitas (2009), foi Albert Einstein (1879-1955) quem deu, em 1905, uma contribuição essencial à Física, reformulando o conceito de Relatividade de Galileu e de Newton, o que correspondeu a uma nova visão de mundo e teve reflexos tanto nas metodologias e no desenvolvimento da Física que se seguiu, como do ponto de vista físico-filosófico, introduzindo mudanças profundas nos conceitos de espaço, tempo, massa e energia. Os autores entendem que explicar isso aos adolescentes faz parte de um desafio que tem sido apontado pela literatura da área há décadas, quanto à importância da inserção de temas de Física Moderna no Ensino Médio.

Valadares e Moreira, em um artigo publicado em 1998, já argumentavam que uma quantidade cada vez maior de aparelhos está presente no nosso cotidiano, em casa, nas lojas, na mídia e também nas próprias escolas (e.g., o computador, os opto-eletrônicos – CDs, displays de cristal líquido, leitoras óticas, impressora laser – novos usos do laser em medicina, nas telecomunicações – fibras óticas, aplicações em várias áreas industriais, etc.). Assim, defendem que é imprescindível que os estudantes do ensino médio conheçam os fundamentos da tecnologia atual, pois esta, além de atuar nas suas vidas, certamente definirá seu futuro profissional. Daí a importância de se introduzir conceitos básicos e princípios da Física Moderna e, em especial, de se fazer uma ponte entre física da sala de aula e a física do cotidiano. Assumem também que o estudante pode passar a ter maior motivação para o estudo da própria Física.

Contudo, deve-se ter o cuidado de não justificar o ensino de Física, em especial de Física Moderna e Contemporânea, apoiando-se somente na relevância das ciências para a sociedade e para os avanços tecnológicos. Ricardo (2010) alerta que o que serve para justificar uma das práticas, não necessariamente serve para justificar a outra, no sentido de

que é importante que os educadores tenham presente que a física escolar e a ciência física não são a mesma coisa.

Rodrigues, Sauerwein e Sauerwein (2014) descrevem um planejamento didático de treze aulas que foram desenvolvidas como parte de uma pesquisa de mestrado, em que o ensino da TRR ocorre por meio de estudo e explicação do Sistema de Posicionamento Global – GPS. As atividades realizadas com os alunos participantes procuraram desenvolver as competências recomendadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e os resultados obtidos indicam que os estudantes consideraram relevante o estudo do GPS e da dilatação do tempo e, além disso, consideraram produtiva a aproximação entre o GPS e a TRR. Foi discutido com os alunos que a maior diferença nos relógios dos satélites é explicada pela Teoria da Relatividade Geral. Os autores destacam o escasso número de artigos relacionados à Teoria da Relatividade.

Ostermann e Ricci (2002) investigam como os livros didáticos de Física para o Ensino Médio têm abordado o tema da Relatividade Restrita com relação à contração de Lorentz-FitzGerald e a aparência visual de objetos relativísticos. Os autores identificaram a existência de sérios erros conceituais (omissões ou imprecisões) nos livros de texto como, por exemplo, confundir “medir” com “ver” (observar ou fotografar) ou omitir tal distinção, provocando má interpretação pelo leitor e a indução de concepções errôneas nos estudantes. Algumas sugestões são feitas no sentido de evitar os referidos erros conceituais e visando oferecer uma introdução adequada da Relatividade Restrita no Ensino Médio.

Em outro artigo, Ostermann e Ricci (2004) tratam de conceitos amplamente difundidos em livros didáticos de Ensino Médio que abordam a TRR: massa relativística e equivalência massa-energia. Os autores verificaram que a massa relativística é introduzida nos referidos livros como sendo um conceito fundamental da TRR, quando, de fato, é uma noção inadequada e que, portanto, não deveria ser abordada. Além disso, constataram que esses livros frequentemente interpretam de forma errônea o significado da equivalência massa-energia. Sugerem formas compreensíveis de justificar a existência de um limite superior para a velocidade de um corpo sem fazer qualquer referência ao conceito de massa relativística: uma baseada na definição de momentum linear relativístico e a outra baseada no teorema trabalho-energia. Atestam também que a noção de massa relativística é supérflua na Teoria da Relatividade, incluindo a Teoria da Relatividade Geral. Além disso, citam a obra “Física Conceitual” (HEWITT, 2002 *apud* OSTERMANN & RICCI, 2004) como uma referência preciosa para os professores que desejam: introduzir de maneira conceitualmente adequada a noção de momentum linear relativístico, justificar corretamente a impossibilidade de um corpo material atingir a velocidade “c” de propagação da luz no vácuo, comentar corretamente a inadequação do conceito de massa relativística e definir corretamente a equivalência massa-energia. Nas conclusões, oferecem sugestões de definições do momentum linear, da energia mecânica e da energia cinética relativísticas que não empregam a definição de massa relativística e sugerem que se deveria falar apenas em uma “massa”, a massa newtoniana, evitando-se a expressão dúbia “massa de repouso”.

Köhnlein e Peduzzi (2005) apresentam uma unidade de ensino baseada em uma abordagem histórico-filosófica da TRR, estruturada de acordo com os três momentos pedagógicos de Angotti e Delizoicov (ANGOTTI e DELIZOICOV, 1992 *apud* KÖHNLEIN e PEDUZZI, 2005) que são: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento. A proposta foi testada em uma turma de 4ª fase do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de Santa Catarina. A referida unidade de ensino introduziu aspectos conceituais, históricos e filosóficos da TRR na perspectiva da epistemologia de Thomas Samuel Kuhn. Os autores verificaram que a Filosofia da Ciência Contemporânea não se faz presente nos livros didáticos, na bagagem cultural dos professores e nos currículos dos cursos de formação de professores da área de Ciências, e que o contexto escolar continua restrito a

uma única concepção da Ciência, a empírico-indutivista. Além disso, as ideias prévias dos estudantes apresentaram fortes traços de concepções empiristas-indutivistas. A aplicação da referida unidade mostrou as limitações dessa visão sobre a natureza da Ciência e buscou contribuir para a elaboração de estratégias de ensino que levem à sala de aula uma reflexão mais crítica sobre o progresso da Ciência.

Nessa linha, Köhnlein (2003, p. 140) evidencia que não se pode reduzir a um método único e universal os diversos caminhos que utilizam os cientistas em suas investigações, na busca de respostas e explicações para os fenômenos de seu interesse e que a Ciência é uma atividade humana historicamente contextualizada. As atividades propostas favoreceram uma mudança significativa na visão dos estudantes sobre a natureza da Ciência e sobre o tema tratado.

Santos (2006) apresenta alguns diagramas que podem ser usados para demonstrar certos fenômenos previstos pela TRR, como a dilatação do tempo ou a contração espacial. Os referidos diagramas podem ser úteis como recursos auxiliares para o professor de Ensino Médio e até mesmo para o professor de Física Básica em cursos de Engenharia.

Damasio e Ricci (2009) em um texto de apoio ao Professor de Física intitulado “*Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica*” buscam abordar e minimizar, como o próprio título sugere, através de um texto elegante e convidativo que faz uso de um viés histórico e fenomenológico, a falta de compreensão que paira em torno da TRR.

Wolff e Mors (2005), em um texto de apoio do professor de Física intitulado “*Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein*”, defendem que não se pode mais conceber o ensino de Física no Ensino Médio sem a abordagem da Física do século XX pois, sem uma compreensão do que é tratado em Física Moderna, a quase totalidade do mundo à nossa volta se torna mágica, fora de nossa compreensão e controle.

Eles criticam concepções simplistas que apresentam estudiosos como Galileu, Newton e Einstein, como gênios que desenvolveram todas as suas teorias de forma independente e eles alertam que muitos livros deixam a ideia de que suas “descobertas” ocorreram a partir apenas de observações, ou por pura casualidade, sem nenhuma conexão com teorias já previamente existentes.

Inicialmente o texto de apoio supracitado faz uma abordagem histórica, apresentando o paradoxo de Zenão, as ideias defendidas por Aristóteles, Giordano Bruno e Galileu Galilei. Na continuação apresenta a relatividade galileana, a definição de um referencial inercial e as transformações galileanas. Segue com as leis de Newton e as ideias defendidas por ele em relação ao movimento relativo dos corpos. Termina a abordagem histórica narrando as contribuições de G. Cardano, William Wilbert, Robert Boyle, Guericke, James Wimshurst, Stephen Gray, Charles Dufay, Benjamin Franklin, Robert Symmer, Charles Coulomb, Alexander Neckan, Pierre de Maricourt, Oersted, Ampère, Jean Biot, Félix Savart, Michael Faraday, Henrich F. E. Lenz, James Clerk Maxwell e H. Hertz para o desenvolvimento do Eletromagnetismo.

Em seguida, o referido texto de apoio narra alguns problemas enfrentados pela Física, no final do século XIX, decorrentes da Teoria Eletromagnética de Maxwell. A referida teoria reivindicava um meio de propagação para a luz e todas as demais ondas eletromagnéticas: o éter luminoso. No entanto, o éter tinha propriedades antagônicas. Michelson e Morley tentaram detectá-lo usando um interferômetro, mas o experimento fracassou. Em seguida, o texto narra uma tentativa de “salvar” o éter: Lorentz e FitzGerald lançam a hipótese de que os corpos que se deslocam em relação ao éter são contraídos na direção do movimento relativo ao éter estacionário.

Além disso, a Teoria Eletromagnética apresentava inconsistências com o princípio que diz que todas as leis da Física deveriam ser iguais em todos os sistemas de referência

inerciais. Ao passar de um referencial inercial para outro, utilizando as transformações galileanas, as equações de Maxwell forneciam resultados diferentes para um mesmo fenômeno.

Em seguida, ele apresenta os dois postulados da TRR e suas consequências. Na continuação é apresentada a relatividade da simultaneidade, a dilatação temporal, a contração do espaço, a contração de Lorentz-FitzGerald, a adição de velocidades na relatividade especial, a energia relativística, o paradoxo dos gêmeos e a teoria da relatividade geral.

Ricci (2000), em um texto de apoio ao professor de Física intitulado “Teoria da Relatividade Especial”, apresenta uma abordagem tradicional da Teoria da Relatividade Especial, fortemente baseada na gênese da teoria e em seu desenvolvimento histórico inicial. Ele evitou os aspectos mais geometrizes da teoria, os quais são abordados apenas na parte final.

O presente trabalho insere-se na perspectiva, muito presente na literatura, de buscar desenvolver novas estratégias e incentivar o diálogo nas aulas de Física e, especialmente, de operacionalizar a inserção de um tópico de Física Moderna e Contemporânea – a Teoria da Relatividade Restrita – no currículo do Ensino Médio.

### 3. REFERENCIAL TEÓRICO E EPISTEMOLÓGICO

#### 3.1 Referencial Teórico

A presente proposta está fundamentada teoricamente na teoria construtivista que surgiu com base nos trabalhos do suíço Jean William Fritz Piaget (1896-1980), que estudou o desenvolvimento da inteligência humana e a formação de conceitos como uma construção baseada na “equilibração”. Segundo Lima (1980), Piaget raramente se arriscou a dar indicações pedagógicas, entretanto, uma proposta pedagógica pode ser deduzida de sua teoria.

Para Piaget o desenvolvimento cognitivo não está baseado unicamente na experiência com objetos, nem resulta de uma “programação inata”, mas se trata de um processo de sucessivas construções com a elaboração de estruturas novas, ou reelaboração de estruturas já existentes às quais ele chama de *esquemas de assimilação*.

Assim, o sujeito tem uma arquitetura cognitiva variável, que se modifica constantemente e assimila o mundo através de um repertório de “esquemas de assimilação” e da “equilibração”. Quando os esquemas falham na tarefa de assimilar uma nova situação, a mente melhora, modifica ou constrói novos esquemas. Isto é, sempre que o sujeito é desequilibrado por novos desafios a mente busca se reequilibrar melhorando o repertório de esquemas e isto resulta em adaptação ao meio. Esse processo é chamado por Piaget de “equilibração majorante” em oposição à “equilibração minorante” que seria a desistência.

Segundo Piaget, todo o ser humano passa por quatro períodos (ou estágios) de desenvolvimento cognitivo: o sensório-motor, o pré-operacional, o operacional-concreto e o operacional-formal. Em cada estágio de desenvolvimento a criança concebe a causalidade e os conceitos (noções ou concepções) de forma diferente. Isto tem enormes consequências para o ensino, uma vez que o professor não deve propor desafios ou tarefas inadequadas ao estágio cognitivo dos alunos, mas, ao mesmo tempo, tem o papel de promover desequilíbrios. Contudo, os desequilíbrios devem ser compatíveis ao nível de seu desenvolvimento cognitivo, ou seja, o nível de abstração e explicação dos fenômenos tem que acompanhar o desenvolvimento mental da criança sob pena de ou ser inútil, ou provocar confusão mental.

No período sensório-motor, que vai, aproximadamente, do nascimento até os dois anos, a criança é, no começo, muito egocêntrica, mas vai progressivamente entendendo que é uma parte do seu entorno. Nessa fase, a criança não tem estruturas para fazer representação mental, age e depende daquilo que os sentidos captam, pois não dispõe de linguagem.

No período pré-operacional, a criança passa a distinguir o significativo, ou seja, a imagem ou a palavra, do significado, isto é, o objeto representado pela imagem ou pela palavra; passa a desenvolver os mecanismos simbólicos (linguagem, desenho, imitação, jogo simbólico, dramatização etc.). Inicia o processo de *interiorização* que equivale à aquisição da função semiótica, isto é, a aquisição da capacidade de exprimir alguma coisa por meio de sinais, símbolos e signos. Seu pensamento começa a se organizar, mas ainda não domina a noção de reversibilidade (de voltar, de desfazer, de retornar ao ponto de partida). Ela reconhece que existe uma realidade, mas as explicações são baseadas em suas experiências, podendo ou não ser coerentes com a realidade.

O período operacional-concreto é aquele em que a criança adquire as noções de reversibilidade e de conservação com relação a objetos que já experimentou, mas seu pensar ainda está limitado. À medida que aceita o ponto de vista do outro (decentração provocada pela relação social), torna-se capaz de operações que não admitem fixidez num ponto de vista (reciprocidade), mas ainda não é capaz de operar com hipóteses abstratas. Seu desenvolvimento não dispensa a manipulação real, operacional. O grande passo do

desenvolvimento é quando ela põe o pensamento a serviço da ação e não a ação a serviço do pensamento. A superação do pensamento simbólico (fantasia, faz-de-conta, intuições) só é possível mediante confronto com a realidade prática. Esse período é marcado por intensa manipulação de objetos. As operações concretas (e não a simples visualização) representam função fundamental na formação do pensamento abstrato.

É no período operacional-formal, que inicia na adolescência e segue na idade adulta, que ocorre o “desengate do pensamento dos objetos”. Nele, o sujeito “entra” no mundo formal das hipóteses, do futuro, das probabilidades. É capaz de raciocinar por hipóteses verbais e, portanto, não mais precisa da experiência concreta. Ele começa a trabalhar com hipóteses e com abstrações. O pensamento abstrato dá à adolescência a tonalidade de “subversão”, isto é, de questionamento do real (do já constituído). O adolescente perde a inibição e lança-se à transformação do mundo e à organização da sociedade. Ao alcançar o pensamento formal, constrói, finalmente, os agrupamentos, as operações formais, as noções probabilísticas, a indução de leis e dissociação de fatores.

Esta pode ser uma implicação ao ensino, pois, segundo Piaget, o pensamento hipotético-dedutivo só se desenvolve se as crenças forem submetidas à discussão, isto é, se forem contraditas. Segundo Lima (1980), a didática do período de desenvolvimento das operações abstratas é a discussão planejada (dinâmica de grupo) em que a forma de raciocinar de cada membro é controlada pela crítica dos demais.

Os estudos de Piaget mostram que todos nós passamos por esses períodos, mas pode haver superposições.

A teoria de Piaget é abrangente, contudo merecem destaque os conceitos de assimilação, acomodação, equilíbrio e esquema, que são fundamentais para a compreensão das mudanças cognitivas originadas na interação do indivíduo com o meio.

Para Piaget, o desenvolvimento da inteligência é uma construção que, do ponto de vista funcional, consiste em assimilar e acomodar, isto é, incorporar a realidade nos esquemas e modificar-se para adaptar-se à realidade. O desenvolvimento da inteligência é, rigorosamente, encadeado; consiste em estabelecer relações. Neste sentido o módulo de ensino, desta proposta didática, é piagetiano porque busca estabelecer relações entre distintos saberes, agregando novos significados.

Esquemas são sequências de ação física ou mental, dotadas de estrutura definida, que servem de instrumento para que o indivíduo aja satisfatoriamente no ambiente físico e social. O sujeito constrói esquemas de assimilação mentais para abordar a realidade, buscando incorporar elementos externos compatíveis com sua natureza. Os esquemas “dirigem” a nossa conduta. Mas essas estruturas são relativamente fixas, não podem ser substituídas ou modificadas drasticamente.

Como já comentado, para Piaget, o comportamento dos seres vivos nem é inato nem é resultado de condicionamentos. O comportamento é construído através da interação entre o organismo e o meio. A inteligência está ligada à ação e o seu desenvolvimento depende da riqueza de situações estimulantes do meio, o desenvolvimento se faz por desafios progressivos (ou conflitos cognitivos). Segundo Lima (1980), a inteligência é a flexibilidade que permite novas combinações, segundo um plano de maior equilíbrio interna e de maior adaptação ao meio.

A técnica de educar é criar situações em que o organismo seja “forçado” a adaptar-se, isto é, “forçado” a reorganizar o comportamento. Segundo Lima (1980), é preciso que o “novo” seja “assemelhável”, tenha algo de conhecido. Diante de uma nova realidade, nova situação, novo problema, novo objeto (desequilíbrio entre o sujeito e o meio) o psiquismo ativa os esquemas de que dispõe, tentando assimilá-los. Assimilar é integrar em esquemas prévios. Quando a mente assimila, ela incorpora a realidade aos seus esquemas de ação. Vemos a realidade através de nossos esquemas.

A acomodação (ou aprendizagem) é a própria criatividade, pois acomodar, no sentido piagetiano, é reestruturar (reorganizar) o comportamento para enfrentar os constrangimentos ou desafios do meio.

Contudo, não há acomodação sem assimilação, pois acomodação é reestruturação da assimilação e o equilíbrio entre assimilação e acomodação é adaptação à situação. Experiências acomodadas dão origem a novos esquemas de assimilação e a um novo estado de equilíbrio. O organismo (mente) busca sempre o equilíbrio cognitivo (MOREIRA; MASSONI, 2015). Esse processo de equilibração ocorre em todos os períodos de desenvolvimento cognitivo. Quando a equilibração se dá pela construção de novos esquemas ela é dita majorante. Quando ocorre pelo abandono, pela desistência de enfrentamento da situação, é considerada minorante.

Os esquemas de assimilação coordenam-se e se autoassimilam, complexificando-se, criando novas estruturas de comportamento. A modificação ou aprendizagem representa para o organismo um nível superior (majorante) de autorregulação que visa aumentar a organização interna, a adaptação ao meio (responder às agressões do meio), aumentando assim o espaço vital e o nível de segurança. A autorregulação, portanto, é majorante, pois cada regulação coloca o organismo num nível superior, até alcançar a correção e a antecipação (equilibração cada vez mais complexa, mais móvel e mais estável).

O organismo só recebe uma mensagem se estiver “sensibilizado” (preparado ou “necessitado”) para recebê-la, ou seja, um estímulo só é eficaz se o organismo estiver preparado para a ele “responder”. Por sua vez, um estímulo captado pelo organismo só modifica seu esquema de ação respectivo, se este esquema for insuficiente para manter o organismo adaptado (PIAGET; GARCIA, 2011).

Piaget aceita que as aprendizagens supõem uma estrutura preexistente. Quanto mais desafiante o meio for, mais reequilbrações (e mais complexas) processam-se no desenvolvimento mental. A necessidade apresenta-se como curiosidade, dúvida, tensão momentânea ou problema. A busca do novo (invenção) resulta das combinações internas dos esquemas (organização) que, produzindo novo esquema, exige alimentação (interesses, necessidades, desejos, etc.). A situação-problema é um desafio à descoberta e à invenção (combinações de esquemas) – portanto, motivadora.

Motivar o aluno, pois, é colocá-lo em situação que provoque nele um desequilíbrio. A atuação do professor está na graduação e sequência dos desafios, a partir do interesse preexistente. Uma reação é reforçada na medida em que leva à redução ou à satisfação de uma necessidade ou conduz ao sucesso. Será inibida na medida em que leva ao fracasso.

O professor, ao desafiar o aluno, deve tomar o cuidado para não propor uma situação em que o aluno simplesmente memorize, ou seja, não mude seus esquemas de assimilação. Deve haver o conflito cognitivo, de maneira que o aprendiz sinta que seus esquemas não dão “conta” da nova situação. O conflito, especialmente em situação de ensino, deve ser tal que o sujeito possa construir novos esquemas ou adaptá-los. Lima (1980) defende que o instrumento educador por excelência é a criação de situações que promovem reorganizações (jamais meros condicionamentos ou respostas aprendidas que não promovem processos internos de reequilbração). Educar é desafiar.

Os conceitos de assimilação e acomodação permeiam todo o processo de ensino e aprendizagem. É preciso privilegiar a acomodação e a conceptualização que promovem o desenvolvimento cognitivo. Esta é a essência da teoria de Piaget. O desenvolvimento cognitivo não é apenas atingir o estágio operacional-formal, mas pressupõe construção de um imenso repertório de esquemas na mente do aprendiz.

Implicações importantes da Teoria de Piaget para o ensino, portanto, é compreender que a mente é uma estrutura que tem que funcionar em equilíbrio e aumenta permanentemente sua própria organização e adaptação ao meio. Quando o equilíbrio é rompido, através de

experiências não similares, o organismo reestrutura seus esquemas visando alcançar um novo equilíbrio. Para Piaget, o comportamento humano é totalmente construído.

Para manter o interesse do aluno, é preciso que o professor seja sempre fonte de “desequilíbrio”. O professor não ensina, ajuda o aluno a aprender. Dirigir a aprendizagem é, simplesmente, criar uma sequência de desequilibrações (problemas, desafios, conflitos) que leve a mente a fazer o esforço de reequilibração.

O professor também está sempre usando esquemas de assimilação para ensinar, está ensinando como se resolve certo tipo de problema, por exemplo, porque ele tem um esquema pronto para resolver aquele tipo de problema. Se a assimilação de um tópico requer um grande desequilíbrio, uma saída é usar passos intermediários sucessivos.

Entendemos que uma importante contribuição da teoria de Piaget ao presente projeto diz respeito à colocação do conflito cognitivo, que é necessário para a compreensão da TRR. Além disso, o professor precisa cuidar para que o conflito cognitivo não produza desequilíbrio da estrutura cognitiva em doses muito elevadas, evitando-se o efeito contrário, isto é, a desistência por parte dos estudantes.

Como advertem Damásio e Ricci (2009), compreender os princípios básicos da TRR é fácil, mas o difícil é compreender suas consequências e, mais do que isso, aceitar o estranhamento e a mudança de visão de mundo (KUHN, 2013) que sua verdadeira compreensão pressupõe.

Entendemos que a presente proposta didática é piagetiana, pois busca promover desequilíbrios que forcem os alunos a ultrapassar o estado atual de seu conhecimento e a assimilar conceitos da Teoria da Relatividade Restrita através de um avanço gradual para níveis mais elevados de abstração. Desequilíbrios são fontes de progresso cognitivo, segundo Piaget, porque motivam o aprendiz a superá-los a alcançar reequilibrações. Este é o papel do professor.

A sequência aqui apresentada faz uso de textos de apoio, exposições e situações que evolutivamente introduzem a TRR, evitando que os desequilíbrios sejam grandes a ponto de impedir a equilibração majorante. As escolhas dos tópicos buscam respeitar o estágio e os esquemas de assimilação dos estudantes de Ensino Médio, mas ao mesmo tempo buscam “forçá-los”, motivá-los a assimilar conceitos instigantes da Física Moderna e Contemporânea.

### 3.2 Referencial Epistemológico

A fundamentação epistemológica do presente trabalho é a epistemologia de Thomas Kuhn, expressa em seu livro intitulado *A Estrutura das Revoluções Científicas*, em que se destacam os conceitos de paradigma, ciência normal, crise, revolução científica e incomensurabilidade.

Inicialmente, Kuhn define “paradigma” como “as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções exemplares para uma comunidade de praticantes da Ciência” (KUHN, 2013, p. 53). Essas realizações científicas servem para definir, temporária e implicitamente, os problemas e métodos legítimos de um campo de pesquisa para seus praticantes e às gerações posteriores. Elas atraem um grupo duradouro de partidários, afastando-os de outras formas de atividade científica e, ao mesmo tempo, tais realizações são suficientemente abertas para permitir que uma ampla variedade de problemas seja resolvida pelos praticantes da Ciência. Kuhn considera “paradigma” um termo estreitamente relacionado com “ciência normal”.

Com a escolha do termo pretendo sugerir que alguns exemplos aceitos na prática científica real – exemplos que incluem, ao mesmo tempo, lei, teoria, aplicação e instrumentação – proporcionam modelos dos quais brotam as tradições coerentes e específicas da pesquisa científica (KUHN, 2013, p. 72).

Para Kuhn, a Física de Aristóteles, a Astronomia de Ptolomeu, a Mecânica e a Óptica de Newton, a Teoria Eletromagnética de Maxwell, a Teoria da Relatividade de Einstein e a Química de Lavoisier são exemplos de paradigmas, pois serviram, por algum tempo, para definir implicitamente os problemas e métodos legítimos de um campo de pesquisa para gerações posteriores de praticantes da Ciência.

O paradigma, através dos exemplares, prepara o estudante para ser membro de determinada comunidade científica. Cientistas cuja pesquisa está baseada em paradigmas compartilhados estão comprometidos com as mesmas regras e padrões para a prática científica. Esse comprometimento e o consenso aparente que produz são pré-requisitos para a ciência normal, isto é, para a criação e a continuação de uma tradição de pesquisa determinada. A ciência normal é caracterizada por um paradigma que legitima quebra-cabeças e problemas sobre os quais a comunidade trabalha.

O conceito de paradigma foi alvo de críticas. Margareth Mastermann, como citado pelo próprio Kuhn em edição revisada de seu livro, detectou vinte e uma maneiras diferentes de como Kuhn usou a palavra paradigma, o que o obrigou, em 1969, a incluir um posfácio em seu livro, em que ele introduz a noção de “matriz disciplinar” para tornar mais clara a ideia de paradigma.

De um lado, indica toda a constelação de crenças, valores, técnicas etc., compartilhadas pelos membros de uma comunidade determinada. De outro, denota um tipo de elemento dessa constelação: as soluções concretas de quebra-cabeças que, empregadas como modelos ou exemplos, podem substituir regras explícitas como base para a solução dos restantes quebra-cabeças da ciência normal (KUHN, 2013, p. 280).

Kuhn define ciência normal como a pesquisa firmemente baseada em uma ou mais realizações científicas passadas e não se propõe a descobrir novidades no terreno dos fatos e teorias. Ela serve para determinar o fato significativo, harmonizar os fatos com a teoria e articular a teoria para aproximar sempre mais a teoria e os fatos. Basicamente, a ciência normal caracteriza-se pela resolução de quebra-cabeças.

É interessante observar que, nessa visão, a existência de um paradigma coloca o problema a ser resolvido e a concepção da aparelhagem capaz de resolver o problema. Os resultados obtidos pela pesquisa normal são significativos porque contribuem para aumentar o alcance e a precisão com os quais o paradigma pode ser aplicado.

A articulação da teoria do paradigma consiste no trabalho empreendido para resolver algumas de suas ambiguidades. Algumas das experiências que visam à articulação são orientadas para a determinação de constantes físicas. Contudo, os esforços para articular um paradigma não estão restritos à determinação de constantes físicas, podem também visar a leis quantitativas.

Frequentemente um paradigma que foi desenvolvido para um determinado conjunto de problemas é ambíguo na sua aplicação a outros fenômenos estreitamente relacionados. Nesse caso, experiências são necessárias para permitir uma escolha entre modos alternativos de aplicação do paradigma à nova área de interesse. Este trabalho leva a outras versões, fisicamente equivalentes, mas mais coerentes do ponto de vista lógico e/ou mais satisfatórias esteticamente.

A ciência normal, segundo Kuhn, é verdadeiramente cumulativa, mas uma revolução científica destrói a continuidade. Por conseguinte, a Ciência não se desenvolve pela acumulação de descobertas e invenções individuais, ideia esta difundida em alguns livros de Ciências de Ensino Fundamental e alguns livros de Física de Ensino Médio que precisa ser desmistificada.

Por outro lado, apesar de que a ciência normal é um empreendimento não dirigido a novidades (anomalias), e que a princípio tende a suprimi-las, ela pode ser eficaz em provocá-las. Paradigmas não podem ser corrigidos pela ciência normal. A ciência normal leva apenas ao reconhecimento de anomalias e crises.

No ensaio introdutório de Ian Hacking para o quinquagésimo aniversário da edição de *A Estrutura das Revoluções Científicas*, ele defende que:

Tal é a estrutura das revoluções científicas: ciência normal com um paradigma e dedicação para solucionar quebra-cabeças; seguida de sérias anomalias, que conduzem para uma crise; e finalmente resolução da crise por meio de um novo paradigma (KUHN, 2013, p. 14).

Decidir rejeitar um paradigma é sempre decidir simultaneamente aceitar outro e o juízo que conduz a essa decisão envolve a comparação de ambos os paradigmas com a natureza, bem como sua comparação mútua. Quanto maiores forem a precisão e o alcance de um paradigma, tanto mais sensível este será como indicador de anomalias e, conseqüentemente, de uma ocasião para a mudança de paradigma.

Anomalias são problemas, fatos ou fenômenos não explicáveis pelo paradigma vigente. Quando uma anomalia parece ser algo mais do que um novo quebra-cabeça da ciência normal, é sinal de que se iniciou uma crise.

Todas as crises iniciam com o obscurecimento de um paradigma e o conseqüente relaxamento das regras que orientam a pesquisa normal. As crises podem terminar de três maneiras:

1. Algumas vezes, a ciência normal acaba revelando-se capaz de tratar do problema que provoca a crise, apesar do desespero daqueles que o viam como o fim do paradigma existente.

2. Em outras ocasiões, o problema resiste até mesmo a novas abordagens aparentemente radicais. Nesse caso, os cientistas podem concluir que nenhuma solução para o problema poderá surgir no estado atual da área de estudo. O problema recebe então um rótulo e é posto de lado para ser resolvido por uma futura geração que disponha de instrumentos mais elaborados.

3. Uma crise pode terminar com a emergência de um novo candidato a paradigma e com uma subsequente batalha por sua aceitação.

Esta terceira maneira é, para Kuhn, a que mais interessa, pois está ligada ao progresso da Ciência, é um processo descontínuo, revolucionário, de reconstrução de uma área de estudos. Terminado esse processo, os cientistas terão modificado a sua concepção da área de estudos, de seus métodos e de seus objetivos.

Assim, ocorre uma revolução científica quando as anomalias solapam o paradigma vigente de tal maneira que a comunidade perde a confiança em suas teorias e metodologias e quando há um paradigma rival emergente que resolve tais anomalias e sugere pautas para um novo e frutífero período de ciência normal.

É exatamente porque a emergência de uma nova teoria rompe com uma tradição da prática científica e introduz uma nova dirigida por regras diferentes, situada no interior de um universo de discurso também diferente, que tal emergência só tem probabilidades de ocorrer quando se percebe que a tradição anterior equivocou-se gravemente.

A mudança descontínua de um paradigma para outro é o que Kuhn chama de *revolução científica*. Desse modo, o progresso científico, na perspectiva kuhniana, pode ser representado mediante o seguinte esquema aberto: pré-ciência; ciência normal (dentro de um paradigma); crise; revolução científica (mudança descontínua de paradigma); nova ciência normal (dentro do novo paradigma); nova crise; nova revolução.

Pré-ciência é a atividade desorganizada e diversificada que precede o amadurecimento científico caracterizado pela adesão a um paradigma. É esta adesão que identifica a ciência madura.

Para Kuhn, é possível identificar claramente pelo menos quatro condições para a mudança de paradigmas: 1. insatisfação com o paradigma existente; 2. inteligibilidade de um novo paradigma; 3. plausibilidade do novo paradigma (parece ter a capacidade de resolver anomalias não resolvidas pelo paradigma existente); 4. potencialidade no que se refere a um novo período de ciência normal frutífero.

Na escolha de um paradigma – como ocorre nas revoluções políticas – não existe critério superior ao consentimento da comunidade relevante.

Kuhn exemplifica uma das revoluções científicas como sendo a substituição do paradigma newtoniano pelo relativístico. Esta transição ilustra, segundo ele, com particular clareza, a revolução científica, como sendo um deslocamento da rede conceitual através da qual os cientistas veem o mundo. Para o autor, devemos superar a concepção de que a dinâmica newtoniana pode ser derivada (como um caso particular) da dinâmica relativística (comumente esta é a abordagem dos livros e das aulas nos cursos universitários de Física).

Para o autor, os referentes físicos dos conceitos einsteinianos não são de modo algum idênticos àqueles conceitos newtonianos que levam o mesmo nome. Por exemplo, a massa newtoniana é conservada; a einsteiniana é conversível com a energia.

As diferenças entre paradigmas sucessivos são ao mesmo tempo necessárias e irreconciliáveis. A tradição científica normal que emerge de uma revolução científica é não apenas incompatível, mas muitas vezes verdadeiramente *incomensurável* com aquela que a precedeu.

Para Ian Hacking (ibid.):

Incomensurabilidade é a ideia de que, no curso de uma revolução e da mudança de paradigma, as novas ideias e asserções não podem ser estritamente comparadas às antigas. Ainda que as mesmas palavras estejam em uso, seu significado próprio mudou. O que, por seu turno, levou à ideia de que uma nova teoria não é escolhida para substituir uma antiga, por ser verdadeira, mas, sim, bem mais por causa de uma mudança de concepção de mundo (KUHN, 2013, p. 14).

Na visão de Kuhn, o cientista que adota um novo paradigma precisa “ter fé” na sua capacidade de resolver os grandes problemas com que se defronta, ciente apenas de que o paradigma anterior fracassou em alguns deles.

Algumas das “boas razões” para aceitar o novo paradigma referem-se às qualidades de uma boa teoria: precisão, consistência, simplicidade, amplitude de aplicação e fecundidade. Provavelmente a alegação isolada mais comumente apresentada pelos defensores de um novo paradigma é a de que são capazes de resolver os problemas que conduziram o antigo paradigma a uma crise.

A troca de paradigmas envolve um processo de escolha entre paradigmas, no qual cada grupo utiliza seu próprio paradigma para argumentar em favor dele. Há fatores sociológicos e psicológicos envolvidos nesse processo que são os de persuasão e conversão, não de compulsão.

Não há argumento puramente lógico, racional, que demonstre a superioridade de um paradigma sobre outro e que force, assim, um cientista racional a fazer a mudança. Guiados por um novo paradigma, os cientistas adotam novos instrumentos e orientam seu olhar em novas direções. Embora o mundo não mude com uma mudança de paradigma, depois dela o cientista trabalha em um mundo diferente.

O novo paradigma deve parecer capaz de solucionar algum problema extraordinário, reconhecido como tal pela comunidade e que não possa ser analisado de nenhuma outra maneira; o novo paradigma deve garantir a preservação de uma parte relativamente grande da capacidade objetiva de resolver problemas, conquistada pela Ciência com o auxílio dos paradigmas anteriores.

Com frequência, alguns problemas antigos precisarão ser abandonados. Além disso, comumente a revolução diminui o âmbito dos interesses profissionais da comunidade, aumenta seu grau de especialização e atenua sua comunicação com outros grupos, tanto científicos como leigos.

Em geral uma teoria científica é considerada superior às suas predecessoras não apenas porque é um instrumento mais adequado para descobrir e resolver quebra-cabeças, mas também porque é, de algum modo, uma representação melhor do que a natureza realmente é.

Dentre as muitas implicações trazidas pelo modelo de Kuhn para o ensino de Ciências, algumas são destacadas: 1. A problematização do conhecimento e, conseqüentemente, o questionamento sobre a visão de Ciência tão difundida nos livros e nas aulas; o ensino do “método científico” como uma sequência rígida de passos que começam com uma observação e culmina numa descoberta; 2. A busca do paralelismo entre a história da Ciência e as concepções dos jovens acerca dos fenômenos físicos; 3. A busca de correspondência entre epistemologia e aprendizagem, no sentido de se utilizar sua teoria para entender algumas questões sobre a dinâmica da mudança conceitual e inspirar possíveis metodologias de ensino, embora este último seja objeto de críticas.

O livro *A Estrutura das Revoluções Científicas* termina com o desconcertante pensamento de que o progresso na Ciência não é uma simples reta que conduz à verdade. Trata-se mais de um progresso a distanciar-se de concepções, e de interações, menos adequadas do mundo.

O presente módulo didático foi pensado para introduzir aspectos conceituais, históricos e filosóficos da TRR na perspectiva de ruptura entre o paradigma newtoniano e o relativístico (KUNN, 2013). A discussão da mecânica relativística foi abordada como sendo uma revolução científica, que rompeu com a mecânica newtoniana a qual os alunos já haviam estudado. Foi discutido, em sala de aula, o porquê da TRR mostrar-se melhor nas suas explicações e previsões do que a mecânica newtoniana, em muitas situações. Os novos

conceitos foram apresentados em termos de conflito cognitivo instigando a curiosidade dos estudantes.

Mas alertamos que, ao contrário do que pensam alguns leigos, a mecânica de Newton não foi simplesmente abandonada, pois dependendo da situação física em estudo ela continua sendo usada. Em geral, um dos motivos pelos quais as pessoas têm dificuldade em acolher a TRR, reside no fato de que os efeitos relativísticos começam a ser percebidos apenas com velocidades superiores a 10% da velocidade da luz, sendo que em situações cotidianas lidamos com corpos que se movem com velocidades inferiores a esse valor.

A abordagem histórico-filosófica da TRR à luz da concepção kuhiana de desenvolvimento científico, além de oportunizar ao aluno a compreensão do que é uma revolução científica, contrapõe-se à noção de linearização do conhecimento que, em geral, é difundida pelos livros didáticos e nas salas de aula do Ensino Básico, segundo a qual a Ciência é um corpo de conhecimentos ao qual se vão acrescentando novas teorias. Estas, por sua vez, vão incorporando as anteriores na mais perfeita ordem, sem crises, sem contradições e sem substituições.

O que buscamos mostrar é que a mecânica newtoniana não é um caso particular da TRR porque as duas teorias são incomensuráveis, isto é, os referentes físicos dos conceitos einsteinianos não são de modo algum idênticos àqueles dos conceitos newtonianos que levam o mesmo nome.

#### 4. A PROPOSTA

Muitos estudantes do Ensino Básico detêm concepções alternativas sobre a Teoria da Relatividade Restrita. Possivelmente, já ouviram falar da “Teoria da Relatividade” ou, ao menos através da mídia, do cientista Albert Einstein, mas não é incomum que concluam o Ensino Médio sem nunca terem tido uma abordagem formal, ainda que introdutória, sobre esse tema. Assim, acabam levando para a vida um estereótipo inadequado da TRR, além de aterem-se, ao longo da vida escolar, à aprendizagem de tópicos pouco atraentes em detrimento de assuntos mais contemporâneos, mais adequados para a construção de uma cultura científica útil para a vida social.

O presente trabalho de mestrado justifica-se, assim, por ser uma iniciativa que busca motivar os estudantes ao estudo da Física, em particular da Física Moderna e Contemporânea, necessária para uma compreensão mínima dos princípios associados à moderna tecnologia, que tão profundamente mudou hábitos e costumes da sociedade atual; e por representar uma necessária atualização curricular buscando diminuir a lacuna entre a Física ensinada nas escolas e aquela construída nos modernos e sofisticados laboratórios de pesquisa ao redor do mundo.

Percebe-se que a abordagem feita em Física no Ensino Médio há muito tempo encontra-se demasiadamente distante dos conhecimentos contemporâneos das Ciências; que o estudante não consegue perceber plausibilidade no estudo dos conteúdos que aprende e com muita dificuldade reconhece no mundo tecnológico em que vive os princípios físicos abordados em sala de aula. Isto decorre do fato de que os conhecimentos escolares são apresentados de forma bastante descontextualizada, mas também porque a Física do século XX raramente é trabalhada nas escolas e quando o é, geralmente isso se dá em um nível muito superficial.

Além disso, conhecimentos da Física Moderna e Contemporânea são vistos como difíceis de serem trabalhados por grande parte dos professores de Física nas escolas, pois não se sentem encorajados a trabalhar temas desta natureza, muitas vezes em função de falta de formação apropriada.

Nesse sentido, buscamos desenvolver um módulo compatível com as condições que o professor dispõe e que com pouco esforço poderá executar junto aos seus alunos, trabalhando um tema atual e complexo de forma tangível.

Assim, o objetivo geral desta proposta didática é tornar possível o ensino da TRR no Ensino Médio articulando-a com distintos saberes (Física, História da Física e Epistemologia) e buscar alcançar uma necessária e importante atualização curricular com a introdução de um tópico de Física Moderna e Contemporânea – a Teoria da Relatividade Restrita.

Um primeiro objetivo específico da presente proposta de ensino foi explorar as potencialidades da TRR através de uma abordagem histórico-epistemológica e conceitual, buscando promover a construção de esquemas para assimilar novos conceitos de forma que façam sentido ao estudante.

Um segundo objetivo específico foi construir textos de apoio aos estudantes para auxiliá-los nessa construção e um produto educacional endereçado ao professor de Física para facilitar e encorajar a abordagem da TRR no Ensino Médio.

Por fim, como terceiro objetivo, pretendemos divulgar tanto os textos de apoio aos alunos quanto o produto educacional e a dinâmica do módulo de ensino, com o intuito de contribuir para a formação continuada dos docentes que não tiveram esse tipo de subsídio.

## 5. METODOLOGIA

Destacamos que, originalmente, a presente proposta didática foi pensada para explorar as potencialidades que a TRR possui em dialogar com a Matemática, pois conceitos como vetores, quadrivetores, matrizes etc., são presumivelmente aprendidos com pouco significado, isto é, são conceitos bastante abstratos para alunos do Ensino Médio. Esta mudança afetou inclusive o título que, em relação ao projeto, foi modificado.

Mas, no decorrer dos encontros, fizemos uma mudança de rumo, buscando atender às expectativas dos estudantes que queriam entender melhor, pelo menos qualitativamente, as consequências da TRR. Assim, o enfoque principal deste trabalho foi o de uma abordagem histórico-epistemológica e conceitual.

A primeira etapa deste trabalho compreendeu uma breve revisão da literatura e o entendimento da importância e necessidade de se trabalhar a Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, conforme argumentamos na introdução deste texto. Essa análise resultou na motivação para trabalharmos o tema Teoria da Relatividade Restrita (TRR) junto aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio, por ser um tema instigante.

### 5.1 O contexto

O módulo para abordar a TRR foi aplicado na modalidade de curso extraclasse a uma turma de terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Bom Jesus São Miguel, escola particular situada no município de Arroio do Meio, RS.

Arroio do Meio é uma pequena cidade que fica a 120 km da capital gaúcha, com aproximadamente 30 mil habitantes, de vocação agrícola e agroindustrial.

O Colégio Bom Jesus São Miguel é confessional e situa-se no centro da cidade. Ocupa dois prédios de arquitetura antiga, mas bem conservados. Foi fundado em 1931 e conta com um ginásio poliesportivo, tem um amplo espaço, com condições adequadas para cada nível de ensino, distribuídos nos turnos da manhã e tarde. Tem uma infraestrutura também adequada que permite ao professor planejar aulas diversificadas, dispondo de recursos como projetor multimídia nas salas de aula, laboratório de Ciências e de Informática.

Atende os segmentos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e Médio, contando com 292 alunos e tendo em seu quadro 28 educadores.



Figura 1. Imagens da cidade de Arroio do Meio e do Colégio Bom Jesus São Miguel (frente para a rua).  
Fonte: fotografias capturadas pela coorientadora deste trabalho.

A turma de terceiro ano do Ensino Médio, que foi contexto desta proposta didática, era composta por alunos com idades entre 16 e 18 anos. A sala de aula, adequada para 25-30 alunos, é bem iluminada, arejada, classes e cadeiras em boas condições, possui quadro de giz quadriculado e iluminado com lâmpada fluorescente, ar-condicionado, projetor multimídia, computador com acesso à *internet* e tela para projeção (Figura 2).



Figura 2. Imagens da sala de aula e da turma de 3º ano (durante aplicação da proposta) do Colégio Bom Jesus São Miguel, em Arroio do Meio, RS.

Fonte: fotografias capturadas pela coorientadora deste trabalho.

O módulo contou, ao todo, com vinte aulas de cinquenta minutos, distribuídas em dez encontros, totalizando dez semanas. A carga horária atual de Física no Colégio Bom Jesus São Miguel, para o terceiro ano, é de duzentos minutos semanais, o que corresponde a quatro horas-aula de cinquenta minutos.

O Quadro 1 apresentado na sequência sumariza a organização e os objetivos de cada encontro.

Quadro 1: organização das aulas do módulo didático.

Aula	Atividade	Argumento/objetivos	C H
1ª	A velocidade de propagação da luz no vácuo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber os diferentes métodos utilizados ao longo dos tempos e as dificuldades para medir a velocidade da luz;</li> <li>- revisar o conceito e a dimensão de “velocidade”;</li> <li>- ter uma noção do módulo da velocidade de propagação da luz e seu papel na Física.</li> </ul>	2 horas/aula
2ª	A natureza da luz	<ul style="list-style-type: none"> <li>- comparar as diferentes noções sobre a natureza da luz, desde os gregos antigos até nossa compreensão atual;</li> <li>- perceber o embate corpuscular <i>versus</i> ondulatório, que teve lugar ao longo da história a respeito da natureza da luz e as limitações de cada proposta;</li> <li>- revisar conceitos associados a fenômenos ópticos: reflexão, refração e velocidade de propagação em diferentes meios;</li> <li>- refletir sobre o processo de construção da Ciência, buscando desconstruir uma visão de um modelo linear, mostrando rupturas, como adverte Kuhn, tentativas frustradas, erros e acertos.</li> </ul>	2 horas/aula
3ª	O papel do éter luminoso na Física e as tentativas de evidenciar sua existência: o experimento de Michelson & Morley	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ter uma visão da evolução histórica da noção do éter luminoso, suas propriedades quase “milagrosas” e o papel que ele desempenhou na Física;</li> <li>- analisar as tentativas (frustradas) de evidenciar a existência do éter luminoso;</li> <li>- reconhecer as consequências decorrentes do fracasso da experiência de Michelson e Morley;</li> <li>- refletir sobre a interpretação de Lorentz e FitzGerald para o fracasso da experiência de Michelson e Morley;</li> <li>- interpretar o processo de construção da Ciência como sendo uma atividade humana provisória de construção do conhecimento científico.</li> </ul>	2 horas/aula

4ª	Referenciais inerciais; transformações galileanas; postulados da Teoria da Relatividade Restrita e suas implicações	<ul style="list-style-type: none"> <li>- distinguir um referencial inercial de um referencial não-inercial;</li> <li>- reconhecer as transformações de Galileu e as suas consequências;</li> <li>- analisar a relatividade de Newton e as suas consequências;</li> <li>- ter um primeiro contato com os postulados da TRR;</li> <li>- perceber as profundas consequências dos dois postulados da TRR;</li> <li>- examinar um aspecto epistemológico relevante, no sentido de que a TRR resolveu o conflito entre as transformações de Galileu e as equações de Maxwell e revolucionou os conceitos de espaço e tempo até então concebidos.</li> </ul>	2 horas/aula
5ª	Relatividade da simultaneidade, refinamento do conceito de observador e dilatação do tempo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber que eventos simultâneos em um determinado referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial;</li> <li>- articular a TRR e como ela tornou os conceitos de tempo e simultaneidade “relativos”;</li> <li>- construir o conceito de “observador” na relatividade;</li> <li>- descrever situações em que um relógio que se move muito rápido parece funcionar mais lentamente do que quando visto por um observador que não se move junto com ele;</li> <li>- intuir o significado de dilatação temporal;</li> <li>- deduzir a equação da dilatação do tempo usando o teorema de Pitágoras;</li> <li>- refletir sobre o quanto a TRR mostra-se anti-intuitiva e como os conceitos vão se transformando diante de inovações teóricas, o que torna a Ciência um empreendimento dinâmico.</li> </ul>	2 horas/aula
6ª	O espaço-tempo, o paradoxo dos gêmeos e a contração do comprimento	<ul style="list-style-type: none"> <li>- reconhecer situações em que dois observadores compartilham a mesma região do espaço-tempo;</li> <li>- examinar o paradoxo dos gêmeos e perceber que o problema não é simétrico;</li> <li>- intuir que a medida do comprimento de um objeto, quando se desloca com velocidade próxima da luz, é menor do que quando se encontra em repouso;</li> <li>- reconhecer a contração do comprimento, e que ela ocorre apenas na direção do movimento;</li> <li>- estimar que a contração do comprimento decorre do segundo postulado da TRR.</li> </ul>	2 horas/aula
7ª	O paradoxo do celeiro, detecção dos múons, a experiência de Hafele-Keating, aparência visual de objetos em movimento relativístico e adição de velocidades na Relatividade Restrita	<ul style="list-style-type: none"> <li>- entrar em contato com o paradoxo do celeiro;</li> <li>- ter uma abordagem histórica e conceitual das principais confirmações experimentais da TRR: detecção dos múons e a experiência de Hafele-Keating;</li> <li>- intuir a aparência visual de objetos em movimento relativístico (ver/fotografar um objeto em movimento relativístico não é o mesmo que observar um objeto em movimento relativístico);</li> <li>- trabalhar a adição de velocidades para ajudar a perceber, uma vez mais, que nenhum objeto material pode se mover mais rapidamente do que a luz no vácuo;</li> <li>- reconhecer que quando as velocidades são pequenas (comparadas com a velocidade de propagação da luz no vácuo), a adição de velocidades na TRR coincide com a soma galileana de velocidades.</li> </ul>	2 horas/aula
8ª	Quantidade de movimento relativística e energia relativística	<ul style="list-style-type: none"> <li>- reconhecer o conceito de quantidade de movimento relativística;</li> <li>- identificar o significado da equivalência massa-energia;</li> <li>- avaliar por que as equações da quantidade de movimento relativística e da energia relativística total mostram que é impossível colocar uma partícula material na velocidade da luz;</li> <li>- perceber que quando os valores de velocidade considerados são muito menores que a da luz, as equações relativísticas da quantidade de movimento e da energia cinética reduzem-se às respectivas equações da mecânica clássica;</li> <li>- intuir o limite de validade das teorias científicas.</li> </ul>	2 horas/aula
9ª	Efeito Doppler relativístico, diagramas de Minkowski e o espaço-tempo e o Sistema de Posicionamento Global (GPS)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber que o efeito Doppler também ocorre com ondas eletromagnéticas;</li> <li>- analisar a formulação da TRR em termos geométricos através dos diagramas de Minkowski;</li> <li>- reconhecer uma das aplicações cotidianas mais importantes da TRR e Geral que é o Sistema de Posicionamento Global (GPS).</li> </ul>	2 horas/aula
10ª	Noções da Teoria da Relatividade Geral	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ter contato com a Teoria da Relatividade Geral;</li> <li>- Avaliar o módulo de ensino.</li> </ul>	2 horas/aula

A implementação da sequência didática ocorreu nos meses de abril, maio, junho, julho e agosto de 2016, tendo sido oferecida na modalidade extraclasse, nas sextas-feiras à tarde, das 13h05min às 14h45min, para todos os alunos da única turma de terceira série do Ensino Médio do colégio.

Foram preparados textos de apoio, um para cada encontro, sendo que estes eram entregues alguns dias antes das aulas para que os estudantes pudessem lê-los, ou seja, era solicitada uma tarefa de leitura antes de cada encontro. Ao final dos textos aparecem exercícios que deveriam ser resolvidos, em sala de aula, após a apresentação expositiva, as leituras e as discussões, visando auxiliar a compreensão dos conceitos e esclarecer termos desconhecidos constantes nos textos.

Os textos de apoio são apresentados nos apêndices do presente trabalho e a resolução de alguns exercícios mais relevantes é comentada ao longo da narrativa.

A metodologia didática iniciava como uma exposição dialogada conduzida pelo professor, guiada por apresentações em *PowerPoint* e com uso do quadro de giz para ajudar na explicação dos conceitos e para a realização de cálculos simples.

Alguns conceitos contraintuitivos eram lidos em voz alta a partir dos textos de apoio e espaços para discussões eram permanentemente abertos, assim como a manifestação verbal dos alunos era instigada através de sistemáticos questionamentos. Em algumas aulas foram dispostas as classes em formato de círculo para facilitar a troca de ideias.

## 6. IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA

Este capítulo tem o objetivo de narrar a dinâmica, o contexto de sala de aula e os principais eventos que marcaram a aplicação do módulo que foi construído para introduzir histórica e conceitualmente a TRR. Como explicitado no Capítulo 4, o módulo foi aplicado na única turma de terceiro ano do ensino médio do Colégio Bom Jesus São Miguel.

Passa-se, então, a descrever como se deram os eventos educativos, de introdução de aspectos da TRR, através de uma narrativa aula a aula. A descrição segue a ordem em que foram implementadas as aulas. Foram preparados planos de aula para cada encontro que são apresentados antes de cada narrativa.

### 6.1 AULA 1

#### 6.1.1 Plano de Aula

**Data:** 01/04/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** a velocidade de propagação da luz no vácuo.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) refletir, através de uma abordagem histórico-epistemológica, sobre como a velocidade de propagação da luz foi pensada em diferentes épocas ao longo da história da Ciência;
- b) perceber os diferentes métodos (e experimentos) utilizados ao longo dos tempos e as dificuldades para medir a velocidade da luz;
- c) revisar o conceito e a dimensão de “velocidade”;
- d) ter uma noção do módulo da velocidade de propagação da luz e seu papel na Física;
- e) resolver exercícios simples para perceber que a velocidade da luz é incomparavelmente superior às velocidades cotidianas, de senso comum;
- f) refletir sobre o processo de construção da Ciência, tentativas frustradas (erros e acertos) e a importância da invenção de novas técnicas, mais precisas e avançadas.

Temos o cuidado de tentar promover o crescimento cognitivo, como propõe Piaget, introduzindo a TRR de forma a não provocar um desequilíbrio grande demais, mas ao mesmo tempo permitindo que os alunos sintam-se desafiados e executem ações, por exemplo, resolver exercícios e pequenas tarefas. O texto de apoio (Apêndice A) será entregue aos alunos na manhã do dia 30/03/2016, oportunizando, assim, uma leitura prévia do mesmo antes da Aula 1. O texto possui uma linguagem simples e apresenta os conceitos mais importantes com letra colorida, o que facilita a assimilação (incorporação dos conteúdos nos esquemas existentes, enriquecendo-os). Também permite que o professor consiga, durante a aula, relacionar os esquemas de assimilação espontâneos dos alunos com aqueles que ele quer ensinar, com o mínimo de desequilíbrio. O referido texto apresenta também figuras que visam facilitar a interiorização, ou seja, o processo pelo qual as atividades e eventos do mundo real adquirem representação mental.

O objetivo geral é promover uma preparação prévia para a Teoria da Relatividade Restrita já que na referida teoria a luz tem papel preponderante.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: apresentação dialogada de um resumo do texto de apoio preparado para essa aula (Apêndice B), com uso do projetor multimídia da sala de aula.

Desenvolvimento: faremos uma exposição gradual articulada com uma série de questões para trabalhar os conceitos estudados e tentando perceber o nível de compreensão dos alunos. Para isto, permitiremos que os alunos falem e exponham seus pontos de vista. Exercícios (Apêndice C) serão resolvidos em aula e entregues ao professor no final do encontro. As respostas serão tabuladas e corrigidas pelo professor e devolvidas aos alunos no início da Aula 2.

Fechamento: No final da aula cada aluno receberá uma cópia do texto de apoio da Aula 2 (Apêndice D) e a turma será orientada sobre a importância de fazer a leitura prévia.

**Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- texto impresso a ser entregue aos estudantes.

**Avaliação**: os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

**6.1.2 Narrativa da Aula 1**

Iniciei o estudo da velocidade de propagação da luz no vácuo mostrando os slides preparados para esse fim (Apêndice B). Os alunos levaram para a sala de aula o texto de apoio (Apêndice A) que foi entregue para eles no dia 30/03/2016, tendo sido oportunizado uma leitura prévia do mesmo.

No começo da minha explanação falei um pouco da vida de Einstein. Comentei que Elsa Einstein, a segunda esposa de Albert Einstein, era sua prima. O pai dela chamava-se Rudolf Einstein (era primo do pai de Albert Einstein, Hermann Einstein) e a mãe chamava-se Fanny Koch Einstein (irmã da mãe de Albert Einstein, Pauline Koch Einstein). Eles não tiveram filhos. Os filhos de Albert Einstein nasceram quando ele era casado com Mileva Maric, que foi sua primeira esposa. Mileva fora colega dele no curso técnico da Politécnica de Zurique (*Eidgenössische Polytechnische Schule*).

Em seguida, comentei que o maior desafio que os alunos iriam enfrentar nas próximas aulas não seria entender a TRR, mas aceitar suas consequências. Aceitar, por exemplo, que o tempo passa mais devagar numa nave espacial que se move, em relação a nós, com velocidade muito alta. Falei que, antes de estudarmos a TRR, precisávamos falar da luz, pois ela tem papel fundamental dentro da referida teoria.

Expliquei que ao longo da história da Ciência havia duas noções sobre a velocidade da luz: um grupo de pensadores afirmava que a velocidade da luz era finita; outro grupo afirmava que era infinita. A maioria dos antigos filósofos gregos afirmava que a luz teria velocidade infinita. Expliquei que um pensador grego chamado Aristóteles, que viveu no séc. IV a.C., afirmava que a luz se propagava de forma instantânea. Empédocles, no séc. V a.C., foi o primeiro filósofo grego a sustentar que a luz se propagava com velocidade finita. Os métodos de investigação existentes naquela época eram muito limitados. Eles permitiam apenas o levantamento de hipóteses por parte dos pensadores.

Caio Plínio Segundo, um naturalista romano, sustentava que a velocidade da luz era maior do que a do som. Um dos meios de chegar a essa conclusão é perceber que o som de um trovão, durante uma tempestade, chega até nós segundos depois do lampejo do raio. Então, instiguei dizendo: “*todo mundo aqui nessa sala já deve ter percebido que você primeiro enxerga o clarão e após um pequeno intervalo de tempo você escuta o trovão*”. Esse fenômeno natural mostra que a velocidade da luz é muito maior que a velocidade do som.

Abordei que no séc. X, um estudioso árabe conhecido por Avicena afirmava que a luz, embora tivesse uma velocidade que não podia ser medida, era finita. Ele foi apoiado por outro estudioso árabe chamado Alhazen.

Falei de Galileu Galilei e de sua condenação pela Igreja Católica por ter defendido que a Terra não era o centro do Universo.

Galileu viveu no séc. XVI e propôs uma experiência para medir a velocidade da luz. Instiguei perguntando: “*Como era essa experiência?*”. Ele sugeriu colocar duas pessoas com lanternas no alto de duas colinas, e a distância entre essas duas montanhas era de 1.500 m, aproximadamente. Instiguei-os, novamente, perguntando: “*como é que “funciona” essa experiência?*”. Eles tinham de “subir” até o cume das colinas com as lanternas tampadas, sem que um visse a luz emitida pela outra lanterna. O primeiro indivíduo tinha que descobrir sua lanterna e o segundo, ao perceber a luz emitida pela primeira lanterna teria que descobrir a lanterna dele. O tempo que transcorria entre o descobrir da primeira lanterna e a percepção da luz emitida pela segunda lanterna seria o tempo que a luz demorava para ir e voltar.

Neste momento percebi que alguns alunos não haviam entendido muito bem a experiência de Galileu. Então dirimi as dúvidas. Tínhamos de supor duas pessoas com lanternas e ambas estavam cobertas. O primeiro indivíduo descobre a lanterna que emite luz. Quando o segundo indivíduo percebe a luz oriunda da primeira lanterna, ele descobre a lanterna dele. O primeiro indivíduo mede o intervalo de tempo entre o ato de descobrir sua lanterna e a percepção da luz vinda da outra. Esse era o intervalo de tempo que a luz demorava para ir e voltar entre as colinas.

Após alguns diálogos, sugeri que os alunos respondessem as quatro primeiras questões da lista de exercícios (Apêndice C). Eles sentaram em duplas para dialogar e escrever as respostas. Podiam consultar o texto de apoio (Apêndice A) ou pedir para o professor mostrar novamente algum slide (Apêndice B).

Depois de responderem, reiniciei a explanação mostrando o slide 12 (Apêndice B). Comecei perguntando: “*O experimento de Galileu fracassou. Por quê?*”. Expliquei que o fracasso ocorreu porque a velocidade da luz é muito grande, e que o tempo para a luz ir e voltar era da ordem de  $10^{-5}$  s, intervalo extremamente pequeno. Era impossível, na época, medir um intervalo de tempo tão curto.

Embora tenha fracassado, esse foi o primeiro experimento conhecido para medir a velocidade da luz. E por isso que ele é importante. Então eu perguntei: “*quando foi a primeira vez que algum físico conseguiu determinar a velocidade da luz?*”. Foi no séc. XVII com o físico dinamarquês Ole Christensen Römer.

Instiguei perguntando: “*o que foi que o Römer fez?*”. Römer, observando o movimento de um dos satélites de Júpiter, verificou que periodicamente esse satélite se escondia atrás de Júpiter. Então ele mediu o intervalo de tempo entre dois eclipses consecutivos e encontrou 42,5 h. Römer organizou uma tabela de horários dos eclipses que ocorreriam durante um ano inteiro. Mas daí ele teve uma surpresa. Seis meses mais tarde, quando a Terra se encontrava na posição B da figura (slide 15 do Apêndice B), Römer verificou que os eclipses estavam acontecendo alguns minutos depois dos horários previstos. Se a luz tivesse velocidade infinita, esse atraso não poderia acontecer. Römer intuiu que em seis meses a Terra passa de A para B e Júpiter praticamente não sai do lugar porque está muito mais distante do Sol do que a Terra. A luz proveniente do satélite precisa percorrer uma determinada distância até A,

e uma distância adicional AB, para alcançar o nosso planeta na posição B. E, portanto, Römer concluiu que a causa desse atraso era que a luz, seis meses mais tarde, tinha que percorrer a distância adicional AB. Dessa maneira, o atraso observado nos eclipses seria igual ao tempo que a luz gasta para percorrer a distância correspondente ao diâmetro da órbita da Terra. Expliquei pormenorizadamente a figura do slide 18 (Apêndice B) e, em seguida, noticiei que Römer pode calcular a velocidade da luz e encontrou 225.000 km/s. Hoje, consideramos a velocidade da luz como sendo, aproximadamente, 300.000 km/s.

Em seguida eu abordei que no séc. XIX um físico francês chamado Armand Fizeau conseguiu medir a velocidade da luz com muita precisão. Ele fez um feixe de luz percorrer a distância de 16 km sobre a superfície da Terra. Ele usou o dispositivo que aparece na figura do slide 21 (Apêndice B) que utiliza uma roda dentada e lâminas de vidro semitransparente. O intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastava para efetuar o percurso de ida e volta, entre a roda e o espelho M, é igual ao intervalo de tempo  $\Delta t'$  que a roda gastava girar o ângulo correspondente à distância entre dois intervalos consecutivos ou aberturas consecutivas. Conhecendo o número de rotações que a roda percorre por segundo (que é a frequência em hertz) e o número de dentes que ela possuía, Fizeau obteve a velocidade da luz pela relação:  $c = (2d)/(\Delta t)$  e encontrou  $c = 3,13 \times 10^8$  m/s, que é um valor muito próximo do valor que é aceito hoje que é, aproximadamente,  $3,00 \times 10^8$  m/s. Portanto, fazendo essa experiência, ele chegou muito perto do valor atual da velocidade da luz.

Encerradas as discussões eu pedi que os alunos fizessem a questão número 5 (Apêndice C) e, antes de fazerem a questão 6 (Apêndice C), mostrei uma simulação<sup>1</sup> da experiência feita por Fizeau. Em seguida, os alunos fizeram a questão 7 (Apêndice C).

No final da aula, recolhi as respostas e entreguei aos alunos o texto de apoio da Aula 2 (Apêndice D). Orientei a turma sobre a importância de fazer a leitura prévia.

### 6.1.3 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.2) *Liste alguns cuidados importantes que deveriam ter sido tomados no experimento proposto por Galileu para que ele pudesse fornecer bons resultados.*

Resposta esperada:

- *descontar o tempo de reação de cada um dos operadores – o tempo de reação pode ser “medido”, por exemplo, com experimentos simples. Os operadores podem ser treinados para aumentar sua velocidade de resposta;*
- *escolher uma noite sem luar para favorecer a visibilidade das lanternas;*
- *usar um fundo escuro para realçar a luz da chama.*

**Aluno 1:** *As lanternas não poderiam ser percebidas por eles antes de estarem em posição e era necessário o uso de um método de controlar o tempo para as luzes se encontrarem.*

**Aluno 2:** *Terem deixado os homens mais distantes um do outro, pois a velocidade da luz é muito grande. Levar em conta os tempos de reação dos dois homens. Usar uma espécie de cronômetro existente na época. Ter cuidado para outras luzes não interferirem no experimento.*

**Aluno 3:** *Na minha opinião eu acho que o experimento deveria ser realizado numa noite sem luar, para visualizar melhor a luz da lanterna.*

---

<sup>1</sup> <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/58/Fizeau.ogg>

**Aluno 4:** *Alguns cuidados importantes para o experimento de Galileu seriam de que uma pessoa tem um tempo de reação, que deveria ser considerado, ignorar ele gera uma divergência enorme no resultado. A distância entre as duas lanternas também deveria ser maior, já que se trata de uma velocidade muito grande, uma distância de 3.000 m é insignificante para a luz percorrer, sendo praticamente impossível medir o tempo.*

**Aluno 6:** *Um maior afastamento entre os dois indivíduos, com as lanternas. E o tempo decorrido para medir a velocidade não seria possível apenas pela “percepção”.*

Q.4) *Por que o experimento de Galileu mostrado na Figura 2 não teve sucesso?*

*Resposta esperada:*

*Porque o intervalo de tempo que a luz gastava para percorrer a distância de ida e volta entre as duas colinas é extremamente pequeno. Portanto, não era possível, naquela época, medir o seu valor.*

**Aluno 1:** *Pois a velocidade da luz é muito grande e, assim, no experimento proposto por ele, a luz demorava cerca de  $1 \cdot 10^{-5}$  s para efetuar o percurso de ida e volta entre as duas colinas. Esse tempo, extremamente pequeno, era impossível de ser medido com os aparelhos de que dispunha Galileu, sendo esta a causa do fracasso de seu experimento.*

**Aluno 3:** *Não teve sucesso porque a velocidade da luz é muito grande e, assim, no experimento proposto por ele, a luz demorava cerca de  $10^{-5}$  s para efetuar o percurso de ida e volta entre as duas colinas. Esse tempo, extremamente pequeno, era impossível de ser medido com os aparelhos de que dispunha Galileu, sendo esta a causa do fracasso de seu experimento.*

**Aluno 7:** *Porque não havia instrumentos que mediam intervalos de tempo tão pequenos.*

Foi possível perceber, através da análise de todas as respostas, que a maioria dos alunos teve bom nível de comprometimento. Demonstraram ter compreendido os experimentos e as dificuldades para se medir a velocidade da luz. As respostas não apresentaram problemas de anacronismos, mostrando que eles conseguiram perceber as dificuldades, de cada época, para se obter resultados científicos cada vez mais precisos.

## 6.2 AULA 2

### 6.2.1 Plano de Aula

**Data:** 08/04/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** a natureza da luz.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) comparar as diferentes noções sobre a natureza da luz, desde os gregos antigos até nossa compreensão atual;
- b) perceber o embate corpuscular *versus* ondulatório, que teve lugar ao longo da história a respeito da natureza da luz e as limitações de cada proposta;
- c) revisar conceitos associados a fenômenos ópticos como: reflexão, refração e velocidade de propagação da luz em diferentes meios;
- d) refletir sobre o processo de construção da Ciência buscando desconstruir a visão de um modelo linear, mostrando rupturas, como adverte Kuhn, tentativas frustradas, erros e acertos.

Temos o cuidado de “preparar o terreno” para a introdução da TRR, discutindo conceitos preliminares de forma a não provocar um desequilíbrio grande demais na estrutura cognitiva dos aprendizes. O texto de apoio para esta aula (Apêndice D) será entregue antecipadamente (no final da Aula 1, em 01/04/2016), oportunizando, assim, uma leitura prévia do mesmo. A exemplo do primeiro, o texto possui uma linguagem simples, apresenta os conceitos mais importantes com letra colorida e contém figuras, o que visa facilitar a assimilação (incorporação dos conteúdos nos esquemas existentes, enriquecendo-os).

O objetivo geral, como já mencionado, é promover preparação prévia para a Teoria da Relatividade Restrita, já que na referida teoria a luz tem papel preponderante.

#### **Procedimentos:**

Atividade inicial: apresentação de um resumo do texto de apoio (Apêndice E) preparado para esta aula, através do projetor multimídia existente na sala de aula.

Desenvolvimento: faremos uma exposição gradual e dialogada, propondo questões para trabalhar os conceitos estudados. Com essa estratégia pretendemos perceber o nível de compreensão dos alunos ou dificuldades que, eventualmente, forem surgindo. Questões (Apêndice F) a serem resolvidas serão entregues pelos alunos ao professor no final da aula e as respostas serão tabuladas, corrigidas e devolvidas aos alunos no início da Aula 3.

Fechamento: No final da aula cada aluno receberá uma cópia do texto de apoio da Aula 3 (Apêndice G) e a turma será orientada a fazer a tarefa de leitura prévia.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

## 6.2.2 Narrativa da Aula 2

Iniciei o estudo da natureza da luz mostrando os slides preparados para esse fim (Apêndice E). Os alunos tinham consigo o texto de apoio (Apêndice D) que fora entregue no final da Aula 1, no dia 01/04/2016.

No primeiro momento da aula mostrei e expliquei os slides (Apêndice E) e no segundo momento os alunos resolveram os exercícios (Apêndice F).

Noticiei que desde a antiguidade o homem se pergunta “*por que vemos um objeto?*” e “*o que é a luz?*”. Um pensador grego chamado Leucipo de Mileto afirmava que enxergamos por causa das pequenas partículas emitidas pelos objetos que atingem os nossos olhos. Empédocles afirmava que o nosso olho emite feixes visuais que interagem com os objetos para colher informações sobre eles. Essas eram as duas hipóteses da época para responder às perguntas.

Discutir a natureza da luz foi sempre muito complicado. Houve duas hipóteses concorrentes: um grupo de cientistas defendia que a luz era constituída de partículas que percorriam o espaço em linha reta com velocidade muito grande; outro grupo entendia que a luz seria uma espécie de vibração, uma onda, que atravessa todas as substâncias transparentes. Então tínhamos, basicamente, dois paradigmas. O primeiro defendia que a luz era constituída de partículas e o outro defendia que a luz era uma onda. *Qual dos dois está correto?*

Neste momento um aluno respondeu: “os dois!”.

Prossigui com a explanação falando do físico italiano Leonardo da Vinci que, percebendo a semelhança entre a reflexão da luz e o fenômeno do eco, levantou a hipótese de que a luz, assim como o som, era uma onda.

No séc. XVII houve uma intensa polêmica entre o físico holandês Christiaan Huygens e o físico inglês Isaac Newton. Eles defendiam concepções opostas para a natureza da luz. Huygens defendia a ideia de que a luz era uma onda, ou seja, uma vibração que se propaga no espaço. Newton defendia a hipótese de que a luz era constituída de pequenas partículas dotadas de massa.

Huygens defendia que a luz se propagava num meio chamado éter que ocupava todo o espaço vazio. A concepção do éter foi lançada antes de Cristo e foi usada até a época de Einstein.

Essas duas concepções conseguiam explicar diversas situações físicas. Por exemplo: *como essas concepções explicam que a luz emitida pelo Sol chega à Terra?* Segundo o modelo de Huygens, não seria possível a luz chegar até nós se o espaço entre o Sol e a Terra fosse vazio, pois não haveria um meio material para ser perturbado. Naquela época não se aceitava a ideia de uma onda se propagando no vazio. *Se entre o Sol e a Terra há vazio, então, como é que a luz, sendo uma onda, chega até nos?*

Neste momento um aluno perguntou se a luz, naquela época, era considerada uma onda mecânica. Respondi que naquela época não se conheciam as ondas eletromagnéticas. Elas foram previstas teoricamente por Maxwell no séc. XIX. Só eram conhecidas as ondas mecânicas que, como sabemos, necessitam de um meio material para se propagar.

Mostrei, então, o slide 10 (Apêndice E) que ilustrava uma experiência que fizemos na universidade: usando uma bomba de vácuo, colocamos um relógio dentro de uma campânula de vidro; o relógio estava mexendo a sineta; depois que o ar foi retirado da campânula, não escutamos praticamente nada. Essa experiência mostra que o som não se propaga no vácuo e, portanto, é uma onda mecânica e necessita de um meio material para se propagar.

Assim, dado que a luz do Sol chega à Terra e não havia resultado experimental que demonstrasse a existência de uma substância que servisse de meio para sua propagação, ganhava força a versão corpuscular para a natureza da luz. Se a luz é constituída de partículas, não há problema para ela se propagar no vazio. A concepção de Newton conseguia explicar

satisfatoriamente porque a luz do Sol chega até nós. Huygens não conseguia explicar esse fenômeno natural.

Em seguida, discuti o slide 14 (Apêndice E) e perguntei: “*Se eu pegar duas lanternas ligadas e cruzar os feixes de luz, um perturba o outro?*”. Um aluno fez alusão ao Princípio da Independência dos raios luminosos. Confirmei dizendo que os feixes se propagam como se nada tivesse acontecido. Mas se a luz fosse constituída de partículas, na região de cruzamento as partículas iriam se chocar, provocando alterações tanto nas propriedades físicas quanto no trajeto, como mostra a figura à esquerda do slide 14 (Apêndice E).

Instiguei perguntando: “*como a hipótese da natureza da luz como partícula explica a reflexão da luz?*”. Mostrei o slide 16 (Apêndice E) que mostra que pequenas esferas colidindo elasticamente contra uma superfície lisa são refletidas, de tal modo que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, como acontece com a luz. Assim, percebam que o modelo de luz como partícula consegue explicar satisfatoriamente o fenômeno da reflexão da luz. Segui instigando: “*será que o Huygens também consegue explicar a reflexão da luz?*”.

O modelo de luz como onda também consegue explicar porque ocorre a reflexão da luz quando ela incide num espelho plano. Neste momento expliquei pormenorizadamente a figura do slide 17 (Apêndice E) com base em frentes de onda. “*Vocês se lembram que as frentes de onda formam um ângulo de 90° com os raios de onda e que a distância entre duas frentes de onda consecutivas é igual a um comprimento de onda?*”. Concluímos que, em relação à reflexão da luz, tanto o modelo ondulatório quanto o modelo de luz como partícula explicam satisfatoriamente a reflexão da luz.

Instiguei novamente: “*mas agora vai surgir um fenômeno que um dos modelos não consegue explicar!*”.

Passei a abordar a refração, cuja lei geral foi determinada pelo físico holandês Willebrord Snell e pelo físico francês René Descartes. “*Como explicar que a luz deslocando-se do ar para a água aproxima-se da reta normal à superfície livre da água, quando a incidência for oblíqua?*”. Mostrei o slide 19 (Apêndice E) em que aparecem partículas que constituem a luz migrando do ar para a água.

“*Como Newton explicava isso?*”. Ele defendia que as partículas que constituem a luz, ao se aproximarem da água, eram afetadas por uma força de atração gravitacional que provocava uma mudança na direção do movimento. Essa força de atração seria responsável pelo desvio dessas partículas. Expliquei que mais tarde, ficou evidenciado que Newton estava equivocado. Mas naquela época não havia como “provar” isso.

Um dos alunos fez alusão à experiência de Fizeau, mostrada na Aula 1. Eu lembrei que a referida experiência aconteceu no séc. XIX e que Huygens e Newton morreram nos séculos XVII e XVIII, respectivamente.

Passei a mostrar o slide 25 (Apêndice E) e comentei que Huygens também fornecia uma explicação para a refração, considerando a luz uma onda. O problema é que ele explicava por meio de uma construção geométrica engenhosa. Não é muito didático. Primeiro elucidei como o modelo de Huygens explicava a reflexão da luz num espelho plano. Na figura que aparece no slide 25 (Apêndice E), o feixe de luz incidente é cilíndrico (constituído de raios luminosos paralelos entre si) e o segmento de reta AC indica uma frente de onda incidente. O princípio de Huygens é que cada partícula do meio atingido pela onda que se propaga começa a vibrar e funciona como uma fonte pontual de novas ondas com frentes de onda esféricas (as chamadas ondas secundárias). Se tomarmos o segmento AB, cada ponto nele contido emite ondas secundárias com frentes de onda esféricas. Nós enxergamos, na mesma figura, que o segmento NB representa uma frente de onda refletida, que obtemos tornando uma reta tangente às frentes de onda esféricas.

Neste momento um aluno disse que estava enxergando muitos riscos, mas que não tinha entendido muito bem.

Então eu expliquei de outra forma: “*O que são esses segmentos de reta azuis?*”. Frentes de onda incidentes. A frente de onda é perpendicular ao raio de onda. AC, de acordo com o texto, é uma frente de onda incidente. “*Vocês enxergam que os três segmentos de reta azuis KL<sup>2</sup> também representam frentes de onda incidentes?*”. “*Vocês enxergam que os três segmentos de reta pretos KO<sup>3</sup> representam frentes de onda refletidas?*”. PM também é uma frente de onda refletida. O modelo de Huygens defendia que com a chegada de uma frente de onda incidente, todas as partículas que constituem a reta AB começam a vibrar e ao vibrarem, elas emitem ondas secundárias que possuem frentes de onda circulares (esféricas). O ponto A, os três pontos K e o ponto B emitem ondas secundárias com frentes de onda circulares (esféricas). *Vocês percebem que esta frente de onda refletida (segmento de reta NB) é tangente às frentes de onda circulares (esféricas)?* Essa era a ideia do modelo do Huygens.

Agora temos que aplicar esse mesmo princípio para explicar a refração. “*Isso é muito legal!*”. Neste momento os alunos riram e eu também. Para a refração, alguns detalhes precisavam ser esclarecidos. Huygens teve que “temperar” o princípio dele. Neste momento eu mostrei o slide 28 (Apêndice E).

O feixe de luz incidente é cilíndrico e vai do ar para a água. Com a chegada de uma frente de onda incidente, cada ponto contido no segmento AB emite ondas secundárias com frentes de onda esféricas. O ponto A representa uma partícula da água que vibra com a chegada de uma frente de onda. Só que Huygens acrescentou que a luz se propaga na água com velocidade menor que a do ar. A frente de onda esférica, construída a partir de A, percorre uma distância menor que as construídas a partir dos outros pontos do feixe que ainda não interagiram com a água (que ainda estão se propagando no ar).

Passei para a figura do slide 28 (Apêndice E) e expliquei que os raios luminosos incidentes são os segmentos de reta pretos. Frentes de onda incidentes são os segmentos de reta azuis AC, KL, KL e KL. As frentes de onda são perpendiculares aos raios de onda. Eu tenho quatro frentes de onda incidentes (AC, KL, KL e KL) e quatro frentes de onda refratadas na água (OK, OK, OK e NB). O ponto A é uma partícula da água que vibra pela chegada de uma frente de onda incidente. Os pontos do segmento de reta AB emitem ondas secundárias com frentes de onda esféricas. Só que essas ondas secundárias se propagam na água com velocidade menor que no ar.

A frente de onda construída a partir de A percorre uma distância equivalente a 1 AO, enquanto a frente de onda construída a partir de H percorre uma distância equivalente a 1 HK. Como  $AO < HK$ , confirma-se que a velocidade de propagação da luz na água é menor que no ar. Após toda a frente de onda incidente atingir a superfície da água não há mais quebra na referida frente de onda e toda ela se propaga numa direção segundo um ângulo de refração “r” menor que o de incidência “i”.

Noticiei que era dessa forma Huygens explicava a refração da luz.

Então, perguntei: “*Quem tem razão? Newton ou Huygens?*”. O Newton defendia que a luz se propaga com velocidade maior na água que no ar. Huygens dizia que a velocidade de propagação da luz é menor na água. “*Quem está com a razão?*” “*De que lado os cientistas ficaram?*”.

Um aluno respondeu: “*Do lado do Newton*”.

Os cientistas ficaram do lado do Newton porque ele era um cientista mais conhecido.

---

<sup>2</sup> Se olhar atentamente para a figura que consta no slide 25 (Apêndice E), verá que nela aparecem três segmentos de reta azuis KL. Todas elas representam frentes de onda incidentes.

<sup>3</sup> Se olhar novamente com atenção para a figura que consta no slide 25 (Apêndice E), verá que nela aparecem três segmentos de reta pretos KO. Todas elas representam frentes de onda refletidas.

Outro aluno disse que “*é mais fácil entender a proposta do Newton que a do Huygens*” e que “*isso também pode ter influenciado os cientistas a ficarem do lado do Newton*”.

Expliquei que os newtonianos se destacaram ao aplicar as ideias de Newton em novos fenômenos e obter resultados importantes. Além de contar com a notoriedade do físico inglês, a hipótese newtoniana ganhou a confiança da comunidade de cientistas e por cerca de um século a comunidade de cientistas aceitou a natureza da luz como sendo corpuscular.

Falei, então, que nesse momento apareceu um físico que mudou tudo. O físico francês chamado Jean Bernhard Léon Foucault conseguiu medir a velocidade da luz na água e verificou que a referida velocidade era menor que no ar. Isso foi em 1862. As ideias de Newton foram abandonadas, pois levavam a conclusões que estavam em desacordo com os resultados experimentais. Neste momento eu mostrei o slide 34 (Apêndice E).

Solicitei, depois, que respondessem algumas questões (Apêndice F). No final da aula, recolhi as respostas e entreguei para os alunos o texto de apoio da Aula 3 (Apêndice G) e reforcei a importância de fazerem a leitura prévia.

Os alunos aproveitaram o final da aula para fazer uma crítica construtiva. Eles sugeriram que eu desenhasse a figura que aparece no slide 28 (Apêndice E) no Corel Draw para deixá-la mais “didática”. Eles alegaram que a figura, da maneira como aparece no referido slide, está muito poluída e isso dificultava o entendimento do modelo de Huygens para o fenômeno da refração da luz.

Esse pedido pode ser entendido de forma positiva, como um indicativo de que tinham interesse de compreender os modelos discutidos em aula.

### 6.2.3 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.4) Como cada teoria explicava o fenômeno da reflexão da luz? E o da refração?

Resposta esperada:

*Pela teoria corpuscular, a reflexão da luz ocorre do mesmo modo que ocorre a reflexão de uma bolinha de bilhar ao colidir com uma parede, em que o ângulo de incidência tem a mesma abertura do ângulo de reflexão com a parede. Pela teoria ondulatória, a reflexão da luz se daria como se dá a reflexão das ondas mecânicas na água ou a reflexão do som em obstáculos físicos, em cada ponto do espaço porque a onda que se propaga funciona como uma nova fonte de frentes de onda.*

*A refração da luz era explicada pela teoria corpuscular como sendo consequência da força atrativa gravitacional entre as partículas da luz e as do meio em que ela ingressava, provocando variação na direção e no valor da velocidade de propagação. Pela teoria ondulatória, cada ponto da onda incidente que atinge a superfície de separação dos dois meios se comporta como uma nova frente de ondas que vai se propagar com nova velocidade e nova direção, num processo dinâmico em sucessão (princípio de Huygens).*

**Aluno 19:** *Isaac Newton (1642-1727). Reflexão: As pequenas esferas que compõe a luz colidem elasticamente com a superfície lisa e são refletidas com um ângulo igual àquele que incidiram. Refração: Quando um feixe luminoso adentra em um meio diferente do que se originou, a diminuição do ângulo do feixe refratado em relação ao incidente seria explicada pela ação atrativa da força gravitacional sobre as partículas componentes da luz. Tal ação culminaria num aumento da velocidade de propagação da luz ao penetrar na água, a ideia refutada por*

*Foucault, o qual conseguiu medir a velocidade de propagação da luz na água, que é inferior àquela apresentada no ar.*

*Christian Huygens (1629-1695). Reflexão: Anteriormente a Huygens, havia sido descoberto que as ondas mecânicas refletiam-se mantendo o ângulo incidente igual ao refletido, portanto, a luz se comportaria tal qual as outras ondas. Refração: A luz corresponde a uma sucessão de ondas que se propagam uma após a outra. Cada partícula do meio 2 que for atingida pela onda começa a vibrar e produz ondas secundárias com frentes de onda esféricas. Como a frente de onda esférica produzida tem tamanho menor que a do meio 1, a luz propagar-se-ia com velocidade inferior na água em relação ao ar, algo comprovado por Foucault anos depois.*

Q.5) Considerando os textos que você estudou e as discussões realizadas em sala de aula, apresente:

a) Um argumento para defender a teoria corpuscular.

Resposta esperada:

*A luz constituída por corpúsculos chega à Terra vinda do Sol sem precisar de outro meio para isso. Pode viajar em qualquer meio.*

**Aluno 7:** *Como entre os astros (Sol e Terra) não há um meio material para propagação de ondas, se a luz fosse constituída de partículas não havia problema para atravessar de um astro a outro.*

**Aluno 16:** *Como afirma Newton, a luz é constituída de partículas minúsculas capazes de se propagar no vácuo, o que é comprovado com a passagem de luz do Sol para a Terra onde, entre eles, existe o vácuo.*

b) Um argumento para rejeitar a teoria corpuscular.

Resposta esperada:

*Dois feixes bem finos de luz vindos de fontes diferentes, após se cruzarem, seguem seus caminhos como se esse cruzamento não tivesse acontecido. Com partículas isso não é possível, como se pode verificar reproduzindo essa experiência com jatos de água.*

**Aluno 9:** *Segundo a “independência dos raios luminosos”, quando dois raios se cruzam, um não interfere no outro. Contudo, se a luz fosse composta por partículas, quando dois feixes se cruzassem, essas partículas deveriam se chocar, interferindo no trajeto.*

**Aluno 12:** *No ano de 1862, o físico francês Léon Foucault comprova que a velocidade de propagação da luz, na água, era de fato menor do que no ar, contrariando o que afirmava a teoria corpuscular de Newton, que por sua vez, sugeria que na água, os corpúsculos de luz apresentariam sua velocidade mais elevada do que no ar.*

c) Um argumento para defender a teoria ondulatória.

Resposta esperada:

*O mesmo argumento que rejeita a teoria corpuscular defende a teoria ondulatória: quando ondas se cruzam, elas prosseguem seus caminhos como se o cruzamento não tivesse ocorrido.*

**Aluno 8:** *Para defender a ondulatória pode-se utilizar o fato de que dois feixes de luz que se cruzam não têm sua trajetória alterada, comprovando a natureza da luz como onda na situação.*

**Aluno 12:** *A teoria da ondulatória comprovou que a luz, assim como o som, seria uma onda, pois apresentava comportamento semelhante aos das ondas sonoras no fenômeno da reflexão. Além disso, a teoria ondulatória explica de maneira satisfatória o princípio da independência dos raios de luz (a trajetória de um feixe luminoso não afeta a trajetória de outro quando encontram-se em um mesmo ponto do espaço). A teoria corpuscular não se aplica a esse fenômeno pois os corpúsculos se dispersariam da trajetória original, o que é explicado pelo conceito da impenetrabilidade (dois corpos não podem ocupar o mesmo espaço ao mesmo tempo).*

d) Um argumento para rejeitar a teoria ondulatória.

Resposta esperada:

*Se a luz é uma onda que necessita de um meio para se propagar, então ela não pode ver do Sol até a Terra. Isso porque nesse trajeto não há meio material.*

**Aluno 2:** *As ondas conhecidas na época não se propagavam no vácuo.*

**Aluno 3:** *A luz não chegaria até nós se o espaço fosse vazio, pois não há um meio material para ser perturbado.*

**Aluno 9:** *Uma onda mecânica só se propaga num meio material, ou seja, não se propaga no vácuo.*

Foi possível perceber, pela análise de todas as respostas, que os alunos mantiveram o bom nível de interesse e motivação. Algumas respostas foram muito completas, outras mais sucintas, mas, em geral, demonstraram ter compreendido as diferentes noções sobre a natureza da luz e o embate “corpuscular *versus* ondulatório”, que aconteceu ao longo da história da Ciência, a respeito da natureza da luz.

Parecem ter entendido bem o modelo de Newton, mas o modelo de Huygens, que é mais engenhoso e dinâmico dificultou um pouco o entendimento de alguns alunos. Por esta razão, demandaram melhorar a figura do slide 28 (Apêndice E) para despoluí-la e, assim, facilitar a percepção.

Além disso, demonstraram que se lembram dos conteúdos estudados em Óptica e Ondulatória. As respostas denotaram também que o embate histórico “corpuscular *versus* ondulatório”, para explicar a natureza da luz, chamou a atenção dos alunos. Eles perceberam que em diferentes épocas houve cientistas famosos que fizeram com que um modelo superasse o outro. Isto pode estar indicando que os alunos compreenderam a influência de fatores sociológicos na Ciência, como sugere Kuhn.

## 6.3 AULA 3

### 6.3.1 Plano de Aula

**Data:** 15/04/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** o papel do éter luminoso na Física, as tentativas de evidenciar a sua existência, e o experimento de Michelson e Morley.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) ter uma visão da evolução histórica da noção do éter luminoso, suas propriedades quase “milagrosas” e o papel que ele desempenhou na Física, especialmente no paradigma da luz como onda;
- b) analisar as tentativas (frustradas) de evidenciar a existência do éter luminoso;
- c) reconhecer as consequências decorrentes do fracasso da experiência de Michelson e Morley;
- d) refletir sobre a interpretação de Lorentz e FitzGerald para o fracasso da experiência de Michelson e Morley;
- e) interpretar o processo de construção da Ciência como sendo uma atividade humana provisória de construção do conhecimento científico.

Como nas aulas anteriores, temos a preocupação de colocar o conflito cognitivo, como propõe Piaget, porém em doses adequadas para que os estudantes possam aumentar seu repertório de esquemas ou enriquecer esquemas já construídos. Incentivaremos que tirem dúvidas uma vez que o texto de apoio (Apêndice G) será entregue antecipadamente (no final da Aula 2, em 08/04/2016) de maneira que poderão fazer uma leitura prévia.

O objetivo geral será promover entendimento da noção de éter luminoso, encerrando com isso a preparação prévia para a Teoria da Relatividade Restrita.

#### **Procedimentos:**

Atividade inicial: apresentação, através de *PowerPoint*, de um resumo do texto de apoio (Apêndice H) preparado para essa aula.

Desenvolvimento: exposição gradual e articulada com discussões para trabalhar os conceitos estudados, incitando fortemente que os alunos falem, respondam a questionamentos e exponham seus pontos de vista. Alguns exercícios serão respondidos em aula (Apêndice I) e entregues ao professor no final do encontro. As respostas serão tabuladas e corrigidas pelo professor e devolvidas aos alunos no início da Aula 4.

Fechamento: no final da aula os alunos serão incentivados a assistir a uma simulação<sup>4</sup> em que poderão visualizar uma representação da experiência de Michelson e Morley, buscando alcançar uma melhor compreensão deste experimento. Receberão uma cópia impressa do texto de apoio da Aula 4 (Apêndice J) e serão orientados a realizar a leitura prévia.

---

<sup>4</sup> Simulação disponível no endereço eletrônico:  
[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm).

**Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- simulação computacional a ser explorada no endereço eletrônico:  
[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm)
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

### 6.3.2 Narrativa da Aula 3

Iniciei a aula abordando o modelo que concebe a luz como onda eletromagnética com base na parte final do texto de apoio da Aula 2 (Apêndice D). Em seguida, eu iniciei o estudo do papel do éter na Física mostrando os slides (Apêndice H) preparados para esse fim. Os alunos tinham consigo o texto de apoio da Aula 3 (Apêndice G), que lhes fora entregue no dia 08/04/2016 para que fizessem leitura prévia do referido texto.

Expliquei que na aula passada faltara abordar o modelo que concebe a luz como onda eletromagnética. No final do séc. XIX, o físico escocês James Clerk Maxwell elaborou uma teoria que tem quatro equações, conhecidas como “equações de Maxwell”. Segundo essa teoria, a luz é uma onda eletromagnética. Nesse momento eu fiz a pergunta: “*o que é uma onda eletromagnética?*”. Avisei que imaginar uma onda eletromagnética não é algo fácil, que é preciso ter imaginação. Destaquei que uma das principais características de uma onda eletromagnética é que ela não precisa de um meio material para se propagar. Ela pode se propagar no vazio. Neste momento eu mostrei o slide 36 (Apêndice E). Nele aparece uma imagem de Maxwell e comentei que ele é considerado o Newton do Eletromagnetismo.

Estudamos campo elétrico, então vocês lembram que o campo elétrico é uma propriedade do espaço que está no entorno de uma carga elétrica. *Se a carga elétrica oscilar, o que vai acontecer com o campo elétrico num ponto próximo? Ele vai permanecer constante ou ele vai variar?* Um aluno respondeu: “*ele vai variar*”. Instiguei os alunos.

Professor: *O que um campo elétrico variável produz?*

Aluno: *Um campo magnético variável.*

Professor: *E o que um campo magnético variável cria?*

Aluno: *Um campo elétrico variável.*

Uma onda eletromagnética é o resultado da oscilação ou da vibração de um elétron, por exemplo. O campo elétrico associado a um ponto localizado na vizinhança do elétron varia. Se a carga elétrica está parada, ela só gera campo elétrico. Se ela se desloca, além do campo elétrico, ela gera um campo magnético.

Essa é uma representação de uma onda eletromagnética. Neste momento eu mostro o slide 39 (Apêndice E). Tudo se passa como se fosse assim. Os vetores vermelhos são do campo elétrico; os vetores azuis são do campo magnético. Se olharmos com cuidado poderemos enxergar que o campo elétrico varia; o campo magnético varia também e o ângulo entre o campo elétrico e o campo magnético é 90 graus. O campo elétrico, o campo magnético e a direção de propagação da onda são todos perpendiculares entre si.

Uma aluna perguntou: “*quando o campo elétrico for nulo, o campo magnético também será nulo?*”. Eu respondi que sim e que campo elétrico e campo magnético estão em fase. Quando um aumenta, o outro também aumenta; quando um diminui, o outro também diminui.

Mas daí surge uma pergunta: “*qual é a frequência dessa onda eletromagnética?*” Expliquei que a frequência de oscilação da carga é a mesma da onda eletromagnética. “*Se, por exemplo, uma onda eletromagnética possui uma frequência de  $10^6$  Hz, o que isso significa?*”. Significa que a carga elétrica que gera a referida onda eletromagnética realiza  $10^6$  oscilações completas a cada segundo. Significa também que o período dessa onda é  $10^{-6}$  s. O campo elétrico demora  $10^{-6}$  s para realizar uma oscilação completa e o mesmo acontece com o campo magnético. Isso é muito abstrato. Tudo se passa como se fosse assim. Esse modelo é, por enquanto, satisfatório porque explica muita coisa.

Uma das consequências das equações de Maxwell é que quando dividimos o módulo do campo elétrico pelo módulo do campo magnético encontramos a velocidade de propagação da onda eletromagnética que, para surpresa de Maxwell, é de 300.000 km/s. “*Essa é a velocidade de quem?*”. Da luz. “*Que sacação ele teve? Que a luz é uma onda eletromagnética.*”

O achado de Maxwell é o que faltava comentar da aula passada (Aula 2).

Expliquei que o objetivo da aula 3 era discutir o éter como um meio hipotético de propagação da luz.

Retomei os paradigmas ondulatório e corpuscular da natureza da luz. Comentei que o paradigma “vencedor” na época de Maxwell era o que concebia a luz como uma onda. Mas o paradigma precisava responder à seguinte pergunta: “*se a luz é uma onda, como o som, qual é o seu meio de propagação?*”.

Um aluno respondeu: “*O éter?*”.

Pensava-se, naquela época, que quando uma onda se propaga tem que haver alguma coisa vibrando. A pergunta que tinha que ser respondida é: “*se a luz é uma onda e toda vez que uma onda se propaga, há alguma coisa vibrando, o que está vibrando quando a luz se propaga?*”.

Para responder essa pergunta os físicos levantaram a hipótese da existência de um meio que preencheria todo o espaço, inclusive o entorno da Terra. Esse meio era chamado de éter. Alguns livros chamam de éter luminoso e outros de éter luminífero. Einstein chamava de *lichtmedium*, no alemão significa literalmente “meio da luz”. O éter seria esse hipotético meio que vibra quando a luz se propaga.

O éter teria que ser muito sutil, ou seja, praticamente imperceptível, para não atrapalhar o movimento dos planetas que se movem através dele; teria que ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade (como a luz e todas as demais ondas eletromagnéticas); teria que ser capaz de transmitir ondas transversais (como a luz). Para atender à necessidade de ser muito sutil, o éter teria que ser muito fluido como um gás, ter densidade praticamente nula e ter transparência perfeita. “*O que significa ter transparência perfeita?*”. Significa que o éter não absorveria energia da onda eletromagnética que se propagasse através dele. Só que para atender a todas essas necessidades o éter teria que ser muito rígido e muito denso. Isso é incompatível. “*Como o éter pode ser pouco denso e muito denso ao mesmo tempo?*”.

Mas daí surge outra pergunta: “*por que o éter precisa ser muito rígido e muito denso para atender às necessidades apontadas?*”.

Neste momento eu mostrei o slide 8 (Apêndice H). Nele aparece uma figura mostrando uma pessoa encostando a orelha num trilho de trem. Sugeri que poderiam ter visto isto em filmes. Esse artifício é utilizado porque a velocidade do som é maior no meio sólido do que no ar, então é possível perceber a chegada do trem com a orelha encostada no trilho antes do que se perceberia com a orelha no ar.

Neste momento um aluno noticiou que a velocidade do som num meio sólido é maior do que no ar, que quanto mais rígido é o meio, maior é a velocidade de propagação do som.

Perguntei: “*O que isso tem a ver com o éter?*”.

Sabia-se que o som se propagava mais rapidamente nos sólidos, assim, os físicos fizeram a analogia: se o éter é o meio de propagação da luz e a luz é muito mais rápida que o som, então o éter teria que ser muito rígido, pois quanto mais rígido é o meio maior é a velocidade de propagação da onda.

Mas, ao mesmo tempo, o éter teria que ser atravessado pelos planetas e demais corpos celestes. Isto era incompatível com a característica anterior. Porque quanto mais rígido fosse o meio, mais difícil seria o movimento dos corpos através dele. O éter teria que ser, ao mesmo tempo, rígido para que a luz pudesse se propagar através dele com altíssima velocidade, e pouco denso para permitir o movimento dos planetas através dele.

Além dos problemas levantados, o éter apresentava outro. Nós deveríamos sentir um vento de éter ao atravessarmos o mar de éter que estaria à nossa volta. A Terra movimentar-se-ia através do éter e deveríamos sentir um vento de éter. Fiz uso do slide 12 (Apêndice H) para mostrar que se a Terra desloca para a direita, o vento de éter apontaria para a esquerda. Teríamos que sentir esse vento de éter.

Imaginou-se o éter como um meio, ao mesmo tempo, rarefeito e rígido. Seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícia de substância com essas propriedades. Essa substância não existe. Mas a luz era considerada uma vibração nesse meio.

Surge então um problema para os físicos: detectar o éter ou detectar o vento de éter. Foram propostas várias experiências e eu mostrei duas.

Neste momento eu mostrei o slide 16 (Apêndice H) que abordava o experimento de Arago. Ele é chamado assim porque ele foi proposto, em 1810, pelo francês Jean Dominique Arago. A ideia era focalizar, com o auxílio de um prisma, a luz que era emitida por uma estrela que se encontrava no sentido do movimento da Terra e a luz de outra estrela que se encontrava na posição oposta.

Olhando atentamente para essa figura (slide 16) percebe-se o seguinte: a Terra e a sua atmosfera estão se deslocando para a esquerda. Há duas estrelas chamadas  $S_1$  e  $S_2$ . A luz emitida por essas estrelas, em relação ao éter, tem velocidade “ $c$ ”. No ponto O temos um prisma. Dependendo do formato do prisma, ele diverge ou converge a luz. A intenção é convergir. Vocês concordam que a velocidade da luz emitida por  $S_1$  em relação à Terra fica “ $c + v$ ”? E a luz emitida pela estrela  $S_2$  em relação à Terra tem velocidade “ $c - v$ ”?

Neste momento os alunos disseram que achavam que era o contrário.

Sugeri um experimento mental: “*se estou andando a 2 km/h para a esquerda e um carro se movimenta a 100 km/h para a direita, a velocidade do carro em relação a mim será 102 km/h*”. “*Agora, se eu estiver andando para a esquerda a 2 km/h e o carro também se movimenta para a esquerda a 100 km/h, qual é a velocidade do carro em relação a mim? 98 km/h*.” O mesmo ocorre com o prisma. Ele vai ser atingido por luzes com velocidades diferentes. Portanto, os desvios das luzes, ao atravessarem o prisma, serão diferentes. Mas, para espanto dos físicos da época, esses desvios eram iguais. “*Como assim se as velocidades são diferentes?*”. Não sabiam explicar.

Mostrei no slide 19 (Apêndice H) a segunda experiência, que foi a experiência de Michelson e Morley. Ela foi chamada assim porque foi realizada por dois físicos chamados Albert Michelson, polonês, e Eduard Morley, americano. Foi feita pela primeira vez em 1881, somente por Michelson e em 1887, seis anos depois, foi feita em conjunto, por Michelson e Morley.

“*Qual era o objetivo dessa experiência?*”. O objetivo era medir a velocidade absoluta da Terra. “*Por que velocidade absoluta da Terra?*”. O éter era considerado o meio que preenchia todo o espaço. Os físicos defendiam que o éter estava em repouso absoluto e que existia um referencial inercial privilegiado fixo nele. Eles defendiam que, com essa experiência, iriam medir a velocidade absoluta da Terra em relação ao hipotético éter, que estava em repouso absoluto.

Nesse momento mostrei o slide 22 (Apêndice H). Expliquei que o instrumento utilizado foi o interferômetro (slide 24 do Apêndice H). O ponto A representa uma fonte de luz monocromática. Desse ponto parte um feixe na direção de um espelho semitransparente, representado pela linha diagonal passando por B. Devido à inclinação do espelho, uma parte do feixe é refletida para V, enquanto a outra atravessa-o e segue em direção a D. Em V e D estão situados espelhos perpendiculares aos feixes que os refletem de volta para o ponto B. Em B, os dois feixes se juntam e teremos o fenômeno da interferência porque esses dois feixes se sobrepõem (superpõem). Nessa tela (F) vai ocorrer o registro de uma figura de interferência, ou seja, vamos ter uma figura parecida com a que aparece no slide 26 (Apêndice H).

Se o laboratório e, portanto, o interferômetro estivessem em repouso absoluto, os tempos de percurso dos dois feixes seriam iguais. Os pequenos desvios dos raios situados em torno do raio central produzem franjas de interferência esperadas. Mas se o laboratório possuísse uma velocidade absoluta diferente de zero em relação ao éter, por exemplo, no sentido AB, da esquerda para a direita, então os feixes teriam tempos de percurso diferentes. Neste momento eu instiguei: “*Por que os tempos de percurso serão diferentes?*”. No trecho BVB, onde temos o feixe luminoso que sobe e desce, a luz teria velocidade  $c' < c$ . Mostrei o slide 29 (Apêndice H) e expliquei que  $v$  é a velocidade do laboratório em relação ao éter,  $c'$  é a velocidade da luz em relação ao laboratório e  $c$  é a velocidade da luz em relação ao éter. Olhando para a figura dá para enxergar que a velocidade da luz em relação ao laboratório ( $c'$ ), nesse trecho (BVB), é menor que a velocidade da luz em relação ao éter ( $c$ ). Usando o teorema de Pitágoras, descobre-se que  $c'$  (velocidade da luz em relação ao laboratório) é a raiz quadrada de  $c^2 - v^2$ . Resumindo, essa velocidade ( $c'$ ) é menor do que  $c$ .

O mesmo raciocínio é aplicado ao trecho horizontal BDB. A velocidade da luz na ida é igual a  $c - v$  e na volta é igual a  $c + v$ .

É importante perceber que a luz que sobe e desce, em relação ao laboratório, tem velocidade ( $c'$ ) menor que a da luz no éter ( $c$ ); a luz horizontal na ida possui velocidade ( $c''$ ) menor que a da luz no éter ( $c$ ), e na volta possui velocidade ( $c'''$ ) maior que a luz no éter ( $c$ ). Consequentemente, os tempos de percurso da luz são diferentes. Com isso, haveria um desvio do padrão de interferência. O objetivo da experiência da Michelson e Morley era verificar se, de fato, esses tempos de percurso eram diferentes. Mas concluíram que não eram. Eles podiam girar o interferômetro ou escolher qualquer época do ano. Sempre os tempos de percurso eram iguais já que não havia mudança na figura de interferência.

Esperava-se que houvesse deslocamento das franjas de interferência produzidas. Neste momento eu mostrei o slide 33 (Apêndice H) que apresenta uma representação, qualitativa, das franjas de interferência que correspondem, no lado esquerdo, à velocidade ( $v$ ) igual a zero do interferômetro em relação ao éter e, no lado direito, à velocidade ( $v$ ) diferente de zero em relação ao éter. Temos então, do lado esquerdo, o padrão esperado se a Terra estivesse em repouso em relação ao éter e, do lado direito, o padrão esperado se a Terra estivesse se deslocando em relação ao éter. Mas não foi observado nenhum deslocamento das franjas de interferência. Se o éter arrastasse a luz consigo, os caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em diferentes intervalos de tempo. No entanto, os tempos eram iguais. Essa experiência foi repetida várias vezes. Em nenhuma delas se verificou o deslocamento das franjas de interferência. O que mostrava que os tempos de percurso nos dois trajetos são iguais.

Então eu perguntei: “*Qual é a consequência do fracasso dessa experiência?*”.

Primeiro que a luz se propaga no espaço sem a necessidade de um meio, ou seja, ela consegue se propagar no vazio; segundo, que a velocidade da luz não sofre os efeitos do movimento da Terra através do éter. É como se a velocidade de um barco, medida por um observador parado na margem de um rio, fosse a mesma independentemente do sentido do movimento do barco. Não é estranho?

Neste momento eu mostrei o slide 37 (Apêndice H) que apresenta um barco se movimentando, no lado esquerdo, no mesmo sentido da correnteza e, no lado direito, contra a correnteza, observado por um indivíduo parado na margem. Nesta analogia o barco é a luz, o observador é o laboratório e a correnteza é o éter.

Neste momento eu comentei que Albert Einstein foi muito esperto. Ele não disse que o éter não existe. Disse que o éter é supérfluo, que não precisamos dele.

A velocidade de propagação da luz não depende do movimento relativo entre fonte e observador. Ela não depende do referencial inercial em que a medimos. “*O que isso significa?*”. Por exemplo: estamos dentro de um automóvel a 60 km/h e com os faróis acesos. A velocidade da luz dos faróis, em relação ao automóvel, é 300.000 km/s. Em relação a outro automóvel que desloca-se em sentido contrário e com velocidade constante, 300.000 km/s. Em relação à superfície da Terra, 300.000 km/s. A velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais.

Maxwell defendia que a luz se propagava a 300.000 km/s em relação ao éter; que as ondas eletromagnéticas também precisavam de um meio suporte.

Neste momento eu faço uma autocrítica. A abordagem feita sobre as ondas eletromagnéticas, no início deste encontro e que complementava a Aula 2, foi parcialmente inadequada porque no texto de apoio (Apêndice D) aparece que Maxwell concluiu que a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas era de 300.000 km/s no vácuo, e não em relação ao hipotético éter. Nesse ponto cometi um erro.

Essa velocidade de 300.000 km/s é a velocidade da luz, segundo Maxwell, somente em relação ao éter. Mas o fracasso da experiência de Michelson e Morley mostrava que a velocidade da luz é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais.

“*O que foi que os físicos fizeram? Eles tentaram salvar o éter! Como?*”.

FitzGerald propôs que os corpos envolvidos na experiência de Michelson e Morley, inclusive os braços do interferômetro, sofriam encurtamento na direção em que estavam se movendo de um valor exatamente igual ao necessário para compensar a variação da velocidade da luz. Por essa razão o éter não podia ser detectado. O fator de encurtamento é  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Ele foi determinado por Lorentz, um físico holandês que Einstein admirava muito. Lorentz e FitzGerald achavam que tal encurtamento do objeto em movimento através do éter seria uma contração material, ou seja, uma modificação das distâncias interatômicas do material, causadas pelo atrito com o éter.

O físico francês Jules Henri Poincaré fez uma palestra em 1904, em Saint Louis, nos Estados Unidos e mostrou resultados matematicamente idênticos aos de Einstein, só que ele não conseguiu se libertar da concepção do éter, nem Lorentz.

Lorentz enfrentou muitas dificuldades para explicar os resultados de suas transformações. Ele teve que levantar onze hipóteses para justificar o fracasso da experiência de Michelson e Morley e isso fez com que os físicos da época não aceitassem as ideias dele.

No final da discussão, pedi que os alunos fizessem as questões 9, 10 e 11 da Aula 2 (Apêndice F) e depois que respondessem às perguntas da Aula 3 (Apêndice I). No final da aula, recolhi as folhas com as respostas e entreguei, para os alunos, o texto de apoio da Aula 4 (Apêndice J), pedindo que fizessem a tarefa de leitura prévia.

Um aluno fez uma crítica construtiva. Ele disse que no slide 36 (Apêndice H) tem uma frase mal colocada: “a luz propaga-se no espaço sem a necessidade de um meio suporte, como ocorre com as ondas mecânicas”. Ele estava certo. Aceitei a crítica e disse que a frase correta seria: “a luz propaga-se no espaço sem a necessidade de um meio suporte, diferentemente do que ocorre com as ondas mecânicas que necessitam de um meio material para se propagar”.

Entendemos que essa observação pode ser um indicativo de que pelo menos alguns alunos tinham esquemas de assimilação para compreender significativamente o desenvolvimento das ideias apresentadas em sala de aula. Não é possível, no entanto, afirmar que todos tinham esse mesmo nível de compreensão.

### 6.3.3 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.2) Por que podemos considerar o éter luminoso como um meio material de propriedades quase “milagrosas”?

Resposta esperada:

*Porque ele deveria ter qualidades especiais para servir de meio para a propagação da luz: I) ser muito sutil para não atrapalhar o movimento dos planetas; II) ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade; III) ser capaz de transmitir ondas transversais. Satisfazer a todos esses requisitos parecia impossível, porque para atender à necessidade I o éter deveria ser muito fluido, pensado como um gás, pouco denso. Para atender às necessidades II e III, esse meio precisaria ser rígido, como um sólido, muito denso. Imaginou-se então o éter como um meio ao mesmo tempo rarefeito e rígido: seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícias de substância com essas qualidades! Diferente de tudo o que se conhecia, o éter era considerado matéria imponderável, formado por um tipo de matéria comum, mas com as propriedades apresentadas acima.*

**Aluno 9:** *Pois suas características se contradiziam, tornando sua existência milagrosa. O éter deveria ser muito fluido para não atrapalhar o movimento dos planetas, pensando como um gás, ter uma densidade de massa quase nula e não absorver energia (transparência perfeita). Contudo, para atingir a característica no qual é capaz de transmitir ondas de alta velocidade, o éter precisaria ser rígido, pois as ondas se propagam com uma velocidade maior nos sólidos do que no ar (ou gás). Porém o éter também deveria ser atravessado pelos corpos celestes, uma contradição à afirmação anterior. Assim ele era praticamente impossível de existir.*

**Aluno 21:** *Porque o éter deveria ser muito sutil para não atrapalhar o movimento dos planetas, devendo ter características de um fluido, como um gás, densidade de massa nula e transparência perfeita (para não absorver nenhuma energia da onda que nele se propaga), além disso deveria ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade e essas ondas necessitam ser transversais, mas para isso o éter deveria ser muito rígido, como um sólido muito denso, logo ele pode ser considerado um meio de propriedades “milagrosas” porque suas características são paradoxais.*

Q.5) Acesse o link no seguinte endereço eletrônico:

[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm)

Nele você encontrará uma simulação do aparelho usado na experiência de Michelson e Morley, incluindo o inexistente “vento de éter” que os físicos estavam tentando detectar. A ideia básica é detectar diferenças dos tempos de percurso das luzes “vermelha” e “verde”.

Você pode:

- \* girar o aparelho clicando no círculo central do controle e fazendo o ajuste fino clicando em + ou -.
- \* alterar a velocidade de propagação da luz
- \* alterar a velocidade do “vento de éter”.

A que conclusões chegaram com o experimento de Michelson e Morley? Qual a relação dessa conclusão com a existência ou não do éter?

Resposta esperada:

*A luz propaga-se no espaço sem necessidade de um meio suporte, diferente do que ocorre com as ondas mecânicas. A velocidade de propagação da luz não depende do movimento relativo entre fonte e observador, isto é, não depende do referencial em que a medimos. A ideia do éter foi abandonada.*

**Aluno 10:** *A conclusão foi que a interferência não depende da velocidade do equipamento no espaço. Se o éter arrastasse a luz consigo, esses caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em diferentes intervalos de tempo. Portanto, o éter não existe. As outras conclusões são: A luz se propaga no vácuo sem necessidade de um suporte; A velocidade da luz não sofre os efeitos do movimento da Terra (...)*

**Aluno 15:** *A luz propaga-se no espaço sem necessidade de um meio (...) a velocidade da luz não sofre os efeitos do movimento da Terra através do suposto éter; a velocidade de propagação da luz não depende do movimento relativo entre fonte e observador, ou seja, não depende do referencial inercial em que a medimos. Dessa forma, o éter não poderia existir, já que seria impossível identificar o efeito do “vento de éter” na velocidade da luz.*

Foi possível perceber, através da análise de todas as respostas do questionário, que os alunos alcançaram um bom nível de entendimento do modelo que concebe a luz como uma onda eletromagnética. Pareceram ter acompanhado a evolução histórica da noção de éter luminoso e de suas propriedades quase “milagrosas”, bem como o papel que ele desempenhava na Física. Particularmente em relação ao experimento de Michelson e Morley, foi de difícil compreensão para alguns alunos. O interferômetro é um dispositivo que não é estudado no Ensino Médio. Mesmo assim, demonstraram ainda se lembrar dos conteúdos estudados em Óptica e Ondulatória para acompanhar a esperada interferência no experimento. Pareceram também compreender as consequências dos resultados obtidos por Michelson e Morley para a Física.

## 6.4 AULA 4

### 6.4.1 Plano de Aula

**Data:** 29/04/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** referenciais inerciais, transformações galileanas e os postulados da Teoria da Relatividade Restrita e suas implicações.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) distinguir um referencial inercial de um referencial não-inercial;
- b) reconhecer as transformações de Galileu e as suas consequências;
- c) analisar a relatividade de Newton e as suas consequências;
- d) ter um primeiro contato com os postulados da TRR;
- e) perceber as profundas consequências dos dois postulados TRR;
- f) examinar um aspecto epistemológico relevante, no sentido de que a TRR resolveu o conflito entre as transformações de Galileu e as equações de Maxwell e revolucionou os conceitos de espaço e tempo até então concebidos.

Os postulados da Teoria da Relatividade Restrita serão introduzidos nessa quarta aula seguindo os preceitos de Piaget, no sentido de buscar promover o crescimento cognitivo adequado à acomodação que foi gerada pelas aulas precedentes, uma vez que a Relatividade Restrita tem profundas implicações sobre as visões de mundo dos aprendizes. Em outras palavras, buscaremos não causar um conflito cognitivo grande a ponto de gerar desistência da aprendizagem.

#### **Procedimentos:**

Atividade inicial: iniciaremos com uma apresentação qualitativa das equações de Maxwell e abordaremos que as leis da Física não são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Isto será uma estratégia para a introdução dos conceitos de referencial inercial e não-inercial que culminará com os postulados de Einstein.

Desenvolvimento: faremos uma exposição gradual e dialogada, dado que o próprio texto de apoio (Apêndice J) dessa aula estará em formato de diálogo. Abordaremos com essa estratégia as transformações de Galileu, a relatividade de Newton e concluiremos com a apresentação dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita e suas implicações.

Fechamento: questões (Apêndice L) serão respondidas pelos alunos e entregues ao professor no final do encontro. Também receberão uma cópia do texto de apoio da Aula 5 (Apêndice M) para que possam fazer uma leitura prévia.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

#### 6.4.2 Narrativa da Aula 4

Nessa aula tivemos a visita da professora coorientadora que fez algumas sugestões para motivar o trabalho cooperativo e a discussão de ideias como, por exemplo, dispor as classes em formato de círculo, após a aula expositiva, para que os alunos pudessem discutir melhor as questões.

Iniciei o estudo dos postulados da TRR mostrando slides (Apêndice K), sendo que os alunos tinham feito a leitura prévia do texto de apoio (Apêndice J).

Após a apresentação da professora coorientadora, iniciei a aula fazendo alguns questionamentos problematizadores (e.g. *Como a Física explica as descargas elétricas? Como é que a Física descreve as propriedades magnéticas da matéria? Como descreve o funcionamento de uma lâmpada incandescente? De um rádio? De um televisor? De um computador?*). Fiz uso de slides para ilustrar esses instrumentos. Mencionei que a sociedade tecnológica em que vivemos atualmente tem enorme relação com a Física e que para descrever tudo isso a Física propõe teorias.

Mostrei, nos slides, as equações do Eletromagnetismo, “equações de Maxwell” e noticiei que não seriam utilizadas no Ensino Médio, mas que fazem parte da Teoria Eletromagnética, que descreve tudo aquilo que eu acabara de mostrar. Expliquei que essas equações deram ao Eletromagnetismo uma estrutura matemática poderosa, isto é, com amplo poder explicativo que unificou a Eletricidade, o Magnetismo e a Óptica (que até 1873 eram ramos desvinculados).

Contudo, as leis do Eletromagnetismo tinham um problema: não eram as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais. Isto é, quando passamos de um referencial inercial para outro, usando as transformações de Galileu, as equações de Maxwell fornecem resultados diferentes para um mesmo fenômeno; para dois observadores que se encontram em dois sistemas de referência inerciais em movimento relativo, as leis do Eletromagnetismo não eram as mesmas. Essa constatação trouxe de volta a discussão sobre a existência de um referencial absoluto na Física.

Perguntei: “*Onde estaria fixado esse referencial absoluto?*”. Um aluno respondeu: “*no vácuo ou no éter*”. Retomei, então, que tínhamos discutido isso na aula anterior e que o éter não foi detectado.

Neste momento mostrei o slide 11 (Apêndice K), propondo que o Einstein vermelho e o Einstein azul iriam testemunhar um fenômeno eletromagnético: o funcionamento de uma lâmpada incandescente. O Einstein vermelho descreveria o funcionamento da lâmpada usando as equações de Maxwell. O Einstein azul está em movimento retilíneo e uniforme em relação ao Einstein vermelho e à lâmpada. Para descrever o funcionamento da lâmpada, o Einstein azul deveria usar equações com o mesmo formato que as usadas pelo Einstein vermelho. “*Mas isso estava acontecendo?*”. Não. Os físicos se deram conta de que o Einstein (azul) que está em movimento retilíneo e uniforme em relação ao primeiro e à lâmpada, para descrever o funcionamento dela, usa leis diferentes. Isso é um problema.

Em outras palavras: as equações não eram covariantes (elas não tinham o mesmo formato). Expliquei que quem resolveu esse problema foi o próprio Einstein.

Abordei primeiro o que é um sistema de referência usando um sistema de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Fiz uma analogia com o canto de uma sala de aula. Disse que um sistema de coordenadas (ou sistema de referência) é usado para descrever o movimento dos objetos. Na sequência expliquei o que são referenciais inerciais como sendo aqueles referenciais em relação aos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou realizam movimento com velocidade constante em módulo e orientação; e que qualquer outro referencial que se mova relativamente ao primeiro com velocidade constante em módulo e orientação também será considerado inercial.

Expliquei que os referenciais para os quais valem as leis de Newton são chamados referenciais inerciais. Exemplifiquei dizendo que na sala de aula, um corpo que tenha força resultante nula estará em equilíbrio. Em outras palavras, ele vai estar parado ou em movimento retilíneo e uniforme. E qualquer outro sistema de referência que esteja se movendo em relação ao da sala com movimento retilíneo e uniforme também será um sistema de referência inercial.

Desafiei, depois, perguntando: “alguém pode citar um sistema de referência que não seria inercial?”. Um aluno respondeu: “um corpo que está se deslocando em MRUV”. Noticiei que ele estava correto. Expliquei que, a rigor, a Terra não é um sistema de referência inercial porque ela gira em torno de seu próprio eixo e gira em torno do Sol. Porém, para eventos de curta duração, a Terra pode ser considerada, com boa aproximação, um sistema de referência inercial.

Expliquei que é possível descobrir se um referencial é ou não é inercial, por exemplo, utilizando um dispositivo mecânico muito simples, que podemos chamar de acelerômetro. Trata-se de um pêndulo simples e fixo no sistema de referência utilizado, ou seja, uma corda com uma massa pendular. Se, depois de solto, o pêndulo se mantém na vertical, é porque o referencial é inercial; caso contrário, se apresentar alguma inclinação, trata-se de um referencial não-inercial ou acelerado. Disse que se tomarmos esse pêndulo e soltarmos em um ônibus que arranca bruscamente ele não ficará na vertical. Dei outros exemplos.

Expliquei que uma definição de sistema de referência inercial (mais antiga) é que um sistema de referência inercial é aquele que não possui aceleração com relação às “estrelas fixas”, como as chamava Newton, ou seja, em relação à distribuição da matéria que se encontra muito distante de nós. Expliquei que “estrelas fixas” são estrelas muito distantes de nós<sup>5</sup>.

Expliquei, com uso dos slides, o que são as chamadas transformações de Galileu, ou seja, tomando um referencial S, com eixos x, y e z, parado em relação à Terra, e outro S', com os eixos x', y' e z' paralelos aos de S, em translação retilínea e uniforme de velocidade v paralela aos eixos x e x', é possível transformar as coordenadas de S para obter as coordenadas em S'. Considerando um evento que ocorre num ponto P, este pode ser identificado por um conjunto de quatro coordenadas espaço-temporais, dado que o evento ocorre num ponto do espaço num certo instante de tempo. As três primeiras coordenadas localizam o ponto no espaço e a quarta indica o instante em que o evento acontece. Supondo que inicialmente O e O' coincidam, temos  $t = t' = 0$  no início da contagem dos tempos e  $x_0 = x_0'$ ,  $y_0 = y_0'$  e  $z_0 = z_0'$ . Num certo instante posterior  $t > 0$ , S' terá se deslocado uma distância  $v.t$  em relação a S.

Fiz uso do quadro de giz para trabalhar com as equações de forma que os alunos pudessem acompanhar como é possível relacionar as coordenadas do sistema S com as do sistema S', ou seja, relacionar (x, y, z e t) com (x', y', z' e t').

Fiz isso passo a passo e expliquei que essas são as transformações de Galileu ( $x = x' + v.t$ ;  $y = y'$ ;  $z = z'$ ). Resta determinar o tempo, mas como inicialmente os relógios estão sincronizados, o nosso senso comum indica que devemos ter o tempo num sistema de referência sempre igual ao tempo no outro sistema. Isto é, o tempo transcorre igualmente nos dois referenciais. No sistema de Galileu o tempo é absoluto ( $t = t'$ ).

Disse que uma consequência da invariância do tempo nas transformações de Galileu é a invariância do comprimento. Então, pelas transformações de Galileu, concluímos que comprimento e tempo são absolutos. Ou seja, não dependem do referencial inercial em relação aos quais essas grandezas são medidas.

---

<sup>5</sup> Quasares, nebulosas e outros objetos celestes de aparência similar a estrelas no céu terrestre também podem ser categorizadas como “estrelas fixas”. Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Estrela\\_fixa](https://pt.wikipedia.org/wiki/Estrela_fixa). Acesso em 16/01/2017.

Desafiei: “*Será que na Teoria da Relatividade Restrita vai ser assim?*”.

Discuti, na sequência, a relatividade de Newton. Fiz isto também passo a passo trabalhando algebricamente no quadro de giz. Com isso mostrei que as equações são consequências das transformações de Galileu e que a aceleração é uma grandeza absoluta; ela tem o mesmo módulo e orientação em todos os sistemas de referência inerciais.

Expliquei que da invariância das leis de Newton podemos concluir que qualquer experiência mecânica realizada em algum referencial inercial conserva os mesmos princípios e leis físicas que conservaria se fosse realizada em qualquer outro.

Após vários questionamentos, dirimi dúvidas dos alunos e avisei que iríamos entrar na parte mais emocionante: a TRR de Albert Einstein.

Expliquei que ele se sentia incomodado com a teoria do éter e propôs uma teoria que superou algumas das dificuldades que a Física atravessava no final do séc. XIX. Einstein estava intrigado por uma discrepância existente entre as leis de Newton da Mecânica e as leis de Maxwell do Eletromagnetismo. As leis de Newton eram independentes do estado de movimento de um observador, mas as de Maxwell não eram independentes.

Isto significa que duas pessoas, uma em repouso e a outra em movimento retilíneo e uniforme, descobririam que as mesmas leis da Mecânica seriam aplicadas ao movimento de um mesmo objeto, mas diferentes leis do Eletromagnetismo seriam aplicadas ao movimento de uma mesma carga elétrica. E isso incomodou Einstein. As leis de Newton sugeriam que não existe a noção de movimento absoluto apenas importando o movimento relativo. Mas as equações de Maxwell pareciam sugerir que o movimento é absoluto.

As equações de Maxwell levantavam a possibilidade de existir um referencial inercial privilegiado ou absoluto fixo no éter. As leis de Newton não sugeriam isso. Ou as equações de Maxwell estavam erradas ou teríamos que mudar as transformações de Galileu. O que Einstein fez? Mudou as transformações de Galileu que nós vimos antes.

Num famoso artigo de 1905 (ano miraculoso porque Einstein escreveu quatro artigos importantes), quando Einstein tinha 26 anos de idade e trabalhava num escritório de patentes (nesse momento eu passei para os alunos os seguintes livros: Neffe, J., 2012, **Einstein**: uma biografia. Barueri, São Paulo: Novo Século Editora e Isaacson, W., 2007, **Einstein**: sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras) ele escreveu quatro artigos e um desses era sobre a Relatividade Especial.

Qual é o título desse artigo? *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*. Ele mostrou que as leis de Maxwell podiam ser, da mesma forma que as leis de Newton, interpretadas como independentes do estado de movimento de um observador. Mas havia um custo para isso. O custo para obter essa visão unificada das leis da natureza era propor uma revolução total da maneira como entendemos o espaço e o tempo. Ele teve que revolucionar esses dois conceitos (de espaço e tempo) para ter essa visão unificada das leis de Maxwell.

O trabalho de Einstein fundamentou-se em dois postulados. Expliquei o que é um postulado e apresentei os postulados avisando que depois iria comentá-los.

O primeiro postulado é mais fácil de aceitar: *todas as leis, sejam elas da Mecânica, da Óptica e do Eletromagnetismo, são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais*. O segundo postulado diz que *a velocidade de propagação da luz no vácuo é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais*. Qual é a velocidade da luz no vácuo? 300.000 km/s.

Exemplifiquei: eu tenho uma Ferrari e estou a 300 km/h na pista de Interlagos. Ferrari chega a 300 km/h? Neste momento os alunos não sabiam responder. Eu estou andando a 300 km/h e acendo os faróis. Qual é a velocidade da luz em relação a mim (o motorista)? 300.000 km/s. E qual a velocidade dessa mesma luz em relação a uma pessoa parada do lado da pista? 300.000 km/s. É isso que este postulado está afirmando. Isso não é, no mínimo, estranho? Nós não deveríamos somar os 300.000 km/s com os 300 km/h para achar a velocidade da luz em relação à pessoa parada do lado da pista?

Uma aluna perguntou: “*por que não tem a soma de vetores?*”.

Outro aluno respondeu: “*porque é um postulado*”.

Em seguida eu comentei sobre as consequências desses dois postulados.

Einstein não viu qualquer necessidade de considerar a existência do éter. Considerou-o supérfluo. Einstein aparentemente nem soube da experiência de Michelson e Morley. Ele considerou o éter desnecessário. A noção de um sistema de referência privilegiado ou absoluto fixo no éter também foi descartada.

Depois eu comentei que nenhuma experiência pode ser feita para detectar um movimento retilíneo e uniforme. “*Se eu estou dentro de um ônibus em MRU e com as janelas fechadas e cobertas com cortinas, eu tenho como realizar uma experiência, dentro do ônibus, que me dá a certeza de que ele está parado ou em MRU?*”.

Todas as experiências que eu realizar com o ônibus parado ou em MRU darão resultados iguais. Não existe experiência que eu possa realizar para detectar um MRU. Portanto, o movimento absoluto não tem significado. E isso inclui a própria luz.

Do ponto de vista experimental a Teoria da Relatividade de Einstein afirma que qualquer experiência realizada num laboratório em repouso daria os mesmos resultados se feita em outro laboratório movendo-se com velocidade constante relativamente ao primeiro. Não existe referencial inercial absoluto ou privilegiado no universo.

Seria muito estranho se as leis da Mecânica variassem para observadores que se movimentam com diferentes velocidades. Isto significaria, por exemplo, que um jogador de sinuca em um navio de passageiros, navegando no mar calmo, teria que ajustar seu estilo de jogo de acordo com a velocidade do navio, ou mesmo com as estações do ano quando a Terra varia sua velocidade orbital em torno do Sol.

De acordo com Einstein essa mesma insensibilidade ao movimento se estende ao Eletromagnetismo. Nenhum experimento mecânico, elétrico ou óptico jamais revelou o movimento absoluto. Como se pode ver, a Relatividade de Einstein enuncia que, em relação a referenciais que se movem com velocidade constante não apenas as leis da Mecânica são válidas, mas todas as leis da Física. Incluindo o Eletromagnetismo de Maxwell que, até o final do séc. XIX, defendia-se ser válido apenas num referencial em repouso em relação ao éter.

“*Mas como Einstein conseguiu essa generalização?*”. Modificando os conceitos de espaço e tempo.

Uma das perguntas que Einstein fazia ao seu professor na escola era: “*como pareceria um feixe de luz se você estivesse se deslocando lado a lado com ele?*”. De acordo com a Física Clássica o feixe estaria parado com respeito a este observador. Olhem para esta figura (slide 35). Essa menina está supostamente voando como uma super-mulher com a velocidade da luz.

**Professor:** *Vocês acham que ela conseguiria retocar sua maquiagem?*

**Aluno 1:** *Não porque a luz não pode viajar com velocidade maior que “c” e, assim, a luz refletida pela menina nunca atingiria o espelho!*

**Aluno 2:** *Ela iria borrar toda a maquiagem!*

**Professor:** *Se ela conseguisse viajar com velocidade “maior” que a da luz, então, aconteceria um absurdo, ela poderia “voltar no tempo”.*

**Aluno 1:** *Ela não voltaria no tempo, ela só veria o passado, mas não poderia interagir com os seres e objetos. Voltando no tempo ela poderia ver a extinção dos dinossauros e depois seu aparecimento.*

**Aluno 3:** *Eu me veria criança, depois recém-nascida e por fim no útero de minha mãe.*

**Aluno 4:** *Este livro (referindo-se a um hipotético diálogo, reproduzido no texto de apoio, entre Einstein e Galileu que será abordado adiante) joga muito no time do Einstein!*

Expliquei que de acordo com a Física Clássica a menina não conseguiria retocar a maquiagem porque o raio luminoso que ela emite estaria em repouso em relação a ela e nunca iria chegar ao espelho. E se essa menina conseguisse acelerar, a luz irá ficar para trás. Isso deixou Einstein, quando ele tinha 16 anos, intrigado. Quanto mais pensava sobre isso, mais Einstein se convenciu de que ninguém poderia se deslocar junto com um feixe de luz. Ele chegou, finalmente, à conclusão de que não importando quão rápido dois observadores possam se mover um em relação ao outro, cada um deles mediria a velocidade da luz que passa por eles como sendo a mesma. Sendo o seu valor hoje aceito aproximadamente igual a 300.000 km/s. Ela é constante ( $c$ ), isto é, é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais.

Outra observação é que a ideia de uma onda luminosa parada também ia contra o Eletromagnetismo de Maxwell, que prevê que a luz se propaga no éter com velocidade de 300.000 km/s. Estava instaurado o impasse que seria solucionado em 1905, o ano miraculoso de Einstein. Outra consequência do fracasso da experiência do éter: a luz não necessita de um meio suporte para se propagar.

Uma das consequências do segundo postulado de Einstein é que a luz não precisa de um meio para se propagar. Ela pode se propagar no vácuo. Por mais difícil que isso possa parecer, a luz pode propagar-se no vácuo com velocidade igual para todos os observadores situados em referenciais inerciais, não importando o movimento da fonte ou do observador.

Para o exemplo da Ferrari, a velocidade de propagação da luz dos faróis acesos é de 300.000 km/s. Para uma Ferrari em sentido oposto, também movendo-se a 300 km/h, a velocidade do feixe também é de 300.000 km/s.

Essa ideia contrariava as ideias clássicas de espaço e tempo. O segundo postulado “entra em ressonância” com o primeiro. Por quê? Uma vez que se a velocidade da luz fosse “ $c$ ” somente para um referencial inercial especial, este poderia ser identificado como distinguido entre os outros, por experiências envolvendo a velocidade da luz, o que estaria em contradição com o primeiro postulado. O primeiro postulado diz que as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais. E o segundo está dizendo que a velocidade da luz é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais. Se não fosse assim, o segundo postulado estaria em contradição com o primeiro. Portanto, o segundo postulado confirma o primeiro postulado.

Outra consequência do segundo postulado é que “ $c$ ” é o limite de velocidade na natureza. Nada pode andar mais rápido que a luz no vácuo ou em qualquer sistema de referência inercial. Nenhuma partícula nem sinal pode se mover com velocidade superior à da luz.

Apresentei nesse momento um diálogo imaginário, retirado de um livro<sup>6</sup>, entre Einstein e Galileu. Eles não foram contemporâneos: Einstein nasceu em 1879 e Galileu faleceu em 1642. Vamos imaginar que o Einstein e Galileu estejam dialogando em português. Eu comentei que no youtube tem um vídeo mostrando Einstein falando em inglês<sup>7</sup> e que as biografias relatam que seu inglês era difícil de ser compreendido.

O diálogo entre Einstein e Galileu está no Texto de Apoio dessa aula (Apêndice J). Ele foi retomado integralmente na sala de aula para mostrar que as transformações de Galileu para corpos com baixas velocidades não são aplicáveis a fenômenos que ocorrem em sistemas com velocidades comparáveis à velocidade de propagação da luz.

Em dado momento do diálogo um aluno disse: “*uma pessoa poderia ver o passado, mas não voltar no tempo se ela fosse mais rápida que a luz*”.

---

<sup>6</sup> Reis, J. C.; Guerra, A.; Braga, M.; Freitas, J. (2012). **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atual.

<sup>7</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=OamFZCFfQkg>

Outro aluno: “*não daria para interagir com as coisas? Ou daria?*”.

Um terceiro aluno: “*mas ver não é interagir? Eu não estou recebendo luz? Então eu estou interagindo. Para enxergar a luz precisa chegar à minha retina*”.

Um quarto aluno: “*Tu verias o passado. Eu não tinha parado para pensar nisso*”.

Por fim comentei que as implicações destes dois postulados foram muito grandes e modificaram profundamente o panorama da Ciência; que os fenômenos previstos pela Teoria da Relatividade Restrita só se tornam relevantes para velocidades muito grandes. Para velocidades próximas à da luz (velocidades relativísticas). É só a partir de 60% do valor da velocidade da luz que se começam a detectar fenômenos relativísticos. *No nosso cotidiano, tem algum objeto que se move com velocidade tão alta?* Não, por isso nós não observamos fenômenos relativísticos no nosso cotidiano. Não há um objeto material, no nosso cotidiano, que se move com velocidade tão alta. Por isso, o que nós estamos estudando agora parece ficção científica. Mas veremos nas próximas aulas que as consequências desses postulados foram confirmadas experimentalmente.

Para aceitar essas ideias é preciso abrir mão da visão de mundo clássica e intuitiva. Não podemos falar em espaço e tempo como coisas abstratas.

O tempo é determinado por relógios e as coordenadas espaciais por réguas. Uma régua ou um relógio sofrem mudança quando estão em movimento muito rápido. Por exemplo, se estiverem em uma nave espacial que se move com velocidade muito alta, o ritmo do relógio é diferente do ritmo observado por outra pessoa parada na superfície da Terra e, conseqüentemente, o tempo que ele registra vai ser diferente.

Tempo para o Einstein, que lia um filósofo chamado Hume, é aquilo que é indicado por um relógio. Não é um conceito abstrato. Comprimento é aquilo que é medido por uma régua ou trena. De novo, eu só vou perceber essas mudanças quando as velocidades forem muito altas, próximas à velocidade da luz no vácuo.

Sugeri que os alunos respondessem às perguntas da lista de exercícios (Apêndice L) e avisei que recolheria as respostas. No final da aula, entreguei-lhes o texto de apoio da Aula 5 (Apêndice M).

Essa aula teve grande participação dos alunos. O diálogo sobre a menina que viajava com velocidade “*c*” e queria retocar a maquiagem, e outros que se seguiram, mostrou que os alunos gostaram do tema, mas que as ideias eram bastante anti-intuitivas, causando certo desconforto em alguns. De qualquer forma, conseguiram se expressar de modo apropriado e foram cooperativos.

### **6.4.3 Respostas dos alunos a algumas questões**

Q.2) Qual a diferença entre um referencial inercial e um referencial não-inercial?

Resposta esperada:

*Para que tenhamos um referencial inercial, a resultante das forças exercidas sobre este referencial deve ser nula, ou seja, o referencial não é acelerado, podendo estar em repouso ou em movimento uniforme em relação a outro referencial inercial. Já um referencial não inercial é acelerado.*

**Aluno 5:** *Referenciais inerciais: são referenciais em relação aos quais os corpos estão livres da ação de forças, ou seja, estão em repouso ou realizam um movimento com velocidade constante em módulo, direção e sentido; são referenciais para os quais valem as Leis de Newton. Referencial não-inercial: é aquele que possui aceleração, ou seja, que descreve um movimento retilíneo e uniformemente variado.*

**Aluno 19:** *Referencial inercial: são referenciais nos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou MRU. Referencial não-inercial: é um referencial acelerado.*

**Aluno 21:** *Referencial inercial: são referenciais em relação aos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou realizam um movimento com velocidade constante em módulo, direção e sentido (movimento retilíneo e uniforme). Se num acelerômetro o pêndulo se mantém na vertical, é um referencial inercial.*

Q.5) Você já deve ter ouvido isto alguma vez: “tudo é relativo, como diria Einstein!”. Mas, se traduzíssemos os dois postulados da teoria da relatividade restrita para a vida cotidiana, como seria exatamente essa frase?

Resposta esperada:

*A teoria da relatividade não significa que “tudo é relativo”. Ela não significa que tudo é subjetivo. Einstein considerou por um curto período chamar sua criação de teoria da invariância, mas o nome não pegou. Se algo pudesse ser traduzido da teoria da Relatividade de Einstein para a vida cotidiana, seria exatamente o oposto do que se diz por aí. Para ele, as leis físicas são sempre iguais mesmo quando se modifica o ponto de vista ou o referencial. Assim, seria melhor dizer algo como: “Tudo é absoluto, como diria Einstein!”, pois para ele as leis da Física não deveriam variar ao gosto do freguês.*

**Aluno 12:** *“Tudo é relativo, dependendo do sistema de referência analisado”. Afinal, em sistemas de referência não-acelerados, as leis da natureza são as mesmas e a velocidade de propagação da luz no vácuo também é a mesma. Portanto, podemos concluir que nem tudo é relativo, pois esses fatores são constantes, como afirma os postulados de Einstein, assim como ocorre também em diversos outros ramos na Física.*

**Aluno 15:** *“Tudo é relativo, exceto as leis da natureza, que são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais; e a velocidade de propagação da luz no vácuo, que é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais”.*

**Aluno 17:** *A frase deveria ser: “Nem tudo é relativo”. Acho que ficaria melhor dessa maneira porque a velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais, ou seja, a velocidade da luz é absoluta.*

Q.7) Cite os postulados de Einstein, comentando suas consequências.

Resposta esperada:

*As leis da Física são iguais em qualquer referencial inercial, ou seja, não existe referencial inercial preferencial; a luz sempre se propaga no espaço vazio com uma velocidade definida, que é independente do estado de movimento do corpo emissor. O primeiro postulado está associado diretamente às leis da Mecânica, Termodinâmica, Óptica e do Eletromagnetismo, ou seja, é uma generalização do princípio da Relatividade galileana e de Newton que se aplicava apenas à Mecânica. Esta generalização de várias leis somente foi possível graças à modificação dos conceitos de espaço e tempo. O segundo postulado trouxe, entre algumas consequências, a de que nenhuma partícula pode se deslocar com velocidade superior à da luz.*

- Aluno 2:** *O primeiro postulado diz que as leis da natureza são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Consequência disso é que não existe um movimento absoluto. O segundo, que diz que a velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais. Consequência: nada pode ser mais rápido do que a luz.*
- Aluno 12:** *O primeiro postulado afirma que as leis da natureza são as mesmas em um referencial inercial. A partir disso, Einstein pode dispensar a existência do éter para a Teoria da Relatividade, e também, pode concluir que não existe um sistema de referência absoluto para todas as aplicações. O segundo postulado afirma que a velocidade da luz é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais. Isso nos permitiu adotá-la como limite de velocidade absoluta e que a velocidade de propagação da luz é a mesma para qualquer observador ou sistema de referência.*
- Aluno 21:** *1º postulado: todas as leis da natureza são as mesmas para todos os sistemas de referência inerciais. Sua consequência é de não existir referencial privilegiado, pois experiências de um laboratório em repouso dariam o mesmo resultado se ele estivesse em movimento constante. Exemplo: jogo de futebol no inverno e no verão com o movimento da Terra mudaria, a maneira de jogar também deveria mudar devido às leis da mecânica, porém isso não ocorre devido à prática desse postulado.*  
*2º postulado: a velocidade de propagação da luz no vácuo é a mesma para todos os referenciais inerciais. Consequência: o valor da velocidade da luz é um limite para as velocidades na natureza, nada ultrapassa 300.000 km/s, estão em perfeito acordo com o primeiro postulado.*

Foi possível perceber, através da análise de todas as respostas, que embora os alunos tenham se mantido envolvidos durante toda a aula, ouvindo e participando das explicações, eles manifestavam ansiedade em alguns momentos. Os postulados trazem consequências anti-intuitivas e em alguns momentos chocam. Demonstraram entender as diferenças entre um referencial inercial e um referencial acelerado ou não-inercial. Pareceram assimilar os postulados da Teoria da Relatividade, mas, como dito, as consequências são difíceis de serem aceitas em um primeiro momento. Mas a exposição lenta e principalmente em formato de diálogo (entre Galileu e Einstein) pareceu ter ajudado a amenizar o conflito cognitivo, como adverte Piaget.

## 6.5 AULA 5

### 6.5.1 Plano de Aula

**Data:** 12/05/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdos:** relatividade da simultaneidade, refinamento do conceito de observador e dilatação do tempo.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) perceber que dois eventos que são simultâneos em um determinado referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial;
- b) articular a TRR e como ela tornou “relativos” os conceitos de tempo e simultaneidade;
- c) construir o conceito de “observador” na relatividade;
- d) perceber que quanto mais rápido um relógio se movimenta, mais lentamente ele parece funcionar quando visto por um observador que não se move junto com ele;
- e) deduzir a equação da dilatação do tempo usando o teorema de Pitágoras;
- f) refletir sobre o quanto a Teoria de Relatividade mostra-se anti-intuitiva e como os conceitos vão se transformando diante das inovações teóricas, o que torna a Ciência um empreendimento dinâmico.

Neste ponto trataremos de conceitos, como dilatação do tempo, que são anti-intuitivos, o que pode causar estranheza e, em um primeiro momento, representar grande desequilíbrio na estrutura cognitiva dos estudantes. Por essa razão a linguagem do texto de apoio busca ser simples e destacaremos o papel dos experimentos mentais.

#### **Procedimentos:**

- Atividade inicial: iniciaremos propondo um experimento mental que evidencia que dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência inercial não são, necessariamente, simultâneos em outro sistema de referência inercial que se move em relação ao primeiro;

- Desenvolvimento: utilizaremos um *PowerPoint* (Apêndice N) que apresenta um resumo do conteúdo do texto de apoio da Aula 5 (Apêndice M) e faremos uma exposição dialogada para trabalhar os conceitos, visando introduzir com cuidado a noção de “dilatação do tempo” (por ela ser anti-intuitiva). Buscaremos interação visando detectar dificuldades de compreensão dos alunos.

- Fechamento: a aula encerrará com os alunos respondendo às questões conceituais (Apêndice O), formando duplas. Elas serão entregues ao professor para fins de correção e tabulação das respostas. Os alunos receberão uma cópia do texto de apoio da Aula 6 (Apêndice P) para realizarem a tarefa de leitura prévia.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

### 6.5.2 Narrativa da Aula 5

Iniciei com o estudo da relatividade da simultaneidade mostrando os slides (Apêndice N) sendo que os alunos podiam acompanhar no texto de apoio (Apêndice M) que lhes fora entregue para que fizessem leitura prévia do mesmo.

Falei um pouco da vida de Einstein utilizando várias fotografias que compunham os slides e citei uma frase atribuída a Einstein: “*A vida é como andar de bicicleta. Para ter equilíbrio você tem que se manter em movimento*”.

Noticiei que essa aula seria muito interessante porque falaríamos da relatividade da simultaneidade. Einstein foi o primeiro físico da história a falar da relatividade da simultaneidade e isso aparece no artigo dele de 1905 cujo título é *Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento*. Antes de Einstein os físicos achavam que dois eventos simultâneos num sistema de referência inercial seriam simultâneos em todos os outros sistemas de referência inerciais. Einstein mostrou que não é assim.

Para abordar este conceito, comecei com um experimento mental. Mostrei o slide 9 (Apêndice N) e propus que se considerasse uma fonte luminosa bem no centro do compartimento de uma nave espacial. Quando a fonte é ligada, a luz espalha-se em todas as direções, com velocidade igual a “ $c$ ”. O observador que está dentro desse compartimento da nave vai observar que a luz chega na frente e atrás ao mesmo tempo porque a lâmpada está equidistante das duas extremidades. Isso só irá acontecer se a nave espacial for um sistema de referência inercial.

Mas para um observador que se encontra, eventualmente, fora da nave espacial os dois eventos não serão simultâneos. Isto por que quando a luz se propaga a partir da fonte, este observador verá a nave mover-se para frente, de modo que a traseira do compartimento se moverá ao encontro do feixe luminoso, enquanto a frente do compartimento o fará em sentido oposto. Portanto, o feixe direcionado para trás do compartimento vai percorrer uma distância menor que o feixe que segue para frente. Uma vez que os valores da velocidade da luz, em ambos os sentidos, são iguais, o observador externo observará o evento da luz chegando à traseira acontecer antes do evento da chegada da luz à frente do compartimento. Assim, para esse observador externo os eventos não são simultâneos.

A referida experiência de pensamento não aparece em nenhum artigo ou livro de Einstein. Em 1916, Einstein lançou um livro<sup>8</sup> em que ele explica a Relatividade Restrita para o público leigo, mas essa é uma experiência de pensamento que aparece no livro do Hewitt<sup>9</sup>.

Discuti que se pode concluir que dois eventos sendo simultâneos num sistema de referência inercial não são necessariamente simultâneos em outro sistema de referência inercial que se move em relação ao primeiro. Dois relógios que estão sincronizados num sistema de referência não estão necessariamente sincronizados em outro sistema se movendo relativamente ao primeiro.

“*Por que isso acontece?*”. Essa não simultaneidade é um resultado puramente relativístico. É uma consequência do segundo postulado de Einstein que diz que a luz se propaga com a mesma velocidade em todos os sistemas de referência inerciais, no vácuo.

Einstein, em seu livro para o público leito, cita o exemplo do trem, que também é um experimento mental. Neste momento mostrei o slide 16 (Apêndice N) que ilustra a experiência de pensamento que Einstein chamava de *Gedankenexperiment*. O trem de Einstein se desloca com velocidade relativística constante. Um observador S’ se encontra

<sup>8</sup> Einstein, A. (1999). **A Teoria da Relatividade Especial e Geral**. Rio de Janeiro: Contraponto.

<sup>9</sup> Hewitt, P. G. (2002). **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.

exatamente no meio do trem e outro observador S se encontra parado no chão. Eles estão se cruzando exatamente quando dois raios acontecem. Consideremos que os dois raios atinjam as posições frontal e traseira do trem, do ponto de vista do observador S, ao mesmo tempo.

A pergunta que o Einstein fez foi: “*se esses raios são simultâneos em relação a S, eles serão simultâneos em relação a S’?*”. A resposta é não.

Einstein teve um *insight* após uma conversa com seu amigo Michele Besso e se deu conta da relatividade da simultaneidade.

Observando as figuras (slides 16, 17 e 18), percebe-se que as duas frentes de onda, dianteira e traseira, chegam ao observador S ao mesmo tempo. Por isso que para o observador S, esses dois eventos são simultâneos. Já para o observador S’, que está no interior do trem, os dois eventos não serão simultâneos, pois ele verá primeiro a frente de onda dianteira, pois é nesse sentido que se desloca o trem, e depois verá a frente de onda traseira. Isso está de acordo com o princípio da invariância da velocidade da luz, ou seja, para qualquer observador inercial, ambos os pulsos luminosos se movem com a mesma velocidade “c”. Logo, S’ é levado a concluir que o raio produzido na frente do trem foi emitido antes do outro, ou seja, para este observador os raios não são simultâneos.

Podemos então propor a seguinte questão: quem está com a razão? Por incrível que pareça, a resposta é que os dois estão corretos. Embora pareça estranho ou paradoxal, não existe uma resposta única para tal questão porque a simultaneidade é uma noção relativa. Ela não é absoluta. Se a velocidade da luz fosse infinita em qualquer referencial, os dois eventos seriam simultâneos para os dois observadores. Mas como a velocidade da luz é igual em todas as direções em qualquer referencial inercial, os dois eventos que são simultâneos em um referencial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial.

Sugeri que, para entenderem melhor essa experiência de pensamento, acessassem o link <https://www.youtube.com/watch?v=ZrAJN6tvHM8> e visualizassem o vídeo que mostra a referida experiência do trem de Einstein.

Segui instigando: “*o que é o tempo?*”. Expliquei que todos os nossos julgamentos em que o tempo desempenha um papel são sempre julgamentos de eventos simultâneos. Mas o tempo está fortemente associado com a simultaneidade. Se a simultaneidade é relativa, o tempo também é relativo.

Busquei refinar o conceito de observador perguntando: “*o que é observador na relatividade?*”. Quando falarmos em observador na relatividade estaremos implicitamente nos referindo a um sistema de coordenadas inercial com uma pessoa parada na origem desse sistema de coordenadas com seu próprio cronômetro, que será uma espécie de “observador-mor”, ajudado por um número muito grande de “observadores-ajudantes”, cada um deles fixo em cada posição dos eixos x, y e z, dotados de seu próprio cronômetro preciso. Mostrei a figura do slide 26 (Apêndice N) que representa o “observador-mor”, os eixos x, y e z, e um conjunto de “observadores-ajudantes”. “*Como eu faço para sincronizar todos os cronômetros?*”.

Não adianta sincronizar os relógios com o relógio do “observador-mor” quando eles estão todos em repouso relativo com este, e só então movê-los para suas posições no sistema de coordenadas porque não sabemos de antemão se a movimentação dos relógios não afeta seus andamentos. Uma maneira adequada de fazer a sincronização é colocar cada um dos relógios na sua posição definitiva no sistema de coordenadas e depois sincronizá-los por meio de sinais.

Por exemplo, considere a sincronização de um certo relógio B, localizado a uma distância L da origem do sistema de coordenadas, esta distância pode ser medida previamente sem nenhum problema. Combinamos, então, que o relógio A na origem do sistema será acionado no mesmo momento em que um raio de luz é emitido a partir desta posição. Quando este sinal luminoso atingir o relógio B, o “observador-ajudante” nesta posição acertará seu

relógio para  $L/c$ . Se eu for o “observador-mor”, quando eu ligar a lanterna eu vou acionar o cronômetro. Quando a luz emitida por essa lanterna chegar ao meu primeiro “observador-ajudante”, o tempo que ele vai registrar é  $L/c$ . O vizinho registra o tempo  $2L/c$ . O seguinte  $3L/c$ . Assim todos os relógios estarão sincronizados. É dessa maneira que posso sincronizar todos os cronômetros. Este procedimento pode ser realizado para todos os outros relógios auxiliares e, assim, todos ficarão sincronizados corretamente com o relógio A usado pelo “observador-mor”. Isto irá repercutir depois na dilatação do tempo.

Esse conjunto de “observadores-ajudantes”, adequadamente sincronizados com o relógio do “observador-mor”, é que constitui efetivamente um “observador” em Relatividade Especial. Assim, quando dissermos que dois acontecimentos são simultâneos para um dado “observador”, queremos dizer que os dois “observadores-ajudantes” mais próximos dos eventos, usando seus próprios relógios, registraram iguais tempos para os acontecimentos.

Com isso passei para a dilatação do tempo. Novamente fiz uso de um experimento mental (slide 30 do Apêndice N). Imagine um carro que se desloca com velocidade constante  $v$  (constante em relação ao chão). Nesse carro há uma fonte de luz e um espelho plano na parte de cima. Uma pessoa dentro do carro mede com um relógio o intervalo de tempo entre a emissão de um pulso de luz (evento 1) e o retorno desse pulso (evento 2) após a reflexão no espelho. Os dois eventos ocorrem no mesmo local e são medidos com auxílio de um único relógio.

Dentro do carro eu só preciso do “observador-mor” e de um único cronômetro acionado quando o feixe é emitido e apertado de novo quando o feixe retorna. *“Como é que esse observador, que está dentro do carro, pode determinar o tempo que a luz demorou para subir e para descer?”*.

Recorri ao MRU que os alunos já tinham estudado na primeira série. *“O que eu escrevo no lugar da velocidade?”*. Escrevo “ $c$ ” e no lugar do deslocamento escrevo “ $2d$ ”. O intervalo de tempo medido dentro do carro é chamado de intervalo de tempo próprio ( $\Delta t_0$ ). Esse intervalo de tempo  $\Delta t_0$ , medido no referencial do carro, é o tempo que a luz demora para ir da lâmpada até o espelho e retornar à lâmpada e é dado por:  $\Delta t_0 = (2d)/c$ . Esse é o intervalo de tempo que a luz demora, em relação ao observador do carro, para ir e voltar.

*“Como esses dois eventos são observados por uma pessoa que está fora do carro, parada no solo enquanto o carro passa por ela?”*. Neste momento mostrei o slide 32 (gostei dessa figura) e chamei a atenção para que percebessem que o carro “encolheu” na direção do movimento. O carro que tem velocidade relativística “encolhe” na direção do movimento.

Para medir o intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso, precisa-se de dois relógios sincronizados, um para cada evento. Ou seja, o “observador-mor” precisa de um “observador-ajudante”. O “observador-mor” está em  $P_1$  e o “observador-ajudante” está  $P_2$ . Então, para fazer essa medida de intervalo de tempo, precisa-se de dois cronômetros sincronizados. O percurso da luz neste sistema de referência é  $2L$ , que é maior do que  $2d$ . Então, dentro do carro a luz sobe e desce, ela percorre  $2d$ , mas fora do carro percorre  $2L$ , que é maior do que  $2d$ .

Contudo, como a velocidade da luz é a mesma em qualquer dos referenciais (pelo 2º Postulado de Einstein), o intervalo de tempo entre os dois eventos ( $\Delta t$ ) medido pela pessoa fora do carro é  $\Delta t = 2L/c$ . Se comparamos a primeira fórmula com a segunda,  $2L$  é maior do que  $2d$ . Consequentemente  $\Delta t > \Delta t_0$ . Essa análise nos permite concluir que o relógio em movimento funciona mais lentamente que o relógio em repouso.

Na sequência deduzi esse resultado usando o teorema de Pitágoras mostrado no slide 35 (Apêndice N) e expliquei, pormenorizadamente, a dedução feita para encontrar as equações. Os alunos gostaram disso.

Mostrei que o intervalo de tempo medido fora do carro é igual ao intervalo de tempo medido dentro do carrinho sobre a raiz quadrada de  $1 - v^2/c^2$ , sendo que  $\Delta t_0$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador no interior do carro (tempo próprio) e  $\Delta t$ , o intervalo de tempo medido pelo observador fora do carro (tempo dilatado).

O tempo próprio é medido com um único cronômetro. O tempo dilatado é medido com dois cronômetros previamente sincronizados. Se a velocidade  $v$  com que o carro se move for muito menor que a velocidade da luz no vácuo, os intervalos de tempo  $\Delta t$  e  $\Delta t_0$  serão praticamente iguais. Isso significa que para as velocidades do nosso cotidiano, os efeitos relativísticos são desprezíveis.

Expliquei que à medida que a velocidade do carro se aproxima da velocidade da luz no vácuo, os efeitos relativísticos tornam-se cada vez mais acentuados. Ou seja, o tempo dilatado torna-se cada vez maior que o tempo próprio. Isto consiste na teoria da relatividade de dilatação do tempo.

Como nas aulas anteriores, sugeri que fizessem os exercícios (Apêndice O) e no final da aula recolhi as respostas e entreguei o texto de apoio da Aula 6 (Apêndice P).

### 6.5.3 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.1) Suponha que o observador de pé sobre o planeta da Figura 2 (do texto de apoio) veja um par de centelhas incidindo simultaneamente nas extremidades frontal e traseira do compartimento de uma nave espacial altamente veloz. As centelhas serão simultâneas para um observador situado no meio do compartimento? (Estamos considerando aqui que um observador pode detectar quaisquer ligeiras diferenças nos tempos que a luz leva para se deslocar das extremidades até o meio do compartimento).

Resposta esperada:

*Não; um observador no meio do compartimento verá antes a centelha que atinge a extremidade frontal do compartimento do que a que atinge a extremidade oposta.*

**Aluno 3:** *Não, para o observador situado no meio do compartimento a centelha irá atingir primeiro a parte frontal do compartimento.*

**Aluno 10:** *Não, tudo depende do referencial. Se o observador está dentro do compartimento, perceberá a centelha da frente, após isso, a de trás.*

**Aluno 12:** *Não serão vistas simultaneamente pelo observador do compartimento. Isso ocorre, pois se o referencial estiver dentro do compartimento ele enxergará as centelhas em tempos diferentes.*

Q.5) O efeito do movimento sobre o tempo já foi bastante usado em filmes de ficção científica, como em *O Planeta dos Macacos*, em que a tripulação de uma nave espacial fica em missão durante três anos, medido no relógio da nave. Quando ela regressa à Terra, verifica que aqui se passaram cinquenta anos! Calcule, para esta situação, a velocidade da nave.

$$\text{Resolução: } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 50 = \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 = \left( \frac{3}{50} \right)^2 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{9}{2500} \rightarrow$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{9}{2500} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{2500-9}{2500} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2491c^2}{2500}} \rightarrow v = \frac{\sqrt{2491}}{50} \cdot c \rightarrow v = 0,998c$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.7) Uma espaçonave viaja com velocidade  $v = 0,80.c$ . Supondo que se possam desprezar os tempos de aceleração e desaceleração da nave durante uma jornada de ida e volta que leva 12 anos, medidos por um astronauta a bordo, pode-se afirmar que um observador que permaneceu na Terra terá envelhecido, em anos:

$$\text{Resolução: } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{\sqrt{1-\frac{(0,8c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{\sqrt{1-\frac{0,64c^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{0,6} \rightarrow$$

$$\Delta t = 20 \text{ anos}$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Foi possível perceber pela análise de todas as respostas que os alunos se mantiveram atentos durante a aula, demonstraram um bom entendimento da relatividade da simultaneidade e do conceito de observador na relatividade. A dilatação temporal foi a noção de maior dificuldade de aceitação, mas os alunos acertaram as questões que envolviam cálculos. Destaco que esses alunos estavam acostumados a resolver as listas de exercícios das apostilas de Física. Não é possível, no entanto, afirmar que todos entenderam (e aceitaram) a ideia de dilatação do tempo, mesmo que tendo acertado exercícios de cálculo.

## 6.6 AULA 6

### 6.6.1 Plano de Aula

**Data:** 03/06/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdos:** O espaço-tempo, o paradoxo dos gêmeos e a contração do comprimento.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) reconhecer situações em que dois observadores compartilham a mesma região do espaço-tempo;
- b) examinar o paradoxo dos gêmeos e perceber que o problema não é simétrico;
- c) intuir que o comprimento de um objeto, quando se desloca com velocidade próxima da luz, é menor do que quando se encontra em repouso
- d) reconhecer a contração do comprimento, e que ela ocorre apenas na direção do movimento;
- e) estimar que a contração do comprimento decorre do postulado da TRR.

O conceito de “contração espacial” é igualmente anti-intuitivo. Por essa razão, teremos o cuidado de buscar promover a acomodação sem causar um conflito cognitivo grande demais, como adverte Piaget, permitindo que os alunos possam questionar e tirar dúvidas constantemente. Interromperemos a aula sempre que percebermos dificuldades de assimilação por parte dos alunos.

#### **Procedimentos:**

- Atividade inicial: iniciaremos novamente propondo um experimento mental para abordar o paradoxo dos gêmeos, para mostrar que a situação não é simétrica: enquanto um gêmeo permanece em um único referencial inercial (Terra), o outro muda de sistema de referência (nave em viagem).

- Desenvolvimento: faremos uma exposição gradual com auxílio de um *PowerPoint* (Apêndice Q) e incentivando que os alunos respondam questões que serão propostas para serem discutidas em grande grupo para trabalhar os conceitos estudados. As expressões matemáticas que compõem o texto de apoio (Apêndice P) serão deduzidas, passo a passo, no quadro.

- Fechamento: no final da aula cada aluno responderá às questões propostas (Apêndice R) e receberá uma cópia escrita do texto de apoio da Aula 7 (Apêndice S).

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- Materiais de uso comum<sup>10</sup>;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

---

<sup>10</sup> Materiais de uso comum como, por exemplo: quadro de giz e giz.

## 6.6.2 Narrativa da Aula 6

Comecei essa aula explanando que dois observadores em repouso compartilham o mesmo sistema de referência inercial, isto é, ambos concordam em suas medições do espaço e dos intervalos de tempo entre dois eventos, portanto dizemos que eles compartilham a mesma região do espaço-tempo.

Nesse momento eu instiguei: “*E se houver movimento relativo entre dois observadores, como vai ser?*”.

Se existir movimento relativo entre os observadores, eles passam a não concordar em suas medições do espaço e do tempo. Cada observador se encontrará em uma diferente região do espaço-tempo.

Destaquei que para valores de velocidade do nosso cotidiano, as diferenças entre as medidas são imperceptíveis. Mas diferenças nas medidas de espaço e de tempo tornam-se apreciáveis quando a velocidade entre os observadores for muito grande (velocidade relativística). As medidas diferem de tal maneira que cada observador sempre obterá a mesma razão entre o espaço e o tempo para a luz; quanto maior for a distância espacial medida, maior será o intervalo de tempo medido.

Esta razão constante entre espaço e tempo para a luz, que é “*c*”, é o fator unificador entre diferentes regiões do espaço-tempo e constitui a essência do segundo postulado de Einstein.

Passei a discutir o conhecido paradoxo dos gêmeos com auxílio do slide 5 (Apêndice Q). Destaquei que não foi Einstein que criou esse paradoxo, mas sim o físico francês chamado Paul Langevin e que se trata de uma situação imaginária cujos personagens são dois gêmeos. Chamei os dois personagens de Tiago e João. Tiago permanece na Terra e João viaja numa nave espacial com velocidade relativística (velocidade próxima da luz no vácuo). Quando eles se reencontrarem terão idades diferentes, estando mais velho o gêmeo que ficou na Terra (Tiago). Isto é, em si, um paradoxo: “*como gêmeos podem ter idades diferentes?*”. Mas existe um segundo paradoxo no paradoxo dos gêmeos. Eu mostro o slide 6 (Apêndice Q) e comento que quando João volta, encontra Tiago mais velho do que ele. Isso acontece porque João se moveu com velocidade próxima à da luz. Noticiei que isso também acontece no filme *Interestelar*, em que o pai fica mais novo que a filha que permaneceu na Terra.

Alertei que preciso ter em mente que: 1º) pelo fato de João viajar com velocidade muito alta, deve-se considerar os efeitos relativísticos sobre o tempo; 2º) o paradoxo decorre do fato de, à primeira vista, haver simetria de ponto de vista (na perspectiva de João, que está no veículo espacial, é Tiago, que permanece na Terra, que se desloca rapidamente em sentido contrário). Parece haver uma simetria de movimento entre o gêmeo que viajou e o seu irmão na Terra. Mas isso não é verdade.

Avisei que mostraria três formas diferentes de enxergar que a situação não é simétrica.

Primeira: João parte da Terra (referencial 1), começa a viajar em alta velocidade (referencial 2), em seguida ele para e volta em sentido contrário (referencial 3) para, finalmente, reencontrar Tiago. Tiago permanece o tempo todo na Terra (referencial 1). Por isso que não tem simetria entre os dois. O Tiago fica em um único sistema de referência inercial enquanto João ocupa três referenciais inerciais diferentes (três regiões do espaço-tempo diferentes).

Expliquei novamente. Podemos considerar que o Tiago encontra-se num único sistema de referência inercial, a Terra. João está no veículo espacial, que não pode ser considerado um sistema de referência inercial. Por quê? Para adquirir velocidade muito alta e para inverter o sentido do movimento, o veículo teve que ser acelerado. Assim, a nave não é um sistema de referência inercial, ela sofre acelerações. Então, não temos paradoxo, pois estamos comparando observações a partir de dois referenciais distintos.

Quem está num referencial inercial é Tiago. João está em um referencial não-inercial. A nave precisa acelerar para atingir velocidade muito alta, uma segunda aceleração ocorre quando a nave para e faz a volta. Concluimos que não há paradoxo.

O problema não é, pois, simétrico. Assim, quando se reencontram, Tiago e João não terão que ter a mesma idade.

Nesse momento eu falei sobre a viagem do gêmeo. Comentei que essa parte iria enriquecer muito o entendimento dos alunos a respeito do paradoxo dos gêmeos.

Mostrei o slide 12 (Apêndice Q) e consideremos que imaginássemos uma nave espacial pairando em repouso com respeito à Terra e que a nave enviasse breves flashes luminosos em intervalos de tempo regulares. Decorrerá algum tempo antes que os flashes cheguem ao planeta, da mesma forma que a luz solar leva cerca de oito minutos para alcançar a Terra. Os flashes luminosos chegarão ao receptor sobre o planeta com velocidade “ $c$ ”. Como não existe movimento relativo entre o emissor e o receptor, sucessivos flashes serão captados com a mesma frequência com a qual são regularmente emitidos.

*“E se houver movimento envolvido? Como é que fica?”.*

Quando há movimento envolvido, a situação é completamente diferente. É importante notar que a velocidade de propagação dos flashes ainda é “ $c$ ” (esta é a maior velocidade que pode existir), não importando como a nave ou o receptor possam estar se movendo. O quão frequentemente os flashes são vistos, no entanto, depende muito do movimento relativo. Quando a nave se desloca em direção ao receptor, este capta os flashes mais frequentemente. Isso acontece principalmente porque cada flash sucessivo tem uma distância menor para percorrer quando a nave está se aproximando do receptor. Se a nave emitir um flash luminoso a cada seis minutos, os flashes serão vistos a intervalos de tempo menores do que seis minutos, se houver aproximação.

Mostrei o slide 17 (Apêndice Q) e supus que a nave estivesse viajando rápido o bastante para que os flashes fossem captados com frequência duas vezes maior. Então eles estarão sendo vistos a intervalos de três minutos. João está emitindo um flash a cada seis minutos e está se aproximando, mas Tiago vai enxergar um flash a cada três minutos porque o João está vindo muito rápido.

E se houver afastamento? Se a nave estiver se afastando do receptor com a mesma velocidade anterior, ainda emitindo flashes a intervalos de seis minutos, esses flashes serão captados pelo receptor com a metade da frequência de emissão, ou seja, a cada doze minutos. Isso se deve principalmente a que cada flash sucessivo tem uma distância maior a percorrer quando a nave está se afastando do receptor.

O efeito resultante da ação de afastamento em relação ao receptor é exatamente o oposto daquele resultante da ação de aproximação.

Aplicando esse resultado, vamos supor que o João se afasta do Tiago em alta velocidade por uma hora, então faça a curva e retorne durante uma hora com a mesma velocidade com que se afastou. Segundo o relógio do João (segundo a linha raciocínio com a ajuda da figura do slide 22), o gêmeo viajante faz a viagem de ida e volta em duas horas, de acordo com todos os relógios existentes a bordo da espaçonave. Entretanto, essa viagem não será registrada com duração de duas horas para Tiago que se encontra parado na superfície da Terra.

Quando a nave está se afastando da Terra, ela emite um flash de luz a cada seis minutos; os flashes são recebidos na Terra a cada doze minutos; em uma hora são emitidos um total de dez flashes (após o “sinal de partida”); se a nave partiu da Terra ao meio-dia (João partiu ao meio-dia), os relógios a bordo marcarão 1h da tarde quando o décimo flash é emitido. Que tempo é marcado na Terra quando este décimo flash chegar à Terra? A resposta é 2h da tarde, pois o tempo que leva para a Terra receber dez flashes separados por intervalos de 12 minutos ( $10 \times 12 \text{ min}$ ) é 120 minutos = 2h.

Professor: *A ida do João dura quanto tempo? Uma hora de acordo com o relógio do João. Durante essa uma hora quantos flashes o João mandou?*

Aluno: *10 flashes separados de 6 minutos.*

Professor: *Quantos flashes o Tiago recebeu?*

Aluno: *10 separados de 12 minutos.*

Então, para o João a ida durou 1 h e para o Tiago 2 h. Suponha que a espaçonave é capaz de fazer a curva em um intervalo de tempo tão curto que seja desprezível, e retorne à Terra com a mesma velocidade da ida. Durante a hora que dura o retorno João emite mais dez flashes a intervalos de seis minutos. Esses flashes são recebidos na Terra a cada três minutos, de modo que os dez flashes chegam durante 30 minutos.

O retorno do João de acordo com o relógio dele dura 1 h. Para o Tiago esse mesmo retorno dura meia hora. “*Durante essa 1 h, João envia quantos flashes?*”. Os alunos respondem: 10 separados de 6 minutos. “*Quantos flashes o Tiago recebe?*”. Os alunos respondem: 10 separados de 3 minutos.

Olhem que coisa legal. Um relógio na Terra marcará 2h30min da tarde quando a espaçonave completar sua viagem de ida e volta em suas duas horas. Vemos que o gêmeo que ficou na Terra envelheceu meia hora a mais do que o que viajou na espaçonave.

Fiz o mesmo desenvolvimento para uma situação inversa, imaginando que quem iria enviar os flashes (na nova situação) seria Tiago e João os receberia. Concluimos que os dois gêmeos iriam concordar que o Tiago ficaria meia hora mais velho.

Existe paradoxo? Não. Portanto ambos os gêmeos concordam com os mesmos resultados, não havendo qualquer disputa sobre qual deles envelheceu mais. Enquanto o gêmeo que ficou na Terra manteve-se em um único sistema de referência, o gêmeo viajante usou dois sistemas de referência diferentes, separados pela aceleração da espaçonave durante a curva que teve que fazer para retornar. A espaçonave, com efeito, experimentou duas regiões diferentes do espaço-tempo, enquanto a Terra experimentou uma única região do espaço-tempo, ainda que diferente daqueles mencionados antes. Os gêmeos podem se encontrar novamente no mesmo lugar do espaço somente à custa do tempo.

Passei a discutir a contração do espaço, e novamente fiz uso de um experimento mental. Neste momento eu mostrei o slide 29 (Apêndice Q). Utilizei o exemplo do vagão de trem que se move com velocidade  $v$ , constante em relação ao solo, para comparar medidas do comprimento do vagão feitas por diferentes observadores.

Dentro do vagão o observador mede seu comprimento com uma trena ( $L_0$ ) que é uma medida própria. O observador também poderia usar como referência um ponto do solo, que se movimenta em relação a ele com velocidade  $-v$ , e medir o intervalo de tempo que esse ponto leva para percorrer a distância  $L_0$ . Para isso ele precisa utilizar dois relógios sincronizados e o valor obtido,  $\Delta t$ , não seria o intervalo de tempo próprio, porque os dois eventos ocorrem em lugares diferentes. Então, a gente pode escrever:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow L_0 = v \cdot \Delta t$$

Fizemos a análise para o observador que está no solo, fora do vagão e concluimos que ele obterá um intervalo de tempo próprio ( $\Delta t_0$ ), pois os dois eventos ocorrem no mesmo local. Portanto, o comprimento  $L$  do carro é dado por:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow L = v \cdot \Delta t_0$$

Para estabelecer a relação entre  $L$  e  $L_0$ , basta dividirmos, agora, a equação (2) pela (1). Fiz essa análise no quadro (passo a passo) e obtive:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \cdot \Delta t_0}{v \cdot \Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

O comprimento do vagão medido por uma pessoa parada no solo é igual ao comprimento do vagão medido por uma pessoa dentro dele vezes a raiz quadrada de  $1 - v^2/c^2$ . Para a pessoa que está dentro a medida do comprimento é maior do que a medida feita pela pessoa que está parada no chão. Nessa expressão  $L_0$  é o comprimento próprio, medido pelo observador em repouso no interior do vagão, e  $L$  é o comprimento medido pelo observador fora do vagão. Esse vagão está se deslocando com velocidade constante em relação ao solo.

Essa expressão nos diz que a medida do comprimento sofre uma contração para o observador que o observa em movimento. O fator  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  é menor que a unidade. Então  $L$  sempre é menor que  $L_0$ . Por isso que é chamado de contração do espaço.

Corpos em movimento sofrem uma contração na direção deste movimento em relação ao tamanho que têm quando medidos em repouso.

Adverti para algumas observações: na direção perpendicular ao movimento não há alteração da medida do comprimento. Se um objeto está se movimentando horizontalmente, não ocorre qualquer contração na direção vertical. Ele só se contrai na direção em que ele está se movendo. Se o vagão de trem, de alguma maneira, fosse capaz de se mover com velocidade igual a “ $c$ ”, o seu comprimento seria zero em relação a uma pessoa parada no solo. Esta é uma das razões por que dizemos que a velocidade de propagação da luz no vácuo é o limite superior para o valor da velocidade de qualquer objeto em movimento.

Para uma viagem hipotética na velocidade da luz, a contração do comprimento e a dilatação temporal são exatamente as duas faces de um mesmo fenômeno.

Após algumas discussões com os alunos, solicitei que resolvessem as questões da lista de exercícios (Apêndice R) e, após, recolhi as respostas e entreguei o texto de apoio da Aula 7 (Apêndice S) com a mesma orientação de que fizessem leitura prévia.

### 6.6.5 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.4) Como o movimento é relativo, não podemos igualmente dizer que a espaçonave se encontra em repouso e que a Terra é que se move, caso em que o gêmeo da espaçonave envelhece mais?

Resposta esperada:

*Não, a menos que a Terra faça uma curva e retorne, como fez nossa espaçonave no exemplo da viagem do gêmeo. A situação não é simétrica, pois durante a viagem toda um dos gêmeos permaneceu num único sistema de referência no espaço-tempo, enquanto o outro fez uma mudança de sistema de referência, como é evidenciado pela aceleração durante a curva que teve que fazer para retornar.*

**Aluno 4:** *Não, pois enquanto o sistema referencial de Tiago é constante, João tem seu sistema referencial modificado no mínimo duas vezes (devido à aceleração e desaceleração da nave em que viaja).*

**Aluno 5:** *Não, pois Tiago está em um referencial inercial e João não está, pois para atingir uma velocidade alta e para mudar o sentido do movimento, o veículo precisa ser acelerado e desacelerado, e pelo fato de João ocupar três referenciais inerciais.*

**Aluno 18:** *A situação não é simétrica, porque Tiago permanece na Terra, ou seja, somente em uma região do espaço-tempo. Enquanto o gêmeo que parte na espaçonave passa por 3 regiões do espaço-tempo.*

**Aluno 19:** *Não, porque a nave, ao contrário da Terra, não é um referencial inercial. Dessa forma, pode-se dizer que a situação não é simétrica. A nave não é um referencial inercial porque realiza acelerações e desacelerações.*

Q.6) Uma nave desloca-se com velocidade de 85% da velocidade da luz ( $0,85c$ ), e um astronauta em seu interior mede seu comprimento e encontra um valor de 12 m. Para um observador que se encontra na Terra, qual a medida do comprimento da nave?

Resposta esperada:

*Temos que o módulo da velocidade da Terra em relação à nave também é de  $0,85c$ , e que o comprimento próprio é igual a 12m. Então,*

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,85c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 12 \cdot \sqrt{1 - 0,7225} \rightarrow$$

$$L = 12 \cdot \sqrt{0,2775} \rightarrow L = 6,32 \text{ m}$$

*Podemos observar que houve uma redução bastante significativa da medida, onde  $L$ , que representa o valor medido pelo observador fora da nave (que se desloca com  $v = 0,85c$  em relação à nave) é quase a metade de  $L_0$ , que representa o valor medido pelo observador em repouso no interior da nave.*

**Aluno 3:** 6,32 m.

**Aluno 4:** Para um observador que se encontra na Terra, a nave medirá 6,321 metros.

**Aluno 5:** 6,312 m.

**Aluno 7:** 6,32 m.

A análise das respostas mostrou que os alunos, em sua grande maioria, acertaram os cálculos. Pareceram reconhecer o paradoxo dos gêmeos e perceber, especialmente através dos exemplos trabalhados em aula, que a situação não é simétrica quando se analisa esse “paradoxo”. Além disso, demonstraram segurança na hora de aplicar a fórmula da contração dos comprimentos e de interpretar os dados dos problemas que envolvem cálculos matemáticos.

Contudo, a noção de contração dos comprimentos foi de difícil assimilação, causou perguntas e intervenções variadas porque, como já comentado, é altamente anti-intuitiva.

## 6.7 AULA 7

### 6.7.1 Plano de Aula

**Data:** 10/06/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdos:** O paradoxo do celeiro, detecção dos múons, a experiência de Hafele-Keating, aparência visual de objetos em movimento relativístico e adição de velocidades na Relatividade Restrita.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) entrar em contato com o paradoxo do celeiro;
- b) ter uma abordagem histórica e conceitual das principais confirmações experimentais da TRR: detecção dos múons e a experiência de Hafele-Keating;
- c) intuir a aparência visual de objetos em movimento relativístico (ver/fotografar um objeto em movimento relativístico não é o mesmo que observar um objeto em movimento relativístico);
- d) trabalhar a adição de velocidades para ajudar a perceber, uma vez mais, que nenhum objeto material pode se mover mais rapidamente do que a luz no vácuo;
- e) reconhecer que quando as velocidades são pequenas (comparadas com a velocidade de propagação da luz no vácuo), a adição de velocidades na TRR coincide com a soma galileana de velocidades.

O objetivo geral é apresentar e discutir as evidências experimentais que corroboram a Teoria da Relatividade Restrita tornando-a, como propõe Kuhn, um novo paradigma a partir do início do séc. XX.

#### **Procedimentos:**

- Atividade inicial: iniciaremos novamente propondo um experimento mental para abordar o “paradoxo do celeiro”.

- Desenvolvimento: desenvolveremos, na sequência, os cálculos com cuidado, para abordar a relatividade da simultaneidade bem como a experiência de detecção dos múons e adição de velocidades na Relatividade, para facilitar a assimilação dos conceitos e criar situações de aprendizagem, para que os estudantes construam ou melhorem seus esquemas de assimilação, como propõe Piaget. Promoveremos, como em aulas anteriores, uma exposição dialogada, proporcionando momentos para que os aprendizes exponham seus pontos de vista.

- Fechamento: a aula encerrará com a resolução das atividades propostas (Apêndice U), algumas das quais são conceituais e outras envolvem cálculos. As respostas serão entregues ao professor para fins de avaliação e será entregue o texto de apoio da Aula 8 (Apêndice V) incentivando a leitura prévia.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- com projetor multimídia;
- Materiais de uso comum;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

## 6.7.2 Narrativa da Aula 7

Iniciei o estudo do espaço-tempo mostrando os slides (Apêndice T) com base no texto de apoio (Apêndice S) que já fora entregue aos alunos no final da Aula 6.

Iniciei a aula falando sobre o paradoxo do celeiro que, em geral, não é abordado em livros de Ensino Médio. O paradoxo envolve a contração das distâncias e foi proposto pelos norte-americanos Edwin F. Taylor e John Archibald Wheeler. Supõe-se que um corredor, com velocidade  $v$ , entra em um celeiro de 5 m de profundidade com uma vara de 10 m de comprimento, e um fazendeiro está do lado de fora do celeiro em uma posição em que pode ver a porta da frente aberta e a do fundo fechada. O fazendeiro observa que a vara entrou totalmente no celeiro e fecha a porta da frente guardando, assim, uma vara de 10 m de comprimento no interior de um celeiro de 5 m de profundidade.

Mostrei o slide 5 (Apêndice T) e expliquei pormenorizadamente o cálculo usando a equação  $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , para calcular em qual velocidade “ $v$ ” isso pode acontecer:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 5 = 10 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{5}{10} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \rightarrow$$
$$\frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c \rightarrow$$
$$v \cong 0,87 \cdot c$$

Ou seja, isto só é possível se a velocidade do corredor for próxima à velocidade da luz (0,87.c). Comentei que o paradoxo surge quando a situação é analisada do ponto de vista do corredor. Para ele, a vara que se encontra em repouso no seu referencial inercial, tem o comprimento de 10 m. No entanto, a profundidade do celeiro é, usando a mesma equação

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ e fazendo os cálculos, de 2,5 m.}$$

Instigui perguntado “*como é possível que um celeiro de 2,5 m de profundidade comporte em seu interior uma vara de 10 m de comprimento?*”. Fugindo de uma análise mais profunda que seria necessária neste caso, podemos resumir dizendo que a explicação do paradoxo está na relatividade da simultaneidade: eventos que são simultâneos em certo referencial inercial não são simultâneos quando observados de outro referencial. O corredor, por exemplo, nunca consegue ver a vara inteiramente no interior do celeiro.

Passei, depois, para o slide 8 (Apêndice T) que trata da detecção dos múons, como sendo uma das evidências experimentais mais conhecidas da TRR.

Quando raios cósmicos atingem a atmosfera da Terra ocorre a produção de partículas instáveis como, por exemplo, os múons. A vida média de um múon, num referencial que viaja com ele, é de  $2,2 \times 10^{-6}$  s ou  $2,2\mu\text{s}$ , que é o tempo próprio do múon. Passados  $2,2\mu\text{s}$  o múon desintegra-se dando origem a outras partículas como o elétron, um antineutrino do elétron e um neutrino do múon.

Neste momento os alunos pediram para eu explicar o que são os raios cósmicos. Fiz uma discussão sobre o tema. Após, fiz os cálculos da distância que os múons poderiam percorrer antes de se desintegrarem. Usando  $\Delta x = v \cdot \Delta t$  e assumindo “ $v$ ” como sendo  $0,998 \cdot c$ , obtivemos que o múon percorre 660m antes de se desintegrar. Chamei a atenção de que a altitude da atmosfera em que são produzidos os múons é muito maior que 660m. Portanto, os múons não deveriam chegar à superfície da Terra. Mas chegam em abundância. “*Qual é a explicação?*”.

A velocidade dos múons é muito alta e os efeitos relativísticos não podem ser ignorados. Assim a questão precisa ser resolvida pela Teoria da Relatividade.

Noticiei que uma maneira de resolver é considerando a dilatação do tempo.

A vida média do múon é o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos: seu “nascimento” e sua desintegração. Esse intervalo de tempo será medido por dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon). O referencial S', que é o do múon e, portanto, está em repouso em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ . O referencial S, por sua vez, move-se em relação ao local dos eventos; ele mede  $\Delta t$  (tempo dilatado), dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{2,2}{\sqrt{1-\frac{(0,998c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t \cong 35 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Então, em relação a S, o múon, ainda “vivo”, é capaz de percorrer uma distância  $L_0$  dada por:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow L_0 = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 35 \cdot 10^{-6} \rightarrow L_0 = 104,79 \cdot 10^2 \rightarrow$$

$$L_0 = 1,0479 \cdot 10^4 \text{ m} \rightarrow L_0 = 10.500 \text{ m}$$

Assim fica explicado por que os múons conseguem chegar à superfície da Terra.

Expliquei que há uma segunda maneira de resolver a questão, considerando a contração do comprimento que fora abordada na Aula 6. Para facilitar, sugeri que imaginassem que o múon é gerado no topo de um pico de altura 10.500 m. Para o referencial S (em repouso em relação ao pico) temos  $L_0 = 10.500 \text{ m}$ , que é o comprimento próprio; para o referencial S' (que se move em relação ao pico e viaja com o múon), a vida média do múon é  $\Delta t_0 = 2,2 \mu\text{s}$ , mas a altura do pico é L (contraída em relação a  $L_0$ ) e é obtida pela equação:

$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Fazendo os cálculos obtém-se 660m. Então, para o múon, a distância a ser percorrida é de 660m e não de 10.500 m. Isto também esclarece a questão.

Em 1976, esses resultados foram comprovados em múons produzidos em laboratório, no acelerador de partículas do Centro Europeu de Pesquisas Nucleares (CERN), localizado em Genebra, Suíça.

Na década de 1960 mediu-se o número de múons incidentes em duas altitudes: a 2.000 m e no nível do mar. Constatou-se que o número de múons era praticamente o mesmo nessas altitudes, o que só pode ser explicado se a TRR de Einstein e sua consequência da *dilatação temporal* estivesse correta.

Passei para o slide 17 e 18 (Apêndice T) e falei sobre relógios atômicos de cézio. Neste momento um aluno pediu para que explicasse como funciona um relógio atômico de cézio. Em seguida, abordei experimentos em que esses relógios foram transportados em aviões comerciais, com o objetivo de comparar os tempos medidos nestes relógios com outros que permaneceram no Observatório Naval dos Estados Unidos. Quando reunidos, as marcações de tempo nos relógios que voaram estavam em desacordo com os relógios estacionários e as diferenças foram consistentes com as previsões da TRR e da Teoria da Relatividade Geral. Esse foi mais um teste da TRR e ficou conhecido como a experiência de Hafele-Keating, que foram os idealizadores.

O relógio atômico é o mais preciso que se conhece neste momento, cuja precisão pode chegar a  $1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ . Para testar a validade da dilatação temporal, foram sincronizados vários relógios atômicos. Alguns ficaram em repouso em relação à Terra (no Observatório Naval dos Estados Unidos) e outros foram colocados em aviões comerciais. A dilatação temporal previa que os relógios dentro do avião se atrasariam um pouco em relação aos relógios estacionários. O resultado dos testes confirmou esse atraso.

Passei, depois, a abordar a aparência visual de objetos em movimento relativístico. A questão era: “*qual seria a aparência visual de um objeto com velocidade relativística?*”.

Expliquei aos alunos que, na TRR, “observar” não é a mesma coisa que “ver”. Portanto, é de se esperar que a aparência visual de corpos em movimento relativístico (o que está diretamente relacionado com o ato de “ver”) não será necessariamente igual ao que é medido. “Ver” significa que as luzes emitidas pelas diferentes partes de um corpo em

movimento alcançaram simultaneamente a retina de nosso olho. Neste sentido, precisamos repensar o ato de “ver” de forma que “ver” seria a mesma coisa que “fotografar”. Quando dizemos que “vimos” ou “fotografamos” certo corpo se movendo, estamos nos referindo a uma pessoa apenas ou a uma única máquina fotográfica. Mas quando dizemos que o corpo em movimento foi “observado” num dado referencial, isto implicitamente significa que uma infinidade de pessoas e relógios estão envolvidos no ato.

Neste momento um dos alunos fez alusão ao “observador-mor” e seus “observadores-ajudantes”.

Por simplicidade, vamos admitir que uma barra esteja se movendo na direção do eixo x; para “observar” o comprimento da barra em dado instante, uma infinidade de observadores auxiliares são posicionados em vários lugares ao longo do eixo x, cada qual dotado de um cronômetro preciso, idêntico aos dos demais auxiliares e previamente sincronizado com eles. Então pedimos a todos eles que usem seus olhos para verificar se uma das extremidades da barra está coincidindo consigo, ou não, na coordenada x naquele instante combinado. É claro que apenas dois auxiliares registrarão “sim”. O comprimento da barra será, então, igual à distância conhecida entre os dois auxiliares que responderam “sim”. Portanto, os olhos de um número infinito de pessoas foram envolvidos numa única “observação” como essa.

Mas quando alguém “vê” ou “fotografa” o objeto em movimento, não é isso o que acontece. Raios de luz registrados simultaneamente na retina ou no filme e que correspondem a partes diferentes da imagem foram emitidos não simultaneamente.

Isto significa que partes diferentes da imagem foram formadas por raios de luz que gastaram tempos diferentes para alcançarem simultaneamente a retina ou o filme; de forma que, no instante em que simultaneamente alcançaram a retina ou o filme, a correspondente parte do objeto estava já em uma posição diferente daquela que ficou registrada na imagem. Se a velocidade relativa do objeto for relativística, o que ficará registrado na fotografia, por exemplo, será diferente do que é “observado” no mesmo instante em que a foto é tirada.

Neste momento os alunos ficaram perplexos.

Mostrei o slide 28 (Apêndice U) e considerei um cubo de aresta L movendo-se em translação pura (sem rotação) no eixo das abscissas, na direção +x, de um certo sistema de coordenadas inercial, com uma velocidade constante  $\vec{v}$  comparável à velocidade da luz no vácuo. Supus que uma das faces do cubo permanecesse paralela ao eixo x, sendo  $t = 0$  o instante em que o ponto central desta face está na posição  $x = 0$ . Neste instante o auxiliar ali localizado tire uma fotografia do cubo, enquanto que o conjunto infinito de auxiliares trata de “observar” a posição instantânea do cubo. O que se “observará” é que a aresta do cubo

paralela ao movimento está contraída por um fator  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , embora a fotografia vá “mostrar” o cubo não como deformado ou achatado, mas como estando girado através de um ângulo  $\phi = \text{arc sen}(v/c)$ , em torno de um eixo perpendicular à direção do movimento, como ilustrado na figura que aparece no slide 30 (Apêndice U).

Neste momento, os alunos pediram para eu explicar pormenorizadamente por que o cubo apareceria girado na fotografia. Eu prometi que levaria um diagrama na aula seguinte explicando os motivos. Os alunos também questionaram: “*se eu fotografar uma bicicleta com velocidade relativística, como ela ficará na fotografia?*”.

Provavelmente essa imagem foi sugerida pela figura mostrada no slide 21 (Apêndice T).

Passei a abordar, com auxílio do slide 31, a adição de velocidades na TRR. Destaquei que na TRR somos forçados a abandonar a Relatividade Galileana, pois estamos em outro paradigma, outra maneira de ver e compreender o mundo, como sugere Thomas Kuhn.

Como consequência, a adição de velocidades também é alterada, mesmo por que nenhum corpo pode ter velocidade maior que a da luz. Retomei a soma galileana de velocidades que já havíamos abordado com o experimento imaginário do trem. Para observador em repouso em um referencial inercial S, solidário ao solo, o módulo da velocidade da pessoa que caminha no interior de trem (S') é dada por:

$$v = V + v' \text{ (Eq. 1)}$$

onde

V é o módulo da velocidade de S' em relação a S;

v' é o módulo da velocidade da pessoa em relação a S' (o trem), caminhando no mesmo sentido do movimento do trem;

v é o módulo da velocidade da pessoa, como vista pelo observador em S.

Para uma pessoa no interior do trem (referencial S') desloca-se em sentido contrário ao do trem, teremos:

$$v = V - v' \text{ (Eq. 2)}$$

em que v' refere-se ao módulo da velocidade com que a pessoa caminha em relação ao trem, para trás, e supomos  $V > v'$ . Se o trem viaja tão lentamente de tal forma que  $V < v'$ , então o observador em S verá a pessoa deslocar-se para a esquerda com uma velocidade de módulo

$$v = v' - V \text{ (Eq. 3)}$$

Para velocidades relativísticas (isto é, velocidades próximas à velocidade da luz) não podemos utilizar a adição de velocidades descrita por Galileu, pois, de acordo com o segundo postulada da TRR, a luz desloca-se em todas as direções com a mesma velocidade "c".

Então, para velocidades relativísticas, utilizaremos a relação:

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \text{ (Eq. 4)}$$

Ou, para a determinação de v', usaremos:

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \text{ (Eq. 5)}$$

Desta forma, no exemplo citado acima, a Eq. 4 fornece:  $V = 0,8c$ ;  $v' = c$  e  $v = c$ , consistente com o segundo postulada. Portanto, a equação 4 estabelece uma forma de combinar velocidades compatível com os postulados da Teoria da Relatividade Especial.

Finalizei a aula solicitando que os alunos respondessem à lista de exercícios (Apêndice U) que, como de costume, foram recolhidas as respostas e foi-lhes entregue o texto de apoio da Aula 8 (Apêndice V) com orientações para que realizassem a tarefa de leitura prévia. Prometi explicar para eles, na próxima aula, por que um cubo com velocidade relativística aparece girado numa fotografia.

### 6.7.5 Respostas dos alunos a algumas questões

- Q.1) Consideremos uma nave viajando em direção a um asteroide numa velocidade relativa igual a  $0,6c$ . Suponhamos que essa nave dispare uma sonda para frente, numa velocidade igual a  $0,8c$ , medida em relação à própria nave. Qual a velocidade relativa com que a sonda atingirá o asteroide?

Resposta esperada:

Seja  $S$  um referencial solidário ao asteroide,  $S'$  um referencial solidário à nave, e considere a sonda como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,6c$  ( $V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ) e  $v' = 0,8c$  ( $v'$  é o módulo da velocidade do objeto em relação a  $S'$ ),

$$\text{temos } v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,6c+0,8c}{1+\frac{0,6c \cdot 0,8c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1,4c}{1,48} \rightarrow v = 0,95c.$$

Lembrando que " $v$ " é o módulo da velocidade do objeto, como vista pelo observador em  $S$ . O resultado encontrado nos diz que a velocidade relativa entre a sonda e o asteroide é igual a  $0,95c$ . A equação relativística vai sempre impedir que, ao efetuarmos uma composição de velocidades, obtenhamos uma velocidade maior que a da luz. No caso das duas velocidades serem menores que a velocidade da luz, o resultado pode ser próximo do valor da velocidade da luz, mas nunca igual.

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.2) Vamos considerar uma fonte de luz que atingiu a velocidade de  $0,99975c$  num acelerador de partículas. Se essa fonte emite um raio de luz para frente, qual seria a velocidade medida para esse raio de luz no referencial do acelerador?

Resposta esperada:

Seja  $S$  um referencial solidário ao acelerador de partículas,  $S'$  um referencial solidário à fonte de luz, e considere o raio de luz como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,99975c$  ( $V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ) e  $v' = c$  ( $v'$  é o módulo da velocidade do objeto em relação a  $S'$ ).

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,99975c+c}{1+\frac{0,99975c \cdot c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1,99975c}{1,99975} \rightarrow v = c \text{ (exato)}$$

Esse experimento, com esses valores de velocidades, foi realizado no acelerador de partículas do CERN, Genebra, em 1964, concordando plenamente com a previsão da relatividade. A fonte de um foi uma partícula chamada de pión que, ao se desintegrar, emitiu um pulso luminoso cuja velocidade foi medida.

Caso o raio de luz fosse emitido para trás, repetindo-se o cálculo de  $v$  mostrado acima com os sinais corretos, continuaríamos a obter  $v = c$ . Depois de verificar o comportamento da expressão relativística para a composição de velocidades aplicada a um raio de luz, podemos concluir que, por mais rápido que se vá de encontro a um raio de luz, ou fuja dele, ele sempre nos atingirá com velocidade  $c$ .

Quer gostemos ou não, a natureza parece possuir esse comportamento estranho, de que a luz seja vista sempre com a mesma velocidade para qualquer observador.

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.6) Duas espaçonaves movem-se em sentidos opostos com velocidades de  $0,8c$ , relativas à Terra. Qual a velocidade de uma das naves relativamente à outra:

a) Pela Relatividade de Galileu?

Resposta esperada:

Seja  $S$  um referencial solidário à Terra,  $S'$  um referencial solidário à nave  $A$ , e considere a nave  $B$  como o objeto observado. Então, na Eq. 5,  $V = 0,8c$  e  $v = -0,8c$ , já que as naves viajam, em relação à Terra, em sentidos opostos. Assim:

$$v = V - v' \rightarrow -0,8c = 0,8c - v' \rightarrow v' = 0,8c + 0,8c \rightarrow v' = 1,6c$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

b) Pela Relatividade de Einstein?

A resposta esperada neste caso seria:

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{Vv}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{0,8c-(-0,8c)}{1-\frac{0,8c(-0,8c)}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{1,6c}{1+0,64} \rightarrow v' = \frac{1,6c}{1,64} \rightarrow v' = 0,98c$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

A análise de todas as respostas indica que os alunos demonstraram segurança no manejo das fórmulas de adição das velocidades e na seleção dos dados dos problemas que envolviam cálculos matemáticos. Os alunos acertaram a maioria das questões.

Podemos, contudo, fazer uma autocrítica no sentido de que a maioria das questões oferecidas na lista de exercícios envolviam cálculos e que os alunos podem, simplesmente, ter adquirido habilidade no manejo das equações.

De qualquer modo, segundo Piaget que nos serve de aporte teórico, a origem do conhecimento no sujeito, quando o assunto é novo, está baseada na desequilíbrio e na reequilíbrio da mente do aprendiz. Os desequilíbrios são perturbações no sistema cognitivo que geram “acomodações”, isto é, a construção de novas estruturas para incorporar o conhecimento, por exemplo, da TRR. Mas isto não ocorre instantaneamente, os tempos de aprendizagem dos alunos em uma sala de aula são diferentes. Então, a fase de resolução de exercícios, ainda que pareça mero manejo de fórmulas, exigia que os alunos pensassem nos novos conceitos, possivelmente buscando fazer a acomodação.

## 6.8 AULA 8

### 6.8.1 Plano de Aula

**Data:** 17/06/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** quantidade de movimento relativística e energia relativística.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) reconhecer o conceito de quantidade de movimento relativística;
- b) identificar o significado da equivalência massa-energia;
- c) avaliar por que as equações da quantidade de movimento relativística e da energia relativística total mostram que é impossível colocar uma partícula material na velocidade da luz;
- d) perceber que quando os valores de velocidade considerados são muito menores que a da luz, as equações relativísticas da quantidade de movimento e da energia cinética reduzem-se às respectivas equações da mecânica clássica;
- e) intuir o limite de validade das teorias científicas.

Omitimos a expressão relativística da massa que é considerada inadequada por alguns autores (Ostermann; Ricci, 2003).

#### **Procedimentos:**

- Atividade inicial: iniciaremos a aula revendo alguns conceitos já conhecidos e abordando qualitativamente a quantidade de movimento relativística.

- Desenvolvimento: apresentaremos, em seguida, as expressões matemáticas da quantidade de movimento relativística. Seguiremos com uma abordagem conceitual sobre energia relativística, sempre tendo o cuidado de fazer exposições graduais intercaladas com questões e diálogos com os estudantes, visando facilitar a manifestação de dúvidas em busca de uma efetiva assimilação dos conteúdos.

- Fechamento: No final os alunos responderão ao questionário (Apêndice X) cujas respostas serão tabuladas e corrigidas. Receberão também uma cópia do texto de apoio da Aula 9 (Apêndice Z) e serão orientados a fazer a leitura prévia.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- Materiais de uso comum;
- texto impresso a ser entregue aos alunos.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

## 6.8.2 Narrativa da Aula 8

Dei início à aula falando da aparência visual de um cubo que se move com velocidade relativística. Na figura abaixo, que projetei aos alunos, aparece um cubo movendo-se para a direita com velocidade relativística. Instiguei perguntando: “se você fotografar esse cubo, ele vai aparecer girado na fotografia. Por quê?”.

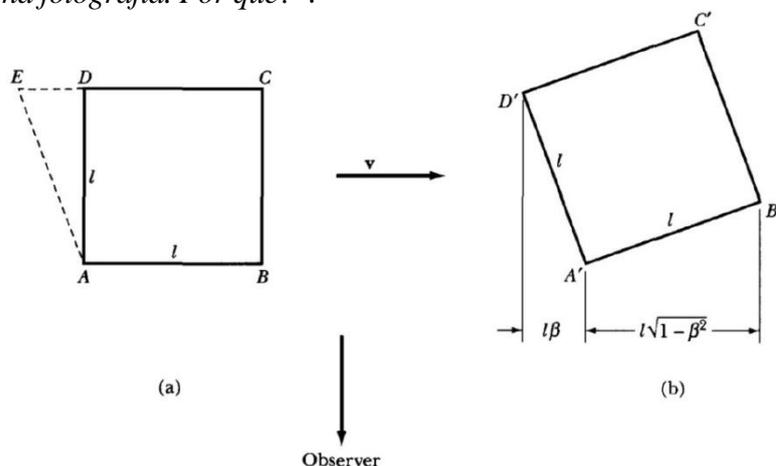


Figura 3. (a) Um observador distante e parado no solo vê um cubo, de aresta  $L$ , em repouso no sistema de referência inercial  $K$ . (b) Terrell apontou que, surpreendentemente, o mesmo cubo parece girado se ele está se movendo para a direita com velocidade  $\vec{v}$  em relação ao sistema de referência inercial  $K$ .

Fonte: Thornton; Marion, 2004, p. 569.

Neste momento eu reproduzi a Figura 4 no quadro de giz.

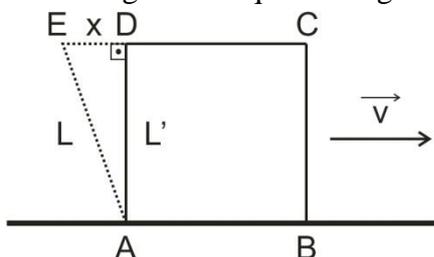


Figura 4. Cubo movendo-se para a direita com velocidade relativística  $\vec{v}$  em relação ao sistema de referência inercial  $K$ .

Fonte: desenhado pelo autor.

Chamei os cantos do cubo de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . O observador encontra-se bem próximo do canto  $A$  do cubo. Quando um cubo com velocidade relativística é fotografado, a fotografia registra os raios luminosos que chegaram simultaneamente na câmera fotográfica. Portanto, o que vemos é resultado dos raios luminosos que atingem nossa retina ao mesmo tempo. *Entretanto, os referidos raios luminosos não foram emitidos simultaneamente. Por quê?* Para as luzes emitidas pelos pontos  $A$  e  $D$  atingirem simultaneamente o observador, a luz proveniente do ponto  $D$  “precisa” ser emitida antes e percorrer a distância  $L$  antes de ocorrer a emissão da luz proveniente de  $A$ . Já discutimos a fórmula da contração do espaço:  $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , sendo que  $L_0$  é a medida do comprimento do cubo parado em relação ao observador. Depois que o cubo entra em movimento, com velocidade relativística, a nova medida do comprimento dele vai ser  $L$ . *Quanto tempo a luz emitida pelo ponto  $E$  demora para chegar em  $A$ ?*

$$\text{Fiz os cálculos: } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow c = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{L}{c}$$

Perguntei: vocês concordam que  $ED$  é a velocidade do cubo multiplicado pelo intervalo de tempo? Desenvolvi no quadro de giz:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{\overline{ED}}{\Delta t} \rightarrow \overline{ED} = v \cdot \Delta t$ .

Escrevendo  $L/c$  no lugar do intervalo de tempo, e chamando a razão  $v/c$  de  $\beta$ :

$$\overline{ED} = v \cdot \Delta t \rightarrow \overline{ED} = v \cdot \frac{L}{c} \rightarrow \overline{ED} = L \cdot \beta$$

Em seguida eu reproduzi a Figura 5 no quadro de giz. Redesenhei o triângulo retângulo para mostrar que ele possui lados medindo  $L$ ,  $L\beta$  e  $L'$ . “*Que expressão matemática eu posso aplicar neste triângulo retângulo?*”.

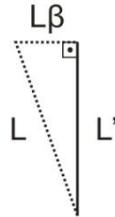


Figura 5. Triângulo retângulo formado no lado esquerdo da Figura 4.  
Fonte: desenhado pelo autor.

Um aluno respondeu: “*o teorema de Pitágoras*”.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow L^2 = L'^2 + (L \cdot \beta)^2 \rightarrow L'^2 = L^2 - L^2 \cdot \beta^2 \rightarrow L' = \sqrt{L^2 \cdot (1 - \beta^2)} \rightarrow L' = L \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = \overline{AB} \text{ contraído}$$

Uma aluna perguntou: “*AB menor? Como assim?*”.

Expliquei que AB fica contraído, porque tomamos o comprimento do cubo em repouso e multiplicamos por  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . E  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  é menor que 1. Assim, a medida da base do cubo em movimento é menor do que a medida da base do cubo parado. Portanto  $L'$  é igual ao segmento AB contraído.

Instigui: “*vocês estão convencidos de que quando eu fotografar o cubo, na fotografia teremos D no ponto E. A luz proveniente de D “precisa” ser emitida antes da proveniente de A para que as duas cheguem simultaneamente no olho do observador. Como vai ser com o ponto B?*”.

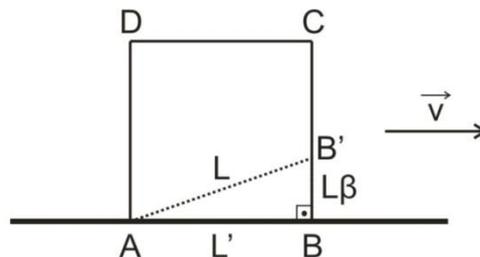


Figura 6. Cubo movendo-se para a direita com velocidade relativística  $\vec{v}$  em relação ao sistema de referência inercial K.  
Fonte: desenhado pelo autor.

A luz aparentemente proveniente de B também “precisa” ser emitida antes da luz proveniente de A. A luz aparentemente proveniente de B precisa “percorrer” a mesma distância  $L$  antes de ocorrer a emissão da luz procedente de A. E isso ocorre se a luz aparentemente proveniente de B for emitida do ponto  $B'$ . Reproduzi a Figura 6 no quadro de giz. Temos, novamente, um triângulo retângulo de lados  $L$ ,  $L\beta$  e  $L'$ , e a luz de B precisa ser emitida antes e ela precisa percorrer uma distância  $L$  antes da luz de A ser emitida.

Agora o ponto C. Reproduzi a Figura 7 no quadro de giz. A luz proveniente de D “precisa” ser emitida do ponto  $D'$ . A luz aparentemente proveniente de B “precisa” ser emitida do ponto  $B'$ . Então, a luz aparentemente proveniente de C precisa ser emitida do ponto  $C'$ . O ângulo  $\theta$  da referida figura é igual a seno na menos um de  $\beta$ . Esse é o ângulo que o cubo aparentemente gira em relação à horizontal.

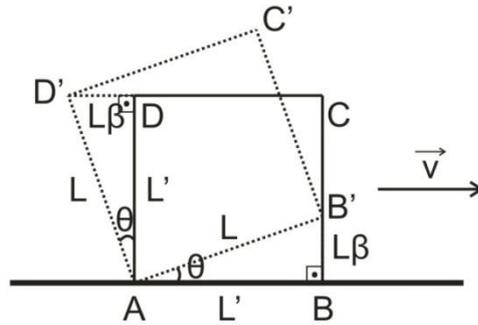


Figura 7. Cubo movendo-se para a direita com velocidade relativística  $\vec{v}$  em relação ao sistema de referência inercial K.

Fonte: desenhado pelo autor.

Um dos alunos perguntou: “Como é que o ponto C emite luz de um ponto C’ que não foi ocupado pelo cubo?”.

Eu afirmei que “isso é muito intrigante”.

Passei, então, a discutir a quantidade de movimento relativística mostrando a partir dos slides (Apêndice W) e do texto de apoio (Apêndice V) que os alunos já tinham recebido.

Historicamente, o problema de obter a quantidade conservada em qualquer tipo de colisão entre partículas foi o que levou à definição atualmente aceita da quantidade de movimento (*momentum linear*) de um corpo. Essa grandeza foi proposta porque os físicos perceberam que algo se conserva nas colisões. O físico e filósofo francês, René Descartes, inicialmente defendeu que o que se conservava nas colisões era a massa multiplicada pela velocidade escalar. Mas hoje se aceita que ele estava errado.

De certa forma, esse também foi o caminho tomado por Einstein. Ele logo percebeu que o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento, definido de acordo com a equação  $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$ , não era covariante.

“O que significa isso?”. Ao considerar uma colisão bidimensional (num plano) entre duas bolas de bilhar de mesma massa, Einstein verificou que essa quantidade (quantidade de movimento total do sistema) era a mesma antes e depois de uma colisão descrita por um observador inercial S, mas a quantidade correspondente para um outro observador inercial S’ não era a mesma antes e depois da colisão. Estamos considerando que as bolas de bilhar estejam se movendo com velocidades relativísticas.

Contudo, Einstein verificou que se incluísse o fator  $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  a quantidade  $\frac{m_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_1 + \frac{m_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_2$  era a mesma antes e depois da colisão para qualquer observador inercial.

Ele percebeu que o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento tornar-se-ia novamente covariante se a quantidade de movimento relativística de um corpo fosse redefinido para:  $\vec{Q} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}$ , sendo que o fator  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  foi chamado de “fator de Lorentz”.

Portanto, na Relatividade, a quantidade de movimento é a massa multiplicada pela velocidade multiplicada pelo fator de Lorentz.

Para velocidades pequenas  $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$  continua valendo, pois o fator de Lorentz torna-se 1. Por outro lado, se v tende a c, a quantidade de movimento torna-se enorme, ela tende ao infinito. Isso explica porque um corpo material, dotado de massa, não pode alcançar a velocidade da luz.

Passei a discutir a energia relativística. Expliquei que a TRR modificou também as noções de energia. *“Com certeza, vocês já viram em algum lugar o que poderíamos definir como a equação mais conhecida da Física que é  $E_0 = m \cdot c^2$ ! Qual o significado dessa equação?”*.

Einstein conseguiu demonstrar que a massa de um corpo é considerado uma forma de energia, ou seja, massa pode ser transformada em energia e energia pode ser transformada em massa. Esse princípio é denominado equivalência massa-energia. Essa fórmula explica, por exemplo, as estrelas. A massa de uma estrela vai diminuindo porque a massa dela vai se transformando em energia luminosa que ela emite.

Desenvolvi o mesmo tipo de raciocínio utilizado para a quantidade de movimento para obter a equação  $E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  e destaquei que esta equação é válida para velocidades próximas a da luz e que para velocidades muito pequenas comparadas à velocidade da luz ela se reduz a  $E_0 = m \cdot c^2$ .

A energia cinética de um corpo, para velocidades relativísticas, é dada pela diferença entre a energia total e a energia de repouso.

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1)$$

Nas reações nucleares, por exemplo, a equação de equivalência massa-energia de Einstein é facilmente verificada, pois os núcleos e as partículas subnucleares interagem, ocorrendo conversão de massa em energia, e vice-versa.

É essencial destacar que a equação  $E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1)$  tem o significado de que à medida que um corpo aumenta a sua velocidade, aumenta a sua energia. A explicação para que um corpo não possa atingir velocidades superiores à da luz é que, para isto, seria necessária uma quantidade infinita de energia.

A maioria dos textos atuais de Física Moderna omite a expressão relativística da massa, apresentando apenas a expressão da quantidade de movimento relativística. Nesses textos, a massa é considerada constante ou, para utilizar uma linguagem mais moderna, ela é um invariante (1 dm<sup>3</sup> de cobre puro parado e 1 dm<sup>3</sup> de cobre puro movendo-se com velocidade relativística têm a mesma massa, desde que as temperaturas sejam iguais). A maioria dos livros prefere se referir à massa como simplesmente a quantidade que é medida por uma balança, com o corpo estando em repouso com respeito ao observador, mas já percebemos que a questão é mais complexa.

De acordo com o norte-americano Eugene Hecht<sup>11</sup> (1931-), a tendência de considerar a massa constante tem crescido muito entre os físicos ultimamente. Segundo Hecht, uma das justificativas desse procedimento é a impossibilidade experimental de medir diretamente a variação da massa – as evidências experimentais mostram apenas que a quantidade de movimento varia. Para reforçar sua argumentação, garante que, em 1948, o próprio Einstein teria afirmado que a relatividade da massa “não foi uma boa ideia”.

Estamos impossibilitados de medir a massa de um objeto com velocidade relativística. Entretanto podemos determinar a sua quantidade de movimento. Então eu só vou dizer que a quantidade de movimento e a energia aumentam quando um objeto aumenta a sua velocidade. A sua massa não se altera.

Mais importante do que tomar partido nessa controvérsia é perceber que a Física, como qualquer ciência, está sempre em contínua reformulação.

Passei a falar de energia e quantidade de movimento. Seja “m” a massa de um corpo que se move com velocidade “v”, em relação a um sistema de referência inercial. A energia total do corpo, “E”, e sua quantidade de movimento, “Q”, são dadas por:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \text{ e } \vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}.$$

Desenvolvendo uma álgebra:

---

<sup>11</sup> Citado por GASPAR, 2001, p. 319.

1º) elevando ao quadrado ambos os membros das equações 5 e 3, acima, temos:  
 $E^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot c^4$  e  $Q^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot v^2$ ;

2º) multiplicando ambos os membros da segunda equação por  $c^2$ , obtemos:  
 $Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2$ ;

3º) subtraindo membro a membro as duas equações e lembrando que o fator de Lorentz é  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ , temos:

$$E^2 - Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + \gamma^2 m^2 c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow$$

$$E^2 = Q^2 c^2 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot m^2 \cdot c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + m^2 c^4$$

Para  $m = 0$ , resulta que  $E = Q \cdot c$ . Portanto, partículas que possuem massa nula têm energia e quantidade de movimento. É o caso dos fótons. Todo corpo que possui energia possui também quantidade de movimento.

Essa substituição de “m” por zero implica também outra conclusão extraordinária: toda partícula com massa nula tem velocidade “c”.

Encerrei a aula solicitando que resolvessem as questões da lista de exercícios (Apêndice X) cujas respostas foram recolhidas e entreguei aos alunos o texto de apoio da Aula 9 (Apêndice Z) e orientei a que fizessem uma leitura prévia.

### 6.8.3 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.2) Considere uma maçã de massa igual a 150g, que seja transformada integralmente em energia utilizada para acender uma lâmpada de 100W. Por quanto tempo permanecerá acesa esta lâmpada? (Teoricamente isto é possível, mas não há perspectiva próxima para sua realização).

Resposta esperada:

$$E_0 = m \cdot c^2 \rightarrow E_0 = 150 \cdot 10^{-3} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow$$

$$E_0 = 1,5 \cdot 10^{-1} \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \rightarrow E_0 = 13,5 \cdot 10^{15} \rightarrow E_0 = 1,35 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{Pot} \rightarrow \Delta t = \frac{1,35 \cdot 10^{16}}{1 \cdot 10^2} \rightarrow \Delta t = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ s}$$

$1,35 \cdot 10^{14} \text{ s}$  são mais de 4 milhões de anos!

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.3) A energia consumida por uma casa comum, por mês, é da ordem de 300 kWh (quilowatt-hora). Deste modo, lembrando que  $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ , esta energia equivale, em quilogramas, a aproximadamente:

Resposta esperada:

$$E_0 = m \cdot c^2 \rightarrow 300 \cdot 3,6 \cdot 10^6 = m \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow 1080 \cdot 10^6 = m \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \rightarrow$$

$$m = \frac{10,8 \cdot 10^8}{9,0 \cdot 10^{16}} \rightarrow m = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.5) Qual a velocidade de um próton que possui energia total igual a 1.800 MeV? Considere  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , e a massa do próton igual a  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Resposta esperada:

$$E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{m \cdot c^2}{E} \right)^2 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2}{1,8 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \right)^2 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{167}{320} \right)^2 \rightarrow$$
$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{27889}{102400} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{74511}{102400} \rightarrow v = \sqrt{\frac{74511}{102400}} \cdot c \rightarrow v \cong 0,85 \cdot c$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.6) A partir da relação da energia relativística, discuta por que um corpo jamais poderá chegar à velocidade da luz. Por que não é possível atingir a velocidade da luz?

Resposta esperada:

*Será necessária uma quantidade infinita de energia para qualquer corpo que possua massa.*

**Aluno 3:** *Iria precisar uma quantidade infinita de energia, e ter sua massa desprezível.*

**Aluno 5:** *Será necessária uma quantidade infinita de energia para qualquer corpo que possui massa.*

**Aluno 9:** *Pois para conseguir alcançar a velocidade da luz o corpo precisaria de uma energia infinita, o que é impossível. Deste modo, apenas os fótons alcançam a velocidade da luz, pois eles têm massa desprezível.*

**Aluno 21:** *A um corpo não é possibilitado atingir a velocidade da luz, porque seria preciso uma quantidade infinita de energia para efetivação desse processo, como pode-se explicar com a equação de equivalência massa-energia de Albert Einstein, onde há conversão de massa em energia e quanto mais a velocidade aumenta, mais aumenta sua energia e muitos autores consideram também a existência de uma massa relativística, o contrário nos fótons onde a massa seria nula, e sua velocidade é  $c$ .*

As respostas dos alunos novamente sugerem que eles manejavam bem os cálculos, mas também pareceram indicar que mantiveram um bom nível de interesse e motivação para assimilar os conteúdos trabalhados. Exercícios que envolveram as fórmulas da quantidade de movimento relativística, energia de repouso, energia cinética relativística, energia total relativística e a que relaciona energia e quantidade de movimento de um fóton tiveram níveis elevados de acertos.

Lembramos que os alunos podiam consultar os textos de apoio e dialogar com os colegas e com o professor para sanar dúvidas ou dificuldades. Assim, não é possível afirmar que os alunos compreenderam de forma significativa conceitos tão abstratos. Mas, como já comentado, colocar os alunos diante de tarefas e situações que envolvam os temas trabalhados pode ser uma via para a construção de novos esquemas de assimilação.

Ainda que não se possa afirmar que tudo foi compreendido, as respostas sugerem que houve entendimento do motivo pelo qual um corpo não pode alcançar a velocidade da luz. Isto é tomado como um resultado positivo desta proposta didática.

## 6.9 AULA 9

### 6.9.1 Plano de Aula

**Data:** 05/08/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** efeito Doppler relativístico, diagramas de Minkowski e o espaço-tempo e o sistema de posicionamento global (GPS).

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) perceber que o efeito Doppler também ocorre com ondas eletromagnéticas;
- b) analisar a formulação da TRR em termos geométricos através dos diagramas de Minkowski;
- c) reconhecer uma das aplicações cotidianas mais importantes da TRR e Geral que é o sistema de posicionamento global (GPS).

#### **Procedimentos:**

- Atividade inicial: iniciaremos a aula abordando o efeito Doppler relativístico. As expressões matemáticas serão apresentadas, mas a ênfase da abordagem é conceitual.

- Desenvolvimento: apresentaremos, na sequência, os diagramas de Minkowski. Depois abordaremos o sistema de posicionamento global (GPS). Pretendemos convencer os estudantes de que a Teoria da Relatividade Restrita e a Geral têm a potencialidade de fornecer explicações científicas plausíveis e inteligíveis para um utensílio tecnológico do cotidiano deles. Teremos o cuidado de fazer exposições graduais intercaladas com questões e diálogos com os estudantes, visando facilitar a manifestação de dúvidas em busca de uma efetiva assimilação dos conteúdos.

- Fechamento: no final os alunos responderão ao questionário (Apêndice B') cujas respostas serão tabuladas e corrigidas.

#### **Recursos:**

- computador com acesso à *internet*;
- projetor multimídia;
- MUC.

**Avaliação:** os alunos serão avaliados através das respostas dadas às questões recolhidas no final da aula.

### 6.9.2 Narrativa da Aula 9

Iniciei com o Efeito Doppler relativístico mostrando os slides (Apêndice A') e fazendo referência ao texto de apoio (Apêndice Z) que fora entregue aos alunos no final da Aula 8 para oportunizar sua leitura prévia.

Comentei que Efeito Doppler já estudamos no ano anterior, na parte da Acústica. Ele acontece, por exemplo, quando estamos parados e uma fonte de ondas sonoras se aproxima ou se afasta (e.g., uma ambulância, com a sirene ligada, que se aproxima e depois se afasta). Durante a aproximação, percebemos um som mais agudo e, durante o afastamento, um som mais grave. Por

quê? Porque na aproximação a frequência aparente é maior do que a frequência emitida pela sirene; e no afastamento, é menor do que a frequência emitida pela sirene.

No efeito Doppler relativístico vai acontecer algo semelhante, mas não com ondas sonoras. Ocorre com ondas eletromagnéticas que são emitidas por corpos com velocidades relativísticas. Quando uma fonte de ondas se aproxima ou se afasta de um observador, as ondas emitidas são captadas pelo observador com uma frequência alterada: maior se houver aproximação e menor se ocorrer afastamento entre ambos. Esse fenômeno é conhecido como efeito Doppler-Fizeau (Doppler foi um físico austríaco e Fizeau um físico francês). Como dito, este efeito ocorre com ondas mecânicas, como o som, mas também com ondas eletromagnéticas. Uma fonte de ondas eletromagnéticas pode ser uma estrela, por exemplo. Quando o efeito ocorre com velocidades relativas entre a fonte e o observador muito grandes (próximas à velocidade da luz), esse fenômeno é chamado de Efeito Doppler relativístico.

A expressão para o efeito Doppler relativístico, por incrível que pareça, é mais simples do que a do efeito Doppler sonoro. Ela é dada por:  $f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}}$ .

Sendo que  $f_0$  é a frequência da onda eletromagnética emitida pela estrela,  $f'$  é a frequência aparente da luz que recebemos aqui na Terra, oriunda dessa mesma estrela que está se aproximando ou se afastando; o “c” é a velocidade de propagação da luz no vácuo, que é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais (primeiro postulado da TRR).

Neste momento surge uma pergunta: quando usamos sinal de mais e ou de menos no numerador e quando eu uso sinal de mais ou de menos no denominador?

Professor: *Se houver aproximação,  $f'$  tem que ser maior que  $f_0$ . Para que  $f'$  fique maior que  $f_0$  na aproximação, que sinal eu uso no numerador?*

Alunos: *Mais.*

Professor: *E embaixo?*

Alunos: *Menos.*

Professor: *Se houver afastamento,  $f'$  será menor que  $f_0$ . E para que  $f'$  fique menor que  $f_0$ , que sinal eu uso no numerador?*

Alunos: *Menos.*

Professor: *E no denominador?*

Alunos: *Mais.*

Professor: *Exatamente. Vocês lembram que:  $v = \lambda \cdot f$ . Então:  $f = v/\lambda$ .*

Se deixarmos a frequência em evidência, obteremos velocidade sobre o comprimento de onda. Então, se substituirmos  $f_0$  por  $c/\lambda_0$  e  $f'$  por  $c/\lambda'$ , a fórmula vai ficar:  $\lambda' = \lambda_0 \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}}$ . Mas temos que cuidar o seguinte: quando houver aproximação,  $\lambda'$  tem que ser menor que  $\lambda_0$ , então fica negativo no numerador e positivo no denominador. No afastamento  $\lambda'$  é maior que  $\lambda_0$ . Então é o contrário.

Apesar de ser mais comum observarmos o Efeito Doppler com ondas sonoras, sua ocorrência com ondas eletromagnéticas é confirmada observando-se a luz emitida por galáxias distantes. Como, segundo o modelo cosmológico mais aceito hoje, as galáxias se afastam, as radiações por elas emitidas têm os seus respectivos comprimentos de onda deslocados para valores maiores do que teriam se elas estivessem em repouso. Isto significa que os valores dos comprimentos de onda que observamos aqui na Terra tendem a se deslocar para a região do vermelho, lembrando que a cor vermelha é a de maior comprimento de onda em relação ao violeta, de menor comprimento de onda. As ondas eletromagnéticas que observamos aqui na Terra têm um comprimento de onda maior do que as ondas emitidas por essas estrelas. Isso mostra que o universo está em expansão.

E outro dado interessante é que a velocidade com que uma galáxia se afasta de nós é proporcional à distância dessa galáxia até nós. Isso é conhecido como lei de Hubble. Esse fenômeno é muito estudado na Astrofísica é conhecido como desvio Doppler para o vermelho. Em alguns casos, quando há aproximação, o desvio ocorre no sentido contrário, para a região do azul. Então, quando uma galáxia está se aproximando de nós, as ondas eletromagnéticas que nós estamos recebendo têm comprimento de onda menor que as emitidas, mas isso ocorre raramente.

Edwin Powell Hubble (1889-1953), astrônomo americano do início do séc. XX, fundamentou-se nesse efeito para afirmar que “o Universo está em expansão”.

Quando o movimento relativo ocorre com velocidades pequenas, isto é, quando  $v \ll c$ , podemos fazer a seguinte aproximação  $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cong 1 + \frac{v}{c}$  e fazendo a álgebra  $\lambda' = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \lambda_0 \rightarrow \lambda' = \lambda_0 + \frac{v}{c} \lambda_0 \rightarrow \lambda' - \lambda_0 = \frac{v}{c} \lambda_0$  obtemos:  $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$ .

Esta última expressão permite calcular a velocidade da fonte a partir do deslocamento relativo ( $\Delta\lambda/\lambda_0$ ) dos comprimentos de onda por ela emitidos para velocidades pequenas em comparação à velocidade da luz “c”. É uma aproximação muito útil no cálculo das velocidades de objetos como galáxias, estrelas e quasares, que são fontes de radiação eletromagnética cujas velocidades são grandes para padrões terrestres, porém pequenas se comparadas com a velocidade da luz “c”.

Podemos adotar a seguinte convenção:

se  $\Delta\lambda > 0 \rightarrow v > 0 \rightarrow$  afastamento;

se  $\Delta\lambda < 0 \rightarrow v < 0 \rightarrow$  aproximação.

Na sequência, os alunos resolveram alguns exercícios e, depois, expliquei o GPS<sup>12</sup>. Disse que a principal aplicação da TRR e Geral é o GPS – Sistema de Posicionamento Global. No nosso cotidiano, como vimos, aparentemente a TRR tem poucas aplicações.

No entanto, com o uso do Sistema de Posicionamento Global isso mudou, pois esse sistema só funciona se forem feitas correções pela relatividade restrita e geral. Sabemos que o GPS hoje é usado em navegação, pouso e decolagem de aviões e sua grande vantagem é que ele funciona em quaisquer condições atmosféricas. *Como é que ele funciona?* O receptor do GPS capta sinais de micro-ondas, que são ondas eletromagnéticas, enviados por vários satélites que orbitam ao redor da Terra, com altitude de aproximadamente 20.000 km. Com isso determina a sua posição em cada instante. Então, cada um desses satélites que orbita nosso planeta possui um relógio de precisão, um relógio atômico de césio, e no sinal de micro-ondas que ele envia vem codificado o instante da emissão, bem como a posição instantânea do satélite. Quando o receptor capta este sinal ele pode saber sua distância do satélite, pois o sinal de micro-ondas viaja na velocidade da luz. Em princípio, captando o sinal de três satélites, o receptor poderia determinar a sua posição por triangulação. Só que o relógio do receptor (do nosso celular ou do carro) não possui a precisão de um relógio atômico, então ele necessita captar um quarto satélite para ficar com informação suficiente para determinar também o instante da recepção do sinal. Ao captar o sinal de pelo menos quatro satélites, o receptor determina o seu tempo com a precisão de um relógio atômico e também a sua latitude, longitude e altitude. A precisão do sistema é muito alta.

<sup>12</sup> Os diagramas de Minkowski e o espaço-tempo não foram abordados durante a Aula 9 porque faltavam apenas 15 minutos para o término do 2º período da tarde.

Instiguei: *Mas como a relatividade restrita e geral se aplicam neste caso?* Isso é o auge da nossa aula. Aprendemos na TRR que um relógio em movimento em alta velocidade aparenta estar se atrasando, tem um ritmo mais lento que relógios em repouso. No caso do GPS, o satélite percorre a sua órbita a 4 km/s, que é uma velocidade relativamente alta, o que faz com que observemos seu relógio atrasar 5 ns (nanossegundos) a cada minuto. Por outro lado, na relatividade geral, um relógio situado num campo gravitacional mais forte possui um ritmo mais lento. Só que o relógio do satélite está sob uma gravidade menor que a nossa. Então ele aparenta estar mais rápido que o nosso. Assim, temos que considerar esses dois efeitos. Pela Relatividade Geral, o relógio do satélite adianta 32 ns a cada minuto; se combinarmos os 32 ns que adianta com 5 ns que atrasa o efeito é um adiantamento do relógio do satélite de 27 ns por minuto. Se não tivéssemos a correção dada pela relatividade, o relógio do satélite iria adiantar 27 ns a cada minuto que passa aqui ou 1,4 s por século. *Mas isso não é pouco?* Não.

Isso significa um erro cumulativo, na determinação da distância, de 8 m a cada minuto, ou de 11 km no decorrer a cada dia de operação, o que é bastante. O sistema só consegue operar adequadamente fazendo as correções dadas pela relatividade. Isso mostra que este conteúdo que estamos estudando não é uma teoria inútil. Ela tem aplicação no nosso cotidiano. É uma teoria difícil de ser compreendida, mas tem uma aplicação muito importante no nosso cotidiano. Esta é a razão por que se diz que a Teoria da Relatividade encontra utilidade no nosso dia a dia e, embora pareça tão abstrata para nós, ela está presente cotidianamente em nossas vidas.

Nesta aula não foi possível abordar os Diagramas de Minkowski e o conceito de espaço-tempo, embora constassem no plano de aula. Quando faltavam apenas 15 minutos para o término do segundo período da tarde, optei por abordar o GPS, dado que se trata de uma tecnologia presente no cotidiano dos alunos e que pode ser explicada somente a partir da TRR e TRG. Percebe-se que o professor necessita fazer adaptações no curso dos eventos de sala de aula, fazendo, em tempo real, opções para melhor conduzir suas aulas. Contreras (2012), ao defender o *docente como um profissional reflexivo*, remete à Aristóteles o pensamento de que a deliberação ou reflexão sobre a relação entre as exigências de uma particular situação e o que é adequado para ela é algo que não pode ser decidido em nenhuma instância alheia aos que a praticam. Atuar com relação ao que é mais apropriado para o caso é algo que requer processos reflexivos (ibid., p. 142).

## 6.9.5 Respostas dos alunos a algumas questões

Q.1) Um guarda de trânsito está autuando você por passar um cruzamento perigoso quando o semáforo ainda estava vermelho ( $\lambda = 650$  nm). Conhecedor da física relativística, você argumenta que, devido à sua velocidade de aproximação e ao efeito Doppler, o farol estava verde ( $\lambda = 525$  nm) quando passou o cruzamento. Qual deveria ser a sua velocidade no momento, para que isso pudesse ocorrer?

Resposta esperada:

Consideremos  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s e apliquemos a teoria do efeito Doppler. Os comprimentos de onda da luz vermelha e da luz verde são, respectivamente,  $\lambda_0 = 650$  nm e  $\lambda' = 525$  nm (nm = nanômetro =  $10^{-9}$  m). Pela equação do comprimento de onda, temos:

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c+v}{c-v} \rightarrow \left(\frac{525}{650}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow \left(\frac{21}{26}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow$$

$$\frac{441}{676} \cdot (c+v) = c-v \rightarrow \frac{441}{676} \cdot c + \frac{441}{676} \cdot v = c-v \rightarrow \frac{441}{676} \cdot v + v = c - \frac{441}{676} \cdot c \rightarrow$$

$$\frac{1117}{676} \cdot v = \frac{235}{676} \cdot c \rightarrow v = \frac{235}{1117} \cdot c \rightarrow v \cong 0,21 \cdot c \rightarrow v \cong 0,21 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \rightarrow$$

$$v \cong 6,31 \cdot 10^7 \text{ m/s} \rightarrow v \cong 2,27 \cdot 10^8 \text{ km/h}$$

Será que o guarda aceitará esse argumento?

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q3.) Uma espaçonave aproxima-se da Terra com velocidade  $0,25c$ , emitindo pulsos luminosos de comprimento de onda  $680 \text{ nm}$  (luz vermelha).

a) Qual o comprimento de onda dos pulsos quando chegam à Terra?

Resolução:

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow \frac{(\lambda')^2}{680^2} = \frac{c-0,25c}{c+0,25c} \rightarrow \frac{(\lambda')^2}{680^2} = \frac{0,75c}{1,25c} \rightarrow$$

$$(\lambda')^2 = \frac{3}{5} \cdot 680^2 \rightarrow \lambda' = \sqrt{\frac{3}{5} \cdot 680^2} \rightarrow \lambda' \cong 526,73 \text{ nm}$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

b) Qual a cor da luz recebida? *Luz verde.*

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

Q.5) Certos comprimentos de onda, emitidos de uma galáxia da constelação de Virgem, são recebidos na Terra com um aumento relativo de  $0,4\%$ .

a) Essa galáxia está se afastando ou se aproximando de nós?

Resposta esperada: *A fonte está se afastando de nós porque  $\lambda' > \lambda_0$ .*

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

b) Qual a sua velocidade relativa a nós?

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow 1,004^2 = \frac{c+v}{c-v} \rightarrow 1,008016 \cdot (c-v) = c+v \rightarrow$$

$$1,008016 \cdot c - 1,008016 \cdot v = c+v \rightarrow 1,008016 \cdot c - c = v + 1,008016 \cdot v \rightarrow$$

$$0,008016 \cdot c = 2,008016 \cdot v \rightarrow v = \frac{0,008016}{2,008016} \cdot c \rightarrow v = \frac{501}{125501} \cdot c \rightarrow$$

$$v \cong 3,99 \cdot 10^{-3} c$$

Todos os alunos presentes acertaram esta questão.

De forma idêntica às aulas anteriores, os exercícios oferecidos aos alunos foram baseados em cálculos. Em geral, percebemos da análise das resoluções que eles conseguiram acertar as respostas, manejando com cuidado a Matemática envolvida e, particularmente, conseguindo selecionar as variáveis relevantes. Aparentemente conseguiram interpretar as situações em que a TRR é necessária, por exemplo, no Efeito Doppler relativístico.

Contudo seria necessário mais tempo de interação e a apresentação de conflitos cognitivos variados, bem como uma análise mais profunda, para ter indícios de que houve um entendimento conceitual do referido fenômeno ondulatório (o Efeito Doppler relativístico), bem como da TRR.



## 6.10 AULA 10

### 6.10.1 Plano de Aula

**Data:** 12/08/2016, sexta-feira.

**Períodos:** 2 períodos da tarde (das 13h05min às 14h45min).

**Conteúdo:** Teoria da Relatividade Geral (através de uma palestra em vídeo).

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- a) visitar conceitos da TRR;
- b) ter algumas noções relativas à Teoria da Relatividade Geral;
- c) avaliar o módulo de ensino;
- d) refletir suas concepções sobre a natureza da Ciência, percebendo as teorias como sucessivas construções humanas.

#### **Procedimentos:**

- **Atividade inicial:** iniciaremos a aula mostrando um vídeo de uma palestra do professor Dr. Dimiter Hadjimichef, em comemoração aos 100 anos da Teoria da Relatividade Geral. A referida palestra pode ser encontrada no link <https://www.youtube.com/watch?v=LZu0Wv9vgck>.

- **Desenvolvimento:** na sequência abriremos um debate em que os alunos terão a oportunidade de fazer perguntas relativas à Teoria da Relatividade Geral.

- **Fechamento:** no final da aula, que também será o encerramento do módulo, os alunos responderão ao questionário em que irão avaliar a sequência didática (Apêndice C’).

#### **Recursos:**

- computador com acesso à internet;
- projetor multimídia.

### 6.10.2 Respostas dos alunos ao questionário de Avaliação do Módulo Didático (Apêndice C’)

As respostas dos alunos mostram (Q.1) que havia 21 alunos na turma e a idade média era 17 anos (17 alunos), sendo que apenas um tinha 16 anos e três alunos estavam com 18 anos.

Na questão (Q.2) a maioria (19 alunos) respondeu a alternativa (a), ou seja, “*gostaram bastante*” do curso e dois alunos responderam “*gostei, mas entendi pouco*”.

Com relação à questão (Q.3) a maioria dos alunos manifestou que a entrega dos textos antes das aulas foi importante, embora alguns disseram não ter lido antes das aulas.

Exemplos de respostas:

**Aluno 4:** *A disponibilização do material antes das aulas contribuiu bastante para a minha aprendizagem, a leitura prévia permitia que a aula se tornasse mais compreensível, revisando conceitos já entendidos e dirimindo dúvidas.*

**Aluno 5:** *Sim. Os textos de apoio me ajudaram na resolução dos exercícios e na compreensão durante o curso.*

**Aluno 7:** *Sim. Pois facilitou muito o meu entendimento.*

**Aluno 11:** *Sim.*

- Aluno 12:** *Sim. Contribuiu pois apresentou previamente o conteúdo de forma bastante clara e coesa.*
- Aluno 13:** *Sim. Pois nos permitia ter uma ideia do assunto antes da aula, já mostrando onde apresentaria maior curiosidade e dificuldade.*
- Aluno 18:** *Nas vezes em que li o material contribuiu com a fixação do conteúdo.*
- Aluno 19:** *Sim. Porque pude iniciar as aulas com algum conhecimento sobre o assunto, além de já ter perguntas formuladas.*

Na questão (Q.4) a maioria dos alunos manifestou que os slides apresentados durante as aulas contribuíram muito para a aprendizagem.

Exemplos de respostas:

- Aluno 4:** *Sim, os slides contribuíram pois deram um “bom fluxo” às aulas, além da praticidade na exposição de informações, facilitando raciocínios.*
- Aluno 5:** *Sim. Pois pude compreender sobre a relatividade e diversas situações que envolvem a relatividade.*
- Aluno 8:** *Bastante. Pois as dúvidas criadas com a leitura individual foram saciadas pela explicação com slides pelo professor.*
- Aluno 10:** *Sim. Pois com a explicação do professor a aprendizagem ocorreu.*
- Aluno 12:** *Sim. Pois expandiu e justificou o conteúdo, demonstrando com exemplos, os experimentos e as causas das teorias que serviram para a construção da Relatividade.*
- Aluno 15:** *Sim. Principalmente as imagens demonstrativas.*
- Aluno 20:** *Sim. Os slides foram excelentes e sua qualidade de preparação também. A diferença de cores nos textos fez com que a aprendizagem ficasse mais fácil, foi uma excelente ideia.*
- Aluno 21:** *Sim. Os slides apresentados durante as aulas foram muito válidos pois permitiam a visualização dos assuntos de maneira mais agradável (“audiovisual”).*

Na questão (Q.5) os alunos contribuíram com algumas sugestões a respeito dos slides que poderão ser úteis para as próximas aplicações.

Exemplos de respostas:

- Aluno 2:** *Acredito que as palavras-chave poderiam ter sido destacadas.*
- Aluno 4:** *Não houve qualquer aspecto negativo nos slides apresentados.*
- Aluno 7:** *Não. Foram todos impecáveis. As imagens ajudaram bastante.*
- Aluno 8:** *Algumas imagens como a do princípio da refração de Huygens poderiam ser construídas passo a passo em conjunto.*
- Aluno 9:** *Poderiam ser menos extensos e mais objetivos, considerando que o conteúdo completo já estava nos textos de apoio.*
- Aluno 10:** *Apenas não gostei quando os slides continham textos muito compridos.*
- Aluno 14:** *Não. Os slides estavam bons.*
- Aluno 19:** *Não. Porque sempre contribuíram e complementaram a aula do professor.*
- Aluno 20:** *Não. O método de ensino foi bem prático e fácil de ser compreendido.*
- Aluno 21:** *Não. Os slides estavam muito bons.*

Na questão (Q.6) a maioria dos alunos não criticou os textos de apoio entregues antes das aulas. Contudo, houve sugestões e alguns alunos manifestaram que o tema é de difícil compreensão.

Exemplos de respostas:

- Aluno 4:** *Não houve qualquer aspecto negativo que prejudicasse a aprendizagem, pois dúvidas sempre foram tiradas durante as aulas e, nas poucas vezes que ocorreram, envolviam algumas pequenas dificuldades individuais de interpretação textual ou matemática.*
- Aluno 8:** *Não. Talvez o tamanho.*
- Aluno 12:** *Gostei, entretanto, o fato de ser o meu primeiro contato didático com a Teoria da Relatividade, senti um pouco de insegurança com o conteúdo. Porém, as explicações em sala de aula foram essenciais para a compreensão.*
- Aluno 14:** *Não. Gostei muito dos textos.*
- Aluno 19:** *Não. Porque sempre contribuíram e complementaram a aula do professor.*
- Aluno 20:** *Não. Eles eram bons resumos.*
- Aluno 21:** *Não. Os textos de apoio entregues antes das aulas estavam muito bem redigidos, de boa compreensão.*

Na questão (Q.7) todos os alunos manifestaram que a aplicação dos exercícios ao final das aulas auxiliou na fixação dos conteúdos e contribuiu para a aprendizagem.

Exemplos de respostas:

- Aluno 4:** *Sim, a aplicação das questões teve papel essencial para a aprendizagem. Nesses momentos, dúvidas surgiam e eram respondidas, além da possibilidade de debates sobre as teorias e suas consequências entre a turma, desafiando o raciocínio lógico do grupo.*
- Aluno 5:** *Sim. Pois as questões confirmaram o que eu havia aprendido nos textos de apoio.*
- Aluno 7:** *Sim. Ajudaram a aprender na prática. É muito eficiente.*
- Aluno 8:** *Sim. Ajudou a fixar o conteúdo.*
- Aluno 10:** *Sim. Pois dessa maneira era possível testar os conhecimentos.*
- Aluno 11:** *Sim. Pois a teoria é reforçada com os cálculos.*
- Aluno 15:** *Com certeza. Havia cálculos difíceis, mas consegui resolver a maioria.*
- Aluno 20:** *Com certeza. Pois é neste momento que podemos exercitar e ver se realmente compreendemos.*

Na questão (Q.8) todos os alunos manifestaram que as explicações do professor que foi gradual durante as aulas foi importante para a aprendizagem.

Exemplos de respostas:

- Aluno 4:** *Se mostraram essenciais.*
- Aluno 5:** *Sim. Pois me ajudou na realização dos exercícios.*
- Aluno 7:** *Com certeza esclareceu todas as minhas dúvidas.*
- Aluno 11:** *Sim. Pois foram claras e com muitos exemplos práticos.*
- Aluno 12:** *Sim. Bastante. Pois esclareceu de forma clara e coesa o conteúdo apresentado.*
- Aluno 13:** *Sim, muito importante, sem as explicações do professor seria impossível de aprender.*
- Aluno 15:** *Sim. Explicações claras e detalhadas e sempre buscou resolver minhas dúvidas.*
- Aluno 18:** *Sim. Com as explicações o assunto ficava mais fácil e acessível.*
- Aluno 19:** *Sim. Pois sanaram minhas dúvidas e poucas vezes tive dificuldade para resolver os exercícios.*
- Aluno 20:** *Sim. Sem o professor não haveria compreensão.*

Na questão (Q.9) boa parte dos alunos considerou adequado o tempo disponível para o curso. Contudo, alguns consideraram que o tempo era pouco para “fazer tudo”. Este aspecto merece atenção em próximas aplicações.

Exemplos de respostas:

- Aluno 4:** *O tempo disponível foi adequado, pois permitiu um bom estudo da proposta oferecida.*
- Aluno 6:** *Não. Pois eram dados dois períodos e raramente dava tempo de fazer tudo no tempo estipulado.*
- Aluno 9:** *Sim. Porém contribuiu para deixar a semana muito densa.*
- Aluno 12:** *Sim. Pois não atrapalhou o horário das aulas.*
- Aluno 13:** *Poder haver um período a mais para responder as questões com mais calma, mas o tempo foi ótimo para as explicações.*
- Aluno 14:** *Mais ou menos, para uma compreensão perfeita e que não fosse apressada deveria ser um pouco maior.*
- Aluno 20:** *Sim. Porém é um assunto complicado. Com mais tempo de aula a compreensão seria cada vez melhor.*
- Aluno 21:** *O tempo do curso foi adequado, embora em algumas aulas eu não tenha finalizado todas as questões.*

Na questão (Q.10) todos os alunos recomendariam o curso para que outros colegas o fizessem no futuro, mas se percebe que o processo de aprendizagem não é instantâneo e alguns alunos chegam a manifestar que gostariam de repetir o curso.

Exemplos de respostas:

- Aluno 2:** *Recomendaria para pessoas que se interessam por Física e Matemática.*
- Aluno 4:** *Sim, com certeza indicaria, da mesma forma que gostaria de refazê-lo para reafirmação das teorias e dados ensinados.*
- Aluno 5:** *Sim. Pois é uma teoria que originou algumas tecnologias nos dias de hoje, eu recomendaria pois é um curso muito bom para podermos ampliar o nosso conhecimento.*
- Aluno 18:** *Sim. Sei de muitas pessoas que quando ficaram sabendo do curso se interessaram.*
- Aluno 19:** *Sim. Porque é um assunto interessante, principalmente para amantes da Física.*
- Aluno 21:** *Sim. Pois eu achei muito interessante os conhecimentos que adquiri a partir desse curso, principalmente no que se refere aos temas teóricos.*

Na questão (Q.11), que pede que os alunos manifestem o que mais gostaram no curso, as respostas foram bem diversificadas. Pode-se inferir que vários alunos consideraram a TRR desafiadora, mas ao mesmo tempo interessante.

Exemplos de respostas:

- Aluno 1:** *Aulas bem planejadas.*
- Aluno 2:** *O curso tirou minhas dúvidas sobre uma teoria que sempre tive curiosidade de aprender, além de me ajudar a compreender alguns fenômenos que acontecem no nosso cotidiano.*
- Aluno 4:** *Os desafios lógicos e matemáticos propostos.*
- Aluno 5:** *Eu gostei da parte dos paradoxos dos gêmeos e da vinda da professora (...) coorientadora.*
- Aluno 7:** *As questões propostas no final de cada encontro.*
- Aluno 9:** *Das curiosidades que a Relatividade Restrita explica.*
- Aluno 10:** *Gostei das teorias que aprendi, as quais explicam muitos fenômenos. Gostei também do Paradoxo dos Gêmeos, muito interessante.*
- Aluno 11:** *A parte do GPS que precisa ser reajustado constantemente.*
- Aluno 17:** *Gostei mais da parte de cálculos.*
- Aluno 18:** *Quando o assunto explorado trabalhava com o contexto histórico.*

**Aluno 19:** *Poder aprender de uma forma interessante e diferenciada um conteúdo tão importante.*

Na questão (Q.12), que pede o que os alunos menos gostaram do curso, as respostas, em geral, apontam para aspectos pontuais que foram discutidos com alguma profundidade matemática.

Exemplos de respostas:

**Aluno 3:** *O assunto do cubo pois é difícil de compreender. Mas, depois que entende, é fantástico.*

**Aluno 5:** *Da parte da bicicleta e do cubo girado que eu não consegui compreender.*

**Aluno 7:** *A pouca abordagem nas questões. Poderiam ter sido mais questões.*

**Aluno 10:** *O que menos gostei foi o horário do curso, que era logo após o meio-dia, momento do dia em que mais sinto sono.*

**Aluno 19:** *O curso em si não teve pontos ruins, contudo a carga horária extensa da terceira série dificulta a total dedicação ao curso.*

**Aluno 21:** *O que menos gostei do curso foram alguns conteúdos que tinham muito cálculo.*

Na questão (Q.13), que pede sugestões de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso, as respostas também foram bem diversificadas. Observamos que a questão do tempo (curto) voltou a ser mencionada e apareceram ideias interessantes como permitir que alunos de outras instituições possam fazer o curso e ter palestras com especialistas na área.

Exemplos de respostas:

**Aluno 2:** *Questões menos repetitivas. Sugiro que destaque somente as palavras-chave nos textos de apoio e nos slides.*

**Aluno 3:** *Não abordar tanto a parte da teoria e abordar mais a prática nos exercícios.*

**Aluno 4:** *Que o curso seja por inscrição, permitindo que alunos de outras instituições possam fazer o curso.*

**Aluno 7:** *Mais tempo e um maior número de questões. Porém que não se estender a duração total do encontro. Não abordar tanto a parte teórica. Dar mais atenção para a parte prática.*

**Aluno 13:** *Em si o curso foi ótimo e para incrementar, melhorar, poderia trazer professores especializados em relatividade para palestrar.*

**Aluno 14:** *A utilização de vídeos para melhor compreensão.*

**Aluno 20:** *Não. Foi excelente.*

## 7. RESULTADOS E CONCLUSÕES

O presente módulo de ensino buscou inserir aspectos introdutórios da Teoria da Relatividade Restrita de uma maneira dialogada, instigando através de questionamentos e buscando despertar a motivação dos estudantes para a assimilação de conceitos e para o estudo da Física, e a curiosidade em avançar nos estudos e na pesquisa desta fantástica teoria.

A introdução histórico-epistemológica e conceitual da Teoria da Relatividade Restrita pareceu facilitar o entendimento dos alunos, pois não exigiu conhecimentos aprofundados de Matemática e permitiu que os tópicos fossem apresentados de forma inteligível. Contudo, optamos por solicitar a resolução de exercícios no final de cada encontro para auxiliar na assimilação dos tópicos. Esta estratégia foi, em geral, bem executada pelos estudantes (a maioria acertou as respostas), mas houve apontamento dos estudantes com relação ao tempo curto “para fazer tudo”, o que demandará atenção em futuras aplicações.

Tentamos também aproximar a Física do cotidiano discutindo, por exemplo, o funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS), que é um instrumento tecnológico muito presente no nosso cotidiano.

Como comentado na Introdução, reconhecer o mundo tecnológico em que estão presentes os princípios físicos abordados em sala de aula é de fundamental importância para que os alunos deem sentido à Física.

A estratégia que envolveu a construção de textos de apoio, que eram entregues antes das aulas para que fizessem a leitura prévia, pareceu auxiliar os estudantes a articular distintos saberes (Física, História da Física e Epistemologia), agregando novos significados.

Neste sentido, entendemos que o presente módulo de ensino é piagetiano, pois para Piaget o desenvolvimento da inteligência consiste em estabelecer relações; e a sequência didática que desenvolvemos buscou estabelecer relações entre distintos saberes, agregando novos significados e, possivelmente, promovendo a construção ou modificação de esquemas cognitivos.

Tivemos a preocupação de apresentar gradualmente a sequência de tópicos promovendo desafios (conflitos cognitivos) não grandes demais. Embora as respostas dos estudantes na avaliação do módulo mostrem que nem todos entenderam a TRR, a maioria se manifestou de forma que a sequência pode ser considerada adequada. Ou seja, não promoveu desequilíbrios na estrutura cognitiva dos alunos em doses muito elevadas. Tivemos sempre o objetivo de gerar desequilíbrios, porém em níveis compatíveis ao desenvolvimento cognitivo dos alunos.

A leitura prévia do texto de apoio por parte dos alunos (ainda que nem todos tenham feito a tarefa de leitura), como já mencionado, pareceu ser fundamental para facilitar a assimilação e a acomodação de aspectos e conceitos da TRR. A referida leitura prévia, aliada à exposição dialogada do professor e às tarefas realizadas nas aulas pelos alunos, pareceram indicar que houve assimilação de vários conceitos. Quiçá puderam gerar melhoras nos esquemas de assimilação dos alunos. Mas é importante destacar que uma pesquisa profunda seria necessária para obter este tipo de conclusão.

As respostas dadas pelos alunos aos exercícios deram indícios também de que a maioria compreendeu o que é uma revolução científica, já que o presente módulo destacou fortemente a ruptura entre o paradigma newtoniano e o relativístico. Buscamos fazer com que os alunos refletissem sobre o processo de construção da ciência e desconstruíssem uma visão, comumente observada, de que a ciência segue um modelo linear. Tentamos, ao contrário, destacar as rupturas, experimentos e tentativas frustradas, os erros e acertos que podem ser percebidos ao longo da história científica.

Em outras palavras, tentamos desmistificar a linearização do conhecimento que, em geral, é difundida pelos livros didáticos, segundo a qual a Ciência é um corpo de conhecimentos ao qual se vão acrescentando novas teorias que vão se incorporando às anteriores sem crises, sem contradições e sem substituições.

A abordagem histórica dos textos de apoio propiciou aos alunos a oportunidade de construir um conhecimento mais crítico da evolução da Ciência. Possivelmente, ajudou-os a desmistificar a figura do cientista como um gênio, que individualmente “descobre” toda a sua teoria.

Tentamos fazer com que os alunos percebessem que a Ciência é uma tentativa humana de descrever a realidade, sendo, portanto, um conhecimento provisório e sujeito a modificações.

Em nosso entendimento, a abordagem feita no presente módulo de ensino apresenta algumas diferenças marcantes quando comparada às abordagens feitas na maioria dos livros didáticos de Física, do Ensino Médio, concernentes à (ao):

- a) Aprofundamento qualitativo da experiência de Michelson e Morley;
- b) Apresentação do paradoxo do celeiro;
- c) Apresentação da experiência de Hafele-Keating;
- d) Aparência visual de objetos em movimento relativístico (ver ou fotografar um objeto em movimento relativístico não é o mesmo que observar um objeto em movimento relativístico);
- f) Efeito Doppler relativístico;
- g) Diagramas de Minkowski;
- h) Omissão da expressão de massa relativística, apresentada em vários livros didáticos, que segundo Ostermann e Ricci (2004) é considerada inadequada.

É importante mencionar que alguns alunos estranharam esta forma de abordar um conteúdo de Física, pois estão acostumados a uma abordagem tradicional, matematizada, ao invés de uma abordagem histórico-epistemológica e conceitual.

Em geral, demonstraram muito interesse e isso pode ser observado nas participações efetivas durante as aulas. Sempre houve discussões, interrupções para esclarecimentos e em dados momentos manifestações de perplexidade, pois, como já mencionado, algumas consequências da TRR são anti-intuitivas. Também as respostas aos exercícios foram boas, a maioria acertou as questões, ainda que tenham reclamado do curto tempo para executar a tarefa, que muitas vezes envolvia manejo de fórmulas e cálculos.

Alunos de outras turmas do Colégio Bom Jesus São Miguel pediram para que ministrássemos novamente, nos próximos anos, o presente módulo de ensino e isto foi tomado como um aspecto positivo.

Uma aluna do terceiro ano do Ensino Médio procurou-me para dizer que após o início do módulo, ela começou a pensar em fazer uma graduação fortemente relacionada à Física (Engenharia Física ou Astrofísica). Ela também me enviou um e-mail informando um artigo<sup>13</sup> que saiu em uma revista de divulgação científica relacionado à TRR. Tudo isto parece ter mobilizado os alunos de forma positiva, embora tenhamos a certeza de que o módulo não atingiu a todos neste mesmo nível.

Mas o principal resultado da aplicação desta proposta foi a confirmação da possibilidade de se trabalhar, no Ensino Médio, a Teoria da Relatividade Restrita. Os textos de apoio aos alunos, por nós construídos (que podem ser úteis também a outros professores) pareceram atender em boa medida às necessidades dos estudantes.

---

<sup>13</sup> <http://super.abril.com.br/ciencia/um-ano-no-espaco-e-na-terra>

Temos ainda sugestões de trabalhos relacionados à Teoria da Relatividade Restrita, a professores interessados no ensino da mesma no Ensino Médio, que possuem grande potencialidade de êxito, como: a) fazer uma seleção de filmes que possuem relação com os conceitos trabalhados na TRR (por exemplo, o filme *Interstellar*). Esta seleção poderia ser realizada de forma crítica, ou seja, utilizar cenas que estão em desacordo com os conceitos trabalhados; b) investigar qual foi o impacto da TRR em campos do conhecimento mais “distantes” da Física, tais como: a Sociologia, a Filosofia, as Artes e a História.

A resolução de exercícios, indicada no final de cada aula, pareceu auxiliar na assimilação dos tópicos, embora os estudantes tenham apontado o curto tempo para fazer “tudo”, como já comentado. Desta forma, as listas de exercícios são mostradas no produto educacional (Apêndice D’) com as respostas esperadas e/ou o desenvolvimento das resoluções para que o professor interessado possa fazer suas próprias escolhas.

O desenvolvimento, a construção dos textos e a aplicação do presente trabalho constituiu grande aprendizado pessoal e mostrou ser uma iniciativa positiva para introduzir um tema da Física Moderna e Contemporânea nesse nível de ensino, de maneira diversificada.

Embora não se possa inferir que todos os conceitos trabalhados tenham sido assimilados pelo grupo de alunos, de maneira geral, demonstraram interesse pela TRR.

Espera-se, assim, que o presente trabalho de mestrado possa contribuir com aqueles professores que desejam tratar conteúdos da Teoria da Relatividade Restrita em sala de aula, utilizando a abordagem histórico-epistemológica e conceitual aqui relatada, tendo em vista a intensa participação dos alunos nas aulas.

## REFERÊNCIAS

ANGOTTI, J. A.; DELIZOICOV, D. **Física**. São Paulo: Cortez, 1992.

AYALA FILHO, A. L. A construção de um perfil para o conceito de referencial em física e os obstáculos epistemológicos à aprendizagem da teoria da relatividade restrita. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 15, n. 1, 2010. Disponível em [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID232/v15\\_n1\\_a2010.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID232/v15_n1_a2010.pdf).

BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V.; DOCA, R. H. **Tópicos de Física 3: eletricidade, física moderna, análise dimensional**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: PCN+**. Brasília: MEC-SEMTEC, 2002. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Segunda Versão Revista. Abr/2016. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em 16/01/2017.

CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física clássica: óptica, ondas**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1998.

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As faces da física**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

CARUSO, F.; FREITAS, N. Física Moderna no Ensino Médio: o espaço-tempo de Einstein em tirinhas. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 26, n. 2: p. 355-366, 2009.

CASTILHO, M. I. **Uma introdução conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio**. 143 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

CONTRERAS, J. **A autonomia dos professores**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2012.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

EINSTEIN, A. **A Teoria da Relatividade Especial e Geral**. Rio de Janeiro: contraponto, 1999.

FAGUNDES, H. V. **Teoria da relatividade no nível matemático do ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

GAMOW, G. **O incrível mundo da física moderna**. 2. ed. São Paulo: IBRASA, 1980.

GASPAR, A. **Física: eletromagnetismo, física moderna**. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2001.

HADJIMICHEF, D. Teoria da relatividade e relógios. **Centro de referência para o ensino de física**, 2014. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/cref/?area=questions&id=852>>.

HARRES, J. B. S. **Introdução à Óptica Geométrica**. 2. ed. Lajeado: FATES, 1993.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

ISAACSON, W. **Einstein: sua vida, seu universo**. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

KÖHNLEIN, J. F. K. **Uma discussão sobre a natureza da Ciência no Ensino Médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita**. 163 f. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

KÖHNLEIN, J. F. K.; PEDUZZI, L. O. Q. Uma discussão sobre a natureza da Ciência no Ensino Médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 22, n. 1, 2005. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/6393/5918>.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 12. ed. São Paulo: Perspectiva, 2013.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

LEMKE, J. L. Multiplying meaning: visual and verbal semiotics in scientific texts. In: MARTIN, J. R.; VEEL, R. (Orgs.). **Reading Science: Critical and Functional Perspectives on Discourses of Science**. Londres: Routledge, 2005. p. 87-113.

LIMA, L. O. **Piaget para principiantes**. 5. ed. São Paulo: Summus, 1980.

LORENTZ, H. A.; EINSTEIN, A.; MINKOWSKI, H. **Textos fundamentais da física moderna: o princípio da relatividade**. Vol. 1, 3. ed. Coimbra, Portugal: Fundação Calouste Gulbenkian, 1971.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol. 1, 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol. 2, 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol. 3, 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

MOREIRA, M. A.; MASSONI, N. T. **Epistemologias do século XX: Popper, Kuhn, Lakatos, Laudan, Bachelard, Toulmin, Feyerabend, Maturana, Bohm, Bunge, Prigogine, Mayr**. São Paulo: E.P.U, 2011.

MOREIRA, M. A.; MASSONI, N. T. **Interfaces entre teorias de aprendizagem e ensino de ciências/física**. Textos de apoio ao professor de física, v. 26, n. 6. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2015.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: E.P.U, 2011.

NEFFE, J. **Einstein: uma biografia**. Barueri, São Paulo: Novo Século Editora, 2012.

OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos**: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol. 3, 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

OSTERMANN, F. A epistemologia de Kuhn. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 13, n. 3, p. 184-196, dez. 1996. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/7045/6521>.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade Restrita no Ensino Médio: contração de Lorentz-FitzGerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 19, n. 2, p. 176-190, 2002.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade Restrita no Ensino Médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 21, n. 1, p. 83-102, abr. 2004.

PARANÁ, D. N. da S. **Física: mecânica**. 6. ed. São Paulo: Ática, 1998.

PERUZZO, J. **Teoria da Relatividade**: conceitos básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e história das ciências**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. (2009). **Os fundamentos da física**: eletricidade, introdução à física moderna, análise dimensional. Vol. 3. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física**: termologia, óptica e ondas. Vol. 2, 10. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

REIS, J. C.; GUERRA, A.; BRAGA, M.; FREITAS, J. **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atual, 2012.

RICARDO, E. C. Problematização e contextualização em Ensino de Física, in CARVALHO, A. M. P. *et al.* (org.). **Ensino de Física**. Coleção Ideias em Ação. São Paulo: Cengage, 2010.

RICCI, T. F. **Teoria da Relatividade Especial**. Texto de apoio ao professor de física, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

ROCHA, A. N.; RIZZUTI, B. F.; MOTA, D. S. Transformações de Galileu e de Lorentz: um estudo via teoria de grupos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n. 4, 2013. Disponível em <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/354304.pdf>.

RODRIGUES, C. M.; SAUERWEIN, I. P. S.; SAUERWEIN, R. A. Uma proposta de inserção da teoria da relatividade restrita no Ensino Médio via estudo do GPS. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 1, 2014. Disponível em <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/361401.pdf>.

SANTOS, R. P. B. Relatividade Restrita com o auxílio de diagramas. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, vol. 23, n. 2, 2006. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/6277/12767>.

TELICHEVESKY, L. **Uma perspectiva sociocultural para a introdução de conceitos de física quântica no ensino médio: análise das interações discursivas em uma unidade didática centrada no uso do interferômetro virtual de Mach-Zehnder.** 192 f. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/114826/000955690.pdf?sequence=1>.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna.** 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2001.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna.** 6ª ed. São Paulo: LTC, 2014.

THORNTON, S. T.; MARION, J. B. **Classical Dynamics of Particles and Systems.** 5. ed. Estados Unidos da América: Cengage Learning II, 2004.

TORRES, C. M. **Física:** ciência e tecnologia. Vol. Único. São Paulo: Moderna, 2001.

VALADARES, E. C.; MOREIRA, A. M. Ensinando Física Moderna no Ensino Médio: efeito fotoelétrico, laser e emissão de corpo negro. **Caderno Catarinense de Ensino de Física** (atual Caderno Brasileiro de Ensino de Física), v. 15, n. 2, 1998.

WOLFF, J. F. S.; MORS, P. M. (2005). **Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein.** Textos de apoio ao professor de física, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## APÊNDICES

### Apêndice A: Texto de Apoio da Aula 1

#### A VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA LUZ NO VÁCUO

Em janeiro de 1931, **Charlie Chaplin** (1889–1977), **Albert Einstein** (1879-1955) e sua esposa **Elsa Einstein** (1876–1936) chegaram juntos, de smoking, para a estreia do filme *Luzes da Cidade*, estrelado, escrito e dirigido pelo próprio **Charlie Chaplin** (1889–1977). Sob aplausos, quando entravam no cinema, **Chaplin** observou, de forma memorável (e precisa): “Eles me aplaudem porque me entendem e o aplaudem porque ninguém o entende”.



Figura 1. **Einstein** com **Charlie Chaplin** e **Elsa** na estreia em Hollywood de *Luzes da Cidade*, janeiro de 1931. Extraído de: Isaacson, 2007, p. 277.

Prezado(a) Aluno, nas próximas aulas pretendo convencê-lo de que o comentário de **Chaplin** não corresponde mais à verdade. Admirar a beleza e a tremenda simplicidade da Teoria da Relatividade Restrita não é difícil. Porém, o desafio maior aos que entram em contato pela primeira vez com esta fabulosa teoria de **Einstein** não é tanto compreendê-la, mas aceitá-la. Somente pessoas abertas a novos conhecimentos são capazes de apreciar a beleza por trás da relatividade **einsteiniana**.

#### A VELOCIDADE DA LUZ

Encontramos questionamentos sobre a velocidade da **luz** desde o século V a.C. Inicialmente havia pensadores que afirmavam que a **velocidade da luz era finita** e outros que a consideravam **infinita**. A maioria dos antigos filósofos gregos afirmava que a **luz** tem **velocidade infinita**, isto é, que ela se transmitia instantaneamente de um ponto para o outro. **Aristóteles** (384 a.C. – 322 a.C.) afirmava que a **luz** se propagava em todo o espaço de forma instantânea. **Empédocles** (490 a.C. – 430 a.C.), por volta de 450 a.C., foi talvez o primeiro filósofo grego a sustentar com clareza que a **luz** se propagaria com **velocidade finita**.

Os métodos de investigação disponíveis na época permitiram, a esses pensadores, apenas o levantamento de hipóteses. **Caio Plínio Segundo** (23-79 d.C.), conhecido como **Plínio, o Velho**, um naturalista romano, sustentou que **a velocidade da luz era maior que a do som**. Um dos meios de chegar a essa conclusão é perceber que o **som de um trovão**, durante uma tempestade, **chega até nós segundos depois do lampejo do raio**.

Por volta do século X, o estudioso árabe **Avicena** (980–1037) afirmou que a **luz**, embora tivesse uma **velocidade imensurável**, era **finita**. Ele foi apoiado então por **Alhazen** (965-1040), outro estudioso árabe, que era solidário à forma de pensar de **Avicena** sobre o tema da **luz**.

Já no século XVI, o italiano **Galileu Galilei** (1564-1642) propôs um experimento para medir a velocidade da **luz**, em sua obra intitulada “Duas Novas Ciências”. Ele sugeriu colocar **dois indivíduos com lanternas no alto de duas colinas** distantes 1500 m: o primeiro indivíduo descobria sua lanterna e o segundo, ao perceber a luminosidade proveniente dessa lanterna, descobria a sua. O tempo decorrido entre o descobrir da primeira lanterna e a percepção da luminosidade da lanterna do segundo seria o tempo de propagação de ida e volta da **luz**.

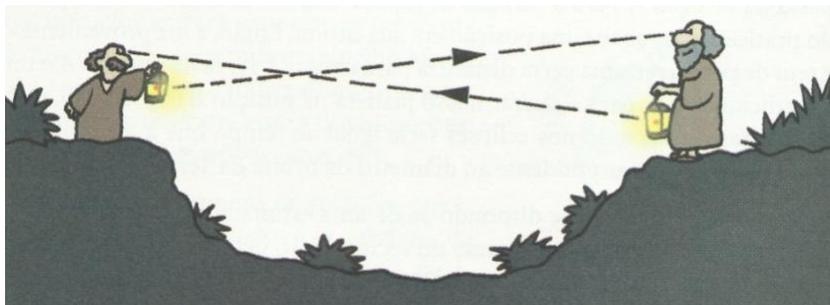


Figura 2. Representação do experimento proposto por Galileu Galilei para medir a velocidade da luz. Extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 179.

Apesar de estar correto o método empregado por **Galileu**, ele não obteve êxito em seu experimento. A velocidade da **luz** é muito grande e, assim, no experimento proposto por ele, a **luz** demorava cerca de  $10^{-5}$  s para efetuar o percurso de ida e volta entre as duas colinas. Este tempo, extremamente pequeno, era impossível de ser medido com os aparelhos de que dispunha **Galileu**, sendo esta a causa do fracasso de seu experimento.

O primeiro cálculo da velocidade da **luz** foi proposto pelo dinamarquês **Ole Christensen Römer** (1644-1710), em 1676, alguns anos depois da morte de **Galileu**.

**Römer**, observando o **movimento de um dos satélites de Júpiter em torno desse planeta**, verificou que **periodicamente** ele se “escondia” atrás de Júpiter, isto é, **o satélite era eclipsado pelo planeta**. Mediu, então, **o intervalo de tempo entre dois eclipses consecutivos**, encontrando **42,5 h**. Suponha que, **quando a Terra se encontrava na posição A** da Figura 3 (posição mais próxima de Júpiter) **Römer tenha determinado a hora exata em que ocorreu um destes eclipses**. Sabendo que **o eclipse seguinte ocorreria 42,5 h mais tarde e assim sucessivamente, ele organizou uma tabela de horários dos eclipses que ocorreriam durante o ano inteiro**.

**Seis meses mais tarde, quando a Terra se encontrava na posição B** da Figura 3 (posição mais afastada de Júpiter), **Römer** verificou, com surpresa, que **os eclipses estavam ocorrendo alguns minutos depois dos horários previstos**. Ele interpretou corretamente o motivo do atraso: **em seis meses, enquanto a Terra passa da posição A para a posição B, Júpiter desloca-se muito pouco, permanecendo praticamente na mesma posição em sua órbita**. Então, **a luz proveniente do satélite tem de percorrer certa distância para chegar à Terra na posição A e uma distância adicional, AB, para alcançar nosso planeta na posição B**. Desta maneira, **o atraso observado nos eclipses seria igual ao intervalo de tempo que a luz gasta para percorrer a distância correspondente ao diâmetro da órbita da Terra (distância AB)**.

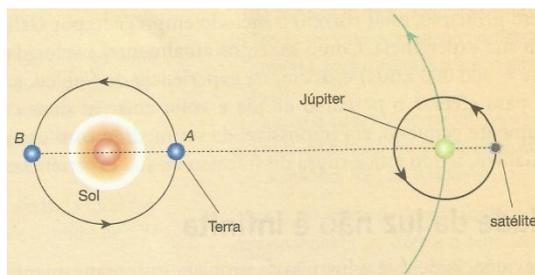


Figura 3. A luz emitida pelo satélite de Júpiter gasta mais tempo para alcançar a Terra, quando ela está na posição B, do que quando ela está na posição A.  
 Extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 180.

Conhecendo-se este intervalo de tempo e dispondo-se de uma estimativa do valor do diâmetro da órbita da Terra, foi possível, ainda **no século XVII**, determinar um **valor para a velocidade da luz**, encontrando-se  $c = 225.000 \text{ km/s}$ . Este valor difere bastante daquele que conhecemos atualmente. O erro na medida do dinamarquês ocorreu porque **as distâncias entre a Terra e Júpiter não eram bem conhecidas em sua época**, todavia é inestimável seu mérito em nos alertar que a luz não se propaga com **velocidade infinita**.

No século XIX, o francês **Armand Hippolyte Louis Fizeau** (1819-1896) conseguiu **medir a velocidade da luz com bastante precisão**, fazendo um feixe luminoso percorrer uma distância relativamente pequena (16 km) sobre a superfície da Terra. Para isto, ele usou o dispositivo mostrado na Figura 4, que lhe permitiu medir o intervalo de tempo muito pequeno que a luz gastou para percorrer esta distância.

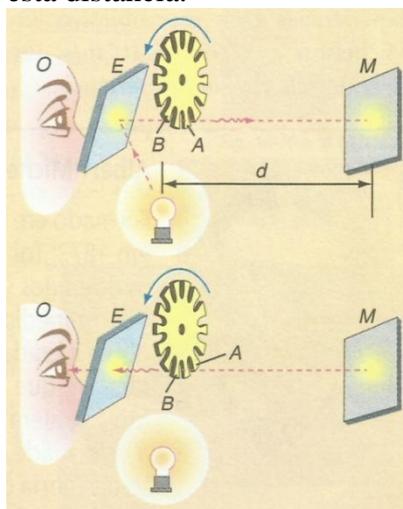


Figura 4. Representação do dispositivo usado por **Fizeau** para medir a velocidade da luz.  
 Extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 181.

**Fizeau** fez um feixe de luz incidir sobre uma lâmina de vidro E (Figura 4) na qual ele era parcialmente refletido, sendo dirigido para um espelho distante M, após passar no intervalo A entre os dentes de uma roda dentada em rotação. A velocidade desta roda era ajustada para que o feixe de luz, após se refletir em M, voltasse à roda dentada, passando exatamente pelo intervalo B (consecutivo de A e ocupando, neste instante, a posição antes ocupada por A), sendo então recebido pelo observador O. Assim, o intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastava para efetuar o percurso de ida e volta, entre a roda e o espelho M, era igual ao intervalo de tempo,  $\Delta t'$ , que a roda gastava para girar de um ângulo correspondente à distância entre os dois intervalos consecutivos (arco AB).

Conhecendo o número de rotações que a roda efetuava por segundo (frequência “f” de giro da roda) e o número “n” de dentes que ela possuía, **Fizeau** obteve facilmente o valor de  $\Delta t$ . Como a distância “d” entre a roda e o espelho M era conhecida, foi possível obter o valor da velocidade da **luz** pela relação:  $c = 2d/(\Delta t)$ . Em 1849, **Fizeau** divulgou os resultados de suas experiências, apresentando o valor  $c = 3,13 \cdot 10^8$  m/s.

## REFERÊNCIAS

CASTILHO, M. I. **Uma introdução conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

HARRES, J. B. S. **Introdução à ótica geométrica**. 2. ed. Lajeado: FATES, 1993.

ISAACSON, W. **Einstein**: sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

OLIVEIRA, M. P. P. de; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos**: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

## Apêndice B – Slides da Aula 1 – A velocidade da luz



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1



Slide 3

### Apresentação

Em janeiro de 1931, **Charlie Chaplin** (1889–1977), **Albert Einstein** (1879-1955) e sua esposa **Elsa Einstein** (1876–1936) chegaram juntos, de smoking, para a estreia do filme *Luzes da Cidade*, estrelado, escrito e dirigido pelo próprio **Charlie Chaplin** (1889–1977). Sob aplausos, quando entravam no cinema, **Chaplin** observou, de forma memorável (e precisa): *“Eles me aplaudem porque me entendem e o aplaudem porque ninguém o entende”*.

Slide 2

Prezado(a) educando(a), nas próximas aulas pretendo convencê-lo de que o comentário de **Chaplin** não corresponde mais à verdade. Admirar a beleza e a tremenda simplicidade da **Teoria da Relatividade Restrita** não é difícil. Porém, o desafio maior aos que entram em contato pela primeira vez com esta fabulosa teoria de **Einstein** não é tanto compreendê-la, mas aceitá-la. Somente pessoas abertas a novos conhecimentos são capazes de apreciar a beleza por trás da relatividade **einsteiniana**.

Slide 4

### A velocidade da luz

Encontramos questionamentos sobre a **velocidade da luz** desde o século V a.C.. Inicialmente havia pensadores que afirmavam que a **velocidade da luz era finita** e outros que a consideravam **infinita**. A maioria dos antigos filósofos gregos afirmava que a **luz tem velocidade infinita**, isto é, **que ela se transmitia instantaneamente de um ponto para o outro**.

Slide 5

Os métodos de investigação disponíveis na época permitiram, a esses pensadores, apenas o levantamento de hipóteses. **Caio Plínio Segundo** (23-79 d.C.), conhecido como **Plínio, o Velho**, um naturalista romano, sustentou que a **velocidade da luz era maior que a do som**. Um dos meios de chegar a essa conclusão é perceber que **o som de um trovão**, durante uma tempestade, **chega até nós segundos depois do lampejo do raio**.

Slide 7

**Aristóteles** (384 a.C. – 322 a.C.) afirmava que **a luz se propagava em todo o espaço de forma instantânea**. **Empédocles** (490 a.C. – 430 a.C.), por volta de 450 a.C., foi talvez o primeiro filósofo grego a sustentar com clareza que **a luz se propagaria com velocidade finita**.

Slide 6



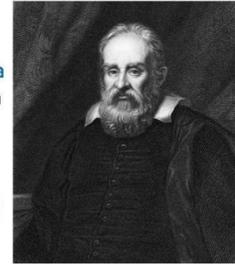
Slide 8

Por volta do século X, o estudioso árabe **Avicena** (980–1037) afirmou que a luz, embora tivesse uma **velocidade imensurável**, era **finita**. Ele foi apoiado então por **Alhazen** (965-1040), outro estudioso árabe, que **era solidário à forma de pensar de Avicena sobre o tema da luz**.

Slide 9

## O experimento de Galileu Galilei

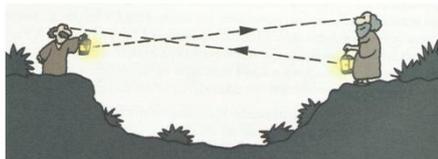
Já no século XVI, o italiano **Galileu Galilei** (1564-1642) **propôs um experimento para medir a velocidade da luz**, em sua obra intitulada “Duas Novas Ciências”. Ele **sugeriu colocar dois indivíduos com lanternas no alto de duas colinas distantes 1500 m**.



Slide 10

O primeiro indivíduo descobria sua lanterna e o segundo, ao perceber a luminosidade proveniente dessa lanterna, descobria a sua.

O tempo decorrido entre o descobrir da primeira lanterna e a percepção da luminosidade da lanterna do segundo seria o tempo de propagação de ida e volta da luz.



Slide 11

Apesar de estar correto o método empregado por **Galileu**, ele **não obteve êxito em seu experimento**. A velocidade da luz é muito grande e, assim, no experimento proposto por ele, a luz demorava cerca de  $10^{-5}$  s para efetuar o percurso de ida e volta entre as duas colinas. **Este tempo, extremamente pequeno, era impossível de ser medido com os aparelhos de que dispunha Galileu**, sendo esta a causa do fracasso de seu experimento.

Slide 12

## Primeiro cálculo da velocidade da luz

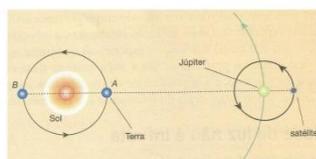
O primeiro cálculo da velocidade da luz foi proposto pelo dinamarquês **Ole Christensen Römer** (1644-1710), em 1676, alguns anos depois da morte de **Galileu**.

Slide 13

**Römer**, observando o movimento de um dos satélites de Júpiter em torno desse planeta, **verificou que periodicamente ele se “escondia” atrás de Júpiter**, isto é, **o satélite era eclipsado pelo planeta**. Mediu, então, **o intervalo de tempo entre dois eclipses consecutivos, encontrando 42,5 h**.

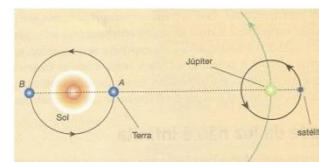
Slide 14

Suponha que, **quando a Terra se encontrava na posição A da figura abaixo (posição mais próxima de Júpiter) Römer tenha determinado a hora exata em que ocorreu um destes eclipses**. Sabendo que **o eclipse seguinte ocorreria 42,5 h mais tarde** e assim sucessivamente, ele organizou uma tabela de horários dos eclipses que ocorreriam durante o ano inteiro.



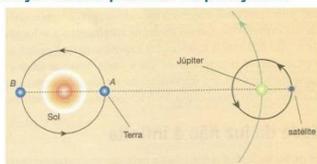
Slide 15

**Seis meses mais tarde, quando a Terra se encontrava na posição B da figura abaixo (posição mais afastada de Júpiter), Römer verificou, com surpresa, que os eclipses estavam ocorrendo alguns minutos depois dos horários previstos**.



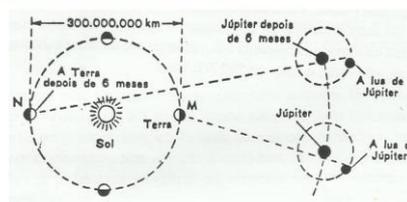
Slide 16

Ele interpretou corretamente o motivo do atraso: em seis meses, enquanto a Terra passa da posição A para a posição B, Júpiter desloca-se muito pouco, permanecendo praticamente na mesma posição em sua órbita. Então, a luz proveniente do satélite tem de percorrer uma certa distância para chegar à Terra na posição A e uma distância adicional, AB, para alcançar nosso planeta na posição B.



Slide 17

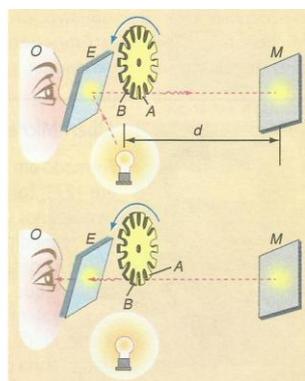
Desta maneira, o atraso observado nos eclipses seria igual ao intervalo de tempo que a luz gasta para percorrer a distância correspondente ao diâmetro da órbita da Terra (distância MN).



Slide 18

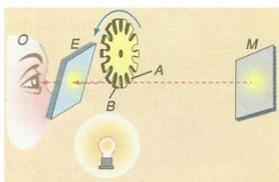
Conhecendo-se este intervalo de tempo e dispondo-se de uma estimativa do valor do diâmetro da órbita da Terra, foi possível, ainda no século XVII, determinar um valor para a velocidade da luz, encontrando-se  $c = 225.000$  km/s. Este valor difere bastante daquele que conhecemos atualmente. O erro na medida do dinamarguês ocorreu porque as distâncias entre a Terra e Júpiter não eram bem conhecidas em sua época, todavia é inestimável seu mérito em nos alertar que a luz não se propaga com velocidade infinita.

Slide 19



Slide 21

A velocidade desta roda era ajustada para que o feixe de luz, após se refletir em M, voltasse à roda dentada, passando exatamente pelo intervalo B (consecutivo de A e ocupando, neste instante, a posição antes ocupada por A), sendo então recebido pelo observador O.



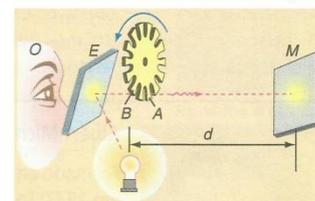
Slide 23

### O experimento de Fizeau

No século XIX, o francês **Armand Hippolyte Louis Fizeau** (1819-1896) conseguiu medir a velocidade da luz com bastante precisão, fazendo um feixe luminoso percorrer uma distância relativamente pequena (16 km) sobre a superfície da Terra. Para isto, ele usou o dispositivo mostrado na figura seguinte, que lhe permitiu medir o intervalo de tempo muito pequeno que a luz gastou para percorrer esta distância.

Slide 20

Fizeau fez um feixe de luz incidir sobre uma lâmina de vidro E na qual ele era parcialmente refletido, sendo dirigido para um espelho distante M, após passar no intervalo A entre os dentes de uma roda dentada em rotação.



Slide 22

Assim, o intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastava para efetuar o percurso de ida e volta, entre a roda e o espelho M, era igual ao intervalo de tempo,  $\Delta t'$ , que a roda gastava para girar de um ângulo correspondente à distância entre os dois intervalos consecutivos (arco AB).

Slide 24

Conhecendo o número de rotações que a roda efetuava por segundo (frequência “f” de giro da roda) e o número “n” de dentes que ela possuía, **Fizeau** obteve facilmente o valor de  $\Delta t'$ . Como a distância “d” entre a roda e o espelho M era conhecida, foi possível obter o valor da **velocidade da luz** pela relação:  $c = 2d/(\Delta t)$ . Em 1849, **Fizeau** divulgou os resultados de suas experiências, apresentando o valor  $c = 3,13 \cdot 10^8$  m/s.

Slide 25

## Referências

- CASTILHO, Maria Inês. (2005) **Uma introdução conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- HARRES, João Batista Siqueira. (1993) **Introdução à ótica geométrica**. 2. ed. Lajeado: FATES.
- ISAACSON, Walter. (2007) **Einstein: sua vida, seu universo**. São Paulo: Companhia das Letras.
- LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; ÁLVARES, Beatriz Alvarenga. (2006). **Curso de Física**. Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione.
- OLIVEIRA, Maurício Pietrocola Pinto de; POGIBIN, Alexander; OLIVEIRA, Renata Cristina de Andrade; ROMERO, Talita Raquel Luz. (2011). **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD.

Slide 26

## Apêndice C – Lista de exercícios da Aula 1

### RESPONDA:

- 1) Durante uma tempestade, uma pessoa viu um relâmpago e, após 6 segundos, escutou o barulho do trovão. Sendo a velocidade do som igual a 340,0 m/s, a que distância a pessoa estava, em km, do local onde caiu o relâmpago?
- 2) Liste alguns cuidados importantes que deveriam ter sido tomados no experimento proposto por Galileu para que ele pudesse fornecer bons resultados.
- 3) Calcule, com dois algarismos significativos, o valor do intervalo de tempo que Galileu tentou medir no experimento mostrado na Figura 2. Observação: aceita-se, atualmente, que a velocidade de propagação da luz no vácuo é de, aproximadamente,  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.
- 4) Por que o experimento de Galileu mostrado na Figura 2 não teve sucesso?
- 5) Como vimos, Römer observou que, quando a Terra se deslocava da posição A para a posição B, representadas na Figura 3, havia um atraso de vários minutos na observação de um eclipse de um satélite de Júpiter.
  - a) Este atraso era devido ao tempo que a luz gasta para percorrer o diâmetro do Sol, da Terra ou da órbita da Terra?
  - b) Sabendo que a distância média da Terra ao Sol é de  $1,50 \cdot 10^8$  km, determine, em minutos, o valor deste atraso. Observação: aceita-se, atualmente, que a velocidade de propagação da luz no vácuo é de, aproximadamente,  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.
- 6) Acesse o link abaixo:  
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/58/Fizeau.ogg>  
Nele você encontrará uma simulação do experimento realizado por Fizeau. A roda dentada usada por ele girava numa frequência de, aproximadamente, 12,6 voltas por segundo e possuía 720 dentes separados por intervalos de mesma largura. O espelho estava localizado a uma distância de  $8,633 \cdot 10^3$  m.
  - a) A partir da distância “d” entre a lâmina de vidro E e o espelho distante M e a velocidade “c” de propagação da luz, obtenha a expressão matemática que permite determinar o intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastaria para se deslocar até o espelho e voltar à roda dentada.
  - b) A partir da frequência “f” de giro da roda dentada e do número “n” de dentes da roda dentada, obtenha a expressão matemática que permite determinar o intervalo de tempo  $\Delta t'$  que cada dente gastaria para passar diante do observador.
  - c) Sabendo que o intervalo de tempo  $\Delta t'$  que cada intervalo gastaria para passar diante do observador é igual ao tempo  $\Delta t$  que a luz gastaria para se deslocar até o espelho e voltar à roda, determine a velocidade de propagação da luz encontrada por Fizeau.
- 7) Calcule a diferença percentual entre o valor obtido por Fizeau para a velocidade da luz e o valor  $c = 3,00 \times 10^8$  m/s, obtido nas medidas mais precisas realizadas posteriormente.

## Apêndice D – Texto de apoio da Aula 2

### A NATUREZA DA LUZ

Na Grécia antiga havia pensadores que debatiam sobre o que seria a **luz**. Filósofos como **Leucipo de Mileto** (primeira metade do século V a.C. – século V a.C.) e **Empédocles** (493 a.C. – 430 a.C.) já se preocupavam em responder perguntas tais como: por que vemos um objeto? O que é a **luz**? **Leucipo de Mileto** afirmava que enxergávamos por causa de pequenas **partículas** emitidas pelos objetos que atingiam nossos olhos. Já para **Empédocles** (493 a.C. – 430 a.C.) a visão não era uma propriedade dos objetos, mas do olho. Para ele, feixes visuais, emitidos pelo olho, interagiam com os objetos para colher informações sobre eles.

Discutir a natureza da **luz** sempre foi algo complicado para os cientistas. Para uns a **luz** era **constituída de partículas** que percorriam o espaço em linha reta com velocidade muito grande. Para outros, ela seria uma espécie de **vibração** que invadiria todas as substâncias transparentes. Por volta de 1500, o italiano **Leonardo da Vinci** (1452-1519), percebendo a semelhança entre a **reflexão da luz** e o fenômeno do **eco**, levantou a hipótese de que a **luz**, como o **som**, poderia ser uma **onda**.

Houve uma intensa polêmica, no século XVII, entre o holandês **Christian Huygens** (1629-1695) e o inglês **Isaac Newton** (1642-1727), que se tornou célebre na história da Física. Eles defendiam **duas concepções** ou dois paradigmas, segundo o filósofo da Ciência americano **Thomas Kuhn** (1922-1996), que **propunham naturezas distintas** para a **luz**: uma defendendo a hipótese de que a **luz** seria uma **onda**, ou seja, uma **vibração** que se propagava pelo espaço; e outra defendendo a hipótese de que a **luz** era **constituída de partículas**, ou seja, de pequenos corpos dotados de massa.

No fim do século XVII, **Newton** e **Huygens** travaram um duelo acerca da natureza da **luz**. O primeiro afirmava que a **luz era um feixe de partículas** que tinha origem na fonte de **luz**. **Huygens**, por sua vez, afirmava que a **luz** era uma **vibração** que ocorria **em uma suposta matéria sutil**, que ele, assim como vários filósofos gregos da Antiguidade, chamava de **éter**. Desde os escritos de **Platão** (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., há registros da suposta existência de uma substância que preencheria todo o espaço.

As **duas concepções** sobre a natureza da **luz** se alicerçavam em analogias com outras situações físicas que forneciam razões para que cada um continuasse defendendo sua própria hipótese.

Por exemplo, vamos pensar no trajeto da **luz** entre o Sol e a Terra. Segundo o **modelo ondulatório**, não seria possível a **luz** chegar até nós se o espaço entre os astros (Sol e Terra) fosse vazio, pois não haveria um meio material para ser perturbado. Seguiu-se assim um resultado já sabido na época, que o **som** não se propaga no vácuo.

Dessa forma, dado que a **luz** do Sol chega à Terra e não havia resultado experimental que demonstrasse a existência de uma substância que serviria de suporte para sua propagação, ganhava força a **versão corpuscular** para a natureza da **luz**. Isso porque, sendo **constituída de partículas** minúsculas, não havia problema para a **luz** se propagar no vácuo. Portanto, ponto para o **Newton!**

Por outro lado, podemos pensar em uma situação na qual a explicação de **Huygens** tivesse melhor resultado. Sabemos que, quando dois feixes de **luz** se cruzam, o primeiro “não toma conhecimento” do segundo; ou melhor, depois da região de interseção dos feixes, ambos continuam sua propagação sem que sejam desviados ou que suas características sejam alteradas. Se a **luz** fosse constituída de **pequenas partículas**, na região de cruzamento entre os feixes elas deveriam se chocar, provocando alterações tanto nas propriedades físicas quanto no trajeto. Considerando a **luz** como **onda**, a propagação inalterada, depois da interseção dos feixes, poderia acontecer. Portanto, ponto para o **Huygens!**

Nas ilustrações da Figura 1, temos à esquerda a representação do encontro de dois feixes de **partículas**. Observe que, depois de se cruzarem, os feixes perdem as suas características. À direita, representamos um **movimento ondulatório** em duas cordas, em que dois pulsos de **ondas** se cruzam sem que a interferência entre ambos altere suas propagações.

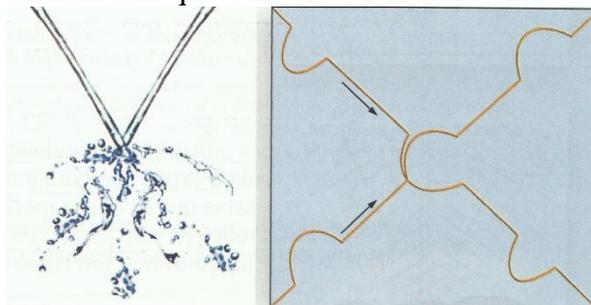


Figura 1. À esquerda temos a representação do encontro de dois feixes de **partículas** e à direita temos a representação do encontro de dois pulsos de **ondas**.  
Fonte: Pietrocola et al., 2011, p. 343.

Vejamos com um pouco mais de detalhes os argumentos utilizados por **Huygens** e **Newton** nesse duelo. Pensemos na **reflexão**. A hipótese da natureza da **luz** como **partícula** explica esse fenômeno de forma simples. Por exemplo, pequenas esferas, colidindo elasticamente contra uma superfície lisa, são refletidas de tal modo que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, exatamente como acontece com a **luz**. Portanto, em relação ao fenômeno da **reflexão**, é válido considerar um feixe de **luz** como constituído por um conjunto de **partículas** que se refletem elasticamente ao encontrarem uma superfície lisa. Portanto, ponto para o **Newton!**

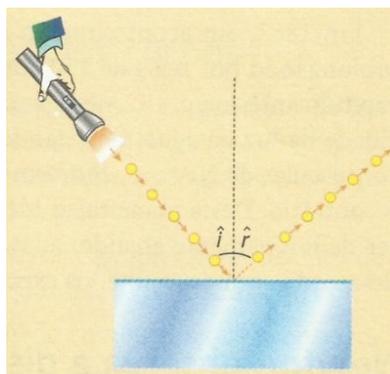


Figura 2. Representação da reflexão da **luz** segundo o modelo **corpuscular** de **Newton**.  
Extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 225.

A hipótese **ondulatória**, por sua vez, também podia fornecer uma explicação para a **reflexão**, visto que, antes de **Huygens**, já se sabia que as ondas mecânicas, como o **som** e as **ondas na água**, se refletem com ângulo de incidência igual ao de reflexão. Portanto, ponto para o **Huygens!**

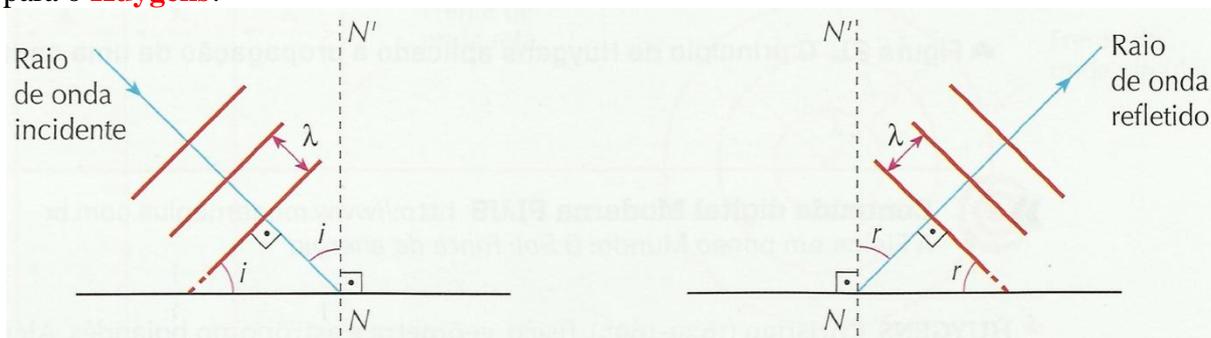


Figura 3. Representação da reflexão da **luz** segundo o modelo ondulatório de **Huygens**.

Extraído de: Ramalho Jr. et al., 2014, p. 422.

Consideremos agora a **refração**, fenômeno bem conhecido na época cuja lei geral já havia sido determinada pelo holandês **Willebrord Snell** (1580-1626) e pelo francês **René Descartes** (1596-1650). Como explicar, por exemplo, que a **luz** que vinha do ar e adentrava na água se aproximava da reta normal à superfície? Para a **versão corpuscular** de **Newton**, consideremos a Figura 4.

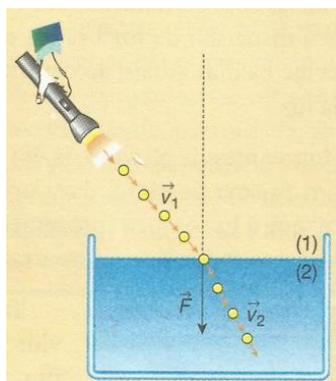


Figura 4. De acordo com a teoria **corpuscular**, a velocidade da **luz** na água deveria ser maior do que no ar.  
Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 225.

Nesta figura, um **feixe luminoso**, propagando-se no ar (meio 1) refrata-se ao penetrar na água (meio 2), aproximando-se da normal, como já sabemos. Segundo **Newton**, isto ocorre porque as **partículas** que constituem o feixe, ao se aproximarem da água, seriam solicitadas por uma força de atração gravitacional, que provocaria uma mudança na direção do movimento delas. Portanto, a ação desta força sobre as **partículas** seria responsável pela **refração** do feixe luminoso.

Observe que, como consequência dessa ação, as **partículas teriam sua velocidade aumentada ao penetrarem na água**, isto é, deve-se ter  $v_2 > v_1$  na Figura 4. Em outras palavras, de acordo com o **modelo corpuscular** de **Newton**, **a velocidade da luz na água deveria ser maior do que no ar**. Naquela época não foi possível verificar se esta conclusão era correta, pois não eram conhecidos métodos capazes de medir a velocidade da **luz** com precisão suficiente.

**Huygens** também fornecia uma explicação para a **refração** considerando a **luz** uma **onda**, por meio de uma construção geométrica engenhosa. Antes disso, convém explicar rapidamente como ele concebia a propagação das ondas luminosas.

Para **Huygens**, a **luz** era uma sucessão de **ondas** que se propagavam uma após a outra, atingindo regiões do meio que ainda não vibravam. No caso da propagação de um feixe de luz cilíndrico<sup>14</sup> (Figura 5 à esquerda), o **segmento AC indica uma frente de onda incidente**. O princípio de **Huygens** era que **cada partícula do meio atingido pela onda que se propaga começa a vibrar e funciona como uma fonte pontual de novas ondas com frentes de onda esférica (ondas secundárias)**. Se tomarmos o segmento AB, cada ponto nele contido emite **ondas secundárias** com frentes de onda esférica. Veja na Figura 5 que o **segmento NB representa uma frente de onda refletida**, que obtemos tornando uma reta tangente às frentes de onda esféricas.

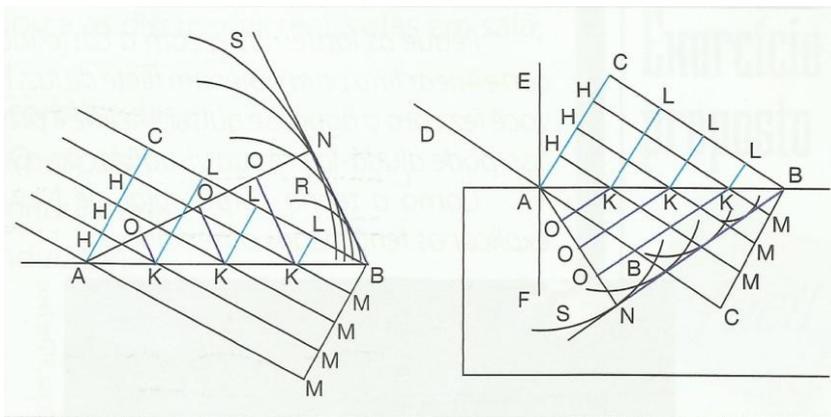


Figura 5. Representações das construções geométricas do próprio **Huygens** que explicam a **reflexão** e a **refração das ondas luminosas**. A **onda incidente** é definida pelas frentes paralelas a AC; a **refletida** e a **refratada** são definidas pelas frentes paralelas a NB.

Fonte: Pietrocola et al., 2011, p. 345.

Para a **reflexão**, essa descrição funcionava, porém para a **refração** alguns detalhes precisavam ser esclarecidos. Considere um feixe de **luz** idêntico ao do esboço de **Huygens** para a **refração** (Figura 5 à direita), supondo que ele se direcione do ar para a superfície da água. Na hipótese de **Huygens**, a propagação das **ondas luminosas** deveria seguir apenas o princípio exposto acima.

O ponto A representa uma partícula da água que vibra pela chegada de uma **frente de onda**. Nesse momento, **Huygens** acrescenta a hipótese de que **a luz se propaga na água com velocidade menor que no ar**. A frente de onda esférica, construída a partir de A, nesse caso “percorre” uma distância menor que as construídas a partir dos outros pontos do feixe que ainda não interagiram com a água.

Calma! Vou explicar melhor! Enquanto a frente de onda esférica construída a partir de A “percorre” uma distância igual a  $1 \text{ AO}$ , a frente de onda esférica construída a partir de H “percorre” uma distância igual a  $1 \text{ HK}$ . Como  $\text{AO} < \text{HK}$ , nós confirmamos que a velocidade de propagação da luz na água é menor que no ar.

Depois que toda a **frente de onda incidente** atinge a superfície da água, não há mais “quebra” na referida **frente de onda** e toda ela se propaga numa direção segundo um ângulo de refração “r” menor que o de incidência “i” (Figura 6).

<sup>14</sup> Constituído de raios luminosos paralelos entre si.

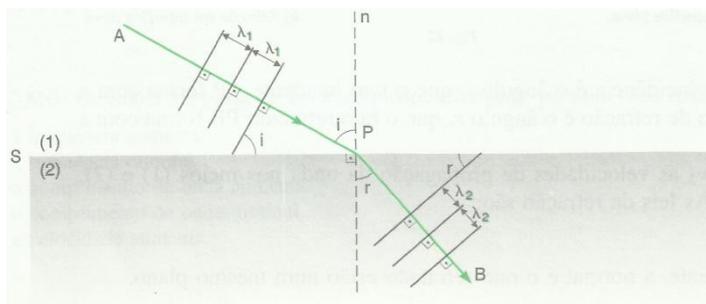


Figura 6. Representação da refração de uma onda reta através de uma superfície plana S.  
Fonte: Calçada; Sampaio, 1998, p. 394.

Considerando esses fenômenos, podemos dizer que as versões de **Newton** e **Huygens** para a natureza da **luz** estavam empatadas. Entretanto, existiam em cena outros fatores, de ordem mais social. Tanto **Newton** como **Huygens** tiveram seguidores, isto é, cientistas dispostos a investir tempo e esforço no aprofundamento das ideias propostas. Ao longo do século XVIII, os newtonianos destacaram-se ao aplicar as ideias de **Newton** a novos fenômenos e ao obter resultados importantes, além de contar com a notoriedade do eminente físico inglês. A hipótese newtoniana ganhou assim a confiança da comunidade de cientistas, e por cerca de um século a natureza da **luz** foi tida como **particulada**. Só voltou a ser questionada de forma relevante no início do século XIX com a “descoberta” do fenômeno da interferência.

Em 1862, um acontecimento importante dava fim a essa disputa que vinha se prolongando por mais de 150 anos. Nesse ano o físico francês **Jean Bernhard Léon Foucault** (1819-1868) conseguiu **medir a velocidade da luz na água**, verificando que **seu valor era menor do que no ar**. A **teoria corpuscular** de **Newton**, conforme vimos, ao explicar a **refração**, previa exatamente o contrário. Desta maneira, as ideias de **Newton** sobre a natureza da **luz** tiveram de ser abandonadas, pois elas levavam a conclusões que estavam em desacordo com os resultados experimentais.

No fim do século XIX, o escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879), através das suas equações, demonstrou que a **luz** é uma **onda eletromagnética**. Para entender o que são **ondas eletromagnéticas** é muito importante exercitar nossa capacidade de imaginação. Isso porque uma das principais características de uma **onda eletromagnética** é o fato de ela não precisar de um meio material para se propagar, embora também possa se difundir por meio dele.

O **campo elétrico** é uma propriedade adquirida pelo espaço associado à posição de uma **carga elétrica**. Se essa **carga** oscilar e modificar sua posição, a intensidade, a direção e o sentido do **campo elétrico**, em determinado ponto, também vão oscilar. E o que um **campo elétrico variável** produz? De acordo com as ideias básicas do Eletromagnetismo (lei de **Faraday** e lei de **Ampère**) será gerado um **campo magnético variável**.

Assim, de maneira geral, uma **onda eletromagnética** é produzida como resultado da oscilação de uma **carga elétrica**, que vai fazer o **campo elétrico  $\vec{E}$**  a ela associado também variar, e conseqüentemente gerar um **campo magnético  $\vec{B}$  oscilante**, e vice-versa. É essa mútua indução eletromagnética, entre variações sucessivas de **campos elétricos e magnéticos**, que se propaga no espaço na forma de uma **onda eletromagnética**. Na figura 7 temos uma representação do que seria a **oscilação** desses **campos** no tempo e no espaço.

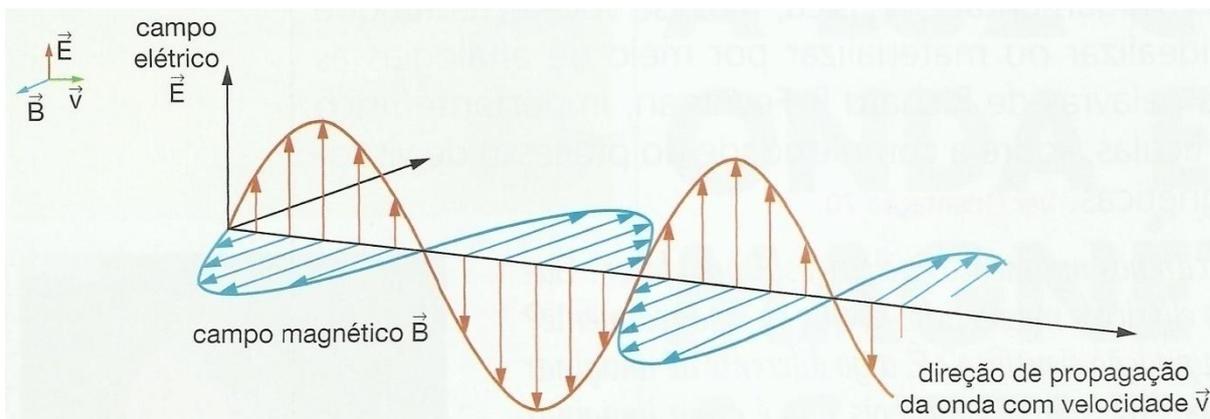


Figura 7. Representação de uma **onda eletromagnética**. Os **campos elétricos e magnéticos da onda eletromagnética** são perpendiculares entre si e também à direção de propagação.

Fonte: Pietrocola et al., 2011, p. 246.

Percebe-se que os vetores **campo elétrico  $\vec{E}$** , **campo magnético  $\vec{B}$**  e **velocidade  $\vec{v}$**  são todos perpendiculares entre si. É importante notar que a **oscilação da carga elétrica** ocorre em determinada frequência. Logo, a **onda eletromagnética** produzida se propagará com essa mesma frequência.

A relação entre a intensidade “E” do **campo elétrico**, a intensidade “B” do **campo magnético** e a **velocidade de propagação “v”** da onda foi encontrada pelo escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879):

$$\frac{E}{B} = v$$

Essa relação permitiu ao cientista concluir que a **velocidade de propagação** das **ondas eletromagnéticas** deveria ser constante com valor de, aproximadamente, 300.000 km/s em relação ao éter, o que comprovou a **natureza eletromagnética da luz**.

## REFERÊNCIAS

CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: óptica, ondas**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1998.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física: terminologia, óptica e ondas**. Volume 2. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

## Apêndice E – Slides da Aula 2 – A natureza da luz



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

### A natureza da luz

Discutir a **natureza da luz** sempre foi algo complicado para os cientistas. **Para uns a luz era constituída de partículas que percorriam o espaço em linha reta com velocidade muito grande. Para outros, ela seria uma espécie de vibração que invadiria todas as substâncias transparentes.**

Slide 3

### Intensa polêmica!

**Quando?** No século XVII. **Entre quais físicos?** Entre o holandês **Christiaan Huygens** (1629-1695) e o inglês **Isaac Newton** (1642-1727). **Por quê?** Porque eles defendiam **duas concepções que propunham naturezas distintas para a luz: uma defendendo a hipótese de que a luz seria uma onda, ou seja, uma vibração que se propagava pelo espaço; e outra defendendo a hipótese de que a luz era constituída de partículas, ou seja, de pequenos corpos dotados de massa.**

Slide 5

### Newton e Huygens: primeiro assalto!

**Newton** afirmava que a luz era um feixe de partículas que tinha origem na fonte de luz. **Huygens**, por sua vez, afirmava que a luz era uma vibração que ocorria em uma suposta matéria sutil, que ele, assim como vários filósofos gregos da Antiguidade, chamava de **éter**. Desde os escritos de **Platão** (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., há registros da suposta existência de uma substância que preencheria todo o espaço.

Slide 7

### A natureza da luz

Por que vemos um objeto? O que é a luz? **Leucipo de Mileto** (primeira metade do século V a.C. – século V a.C.) afirmava que enxergávamos por causa de pequenas partículas emitidas pelos objetos que atingiam nossos olhos. Já para **Empédocles** (493 a.C. – 430 a.C.) a visão não era uma propriedade dos objetos, mas do olho. Para ele, feixes visuais, emitidos pelo olho, interagiam com os objetos para colher informações sobre eles.

Slide 2

### Leonardo da Vinci

Por volta de 1500, o italiano **Leonardo da Vinci** (1452-1519), percebendo a semelhança entre a reflexão da luz e o fenômeno do eco, levantou a hipótese de que a luz, como o som, poderia ser uma onda.



Slide 4

### Newton e Huygens

Isaac Newton (1642-1727)



Christiaan Huygens (1629-1695)



Slide 6

As duas concepções sobre a natureza da luz se alicerçavam em analogias com outras situações físicas que forneciam razões para que cada um continuasse defendendo sua própria hipótese.

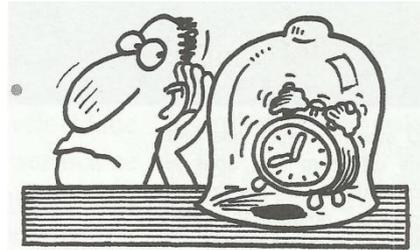
Por exemplo, vamos pensar no trajeto da luz entre o Sol e a Terra.

Slide 8

## Trajeto da luz entre o Sol e a Terra

Segundo o modelo ondulatório, não seria possível a luz chegar até nós se o espaço entre os astros (Sol e Terra) fosse vazio, pois não haveria um meio material para ser perturbado. Seguiu-se assim um resultado já sabido na época, que o som não se propaga no vácuo.

Slide 9



Retirando-se o ar do interior da campânula de vidro, a pessoa não poderá escutar a campainha do despertador, porque o som não se propaga no vácuo.

Slide 10

## Trajeto da luz entre o Sol e a Terra

Dessa forma, dado que a luz do Sol chega à Terra e não havia resultado experimental que demonstrasse a existência de uma substância que serviria de suporte para sua propagação, ganhava força a versão corpuscular para a natureza da luz. Isso porque, sendo constituída de partículas minúsculas, não havia problema para a luz se propagar no vácuo. Portanto, ponto para o **Newton!**

Slide 11

## Cruzamento de dois feixes de luz

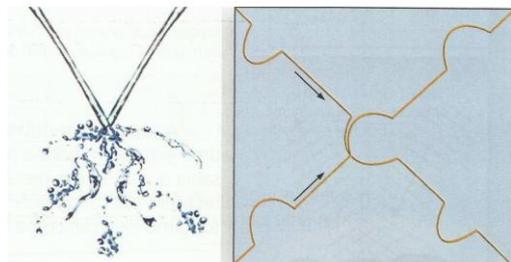
Quando dois feixes de luz se cruzam, o primeiro "não toma conhecimento" do segundo; ou melhor, depois da região de interseção dos feixes, ambos continuam sua propagação sem que sejam desviados ou que suas características sejam alteradas. Se a luz fosse constituída de pequenas partículas, na região de cruzamento entre os feixes elas deveriam se chocar, provocando alterações tanto nas propriedades físicas quanto no trajeto. Considerando a luz como onda, a propagação inalterada, depois da interseção dos feixes, poderia acontecer. Portanto, ponto para o **Huygens!**

Slide 12

## Encontro de dois feixes de luz

Na próxima figura, temos à esquerda a representação do encontro de dois feixes de partículas. Observe que, depois de se cruzarem, os feixes perdem as suas características. À direita, representamos um movimento ondulatório em duas cordas, em que dois pulsos de ondas se cruzam sem que a interferência entre ambos altere suas propagações.

Slide 13

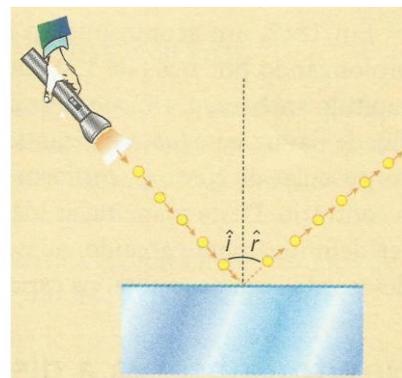


Slide 14

## Newton e Huygens: segundo assalto!

Como a hipótese da natureza da luz como partícula explica a reflexão da luz? Pequenas esferas, colidindo elasticamente contra uma superfície lisa, são refletidas de tal modo que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, exatamente como acontece com a luz. Portanto, em relação ao fenômeno da reflexão, é válido considerar um feixe de luz como constituído por um conjunto de partículas que se refletem elasticamente ao encontrarem uma superfície lisa. Portanto, ponto para o **Newton!**

Slide 15



Slide 16

### Newton e Huygens: segundo assalto!

Como a hipótese ondulatória explica a reflexão da luz? Antes de Huygens, já se sabia que as ondas mecânicas, como o som e as ondas na água, se refletem com ângulo de incidência igual ao de reflexão. Portanto, ponto para o Huygens!

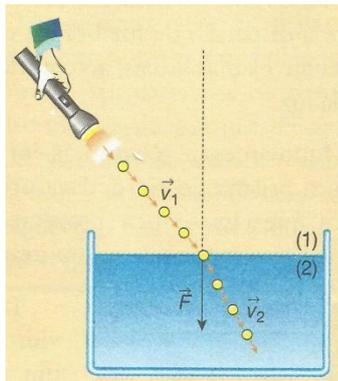


Slide 17

### Newton e Huygens: terceiro assalto!

Consideremos agora a refração, fenômeno bem conhecido na época cuja lei geral já havia sido determinada pelo holandês Willebrord Snell (1580-1626) e pelo francês René Descartes (1596-1650). Como explicar, por exemplo, que a luz que vinha do ar e adentrava na água se aproximava da reta normal à superfície? Para a versão corpuscular de Newton, consideremos a figura seguinte.

Slide 18

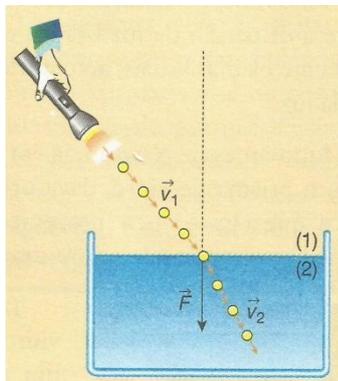


Slide 19

### Newton e Huygens: terceiro assalto!

Nesta figura, um feixe luminoso, propagando-se no ar (meio 1) refrata-se ao penetrar na água (meio 2), aproximando-se da normal, como já sabemos. Segundo Newton, isto ocorre porque as partículas que constituem o feixe, ao se aproximarem da água, seriam solicitadas por uma força de atração gravitacional, que provocaria uma mudança na direção do movimento delas. Portanto, a ação desta força sobre as partículas seria responsável pela refração do feixe luminoso.

Slide 20



Slide 21

### Newton e Huygens: terceiro assalto!

Observe que, como consequência dessa ação, as partículas teriam sua velocidade aumentada ao penetrarem na água, isto é, deve-se ter  $v_2 > v_1$  na figura anterior. Em outras palavras, de acordo com o modelo corpuscular de Newton, a velocidade da luz na água deveria ser maior do que no ar. Naquela época não foi possível verificar se esta conclusão era correta, pois não eram conhecidos métodos capazes de medir a velocidade da luz com precisão suficiente.

Slide 22

### Newton e Huygens: terceiro assalto!

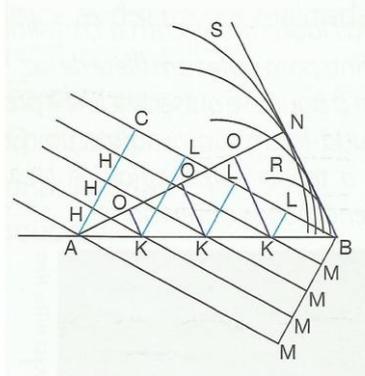
Huygens também fornecia uma explicação para a refração considerando a luz uma onda, por meio de uma construção geométrica engenhosa. Antes disso, convém explicar rapidamente como ele concebia a propagação das ondas luminosas.

Slide 23

### Propagação das ondas luminosas segundo Huygens

Para Huygens, a luz era uma sucessão de ondas que se propagavam uma após a outra, atingindo regiões do meio que ainda não vibravam. No caso da propagação de um feixe de luz cilíndrico (figura seguinte), o segmento AC indica uma frente de onda incidente. O princípio de Huygens era que cada partícula do meio atingido pela onda que se propaga começa a vibrar e funciona como uma fonte pontual de novas ondas com frentes de onda esférica (ondas secundárias). Se tomarmos o segmento AB, cada ponto nele contido emite ondas secundárias com frentes de onda esférica. Veja na figura seguinte que o segmento NB representa uma frente de onda refletida, que obtemos tornando uma reta tangente às frentes de onda esféricas.

Slide 24



Slide 25

## Refração da luz segundo Huygens

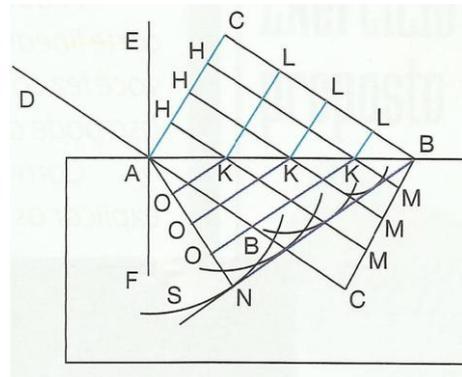
Para a **reflexão**, essa descrição funcionava, porém para a **refração** alguns detalhes precisavam ser esclarecidos. Considere um feixe de luz idêntico ao do esboço de **Huygens** para a refração (figura seguinte), supondo que ele se direciona do ar para a superfície da água. Na hipótese de **Huygens**, a propagação das ondas luminosas deveria seguir apenas o princípio exposto acima.

Slide 26

## Refração da luz segundo Huygens

O ponto A representa uma partícula da água que vibra pela chegada de uma frente de onda. Nesse momento, **Huygens acrescenta a hipótese de que a luz se propaga na água com velocidade menor que no ar**. A frente de onda esférica, construída a partir de A, nesse caso "percorre" uma distância menor que as construídas a partir dos outros pontos do feixe que ainda não interagiram com a água.

Slide 27



Slide 28

## Refração da luz segundo Huygens

**Calma! Vou explicar melhor!** Enquanto a frente de onda esférica construída a partir de A "percorre" uma distância igual a  $1 \cdot AO$ , a frente de onda esférica construída a partir de H "percorre" uma distância igual a  $1 \cdot HK$ . Como  $AO < HK$ , nos confirmamos que a **velocidade de propagação da luz na água é menor que no ar**.

Slide 29

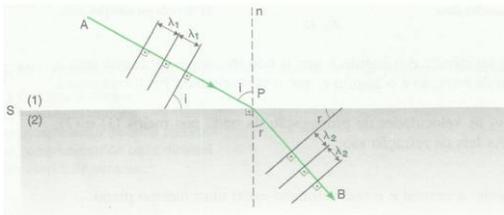
## Refração da luz segundo Huygens

Depois que toda a frente de onda incidente atinge a superfície da água, não há mais "quebra" na referida frente de onda e toda ela se propaga numa direção segundo um ângulo de refração "r" menor que o de incidência "i".

Slide 30

## Newton e Huygens

Considerando esses fenômenos, podemos dizer que as versões de **Newton e Huygens** para a natureza da luz estavam empatadas. Entretanto, tanto **Newton** como **Huygens** tiveram seguidores, isto é, cientistas dispostos a investir tempo e esforço no aprofundamento das ideias propostas. Ao longo do século XVIII, os newtonianos destacaram-se ao aplicar as ideias de Newton a novos fenômenos e ao obter resultados importantes, além de contar com a notoriedade do eminente físico inglês. A hipótese newtoniana ganhou assim a confiança da comunidade de cientistas, e por cerca de um século a **natureza da luz foi tida como particulada**. Só voltou a ser questionada de forma relevante no início do século XIX com a "descoberta" do fenômeno da interferência.



Slide 31

Slide 32

## Jean Bernard Léon Foucault

Em 1862, um acontecimento importante dava fim a essa disputa que vinha se prolongando por mais de 150 anos. Nesse ano o físico francês **Jean Bernhard Léon Foucault** (1819-1868) conseguiu medir a velocidade da luz na água, verificando que seu valor era menor do que no ar. A teoria corpuscular de **Newton**, conforme vimos, ao explicar a refração, previa exatamente o contrário. Desta maneira, as ideias de Newton sobre a natureza da luz tiveram de ser abandonadas, pois elas levavam a conclusões que estavam em desacordo com os resultados experimentais.

Slide 33



Slide 34

## Luz como onda eletromagnética

No fim do século XIX, o escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879), através das suas equações, demonstrou que a luz é uma onda eletromagnética. Para entender o que são ondas eletromagnéticas é muito importante exercitar nossa capacidade de imaginação. Isso porque uma das principais características de uma onda eletromagnética é o fato de ela não precisar de um meio material para se propagar.

Slide 35



Slide 36

## Luz como onda eletromagnética

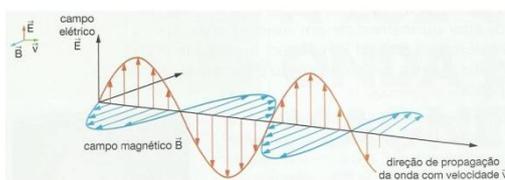
O campo elétrico é uma propriedade adquirida pelo espaço associado à posição de uma carga elétrica. Se essa carga oscilar e modificar sua posição, a intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico, em determinado ponto, também irão oscilar. E o que um campo elétrico variável produz? De acordo com as ideias básicas do Eletromagnetismo (lei de Faraday e lei de Ampère) será gerado um campo magnético variável.

Slide 37

## Luz como onda eletromagnética

Uma onda eletromagnética é produzida como resultado da oscilação de uma carga elétrica, que vai fazer o campo elétrico **E** a ela associado também variar, e conseqüentemente gerar um campo magnético **B** oscilante, e vice-versa. É essa mútua indução eletromagnética, entre variações sucessivas de campos elétricos e magnéticos, que se propaga no espaço na forma de uma onda eletromagnética. Na figura seguinte temos uma representação do que seria a oscilação desses campos no tempo e no espaço.

Slide 38



Slide 39

## Luz como onda eletromagnética

Percebe-se que os vetores campo elétrico **E**, campo magnético **B** e velocidade **v** são todos perpendiculares entre si. É importante notar que a oscilação da carga elétrica ocorre em determinada frequência. Logo, a onda eletromagnética produzida se propagará com essa mesma frequência.

Slide 40

## Luz como onda eletromagnética

A relação entre a intensidade “E” do campo elétrico, a intensidade “B” do campo magnético e a velocidade de propagação “v” da onda foi encontrada pelo escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879):

$$\frac{E}{B} = v$$

Slide 41

## Luz como onda eletromagnética

Essa relação permitiu ao cientista concluir que a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas deveria ser constante com valor de, aproximadamente, 300.000 km/s no vácuo, o que comprovou a natureza eletromagnética da luz.

Slide 42

## Referências

- CALÇADA, Caio Sérgio; SAMPAIO, José Luiz. (1998) **Física Clássica: óptica, ondas**. 2. ed. São Paulo: Atual.
- LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; ALVARES, Beatriz Alvarenga. (2006) **Curso de Física. Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione**.
- OLIVEIRA, Maurício Pietrocola Pinto de; POGIBIN, Alexander; OLIVEIRA, Renata Cristina de Andrade; ROMERO, Talita Raquel Luz. (2011) **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD.
- RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. (2014) **Os fundamentos da física: termologia, óptica e ondas**. Volume 2. 10. ed. São Paulo: Moderna.

Slide 43

## Apêndice F – Lista de exercícios da Aula 2

### RESPOSTA:

- 1) Qual a principal diferença na explicação de como as pessoas enxergam as coisas no entender de Leucipo e de Empédocles?
- 2) Qual foi a comparação feita por Leonardo da Vinci que o levou a sugerir que a luz poderia ter uma natureza ondulatória?
- 3) Explique, sucintamente, a origem da polêmica entre Newton e Huygens.
- 4) Como cada teoria explicava o fenômeno da reflexão da luz? E o da refração?
- 5) Considerando os textos que você estudou e as discussões realizadas em sala de aula, apresente:
  - a) Um argumento para defender a teoria corpuscular.
  - b) Um argumento para rejeitar a teoria corpuscular.
  - c) Um argumento para defender a teoria ondulatória.
  - d) Um argumento para rejeitar a teoria ondulatória.
- 6) De acordo com o modelo corpuscular, a velocidade da luz:
  - a) Na água deveria ser maior, menor ou igual à sua velocidade no ar?
  - b) No vidro deveria ser maior, menor ou igual à sua velocidade na água?
- 7) A figura deste exercício representa um feixe de luz sofrendo refração ao passar do meio A para o meio B.

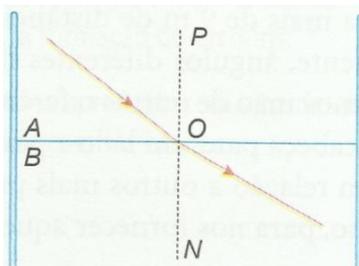


Figura 1. Representação de um feixe de luz sofrendo refração ao passar do meio A para o meio B.

Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 227.

- a) De acordo com o modelo corpuscular da luz, a força gravitacional exercida sobre as partículas do feixe luminoso, ao passar de A para B, estaria dirigida de O para P ou de O para N?
  - b) Tendo em vista a resposta da questão (a), o modelo corpuscular iria prever que a velocidade da luz em B seria maior, menor ou igual à sua velocidade em A?
  - c) De acordo com o estudo feito neste capítulo, medidas experimentais da velocidade da luz em A e B confirmam a resposta da questão (b)?
- 8) Por que a experiência de Foucault fez com que fosse definitivamente abandonado o modelo corpuscular da luz?
  - 9) O que é uma onda eletromagnética? Como podemos entender uma onda eletromagnética?

- 10) Qual a principal diferença entre as ondas mecânicas e as ondas eletromagnéticas?
- 11) Se uma carga geradora vibrar com uma frequência “ $f$ ”, em torno de um mesmo ponto, qual será a frequência de oscilação da onda eletromagnética por ela produzida?

## Apêndice G – Texto de Apoio da Aula 3

### O PAPEL DO ÉTER NA FÍSICA

Para os cientistas que consideravam a **natureza ondulatória da luz**, havia uma pergunta muito importante a ser respondida: se a **luz** fosse uma **onda** assim como o **som**, **qual seria o seu meio de propagação**? No caso do **som**, sabemos que **o ar é posto a vibrar**, e assim podemos ouvir o **som** emitido por determinada fonte. Mas para a **luz** havia problemas ao pensar sobre **que material vibraria**. Se ela se propagasse na atmosfera, poderíamos dizer que também o ar seria o meio que vibra. Mas e quando a **luz** provém do Sol? Neste caso, a **luz** precisaria percorrer todo um espaço que aparentemente não contém matéria.

Era preciso **supor a existência de um meio para preencher todo o espaço**, inclusive o entorno da Terra. De outro modo, não haveria como imaginar uma **onda** se propagando. Desde os escritos de **Platão** (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., esse meio foi pensado de maneira muito especial. Ficou conhecido como **éter**, ou mais especificamente como **éter luminoso**, e deveria ter características bastante incomuns para servir de meio para a propagação da **luz**:

- I) Ser muito sutil (tênuo) para não atrapalhar o movimento dos planetas;
- II) Ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade;
- III) Ser capaz de transmitir ondas transversais.

Satisfazer a todos esses requisitos parecia impossível, porque para atender à necessidade I o **éter** deveria ser muito fluido, pensado como um gás, densidade de massa nula, transparência perfeita (o éter não absorveria nenhuma energia da onda que nele se propagava). Para atender às necessidades II e III, esse meio precisaria ser muito rígido, como um sólido, muito denso.

Você já deve ter visto filmes que mostram pessoas colocando o ouvido no trilho por onde passam trens. Esse artifício é utilizado porque, como a velocidade do **som** é maior num meio sólido do que no ar, é possível perceber a chegada do trem antes do que se perceberia com o ouvido no ar.

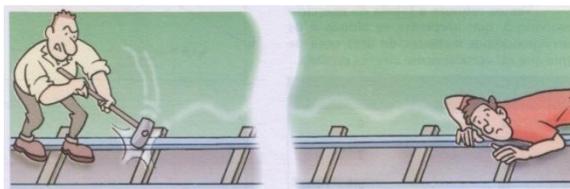


Figura 1. Uma martelada é dada na extremidade de um trilho e na outra extremidade um indivíduo ouve dois sons. O primeiro se propaga através dos trilhos e o segundo se propaga através do ar.  
Fonte: extraído de: Paraná, 1998, p. 69.

Você deve estar se perguntando: qual é a relação da história do trem com o **éter**? Sabia-se que o **som** se propagava mais rapidamente nos sólidos, porque a rigidez desses materiais é maior do que a do ar. Assim, fazia-se a seguinte analogia: se o **éter** o meio de propagação da **luz** e a velocidade da **luz** é muito maior do que a do **som**, então o **éter** teria que ser muito rígido.

Ao mesmo tempo, o **éter** deveria ser “atravessado” pelos corpos celestes que se movimentariam através dele. Veja, esta é uma característica incompatível com a anterior. Sabemos de nossa experiência diária que quanto mais rígido é um meio, mais difícil é o movimento através dele.

Além do problema levantado anteriormente, o **éter** apresentava outro. Imagine a possibilidade da existência dele. Nós habitamos a Terra, que se movimenta através do **éter**, certo? Mas, vejamos: o que acontece quando corremos, por exemplo? Sentimos o vento, porque estamos nos movimentando em relação à Terra. O mesmo deveria acontecer com o movimento da Terra através do **éter**, não é mesmo? Como participamos do movimento da Terra, deveríamos sentir um vento de **éter**, ao atravessarmos o “mar de **éter**” que estaria à nossa volta.



Figura 2. Vento de **éter**.

Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 9.

Imaginou-se então o **éter** como um meio ao mesmo tempo rarefeito e rígido: seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícias de substância com essas qualidades! Diferente de tudo o que se conhecia, o **éter** era considerado matéria imponderável, formado por um tipo de matéria comum, mas com as propriedades apresentadas acima. Assim, a **luz** era considerada uma **vibração** nesse meio, que deveria ser estudado com base nas leis da mecânica.

### As tentativas de evidenciar a existência do éter

Por conta das dificuldades de conceber uma **onda** se propagando no vazio, no final do século XIX, um dos grandes problemas dos físicos era detectar experimentalmente o **éter**. Tentar desvendar sua natureza e suas propriedades tornou-se parte do dia a dia dos cientistas do século XIX. Por esse motivo, muitas foram as pesquisas que tomaram o **éter** como foco de estudo.

Um dos primeiros experimentos para o estudo do **éter** tinha como base a refração da **luz** de determinada estrela dentro de um **prisma** considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol. A ideia era focalizar, com o auxílio de um **prisma**, a **luz** de uma estrela que se encontrava no sentido do movimento terrestre e a **luz** de outra estrela que se encontrava na posição oposta. Esse experimento foi idealizado e realizado pelo francês **Jean Dominique Arago** (1786-1853), em 1810.

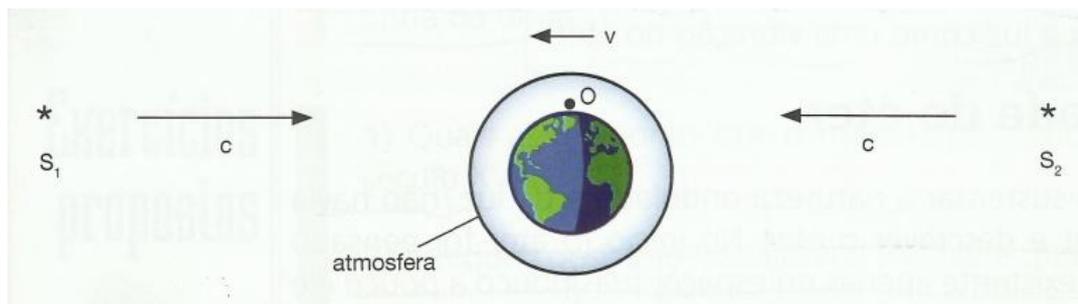


Figura 3. Representação do experimento de Arago, em 1810.  
 Fonte: extraído de: Pietrocola et al., 2011, p. 350.

Suponha que, de acordo com o esquema da Figura 3,  $S_1$  e  $S_2$  são duas estrelas e que a Terra (representada com sua atmosfera, no centro) move-se da direita para a esquerda. De  $S_1$ , a Terra se aproxima, e, de  $S_2$ , a Terra se afasta. A letra “c” representa a velocidade de propagação da onda luminosa emitida pelas duas estrelas. A pergunta é: **a luz emitida pelas estrelas que atravessam um prisma (O) serão refratadas da mesma maneira?**

Veja que, no caso de  $S_1$ , a velocidade relativa de aproximação da luz é dada por  $c + v$ ; para  $S_2$ , a velocidade relativa de aproximação é  $c - v$ . Assim, **o desvio da luz de  $S_1$  e de  $S_2$  no prisma deveria ser diferente**. No entanto, **o resultado desse experimento mostrou que não havia diferença alguma**, contrariando as expectativas dos cientistas da época.

Questionamentos e suposições como os apresentados acima eram formulados pelos cientistas que buscavam realizar experimentos e interpretá-los com base na existência do **éter**. Entre 1810 e 1890, vários outros experimentos foram pensados e executados levando em conta essa ideia.

### O experimento de **Michelson e Morley**

Um dos experimentos mais famosos da Física está inserido nesse contexto, a propagação da luz no **éter**, que ficou mundialmente conhecido por ter fornecido resultados muito precisos e por ter sido posteriormente interpretado pela teoria da Relatividade Restrita de **Albert Einstein** (1879-1955).

Esse experimento foi realizado em duas ocasiões: em 1881, apenas pelo polonês, naturalizado norte-americano, **Albert Abraham Michelson** (1852-1931); e, em 1887, com a colaboração do norte-americano **Edward Williams Morley** (1838-1923). Daí ser conhecido como experimento de **Michelson e Morley**. Foi muitas vezes repetido desde então, em vista de sua grande importância no contexto da Teoria da Relatividade Restrita. **Seu objetivo era medir a velocidade absoluta da Terra**, ou seja, **sua velocidade em relação ao hipotético éter**, que se supunha estar em **repouso absoluto**. Podemos afirmar também que **seu objetivo era medir o efeito do movimento da Terra sobre a velocidade da luz**. Os físicos, no final do século XIX, pensavam que havia na natureza um **referencial inercial privilegiado** solidário ao hipotético **éter**.

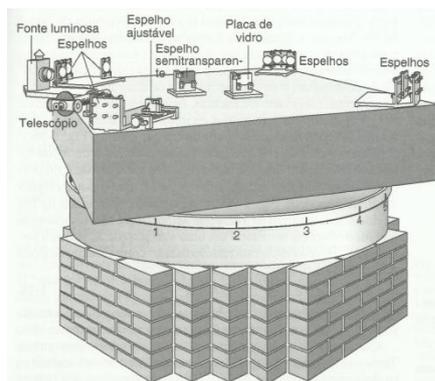


Figura 4. Representação do interferômetro usado por **Michelson** e **Morley** no experimento de 1887. Os instrumentos foram montados em bloco de pedra com 1,5 m de lado, que flutuava em um banho de mercúrio. Este arranjo atenuava as vibrações e permitia que os cientistas girassem o aparelho sem introduzir as deformações mecânicas que haviam prejudicado as medições anteriores.  
 Fonte: extraído de: Tipler & Llewellyn, 2001, p. 09.

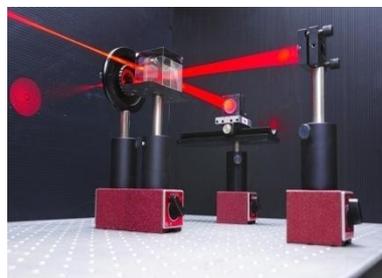
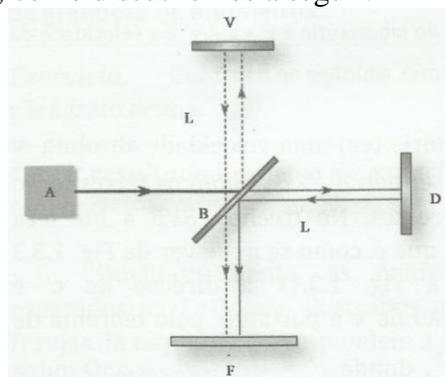


Figura 5. Interferômetro de Michelson.

Aqui esse experimento está apenas esboçado. O instrumento utilizado é um interferômetro, representado esquematicamente na Figura 6. O **ponto A** representa uma **fonte de luz monocromática**, de onde parte um feixe na direção de um **espelho semitransparente**, representado pela linha diagonal passando por **B**. Devido à inclinação do espelho, **uma parte do feixe é refletida e vai para a direção de V**, enquanto **outra parte atravessa-o e segue na direção de D**. Em **V** e **D** estão espelhos perpendiculares aos feixes que os atingem, e que os refletem de volta ao ponto **B**. O feixe refletido em **D** é refletido em **B** na direção **BF**, e o que provém de **V** atravessa o espelho em **B** e se junta ao primeiro feixe em **BF**, onde suas **amplitudes superpõem-se** (recombinam-se). **Se durante o trajeto os feixes adquiriram uma diferença de fase, haverá interferência no detector em F**, como discutiremos a seguir.



- A = Fonte luminosa
- B = Espelho semitransparente
- D, V = Espelhos
- F = Tela fotossensível
- $L = |BV| = |BD|$

Figura 6. Representação esquemática do interferômetro de **Michelson**. Um feixe de **luz monocromática** AB é dividido pelo espelho em B em dois feixes, que seguem os caminhos BDB e BVB, e voltam a se juntar em BF, produzindo **interferência** em F se suas **fases** são **diferentes**.  
 Fonte: Fagundes, 2010, p. 17.

Se o laboratório, e, portanto, o interferômetro, está em repouso absoluto em relação ao éter luminoso ( $\vec{v} = \vec{0}$ ), então os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF são iguais, e os pequenos desvios dos raios em torno do raio central produzem franjas de interferências esperadas – como nas experiências ilustrativas “das duas fendas”<sup>15</sup> em ótica física.

Mas se o laboratório tem uma velocidade absoluta  $\vec{v} \neq \vec{0}$  em relação ao éter luminoso, por exemplo, no sentido  $A \rightarrow B$ , então os feixes terão tempos de percursos diferentes. No trecho BVB a luz terá velocidade  $c'$  menor do que  $c$  (com relação ao laboratório), como se pode ver na figura 7: a direção de  $\vec{c}'$  é perpendicular à direção de  $\vec{v}$  e, portanto, pelo teorema de Pitágoras,  $c^2 = c'^2 + v^2$ , donde  $c' = \sqrt{c^2 - v^2} < c$ . No trecho BDB o feixe viaja com velocidade  $c''$  menor do que  $c$  ( $c'' = c - v$ ) na ida e com velocidade  $c'''$  maior do que  $c$  ( $c''' = c + v$ ) na volta.

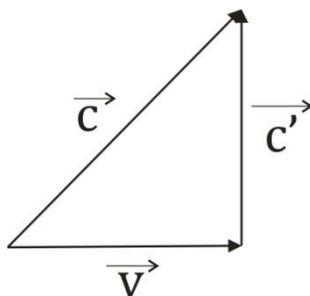


Figura 7. A velocidade da luz ao longo do trecho BV do interferômetro de Michelson-Morley:  $\vec{c}$  é a velocidade absoluta da luz (em relação ao éter),  $\vec{v}$  é a velocidade absoluta do laboratório (em relação ao éter) e  $\vec{c}' = \vec{c} - \vec{v}$  é a velocidade da luz com relação ao laboratório, ao longo de BV.

Como os dois feixes viajam com velocidades diferentes com relação ao laboratório, os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF serão diferentes e, por conseguinte, observar-se-á um deslocamento das franjas de interferência produzidas. Qualitativamente, os padrões de interferência esperados na EMM são ilustrados na figura 8, onde as franjas da esquerda correspondem a  $\vec{v} = \vec{0}$  (em relação ao éter) e as da direita ao caso em que  $\vec{v} \neq \vec{0}$  (em relação ao éter).

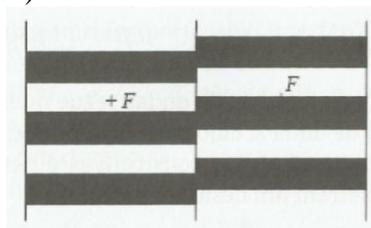


Figura 8. Representação da interferência originalmente esperada da EMM. As franjas da esquerda correspondem a  $v = 0$  (em relação ao éter), as da direita a  $v = 30$  km/s (em relação ao éter).  
Fonte: Fagundes, 2010, p. 20.

Pois bem, a experiência esboçada acima foi realizada e repetida, com variações de posicionamento do equipamento, por vários pesquisadores, sem que fosse observado e confirmado esse deslocamento das franjas de interferência. Em todas essas versões e repetições da EMM, o resultado foi como ilustrado na Figura 9: nenhum deslocamento do padrão das franjas com relação ao padrão do lado esquerdo da figura, como se a

<sup>15</sup> A referida experiência “das duas fendas”, também conhecida como experiência de Young, evidencia a interferência luminosa. Ela é apresentada como anexo no final do texto.

**interferência não dependesse da velocidade do equipamento no espaço.** Se o **éter** arrastasse a **luz** consigo, esses caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em diferentes intervalos de tempo. Nenhuma diferença foi observada. Assim, a ideia do **éter** foi abandonada.

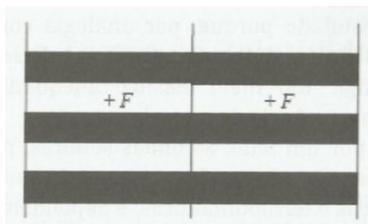


Figura 9. Representação do resultado das várias versões da EMM. As franjas da esquerda correspondem a  $v = 0$ , as da direita a valores não-nulos de  $v$ .

Fonte: Fagundes, 2010, p. 21.

O resultado negativo dessa experiência deixou conclusões alarmantes para a época:

1ª) A **luz** propaga-se no espaço sem necessidade de um meio suporte, como ocorre com as ondas mecânicas.

2ª) A velocidade da **luz** não sofre os efeitos do movimento da Terra através do suposto **éter**. É como se a velocidade de um barco (**luz**), medida por um observador parado na margem de um rio (Terra), fosse a mesma, independentemente do sentido do movimento do barco (**luz**), ou seja, independentemente de o barco se movimentar no mesmo sentido ou em sentido contrário ao da correnteza (vento de **éter**). Seria muito estranho, você não acha?



Figura 10. Velocidade relativa de um barco em relação a uma pessoa parada na margem do rio.

Fonte: Reis et al., 2012, p. 10.

3ª) A velocidade de propagação da **luz** não depende do movimento relativo entre fonte e observador, isto é, não depende do **referencial inercial** em que a medimos!

### Uma tentativa de “salvar” o **éter**

Uma interpretação para este resultado desconcertante foi sugerida pelo físico irlandês **George Francis FitzGerald** (1851-1901), que propôs que os corpos envolvidos na experiência, inclusive os braços do interferômetro, sofressem um encurtamento na direção em que estavam se movendo de valor exatamente igual ao requerido para compensar a presumida variação da velocidade da **luz**. Assim, era impossível identificar o efeito do “vento de **éter**” na velocidade

da **luz**. O “fator de encurtamento” é  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Ele foi obtido pelo físico holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928). Para **FitzGerald** e **Lorentz**, tal encurtamento do objeto em movimento através do **éter** seria uma contração material, ou seja, uma modificação nas

distâncias interatômicas do material, produzida por uma espécie de atrito entre os átomos e o **éter** através do qual eles se moviam.

A hipótese desta contração, desenvolvida teoricamente pelo holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) em sua pesquisa sobre o Eletromagnetismo, foi retomada e aprofundada pelo francês **Jules Henri Poincaré** (1854-1912). Podemos dizer que este foi o principal precursor (alguns diriam “codescobridor”) da teoria “descoberta”<sup>16</sup> por **Einstein** em 1905. Numa palestra proferida em 1904, em Saint Louis, nos Estados Unidos, **Poincaré** anunciou vários resultados matematicamente idênticos aos de **Einstein**. Todavia **Poincaré** não aceitou as consequências físicas desses resultados e as recusou. Ele não conseguiu se libertar da concepção do **éter**. **Lorentz**, assim como **Poincaré**, também não conseguiu se libertar da concepção do **éter**.

Como **Lorentz** não descartou a ideia do **éter**, enfrentou muitas dificuldades para explicar os resultados de suas transformações (transformações de **Lorentz**), chegando a levantar onze hipóteses explicativas em seu artigo, também de 1904. Entretanto, o grande número de hipóteses dificultou a aceitação de suas ideias como resposta à experiência de **Michelson-Morley**.

### O que são as transformações de **Lorentz**?

As transformações de velocidade tratam da determinação da velocidade dos corpos em movimento relativamente a outros. É como na situação do barco se movimentando em relação a uma pessoa parada na beira de um rio. As **transformações de Galileu**, que tratam das adições e subtrações de velocidades, sempre foram aplicadas no estudo de situações como essa do barco. No entanto, para explicar os resultados da experiência de **Michelson e Morley**, esse procedimento não dava certo. Por isso, novas transformações de velocidade eram necessárias.

Assim, **Lorentz** criou essas novas transformações, hoje chamadas de **transformações de Lorentz**. Elas se aplicam perfeitamente aos postulados da **Teoria da Relatividade**.

## REFERÊNCIAS

FAGUNDES, H. V. **Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

---

<sup>16</sup> Do ponto de vista epistemológico não é adequado falar em descoberta porque isto remete à concepção de que a natureza “revela-se” ao homem. Hoje prevalece a concepção de que o homem constrói as teorias científicas que explicam os fenômenos naturais.

PARANÁ, D. N. da S. **Física:** mecânica. 6. ed. São Paulo: Ática, 1998.

REIS, J. C.; GUERRA, A.; BRAGA, M.; FFREITAS, J. **Einstein e o universo relativístico.** 5. ed. São Paulo: Atual, 2012.

TIPLER, P. A.; LLEWELYN, R. A. **Física Moderna.** 6. ed. São Paulo: LTC, 2014.

TORRES, C. M. **Física:** ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

## A EXPERIÊNCIA DE YOUNG

A clássica experiência realizada pelo cientista inglês **Thomas Young** (1773-1829) comprovou que a **luz** sofre interferência. Seu dispositivo, como mostra a figura 11, consta de uma fonte de **luz monocromática**, um anteparo A com uma fenda estreita F, onde as ondas se difratam, e um segundo anteparo, A', com duas fendas estreitas, F<sub>1</sub> e F<sub>2</sub>, equidistantes de F, nas quais ocorre novamente difração, originando as ondas que vão se superpor. Paralelamente e a certa distância de A' é colocado um terceiro anteparo, A'', onde é observada a figura de interferência obtida.

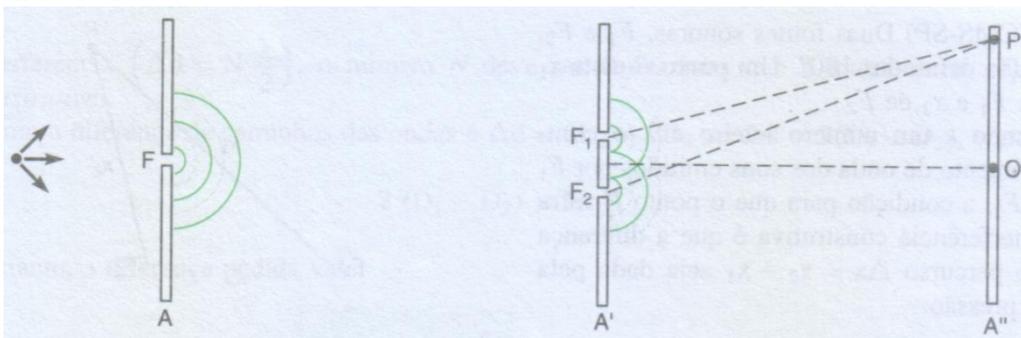


Figura 11. Representação da experiência de **Young**: em A'' observa-se a figura de interferência.  
Fonte: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

Nessas condições, as ondas que se superpõem apresentam a mesma frequência e estão em fase, observando-se no anteparo A'' uma sucessão de faixas ou franjas claras (ou brilhantes) da cor utilizada, e escuras, que se alternam, conforme a interferência seja, respectivamente, construtiva ou destrutiva. A figura 12 mostra o dispositivo de **Young** em perspectiva, destacando as faixas ou franjas observadas.

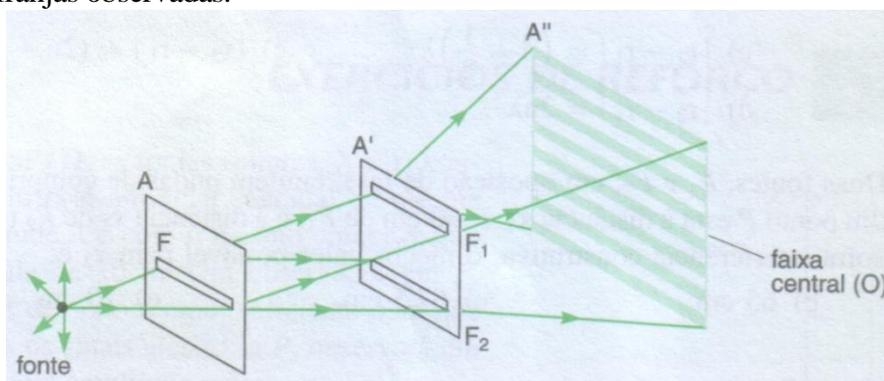


Figura 12. Representação do dispositivo de **Young** visto em perspectiva.  
Fonte: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

As condições de interferência são:

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$\Delta d$ : diferença entre os caminhos percorridos pelas ondas, desde a fonte até o ponto de superposição.

N: número inteiro.

$\lambda$ : comprimento de onda da **luz monocromática** utilizada.

N par: interferência construtiva

N ímpar: interferência destrutiva

Franja central: é sempre a mais brilhante (interferência sempre construtiva com  $\Delta d = 0$  e  $N = 0$ ).

Observe que as franjas claras são cada vez menos brilhantes à medida que se afastam do centro.

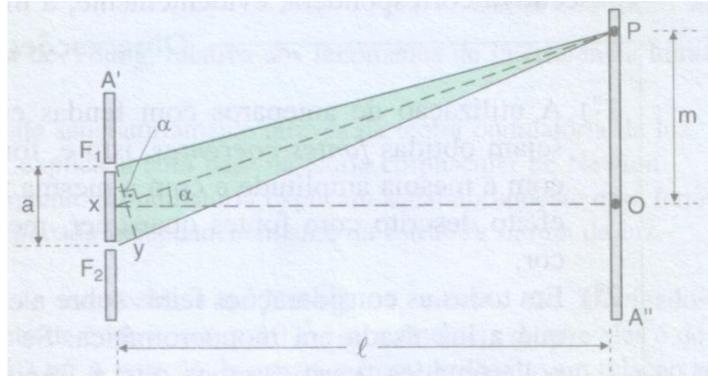


Figura 13. Representação do dispositivo de **Young** visto em perspectiva.  
Fonte: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

Da condição de interferência, temos:

$$\lambda = \frac{2 \cdot a \cdot m}{N \cdot L}$$

$\lambda$ : comprimento de onda da **luz monocromática** utilizada.

a: distância entre as fendas.

L: distância entre os anteparos.

m: distância da franja observada à franja central.

N: número de ordem da franja em questão.

Primeira franja clara (franja central)  $\rightarrow N = 0$  (par, interferência construtiva)

Primeira franja escura  $\rightarrow N = 1$  (ímpar, interferência destrutiva)

Segunda franja clara  $\rightarrow N = 2$  (par, interferência construtiva)

Segunda franja escura  $\rightarrow N = 3$  (ímpar, interferência destrutiva)

Terceira franja clara  $\rightarrow N = 4$  (par, interferência construtiva)

Portanto, através do dispositivo de **Young**, é possível determinar o comprimento de onda e/ou a frequência da **luz monocromática** utilizada.

Como as franjas são sempre igualmente espaçadas, o valor de “m” entre a primeira franja clara (central) e a segunda franja clara ( $N = 2$ ) é igual à distância entre quaisquer duas franjas claras consecutivas ou entre quaisquer duas franjas escuras consecutivas. A distância entre uma franja escura e a franja clara consecutiva corresponderá, evidentemente, à metade desse valor.

Observações:

**PRIMEIRA:** a utilização de anteparos com fendas estreitas é fundamental para que sejam obtidas fontes coerentes, isto é, fontes que emitem ondas em fase, com a mesma amplitude e com a mesma frequência. É impossível obter o efeito descrito com fontes quaisquer, mesmo que emitam **luz** de uma mesma cor.

SEGUNDA: em todas as considerações feitas sobre a experiência de **Young**, admitimos que a **luz** usada era **monocromática**. Se utilizarmos **luz** branca, que é **policromática**, verificaremos que a franja central é sempre branca, pois corresponde à interferência construtiva para qualquer comprimento de onda ( $\Delta d = 0$ ;  $N = 0$ ). Ao lado dessa franja central, irão aparecer franjas coloridas e, eventualmente, brancas, pois num mesmo ponto poderemos ter interferência construtiva para alguns comprimentos de onda e destrutiva para outros.

Referência:

CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física clássica: óptica, ondas**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1998.

## Apêndice H – Slides da Aula 3 – O papel do éter na Física



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

### O meio de propagação da luz

Se ela se propagasse na atmosfera, poderíamos dizer que também o ar seria o meio que vibra. Mas e quando a luz provém do Sol? Neste caso, a luz precisaria percorrer todo um espaço que aparentemente não contém matéria.

Slide 3

### Características do éter

- I. Ser **muito sutil** (tênuo) para não atrapalhar o movimento dos planetas;
- II. Ser **capaz de transmitir ondas de alta velocidade**;
- III. Ser **capaz de transmitir ondas transversais**.

Slide 5

### Ouvido no trilho de trem

Você já deve ter visto filmes que mostram pessoas colocando o ouvido no trilho por onde passam trens. Esse artifício é utilizado porque, como a **velocidade do som é maior num meio sólido do que no ar**, é possível perceber a chegada do trem antes do que se perceberia com o ouvido no ar.

Slide 7

### O meio de propagação da luz

Se a luz fosse uma onda assim como o som, qual seria o seu meio de propagação? No caso do som, sabemos que o ar é posto a vibrar, e assim podemos ouvir o som emitido por determinada fonte. Mas para a luz havia problemas ao pensar sobre que material vibraria.

Slide 2

### Éter

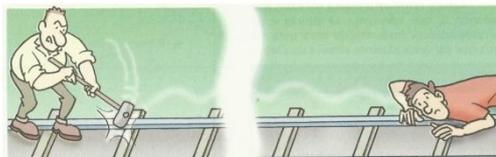
Era preciso supor a existência de um meio para preencher todo o espaço, inclusive o entorno da Terra. De outro modo, não haveria como imaginar uma onda se propagando. Desde os escritos de **Platão** (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., esse meio foi pensado de maneira muito especial. Ficou conhecido como **éter**, ou mais especificamente como **éter luminoso**, e deveria ter características bastante incomuns para servir de meio para a propagação da luz:

Slide 4

### “Miraculoso” éter

Satisfazer a todos esses requisitos parecia impossível, porque **para atender à necessidade I o éter deveria ser muito fluido**, pensado como um gás, **densidade de massa nula, transparência perfeita** (o éter não absorveria nenhuma energia da onda que nele se propagava). **Para atender às necessidades II e III, esse meio precisaria ser muito rígido**, como um sólido, **muito denso**.

Slide 6



Slide 8

## “Miraculoso” éter

Qual é a relação da história do trem com o éter? Sabia-se que o som se propagava mais rapidamente nos sólidos, porque a rigidez desses materiais é maior do que a do ar. Assim, fazia-se a seguinte analogia: se o éter é o meio de propagação da luz e a velocidade da luz é muito maior do que a do som, então o éter teria que ser muito rígido.

Slide 9

## “Miraculoso” éter

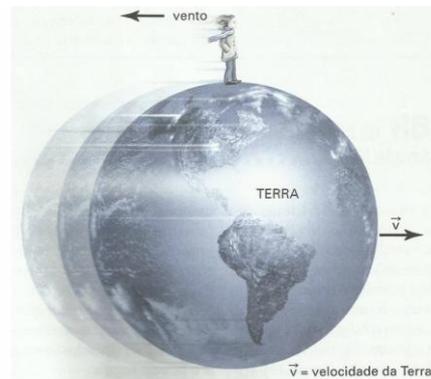
Ao mesmo tempo, o éter deveria ser “atravessado” pelos corpos celestes que se movimentariam através dele. Veja, esta é uma característica incompatível com a anterior! Sabemos de nossa experiência diária que quanto mais rígido é um meio, mais difícil é o movimento através dele.

Slide 10

## “Miraculoso” éter

Além do problema levantado anteriormente, o éter apresentava outro. Imagine a possibilidade da existência dele. Nós habitamos a Terra, que se movimenta através do éter, certo? Mas, vejamos: o que acontece quando corremos, por exemplo? Sentimos o vento, porque estamos nos movimentando em relação à Terra. O mesmo deveria acontecer com o movimento da Terra através do éter, não é mesmo? Como participamos do movimento da Terra, deveríamos sentir um vento de éter, ao atravessarmos o “mar de éter” que estaria à nossa volta.

Slide 11



Slide 12

## “Miraculoso” éter

Imaginou-se então o éter como um meio ao mesmo tempo rarefeito e rígido: seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícias de substância com essas qualidades! Assim, a luz era considerada uma vibração nesse meio, que deveria ser estudado com base nas leis da mecânica.

Slide 13

## As tentativas de evidenciar a existência do éter

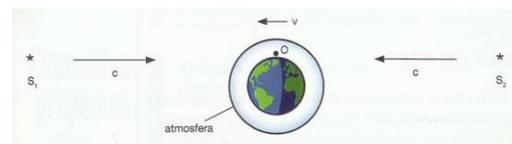
Por conta das dificuldades de conceber uma onda se propagando no vazio, no final do século XIX, um dos grandes problemas dos físicos era detectar experimentalmente o éter. Tentar desvendar sua natureza e suas propriedades tornou-se parte do dia a dia dos cientistas do século XIX. Por esse motivo, muitas foram as pesquisas que tomaram o éter como foco de estudo.

Slide 14

## Experimento de Arago

Um dos primeiros experimentos para o estudo do éter tinha como base a refração da luz de determinada estrela dentro de um prisma considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol. A ideia era focalizar, com o auxílio de um prisma, a luz de uma estrela que se encontrava no sentido do movimento terrestre e a luz de outra estrela que se encontrava na posição oposta. Esse experimento foi idealizado e realizado pelo francês **Jean Dominique Arago** (1786-1853), em 1810.

Slide 15



Slide 16

## Experimento de Arago

Suponha que, de acordo com o esquema da figura anterior,  $S_1$  e  $S_2$  são duas estrelas e que a Terra (representada com sua atmosfera, no centro) move-se da direita para a esquerda. De  $S_1$ , a Terra se aproxima, e, de  $S_2$ , a Terra se afasta. A letra “c” representa a velocidade de propagação da onda luminosa emitida pelas duas estrelas. A pergunta é: **a luz emitida pelas estrelas que atravessam um prisma (O) serão refratadas da mesma maneira?**

Slide 17

## Experimento de Arago

Veja que, no caso de  $S_1$ , a velocidade relativa de aproximação da luz é dada por  $c + v$ ; para  $S_2$ , a velocidade relativa de aproximação é  $c - v$ . Assim, **o desvio da luz de  $S_1$  e de  $S_2$  no prisma deveria ser diferente. No entanto, o resultado desse experimento mostrou que não havia diferença alguma**, contrariando as expectativas dos cientistas da época.

Slide 18

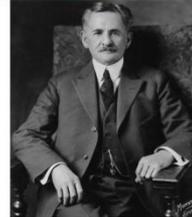
## Experimento de Michelson e Morley

Esse experimento foi realizado em duas ocasiões: em 1881, apenas pelo polonês, naturalizado norte-americano, **Albert Abraham Michelson** (1852-1931); e, em 1887, com a colaboração do norte-americano **Edward Williams Morley** (1838-1923). Daí ser conhecido como experimento de **Michelson e Morley**.

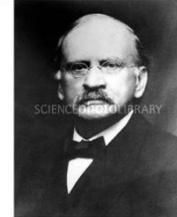
Slide 19

## Michelson e Morley

Albert A. Michelson (1852-1931)



Edward W. Morley (1838-1923)

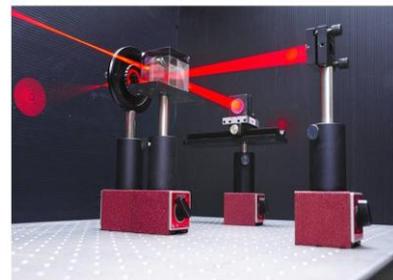


Slide 20

## Experimento de Michelson e Morley

Seu objetivo era medir a velocidade absoluta da Terra, ou seja, sua velocidade em relação ao hipotético éter, que se supunha estar em repouso absoluto. Podemos afirmar também que seu objetivo era medir o efeito do movimento da Terra sobre a velocidade da luz. Os físicos, no final do século XIX, pensavam que havia na natureza um referencial inercial privilegiado solidário ao hipotético éter.

Slide 21

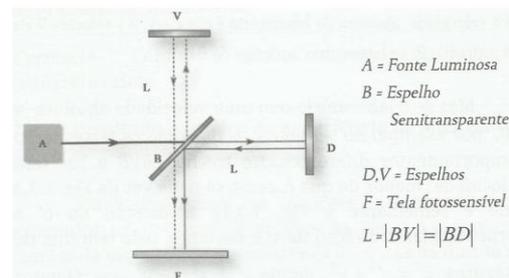


Slide 22

## Experimento de Michelson e Morley

O instrumento utilizado é um **interferômetro**. Na figura seguinte o **ponto A** representa uma fonte de luz monocromática, de onde parte um feixe na direção de um **espelho semitransparente**, representado pela linha diagonal passando por **B**.

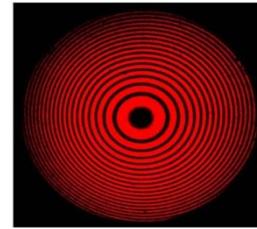
Slide 23



Slide 24

### Experimento de Michelson e Morley

Devido à inclinação do espelho, uma parte do feixe é refletida e vai para a direção de V, enquanto outra parte atravessa-o e segue na direção de D. Em V e D estão espelhos perpendiculares aos feixes que os atingem, e que os refletem de volta ao ponto B. O feixe refletido em D é refletido em B na direção BF, e o que provém de V atravessa o espelho em B e se junta ao primeiro feixe em BF, onde suas amplitudes superpõem-se (recombinam-se). Se durante o trajeto os feixes adquiriram uma diferença de fase, haverá interferência no detector em F, como mostra a figura seguinte.



Slide 25

Slide 26

### Experimento de Michelson e Morley

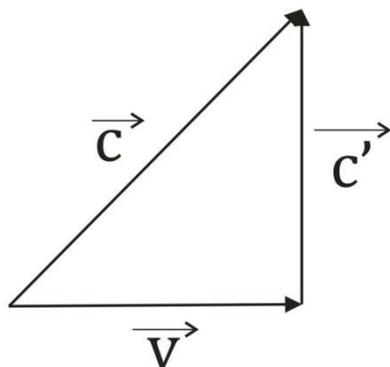
Se o laboratório, e, portanto, o interferômetro, está em repouso absoluto em relação ao éter luminoso ( $v = 0$ ), então os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF são iguais, e os pequenos desvios dos raios em torno do raio central produzem franjas de interferências esperadas.

### Experimento de Michelson e Morley

Mas se o laboratório tem uma velocidade absoluta  $v \neq 0$  em relação ao éter luminoso, por exemplo, no sentido  $A \rightarrow B$ , então os feixes terão tempos de percursos diferentes. No trecho BVB a luz terá velocidade  $c'$  menor do que  $c$  (com relação ao laboratório), como se pode ver na figura seguinte:

Slide 27

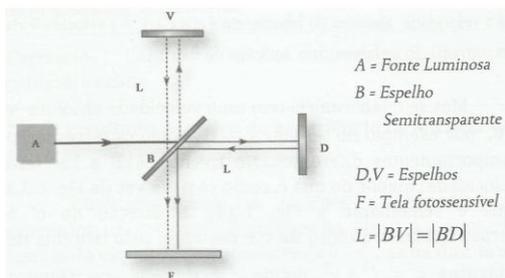
Slide 28



A direção de  $c'$  é perpendicular à direção de  $v$  e, portanto, pelo teorema de Pitágoras,  $c^2 = c'^2 + v^2$ , donde  $c' = \sqrt{c^2 - v^2} < c$ . No trecho BDB o feixe viaja com velocidade  $c''$  menor do que  $c$  ( $c'' = c - v$ ) na ida e com velocidade  $c'''$  maior do que  $c$  ( $c''' = c + v$ ) na volta.

Slide 29

Slide 30

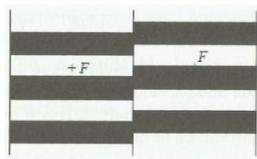


### Experimento de Michelson e Morley

Como os dois feixes viajam com velocidades diferentes com relação ao laboratório, os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF serão diferentes e, por conseguinte, observar-se-á um deslocamento das franjas de interferência produzidas. Qualitativamente, os padrões de interferência esperados na EMM são ilustrados na figura seguinte, onde as franjas da esquerda correspondem a  $v = 0$  (em relação ao éter) e as da direita ao caso em que  $v \neq 0$  (em relação ao éter).

Slide 31

Slide 32

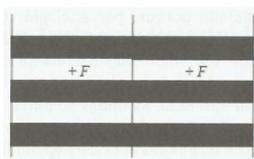


Slide 33

## Experimento de Michelson e Morley

Pois bem, a experiência esboçada acima foi realizada e repetida, com variações de posicionamento do equipamento, por vários pesquisadores, sem que fosse observado e confirmado esse deslocamento das franjas de interferência. Em todas essas versões e repetições da EMM, o resultado foi como ilustrado na figura seguinte: **nenhum deslocamento do padrão das franjas com relação ao padrão do lado esquerdo da figura**, como se a interferência não dependesse da velocidade do equipamento no espaço. Se o éter arrastasse a luz consigo, esses caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em diferentes intervalos de tempo. Nenhuma diferença foi observada. Assim, a ideia do éter foi abandonada.

Slide 34



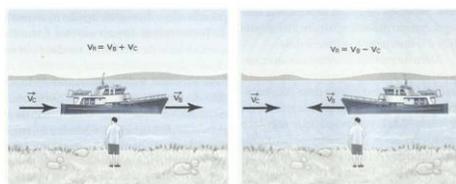
Slide 35

## Conclusões do resultado negativo da EMM

O resultado negativo dessa experiência deixou **conclusões alarmantes para a época**:

- 1ª) A luz propaga-se no espaço sem necessidade de um meio suporte, como ocorre com as ondas mecânicas.
- 2ª) A velocidade da luz não sofre os efeitos do movimento da Terra através do suposto éter. É como se a velocidade de um barco (luz), medida por um observador parado na margem de um rio (Terra), fosse a mesma, independentemente do sentido do movimento do barco (luz), ou seja, independentemente de o barco se movimentar no mesmo sentido ou em sentido contrário ao da correnteza (vento de éter). Seria muito estranho, você não acha?

Slide 36



Slide 37

## Conclusões do resultado negativo da EMM

- 3ª) A velocidade de propagação da luz não depende do movimento relativo entre fonte e observador, isto é, não depende do referencial inercial em que a medimos!

Slide 38

## Uma tentativa de “salvar” o éter

Uma interpretação para este resultado desconcertante foi sugerida pelo físico irlandês **George Francis FitzGerald** (1851-1901), que propôs que os corpos envolvidos na experiência, inclusive os braços do interferômetro, sofressem um encurtamento na direção em que estavam se movendo de valor exatamente igual ao requerido para compensar a presumida variação da velocidade da luz.

Slide 39

## Uma tentativa de salvar o éter

Assim, era impossível identificar o efeito do “vento de éter” na velocidade da luz. O “fator de encurtamento” é  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Ele foi obtido pelo físico holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928). Para **FitzGerald** e **Lorentz**, tal encurtamento do objeto em movimento através do éter seria uma contração material, ou seja, uma modificação nas distâncias interatômicas do material, produzida por uma espécie de atrito entre os átomos e o éter através do qual eles se moviam.

Slide 40

## Uma tentativa de “salvar” o éter

A hipótese desta contração, desenvolvida teoricamente pelo holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) em sua pesquisa sobre o Eletromagnetismo, foi retomada e aprofundada pelo francês **Jules Henri Poincaré** (1854-1912). Podemos dizer que este foi o principal precursor (alguns diriam “codescobridor”) da teoria “descoberta” por Einstein em 1905.

Slide 41

## Uma tentativa de “salvar” o éter

Como **Lorentz** não descartou a ideia do éter, enfrentou muitas dificuldades para explicar os resultados de suas transformações (transformações de Lorentz), chegando a levantar onze hipóteses explicativas em seu artigo, também de 1904. Entretanto, o grande número de hipóteses dificultou a aceitação de suas ideias como resposta à experiência de **Michelson e Morley**.

Slide 43

## Transformações de Lorentz

Assim, **Lorentz** criou essas novas transformações, hoje chamadas de transformações de Lorentz. Elas se aplicam perfeitamente aos postulados da Teoria da Relatividade.

Slide 45

## Jules Henri Poincaré

Numa palestra proferida em 1904, em Saint Louis, nos Estados Unidos, **Poincaré** anunciou vários resultados matematicamente idênticos aos de Einstein. Todavia **Poincaré** não aceitou as consequências físicas desses resultados e as recusou. Ele não conseguiu se libertar da concepção do éter. **Lorentz**, assim como **Poincaré**, também não conseguiu se libertar da concepção do éter.

Slide 42

## Transformações de Lorentz

As transformações de velocidade tratam da determinação da velocidade dos corpos em movimento relativamente a outros. É como na situação do barco se movimentando em relação a uma pessoa parada na beira de um rio. As transformações de Galileu, que tratam das adições e subtrações de velocidades, sempre foram aplicadas no estudo de situações como essa do barco. No entanto, para explicar os resultados da experiência de **Michelson e Morley**, esse procedimento não dava certo. Por isso, novas transformações de velocidade eram necessárias.

Slide 44

## Referências

OLIVEIRA, Maurício Pietrocola Pinto de; POGIBIN, Alexander; OLIVEIRA, Renata Cristina de Andrade; ROMERO, Talita Raquel Luz. (2011). Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD.  
FAGUNDES, Helio V. (2010) Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física.  
FERRARO, Nicolau Gilberto; PENTEADO, Paulo Cesar; SOARES, Paulo Toledo; TORRES, Carlos Magno. (2001) Física: ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna.  
HEWITT, Paul G. (2002) Física conceitual. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.  
PARANÁ, Djalma Nunes da Silva. (1998) Física: mecânica. 6. ed. São Paulo: Ática.  
REIS, José Cláudio; GUERRA, Andréia; BRAGA, Marco; FREITAS, Jairo. (2012) Einstein e o universo relativístico. 5. ed. São Paulo: Atual.  
TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. (2014). Física Moderna. 6. ed. São Paulo: LTC.

Slide 46

## Apêndice I – Lista de exercícios da Aula 3

### RESPONDA:

- 1) O que era o éter para os cientistas que acreditavam no modelo ondulatório no século XIX? E como a luz deveria se comportar nesse éter?
- 2) Por que podemos considerar o éter como um meio material de propriedades quase “milagrosas”?
- 3) Explique o que você entende por “vento de éter”.
- 4) O que comprovou o experimento de Arago e qual sua contribuição para o debate sobre a natureza da luz?

5) Acesse o link abaixo:

[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm)

Nele você encontrará uma simulação do aparelho usado na experiência de Michelson e Morley, incluindo o inexistente “vento de éter” que os físicos estavam tentando detectar. A ideia básica é detectar diferenças dos tempos de percurso das luzes “vermelha” e “verde”.

Você pode:

- \* girar o aparelho clicando no círculo central do controle e fazendo o ajuste fino clicando em + ou -.
- \* alterar a velocidade de propagação da luz
- \* alterar a velocidade do “vento de éter”.

A que conclusões se chegou com o experimento de Michelson e Morley? Qual a relação dessa conclusão com a existência ou não do éter?

- 6) Que hipótese Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) e George Francis FitzGerald (1851-1901) criaram para explicar os achados de Michelson e Morley?
- 7) Por que as transformações de Lorentz não revolucionaram a Física, como fez a Teoria da Relatividade?

## Apêndice J – Texto de Apoio da Aula 4

### AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

Na segunda metade do século XIX, o físico escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879) deu uma estrutura matemática ao Eletromagnetismo, surgindo assim uma nova e poderosa teoria científica com amplo poder explicativo, **que unificou a eletricidade, o magnetismo e a óptica**. As conclusões dos seus estudos dos fenômenos eletromagnéticos foram sintetizadas por **Maxwell** em quatro leis, expressas matematicamente. Estas equações estão para o Eletromagnetismo assim como as leis de **Newton** estão para a mecânica:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

A representação matemática<sup>17</sup> aqui apresentada é conhecida na Física como “equações de **Maxwell** na forma diferencial”. Não iremos nos aprofundar nessas equações, pois elas exigem um grande trabalho matemático, o que foge ao objetivo deste curso.

Ocorre, porém, que as leis do Eletromagnetismo não se mostraram as mesmas em todos os **sistemas de referência inerciais**, quando são usadas as **transformações de Galileu**. Isto significava que, ao passarmos de um **referencial inercial** para outro, utilizando as **transformações de Galileu**, as equações de **Maxwell** forneciam resultados diferentes para um mesmo fenômeno, gerando assim um conflito. Para dois observadores que se encontram em dois **sistemas de referência inerciais** em movimento relativo, as leis do Eletromagnetismo não eram as mesmas. Esta constatação trouxe de volta a discussão sobre a existência de um **referencial absoluto** na Física.

#### O que é um sistema de referência inercial?

Para descrevermos o movimento dos corpos quantitativamente é necessário adotarmos um sistema de coordenadas, também chamado de **referencial**, como por exemplo, um canto de uma sala de aula (duas paredes e o chão). Nesse referencial podemos considerar que existam três eixos imaginários x, y e z que se cruzam ortogonalmente, como mostrado na Figura 1.

---

<sup>17</sup> Embora possa ser considerado dispensável apresentar as fórmulas de Maxwell, entendemos que sua visualização por alunos de Ensino Médio não prejudica seu aprendizado. Pode, até mesmo, criar expectativas de um aprendizado futuro, pelo menos em alguns alunos.

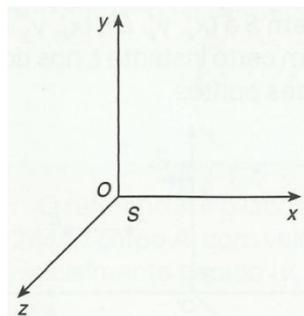


Figura 1. Representação de um referencial.

Fonte: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Em 1885, o alemão **Ludwig Lange** (1863 – 1936) cunhou os termos **referencial inercial** e tempo inercial, que foram usados por ele no lugar dos conceitos de **Isaac Newton** (1642-1727) de “espaço e tempo absolutos”. **Referenciais inerciais** são **referenciais** em relação aos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou realizam um movimento com velocidade constante em módulo, direção e sentido (movimento retilíneo e uniforme). Qualquer outro **referencial** que se mova, relativamente ao primeiro, com velocidade constante em módulo, direção e sentido, também será considerado **inercial equivalente ao primeiro**. Os **referenciais** para os quais valem as leis de **Newton**, e em particular a Lei da Inércia, são atualmente chamados **referenciais inerciais**.

A *aceleração* é uma grandeza absoluta: ela apresenta a mesma intensidade, direção e sentido em relação a qualquer **referencial inercial** escolhido. Isto nos permite “descobrir” se o **sistema de referência** em questão é ou não **inercial**, utilizando um dispositivo mecânico muito simples, que podemos denominar **acelerômetro**. Trata-se de um simples pêndulo fixo no **sistema de referência** usado. Assim, se depois de solto o pêndulo se mantém na vertical é porque o **referencial** é **inercial**; caso contrário, se apresentar alguma inclinação, trata-se, portanto, de um **referencial não-inercial ou acelerado**. É muito simples, portanto, do ponto de vista prático, determinar se um **referencial** é **inercial** ou não.

Um **referencial inercial** é aquele que não possui aceleração (incluindo rotação) com relação às “estrelas fixas”, como as chamava **Newton**, ou seja, em relação à distribuição da matéria que se encontra muito distante de nós, mesmo de nossa própria galáxia.

### O que são as transformações de **Galileu**?

Consideremos dois **referenciais galileanos** (ou **inerciais**): um deles, S, com eixos x, y, z, parado em relação à Terra, e o outro, S', com eixos x', y', z' paralelos aos de S, em translação retilínea e uniforme de velocidade constante  $\vec{v}$ , paralela aos eixos x e x', como pode ser visto na Figura 2.

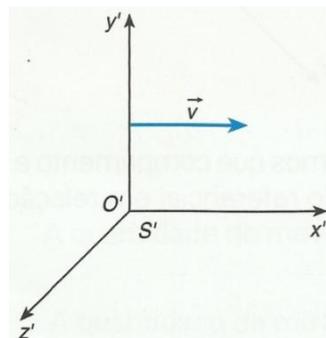
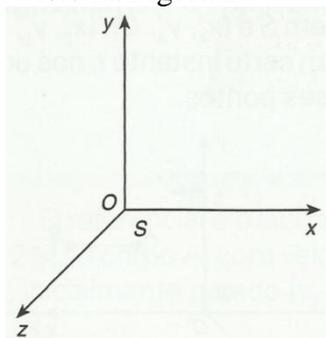


Figura 2. Representação de um referencial S parado em relação à Terra, e de um referencial S' em translação retilínea e uniforme de velocidade constante  $\vec{v}$ .

Fonte: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Considere um evento<sup>18</sup> que ocorre num ponto P do espaço. Esse ponto pode ser identificado por um conjunto de quatro coordenadas espaço-temporais  $(x, y, z, t)$  em S e  $(x', y', z', t')$  em S', sendo que as três primeiras localizam o ponto no espaço e a quarta indica o instante em que o evento ocorre, isto é, acrescentamos uma coordenada de tempo. Supondo que inicialmente O e O' coincidam, temos  $t = t' = 0$  e  $x_0 = x'_0, y_0 = y'_0, z_0 = z'_0$ . Num instante posterior  $t > 0$ , S' terá se deslocado uma distância  $v \cdot t$  em relação a S.

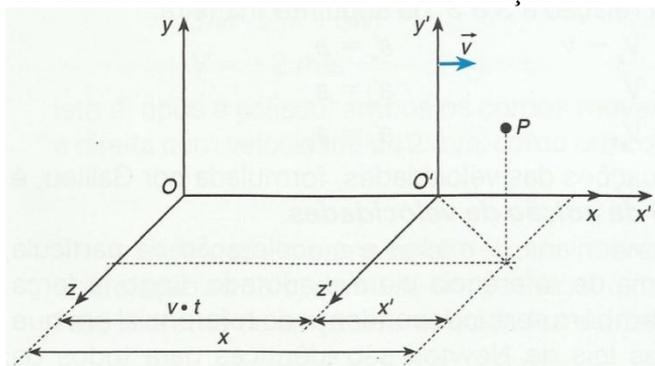


Figura 3. Representação das coordenadas de um evento no referencial S e no referencial S'.

Fonte: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Vamos relacionar as coordenadas do sistema S com as do sistema S'. Da Figura 3 podemos ver que:

$$x = x' + v \cdot t \quad (1)$$

$$y = y' \quad (1)$$

$$z = z' \quad (1)$$

Resta determinar como se relacionam  $t$  e  $t'$  entre S e S'. Como inicialmente os relógios estão sincronizados, isto é,  $t_0 = t'_0 = 0$ , nosso senso comum indica que devemos ter sempre:

$$t = t' \quad (2)$$

Isto é, o tempo transcorre igualmente nos dois referenciais; não depende do referencial onde é medido.

Na relatividade de Galileu, o conceito de tempo é absoluto. Embora seja este um postulado de Galileu, a igualdade  $t = t'$  está bem fundamentada na nossa experiência diária, que não nos oferece qualquer evidência em contrário. Não fosse assim, teríamos de sincronizar constantemente nossos relógios em movimento com aqueles em repouso relativamente ao solo. As relações (1) e (2) mostradas anteriormente constituem as transformações galileanas de coordenadas.

Uma consequência direta da invariância do tempo, nas transformações de Galileu, é a invariância do comprimento. Pelas transformações de Galileu concluímos que comprimento e tempo são absolutos, isto é, não dependem do referencial inercial em relação aos quais essas grandezas são medidas.

### A relatividade de Newton

<sup>18</sup> Evento: algo que ocorre em um ponto do espaço e em um determinado instante de tempo.

Como  $\vec{v}$  é constante, podemos relacionar as velocidades e as acelerações do ponto P em relação aos dois referenciais (S e S') da seguinte maneira:

$$v'_x = v_x - v$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

$$a'_x = a_x$$

$$a'_y = a_y$$

$$a'_z = a_z$$

A primeira das equações das velocidades, formulada por **Galileu**, é denominada **teorema da adição das velocidades**.

Na relatividade newtoniana, a massa e a aceleração da partícula independem do **sistema de referência inercial** adotado. Logo, a força resultante ( $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ ) também será independente do **referencial** em que é medida. Portanto, as leis de **Newton** são idênticas para todos os **referenciais inerciais**. Nenhum **sistema inercial** é preferido a qualquer outro. Não há um **sistema de referência absoluto**.

Da invariância das leis de **Newton**, podemos concluir que:

Qualquer experiência mecânica, realizada em algum **referencial inercial**, conserva os mesmos princípios e leis físicas que conservaria se fosse realizada em qualquer outro.

O exemplo que segue dá uma ótima ideia da relatividade **galileana-newtoniana**.

Um objeto é lançado verticalmente por um observador  $O$  parado no solo. Outro objeto idêntico é lançado por outro observador  $O'$  dentro de um veículo em movimento uniforme de translação retilínea relativamente à Terra.

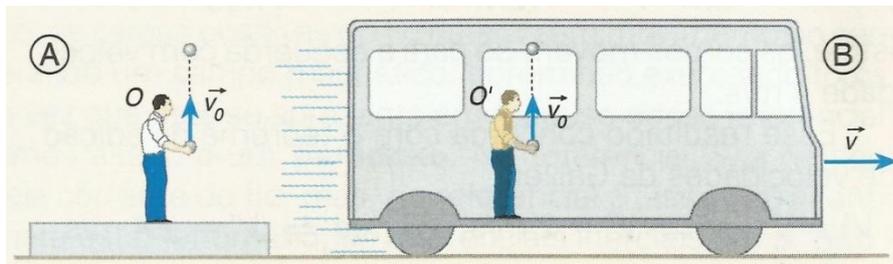


Figura 4. **Referenciais inerciais**: (A) Terra, (B) veículo em movimento retilíneo uniforme relativo à Terra. Fonte: Ferraro et al., 2001, p. 589.

Ambos os observadores medirão para o objeto, a mesma altura máxima atingida e a mesma duração do evento, concordando também quanto à forma da trajetória observada nos seus respectivos **referenciais**.

Concordarão, ainda, quanto ao valor da velocidade vertical do objeto ao chegar de volta à mão, quanto à aceleração e a força resultante atuantes sobre o objeto durante o movimento. Portanto, os dois **referenciais** são equivalentes para a descrição desse evento. Para esse evento, portanto, os **referenciais** solo e veículo são equivalentes; é impossível distinguir um do outro.

Apesar de hoje termos a impressão de que as teorias físicas apoiadas no **éter** eram inconsistentes, no final do século XIX esse não era o panorama vigente entre as pessoas. A maioria dos cientistas estava convencida de que o **éter** era algo seguro e fundamental nas teorias físicas.

O problema de não haver como determinar a influência do movimento da Terra sobre o **éter** era uma questão que desafiava os cientistas, mas não era percebido como um problema fundamental.

No entanto, o século XX começou com grandes avanços na Física, que o filósofo da Ciência americano **Thomas Kuhn** (1922-1996) chamou de *revolução científica*. **Albert Einstein** (1879-1955), que ainda hoje é reconhecido como gênio, sentia-se incomodado com a teoria do **éter**, pois em sua concepção as explicações dos fenômenos da natureza deveriam ter o menor número possível de hipóteses. Assim, recusou as hipóteses sobre a existência do **éter** e propôs uma teoria que superou algumas das dificuldades que a Física atravessa no final do século XIX.

**Einstein** estava intrigado por uma discrepância existente entre as leis de **Newton** da mecânica e as leis de **Maxwell** do Eletromagnetismo. **As leis de Newton eram independentes do estado de movimento de um observador; as de Maxwell não.** Isto é, duas pessoas, uma em repouso e outra em movimento, descobririam que as mesmas leis da Mecânica seriam aplicáveis ao movimento de um objeto, mas que diferentes leis do Eletromagnetismo seriam aplicáveis ao movimento de uma carga elétrica. As leis de **Newton** sugeriam que não existe a noção de **movimento absoluto**, apenas importando o movimento relativo. Mas as equações de **Maxwell** pareciam sugerir que o **movimento é absoluto**. Ou as equações de **Maxwell** estavam erradas ou teríamos que mudar as **transformações galileanas**. Como alternativa, Einstein escolheu modificar as **transformações de Galileu**.

Num famoso artigo de 1905, intitulado “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” e escrito quando **Einstein** tinha 26 anos de idade, ele mostrou que as leis de **Maxwell** podiam ser, da mesma forma que as leis de **Newton**, interpretadas como independentes do estado de movimento de um observador, mas havia um custo. O custo para obter esta visão unificada das leis da natureza era propor uma revolução total na maneira como entendemos o *espaço* e o *tempo*.

O trabalho de **Einstein** fundamentou-se em duas ideias que ele elevou ao *status* de postulados (proposições aceitas por definição).

**1º postulado ou postulado da relatividade:** todas as leis da natureza são as mesmas em todos os **sistemas de referência inerciais** (**sistemas de referência não-acelerados**).

**2º postulado ou postulado da constância da velocidade da luz:** a velocidade de propagação da **luz** no vácuo é a mesma em todos os **sistemas de referência inerciais** (**sistemas de referência não-acelerados**).

#### **Comentários sobre o 1º postulado:**

**Einstein** não viu qualquer necessidade de considerar a existência do **éter** (considerou-o supérfluo). Junto com o **éter** estacionário estava descartada a noção de um **sistema de**

**referência absoluto**. Nenhum experimento pode ser concebido, de acordo com **Einstein**, de modo a detectar um estado de movimento retilíneo e uniforme. Portanto, um **movimento absoluto** não teria significado.

Do ponto de vista experimental, o princípio da relatividade de **Einstein** afirma que qualquer experiência realizada num laboratório em repouso daria os mesmos resultados se feita em outro laboratório movendo-se com velocidade constante relativamente ao primeiro. Assim, não existe **referencial inercial privilegiado** no universo (fixo no **éter**). Todos os **referenciais** que se movem sem aceleração são igualmente bons.

Seria muito estranho se as leis da mecânica variassem para observadores que se movimentam com diferentes velocidades. Isto significaria, por exemplo, que um jogador de sinuca em um navio de passageiros navegando no mar calmo teria que ajustar seu estilo de jogar de acordo com a velocidade do navio, ou mesmo com as estações do ano quando a Terra varia sua velocidade orbital em torno do Sol.

De acordo com **Einstein**, essa mesma insensibilidade ao movimento se estende ao Eletromagnetismo. Nenhum experimento, mecânico, elétrico ou óptico, jamais revelou o **movimento absoluto**.

Como se pode ver, a relatividade de Einstein enuncia que, em relação a **referenciais** que se movem com velocidade constante em módulo, direção e sentido, não apenas as leis da Mecânica são válidas, mas todas as leis da Física, incluindo aí o Eletromagnetismo de Maxwell que, até final do século XIX, acreditava-se ser válido apenas em relação a um **referencial** em repouso com respeito ao suposto **éter**. Essa generalização foi possível pela modificação dos conceitos de *espaço* e *tempo*. Podemos dizer que Einstein ampliou, para todas as leis da Física, o princípio da relatividade de **Galileu-Newton**, que se aplicava somente às leis da Mecânica.

### Comentários sobre o 2º postulado:

Uma das perguntas que **Einstein** fazia quando jovem a seu professor, na escola, era: *“como pareceria um feixe luminoso se você estivesse se deslocando lado a lado com ele?”*. De acordo com a Física Clássica, o feixe estaria em repouso com respeito a este observador. Quando mais pensava sobre isso, mais **Einstein** se convenciu de que alguém não poderia se deslocar junto com o feixe de **luz**. Ele chegou finalmente à conclusão de que, não importando quão rápido dois observadores possam se mover, um em relação ao outro, cada um deles mediria a velocidade da **luz** que passa por eles como sendo a mesma, sendo seu valor aproximadamente igual a 300.000 km/s. A referida velocidade de propagação da **luz** geralmente é representada pela letra “c”.

Vale lembrar que a ideia de uma onda de **luz** estacionária ia contra o Eletromagnetismo de **Maxwell**, que prevê que a **luz** se propaga no vácuo com velocidade de 300.000 km/s. Estava instaurado o impasse que teria de esperar por um dos anos mais incríveis da história da Física para ser solucionado.

Apesar de ser uma onda, a **luz** não necessita de um meio para se propagar. Por mais difícil que isso possa parecer, a **luz** pode propagar-se no vácuo, ou seja, na ausência de qualquer tipo de meio material.

A velocidade de propagação da **luz** no espaço livre tem o mesmo valor para todos os observadores, não importando o movimento da fonte ou do observador; ou seja, a velocidade de propagação da **luz** é uma constante. Esta ideia contrariava as ideias clássicas do *espaço* e do *tempo*.

O 2º postulado está em perfeito acordo com o 1º, uma vez que, se a velocidade da **luz** fosse “c” somente para algum **referencial especial**, este poderia ser identificado ou distinguido entre outros, por experiências envolvendo a velocidade da **luz**, o que estaria em contradição com o 1º postulado.

Outra consequência do 2º postulado é que o valor de 300.000 km/s é um limite para as velocidades na natureza. Isto é, nenhuma partícula, nem sinal, pode mover-se com velocidade superior a “c”.

Eu acredito que os comentários feitos acima tenham sido muito impactantes para você, prezado leitor. Por isso, vou tentar aclará-las para ti através de um hipotético diálogo entre **Galileu** e **Einstein**. O diálogo apresentado a seguir é imaginário: Galileu e Einstein viveram em épocas muito diferentes. Além disso, o “nosso” Galileu tem conhecimentos de Física que o verdadeiro não possuía.

**Einstein:** Imagine que pudéssemos medir a velocidade do som de uma sirene de um carro de polícia de dentro do próprio carro quando ele estivesse parado num sinal. Que valor encontraríamos?



Figura 5. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro do próprio carro.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Mediríamos aproximadamente 340 m/s, pois essa é a velocidade do som no ar quando o ar está em repouso.

**Einstein:** E o motorista de um automóvel que se afasta do carro de polícia, com uma velocidade  $\vec{v}$  em relação à rua? Qual o valor da velocidade do som da sirene medida por ele?

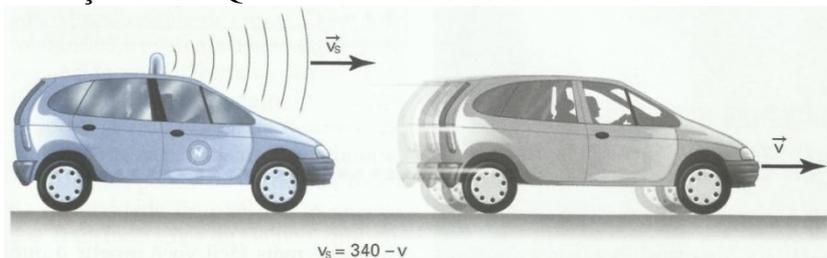


Figura 6. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro de um automóvel que se afasta do carro de polícia.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Nesse caso a velocidade do som ( $v_s$ ) para ele seria igual à velocidade do som em relação ao ar (340 m/s) menos a velocidade do carro em relação à rua ( $v$ ). Dizendo isso em linguagem matemática:  $v_s = 340 - v$ .

**Einstein:** E imagine agora um observador num automóvel com velocidade  $\vec{v}$  em relação à rua aproximando-se do carro de polícia. Qual a velocidade do som ( $v_s$ ) medida por ele?

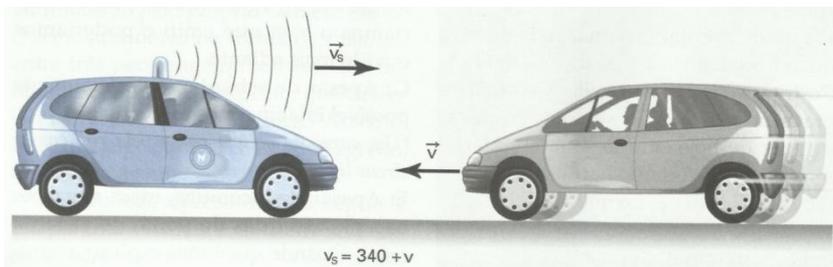


Figura 7. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro de um automóvel que se aproxima do carro de polícia.

Fonte: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Novamente podemos utilizar o mesmo raciocínio. O observador obterá um valor igual ao da velocidade do som em relação ao ar adicionado ao da velocidade do seu automóvel em relação à rua, ou seja:  $v_s = 340 + v$ .

**Einstein:** Realmente serão esses os valores da velocidade do som para os três referenciais diferentes. Como cada caso caracteriza um referencial diferente, cada observador medirá uma velocidade diferente para o som. As suas transformações já previam isso, e a experiência comprova as previsões teóricas. Mas como ficam as suas transformações para a propagação da luz, ou seja, de uma onda eletromagnética?

**Galileu:** Mas qual seria a diferença?

**Einstein:** No seu princípio da relatividade, que trata da relatividade das velocidades, você afirma que as leis da Mecânica se aplicam para todos os sistemas de referência inerciais, ou seja, em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante uns em relação aos outros. Será que isso também vale para fenômenos não mecânicos, como a propagação da luz?

**Galileu:** Não vejo porque ser diferente para a luz.

**Einstein:** Então, vamos imaginar um trem em movimento retilíneo com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação aos trilhos. Admita que existam duas fontes luminosas,  $F_1$  e  $F_2$ , colocadas nas extremidades opostas do vagão. Que valores você encontraria para a velocidade da luz proveniente de cada extremo, supondo que você estivesse parado em uma estação vendo o trem se movimentar?

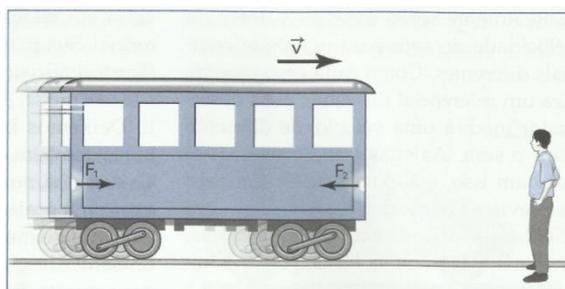


Figura 8. Medida da velocidade da **luz** emitida por duas fontes  $F_1$  e  $F_2$  nas extremidades opostas de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 22.

**Galileu:** Podemos proceder da mesma forma que em relação ao som, ou seja, teremos dois valores diferentes. Suponha que a **luz** da fonte  $F_1$  seja enviada no mesmo sentido do movimento do trem. Nesse caso, encontraremos um valor para a velocidade da **luz** em relação à estação ( $v_L$ ) igual à adição da velocidade da **luz** em relação ao **éter** ( $c$ ) com a velocidade do trem em relação à estação ( $v$ ). Em linguagem matemática:  $v_L = c + v$ .

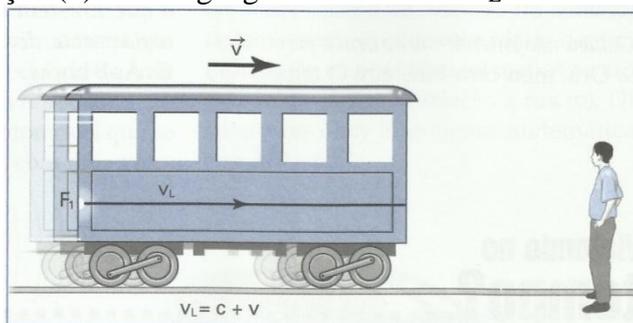


Figura 9. Medida da velocidade da **luz** emitida por uma fonte  $F_1$  na extremidade esquerda de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 22.

Em relação ao segundo caso, vamos supor que a **luz** da fonte  $F_2$  fosse emitida no sentido oposto ao do movimento do trem. Assim, o valor encontrado para a velocidade da luz em relação à estação ( $v_L$ ) seria igual ao valor da velocidade da **luz** em relação ao **éter** menos a velocidade do trem em relação à estação:  $v_L = c - v$ .

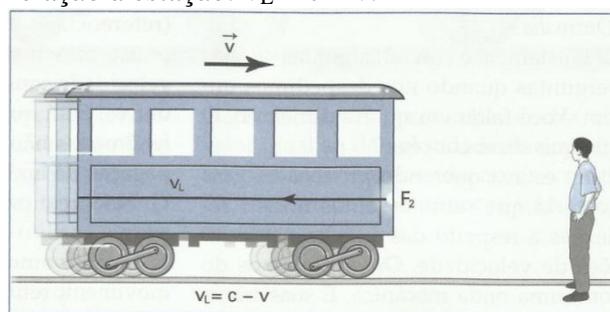


Figura 10. Medida da velocidade da **luz** emitida por uma fonte  $F_2$  na extremidade direita de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 22.

**Einstein:** Se isso é possível, podemos pensar em voltar no tempo, certo?

**Galileu:** Meu caro Einstein, você poderia se explicar melhor? Sua conclusão não é óbvia. Não estou entendendo o que você está querendo dizer.

**Einstein:** Considere o primeiro caso. Sabemos que a visão é a impressão que a **luz** produz na retina, em nossos olhos. Como você mesmo concluiu, a velocidade da **luz** em relação à estação é maior do que a velocidade da **luz** em relação ao **éter**, ou seja, superior a 300.000 km/s. Se isso é possível, podemos supor também que um corpo pode ter velocidade superior à da **luz**. Sendo assim, como no caso do som, a **luz** emitida por uma fonte poderia ser alcançada por algum corpo que viajasse a uma velocidade superior à da **luz**.

**Galileu:** Não vejo nada de estranho nessa possibilidade.

**Einstein:** Vamos analisar suas consequências com mais detalhes. Que fenômenos poderíamos observar se viajássemos a uma velocidade superior à da luz?

**Galileu:** Os mesmos que observamos normalmente.

**Einstein:** Tenho certeza de que isso não ocorreria. Se uma pessoa viajasse com tal velocidade, superior à da luz, ela veria os acontecimentos do mundo como se estivesse assistindo a um filme rodando ao contrário, ou seja, de trás para frente. Isso porque ela alcançaria a última imagem emitida antes da penúltima e assim sucessivamente; veria primeiro o final do filme para depois ver o começo.

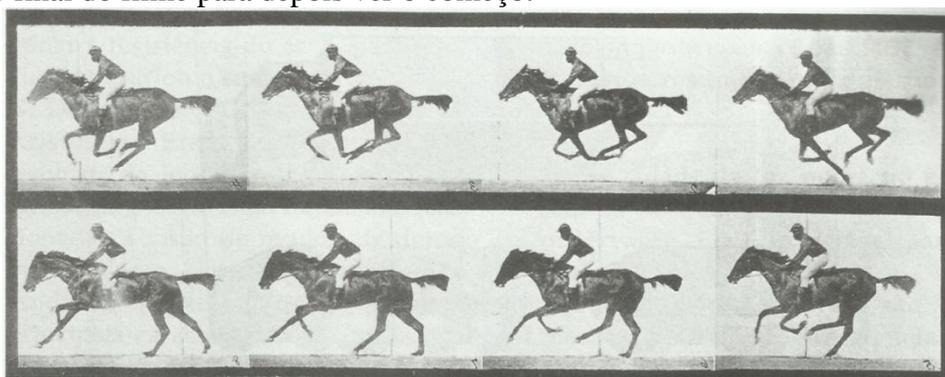


Figura 12. Sequência de imagens de um filme.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 23.

**Galileu:** Como assim?

**Einstein:** Vamos fazer uma analogia. Pense em um carro e um caminhão em uma estrada. O carro está atrás do caminhão, mas com velocidade superior. Nessas condições, o carro alcança o caminhão, certo?

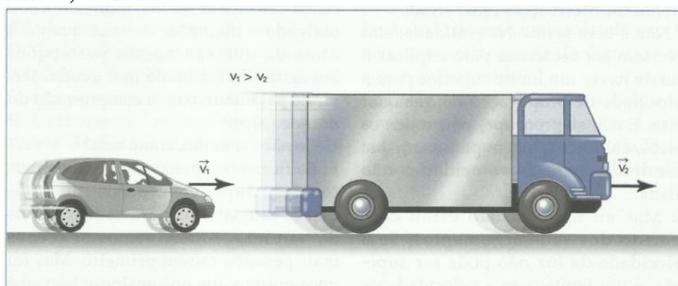


Figura 13. Um carro e um caminhão numa estrada.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 23.

**Galileu:** Certo.

**Einstein:** O carro primeiro alcança a traseira do caminhão para depois chegar à dianteira, correto?

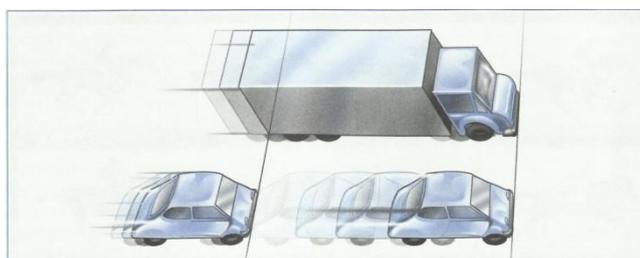


Figura 14. Um carro ultrapassando um caminhão numa estrada.  
Fonte: Reis et al., 2012, p. 24.

**Galileu:** Exatamente.

**Einstein:** Com a **luz** aconteceria algo parecido, como havíamos dito antes: ao viajarmos a uma velocidade superior à da **luz**, alcançaríamos a última imagem (traseira do caminhão), depois a penúltima e assim sucessivamente (até atingirmos a frente).

**Galileu:** Mas isso é um absurdo! Assim, eu me veria nesta sequência: velho, jovem e depois no útero de minha mãe.

**Einstein:** Claro. Isso é um absurdo. Por isso temos de admitir que a velocidade da **luz** tem sempre o mesmo valor, independentemente da velocidade da fonte que a emitiu. Ou seja, ela é invariável para qualquer observador, não dependendo do seu estado de movimento.

**Galileu:** Mas, se isso é verdadeiro, então as minhas transformações estão erradas.

**Einstein:** Não é bem assim. Na realidade, elas precisam ser reescritas para explicar o fato de haver um limite superior para a velocidade de propagação de qualquer coisa.

**Galileu:** Mas eu também não estou convencido dos seus argumentos. Se a velocidade da **luz** não pode ser superada, é um limite para a velocidade de qualquer coisa. Então, não podemos encontrar valores diferentes para a velocidade da **luz**. Ela será constante para qualquer **referencial** de observação.

**Einstein:** Sim.

**Galileu:** Então precisaremos alterar conceitos básicos da Física, como os de *espaço* e *tempo*. Como posso pensar em espaço e tempo de outra forma?

As implicações desses dois postulados foram muito grandes e modificaram profundamente o panorama da Ciência que se fez a partir de então. O que o leitor precisa ter claro é que os fenômenos previstos pela Teoria da Relatividade Restrita só se tornam relevantes (e detectáveis) para velocidades próximas às da **luz** no vácuo. Como nós vivemos em um mundo em que os corpos mais rápidos (incluindo os celestes) são dotados de velocidades muitíssimo menores do que “*c*”, esses efeitos parecem até mesmo bizarros para nós.

Para aceitar estas ideias é preciso abrir mão da visão de mundo clássica e intuitiva. Não podemos falar simplesmente em *espaço* e *tempo* como conceitos abstratos. O tempo é determinado por relógios e as coordenadas espaciais por réguas. E o resultado dessas determinações pode ser alterado pelo movimento. Uma régua ou um relógio sofrem mudanças em seu comportamento ou em suas propriedades quando em movimento. Ou seja, uma régua irá mudar o seu comprimento e um relógio o seu ritmo quando em movimento. Entretanto, essas mudanças são perceptíveis ou mensuráveis quando o movimento ocorre com velocidade próxima à da **luz**.

## REFERÊNCIAS

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

KÖHNLEIN, J. F. K. **Uma discussão sobre a natureza da Ciência no Ensino Médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita**. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

REIS, J. C.; GUERRA, A.; BRAGA, M.; FFREITAS, J. **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atua, 2012.

## Apêndice K – Slides da Aula 4: Os postulados da Teoria da Relatividade Restrita



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

### Como a Física explica os raios?



Slide 2

### Como a Física explica o ímã? E a lâmpada incandescente?



Slide 3

### Como a Física o funcionamento de um rádio? E de uma televisão?



Slide 4

### Como a Física explica o funcionamento de um computador? E de um celular?



Slide 5

### Como a Física explica isto?



Slide 6

### As equações de Maxwell na forma diferencial

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

Slide 7

### As equações de Maxwell

#### Quando elas foram elaboradas?

Na segunda metade do século XIX, pelo físico escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879).

#### Qual a contribuição delas para a física?

Elas deram ao eletromagnetismo uma estrutura matemática, surgindo assim uma nova e poderosa teoria científica com amplo poder explicativo, que unificou a eletricidade, o magnetismo e a óptica.

Slide 8

## Equações de Maxwell

As leis do eletromagnetismo não se mostraram as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais (quando são usadas as **transformações de Galileu**).

Ao passarmos de um referencial inercial para outro, utilizando as **transformações de Galileu**, as equações de Maxwell forneciam resultados diferentes para um mesmo fenômeno.

Slide 9

## Equações de Maxwell

Para dois observadores que se encontram em dois sistemas de referência inerciais em movimento relativo, as leis do eletromagnetismo não eram as mesmas. Esta constatação trouxe de volta a discussão sobre a existência de um referencial absoluto na Física.

Slide 10

## Equações de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}' = 0$$

$$\vec{\nabla}' \times \vec{B}' - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} = 0$$

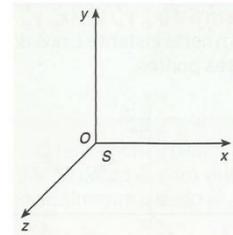
$$\vec{\nabla}' \cdot \vec{B}' = 0$$

$$\vec{\nabla}' \times \vec{E}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}'}{\partial t'} = 0$$

Slide 11

## O que é um sistema de referência ou referencial?

É um **sistema de coordenadas** como, por exemplo, um canto de uma sala de aula (duas paredes e o chão). Nesse **referencial** podemos considerar que existam três eixos imaginários  $x$ ,  $y$  e  $z$  que se cruzam ortogonalmente.



Slide 12

## O que é um sistema de referência inercial?

Referenciais inerciais são referenciais em relação aos quais os corpos livres da ação de forças resultantes estão em repouso ou realizam um movimento com velocidade constante em módulo, direção e sentido (movimento retilíneo e uniforme). Qualquer outro referencial que se mova, relativamente ao primeiro, com velocidade constante em módulo, direção e sentido, também será considerado inercial equivalente ao primeiro. Os referenciais para os quais valem as leis de Newton são atualmente chamados referenciais inerciais.

Slide 13

## Como faço para descobrir se um referencial é ou não inercial?

A **aceleração** é uma grandeza absoluta: ela apresenta a mesma intensidade, direção e sentido em relação a qualquer referencial inercial escolhido. Isto nos permite “descobrir” se o sistema de referência em questão é ou não inercial, utilizando um dispositivo mecânico muito simples, que podemos denominar acelerômetro.

Slide 14

## Como faço para descobrir se um referencial é ou não inercial?

Trata-se de um simples pêndulo fixo no sistema de referência usado. Assim, se depois de solto o pêndulo se mantém na vertical é porque o referencial é inercial; caso contrário, se apresentar alguma inclinação trata-se, portanto, de um referencial não-inercial ou acelerado.

Slide 15

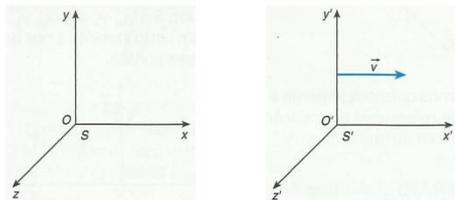
## O que é um sistema de referência inercial?

Um referencial inercial é aquele que não possui aceleração (incluindo rotação) com relação às “estrelas fixas”, como as chamava Newton, ou seja, em relação à distribuição da matéria que se encontra muito distante de nós, mesmo de nossa própria galáxia.

Slide 16

## O que são as transformações de Galileu?

Consideremos dois referenciais inerciais: um deles, S, com eixos  $x, y, z$ , parado em relação à Terra, e o outro, S', com eixos  $x', y', z'$  paralelos aos de S, em translação retilínea e uniforme de velocidade constante  $v$ , paralela aos eixos  $x$  e  $x'$ .



Slide 17

## Transformações de Galileu

Considere um evento que ocorre num ponto P do espaço. Esse ponto pode ser identificado por um conjunto de quatro coordenadas espaço-temporais  $(x, y, z, t)$  em S e  $(x', y', z', t')$  em S', sendo que as três primeiras localizam o ponto no espaço e a quarta indica o instante em que o evento ocorre. Supondo que inicialmente O e O' coincidam, temos  $t = t' = 0$  e  $x_0 = x'_0, y_0 = y'_0, z_0 = z'_0$ . Num instante posterior  $t > 0$ , S' terá se deslocado uma distância  $vt$  em relação a S.



Slide 18

## Transformações de Galileu

Vamos relacionar as coordenadas do sistema S com as do sistema S'. Da figura anterior podemos ver que:

$$x = x' + vt \quad (1)$$

$$y = y' \quad (1)$$

$$z = z' \quad (1)$$

Slide 19

## Transformações de Galileu

Resta determinar como se relacionam  $t$  e  $t'$  entre S e S'. Como inicialmente os relógios estão sincronizados, isto é,  $t_0 = t'_0 = 0$ , nosso senso comum indica que devemos ter sempre:

$$t = t' \quad (2)$$

Isto é, o tempo transcorre igualmente nos dois referenciais; não depende do referencial onde é medido.

Slide 20

## Relatividade de Galileu

Na relatividade de Galileu, o conceito de tempo é absoluto. Embora seja este um postulado de Galileu, a igualdade  $t = t'$  está bem fundamentada na nossa experiência diária, que não nos oferece qualquer evidência em contrário. Não fosse assim, teríamos de sincronizar constantemente nossos relógios em movimento com aqueles em repouso relativamente ao solo. As relações (1) e (2) mostradas anteriormente constituem as transformações galileanas de coordenadas.

Slide 21

## Relatividade de Galileu

Uma consequência direta da invariância do tempo, nas transformações de Galileu, é a invariância do comprimento. Pelas transformações de Galileu concluímos que comprimento e tempo são absolutos, isto é, não dependem do referencial inercial em relação aos quais essas grandezas são medidas.

Slide 22

## A relatividade de Newton

Como  $v$  é constante, podemos relacionar as velocidades e as acelerações do ponto P em relação aos dois referenciais (S e S') da seguinte maneira:

$$v_x' = v_x - v$$

$$v_y' = v_y$$

$$v_z' = v_z$$

$$a_x' = a_x$$

$$a_y' = a_y$$

$$a_z' = a_z$$

A primeira das equações das velocidades, formulada por Galileu, é denominada teorema da adição das velocidades.

Slide 23

## A relatividade de Newton

Da invariância das leis de Newton, podemos concluir que:

Qualquer experiência mecânica, realizada em algum referencial inercial, conserva os mesmos princípios e leis físicas que conservaria se fosse realizada em qualquer outro.



Slide 24

## A Teoria da Relatividade Restrita

Albert Einstein (1879-1955), que ainda hoje é reconhecido como gênio, **sentia-se incomodado com a teoria do éter**. Recusou as hipóteses sobre a existência do éter e propôs uma teoria que superou algumas das dificuldades que a Física atravessava no final do século XIX.

Slide 25

## A Teoria da Relatividade Restrita

Einstein estava intrigado por uma discrepância existente entre as leis de Newton da mecânica e as leis de Maxwell do eletromagnetismo. As leis de Newton eram independentes do estado de movimento de um observador; as de Maxwell não. Isto é, duas pessoas, uma em repouso e outra em movimento, descobririam que as mesmas leis da mecânica seriam aplicáveis ao movimento de um objeto, mas que diferentes leis do eletromagnetismo seriam aplicáveis ao movimento de uma carga elétrica.

Slide 26

## Teoria da Relatividade Restrita

As leis de Newton sugeriam que não existe a noção de movimento absoluto, apenas importando o movimento relativo. Mas as equações de Maxwell pareciam sugerir que o movimento é absoluto. Ou as equações de Maxwell estavam erradas ou teríamos que mudar as transformações galileanas. Como alternativa, Einstein escolheu modificar as transformações de Galileu.

Slide 27

## A Teoria da Relatividade Restrita

Num famoso artigo de 1905, intitulado “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” e escrito quando Einstein tinha 26 anos de idade, ele mostrou que as leis de Maxwell podiam ser, da mesma forma que as leis de Newton, interpretadas como independentes do estado de movimento de um observador, mas havia um custo. O custo para obter esta visão unificada das leis da natureza era propor uma revolução total na maneira como entendemos o espaço e o tempo.

Slide 28

## Os postulados da TRR

O trabalho de Einstein fundamentou-se em duas ideias que ele elevou ao *status* de postulados (proposições aceitas por definição).

**1º postulado ou postulado da relatividade:** todas as leis da natureza são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais (sistemas de referência não-acelerados).

**2º postulado ou postulado da constância da velocidade da luz:** a velocidade de propagação da luz no vácuo é a mesma em todos os sistemas de referência inerciais (sistemas de referência não-acelerados).

Slide 29

## Comentários sobre o 1º postulado

Einstein não viu qualquer necessidade de considerar a existência do éter (considerou-o supérfluo). Junto com o éter estacionário estava descartada a noção de um sistema de referência absoluto. Nenhum experimento pode ser concebido, de acordo com Einstein, de modo a detectar um estado de movimento retilíneo e uniforme. Portanto, um movimento absoluto não teria significado.

Slide 30

## Comentários sobre o 1º postulado

Do ponto de vista experimental, o princípio da relatividade de Einstein afirma que qualquer experiência realizada num laboratório em repouso daria os mesmos resultados se feita em outro laboratório movendo-se com velocidade constante relativamente ao primeiro. Assim, não existe referencial inercial privilegiado no universo (fixo no éter). Todos os referenciais que se movem sem aceleração são igualmente bons.

Slide 31

## Comentários sobre o 1º postulado

Seria muito estranho se as leis da mecânica variassem para observadores que se movimentam com diferentes velocidades. Isto significaria, por exemplo, que um jogador de sinuca em um navio de passageiros navegando no mar calmo teria que ajustar seu estilo de jogar de acordo com a rapidez do navio, ou mesmo com as estações do ano quando a Terra varia sua rapidez orbital em torno do Sol.

Slide 32

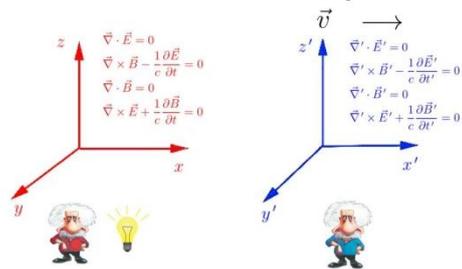
## Comentários sobre o 1º postulado

De acordo com Einstein, **essa mesma insensibilidade ao movimento se estende ao eletromagnetismo. Nenhum experimento, mecânico, elétrico ou óptico, jamais revelou o movimento absoluto.**

Como se pode ver, a relatividade de Einstein enuncia que, em relação a referenciais que se movem com velocidade constante em módulo, direção e sentido, não apenas as leis da mecânica são válidas, mas todas as leis da física, incluindo aí o eletromagnetismo de Maxwell que, até final do século XIX, acreditava-se ser válido apenas em relação a um referencial em repouso com respeito ao suposto éter. Essa generalização foi possível pela modificação dos conceitos de *espaço* e *tempo*.

Slide 33

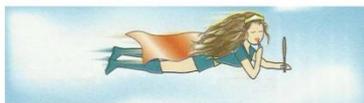
## Comentários sobre o 1º postulado



Slide 34

## Comentários sobre o 2º postulado

Uma das perguntas que Einstein fazia quando jovem a seu professor, na escola, era: **“como pareceria um feixe luminoso se você estivesse se deslocando lado a lado com ele?”.** De acordo com a Física Clássica, o feixe estaria em repouso com respeito a este observador.



Slide 35

## Comentários sobre o 2º postulado

Quando mais pensava sobre isso, mais Einstein se convencia de que alguém não poderia se deslocar junto com o feixe de luz. Ele chegou finalmente à conclusão de que, não importando quão rápido dois observadores possam se mover, um em relação ao outro, cada um deles mediria a velocidade da luz que passa por eles como sendo a mesma, sendo seu valor aproximadamente igual a 300.000 km/s. A referida velocidade de propagação da luz geralmente é representada pela letra “c”.

Slide 36

## Comentários sobre o 2º postulado

Vale lembrar que a ideia de uma onda de luz estacionária ia contra o eletromagnetismo de Maxwell, que prevê que a luz se propaga no vácuo com velocidade de 300.000 km/s. Estava instaurado o impasse que teria de esperar por um dos anos mais incríveis da história da Física para ser solucionado.

Slide 37

## Comentários sobre o 2º postulado

Apesar de ser uma onda, a luz não necessita de um meio para se propagar. Por mais difícil que isso possa parecer, a luz pode propagar-se no vácuo, ou seja, na ausência de qualquer tipo de meio material.

A velocidade de propagação da luz no espaço livre tem o mesmo valor para todos os observadores, não importando o movimento da fonte ou do observador; ou seja, a velocidade de propagação da luz é uma constante. Esta ideia contrariava as ideias clássicas do *espaço* e do *tempo*.

Slide 38

## Comentários sobre o 2º postulado

O 2º postulado está em perfeito acordo com o 1º, uma vez que, se a velocidade da luz fosse “c” somente para algum referencial especial, este poderia ser identificado ou distinguido entre outros, por experiências envolvendo a velocidade da luz, o que estaria em contradição com o 1º postulado.

Outra consequência do 2º postulado é que o valor de 300.000 km/s é um limite para as velocidades na natureza. Isto é, nenhuma partícula, nem sinal, pode mover-se com velocidade superior a “c”.

Slide 39

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Imagine que pudéssemos medir a velocidade do som de uma sirene de um carro de polícia de dentro do próprio carro quando ele estivesse parado num sinal. Que valor encontraríamos?



Slide 40

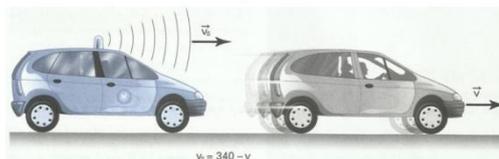
### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Mediríamos aproximadamente 340 m/s, pois essa é a velocidade do som no ar quando o ar está em repouso.

Slide 41

### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** E o motorista de um automóvel que se afasta do carro de polícia, com uma velocidade  $v$  em relação à rua? Qual o valor da velocidade do som da sirene medida por ele?



Slide 42

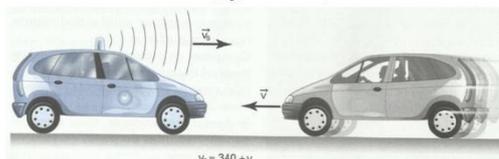
### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Nesse caso a velocidade do som ( $v_s$ ) para ele seria igual à velocidade do som em relação ao ar (340 m/s) menos a velocidade do carro em relação à rua ( $v$ ). Dizendo isso em linguagem matemática:  $v_s = 340 - v$ .

Slide 43

### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** E imagine agora um observador num automóvel com velocidade  $v$  em relação à rua aproximando-se do carro de polícia. Qual a velocidade do som ( $v_s$ ) medida por ele?



Slide 44

### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Novamente podemos utilizar o mesmo raciocínio. O observador obterá um valor igual ao da velocidade do som em relação ao ar adicionado ao da velocidade do seu automóvel em relação à rua, ou seja:  $v_s = 340 + v$ .

Slide 45

### Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Realmente serão esses os valores da velocidade do som para os três referenciais diferentes. Como cada caso caracteriza um referencial diferente, cada observador medirá uma velocidade diferente para o som. As suas transformações já previam isso, e a experiência comprova as previsões teóricas. **Mas como ficam as tuas transformações para a propagação da luz, ou seja, de uma onda eletromagnética?**

**Galileu:** Mas qual seria a diferença?

Slide 46

### Diálogo entre Galileu e Einstein

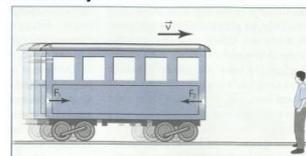
**Einstein:** No seu princípio da relatividade, que trata da relatividade das velocidades, você afirma que as leis da mecânica se aplicam para todos os sistemas de referência inerciais, ou seja, em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante uns em relação aos outros. Será que isso também vale para fenômenos não mecânicos, como a propagação da luz?

**Galileu:** Não vejo porque ser diferente para a luz.

Slide 47

### Diálogo entre Galileu e Einstein

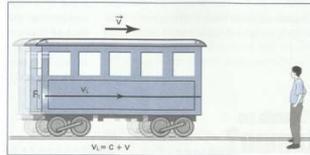
**Einstein:** Então, vamos imaginar um trem em movimento retilíneo com velocidade constante  $v$  em relação aos trilhos. Admita que existam duas fontes luminosas,  $F_1$  e  $F_2$ , colocadas nas extremidades opostas do vagão. Que valores você encontraria para a velocidade da luz proveniente de cada extremo, supondo que você estivesse parado em uma estação vendo o trem se movimentar?



Slide 48

## Diálogo entre Galileu e Einstein

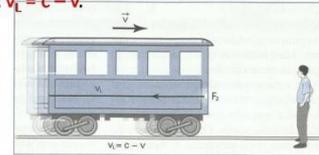
**Galileu:** Podemos proceder da mesma forma que em relação ao som, ou seja, teremos dois valores diferentes. Suponha que a luz da fonte  $F_1$  seja enviada no mesmo sentido do movimento do trem. Nesse caso, encontraremos um valor para a velocidade da luz em relação à estação ( $v_L$ ) igual à adição da velocidade da luz em relação ao éter ( $c$ ) com a velocidade do trem em relação à estação ( $v$ ). Em linguagem matemática:  $v_L = c + v$ .



Slide 49

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Em relação ao segundo caso, vamos supor que a luz da fonte  $F_2$  fosse emitida no sentido oposto ao do movimento do trem. Assim, o valor encontrado para a velocidade da luz em relação à estação ( $v_L$ ) seria igual ao valor da velocidade da luz em relação ao éter menos a velocidade do trem em relação à estação:  $v_L = c - v$ .



Slide 50

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Se isso é possível, podemos pensar em voltar no tempo, certo?

**Galileu:** Meu caro Einstein, você poderia se explicar melhor? Sua conclusão não é óbvia. Não estou entendendo o que você está querendo dizer.

Slide 51

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Considere o primeiro caso. Sabemos que a visão é a impressão que a luz produz na retina, em nossos olhos. Como você mesmo concluiu, a velocidade da luz em relação à estação é maior do que a velocidade da luz em relação ao éter, ou seja, superior a 300.000 km/s. Se isso é possível, podemos supor também que um corpo pode ter velocidade superior à da luz. Sendo assim, como no caso do som, a luz emitida por uma fonte poderia ser alcançada por algum corpo que viajasse a uma velocidade superior à da luz.

**Galileu:** Não vejo nada de estranho nessa possibilidade.

Slide 52

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Vamos analisar suas consequências com mais detalhes. Que fenômenos poderíamos observar se viajássemos a uma velocidade superior à da luz?

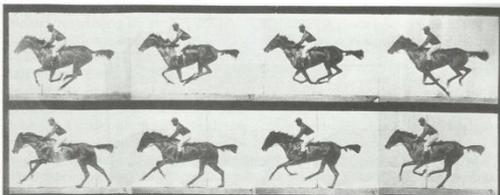
**Galileu:** Os mesmos que observamos normalmente.

Slide 53

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Einstein:** Tenho certeza de que isso não ocorreria. Se uma pessoa viajasse com tal velocidade, superior à da luz, ela veria os acontecimentos do mundo como se estivesse assistindo a um filme rodando ao contrário, ou seja, de trás para frente. Isso porque ela alcançaria a última imagem emitida antes da penúltima e assim sucessivamente; veria primeiro o final do filme para depois ver o começo.

Slide 54



Slide 55

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Como assim?

**Einstein:** Vamos fazer uma analogia. Pense em um carro e um caminhão em uma estrada. O carro está atrás do caminhão, mas com velocidade superior. Nessas condições, o carro alcança o caminhão, certo?

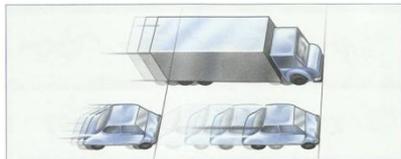


Slide 56

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Certo.

**Einstein:** O carro primeiro alcança a traseira do caminhão para depois chegar à dianteira, correto?



Slide 57

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Exatamente.

**Einstein:** Com a luz aconteceria algo parecido, como havíamos dito antes: ao viajarmos a uma velocidade superior à da luz, alcançaríamos a última imagem (traseira do caminhão), depois a penúltima e assim sucessivamente (até atingirmos a frente).

**Galileu:** Mas isso é um absurdo! Assim, eu me veria nesta sequência: velho, jovem e depois no útero de minha mãe.

**Einstein:** Claro. Isso é um absurdo. Por isso temos de admitir que a velocidade da luz tem sempre o mesmo valor, independentemente da velocidade da fonte que a emitiu. Ou seja, ela é invariável para qualquer observador, não dependendo do seu estado de movimento.

Slide 58

## Diálogo entre Galileu e Einstein

**Galileu:** Mas, se isso é verdadeiro, então as minhas transformações estão erradas.

**Einstein:** Não é bem assim. Na realidade, elas precisam ser reescritas para explicar o fato de haver um limite superior para a velocidade de propagação de qualquer coisa.

**Galileu:** Mas eu também não estou convencido dos seus argumentos. Se a velocidade da luz não pode ser superada, é um limite para a velocidade de qualquer coisa. Então, não podemos encontrar valores diferentes para a velocidade da luz. Ela será constante para qualquer referencial de observação.

**Einstein:** Sim.

**Galileu:** Então precisaremos alterar conceitos básicos da Física, como os de *espaço* e *tempo*. Como posso pensar em espaço e tempo de outra forma?

Slide 59

## Implicações

As implicações desses dois postulados foram muito grandes e modificaram profundamente o panorama da Ciência que se fez a partir de então. O que o leitor precisa ter claro é que os fenômenos previstos pela Teoria da Relatividade Restrita só se tornam relevantes (e detectáveis) para velocidades próximas às da luz no vácuo. Como nós vivemos em um mundo em que os corpos mais rápidos (incluindo os celestes) são dotados de velocidades muitíssimo menores do que “*c*”, esses efeitos parecem até mesmo bizarros para nós.

Slide 60

## Implicações

Para aceitar estas ideias é preciso abrir mão da visão de mundo clássica e intuitiva. **Não podemos falar simplesmente em *espaço* e *tempo* como conceitos abstratos. O tempo é determinado por relógios e as coordenadas espaciais por réguas. E o resultado dessas determinações pode ser alterado pelo movimento. Uma régua ou um relógio sofrem mudanças em seu comportamento ou em suas propriedades quando em movimento. Ou seja, uma régua irá mudar o seu comprimento e um relógio o seu ritmo quando em movimento. Entretanto, essas mudanças são perceptíveis ou mensuráveis quando o movimento ocorre com velocidade próxima à da luz.**

Slide 61

## Referências

DAMASIO, Felipe; RICCI, Trieste F. (2009) **Relatividade de Einstein em Uma Abordagem Histórico-Fenomenológica**. Textos de apoio ao professor de física. v. 20. n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.

FERRARO, Nicolau Gilberto; PENTEADO, Paulo Cesar; SOARES, Paulo Toledo; TORRES, Carlos Magno. (2001) **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna.

HEWITT, Paul G. (2002) **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.

KÖHNLEIN, J. F. K. **Uma discussão sobre a natureza da Ciência no Ensino Médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita**. (2003), 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

REIS, José Cláudio; GUERRA, Andréia; BRAGA, Marco; FREITAS, Jairo. (2012) **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atual.

Slide 62

## Apêndice L – Lista de exercícios da Aula 4

### RESPONDA:

- 1) Qual a importância das equações de Maxwell?
- 2) Qual a diferença entre um referencial inercial e um referencial não-inercial?
- 3) Como você determinaria se um referencial é inercial ou não?
- 4) Imagine que você está num trem em movimento retilíneo e uniforme e com as janelas fechadas. Você sente que o trem se move, mas gostaria de evidenciar esse movimento por meio de um experimento. O que você poderia fazer?
- 5) Você já deve ter ouvido isto alguma vez: “tudo é relativo, como diria Einstein!”. Mas, se traduzíssemos os dois postulados da teoria da relatividade restrita para a vida cotidiana, como seria exatamente essa frase?
- 6) A Teoria da Relatividade Restrita conseguiu unificar quais ramos da Física?
- 7) Cite os postulados de Einstein, comentando suas consequências.

## Apêndice M – Texto de apoio da Aula 5

### A RELATIVIDADE DA SIMULTANEIDADE

Para abordar este conceito, começamos com um experimento mental. Considere uma fonte luminosa bem no centro do compartimento de uma nave espacial. Quando a fonte é ligada, a luz espalha-se em todas as direções com velocidade igual a “ $c$ ”, velocidade esta já discutida em aulas anteriores. Como ela se encontra equidistante das extremidades frontal e traseira do compartimento, um observador que esteja dentro dele constatará que a luz alcança a extremidade frontal no mesmo instante em que chega na traseira. Isso ocorre se a nave espacial se encontra em repouso ou movendo-se com uma velocidade constante. Os eventos<sup>19</sup> definidos pela chegada da luz a cada uma das extremidades opostas ocorrem simultaneamente para este observador no interior da nave espacial, como mostra a Figura 1.



Figura 1. Do ponto de vista do observador que viaja no interior da nave, a luz da fonte viaja distâncias iguais até as duas extremidades do compartimento e, portanto, chega nelas simultaneamente.

Fonte: Hewitt, 2002, p. 599.

Mas e quanto a um observador que eventualmente se encontre fora da nave e que observa os dois eventos de outro sistema de referência, um planeta, digamos, que não se mova junto com a nave? Para este observador, esses mesmos eventos não são simultâneos. Quando a luz se propaga a partir da fonte, este observador observará a nave mover-se para frente, de modo que a traseira do compartimento se moverá em direção ao feixe luminoso, enquanto a frente o fará em sentido oposto. O feixe direcionado para trás do compartimento, portanto, percorrerá uma distância mais curta do que o feixe que segue para frente. Uma vez que os valores das velocidades da luz em ambos os sentidos são os mesmos, o observador externo observará o evento da luz chegando à traseira acontecer antes do evento de chegada da luz à frente do compartimento (Figura 2). Um pouco mais de raciocínio mostrará que um observador em outra nave espacial que se move em sentido oposto observará que a luz chega primeiro à frente do compartimento.

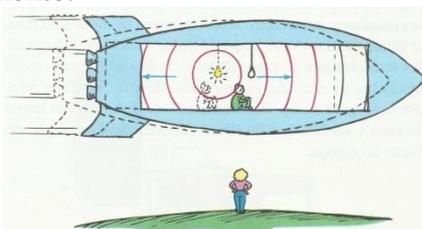


Figura 2. A chegada da luz às extremidades frontal e traseira do compartimento não constituem dois eventos simultâneos do ponto de vista de um observador em outro sistema de referência. Por causa do movimento da nave, a luz que se dirige para a traseira do compartimento não precisa se deslocar tanto e acaba chegando à extremidade antes do que a luz que se dirige para a extremidade frontal.

Fonte: Hewitt, 2002, p. 599.

Dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência não necessariamente são simultâneos em outro sistema que se move em relação ao primeiro.

<sup>19</sup> Evento: algo que ocorre em um ponto do espaço e em um determinado instante de tempo.

Essa não simultaneidade de eventos em um sistema de referência quando eles são simultâneos em outro sistema de referência é um *resultado puramente relativístico*, isto é, uma consequência de que a luz sempre se propaga com a mesma velocidade para todos os observadores como prevê o 2º Postulado de Einstein.

Vejam os mais um exemplo simples. Consideremos o trem de Einstein (experiência de pensamento) que se desloca com velocidade relativística constante  $\vec{v}$  (velocidade próxima à da luz), com um observador  $S'$  que se encontra exatamente no meio do trem, e outro observador  $S$  que se encontra no solo, e que estão se cruzando exatamente quando os raios ocorrem. Consideremos que os dois raios atinjam as posições frontal e traseira do trem, do ponto de vista do observador  $S$ , ao mesmo tempo<sup>20</sup> (ver Figura 3).

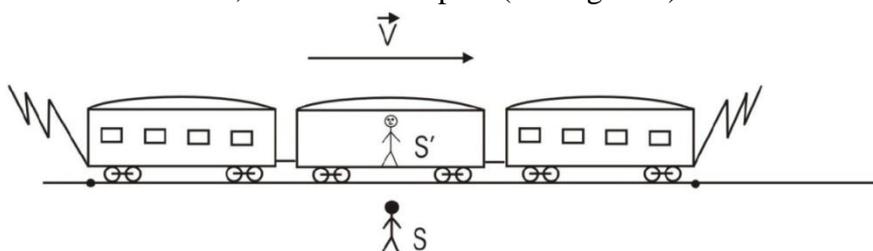


Figura 3. Dois raios atingem as posições frontal e traseira de um trem que se desloca com velocidade relativística e constante  $\vec{v}$ . Do ponto de vista do observador  $S$ , que se encontra no solo, os dois raios são simultâneos. Fonte: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

Diz-se que os eventos serão simultâneos para o observador  $S$ , pois as duas frentes de onda de luz irão atingi-lo ao mesmo tempo. Já para o observador que está no referencial no interior do trem (referencial  $S'$ ) os eventos não serão simultâneos, ou seja, ele verá primeiro a frente de onda que atinge a frente, pois é neste sentido que se desloca o trem, e depois verá a frente de onda que atinge a traseira.

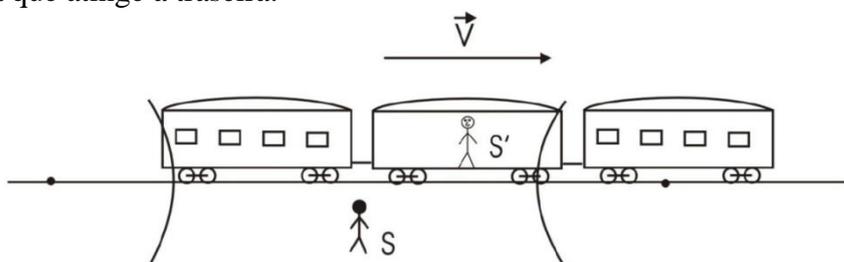


Figura 4. Representação das frentes de onda da luz originadas pelos raios que atingiram as posições frontal e traseira do trem. A frente de onda da frente atinge o observador  $S'$  antes da fonte de onda de trás. Fonte: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

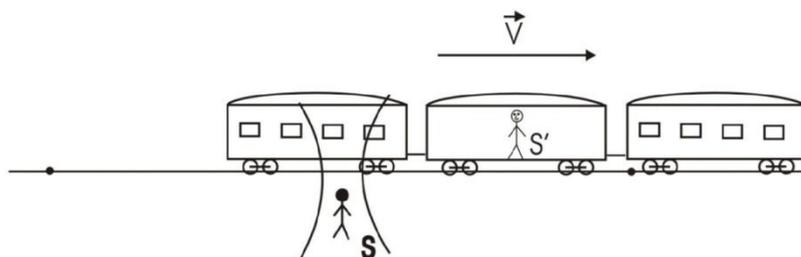


Figura 5. Frentes de onda da luz originadas pelos raios que atingiram as posições frontal e traseira do trem. Elas atingem o observador  $S$  ao mesmo tempo. Fonte: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

<sup>20</sup> Acesse o endereço eletrônico <https://www.youtube.com/watch?v=ZrAJN6tvHM5> (acessado em abril/2016) para enriquecer a tua compreensão sobre o exemplo do trem de Einstein.

Isto está de acordo com o princípio da invariância da velocidade da luz, ou seja, para qualquer que seja o observador inercial, ambos os pulsos se movem com a mesma velocidade “ $c$ ”. Logo,  $S'$  é levado a concluir que o raio produzido na frente do trem foi emitido primeiro do que o outro, ou seja, para este observador os raios não são simultâneos.

Podemos, então, propor a seguinte questão: quem está com a razão, o observador  $S$  ou o observador  $S'$ ? Ambos estão corretos; embora pareça estranho, não existe uma única resposta para tal questão. **A simultaneidade é uma noção relativa e não absoluta.**

Se a velocidade da luz fosse infinita em qualquer referencial, os dois eventos seriam simultâneos para os dois observadores. Mas, como a velocidade da luz é igual em todas as direções em qualquer referencial inercial, os dois eventos que são simultâneos em um referencial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial.

### REFINANDO O CONCEITO DE OBSERVADOR

A partir de agora, quando falarmos em “observador” em relatividade, estaremos implicitamente nos referindo a um sistema de coordenadas inercial com uma pessoa parada na origem desse sistema de coordenadas e com seu próprio cronômetro, que será uma espécie de “observador-mor”, ajudado por um número muito grande de “observadores-ajudantes”, cada um deles fixo em cada posição dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , dotados de seu próprio cronômetro preciso.

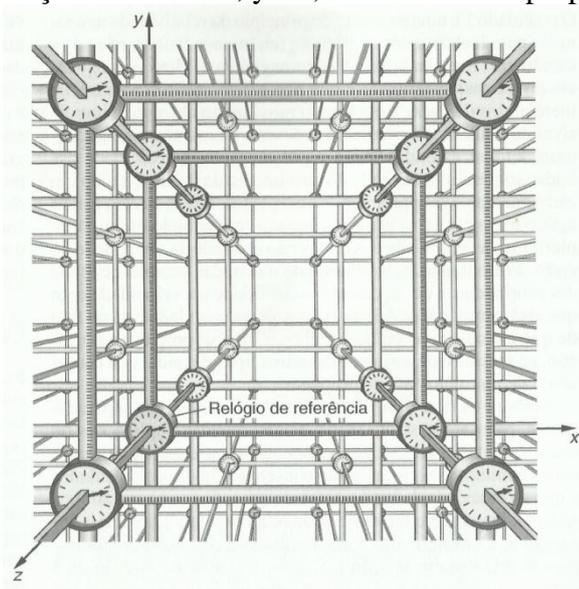


Figura 6. Sistema de coordenadas inercial formado por uma rede de réguas com um relógio em cada vértice. Todos os relógios são sincronizados a partir de um relógio de referência. As três dimensões espaciais são as posições dos relógios.

Fonte: Tipler; Llewellyn, 2001, p. 14.

Mas não adiantará sincronizar os relógios com o relógio usado pelo “observador-mor” na origem quando eles estão todos em repouso relativo com este, e só então movê-los para suas posições no sistema de coordenadas, porque não saberemos de antemão se a movimentação dos relógios não afetará seus andamentos e, então, não podemos supô-lo previamente. Uma maneira adequada de fazer a sincronização é colocar cada um dos relógios na sua posição definitiva no sistema de coordenadas e depois sincronizá-los por meio de sinais.

Por exemplo, considere a sincronização de certo relógio B, localizado a uma distância  $L$  da origem do sistema de coordenadas, ou seja, do “observador-mor”. Esta distância pode ser medida previamente sem nenhum problema. Combinamos, então, que o relógio na origem do sistema, que chamaremos de A, será acionado no mesmo momento em que um raio de luz é emitido a partir desta posição. Quando este sinal luminoso atingir o relógio B, o “observador-ajudante” nesta posição acertará seu relógio para  $L/c$ . Este procedimento pode ser realizado para todos os outros relógios auxiliares e, assim, todos ficarão sincronizados corretamente com o relógio A usado pelo “observador-mor”.

Esse conjunto de “observadores-ajudantes”, adequadamente sincronizados com o relógio do “observador-mor”, é que constitui efetivamente um “observador” em Relatividade Especial. Assim, quando dissermos que dois acontecimentos são simultâneos para um dado “observador” queremos dizer mais precisamente o seguinte: os dois “observadores-ajudantes” mais próximos dos eventos, usando seus próprios relógios, registraram iguais tempos de ocorrência para os acontecimentos.

## A DILATAÇÃO DO TEMPO

Novamente faremos uso de um experimento mental. Imagine um carrinho que se desloca com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo (Figura 7). Nesse carrinho há uma fonte de pulsos luminosos (por exemplo, uma lâmpada) e um espelho. Uma pessoa dentro do carrinho mede com um relógio o intervalo de tempo entre a emissão de um pulso de luz (evento 1) e o retorno desse pulso (evento 2) após a reflexão no espelho. Os dois eventos (emissão e retorno do pulso luminoso) ocorrem no mesmo local e são medidos com auxílio de um único relógio.

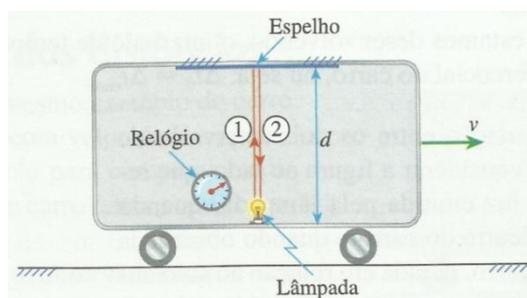


Figura 7. Pulso luminoso indo ao espelho e voltando à lâmpada, observado no referencial do carrinho. Em relação a esse observador, o chão se desloca para a esquerda.

Fonte: Carron; Guimarães, 2002, p. 685.

Esse intervalo de tempo ( $\Delta t_0$ ), medido no referencial do carrinho, é o tempo que a luz leva para ir da lâmpada ao espelho e voltar à lâmpada e é dado por:

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (\text{Eq. 1})$$

em que “ $d$ ” é a distância da lâmpada ao espelho e “ $c$ ” é a velocidade da luz.

Cabe, novamente, perguntarmo-nos: como esses dois eventos são observados<sup>21</sup> por uma pessoa que está fora do carrinho, ou seja, parada no solo enquanto o carro passa por ela<sup>22</sup>?

<sup>21</sup> Veremos, mais tarde, que “observar” não é a mesma coisa que “ver”.

<sup>22</sup> Veremos, mais tarde, que essa pessoa observará contraídas as dimensões do carrinho que estejam na direção de seu movimento.

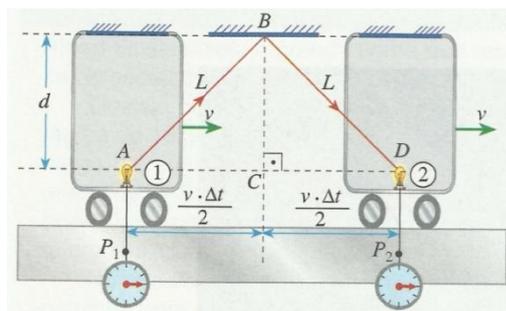


Figura 8. Pulso luminoso indo ao espelho e voltando à lâmpada, observado por uma pessoa parada no solo vendo o carro passar. Os dois eventos ocorrem em locais diferentes, P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, e são necessários dois relógios sincronizados para medir o intervalo de tempo entre eles.

Fonte: Carron; Guimarães, 2002, p. 686.

Observe, na Figura 8, que:

→ Para medir o intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso, a pessoa precisa de dois relógios sincronizados, um para cada evento.

→ O percurso efetuado pela luz (2L, mostrado na Figura 8) é maior do que 2d (mostrado na Figura 7).

Contudo, como a velocidade da luz é a mesma em qualquer dos referenciais (pelo 2º Postulado de Einstein), o intervalo de tempo entre os dois eventos (Δt) medido pela pessoa fora do carrinho é dado por:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (\text{Eq. 2})$$

Comparando Δt com Δt<sub>0</sub>, obtemos Δt > Δt<sub>0</sub>. Essa análise nos permite concluir que o relógio em movimento funciona mais lentamente que o relógio em repouso.

Para estabelecer a relação entre os dois intervalos de tempo (Δt e Δt<sub>0</sub>), vamos considerar a Figura 9, que representa a trajetória da luz emitida pela lâmpada, quando observada pela pessoa dentro do carrinho e quando observada por uma pessoa fora do carrinho, parada em relação ao solo enquanto o carro passa por ela.

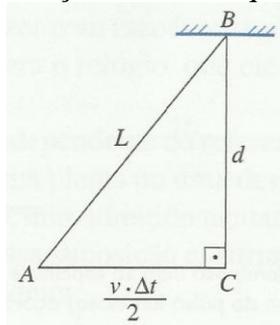


Figura 9. Trajetória da luz emitida pela lâmpada, quando observada pela pessoa dentro do carro e quando observada por uma pessoa fora do carro, parada em relação ao solo enquanto o carro passa por ela.

Fonte: Carron; Guimarães, 2002, p. 686.

De acordo com o Teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4} \rightarrow$$

$$L = \sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4}} \quad (\text{Eq. 3})$$

Dividindo, agora, a equação (2) pela (1), obtemos:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\frac{2L}{c}}{\frac{2d}{c}} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{L}{d} \text{ (Eq. 4)}$$

Substituindo (3) em (4) e lembrando que  $d = (c \cdot \Delta t_0)/2$ , obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{\Delta t_0} &= \frac{\sqrt{\frac{d^2 + v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{d} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\sqrt{\frac{d^2 + v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{\frac{c \cdot \Delta t_0}{2}} \rightarrow \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} = \left( \frac{c^2 \cdot \Delta t_0^2}{4} + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4} \right) \cdot \frac{4}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \rightarrow \\ \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} &= 1 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \rightarrow \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = 1 \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

Nessa última expressão,  $\Delta t_0$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador em repouso no interior do carrinho (tempo próprio) e  $\Delta t$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador fora do carrinho, que se desloca em movimento uniforme em relação ao solo (tempo dilatado).

De acordo com essa expressão, podemos concluir que:

→ se a velocidade ( $v$ ) com que o carrinho se move for muito menor do que a velocidade da luz ( $v \ll c$ ), os intervalos de tempo  $\Delta t$  e  $\Delta t_0$  serão praticamente iguais (isso significa que, para as velocidades do nosso cotidiano, os efeitos relativísticos são desprezíveis).

→ no entanto, à medida que a velocidade ( $v$ ) do carrinho aproxima-se da velocidade da luz, os efeitos relativísticos tornam-se cada vez mais acentuados, ou seja,  $\Delta t$  fica cada vez maior que  $\Delta t_0$ . A isto chama-se na Teoria da Relatividade de “dilatação temporal” ou “dilatação do tempo”.

## REFERÊNCIAS

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As faces da física**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2001.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## Apêndice N – Slides da Aula 5: A dilatação do tempo



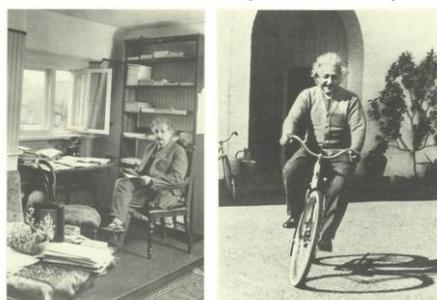
### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

### Albert Einstein (1879-1955)



Slide 2



Slide 3



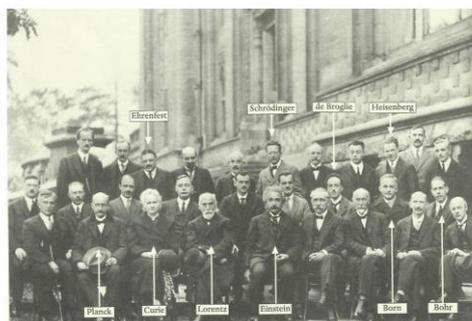
Slide 4



Slide 5



Slide 6



Slide 7



Slide 8

## A relatividade da simultaneidade

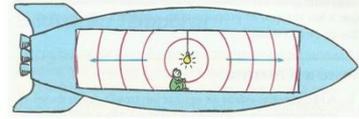
Para abordar este conceito, começamos com um experimento mental. **Considere uma fonte luminosa bem no centro do compartimento de uma nave espacial.** Quando a fonte é ligada, a luz espalha-se em todas as direções com rapidez igual a "c", velocidade esta já discutida em aulas anteriores.



Slide 9

## A relatividade da simultaneidade

Como a fonte de luz encontra-se equidistante das extremidades frontal e traseira do compartimento, um observador que esteja dentro dele constatará que a luz alcança a extremidade frontal no mesmo instante em que chega na traseira.



Slide 10

## Relatividade da simultaneidade

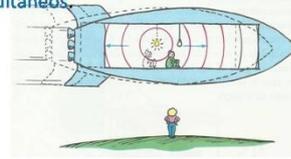
Isso ocorre se a nave espacial encontra-se em repouso ou movendo-se com uma velocidade constante. Os eventos definidos pela chegada da luz a cada uma das extremidades opostas ocorrem simultaneamente para este observador no interior da nave espacial.



Slide 11

## A relatividade da simultaneidade

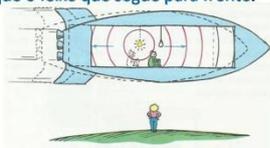
**Mas e quanto a um observador que eventualmente se encontra fora da nave e que observa os dois eventos de outro sistema de referência, solidário a um planeta que não se mova junto com a nave?** Para este observador, esses mesmos eventos não são simultâneos.



Slide 12

## A relatividade da simultaneidade

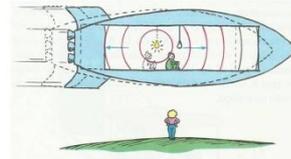
Quando a luz propagar-se a partir da fonte, este observador observará a nave mover-se para frente, de modo que a traseira do compartimento se moverá em direção ao feixe luminoso, enquanto a frente o fará em sentido oposto. O feixe direcionado para trás do compartimento, portanto, percorrerá uma distância mais curta do que o feixe que segue para frente.



Slide 13

## A relatividade da simultaneidade

Uma vez que os valores das velocidades da luz em ambos os sentidos são os mesmos, o observador externo observará o evento da luz chegando à traseira acontecer antes do evento de chegada da luz à frente do compartimento.



Slide 14

## A relatividade da simultaneidade

**Dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência não necessariamente são simultâneos em outro sistema que se move em relação ao primeiro.**

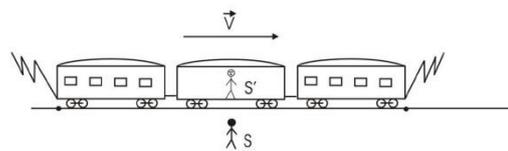
**Dois relógios sincronizados em um sistema de referência não necessariamente estão sincronizados em outro sistema se movendo relativamente ao primeiro.**

Essa não simultaneidade de eventos em um sistema de referência quando eles são simultâneos em outro sistema de referência é um *resultado puramente relativístico*, isto é, uma consequência de que a luz sempre se propaga com a mesma rapidez para todos os observadores como prevê o 2º Postulado de Einstein.

Slide 15

## A relatividade da simultaneidade

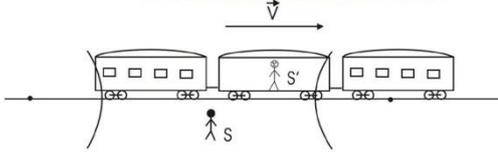
Vejamos mais um exemplo de um experimento mental. Consideremos o trem de Einstein (experiência de pensamento) que se desloca com velocidade relativística constante  $v$  (velocidade próxima à da luz), com um observador  $S'$  que se encontra exatamente no meio do trem, e outro observador  $S$  que se encontra no solo, e que estão se cruzando exatamente quando dois raios ocorrem. Consideremos que os dois raios atinjam as posições frontal e traseira do trem, do ponto de vista do observador  $S$ , ao mesmo tempo.



Slide 16

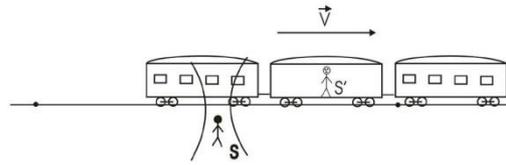
## A relatividade da simultaneidade

Diz-se que os eventos serão simultâneos para o observador S, pois as duas frentes de onda de luz irão atingi-lo ao mesmo tempo. Já para o observador que está no referencial no interior do trem (referencial S') os eventos não serão simultâneos, ou seja, ele verá primeiro a frente de onda da frente, pois é neste sentido que se desloca o trem, e depois verá a frente de onda de trás.



Slide 17

## A relatividade da simultaneidade



Slide 18

## A relatividade da simultaneidade

Isto está de acordo com o princípio da invariância da velocidade da luz, ou seja, para qualquer que seja o observador inercial, ambos os pulsos luminosos se movem com a mesma rapidez "c". Logo, S' é levado a concluir que o raio produzido na frente do trem foi emitido primeiro do que o outro, ou seja, para este observador os raios não são simultâneos.

Slide 19

## A relatividade da simultaneidade

Podemos, então, propor a seguinte questão: quem está com a razão, o observador S ou o observador S'? Ambos estão corretos; embora pareça estranho, não existe uma única resposta para tal questão. A simultaneidade é uma noção relativa e não absoluta.

Slide 20

## A relatividade da simultaneidade

Se a velocidade da luz fosse infinita em qualquer referencial, os dois eventos seriam simultâneos para os dois observadores. Mas, como a rapidez da luz é igual em todas as direções em qualquer referencial inercial, os dois eventos que são simultâneos em um referencial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial.

Slide 21

## A relatividade da simultaneidade

<https://www.youtube.com/watch?v=ZrAJN6tvHMs>

Slide 22

## A natureza do tempo

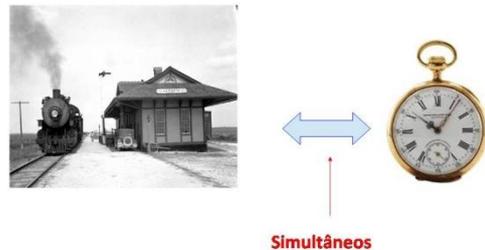
### O que é o tempo?

"(...) todos os nossos julgamentos em que o tempo desempenha um papel são sempre julgamentos de eventos simultâneos."

(Einstein)

Slide 23

## A natureza do tempo



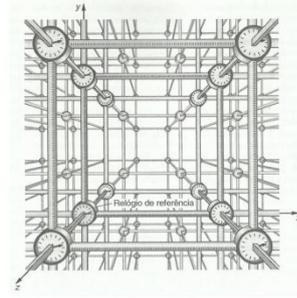
Slide 24

### Refinando o conceito de observador

A partir de agora, quando falarmos em “observador” em relatividade, estaremos implicitamente nos referindo a um sistema de coordenadas inercial com uma pessoa parada na origem desse sistema de coordenadas e com seu próprio cronômetro, que será uma espécie de “observador-mor”, ajudado por um número muito grande de “observadores-ajudantes”, cada um deles fixo em cada posição dos eixos x, y e z, dotados de seu próprio cronômetro preciso.

Slide 25

### Refinando o conceito de observador



Slide 26

### Refinando o conceito de observador

Mas não adiantará sincronizar os relógios com o relógio usado pelo “observador-mor” na origem quando eles estão todos em repouso relativo com este, e só então movê-los para suas posições no sistema de coordenadas, porque não saberemos de antemão se a movimentação dos relógios não afetará seus andamentos e, então, não podemos supô-lo previamente. Uma maneira adequada de fazer a sincronização é colocar cada um dos relógios na sua posição definitiva no sistema de coordenadas e depois sincronizá-los por meio de sinais.

Slide 27

### Refinando o conceito de observador

Por exemplo, considere a sincronização de um certo relógio B, localizado a uma distância L da origem do sistema de coordenadas, ou seja, do “observador-mor”. Esta distância pode ser medida previamente sem nenhum problema. Combinamos, então, que o relógio na origem do sistema, que chamaremos de A, será acionado no mesmo momento em que um raio de luz é emitido a partir desta posição. Quando este sinal luminoso atingir o relógio B, o “observador-ajudante” nesta posição acertará seu relógio para L/c. Este procedimento pode ser realizado para todos os outros relógios auxiliares e, assim, todos ficarão sincronizados corretamente com o relógio A usado pelo “observador-mor”.

Slide 28

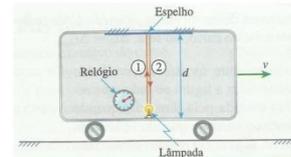
### Refinando o conceito de observador

Esse conjunto de “observadores-ajudantes”, adequadamente sincronizados com o relógio do “observador-mor”, é que constitui efetivamente um “observador” em Relatividade Especial. Assim, quando dissermos que dois acontecimentos são simultâneos para um dado “observador”, queremos dizer mais precisamente o seguinte: os dois “observadores-ajudantes” mais próximos dos eventos, usando seus próprios relógios, registraram iguais tempos de ocorrência para os acontecimentos.

Slide 29

### A dilatação do tempo

Novamente faremos uso de um experimento mental. Imagine um carrinho que se desloca com velocidade v, constante em relação ao solo. Nesse carrinho há uma fonte de pulsos luminosos (por exemplo, uma lâmpada) e um espelho. Uma pessoa dentro do carrinho mede com um relógio o intervalo de tempo entre a emissão de um pulso de luz (evento 1) e o retorno desse pulso (evento 2) após a reflexão no espelho. Os dois eventos (emissão e retorno do pulso luminoso) ocorrem no mesmo local e são medidos com auxílio de um único relógio.



Slide 30

### A dilatação do tempo

Esse intervalo de tempo ( $\Delta t_0$ ), medido no referencial do carrinho, é o tempo que a luz leva para ir da lâmpada ao espelho e voltar à lâmpada e é dado por:

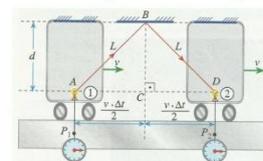
$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (\text{eq. 1})$$

em que “d” é a distância da lâmpada ao espelho e “c” é a velocidade da luz.

Slide 31

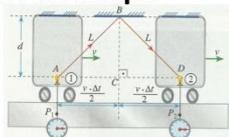
### A dilatação do tempo

Cabe, novamente, perguntarmo-nos: como esses dois eventos são observados por uma pessoa que está fora do carrinho, ou seja, parada no solo enquanto o carro passa por ela?



Slide 32

## A dilatação do tempo



Observe, na figura, que:

→ Para medir o intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso, a pessoa precisa de dois relógios sincronizados, um para cada evento.

→ O percurso efetuado pela luz (2L) é maior do que 2d.

Slide 33

## A dilatação do tempo

Contudo, como a velocidade da luz é a mesma em qualquer dos referenciais (pelo 2º Postulado de Einstein), o intervalo de tempo entre os dois eventos ( $\Delta t$ ) medido pela pessoa fora do carrinho é dado por:

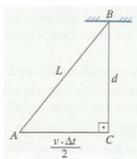
$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (\text{eq. 2})$$

Comparando  $\Delta t$  com  $\Delta t_0$ , obtemos  $\Delta t > \Delta t_0$ . Essa análise nos permite concluir que o relógio em movimento funciona mais lentamente que o relógio em repouso.

Slide 34

## A dilatação do tempo

Para estabelecer a relação entre os dois intervalos de tempo ( $\Delta t$  e  $\Delta t_0$ ), vamos considerar a figura abaixo, que representa a trajetória da luz emitida pela lâmpada, quando observada pela pessoa dentro do carrinho e quando observada por uma pessoa fora do referencial do carrinho, parada em relação ao solo enquanto o carro passa por ela.



Slide 35

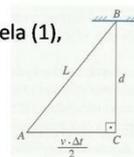
## A dilatação do tempo

De acordo com o Teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4} \rightarrow L = \sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4}} \quad (\text{eq. 3})$$

Dividindo, agora, a equação (2) pela (1), obtemos:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\frac{2L}{c}}{\frac{2d}{c}} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{L}{d} \quad (\text{eq. 4})$$



Slide 36

## A dilatação do tempo

Substituindo (3) em (4) e lembrando que  $d = (c \cdot \Delta t_0)/2$ , obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{\Delta t_0} &= \frac{\sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{d} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{\frac{c \cdot \Delta t_0}{2}} \\ \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} &= \left(\frac{c^2 \cdot \Delta t_0^2}{4} + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}\right) \cdot \frac{4}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \rightarrow \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} = 1 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \\ \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) &= 1 \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

Slide 37

## A dilatação do tempo

Nessa última expressão,  $\Delta t_0$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador em repouso no interior do carrinho (tempo próprio) e  $\Delta t$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador fora do carrinho, que se desloca em movimento retilíneo uniforme em relação ao solo (tempo dilatado).

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Slide 38

## A dilatação do tempo

De acordo com essa expressão, podemos concluir que:

→ se a velocidade ( $v$ ) com que o carrinho se move for muito menor do que a velocidade da luz ( $v \ll c$ ), os intervalos de tempo  $\Delta t$  e  $\Delta t_0$  serão praticamente iguais (isso significa que, para as velocidades do nosso cotidiano, os efeitos relativísticos são desprezíveis).

→ no entanto, à medida que a velocidade ( $v$ ) do carrinho aproxima-se da velocidade da luz, os efeitos relativísticos tornam-se cada vez mais acentuados, ou seja,  $\Delta t$  fica cada vez maior que  $\Delta t_0$ . A isto chama-se na Teoria da Relatividade de "dilatação temporal" ou "dilatação do tempo".

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Slide 39

## Referências

- Carron, W.; Guimarães, O. (2002). *As faces da Física*. 2. ed. São Paulo: Moderna.
- Damasio, F.; Ricci, T. F. (2009) *Relatividade de Einstein em Uma Abordagem Histórico-Fenomenológica*. Textos de apoio ao professor de física. v. 20. n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Hewitt, P. G. (2002) *Física conceitual*. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.
- Tipler, P. A.; Llewellyn, R. A. (2001) *Física Moderna*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- Ricci, T. F. (2000) *Teoria da Relatividade Especial*. Texto de apoio ao professor de física. n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Wolff, J. F. de S.; Mors, P. M. (2005) *Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein*. Textos de apoio ao professor de física. v. 16. n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.

Slide 40

## Apêndice O – Lista de exercícios da Aula 5

### RESPONDA:

- 1) Suponha que o observador de pé sobre o planeta da Figura 2 do texto de apoio veja um par de centelhas incidindo simultaneamente nas extremidades frontal e traseira do compartimento de uma nave espacial altamente veloz. As centelhas serão simultâneas para um observador situado no meio do compartimento? (Estamos considerando aqui que um observador pode detectar quaisquer ligeiras diferenças nos tempos que a luz leva para se deslocar das extremidades até o meio do compartimento).
- 2) Nosso senso comum é de que se dois acontecimentos são simultâneos em um referencial inercial, em qualquer outro referencial inercial estes mesmos acontecimentos também serão simultâneos. Mas isto está em desacordo com a Relatividade Especial. Por que acontecimentos simultâneos em um referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial? Isto é consequência de qual postulado?
- 3) Se um evento A ocorre antes de um evento B em um referencial inercial, é possível que em outro referencial inercial o evento B ocorra antes do evento A?
- 4) Consideremos que uma pessoa esteja viajando em uma nave com velocidade constante de 60% da velocidade da luz, em relação à Terra, e verifica que um determinado processo dentro da nave leva, para sua ocorrência, um intervalo de tempo de 1 minuto. Para um observador que ficou em um referencial em repouso em relação à Terra, qual será o intervalo de tempo para a ocorrência do mesmo processo?
- 5) O efeito do movimento sobre o tempo já foi bastante usado em filmes de ficção científica, como em *O Planeta dos Macacos*, em que a tripulação de uma nave espacial fica em missão durante três anos, medido no relógio da nave. Quando ela regressa à Terra, verifica que aqui se passaram cinquenta anos! Calcule, para esta situação, a velocidade da nave.
- 6) José encontra-se em um referencial S' em movimento em relação a outro referencial S, onde está Carlos. José realiza uma experiência, em S', e mede sua duração  $t_{\text{José}}$  (tempo próprio). Carlos, de S, vê a experiência durar  $t_{\text{Carlos}}$  (tempo dilatado). Foi constatado que  $t_{\text{Carlos}} = 2 t_{\text{José}}$ . Com este resultado, estime a velocidade relativa entre os referenciais.
- 7) Uma espaçonave viaja com velocidade  $v = 0,80.c$ . Supondo que se possam desprezar os tempos de aceleração e desaceleração da nave durante uma jornada de ida e volta que leva 12 anos, medidos por um astronauta a bordo, pode-se afirmar que um observador que permaneceu na Terra terá envelhecido, em anos:

- 8) Desejamos fazer uma viagem, de ida e volta, viajando em uma espaçonave com velocidade constante em linha reta, durante seis meses e, então, retornar com a mesma velocidade. Desejamos, além disso, ao retornar, encontrar a Terra como ela será 1.000 anos depois, contado do início da viagem. Determine:
- a) Com que velocidade devemos viajar?
  - b) Importa, ou não, que a viagem se faça em linha reta ou em círculo?

## Apêndice P – Texto de apoio – Aula 6

### O ESPAÇO-TEMPO

Começemos imaginando dois observadores lado a lado, em repouso um em relação ao outro, compartilham de um mesmo **sistema de referência inercial**. Ambos concordam em suas medições do espaço e dos intervalos de tempo entre eventos dados, portanto dizemos **que eles compartilham a mesma região do espaço-tempo**.

Entretanto, **se existir movimento relativo entre eles**, os observadores passam a não concordar em suas medições do espaço e do tempo porque **cada observador se encontrará em uma diferente região do espaço-tempo**. Para valores comuns de velocidade, as diferenças entre suas medidas são imperceptíveis, mas para valores de velocidades muito grandes – próximos ao da luz, as assim denominadas velocidades relativísticas – as diferenças tornam-se apreciáveis. As medidas diferem de tal maneira que **cada observador sempre obterá a mesma razão entre o espaço e o tempo para a luz**; quanto maior for a distância espacial medida, maior será o intervalo de tempo medido. **Esta razão constante entre espaço e tempo para a luz**, que é “ $c$ ”, **é o fator unificador entre diferentes regiões do espaço-tempo** e constitui a essência do segundo postulado de **Einstein**.

### O PARADOXO DOS GÊMEOS

O francês **Paul Langevin** (1872-1946) criou outra situação imaginária cujos personagens eram **dois gêmeos**, que aqui chamaremos de **Tiago e João**. **Tiago** permanecia na **Terra** e **João** partiria em **viagem** em um veículo espacial **com velocidade muito alta**, próxima à velocidade da luz. **No reencontro, ambos teriam idades diferentes, estando mais velho Tiago, o gêmeo que permaneceu na Terra**.

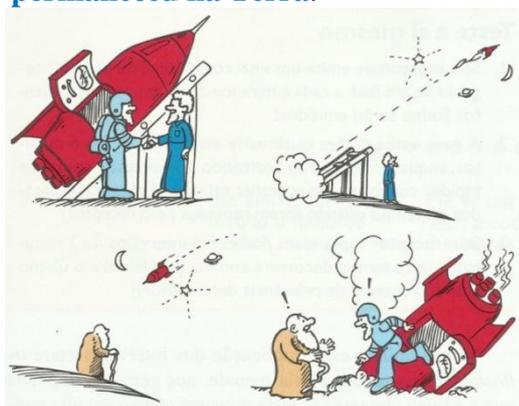


Figura 1. Representação da situação em que o gêmeo viajante (**João**) não envelhece tão rápido quanto o gêmeo que fica em casa (**Tiago**).

Fonte: Hewitt, 2002, p. 605.

Para entender esse experimento de pensamento, temos de analisar a trajetória de cada um dos gêmeos no espaço-tempo. Mas antes é preciso ter em mente que:

1º) Pelo fato de **João** viajar com velocidade muito alta, deve-se considerar os efeitos relativísticos sobre o tempo;

2º) O paradoxo decorre do fato de, à primeira vista, haver simetria de ponto de vista: para **Tiago** e para **João**. Isso porque, na perspectiva de **João** (o irmão do veículo espacial), é **Tiago** (o irmão na Terra) que se desloca rapidamente em sentido contrário.

Seguindo um raciocínio físico, podemos questionar: se o movimento é relativo, então, do ponto de vista de **João** (o gêmeo viajante), foi seu irmão **Tiago**, na Terra, quem se deslocou em alta velocidade. Dessa forma, **Tiago** é quem ficaria mais jovem?

**Parece haver uma simetria de movimento entre o gêmeo que viajou (João) e seu irmão na Terra (Tiago). Mas isso não é verdade! João** parte da Terra (**referencial 1**) e começa a viajar em alta velocidade (**referencial 2**). Em seguida, para e retorna em sentido contrário (**referencial 3**) para finalmente reencontrar **Tiago**. **Tiago** permanece o tempo todo na Terra (**referencial 1 apenas**). **Não há simetria entre os dois!**

Vamos explicar de outra maneira. **Tiago** está na Terra; então podemos considerar que **Tiago** encontra-se num **referencial inercial**. Já **João**, o gêmeo viajante, está no veículo espacial, que não pode ser considerado um **referencial inercial**, pois, para atingir a velocidade muito alta, e para mudar o sentido do movimento, o veículo espacial tem de ser acelerado e desacelerado. **Não temos paradoxo, já que não estamos comparando observações a partir de dois referenciais inerciais distintos.**

**O problema não é, pois, simétrico.** Assim, quando se reencontram, **Tiago** (o gêmeo que ficou na Terra) e **João** (o gêmeo viajante) não terão que ter a mesma idade, já que **Tiago** (o gêmeo que ficou na Terra) permaneceu em um **referencial inercial**, enquanto que **João** (o gêmeo viajante) sofreu grandes acelerações.

## A VIAGEM DO GÊMEO

Para enriquecer a aprendizagem, vamos analisar o paradoxo dos gêmeos sob outra perspectiva. Primeiro, consideremos uma nave espacial pairando em repouso com respeito à Terra. Suponha que a nave envie breves *flashes* luminosos para o planeta a intervalos de tempo regulares (Figura 2). Decorrerá algum tempo antes que os *flashes* cheguem ao planeta, da mesma forma que a luz solar leva cerca de 8 minutos para alcançar a Terra. Os *flashes* luminosos chegarão ao receptor sobre o planeta com velocidade de valor igual a “c”. Como não existe movimento relativo entre o emissor e o receptor, sucessivos *flashes* serão captados com a mesma frequência com a qual são regularmente emitidos. Por exemplo, se um *flash* é emitido da nave a cada 6 minutos, após certo tempo de retardo eles passarão a ser captados pelo receptor a cada 6 minutos. Sem haver qualquer movimento envolvido, nada existe de incomum nisto.

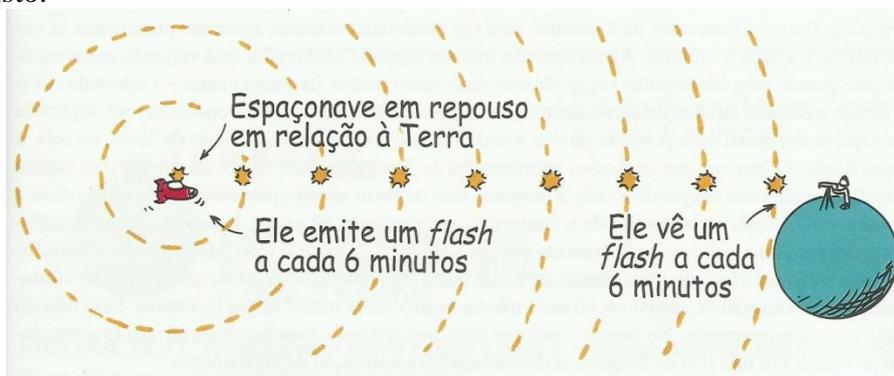


Figura 2. Quando nenhum movimento está envolvido, os *flashes* luminosos são recebidos com a mesma frequência com que são emitidos pela nave espacial.

Fonte: Hewitt, 2002, p. 605.

Quando há movimento envolvido, a situação é completamente diferente. É importante notar que a velocidade de propagação dos *flashes* ainda será “c” (dado que esta é a maior velocidade que pode existir), não importando como a nave ou o receptor possam estar se movendo. Quão frequentemente os *flashes* são vistos, no entanto, depende muito do movimento relativo envolvido. Quando a nave se desloca em direção ao receptor, este capta os *flashes* mais frequentemente. Isso acontece não apenas porque o tempo é alterado devido ao movimento, mas principalmente porque cada *flash* sucessivo tem uma distância menor para percorrer quando a nave está se aproximando do receptor. Se a espaçonave emitir um *flash* a cada 6 minutos, os *flashes* serão vistos a intervalos de tempo menores do que este. Suponha que a nave esteja viajando rápido o bastante para que os *flashes* sejam captados com frequência duas vezes maior. Então eles estarão sendo vistos a intervalos de 3 minutos (Figura 3).

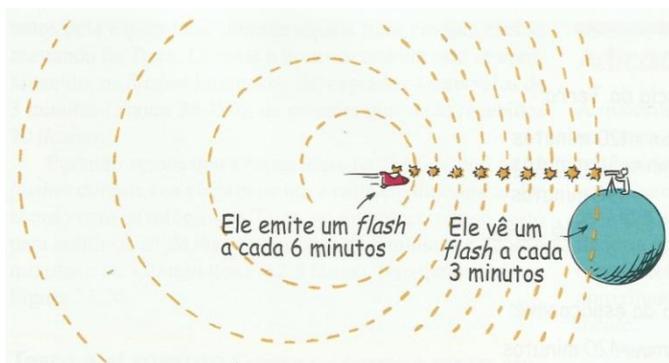


Figura 3. Quando o emissor se move em direção ao receptor, os *flashes* são captados mais frequentemente.  
Fonte: Hewitt, 2002, p. 607.

Se a nave estiver se afastando do receptor com a mesma velocidade anterior, ainda emitindo *flashes* a intervalos de 6 minutos, esses *flashes* serão captados pelo receptor com a metade da frequência de emissão, ou seja, a intervalos de 12 minutos (Figura 4). Isso se deve principalmente a que cada *flash* sucessivo tem uma distância maior a percorrer quando a nave está se afastando do receptor.

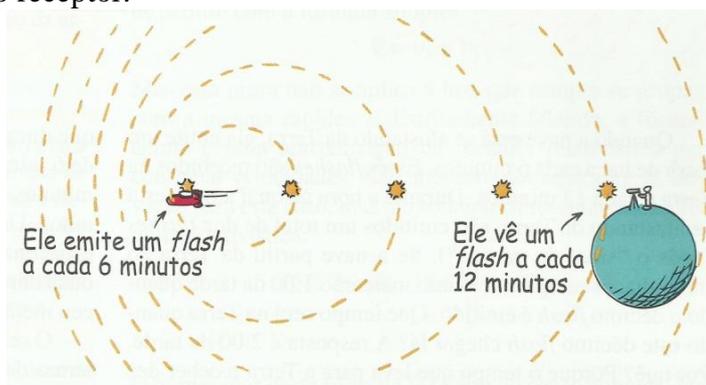


Figura 4. Quando o emissor se move afastando-se do receptor, os *flashes* são captados mais espaçadamente no tempo, e registrados menos frequentemente.  
Fonte: Hewitt, 2002, p. 607.

O efeito resultante da ação de afastamento em relação ao receptor é exatamente o oposto daquele resultante da ação de aproximação. Assim, se os *flashes* são captados duas vezes mais frequentemente quando a espaçonave está se aproximando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 3 minutos), eles são recebidos duas vezes menos frequentemente quando a nave está se afastando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 12 minutos).

Isso significa que se dois eventos são separados no tempo por 6 minutos de acordo com o *relógio da espaçonave*, eles serão vistos como estando separados no tempo por 12 minutos quando a espaçonave estiver se afastando, e por somente 3 minutos quando ela estiver se aproximando por um relógio, por exemplo, colocado na Terra.

Vamos aplicar essa duplicação dos intervalos entre os *flashes*, e sua redução pela metade, aos gêmeos. Suponha que o gêmeo viajante se afaste do outro gêmeo em alta velocidade por 1 hora, então rapidamente faça a curva e retorne durante 1 hora com a mesma velocidade com que se afastou. Siga esta linha raciocínio com a ajuda da Figura 5. O gêmeo viajante faz a viagem de ida e volta em 2 horas, de acordo com todos os relógios existentes a bordo da espaçonave. Entretanto, essa viagem não será registrada com duração de 2 horas a partir do sistema de referência da Terra. Podemos ver isso com a ajuda dos *flashes* do relógio de luz da nave.

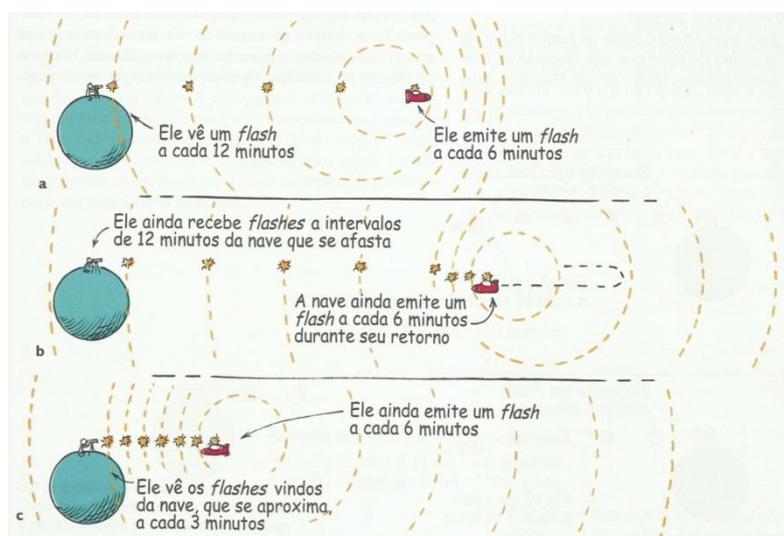


Figura 5. A espaçonave emite *flashes* a cada 6 minutos, durante uma viagem de duas horas. Durante a primeira hora, ela se afasta da Terra. Durante a segunda hora, ela se aproxima.

Fonte: Hewitt, 2002, p. 607.

Quando a nave está se afastando da Terra, ela emite um *flash* de luz a cada 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 12 minutos. Durante a hora na qual a nave está se afastando da Terra, são emitidos um total de 10 *flashes* (após o “sinal de partida”). Se a nave partiu da Terra ao meio-dia, os relógios a bordo marcarão 1h da tarde quando o décimo *flash* é emitido. Que tempo marcará na Terra quando este décimo flash chegar lá? A resposta é 2h da tarde. Por quê? Porque o tempo que leva para a Terra receber dez *flashes* separados por intervalos de 12 minutos é 10 multiplicado por 12 minutos, ou seja, 120 minutos (= 2 horas).

Suponha que a espaçonave é capaz de fazer a curva em um intervalo de tempo tão curto que seja desprezível, e retorne à Terra com a mesma velocidade da ida. Durante a hora que dura o retorno, ela emite mais dez *flashes* a intervalos de 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 3 minutos, de modo que os dez *flashes* chegam durante 30 minutos. Um relógio na Terra marcará 2h30min da tarde quando a espaçonave completar sua viagem de ida e volta em suas duas horas. Vemos que o gêmeo que ficou na Terra envelheceu meia hora a mais do que o que viajou na espaçonave.

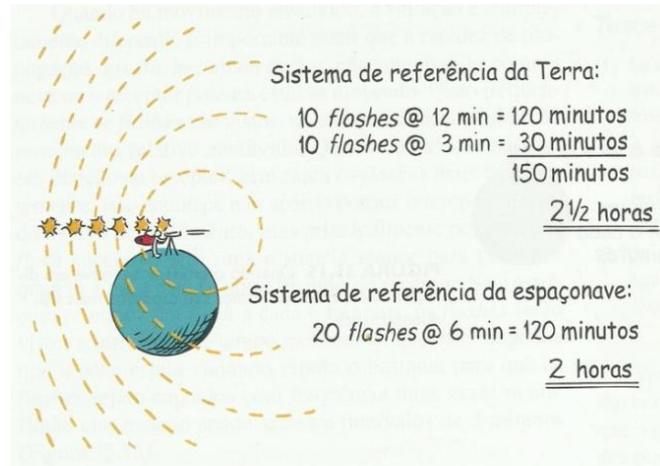


Figura 6. Uma viagem que leva 2h no sistema de referência da espaçonave, é feita em 2h30min de acordo com o sistema de referência da Terra.  
 Fonte: Hewitt, 2002, p. 608.

***O resultado é o mesmo a partir de qualquer dos dois sistemas de referência!***

Considere a mesma viagem novamente, apenas desta vez com os *flashes* sendo emitidos da Terra a intervalos regularmente espaçados de 6 minutos, no tempo da Terra. A partir do sistema de referência da nave que se afasta, esses *flashes* são recebidos a intervalos de 12 minutos (Figura 7a). Isso significa que cinco *flashes* são captados pela espaçonave durante aquela hora em que está se afastando da Terra. Durante a hora em que ela está se aproximando, os *flashes* luminosos são captados a intervalos de 3 minutos (Figura 7b), de maneira que serão recebidos 20 *flashes*.

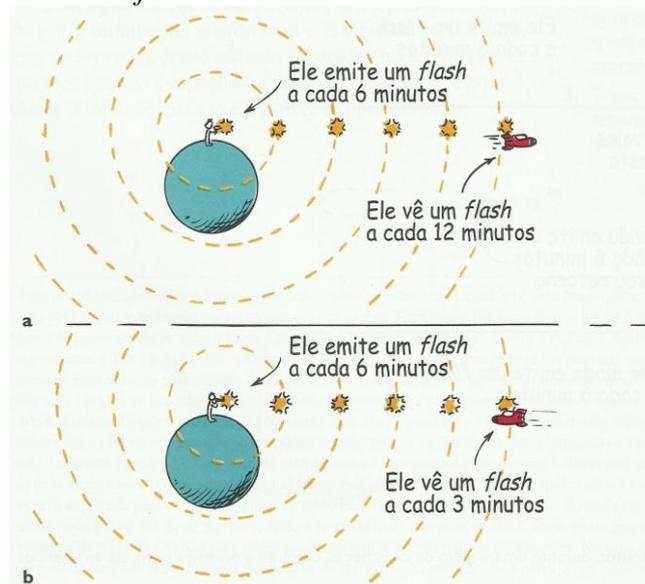


Figura 7. Os *flashes* enviados da Terra a intervalos de 6 minutos são recebidos na nave a intervalos de 12 minutos quando a nave está se afastando, e a intervalos de 3 minutos quando ela está se aproximando.  
 Fonte: Hewitt, 2002, p. 608.

Portanto vemos que a espaçonave recebe um total de 25 *flashes* durante sua viagem de ida e volta em duas horas. De acordo com os relógios da Terra, no entanto, o tempo gasto para emitir os 25 *flashes* a intervalos de 6 minutos é 25 multiplicado por 6 minutos, ou 150 minutos (= 2h30min). Isso é mostrado na Figura 8.

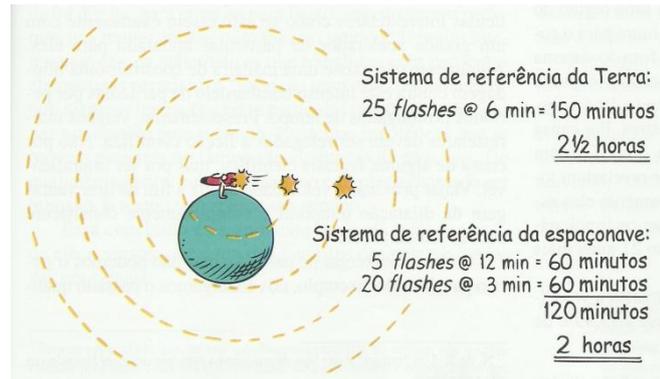


Figura 8. Um intervalo de tempo de 2,5 h na Terra é registrado como durando 2 h no sistema de referência da espaçonave.

Fonte: Hewitt, 2002, p. 609.

Portanto ambos os gêmeos concordam com os mesmos resultados, não havendo qualquer disputa sobre qual deles envelheceu mais. Enquanto o gêmeo que ficou na Terra manteve-se em um único sistema de referência, o gêmeo viajante usou dois sistemas de referência diferentes, separados pela aceleração da espaçonave durante a curva que teve que fazer para retornar. **A espaçonave, com efeito, experimentou duas regiões diferentes do espaço-tempo, enquanto a Terra experimentou uma única região do espaço-tempo, ainda que diferente daqueles mencionados antes.** Os gêmeos podem se encontrar novamente no mesmo lugar do espaço somente à custa do tempo.

## CONTRAÇÃO DO COMPRIMENTO

Novamente faremos uso de um experimento mental. Vamos utilizar o mesmo exemplo do vagão de trem que se move com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo, para comparar medidas do comprimento do vagão feitas por diferentes observadores.

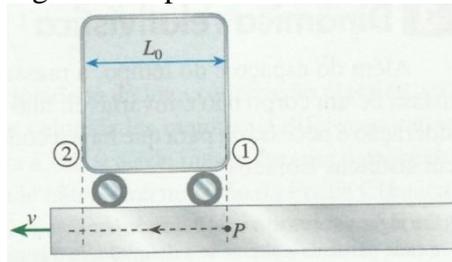


Figura 9. Vagão de trem que se move com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação ao solo. Um observador dentro do carro mede o intervalo de tempo que um ponto P do solo, com velocidade  $-\vec{v}$  em relação a ele, leva para percorrer a distância  $L_0$ .

Fonte: Carron; Guimarães, 2002, p. 687.

Dentro do vagão o observador mede seu comprimento com uma trena. O valor obtido ( $L_0$ ) é **uma medida própria**, pois, em relação ao observador, o vagão está parado. O observador também poderia usar como referência um ponto do solo, que se movimenta em relação a ele com velocidade  $-\vec{v}$ , e medir o intervalo de tempo que esse ponto leva para percorrer a distância  $L_0$ . Ele precisaria utilizar dois relógios sincronizados, e o valor obtido,  $\Delta t$ , **não seria um intervalo de tempo próprio, pois os dois eventos ocorrem em locais distintos!**

Assim, podemos escrever:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \text{ (Eq. 1)}$$

Vejamos agora o observador que está no solo, fora do vagão. Para ele medir o comprimento do vagão, basta usar um único relógio e medir o intervalo de tempo entre as passagens dos pontos A e B, extremos do carro. **Este é um intervalo de tempo próprio ( $\Delta t_0$ ), pois os dois eventos ocorrem no mesmo local!**

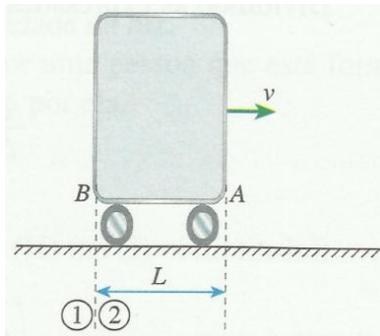


Figura 10. Vagão de trem que se move com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo, observado por uma pessoa que está parada no solo.  
Fonte: Carron; Guimarães, 2002, p. 688.

Portanto, o comprimento  $L$  do carro é dado por:

$$L = v \cdot \Delta t_0 \text{ (Eq. 2)}$$

Para estabelecer a relação entre  $L$  e  $L_0$ , basta dividirmos, agora, a equação (2) pela (1). Obtemos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \cdot \Delta t_0}{v \cdot \Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Nessa expressão,  $L_0$  é o **comprimento próprio, medido pelo observador em repouso no interior do vagão**, e  $L$  é o **comprimento medido pelo observador fora do vagão**, o qual se desloca com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação ao solo.

**Esta expressão nos diz que o comprimento do carro sofre uma contração para o observador que o observa em movimento**, pois o fator  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  é sempre menor que 1. De modo geral, podemos dizer que:

**Corpos em movimento sofrem uma contração na direção deste movimento em relação ao tamanho que têm quando medidos em repouso.**

Vale ressaltar que:

1º) **Na direção perpendicular ao movimento não há alteração da medida do comprimento.** Se um objeto está se movimentando horizontalmente, não ocorre qualquer contração na direção vertical.

2º) **Se o vagão de trem, de alguma maneira, fosse capaz de se mover com velocidade igual a “c”, seu comprimento medido por um observador fora do carro, parado no solo, seria nulo.** Essa é uma das razões por que dizemos que a velocidade de propagação da luz no vácuo é o limite superior para o valor da velocidade de qualquer objeto em movimento.

3º) **Para uma viagem hipotética à velocidade da luz, a contração do comprimento e a dilatação temporal são exatamente as duas faces de um mesmo fenômeno.** Se os astronautas vão tão rápido que se deparam com uma distância de apenas um ano-luz ao invés de quatro, como medido na Terra, eles farão a viagem em pouco mais do que um ano. Já os observadores que estão na Terra afirmam que os relógios a bordo da espaçonave estão se atrasando, de modo que marcarão apenas um ano para quatro anos decorridos no tempo da Terra. Ambos concordam sobre o que acontece: os astronautas estão envelhecidos um pouco mais do que um ano quando eles chegam à estrela. Um conjunto de observadores afirma que é por causa da contração do comprimento, outros afirmam que é por causa da dilatação temporal. **Ambos estão corretos!**

Analisemos uma situação hipotética simples. Isso é o que **Einstein** chamava de experiência mental. Imagine um trem de comprimento 2.400.000 km a uma velocidade de 0,8c, isto é, 240.000 km/s, passando pela plataforma de uma estação que tem o mesmo comprimento do trem (2.400.000 km). Portanto, no referencial da plataforma, o trem levará 10 segundos para percorrê-la totalmente (Figura 11).

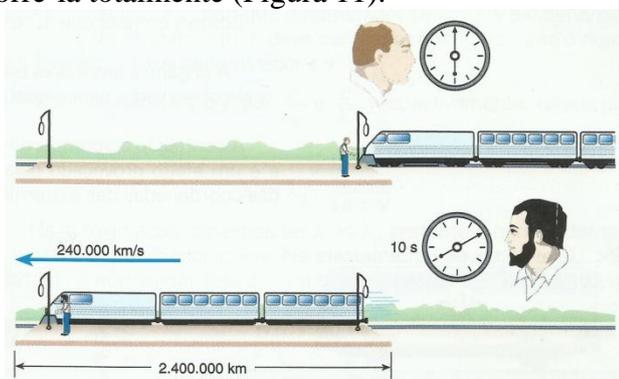


Figura 11. Para o observador na plataforma, o comprimento do trem não se altera.  
Fonte: Ferraro; Penteadó; Soares; Torres, 2001, p. 599.

Entretanto, pela equação  $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , um passageiro no trem registrará apenas 6 segundos para que a plataforma “passe” por ele em sentido oposto. Portanto, dentro do trem, o passageiro mede apenas 1.440.000 km ( $240.000 \text{ km/s} \cdot 6 \text{ s}$ ) para o comprimento da plataforma. Evidentemente a plataforma não encolheu; essa aparente contração no seu comprimento é consequência do movimento relativo entre o observador e o objeto medido (Figura 12). Resumindo: **quem se move mede um intervalo de tempo e um comprimento menores.**

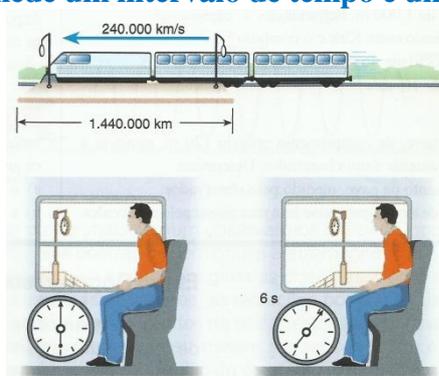


Figura 12. Para o observador no trem, a plataforma parece menor.  
Fonte: Ferraro; Penteadó; Soares; Torres, 2001, p. 599.

## CONTRAÇÃO DE LORENTZ-FITZGERALD

O que acontece com um objeto que se encontra em movimento relativo a um **referencial inercial**? Há uma contração no material, onde as moléculas são afetadas pelo movimento, ficando umas mais próximas das outras, ou seja, há uma alteração na estrutura do material? Ou será que é apenas a aparência visual do objeto em movimento relativo?

Para **Lorentz e FitzGerald** a contração era resultado da modificação da estrutura da matéria: o éter (meio hipotético onde a luz se propagava) afetava as forças moleculares, o que explicaria a contração do comprimento.

No artigo de **FitzGerald** (1889), ele descreve a influência do éter na estrutura dos materiais: "... parece ser uma suposição não improvável que as forças moleculares sejam afetadas pelo movimento (relativo ao éter) e que, em consequência, o tamanho do corpo se altere".

A partir da Teoria da Relatividade Especial de **Einstein**, a contração do comprimento passou a ter um outro significado, deixando de ser uma contração que afetaria a estrutura da matéria, e passou a ser uma contração devido à aparência visual dos objetos em movimento relativo.

Comparando a interpretação dada por **FitzGerald** com a de **Einstein**, verificamos que a primeira estava relacionada com a mudança estrutural da matéria enquanto que a segunda (**Einstein**) está relacionada com o ato de medir, ou seja, não ocorre uma mudança na estrutura da matéria dos corpos, mas sim uma alteração nas medidas de comprimento, pelo fato da luz possuir a mesma velocidade em todas as direções.

## VIAGEM PARA O FUTURO

Vamos imaginar que você construa uma espaçonave capaz de viajar a velocidades próximas à da luz, digamos 80% de seu valor. Você resolve usar a espaçonave para viajar a outro sistema planetário, distante 20 anos-luz do nosso. Para uma pessoa que tenha ficado na Terra, sua viagem de ida dura 25 anos. Para este observador fixo na Terra os eventos da partida e chegada ao outro sistema solar ocorreram em locais diferentes. Mas, para você, os dois eventos ocorreram no mesmo local, ou seja, dentro da espaçonave.

Como foi discutido anteriormente, o intervalo de tempo entre dois eventos quando eles ocorrem em um mesmo local é menor do que quando os mesmos dois ocorrem em locais diferentes. Por conclusão lógica, o tempo de viagem de ida, para você que fez toda a viagem dentro da espaçonave, deve ser menor do que para quem ficou na Terra.

De fato isso ocorre. Se fizéssemos as contas, verificaríamos que, para quem viajou dentro da nave a 80% da velocidade da luz (0,8c), a viagem de ida durou 15 anos, dez anos a menos do que para quem ficou na Terra.

Existem dois pontos a esclarecer aqui. O primeiro diz respeito ao fato de que **a viagem para o futuro é uma via de mão única**. Uma vez que você vá para o futuro, não poderá retornar para o passado, porque **viagens para o passado não são possíveis de acordo com a relatividade de Einstein**: para isso seria necessário viajar mais rápido do que a luz no vácuo, o que é impossível. O segundo ponto é que em uma viagem para o futuro, embora o viajante

envelheça menos do que os que ficam na Terra, isso não significa que seu ciclo vital tenha sofrido alteração, seus batimentos cardíacos continuam os mesmos quando medidos por alguém a bordo da nave e seu cabelo cresce da mesma maneira como na Terra. Em suma, o viajante não conseguiria perceber que está “viajando para o futuro”. Tudo ocorre de maneira parecida com o que acontece quando se está na Terra.

Mas como isso pode acontecer? A resposta está no espaço, mais precisamente em sua contração ou encurtamento. Para quem viaja na nave, a distância entre a Terra e o outro sistema planetário tem um valor diferente do valor medido por quem se encontra em repouso em relação à superfície da Terra.

Sim! O valor da distância é diferente, e menor, para quem está no local dos dois eventos (partida e chegada). Além da medida de intervalo de tempo, agora você já sabe que a medida do espaço também depende do referencial do observador.

Você deve estar se perguntando qual das medidas está realmente certa: 12 ou 20 anos-luz? Desculpe, mas esta pergunta não faz o menor sentido. Como já vimos, não existe um referencial em movimento retilíneo e uniforme que seja privilegiado em relação a outro também dotado de movimento retilíneo e uniforme. É exatamente isto que nos diz o princípio da relatividade de **Einstein**. O referencial da nave é igualmente bom quanto o usado pela pessoa em repouso na Terra. As duas medidas, 12 e 20 anos-luz, são igualmente verdadeiras e válidas.

## REFERÊNCIAS

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As faces da física**. 2 ed., São Paulo: Moderna, 2002.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9 ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

OLIVEIRA, M. P. P. de; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## Apêndice Q – Apresentação Aula 6 – Paradoxo dos gêmeos



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

#### O espaço-tempo

Se existir movimento relativo entre eles, os observadores passam a não concordar em suas medições do espaço e do tempo porque cada observador se encontrará em uma diferente região do espaço-tempo.

Para valores comuns de velocidade, as diferenças entre suas medidas são imperceptíveis, mas para valores de velocidades muito grandes – próximos ao da luz – as diferenças tornam-se apreciáveis.

Slide 3

#### O paradoxo dos gêmeos

O francês **Paul Langevin** (1872-1946) criou uma outra situação imaginária cujos personagens eram **dois gêmeos**, que aqui chamaremos de **Tiago e João**. **Tiago permanecia na Terra e João partiria em viagem em um veículo espacial com velocidade muito alta**, próxima à velocidade da luz. **No reencontro, ambos teriam idades diferentes, estando mais velho Tiago, o gêmeo que permaneceu na Terra.**

Slide 5

#### O paradoxo dos gêmeos

É preciso ter em mente que:

- 1º) Pelo fato de **João** viajar com velocidade muito alta, deve-se considerar os efeitos relativísticos sobre o tempo;
- 2º) O paradoxo decorre do fato de, à primeira vista, haver simetria de ponto de vista. Isso porque, na perspectiva de **João** (o irmão do veículo espacial), é **Tiago** (o irmão na Terra) que se desloca rapidamente em sentido contrário.

Slide 7

#### O espaço-tempo

**Dois observadores em repouso**, um em relação ao outro, **compartilham de um mesmo sistema de referência inercial**. **Ambos concordam em suas medições do espaço e dos intervalos de tempo entre eventos dados**, portanto dizemos que **eles compartilham a mesma região do espaço-tempo**.

Slide 2

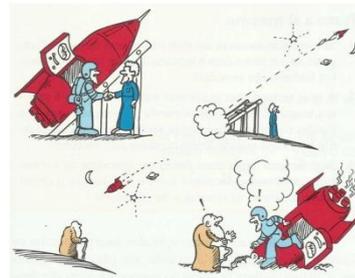
#### O espaço-tempo

As medidas diferem de tal maneira que **cada observador sempre obterá a mesma razão entre o espaço e o tempo para a luz**; quanto maior for a distância espacial medida, maior será o intervalo de tempo medido.

**Esta razão constante entre espaço e tempo para a luz, que é "c", é o fator unificador entre diferentes regiões do espaço-tempo** e constitui a essência do segundo postulado de **Einstein**.

Slide 4

#### O paradoxo dos gêmeos



Slide 6

#### O paradoxo dos gêmeos

Seguindo um raciocínio físico, podemos questionar: se o movimento é relativo, então, **do ponto de vista de João (o gêmeo viajante), foi seu irmão Tiago, na Terra, quem se deslocou em alta velocidade. Dessa forma, Tiago é quem ficaria mais jovem?**

Slide 8

## O paradoxo dos gêmeos

Parece haver uma simetria de movimento entre o gêmeo que viajou (João) e seu irmão na Terra (Tiago). Mas isso não é verdade! João parte da Terra (referencial 1) e começa a viajar em alta velocidade (referencial 2). Em seguida, para e retorna em sentido contrário (referencial 3) para finalmente reencontrar Tiago. Tiago permanece o tempo todo na Terra (referencial 1 apenas). Não há simetria entre os dois!

Slide 9

## O paradoxo dos gêmeos

Vamos explicar de outra maneira. Tiago está na Terra; então podemos considerar que Tiago encontra-se num referencial inercial. Já João, o gêmeo viajante, está no veículo espacial, que não pode ser considerado um referencial inercial, pois, para atingir a velocidade muito alta, e para mudar o sentido do movimento, o veículo espacial tem de ser acelerado e desacelerado. Não temos paradoxo, já que não estamos comparando observações a partir de dois referenciais inerciais distintos.

Slide 10

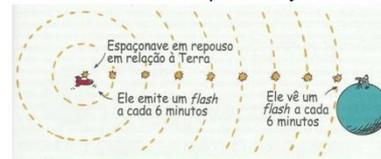
## O paradoxo dos gêmeos

O problema não é, pois, simétrico. Assim, quando se reencontram, Tiago (o gêmeo que ficou na Terra) e João (o gêmeo viajante) não terão que ter a mesma idade, já que Tiago (o gêmeo que ficou na Terra) permaneceu em um referencial inercial, enquanto que João (o gêmeo viajante) sofreu grandes acelerações.

Slide 11

## A viagem do gêmeo

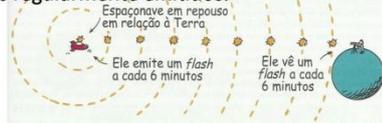
Primeiro, consideremos uma nave espacial pairando em repouso com respeito à Terra. Suponha que a nave envie breves flashes luminosos para o planeta a intervalos de tempo regulares. Decorrerá algum tempo antes que os flashes cheguem ao planeta, da mesma forma que a luz solar leva cerca de 8 minutos para alcançar a Terra.



Slide 12

## A viagem do gêmeo

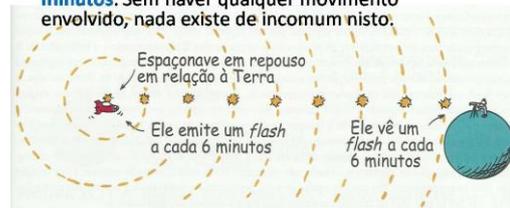
Os flashes luminosos chegarão ao receptor sobre o planeta com velocidade de valor igual a "c". Como não existe movimento relativo entre o emissor e o receptor, sucessivos flashes serão captados com a mesma frequência com a qual são regularmente emitidos.



Slide 13

## A viagem do gêmeo

Por exemplo, se um flash é emitido da nave a cada 6 minutos, após certo tempo de retardo eles passarão a ser captados pelo receptor a cada 6 minutos. Sem haver qualquer movimento envolvido, nada existe de incomum nisto.



Slide 14

## A viagem do gêmeo

Quando há movimento envolvido, a situação é completamente diferente! É importante notar que a rapidez de propagação dos flashes ainda será "c" (dado que esta é a maior velocidade que pode existir), não importando como a nave ou o receptor possam estar se movendo. Quão frequentemente os flashes são vistos, no entanto, depende muito do movimento relativo envolvido.

Slide 15

## A viagem do gêmeo

Quando a nave se desloca em direção ao receptor, este capta os flashes mais frequentemente. Isso acontece principalmente porque cada flash sucessivo tem uma distância menor para percorrer quando a nave está se aproximando do receptor. Se a espaçonave emitir um flash a cada 6 minutos, os flashes serão vistos a intervalos de tempo menores do que este.

Slide 16

## A viagem do gêmeo

Suponha que a nave esteja viajando rápido o bastante para que os *flashes* sejam captados com frequência duas vezes maior. Então eles estarão sendo vistos a intervalos de 3 minutos.



Slide 17

## A viagem do gêmeo

Se a nave estiver se afastando do receptor com a mesma rapidez anterior, ainda emitindo *flashes* a intervalos de 6 minutos, esses *flashes* serão captados pelo receptor com a metade da frequência de emissão, ou seja, a intervalos de 12 minutos. Isso se deve principalmente a que cada *flash* sucessivo tem uma distância maior a percorrer quando a nave está se afastando do receptor.



Slide 18

## A viagem do gêmeo

O efeito resultante da ação de afastamento em relação ao receptor é exatamente o oposto daquele resultante da ação de aproximação. Assim, se os *flashes* são captados duas vezes mais frequentemente quando a espaçonave está se aproximando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 3 minutos), eles são recebidos duas vezes menos frequentemente quando a nave está se afastando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 12 minutos).

Slide 19

## A viagem do gêmeo

Isso significa que se dois eventos são separados no tempo por 6 minutos de acordo com o relógio da espaçonave, eles serão vistos como estando separados no tempo por 12 minutos quando a espaçonave estiver se afastando, e por somente 3 minutos quando ela estiver se aproximando por um relógio, por exemplo, colocado na Terra.

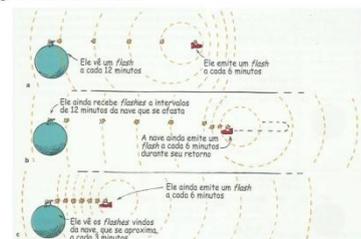
Slide 20

## A viagem do gêmeo

Vamos aplicar essa duplicação dos intervalos entre os *flashes*, e sua redução pela metade, aos gêmeos! Suponha que o gêmeo viajante se afaste do outro gêmeo em alta velocidade por 1 hora, então rapidamente faça a curva e retorne durante 1 hora com a mesma rapidez com que se afastou.

Slide 21

Siga esta linha raciocínio com a ajuda da figura abaixo. O gêmeo viajante faz a viagem de ida e volta em 2 horas, de acordo com todos os relógios existentes a bordo da espaçonave. Entretanto, essa viagem não será registrada com duração de 2 horas a partir do sistema de referência da Terra. Podemos ver isso com a ajuda dos *flashes* do relógio de luz da nave.



Slide 22

Quando a nave está se afastando da Terra, ela emite um *flash* de luz a cada 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 12 minutos. Durante a hora na qual a nave está se afastando da Terra, são emitidos um total de 10 *flashes* (após o "sinal de partida"). Se a nave partiu da Terra ao meio-dia, os relógios a bordo marcarão 1h da tarde quando o décimo *flash* é emitido. Que tempo marcará na Terra quando este décimo *flash* chegar lá? A resposta é 2h da tarde. Por quê? Porque o tempo que leva para a Terra receber dez *flashes* separados por intervalos de 12 minutos é 10 multiplicado por 12 minutos, ou seja, 120 minutos (= 2 horas).



Slide 23

Suponha que a espaçonave é capaz de fazer a curva em um intervalo de tempo tão curto que seja desprezível, e retorne à Terra com a mesma rapidez da ida. Durante a hora que dura o retorno, ela emite mais dez *flashes* a intervalos de 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 3 minutos, de modo que os dez *flashes* chegam durante 30 minutos.



Slide 24

Um relógio na Terra marcará 2h30min da tarde quando a espaçonave completar sua viagem de ida e volta em suas duas horas. Vemos que o gêmeo que ficou na Terra envelheceu meia hora a mais do que o que viajou na espaçonave!



Slide 25

### A viagem do gêmeo

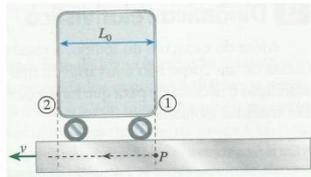
Portanto vemos que a espaçonave recebe um total de 25 flashes durante sua viagem de ida e volta em duas horas. De acordo com os relógios da Terra, no entanto, o tempo gasto para emitir os 25 flashes a intervalos de 6 minutos é 25 multiplicado por 6 minutos, ou 150 minutos (= 2h30min). Isso é mostrado na figura abaixo.



Slide 27

### A contração do comprimento

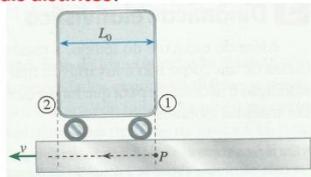
Novamente faremos uso de um experimento mental. Vamos utilizar o mesmo exemplo do vagão de trem que se move com velocidade  $v$ , constante em relação ao solo, para comparar medidas do comprimento do vagão feitas por diferentes observadores.



Slide 29

### A contração do comprimento

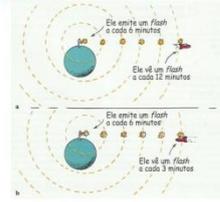
Ele precisaria utilizar dois relógios sincronizados, e o valor obtido,  $\Delta t$ , não seria um intervalo de tempo próprio, pois os dois eventos ocorrem em locais distintos!



Slide 31

O resultado é o mesmo a partir de qualquer dos dois sistemas de referência!

Considere a mesma viagem novamente, apenas desta vez com os flashes sendo emitidos da Terra a intervalos regularmente espaçados de 6 minutos, no tempo da Terra. A partir do sistema de referência da nave que se afasta, esses flashes são recebidos a intervalos de 12 minutos (figura a). Isso significa que cinco flashes são captados pela espaçonave durante àquela hora em que está se afastando da Terra. Durante a hora em que ela está se aproximando, os flashes luminosos são captados a intervalos de 3 minutos (figura b), de maneira que serão recebidos 20 flashes.



Slide 26

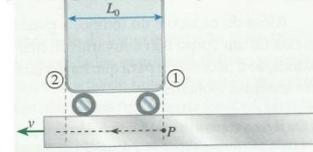
### A viagem do gêmeo

Portanto ambos os gêmeos concordam com os mesmos resultados, não havendo qualquer disputa sobre qual deles envelheceu mais! Enquanto o gêmeo que ficou na Terra manteve-se em um único sistema de referência, o gêmeo viajante usou dois sistemas de referência diferentes, separados pela aceleração da espaçonave durante a curva que teve que fazer para retornar. A espaçonave, com efeito, experimentou duas regiões diferentes do espaço-tempo, enquanto a Terra experimentou uma única região do espaço-tempo, ainda que diferente daqueles mencionados antes. Os gêmeos podem se encontrar novamente no mesmo lugar do espaço somente à custa do tempo.

Slide 28

### A contração do comprimento

Dentro do vagão o observador mede seu comprimento com uma trena. O valor obtido,  $L_0$ , é uma medida própria, pois, em relação ao observador, o vagão está parado. O observador também poderia usar como referência um ponto do solo, que se movimenta em relação a ele com velocidade  $-v$ , e medir o intervalo de tempo que esse ponto leva para percorrer a distância  $L_0$ .

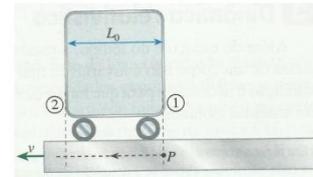


Slide 30

### A contração do comprimento

Assim, podemos escrever:

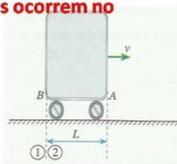
$$L_0 = v \cdot \Delta t \text{ (eq. 1)}$$



Slide 32

## A contração do comprimento

Vejamos agora o observador que está no solo, fora do vagão. Para ele medir o comprimento do vagão, basta usar um único relógio e medir o intervalo de tempo entre as passagens dos pontos A e B, extremos do carro. **Este é um intervalo de tempo próprio ( $\Delta t_0$ ), pois os dois eventos ocorrem no mesmo local!**



Slide 33

## A contração do comprimento

Portanto, o comprimento L do carro é dado por:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \quad (\text{eq. 1})$$

Para estabelecer a relação entre L e  $L_0$ , basta dividirmos, agora, a equação (2) pela (1).

Obtemos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \cdot \Delta t_0}{v \cdot \Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Slide 34

## A contração do comprimento

Nessa expressão,  $L_0$  é o **comprimento próprio, medido pelo observador em repouso no interior do vagão**, e L é o **comprimento medido pelo observador fora do vagão**, o qual se desloca com velocidade constante em relação ao solo.

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Slide 35

## A contração do comprimento

**Esta expressão nos diz que o comprimento do carro sofre uma contração para o observador que o observa em movimento**, pois o fator  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  é sempre menor que 1.

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Slide 36

## A contração do comprimento

De modo geral, podemos dizer que:

**Corpos em movimento sofrem uma contração na direção deste movimento em relação ao tamanho que têm quando medidos em repouso.**

Slide 37

## A contração do comprimento

Vale ressaltar que:

1º) **Na direção perpendicular ao movimento não há alteração da medida do comprimento.**

Se um objeto está se movimentando horizontalmente, não ocorre qualquer contração na direção vertical.

Slide 38

## A contração do comprimento

2º) **Se o vagão de trem, de alguma maneira, fosse capaz de se mover com velocidade igual a "c", seu comprimento medido por um observador fora do carro, parado no solo, seria nulo.** Essa é uma das razões por que dizemos que a velocidade de propagação da luz no vácuo é o limite superior para o valor da velocidade de qualquer objeto em movimento.

Slide 39

## A contração do comprimento

3º) **Para uma viagem hipotética à velocidade da luz, a contração do comprimento e a dilatação temporal são exatamente as duas faces de um mesmo fenômeno.** Se os astronautas vão tão rápido que se deparam com uma distância de apenas um ano-luz ao invés de quatro, como medido na Terra, eles farão a viagem em pouco mais do que um ano. Já os observadores que estão na Terra afirmam que os relógios a bordo da espaçonave estão se atrasando, de modo que marcarão apenas um ano para quatro anos decorridos no tempo da Terra. Ambos concordam sobre o que acontece: os astronautas estão envelhecidos um pouco mais do que um ano quando eles chegam à estrela. Um conjunto de observadores afirma que é por causa da contração do comprimento, outros afirmam que é por causa da dilatação temporal. **Ambos estão corretos!**

Slide 40

## A contração do comprimento

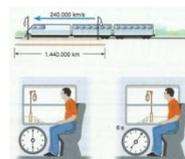
Analisemos uma situação hipotética simples. Isso é o que **Einstein** chamava de experiência mental. Imagine um trem de comprimento 2.400.000 km a uma velocidade de 0,8c, isto é, 240.000 km/s, passando pela plataforma de uma estação que tem o mesmo comprimento do trem (2.400.000 km). Portanto, no referencial da plataforma, o trem levará 10 segundos para percorrê-la totalmente.



Slide 41

## A contração do comprimento

Entretanto, pela equação  $\Delta t = \Delta t_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , um passageiro no trem registrará apenas 6 segundos para que a plataforma "passe" por ele em sentido oposto. Portanto, dentro do trem, o passageiro mede apenas 1.440.000 km (240.000 km/s · 6s) para o comprimento da plataforma. Evidentemente a plataforma não encolheu; essa aparente contração no seu comprimento é consequência do movimento relativo entre o observador e o objeto medido (Figura 12). Resumindo: **quem se move mede um intervalo de tempo e um comprimento menores.**



Slide 42

## Referências

- Carron, W.; Guimarães, O. (2002). *As faces da Física*. 2. ed. São Paulo: Moderna.
- Damasio, F.; Ricci, T. F. (2009) *Relatividade de Einstein em Uma Abordagem Histórico-Fenomenológica*. Textos de apoio ao professor de física. v. 20. n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Ferraro, N. G.; Penteado, P. C.; Soares, P. T.; Torres, C. M. (2001) *Física: ciência e tecnologia*. Volume único. São Paulo: Moderna.
- Hewitt, P. G. (2002) *Física conceitual*. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.
- Oliveira, M. P. P. de; Pogibin, A.; Oliveira, R. C. de A.; Romero, T. R. L. (2011). *Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria*. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD.
- Wolff, J. F. de S.; Mors, P. M. (2005) *Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein*. Textos de apoio ao professor de física. v. 16. n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.

Slide 43

## Apêndice R – Lista de exercícios da Aula 6

### RESPONDA:

- 1) Se a espaçonave emite um sinal como “sinal de partida”, seguido de um *flash* a cada 6 minutos durante uma hora, quantos *flashes* serão emitidos?
- 2) A nave emite *flashes* igualmente espaçados a cada 6 minutos, enquanto está se aproximando do receptor com uma velocidade constante. Esses *flashes* estarão igualmente espaçados no tempo quando forem captados pelo receptor?
- 3) Se o receptor capta esses flashes em intervalos de 3 minutos, quanto tempo decorrerá entre o sinal inicial e o último *flash* (no sistema de referência do receptor)?
- 4) Como o movimento é relativo, não podemos igualmente dizer que a espaçonave se encontra em repouso e que a Terra é que se move, caso em que o gêmeo da espaçonave envelhece mais?
- 5) Considere que os dois irmãos gêmeos, Tiago e João, crescem juntos até a idade de 25 anos, quando João é escolhido para realizar uma viagem espacial, de ida e volta, a uma estrela que fica distante 15 anos-luz da Terra. Para realizar a referida viagem, João embarcará num foguete que atinge a velocidade de 99% da velocidade da luz ( $0,99.c$ ). Quando o foguete retornar à Terra, quais serão as idades de Tiago e de João?
- 6) Uma nave desloca-se com velocidade de 85% da velocidade da luz ( $0,85.c$ ), e um astronauta em seu interior mede seu comprimento e encontra um valor de 12m. Para um observador que se encontra na Terra, qual a medida do comprimento da nave?
- 7) Uma barra mantém-se paralela ao eixo  $x$  de um referencial  $S$ , movendo ao longo deste eixo com velocidade de  $0,7.c$ . O seu comprimento de repouso é de 2,0m. Qual será a medida de seu comprimento no referencial  $S$ ?
- 8) Uma nave espacial, com um comprimento de repouso de 150m, passa por uma estação de observação com velocidade de  $0,85.c$ . Determine:
  - a) Qual o comprimento da nave medido por um observador parado na estação?
  - b) Qual o intervalo de tempo registrado pelo monitor da estação entre as passagens, por um mesmo ponto, da parte da frente e da parte traseira da nave?
- 9) Um avião, cujo comprimento de repouso é de 50m, está se movendo, em relação à Terra, com uma velocidade constante de 630 m/s. Determine a razão entre a medida de seu comprimento de repouso e a medida de seu comprimento para um observador parado na superfície da Terra?

## Apêndice S – Texto de apoio da Aula 7

### A CONTRAÇÃO DO ESPAÇO E A DILATAÇÃO DO TEMPO EM TESTE

Este paradoxo envolve a contração das distâncias e foi proposto pelos norte-americanos **Edwin F. Taylor** (1931-) e **John Archibald Wheeler** (1911-2008). Suponha que um corredor entre em um celeiro de 5 m de profundidade com uma vara de 10 m de comprimento. Um fazendeiro está do lado de fora do celeiro em uma posição em que pode ver a porta da frente aberta e a do fundo, fechada (Figura 1).

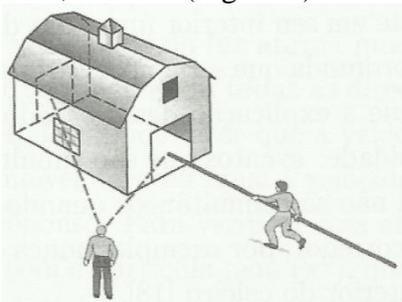


Figura 1. Paradoxo da vara e do celeiro.

Fonte: Peruzzo, 2012, p. 53.

O corredor se move com velocidade  $\vec{v}$  e entra no celeiro. O fazendeiro observa que a vara entrou totalmente no celeiro e fecha a porta da frente, guardando assim uma vara de 10 m de comprimento no interior de um celeiro de 5 m de profundidade. Sendo  $L_0 = 10$  m o comprimento próprio da vara e  $L = 5$  m o comprimento medido pelo fazendeiro.

Relacionando com a equação  $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , vamos calcular a que velocidade “v” isso pode acontecer:

$$\begin{aligned} L &= L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 5 = 10 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{5}{10} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \rightarrow \\ \frac{1}{4} &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c \rightarrow \\ v &\cong 0,87 \cdot c \end{aligned}$$

O paradoxo surge quando a situação é analisada do ponto de vista do corredor. Para ele, a vara que se encontra em repouso no seu referencial inercial, tem o comprimento de 10 m. No entanto, a profundidade do celeiro é de

$$\begin{aligned} L &= L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c\right)^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{c^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}} \rightarrow \\ L &= 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow L = 5 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow L = 2,5 \text{ m} \end{aligned}$$

A questão é: como é possível que um celeiro de 2,5 m de profundidade comporte em seu interior uma vara de 10 m? Fugindo de uma análise mais profunda que seria necessária neste caso, podemos resumir dizendo que a explicação desse paradoxo está **na relatividade da simultaneidade**: eventos que são simultâneos em certo referencial inercial não são simultâneos quando observados em outro referencial. O corredor, por exemplo, nunca consegue ver a vara inteiramente no interior do celeiro.

## DETECÇÃO DOS MÚONS

Raios cósmicos incidentes nas altas camadas da atmosfera produzem partículas instáveis, por exemplo, um tipo de partículas denominadas múons. Sabe-se que a vida média de um múon, medida num referencial que viaja junto com ele, é de  $2,2\mu\text{s}$  (tempo próprio), aproximadamente. Após esse curtíssimo intervalo de tempo, o múon desintegra-se, dando origem a outras partículas (um elétron, um antineutrino do elétron e um neutrino do múon, como previsto na Física de Partículas). Muitos múons produzidos na alta atmosfera movem-se a uma velocidade aproximadamente igual a  $0,998c$ .

Nessas condições, vamos calcular a distância que os múons poderiam percorrer antes de se desintegrarem:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \rightarrow \Delta x = 6,5868 \cdot 10^2 \rightarrow \\ \Delta x \cong 6,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Como a altitude da região, na atmosfera, em que são produzidas é muito maior que 660 m, essas partículas não deveriam chegar à superfície da Terra. No entanto, chegam em abundância. Note que estamos diante de um problema concreto.

Como a velocidade dos múons é muito alta, os efeitos relativísticos não podem ser ignorados, e o problema deve ser resolvido pela Teoria da Relatividade.

Veja as maneiras pelas quais podemos elucidar a questão.

### **Primeira maneira (considerando a dilatação do tempo)**

A vida média do múon é o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos: seu “nascimento” e sua desintegração. Esse intervalo de tempo será medido por dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon).

O referencial S', viajando junto com o múon e, portanto, em repouso em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ .

O referencial S, por sua vez, em movimento em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t$  (tempo dilatado), dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{2,2}{\sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = 34,8\mu\text{s} \cong 35 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Então, em relação a S, o múon, ainda “vivo”, é capaz de percorrer uma distância  $L_0$  dada por:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow L_0 = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 35 \cdot 10^{-6} \rightarrow L_0 = 104,79 \cdot 10^2 \rightarrow \\ L_0 = 1,0479 \cdot 10^4 \text{ m} \rightarrow L_0 = 10.500 \text{ m}$$

Desta forma, fica explicado por que os múons conseguem chegar à superfície da Terra, ou seja, leva em conta o efeito relativístico da dilatação do tempo.

## Segunda maneira (considerando a contração do comprimento)

A altura em que o múon é gerado será medida em dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon). Para facilitar, imagine que o múon seja gerado ao lado do topo de um pico cuja altura é 10.500 m.

Para o referencial S, em repouso em relação ao pico, a altura do pico é  $L_0 = 10.500$  m.

Para o referencial S', móvel em relação ao pico e viajando junto com o múon, a vida média do múon é  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ , mas a altura do pico é L (contraída em relação a  $L_0$ ), dada por:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 10500 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 660 \text{ m}$$

Então, para o múon, a distância a ser percorrida é de 660 m e não de 10.500 m, o que também esclarece a questão.

Em 1976, esses resultados foram comprovados em múons produzidos em laboratório, no acelerador de partículas do Centro Europeu de Pesquisas Nucleares (CERN), localizado em Genebra, Suíça.

Na década de 1960 mediu-se o número de múons incidentes em duas altitudes: a 2.000 m e ao nível do mar. Constatou-se que o número de múons era praticamente o mesmo nessas altitudes, o que só poderia ser explicado se a relatividade de Einstein e sua consequência da dilatação temporal estivessem corretas.

## EXPERIÊNCIA DE HAFELE-KEATING (1971)

Em outubro de 1971, os americanos **Joseph Carl Hafele** (1933-2014) e **Richard E. Keating** (1941-2006) levaram consigo relógios atômicos, de césio, a bordo de aviões a jato comerciais de passageiros. Voaram duas vezes ao redor do mundo, primeiramente no sentido leste e outra vez no sentido oposto, com o objetivo de comparar os tempos medidos nestes relógios com outros que permaneceram no Observatório Naval dos Estados Unidos. Quando reunidos, as marcações de tempo nos relógios que voaram estavam em desacordo com os relógios estacionários e as diferenças foram consistentes com as previsões da Relatividade Restrita e Geral. Este experimento que testou a Teoria da Relatividade ficou conhecido como a *experiência de Hafele-Keating*.



Figura 2. **Hafele** e **Keating** com dois relógios atômicos de césio.

Disponível em:

<<http://blogs.discovermagazine.com/crux/2014/08/29/like-gps-thank-relativity/#.V0i0vPkrKM8>>. Acesso em: 27 maio 2016.

O relógio atômico é o mais preciso que existe, com precisão que pode chegar a  $1.10^{-9}$  s. Para testar a validade da dilatação temporal, foram sincronizados vários relógios atômicos. Alguns deles ficaram em repouso em relação à superfície da Terra (no Observatório Naval dos Estados Unidos), e outros foram colocados dentro de um avião a jato comercial. O intervalo de tempo que se mediu foi entre a decolagem e o pouso do avião. Para os relógios estacionários, os dois eventos não ocorreram no mesmo local, enquanto que, para os relógios dentro do avião, eles ocorreram no mesmo local. A dilatação temporal previa que os relógios dentro do avião se atrasariam um pouco em relação aos relógios estacionários. Então foram feitas as medidas.

Qual foi o resultado? Você já pode imaginar. Foi constatado que os relógios do avião, de fato, atrasaram-se um pouco em relação aos estacionários.

### APARÊNCIA VISUAL DE OBJETOS EM MOVIMENTO RELATIVÍSTICO

Muitos livros apresentam figuras como a Figura 3 para apresentar o aspecto visual de um objeto em movimento com velocidade próxima à da luz.

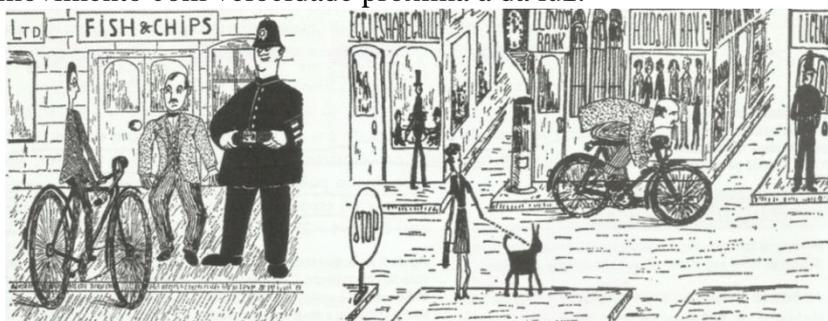


Figura 3. Se a velocidade da luz fosse de algumas dezenas de quilômetros por hora, viveríamos efeitos relativísticos no nosso cotidiano. Na ilustração do astrofísico ucraniano, naturalizado norte-americano, **George Anthony Gamow** (1904-1968), o personagem Mr. Tompkins vê um ciclista com uma velocidade (hipotética) de cerca de 90% da velocidade da luz, sofrendo contração na direção de seu movimento. O personagem se pergunta como veria a cidade se estivesse no lugar do ciclista. Devido ao primeiro postulada da Relatividade Especial, se existe uma lei dizendo que objetos em movimento se contraem na direção do movimento, esta contração também deve aplicar-se ao referencial do ciclista.

Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 335.

Qual seria a aparência visual de um objeto com velocidade relativística?

Em relatividade restrita, “observar” não é a mesma coisa que “ver”. Portanto, é de se esperar que a **aparência visual** de corpos em movimento relativístico (o que está diretamente relacionado com o ato de “ver”) não será necessariamente igual ao que é medido. “Ver” significa que as luzes emitidas pelas diferentes partes de um corpo em movimento alcançaram simultaneamente a retina de nosso olho. Neste sentido, precisamos repensar o ato de “ver”. Assim, “ver” seria a mesma coisa que “fotografar”. Quando dizemos que “vimos” ou “fotografamos” certo corpo se movendo, estamos nos referindo a uma pessoa apenas ou a uma única máquina fotográfica. Mas quando dizemos que o corpo em movimento foi “observado” num dado referencial, isto implicitamente significa que uma infinidade de pessoas e relógios estão envolvidos no ato.

Para esclarecer melhor o que queremos dizer com isso, imagine que o corpo de interesse seja uma barra. Por simplicidade, vamos admitir que ela esteja se movendo longitudinalmente na direção do eixo x. Afim de “observar” o comprimento da barra em um

dado instante, uma infinidade de observadores auxiliares são posicionados em todos os lugares ao longo do eixo x, cada qual dotado de um cronômetro preciso, idêntico aos dos demais auxiliares e previamente sincronizado com eles. Também conhecemos as coordenadas de cada um desses auxiliares ao longo do movimento. Então pedimos a todos eles que usem seus olhos para verificar se uma das extremidades da barra está coincidindo consigo, ou não, na coordenada x naquele instante combinado. É claro que apenas dois auxiliares registrarão “sim”. O comprimento da barra será, então, igual à distância conhecida entre os dois auxiliares que responderam “sim”. Portanto, os olhos de um número infinito de pessoas foram envolvidos numa única “observação” como essa.

Note que é desprezível o tempo gasto para que a luz emitida por qualquer das extremidades da barra alcance o olho do auxiliar mais próximo naquele instante, por causa da grande velocidade com a qual a luz se desloca, de forma que podemos afirmar que os raios de luz registrados pelos olhos dos dois auxiliares que responderam “sim” **foram simultaneamente emitidas** pelas duas extremidades da barra. Mas quando alguém “vê” ou “fotografa” o objeto em movimento, não é isso o que acontece. Raios de luz **registrados simultaneamente** na retina ou no filme e que correspondem a partes diferentes da imagem foram **emitidos não simultaneamente**!

Isto significa que partes diferentes da imagem foram formadas por raios de luz que gastaram tempos diferentes para alcançarem simultaneamente a retina ou o filme; de forma que, no instante em que simultaneamente alcançaram a retina ou o filme, a correspondente parte do objeto estava já em uma posição diferente daquela que ficou registrada na imagem. Se a velocidade relativa do objeto for relativística, o que ficará registrado na fotografia, por exemplo, será bastante diferente do que é “observado” no mesmo instante em que a foto é tirada.

Considere, por exemplo, um cubo de aresta L movendo-se em translação pura (sem rotação) no eixo das abscissas, na direção +x, de certo sistema de coordenadas inercial, com uma velocidade constante  $\vec{v}$  comparável à velocidade da luz no vácuo. Suponha que uma das faces do cubo permaneça paralela ao eixo x. Seja  $t = 0$  o instante em que o ponto central desta face está na posição  $x = 0$ , e que neste instante o auxiliar ali localizado tire uma fotografia do cubo, enquanto que o conjunto infinito de auxiliares trata de “observar” a posição instantânea do cubo. O que se “observará” é que a aresta do cubo paralela ao movimento está contraída

por um fator  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  (contração de Lorentz-FitzGerald, conhecido como “fator de Lorentz”), embora a fotografia vá “mostrar” o cubo não como deformado ou achatado, mas como estando rotado através de um ângulo  $\phi = \arcsin(v/c)$ , em torno de um eixo perpendicular à direção do movimento, como ilustrado na Figura 4.

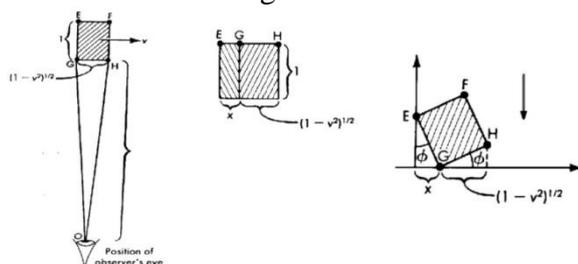


Figura 4. Aparência visual de um cubo que subtende ângulos visuais pequenos. **Centro:** imagem registrada pela retina ou fotografia. **Canto direito:** como o observador visual interpreta o que ele vê ou fotografa. A figura ilustra o que seria uma vista de cima da imagem mental que ele forma a partir dessa interpretação.

Fonte: Ostermann; Ricci, 2002, p. 184.

Se substituíssemos o cubo por uma esfera monocromática e sem marcas de espécie alguma, não notaríamos nada de anormal na imagem fotográfica a esfera, nem achatamento nem rotação! Mas a “observação” realizada revelaria indubitavelmente que a bola está achatada na direção do movimento.

## ADIÇÃO DE VELOCIDADES NA RELATIVIDADE RESTRITA

Na Teoria da Relatividade Restrita, as medidas de tempo e espaço foram modificadas totalmente, e fomos obrigados a abandonar a Relatividade Galileana, dado que agora estamos em outro paradigma, outra maneira de ver e compreender o mundo. Como consequência, a adição de velocidades também foi alterada, até mesmo porque nenhum corpo pode possuir velocidade maior que a da luz em relação a um referencial inercial.

Vamos recordar um pouco a soma galileana de velocidades: considere um trem que se desloca com velocidade  $\vec{V}$  constante, conforme a Figura 5, e uma pessoa dentro do trem deslocando-se no mesmo sentido do trem (referencial inercial  $S'$ ). Um observador está em repouso em um referencial inercial  $S$ , solidário ao solo.

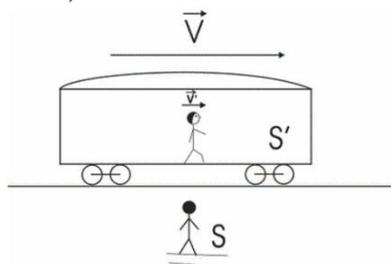


Figura 5. Trem e pessoa se deslocando no mesmo sentido.  
Fonte: extraído de Wolff, 2005, p. 37.

O módulo da velocidade da pessoa que caminha no interior de trem, para quem está em repouso no solo, será:

$$v = V + v' \text{ (Eq. 1)}$$

onde

$V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ;

$v'$  é o módulo da velocidade da pessoa em relação a  $S'$ , caminhando no mesmo sentido do movimento do trem;

$v$  é o módulo da velocidade da pessoa, como vista pelo observador em  $S$ .

Em outra situação, onde a pessoa no interior do trem (referencial  $S'$ ) desloca-se em sentido contrário ao do trem (Figura 6), teremos:

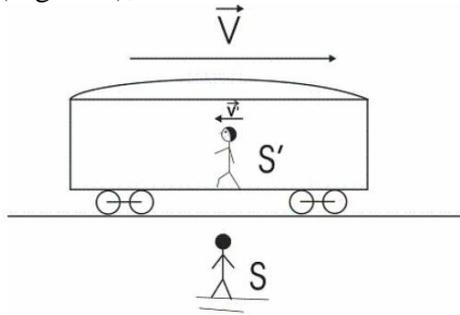


Figura 6. Trem e pessoa se deslocando em sentidos opostos.  
Fonte: Wolff, 2005, p. 38.

$$v = V - v' \text{ (Eq. 2)}$$

em que  $v'$  refere-se ao módulo da velocidade com que a pessoa caminha em relação ao trem, para trás, e supomos  $V > v'$ . Se o trem viaja tão lentamente de tal forma que  $V < v'$ , então o observador em S verá a pessoa deslocar-se para a esquerda com uma velocidade de módulo

$$v = v' - V \text{ (Eq. 3)}$$

Para velocidades relativísticas (isto é, velocidades próximas à velocidade da luz) não podemos utilizar a adição de velocidades descrita por Galileu, pois, de acordo com o segundo postulada da Teoria da Relatividade Restrita, a luz desloca-se em todas as direções com a mesma velocidade “ $c$ ”. Por exemplo, para uma fonte que se desloca com velocidade  $0,8.c$  em relação ao solo e emite um pulso de luz com velocidade “ $c$ ”, se utilizássemos a equação 1 (Eq. 1) calcularíamos que o pulso de luz se deslocaria com velocidade  $1,8.c$ , em relação ao solo, ou seja, teria uma velocidade maior que a velocidade da luz, o que afrontaria o postulada de Einstein.

Então, para velocidades relativísticas, utilizaremos outra relação, a qual chamaremos de adição relativística de velocidades, que é expressa pela equação:

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \text{ (Eq. 4)}$$

Ou, para a determinação de  $v'$ :

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \text{ (Eq. 5)}$$

Desta forma, no exemplo citado acima, a equação 4 fornece:  $V = 0,8.c$ ;  $v' = c$  e  $v = c$ , consistente com o segundo postulada.

A equação 4 estabelece, portanto, uma forma de combinar velocidades compatível com os postulados da Teoria da Relatividade Especial.

## REFERÊNCIAS

BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V.; DOCA, R. H. **Tópicos de Física 3**: eletricidade, física moderna, análise dimensional. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

HADJIMICHEF, D. Teoria da relatividade e relógios. **Centro de referência para o ensino de física**, 2014. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/cref/?area=questions&id=852>>. Acesso em 27 maio 2016.

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9 ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 1. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 3. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos**: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade Restrita no Ensino Médio: contração de Lorentz-FitzGerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 19, n. 2: p. 176-190, 2002.

PERUZZO, J. **Teoria da Relatividade**: conceitos básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## Apêndice T – Slides da Aula 7



### Teoria da Relatividade Restrita

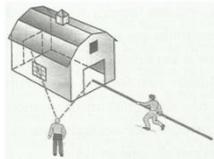
Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

Suponha que um corredor entre em um celeiro de 5m de profundidade com uma vara de 10m de comprimento. Um fazendeiro está do lado de fora do celeiro em uma posição em que pode ver a porta da frente aberta e a do fundo, fechada.



Slide 3

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

Relacionando com a equação  $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , vamos calcular a que velocidade “v” isso pode acontecer:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 5 = 10 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{5}{10} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \rightarrow$$
$$\frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot c^2 \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c \rightarrow$$
$$v \cong 0,87 \cdot c$$

Slide 5

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

A questão é: como é possível que um celeiro de 2,5m de profundidade comporte em seu interior uma vara de 10m? Fugindo de uma análise mais profunda que seria necessária neste caso, podemos resumir dizendo que a explicação desse paradoxo está na **relatividade da simultaneidade**: eventos que são simultâneos em um certo referencial inercial não são simultâneos quando observados em outro referencial. O corredor, por exemplo, nunca consegue ver a vara inteiramente no interior do celeiro.

Slide 7

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

Este paradoxo envolve a contração das distâncias e foi proposto pelos norte-americanos **Edwin F. Taylor** (1931-) e **John Archibald Wheeler** (1911-2008).

Slide 2

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

O corredor se move com velocidade **v** e entra no celeiro. O fazendeiro observa que a vara entrou totalmente no celeiro e fecha a porta da frente, guardando assim uma vara de 10 m de comprimento no interior de um celeiro de 5 m de profundidade. Sendo  $L_0 = 10$  m o comprimento próprio da vara e  $L = 5$  m o comprimento medido pelo fazendeiro.

Slide 4

#### A contração do espaço e a dilatação do tempo em teste

O paradoxo surge quando a situação é analisada do ponto de vista do corredor. Para ele, a vara que se encontra em repouso no seu referencial inercial, tem o comprimento de 10 m. No entanto, a profundidade do celeiro é de

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{4}c^2} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}} \rightarrow$$
$$L = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow L = 5 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow L = 2,5 \text{ m}$$

Slide 6

#### Detecção dos múons

Raios cósmicos incidentes nas altas camadas da atmosfera produzem partículas instáveis, por exemplo, um tipo de partículas denominadas múons. Sabe-se que a vida média de um múon, medida num referencial que viaja junto com ele, é de  $2,2\mu\text{s}$  (tempo próprio), aproximadamente. Após esse curtíssimo intervalo de tempo, o múon desintegra-se, dando origem a outras partículas (um elétron, um antineutrino do elétron e um neutrino do múon, como previsto na física de partículas). Muitos múons produzidos na alta atmosfera movem-se a uma velocidade aproximadamente igual a  $0,998c$ .

Slide 8

## Detecção dos múons

Nessas condições, vamos calcular a distância que os múons poderiam percorrer antes de se desintegrarem:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \rightarrow \Delta x = 6,5868 \cdot 10^2 \rightarrow \Delta x \cong 6,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Slide 9

## Detecção dos múons

**Primeira maneira (considerando a dilatação do tempo)**

A vida média do múon é o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos: seu “nascimento” e sua desintegração. Esse intervalo de tempo será medido por dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon).

O referencial S', viajando junto com o múon e, portanto, em repouso em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ .

Slide 11

## Detecção dos múons

Desta forma, fica explicado por que os múons conseguem chegar à superfície da Terra, ou seja, leva em conta o efeito relativístico da dilatação do tempo.

Slide 13

## Detecção dos múons

Para o referencial S', móvel em relação ao pico e viajando junto com o múon, a vida média do múon é  $\Delta t_0 = 2,2 \mu\text{s}$ , mas a altura do pico é L (contraída em relação a  $L_0$ ), dada por:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 10500 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 660 \text{ m}$$

Então, para o múon, a distância a ser percorrida é de 660 m e não de 10.500 m, o que também esclarece a questão.

Slide 15

## Detecção dos múons

Como a velocidade dos múons é muito alta, os efeitos relativísticos não podem ser ignorados, e o problema deve ser resolvido pela Teoria da Relatividade.

Veja as maneiras pelas quais podemos elucidar a questão.

Slide 10

## Detecção dos múons

O referencial S, por sua vez, em movimento em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t$  (tempo dilatado), dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{2,2}{\sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = 34,8\mu\text{s} \cong 35 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Então, em relação a S, o múon, ainda “vivo”, é capaz de percorrer uma distância  $L_0$  dada por:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow L_0 = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 35 \cdot 10^{-6} \rightarrow L_0 = 104,79 \cdot 10^2 \rightarrow L_0 = 1,0479 \cdot 10^4 \text{ m} \rightarrow L_0 = 10.500 \text{ m}$$

Slide 12

## Detecção dos múons

**Segunda maneira (considerando a contração do comprimento)**

A altura em que o múon é gerado será medida em dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon). Para facilitar, imagine que o múon seja gerado ao lado do topo de um pico cuja altura é 10.500 m.

Para o referencial S, em repouso em relação ao pico, a altura do pico é  $L_0 = 10.500 \text{ m}$ .

Slide 14

## Detecção dos múons

Em 1976, esses resultados ( $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ ,  $\Delta t = 34,8\mu\text{s}$ ,  $L_0 = 10.500 \text{ m}$  e  $L = 660 \text{ m}$ ) foram comprovados através de múons produzidos em laboratório, no acelerador de partículas do Centro Europeu de Pesquisas Nucleares (CERN), localizado em Genebra, na Suíça.

Na década de 1960 mediu-se o número de múons incidentes em duas altitudes: a 2.000 m e ao nível do mar. Constatou-se que o número de múons era praticamente o mesmo nessas altitudes, o que só poderia ser explicado se a relatividade de Einstein e sua consequência da dilatação temporal estivessem corretas.

Slide 16

## Experiência de Hafele-Keating

Em outubro de 1971, os americanos **Joseph Carl Hafele** (1933-2014) e **Richard E. Keating** (1941-2006) levaram consigo relógios atômicos, de célio, a bordo de aviões a jato comerciais de passageiros. Voaram duas vezes ao redor do mundo, primeiramente no sentido leste e outra vez no sentido oposto, com o objetivo de comparar os tempos medidos nestes relógios com outros que permaneceram no Observatório Naval dos Estados Unidos. Quando reunidos, as marcações de tempo nos relógios que voaram estavam em desacordo com os relógios estacionários e as diferenças foram consistentes com as previsões da Relatividade Restrita e Geral. Este experimento que testou a Teoria da Relatividade ficou conhecido como a *experiência de Hafele-Keating*.

Slide 17



Slide 18

## Experiência de Hafele-Keating

O relógio atômico é o mais preciso que existe, com precisão que pode chegar a  $1.10^9$  s. Para testar a validade da dilatação temporal, foram sincronizados vários relógios atômicos. Alguns deles ficaram em repouso em relação à superfície da Terra (no Observatório Naval dos Estados Unidos), e outros foram colocados dentro de um avião a jato comercial. O intervalo de tempo que se mediu foi entre a decolagem e o pouso do avião. Para os relógios estacionários, os dois eventos não ocorreram no mesmo local, enquanto que, para os relógios dentro do avião, eles ocorreram no mesmo local. A dilatação temporal previa que os relógios dentro do avião se atrasariam um pouco em relação aos relógios estacionários. Então foram feitas as medidas.

Qual foi o resultado? Você já pode imaginar. Foi constatado que os relógios do avião, de fato, atrasaram-se um pouco em relação aos estacionários.

Slide 19



Se a velocidade da luz fosse de algumas dezenas de quilômetros por hora, vivenciaríamos efeitos relativísticos no nosso cotidiano. Na ilustração do astrofísico ucraniano, naturalizado norte-americano, **George Anthony Gamow** (1904-1968), o personagem Mr. Tompkins vê um ciclista com uma velocidade (hipotética) de cerca de 90% da velocidade da luz, sofrendo contração na direção de seu movimento. O personagem se pergunta como veria a cidade se estivesse no lugar do ciclista. Devido ao primeiro postulado da Relatividade Especial, se existe uma lei dizendo que objetos em movimento se contraem na direção do movimento, esta contração também deve aplicar-se ao referencial do ciclista.

Slide 21

## Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Quando dizemos que “vimos” ou “fotografamos” um certo corpo se movendo, estamos nos referindo a uma pessoa apenas ou a uma única máquina fotográfica. Mas quando dizemos que o corpo em movimento foi “observado” num dado referencial, isto implicitamente significa que uma infinidade de pessoas e relógios estão envolvidos no ato.

Slide 23

## Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Muitos livros apresentam figuras como a figura seguinte para apresentar o aspecto visual de um objeto em movimento com velocidade próxima à da luz.

Slide 20

## Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Qual seria a aparência visual de um objeto com velocidade relativística?

Em relatividade restrita, “observar” não é a mesma coisa que “ver”. Portanto, é de se esperar que a *aparência visual* de corpos em movimento relativístico (o que está diretamente relacionado com o ato de “ver”) não será necessariamente igual ao que é medido. “Ver” significa que as luzes emitidas pelas diferentes partes de um corpo em movimento alcançaram simultaneamente a retina de nosso olho. Neste sentido, precisamos repensar o ato de “ver”. Assim, “ver” seria a mesma coisa que “fotografar”.

Slide 22

## Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Para esclarecer melhor o que queremos dizer com isso, imagine que o corpo de interesse seja uma barra. Por simplicidade, vamos admitir que ela esteja se movendo longitudinalmente na direção do eixo x. Afim de “observar” o comprimento da barra em um dado instante, uma infinidade de observadores auxiliares são posicionados em todos os lugares ao longo do eixo x, cada qual dotado de um cronômetro preciso, idêntico aos dos demais auxiliares e previamente sincronizado com eles.

Slide 24

### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Também conhecemos as coordenadas de cada um desses auxiliares ao longo do movimento. Então pedimos a todos eles que usem seus olhos para verificar se uma das extremidades da barra está coincidindo consigo, ou **não**, na coordenada  $x$  naquele instante combinado. É claro que apenas dois auxiliares registrarão "sim". O comprimento da barra será, então, igual à distância conhecida entre os dois auxiliares que responderam "sim". Portanto, os olhos de um número infinito de pessoas foram envolvidos numa única "observação" como essa.

Slide 25

### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Note que é desprezível o tempo gasto para que a luz emitida por qualquer das extremidades da barra alcance o olho do auxiliar mais próximo naquele instante, por causa da grande velocidade com a qual a luz se desloca, de forma que podemos afirmar que os raios de luz registrados pelos olhos dos dois auxiliares que responderam "sim" **foram simultaneamente emitidos** pelas duas extremidades da barra. Mas quando alguém "vê" ou "fotografa" o objeto em movimento, não é isso o que acontece. Raios de luz **registrados simultaneamente** na retina ou no filme e que correspondem a partes diferentes da imagem foram **emitidos não simultaneamente!**

Slide 26

### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Isto significa que partes diferentes da imagem foram formadas por raios de luz que gastaram tempos diferentes para alcançarem simultaneamente a retina ou o filme; de forma que, no instante em que simultaneamente alcançaram a retina ou o filme, a correspondente parte do objeto estava já em uma posição diferente daquela que ficou registrada na imagem. Se a velocidade relativa do objeto for relativística, o que ficará registrado na fotografia, por exemplo, será bastante diferente do que é "observado" no mesmo instante em que a foto é tirada.

Slide 27

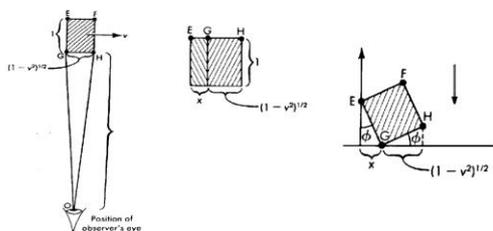
### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Considere, por exemplo, um cubo de aresta  $L$  movendo-se em translação pura (sem rotação) no eixo das abscissas, na direção  $+x$ , de um certo sistema de coordenadas inercial, com uma velocidade constante comparável à velocidade da luz no vácuo. Suponha que uma das faces do cubo permaneça paralela ao eixo  $x$ . Seja  $t = 0$  o instante em que o ponto central desta face está na posição  $x = 0$ , e que neste instante o auxiliar ali localizado tire uma fotografia do cubo, enquanto que o conjunto infinito de auxiliares trata de "observar" a posição instantânea do cubo.

Slide 28

### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

O que se "observará" é que a aresta do cubo paralela ao movimento está contraída por um fator  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  (contração de Lorentz-FitzGerald, conhecido como "fator de Lorentz"), embora a fotografia vá "mostrar" o cubo não como deformado ou achatado, mas como estando rotado através de um ângulo  $\phi = \arcsin(v/c)$ , em torno de um eixo perpendicular à direção do movimento, como ilustrado na figura seguinte.



Slide 29

Slide 30

### Aparência visual de objetos em movimento relativístico

Se substituíssemos o cubo por uma esfera monocromática e sem marcas de espécie alguma, não notaríamos nada de anormal na imagem fotográfica a esfera, nem achatamento nem rotação! Mas a "observação" realizada revelaria indubitavelmente que a bola está achatada na direção do movimento.

Slide 31

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Na Teoria da Relatividade Restrita, as medidas de tempo e espaço foram modificadas totalmente, e fomos obrigados a abandonar a Relatividade Galileana, dado que agora estamos em outro paradigma, outra maneira de ver e compreender o mundo. Como consequência, a adição de velocidades também foi alterada, até mesmo porque nenhum corpo pode possuir velocidade maior que a da luz em relação a um referencial inercial.

Slide 32

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Vamos recordar um pouco a soma galileana de velocidades: considere um trem que se desloca com velocidade  $v$  constante, conforme a figura seguinte, e uma pessoa dentro do trem deslocando-se no mesmo sentido do trem (referencial inercial  $S'$ ). Um observador está em repouso em um referencial inercial  $S$ , solidário ao solo.

Slide 33

### Adição de velocidades em relatividade restrita

O módulo da velocidade da pessoa que caminha no interior de trem, para quem está em repouso no solo, será:

$$v = V + v' \text{ (eq. 1)}$$

onde

$V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ;  
 $v'$  é o módulo da velocidade da pessoa em relação a  $S'$ , caminhando no mesmo sentido do movimento do trem;  
 $v$  é o módulo da velocidade da pessoa, como vista pelo observador em  $S$ .

Slide 35

### Adição de velocidades em relatividade restrita

$$v = V - v' \text{ (eq. 2)}$$

em que  $v'$  refere-se ao módulo da velocidade com que a pessoa caminha em relação ao trem, para trás, e supomos  $V > v'$ .

Se o trem viaja tão lentamente de tal forma que  $V < v'$ , então o observador em  $S$  verá a pessoa deslocar-se para a esquerda com uma velocidade de módulo

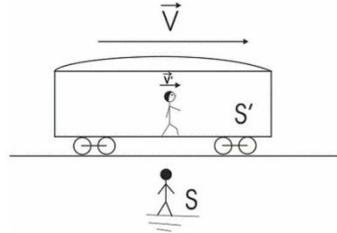
$$v = v' - V \text{ (eq. 3)}$$

Slide 37

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Por exemplo, para uma fonte que se desloca com rapidez  $0,8c$  em relação ao solo e emite um pulso de luz com rapidez " $c$ ", se utilizássemos a equação 1 (eq. 1) calcularíamos que o pulso de luz se deslocaria com rapidez  $1,8c$ , em relação ao solo, ou seja, teria uma velocidade maior que a velocidade da luz, o que afrontaria o postulado de Einstein.

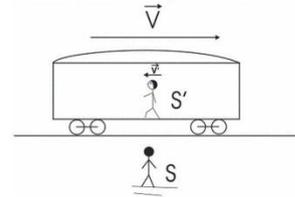
Slide 39



Slide 34

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Em uma outra situação, onde a pessoa no interior do trem (referencial  $S'$ ) desloca-se em sentido contrário ao do trem, teremos:



Slide 36

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Para velocidades relativísticas (isto é, velocidades próximas à velocidade da luz) não podemos utilizar a adição de velocidades descrita por Galileu, pois, de acordo com o segundo postulado da Teoria da Relatividade Restrita, a luz desloca-se em todas as direções com a mesma rapidez " $c$ ".

Slide 38

### Adição de velocidades em relatividade restrita

Então, para velocidades relativísticas, utilizaremos outra relação, a qual chamaremos de adição relativística de velocidades, que é expressa pela equação:

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \text{ (eq. 4)}$$

Slide 40

## Adição de velocidades em relatividade restrita

Ou, para a determinação de  $v'$ :

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \text{ (eq. 5)}$$

Slide 41

## Adição de velocidades em relatividade restrita

Desta forma, no exemplo citado acima, a equação 4 fornece:  $V = 0,8c$ ;  $v' = c$  e  $v = c$ , consistente com o segundo postulado.

A equação 4 estabelece, portanto, uma forma de combinar velocidades compatível com os postulados da Teoria da Relatividade Especial.

Slide 42

## Referências

- Biscola, G. J.; Bôas, N. V.; Doca, R. H. (2007). **Tópicos de Física 3: eletricidade, física moderna, análise dimensional**. 1.ª ed. São Paulo: Saraiva.
- Damasio, J.; Ricci, T. F. (2009) **Relatividade de Einstein em Uma Abordagem Histórico-Fenomenológica**. Textos de apoio ao professor de física. v. 20. n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Hadjimehmed, D. (2014) **Teoria da relatividade e relógios**. Centro de referência para o ensino de física. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/foef/area-qualitativa/RSZ/>>. Acesso em: 27 maio 2016.
- Hewitt, P. G. (2002) **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora.
- Luz, A. M. R. da; Alvares, B. A. (2006). **Curso de Física**. Vol 3. 6. ed. São Paulo: Scipione.
- Luz, A. M. R. da; Alvares, B. A. (2006). **Curso de Física**. Vol 1. 6. ed. São Paulo: Scipione.
- Oliveira, M. F. de; Puppin, A.; Oliveira, R. C. de A.; Romero, I. R. L. (2011). **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD.
- Ostermann, J.; Ricci, T. F. (2007) **Relatividade Restrita no Ensino Médio: construção de Lorentz, FitzGerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física**. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 19, n. 2: p. 176-190, ago. 2002.
- Peruzzo, J. (2012) **Teoria da Relatividade: Conceitos Básicos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna.
- Ricci, T. F. (2008) **Teoria da Relatividade Especial**. Texto de apoio ao professor de física. n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Wolff, J. F. de S.; Mors, P. M. (2005) **Relatividade: a passagem do enfoque galileiano para a visão de Einstein**. Textos de apoio ao professor de física. v. 16. n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.

Slide 43

## Apêndice U – Lista de exercícios da Aula 7

### RESPONDA:

- 1) Consideremos uma nave viajando em direção a um asteroide numa velocidade relativa igual a  $0,6c$ . Suponhamos que essa nave dispare uma sonda para frente, numa velocidade igual a  $0,8c$ , medida em relação à própria nave. Qual a velocidade relativa com que a sonda atingirá o asteroide?
- 2) Vamos considerar uma fonte de luz que atingiu a velocidade de  $0,99975c$  num acelerador de partículas. Se essa fonte emite um raio de luz para frente, qual seria a velocidade medida para esse raio de luz no referencial do acelerador?
- 3) Considere uma espaçonave que está se afastando de você a uma velocidade igual a  $0,5c$ . Ela dispara um foguete que é impulsionado no mesmo sentido do movimento da nave, afastando-se de você, com uma velocidade de  $0,5c$  com respeito à própria nave. Qual a velocidade deste foguete com respeito a você?
- 4) Uma partícula se move ao longo do eixo  $x'$  do referencial  $S'$  com a velocidade de  $0,5c$ . O referencial  $S'$  se move em relação ao referencial  $S$  com a velocidade de  $0,6c$ , no sentido do eixo  $x$ . Os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , de  $S$ , possuem as mesmas orientações dos eixos  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ , de  $S'$ , respectivamente. Qual a velocidade da partícula, conforme medida em  $S$ ?
- 5) Considere duas naves, A e B, que viajam com velocidades respectivas de  $0,6c$  e  $0,8c$ , em relação à Terra, em sentidos opostos. Determine a velocidade relativa de uma nave em relação à outra.
- 6) Duas espaçonaves movem-se em sentidos opostos com velocidades de  $0,8c$ , relativas à Terra. Qual a velocidade de uma das naves relativamente à outra:
  - a) Pela Relatividade de Galileu?
  - b) Pela Relatividade de Einstein?

## Apêndice V – Texto de Apoio da Aula 8

### QUANTIDADE DE MOVIMENTO RELATIVÍSTICA

Historicamente, o problema de obter a quantidade conservada em qualquer tipo de colisão entre partículas foi o que levou à definição atualmente aceita da **quantidade de movimento** (*momentum* linear) de um corpo material, como o produto da sua **massa** pela sua **velocidade vetorial**:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 1)}$$

O francês **René Descartes** (1596-1650), por exemplo, havia inicialmente definido a **quantidade de movimento** (*momentum* linear) como o produto da **massa** pela **velocidade escalar** do corpo, que não se conserva no caso de duas bolas de bilhar se chocando em um plano.

De certa forma, este também foi o caminho tomado por **Einstein** (1879-1955). Ele logo verificou que o princípio da conservação da **quantidade de movimento**, definido de acordo com a equação 1, era não covariante. Isto é, considerando-se uma colisão bidimensional entre duas bolas de bilhar idênticas ( $m_1 = m_2 = m$ ), por exemplo, **Einstein** verificou que a quantidade:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

Onde os subíndices 1 e 2 referem-se às bolas de bilhar, era a mesma antes e depois da colisão descrita por um dado observador inercial S, mas a quantidade correspondente para outro observador inercial S':

$$m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

Não era a mesma antes e depois da colisão.

Contudo, **Einstein** verificou que a quantidade:

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_1 + \frac{m_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_2$$

Era mesma antes e depois da colisão, para qualquer observador inercial, de forma que o princípio da conservação da **quantidade de movimento** tornar-se-ia, novamente, covariante se a **quantidade de movimento relativística** de um corpo ou partícula fosse redefinido para:

$$\vec{Q} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 2)}$$

Ou, escrita de outra forma:

$$\vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 3)}$$

Pela equação 3 percebe-se que a equação 2 é a equação 1 multiplicada pelo fator de Lorentz ( $\gamma$ ); então, para uma pequena velocidade em relação à velocidade da luz, temos que a equação 2 se reduz à equação 1.

Por outro lado, no limite em que “v” tende a “c”,  $\vec{Q}$  torna-se muito grande, tendendo ao infinito!

### ENERGIA RELATIVÍSTICA

A Teoria da Relatividade Restrita modificou também as noções de **energia**. Com certeza, você já viu em algum lugar o que poderíamos definir como a equação mais *pop* da Física:

$$E_0 = m \cdot c^2 \text{ (Eq. 4)}$$

Mas, qual o significado desta equação?

**Einstein** conseguiu demonstrar que a **massa** de um corpo pode ser considerada uma forma de **energia**, ou seja, **massa** pode ser convertida em **energia** e **energia** pode ser convertida em **massa**. Este princípio é denominado de *equivalência massa-energia*.

Na equação 4 temos o que chamamos de **energia de repouso**, ou seja, a **energia** que um corpo possui apenas devido à sua **massa**, desconsiderando outras formas de **energia** como a **energia cinética** (ou seja, energia devida ao movimento).

Agora, quando um corpo está em movimento, além da **energia de repouso**, devida à sua **massa**, terá também **energia cinética** e, assim, a **energia total** será a soma da **energia cinética** com a **energia de repouso**. Neste caso, temos a seguinte equação:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ (Eq. 5)}$$

A equação 5 é a equação 4 multiplicada pelo fator de **Lorentz** ( $\gamma$ ); então, para uma **velocidade** muito pequena comparada à da luz, temos que a equação 5 se reduz à equação 4.

A **energia cinética** de um corpo para velocidades relativísticas é dada pela diferença entre a **energia total** (equação 5) e a **energia de repouso** (equação 4):

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \text{ (Eq. 6)}$$

Nas reações nucleares, por exemplo, a equação de *equivalência massa-energia* de **Einstein** é facilmente verificada, pois os núcleos e as partículas subnucleares interagem, ocorrendo conversão de **massa** em **energia**, e vice-versa.

É essencial destacar que a equação 6 tem o significado de que à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, aumenta a sua energia. A explicação para que um corpo não possa atingir **velocidades** superiores à da luz é que, para isto, seria necessária uma quantidade infinita de **energia**.

Uma interpretação dada por muitos autores é a de que existe uma **massa relativística**. Mas o que consideramos mais coerente é identificarmos a **energia de repouso** (equação 4) e verificarmos que, à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, temos um aumento da **energia cinética** desse corpo e, no caso de objeto de **massa** não nula, sua **energia** tende a um valor infinito à medida que a **velocidade** se aproxima de “c”.

O próprio **Einstein**, inicialmente, adotou a interpretação de **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) de **massa relativística**, para logo em seguida abandoná-la como sendo inconveniente.

A maioria dos textos atuais de Física Moderna omite a expressão relativística da **massa**, apresentando apenas a expressão da **quantidade de movimento relativística**. Nesses

textos, a **massa** é considerada constante ou, para utilizar uma linguagem mais moderna, ela é um **invariante**. A maioria dos livros prefere se referir à **massa** como simplesmente a quantidade que é medida por uma balança, com o corpo estando em repouso com respeito ao observador, mas você já percebeu que a questão é mais complexa.

De acordo com o norte-americano **Eugene Hecht** (1931-), a tendência de considerar a **massa** constante tem crescido muito entre os físicos ultimamente. Segundo **Hecht**, uma das justificativas deste procedimento é a impossibilidade experimental de medir diretamente a variação da **massa** – as evidências experimentais mostram apenas que a **quantidade de movimento** varia. Para reforçar sua argumentação, garante que, em 1948, o próprio **Einstein** teria afirmado que a relatividade da **massa** “*não foi uma boa ideia*”.

Mais importante do que tomar partido nessa controvérsia é perceber que a Física, como qualquer Ciência, está sempre em contínua reformulação.

## ENERGIA E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Seja “m” a **massa** de um corpo que se move com **velocidade**  $\vec{v}$ , em relação a um sistema de referência inercial. A **energia total** do corpo, “E”, e sua **quantidade de movimento**,  $\vec{Q}$ , são dadas por:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \text{ (Eq. 5)}$$

$$\vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 3)}$$

Vamos relacionar “E” com “Q” através de alguns artifícios matemáticos.

Elevando ao quadrado ambos os membros das equações 5 e 3, acima, temos:

$$E^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot c^4 \text{ (Eq. 7)}$$

$$Q^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot v^2 \text{ (Eq. 8)}$$

Multiplicando ambos os membros da equação 8 por  $c^2$ , obtemos:

$$Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \text{ (Eq. 9)}$$

Subtraindo membro a membro das equações 7 e 9, temos:

$$E^2 - Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + \gamma^2 m^2 c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow$$

$$E^2 = Q^2 c^2 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot m^2 \cdot c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + m^2 c^4 \text{ (Eq. 10)}$$

Observação:  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

Para  $m = 0$ , resulta:

$$E = Q \cdot c \text{ (Eq. 11)}$$

Portanto, partículas que possuem **massa** nula têm **energia** e **quantidade de movimento**. É o caso dos fótons.

Essa substituição de “m” por zero implica também outra conclusão extraordinária: toda partícula com **massa** nula tem **velocidade** “c”.

## REFERÊNCIAS

FAGUNDES, H. V. **Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

GASPAR, A. **Física: eletromagnetismo, física moderna**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2001.

RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física: eletricidade, introdução à física moderna, análise dimensional**. Vol. 3. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## Apêndice W – Slides da Aula 8



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

#### Quantidade de movimento relativística

O francês **René Descartes** (1596-1650), por exemplo, havia inicialmente definido a **quantidade de movimento** (*momentum* linear) como o produto da **massa** pela **velocidade escalar** do corpo, que não se conserva no caso de duas bolas de bilhar se chocando num plano.

Slide 3

#### Quantidade de movimento relativística

onde os subíndices 1 e 2 referem-se às bolas de bilhar, **era a mesma antes e depois da colisão** descrita por um dado observador inercial S, mas a **quantidade correspondente para um outro observador inercial S'**

$$m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

**não era a mesma antes e depois da colisão.**

Slide 5

#### Quantidade de movimento relativística

$$\vec{Q} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 2}) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

ou, escrita de outra forma

$$\vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 3}).$$

Pela equação 3 percebe-se que a equação 2 é a equação 1 multiplicada pelo fator de Lorentz ( $\gamma$ ); então, para uma pequena velocidade em relação à velocidade da luz, temos que a equação 2 se reduz à equação 1.

Por outro lado, no limite em que “v” tende a “c”, “Q” torna-se muito grande, tendendo ao infinito!

Slide 7

#### Quantidade de movimento relativística

Historicamente, o problema de obter a quantidade conservada em qualquer tipo de colisão entre partículas foi o que levou à definição atualmente aceita da **quantidade de movimento** (*momentum* linear) de um corpo material, como o produto da sua **massa** pela sua **velocidade vetorial**:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 1})$$

Slide 2

#### Quantidade de movimento relativística

De certa forma, **este também foi o caminho tomado por Einstein** (1879-1955). Ele logo verificou que o princípio da conservação da **quantidade de movimento**, definido de acordo com a equação 1, **era não covariante**. Isto é, considerando-se uma colisão bidimensional entre duas bolas de bilhar idênticas ( $m_1 = m_2 = m$ ), por exemplo, **Einstein** verificou que a quantidade

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

Slide 4

#### Quantidade de movimento relativística

Contudo, **Einstein** verificou que a quantidade

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_1 + \frac{m_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_2$$

era mesma antes e depois da colisão, para qualquer observador inercial, de forma que o princípio da conservação da **quantidade de movimento** tornar-se-ia, novamente, covariante se a **quantidade de movimento relativística** de um corpo ou partícula fosse redefinido para

Slide 6

#### Energia relativística

A Teoria da Relatividade Restrita modificou também as noções de **energia**. Com certeza, você já viu em algum lugar o que poderíamos definir como a equação mais *pop* da Física:

$$E_0 = m \cdot c^2 \quad (\text{eq. 4})$$

Slide 8

## Energia relativística

Mas, qual o significado desta equação?

$$E_0 = m \cdot c^2 \text{ (eq. 4)}$$

**Einstein** conseguiu demonstrar que a **massa** de um corpo pode ser considerada uma forma de **energia**, ou seja, **massa** pode ser convertida em **energia** e **energia** pode ser convertida em **massa**. Este princípio é denominado de **equivalência massa-energia**.

Slide 9

## Energia relativística

Na equação 4 temos o que chamamos de **energia de repouso**, ou seja, a **energia** que um corpo possui apenas devido à sua **massa**, desconsiderando outras formas de **energia** como a **energia cinética**.

Agora, quando um corpo está em movimento, além da **energia de repouso**, devida à sua **massa**, terá também **energia cinética** e, assim, a **energia total** será a soma da **energia cinética** com a **energia de repouso**.

$$E = E_c + E_0$$

Slide 10

## Energia relativística

Neste caso, temos a seguinte equação:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ (eq. 5)}$$

A equação 5 é a equação 4 multiplicada pelo fator de **Lorentz** ( $\gamma$ ); então, para uma **velocidade** muito pequena comparada à da luz, temos que a equação 5 se reduz à equação 4.

$$E_0 = m \cdot c^2 \text{ (eq. 4)} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Slide 11

## Energia relativística

A **energia cinética** de um corpo para velocidades relativísticas é dada pela diferença entre a **energia total** (equação 5) e a **energia de repouso** (equação 4):

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \text{ (eq. 6)}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Slide 12

## Energia relativística

Nas reações nucleares, por exemplo, a equação de **equivalência massa-energia** de **Einstein** é facilmente verificada, pois os núcleos e as partículas subnucleares interagem, ocorrendo conversão de **massa** em **energia**, e vice-versa.

Slide 13

## Energia relativística

É essencial destacar que a equação 6 tem o significado de que à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, aumenta a sua energia. A explicação para que um corpo não possa atingir **velocidades** superiores à da luz é que, para isto, seria necessária uma quantidade infinita de **energia**.

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \text{ (eq. 6)}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Slide 14

## Energia relativística

Uma interpretação dada por muitos autores é a de que existe uma **massa relativística**. Mas o que consideramos mais coerente é identificarmos a **energia de repouso** (equação 4) e verificarmos que, à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, temos um aumento na **energia cinética** desse corpo e, no caso de objeto de **massa** não nula, sua **energia** tende a um valor infinito enquanto a **velocidade** se aproxima de "c". O próprio **Einstein**, inicialmente, adotou a interpretação de **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) de **massa relativística**, para logo em seguida abandoná-la como inconveniente.

Slide 15

## Energia relativística

A maioria dos textos atuais de Física Moderna omite a expressão relativística da **massa**, apresentando apenas a expressão da **quantidade de movimento relativística**. Nesses textos, a **massa** é considerada constante ou, para utilizar uma linguagem mais moderna, ela é um invariante. A maioria dos livros prefere se referir à **massa** como simplesmente a quantidade que é medida por uma balança, com o corpo estando em repouso com respeito ao observador, mas você já percebeu que a questão é mais complexa.

Slide 16

## Energia relativística

De acordo com o norte-americano **Eugene Hecht** (1931-), a tendência de considerar a **massa constante** tem crescido muito entre os físicos ultimamente. Segundo **Hecht**, uma das justificativas desse procedimento é a impossibilidade experimental de medir diretamente a **variação da massa** – as evidências experimentais mostram apenas que a **quantidade de movimento** varia. Para reforçar sua argumentação, garante que, em 1948, o próprio **Einstein** teria afirmado que a relatividade da massa “não foi uma boa ideia”.

Mais importante do que tomar partido nessa controvérsia é perceber que a física, como qualquer ciência, está sempre em contínua reformulação.

Slide 17

## Energia e quantidade de movimento

Vamos relacionar “E” com “Q”.

Elevando ao quadrado ambos os membros das equações 5 e 3, temos:

$$\begin{aligned} E^2 &= \gamma^2 \cdot m^2 \cdot c^4 \quad (\text{eq. 7}) \\ Q^2 &= \gamma^2 \cdot m^2 \cdot v^2 \quad (\text{eq. 8}) \end{aligned}$$

Slide 19

## Energia e quantidade de movimento

Subtraindo membro a membro das equações 7 e 8 e lembrando que  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ , temos:

$$\begin{aligned} E^2 - Q^2 c^2 &= \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \rightarrow \\ E^2 &= Q^2 c^2 + \gamma^2 m^2 c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow \\ E^2 &= Q^2 c^2 + \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot m^2 \cdot c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow \\ E^2 &= Q^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (\text{eq. 10}) \end{aligned}$$

Slide 21

## Efeito Doppler relativístico

Se uma fonte de ondas e um observador têm algum tipo de movimento relativo entre si, as ondas emitidas pela fonte são captadas pelo observador com uma **frequência** alterada, sendo maior se ocorre aproximação e menor se ocorre afastamento entre ambos. Esse fenômeno é conhecido como **efeito Doppler-Fizeau** e ocorre tanto com as ondas mecânicas quanto com as eletromagnéticas.

Slide 23

## Energia e quantidade de movimento

Seja “m” a massa de um corpo que se move com **velocidade** “v”, em relação a um sistema de referência inercial. A **energia total** do corpo, “E”, e sua **quantidade de movimento**, “Q”, são dadas por:

$$\begin{aligned} E &= \gamma \cdot m \cdot c^2 \quad (\text{eq. 5}) \\ \vec{Q} &= \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 3}) \end{aligned}$$

Slide 18

## Energia e quantidade de movimento

Multiplicando ambos os membros da equação 8 por  $c^2$ , temos:

$$Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \quad (\text{eq. 9})$$

Slide 20

## Energia e quantidade de movimento

Para  $m = 0$ , resulta:

$$E = Q \cdot c \quad (\text{eq. 11})$$

Portanto, partículas que possuem **massa nula** têm **energia e quantidade de movimento**. É o caso dos fótons.

Essa substituição de “m” por zero implica também outra conclusão extraordinária: toda partícula com **massa nula** tem **velocidade “c”**.

Slide 22

## Efeito Doppler relativístico

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \quad (\text{eq. 12})$$

Para uma fonte que se aproxima do observador ou vice-versa,  $f'$  deve ser maior que  $f_0$ , portanto o numerador será “c + v” e o denominador “c – v”. No afastamento,  $f'$  deve ser menor que  $f_0$ , portanto o numerador será “c – v” e o denominador “c + v”.

Slide 24

## Referências

- Fagundes, H. V. (2009) **Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física.
- Ferraro, N. G.; Penteado, P. C.; Soares, P. T.; Torres, C. M. (2001) **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna.
- Gaspar, A. (2001). **Física: eletromagnetismo, física moderna**. 1. ed. São Paulo: Ática.
- Wolff, J. F. de S.; Mors, P. M. (2005) **Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein**. Textos de apoio ao professor de física. v. 16. n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Ramalho Jr., F.; Ferraro, N. G.; Soares, P. A. de T. (2009) **Os fundamentos da física: eletricidade, introdução à física moderna, análise dimensional**. Vol. 3. 10. ed. São Paulo: Moderna.
- Ricci, T. F. (2000) **Teoria da Relatividade Especial**. Texto de apoio ao professor de física. n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.

Slide 25

## Apêndice X – Lista de exercícios da Aula 8

### RESPONDA:

- 1) Consideremos uma reação nuclear, onde a massa final após a reação será menor em um grama que a massa inicial. Determine a equivalência em energia para esta variação de massa.
- 2) Considere uma maçã de massa igual a 150 g, que seja transformada integralmente em energia utilizada para acender uma lâmpada de 100 W. Por quanto tempo permanecerá acesa esta lâmpada? (Teoricamente isto é possível, mas não há perspectiva próxima para sua realização.)
- 3) A energia consumida por uma casa comum, por mês, é da ordem de 300 kWh (quilowatt-hora). Deste modo, lembrando que  $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ , esta energia equivale, em quilogramas, a aproximadamente:
- 4) Qual o erro percentual que se comete quando se calcula a energia cinética por  $E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2$  em vez de  $E_c = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$ , para uma partícula com velocidade:
  - a)  $0,1 \cdot c$ ?
  - b)  $(2/3) \cdot c$ ?
- 5) Qual a velocidade de um próton que possui energia total igual a 1.800 MeV? Dados:  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  e  $m_{\text{próton}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .
- 6) A partir da relação da energia relativística, prove que um corpo jamais poderá chegar à velocidade da luz. Por que não é possível atingir a velocidade da luz?
- 7) Um elétron tem quantidade de movimento  $Q = 5,0 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ . A massa do elétron é  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  e a velocidade de propagação da luz no vácuo é  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Calcule a energia cinética do elétron.

## Apêndice Z – Texto de apoio da Aula 9

### EFEITO DOPPLER RELATIVÍSTICO

Considere uma **fonte de ondas** (por exemplo, um carro de polícia) **em movimento relativo com referência a um observador**, as **ondas emitidas pela fonte são captadas** pelo observador com uma **frequência alterada, sendo maior se ocorrer aproximação e menor se ocorrer afastamento** entre ambos. Esse fenômeno é conhecido como **Efeito Doppler-Fizeau** e ocorre tanto com ondas mecânicas quanto com as eletromagnéticas. Quando a fonte de ondas é eletromagnética e as velocidades relativas (entre fonte e observador) são muito grandes (próximas à velocidade da luz) esse fenômeno é chamado **Efeito Doppler Relativístico**.

Para uma **fonte que se aproxima do observador, a frequência  $f'$**  captada por este **deve ser maior que a frequência  $f_0$**  emitida pela fonte, portanto o numerador da equação 1, abaixo, será “ $c + v$ ” e o denominador “ $c - v$ ”. **No afastamento,  $f'$  deve ser menor que  $f_0$**  e ocorre o contrário, isto é, o numerador será “ $c - v$ ” e o denominador “ $c + v$ ”.

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \quad (\text{Eq. 1})$$

Substituindo-se  $f_0$  e  $f'$  por  $c/\lambda_0$  e  $c/\lambda'$ , respectivamente, temos a equação para os comprimentos de onda:

$$\lambda' = \lambda_0 \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \quad (\text{Eq. 2})$$

Na aproximação, devemos ter  $\lambda' < \lambda_0$ , portanto o numerador da equação 2 será “ $c - v$ ” e o denominador “ $c + v$ ”. No afastamento, devemos ter  $\lambda' > \lambda_0$ , portanto o numerador será “ $c + v$ ” e o denominador “ $c - v$ ”.

Apesar de ser mais comum observarmos o **Efeito Doppler** com ondas sonoras (por exemplo, durante a aproximação ou o afastamento de uma ambulância), **sua ocorrência com ondas eletromagnéticas é confirmada observando-se a luz emitida por galáxias distantes**. Como, segundo o modelo cosmológico mais aceito hoje, **as galáxias se afastam de nós, as radiações por elas emitidas têm os seus respectivos comprimentos de onda deslocados para valores maiores do que teriam se elas estivessem em repouso**. Isto é, os valores tendem a desviar-se para a região do vermelho do espectro eletromagnético visível. Esse fenômeno, hoje em dia muito comum na Astrofísica e Astronomia, é conhecido como **desvio Doppler para o vermelho**. Em alguns casos, **quando há aproximação, o desvio ocorre no sentido contrário, para a região do azul**. Esse é um recurso muito usado nas medições astronômicas. **Edwin Powell Hubble** (1889-1953), eminente astrônomo americano do início do século XX, fundamentou-se nesse efeito para afirmar que “*O Universo está em expansão*”.

Quando o movimento relativo ocorre com **velocidades pequenas**, isto é, quando  $v \ll c$ , podemos fazer a seguinte aproximação:

$$\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cong 1 + \frac{v}{c}$$

$$\text{E, assim, } \lambda' = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \lambda_0 \rightarrow \lambda' = \lambda_0 + \frac{v}{c} \lambda_0 \rightarrow \lambda' - \lambda_0 = \frac{v}{c} \lambda_0.$$

$$\text{Ou, } \lambda' - \lambda_0 = \Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0.$$

Ou, ainda,  $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$  (Eq. 3).

Esta última expressão permite calcular a **velocidade** da fonte a partir do deslocamento relativo  $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)$  dos **comprimentos de onda** por ela emitidos para **velocidades pequenas** em comparação à velocidade da luz “c”. Essa aproximação é muito útil no cálculo das **velocidades** de objetos como galáxias, estrelas e quasares, que são fontes de radiação eletromagnética cujas **velocidades** são grandes para nossos padrões terrestres, porém pequenas quando comparadas com a **velocidade** da luz “c”.

Podemos adotar a seguinte convenção:

se  $\Delta\lambda > 0 \rightarrow v > 0 \rightarrow$  afastamento;

se  $\Delta\lambda < 0 \rightarrow v < 0 \rightarrow$  aproximação.

## DIAGRAMAS DE MINKOWSKI E O ESPAÇO-TEMPO

Um evento crucial para a aceitação da Teoria da Relatividade Restrita de Einstein no meio científico foi a sua **formulação em termos geométricos** pelo matemático lituano **Hermann Minkowski** (1864-1909), que foi professor de **Einstein** na Politécnica de Zurique.

**O espaço é um contínuo tridimensional.** Isto significa que podemos descrever a posição de qualquer ponto (em repouso) por meio de três coordenadas (x, y, z) e que para cada ponto existe um número qualquer de pontos vizinhos cuja posição pode ser determinada por coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$ , onde “i” pode assumir valores 1, 2, 3..., tão próximos quanto quisermos do ponto de coordenadas (x, y, z). Por causa desta última propriedade, falamos de **contínuo** e por causa das três dimensões, falamos de **tridimensional**.

Os efeitos relativísticos da **dilatação dos tempos** e da **contração das distâncias**, que já estudamos, mostram que **os intervalos de tempo e os intervalos de espaço não são grandezas invariantes**. As transformações de Lorentz e a relatividade da simultaneidade fazem com que **os intervalos de tempo e de distâncias tenham valores diferentes para observadores situados em diferentes referenciais inerciais**.

Estudar fenômenos da natureza e ter que considerar espaços e tempos variantes, correspondendo aos diversos referenciais tornar-se-ia um tanto complicado. Por isso, **Minkowski** introduziu um conceito que tem a propriedade de ser absoluto: o **espaço-tempo**. O **espaço-tempo** é dito absoluto porque não depende de nenhuma escolha de referencial.

Na sua formulação matemática da Teoria da Relatividade Restrita em 1908, **Minkowski** considerou que o espaço e o tempo observados de forma independente eram uma ilusão. Lugares e tempos nunca se apresentam à nossa observação senão unidos entre si. Nunca se observa um lugar sem ser em um determinado instante, nem um instante sem ser num determinado lugar. A partir de então, todo o evento passou a ser descrito por quatro coordenadas, três de espaço e uma de tempo (x, y, z, t), localizado num espaço quadridimensional, o **espaço-tempo**. No espaço-tempo, a **grandeza análoga ao ponto** da geometria do espaço é o **evento**, um acontecimento ocorrido em um dado instante, em um determinado ponto do espaço.

Na geometria do espaço-tempo um conceito comumente usado é o **cone de luz**. Para entendê-lo imagine uma superfície como a da água, sobre a qual é gerado um pulso ondulatório.

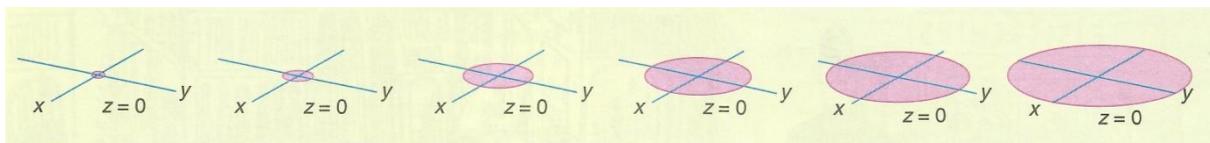


Figura 1. Ilustração da expansão de um pulso circular numa superfície plana representada por uma sucessão de instantes ( $z = 0$  por que a geometria na superfície da água é plana).

Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Este pulso se expandirá na forma de um círculo. Acrescentando o tempo como uma dimensão extra, os círculos concêntricos formarão a superfície de um cone. No caso de um pulso de luz, tal superfície cônica representada no espaço-tempo é denominada **cone de luz**, como mostrado na Figura 2.

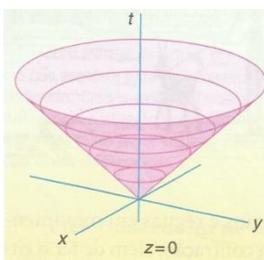


Figura 2. Ao acrescentar o eixo do tempo, o pulso em expansão descreve um cone no espaço-tempo. O caso de um pulso esférico expandindo-se no espaço tridimensional é análogo, mas para poder desenhá-lo no espaço-tempo fomos obrigados a omitir uma coordenada, fixando seu valor em zero ( $z = 0$ , neste caso). Ao passarmos dos três eixos ( $x, y$  e  $t$ ) para os quatro eixos do espaço-tempo ( $x, y, z$  e  $t$ ), o cone de luz, que foi desenhado como uma superfície bidimensional, passa a ser uma hipersuperfície de três dimensões, um conceito abstrato, pois não conseguimos visualizar quatro eixos perpendiculares entre si no espaço tridimensional em que vivemos.

Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Todos os raios de luz emitidos a partir do evento no presente propagam-se ao longo da superfície do **cone de luz do futuro**. Todos os raios de luz que nos atingem no presente propagam-se ao longo do **cone de luz do passado**. Assim, não devemos estranhar o fato de que, ao olharmos o Sol, a oito (8) minutos-luz de distância da Terra, estamos vendo uma imagem ocorrida há oito minutos, pois o cone de luz mistura espaço com tempo. No caso da estrela Sírio, que é a estrela mais brilhante e distante oito (8) anos-luz da Terra, estamos tendo uma imagem de oito anos atrás. Assim, **uma imagem instantânea não é uma projeção na retina do espaço tridimensional à nossa volta e sim uma projeção do cone de luz do passado**, que nas quatro dimensões do espaço-tempo é denominada **hipersuperfície de três dimensões**.

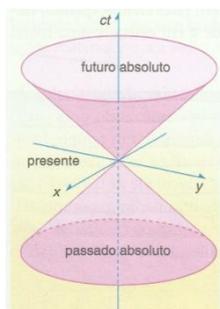


Figura 3. Representa o presente, o cone de luz, o passado absoluto e o futuro absoluto. É mais intuitivo representar a escala do eixo temporal desta forma. Neste caso, um raio de luz propaga-se no espaço-tempo formando um ângulo de  $45^\circ$  com os eixos mostrados.

Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Para representar os eventos no espaço e que variam com o tempo, temos que fazer uso dos **diagramas de espaço-tempo**. Neles, podemos representar as coordenadas de espaço e tempo de muitos eventos em um ou mais referenciais inerciais. As posições dos eventos são representadas no eixo  $x$  e os instantes em que ocorrem os eventos são representados no eixo vertical  $ct$  (velocidade da luz “ $c$ ” multiplicado por “ $t$ ”), como mostrado na Figura 4. Nessa figura temos a representação de um diagrama de espaço-tempo. Como os eventos que exibem efeitos relativísticos quase sempre ocorrem a altas velocidades, torna-se conveniente multiplicar a escala de tempo pela velocidade da luz. Esta forma de representar os eventos distribui melhor os pontos sobre o gráfico.

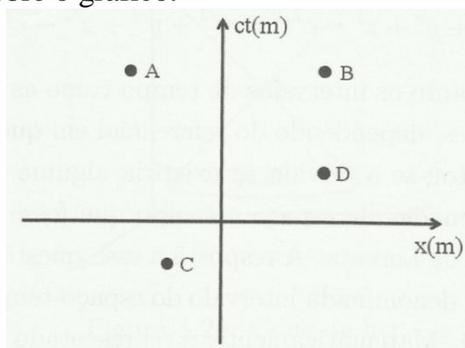


Figura 4. Diagrama espaço-tempo mostrando quatro (4) eventos.

Fonte: Peruzzo, 2012, p. 62.

Para interpretar a Figura 4 é importante dizer que os eventos A e B ocorrerão num mesmo instante, mas em locais diferentes; os eventos B e D ocorrerão no mesmo local, mas em instantes diferentes e o evento C ocorreu no passado, pois o presente corresponde a  $ct = 0$  ( $ct < 0$  corresponde ao passado e  $ct > 0$  ao futuro). **O lugar geométrico das posições ocupadas no diagrama espaço-tempo por uma partícula é denominado linha de universo da partícula**, que pode ser considerada a trajetória da partícula no gráfico de  $ct$  em função de  $x$ .

A Figura 5 mostra o movimento de cinco (5) partículas. As linhas retas indicam que as partículas movem-se com velocidades constantes, sendo que a velocidade da partícula 2 é maior do que a da partícula 1; a velocidade da partícula 3 é maior do que a da partícula 2 e, além disso, ela está aumentando (isto é, possui movimento acelerado). A partícula 4 também se move com velocidade constante, mas no sentido negativo da trajetória. A partícula 5 está movendo-se no sentido positivo da trajetória mas, no entanto, ela está viajando para o passado, ou seja, está voltando no tempo.

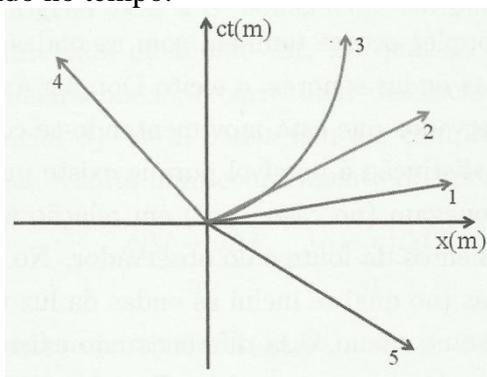


Figura 5. Trajetória no espaço-tempo de cinco (5) partículas.

Fonte: Peruzzo, 2012, p. 63.

## GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

Até recentemente a Teoria da Relatividade era uma teoria sem muitas aplicações no nosso cotidiano. No entanto, com o sistema de posicionamento global, ou **GPS**, isso mudou, pois **este sistema de navegação**, cada vez mais utilizado, **não funciona sem as correções dadas pela Relatividade**. O GPS é atualmente vital para a navegação, pouso e decolagem dos aviões e, no mar, é de grande valia por funcionar sob quaisquer condições atmosféricas. Vários veículos hoje trafegam com a ajuda do GPS que mostra numa tela sua posição sobre um mapa onde constam as ruas e rodovias. Os receptores de bolso são largamente utilizados pelas pessoas em caminhadas e apresentam a trilha seguida num visor de cristal líquido. Em topografia pode-se obter um traçado em terreno irregular com grande facilidade.

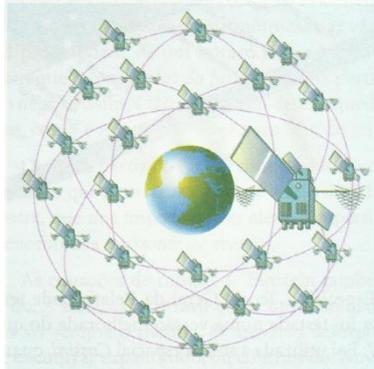


Figura 6. Ilustração esquemática, fora de escala, de satélite do Sistema de Posicionamento Global, GPS (*Global Positioning System*), orbitando a Terra numa altitude de 20.000 km, com uma velocidade de 4 km/s.  
Fonte: Luz; Álvares, 2006, p. 342.

O receptor do GPS capta os sinais de micro-ondas, ou seja, de ondas eletromagnéticas enviadas por vários satélites em órbita da Terra a cerca de 20.000 km de altitude e com isso determina sua posição a cada instante. Cada satélite possui um relógio atômico de Césio extremamente preciso e no sinal de micro-ondas que ele envia vem codificado o instante da emissão, bem como a posição instantânea do satélite. Quando o receptor capta este sinal ele pode saber sua distância do satélite, pois o sinal de micro-ondas viaja na velocidade da luz. Em princípio, captando o sinal de três satélites o receptor poderia determinar sua posição por triangulação. Como o relógio do receptor não possui a precisão de um relógio atômico, ele necessita captar um quarto satélite para ficar com informação suficiente para determinar também o instante de tempo da recepção do sinal. Assim, ao captar o sinal de pelo menos quatro satélites, o receptor determina seu tempo com a precisão de um relógio atômico, e também sua latitude, longitude e altitude. A precisão do sistema necessita ser muito elevada, pois em um intervalo de tempo de 10 ns ( $10 \cdot 10^{-9}$  s, que se lê dez nanossegundos) a micro-onda viaja três (3) metros.

**Aprendemos na Teoria da Relatividade Restrita que um relógio em movimento aparenta estar atrasando.** No caso do GPS o satélite percorre sua órbita a 4 km/s, o que faz com que observemos o seu relógio atrasar 5 ns a cada minuto. Por outro lado, **pela Teoria da Relatividade Geral, um relógio num campo gravitacional mais forte possui um ritmo mais lento. Como o relógio do satélite está sujeito a uma gravidade mais fraca** (está mais distante da Terra), **ele aparenta estar andando mais depressa que o relógio do receptor na superfície terrestre.** O cálculo mostra que este efeito da gravidade faz com que vejamos o relógio do satélite, a 20.000 km de altitude, adiantar 32 ns por minuto. Somando os dois efeitos, concluímos que o relógio atômico do satélite aparenta estar adiantando 27 ns por minuto (ou 1,4 s por século). Isso significa um erro cumulativo na determinação da distância

igual a 8 m no decorrer de cada minuto, ou de 11 km no decorrer de cada dia de operação do sistema. **O sistema só consegue operar fazendo as correções dadas pela relatividade.** Esta é a razão por que se diz que a Teoria da Relatividade encontra utilidade no nosso dia a dia e embora pareça tão abstrata para nós, ela está presente cotidianamente em nossas vidas.

## REFERÊNCIAS

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física:** ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

ISAACSON, W. **Einstein:** sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física.** Vol 1. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

PERUZZO, J. **Teoria da Relatividade:** conceitos básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.

## Apêndice A' – Slides da Aula 9



### Teoria da Relatividade Restrita

Prof. Eduardo Ismael Fuchs



Slide 1

#### Efeito Doppler relativístico

Esse fenômeno é conhecido como **Efeito Doppler-Fizeau** e ocorre tanto com ondas mecânicas quanto com as eletromagnéticas.

Quando a fonte de ondas é eletromagnética e as velocidades relativas (entre fonte e observador) são muito grandes (próximas à velocidade da luz) esse fenômeno é chamado **Efeito Doppler Relativístico**.

Slide 3

#### Efeito Doppler relativístico

Substituindo-se  $f_0$  e  $f'$  por  $c/\lambda_0$  e  $c/\lambda'$ , respectivamente, **temos para os comprimentos de onda**:

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \quad (\text{eq. 2})$$

Na **aproximação**, devemos ter  $\lambda' < \lambda_0$ , portanto o **numerador** da equação 2 será " $c - v$ " e o **denominador** " $c + v$ ". No **afastamento**, devemos ter  $\lambda' > \lambda_0$ , portanto o **numerador** será " $c + v$ " e o **denominador** " $c - v$ ".

Slide 5

#### Efeito Doppler relativístico

Esse fenômeno, hoje em dia muito comum na Astrofísica e Astronomia, é conhecido como **desvio Doppler para o vermelho**. Em alguns casos, **quando há aproximação, o desvio ocorre no sentido contrário, para a região do azul**. Esse é um recurso muito usado nas medições astronômicas. **Edwin Powell Hubble** (1889-1953), eminente astrônomo americano do início do século XX, fundamentou-se nesse efeito para afirmar que "**O Universo está em expansão**".

Slide 7

#### Efeito Doppler relativístico

Quando uma **fonte de ondas** estiver em **movimento relativo** com referência a um **observador**, **as ondas emitidas pela fonte são captadas pelo observador com uma frequência alterada**, sendo **maior** se ocorrer **aproximação** e **menor** se ocorrer **afastamento** entre ambos.

Slide 2

#### Efeito Doppler relativístico

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \quad (\text{eq. 1})$$

Para uma **fonte que se aproxima do observador**, a **frequência  $f'$**  captada por este **deve ser maior que a frequência  $f_0$**  emitida pela fonte, portanto o **numerador** da equação 1, acima, será " $c + v$ " e o **denominador** " $c - v$ ". No **afastamento**,  **$f'$  deve ser menor que  $f_0$**  e ocorre o contrário, isto é, o **numerador** será " $c - v$ " e o **denominador** " $c + v$ ".

Slide 4

#### Efeito Doppler relativístico

Apesar de ser mais comum observarmos o **Efeito Doppler** com ondas sonoras, **sua ocorrência com ondas eletromagnéticas é confirmada observando-se a luz emitida por galáxias distantes**. Como, segundo o modelo cosmológico mais aceito hoje, **as galáxias se afastam de nós, as radiações por elas emitidas têm os seus respectivos comprimentos de onda deslocados para valores maiores do que teriam se elas estivessem em repouso**. Isto é, **os valores tendem a desviar-se para a região do vermelho do espectro eletromagnético visível**.

Slide 6

#### Efeito Doppler relativístico

Quando o movimento relativo ocorre com **velocidades pequenas**, isto é, quando  $v \ll c$ , podemos fazer a seguinte aproximação:

$$\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cong 1 + \frac{v}{c}$$

Slide 8

### Efeito Doppler relativístico

$$\begin{aligned} \text{E, assim, } \lambda' &= \left(1 + \frac{v}{c}\right) \cdot \lambda_0 \rightarrow \\ \lambda' &= \lambda_0 + \frac{v}{c} \cdot \lambda_0 \rightarrow \\ \lambda' - \lambda_0 &= \frac{v}{c} \cdot \lambda_0 \\ \text{ou } \lambda' - \lambda_0 &= \Delta\lambda = \frac{v}{c} \cdot \lambda_0 \\ \text{ou, ainda, } v &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot c \text{ (eq. 3)} \end{aligned}$$

Slide 9

### Efeito Doppler relativístico

Podemos adotar a seguinte convenção:

se  $\Delta\lambda > 0 \rightarrow v > 0 \rightarrow$  **afastamento**;

se  $\Delta\lambda < 0 \rightarrow v < 0 \rightarrow$  **aproximação**.

Slide 11

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

**O espaço é um contínuo tridimensional.** Isto significa que podemos descrever a posição de qualquer ponto (em repouso) por meio de três coordenadas  $(x, y, z)$  e que para cada ponto existe um número qualquer de pontos vizinhos cuja posição pode ser determinada por coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$ , onde "i" pode assumir valores 1, 2, 3..., tão próximos quanto quisermos do ponto de coordenadas  $(x, y, z)$ . Por causa desta última propriedade, falamos de **contínuo** e por causa das três dimensões, falamos de **tridimensional**.

Slide 13

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Estudar fenômenos da natureza e ter que considerar espaços e tempos variantes, correspondendo aos diversos referenciais tornar-se-ia um tanto complicado. Por isso, **Minkowski** introduziu um conceito que tem a propriedade de ser absoluto: o **espaço-tempo**. O **espaço-tempo é dito absoluto porque não depende de nenhuma escolha de referencial**.

Slide 15

### Efeito Doppler relativístico

Esta última expressão permite calcular a **velocidade da fonte a partir do deslocamento relativo  $\Delta\lambda/\lambda_0$  para velocidades pequenas em comparação à velocidade da luz "c"**. Essa aproximação é muito útil no cálculo das velocidades de objetos como galáxias, estrelas e quasares, que são fontes de radiação eletromagnética cujas velocidades são grandes para nossos padrões terrestres, porém pequenas quando comparadas com a velocidade da luz "c".

Slide 10

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Um evento crucial para a aceitação da Teoria da Relatividade Restrita de Einstein no meio científico foi a sua **formulação em termos geométricos** pelo matemático lituano **Hermann Minkowski** (1864-1909), que foi professor de Einstein na Politécnica de Zurique.

Slide 12

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Os efeitos relativísticos da **dilatação dos tempos** e da **contração das distâncias**, que já estudamos, mostram que **os intervalos de tempo e os intervalos de espaço não são grandezas invariantes**. Isso significa que **os intervalos de tempo e as distâncias têm valores diferentes para observadores situados em diferentes referenciais inerciais**.

Slide 14

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Na sua formulação matemática da Teoria da Relatividade Restrita em 1908, **Minkowski** considerou que **o espaço e o tempo observados de forma independente eram uma ilusão**. Lugares e tempos nunca se apresentam à nossa observação senão unidos entre si. Nunca se observa um lugar sem ser em um determinado instante, nem um instante sem ser num determinado lugar.

Slide 16

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

A partir de então, todo o evento passou a ser descrito por quatro coordenadas, três de espaço e uma de tempo ( $x, y, z, t$ ), localizado num **espaço quadridimensional**, o **espaço-tempo**. No espaço-tempo, a **grandeza análoga ao ponto** da geometria do espaço **é o evento**, um acontecimento ocorrido em um dado instante, em um determinado ponto do espaço.

Slide 17

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Este pulso se expandirá na forma de um círculo. Acrescentando o tempo como uma dimensão extra, os círculos concêntricos formarão a superfície de um cone. No caso de um pulso de luz, tal superfície cônica representada no espaço-tempo é denominada **cone de luz**, como mostrado na figura seguinte.

Slide 19

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Todos os raios de luz emitidos a partir do evento no presente propagam-se ao longo da superfície do **cone de luz do futuro**. Todos os raios de luz que nos atingem no presente propagam-se ao longo do **cone de luz do passado**. Assim, não devemos estranhar o fato de que, ao olharmos o Sol, a oito (8) minutos-luz de distância da Terra, estamos vendo uma imagem ocorrida há oito minutos, pois o cone de luz mistura espaço com tempo.

Slide 21

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

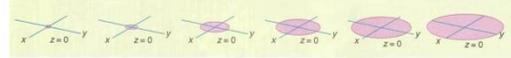
A figura ao lado representa o cone de luz, o passado absoluto e o futuro absoluto. É mais intuitivo representar a escala do eixo temporal desta forma ( $ct$ ). Neste caso, um raio de luz propaga-se no espaço-tempo formando um ângulo de  $45^\circ$  com os eixos mostrados.



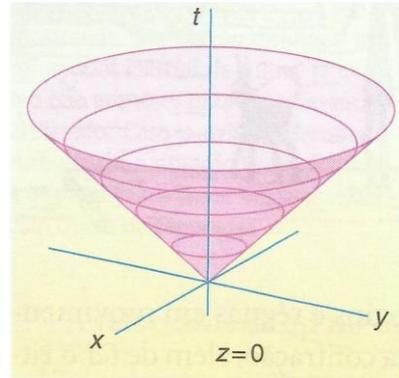
Slide 23

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Na geometria do espaço-tempo um conceito comumente usado é o **cone de luz**. Para entendê-lo imagine uma superfície como a da água, sobre a qual é gerado um pulso ondulatório.



Slide 18



Slide 20

### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

No caso da estrela Sírio, que é a estrela mais brilhante e distante oito (8) anos-luz da Terra, estamos tendo uma imagem de oito anos atrás. Assim, **uma imagem instantânea não é uma projeção na retina do espaço tridimensional à nossa volta e sim uma projeção do cone de luz do passado**, que nas quatro dimensões do espaço-tempo é denominada **hipersuperfície de três dimensões**.

Slide 22

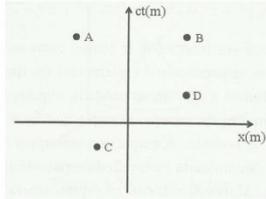
### Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Para representar os eventos no espaço e que variam com o tempo, temos que fazer uso dos **diagramas de espaço-tempo**. Neles, podemos representar as coordenadas de espaço e tempo de muitos eventos em um ou mais referenciais inerciais. As posições dos eventos são representadas no eixo  $x$  e os instantes em que ocorrem os eventos são representados no eixo vertical  $ct$  (velocidade da luz "c" multiplicado por "t"), como mostrado na figura seguinte.

Slide 24

## Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

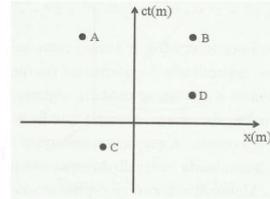
Nessa figura temos a representação de um diagrama de espaço-tempo. Como os eventos que exibem efeitos relativísticos quase sempre ocorrem a altas velocidades, torna-se conveniente multiplicar a escala de tempo pela velocidade da luz. Esta forma de representar os eventos distribui melhor os pontos sobre o gráfico.



Slide 25

## Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

Para interpretar a figura é importante dizer que os eventos A e B ocorrerão num mesmo instante, mas em locais diferentes; os eventos B e D ocorrerão no mesmo local, mas em instantes diferentes e o evento C ocorreu no passado, pois o presente corresponde a  $ct = 0$  ( $ct < 0$  corresponde ao passado e  $ct > 0$  ao futuro).



Slide 26

## Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

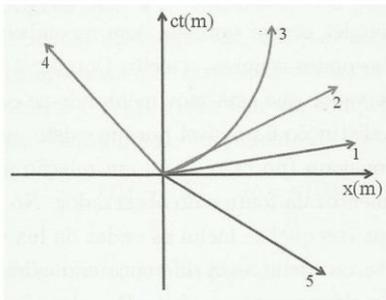
O lugar geométrico das posições ocupadas no diagrama espaço-tempo por uma partícula é denominado **linha de universo da partícula**, que pode ser considerada a trajetória da partícula no gráfico de  $ct$  em função de  $x$ .

Slide 27

## Diagramas de Minkowski e o Espaço-Tempo

A figura seguinte mostra o movimento de cinco (5) partículas. **As linhas retas indicam que as partículas movem-se com velocidades constantes**, sendo que a velocidade da partícula 2 é maior do que a da partícula 1; a velocidade da partícula 3 é maior do que a da partícula 2 e, além disso, ela está aumentando (isto é, possui movimento acelerado). A partícula 4 também se move com velocidade constante, mas no sentido negativo da trajetória. A partícula 5 está movendo-se no sentido positivo da trajetória mas, no entanto, ela está viajando para o passado, ou seja, está voltando no tempo.

Slide 28



Slide 29

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

Até recentemente a Teoria da Relatividade era uma teoria sem muitas aplicações no nosso cotidiano. No entanto, com o sistema de posicionamento global, ou **GPS**, isso mudou, pois **este sistema de navegação**, cada vez mais utilizado, **não funciona sem as correções dadas pela Relatividade**. O GPS é atualmente vital para a navegação, pouso e decolagem dos aviões e, no mar, é de grande valia por funcionar sob quaisquer condições atmosféricas.

Slide 30

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

Vários veículos hoje trafegam com a ajuda do GPS que mostra numa tela sua posição sobre um mapa onde constam as ruas e rodovias. Os receptores de bolso são largamente utilizados pelas pessoas em caminhadas e apresentam a trilha seguida num visor de cristal líquido. Em topografia pode-se obter um traçado em terreno irregular com grande facilidade.

Slide 31

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

O receptor do GPS capta os sinais de micro-ondas, ou seja, de ondas eletromagnéticas enviadas por vários satélites em órbita da Terra a cerca de 20.000 km de altitude e com isso determina sua posição a cada instante. Cada satélite possui um relógio atômico de Césio extremamente preciso e no sinal de micro-ondas que ele envia vem codificado o instante da emissão, bem como a posição instantânea do satélite. Quando o receptor capta este sinal ele pode saber sua distância do satélite, pois o sinal de micro-ondas viaja na velocidade da luz.

Slide 32

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

Em princípio, captando o sinal de três satélites o receptor poderia determinar sua posição por triangulação. Como o relógio do receptor não possui a precisão de um relógio atômico, ele necessita captar um quarto satélite para ficar com informação suficiente para determinar também o instante de tempo da recepção do sinal. Assim, ao captar o sinal de pelo menos quatro satélites, o receptor determina seu tempo com a precisão de um relógio atômico, e também sua latitude, longitude e altitude. A precisão do sistema necessita ser muito elevada, pois em um intervalo de tempo de 10 ns ( $10 \cdot 10^{-9}$  s, que se lê dez nanossegundos) a micro-onda viaja três (3) metros.

Slide 33

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

O cálculo mostra que este efeito da gravidade faz com que vejamos o relógio do satélite, a 20.000 km de altitude, adiantar 32 ns por minuto. Somando os dois efeitos, concluímos que o relógio atômico do satélite aparenta estar adiantando 27 ns por minuto (ou 1,4 s por século). Isso significa um erro cumulativo na determinação da distância igual a 8 m no decorrer de cada minuto, ou de 11 km no decorrer de cada dia de operação do sistema. **O sistema só consegue operar fazendo as correções dadas pela relatividade.** Esta é a razão por que se diz que a Teoria da Relatividade encontra utilidade no nosso dia a dia e embora pareça tão abstrata para nós, ela está presente cotidianamente em nossas vidas.

Slide 35

## GPS – Sistema de Posicionamento Global

**Aprendemos na Teoria da Relatividade Restrita que um relógio em movimento aparenta estar atrasando.** No caso do GPS o satélite percorre sua órbita a 4 km/s, o que faz com que observemos o seu relógio atrasar 5 ns a cada minuto. Por outro lado, **pela Teoria da Relatividade Geral, um relógio num campo gravitacional mais forte possui um ritmo mais lento. Como o relógio do satélite está sujeito a uma gravidade mais fraca (está mais distante da Terra), ele aparenta estar andando mais depressa que o relógio do receptor na superfície terrestre.**

Slide 34

## Referências

Ferraro, N. G.; Penteado, P. C.; Soares, P. T.; Torres, C. M. (2001) Física: ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna.

Isaacson, W. (2007) Einstein: sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras.  
Luz, A. M. R. da; Álvares, B. A. (2006) Curso de Física. Vol. 2. 6. ed. São Paulo: Scipione.

Peruzzo, J. (2012) Teoria da Relatividade: Conceitos Básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna.

Slide 36

## Apêndice B' – Lista de exercícios da Aula 9

### RESPONDA:

- 1) Um guarda de trânsito está autuando você por passar um cruzamento perigoso quando o semáforo ainda estava vermelho ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ). Conhecedor da física relativística, você argumenta que, devido à sua velocidade de aproximação e ao efeito Doppler, o farol estava verde ( $\lambda = 525 \text{ nm}$ ) quando passou o cruzamento. Qual deveria ser a sua velocidade no momento, para que isso pudesse ocorrer?
- 2) Uma sonda especial afastando-se da Terra com velocidade de  $0,1.c$ , comunica-se com a sua base emitindo ondas de rádiofrequência de  $100 \text{ MHz}$ .
  - a) Para qual valor de frequência deve ser ajustado o receptor aqui na Terra?
  - b) Qual o comprimento de onda das ondas recebidas aqui na Terra?
- 3) Uma espaçonave aproxima-se da Terra com velocidade  $0,25.c$ , emitindo pulsos luminosos de comprimento de onda  $680 \text{ nm}$  (luz vermelha).
  - a) Qual o comprimento de onda dos pulsos quando chegam à Terra?
  - b) Qual a cor da luz recebida?
- 4) Uma radiação de comprimento de onda  $585 \text{ nm}$  é captada aqui na Terra com comprimento de onda  $650 \text{ nm}$ .
  - a) A fonte está se afastando ou se aproximando de nós?
  - b) Qual a velocidade da fonte?
- 5) Certos comprimentos de onda, emitidos de uma galáxia da constelação de Virgem, são recebidos na Terra com um aumento relativo de  $0,4\%$ .
  - a) Essa galáxia está se afastando ou se aproximando de nós?
  - b) Qual a sua velocidade relativa a nós?

## Apêndice C' – Avaliação do módulo didático

### AVALIAÇÃO DO CURSO SOBRE RELATIVIDADE RESTRITA:

- 1) Qual a sua idade?
- 2) Você gostou do curso “Uma Introdução Histórico-Epistemológico-Conceitual à Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio”?
  - a) Sim, bastante.
  - b) Mais ou menos.
  - c) Gostei, mas podia ter sido melhor.
  - d) Gostei, mas entendi pouco.
  - e) Não gostei e não contribuí para minha compreensão do assunto.
- 3) A entrega dos textos de apoio antes das aulas contribuiu para a tua aprendizagem?
- 4) Os slides apresentados durante as aulas contribuíram para a tua aprendizagem?
- 5) Houve algum aspecto dos slides, apresentados durante as aulas, que você não gostou?
- 6) Houve algum aspecto dos textos de apoio, entregues antes das aulas, que você não gostou?
- 7) A aplicação das questões no final das aulas contribuiu para a tua aprendizagem?
- 8) As explicações do professor durante a apresentação dos slides contribuíram para a tua aprendizagem?
- 9) O tempo disponível para o curso foi adequado?
- 10) Você recomendaria o curso para que outros colegas o fizessem no futuro?
- 11) O que você mais gostou do curso?
- 12) O que você menos gostou do curso?
- 13) O que você sugere de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso?

**Apêndice D' – Produto Educacional**

**UMA PROPOSTA PARA INTRODUIZIR A TEORIA DA RELATIVIDADE  
RESTRITA NO ENSINO MÉDIO: ABORDAGEM HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA  
E CONCEITUAL**

Eduardo Ismael Fuchs  
Dimiter Hadjimichef  
Neusa Teresinha Massoni  
2016

## Sumário

Apresentação .....	235
Referencial teórico: teoria construtivista de Jean Piaget.....	236
Referencial epistemológico: visão epistemológica de Thomas Kuhn.....	238
Planejamento .....	240
Referências .....	241
Aula 1 .....	242
<i>Texto de Apoio da Aula 1</i> .....	242
<i>Lista de exercícios da Aula 1</i> .....	246
Aula 2.....	249
<i>Texto de Apoio da Aula 2</i> .....	250
<i>Lista de exercícios da Aula 2</i> .....	256
Aula 3.....	259
<i>Texto de Apoio da Aula 3</i> .....	260
<i>Lista de exercícios da Aula 3</i> .....	269
Aula 4.....	271
<i>Texto de Apoio da Aula 4</i> .....	272
<i>Lista de exercícios da Aula 4</i> .....	283
Aula 5 .....	285
<i>Texto de Apoio da Aula 5</i> .....	286
<i>Lista de exercícios da Aula 5</i> .....	292
Aula 6.....	296
<i>Texto de Apoio da Aula 6</i> .....	297
<i>Lista de exercícios da Aula 6</i> .....	307
Aula 7.....	309
<i>Texto de Apoio da Aula 7</i> .....	310
<i>Lista de exercícios da Aula 7</i> .....	317
Aula 8.....	320
<i>Texto de Apoio da Aula 8</i> .....	321
<i>Lista de exercícios da Aula 8</i> .....	324
Aula 9 .....	327
<i>Texto de Apoio da Aula 9</i> .....	328
<i>Lista de exercícios da Aula 9</i> .....	333
Aula 10.....	335

<i>Sugestão de questionário para os alunos avaliarem o módulo didático.....</i>	336
Conclusão.....	337

## **Apresentação**

Prezado professor!

O presente texto objetiva oferecer uma estratégia e textos de apoio para uma abordagem da Teoria da Relatividade Restrita (TRR) no Ensino Médio de forma a discutir aspectos histórico-epistemológicos e conceituais dessa teoria.

A estratégia visa incentivar a curiosidade e o interesse dos estudantes por assuntos de Física Moderna e Contemporânea que, em geral, são pouco discutidos no Ensino Básico.

A dinâmica está baseada na apresentação gradual do tema para facilitar a assimilação e a construção de novos esquemas cognitivos através de problematizações, explicações dialogadas e do uso de textos de apoio que foram construídos para que, progressivamente, os alunos alcancem uma maior abstração. Os textos são fornecidos aos alunos dias antes de cada encontro como tarefa de leitura extraclasse, preferencialmente. Nas aulas, os textos são lidos, seus resumos são projetados através de *PowerPoint* e os temas são discutidos através de aulas expositivo-dialogadas.

A abordagem histórica visa oferecer uma noção de como a Teoria da Relatividade Restrita tornou-se um novo paradigma no início do séc. XX, mas também oferece um panorama em que se vislumbra que vários conceitos e/ou dificuldades teóricas vinham sendo objeto de investigação científica ao longo da História da Ciência.

A abordagem aqui apresentada foi aplicada em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola particular na cidade de Arroio do Meio, RS, em formato de curso extraclasse. Mas destacamos que também pode ser integrada ao horário regular do Ensino Médio sem necessidade de grandes adaptações.

A proposta esteve baseada na teoria construtivista de Jean Piaget e na epistemologia de Thomas Kuhn, que são apresentadas resumidamente na sequência.

Esperamos que este produto educacional possa indicar novas direções para tornar o seu fazer didático mais diversificado e atrativo aos educandos. E, quem sabe, fazê-los se interessar mais por Ciências e, especialmente, pela Física.

## Referencial teórico: teoria construtivista de Jean Piaget

A presente proposta está fundamentada na *Teoria Construtivista de Jean Piaget* (1896-1980), que estudou o desenvolvimento da inteligência humana e a formação de conceitos como uma construção baseada na “equilibração” (LIMA, 1980).

Para Piaget o desenvolvimento cognitivo não está baseado unicamente na experiência com objetos, nem resulta de uma “programação inata”, mas se trata de um processo de sucessivas construções com a elaboração de novas estruturas, ou reelaboração de estruturas já existentes para abordar a realidade, às quais ele chamou de *esquemas de assimilação*.

Assim, o sujeito tem uma arquitetura cognitiva variável, que se modifica constantemente na tarefa de assimilar o mundo através de um repertório de “esquemas de assimilação” e da “equilibração” (ou seja, processo de autorregulação da mente). Quando os esquemas falham em assimilar uma nova situação, a mente melhora, modifica ou constrói novos esquemas. Sempre que o sujeito é desequilibrado por novas situações, novos conhecimentos ou desafios, a mente busca reequilibrar-se (reestrutura-se) melhorando o repertório de esquemas – é a acomodação. Disto resulta o importante papel do conflito cognitivo promovido pelo professor, em situações de sala de aula.

Não há acomodação sem assimilação, pois acomodação é reestruturação da assimilação e o equilíbrio entre assimilação e acomodação é adaptação à situação. Experiências acomodadas dão origem a novos esquemas de assimilação e a um novo estado de equilíbrio. O organismo (mente) busca sempre o equilíbrio cognitivo (MOREIRA; MASSONI, 2015).

Esse processo é chamado por Piaget de “equilibração majorante” em oposição à “equilibração minorante” que seria a desistência. O professor, ao desafiar o aluno, deve tomar o cuidado para não propor uma situação em que o aluno simplesmente memorize, ou seja, não mude seus esquemas de assimilação. Deve haver o conflito cognitivo, de maneira que o aprendiz sinta que seus esquemas não dão “conta” da nova situação. O conflito, especialmente em situação de ensino, como já mencionado, deve ser tal que permita ao sujeito construir novos esquemas ou adaptá-los. Lima (1980) defende que o instrumento educador por excelência é a criação de situações que promovam reorganizações (jamais meros condicionamentos ou respostas aprendidas que não promovam processos internos de reequilíbrio). Educar é desafiar.

Além disso, o professor precisa ter o cuidado para que o conflito cognitivo não produza desequilíbrio na estrutura cognitiva em doses muito elevadas, evitando-se o efeito contrário, isto é, a desistência por parte dos estudantes.

Segundo Piaget, todo o ser humano passa por quatro períodos (ou estágios) de desenvolvimento cognitivo: o sensório-motor, o pré-operacional, o operacional-concreto e o operacional-formal. É no período operacional-formal, que começa na adolescência, que o sujeito é capaz de raciocinar por hipóteses verbais e, portanto, não precisa mais da experiência concreta, como nos períodos anteriores. No período operacional-formal, ele começa a trabalhar com hipóteses e com abstrações (PIAGET; GARCIA, 2011).

Uma implicação ao ensino das ideias de Piaget é que o pensamento hipotético-dedutivo só se desenvolve se as crenças forem submetidas à discussão, isto é, se forem contraditas. Do ponto de vista da didática, a problematização inicial discussão planejada e a dinâmica de grupo são muito

importantes porque a forma de raciocinar de cada membro é controlada pela crítica dos demais, e isto instiga à reflexão e à abstração.

A teoria de Piaget é abrangente, mas colocamos em destaque os conceitos de assimilação, acomodação, equilíbrio e esquemas de assimilação, que são fundamentais para a compreensão das mudanças cognitivas originadas na interação do indivíduo com o meio.

Como já comentado, para Piaget, o desenvolvimento da inteligência é uma construção que, do ponto de vista funcional, consiste em assimilar e acomodar, isto é, incorporar a realidade nos esquemas e modificar-se para adaptar-se à realidade. O desenvolvimento da inteligência é, rigorosamente, encadeado; consiste em estabelecer relações.

Nesse sentido, o módulo de ensino aqui apresentado é piagetiano porque busca estabelecer relações entre distintos saberes, agregando novos significados e promovendo a construção ou modificação de esquemas cognitivos ao propor a discussão de uma teoria (a TRR) que coloca conflitos cognitivos aos alunos, dado que, em geral, privilegia-se nas escolas a teoria clássica newtoniana.

Esquemas são sequências de ação física ou mental, dotadas de estrutura definida, que servem de instrumento para que o aprendiz aja satisfatoriamente no ambiente físico e social. O sujeito constrói esquemas de assimilação mentais para abordar a realidade, buscando incorporar elementos externos compatíveis com sua natureza, este é um postulado básico da teoria de Piaget. O segundo postulado basilar piagetiano é que todo o esquema de assimilação é obrigado a se acomodar aos elementos que assimila. Os esquemas “dirigem” a nossa conduta. Mas essas estruturas são relativamente fixas, não podem ser substituídas ou modificadas drasticamente.

A presente proposta didática, uma vez mais, é piagetiana, pois busca promover desequilíbrios que forcem os alunos a ultrapassar o estado atual de seu conhecimento e a assimilar conceitos da Teoria da Relatividade Restrita através de um avanço gradual para níveis mais elevados de abstração. Desequilíbrios são fontes de progresso cognitivo, segundo Piaget, porque motivam o aprendiz a superá-los e a alcançar reequilibrações. Este é o papel do professor.

A sequência aqui apresentada faz uso de textos de apoio, exposições e situações que, evolutivamente, introduzem a TRR, evitando que os desequilíbrios sejam grandes a ponto de impedir a equilíbrio majorante. As escolhas dos tópicos buscam respeitar o estágio e os esquemas de assimilação dos estudantes de Ensino Médio, mas ao mesmo tempo buscam “forçá-los”, motivá-los a assimilar conceitos instigantes da Física Moderna e Contemporânea.

## Referencial epistemológico: visão epistemológica de Thomas Kuhn

A fundamentação epistemológica da presente proposta está baseada nas ideias de Thomas Kuhn, expressas, particularmente, em seu livro intitulado *A Estrutura das Revoluções Científicas*, em que se destacam os conceitos de paradigma, ciência normal, crise, revolução científica e incomensurabilidade.

Inicialmente Kuhn define “paradigma” como “as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções exemplares para uma comunidade de praticantes da Ciência” (KUHN, 2013, p. 53). Essas realizações científicas servem para definir, temporária e implicitamente, os problemas e métodos legítimos de um campo de pesquisa para seus praticantes e às gerações posteriores.

Para Kuhn, por exemplo, a Física de Newton e a Teoria da Relatividade de Einstein são paradigmas distintos, pois têm problemas, metodologias, valores e especialmente visões de mundo diferentes.

Os cientistas cuja pesquisa está baseada em um paradigma compartilhado (entre os membros de uma dada comunidade científica) estão comprometidos com as mesmas regras e padrões para a prática científica. A ciência normal é caracterizada pela adesão a um paradigma que legitima quebra-cabeças e problemas sobre os quais a comunidade trabalha. Os resultados obtidos pela pesquisa na fase de ciência normal são significativos porque contribuem para aumentar o alcance e a precisão com os quais o paradigma pode ser aplicado.

Frequentemente um paradigma que foi desenvolvido para um determinado conjunto de problemas apresenta anomalias, problemas ou fatos científicos não explicáveis pelo paradigma vigente. Se as anomalias são persistentes e relevantes podem levar o paradigma à crise. Quando isto ocorre aparecem novas ideias cuja resolução pode resultar em um novo paradigma, ou seja, emerge uma nova teoria que rompe com a prática científica e introduz novas regras. Neste caso ocorre uma *revolução científica*.

Para Kuhn, o progresso da Ciência é um processo descontínuo, revolucionário, de reconstrução de uma área de estudos. Sempre que ocorre uma revolução científica os cientistas modificam a sua concepção da área de estudos, seus métodos e seus objetivos.

Em nossa proposta a Epistemologia de Kuhn mostra-se adequada, pois a passagem do paradigma newtoniano para o relativístico é o cerne de nossa discussão.

Para o Kuhn, os referentes físicos dos conceitos einsteinianos não são de modo algum idênticos àqueles conceitos newtonianos que levam o mesmo nome. Por exemplo, a massa newtoniana é conservada; a einsteiniana é conversível com a energia.

A nova tradição científica que emerge de uma revolução científica é não apenas incompatível, mas verdadeiramente incomensurável com aquela que a precedeu, no sentido de que as novas ideias, as novas teorias não podem ser comparadas com as antigas. São estritamente visões de mundo diferentes. O que leva os cientistas a mudarem de paradigma não são argumentos puramente lógicos, racionais, mas a capacidade do novo paradigma de se mostrar frutífero e promissor na solução de alguns problemas extraordinários.

Pensamos que a abordagem histórico-filosófica da TRR à luz da concepção kuhniana de desenvolvimento científico, além de oportunizar ao aluno a compreensão do que é uma revolução científica, contrapõe-se à noção de linearização do conhecimento que, em geral, é difundida pelos livros didáticos e nas salas de aula do Ensino Básico, segundo a qual a Ciência é um corpo de conhecimentos ao qual se vão acrescentando novas teorias. Estas, por sua vez, vão incorporando as anteriores na mais perfeita ordem, sem crises, sem contradições e sem substituições.

O que buscamos mostrar é que a mecânica newtoniana não é um caso particular da TRR porque as duas teorias são incomensuráveis, isto é, os referentes físicos dos conceitos einsteinianos são distintos daqueles newtonianos que levam o mesmo nome, como já referido acima.

Defendemos que discutir determinados aspectos da natureza da ciência auxilia na construção de concepções mais alinhadas às visões epistemológicas atuais e incita a criticidade dos alunos, bem como, conseqüentemente, o desenvolvimento de novos esquemas de assimilação.

## Planejamento

A estratégia didática aqui apresentada, à luz de uma abordagem histórico-epistemológica e conceitual, constitui-se no planejamento de um módulo, envolvendo dez (10) encontros, cujo objetivo é introduzir a Teoria da Relatividade Restrita, sem necessariamente fazer um aprofundamento matemático. Isto é, os conceitos são introduzidos através da leitura de textos que são exaustivamente discutidos em sala de aula, através de explicações, exercícios e intensa participação dos alunos.

Levando os aspectos considerados anteriormente, a organização das aulas é mostrada no Quadro 1, em que são apresentados os tópicos de cada encontro e os objetivos de aprendizagem:

Encontro	Tópico a ser abordado (2 h-a)	Objetivos de aprendizagem
1º	A velocidade de propagação da luz no vácuo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber os diferentes métodos utilizados ao longo dos tempos e as dificuldades para medir a velocidade da luz;</li> <li>- revisar o conceito e a dimensão de “velocidade”;</li> <li>- ter uma noção do módulo da velocidade de propagação da luz e seu papel na Física.</li> </ul>
2º	A natureza da luz.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- comparar as diferentes noções sobre a natureza da luz, desde os gregos antigos até nossa compreensão atual;</li> <li>- perceber o embate corpuscular <i>versus</i> ondulatório, que teve lugar ao longo da história, a respeito da natureza da luz e as limitações de cada proposta;</li> <li>- revisar conceitos associados a fenômenos ópticos: reflexão, refração e velocidade de propagação em diferentes meios;</li> <li>- refletir sobre o processo de construção da Ciência, buscando desconstruir uma visão modelo linear, mostrando rupturas, como adverte Kuhn, tentativas frustradas, erros e acertos.</li> </ul>
3º	O papel do éter luminoso na Física e as tentativas de evidenciar sua existência: o experimento de Michelson e Morley.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ter uma visão da evolução histórica da noção do éter luminoso, suas propriedades quase “milagrosas” e o papel que ele desempenhou na Física;</li> <li>- analisar as tentativas (frustradas) de evidenciar a existência do éter luminoso;</li> <li>- reconhecer as consequências decorrentes do fracasso da experiência de Michelson e Morley;</li> <li>- refletir sobre a interpretação de Lorentz e FitzGerald para o fracasso da experiência de Michelson e Morley;</li> <li>- interpretar o processo de construção da Ciência como sendo uma atividade humana provisória de construção do conhecimento científico.</li> </ul>
4º	Os referenciais inerciais, as transformações galileanas e os postulados da Teoria da Relatividade Restrita e suas implicações.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- distinguir um referencial inercial de um referencial não-inercial;</li> <li>- reconhecer as transformações de Galileu e as suas consequências;</li> <li>- analisar a relatividade de Newton e as suas consequências;</li> <li>- ter um primeiro contato com os postulados da TRR;</li> <li>- perceber as profundas consequências dos dois postulados da TRR;</li> <li>- examinar um aspecto epistemológico relevante, no sentido de que a TRR resolveu o conflito entre as transformações de Galileu e as equações de Maxwell e revolucionou os conceitos de espaço e tempo até então concebidos.</li> </ul>
5º	Relatividade da simultaneidade, refinamento do conceito de observador e dilatação do tempo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber que eventos simultâneos em um determinado referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial;</li> <li>- articular a TRR e como ela tornou “relativos” os conceitos de tempo e simultaneidade;</li> <li>- construir o conceito de “observador” na relatividade;</li> <li>- descrever situações em que um relógio que se move muito rápido parece funcionar mais lentamente quando visto por um observador que não se move junto com ele;</li> <li>- intuir o significado de dilatação temporal;</li> <li>- deduzir a equação da dilatação do tempo usando o teorema de Pitágoras;</li> <li>- refletir sobre o quanto a TRR mostra-se anti-intuitiva e como os conceitos vão se transformando diante de inovações teóricas, o que torna a Ciência um empreendimento dinâmico.</li> </ul>

6º	O espaço-tempo, o paradoxo dos gêmeos e a contração do comprimento.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- reconhecer situações em que dois observadores compartilham a mesma região do espaço-tempo;</li> <li>- examinar o paradoxo dos gêmeos e perceber que o problema não é simétrico;</li> <li>- intuir que o comprimento de um objeto, quando se desloca com velocidade próxima da luz, é menor do que quando se encontra em repouso;</li> <li>- reconhecer a contração do comprimento e que ela ocorre apenas na direção do movimento;</li> <li>- inferir que a contração do comprimento decorre do segundo postulado da TRR.</li> </ul>
7º	O paradoxo do celeiro, a detecção dos múons, a experiência de Hafele-Keating, a aparência visual de objetos em movimento relativístico e a adição de velocidades na Relatividade Restrita.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- entrar em contato com o paradoxo do celeiro;</li> <li>- ter uma abordagem histórica e conceitual das principais confirmações experimentais da TRR: detecção dos múons e a experiência de Hafele-Keating;</li> <li>- intuir a aparência visual de objetos em movimento relativístico (ver/fotografar um objeto em movimento relativístico não é o mesmo que observar um objeto em movimento relativístico);</li> <li>- trabalhar a adição de velocidades para ajudar a perceber, uma vez mais, que nenhum objeto material pode se mover mais rapidamente do que a luz no vácuo;</li> <li>- reconhecer que quando as velocidades são pequenas (comparadas com a velocidade de propagação da luz no vácuo) a adição de velocidades na TRR coincide com a soma galileana de velocidades.</li> </ul>
8º	Quantidade de movimento relativística e energia relativística.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- reconhecer o conceito de quantidade de movimento relativística;</li> <li>- identificar o significado da equivalência massa-energia;</li> <li>- avaliar por que as equações da quantidade de movimento relativística e da energia relativística total mostram que é impossível colocar uma partícula material na velocidade da luz;</li> <li>- perceber que quando as velocidades consideradas são muito menores que a da luz no vácuo, as equações relativísticas da quantidade de movimento e da energia cinética reduzem-se às respectivas equações da mecânica clássica;</li> <li>- intuir o limite de validade das teorias científicas.</li> </ul>
9º	Efeito Doppler relativístico, diagramas de Minkowski e o espaço-tempo e o sistema de posicionamento global (GPS).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- perceber que o efeito Doppler também ocorre com ondas eletromagnéticas;</li> <li>- analisar a formulação da TRR em termos geométricos através diagramas de Minkowski;</li> <li>- reconhecer uma das aplicações tecnológicas cotidianas mais importantes da TRR e Geral que é o Sistema de Posicionamento Global (GPS).</li> </ul>
10º	Noções da Teoria da Relatividade Geral	<ul style="list-style-type: none"> <li>- revisar conceitos da TRR;</li> <li>- ter algumas noções relativas à Teoria da Relatividade Geral;</li> <li>- avaliar o módulo didático desenvolvido ao longo dos encontros;</li> <li>- refletir suas concepções sobre a natureza da Ciência, percebendo as teorias como sucessivas construções humanas.</li> </ul>

A programação descrita acima está detalhada através dos planos de aula, em que apresentamos os tópicos e os objetivos de aprendizagem, assim como as estratégias utilizadas.

A sequência aqui apresentada é apenas uma sugestão, pois como os textos são independentes podem ser trabalhados isoladamente ou em sequências diversas.

## Referências

LIMA, L. O. **Piaget para principiantes**. 5. ed. São Paulo: Summus, 1980.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e história das ciências**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

MOREIRA, M. A.; MASSONI, N. T. Interfaces entre teorias de aprendizagem e ensino de ciências/física. **Textos de Apoio ao Professor de Física**, v. 26, n. 6. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2015.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 12. ed. São Paulo: Perspectiva, 2013.

## Aula 1

### PLANO DE AULA 1

**Tópico: A velocidade de propagação da luz no vácuo.**

**Tempo: 2 horas-aula.**

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Refletir sobre como a velocidade de propagação da luz foi pensada em diferentes épocas ao longo da história da Ciência;
- Perceber os diferentes métodos (e experimentos) utilizados ao longo dos tempos e as dificuldades enfrentadas para medir a velocidade da luz;
- Revisar o conceito e a dimensão de “velocidade”;
- Ter uma noção do módulo da velocidade de propagação da luz no vácuo e seu papel na Física;
- Resolver exercícios para auxiliar os alunos a perceberem que a velocidade da luz é incomparavelmente superior às velocidades cotidianas, de senso comum;
- Refletir sobre o processo de construção da Ciência, as tentativas frustradas (erros e acertos) e a importância da invenção de novas técnicas, mais precisas e avançadas.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 1.

**Procedimentos:**

**Atividade inicial:** apresentação dialogada de um resumo, em *PowerPoint*, do Texto de Apoio da Aula 1.

**Desenvolvimento:** exposição gradual articulada com uma série de questionamentos, para trabalhar os conceitos e perceber o nível de compreensão dos alunos. Para isto, é importante incentivar que os alunos falem e exponham seus pontos de vista. Alguns exercícios são solicitados para serem resolvidos pelos alunos no final do encontro.

**Fechamento:** no final da aula cada aluno entrega os exercícios e recebe cópia impressa (ou é disponibilizado em meio eletrônico) do Texto de Apoio da Aula 2. Cada aluno também é orientado sobre a importância de fazer a tarefa de leitura prévia.

### **Texto de Apoio da Aula 1**

#### **A VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA LUZ NO VÁCUO**

Em janeiro de 1931, **Charlie Chaplin** (1889–1977), **Albert Einstein** (1879-1955) e sua esposa **Elsa Einstein** (1876–1936) chegaram juntos, de smoking, para a estreia do filme *Luzes da Cidade*, estrelado, escrito e dirigido pelo próprio **Charlie Chaplin** (1889–1977). Sob aplausos, quando entravam no cinema, **Chaplin** observou, de forma memorável (e precisa): “Eles me aplaudem porque me entendem e o aplaudem porque ninguém o entende”.



Figura 1. **Einstein** com **Charlie Chaplin** e **Elsa** na estreia em Hollywood de *Luzes da Cidade*, janeiro de 1931. Fonte: extraído de: Isaacson, 2007, p. 277.

Prezado(a) aluno(a), nas próximas aulas pretendo convencê-lo de que o comentário de **Chaplin** não corresponde mais à verdade. Admirar a beleza e a tremenda simplicidade da Teoria da Relatividade Restrita não é difícil. Porém, o desafio maior aos que entram em contato pela primeira vez com esta fabulosa teoria de **Einstein** não é tanto compreendê-la, mas aceitá-la. Somente pessoas abertas a novos conhecimentos são capazes de apreciar a beleza por trás da relatividade **einsteiniana**.

## A VELOCIDADE DA LUZ

Encontramos questionamentos sobre a velocidade da **luz** desde o século V a.C. Inicialmente havia pensadores que afirmavam que a **velocidade da luz era finita** e outros que a consideravam **infinita**. A maioria dos antigos filósofos gregos afirmava que a **luz** tem **velocidade infinita**, isto é, que ela se transmitia instantaneamente de um ponto para o outro. **Aristóteles** (384 a.C. – 322 a.C.) afirmava que a **luz** se propagava em todo o espaço de forma instantânea. **Empédocles** (490 a.C. – 430 a.C.), por volta de 450 a.C., foi talvez o primeiro filósofo grego a sustentar com clareza que a **luz** se propagaria com **velocidade finita**.

Os métodos de investigação disponíveis na época permitiram, a esses pensadores, apenas o levantamento de hipóteses. **Caio Plínio Segundo** (23-79 d.C.), conhecido como **Plínio, o Velho**, um naturalista romano, sustentou que **a velocidade da luz era maior que a do som**. Um dos meios de chegar a essa conclusão é perceber que **o som de um trovão**, durante uma tempestade, **chega até nós segundos depois do lampejo do raio**.

Por volta do século X, o estudioso árabe **Avicena** (980–1037) afirmou que a **luz**, embora tivesse uma **velocidade imensurável**, era **finita**. Ele foi apoiado então por **Alhazen** (965-1040), outro estudioso árabe, que era solidário à forma de pensar de **Avicena** sobre o tema da **luz**.

Já no século XVI, o italiano **Galileu Galilei** (1564-1642) propôs um experimento para medir a velocidade da **luz**, em sua obra intitulada “Duas Novas Ciências”. Ele sugeriu colocar **dois indivíduos com lanternas no alto de duas colinas** distantes 1500 m: o primeiro indivíduo descobria sua lanterna e o segundo, ao perceber a luminosidade proveniente dessa lanterna, descobria a sua. O tempo decorrido entre o descobrir da primeira lanterna e a percepção da luminosidade da lanterna do segundo seria o tempo de propagação de ida e volta da **luz**.

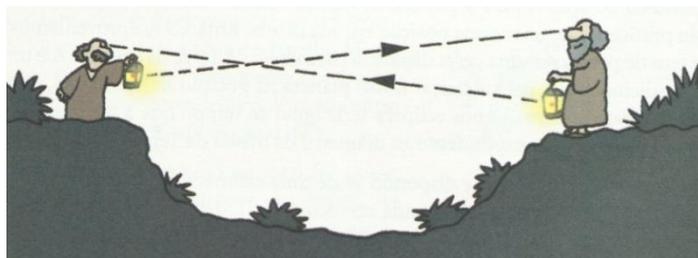


Figura 2. Representação do experimento proposto por **Galileu Galilei** para medir a velocidade da **luz**.  
 Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 179.

Apesar de estar correto o método empregado por **Galileu**, ele não obteve êxito em seu experimento. A velocidade da **luz** é muito grande e, assim, no experimento proposto por ele, a **luz** demorava cerca de  $10^{-5}$  s para efetuar o percurso de ida e volta entre as duas colinas. Este tempo, extremamente pequeno, era impossível de ser medido com os aparelhos de que dispunha **Galileu**, sendo esta a causa do fracasso de seu experimento.

O primeiro cálculo da velocidade da **luz** foi proposto pelo dinamarquês **Ole Christensen Römer** (1644-1710), em 1676, alguns anos depois da morte de **Galileu**.

**Römer**, observando o **movimento de um dos satélites de Júpiter em torno desse planeta, verificou que periodicamente** ele se “escondia” atrás de Júpiter, isto é, **o satélite era eclipsado pelo planeta**. Mediu, então, **o intervalo de tempo entre dois eclipses consecutivos**, encontrando **42,5 h**. Suponha que, **quando a Terra se encontrava na posição A** da Figura 3 (posição mais próxima de Júpiter) **Römer tenha determinado a hora exata em que ocorreu um destes eclipses**. Sabendo que **o eclipse seguinte ocorreria 42,5 h mais tarde e assim sucessivamente, ele organizou uma tabela de horários dos eclipses que ocorreriam durante o ano inteiro**.

Seis meses mais tarde, **quando a Terra se encontrava na posição B** da Figura 3 (posição mais afastada de Júpiter), **Römer** verificou, com surpresa, que **os eclipses estavam ocorrendo alguns minutos depois dos horários previstos**. Ele interpretou corretamente o motivo do atraso: **em seis meses, enquanto a Terra passa da posição A para a posição B, Júpiter desloca-se muito pouco**, permanecendo praticamente na mesma posição em sua órbita. Então, **a luz proveniente do satélite tem de percorrer certa distância para chegar à Terra na posição A e uma distância adicional, AB, para alcançar nosso planeta na posição B**. Desta maneira, **o atraso observado nos eclipses seria igual ao intervalo de tempo que a luz gasta para percorrer a distância correspondente ao diâmetro da órbita da Terra (distância AB)**.

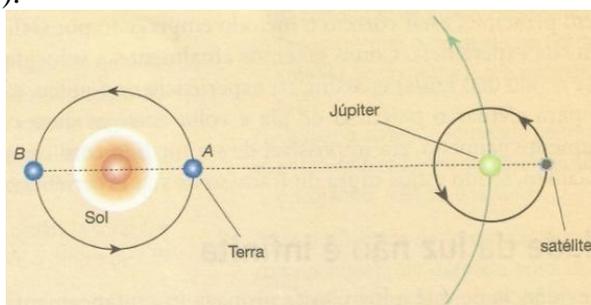


Figura 3. A **luz** emitida pelo satélite de Júpiter gasta mais tempo para alcançar a Terra, quando ela está na posição B, do que quando ela está na posição A.  
 Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 180.

Conhecendo-se este intervalo de tempo e dispondo-se de uma estimativa do valor do diâmetro da órbita da Terra, foi possível, ainda **no século XVII**, determinar um **valor para a velocidade da luz**, encontrando-se  $c = 225.000 \text{ km/s}$ . Este valor difere bastante daquele que conhecemos atualmente. O erro na medida do dinamarquês ocorreu porque **as distâncias entre a Terra e Júpiter não eram bem conhecidas em sua época**, todavia é inestimável seu mérito em nos alertar que a **luz** não se propaga com **velocidade infinita**.

No século XIX, o francês **Armand Hippolyte Louis Fizeau** (1819-1896) conseguiu **medir a velocidade da luz com bastante precisão**, fazendo um feixe luminoso percorrer uma distância relativamente pequena (16 km) sobre a superfície da Terra. Para isto, ele usou o dispositivo mostrado na Figura 4, que lhe permitiu medir o intervalo de tempo muito pequeno que a **luz** gastou para percorrer esta distância.

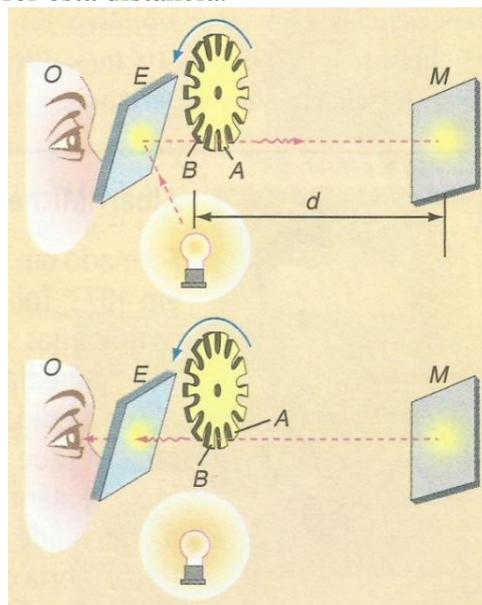


Figura 4. Representação do dispositivo usado por **Fizeau** para medir a velocidade da **luz**.  
Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 181.

**Fizeau** fez um feixe de luz incidir sobre uma lâmina de vidro E (Figura 4) na qual ele era parcialmente refletido, sendo dirigido para um espelho distante M, após passar no intervalo A entre os dentes de uma roda dentada em rotação. A velocidade desta roda era ajustada para que o feixe de luz, após se refletir em M, voltasse à roda dentada, passando exatamente pelo intervalo B (consecutivo de A e ocupando, neste instante, a posição antes ocupada por A), sendo então recebido pelo observador O. Assim, o intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastava para efetuar o percurso de ida e volta, entre a roda e o espelho M, era igual ao intervalo de tempo,  $\Delta t'$ , que a roda gastava para girar de um ângulo correspondente à distância entre os dois intervalos consecutivos (arco AB).

Conhecendo o número de rotações que a roda efetuava por segundo (frequência “f” de giro da roda) e o número “n” de dentes que ela possuía, **Fizeau** obteve facilmente o valor de  $\Delta t'$ . Como a distância “d” entre a roda e o espelho M era conhecida, foi possível obter o valor da velocidade da **luz** pela relação:  $c = 2d/(\Delta t)$ . Em 1849, **Fizeau** divulgou os resultados de suas experiências, apresentando o valor  $c = 3,13 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

## REFERÊNCIAS

CASTILHO, M. I. **Uma introdução conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

HARRES, J. B. S. **Introdução à ótica geométrica.** 2. ed. Lajeado: FATES, 1993.

ISAACSON, W. **Einstein:** sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física.** Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

OLIVEIRA, M. P. P. de; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos:** pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

### *Lista de exercícios da Aula 1*

- 1) Durante uma tempestade, uma pessoa viu um relâmpago e, após 6 segundos, escutou o barulho do trovão. Sendo a velocidade do som igual a 340,0 m/s, a que distância a pessoa estava, em km, do local onde caiu o relâmpago?  
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 340 = \frac{\Delta x}{6} \rightarrow \Delta x = 340 \cdot 6 \rightarrow \Delta x = 2040 \text{ m} \rightarrow \Delta x = 2,04 \text{ km}$$
- 2) Liste alguns cuidados importantes que deveriam ter sido tomados no experimento proposto por Galileu para que ele pudesse fornecer bons resultados.  
*Os cuidados que Galileu poderia ter tido para melhor desenvolver o experimento são:*
  - *descontar o tempo de reação de cada um dos operadores – o tempo de reação pode ser “medido”, por exemplo, com experimentos simples. Os operadores podem ser treinados para aumentar sua velocidade de resposta;*
  - *escolher uma noite sem luar para favorecer a visibilidade das lanternas;*
  - *usar um fundo escuro para realçar a luz da chama.*
- 3) Calcule, com dois algarismos significativos, o valor do intervalo de tempo que Galileu tentou medir no experimento mostrado na Figura 2. Observação: aceita-se, atualmente, que a velocidade de propagação da luz no vácuo é de, aproximadamente,  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.  
$$\text{Rapidez} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\text{distância}}{\text{rapidez}} \rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^3 \text{ m}}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \rightarrow \Delta t = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$
- 4) Por que o experimento de Galileu mostrado na Figura 2 não teve sucesso?  
*Porque o intervalo de tempo que a luz gastava para percorrer a distância de ida e volta entre as duas colinas é extremamente pequeno. Portanto, não era possível, naquela época, medir o seu valor.*

- 5) Como vimos, Römer observou que, quando a Terra se deslocava da posição A para a posição B, representadas na Figura 3, havia um atraso de vários minutos na observação de um eclipse de um satélite de Júpiter.

a) Este atraso era devido ao tempo que a luz gasta para percorrer o diâmetro do Sol, da Terra ou da órbita da Terra?

*O atraso corresponde ao tempo que a luz gasta para percorrer a distância AB, mostrada na figura 3 (diâmetro da órbita da Terra).*

b) Sabendo que a distância média da Terra ao Sol é de  $1,50 \cdot 10^8$  km, determine, em minutos, o valor deste atraso. Observação: aceita-se, atualmente, que a velocidade de propagação da luz no vácuo é de, aproximadamente,  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

$$velocidade = \frac{distância}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{distância}{velocidade} \rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot 1,50 \cdot 10^8 \text{ km}}{3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \rightarrow \Delta t = 1000 \text{ s} \rightarrow$$

$$\Delta t = 16,66 \text{ min}$$

- 6) Acesse o seguinte endereço eletrônico: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/58/Fizeau.ogg>. Nele você encontrará uma simulação do experimento realizado por Fizeau. A roda dentada usada por ele girava numa frequência de, aproximadamente, 12,6 voltas por segundo e possuía 720 dentes separados por intervalos de mesma largura. O espelho estava localizado a uma distância de  $8,633 \cdot 10^3$  m.

a) A partir da distância “d” entre a lâmina de vidro E e o espelho distante M e a velocidade “c” de propagação da luz, obtenha a expressão matemática que permite determinar o intervalo de tempo  $\Delta t$  que a luz gastaria para se deslocar até o espelho e voltar à roda dentada.

$$velocidade = \frac{distância}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{distância}{velocidade} \rightarrow \Delta t = \frac{2d}{c}$$

b) A partir da frequência “f” de giro da roda dentada e do número “n” de dentes da roda dentada, obtenha a expressão matemática que permite determinar o intervalo de tempo  $\Delta t'$  que cada dente gastaria para passar diante do observador.

Seja:

→ “ $\Delta x$ ” a distância entre os dois intervalos consecutivos A e B da roda dentada (medida linear do arco AB existente entre dois intervalos adjacentes A e B da roda);

→ “n” o número de dentes da roda que é igual ao número de intervalos da mesma roda;

→ “R” o raio da roda;

→ “v” o módulo da velocidade tangencial dos pontos situados na periferia da roda.

Temos:

$$\Delta x \cdot 2n = 2\pi \cdot R \rightarrow \Delta x = \frac{\pi R}{n}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t'} \rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t'$$

$$v \cdot \Delta t' = \frac{\pi R}{n} \rightarrow 2\pi R f \cdot \Delta t' = \frac{\pi R}{n} \rightarrow 2f \cdot \Delta t' = \frac{1}{n} \rightarrow \Delta t' = \frac{1}{2nf}$$

c) Sabendo que o intervalo de tempo  $\Delta t'$  que cada intervalo gastaria para passar diante do observador é igual ao tempo  $\Delta t$  que a luz gastaria para se deslocar até o espelho e voltar à roda, determine a velocidade de propagação da luz encontrada por Fizeau.

$$\Delta t = \Delta t' \rightarrow \frac{2d}{c} = \frac{1}{2nf} \rightarrow c = 4nfd \rightarrow c = 4 \cdot 720 \cdot 12,6 \text{ s}^{-1} \cdot 8,633 \cdot 10^3 \text{ m} \rightarrow$$

$$c = 3,13 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- 7) Calcule a diferença percentual entre o valor obtido por Fizeau para a velocidade da luz e o valor  $c = 3,00 \times 10^8$  m/s, obtido nas medidas mais precisas realizadas posteriormente.

*A diferença (absoluta) entre os dois valores é  $0,13 \cdot 10^8$  m/s. Para expressá-la em forma percentual, temos:*

$$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} \text{ ----- } 100\%$$

$$0,13 \cdot 10^8 \text{ m/s} \text{ ----- } x$$

$$x = 4,3\%$$

*Este erro percentual pode ser considerado pequeno, tendo em vista a época (século 19) e as condições em que a experiência foi realizada. O ótimo resultado obtido por Fizeau é uma consequência de seus esforços e da grande habilidade experimental de que era dotado.*

## Aula 2

No segundo encontro o objetivo é dar continuidade à abordagem histórica, buscando mostrar a evolução dos conceitos científicos como forma de preparar os estudantes para a introdução da Teoria da Relatividade Restrita.

Indicamos utilizar o Texto de Apoio da Aula 2 que é apresentado na sequência.

### PLANO DE AULA 2

**Tópico:** A natureza da luz.

**Tempo:** 2 horas-aula.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- Comparar as diferentes noções sobre a natureza da luz, desde os gregos antigos até nossa compreensão atual;
- Perceber o embate corpuscular *versus* ondulatório, que teve lugar ao longo da história da Ciência, a respeito da natureza da luz e as limitações de cada proposta;
- Revisar conceitos associados a fenômenos ópticos: reflexão, refração e velocidade de propagação da luz em diferentes meios;
- Refletir sobre o processo de construção da Ciência buscando desconstruir a visão de um modelo linear, mostrando rupturas, como adverte Kuhn, tentativas frustradas, erros e acertos.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 2.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: apresentação de um resumo, em *PowerPoint*, do Texto de Apoio da Aula 2.

Desenvolvimento: exposição dialogada propondo questionamentos para discutir os embates históricos entre a visão corpuscular *versus* a visão ondulatória da natureza da luz. É importante incentivar a que os alunos falem e exponham seus pontos de vista. Exercícios são solicitados para serem resolvidos e entregues pelos alunos no final do encontro.

Fechamento: no final da aula os alunos entregam as respostas aos exercícios e recebem cópia impressa (ou é disponibilizado em meio eletrônico) do Texto de Apoio da Aula 3 como tarefa de leitura extraclasse.

## Texto de Apoio da Aula 2

### A NATUREZA DA LUZ

Na Grécia antiga havia pensadores que debatiam sobre o que seria a **luz**. Filósofos como **Leucipo de Mileto** (primeira metade do século V a.C. – século V a.C.) e **Empédocles** (493 a.C. – 430 a.C.) já se preocupavam em responder perguntas tais como: por que vemos um objeto? O que é a **luz**? **Leucipo de Mileto** afirmava que enxergávamos por causa de pequenas **partículas** emitidas pelos objetos que atingiam nossos olhos. Já para **Empédocles** (493 a.C. – 430 a.C.) a visão não era uma propriedade dos objetos, mas do olho. Para ele, feixes visuais, emitidos pelo olho, interagiam com os objetos para colher informações sobre eles.

Discutir a natureza da **luz** sempre foi algo complicado para os cientistas. Para uns a **luz** era **constituída de partículas** que percorriam o espaço em linha reta com velocidade muito grande. Para outros, ela seria uma espécie de **vibração** que invadiria todas as substâncias transparentes. Por volta de 1500, o italiano **Leonardo da Vinci** (1452-1519), percebendo a semelhança entre a **reflexão da luz** e o fenômeno do **eco**, levantou a hipótese de que a **luz**, como o **som**, poderia ser uma **onda**.

Houve uma intensa polêmica, no século XVII, entre o holandês **Christian Huygens** (1629-1695) e o inglês **Isaac Newton** (1642-1727), que se tornou célebre na história da Física. Eles defendiam **duas concepções** ou dois paradigmas, segundo o filósofo da Ciência americano **Thomas Samuel Kuhn** (1922-1996), que **propunham naturezas distintas** para a **luz**: uma defendendo a hipótese de que a **luz** seria uma **onda**, ou seja, uma **vibração** que se propagava pelo espaço; e outra defendendo a hipótese de que a **luz** era **constituída de partículas**, ou seja, de pequenos corpos dotados de massa.

No fim do século XVII, **Newton** e **Huygens** travaram um duelo acerca da natureza da **luz**. O primeiro afirmava que a **luz era um feixe de partículas** que tinha origem na fonte de **luz**. **Huygens**, por sua vez, afirmava que a **luz** era uma **vibração** que ocorria **em uma suposta matéria sutil**, que ele, assim como vários filósofos gregos da Antiguidade, chamava de **éter**. Desde os escritos de **Platão** (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., há registros da suposta existência de uma substância que preencheria todo o espaço.

As **duas concepções** sobre a natureza da **luz** se alicerçavam em analogias com outras situações físicas que forneciam razões para que cada um continuasse defendendo sua própria hipótese.

Por exemplo, vamos pensar no trajeto da **luz** entre o Sol e a Terra. Segundo o **modelo ondulatório**, não seria possível a **luz** chegar até nós se o espaço entre os astros (Sol e Terra) fosse vazio, pois não haveria um meio material para ser perturbado. Seguiu-se assim um resultado já sabido na época, que o **som** não se propaga no vácuo.

Dessa forma, dado que a **luz** do Sol chega à Terra e não havia resultado experimental que demonstrasse a existência de uma substância que serviria de suporte para sua propagação, ganhava força a **versão corpuscular** para a natureza da **luz**. Isso porque, sendo **constituída de partículas** minúsculas, não havia problema para a **luz** se propagar no vácuo. Portanto, ponto para o **Newton**!

Por outro lado, podemos pensar em uma situação na qual a explicação de **Huygens** tivesse melhor resultado. Sabemos que quando dois feixes de **luz** se cruzam, o primeiro “não toma conhecimento” do segundo; ou melhor, depois da região de interseção dos feixes, ambos continuam sua propagação sem que sejam desviados ou que suas características sejam alteradas. Se a **luz** fosse constituída de **pequenas partículas**, na região de cruzamento entre os feixes elas deveriam se chocar, provocando alterações tanto nas propriedades físicas quanto no trajeto. Considerando a **luz** como **onda**, a propagação inalterada, depois da interseção dos feixes, poderia acontecer. Portanto, ponto para o **Huygens**!

Nas ilustrações da Figura 1, temos à esquerda a representação do encontro de dois feixes de **partículas**. Observe que, depois de se cruzarem, os feixes perdem as suas características. À direita, representamos um **movimento ondulatório** em duas cordas, em que dois pulsos de **ondas** se cruzam sem que a interferência entre ambos altere suas propagações.

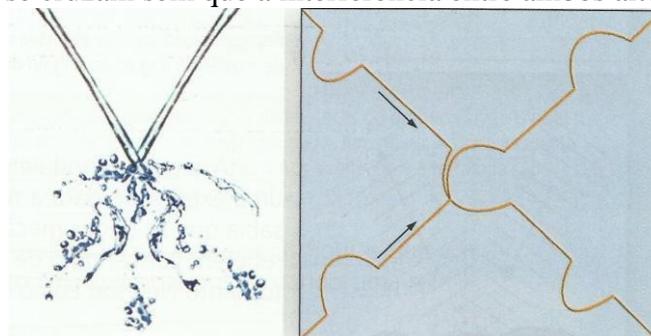


Figura 1. À esquerda temos a representação do encontro de dois feixes de **partículas** e à direita temos a representação do encontro de dois pulsos de **ondas**.

Fonte: extraído de: Pietrocola et al., 2011, p. 343.

Vejam os com um pouco mais de detalhes os argumentos utilizados por **Huygens** e **Newton** nesse duelo. Pensemos na **reflexão**. A hipótese da natureza da **luz** como **partícula** explica esse fenômeno de forma simples. Por exemplo, pequenas esferas, colidindo elasticamente contra uma superfície lisa, são refletidas de tal modo que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, exatamente como acontece com a **luz**. Portanto, em relação ao fenômeno da **reflexão**, é válido considerar um feixe de **luz** como constituído por um conjunto de **partículas** que se refletem elasticamente ao encontrarem uma superfície lisa. Portanto, ponto para o **Newton**!

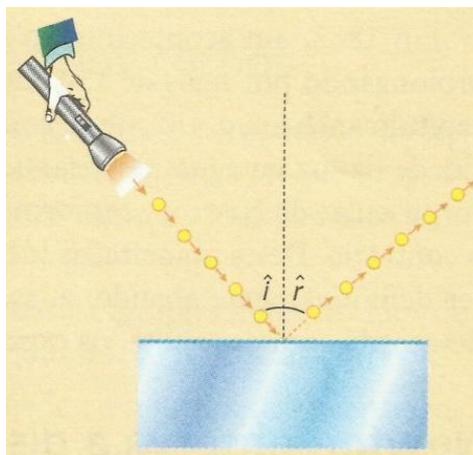


Figura 2. Representação da reflexão da **luz** segundo o modelo **corpuscular** de **Newton**.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 225.

A hipótese **ondulatória**, por sua vez, também podia fornecer uma explicação para a **reflexão**, visto que, antes de **Huygens**, já se sabia que as ondas mecânicas, como o **som** e as **ondas na água**, se refletem com ângulo de incidência igual ao de reflexão. Portanto, ponto para o **Huygens**!

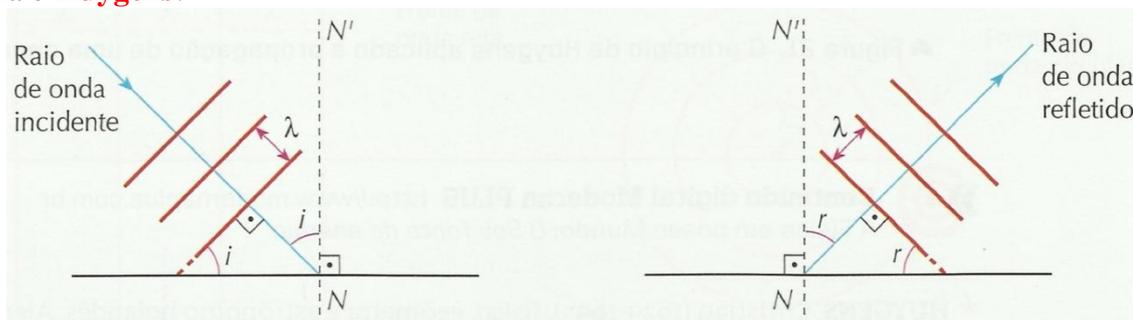


Figura 3. Representação da reflexão da **luz** segundo o modelo ondulatório de **Huygens**.  
Fonte: extraído de: Ramalho Junior et al., 2014, p. 422.

Consideremos agora a **refração**, fenômeno bem conhecido na época cuja lei geral já havia sido determinada pelo holandês **Willebrord Snell** (1580-1626) e pelo francês **René Descartes** (1596-1650). Como explicar, por exemplo, que a **luz** que vinha do ar e adentrava na água se aproximava da reta normal à superfície? Para a **versão corpuscular** de **Newton**, consideremos a Figura 4.

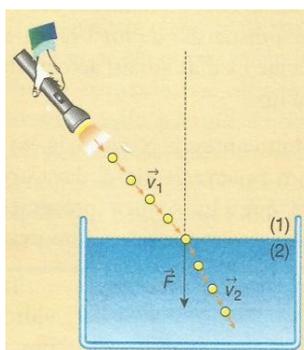


Figura 4. De acordo com a teoria **corpuscular**, a velocidade da **luz** na água deveria ser maior do que no ar.  
Fonte: extraído de Luz; Álvares, 2006, p. 225.

Nesta figura, um **feixe luminoso**, propagando-se no ar (meio 1) refrata-se ao penetrar na água (meio 2), aproximando-se da normal, como já sabemos. Segundo **Newton**, isto ocorre porque as **partículas** que constituem o feixe, ao se aproximarem da água, seriam solicitadas por uma força de atração gravitacional, que provocaria uma mudança na direção do movimento delas. Portanto, a ação desta força sobre as **partículas** seria responsável pela **refração** do feixe luminoso.

Observe que, como consequência dessa ação, as **partículas teriam sua velocidade aumentada ao penetrarem na água**, isto é, deve-se ter  $v_2 > v_1$  na Figura 4. Em outras palavras, de acordo com o **modelo corpuscular** de **Newton**, **a velocidade da luz na água deveria ser maior do que no ar**. Naquela época não foi possível verificar se esta conclusão era correta, pois não eram conhecidos métodos capazes de medir a velocidade da **luz** com precisão suficiente.

**Huygens** também fornecia uma explicação para a **refração** considerando a **luz** uma **onda**, por meio de uma construção geométrica engenhosa. Antes disso, convém explicar rapidamente como ele concebia a propagação das ondas luminosas.

Para **Huygens**, a **luz** era uma sucessão de **ondas** que se propagavam uma após a outra, atingindo regiões do meio que ainda não vibravam. No caso da propagação de um feixe de luz cilíndrico<sup>23</sup> (Figura 5 à esquerda), o **segmento AC indica uma frente de onda incidente**. O princípio de **Huygens** era que **cada partícula do meio atingido pela onda que se propaga começa a vibrar e funciona como uma fonte pontual de novas ondas com frentes de onda esféricas (ondas secundárias)**. Se tomarmos o segmento AB, cada ponto nele contido emite **ondas secundárias** com frentes de onda esféricas. Veja na Figura 5 que o **segmento NB representa uma frente de onda refletida**, que obtemos tornando uma reta tangente às frentes de onda esféricas.

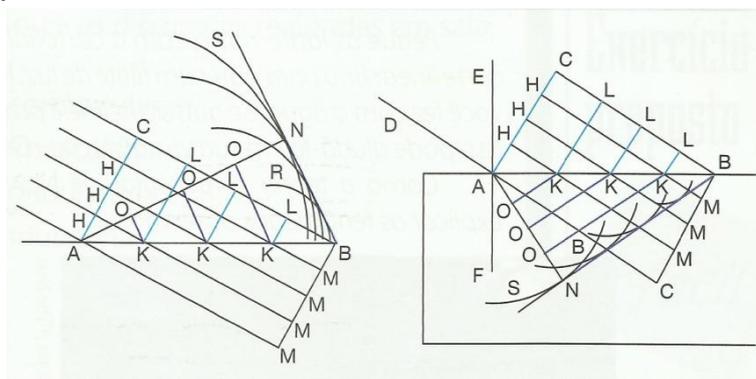


Figura 5. Representações das construções geométricas do próprio **Huygens** que explicam a **reflexão** e a **refração das ondas luminosas**. A **onda incidente** é definida pelas frentes paralelas a AC; a **refletida** e a **refratada** são definidas pelas frentes paralelas a NB.

Fonte: extraído de Pietrocola et al., 2011, p. 345.

Para a **reflexão**, essa descrição funcionava, porém para a **refração** alguns detalhes precisavam ser esclarecidos. Considere um feixe de **luz** idêntico ao do esboço de **Huygens** para a **refração** (Figura 5 à direita), supondo que ele se direcione do ar para a superfície da água. Na hipótese de **Huygens**, a propagação das **ondas luminosas** deveria seguir apenas o princípio exposto acima.

O ponto A representa uma partícula da água que vibra pela chegada de uma **frente de onda**. Nesse momento, **Huygens** acrescenta a hipótese de que **a luz se propaga na água com velocidade menor que no ar**. A frente de onda esférica, construída a partir de A, nesse caso “percorre” uma distância menor que as construídas a partir dos outros pontos do feixe que ainda não interagiram com a água.

Calma! Vou explicar melhor! Enquanto a frente de onda esférica construída a partir de A “percorre” uma distância igual a  $1 \text{ AO}$ , a frente de onda esférica construída a partir de H “percorre” uma distância igual a  $1 \text{ HK}$ . Como  $\text{AO} < \text{HK}$ , nós confirmamos que a velocidade de propagação da luz na água é menor que no ar.

Depois que toda a **frente de onda incidente** atinge a superfície da água, não há mais “quebra” na referida **frente de onda** e toda ela se propaga numa direção segundo um ângulo de refração “r” menor que o de incidência “i” (Figura 6).

<sup>23</sup> Constituído de raios luminosos paralelos entre si.

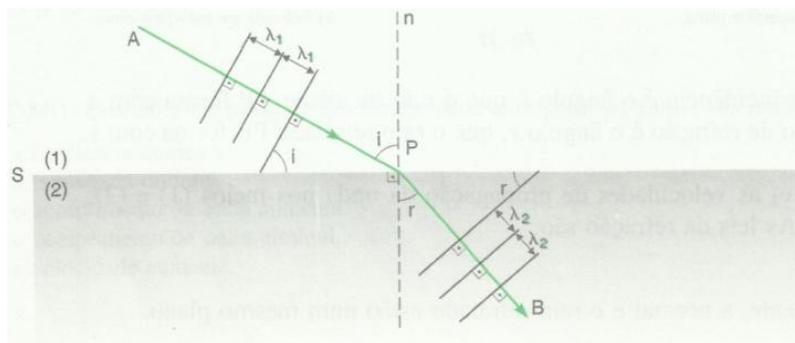


Figura 6. Representação da refração de uma onda reta através de uma superfície plana S.  
 Fonte: extraído de: Calçada; Sampaio, 1998, p. 394.

Considerando esses fenômenos, podemos dizer que as versões de **Newton** e **Huygens** para a natureza da **luz** estavam empatadas. Entretanto, existiam em cena outros fatores, de ordem mais social. Tanto **Newton** como **Huygens** tiveram seguidores, isto é, cientistas dispostos a investir tempo e esforço no aprofundamento das ideias propostas. Ao longo do século XVIII, os newtonianos destacaram-se ao aplicar as ideias de **Newton** a novos fenômenos e ao obter resultados importantes, além de contar com a notoriedade do eminente físico inglês. A hipótese newtoniana ganhou assim a confiança da comunidade de cientistas, e por cerca de um século a natureza da **luz** foi tida como **particulada**. Só voltou a ser questionada de forma relevante no início do século XIX com a “descoberta” do fenômeno da interferência.

Em 1862, um acontecimento importante dava fim a essa disputa que vinha se prolongando por mais de 150 anos. Nesse ano o físico francês **Léon Foucault** (1819-1868) conseguiu **medir a velocidade da luz na água**, verificando que **seu valor era menor do que no ar**. A **teoria corpuscular** de **Newton**, conforme vimos, ao explicar a **refração**, previa exatamente o contrário. Desta maneira, as ideias de **Newton** sobre a natureza da **luz** tiveram de ser abandonadas, pois elas levavam a conclusões que estavam em desacordo com os resultados experimentais.

No fim do século XIX, o escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879), através das suas equações, demonstrou que a **luz** é uma **onda eletromagnética**. Para entender o que são **ondas eletromagnéticas** é muito importante exercitar nossa capacidade de imaginação. Isso porque uma das principais características de uma **onda eletromagnética** é o fato de ela não precisar de um meio material para se propagar, embora também possa se difundir por meio dele.

O **campo elétrico** é uma propriedade adquirida pelo espaço associado à posição de uma **carga elétrica**. Se essa **carga** oscilar e modificar sua posição, a intensidade, a direção e o sentido do **campo elétrico**, em determinado ponto, também vão oscilar. E o que um **campo elétrico variável** produz? De acordo com as ideias básicas do Eletromagnetismo (lei de **Faraday** e lei de **Ampère**) será gerado um **campo magnético variável**.

Assim, de maneira geral, uma **onda eletromagnética** é produzida como resultado da oscilação de uma **carga elétrica**, que vai fazer o **campo elétrico  $\vec{E}$**  a ela associado também variar, e conseqüentemente gerar um **campo magnético  $\vec{B}$  oscilante**, e vice-versa. É essa mútua indução eletromagnética, entre variações sucessivas de **campos elétricos e magnéticos**, que se propaga no espaço na forma de uma **onda eletromagnética**. Na Figura 7 temos uma representação do que seria a **oscilação** desses **campos** no tempo e no espaço.

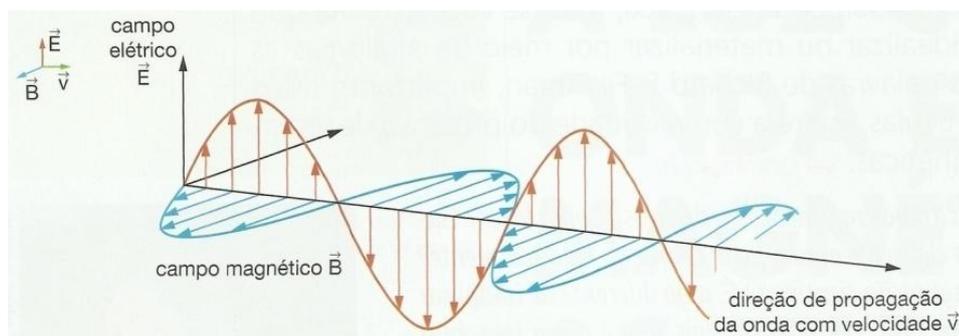


Figura 7. Representação de uma **onda eletromagnética**. Os **campos elétricos e magnéticos da onda eletromagnética** são perpendiculares entre si e também à direção de propagação.

Fonte: extraído de: Pietrocola et al., 2011, p. 246.

Percebe-se que os vetores **campo elétrico  $\vec{E}$** , **campo magnético  $\vec{B}$**  e **velocidade  $\vec{v}$**  são todos perpendiculares entre si. É importante notar que a **oscilação da carga elétrica** ocorre em determinada frequência. Logo, a **onda eletromagnética** produzida se propagará com essa mesma frequência.

A relação entre a intensidade “E” do **campo elétrico**, a intensidade “B” do **campo magnético** e a **velocidade de propagação** “v” da onda foi encontrada pelo escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879):

$$\frac{E}{B} = v$$

Essa relação permitiu ao cientista concluir que a **velocidade de propagação** das **ondas eletromagnéticas** deveria ser constante com valor de, aproximadamente, 300.000 km/s em relação ao éter, o que comprovou a **natureza eletromagnética da luz**.

## REFERÊNCIAS

- CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: óptica, ondas**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1998.
- LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 2. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.
- OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.
- RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física: terminologia, óptica e ondas**. Volume 2. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

## ***Lista de exercícios da Aula 2***

- 1) Qual a principal diferença na explicação de como as pessoas enxergam as coisas no entender de Leucipo e de Empédocles?  
*Para Leucipo, pequenas partículas emitidas pelos objetos atingiam os olhos das pessoas. Para Empédocles, os olhos emitiam feixes visuais que, ao interagir com as coisas, colhiam informações sobre elas.*
  
- 2) Qual foi a comparação feita por Leonardo da Vinci que o levou a sugerir que a luz poderia ter uma natureza ondulatória?  
*Na época de Leonardo da Vinci (por volta do ano 1500) a natureza ondulatória do som já se encontrava estabelecida e o fenômeno do eco já era interpretado como consequência da reflexão das ondas sonoras. Observando que a luz sofria reflexões de maneira semelhante ao som, Leonardo da Vinci levantou a hipótese de que a luz poderia ser também um tipo de onda.*
  
- 3) Explique, sucintamente, a origem da polêmica entre Newton e Huygens.  
*A grande polêmica estabelecida entre Newton e Huygens, no século XVII, estava relacionada com diferentes concepções sobre a natureza da luz: Newton era adepto de um modelo<sup>24</sup> corpuscular (a luz seria constituída de partículas em movimento), enquanto Huygens defendia a ideia de que a luz deveria ser um tipo de movimento ondulatório.*
  
- 4) Como cada teoria explicava o fenômeno da reflexão da luz? E o da refração?  
*Pela teoria corpuscular, a reflexão da luz ocorria do mesmo modo que ocorre a reflexão de uma bolinha ao colidir com uma parede, em que o ângulo de incidência tem a mesma abertura do ângulo de reflexão com a parede. Pela teoria ondulatória, a reflexão da luz se daria como se dá a reflexão das ondas mecânicas na água e a reflexão do som em obstáculos físicos. Cada ponto do espaço por que a onda se propaga funciona como uma nova fonte de frentes de onda. A refração da luz era explicada pela teoria corpuscular como sendo consequência da força atrativa gravitacional entre as partículas da luz e as do meio em que ela ingressaria, provocando variação na direção e no valor da velocidade de propagação nesse meio. Pela teoria ondulatória, cada ponto da onda incidente que atinge a superfície de separação dos dois meios se comporta como uma nova frente de ondas que vai se propagar com nova velocidade e nova direção, num processo dinâmico em sucessão (princípio de Huygens).*
  
- 5) Considerando os textos que você estudou e as discussões realizadas em sala de aula, apresente:
  - a) Um argumento para defender a teoria corpuscular.  
*A luz constituída por corpúsculos chega à Terra vinda do Sol sem precisar de outro meio para isso. Pode viajar em qualquer meio.*

---

<sup>24</sup> Modelo é uma representação de um fenômeno natural; é uma simplificação da realidade que serve de analogia para um fenômeno natural. É mais simples, de melhor compreensão e, como a maquete de um navio, de mais fácil manuseio que o original. Pode ser adaptado e aprimorado até que suas propriedades passem a refletir as observações empíricas com exatidão suficiente para gerar confiança no seu poder de prever.

b) Um argumento para rejeitar a teoria corpuscular.

*Dois feixes bem finos de luz vindos de fontes diferentes, após se cruzarem, seguem seus caminhos como se esse cruzamento não tivesse acontecido. Com partículas isso não é possível, como se pode verificando reproduzindo essa experiência com jatos de água.*

c) Um argumento para defender a teoria ondulatória.

*O mesmo argumento que rejeita a teoria corpuscular defende a teoria ondulatória: quando ondas se cruzam, elas prosseguem seus caminhos como se o cruzamento não tivesse ocorrido.*

d) Um argumento para rejeitar a teoria ondulatória.

*Se a luz é uma onda que necessita de um meio para se propagar, então ela não pode ter vindo do Sol até a Terra. Isso porque nesse trajeto não há meio material.*

6) De acordo com o modelo corpuscular, a velocidade da luz:

a) Na água deveria ser maior, menor ou igual à sua velocidade no ar?

*A luz, ao passar do ar para a água, se refrata da maneira mostrada na figura 8. A força que seria responsável por esta refração (de acordo com o modelo corpuscular) provocaria também um aumento no valor da velocidade das “partículas de luz”. Então, a velocidade da luz na água seria maior do que no ar.*

b) No vidro deveria ser maior, menor ou igual à sua velocidade na água?

*Ao passar da água para o vidro, a luz se refrata de maneira semelhante àquela mostrada na figura 8 (do ar para a água). Então, com a mesma análise desenvolvida em (a), concluímos que a velocidade da luz no vidro deve ser maior do que na água (de acordo com o modelo corpuscular).*

7) A figura deste exercício representa um feixe de luz sofrendo refração ao passar do meio A para o meio B.

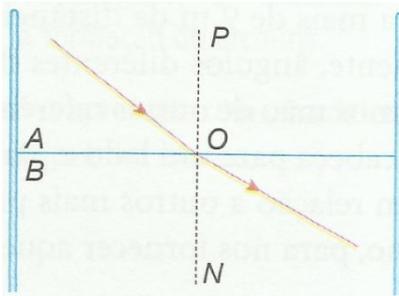


Figura 1. Representação de um feixe de luz sofrendo refração ao passar do meio A para o meio B.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 227.

a) De acordo com o modelo corpuscular da luz, a força gravitacional exercida sobre as partículas do feixe luminoso, ao passar de A para B, estaria dirigida de O para P ou de O para N?

*Para provocar um desvio como aquele mostrado na figura 11 (raio luminoso se afastando da normal), é claro que a força sobre as partículas de luz deveria estar dirigida de O para P (ao contrário da figura 8).*

b) Tendo em vista a resposta da questão (a), o modelo corpuscular iria prever que a velocidade da luz em B seria maior, menor ou igual à sua velocidade em A?

*Neste caso, a força teria uma componente em sentido contrário à velocidade das partículas, o que provocaria uma redução no valor desta velocidade. Então, a velocidade da luz em B deveria ser menor do que em A.*

- c) De acordo com o estudo feito neste capítulo, medidas experimentais da velocidade da luz em A e B confirmam a resposta da questão (b)?  
*Vimos que as previsões do modelo corpuscular da luz estão em desacordo com os resultados obtidos experimentalmente. Portanto, a experiência mostraria que a velocidade da luz em B é, na realidade, maior do que em A.*
- 8) Por que a experiência de Foucault fez com que fosse definitivamente abandonado o modelo corpuscular da luz?  
*De acordo com o modelo corpuscular, a velocidade da luz na água devia ser maior do que no ar (como vimos quando analisamos a figura 8). Ao medir a velocidade da luz na água, Foucault encontrou um valor menor do que no ar, isto é, um resultado contrário àquele previsto pelo modelo corpuscular.*
- 9) O que é uma onda eletromagnética? Como podemos entender uma onda eletromagnética?  
*Uma onda eletromagnética pode ser entendida como o resultado da alteração do campo elétrico produzido num ponto por uma carga (fazendo-a oscilar, por exemplo); tal alteração induz um campo magnético variável nesse ponto. A mútua indução eletromagnética entre as variações do campo elétrico e do campo magnético, propagando-se no espaço, é uma onda eletromagnética.*
- 10) Qual a principal diferença entre as ondas mecânicas e as ondas eletromagnéticas?  
*As ondas eletromagnéticas, além de se propagarem em meios materiais, podem se propagar no vácuo; as mecânicas não se propagam no vácuo.*
- 11) Se uma carga geradora vibrar com uma frequência “ $f$ ”, em torno de um mesmo ponto, qual será a frequência de oscilação da onda eletromagnética por ela produzida?  
*Será a mesma frequência  $f$ .*

### Aula 3

Para o terceiro encontro o objetivo é concluir a fase de preparação para a introdução da Teoria da Relatividade Restrita discutindo o éter luminoso, seu papel na Física e as tentativas de evidenciar sua existência.

Indicamos utilizar o Texto de Apoio da Aula 3 que é apresentado na sequência. Exercícios são apresentados ao final do texto.

#### PLANO DE AULA 3

**Tópico: O papel do éter luminoso na Física e as tentativas de evidenciar sua existência: o experimento de Michelson e Morley.**

*Tempo: 2 horas-aula.*

*Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:*

- Ter uma visão da evolução histórica da noção do éter luminoso, suas propriedades quase “milagrosas” e o papel que ele desempenhou na Física, especialmente no paradigma da luz como onda;
- Analisar as tentativas (frustradas) de evidenciar a existência do éter luminoso;
- Reconhecer as consequências decorrentes do fracasso da experiência de Michelson e Morley;
- Refletir sobre a interpretação de Lorentz e FitzGerald para o fracasso da experiência de Michelson e Morley;
- Interpretar o processo de construção da Ciência como sendo uma atividade humana provisória de construção do conhecimento científico.

*Recursos:*

- Texto de Apoio da Aula 3.

*Procedimentos:*

Atividade inicial: apresentação, através de *PowerPoint*, de um resumo do texto de apoio preparado para essa aula.

Desenvolvimento: exposição gradual e articulada com discussões para trabalhar os conceitos estudados, incitando fortemente que os alunos falem, respondam a questionamentos e exponham seus pontos de vista. Alguns exercícios serão respondidos em aula e entregues ao professor no final do encontro. As respostas serão tabuladas e corrigidas pelo professor e devolvidas aos alunos no início da Aula 4.

Fechamento: no final da aula os alunos serão incentivados a assistir a uma simulação<sup>25</sup> em que poderão visualizar uma representação da experiência de Michelson e Morley, buscando alcançar uma melhor compreensão deste experimento. Receberão também uma cópia impressa do texto de apoio da Aula 4 e serão orientados a realizar a leitura prévia.

<sup>25</sup> Simulação disponível no endereço eletrônico:

[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm).

### Texto de Apoio da Aula 3

## O PAPEL DO ÉTER NA FÍSICA

Para os cientistas que consideravam a natureza ondulatória da luz, havia uma pergunta muito importante a ser respondida: se a luz fosse uma onda assim como o som, qual seria o seu meio de propagação? No caso do som, sabemos que o ar é posto a vibrar, e assim podemos ouvir o som emitido por determinada fonte. Mas para a luz havia problemas ao pensar sobre que material vibraria. Se ela se propagasse na atmosfera, poderíamos dizer que também o ar seria o meio que vibra. Mas e quando a luz provém do Sol? Neste caso, a luz precisaria percorrer todo um espaço que aparentemente não contém matéria.

Era preciso supor a existência de um meio para preencher todo o espaço, inclusive o entorno da Terra. De outro modo, não haveria como imaginar uma onda se propagando. Desde os escritos de Platão (428 a.C. – 348 a.C.), por volta do século III a.C., esse meio foi pensado de maneira muito especial. Ficou conhecido como éter, ou mais especificamente como éter luminoso, e deveria ter características bastante incomuns para servir de meio para a propagação da luz:

- I) Ser muito sutil (tênuo) para não atrapalhar o movimento dos planetas;
- II) Ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade;
- III) Ser capaz de transmitir ondas transversais.

Satisfazer a todos esses requisitos parecia impossível, porque para atender à necessidade I o **éter** deveria ser muito fluido, pensado como um gás, densidade de massa nula, transparência perfeita (o éter não absorveria nenhuma energia da onda que nele se propagava). Para atender às necessidades II e III, esse meio precisaria ser muito rígido, como um sólido, muito denso.

Você já deve ter visto filmes que mostram pessoas colocando o ouvido no trilho por onde passam trens. Esse artifício é utilizado porque, como a velocidade do **som** é maior num meio sólido do que no ar, é possível perceber a chegada do trem antes do que se perceberia com o ouvido no ar.

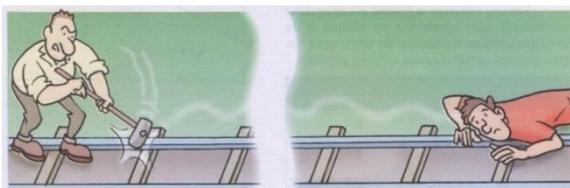


Figura 1. Uma martelada é dada na extremidade de um trilho e na outra extremidade um indivíduo ouve dois sons. O primeiro se propaga através dos trilhos e o segundo se propaga através do ar.  
Fonte: extraído de: Paraná, 1998, p. 69.

Você deve estar se perguntando: qual é a relação da história do trem com o **éter**? Sabia-se que o **som** se propagava mais rapidamente nos sólidos, porque a rigidez desses materiais é maior do que a do ar. Assim, fazia-se a seguinte analogia: se o **éter** o meio de propagação da **luz** e a velocidade da **luz** é muito maior do que a do **som**, então o **éter** teria que ser muito rígido.

Ao mesmo tempo, o **éter** deveria ser “atravessado” pelos corpos celestes que se movimentariam através dele. Veja, esta é uma característica incompatível com a anterior. Sabemos de nossa experiência diária que quanto mais rígido é um meio, mais difícil é o movimento através dele.

Além do problema levantado anteriormente, o **éter** apresentava outro. Imagine a possibilidade da existência dele. Nós habitamos a Terra, que se movimenta através do **éter**, certo? Mas, vejamos: o que acontece quando corremos, por exemplo? Sentimos o vento, porque estamos nos movimentando em relação à Terra. O mesmo deveria acontecer com o movimento da Terra através do **éter**, não é mesmo? Como participamos do movimento da Terra, deveríamos sentir um vento de **éter**, ao atravessarmos o “mar de **éter**” que estaria à nossa volta.



Figura 2. Vento de **éter**.

Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 9.

Imaginou-se então o **éter** como um meio ao mesmo tempo rarefeito e rígido: seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícias de substância com essas qualidades! Diferente de tudo o que se conhecia, o **éter** era considerado matéria imponderável, formado por um tipo de matéria comum, mas com as propriedades apresentadas acima. Assim, a **luz** era considerada uma **vibração** nesse meio, que deveria ser estudado com base nas leis da mecânica.

### As tentativas de evidenciar a existência do éter

Por conta das dificuldades de conceber uma onda se propagando no vazio, no final do século XIX, um dos grandes problemas dos físicos era detectar experimentalmente o éter. Tentar desvendar sua natureza e suas propriedades tornou-se parte do dia a dia dos cientistas do século XIX. Por esse motivo, muitas foram as pesquisas que tomaram o éter como foco de estudo.

Um dos primeiros experimentos para o estudo do éter tinha como base a refração da luz de determinada estrela dentro de um prisma, considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol. A ideia era focalizar, com o auxílio de um prisma, a luz de uma estrela que se encontrava no sentido do movimento terrestre e a luz de outra estrela que se encontrava na posição oposta. Esse experimento foi idealizado e realizado pelo francês Jean Dominique Arago (1786-1853), em 1810.

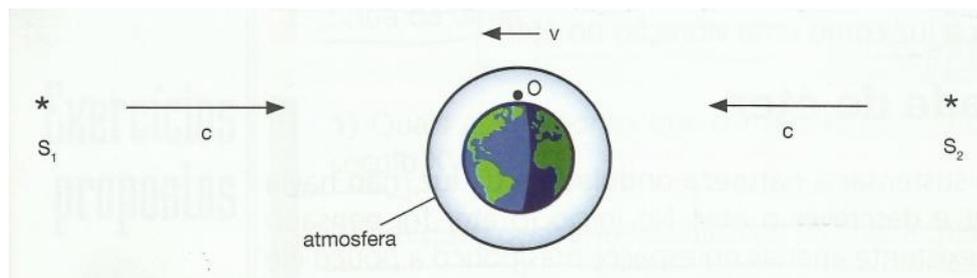


Figura 3. Representação do experimento de Arago, em 1810.

Fonte: extraído de: Pietrocola et al., 2011, p. 350.

Suponha que, de acordo com o esquema da Figura 3,  $S_1$  e  $S_2$  são duas estrelas e que a Terra (representada com sua atmosfera, no centro) move-se da direita para a esquerda. De  $S_1$ , a Terra se aproxima, e, de  $S_2$ , a Terra se afasta. A letra “c” representa a velocidade de propagação da onda luminosa emitida pelas duas estrelas. A pergunta é: **a luz emitida pelas estrelas que atravessam um prisma (O) serão refratadas da mesma maneira?**

Veja que, no caso de  $S_1$ , a velocidade relativa de aproximação da luz é dada por  $c + v$ ; para  $S_2$ , a velocidade relativa de aproximação é  $c - v$ . Assim, **o desvio da luz de  $S_1$  e de  $S_2$  no prisma deveria ser diferente**. No entanto, **o resultado desse experimento mostrou que não havia diferença alguma**, contrariando as expectativas dos cientistas da época.

Questionamentos e suposições como os apresentados acima eram formulados pelos cientistas que buscavam realizar experimentos e interpretá-los com base na existência do **éter**. Entre 1810 e 1890, vários outros experimentos foram pensados e executados levando em conta essa ideia.

### O experimento de **Michelson e Morley**

Um dos experimentos mais famosos da Física está inserido nesse contexto, a propagação da luz no **éter**, que ficou mundialmente conhecido por ter fornecido resultados muito precisos e por ter sido posteriormente interpretado pela teoria da Relatividade Restrita de **Albert Einstein** (1879-1955).

Esse experimento foi realizado em duas ocasiões: em 1881, apenas pelo polonês, naturalizado norte-americano, **Albert Abraham Michelson** (1852-1931); e, em 1887, com a colaboração do norte-americano **Edward Williams Morley** (1838-1923). Daí ser conhecido como experimento de **Michelson e Morley**. Foi muitas vezes repetido desde então, em vista de sua grande importância no contexto da Teoria da Relatividade Restrita. **Seu objetivo era medir a velocidade absoluta da Terra**, ou seja, **sua velocidade em relação ao hipotético éter**, que se supunha estar em **repouso absoluto**. Podemos afirmar também que **seu objetivo era medir o efeito do movimento da Terra sobre a velocidade da luz**. Os físicos, no final do século XIX, pensavam que havia na natureza um **referencial inercial privilegiado** solidário ao hipotético **éter**.

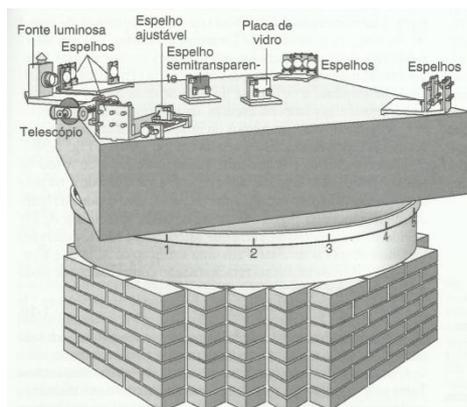


Figura 4. Representação do interferômetro usado por **Michelson** e **Morley** no experimento de 1887. Os instrumentos foram montados em bloco de pedra com 1,5 m de lado, que flutuava em um banho de mercúrio. Este arranjo atenuava as vibrações e permitia que os cientistas girassem o aparelho sem introduzir as deformações mecânicas que haviam prejudicado as medições anteriores.  
Fonte: extraído de: Tipler & Llewellyn, 2001, p. 09.

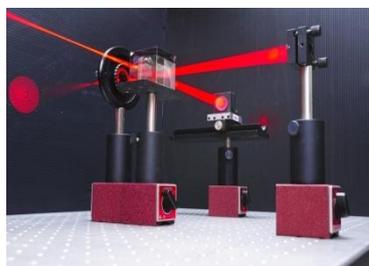
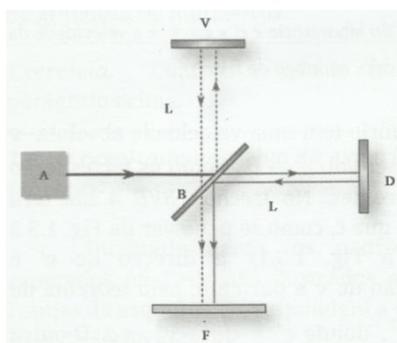


Figura 5. Interferômetro de Michelson.

Aqui esse experimento está apenas esboçado. O instrumento utilizado é um interferômetro, representado esquematicamente na Figura 6. O **ponto A** representa uma **fonte de luz monocromática**, de onde parte um feixe na direção de um **espelho semitransparente**, representado pela linha diagonal passando por **B**. Devido à inclinação do espelho, **uma parte do feixe é refletida e vai para a direção de V**, enquanto **outra parte atravessa-o e segue na direção de D**. Em **V** e **D** estão espelhos perpendiculares aos feixes que os atingem, e que os refletem de volta ao ponto **B**. O feixe refletido em **D** é refletido em **B** na direção **BF**, e o que provém de **V** atravessa o espelho em **B** e se junta ao primeiro feixe em **BF**, onde suas amplitudes superpõem-se (recombinam-se). Se durante o trajeto os feixes adquiriram uma diferença de fase, **haverá interferência no detector em F**, como discutiremos a seguir.



- A = Fonte luminosa
- B = Espelho semitransparente
- D, V = Espelhos
- F = Tela fotossensível
- $L = |BV| = |BD|$

Figura 6. Representação esquemática do interferômetro de **Michelson**. Um feixe de **luz monocromática** AB é dividido pelo espelho em B em dois feixes, que seguem os caminhos BDB e BVB, e voltam a se juntar em BF, produzindo **interferência** em F se suas **fases** são **diferentes**.  
Fonte: extraído de: Fagundes, 2010, p. 17.

Se o laboratório, e, portanto, o interferômetro, está em repouso absoluto em relação ao éter luminoso ( $\vec{v} = \vec{0}$ ), então os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF são iguais, e os pequenos desvios dos raios em torno do raio central produzem franjas de interferências esperadas – como nas experiências ilustrativas “das duas fendas”<sup>26</sup> em ótica física.

Mas se o laboratório tem uma velocidade absoluta  $\vec{v} \neq \vec{0}$  em relação ao éter luminoso, por exemplo, no sentido  $A \rightarrow B$ , então os feixes terão tempos de percursos diferentes. No trecho BVB a luz terá velocidade  $c'$  menor do que  $c$  (com relação ao laboratório), como se pode ver na Figura 7: a direção de  $\vec{c}'$  é perpendicular à direção de  $\vec{v}$  e, portanto, pelo teorema de Pitágoras,  $c^2 = c'^2 + v^2$ , donde  $c' = \sqrt{c^2 - v^2} < c$ . No trecho BDB o feixe viaja com velocidade  $c''$  menor do que  $c$  ( $c'' = c - v$ ) na ida e com velocidade  $c'''$  maior do que  $c$  ( $c''' = c + v$ ) na volta.

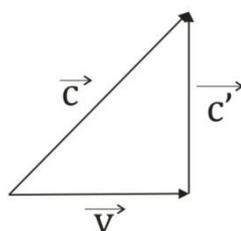


Figura 7. A velocidade da luz ao longo do trecho BV do interferômetro de Michelson-Morley:  $\vec{c}$  é a velocidade absoluta da luz (em relação ao éter),  $\vec{v}$  é a velocidade absoluta do laboratório (em relação ao éter) e  $\vec{c}' = \vec{c} - \vec{v}$  é a velocidade da luz com relação ao laboratório, ao longo de BV.

Como os dois feixes viajam com velocidades diferentes com relação ao laboratório, os tempos de percurso dos centros dos feixes ABVBF e ABDBF serão diferentes e, por conseguinte, observar-se-á um deslocamento das franjas de interferência produzidas. Qualitativamente, os padrões de interferência esperados na EMM são ilustrados na Figura 8, onde as franjas da esquerda correspondem a  $\vec{v} = \vec{0}$  (em relação ao éter) e as da direita ao caso em que  $\vec{v} \neq \vec{0}$  (em relação ao éter).

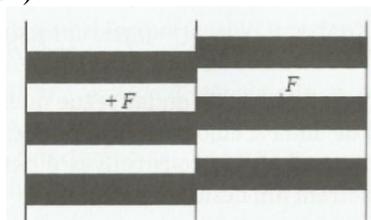


Figura 8. Representação da interferência originalmente esperada da EMM. As franjas da esquerda correspondem a  $v = 0$  (em relação ao éter), as da direita a  $v = 30$  km/s (em relação ao éter).  
Fonte: extraído de: Fagundes, 2010, p. 20.

Pois bem, a experiência esboçada acima foi realizada e repetida, com variações de posicionamento do equipamento, por vários pesquisadores, **sem que fosse observado e confirmado esse deslocamento das franjas de interferência**. Em todas essas versões e repetições da EMM, o resultado foi como ilustrado na Figura 9: **nenhum deslocamento do padrão das franjas** com relação ao padrão do lado esquerdo da figura, como se a interferência não dependesse da velocidade do equipamento no espaço. Se o éter arrastasse a luz consigo, esses caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em

<sup>26</sup> A referida experiência “das duas fendas”, também conhecida como experiência de Young, evidencia a interferência luminosa. Ela é apresentada como anexo no final do texto.

diferentes intervalos de tempo. Nenhuma diferença foi observada. Assim, a ideia do **éter** foi abandonada.

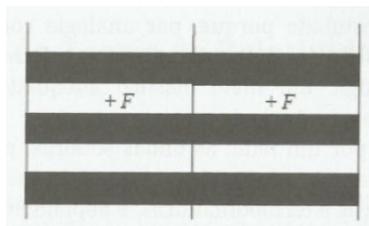


Figura 9. Representação do resultado das várias versões da EMM. As franjas da esquerda correspondem a  $v = 0$ , as da direita a valores não-nulos de  $v$ .  
Fonte: extraído de: Fagundes, 2010, p. 21.

O resultado negativo dessa experiência deixou conclusões alarmantes para a época:

1<sup>a</sup>) A **luz** propaga-se no espaço sem necessidade de um meio suporte, como ocorre com as ondas mecânicas.

2<sup>a</sup>) A velocidade da **luz** não sofre os efeitos do movimento da Terra através do suposto **éter**. É como se a velocidade de um barco (**luz**), medida por um observador parado na margem de um rio (Terra), fosse a mesma, independentemente do sentido do movimento do barco (**luz**), ou seja, independentemente de o barco se movimentar no mesmo sentido ou em sentido contrário ao da correnteza (vento de **éter**). Seria muito estranho, você não acha?

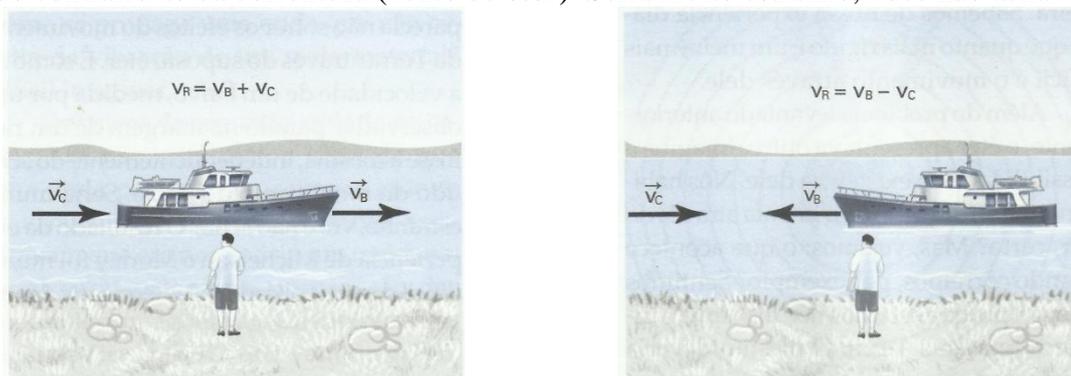


Figura 10. Velocidade relativa de um barco em relação a uma pessoa parada na margem do rio.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 10.

3<sup>a</sup>) A velocidade de propagação da **luz** não depende do movimento relativo entre fonte e observador, isto é, não depende do **referencial inercial** em que a medimos!

### Uma tentativa de “salvar” o **éter**

Uma interpretação para este resultado desconcertante foi sugerida pelo físico irlandês **George Francis FitzGerald** (1851-1901), que propôs que os corpos envolvidos na experiência, inclusive os braços do interferômetro, sofressem um encurtamento na direção em que estavam se movendo de valor exatamente igual ao requerido para compensar a presumida variação da velocidade da **luz**. Assim, era impossível identificar o efeito do “vento de **éter**” na

velocidade da **luz**. O “fator de encurtamento” é  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Ele foi obtido pelo físico holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928). Para **FitzGerald** e **Lorentz**, tal encurtamento do objeto em movimento através do **éter** seria uma contração material, ou seja, uma modificação nas distâncias interatômicas do material, produzida por uma espécie de atrito entre os átomos e o **éter** através do qual eles se moviam.

A hipótese desta contração, desenvolvida teoricamente pelo holandês **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) em sua pesquisa sobre o Eletromagnetismo, foi retomada e aprofundada pelo francês **Jules Henri Poincaré** (1854-1912). Podemos dizer que este foi o principal precursor (alguns diriam “codescobridor”) da teoria “descoberta”<sup>27</sup> por **Einstein** em 1905. Numa palestra proferida em 1904, em Saint Louis, nos Estados Unidos, **Poincaré** anunciou vários resultados matematicamente idênticos aos de **Einstein**. Todavia **Poincaré** não aceitou as consequências físicas desses resultados e as recusou. Ele não conseguiu se libertar da concepção do **éter**. **Lorentz**, assim como **Poincaré**, também não conseguiu se libertar da concepção do **éter**.

Como **Lorentz** não descartou a ideia do **éter**, enfrentou muitas dificuldades para explicar os resultados de suas transformações (transformações de **Lorentz**), chegando a levantar onze hipóteses explicativas em seu artigo, também de 1904. Entretanto, o grande número de hipóteses dificultou a aceitação de suas ideias como resposta à experiência de **Michelson-Morley**.

### O que são as transformações de **Lorentz**?

As transformações de velocidade tratam da determinação da velocidade dos corpos em movimento relativamente a outros. É como na situação do barco se movimentando em relação a uma pessoa parada na beira de um rio. As **transformações de Galileu**, que tratam das adições e subtrações de velocidades, sempre foram aplicadas no estudo de situações como essa do barco. No entanto, para explicar os resultados da experiência de **Michelson e Morley**, esse procedimento não dava certo. Por isso, novas transformações de velocidade eram necessárias.

Assim, **Lorentz** criou essas novas transformações, hoje chamadas de **transformações de Lorentz**. Elas se aplicam perfeitamente aos postulados da **Teoria da Relatividade**.

## REFERÊNCIAS

FAGUNDES, H. V. **Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

OLIVEIRA, M. P. P.; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

PARANÁ, D. N. da S. **Física: mecânica**. 6. ed. São Paulo: Ática, 1998.

---

<sup>27</sup> Do ponto de vista epistemológico não é adequado falar em descoberta porque isto remete à concepção de que a natureza “revela-se” ao homem. Hoje prevalece a concepção de que o homem constrói as teorias científicas que explicam os fenômenos naturais.

REIS, J. C.; GUERRA, A.; BRAGA, M.; FFREITAS, J. **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atual, 2012.

TIPLER, P. A.; LLEWELYN, R. A. **Física Moderna**. 6. ed. São Paulo: LTC, 2014.

TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

### A EXPERIÊNCIA DE YOUNG

A clássica experiência realizada pelo cientista inglês **Thomas Young** (1773-1829) comprovou que a **luz** sofre interferência. Seu dispositivo, como mostra a figura 11, consta de uma fonte de **luz monocromática**, um anteparo A com uma fenda estreita F, onde as ondas se difratam, e um segundo anteparo, A', com duas fendas estreitas, F<sub>1</sub> e F<sub>2</sub>, equidistantes de F, nas quais ocorre novamente difração, originando as ondas que vão se superpor. Paralelamente e a certa distância de A' é colocado um terceiro anteparo, A'', onde é observada a figura de interferência obtida.

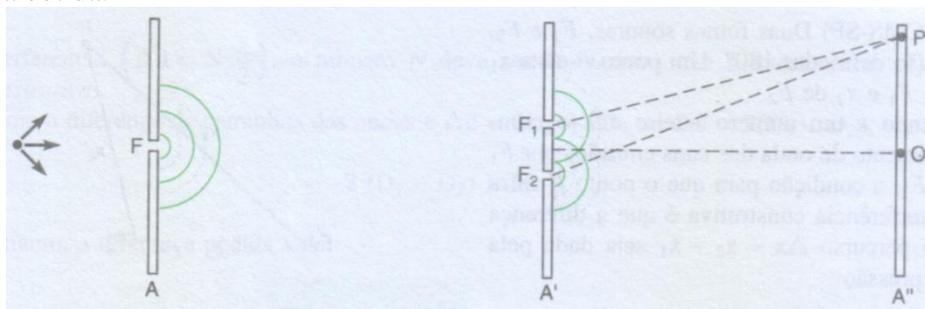


Figura 11. Representação da experiência de **Young**: em A'' observa-se a figura de interferência.  
Fonte: extraído de: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

Nessas condições, as ondas que se superpõem apresentam a mesma frequência e estão em fase, observando-se no anteparo A'' uma sucessão de faixas ou franjas claras (ou brilhantes) da cor utilizada, e escuras, que se alternam, conforme a interferência seja, respectivamente, construtiva ou destrutiva. A figura 12 mostra o dispositivo de **Young** em perspectiva, destacando as faixas ou franjas observadas.

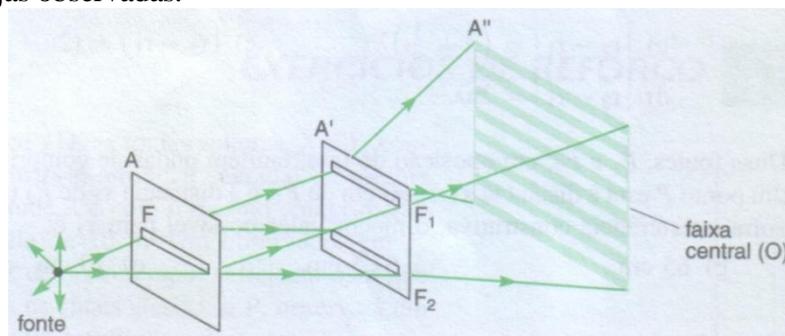


Figura 12. Representação do dispositivo de **Young** visto em perspectiva.  
Fonte: extraído de: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

As condições de interferência são:

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$\Delta d$ : diferença entre os caminhos percorridos pelas ondas, desde a fonte até o ponto de superposição.

N: número inteiro.

$\lambda$ : comprimento de onda da **luz monocromática** utilizada.

N par: interferência construtiva

N ímpar: interferência destrutiva

Franja central: é sempre a mais brilhante (interferência sempre construtiva com  $\Delta d = 0$  e  $N = 0$ ).

Observe que as franjas claras são cada vez menos brilhantes à medida que se afastam do centro.

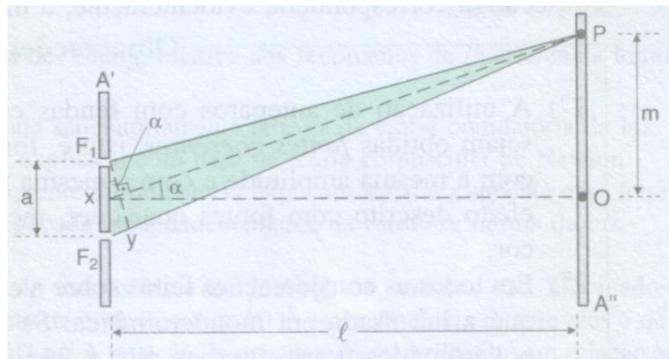


Figura 13. Representação do dispositivo de **Young** visto em perspectiva.

Fonte: extraído de: Calçada & Sampaio, 1998, p. 436.

Da condição de interferência, temos:

$$\lambda = \frac{2 \cdot a \cdot m}{N \cdot L}$$

$\lambda$ : comprimento de onda da **luz monocromática** utilizada.

a: distância entre as fendas.

L: distância entre os anteparos.

m: distância da franja observada à franja central.

N: número de ordem da franja em questão.

Primeira franja clara (franja central)  $\rightarrow N = 0$  (par, interferência construtiva)

Primeira franja escura  $\rightarrow N = 1$  (ímpar, interferência destrutiva)

Segunda franja clara  $\rightarrow N = 2$  (par, interferência construtiva)

Segunda franja escura  $\rightarrow N = 3$  (ímpar, interferência destrutiva)

Terceira franja clara  $\rightarrow N = 4$  (par, interferência construtiva)

Portanto, através do dispositivo de **Young**, é possível determinar o comprimento de onda e/ou a frequência da **luz monocromática** utilizada.

Como as franjas são sempre igualmente espaçadas, o valor de “m” entre a primeira franja clara (central) e a segunda franja clara ( $N = 2$ ) é igual à distância entre quaisquer duas franjas claras consecutivas ou entre quaisquer duas franjas escuras consecutivas. A distância entre uma franja escura e a franja clara consecutiva corresponderá, evidentemente, à metade desse valor.

Observações:

**PRIMEIRA:** a utilização de anteparos com fendas estreitas é fundamental para que sejam obtidas fontes coerentes, isto é, fontes que emitem ondas em fase, com a mesma amplitude e com a mesma frequência. É impossível obter o efeito descrito com fontes quaisquer, mesmo que emitam **luz** de uma mesma cor.

SEGUNDA: em todas as considerações feitas sobre a experiência de **Young**, admitimos que a **luz** usada era **monocromática**. Se utilizarmos **luz** branca, que é **policromática**, verificaremos que a franja central é sempre branca, pois corresponde à interferência construtiva para qualquer comprimento de onda ( $\Delta d = 0$ ;  $N = 0$ ). Ao lado dessa franja central, irão aparecer franjas coloridas e, eventualmente, brancas, pois num mesmo ponto poderemos ter interferência construtiva para alguns comprimentos de onda e destrutiva para outros.

Referência:

CALÇADA, C. S.; Sampaio, J. L. **Física clássica: óptica, ondas**. 2ª ed. São Paulo: Atual, 1998.

### **Lista de exercícios da Aula 3**

- 1) O que era o éter para os cientistas que acreditavam no modelo ondulatório no século XIX? E como a luz deveria se comportar nesse éter?  
*O éter é um meio para a propagação da luz que deve ser muito sutil para não atrapalhar o movimento dos planetas, ser capaz de transmitir ondas a alta velocidade e ser capaz de transmitir ondas transversais. Sendo uma onda, a luz deveria ser uma vibração no éter.*
- 2) Por que podemos considerar o éter como um meio material de propriedades quase “milagrosas”?  
*Porque ele deveria ter qualidades especiais para servir de meio para a propagação da luz:*  
I) *Ser muito sutil para não atrapalhar o movimento dos planetas;*  
II) *Ser capaz de transmitir ondas de alta velocidade;*  
III) *Ser capaz de transmitir ondas transversais.*  
*Satisfazer a todos esses requisitos parecia impossível, porque para atender à necessidade I o éter deveria ser muito fluido, pensado como um gás, pouco denso. Para atender às necessidades II e III, esse meio precisaria ser rígido, como um sólido, muito denso.*  
*Imaginou-se então o éter como um meio ao mesmo tempo rarefeito e rígido: seria um sólido altamente elástico e pouco denso. E não se tinha notícias de substância com essas qualidades! Diferente de tudo o que se conhecia, o éter era considerado matéria imponderável, formado por um tipo de matéria comum, mas com as propriedades apresentadas acima.*
- 3) Explique o que você entende por “vento de éter”.  
*Nós habitamos a Terra, que se movimenta através do éter. Quando corremos, sentimos o vento, porque estamos nos movimentando em relação à Terra. O mesmo deveria acontecer com o movimento da Terra através do éter. Como participamos do movimento da Terra, deveríamos sentir um vento de éter, ao atravessarmos o “mar de éter” que estaria à nossa volta.*
- 4) O que comprovou o experimento de Arago e qual sua contribuição para o debate sobre a natureza da luz?  
*A luz vinda de uma estrela que se aproximava da Terra deveria refratar através de um prisma de maneira diferente da luz que vinha de outra estrela que se afastava da Terra, provocando diferentes figuras de dispersão. O que se comprovou foi que a luz sofria a mesma refração em ambos os casos e que sua velocidade era única, independentemente da velocidade da fonte.*
- 5) Acesse o link no seguinte endereço eletrônico:  
[http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/flashlets/mmexpt6.htm](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm). Nele

you will find a simulation of the apparatus used in the Michelson and Morley experiment, including the nonexistent "ether wind" that physicists were trying to detect. The basic idea is to detect differences in the travel times of the red and green light.

You can:

- rotate the apparatus by clicking on the central circle of the control and making fine adjustments by clicking on + or -.
- change the speed of light propagation
- change the speed of the "ether wind".

What conclusions were reached with the Michelson and Morley experiment? What is the relationship between this conclusion and the existence or non-existence of ether?

*Light propagates in space without the need for a medium, as with mechanical waves. The speed of light propagation does not depend on the relative motion between source and observer, it does not depend on the reference frame in which we measure it. The idea of ether was abandoned.*

- 6) What hypothesis did Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) and George Francis FitzGerald (1851-1901) create to explain the Michelson and Morley findings?

*They postulated that the bodies involved in the experiment, including the arms of the interferometer, undergo a contraction in the direction of motion of value exactly equal to what is required to compensate for the presumed variation in the speed of light. The*

*contraction factor is  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . It was obtained by the Dutch physicist Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928).*

- 7) Why did Lorentz transformations not revolutionize physics, as did the Theory of Relativity?

*As Lorentz did not discard the idea of ether, he faced many difficulties in explaining the results of his transformations (Lorentz transformations), leading him to propose eleven hypotheses in his 1904 paper. However, the large number of hypotheses made it difficult to accept his ideas as a response to the Michelson-Morley experiment.*

## Aula 4

O quarto encontro é muito importante porque é nele que ocorre a introdução dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita começando com a discussão histórica do experimento de Michelson e Morley, do qual resultou o abandono da noção de éter. Einstein construiu sua teoria sem, aparentemente, levar em consideração os resultados desse experimento pois, para ele, a noção do éter era irrelevante.

Indicamos fazer uso do Texto de Apoio da Aula 4, que é apresentado na sequência, e dos exercícios, que aparecem ao final do texto.

### PLANO DE AULA 4

**Tópico: Referenciais inerciais. Transformações galileanas. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita.**

*Tempo: 2 horas-aula.*

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Distinguir um referencial inercial de um referencial não-inercial;
- Reconhecer as transformações de Galileu e as suas consequências;
- Analisar a relatividade de Newton e as suas consequências;
- Ter um primeiro contato com os postulados da TRR;
- Perceber as profundas consequências dos dois postulados TRR;
- Examinar um aspecto epistemológico relevante, no sentido de que a TRR resolveu o conflito entre as transformações de Galileu e as equações de Maxwell e revolucionou os conceitos de espaço e tempo até então concebidos.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 4.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: iniciar com uma apresentação qualitativa das equações de Maxwell e abordar que as leis da Física não são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Isto será uma estratégia para a introdução dos conceitos de referencial inercial e não-inercial que culminará com os postulados de Einstein.

Desenvolvimento: fazer uma exposição gradual e dialogada, dado que o próprio Texto de Apoio da Aula 4 estará em formato de diálogo. Abordar, com essa estratégia, as transformações de Galileu e a relatividade de Newton. Concluir com a apresentação dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita e suas implicações.

Fechamento: solicitar que os alunos respondam às questões da Lista de Exercícios que serão entregues ao professor no final do encontro. Os alunos receberão uma cópia do Texto de Apoio da Aula 5 para que possam fazer uma leitura prévia.

## Texto de Apoio da Aula 4

### AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

Na segunda metade do século XIX, o físico escocês **James Clerk Maxwell** (1831-1879) deu uma estrutura matemática ao Eletromagnetismo, surgindo assim uma nova e poderosa teoria científica com amplo poder explicativo, **que unificou a eletricidade, o magnetismo e a óptica**. As conclusões dos seus estudos dos fenômenos eletromagnéticos foram sintetizadas por **Maxwell** em quatro leis, expressas matematicamente. Estas equações estão para o Eletromagnetismo assim como as leis de **Newton** estão para a Mecânica:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

A forma matemática aqui apresentada é conhecida na Física como “equações de **Maxwell** na forma diferencial”. Não iremos nos aprofundar nessas equações, pois elas exigiram um grande trabalho matemático, o que foge ao objetivo deste curso.

Ocorre, porém, que as leis do Eletromagnetismo não se mostraram as mesmas em todos os **sistemas de referência inerciais**, quando são usadas as **transformações de Galileu**. Isto significava que, ao passarmos de um **referencial inercial** para outro, utilizando as **transformações de Galileu**, as equações de **Maxwell** forneciam resultados diferentes para um mesmo fenômeno, gerando assim um conflito. Para dois observadores que se encontram em dois **sistemas de referência inerciais** em movimento relativo, as leis do Eletromagnetismo não eram as mesmas. Esta constatação trouxe de volta a discussão sobre a existência de um **referencial absoluto** na Física.

#### O que é um sistema de referência inercial?

Para descrevermos o movimento dos corpos quantitativamente é necessário adotarmos um sistema de coordenadas, também chamado de **referencial**, como por exemplo, um canto de uma sala de aula (duas paredes e o chão). Nesse referencial podemos considerar que existam três eixos imaginários x, y e z que se cruzam ortogonalmente, como mostrado na Figura 1.

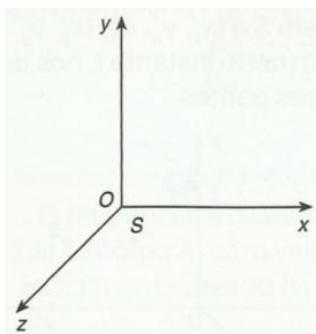


Figura 1. Representação de um **referencial**.  
Fonte: extraído de: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Em 1885, o alemão **Ludwig Lange** (1863 – 1936) cunhou os termos **referencial inercial** e tempo inercial, que foram usados por ele no lugar dos conceitos de **Isaac Newton** (1642-1727) de “espaço e tempo absolutos”. **Referenciais inerciais** são **referenciais** em relação aos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou realizam um movimento com velocidade constante em módulo, direção e sentido (movimento retilíneo e uniforme). Qualquer outro **referencial** que se mova, relativamente ao primeiro, com velocidade constante em módulo, direção e sentido, também será considerado **inercial equivalente ao primeiro**. Os **referenciais** para os quais valem as leis de **Newton**, e em particular a Lei da Inércia, são atualmente chamados **referenciais inerciais**.

A **aceleração** é uma grandeza absoluta: ela apresenta a mesma intensidade, direção e sentido em relação a qualquer **referencial inercial** escolhido. Isto nos permite “descobrir” se o **sistema de referência** em questão é ou não **inercial**, utilizando um dispositivo mecânico muito simples, que podemos denominar **acelerômetro**. Trata-se de um simples pêndulo fixo no **sistema de referência** usado. Assim, se depois de solto o pêndulo se mantém na vertical é porque o **referencial** é **inercial**; caso contrário, se apresentar alguma inclinação, trata-se, portanto, de um **referencial não-inercial ou acelerado**. É muito simples, portanto, do ponto de vista prático, determinar se um **referencial** é **inercial** ou não.

Um **referencial inercial** é aquele que não possui aceleração (incluindo rotação) com relação às “estrelas fixas”, como as chamava **Newton**, ou seja, em relação à distribuição da matéria que se encontra muito distante de nós, mesmo de nossa própria galáxia.

### O que são as transformações de **Galileu**?

Consideremos dois **referenciais galileanos** (ou **inerciais**): um deles, **S**, com eixos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , parado em relação à Terra, e o outro, **S'**, com eixos  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  paralelos aos de **S**, em translação retilínea e uniforme de velocidade constante  $\vec{v}$ , paralela aos eixos  $x$  e  $x'$ , como pode ser visto na Figura 2.

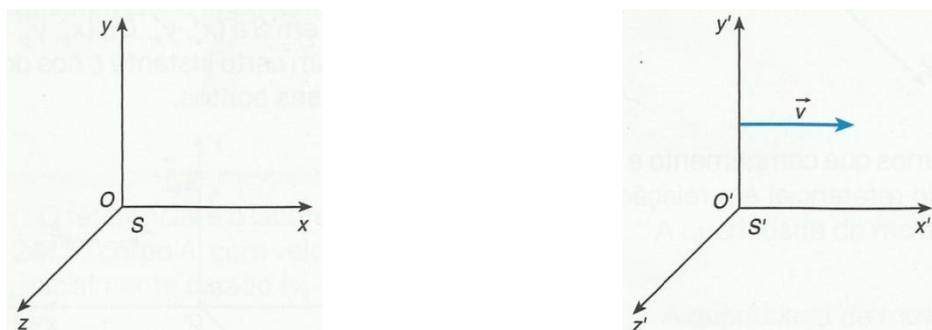


Figura 2. Representação de um **referencial** **S** parado em relação à Terra, e de um **referencial** **S'** em translação retilínea e uniforme de velocidade constante  $\vec{v}$ .

Fonte: extraído de: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Considere um evento<sup>28</sup> que ocorre num ponto **P** do espaço. Esse ponto pode ser identificado por um conjunto de quatro coordenadas espaço-temporais  $(x, y, z, t)$  em **S** e  $(x', y', z', t')$  em **S'**, sendo que as três primeiras localizam o ponto no espaço e a quarta indica o instante em que o evento ocorre, isto é, acrescentamos uma coordenada de tempo. Supondo que inicialmente **O** e **O'** coincidam, temos  $t = t' = 0$  e  $x_0 = x'_0$ ,  $y_0 = y'_0$ ,  $z_0 = z'_0$ . Num instante posterior  $t > 0$ , **S'** terá se deslocado uma distância  $v.t$  em relação a **S**.

<sup>28</sup> Evento: algo que ocorre em um ponto do espaço e em um determinado instante de tempo.

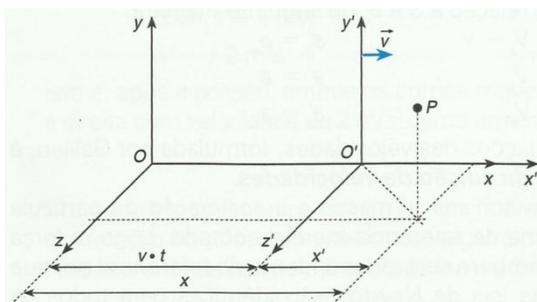


Figura 3. Representação das coordenadas de um evento no referencial S e no referencial S'.  
 Fonte: extraído de: Ferraro et al., 2001, p. 587.

Vamos relacionar as coordenadas do sistema S com as do sistema S'. Da Figura 3 podemos ver que:

$$x = x' + v \cdot t \quad (1)$$

$$y = y' \quad (1)$$

$$z = z' \quad (1)$$

Resta determinar como se relacionam t e t' entre S e S'. Como inicialmente os relógios estão sincronizados, isto é,  $t_0 = t'_0 = 0$ , nosso senso comum indica que devemos ter sempre:

$$t = t' \quad (2)$$

Isto é, o tempo transcorre igualmente nos dois referenciais; não depende do referencial onde é medido.

Na relatividade de Galileu, o conceito de tempo é absoluto. Embora seja este um postulado de Galileu, a igualdade  $t = t'$  está bem fundamentada na nossa experiência diária, que não nos oferece qualquer evidência em contrário. Não fosse assim, teríamos de sincronizar constantemente nossos relógios em movimento com aqueles em repouso relativamente ao solo. As relações (1) e (2) mostradas anteriormente constituem as transformações galileanas de coordenadas.

Uma consequência direta da invariância do tempo, nas transformações de Galileu, é a invariância do comprimento. Pelas transformações de Galileu concluímos que comprimento e tempo são absolutos, isto é, não dependem do referencial inercial em relação aos quais essas grandezas são medidas.

### A relatividade de Newton

Como  $\vec{v}$  é constante, podemos relacionar as velocidades e as acelerações do ponto P em relação aos dois referenciais (S e S') da seguinte maneira:

$$v'_x = v_x - v$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

$$a'_x = a_x$$

$$a'_y = a_y$$

$$a'_z = a_z$$

A primeira das equações das velocidades, formulada por **Galileu**, é denominada **teorema da adição das velocidades**.

Na relatividade newtoniana, a massa e a aceleração da partícula independem do **sistema de referência inercial** adotado. Logo, a força resultante ( $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ ) também será independente do **referencial** em que é medida. Portanto, as leis de **Newton** são idênticas para todos os **referenciais inerciais**. Nenhum **sistema inercial** é preferido a qualquer outro. Não há um **sistema de referência absoluto**.

Da invariância das leis de **Newton**, podemos concluir que:

Qualquer experiência mecânica, realizada em algum **referencial inercial**, conserva os mesmos princípios e leis físicas que conservaria se fosse realizada em qualquer outro.

O exemplo que segue dá uma ótima ideia da relatividade **galileana-newtoniana**.

Um objeto é lançado verticalmente por um observador  $O$  parado no solo. Outro objeto idêntico é lançado por outro observador  $O'$  dentro de um veículo em movimento uniforme de translação retilínea relativamente à Terra.

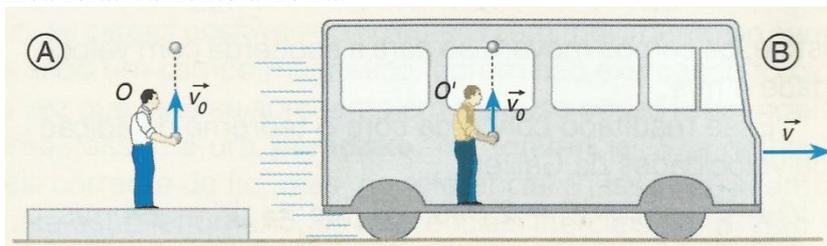


Figura 4. **Referenciais inerciais**: (A) Terra, (B) veículo em movimento retilíneo uniforme relativo à Terra. Fonte: extraído de: Ferraro et al., 2001, p. 589.

Ambos os observadores medirão para o objeto, a mesma altura máxima atingida e a mesma duração do evento, concordando também quanto à forma da trajetória observada nos seus respectivos **referenciais**.

Concordarão, ainda, quanto ao valor da velocidade vertical do objeto ao chegar de volta à mão, quanto à aceleração e a força resultante atuantes sobre o objeto durante o movimento. Portanto, os dois **referenciais** são equivalentes para a descrição desse evento. Para esse evento, portanto, os **referenciais** solo e veículo são equivalentes; é impossível distinguir um do outro.

## A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Apesar de hoje termos a impressão de que as teorias físicas apoiadas no **éter** eram inconsistentes, no final do século XIX esse não era o panorama vigente entre as pessoas. A maioria dos cientistas estava convencida de que o **éter** era algo seguro e fundamental nas teorias físicas.

O problema de não haver como determinar a influência do movimento da Terra sobre o **éter** era uma questão que desafiava os cientistas, mas não era percebido como um problema fundamental.

No entanto, o século XX começou com grandes avanços na Física, que o filósofo da Ciência americano **Thomas Kuhn** (1922-1996) chamou de *revolução científica*. **Albert Einstein** (1879-1955), que ainda hoje é reconhecido como gênio, sentia-se incomodado com a teoria do **éter**, pois em sua concepção as explicações dos fenômenos da natureza deveriam ter o menor número possível de hipóteses. Assim, recusou as hipóteses sobre a existência do **éter** e propôs uma teoria que superou algumas das dificuldades que a Física atravessa no final do século XIX.

**Einstein** estava intrigado por uma discrepância existente entre as leis de **Newton** da mecânica e as leis de **Maxwell** do Eletromagnetismo. **As leis de Newton eram independentes do estado de movimento de um observador; as de Maxwell não.** Isto é, duas pessoas, uma em repouso e outra em movimento, descobririam que as mesmas leis da Mecânica seriam aplicáveis ao movimento de um objeto, mas que diferentes leis do Eletromagnetismo seriam aplicáveis ao movimento de uma carga elétrica. As leis de **Newton** sugeriam que não existe a noção de **movimento absoluto**, apenas importando o movimento relativo. Mas as equações de **Maxwell** pareciam sugerir que o **movimento é absoluto**. Ou as equações de **Maxwell** estavam erradas ou teríamos que mudar as **transformações galileanas**. Como alternativa, Einstein escolheu modificar as **transformações de Galileu**.

Num famoso artigo de 1905, intitulado “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” e escrito quando **Einstein** tinha 26 anos de idade, ele mostrou que as leis de **Maxwell** podiam ser, da mesma forma que as leis de **Newton**, interpretadas como independentes do estado de movimento de um observador, mas havia um custo. O custo para obter esta visão unificada das leis da natureza era propor uma revolução total na maneira como entendemos o *espaço* e o *tempo*.

O trabalho de **Einstein** fundamentou-se em duas ideias que ele elevou ao *status* de postulados (proposições aceitas por definição).

**1º postulado ou postulado da relatividade:** todas as leis da natureza são as mesmas em todos os **sistemas de referência inerciais** (**sistemas de referência não-acelerados**).

**2º postulado ou postulado da constância da velocidade da luz:** a velocidade de propagação da **luz** no vácuo é a mesma em todos os **sistemas de referência inerciais** (**sistemas de referência não-acelerados**).

### Comentários sobre o 1º postulado:

**Einstein** não viu qualquer necessidade de considerar a existência do **éter** (considerou-o supérfluo). Junto com o **éter** estacionário estava descartada a noção de um **sistema de referência absoluto**. Nenhum experimento pode ser concebido, de acordo com **Einstein**, de modo a detectar um estado de movimento retilíneo e uniforme. Portanto, um **movimento absoluto** não teria significado.

Do ponto de vista experimental, o princípio da relatividade de **Einstein** afirma que qualquer experiência realizada num laboratório em repouso daria os mesmos resultados se feita em outro laboratório movendo-se com velocidade constante relativamente ao primeiro.

Assim, não existe **referencial inercial privilegiado** no universo (fixo no **éter**). Todos os **referenciais** que se movem sem aceleração são igualmente bons.

Seria muito estranho se as leis da Mecânica variassem para observadores que se movimentam com diferentes velocidades. Isto significaria, por exemplo, que um jogador de sinuca em um navio de passageiros navegando no mar calmo teria que ajustar seu estilo de jogar de acordo com a velocidade do navio, ou mesmo com as estações do ano quando a Terra varia sua velocidade orbital em torno do Sol.

De acordo com **Einstein**, essa mesma insensibilidade ao movimento se estende ao Eletromagnetismo. Nenhum experimento, mecânico, elétrico ou óptico, jamais revelou o **movimento absoluto**.

Como se pode ver, a relatividade de Einstein enuncia que, em relação a **referenciais** que se movem com velocidade constante em módulo, direção e sentido, não apenas as leis da Mecânica são válidas, mas todas as leis da Física, incluindo aí o Eletromagnetismo de Maxwell que, até final do século XIX, acreditava-se ser válido apenas em relação a um **referencial** em repouso com respeito ao suposto **éter**. Essa generalização foi possível pela modificação dos conceitos de *espaço* e *tempo*. Podemos dizer que Einstein ampliou, para todas as leis da Física, o princípio da relatividade de **Galileu-Newton**, que se aplicava somente às leis da Mecânica.

### **Comentários sobre o 2º postulado:**

Uma das perguntas que **Einstein** fazia quando jovem a seu professor, na escola, era: “*como pareceria um feixe luminoso se você estivesse se deslocando lado a lado com ele?*”. De acordo com a Física Clássica, o feixe estaria em repouso com respeito a este observador. Quando mais pensava sobre isso, mais **Einstein** se convencia de que alguém não poderia se deslocar junto com o feixe de **luz**. Ele chegou finalmente à conclusão de que, não importando quão rápido dois observadores possam se mover, um em relação ao outro, cada um deles mediria a velocidade da **luz** que passa por eles como sendo a mesma, sendo seu valor aproximadamente igual a 300.000 km/s. A referida velocidade de propagação da **luz** geralmente é representada pela letra “c”.

Vale lembrar que a ideia de uma onda de **luz** estacionária ia contra o Eletromagnetismo de **Maxwell**, que prevê que a **luz** se propaga no vácuo com velocidade de 300.000 km/s. Estava instaurado o impasse que teria de esperar por um dos anos mais incríveis da história da Física para ser solucionado.

Apesar de ser uma onda, a **luz** não necessita de um meio para se propagar. Por mais difícil que isso possa parecer, a **luz** pode propagar-se no vácuo, ou seja, na ausência de qualquer tipo de meio material.

A velocidade de propagação da **luz** no espaço livre tem o mesmo valor para todos os observadores, não importando o movimento da fonte ou do observador; ou seja, a velocidade de propagação da **luz** é uma constante. Esta ideia contrariava as ideias clássicas do *espaço* e do *tempo*.

O 2º postulado está em perfeito acordo com o 1º, uma vez que, se a velocidade da luz fosse “c” somente para algum referencial especial, este poderia ser identificado ou distinguido entre outros, por experiências envolvendo a velocidade da luz, o que estaria em contradição com o 1º postulado.

Outra consequência do 2º postulado é que o valor de 300.000 km/s é um limite para as velocidades na natureza. Isto é, nenhuma partícula, nem sinal, pode mover-se com velocidade superior a “c”.

Eu acredito que os comentários feitos acima tenham sido muito impactantes para você, prezado leitor. Por isso, vou tentar aclará-las para ti através de um hipotético diálogo entre Galileu e Einstein. O diálogo apresentado a seguir é imaginário: Galileu e Einstein viveram em épocas muito diferentes. Além disso, o “nosso” Galileu tem conhecimentos de Física que o verdadeiro não possuía.

**Einstein:** Imagine que pudéssemos medir a velocidade do som de uma sirene de um carro de polícia de dentro do próprio carro quando ele estivesse parado num sinal. Que valor encontraríamos?



Figura 5. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro do próprio carro.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Mediríamos aproximadamente 340 m/s, pois essa é a velocidade do som no ar quando o ar está em repouso.

**Einstein:** E o motorista de um automóvel que se afasta do carro de polícia, com uma velocidade  $\vec{v}$  em relação à rua? Qual o valor da velocidade do som da sirene medida por ele?

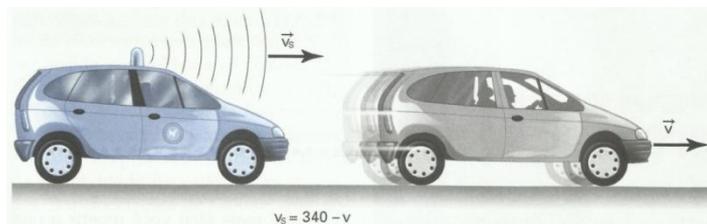


Figura 6. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro de um automóvel que se afasta do carro de polícia.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Nesse caso a velocidade do som ( $v_s$ ) para ele seria igual à velocidade do som em relação ao ar (340 m/s) menos a velocidade do carro em relação à rua ( $v$ ). Dizendo isso em linguagem matemática:  $v_s = 340 - v$ .

**Einstein:** E imagine agora um observador num automóvel com velocidade  $\vec{v}$  em relação à rua aproximando-se do carro de polícia. Qual a velocidade do som ( $v_s$ ) medida por ele?

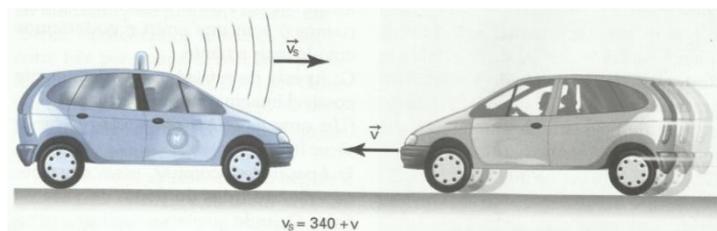


Figura 7. Medida da velocidade do som de uma sirene de dentro de um automóvel que se aproxima do carro de polícia.

Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 20.

**Galileu:** Novamente podemos utilizar o mesmo raciocínio. O observador obterá um valor igual ao da velocidade do som em relação ao ar adicionado ao da velocidade do seu automóvel em relação à rua, ou seja:  $v_s = 340 + v$ .

**Einstein:** Realmente serão esses os valores da velocidade do som para os três referenciais diferentes. Como cada caso caracteriza um referencial diferente, cada observador medirá uma velocidade diferente para o som. As suas transformações já previam isso, e a experiência comprova as previsões teóricas. Mas como ficam as tuas transformações para a propagação da luz, ou seja, de uma onda eletromagnética?

**Galileu:** Mas qual seria a diferença?

**Einstein:** No seu princípio da relatividade, que trata da relatividade das velocidades, você afirma que as leis da Mecânica se aplicam para todos os sistemas de referência inerciais, ou seja, em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante uns em relação aos outros. Será que isso também vale para fenômenos não mecânicos, como a propagação da luz?

**Galileu:** Não vejo porque ser diferente para a luz.

**Einstein:** Então, vamos imaginar um trem em movimento retilíneo com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação aos trilhos. Admita que existam duas fontes luminosas,  $F_1$  e  $F_2$ , colocadas nas extremidades opostas do vagão. Que valores você encontraria para a velocidade da luz proveniente de cada extremo, supondo que você estivesse parado em uma estação vendo o trem se movimentar?

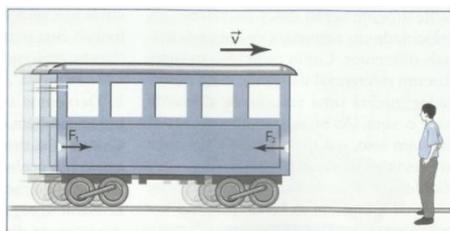


Figura 8. Medida da velocidade da luz emitida por duas fontes  $F_1$  e  $F_2$  nas extremidades opostas de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.

Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 22.

**Galileu:** Podemos proceder da mesma forma que em relação ao som, ou seja, teremos dois valores diferentes. Suponha que a luz da fonte  $F_1$  seja enviada no mesmo sentido do movimento do trem. Nesse caso, encontraremos um valor para a velocidade da luz em relação à estação ( $v_L$ ) igual à adição da velocidade da luz em relação ao éter ( $c$ ) com a velocidade do trem em relação à estação ( $v$ ). Em linguagem matemática:  $v_L = c + v$ .

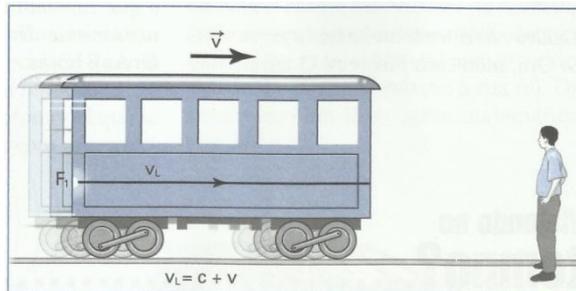


Figura 9. Medida da velocidade da luz emitida por uma fonte  $F_1$  na extremidade esquerda de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.  
 Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 22.

Em relação ao segundo caso, vamos supor que a luz da fonte  $F_2$  fosse emitida no sentido oposto ao do movimento do trem. Assim, o valor encontrado para a velocidade da luz em relação à estação ( $v_L$ ) seria igual ao valor da velocidade da luz em relação ao éter menos a velocidade do trem em relação à estação:  $v_L = c - v$ .

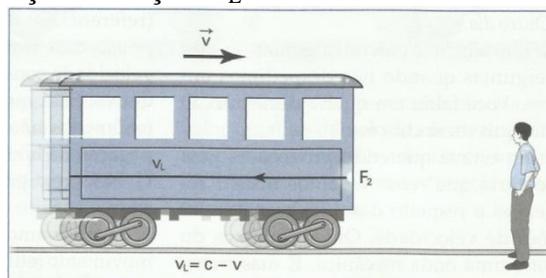


Figura 10. Medida da velocidade da luz emitida por uma fonte  $F_2$  na extremidade direita de um vagão em movimento retilíneo e uniforme.  
 Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 22.

**Einstein:** Se isso é possível, podemos pensar em voltar no tempo, certo?

**Galileu:** Meu caro Einstein, você poderia se explicar melhor? Sua conclusão não é óbvia. Não estou entendendo o que você está querendo dizer.

**Einstein:** Considere o primeiro caso. Sabemos que a visão é a impressão que a luz produz na retina, em nossos olhos. Como você mesmo concluiu, a velocidade da luz em relação à estação é maior do que a velocidade da luz em relação ao éter, ou seja, superior a 300.000 km/s. Se isso é possível, podemos supor também que um corpo pode ter velocidade superior à da luz. Sendo assim, como no caso do som, a luz emitida por uma fonte poderia ser alcançada por algum corpo que viajasse a uma velocidade superior à da luz.

**Galileu:** Não vejo nada de estranho nessa possibilidade.

**Einstein:** Vamos analisar suas consequências com mais detalhes. Que fenômenos poderíamos observar se viajássemos a uma velocidade superior à da luz?

**Galileu:** Os mesmos que observamos normalmente.

**Einstein:** Tenho certeza de que isso não ocorreria. Se uma pessoa viajasse com tal velocidade, superior à da luz, ela veria os acontecimentos do mundo como se estivesse assistindo a um filme rodando ao contrário, ou seja, de trás para frente. Isso porque ela alcançaria a última imagem emitida antes da penúltima e assim sucessivamente; veria primeiro o final do filme para depois ver o começo.

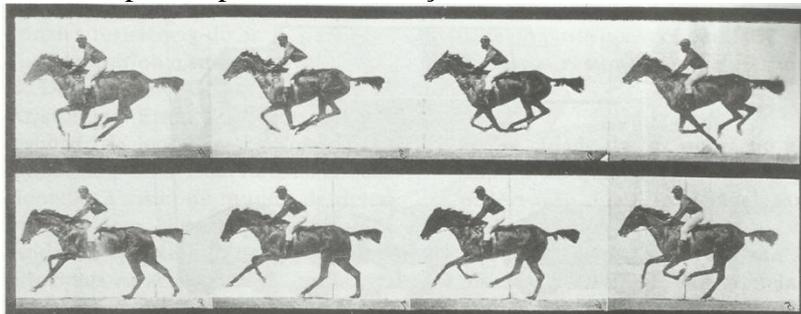


Figura 12. Sequência de imagens de um filme.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 23.

**Galileu:** Como assim?

**Einstein:** Vamos fazer uma analogia. Pense em um carro e um caminhão em uma estrada. O carro está atrás do caminhão, mas com velocidade superior. Nessas condições, o carro alcança o caminhão, certo?

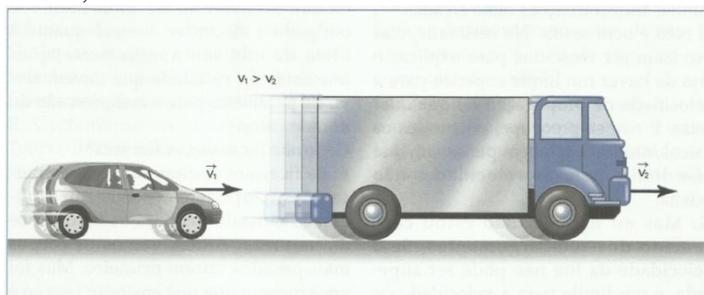


Figura 13. Um carro e um caminhão numa estrada.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 23.

**Galileu:** Certo.

**Einstein:** O carro primeiro alcança a traseira do caminhão para depois chegar à dianteira, correto?

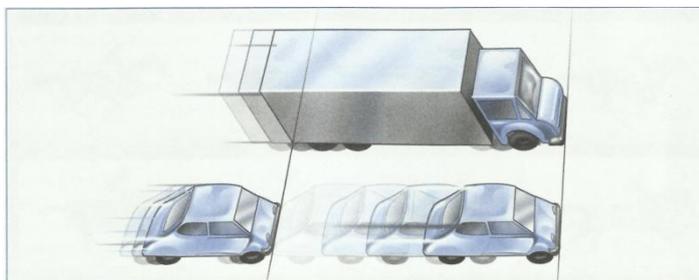


Figura 14. Um carro ultrapassando um caminhão numa estrada.  
Fonte: extraído de: Reis et al., 2012, p. 24.

**Galileu:** Exatamente.

**Einstein:** Com a **luz** aconteceria algo parecido, como havíamos dito antes: ao viajarmos a uma velocidade superior à da **luz**, alcançaríamos a última imagem (traseira do caminhão), depois a penúltima e assim sucessivamente (até atingirmos a frente).

**Galileu:** Mas isso é um absurdo! Assim, eu me veria nesta sequência: velho, jovem e depois no útero de minha mãe.

**Einstein:** Claro. Isso é um absurdo. Por isso temos de admitir que a velocidade da **luz** tem sempre o mesmo valor, independentemente da velocidade da fonte que a emitiu. Ou seja, ela é invariável para qualquer observador, não dependendo do seu estado de movimento.

**Galileu:** Mas, se isso é verdadeiro, então as minhas transformações estão erradas.

**Einstein:** Não é bem assim. Na realidade, elas precisam ser reescritas para explicar o fato de haver um limite superior para a velocidade de propagação de qualquer coisa.

**Galileu:** Mas eu também não estou convencido dos seus argumentos. Se a velocidade da **luz** não pode ser superada, é um limite para a velocidade de qualquer coisa. Então, não podemos encontrar valores diferentes para a velocidade da **luz**. Ela será constante para qualquer **referencial** de observação.

**Einstein:** Sim.

**Galileu:** Então precisaremos alterar conceitos básicos da Física, como os de *espaço* e *tempo*. Como posso pensar em espaço e tempo de outra forma?

As implicações desses dois postulados foram muito grandes e modificaram profundamente o panorama da Ciência que se fez a partir de então. O que o leitor precisa ter claro é que os fenômenos previstos pela Teoria da Relatividade Restrita só se tornam relevantes (e detectáveis) para velocidades próximas às da **luz** no vácuo. Como nós vivemos em um mundo em que os corpos mais rápidos (incluindo os celestes) são dotados de velocidades muitíssimo menores do que “*c*”, esses efeitos parecem até mesmo bizarros para nós.

Para aceitar estas ideias é preciso abrir mão da visão de mundo clássica e intuitiva. Não podemos falar simplesmente em *espaço* e *tempo* como conceitos abstratos. O tempo é determinado por relógios e as coordenadas espaciais por réguas. E o resultado dessas determinações pode ser alterado pelo movimento. Uma régua ou um relógio sofrem mudanças em seu comportamento ou em suas propriedades quando em movimento. Ou seja, uma régua irá mudar o seu comprimento e um relógio o seu ritmo quando em movimento. Entretanto, essas mudanças são perceptíveis ou mensuráveis quando o movimento ocorre com velocidade próxima à da **luz**.

## REFERÊNCIAS

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física**: ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

KÖHNLEIN, J. F. K. **Uma discussão sobre a natureza da Ciência no Ensino Médio**: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

REIS, J. C.; GUERRA, A.; BRAGA, M.; FFREITAS, J. **Einstein e o universo relativístico**. 5. ed. São Paulo: Atua, 2012.

#### ***Lista de exercícios da Aula 4***

- 1) Qual a importância das equações de Maxwell?  
*Maxwell conseguiu unificar com suas equações a Eletricidade, o Magnetismo e a Óptica*
- 2) Qual a diferença entre um referencial inercial e um referencial não-inercial?  
*Para que tenhamos um referencial inercial, a resultante das forças exercidas sobre este referencial deve ser nula, ou seja, o referencial não é acelerado, podendo estar em repouso ou em movimento uniforme em relação a outro referencial inercial. Já um referencial não inercial é acelerado.*
- 3) Como você determinaria se um referencial é inercial ou não?  
*Para “descobrir” se um referencial é ou não inercial, eu utilizaria um acelerômetro. Trata-se de um simples pêndulo fixo no sistema de referência usado. Assim, se depois de solto o pêndulo se mantém na vertical é porque o referencial é inercial; caso contrário apresenta alguma inclinação e trata-se, portanto, de um referencial não-inercial ou acelerado.*
- 4) Imagine que você está num trem em movimento retilíneo e uniforme e com as janelas fechadas. Você sente que o trem se move, mas gostaria de evidenciar esse movimento por meio de um experimento. O que você poderia fazer?  
*Não é possível evidenciar que o trem se move, assim como mostrou Galileu que não é possível evidenciar que a Terra se move. Pois se trata de um movimento uniforme e comum a ambos, compartilhado.*
- 5) Você já deve ter ouvido isto alguma vez: “tudo é relativo, como diria Einstein!”. Mas, se traduzíssemos os dois postulados da teoria da relatividade restrita para a vida cotidiana, como seria exatamente essa frase?  
*A teoria da relatividade não significa que “tudo é relativo”. Ela não significa que tudo é subjetivo. Einstein considerou por um curto período chamar sua criação de teoria da invariância, mas o nome não pegou.  
Se algo pudesse ser traduzido da teoria da Relatividade de Einstein para a vida cotidiana, seria exatamente o oposto do que se diz por aí. Para ele, as leis físicas são sempre iguais mesmo quando se modifica o ponto de vista ou o referencial. Assim, seria melhor dizer algo como: “Tudo é absoluto, como diria Einstein!”, pois para ele as leis da física não deveriam variar ao gosto do freguês.*

- 6) A Teoria da Relatividade Restrita conseguiu unificar quais ramos da Física?  
*Além dos já unificados pelo Eletromagnetismo (Eletricidade, Magnetismo e Óptica), conseguiu relacionar a Mecânica com o Eletromagnetismo*
- 7) Cite os postulados de Einstein, comentando suas consequências.  
*As leis da Física são iguais em qualquer referencial inercial, ou seja, não existe referencial inercial preferencial; a luz sempre se propaga no espaço vazio com uma velocidade definida, que é independente do estado de movimento do corpo emissor. O primeiro postulado está associado diretamente às leis da Mecânica, Termodinâmica, Óptica e do Eletromagnetismo, ou seja, é uma generalização do princípio da Relatividade galileana e de Newton que se aplicava apenas à Mecânica. Esta generalização de várias leis somente foi possível graças à modificação dos conceitos de espaço e tempo. O segundo postulado trouxe, entre algumas consequências, a de que nenhuma partícula pode se deslocar com velocidade superior à da luz.*

## Aula 5

O objetivo do quinto encontro é introduzir a noção relativística de dilatação temporal. Em nossa proposta começamos por discutir o conceito de simultaneidade e de observador na TRR.

Sugere-se fazer uso do texto de apoio que é apresentado na sequência e da lista de exercícios que aparece ao final.

### PLANO DE AULA 5

**Tópico: Relatividade da simultaneidade, refinamento do conceito de observador e dilatação do tempo.**

*Tempo: 2 horas-aula.*

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Articular a TRR e como ela tornou os conceitos de tempo e simultaneidade como sendo “relativos”;
- Construir o conceito de “observador” na relatividade;
- Descrever situações em que um relógio que se move muito rápido parece funcionar mais lentamente quando visto por um observador que não se move junto com ele;
- Intuir o significado de dilatação temporal;
- Deduzir a equação da dilatação do tempo usando o teorema de Pitágoras;
- Refletir sobre o quanto a TRR mostra-se anti-intuitiva e como os conceitos vão se transformando diante de inovações teóricas, o que torna a Ciência um empreendimento dinâmico.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 5.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: inicia-se propondo um experimento mental que evidencia que dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência inercial não são, necessariamente, simultâneos em outro sistema de referência inercial que se move em relação ao primeiro.

Desenvolvimento: utiliza-se um *PowerPoint* com um resumo do conteúdo do texto de apoio da Aula 5 e faz-se uma exposição dialogada para trabalhar os conceitos, visando introduzir com cuidado a noção de “dilatação do tempo” (por ela ser anti-intuitiva). Buscaremos interação buscando detectar dificuldades de compreensão dos alunos.

Fechamento: a aula encerrará com os alunos respondendo às questões conceituais constantes da lista de exercícios, em duplas para incitar a interação social. As respostas são entregues ao professor para fins de correção e os alunos recebem uma cópia do Texto de Apoio da Aula 6 para realizarem a tarefa de leitura prévia.

## A RELATIVIDADE DA SIMULTANEIDADE

Para abordar este conceito, começamos com um experimento mental. Considere uma fonte luminosa bem no centro do compartimento de uma nave espacial. Quando a fonte é ligada, a luz espalha-se em todas as direções com velocidade igual a “ $c$ ”, velocidade esta já discutida em aulas anteriores. Como ela se encontra equidistante das extremidades frontal e traseira do compartimento, um observador que esteja dentro dele constatará que a luz alcança a extremidade frontal no mesmo instante em que chega na traseira. Isso ocorre se a nave espacial se encontra em repouso ou movendo-se com uma velocidade constante. Os eventos<sup>29</sup> definidos pela chegada da luz a cada uma das extremidades opostas ocorrem simultaneamente para este observador no interior da nave espacial, como mostra a Figura 1.



Figura 1. Do ponto de vista do observador que viaja no interior da nave, a luz da fonte viaja distâncias iguais até as duas extremidades do compartimento e, portanto, chega nelas simultaneamente.  
Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 599.

Mas e quanto a um observador que eventualmente se encontre fora da nave e que observa os dois eventos de outro sistema de referência, um planeta, digamos, que não se mova junto com a nave? Para este observador, esses mesmos eventos não são simultâneos. Quando a luz se propaga a partir da fonte, este observador observará a nave mover-se para frente, de modo que a traseira do compartimento se moverá em direção ao feixe luminoso, enquanto a frente o fará em sentido oposto. O feixe direcionado para trás do compartimento, portanto, percorrerá uma distância mais curta do que o feixe que segue para frente. Uma vez que os valores das velocidades da luz em ambos os sentidos são os mesmos, o observador externo observará o evento da luz chegando à traseira acontecer antes do evento de chegada da luz à frente do compartimento (Figura 2). Um pouco mais de raciocínio mostrará que um observador em outra nave espacial que se move em sentido oposto observará que a luz chega primeiro à frente do compartimento.

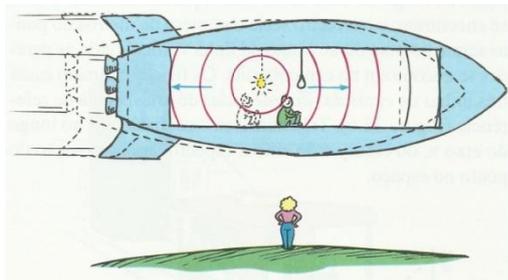


Figura 2. A chegada da luz às extremidades frontal e traseira do compartimento não constituem dois eventos simultâneos do ponto de vista de um observador em outro sistema de referência. Por causa do movimento da nave, a luz que se dirige para a traseira do compartimento não precisa se deslocar tanto e acaba chegando à extremidade antes do que a luz que se dirige para a extremidade frontal.  
Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 599.

<sup>29</sup> Evento: algo que ocorre em um ponto do espaço e em um determinado instante de tempo.

Dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência não necessariamente são simultâneos em outro sistema que se move em relação ao primeiro.

Essa não simultaneidade de eventos em um sistema de referência quando eles são simultâneos em outro sistema de referência é um *resultado puramente relativístico*, isto é, uma consequência de que a luz sempre se propaga com a mesma velocidade para todos os observadores como prevê o 2º Postulado de Einstein.

Vejam os mais um exemplo simples. Consideremos o trem de Einstein (experiência de pensamento) que se desloca com velocidade relativística constante  $\vec{v}$  (velocidade próxima à da luz), com um observador  $S'$  que se encontra exatamente no meio do trem, e outro observador  $S$  que se encontra no solo, e que estão se cruzando exatamente quando os raios ocorrem. Consideremos que os dois raios atinjam as posições frontal e traseira do trem, do ponto de vista do observador  $S$ , ao mesmo tempo<sup>30</sup> (ver Figura 3).

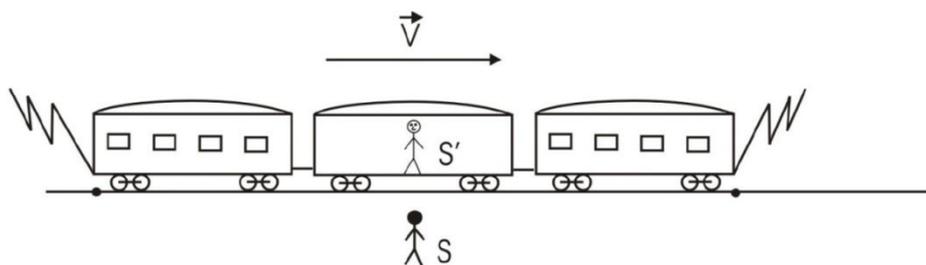


Figura 3. Dois raios atingem as posições frontal e traseira de um trem que se desloca com velocidade relativística e constante  $\vec{v}$ . Do ponto de vista do observador  $S$ , que se encontra no solo, os dois raios são simultâneos.  
Fonte: extraído de: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

Diz-se que os eventos serão simultâneos para o observador  $S$ , pois as duas frentes de onda de luz irão atingi-lo ao mesmo tempo. Já para o observador que está no referencial no interior do trem (referencial  $S'$ ) os eventos não serão simultâneos, ou seja, ele verá primeiro a frente de onda que atinge a frente, pois é neste sentido que se desloca o trem, e depois verá a frente de onda que atinge a traseira.

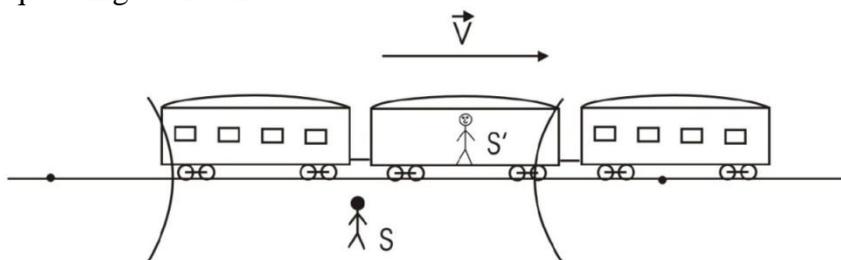


Figura 4. Representação das frentes de onda da luz originadas pelos raios que atingiram as posições frontal e traseira do trem. A frente de onda da frente atinge o observador  $S'$  antes da frente de onda de trás.  
Fonte: extraído de: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

<sup>30</sup> Acesse o endereço eletrônico <https://www.youtube.com/watch?v=ZrAJN6tvHMs> (acessado em abril/2016) para enriquecer a tua compreensão sobre o exemplo do trem de Einstein.

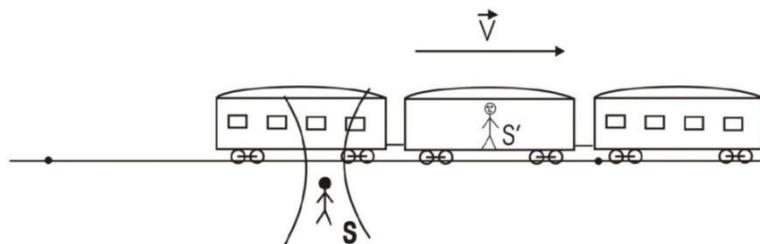


Figura 5. Frentes de onda da luz originadas pelos raios que atingiram as posições frontal e traseira do trem. Elas atingem o observador S ao mesmo tempo.

Fonte: extraído de: Wolff; Mors, 2005, p. 26.

Isto está de acordo com o princípio da invariância da velocidade da luz, ou seja, para qualquer que seja o observador inercial, ambos os pulsos se movem com a mesma velocidade “c”. Logo, S’ é levado a concluir que o raio produzido na frente do trem foi emitido primeiro do que o outro, ou seja, para este observador os raios não são simultâneos.

Podemos, então, propor a seguinte questão: quem está com a razão, o observador S ou o observador S’? Ambos estão corretos; embora pareça estranho, não existe uma única resposta para tal questão. **A simultaneidade é uma noção relativa e não absoluta.**

Se a velocidade da luz fosse infinita em qualquer referencial, os dois eventos seriam simultâneos para os dois observadores. Mas, como a velocidade da luz é igual em todas as direções em qualquer referencial inercial, os dois eventos que são simultâneos em um referencial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial.

### REFINANDO O CONCEITO DE OBSERVADOR

A partir de agora, quando falarmos em “observador” em relatividade, estaremos implicitamente nos referindo a um sistema de coordenadas inercial com uma pessoa parada na origem desse sistema de coordenadas e com seu próprio cronômetro, que será uma espécie de “observador-mor”, ajudado por um número muito grande de “observadores-ajudantes”, cada um deles fixo em cada posição dos eixos x, y e z, dotados de seu próprio cronômetro preciso.

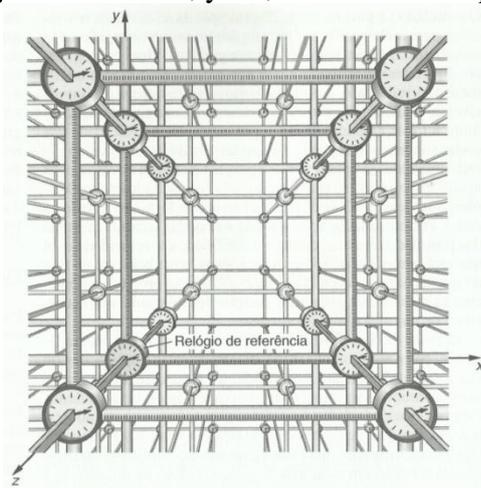


Figura 6. Sistema de coordenadas inercial formado por uma rede de réguas com um relógio em cada vértice. Todos os relógios são sincronizados a partir de um relógio de referência. As três dimensões espaciais são as posições dos relógios.

Fonte: extraído de: Tipler; Llewellyn, 2001, p. 14.

Mas não adiantará sincronizar os relógios com o relógio usado pelo “observador-mor” na origem quando eles estão todos em repouso relativo com este, e só então movê-los para suas posições no sistema de coordenadas, porque não saberemos de antemão se a movimentação dos relógios não afetará seus andamentos e, então, não podemos supô-lo previamente. Uma maneira adequada de fazer a sincronização é colocar cada um dos relógios na sua posição definitiva no sistema de coordenadas e depois sincronizá-los por meio de sinais.

Por exemplo, considere a sincronização de um certo relógio B, localizado a uma distância  $L$  da origem do sistema de coordenadas, ou seja, do “observador-mor”. Esta distância pode ser medida previamente sem nenhum problema. Combinamos, então, que o relógio na origem do sistema, que chamaremos de A, será acionado no mesmo momento em que um raio de luz é emitido a partir desta posição. Quando este sinal luminoso atingir o relógio B, o “observador-ajudante” nesta posição acertará seu relógio para  $L/c$ . Este procedimento pode ser realizado para todos os outros relógios auxiliares e, assim, todos ficarão sincronizados corretamente com o relógio A usado pelo “observador-mor”.

Esse conjunto de “observadores-ajudantes”, adequadamente sincronizados com o relógio do “observador-mor”, é que constitui efetivamente um “observador” em Relatividade Especial. Assim, quando dissermos que dois acontecimentos são simultâneos para um dado “observador” queremos dizer mais precisamente o seguinte: os dois “observadores-ajudantes” mais próximos dos eventos, usando seus próprios relógios, registraram iguais tempos de ocorrência para os acontecimentos.

## A DILATAÇÃO DO TEMPO

Novamente faremos uso de um experimento mental. Imagine um carrinho que se desloca com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo (Figura 7). Nesse carrinho há uma fonte de pulsos luminosos (por exemplo, uma lâmpada) e um espelho. Uma pessoa dentro do carrinho mede com um relógio o intervalo de tempo entre a emissão de um pulso de luz (evento 1) e o retorno desse pulso (evento 2) após a reflexão no espelho. Os dois eventos (emissão e retorno do pulso luminoso) ocorrem no mesmo local e são medidos com auxílio de um único relógio.

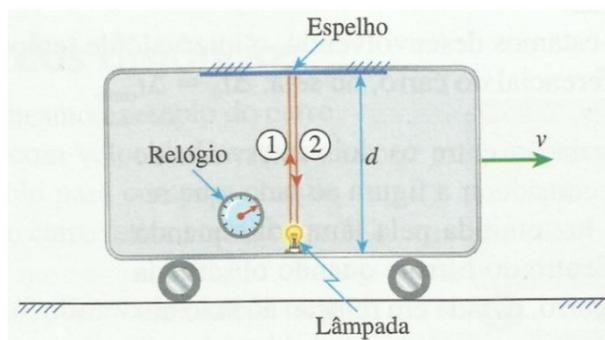


Figura 7. Pulso luminoso indo ao espelho e voltando à lâmpada, observado no referencial do carrinho. Em relação a esse observador, o chão se desloca para a esquerda.  
Fonte: extraído de: Carron; Guimarães, 2002, p. 685.

Esse intervalo de tempo ( $\Delta t_0$ ), medido no referencial do carrinho, é o tempo que a luz leva para ir da lâmpada ao espelho e voltar à lâmpada e é dado por:

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (\text{Eq. 1})$$

em que “d” é a distância da lâmpada ao espelho e “c” é a velocidade da luz.

Cabe, novamente, perguntarmo-nos: como esses dois eventos são observados<sup>31</sup> por uma pessoa que está fora do carrinho, ou seja, parada no solo enquanto o carro passa por ela<sup>32</sup>?

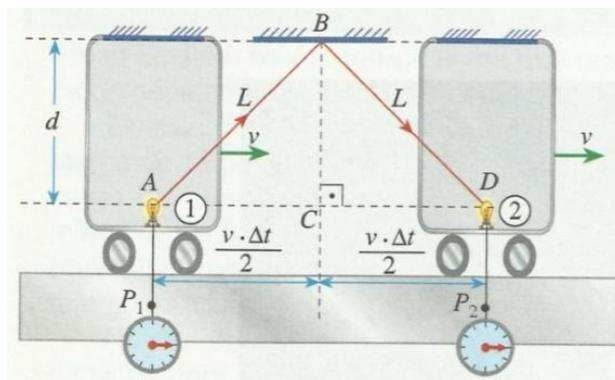


Figura 8. Pulso luminoso indo ao espelho e voltando à lâmpada, observado por uma pessoa parada no solo vendo o carro passar. Os dois eventos ocorrem em locais diferentes, P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, e são necessários dois relógios sincronizados para medir o intervalo de tempo entre eles.

Fonte: extraído de: Carron; Guimarães, 2002, p. 686.

Observe, na Figura 8, que:

→ Para medir o intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso, a pessoa precisa de dois relógios sincronizados, um para cada evento.

→ O percurso efetuado pela luz (2L, mostrado na Figura 8) é maior do que 2d (mostrado na Figura 7).

Contudo, como a velocidade da luz é a mesma em qualquer dos referenciais (pelo 2º Postulado de Einstein), o intervalo de tempo entre os dois eventos (Δt) medido pela pessoa fora do carrinho é dado por:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (\text{Eq. 2})$$

Comparando Δt com Δt<sub>0</sub>, obtemos Δt > Δt<sub>0</sub>. Essa análise nos permite concluir que o relógio em movimento funciona mais lentamente que o relógio em repouso.

Para estabelecer a relação entre os dois intervalos de tempo (Δt e Δt<sub>0</sub>), vamos considerar a Figura 9, que representa a trajetória da luz emitida pela lâmpada, quando observada pela pessoa dentro do carrinho e quando observada por uma pessoa fora do referencial do carrinho, parada em relação ao solo enquanto o carro passa por ela.

<sup>31</sup> Veremos, mais tarde, que “observar” não é a mesma coisa que “ver”.

<sup>32</sup> Veremos, mais tarde, que essa pessoa observará contraídas as dimensões do carrinho que estejam na direção de seu movimento.

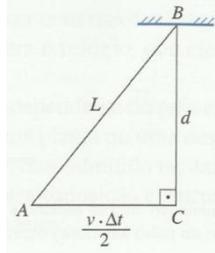


Figura 9. Trajetória da luz emitida pela lâmpada, quando observada pela pessoa dentro do carro e quando observada por uma pessoa fora do carro, parada em relação ao solo enquanto o carro passa por ela.  
 Fonte: extraído de: Carron; Guimarães, 2002, p. 686.

De acordo com o Teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2 \rightarrow L^2 = d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4} \rightarrow$$

$$L = \sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot (\Delta t)^2}{4}} \text{ (Eq. 3)}$$

Dividindo, agora, a equação (2) pela (1), obtemos:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\frac{2L}{c}}{\frac{2d}{c}} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{L}{d} \text{ (Eq. 4)}$$

Substituindo (3) em (4) e lembrando que  $d = (c \cdot \Delta t_0)/2$ , obtemos:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{d} \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{\sqrt{d^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}}}{\frac{c \cdot \Delta t_0}{2}} \rightarrow \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} = \left(\frac{c^2 \cdot \Delta t_0^2}{4} + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}\right) \cdot \frac{4}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} = 1 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{c^2 \cdot \Delta t_0^2} \rightarrow \frac{\Delta t^2}{\Delta t_0^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1 \rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t_0} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Nessa última expressão,  $\Delta t_0$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador em repouso no interior do carrinho (tempo próprio) e  $\Delta t$  representa o intervalo de tempo medido pelo observador fora do carrinho, que se desloca em movimento uniforme em relação ao solo (tempo dilatado).

De acordo com essa expressão, podemos concluir que:

→ se a velocidade ( $v$ ) com que o carrinho se move for muito menor do que a velocidade da luz ( $v \ll c$ ), os intervalos de tempo  $\Delta t$  e  $\Delta t_0$  serão praticamente iguais (isso significa que, para as velocidades do nosso cotidiano, os efeitos relativísticos são desprezíveis).

→ no entanto, à medida que a velocidade ( $v$ ) do carrinho aproxima-se da velocidade da luz, os efeitos relativísticos tornam-se cada vez mais acentuados, ou seja,  $\Delta t$  fica cada vez maior que  $\Delta t_0$ . A isto chama-se na Teoria da Relatividade de “dilatação temporal” ou “dilatação do tempo”.

## REFERÊNCIAS

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As faces da física**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

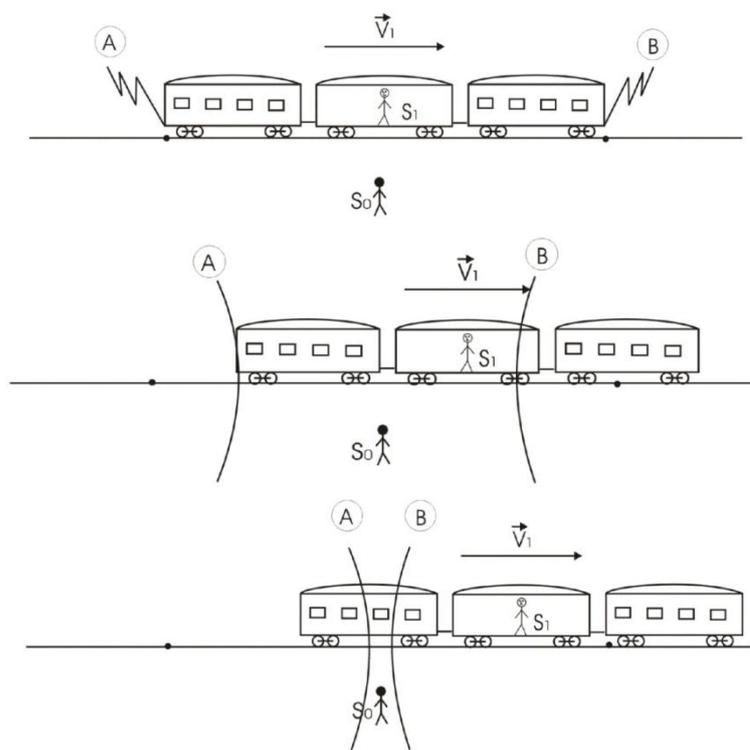
TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2001.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

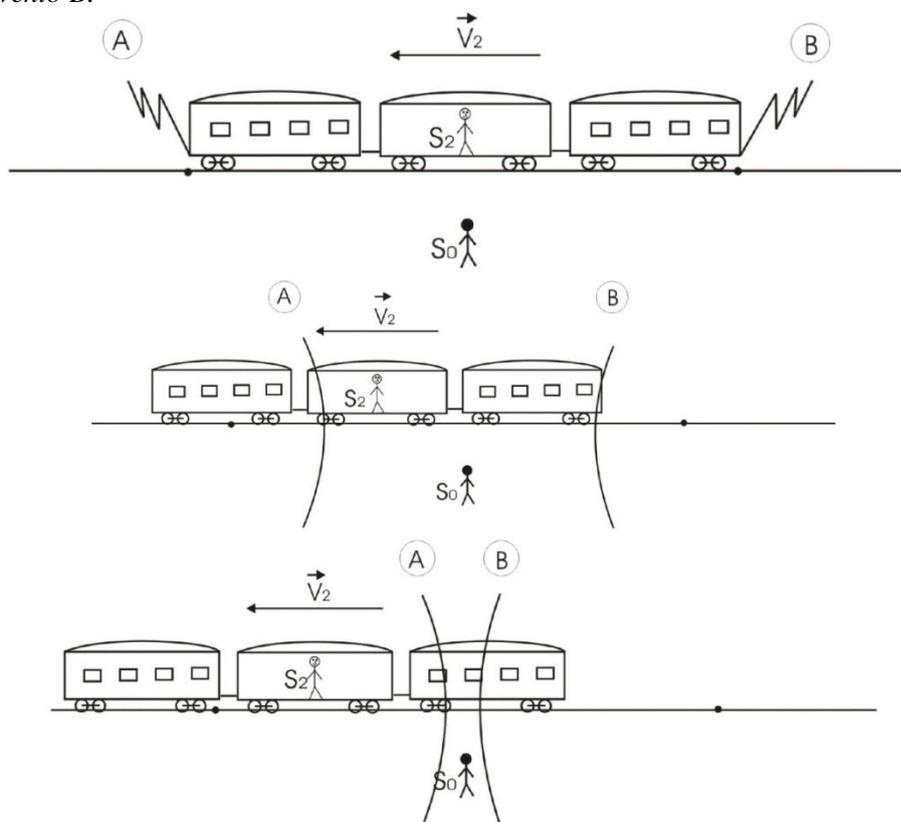
### *Lista de exercícios da Aula 5*

- 1) Suponha que o observador de pé sobre o planeta da Figura 2 do texto de apoio veja um par de centelhas incidindo simultaneamente nas extremidades frontal e traseira do compartimento de uma nave espacial altamente veloz. As centelhas serão simultâneas para um observador situado no meio do compartimento? (Estamos considerando aqui que um observador pode detectar quaisquer ligeiras diferenças nos tempos que a luz leva para se deslocar das extremidades até o meio do compartimento).  
*Não; um observador no meio do compartimento verá antes a centelha que atinge a extremidade frontal do compartimento do que a que atinge a extremidade oposta.*
- 2) Nosso senso comum é de que se dois acontecimentos são simultâneos em um referencial inercial, em qualquer outro referencial inercial estes mesmos acontecimentos também serão simultâneos. Mas isto está em desacordo com a Relatividade Especial. Por que acontecimentos simultâneos em um referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial? Isto é consequência de qual postulado?  
*Devido à invariância da velocidade da luz, ou seja, a luz propaga-se em todas as direções com a mesma velocidade em qualquer referencial inercial. Se a luz tivesse velocidade infinita, aí teríamos simultaneidade de eventos em qualquer referencial inercial.*
- 3) Se um evento A ocorre antes de um evento B em um referencial inercial, é possível que em outro referencial inercial o evento B ocorra antes do evento A?  
*Sim, desde que esses eventos não ocorram no mesmo lugar do espaço. Caso dois eventos ocorram em um mesmo lugar não é possível uma inversão de sua ordem cronológica, ou seja, não é possível que o evento B ocorra antes do evento A em qualquer outro referencial. Se os eventos não ocorrerem no mesmo local do espaço, poderemos ter uma inversão de observação desses eventos. Na figura abaixo o observador  $S_1$ , que se encontra no interior do trem que se*

desloca com uma velocidade  $V_1$  para a direita, irá observar primeiro a ocorrência do evento B e, após, a do evento A.



Já na figura abaixo o observador  $S_2$ , que se encontra no interior do trem que se desloca com uma velocidade  $V_2$  para a esquerda, irá observar primeiro a ocorrência do evento A e, após, a do evento B.



Assim, podemos concluir que o observador  $S_0$ , nas duas situações, vê os dois eventos simultaneamente, e os observadores  $S_1$  e  $S_2$  verão os eventos em ordem cronológica inversa. Para as duas situações, consideramos  $V_1$  e  $V_2$  iguais em módulo.

- 4) Consideremos que uma pessoa esteja viajando em uma nave com velocidade constante de 60% da velocidade da luz, em relação à Terra, e verifica que um determinado processo dentro da nave leva, para sua ocorrência, um intervalo de tempo de 1 minuto. Para um observador que ficou em um referencial em repouso em relação à Terra, qual será o intervalo de tempo para a ocorrência do mesmo processo?

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{60}{\sqrt{1-\frac{(0,6c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{60}{\sqrt{1-\frac{0,36c^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{60}{\sqrt{0,64}} \rightarrow \Delta t = \frac{60}{0,8} \rightarrow \Delta t = 75s$$

- 5) O efeito do movimento sobre o tempo já foi bastante usado em filmes de ficção científica, como em *O Planeta dos Macacos*, em que a tripulação de uma nave espacial fica em missão durante três anos, medido no relógio da nave. Quando ela regressa à Terra, verifica que aqui se passaram cinquenta anos! Calcule, para esta situação, a velocidade da nave.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 50 = \frac{3}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2 = \left(\frac{3}{50}\right)^2 \rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{9}{2500} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{9}{2500} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{2500-9}{2500} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2491c^2}{2500}} \rightarrow v = \frac{\sqrt{2491}}{50} \cdot c \rightarrow v = 0,998c$$

- 6) José encontra-se em um referencial  $S'$  em movimento em relação a outro referencial  $S$ , onde está Carlos. José realiza uma experiência, em  $S'$ , e mede sua duração  $t_{\text{José}}$  (tempo próprio). Carlos, de  $S$ , vê a experiência durar  $t_{\text{Carlos}}$  (tempo dilatado). Foi constatado que  $t_{\text{Carlos}} = 2 t_{\text{José}}$ . Com este resultado, estime a velocidade relativa entre os referenciais.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 2 \cdot t_{\text{José}} = \frac{t_{\text{José}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{1}{4} \rightarrow v = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c \rightarrow v \cong 0,87c$$

- 7) Uma espaçonave viaja com velocidade  $v = 0,80.c$ . Supondo que se possa desprezar os tempos de aceleração e desaceleração da nave durante uma jornada de ida e volta que leva 12 anos, medidos por um astronauta a bordo, pode-se afirmar que um observador que permaneceu na Terra terá envelhecido, em anos:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{\sqrt{1-\frac{(0,8c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{\sqrt{1-\frac{0,64c^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{0,6} \rightarrow \Delta t = 20 \text{ anos}$$

- 8) Desejamos fazer uma viagem, de ida e volta, viajando em uma espaçonave com velocidade constante em linha reta, durante seis meses e, então, retornar com a mesma velocidade. Desejamos, além disso, ao retornar, encontrar a Terra como ela será 1000 anos depois, contado do início da viagem. Determine:

a) Com que velocidade devemos viajar?

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 1000 = \frac{0,5}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{0,5}{1000} \rightarrow \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2000}\right)^2 \rightarrow$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4 \cdot 10^6} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4 \cdot 10^6} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4 \cdot 10^6 - 1}{4 \cdot 10^6} \rightarrow v = \sqrt{\frac{3999999}{4 \cdot 10^6}} \cdot c^2 \rightarrow$$

$$v \cong 0,999999875 c$$

b) Importa, ou não, que a viagem se faça em linha reta ou em círculo?

*Se a viagem for realizada em círculos, a espaçonave deixará de ser um referencial inercial e passará a ser um referencial não inercial, mesmo que permaneça se deslocando com velocidade constante. Então, este fenômeno não poderá ser descrito pela Relatividade Especial.*

## Aula 6

O objetivo do sexto encontro é importante porque discute a noção de contração temporal que é um efeito dos postulados da TRR. Sugere-se utilizar o Texto de Apoio que é apresentado na sequência do Plano de Aula e a lista de exercícios que aparece ao final.

Mas é importante incentivar a fala dos alunos durante a exposição para que contrastem suas crenças prévias e consigam alcançar uma nova visão de mundo, como propõe Thomas Kuhn.

### PLANO DE AULA 6

**Tópico: O espaço-tempo, o paradoxo dos gêmeos e a contração do comprimento.**

**Tempo: 2 horas-aula.**

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Reconhecer situações em que dois observadores compartilham a mesma região do espaço-tempo;
- Examinar o paradoxo dos gêmeos e perceber que o problema não é simétrico;
- Intuir que o comprimento de um objeto, quando se desloca com velocidade próxima à da luz, é menor do que quando se encontra em repouso;
- Reconhecer a contração do comprimento, e que ela ocorre apenas na direção do movimento;
- Estimar que a contração do comprimento decorre do postulado da TRR.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 6.

**Procedimentos:**

**Atividade inicial:** iniciar propondo novamente um experimento mental para abordar o paradoxo dos gêmeos e para mostrar que a situação não é simétrica: enquanto um gêmeo permanece em um único referencial inercial (Terra), o outro muda de sistema de referência (nave em viagem).

**Desenvolvimento:** explicar, gradualmente, com auxílio de resumos do texto em *PowerPoint* e incentivar que os alunos respondam questões, que serão propostas para serem discutidas em grande grupo, para trabalhar os conceitos estudados. As expressões matemáticas que compõem o Texto de Apoio da Aula 6 podem ser deduzidas, passo a passo no quadro, para que os alunos acompanhem.

**Fechamento:** no final os alunos respondem às questões propostas na Lista de Exercícios e recebem uma cópia impressa (ou disponibilizada em meio eletrônico) do Texto de Apoio da Aula 7 e são solicitados a fazer a tarefa de leitura prévia.

## O ESPAÇO-TEMPO

Começemos imaginando dois observadores lado a lado, em repouso um em relação ao outro, compartilham de um mesmo **sistema de referência inercial**. Ambos concordam em suas medições do espaço e dos intervalos de tempo entre eventos dados, portanto dizemos **que eles compartilham a mesma região do espaço-tempo**.

Entretanto, **se existir movimento relativo entre eles**, os observadores passam a não concordar em suas medições do espaço e do tempo porque **cada observador se encontrará em uma diferente região do espaço-tempo**. Para valores comuns de velocidade, as diferenças entre suas medidas são imperceptíveis, mas para valores de velocidades muito grandes – próximos ao da luz, as assim denominadas velocidades relativísticas – as diferenças tornam-se apreciáveis. As medidas diferem de tal maneira que **cada observador sempre obterá a mesma razão entre o espaço e o tempo para a luz**; quanto maior for a distância espacial medida, maior será o intervalo de tempo medido. **Esta razão constante entre espaço e tempo para a luz**, que é “ $c$ ”, **é o fator unificador entre diferentes regiões do espaço-tempo** e constitui a essência do segundo postulado de **Einstein**.

## O PARADOXO DOS GÊMEOS

O francês **Paul Langevin** (1872-1946) criou uma outra situação imaginária cujos personagens eram **dois gêmeos**, que aqui chamaremos de **Tiago e João**. **Tiago** permanecia na **Terra** e **João** partiria em **viagem** em um veículo espacial **com velocidade muito alta**, próxima à velocidade da luz. **No reencontro, ambos teriam idades diferentes, estando mais velho Tiago, o gêmeo que permaneceu na Terra**.

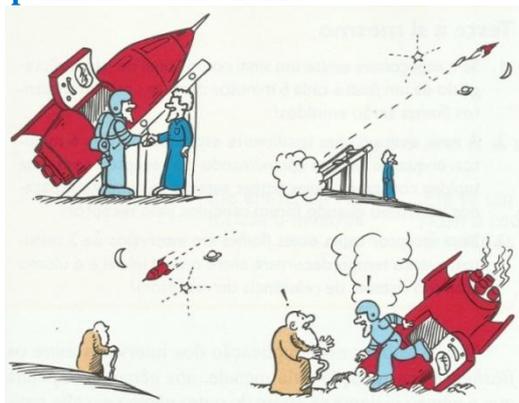


Figura 1. Representação da situação em que o gêmeo viajante (**João**) não envelhece tão rápido quanto o gêmeo que fica em casa (**Tiago**).

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 605.

Para entender esse experimento de pensamento, temos de analisar a trajetória de cada um dos gêmeos no espaço-tempo. Mas antes é preciso ter em mente que:

1º) Pelo fato de **João** viajar com velocidade muito alta, deve-se considerar os efeitos relativísticos sobre o tempo;

2º) O paradoxo decorre do fato de, à primeira vista, haver simetria de ponto de vista: para **Tiago** e para **João**. Isso porque, na perspectiva de **João** (o irmão do veículo espacial), é **Tiago** (o irmão na Terra) que se desloca rapidamente em sentido contrário.

Seguindo um raciocínio físico, podemos questionar: se o movimento é relativo, então, do ponto de vista de **João** (o gêmeo viajante), foi seu irmão **Tiago**, na Terra, quem se deslocou em alta velocidade. Dessa forma, **Tiago** é quem ficaria mais jovem?

**Parece haver uma simetria de movimento entre o gêmeo que viajou (João) e seu irmão na Terra (Tiago). Mas isso não é verdade! João** parte da Terra (**referencial 1**) e começa a viajar em alta velocidade (**referencial 2**). Em seguida, para e retorna em sentido contrário (**referencial 3**) para finalmente reencontrar **Tiago**. **Tiago** permanece o tempo todo na Terra (**referencial 1 apenas**). **Não há simetria entre os dois!**

Vamos explicar de outra maneira. **Tiago** está na Terra; então podemos considerar que **Tiago** encontra-se num **referencial inercial**. Já **João**, o gêmeo viajante, está no veículo espacial, que não pode ser considerado um **referencial inercial**, pois, para atingir a velocidade muito alta, e para mudar o sentido do movimento, o veículo espacial tem de ser acelerado e desacelerado. **Não temos paradoxo, já que não estamos comparando observações a partir de dois referenciais inerciais distintos.**

**O problema não é, pois, simétrico.** Assim, quando se reencontram, **Tiago** (o gêmeo que ficou na Terra) e **João** (o gêmeo viajante) não terão que ter a mesma idade, já que **Tiago** (o gêmeo que ficou na Terra) permaneceu em um **referencial inercial**, enquanto que **João** (o gêmeo viajante) sofreu grandes acelerações.

## A VIAGEM DO GÊMEO

Para enriquecer a aprendizagem, vamos analisar o paradoxo dos gêmeos sob outra perspectiva. Primeiro, consideremos uma nave espacial pairando em repouso com respeito à Terra. Suponha que a nave envie breves *flashes* luminosos para o planeta a intervalos de tempo regulares (Figura 2). Decorrerá algum tempo antes que os *flashes* cheguem ao planeta, da mesma forma que a luz solar leva cerca de 8 minutos para alcançar a Terra. Os *flashes* luminosos chegarão ao receptor sobre o planeta com velocidade de valor igual a “c”. Como não existe movimento relativo entre o emissor e o receptor, sucessivos *flashes* serão captados com a mesma frequência com a qual são regularmente emitidos. Por exemplo, se um *flash* é emitido da nave a cada 6 minutos, após certo tempo de retardo eles passarão a ser captados pelo receptor a cada 6 minutos. Sem haver qualquer movimento envolvido, nada existe de incomum nisto.



Figura 2. Quando nenhum movimento está envolvido, os *flashes* luminosos são recebidos com a mesma frequência com que são emitidos pela nave espacial.

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 605.

Quando há movimento envolvido, a situação é completamente diferente. É importante notar que a velocidade de propagação dos *flashes* ainda será “c” (dado que esta é a maior velocidade que pode existir), não importando como a nave ou o receptor possam estar se movendo. Quão frequentemente os *flashes* são vistos, no entanto, depende muito do movimento relativo envolvido. Quando a nave se desloca em direção ao receptor, este capta os *flashes* mais frequentemente. Isso acontece não apenas porque o tempo é alterado devido ao movimento, mas principalmente porque cada *flash* sucessivo tem uma distância menor para percorrer quando a nave está se aproximando do receptor. Se a espaçonave emitir um *flash* a cada 6 minutos, os *flashes* serão vistos a intervalos de tempo menores do que este. Suponha que a nave esteja viajando rápido o bastante para que os *flashes* sejam captados com frequência duas vezes maior. Então eles estarão sendo vistos a intervalos de 3 minutos (Figura 3).

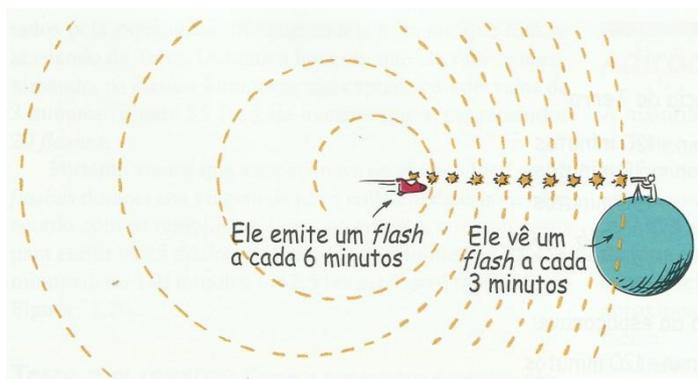


Figura 3. Quando o emissor se move em direção ao receptor, os *flashes* são captados mais frequentemente.  
Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 607.

Se a nave estiver se afastando do receptor com a mesma velocidade anterior, ainda emitindo *flashes* a intervalos de 6 minutos, esses *flashes* serão captados pelo receptor com a metade da frequência de emissão, ou seja, a intervalos de 12 minutos (Figura 4). Isso se deve principalmente a que cada *flash* sucessivo tem uma distância maior a percorrer quando a nave está se afastando do receptor.

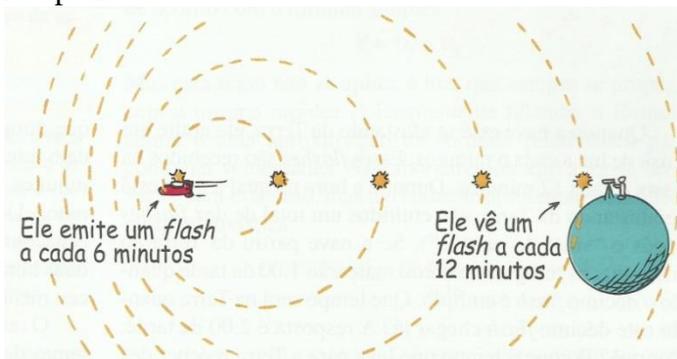


Figura 4. Quando o emissor se move afastando-se do receptor, os *flashes* são captados mais espaçadamente no tempo, e registrados menos frequentemente.  
Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 607.

O efeito resultante da ação de afastamento em relação ao receptor é exatamente o oposto daquele resultante da ação de aproximação. Assim, se os *flashes* são captados duas vezes mais frequentemente quando a espaçonave está se aproximando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 3 minutos), eles são recebidos duas vezes menos frequentemente quando a nave está se afastando (*flashes* emitidos a intervalos de 6 minutos são recebidos a cada 12 minutos).

Isso significa que se dois eventos são separados no tempo por 6 minutos de acordo com o *relógio da espaçonave*, eles serão vistos como estando separados no tempo por 12 minutos quando a espaçonave estiver se afastando, e por somente 3 minutos quando ela estiver se aproximando por um relógio, por exemplo, colocado na Terra.

Vamos aplicar essa duplicação dos intervalos entre os *flashes*, e sua redução pela metade, aos gêmeos. Suponha que o gêmeo viajante se afaste do outro gêmeo em alta velocidade por 1 hora, então rapidamente faça a curva e retorne durante 1 hora com a mesma velocidade com que se afastou. Siga esta linha raciocínio com a ajuda da Figura 5. O gêmeo viajante faz a viagem de ida e volta em 2 horas, de acordo com todos os relógios existentes a bordo da espaçonave. Entretanto, essa viagem não será registrada com duração de 2 horas a partir do sistema de referência da Terra. Podemos ver isso com a ajuda dos *flashes* do relógio de luz da nave.

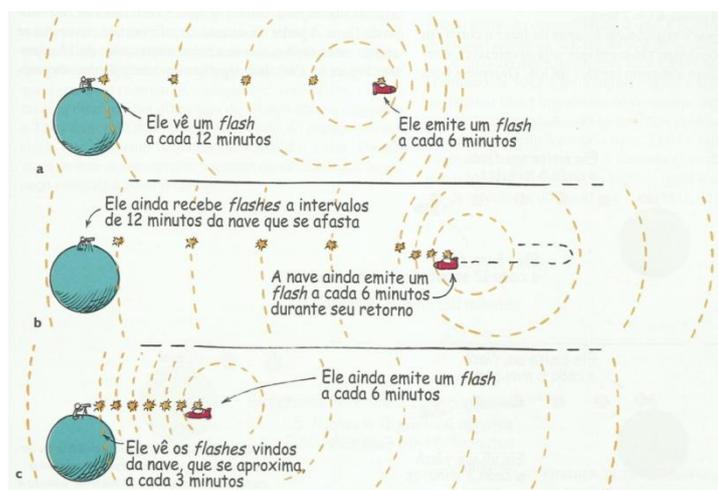


Figura 5. A espaçonave emite *flashes* a cada 6 minutos, durante uma viagem de duas horas. Durante a primeira hora, ela se afasta da Terra. Durante a segunda hora, ela se aproxima.

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 607.

Quando a nave está se afastando da Terra, ela emite um *flash* de luz a cada 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 12 minutos. Durante a hora na qual a nave está se afastando da Terra, são emitidos um total de 10 *flashes* (após o “sinal de partida”). Se a nave partiu da Terra ao meio-dia, os relógios a bordo marcarão 1h da tarde quando o décimo *flash* é emitido. Que tempo marcará na Terra quando este décimo flash chegar lá? A resposta é 2h da tarde. Por quê? Porque o tempo que leva para a Terra receber dez *flashes* separados por intervalos de 12 minutos é 10 multiplicado por 12 minutos, ou seja, 120 minutos (= 2 horas).

Suponha que a espaçonave é capaz de fazer a curva em um intervalo de tempo tão curto que seja desprezível, e retorne à Terra com a mesma velocidade da ida. Durante a hora que dura o retorno, ela emite mais dez *flashes* a intervalos de 6 minutos. Esses *flashes* são recebidos na Terra a cada 3 minutos, de modo que os dez *flashes* chegam durante 30 minutos. Um relógio na Terra marcará 2h30min da tarde quando a espaçonave completar sua viagem de ida e volta em suas duas horas. Vemos que o gêmeo que ficou na Terra envelheceu meia hora a mais do que o que viajou na espaçonave!

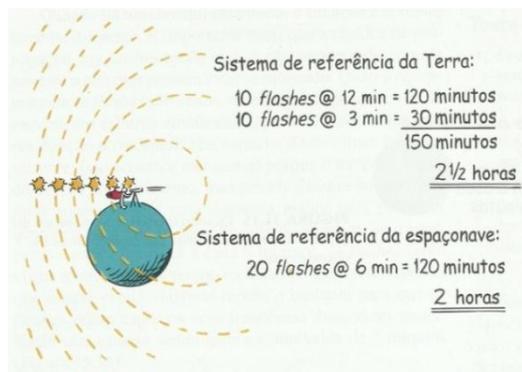


Figura 6. Uma viagem que leva 2h no sistema de referência da espaçonave, é feita em 2h30min de acordo com o sistema de referência da Terra.

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 608.

***O resultado é o mesmo a partir de qualquer dos dois sistemas de referência!***

Considere a mesma viagem novamente, apenas desta vez com os *flashes* sendo emitidos da Terra a intervalos regularmente espaçados de 6 minutos, no tempo da Terra. A partir do sistema de referência da nave que se afasta, esses *flashes* são recebidos a intervalos de 12 minutos (Figura 7a). Isso significa que cinco *flashes* são captados pela espaçonave durante aquela hora em que está se afastando da Terra. Durante a hora em que ela está se aproximando, os *flashes* luminosos são captados a intervalos de 3 minutos (Figura 7b), de maneira que serão recebidos 20 *flashes*.

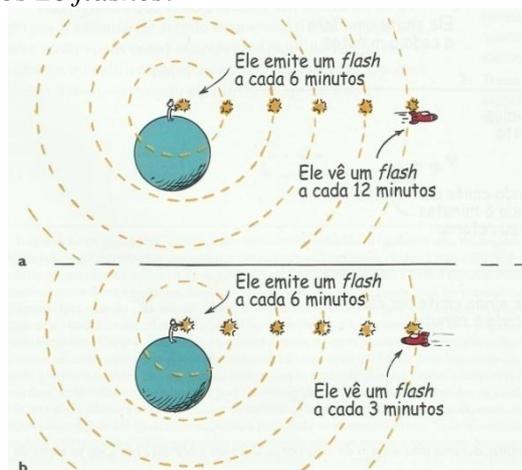


Figura 7. Os *flashes* enviados da Terra a intervalos de 6 minutos são recebidos na nave a intervalos de 12 minutos quando a nave está se afastando, e a intervalos de 3 minutos quando ela está se aproximando.

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 608.

Portanto vemos que a espaçonave recebe um total de 25 *flashes* durante sua viagem de ida e volta em duas horas. De acordo com os relógios da Terra, no entanto, o tempo gasto para emitir os 25 *flashes* a intervalos de 6 minutos é 25 multiplicado por 6 minutos, ou 150 minutos (= 2h30min). Isso é mostrado na Figura 8.



Figura 8. Um intervalo de tempo de 2,5 h na Terra é registrado como durando 2 h no sistema de referência da espaçonave.

Fonte: extraído de: Hewitt, 2002, p. 609.

Portanto ambos os gêmeos concordam com os mesmos resultados, não havendo qualquer disputa sobre qual deles envelheceu mais. Enquanto o gêmeo que ficou na Terra manteve-se em um único sistema de referência, o gêmeo viajante usou dois sistemas de referência diferentes, separados pela aceleração da espaçonave durante a curva que teve que fazer para retornar. **A espaçonave, com efeito, experimentou duas regiões diferentes do espaço-tempo, enquanto a Terra experimentou uma única região do espaço-tempo, ainda que diferente daqueles mencionados antes.** Os gêmeos podem se encontrar novamente no mesmo lugar do espaço somente à custa do tempo.

## CONTRAÇÃO DO COMPRIMENTO

Novamente faremos uso de um experimento mental. Vamos utilizar o mesmo exemplo do vagão de trem que se move com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo, para comparar medidas do comprimento do vagão feitas por diferentes observadores.

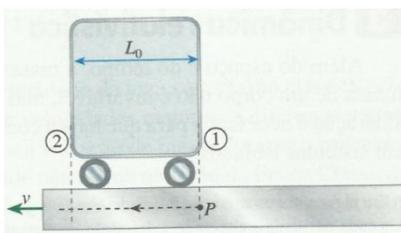


Figura 9. Vagão de trem que se move com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação ao solo. Um observador dentro do carro mede o intervalo de tempo que um ponto P do solo, com velocidade  $-\vec{v}$  em relação a ele, leva para percorrer a distância  $L_0$ .

Fonte: extraído de: Carron; Guimarães, 2002, p. 687.

Dentro do vagão o observador mede seu comprimento com uma trena. O valor obtido ( $L_0$ ) é **uma medida própria**, pois, em relação ao observador, o vagão está parado. O observador também poderia usar como referência um ponto do solo, que se movimenta em relação a ele com velocidade  $-\vec{v}$ , e medir o intervalo de tempo que esse ponto leva para percorrer a distância  $L_0$ . Ele precisaria utilizar dois relógios sincronizados, e o valor obtido,  $\Delta t$ , **não seria um intervalo de tempo próprio, pois os dois eventos ocorrem em locais distintos!**

Assim, podemos escrever:  
 $L_0 = v \cdot \Delta t$  (Eq. 1)

Vejam agora o observador que está no solo, fora do vagão. Para ele medir o comprimento do vagão, basta usar um único relógio e medir o intervalo de tempo entre as passagens dos pontos A e B, extremos do carro. **Este é um intervalo de tempo próprio ( $\Delta t_0$ ), pois os dois eventos ocorrem no mesmo local!**

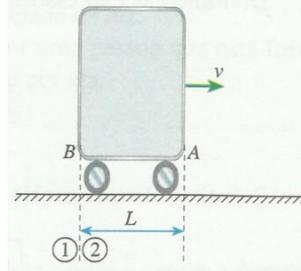


Figura 10. Vagão de trem que se move com velocidade  $\vec{v}$ , constante em relação ao solo, observado por uma pessoa que está parada no solo.

Fonte: extraído de: Carron; Guimarães, 2002, p. 688.

Portanto, o comprimento L do carro é dado por:

$$L = v \cdot \Delta t_0 \text{ (Eq. 2)}$$

Para estabelecer a relação entre L e  $L_0$ , basta dividirmos, agora, a equação (2) pela (1). Obtemos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \cdot \Delta t_0}{v \cdot \Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Nessa expressão,  $L_0$  é o **comprimento próprio, medido pelo observador em repouso no interior do vagão**, e L é o **comprimento medido pelo observador fora do vagão**, o qual se desloca com velocidade constante  $\vec{v}$  em relação ao solo.

**Esta expressão nos diz que o comprimento do carro sofre uma contração para o observador que o observa em movimento**, pois o fator  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  é sempre menor que 1. De modo geral, podemos dizer que:

**Corpos em movimento sofrem uma contração na direção deste movimento em relação ao tamanho que têm quando medidos em repouso.**

Vale ressaltar que:

1º) **Na direção perpendicular ao movimento não há alteração da medida do comprimento.** Se um objeto está se movimentando horizontalmente, não ocorre qualquer contração na direção vertical.

2º) **Se o vagão de trem**, de alguma maneira, **fosse capaz de se mover com velocidade igual a “c”**, seu comprimento medido por um observador fora do carro, parado no solo, seria nulo. Essa é uma das razões por que dizemos que a velocidade de propagação da luz no vácuo é o limite superior para o valor da velocidade de qualquer objeto em movimento.

3º) **Para uma viagem hipotética à velocidade da luz, a contração do comprimento e a dilatação temporal são exatamente as duas faces de um mesmo fenômeno.** Se os astronautas vão tão rápido que se deparam com uma distância de apenas um ano-luz ao invés de quatro, como medido na Terra, eles farão a viagem em pouco mais do que um ano. Já os observadores que estão na Terra afirmam que os relógios a bordo da espaçonave estão se atrasando, de modo que marcarão apenas um ano para quatro anos decorridos no tempo da Terra. Ambos concordam sobre o que acontece: os astronautas estão envelhecidos um pouco mais do que um ano quando eles chegam à estrela. Um conjunto de observadores afirma que é por causa da contração do comprimento, outros afirmam que é por causa da dilatação temporal. **Ambos estão corretos!**

Analise uma situação hipotética simples. Isso é o que **Einstein** chamava de experiência mental. Imagine um trem de comprimento 2.400.000 km a uma velocidade de 0,8c, isto é, 240.000 km/s, passando pela plataforma de uma estação que tem o mesmo comprimento do trem (2.400.000 km). Portanto, no referencial da plataforma, o trem levará 10 segundos para percorrê-la totalmente (Figura 11).

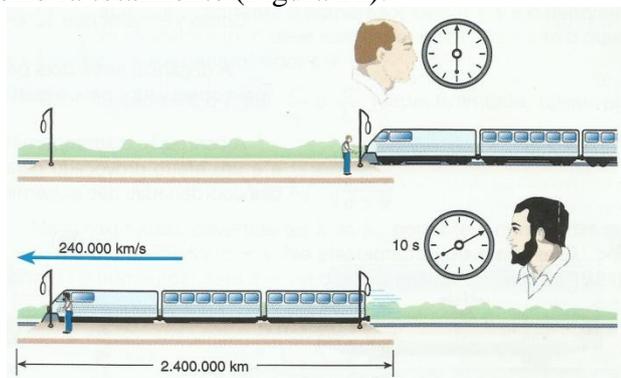


Figura 11. Para o observador na plataforma, o comprimento do trem não se altera.  
Fonte: extraído de: Ferraro; Penteado; Soares; Torres, 2001, p. 599.

Entretanto, pela equação  $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , um passageiro no trem registrará apenas 6 segundos para que a plataforma “passe” por ele em sentido oposto. Portanto, dentro do trem, o passageiro mede apenas 1.440.000 km (240.000 km/s . 6s) para o comprimento da plataforma. Evidentemente a plataforma não encolheu; essa aparente contração no seu comprimento é consequência do movimento relativo entre o observador e o objeto medido (Figura 12). Resumindo: **quem se move mede um intervalo de tempo e um comprimento menores.**

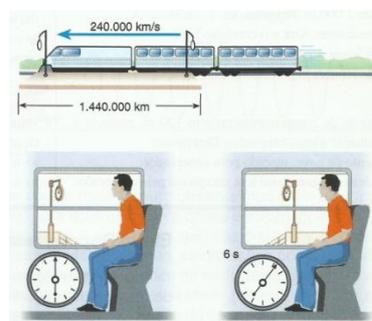


Figura 12. Para o observador no trem, a plataforma parece menor.  
Fonte: extraído de: Ferraro; Penteado; Soares; Torres, 2001, p. 599.

## CONTRAÇÃO DE LORENTZ-FITZGERALD

O que acontece com um objeto que se encontra em movimento relativo a um **referencial inercial**? Há uma contração no material, onde as moléculas são afetadas pelo movimento, ficando umas mais próximas das outras, ou seja, há uma alteração na estrutura do material? Ou será que é apenas a aparência visual do objeto em movimento relativo?

Para **Lorentz** e **FitzGerald** a contração era resultado da modificação da estrutura da matéria: o éter (meio hipotético onde a luz se propagava) afetava as forças moleculares, o que explicaria a contração do comprimento.

No artigo de **FitzGerald** (1889), ele descreve a influência do éter na estrutura dos materiais: “... parece ser uma suposição não improvável que as forças moleculares sejam afetadas pelo movimento (relativo ao éter) e que, em consequência, o tamanho do corpo se altere”.

A partir da Teoria da Relatividade Especial de **Einstein**, a contração do comprimento passou a ter um outro significado, deixando de ser uma contração que afetaria a estrutura da matéria, e passou a ser uma contração devido à aparência visual dos objetos em movimento relativo.

Comparando a interpretação dada por **FitzGerald** com a de **Einstein**, verificamos que a primeira estava relacionada com a mudança estrutural da matéria enquanto que a segunda (**Einstein**) está relacionada com o ato de medir, ou seja, não ocorre uma mudança na estrutura da matéria dos corpos, mas sim uma alteração nas medidas de comprimento, pelo fato da luz possuir a mesma velocidade em todas as direções.

## VIAGEM PARA O FUTURO

Vamos imaginar que você construa uma espaçonave capaz de viajar a velocidades próximas à da luz, digamos 80% de seu valor. Você resolve usar a espaçonave para viajar a outro sistema planetário, distante 20 anos-luz do nosso. Para uma pessoa que tenha ficado na Terra, sua viagem de ida dura 25 anos. Para este observador fixo na Terra os eventos da partida e chegada ao outro sistema solar ocorreram em locais diferentes. Mas, para você, os dois eventos ocorreram no mesmo local, ou seja, dentro da espaçonave.

Como foi discutido anteriormente, o intervalo de tempo entre dois eventos quando eles ocorrem em um mesmo local é menor do que quando os mesmos dois ocorrem em locais diferentes. Por conclusão lógica, o tempo de viagem de ida, para você que fez toda a viagem dentro da espaçonave, deve ser menor do que para quem ficou na Terra.

De fato isso ocorre. Se fizéssemos as contas, verificaríamos que, para quem viajou dentro da nave a 80% da velocidade da luz (0,8c), a viagem de ida durou 15 anos, dez anos a menos do que para quem ficou na Terra.

Existem dois pontos a esclarecer aqui. O primeiro diz respeito ao fato de que **a viagem para o futuro é uma via de mão única**. Uma vez que você vá para o futuro, não poderá retornar para o passado, porque **viagens para o passado não são possíveis de acordo com a relatividade de Einstein**: para isso seria necessário viajar mais rápido do que a luz no vácuo,

o que é impossível. O segundo ponto é que em uma viagem para o futuro, embora o viajante envelheça menos do que os que ficam na Terra, isso não significa que seu ciclo vital tenha sofrido alteração, seus batimentos cardíacos continuam os mesmos quando medidos por alguém a bordo da nave e seu cabelo cresce da mesma maneira como na Terra. Em suma, o viajante não conseguiria perceber que está “viajando para o futuro”. Tudo ocorre de maneira parecida com o que acontece quando se está na Terra.

Mas como isso pode acontecer? A resposta está no espaço, mais precisamente em sua contração ou encurtamento. Para quem viaja na nave, a distância entre a Terra e o outro sistema planetário tem um valor diferente do valor medido por quem se encontra em repouso em relação à superfície da Terra.

Sim! O valor da distância é diferente, e menor, para quem está no local dos dois eventos (partida e chegada). Além da medida de intervalo de tempo, agora você já sabe que a medida do espaço também depende do referencial do observador.

Você deve estar se perguntando qual das medidas está realmente certa: 12 ou 20 anos-luz? Desculpe, mas esta pergunta não faz o menor sentido. Como já vimos, não existe um referencial em movimento retilíneo e uniforme que seja privilegiado em relação a outro também dotado de movimento retilíneo e uniforme. É exatamente isto que nos diz o princípio da relatividade de **Einstein**. O referencial da nave é igualmente bom quanto o usado pela pessoa em repouso na Terra. As duas medidas, 12 e 20 anos-luz, são igualmente verdadeiras e válidas.

## REFERÊNCIAS

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As faces da física**. 2 ed., São Paulo: Moderna, 2002.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9 ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

OLIVEIRA, M. P. P. de; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos: pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

## Lista de exercícios da Aula 6

- 1) Se a espaçonave emite um sinal como “sinal de partida”, seguido de um *flash* a cada 6 minutos durante uma hora, quantos *flashes* serão emitidos?  
*A nave emitirá um total de dez flashes durante 1 hora, pois  $(60 \text{ minutos})/(6 \text{ minutos}) = 10$  (11 se o sinal de partida for contabilizado).*
- 2) A nave emite *flashes* igualmente espaçados a cada 6 minutos, enquanto está se aproximando do receptor com uma velocidade constante. Esses *flashes* estarão igualmente espaçados no tempo quando forem captados pelo receptor?  
*Sim; desde que a nave se mova com um valor de velocidade constante, os flashes igualmente espaçados no tempo serão captados pelo receptor também igualmente espaçados no tempo, mas menos frequentemente. (Se a nave acelerou enquanto estava enviando os flashes, então eles não seriam captados a intervalos igualmente espaçados no tempo.)*
- 3) Se o receptor capta esses flashes em intervalos de 3 minutos, quanto tempo decorrerá entre o sinal inicial e o último *flash* (no sistema de referência do receptor)?  
*Trinta minutos, pois chegam dez flashes no total, cada qual separado do outro no tempo por um intervalo de 3 minutos.*
- 4) Como o movimento é relativo, não podemos igualmente dizer que a espaçonave se encontra em repouso e que a Terra é que se move, caso em que o gêmeo da espaçonave envelhece mais?  
*Não, a menos que a Terra faça uma curva e retorne, como fez nossa espaçonave no exemplo da viagem do gêmeo. A situação não é simétrica, pois durante a viagem toda um dos gêmeos permaneceu num único sistema de referência no espaço-tempo, enquanto o outro fez uma mudança de sistema de referência, como é evidenciado pela aceleração durante a curva que teve que fazer para retornar.*
- 5) Considere que os dois irmãos gêmeos, Tiago e João, crescem juntos até a idade de 25 anos, quando João é escolhido para realizar uma viagem espacial, de ida e volta, a uma estrela que fica distante 15 anos-luz da Terra. Para realizar a referida viagem, João embarcará num foguete que atinge a velocidade de 99% da velocidade da luz (0,99.c). Quando o foguete retornar à Terra, quais serão as idades de Tiago e de João?  
*Para Tiago, que permanece na Terra, o tempo de viagem (de ida e volta) de João será de:*  
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \rightarrow \Delta t = \frac{30 \text{ anos-luz}}{0,99 \frac{\text{anos-luz}}{\text{ano}}} \rightarrow \Delta t = \frac{1000}{33} \text{ anos} \rightarrow$$
$$\Delta t = 30,30 \text{ anos (tempo dilatado)}$$
*Para João, o tempo de viagem (de ida e volta) será de:*  
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \Delta t_0 = 30,30 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,99c)^2}{c^2}} \rightarrow$$
$$\Delta t_0 = 30,30 \cdot \sqrt{1 - 0,9801} \rightarrow \Delta t_0 = 30,30 \cdot \sqrt{0,0199} \rightarrow$$
$$\Delta t_0 = 4,27 \text{ anos (tempo próprio)}$$
*Quando o foguete retornar à Terra, João terá 29,27 anos de idade e Tiago terá 55,30 anos de idade.*

- 6) Uma nave desloca-se com velocidade de 85% da velocidade da luz (0,85.c), e um astronauta em seu interior mede seu comprimento e encontra um valor de 12m. Para um observador que se encontra na Terra, qual a medida do comprimento da nave?

*Temos que o módulo da velocidade da Terra em relação à nave também é de 0,85c, e que o comprimento próprio é igual a 12m. Então,*

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,85c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 12 \cdot \sqrt{1 - 0,7225} \rightarrow$$

$$L = 12 \cdot \sqrt{0,2775} \rightarrow L = 6,32 \text{ m}$$

*Podemos observar que houve uma redução bastante significativa da medida, onde L, que representa o valor medido pelo observador fora da nave (que se desloca com  $v = 0,85c$  em relação à nave) é quase a metade de  $L_0$ , que representa o valor medido pelo observador em repouso no interior da nave.*

- 7) Uma barra mantém-se paralela ao eixo x de um referencial S, movendo ao longo deste eixo com velocidade de 0,7.c. O seu comprimento de repouso é de 2,0m. Qual será a medida de seu comprimento no referencial S?

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 2,0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,7c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 2,0 \cdot \sqrt{1 - 0,49} \rightarrow$$

$$L = 2,0 \cdot \sqrt{0,51} \rightarrow L = 1,43 \text{ m}$$

- 8) Uma nave espacial, com um comprimento de repouso de 150m, passa por uma estação de observação com velocidade de 0,85.c. Determine:

a) Qual o comprimento da nave medido por um observador parado na estação?

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 150 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,85c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 150 \cdot \sqrt{1 - 0,7225} \rightarrow$$

$$L = 150 \cdot \sqrt{0,2775} \rightarrow L = 79,02 \text{ m}$$

b) Qual o intervalo de tempo registrado pelo monitor da estação entre as passagens, por um mesmo ponto, da parte da frente e da parte traseira da nave?

Primeira maneira:

$$L = v \cdot \Delta t_0 \rightarrow 79,02 = 0,85 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot \Delta t_0 \rightarrow \Delta t_0 = \frac{79,02}{2,55 \cdot 10^8} \rightarrow$$

$$\Delta t_0 = 3,10 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Segunda maneira:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow 150 = 0,85 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{150}{2,55 \cdot 10^8} \rightarrow$$

$$\Delta t = 5,88 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \Delta t_0 = 5,88 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,85c)^2}{c^2}} \rightarrow$$

$$\Delta t_0 = 5,88 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{1 - 0,7225} \rightarrow \Delta t_0 = 5,88 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{0,2775} \rightarrow$$

$$\Delta t_0 = 3,10 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

- 9) Um avião, cujo comprimento de repouso é de 50m, está se movendo, em relação à Terra, com uma velocidade constante de 630 m/s. Determine a razão entre a medida de seu comprimento de repouso e a medida de seu comprimento para um observador parado na superfície da Terra?

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{L_0}{L} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{L_0}{L} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(6,3 \cdot 10^2)^2}{(3,0 \cdot 10^8)^2}}} \rightarrow \frac{L_0}{L} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{39,69 \cdot 10^4}{9,0 \cdot 10^{16}}}} \rightarrow$$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4,41 \cdot 10^{-12}}} \rightarrow \frac{L_0}{L} = \frac{1}{0,9999999999959} \rightarrow \frac{L_0}{L} = 1,00000000000441$$

## Aula 7

No sétimo encontro são apresentadas e discutidas corroborações experimentais da TRR, buscando mostrar o potencial dessa teoria para prever fatos novos e que, embora tenha sido proposta por Einstein (teoricamente) e só anos mais tarde ocorreram confirmações experimentais, isto não desqualifica uma teoria científica. A ideia é também incitar à reflexão e à percepção da natureza da Ciência.

Após o Plano de Aula é apresentado um texto de apoio e uma lista de exercícios.

### PLANO DE AULA 7

**Tópico: O paradoxo do celeiro, detecção dos múons, a experiência de Hafele-Keating, aparência visual de objetos em movimento relativístico e adição de velocidades na Relatividade Restrita.**

*Tempo: 2 horas-aula.*

*Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:*

- Entrar em contato com o paradoxo do celeiro;
- Ter uma abordagem histórica e conceitual das principais confirmações experimentais da TRR: detecção dos múons e a experiência de Hafele-Keating;
- Intuir a aparência visual de objetos em movimento relativístico (ver/fotografar um objeto em movimento relativístico não é o mesmo que observar um objeto em movimento relativístico);
- Trabalhar a adição de velocidades para ajudar a perceber, uma vez mais, que nenhum objeto material pode se mover mais rapidamente do que a luz no vácuo;
- Reconhecer que quando as velocidades são pequenas (comparadas com a velocidade de propagação da luz no vácuo) a adição de velocidades na TRR coincide com a soma galileana de velocidades.

*Recursos:*

- Texto de Apoio da Aula 7.

*Procedimentos:*

Atividade inicial: propor novamente um experimento mental para abordar o “paradoxo do celeiro”.

Desenvolvimento: desenvolver, na sequência, os cálculos passo a passo, para abordar a relatividade da simultaneidade, bem como a experiência de detecção dos múons e a adição de velocidades na Relatividade. A discussão dialogada e cautelosa visa facilitar a assimilação dos conceitos e criar situações de aprendizagem, para que os estudantes construam ou melhorem seus esquemas de assimilação como propõe Piaget.

Fechamento: a aula encerra com a resolução das atividades propostas na lista de exercícios, sendo algumas conceituais e outras de cálculos. As respostas serão entregues ao professor para fins de avaliação e será oferecido aos alunos o Texto de Apoio da Aula 8 incentivando-os à tarefa de leitura prévia.

## Texto de Apoio da Aula 7

### A CONTRAÇÃO DO ESPAÇO E A DILATAÇÃO DO TEMPO EM TESTE

Este paradoxo envolve a contração das distâncias e foi proposto pelos norte-americanos **Edwin F. Taylor** (1931-) e **John Archibald Wheeler** (1911-2008). Suponha que um corredor entre em um celeiro de 5 m de profundidade com uma vara de 10 m de comprimento. Um fazendeiro está do lado de fora do celeiro em uma posição em que pode ver a porta da frente aberta e a do fundo, fechada (Figura 1).

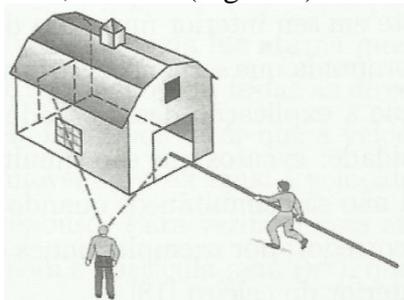


Figura 1. Paradoxo da vara e do celeiro.  
Fonte: extraído de: Peruzzo, 2012, p. 53.

O corredor se move com velocidade  $\vec{v}$  e entra no celeiro. O fazendeiro observa que a vara entrou totalmente no celeiro e fecha a porta da frente, guardando assim uma vara de 10 m de comprimento no interior de um celeiro de 5 m de profundidade. Sendo  $L_0 = 10$  m o comprimento próprio da vara e  $L = 5$  m o comprimento medido pelo fazendeiro. Relacionando com a equação

$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , vamos calcular a que velocidade “v” isso pode acontecer:

$$\begin{aligned} L &= L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 5 = 10 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{5}{10} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \rightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c \rightarrow v \cong 0,87 \cdot c \end{aligned}$$

O paradoxo surge quando a situação é analisada do ponto de vista do corredor. Para ele, a vara que se encontra em repouso no seu referencial inercial, tem o comprimento de 10 m. No entanto, a profundidade do celeiro é de

$$\begin{aligned} L &= L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c\right)^2}{c^2}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{3 \cdot c^2}{4 \cdot c^2}} \rightarrow \\ L &= 5 \cdot \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}} \rightarrow L = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow L = 5 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow L = 2,5 \text{ m} \end{aligned}$$

A questão é: como é possível que um celeiro de 2,5 m de profundidade comporte em seu interior uma vara de 10 m? Fugindo de uma análise mais profunda que seria necessária neste caso, podemos resumir dizendo que a explicação desse paradoxo está **na relatividade da simultaneidade**: eventos que são simultâneos em certo referencial inercial não são, necessariamente, simultâneos quando observados em outro referencial inercial. O corredor, por exemplo, nunca consegue ver a vara inteiramente no interior do celeiro.

### DETECÇÃO DOS MÚONS

Raios cósmicos incidentes nas altas camadas da atmosfera produzem partículas instáveis, por exemplo, um tipo de partículas denominadas múons. Sabe-se que a vida média de um múon, medida num referencial que viaja junto com ele, é de  $2,2\mu\text{s}$  (tempo próprio), aproximadamente. Após esse curtíssimo intervalo de tempo, o múon desintegra-se, dando origem a outras partículas (um elétron, um antineutrino do elétron e um neutrino do múon, como previsto na Física de Partículas). Muitos múons produzidos na alta atmosfera movem-se a uma velocidade aproximadamente igual a  $0,998c$ .

Nessas condições, vamos calcular a distância que os múons poderiam percorrer antes de se desintegrarem:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \rightarrow \Delta x = 6,5868 \cdot 10^2 \rightarrow$$

$$\Delta x \cong 6,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Como a altitude da região, na atmosfera, em que são produzidas é muito maior que 660 m, essas partículas não deveriam chegar à superfície da Terra. No entanto, chegam em abundância. Note que estamos diante de um problema concreto.

Como a velocidade dos múons é muito alta, os efeitos relativísticos não podem ser ignorados, e o problema deve ser resolvido pela Teoria da Relatividade.

Veja as maneiras pelas quais podemos elucidar a questão.

### **Primeira maneira (considerando a dilatação do tempo)**

A vida média do múon é o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos: seu “nascimento” e sua desintegração. Esse intervalo de tempo será medido por dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon).

O referencial S', viajando junto com o múon e, portanto, em repouso em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ .

O referencial S, por sua vez, em movimento em relação ao local dos eventos, mede  $\Delta t$  (tempo dilatado), dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \frac{2,2}{\sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = 34,8\mu\text{s} \cong 35 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Então, em relação a S, o múon, ainda “vivo”, é capaz de percorrer uma distância  $L_0$  dada por:

$$L_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow L_0 = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 35 \cdot 10^{-6} \rightarrow L_0 = 104,79 \cdot 10^2 \rightarrow$$

$$L_0 = 1,0479 \cdot 10^4 \text{ m} \rightarrow L_0 = 10.500 \text{ m}$$

Desta forma, fica explicado por que os múons conseguem chegar à superfície da Terra, ou seja, leva em conta o efeito relativístico da dilatação do tempo.

## Segunda maneira (considerando a contração do comprimento)

A altura em que o múon é gerado será medida em dois referenciais: S (fixo no solo) e S' (fixo no múon). Para facilitar, imagine que o múon seja gerado ao lado do topo de um pico cuja altura é 10.500 m.

Para o referencial S, em repouso em relação ao pico, a altura do pico é  $L_0 = 10.500$  m.

Para o referencial S', móvel em relação ao pico e viajando junto com o múon, a vida média do múon é  $\Delta t_0 = 2,2\mu\text{s}$ , mas a altura do pico é L (contraída em relação a  $L_0$ ), dada por:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = 10500 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,998c)^2}{c^2}} \rightarrow L = 660 \text{ m}$$

Então, para o múon, a distância a ser percorrida é de 660 m e não de 10.500 m, o que também esclarece a questão.

Em 1976, esses resultados foram comprovados em múons produzidos em laboratório, no acelerador de partículas do Centro Europeu de Pesquisas Nucleares (CERN), localizado em Genebra, Suíça.

Na década de 1960 mediu-se o número de múons incidentes em duas altitudes: a 2.000 m e ao nível do mar. Constatou-se que o número de múons era praticamente o mesmo nessas altitudes, o que só poderia ser explicado se a relatividade de Einstein e sua consequência da dilatação temporal estivessem corretas.

## EXPERIÊNCIA DE HAFELE-KEATING (1971)

Em outubro de 1971, os americanos **Joseph Carl Hafele** (1933-2014) e **Richard E. Keating** (1941-2006) levaram consigo relógios atômicos, de céσιο, a bordo de aviões a jato comerciais de passageiros. Voaram duas vezes ao redor do mundo, primeiramente no sentido leste e outra vez no sentido oposto, com o objetivo de comparar os tempos medidos nestes relógios com outros que permaneceram no Observatório Naval dos Estados Unidos. Quando reunidos, as marcações de tempo nos relógios que voaram estavam em desacordo com os relógios estacionários e as diferenças foram consistentes com as previsões da Relatividade Restrita e Geral. Este experimento que testou a Teoria da Relatividade ficou conhecido como a *experiência de Hafele-Keating*.



Figura 2. Hafele e Keating com dois relógios atômicos de céσιο.

Disponível em: <<http://blogs.discovermagazine.com/crux/2014/08/29/like-gps-thank-relativity/#.V0i0vPkrKM8>>.

O relógio atômico é o mais preciso que existe, com precisão que pode chegar a  $1.10^{-9}$  s. Para testar a validade da dilatação temporal, foram sincronizados vários relógios atômicos. Alguns deles ficaram em repouso em relação à superfície da Terra (no Observatório Naval dos Estados Unidos), e outros foram colocados dentro de um avião a jato comercial. O

intervalo de tempo que se mediu foi entre a decolagem e o pouso do avião. Para os relógios estacionários, os dois eventos não ocorreram no mesmo local, enquanto que, para os relógios dentro do avião, eles ocorreram no mesmo local. A dilatação temporal previa que os relógios dentro do avião se atrasariam um pouco em relação aos relógios estacionários. Então foram feitas as medidas.

Qual foi o resultado? Você já pode imaginar. Foi constatado que os relógios do avião, de fato, atrasaram-se um pouco em relação aos estacionários.

## APARÊNCIA VISUAL DE OBJETOS EM MOVIMENTO RELATIVÍSTICO

Muitos livros apresentam figuras como a Figura 3 para apresentar o aspecto visual de um objeto em movimento com velocidade próxima à da luz.

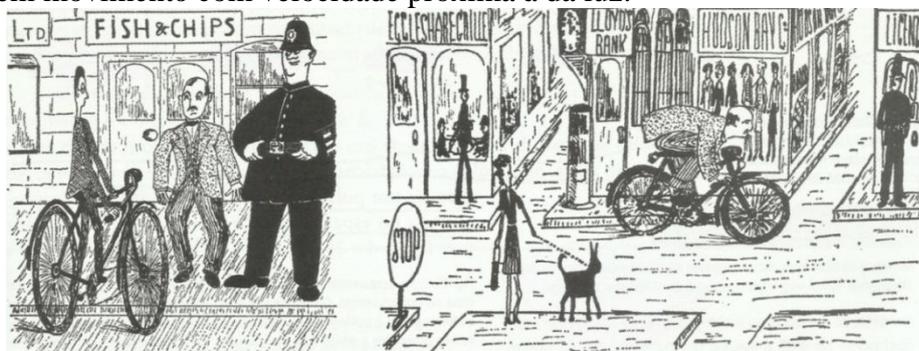


Figura 3. Se a velocidade da luz fosse de algumas dezenas de quilômetros por hora, vivenciaríamos efeitos relativísticos no nosso cotidiano. Na ilustração do astrofísico ucraniano, naturalizado norte-americano, **George Anthony Gamow** (1904-1968), o personagem Mr. Tompkins vê um ciclista com uma velocidade (hipotética) de cerca de 90% da velocidade da luz, sofrendo contração na direção de seu movimento. O personagem se pergunta como veria a cidade se estivesse no lugar do ciclista. Devido ao primeiro postulada da Relatividade Especial, se existe uma lei dizendo que objetos em movimento se contraem na direção do movimento, esta contração também deve aplicar-se ao referencial do ciclista.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 335.

Qual seria a aparência visual de um objeto com velocidade relativística?

Em relatividade restrita, “observar” não é a mesma coisa que “ver”. Portanto, é de se esperar que a **aparência visual** de corpos em movimento relativístico (o que está diretamente relacionado com o ato de “ver”) não será necessariamente igual ao que é medido. “Ver” significa que as luzes emitidas pelas diferentes partes de um corpo em movimento alcançaram simultaneamente a retina de nosso olho. Neste sentido, precisamos repensar o ato de “ver”. Assim, “ver” seria a mesma coisa que “fotografar”. Quando dizemos que “vimos” ou “fotografamos” certo corpo se movendo, estamos nos referindo a uma pessoa apenas ou a uma única máquina fotográfica. Mas quando dizemos que o corpo em movimento foi “observado” num dado referencial, isto implicitamente significa que uma infinidade de pessoas e relógios estão envolvidos no ato.

Para esclarecer melhor o que queremos dizer com isso, imagine que o corpo de interesse seja uma barra. Por simplicidade, vamos admitir que ela esteja se movendo longitudinalmente na direção do eixo  $x$ . Afim de “observar” o comprimento da barra em um dado instante, uma infinidade de observadores auxiliares são posicionados em todos os lugares ao longo do eixo  $x$ , cada qual dotado de um cronômetro preciso, idêntico aos dos demais auxiliares e previamente sincronizado com eles. Também conhecemos as coordenadas

de cada um desses auxiliares ao longo do movimento. Então pedimos a todos eles que usem seus olhos para verificar se uma das extremidades da barra está coincidindo consigo, ou não, na coordenada  $x$  naquele instante combinado. É claro que apenas dois auxiliares registrarão “sim”. O comprimento da barra será, então, igual à distância conhecida entre os dois auxiliares que responderam “sim”. Portanto, os olhos de um número infinito de pessoas foram envolvidos numa única “observação” como essa.

Note que é desprezível o tempo gasto para que a luz emitida por qualquer das extremidades da barra alcance o olho do auxiliar mais próximo naquele instante, por causa da grande velocidade com a qual a luz se desloca, de forma que podemos afirmar que os raios de luz registrados pelos olhos dos dois auxiliares que responderam “sim” *foram simultaneamente emitidas* pelas duas extremidades da barra. Mas quando alguém “vê” ou “fotografa” o objeto em movimento, não é isso o que acontece. Raios de luz *registrados simultaneamente* na retina ou no filme e que correspondem a partes diferentes da imagem foram *emitidos não simultaneamente!*

Isto significa que partes diferentes da imagem foram formadas por raios de luz que gastaram tempos diferentes para alcançarem simultaneamente a retina ou o filme; de forma que, no instante em que simultaneamente alcançaram a retina ou o filme, a correspondente parte do objeto estava já em uma posição diferente daquela que ficou registrada na imagem. Se a velocidade relativa do objeto for relativística, o que ficará registrado na fotografia, por exemplo, será bastante diferente do que é “observado” no mesmo instante em que a foto é tirada.

Considere, por exemplo, um cubo de aresta  $L$  movendo-se em translação pura (sem rotação) no eixo das abscissas, na direção  $+x$ , de certo sistema de coordenadas inercial, com uma velocidade constante  $\vec{v}$  comparável à velocidade da luz no vácuo. Suponha que uma das faces do cubo permaneça paralela ao eixo  $x$ . Seja  $t = 0$  o instante em que o ponto central desta face está na posição  $x = 0$ , e que neste instante o auxiliar ali localizado tire uma fotografia do cubo, enquanto que o conjunto infinito de auxiliares trata de “observar” a posição instantânea do cubo. O que se “observará” é que a aresta do cubo paralela ao movimento está contraída por um fator  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  (contração de Lorentz-FitzGerald, conhecido como “fator de Lorentz”), embora a fotografia vá “mostrar” o cubo não como deformado ou achatado, mas como estando rotado através de um ângulo  $\phi = \arcsin(v/c)$ , em torno de um eixo perpendicular à direção do movimento, como ilustrado na Figura 4.

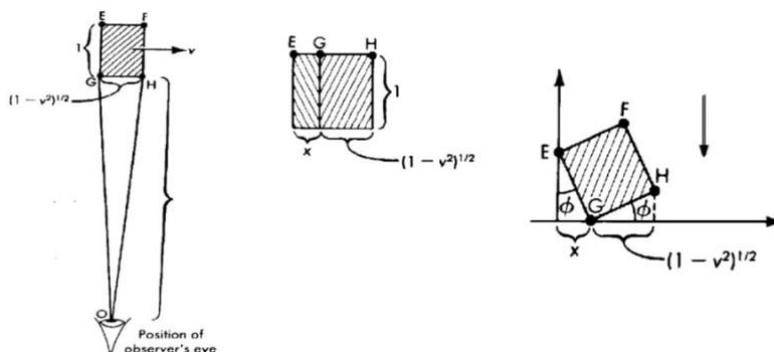


Figura 4. Aparência visual de um cubo que subtende ângulos visuais pequenos. **Centro:** imagem registrada pela retina ou fotografia. **Canto direito:** como o observador visual interpreta o que ele vê ou fotografa. A figura ilustra o que seria uma vista de cima da imagem mental que ele forma a partir dessa interpretação.

Fonte: extraído de: Ostermann; Ricci, 2002, p. 184.

Se substituíssemos o cubo por uma esfera monocromática e sem marcas de espécie alguma, não notaríamos nada de anormal na imagem fotográfica a esfera, nem achatamento nem rotação! Mas a “observação” realizada revelaria indubitavelmente que a bola está achatada na direção do movimento.

## ADIÇÃO DE VELOCIDADES NA RELATIVIDADE RESTRITA

Na Teoria da Relatividade Restrita, as medidas de tempo e espaço foram modificadas totalmente, e fomos obrigados a abandonar a Relatividade Galileana, dado que agora estamos em outro paradigma, outra maneira de ver e compreender o mundo. Como consequência, a adição de velocidades também foi alterada, até mesmo porque nenhum corpo pode possuir velocidade maior que a da luz em relação a um referencial inercial.

Vamos recordar um pouco a soma galileana de velocidades: considere um trem que se desloca com velocidade  $\vec{V}$  constante, conforme a Figura 5, e uma pessoa dentro do trem deslocando-se no mesmo sentido do trem (referencial inercial  $S'$ ). Um observador está em repouso em um referencial inercial  $S$ , solidário ao solo.

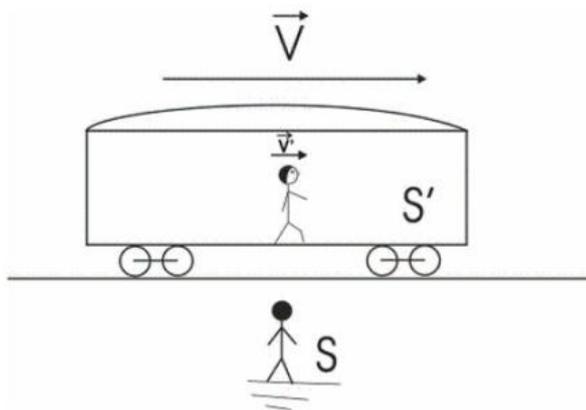


Figura 5. Trem e pessoa se deslocando no mesmo sentido.

Fonte: extraído de: Wolff, 2005, p. 37.

O módulo da velocidade da pessoa que caminha no interior de trem, para quem está em repouso no solo, será:

$$v = V + v' \text{ (Eq. 1)}$$

onde

$V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ;

$v'$  é o módulo da velocidade da pessoa em relação a  $S'$ , caminhando no mesmo sentido do movimento do trem;

$v$  é o módulo da velocidade da pessoa, como vista pelo observador em  $S$ .

Em uma outra situação, onde a pessoa no interior do trem (referencial  $S'$ ) desloca-se em sentido contrário ao do trem (Figura 6), teremos:

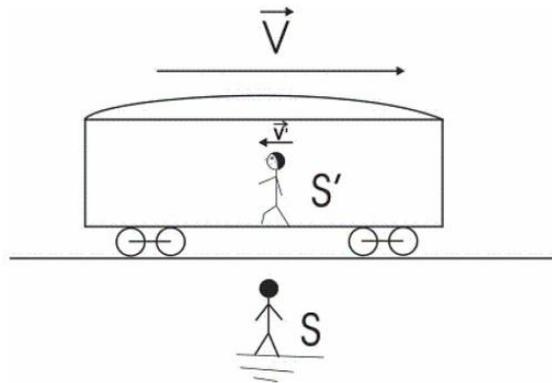


Figura 6. Trem e pessoa se deslocando em sentidos opostos.

Fonte: extraído de: Wolff, 2005, p. 38.

$$v = V - v' \text{ (Eq. 2)}$$

em que  $v'$  refere-se ao módulo da velocidade com que a pessoa caminha em relação ao trem, para trás, e supomos  $V > v'$ . Se o trem viaja tão lentamente de tal forma que  $V < v'$ , então o observador em S verá a pessoa deslocar-se para a esquerda com uma velocidade de módulo

$$v = v' - V \text{ (Eq. 3)}$$

Para velocidades relativísticas (isto é, velocidades próximas à velocidade da luz) não podemos utilizar a adição de velocidades descrita por Galileu, pois, de acordo com o segundo postulando da Teoria da Relatividade Restrita, a luz desloca-se em todas as direções com a mesma velocidade “ $c$ ”. Por exemplo, para uma fonte que se desloca com velocidade  $0,8.c$  em relação ao solo e emite um pulso de luz com velocidade “ $c$ ”, se utilizássemos a equação 1 (Eq. 1) calcularíamos que o pulso de luz se deslocaria com velocidade  $1,8.c$ , em relação ao solo, ou seja, teria uma velocidade maior que a velocidade da luz, o que afrontaria o postulando de Einstein.

Então, para velocidades relativísticas, utilizaremos outra relação, a qual chamaremos de adição relativística de velocidades, que é expressa pela equação:

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \text{ (Eq. 4)}$$

Ou, para a determinação de  $v'$ :

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \text{ (Eq. 5)}$$

Desta forma, no exemplo citado acima, a equação 4 fornece:  $V = 0,8.c$ ;  $v' = c$  e  $v = c$ , consistente com o segundo postulando.

A equação 4 estabelece, portanto, uma forma de combinar velocidades compatível com os postulados da Teoria da Relatividade Especial.

## REFERÊNCIAS

BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V.; DOCA, R. H. **Tópicos de Física 3:** eletricidade, física moderna, análise dimensional. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. Relatividade de Einstein em uma abordagem histórico-fenomenológica. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 20, n. 2. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2009.

HADJIMICHEF, D. Teoria da relatividade e relógios. **Centro de referência para o ensino de física**, 2014. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/cref/?area=questions&id=852>>. Acesso em 27 maio 2016.

HEWITT, P. G.. **Física conceitual**. 9 ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2002.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 1. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

LUZ, A. M. R. da; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física**. Vol 3. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

OLIVEIRA, M. P. P. de; POGIBIN, A.; OLIVEIRA, R. C. de A.; ROMERO, T. R. L. **Física em contextos:** pessoal, social e histórico: eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, radiação e matéria. Vol 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade Restrita no Ensino Médio: contração de Lorentz-FitzGerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 19, n. 2: p. 176-190, 2002.

PERUZZO, J. **Teoria da Relatividade:** conceitos básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

### *Lista de exercícios da Aula 7*

- 1) Consideremos uma nave viajando em direção a um asteroide numa velocidade relativa igual a  $0,6c$ . Suponhamos que essa nave dispare uma sonda para frente, numa velocidade igual a  $0,8c$ , medida em relação à própria nave. Qual a velocidade relativa com que a sonda atingirá o asteroide?  
*Seja  $S$  um referencial solidário ao asteroide,  $S'$  um referencial solidário à nave, e considere a sonda como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,6c$  ( $V$  é o módulo da velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ) e  $v' = 0,8c$  ( $v'$  é o módulo da velocidade do objeto em relação a  $S'$ ).*

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,6c+0,8c}{1+\frac{0,6c \cdot 0,8c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1,4c}{1,48} \rightarrow v = 0,95c$$

Lembrando que “v” é o módulo da velocidade do objeto, como vista pelo observador em S. O resultado encontrado nos diz que a velocidade relativa entre a sonda e o asteroide é igual a 0,95c.

A equação relativística vai sempre impedir que, ao efetuarmos uma composição de velocidades, obtenhamos uma velocidade maior que a da luz. No caso das duas velocidades serem menores que a velocidade da luz, o resultado pode ser próximo do valor da velocidade da luz, mas nunca igual.

- 2) Vamos considerar uma fonte de luz que atingiu a velocidade de 0,99975.c num acelerador de partículas. Se essa fonte emite um raio de luz para frente, qual seria a velocidade medida para esse raio de luz no referencial do acelerador?

Seja S um referencial solidário ao acelerador de partículas, S' um referencial solidário à fonte de luz, e considere o raio de luz como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,99975c$  (V é o módulo da velocidade de S' em relação a S) e  $v' = c$  (v' é o módulo da velocidade do objeto em relação a S').

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,99975c+c}{1+\frac{0,99975c \cdot c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1,99975c}{1,99975} \rightarrow v = c \text{ (exato)}$$

Esse experimento, com esses valores de velocidades, foi realizado no acelerador de partículas do CERN, Genebra, em 1964, concordando plenamente com a previsão da relatividade. A fonte de um foi uma partícula chamada de pión que, ao se desintegrar, emitiu um pulso luminoso cuja velocidade foi medida.

Caso o raio de luz fosse emitido para trás, repetindo-se o cálculo de v mostrado acima com os sinais corretos, continuaríamos a obter  $v = c$ . Depois de verificar o comportamento da expressão relativística para a composição de velocidades aplicada a um raio de luz, podemos concluir que, por mais rápido que se vá de encontro a um raio de luz, ou fuja dele, ele sempre nos atingirá com velocidade c.

Quer gostemos, quer não, a natureza possui esse comportamento estranho, fazendo com que a luz seja vista sempre com a mesma velocidade para qualquer observador.

- 3) Considere uma espaçonave que está se afastando de você a uma velocidade igual a 0,5.c. Ela dispara um foguete que é impulsionado no mesmo sentido do movimento da nave, afastando-se de você, com uma velocidade de 0,5.c com respeito à própria nave. Qual a velocidade deste foguete com respeito a você?

Seja S um referencial solidário a você, S' um referencial solidário à espaçonave, e considere o foguete como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,5c$  (V é o módulo da velocidade de S' em relação a S) e  $v' = 0,5c$  (v' é o módulo da velocidade do objeto em relação a S').

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,5c+0,5c}{1+\frac{0,5c \cdot 0,5c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1c}{1,25} \rightarrow v = 0,8c$$

- 4) Uma partícula se move ao longo do eixo x' do referencial S' com a velocidade de 0,5.c. O referencial S' se move em relação ao referencial S com a velocidade de 0,6.c, no sentido do eixo x. Os eixos x, y e z, de S, possuem as mesmas orientações dos eixos x', y' e z', de S', respectivamente. Qual a velocidade da partícula, conforme medida em S?

Na equação 5,  $V = 0,6c$  (V é o módulo da velocidade de S' em relação a S) e  $v' = 0,5c$  (v' é o módulo da velocidade da partícula em relação a S').

$$v = \frac{V+v'}{1+\frac{V \cdot v'}{c^2}} \rightarrow v = \frac{0,6c+0,5c}{1+\frac{0,6c \cdot 0,5c}{c^2}} \rightarrow v = \frac{1,1c}{1+0,3} \rightarrow v = \frac{1,1c}{1,3} \rightarrow v = 0,85c$$

- 5) Considere duas naves, A e B, que viajam com velocidades respectivas de  $0,6c$  e  $0,8c$ , em relação à Terra, em sentidos opostos. Determine a velocidade relativa de uma nave em relação à outra.

*Seja S um referencial solidário à Terra, S' um referencial solidário à nave A, e considere a nave B como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,6c$  e  $v = -0,8c$ , já que as naves viajam, em relação à Terra, em sentidos opostos.*

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{0,6c - (-0,8c)}{1 - \frac{0,6c \cdot (-0,8c)}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{0,6c + 0,8c}{1 - \left(\frac{-0,48c^2}{c^2}\right)} \rightarrow v' = \frac{1,4c}{1+0,48} \rightarrow v' = \frac{1,4c}{1,48} \rightarrow v' = 0,95c$$

- 6) Duas espaçonaves movem-se em sentidos opostos com velocidades de  $0,8c$ , relativas à Terra. Qual a velocidade de uma das naves relativamente à outra:

a) Pela Relatividade de Galileu?

*Seja S um referencial solidário à Terra, S' um referencial solidário à nave A, e considere a nave B como o objeto observado. Então, na equação 5,  $V = 0,8c$  e  $v = -0,8c$ , já que as naves viajam, em relação à Terra, em sentidos opostos.*

$$v = V - v' \rightarrow -0,8c = 0,8c - v' \rightarrow v' = 0,8c + 0,8c \rightarrow v' = 1,6c$$

b) Pela Relatividade de Einstein?

$$v' = \frac{V-v}{1-\frac{V \cdot v}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{0,8c - (-0,8c)}{1 - \frac{0,8c \cdot (-0,8c)}{c^2}} \rightarrow v' = \frac{1,6c}{1+0,64} \rightarrow v' = \frac{1,6c}{1,64} \rightarrow v' = 0,98c$$

## Aula 8

No oitavo encontro novos conceitos associados à TRR são apresentados e discutidos como a “quantidade de movimento relativística” e “energia relativística”.

Após o Plano de Aula é apresentado um texto de apoio e uma lista de exercícios.

### PLANO DE AULA 8

**Tópico:** Quantidade de movimento relativística e energia relativística.

**Tempo:** 2 horas-aula.

**Objetivos:** oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:

- Reconhecer o conceito de quantidade de movimento relativística;
- Identificar o significado da equivalência massa-energia;
- Avaliar por que as equações da quantidade de movimento relativística e da energia relativística total mostram que é impossível colocar uma partícula material na velocidade da luz;
- Perceber que quando os valores de velocidade considerados são muito menores que a da luz, as equações relativísticas da quantidade de movimento e da energia cinética reduzem-se às respectivas equações da mecânica clássica;
- Intuir o limite de validade das teorias científicas.

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 8.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: iniciar a aula revendo alguns conceitos já conhecidos pelos alunos como o de quantidade de movimento.

Desenvolvimento: apresentar, na sequência, as expressões matemáticas da quantidade de movimento relativística. Seguir, depois, com uma abordagem conceitual sobre energia relativística, sempre tendo o cuidado de fazer exposições graduais intercaladas com questões e diálogos com os estudantes, visando facilitar a manifestação de dúvidas em busca de uma efetiva assimilação dos conteúdos.

Fechamento: No final os alunos são solicitados a responder à lista de exercícios que são recolhidas e corrigidas e recebem uma cópia impressa (ou em versão eletrônica se isto for possível, do Texto de Apoio da Aula 9 para realizarem a tarefa de leitura prévia.

## QUANTIDADE DE MOVIMENTO RELATIVÍSTICA

Historicamente, o problema de obter a quantidade conservada em qualquer tipo de colisão entre partículas foi o que levou à definição atualmente aceita da **quantidade de movimento** (*momentum* linear) de um corpo material, como o produto da sua **massa** pela sua **velocidade vetorial**:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 1)}$$

O francês **René Descartes** (1596-1650), por exemplo, havia inicialmente definido a **quantidade de movimento** (*momentum* linear) como o produto da **massa** pela **velocidade escalar** do corpo, que não se conserva no caso de duas bolas de bilhar se chocando em um plano.

De certa forma, este também foi o caminho tomado por **Einstein** (1879-1955). Ele logo verificou que o princípio da conservação da **quantidade de movimento**, definido de acordo com a equação 1, era não covariante. Isto é, considerando-se uma colisão bidimensional entre duas bolas de bilhar idênticas ( $m_1 = m_2 = m$ ), por exemplo, **Einstein** verificou que a quantidade:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

Onde os subíndices 1 e 2 referem-se às bolas de bilhar, era a mesma antes e depois da colisão descrita por um dado observador inercial S, mas a quantidade correspondente para outro observador inercial S':

$$m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

Não era a mesma antes e depois da colisão.

Contudo, **Einstein** verificou que a quantidade:

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_1 + \frac{m_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} \cdot \vec{v}_2$$

Era mesma antes e depois da colisão, para qualquer observador inercial, de forma que o princípio da conservação da **quantidade de movimento** tornar-se-ia, novamente, covariante se a **quantidade de movimento relativística** de um corpo ou partícula fosse redefinido para:

$$\vec{Q} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 2)}$$

Ou, escrita de outra forma:

$$\vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 3)}$$

Pela equação 3 percebe-se que a equação 2 é a equação 1 multiplicada pelo fator de Lorentz ( $\gamma$ ); então, para uma pequena velocidade em relação à velocidade da luz, temos que a equação 2 se reduz à equação 1.

Por outro lado, no limite em que “v” tende a “c”,  $\vec{Q}$  torna-se muito grande, tendendo ao infinito!

## ENERGIA RELATIVÍSTICA

A Teoria da Relatividade Restrita modificou também as noções de **energia**. Com certeza, você já viu em algum lugar o que poderíamos definir como a equação mais *pop* da Física:

$$E_0 = m \cdot c^2 \text{ (Eq. 4)}$$

Mas, qual o significado desta equação?

**Einstein** conseguiu demonstrar que a **massa** de um corpo pode ser considerada uma forma de **energia**, ou seja, **massa** pode ser convertida em **energia** e **energia** pode ser convertida em **massa**. Este princípio é denominado de *equivalência massa-energia*.

Na equação 4 temos o que chamamos de **energia de repouso**, ou seja, a **energia** que um corpo possui apenas devido à sua **massa**, desconsiderando outras formas de **energia** como a **energia cinética** (ou seja, energia devida ao movimento).

Agora, quando um corpo está em movimento, além da **energia de repouso**, devida à sua **massa**, terá também **energia cinética** e, assim, a **energia total** será a soma da **energia cinética** com a **energia de repouso**. Neste caso, temos a seguinte equação:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot c^2 \rightarrow E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ (Eq. 5)}$$

A equação 5 é a equação 4 multiplicada pelo fator de **Lorentz** ( $\gamma$ ); então, para uma **velocidade** muito pequena comparada à da luz, temos que a equação 5 se reduz à equação 4.

A **energia cinética** de um corpo para velocidades relativísticas é dada pela diferença entre a **energia total** (equação 5) e a **energia de repouso** (equação 4):

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \text{ (Eq. 6)}$$

Nas reações nucleares, por exemplo, a equação de *equivalência massa-energia* de **Einstein** é facilmente verificada, pois os núcleos e as partículas subnucleares interagem, ocorrendo conversão de **massa** em **energia**, e vice-versa.

É essencial destacar que a equação 6 tem o significado de que à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, aumenta a sua energia. A explicação para que um corpo não possa atingir **velocidades** superiores à da luz é que, para isto, seria necessária uma quantidade infinita de **energia**.

Uma interpretação dada por muitos autores é a de que existe uma **massa relativística**. Mas o que consideramos mais coerente é identificarmos a **energia de repouso** (equação 4) e verificarmos que, à medida que um corpo aumenta a sua **velocidade**, temos um aumento da **energia cinética** desse corpo e, no caso de objeto de **massa** não nula, sua **energia** tende a um valor infinito à medida que a **velocidade** se aproxima de “c”.

O próprio **Einstein**, inicialmente, adotou a interpretação de **Hendrik Antoon Lorentz** (1853-1928) de **massa relativística**, para logo em seguida abandoná-la como sendo inconveniente.

A maioria dos textos atuais de Física Moderna omite a expressão relativística da **massa**, apresentando apenas a expressão da **quantidade de movimento relativística**. Nesses textos, a **massa** é considerada constante ou, para utilizar uma linguagem mais moderna, ela é um **invariante**. A maioria dos livros prefere se referir à **massa** como simplesmente a quantidade que é medida por uma balança, com o corpo estando em repouso com respeito ao observador, mas você já percebeu que a questão é mais complexa.

De acordo com o norte-americano **Eugene Hecht**<sup>33</sup> (1931-), a tendência de considerar a **massa** constante tem crescido muito entre os físicos ultimamente. Segundo **Hecht**, uma das justificativas deste procedimento é a impossibilidade experimental de medir diretamente a variação da **massa** – as evidências experimentais mostram apenas que a **quantidade de movimento** varia. Para reforçar sua argumentação, garante que, em 1948, o próprio **Einstein** teria afirmado que a relatividade da **massa** “*não foi uma boa ideia*”.

Mais importante do que tomar partido nessa controvérsia é perceber que a Física, como qualquer Ciência, está sempre em contínua reformulação.

## ENERGIA E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Seja “m” a **massa** de um corpo que se move com **velocidade**  $\vec{v}$ , em relação a um sistema de referência inercial. A **energia total** do corpo, “E”, e sua **quantidade de movimento**,  $\vec{Q}$ , são dadas por:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \text{ (Eq. 5)}$$

$$\vec{Q} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \text{ (Eq. 3).}$$

Vamos relacionar “E” com “Q” através de alguns artifícios matemáticos.

Elevando ao quadrado ambos os membros das equações 5 e 3, acima, temos:

$$E^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot c^4 \text{ (Eq. 7)}$$

$$Q^2 = \gamma^2 \cdot m^2 \cdot v^2 \text{ (Eq. 8)}$$

Multiplicando ambos os membros da equação 8 por  $c^2$ , obtemos:

$$Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \text{ (Eq. 9)}$$

Subtraindo membro a membro das equações 7 e 9, temos:

$$E^2 - Q^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + \gamma^2 m^2 c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow$$

$$E^2 = Q^2 c^2 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot m^2 \cdot c^4 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow E^2 = Q^2 c^2 + m^2 c^4 \text{ (Eq. 10)}$$

Para  $m = 0$ , resulta:

$$E = Q \cdot c \text{ (Eq. 11)}$$

Portanto, partículas que possuem **massa** nula têm **energia** e **quantidade de movimento**. É o caso dos fótons.

Essa substituição de “m” por zero implica também outra conclusão extraordinária: toda partícula com **massa** nula tem **velocidade** “c”.

<sup>33</sup> Citado por GASPAR, 2001, p. 319.

## REFERÊNCIAS

FAGUNDES, H. V. **Teoria da Relatividade no nível matemático do Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física: ciência e tecnologia**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

GASPAR, A. **Física: eletromagnetismo, física moderna**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2001.

RAMALHO Jr., F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física: eletricidade, introdução à física moderna, análise dimensional**. Vol. 3. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

RICCI, T. F. Teoria da Relatividade Especial. **Texto de apoio ao professor de física**, n. 11. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2000.

WOLFF, J. F.S.; MORS, P. M. Relatividade: a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 16, n. 5. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

### *Lista de exercícios da Aula 8*

- 1) Consideremos uma reação nuclear, onde a massa final após a reação será menor em um grama que a massa inicial. Determine a equivalência em energia para esta variação de massa.

$$E_0 = m \cdot c^2 \rightarrow E_0 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow E_0 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \rightarrow E_0 = 9,0 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

*Para termos uma ideia, com esta quantidade de energia liberada poderíamos abastecer, com energia elétrica, 100.000 residências de porte médio durante um mês.*

- 2) Considere uma maçã de massa igual a 150 g, que seja transformada integralmente em energia utilizada para acender uma lâmpada de 100 W. Por quanto tempo permanecerá acesa esta lâmpada? (Teoricamente isto é possível, mas não há perspectiva próxima para sua realização.)

$$E_0 = m \cdot c^2 \rightarrow E_0 = 150 \cdot 10^{-3} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow E_0 = 1,5 \cdot 10^{-1} \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \rightarrow E_0 = 13,5 \cdot 10^{15} \rightarrow E_0 = 1,35 \cdot 10^{16} \text{ J}$$
$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{Pot} \rightarrow \Delta t = \frac{1,35 \cdot 10^{16}}{1 \cdot 10^2} \rightarrow \Delta t = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ s}$$

*1,35.10<sup>14</sup> s são mais de 4 milhões de anos!*

- 3) A energia consumida por uma casa comum, por mês, é da ordem de 300 kWh (quilowatt-hora). Deste modo, lembrando que 1 kWh = 3,6.10<sup>6</sup> J, esta energia equivale, em quilogramas, a aproximadamente:

$$E_0 = m \cdot c^2 \rightarrow 300 \cdot 3,6 \cdot 10^6 = m \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow 1080 \cdot 10^6 = m \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \rightarrow m = \frac{10,8 \cdot 10^8}{9,0 \cdot 10^{16}} \rightarrow m = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

- 4) Qual o erro percentual que se comete quando se calcula a energia cinética por  $E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2$  em vez de  $E_c = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$ , para uma partícula com velocidade:

a)  $0,1 \cdot c$ ?

$$E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_c = 0,5 \cdot m \cdot (0,1 \cdot c)^2 \rightarrow E_c = 0,5 \cdot m \cdot 0,01 \cdot c^2 \rightarrow$$

$$E_c = 5 \cdot 10^{-3} \cdot m \cdot c^2$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \rightarrow$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,1 \cdot c)^2}{c^2}}} - 1 \right) \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,01}} - 1 \right) \rightarrow$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{0,99}} - 1 \right) \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{10 \cdot \sqrt{11}}{33} - 1 \right) \rightarrow$$

$$E_c = 5,04 \cdot 10^{-3} \cdot m \cdot c^2$$

$$\text{razão} = \frac{5,04 \cdot 10^{-3} \cdot m \cdot c^2}{5 \cdot 10^{-3} \cdot m \cdot c^2} \rightarrow \text{razão} = 1,008 \rightarrow \text{erro percentual de } 0,8\%.$$

b)  $(2/3) \cdot c$ ?

$$E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_c = 0,5 \cdot m \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot c \right)^2 \rightarrow E_c = 0,5 \cdot m \cdot \frac{4}{9} \cdot c^2 \rightarrow$$

$$E_c = \frac{2}{9} \cdot m \cdot c^2$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\frac{2}{3} \cdot c)^2}{c^2}}} - 1 \right) \rightarrow$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4}{9}}} - 1 \right) \rightarrow E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} - 1 \right) \rightarrow$$

$$E_c = m \cdot c^2 \cdot \left( \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{5} - 1 \right) \rightarrow E_c = 0,34 \cdot m \cdot c^2$$

$$\text{razão} = \frac{0,34 \cdot m \cdot c^2}{\frac{2}{9} \cdot m \cdot c^2} \rightarrow \text{razão} = 1,54 \rightarrow \text{erro percentual de } 54\%.$$

- 5) Qual a velocidade de um próton que possui energia total igual a 1.800 MeV? Dados:  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  e  $m_{\text{próton}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

$$E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{m \cdot c^2}{E} \right)^2 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2}{1,8 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \right)^2 \rightarrow$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{167}{320} \right)^2 \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{27889}{102400} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{74511}{102400} \rightarrow v = \sqrt{\frac{74511}{102400}} \cdot c^2 \rightarrow$$

$$v \cong 0,85 \cdot c$$

- 6) A partir da relação da energia relativística, prove que um corpo jamais poderá chegar à velocidade da luz. Por que não é possível atingir a velocidade da luz?  
Será necessária uma quantidade infinita de energia para qualquer corpo que possua massa.

- 7) Um elétron tem quantidade de movimento  $Q = 5,0 \cdot 10^{-22}$  kg.m/s. A massa do elétron é  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg e a velocidade de propagação da luz no vácuo é  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s. Calcule a energia cinética do elétron.

$$E^2 = Q^2 c^2 + m^2 c^4 \rightarrow$$

$$E^2 = (5,0 \cdot 10^{-22})^2 \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 + (9,1 \cdot 10^{-31})^2 \cdot (3,0 \cdot 10^8)^4 \rightarrow$$

$$E^2 = 25 \cdot 10^{-44} \cdot 9 \cdot 10^{16} + 82,81 \cdot 10^{-62} \cdot 81 \cdot 10^{32} \rightarrow$$

$$E = \sqrt{2,920761 \cdot 10^{-26}} \rightarrow E \cong 1,71 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_c = E - E_0 \rightarrow E_c = E - m \cdot c^2 \rightarrow$$

$$E_c = 1,71 \cdot 10^{-13} - 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \rightarrow$$

$$E_c = 1,71 \cdot 10^{-13} - 0,819 \cdot 10^{-13} \rightarrow E_c = 8,91 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

## Aula 9

O nono encontro busca aprofundar a discussão de efeitos relativísticos e, em especial, abordar uma aplicação tecnológica que faz parte do cotidiano dos alunos que é sistema de posicionamento global (GPS). A ideia é mostrar que a Ciência e a tecnologia andam de mãos dadas, uma impulsiona a outra.

Mas também é importante provocar discussões sobre os usos da Ciência na sociedade, favorecendo, assim, a assimilação de conceitos de Física Moderna e Contemporânea, o que auxilia na promoção do raciocínio crítico necessário à vida moderna.

Na sequência do Plano de Aula é apresentado um texto de apoio e uma lista de exercícios.

### PLANO DE AULA 9

**Tópico: Efeito Doppler relativístico, diagramas de Minkowski e o espaço-tempo e o sistema de posicionamento global (GPS).**

*Tempo: 2 horas-aula.*

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Perceber que o efeito Doppler também ocorre com ondas eletromagnéticas;
- Analisar a formulação da TRR em termos geométricos através diagramas de Minkowski;
- Reconhecer uma das aplicações tecnológicas cotidianas mais importantes da TRR e Geral que é o sistema de posicionamento global (GPS).

**Recursos:**

- Texto de Apoio da Aula 9.

**Procedimentos:**

Atividade inicial: iniciar a aula abordando o Efeito Doppler relativístico, sendo que expressões matemáticas serão apresentadas, mas a ênfase da abordagem é conceitual.

Desenvolvimento: apresentar os diagramas de Minkowski e depois discutir o sistema de posicionamento global (GPS). É importante mostrar aos estudantes que a Teoria da Relatividade Restrita e a Geral têm a potencialidade de fornecer explicações científicas plausíveis e inteligíveis para um utensílio tecnológico do cotidiano deles.

Fechamento: oferecer uma lista de exercícios para incentivar a discussão em grupos e melhorar e a assimilação dos conceitos que neste tema são bastante anti-intuitivos.

## Texto de Apoio da Aula 9

### EFEITO DOPPLER RELATIVÍSTICO

Considere uma **fonte de ondas** (por exemplo, um carro de polícia) **em movimento relativo com referência a um observador**, as **ondas emitidas pela fonte são captadas** pelo observador com uma **frequência alterada, sendo maior se ocorrer aproximação e menor se ocorrer afastamento** entre ambos. Esse fenômeno é conhecido como **Efeito Doppler-Fizeau** e ocorre tanto com ondas mecânicas quanto com as eletromagnéticas. Quando a fonte de ondas é eletromagnética e as velocidades relativas (entre fonte e observador) são muito grandes (próximas à velocidade da luz) esse fenômeno é chamado **Efeito Doppler Relativístico**.

Para uma **fonte que se aproxima do observador, a frequência  $f'$**  captada por este **deve ser maior que a frequência  $f_0$**  emitida pela fonte, portanto o numerador da equação 1, abaixo, será “ $c + v$ ” e o denominador “ $c - v$ ”. **No afastamento,  $f'$  deve ser menor que  $f_0$**  e ocorre o contrário, isto é, o numerador será “ $c - v$ ” e o denominador “ $c + v$ ”.

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \quad (\text{Eq. 1})$$

Substituindo-se  $f_0$  e  $f'$  por  $c/\lambda_0$  e  $c/\lambda'$ , respectivamente, temos a equação para os comprimentos de onda:

$$\lambda' = \lambda_0 \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \quad (\text{Eq. 2})$$

Na aproximação, devemos ter  $\lambda' < \lambda_0$ , portanto o numerador da equação 2 será “ $c - v$ ” e o denominador “ $c + v$ ”. No afastamento, devemos ter  $\lambda' > \lambda_0$ , portanto o numerador será “ $c + v$ ” e o denominador “ $c - v$ ”.

Apesar de ser mais comum observarmos o **Efeito Doppler** com ondas sonoras (por exemplo, durante a aproximação ou o afastamento de uma ambulância), **sua ocorrência com ondas eletromagnéticas é confirmada observando-se a luz emitida por galáxias distantes**. Como, segundo o modelo cosmológico mais aceito hoje, **as galáxias se afastam de nós, as radiações por elas emitidas têm os seus respectivos comprimentos de onda deslocados para valores maiores do que teriam se elas estivessem em repouso**. Isto é, os valores tendem a desviar-se para a região do vermelho do espectro eletromagnético visível. Esse fenômeno, hoje em dia muito comum na Astrofísica e Astronomia, é conhecido como **desvio Doppler para o vermelho**. Em alguns casos, **quando há aproximação, o desvio ocorre no sentido contrário, para a região do azul**. Esse é um recurso muito usado nas medições astronômicas. **Edwin Powell Hubble** (1889-1953), eminente astrônomo americano do início do século XX, fundamentou-se nesse efeito para afirmar que **“O Universo está em expansão”**.

Quando o movimento relativo ocorre com **velocidades pequenas**, isto é, quando  $v \ll c$ , podemos fazer a seguinte aproximação:

$$\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cong 1 + \frac{v}{c}$$

$$\text{E, assim, } \lambda' = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \lambda_0 \rightarrow \lambda' = \lambda_0 + \frac{v}{c} \lambda_0 \rightarrow \lambda' - \lambda_0 = \frac{v}{c} \lambda_0.$$

$$\text{Ou, } \lambda' - \lambda_0 = \Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0.$$

Ou, ainda,  $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$  (Eq. 3).

Esta última expressão permite calcular a **velocidade** da fonte a partir do deslocamento relativo  $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)$  dos **comprimentos de onda** por ela emitidos para **velocidades pequenas** em comparação à velocidade da luz “c”. Essa aproximação é muito útil no cálculo das **velocidades** de objetos como galáxias, estrelas e quasares, que são fontes de radiação eletromagnética cujas **velocidades** são grandes para nossos padrões terrestres, porém pequenas quando comparadas com a **velocidade** da luz “c”.

Podemos adotar a seguinte convenção:

se  $\Delta\lambda > 0 \rightarrow v > 0 \rightarrow$  afastamento;

se  $\Delta\lambda < 0 \rightarrow v < 0 \rightarrow$  aproximação.

## DIAGRAMAS DE MINKOWSKI E O ESPAÇO-TEMPO

Um evento crucial para a aceitação da Teoria da Relatividade Restrita de Einstein no meio científico foi a sua **formulação em termos geométricos** pelo matemático lituano **Hermann Minkowski** (1864-1909), que foi professor de **Einstein** na Politécnica de Zurique.

**O espaço é um contínuo tridimensional.** Isto significa que podemos descrever a posição de qualquer ponto (em repouso) por meio de três coordenadas (x, y, z) e que para cada ponto existe um número qualquer de pontos vizinhos cuja posição pode ser determinada por coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$ , onde “i” pode assumir valores 1, 2, 3..., tão próximos quanto quisermos do ponto de coordenadas (x, y, z). Por causa desta última propriedade, falamos de **contínuo** e por causa das três dimensões, falamos de **tridimensional**.

Os efeitos relativísticos da **dilatação dos tempos** e da **contração das distâncias**, que já estudamos, mostram que **os intervalos de tempo e os intervalos de espaço não são grandezas invariantes**. As transformações de Lorentz e a relatividade da simultaneidade fazem com que **os intervalos de tempo e de distâncias tenham valores diferentes para observadores situados em diferentes referenciais inerciais**.

Estudar fenômenos da natureza e ter que considerar espaços e tempos variantes, correspondendo aos diversos referenciais tornar-se-ia um tanto complicado. Por isso, **Minkowski** introduziu um conceito que tem a propriedade de ser absoluto: o **espaço-tempo**. O **espaço-tempo** é dito absoluto porque não depende de nenhuma escolha de referencial.

Na sua formulação matemática da Teoria da Relatividade Restrita em 1908, **Minkowski** considerou que o espaço e o tempo observados de forma independente eram uma ilusão. Lugares e tempos nunca se apresentam à nossa observação senão unidos entre si. Nunca se observa um lugar sem ser em um determinado instante, nem um instante sem ser num determinado lugar. A partir de então, todo o evento passou a ser descrito por quatro coordenadas, três de espaço e uma de tempo (x, y, z, t), localizado num espaço quadridimensional, o **espaço-tempo**. No espaço-tempo, a **grandeza análoga ao ponto** da geometria do espaço é o **evento**, um acontecimento ocorrido em um dado instante, em um determinado ponto do espaço.

Na geometria do espaço-tempo um conceito comumente usado é o **cone de luz**. Para entendê-lo imagine uma superfície como a da água, sobre a qual é gerado um pulso ondulatório.

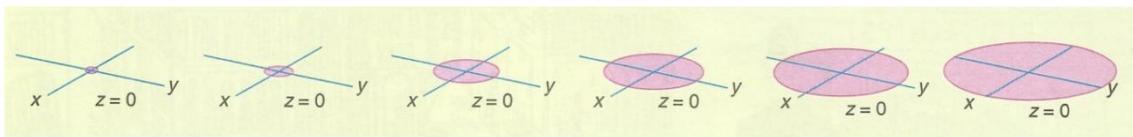


Figura 1. Ilustração da expansão de um pulso circular numa superfície plana representada por uma sucessão de instantes ( $z = 0$  por que a geometria na superfície da água é plana).

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Este pulso se expandirá na forma de um círculo. Acrescentando o tempo como uma dimensão extra, os círculos concêntricos formarão a superfície de um cone. No caso de um pulso de luz, tal superfície cônica representada no espaço-tempo é denominada **cone de luz**, como mostrado na Figura 2.

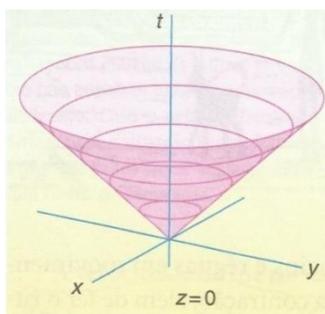


Figura 2. Ao acrescentar o eixo do tempo, o pulso em expansão descreve um cone no espaço-tempo. O caso de um pulso esférico expandindo-se no espaço tridimensional é análogo, mas para poder desenhá-lo no espaço-tempo fomos obrigados a omitir uma coordenada, fixando seu valor em zero ( $z = 0$ , neste caso). Ao passarmos dos três eixos ( $x$ ,  $y$  e  $t$ ) para os quatro eixos do espaço-tempo ( $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ ), o cone de luz, que foi desenhado como uma superfície bidimensional, passa a ser uma hipersuperfície de três dimensões, um conceito abstrato, pois não conseguimos visualizar quatro eixos perpendiculares entre si no espaço tridimensional em que vivemos.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Todos os raios de luz emitidos a partir do evento no presente propagam-se ao longo da superfície do **cone de luz do futuro**. Todos os raios de luz que nos atingem no presente propagam-se ao longo do **cone de luz do passado**. Assim, não devemos estranhar o fato de que, ao olharmos o Sol, a oito (8) minutos-luz de distância da Terra, estamos vendo uma imagem ocorrida há oito minutos, pois o cone de luz mistura espaço com tempo. No caso da estrela Sírio, que é a estrela mais brilhante e distante oito (8) anos-luz da Terra, estamos tendo uma imagem de oito anos atrás. Assim, **uma imagem instantânea não é uma projeção na retina do espaço tridimensional à nossa volta e sim uma projeção do cone de luz do passado**, que nas quatro dimensões do espaço-tempo é denominada **hipersuperfície de três dimensões**.

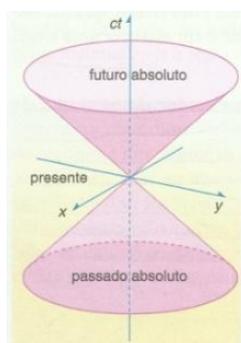


Figura 3. Representa o presente, o cone de luz, o passado absoluto e o futuro absoluto. É mais intuitivo representar a escala do eixo temporal desta forma. Neste caso, um raio de luz propaga-se no espaço-tempo formando um ângulo de  $45^\circ$  com os eixos mostrados.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 336.

Para representar os eventos no espaço e que variam com o tempo, temos que fazer uso dos **diagramas de espaço-tempo**. Neles, podemos representar as coordenadas de espaço e tempo de muitos eventos em um ou mais referenciais inerciais. As posições dos eventos são representadas no eixo  $x$  e os instantes em que ocorrem os eventos são representados no eixo vertical  $ct$  (velocidade da luz “ $c$ ” multiplicado por “ $t$ ”), como mostrado na Figura 4. Nessa figura temos a representação de um diagrama de espaço-tempo. Como os eventos que exibem efeitos relativísticos quase sempre ocorrem a altas velocidades, torna-se conveniente multiplicar a escala de tempo pela velocidade da luz. Esta forma de representar os eventos distribui melhor os pontos sobre o gráfico.

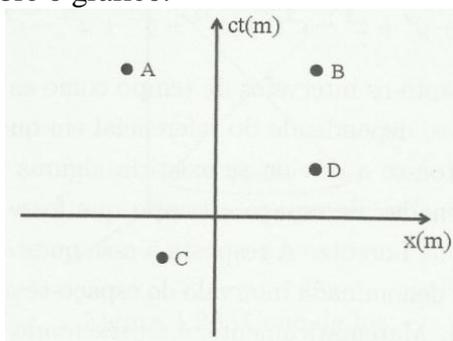


Figura 4. Diagrama espaço-tempo mostrando quatro (4) eventos.  
Fonte: extraído de: Peruzzo, 2012, p. 62.

Para interpretar a Figura 4 é importante dizer que os eventos A e B ocorrerão num mesmo instante, mas em locais diferentes; os eventos B e D ocorrerão no mesmo local, mas em instantes diferentes e o evento C ocorreu no passado, pois o presente corresponde a  $ct = 0$  ( $ct < 0$  corresponde ao passado e  $ct > 0$  ao futuro). **O lugar geométrico das posições ocupadas no diagrama espaço-tempo por uma partícula é denominado linha de universo da partícula**, que pode ser considerada a trajetória da partícula no gráfico de  $ct$  em função de  $x$ .

A Figura 5 mostra o movimento de cinco (5) partículas. As linhas retas indicam que as partículas movem-se com velocidades constantes, sendo que a velocidade da partícula 2 é maior do que a da partícula 1; a velocidade da partícula 3 é maior do que a da partícula 2 e, além disso, ela está aumentando (isto é, possui movimento acelerado). A partícula 4 também se move com velocidade constante, mas no sentido negativo da trajetória. A partícula 5 está movendo-se no sentido positivo da trajetória mas, no entanto, ela está viajando para o passado, ou seja, está voltando no tempo.

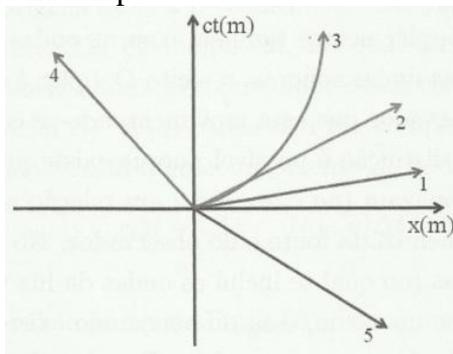


Figura 5. Trajetória no espaço-tempo de cinco (5) partículas.  
Fonte: extraído de: Peruzzo, 2012, p. 63.

## GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

Até recentemente a Teoria da Relatividade era uma teoria sem muitas aplicações no nosso cotidiano. No entanto, com o sistema de posicionamento global, ou **GPS**, isso mudou, pois **este sistema de navegação**, cada vez mais utilizado, **não funciona sem as correções dadas pela Relatividade**. O GPS é atualmente vital para a navegação, pouso e decolagem dos aviões e, no mar, é de grande valia por funcionar sob quaisquer condições atmosféricas. Vários veículos hoje trafegam com a ajuda do GPS que mostra numa tela sua posição sobre um mapa onde constam as ruas e rodovias. Os receptores de bolso são largamente utilizados pelas pessoas em caminhadas e apresentam a trilha seguida num visor de cristal líquido. Em topografia pode-se obter um traçado em terreno irregular com grande facilidade.

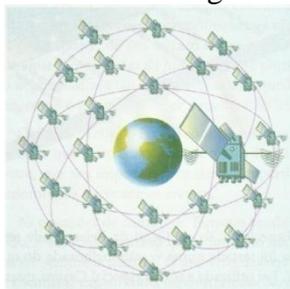


Figura 6. Ilustração esquemática, fora de escala, de satélite do Sistema de Posicionamento Global, GPS (*Global Positioning System*), orbitando a Terra numa altitude de 20.000 km, com uma velocidade de 4 km/s.

Fonte: extraído de: Luz; Álvares, 2006, p. 342.

O receptor do GPS capta os sinais de micro-ondas, ou seja, de ondas eletromagnéticas enviadas por vários satélites em órbita da Terra a cerca de 20.000 km de altitude e com isso determina sua posição a cada instante. Cada satélite possui um relógio atômico de Césio extremamente preciso e no sinal de micro-ondas que ele envia vem codificado o instante da emissão, bem como a posição instantânea do satélite. Quando o receptor capta este sinal ele pode saber sua distância do satélite, pois o sinal de micro-ondas viaja na velocidade da luz. Em princípio, captando o sinal de três satélites o receptor poderia determinar sua posição por triangulação. Como o relógio do receptor não possui a precisão de um relógio atômico, ele necessita captar um quarto satélite para ficar com informação suficiente para determinar também o instante de tempo da recepção do sinal. Assim, ao captar o sinal de pelo menos quatro satélites, o receptor determina seu tempo com a precisão de um relógio atômico, e também sua latitude, longitude e altitude. A precisão do sistema necessita ser muito elevada, pois em um intervalo de tempo de 10 ns ( $10 \cdot 10^{-9}$  s, que se lê dez nanossegundos) a micro-onda viaja três (3) metros.

**Aprendemos na Teoria da Relatividade Restrita que um relógio em movimento aparenta estar atrasando.** No caso do GPS o satélite percorre sua órbita a 4 km/s, o que faz com que observemos o seu relógio atrasar 5 ns a cada minuto. Por outro lado, **pela Teoria da Relatividade Geral, um relógio num campo gravitacional mais forte possui um ritmo mais lento. Como o relógio do satélite está sujeito a uma gravidade mais fraca** (está mais distante da Terra), **ele aparenta estar andando mais depressa que o relógio do receptor na superfície terrestre.** O cálculo mostra que este efeito da gravidade faz com que vejamos o relógio do satélite, a 20.000 km de altitude, adiantar 32 ns por minuto. Somando os dois efeitos, concluímos que o relógio atômico do satélite aparenta estar adiantando 27 ns por minuto (ou 1,4 s por século). Isso significa um erro cumulativo na determinação da distância igual a 8 m no decorrer de cada minuto, ou de 11 km no decorrer de cada dia de operação do sistema. **O sistema só consegue operar fazendo as correções dadas pela relatividade.** Esta

é a razão por que se diz que a Teoria da Relatividade encontra utilidade no nosso dia a dia e embora pareça tão abstrata para nós, ela está presente cotidianamente em nossas vidas.

## REFERÊNCIAS

FERRARO, N. G.; PENTEADO, P. C.; SOARES, P. T.; TORRES, C. M. **Física:** ciência e tecnologia. Volume único. São Paulo: Moderna, 2001.

ISAACSON, W. **Einstein:** sua vida, seu universo. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Curso de Física.** Vol 1. 6. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

PERUZZO, J. **Teoria da Relatividade:** conceitos básicos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.

### Lista de exercícios da Aula 9

- 1) Um guarda de trânsito está autuando você por passar um cruzamento perigoso quando o semáforo ainda estava vermelho ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ). Conhecedor da física relativística, você argumenta que, devido à sua velocidade de aproximação e ao efeito Doppler, o farol estava verde ( $\lambda = 525 \text{ nm}$ ) quando passou o cruzamento. Qual deveria ser a sua velocidade no momento, para que isso pudesse ocorrer?

*Consideremos  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  e apliquemos a teoria do efeito Doppler.*

*Os comprimentos de onda da luz vermelha e da luz verde são, respectivamente,  $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$  e  $\lambda' = 525 \text{ nm}$  ( $\text{nm} = \text{nanômetro} = 10^{-9} \text{ m}$ ). Pela equação do comprimento de onda, temos:*

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow \left(\frac{525}{650}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow \left(\frac{21}{26}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow$$

$$\frac{441}{676} \cdot (c+v) = c-v \rightarrow \frac{441}{676} \cdot c + \frac{441}{676} \cdot v = c-v \rightarrow \frac{441}{676} \cdot v + v = c - \frac{441}{676} \cdot c \rightarrow \frac{1117}{676} \cdot v =$$

$$\frac{235}{676} \cdot c \rightarrow v = \frac{235}{1117} \cdot c \rightarrow$$

$$v \cong 0,21 \cdot c \rightarrow v \cong 0,21 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \rightarrow v \cong 6,31 \cdot 10^7 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$v \cong 2,27 \cdot 10^8 \text{ km/h}$$

*Será que o guarda aceitará esse argumento?*

- 2) Uma sonda especial afastando-se da Terra com velocidade de  $0,1c$ , comunica-se com a sua base emitindo ondas de rádiofrequência de  $100 \text{ MHz}$ .

a) Para qual valor de frequência deve ser ajustado o receptor aqui na Terra?

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \rightarrow \left(\frac{f'}{f_0}\right)^2 = \frac{c \pm v}{c \mp v} \rightarrow \left(\frac{f'}{100}\right)^2 = \frac{c-v}{c+v} \rightarrow \frac{(f')^2}{10^4} = \frac{c-0,1c}{c+0,1c} \rightarrow \frac{(f')^2}{10^4} = \frac{0,9c}{1,1c} \rightarrow$$

$$f'^2 = \frac{9}{11} \cdot 10^4 \rightarrow f' = \sqrt{\frac{9}{11} \cdot 10^4} \rightarrow f' \cong 90,45 \text{ MHz}$$

b) Qual o comprimento de onda das ondas recebidas aqui na Terra?

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow c = \lambda' \cdot f' \rightarrow \lambda' = \frac{c}{f'} \rightarrow \lambda' = \frac{3 \cdot 10^8}{90,45 \cdot 10^6} \rightarrow \lambda' \cong 3,32 \text{ m}$$

- 3) Uma espaçonave aproxima-se da Terra com velocidade  $0,25c$ , emitindo pulsos luminosos de comprimento de onda  $680 \text{ nm}$  (luz vermelha).

a) Qual o comprimento de onda dos pulsos quando chegam à Terra?

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow \frac{(\lambda')^2}{680^2} = \frac{c - 0,25c}{c + 0,25c} \rightarrow \frac{(\lambda')^2}{680^2} = \frac{0,75c}{1,25c} \rightarrow (\lambda')^2 = \frac{3}{5} \cdot 680^2 \rightarrow$$

$$\lambda' = \sqrt{\frac{3}{5}} \cdot 680 \rightarrow \lambda' \cong 526,73 \text{ nm}$$

b) Qual a cor da luz recebida?

*Luz verde.*

- 4) Uma radiação de comprimento de onda  $585 \text{ nm}$  é captada aqui na Terra com comprimento de onda  $650 \text{ nm}$ .

a) A fonte está se afastando ou se aproximando de nós?

*A fonte está se afastando de nós porque  $\lambda' > \lambda_0$ .*

b) Qual a velocidade da fonte?

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow \left(\frac{650}{585}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow \frac{100}{81} \cdot (c - v) = c + v \rightarrow$$

$$\frac{100}{81} \cdot c - \frac{100}{81} \cdot v = c + v \rightarrow \frac{100}{81} \cdot c - c = v + \frac{100}{81} \cdot v \rightarrow \frac{19}{81} \cdot c = \frac{181}{81} \cdot v \rightarrow v = \frac{19}{181} \cdot c \rightarrow$$

$$v \cong 0,10 \cdot c$$

- 5) Certos comprimentos de onda, emitidos de uma galáxia da constelação de Virgem, são recebidos na Terra com um aumento relativo de  $0,4\%$ .

a) Essa galáxia está se afastando ou se aproximando de nós?

*A fonte está se afastando de nós porque  $\lambda' > \lambda_0$ .*

b) Qual a sua velocidade relativa a nós?

$$\lambda' = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c \mp v}{c \pm v}} \rightarrow \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow 1,004^2 = \frac{c \mp v}{c \pm v} \rightarrow$$

$$1,008016 \cdot (c - v) = c + v \rightarrow 1,008016 \cdot c - 1,008016 \cdot v = c + v \rightarrow$$

$$1,008016 \cdot c - c = v + 1,008016 \cdot v \rightarrow 0,008016 \cdot c = 2,008016 \cdot v \rightarrow$$

$$v = \frac{0,008016}{2,008016} \cdot c \rightarrow v = \frac{501}{125501} \cdot c \rightarrow v \cong 3,99 \cdot 10^{-3} c$$

## Aula 10

O décimo encontro é também o encerramento do módulo didático aqui apresentado. Busca revisar conceitos da TRR e também oferecer noções da Relatividade Geral através da apresentação de um vídeo que exibe uma palestra do professor Dr. Dimiter Hadjimichef, em comemoração aos 100 anos da Teoria da Relatividade Geral.

Após a palestra é importante promover um debate em que os alunos possam manifestar suas compreensões e fazer perguntas sobre aspectos que suscitaram curiosidades.

É relevante incitar reflexões também sobre aspectos da natureza da Ciência, abordando aspectos da Epistemologia de Thomas Kuhn, no sentido de perceberem como a TRR e a TRG constituíram uma revolução científica, uma mudança de visão de mundo.

Na sequência do Plano de Aula é um modelo de questionário para que os alunos avaliem o módulo didático.

### PLANO DE AULA 10

**Tópico: Teoria da Relatividade Geral (através de uma palestra).**

**Tempo: 2 horas-aula.**

**Objetivos: oferecer condições de aprendizagem para que os alunos possam:**

- Revisitar conceitos da TRR;
- Ter algumas noções relativas à Teoria da Relatividade Geral;
- Avaliar o módulo didático desenvolvido ao longo dos encontros;
- Refletir suas concepções sobre a natureza da Ciência, percebendo as teorias como sucessivas construções humanas.

**Recursos:**

- Palestra em vídeo que pode ser encontrada no link:  
<https://www.youtube.com/watch?v=LZu0Wv9vgck>.

**Procedimentos:**

**Atividade inicial:** iniciar a aula mostrando um vídeo de uma palestra do professor Dr. Dimiter Hadjimichef, em comemoração aos 100 anos da Teoria da Relatividade Geral (TRG).

Disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=LZu0Wv9vgck>.

**Desenvolvimento:** na sequência, é importante abrir um debate em que os alunos têm a oportunidade de fazer perguntas relativas à Teoria da Relatividade Geral ou manifestar aspectos que despertaram curiosidades. Sugere-se incitar também reflexões sobre aspectos associados à natureza da Ciência, no sentido de perceberem como a TRR e a TRG constituíram uma revolução científica nos moldes de Thomas Kuhn.

**Fechamento:** no final da aula, que também é o encerramento do módulo, os alunos são solicitados a responder um questionário para avaliar a sequência didática e também oferecer sugestões e/ou críticas.

### *Sugestão de questionário para os alunos avaliarem o módulo didático*

Apresentamos aqui apenas uma sugestão de questões, mas o questionário pode ser adaptado às necessidades e interesses do professor.

É importante destacar que os alunos não precisam se identificar para que se sintam à vontade para expressar suas opiniões, sugestões etc.

### **AVALIAÇÃO DO CURSO SOBRE TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA**

- 1) Qual a sua idade?
- 2) Você gostou do curso “Uma Introdução Histórico-Epistemológico-Conceitual à Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio”?
- 3) A entrega dos textos de apoio antes das aulas contribuiu para a tua aprendizagem?
- 4) Os slides apresentados durante as aulas contribuíram para a tua aprendizagem?
- 5) Houve algum aspecto dos slides, apresentados durante as aulas, que você não gostou?
- 6) Houve algum aspecto nos textos de apoio, entregues antes das aulas, que você não gostou?
- 7) A aplicação das questões no final das aulas contribuiu para a tua aprendizagem?
- 8) As explicações do professor durante a apresentação dos slides contribuíram para a tua aprendizagem?
- 9) O tempo disponível para o curso foi adequado?
- 10) Você recomendaria o curso para que outros colegas o fizessem no futuro?
- 11) O que você mais gostou do curso?
- 12) O que você menos gostou do curso?
- 13) O que você sugere de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso?

## Conclusão

O resultado da aplicação deste módulo de ensino para abordar a Teoria da Relatividade Restrita no âmbito escolar, que ocorreu em uma escola particular da cidade de Arroio do Meio, RS, está relatada em Dissertação de Mestrado Profissional intitulada *Teoria da Relatividade Restrita: uma introdução histórico-epistemológica e conceitual voltada ao Ensino Médio*. Os resultados mostram que, pelo menos introdutoriamente, os alunos assimilaram conceitos dessa fantástica teoria.

A resolução de exercícios, indicada no final de cada aula, pareceu auxiliar na assimilação dos tópicos, embora os estudantes tenham apontado o curto tempo para fazer “tudo”. Desta forma, as listas de exercícios são aqui mostradas com as respostas esperadas e/ou o desenvolvimento das resoluções para que o professor possa fazer suas próprias escolhas.

O desenvolvimento, a construção dos textos e a aplicação do presente módulo constituiu um grande aprendizado pessoal e mostrou ser uma iniciativa positiva para introduzir um tema da Física Moderna e Contemporânea nesse nível de ensino, de maneira diversificada. Embora não se possa inferir que todos os conceitos trabalhados tenham sido assimilados pelo grupo de alunos, de maneira geral, demonstraram interesse pela TRR, o que se traduziu em sua intensa participação nas aulas.

Alunos motivados e engajados parecem tornar o processo ensino-aprendizagem uma experiência gratificante para ambos, professor e estudantes.