

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil

ANÁLISE DE FADIGA EM ESTRUTURAS EXCITADAS PELA AÇÃO DO VENTO

Cardivandro Soares da Silva

Dissertação para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre
1998

ESCOLA DE ENGENHARIA
BIBLIOTECA

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil

ANÁLISE DE FADIGA EM ESTRUTURAS EXCITADAS PELA AÇÃO DO VENTO

Cardivandro Soares da Silva

Dissertação apresentada ao corpo docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - CPEGC, como parte dos requisitos para obtenção do título de *Mestre em Engenharia*.

Área de Concentração: Estruturas.

Porto Alegre
Dezembro de 1998

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:



Prof. Dr. Armando Miguel Awruch, UFRGS

Banca Examinadora

Prof. Dr. Rômulo de Freitas Paixão, UFPB
Doutor pela UFRGS

Prof. PhD. Acir Mércio Loredou-Souza, UFRGS
PhD. pela University of Western Ontario/Canadá

Prof. Dr. techn. Ruy C. R. Menezes, UFRGS
Doutor Pela Universität Innsbrück/ Áustria



Prof^o Francisco de Paula Simões Lopes Gastal.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação

Porto Alegre, Dezembro 1998

À Sônia Maria e meus familiares

O sentido da vida Individual ou coletiva consiste em realizar os objetivos pessoais ou globais. A cada meta conquistada o “espírito” relaxa, descansa e revigora para o próximo alvo.

Cardivandro S. Silva

Agradecimentos

Meu agradecimento especial ao meu orientador, e principalmente amigo, Prof. Awruch pela valiosa contribuição a este trabalho, com incentivos e indispensáveis sugestões.

Aos colegas e amigos do curso de Pós-Graduação e da casa de estudantes, em especial: Giuliana, Herbert, Ivonne, Luciana, Roberval e Sandro.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	vii
LISTAS DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
RESUMO	xvii
ABSTRACT	xviii

Capítulo 1

INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 TEMA E JUSTIFICATIVA	3
1.3 OBJETIVOS	3
1.4 SIMPLIFICAÇÕES.....	4
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 A NATUREZA DA FADIGA	6
2.2 INCERTEZAS NA ANÁLISE DE FADIGA	7
2.3 DOMÍNIOS DA ANÁLISE DE FADIGA.....	8
2.4 CARREGAMENTOS DE FADIGA	9
2.5 CURVAS S-N (CURVAS DE WÖLLER).....	10
2.6 INFLUÊNCIA DA MÉDIA	13
2.7 FADIGA EM PROCESSOS ALEATÓRIOS	16
2.7.1 Hipótese de Palmgren-Miner	17
2.8 FADIGA DE BAIXO CICLO.....	19

Capítulo 3

ELEMENTOS DE ANÁLISE ESTOCÁSTICA DE ESTRUTURAS	20
3.1 INTRODUÇÃO	20
3.2 PROCESSOS ALEATÓRIOS.....	20
3.2.1 Probabilidade. Funções de Probabilidade	21
3.2.2 Função de Autocorrelação.....	23
3.2.3 Densidade Espectral de Potência.....	23
3.3 ANÁLISE DE SISTEMAS LINEARES NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	25
3.3.1 Equação do Movimento.....	25
3.3.2 Formulação do método dos Elementos Finitos.....	26

3.3.3	<i>Cálculo de Deslocamentos e Tensões Médias</i>	28
3.3.4	<i>Cálculo de Freqüências Naturais e Modos de Vibração</i>	29
3.3.5	<i>Determinação da Matriz de Amortecimento</i>	31
3.3.6	<i>Análise Modal no Domínio da Freqüência</i>	33
3.3.7	<i>Cálculo das Tensões Aleatórias</i>	36
Capítulo 4		
	ALGUNS ASPECTOS DO EFEITO DO VENTO NAS ESTRUTURAS	38
4.1	INTRODUÇÃO	38
4.2	VELOCIDADE MÉDIA DO VENTO	39
4.3	TURBULÊNCIA	44
4.3.1	<i>Espectro da Componente Longitudinal da Turbulência</i>	45
4.3.2	<i>Espectro Cruzado da Componente Longitudinal da Turbulência</i>	46
4.4	FORÇAS INDUZIDAS PELO VENTO	47
4.5	DIREÇÃO DO VENTO	49
4.6	DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	50
4.7	VENTO SOBRE ESTRUTURAS DE TORRES CILÍNDRICAS	53
Capítulo 5		
	ANÁLISE ALEATÓRIA DA FADIGA	55
5.1	INTRODUÇÃO	55
5.2	FADIGA ALEATÓRIA UNIAXIAL EM PROCESSOS DE BANDA ESTREITA	56
5.2.1	<i>Método de Rayleigh</i>	57
5.3	FADIGA ALEATÓRIA UNIAXIAL EM PROCESSOS DE BANDA LARGA	60
5.3.1	<i>Aproximação de Rayleigh</i>	61
5.3.2	<i>Simulação do Processo Aleatório</i>	62
5.3.3	<i>Método de "Rainflow"</i>	64
5.3.4	<i>Aproximação de Rayleigh com Fator de Banda</i>	67
5.3.5	<i>Outro Método</i>	69
5.3.6	<i>Dano Induzido pelo Vento</i>	69
5.4	NOÇÕES DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E CONFIABILIDADE À FADIGA	70
5.4.1	<i>Métodos de Primeira Ordem</i>	72
5.4.2	<i>Simulação Direta de Monte Carlo</i>	75
5.4.3	<i>Confiabilidade à Fadiga</i>	77
Capítulo 6		
	APLICAÇÕES	83
6.1	INTRODUÇÃO	83
6.2	ESTRUTURAS ANALISADAS	84
6.3	FLUXOGRAMA DO PROGRAMA FATIGUE.FOR	85
6.4	ANÁLISE DA ESTRUTURA "A"	87
6.4.1	<i>Caso 1 - Vento longitudinal para região de Santa Maria</i>	89
6.4.2	<i>Caso 2 - Desprendimento de vórtices para região de Santa Maria</i>	93
6.4.3	<i>Caso 3 - Consideração da variação do vento</i>	97
6.5	ANÁLISE DA ESTRUTURA "B"	98
Capítulo 7		
	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	101

LISTAS DE FIGURAS

FIGURA 2-1: ESQUEMA DO PROCESSO FÍSICO DA FADIGA.....	7
FIGURA 2-2: ALGUNS ESPECTROS DE TENSÕES; (A) COMPLETAMENTE REVERSA; (B) TENSÃO COM MÉDIA DIFERENTE DE ZERO; (C) AMOSTRA DE UM PROCESSO ALEATÓRIO ...	10
FIGURA 2-3: GRÁFICO S-N - DADOS DE TESTE DE LABORATÓRIO DE UMA LIGA METÁLICA (COLLINS, 1981)	11
FIGURA 2-4: FAMÍLIA DE CURVAS S-N-P. P = PROBABILIDADE DE RUPTURA; R = CONFIABILIDADE = 1 - P	12
FIGURA 2-5: ESPÉCIMES ENSAIADOS PARA OBTENÇÃO DO GRÁFICO S-N	12
FIGURA 2-6: INFLUÊNCIA DA MÉDIA NA TENSÃO DE RUPTURA POR FADIGA.....	14
FIGURA 2-7: FORMA DE DIVERSAS RELAÇÕES EMPÍRICAS PARA INFLUÊNCIA DA MÉDIA NA RUPTURA POR FADIGA	15
FIGURA 2-8: EXEMPLO DE AMOSTRA DE PROCESSOS DE TENSÃO ALEATÓRIA; (A) PROCESSO DE BANDA LARGA; (B) PROCESSO DE BANDA ESTREITA	17
FIGURA 2-9: ILUSTRAÇÃO DA ATUAÇÃO DE TENSÕES DE AMPLITUDES VARIADAS	18
FIGURA 3-1: AMOSTRAS DE UM PROCESSO ALEATÓRIO	21
FIGURA 3-2: TIPO DE ELEMENTOS USADO PELO PROGRAMA FATIGUE: ELEMENTO SÓLIDO DE 20 NÓS.....	28
FIGURA 4-1: PERFIS DE VELOCIDADE MÉDIA DO VENTO COM ALTURA GRADIENTE PARA DIFERENTES TERRENOS	39
FIGURA 4-2: VELOCIDADE MÉDIA DO VENTO EM 1996: DADOS DE PORTO ALEGRE E SANTA MARIA.....	41
FIGURA 4-3: : COMPONENTES DE TURBULÊNCIA DA VELOCIDADE DO VENTO.	44
FIGURA 4-4: PROBABILIDADE DA DIREÇÃO DO VENTO	49
FIGURA 4-5: FORMAÇÃO DOS VÓRTICES DE KÁRMÁN NUM CORPO CILÍNDRICO	50
FIGURA 5-1: DIREÇÃO DA TENSÃO PRINCIPAL EM UMA ESTRUTURA CILÍNDRICA ALTEADA	57
FIGURA 5-2: PROCESSO DE TENSÃO ALEATÓRIA BANDA ESTREITA. (A) HISTÓRICO; (B) F.D.E.P.....	58
FIGURA 5-3: PROCESSO DE TENSÃO ALEATÓRIA BANDA LARGA. (A) HISTÓRICO; (B) F.D.E.P....	60
FIGURA 5-4: SIMULAÇÃO DE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS.....	64
FIGURA 5-5: EXEMPLO DO MÉTODO DE CONTAGEM DE CICLOS "RAINFLOW"	66
FIGURA 5-6: SUPERFÍCIE DE FALHA NO ESPAÇO BIDIMENSIONAL	73
FIGURA 5-7: AJUSTE PROBABILÍSTICO DA CURVA DE FADIGA	78

FIGURA 6-1: ESTRUTURAS ANALISADAS. ESTRUTURA A: TUBO VERTICAL. ESTRUTURA B: TUBO INCLINADO.....	84
FIGURA 6-2: FLUXOGRAMA DO PROGRAMA FATIGUE.FOR.....	86
FIGURA 6-3: ESTRUTURA "A" DISCRETIZADA EM ELEMENTOS FINITOS.....	87
FIGURA 6-4: MÓDULO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA	88
FIGURA 6-5: DENSIDADE ESPECTRAL DA TENSÃO NO PONTO DE MÁXIMA SOLICITAÇÃO – CASO 1	90
FIGURA 6-6: DENSIDADE ESPECTRAL DA DERIVADA PRIMEIRA DA TENSÃO – CASO 1	90
FIGURA 6-7: DENSIDADE ESPECTRAL DA DERIVADA SEGUNDA DA TENSÃO – CASO 1	91
FIGURA 6-8: ÍNDICE DE CONFIABILIDADE - CASO 1: VENTO LONGITUDINAL.....	92
FIGURA 6-9: PROBABILIDADE DE FALHA. CASO 1: VENTO LONGITUDINAL	93
FIGURA 6-10: F.D.E.P. DAS FORÇAS TRANSVERSAIS DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES.....	94
FIGURA 6-11: F.D.E.P. DAS TENSÕES DEVIDO AO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	94
FIGURA 6-12: ÍNDICE DE CONFIABILIDADE - CASO 2: DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES.....	96
FIGURA 6-13: PROBABILIDADE DE FALHA - CASO 2: DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	96
FIGURA 6-14: MÓDULO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA REDUZIDA DO SISTEMA - ESTRUTURA "B"	98
FIGURA 6-15: ÍNDICE DE CONFIABILIDADE – ESTRUTURA "B" - VENTO LONGITUDINAL	99
FIGURA 6-16: PROBABILIDADE DE FALHA - ESTRUTURA "B" – VENTO LONGITUDINAL.....	99

LISTA DE TABELAS

TABELA 4-1: VELOCIDADE MÉDIA DO VENTO EM 1996: TEMPO DE DURAÇÃO E FREQUÊNCIA RELATIVA	42
TABELA 4-2: PARÂMETROS QUE VARIAM COM A CATEGORIA DE RUGOSIDADE DO TERRENO	42
TABELA 4-3: COEFICIENTE DE ARRASTO PARA CORPOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULARES	54
TABELA 5-1: PARÂMETROS BÁSICOS USADOS NOS MÉTODOS ESPECTRAIS	56
TABELA 5-2: MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	77
TABELA 6-1: CARACTERÍSTICAS DAS ESTRUTURAS ANALISADAS	84
TABELA 6-2: CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL	89
TABELA 6-3: RESULTADOS DA ANÁLISE ESTÁTICA E ESTOCÁSTICA - CASO 1	91
TABELA 6-4: RESULTADOS - CASO 2: DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	95
TABELA 6-5: RESULTADOS NO PONTO DE PIOR SITUAÇÃO	98

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas maiúsculas

B	: Matriz das derivadas das funções de forma
B	: Parâmetro de largura de banda
C	: Matriz de amortecimento
C	: Coeficiente de força
C_a	: Coeficiente de arrasto
C_{as}	: Coeficiente de arrasto superficial
C_l	: Coeficiente lateral
C_K	: Coeficiente de variação do parâmetro K da curva de fadiga
C_s	: Coeficiente de sustentação
C_{xy}	: Densidade espectral coincidente
\tilde{C}_{LV}	: Valor rms do coeficiente lateral
C_Δ	: Coeficiente de variação do valor do dano na ruptura
D	: Matriz das relações constitutivas elásticas
D_i	: Frações discretas do dano
D_ϕ	: Diâmetro
E	: Módulo de elasticidade
$E[]$: Operador do valor esperado
F	: Força
$G_x(\omega)$: Densidade espectral de potência de um ramo
$H(\omega)$: Função de transferência do sistema
$H^*(\omega)$: Conjugado de $H(\omega)$
$\mathbf{H}_G(\omega)$: Matriz função de resposta complexa modal
I	: Matriz identidade
$I[g(\bar{X})]$: Função indicadora
I_1	: Intensidade de turbulência
K	: Matriz de rigidez
\mathbf{K}^e	: Matriz de rigidez do elemento
K	: Parâmetro K de fadiga
K^*	: Parâmetro K de fadiga modificado para considerar a tensão média
\tilde{K}	: Mediana do parâmetro K de fadiga
L_{11}	: Escala longitudinal de turbulência
M	: Matriz de massa
\mathbf{M}^e	: Matriz de massa do elemento
M_k	: k-ésimo momento da f.d.e.p
N	: Vida em ciclos
\bar{N}	: Vetor das funções de forma
N_s	: Vida de serviço em ciclos

P_f	: Probabilidade de falha
P_{fij}	: Probabilidade de falha em um ponto i quando o vento ocorre na direção j
P_{vj}	: Probabilidade do vento ocorrer na direção j
$P_{X_i}(\alpha)$: Função de probabilidade de uma variável aleatória X_i
Q_{xy}	: Espectro de quadratura
R_e	: Número de Reynolds
$\mathbf{R}_q(\omega)$: Matriz função de correlação das forças aplicadas
$\mathbf{R}_{q_G}(\tau)$: Matriz função de correlação das forças generalizadas
$R_x(\tau)$: Função de autocorrelação
S	: Nível de tensão
S_a	: Amplitude da tensão alternante
S_e	: Limite de durabilidade
S_{eq}	: Tensão cíclica de amplitude constante equivalente
$S_F(f)$: Espectro da forças
S_i	: Número discreto de níveis de tensão
S_m	: Tensão média
S_{max}	: Tensão máxima
S_N	: Resistência à fadiga para N ciclos
$\mathbf{S}_{q_G}(\omega)$: Matriz das f.d.e.p das funções generalizadas
S_r	: Faixa de tensão cíclica
S_t	: Número de Strouhal
$S_{u_i u_j}(l, f)$: Espectro cruzado da velocidade do vento entre os pontos i e j na frequência f
$S_x(\omega)$: Função de densidade espectral
$S_w(f)$: Espectro do desprendimento de vórtices
$S_{ww}(0)$: Espectro cruzado do desprendimento de vórtices
S_α	: Número de Strouhal para fluxo bidimensional
$\mathbf{S}_\eta(\omega)$: Matriz dos espectros de potência das coordenadas modais
$S_1(f)$: Espectro da componente longitudinal da velocidade do vento
S_1	: Fator topográfico
S_2	: Fator que considera a influência da rugosidade do terreno, dimensões da edificações, altura sobre o terreno
S_3	: Fator baseado em conceitos probabilísticos
T	: Tempo de vida útil
V	: Volume
$V(t)$: Velocidade do vento
\bar{V}	: Velocidade média do vento
V_k	: Velocidade característica
V_0	: Velocidade básica do vento
X_i	: Variáveis aleatórias

X_1	: Freqüência adimensional
\vec{Z}	: Vetor de variáveis Gaussianas padronizadas

Letras romanas minúsculas

f	: Freqüência em Hz
f_{r_i}	: Fração do tempo total em que atua o perfil de velocidade i
f_s	: Freqüência de desprendimento de vórtices
$g(\vec{X})$: Função de estado limite
i	: Número complexo
m	: Parâmetro m de fadiga
n_i	: Número de ciclos
p	: Expoente
$p_p(s)$: Função de densidade de probabilidade de Rayleigh
$p_{X_i}(x)$: Função de densidade de probabilidade da variável aleatória X_i
q	: Pressão dinâmica do vento
\vec{q}	: Vetor das forças
$\vec{q}_G(t)$: Forças generalizadas
$\vec{q}_G(\omega)$: Transformada de Fourier de $\vec{q}_G(t)$
\vec{q}_m	: Vetor de forças médias
t	: Tempo
$v(t)$: Velocidade de turbulência do vento
\vec{u}	: Vetor deslocamentos
$\dot{\vec{u}}$: Vetor das velocidades
$\ddot{\vec{u}}$: Vetor das acelerações
\vec{u}_m	: Vetor de deslocamentos médios
u_0	: Velocidade de fricção
z	: Cota acima do terreno
z_d	: Altura do plano zero
z_{ref}	: Altura de referência
z_0	: Comprimento de rugosidade

Letras gregas maiúsculas

Δ	: Valor do dano na ruptura
$\tilde{\Delta}$: Mediana do valor do dano na ruptura
Δt	: Intervalo de tempo
Φ	: Matriz modal
$\Phi()$: Função de distribuição Gaussiana padronizada
Λ	: Matriz diagonal com as razões de amortecimento
$\Gamma()$: Função Gamma

Letras gregas minúsculas

α_2	: Fator de irregularidade
β	: Índice de confiabilidade
ε	: Parâmetro de largura espectral
$\vec{\varepsilon}$: Vetor das deformações

$\bar{\epsilon}_m$: Vetor de deformações médias
ϕ	: Ângulo de fase
$\chi(f)$: Função de admitância aerodinâmica
$\vec{\eta}(t)$: Vetor de coordenadas modais
$\vec{\eta}(\omega)$: Transformada de Fourier de $\vec{\eta}(t)$
η_p	: Taxa esperada de picos
λ	: Fator de correção
μ	: Valor médio
ν	: Coeficiente de Poisson
ν_a	: Viscosidade cinemática do ar
ν_+	: Freqüência de ultrapassagem da derivada positiva do valor médio
ρ	: Massa específica
σ	: Desvio padrão
$\bar{\sigma}$: Tensão média
$\vec{\sigma}$: Vetor das tensões
$\vec{\sigma}_m$: Vetor de tensões médias
σ_{RMS}	: Valor rms das tensões
$\dot{\sigma}_{RMS}$: Valor rms da derivada primeira das tensões
$\ddot{\sigma}_{RMS}$: Valor rms da derivada segunda das tensões
σ_u	: Tensão última do material
σ_w	: Valor rms da força lateral
σ_{yp}	: Tensão de plastificação do material
τ	: Intervalo de tempo
ω	: Freqüência em rad/s
ω_r	: Freqüência natural
ζ_r	: Taxa de amortecimento crítico

RESUMO

Fadiga, diminuição gradual da resistência de um material sob carregamentos repetitivos, conduz a um modo de ruptura importante em estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos, e em particular, estruturas sujeitas à ação do vento.

Neste trabalho apresenta-se elaborar uma ferramenta para a estimativa do tempo de vida útil à fadiga de uma estrutura com linearidade física e geométrica, sujeita à ação do vento. Para isto, o vento será considerado uma excitação aleatória estacionária e ergódica, atuando na estrutura, que será modelada com elementos finitos tridimensionais. As tensões que ocasionam fadiga são determinadas através de uma análise modal no domínio da frequência. Também pretende-se, com esta ferramenta, estimar os índices de confiabilidade de projeto com relação à variabilidade das curvas de fadiga.

ABSTRACT

Fatigue, a gradual decrease in material strength under repetitive loading, leads to an important rupture mode in structures subjected to dynamics loads, in particular, structures subjected to wind action.

A numerical tool to estimate lifetime of linear elastic structures, due to fatigue originated by the wind action, is presented in this work. The wind action, is considered as a stationary and ergodic random excitation acting on the structure, which is modeled with three dimensional finite elements. Stress components due to fatigue are determined by a modal analysis in the frequency domain. Estimation on the design reliability indexes with respect to fatigue curves variability are also an objective of the present work.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Danos em estruturas são muitas vezes provenientes da fadiga do material, fenômeno que se caracteriza pela iniciação e propagação de fissuras a um tamanho instável sob a ação de carregamentos repetitivos, levando o material à ruptura sem aviso prévio e, por conseguinte, reduzindo a vida útil do sistema estrutural (Collins, 1981). Ainda assim, a fadiga é raramente analisada nos projetos estruturais devido às abordagens clássicas de análises baseadas em carregamentos, tensões e deformações estáticas. Os problemas de fadiga, entretanto, são causados devido às ações dinâmicas (De Vis et al., 1986).

A fadiga tem sido extensivamente estudada nos projetos de componentes de máquinas ou estruturas sujeitas a carregamentos cíclicos ou flutuantes. Tais carregamentos produzem tensões cíclicas ou flutuantes que freqüentemente resultam em ruptura por fadiga. Os principais componentes mais vulneráveis a fadiga são: as juntas de soldas, devido às concentrações de tensões tanto pela geometria da junção quanto por defeitos na solda (Wirsching, 1984); conectores contendo pontos de falhas com alta concentração de tensões variáveis; etc. Além do mais, fadiga tem-se tornado um aspecto importante nos projetos de pontes - Wang et al. (1993) e Laman e Nowak (1996) - vasos de pressão, estruturas offshore (Wirsching, 1984), estruturas automotivas e outras estruturas de engenharia.

Atualmente, muitas estruturas civis sujeitas aos efeitos dinâmicos do vento tendem a ficarem mais esbeltas, e portanto, mais suscetíveis a danos devido à fadiga do material; torna-se então importante a análise dinâmica para o cálculo da vida útil da estrutura através de métodos mais precisos, e com considerações mais realísticas da pressão do vento na estrutura, decompondo-a em uma parte fixa e uma flutuante. O comportamento do material sob carregamento estático e dinâmico, considerando as características visco-elastoplásticas e a não linearidade geométrica, quando necessários, também devem ser incluídos.

São vários os tipos de estruturas onde o efeito da ação do vento é de extrema relevância e que podem sofrer ruptura por fadiga, tais como:

- Edifícios altos.
- Pontes (neste caso apresenta-se ainda efeitos agravantes pelas cargas aleatórias devidos a veículos automotivos).
- Cabos de torres de transmissão de energia elétrica, torres de rádios e TV, microondas, telefonia celular e antenas de radar.
- Torres de resfriamentos e chaminés (Groehs et al., 1984).

Nos projetos de estruturas sujeitas à ação do vento é necessário, além de analisar a resistência e os efeitos de instabilidade dinâmica (galope e desprendimento de vórtices), calcular a vida útil, através de uma análise dinâmica de fadiga devida à ação do vento (Hosomi et al., 1997). Se a vida útil calculada não for aceitável, diferentes opções para se modificar o projeto podem ser realizadas, tais como:

- Escolha de outro material.
- Mudança das condições de carregamento externo, envolvendo a forma ou a funcionalidade da estrutura.
- Modificações no comportamento dinâmico da estrutura, envolvendo mudança da rigidez, da massa ou do amortecimento estrutural.

Estas modificações visam a diminuição das amplitudes de vibrações e de tensões, retardando a propagação do dano e ruptura da estrutura. Dependendo das condições de flexibilidade do projeto algumas destas opções podem requerer mais esforços ou gastos do que outras, e uma análise de otimização do comportamento estrutural pode ser desenvolvida. Um novo cálculo da vida útil pode ser realizado com as novas características da estrutura ou do carregamento.

Com os avanços na arquitetura dos computadores torna-se viável a consideração do vento como carregamento dinâmico, representado por um processo aleatório estacionário, no dimensionamento das peças estruturais e no cálculo da sua vida útil, evitando as simplificações que consideram o vento como um carregamento estático e que conduz muitas vezes a um super-dimensionamento, encarecendo a estrutura, ou a um sub-dimensionamento que pode trazer conseqüências graves ao seu funcionamento.

1.2 Tema e Justificativa

Este trabalho visa, portanto, analisar estruturas sujeitas ao efeito dinâmico do vento, através do cálculo da vida útil ou da propagação de dano devido à fadiga do material. Tal estudo pode se tornar relevante nos projetos de estruturas onde o vento atua de maneira bastante significativa. Esta relevância se torna mais evidente quando se percebe uma tendência, nos dias atuais, a realizar-se construções mais esbeltas, altas e leves. Além do mais, o uso crescente de materiais de alta resistência - a resistência a fadiga e a rigidez à fratura não acompanham o acréscimo da resistência estática - têm resultado em muitas rupturas por fadiga e fratura nos anos recentes (Wirsching, 1995).

O dano proveniente da fadiga do material deve ser acrescentado em uma análise de confiabilidade de estruturas sujeitas a cargas dinâmicas como um modo de ruptura ou um estado limite último de projeto (American Society of Civil Engineers - ASCE, 1982). Pode-se otimizar projetos, no que diz respeito a esbeltez, utilização de materiais, funcionalidade da estrutura, economia e segurança, conhecendo-se previamente a estimativa da vida útil e os índices de confiabilidade da estrutura.

Este estudo de fadiga pode ser generalizado para estruturas sujeitas a outros tipos de ações dinâmicas aleatórias, como é o caso de pontes excitadas pelo tráfego de veículos (Schilling, 1984), arquibancadas e ginásios excitados aleatoriamente por pessoas ao longo de sua vida útil, etc. Nestes casos, também um estudo da vida útil torna-se importante na elaboração do projeto para que não venham a ocorrer danos graves, ou até mesmo a ruptura parcial ou total da estrutura.

1.3 Objetivos

Neste trabalho pretende-se adquirir alguns conhecimentos e experiência de pesquisas em diversas áreas, tais como: fadiga do material, análise de estruturas sujeitas às cargas estocásticas pelo método dos elementos finitos, a natureza da ação do vento nas estruturas e o estudo da confiabilidade na análise estrutural. Todavia os objetivos específicos do trabalho são:

- Modelar numericamente o comportamento linear de estruturas com propriedades e geometria determinísticas, através do método de elementos finitos (MEF), usando elementos tridimensionais.
- Desenvolver um algoritmo para uma análise espectral de tensões nas estruturas sujeitas às excitações aleatórias, através de uma análise modal no domínio da frequência.

- Analisar numericamente a ação longitudinal do vento e o desprendimento de vórtices sobre uma estrutura, considerando os mesmos como processos aleatórios estacionários. Os efeitos longitudinais e o desprendimento de vórtices são considerados separadamente.
- Elaborar numericamente um método de cálculo para determinar a falha por fadiga, através da lei de propagação do dano cumulativo de Palmgren-Miner.
- Fazer uma análise de confiabilidade, considerando apenas a variabilidade das curvas de fadiga características do material (curvas S-N).
- Propor modificações nas estruturas onde os índices de confiabilidade sejam considerados inadequados. Neste trabalho estas modificações serão limitadas às dimensões geométricas, embora outras mudanças possam ser implementadas.

1.4 Simplificações

Não é pretensão deste trabalho elaborar uma ferramenta infalível e indispensável para projetos de estruturas propensas à fadiga através do efeito dinâmico do vento, pois têm-se ciência das muitas fontes de incertezas que envolvem o processo de análise de fadiga, como também as simplificações adotadas e as dificuldades de se obter dados experimentais para o que se pretende estudar.

As limitações e simplificações do trabalho são:

- Análise linear de estrutura.
- Análise de excitações aleatórias estacionárias e ergódicas.
- Uso da lei Palmgren-Miner de propagação linear do dano de fadiga para ações dinâmicas de amplitudes variadas.
- Análise de confiabilidade considerando apenas a variabilidade das curvas de fadiga (S-N, ou curvas de Wöller).
- Estudo feito apenas no domínio de fadiga de alto-ciclo.
- Hipótese que considera a ação do vento como uma variável Gaussiana.
- Hipótese de que os dados experimentais de fadiga em espécimes suaves, sujeitos a carregamentos cíclicos unidirecionais com amplitudes constantes existentes, possam ser estendidos para o caso de

estruturas tridimensionais sujeitas a excitações de amplitudes aleatórias.

É, portanto, pretensão desta dissertação reunir informações num só trabalho dos estudos de fadiga existentes nas seguintes áreas: fadiga de alto-ciclo, fadiga de ação de amplitudes variadas e confiabilidade de estruturas que possam sofrer fadiga. O objetivo é que venha servir de base para estudos futuros e que possa ser acrescentada com novos conhecimentos, tornando-se uma ferramenta útil nos projetos de estruturas ou elementos estruturais propensos à ruptura por fadiga.

1.5 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em sete capítulos, distribuído conforme os assuntos abordados por eles, que são os seguintes: o capítulo 1 traz como introdução a descrição, os objetivos e as justificativas do trabalho. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre alguns aspectos da teoria básica de fadiga dos materiais. O capítulo 3 apresenta a formulação matemática da análise estocástica de estruturas. O capítulo 4 aborda aspectos sobre o efeito da ação do vento em estruturas para sua posterior aplicação na análise de fadiga. No capítulo 5 são descritos as metodologias de análise de fadiga devido a processos de tensões aleatórias e apresenta-se alguns aspectos da confiabilidade de estruturas, aplicando um tratamento probabilístico à análise de fadiga. O capítulo 6 apresenta os resultados do programa FATIGUE, elaborado com a teoria abordada nos capítulos anteriores e como resultados são apresentados os índices de confiabilidades à ruptura por fadiga de estruturas lineares submetidas a ação do vento de natureza aleatória. O capítulo 7 apresenta as conclusões e sugestões deste trabalho. E por fim, são listada as referências bibliográficas consultadas.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 A Natureza da Fadiga

A fadiga, diminuição gradual da resistência de um material por efeito de solicitações repetitivas, pode ser definido como um fenômeno de ruptura progressiva que se caracteriza pela iniciação e crescimento de fissuras a um tamanho instável (Collins, 1981). Dependendo da natureza da estrutura e do carregamento aplicado, tanto a iniciação ou a propagação de fissuras, até mesmo ambas, podem ser importantes na avaliação do desempenho estrutural (Wirsching, 1995). O processo físico da fadiga é mostrado na figura 2-1.

O livro do Collins (1981) mostra os efeitos microscópicos do processo de fadiga, como também os aspectos fenomenológicos macroscópicos da ruptura por fadiga.

Alguns dos efeitos macroscópicos e as considerações básicas na análise de fadiga incluem:

- Efeitos da tensão simples alternante completamente reversa na resistência e propriedades de materiais utilizados nas estruturas.
- Efeitos da tensão média superposto com a componente flutuante.
- Efeitos de tensões alternante em estado multiaxial de tensões.
- Efeitos da presença de falhas, buracos e soldas.
- Efeitos da temperatura no comportamento dos materiais utilizados nas estruturas.
- Efeitos do tamanho do elemento estrutural.
- Efeitos dos ciclos cumulativos nos vários níveis de tensões e a permanência do efeito (tensões com amplitudes variadas).

- A grande variabilidade das propriedades de fadiga para um dado material.
- Efeitos dos fatores ambientais;
- Efeitos da interação da fadiga e outros modos de ruptura.

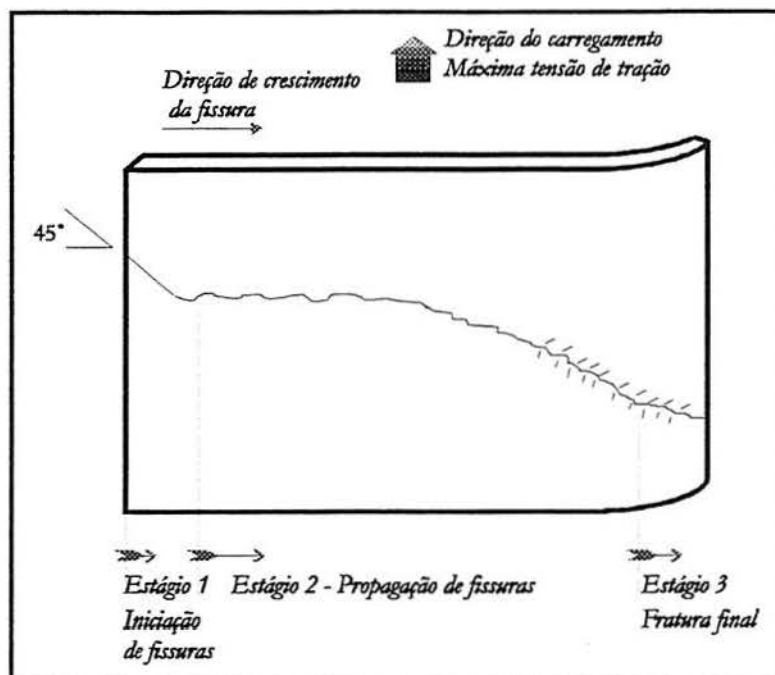


Figura 2-1: Esquema do processo físico da fadiga

2.2 Incertezas na Análise de Fadiga

Muitas são as fontes de incertezas inerentes ao processo de análise de fadiga. Algumas, retiradas do trabalho de Wirsching (1995), são:

- O fenômeno de fadiga é imprevisível, e caracterizado pela enorme dispersão estatística dos dados de laboratório, com os dados 'ciclos para ruptura' tendo coeficientes de variação (COV) entre 30 a 40%, e algumas vezes chegando a 150%;
- As extrapolações dos dados de laboratórios para os sistemas de engenharia frequentemente requerem muitas considerações;

- A geometria dos componentes, como por exemplo defeitos e descontinuidades nas soldas, complicam a previsão do início e propagação das fissuras;
- Processos ambientais que produzem carregamento de fadiga nos sistemas podem não ser bem definidos;
- Incertezas na análise das tensões;
- Os efeitos da temperatura e da corrosão na resistência a fadiga não são bem conhecidos.

2.3 Domínios da Análise de Fadiga

As duas fases importantes no processo de fadiga são a iniciação de fissuras e o seu crescimento a um tamanho crítico. Para aplicações em engenharia a iniciação de fissuras refere-se a formação de fissuras que são facilmente detectadas com o uso de ensaios não destrutivos. Esta iniciação de fissuras pode ser responsável pela perda significativa da vida útil em problemas de fadiga de alto-ciclo, em que as tensões oscilatórias são relativamente baixas. Por outro lado, quando as tensões flutuantes são altas, ou quando falhas ou alguma razão que eleve as tensões estão presentes na estrutura, fissuras precoces por fadiga aparecem e a vida de serviço da estrutura pode ser gasta na propagação de fissuras a um tamanho instável, caracterizando a fadiga de baixo ciclo.

Observa-se, portanto, que o processo de fadiga engloba dois domínios de tensões ou deformações cíclicas que têm características diferentes, em cada qual a ruptura por fadiga é produzida por mecanismos físicos diferentes: (1) fadiga de baixo ciclo, também chamado de fadiga de deformações controladas cíclicas e (2) fadiga de alto ciclo. No primeiro caso deformações plásticas significativas ocorrem durante cada ciclo. Este domínio está associado com tensões altas e vidas curtas, ou baixo número de ciclos para produzir a ruptura por fadiga. No segundo caso as deformações cíclicas são confinadas ao regime elástico, estando associado com tensões baixas e vidas longas, ou grande número de ciclos para produzir ruptura por fadiga. A fadiga de baixo ciclo é tipicamente associada com vida (ciclos para romper) que vai de um até cerca de 10^4 ou 10^5 ciclos, e a fadiga de alto ciclo apresenta valores superiores a estes.

Existem diversas circunstâncias em que o cálculo da vida por fadiga de baixo ciclo é de grande importância. Por exemplo, nos projetos de dispositivos tais como mísseis e foguetes, onde o tempo de vida útil pode restringir-se a somente poucas centenas ou milhares de ciclos após o lançamento, a análise de fadiga de baixo ciclo é fundamental. Também em projetos de outros dispositivos de alto desempenho, tais como hélices de turbinas e pneus das aeronaves, vasos de pressão e

elementos de combustíveis sólidos, a fadiga é de baixo ciclo. Até mesmo quando os carregamentos numa estrutura ou máquina são baixos e, por algum motivo, o material apresenta plastificação local (que é uma deformação cíclica controlada pelo volume de material elástico ao redor), os métodos de ciclos baixos são importantes na predição da vida útil do material, outro exemplo é a propagação do dano por fadiga em estruturas sujeitas ao terremoto.

Se espera que as estruturas sujeitas ao efeito dinâmico do vento apresentem vida útil longa; por conseguinte, este trabalho será restrito a métodos de análise de fadiga de alto ciclo.

2.4 Carregamentos de Fadiga

Problemas de fadiga surgem num elemento estrutural quando este está sujeito a carregamentos repetitivos. Portanto, o projetista quando se depara com estruturas propensas à ruptura por fadiga deve estar ciente dos espectros das cargas e os espectros de tensões associados a elas, que podem ocorrer ao longo da vida da estrutura.

O mais simples espectro de tensão que ocasiona problemas de dano por fadiga é uma onda senoidal no tempo, com média zero, amplitude e frequência constantes, aplicada para um especificado número de ciclos, frequentemente referenciada como tensão alternante completamente reversa (figura 2.2a).

A figura 2.2 mostra alguns espectros no tempo de tensões que podem provocar ruptura por fadiga quando atuam numa estrutura. A figura 2.2b mostra um espectro padrão de tensão cíclica com média diferente de zero. A figura 2.2c mostra um espectro de tensão que surge quando atua na estrutura um processo aleatório de carga, por exemplo, a pressão do vento.

Define-se da figura 2.2 os seguintes termos:

Tensão Máxima: S_{\max}

Tensão Média: S_m

Tensão Mínima: S_{\min}

Amplitude da Tensão alternante: $S_a = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2}$

Faixa de Tensão cíclica: $S_r = S_{\max} - S_{\min}$

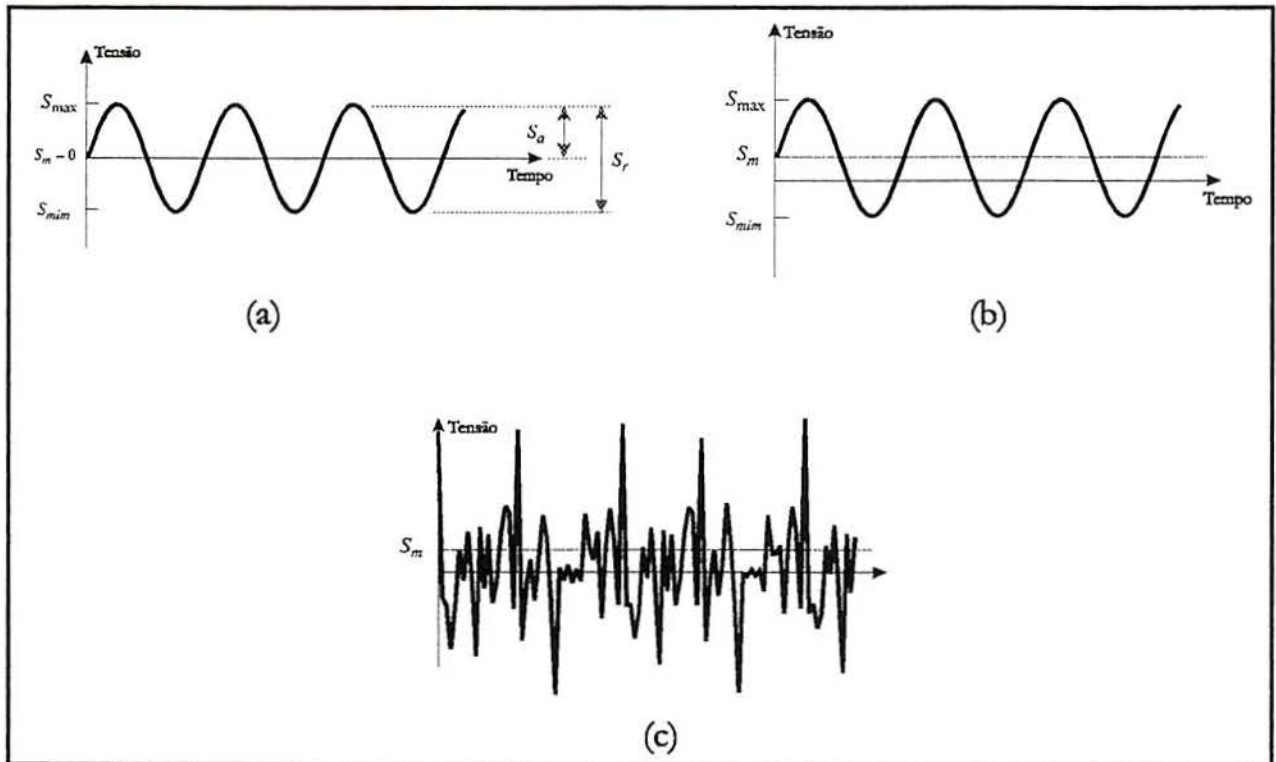


Figura 2-2: Alguns espectros de tensões; (a) completamente reversa; (b) tensão com média diferente de zero; (c) amostra de um processo aleatório

2.5 Curvas S-N (Curvas de Wöller)

Os dados característicos de fadiga de alto ciclo, para um dado material, podem ser convenientemente mostrados em um gráfico do nível de tensão cíclica versus o logaritmo da vida (figura 2.3), ou um gráfico log-log da tensão versus a vida. Estes gráficos, chamados curvas S-N, constituem informações de projeto de fundamental importância para estruturas sujeitas a carregamentos repetitivos. Devido à grande dispersão dos dados de vida de fadiga em um nível de tensão, as curvas S-N não são únicas para um dado material, existindo uma família de curvas S-N tendo como parâmetro a probabilidade de ruptura. Estas curvas são conhecidas como curvas S-N-P, ou curvas de probabilidade de ruptura, com uma representação gráfica que tem como eixos o nível de tensão e a vida (figura 2.4). Estas curvas podem relacionar a vida, N (número de ciclos), tanto com a amplitude S_a como com a faixa S_r de tensão cíclica.

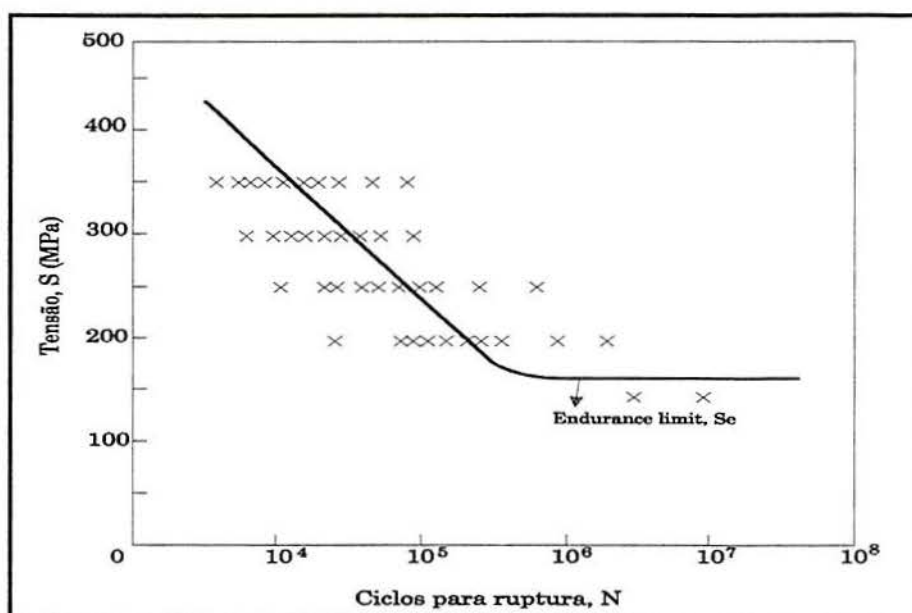


Figura 2-3: Gráfico S-N - Dados de teste de laboratório de uma liga metálica (Collins, 1981)

Em um teste de fadiga, um lote de espécimes suaves são submetidos a uma tensão cíclica de amplitude constante, como mostra a figura 2-5. O número de ciclos para ruptura de cada espécime é registrado e um novo lote é, então, submetido à uma nova tensão cíclica de amplitude constante e novos números são registrados. O ensaio é repetido tantas vezes quanto necessários para a construção do gráfico mostrado na figura 2-3.

Se a vida de serviço de uma estrutura é definida como N_s , a ruptura por fadiga acontece quando a faixa de tensão excede a resistência definida na curva S-N para a vida N_s (resistência à fadiga para N_s ciclos), ou se N_s é maior do que a vida definida na curva S-N para o nível de tensão atuante na estrutura.

Devido à grande dispersão nos pontos no gráfico S-N, tratamentos estatísticos dos dados são necessários (Nelson, 1984), assim como também métodos de confiabilidade são apropriados para a análise da fadiga.

Observa-se que quando os dados são analisados em um gráfico log-log, em muitos casos, existe uma tendência linear entre a tensão S e a vida N , resultando em uma expressão simples, como a seguinte:

$$N S^m = K \quad (2-1)$$

onde m e K são constantes empíricas determinadas estatisticamente com os resultados dos ensaios de laboratórios.

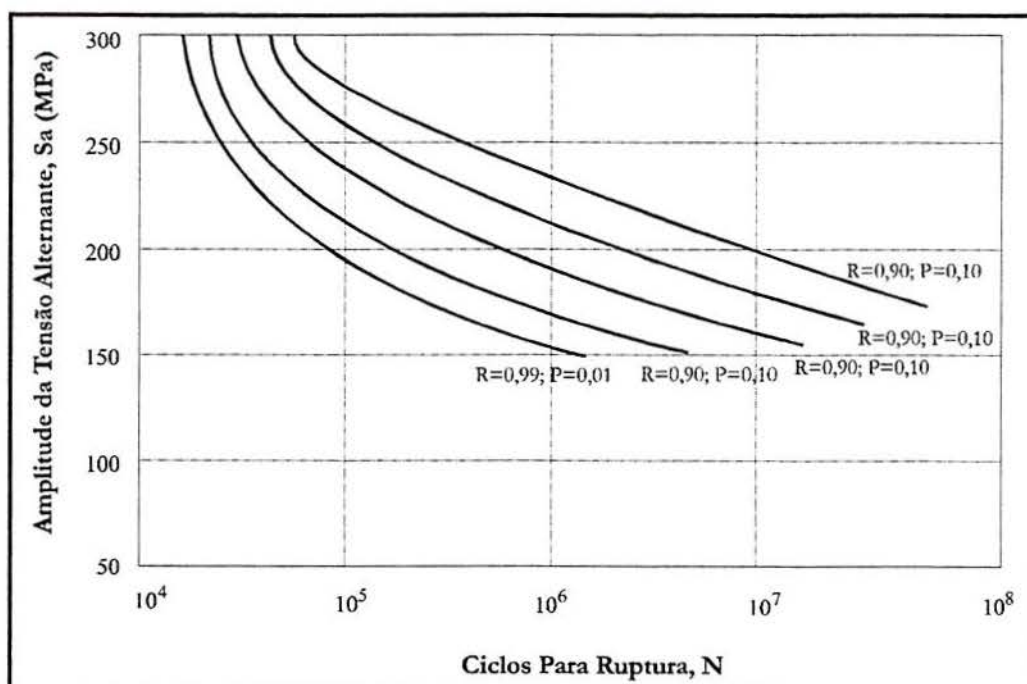


Figura 2-4: Família de curvas S-N-P. P = Probabilidade de ruptura; R = Confiabilidade = $1 - P$

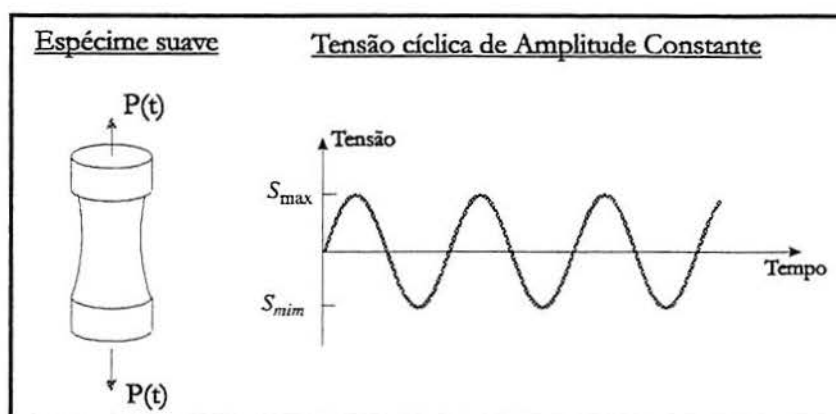


Figura 2-5: Espécimes ensaiados para obtenção do gráfico S-N

Em espécimes suaves de aço a curva S-N apresenta um limite plano (limite de durabilidade) S_e , abaixo do qual os valores da tensão não provocarão ruptura por fadiga. Em muitos casos este limite começa em torno de 10^6 ciclos (Wirsching, 1995).

De uma forma mais geral, quando não há uma relação linear entre a tensão e a vida, até mesmo em um gráfico log-log, uma variedade de equações empíricas podem ser empregadas. Por exemplo:

$$(\log N)^\alpha = a_0 + a_1 \log S + a_2 \log S^\gamma \quad (2-2)$$

Onde os parâmetros α , a_0 , a_1 , a_2 e γ são determinados a partir de dados experimentais.

2.6 Influência da Média

A maioria dos ensaios que originam as curvas S-N são realizados em espécimes suaves submetidos à tensão cíclica completamente reversa (figura 2.2a), isto é, com tensão média igual a zero. Não obstante, as cargas de serviços que atuam numa estrutura têm valores médios diferentes de zero; logo, deve-se conhecer o efeito da média numa análise de fadiga, para que se possa utilizar as mesmas curvas provenientes destes ensaios. A figura 2-6 mostra como a média modifica o nível de tensão para provocar ruptura, com a vida N constante. O eixo da abcissa contém o valor da tensão média S_m e a ordenada os valores da amplitude da tensão cíclica S_a para provocar ruptura. Definindo-se resistência à fadiga S_N como o nível de tensão para romper a estrutura com N ciclos de vida, observa-se, por definição, que S_N é plotado na ordenada S_a onde a tensão S_m tem valor zero.

Observa-se da figura 2-6 que a influência da média na análise de fadiga é diferente para tensões média de tração e compressão. A região de tensão média de tração é mais sensível a variação da média do a região de tensão de compressão.

Existem equações empíricas que relacionam a tensão de ruptura para uma dada vida, sobre condições de média diferente de zero, com a tensão de ruptura para a mesma vida, sobre tensão cíclica completamente reversa. Algumas delas são (Collins, 1984):

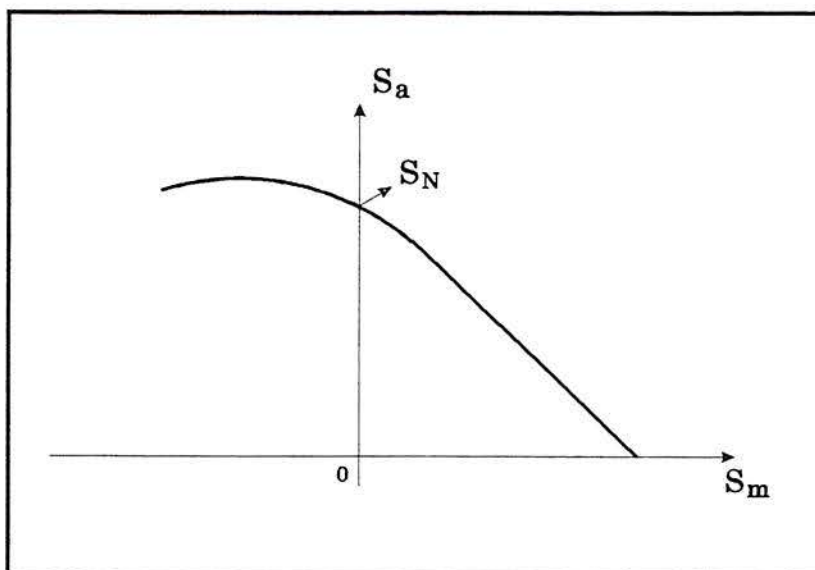


Figura 2-6: Influência da média na tensão de ruptura por fadiga

Relação linear de Goodman

$$\frac{S_a}{S_N} + \frac{S_m}{\sigma_u} = 1 \quad (2-3)$$

Relação parabólica de Gerber

$$\frac{S_a}{S_N} + \left(\frac{S_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \quad (2-4)$$

Relação linear de Soderberg

$$\frac{S_a}{S_N} + \frac{S_m}{\sigma_{yp}} = 1 \quad (2-5)$$

Relação elíptica

$$\left(\frac{S_a}{S_N}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \quad (2-6)$$

onde:

σ_u é a resistência última do ensaio estático de tração

σ_{yp} é a resistência de plastificação do material

A figura 2-7 ilustra graficamente estas relações.

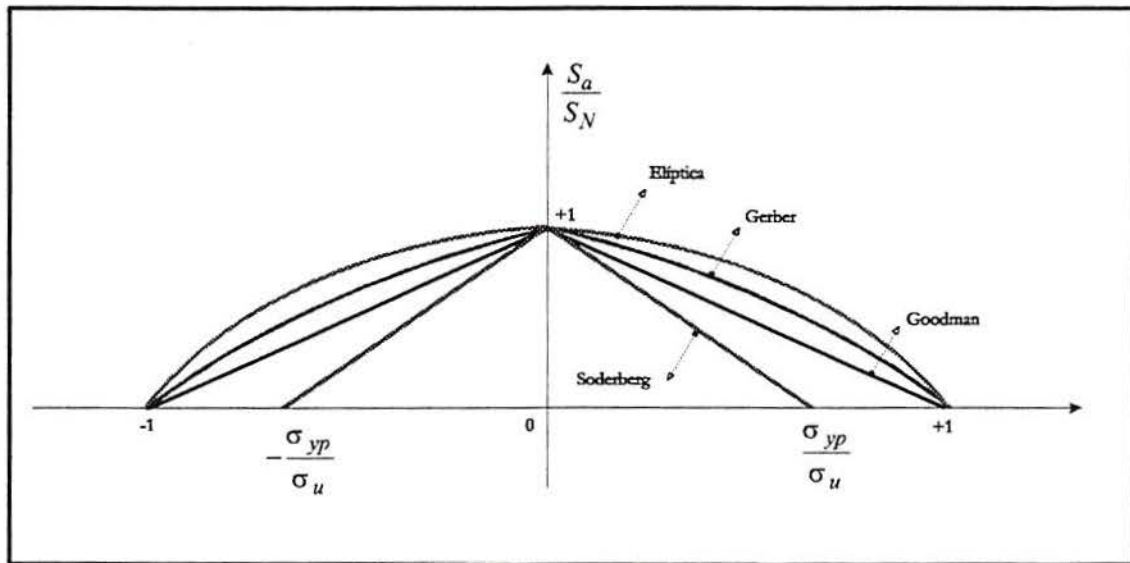


Figura 2-7: Forma de diversas relações empíricas para influência da média na ruptura por fadiga

A Equação 2-1 pode, então, ser adaptada para considerar o efeito da média, como segue:

Usando a relação de Goodman (2-3), tira-se o valor de S_N :

$$S_N = S_a \left(1 - \frac{S_m}{\sigma_u} \right)^{-1} \quad (2-7)$$

Substituindo (2-7) em (2-1) e reagrupando, obtém-se:

$$N(S_a)^m = K^* \quad (2-8)$$

onde:

$$K^* = K \left(1 - \frac{S_m}{\sigma_u} \right)^m \quad (2-9)$$

A equação (2-8) é semelhante a equação (2-1), apenas havendo um ajuste no valor do parâmetro K .

De forma análoga, usando a relação de Gerber, chega-se à seguinte expressão:

$$K^* = K \left[1 - \left(\frac{S_m}{\sigma_u} \right)^2 \right]^m \quad (2-10)$$

2.7 *Fadiga em Processos Aleatórios*

Muitas aplicações na engenharia estrutural se deparam com a atuação de carregamentos que variam no tempo, e no espaço, de maneira aleatória. Estes carregamentos surgem seja por condições ambientais ou seja por movimentos. É o caso das forças induzidas por terremotos, ventos, ondas oceânicas e veículos (por exemplo, trens, caminhões e aeronaves). Infelizmente, os dados de teste em laboratório são quase que restritos à fadiga de espécimes sobre carregamentos de amplitude constante. Não obstante, é importante conhecer teorias ou hipóteses, verificadas experimentalmente, que permitem, com boa aproximação, utilizar as curvas S-N padrões numa análise de fadiga aleatória. Estas teorias são baseadas nos conceitos de dano cumulativos.

Muitos trabalhos de pesquisas têm sido feito na área de fadiga em processos aleatórios, entre eles incluem-se: Chang e Song (1997), Wirsching e Haugen (1974), Lutes e Larsen (1990), Wirsching e Light (1980). A figura 2-8 mostra duas amostras de processos aleatórios de tensões.

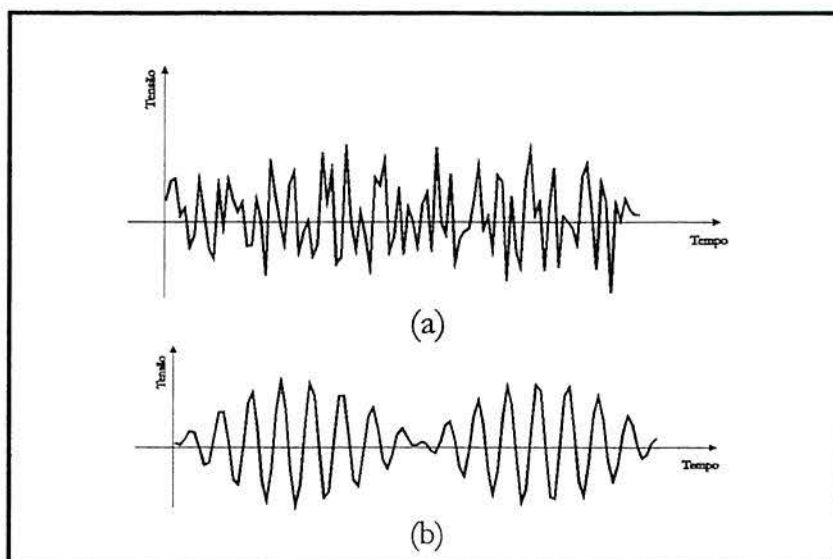


Figura 2-8: Exemplo de amostra de processos de tensão aleatória; (a) processo de banda larga; (b) processo de banda estreita

2.7.1 Hipótese de Palmgren-Miner

O postulado básico para a fadiga aleatória é do dano permanente e cumulativo, isto é, o dano causado por um nível de tensão cíclica atuante numa estrutura permanecerá durante a sua vida de serviço, e se somará com o dano causado por um nível de tensão subsequente. Quando o dano acumulado total chega a um valor crítico a estrutura rompe por fadiga.

Embora o princípio do dano cumulativo seja simples, é difícil avaliá-lo no caso de fadiga aleatória, devido à enormidade de níveis de tensões que ocorrem durante a vida de serviço da estrutura. Cada nível de tensão S_i deve estar associado a um especificado número de ciclos n_i (números de vezes que ocorre o nível de tensão S_i) para que se possa utilizar as curvas S-N.

A primeira teoria do dano cumulativo foi proposto por Palmgren em 1924 e desenvolvida por Miner em 1945. Esta teoria é conhecida como Hipótese de Palmgren-Miner ou regra do dano linear e pode ser descrita usando a figura 2-9.

Por definição da curva S-N, um nível de tensão de amplitude constante S_i irá produzir dano completo, ou seja, ruptura, em N_i ciclos. Operação ao nível de tensão S_i para um número de ciclos n_i menor do que N_i irá produzir menor dano, digamos uma fração de dano D_i . Um espectro de cargas com níveis de tensões diferentes, atuando num elemento estrutural, produzirá frações de dano D_i para cada nível de tensão S_i do espectro. Quando o somatório desses danos atinge a unidade considera-se que se produz a ruptura por fadiga, isto é, quando:

$$D_1 + D_2 + \dots + D_{i-1} + D_i \geq 1 \quad (2-11)$$

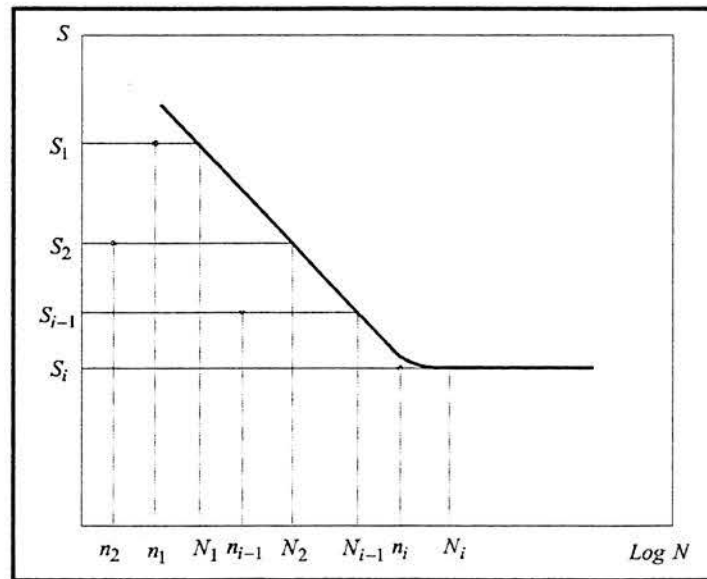


Figura 2-9: Ilustração da atuação de tensões de amplitudes variadas

A hipótese de Palmgren-Miner define que a fração do dano em qualquer nível de tensão S_i é linearmente proporcional à taxa do número de ciclos em operação n_i pelo número de ciclos N_i que ocasionaria ruptura ao mesmo nível de tensão, isto é:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (2-12)$$

Substituindo (2-12) em (2-11), a ruptura por fadiga se produz quando:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{i-1}} + \frac{n_i}{N_i} \geq 1 \quad (2-13)$$

ou

$$\sum_{k=1}^i \frac{n_k}{N_k} \geq 1 \quad (2-14)$$

Devido à simplicidade de sua formulação a lei do dano linear de Palmgren-Miner é bastante utilizada na análise de fadiga, embora, erros na previsão da ruptura possam existir devido a certas influências significativas que são desprezadas. Dados experimentais mostram que a ordem da aplicação dos vários níveis de tensões influencia na ruptura por fadiga, como também, a taxa do dano em um nível de tensão é função do histórico de tensões anteriores. Contudo, quando a tensão é um processo aleatório, resultados experimentais do somatório do dano da lei de Palmgren-Miner se aproximam da unidade quando ocorre a ruptura por fadiga. Outras leis de cumulação do dano têm sido propostas e são apresentadas em Collins (1981), Bem-Amoz (1990) e Stallmeyer e Walker (1968), mas todas são mais complexas do que a lei de Palmgren-Miner e, no entanto, não fornecem melhoras significativas na previsão de ruptura por fadiga.

2.8 Fadiga de baixo ciclo

O tratamento da fadiga de baixo ciclo é realizado com base em ciclos de deformações, onde os efeitos da deformação plástica, predominante para o nível de carregamento, são considerados. A equação que relaciona o número de ciclos para ruptura com o nível de deformações plásticas e elásticas é dada por:

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^{-a} + \varepsilon_f' (2N_f)^{-b} \quad (2-15)$$

onde ε_t é a deformação total, σ_f' é o coeficiente de resistência a fadiga, N_f é o número de ciclos para ruptura, ε_f' é o coeficiente de ductilidade em fadiga, E é o módulo de elasticidade, a e b são coeficientes provenientes de ajustes dos dados experimentais.

Capítulo 3

ELEMENTOS DE ANÁLISE ESTOCÁSTICA DE ESTRUTURAS

3.1 Introdução

A tensão que surge pela atuação da pressão do vento nos diversos pontos de uma estrutura pode ser decomposta em duas partes distintas: um valor médio e outro flutuante ou aleatório, devida, respectivamente, à velocidade média do vento e à turbulência, que pode ser considerado um processo aleatório estacionário (Blessmann, 1995). O valor médio da tensão será calculado por uma análise estática e a tensão aleatória através de uma análise da resposta de sistemas lineares à ação de um processo aleatório estacionário. A teoria de processos aleatórios pode ser encontrada em detalhes nos trabalhos de Newland (1984), Yang (1985) e Bendat e Piersen (1971) e a formulação da velocidade do vento como um processo aleatório pode ser encontrada em Simiu e Scalan (1986), Balendra (1993) e Blessmann (1995).

3.2 Processos Aleatórios

Uma grandeza que varia no tempo pode ser classificada como determinística ou aleatória. A variável é dita determinística quando seu valor pode ser determinado precisamente em qualquer ponto do tempo. É exemplo de variável determinística a carga induzida de amplitude constante nos ensaios de fadiga para a determinação das curvas S-N. Por outro lado, a variável é aleatória quando o seu valor é imprevisível para um dado tempo, podendo, apenas, ser analisada através de teorias estatísticas (por exemplo, a velocidade do vento, cargas induzidas por ondas marítimas, sismos, etc.). Um processo aleatório é definido como um conjunto ou famílias de realizações amostrais de uma variável aleatória, conforme mostra a figura 3-1:

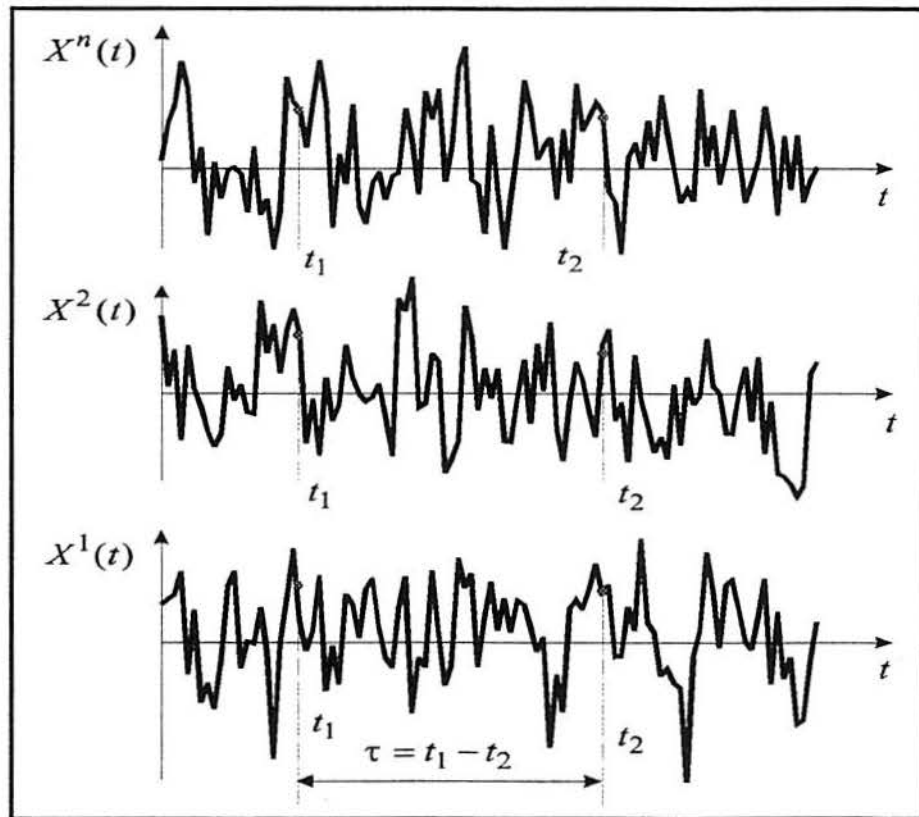


Figura 3-1: Amostras de um processo aleatório

3.2.1 Probabilidade. Funções de Probabilidade

Um processo aleatório é composto, portanto, por infinitas variáveis aleatórias: $X(t_1) = X_1$, $X(t_2) = X_2$, ..., $X(t_n) = X_n$, que podem ser caracterizadas estatisticamente através das suas funções de densidade de probabilidade. A função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X_i é definida como (Ang e Tang, 1975):

$$P_{X_i}(\alpha) = \mathbf{Prob}[X_i \leq \alpha] \quad (3-1)$$

para todo $\alpha \in R^n$. A função de densidade de probabilidade de $X(t_i)$ é qualquer função $p_{X_i}(x_i)$ definida sobre R^n que satisfaz a condição:

$$P_{x_i}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\alpha} p_{x_i}(x_i) dx \quad (3-2)$$

tal que:

$$0 \leq P_{x_i}(x) \leq 1 \quad (3-3)$$

As funções de densidade de probabilidade cruzadas das infinitas variáveis aleatórias podem ser importantes na discussão de processos aleatórios, especialmente as funções de densidade de probabilidade de segunda ordem. Seja as variáveis aleatórias $X(t_1) = X_1$ e $X(t_2) = X_2$ tiradas de um processo aleatório. A função de distribuição conjunta, entre elas, é definida como:

$$P_{x_1x_2}(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2) = \mathbf{Prob}[X_1 \leq \alpha_1, X_2 \leq \alpha_2] \quad (3-4)$$

para todo $\alpha_1, \alpha_2 \in R^n$. A função de densidade de probabilidade conjunta $p_{x_1x_2}(x_1, x_2, t_1, t_2)$ é definida da seguinte forma:

$$P_{x_1x_2}(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\alpha_1} \int_{-\infty}^{\alpha_2} p_{x_1x_2}(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (3-5)$$

Um processo aleatório é dito estacionário quando as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n são idênticas. Num processo estacionário as funções de densidade de probabilidade de primeira ordem são independentes do tempo t . Por outro lado, as funções de segunda ordem são independentes dos valores individuais dos tempos t_1 e t_2 , dependendo apenas da diferença $\tau = t_2 - t_1$.

Em alguns casos, as características de um processo aleatório podem ser definidas através das funções de densidade de probabilidade de uma função-amostra k . Quando as funções de densidade de probabilidade calculadas para diferentes funções-amostras são idênticas, o processo, além de estacionário, é dito ergódico. Um processo aleatório é dito Gaussiano quando as amostras possuem funções de densidades de probabilidades normais ou Gaussianas, representadas pela seguinte equação:

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad -\infty < x < \infty \quad (3-6)$$

onde μ é o valor médio e σ é o desvio padrão.

3.2.2 Função de Autocorrelação

Em um processo estacionário – por exemplo, a velocidade do vento – pode-se determinar o valor médio da variável pela equação:

$$\mu_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x p_x(x, t_1) dx \quad (3-7)$$

onde $E[X]$ representa o valor esperado da variável aleatória X .

Por outro lado, a parte flutuante da velocidade do vento pode ser analisada através da função de autocorrelação de um processo aleatório estacionário:

$$R_x(\tau) = E[X(t) \cdot X(t + \tau)] \quad (3-8)$$

A função de autocorrelação fornece uma noção de dependência entre os valores da variável aleatória nos tempos t_1 e $t_2 = t_1 + \tau$.

Sejam X e Y dois processos aleatórios distintos, defini-se a correlação conjunta como:

$$R_{xy}(\tau) = E[X(t) \cdot Y(t + \tau)] \quad (3-9)$$

3.2.3 Densidade Espectral de Potência

Em problemas de vibrações aleatórias, uma forma mais útil de se analisar estatísticas de segunda ordem é a função de densidade espectral de potência $S_x(\omega)$, ao invés da função de autocorrelação. A função de densidade espectral de potência (f.d.e.p.) de um processo aleatório estacionário é definido como a transformada de Fourier da função de autocorrelação:

$$S_X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (3-10)$$

Usando a lei de transformação inversa, tem-se:

$$R_X(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_X(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3-11)$$

Por definição:

$$\sigma_{RMS}^2 = R_X(0) = E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(\omega) d\omega \quad (3-11)$$

onde $E[X^2]$ é o valor quadrático médio do processo aleatório estacionário. Por conseguinte, $S_X(\omega)$ representa a distribuição do valor quadrático médio no domínio da frequência.

A função densidade espectral de potência cruzada de dois processos estacionários X e Y distintos é definido como:

$$S_{XY}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{XY}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (3-12)$$

Conseqüentemente, $S_{XY}(\omega)$ e $R_{XY}(\tau)$ constituem, também, pares de transformadas complexas de Fourier, ou seja que:

$$R_{XY}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XY}(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3-13)$$

Verifica-se que a função de densidade espectral de potência (f.d.e.p.) é uma função par e não negativa, ou seja:

$$S_X(-\omega) = S_X(\omega) \quad (3-14)$$

$$S_X(\omega) \geq 0 \quad (3-15)$$

Assim, define-se a função de densidade espectral de potência de um ramo (“one-side”) como:

$$\begin{aligned} G_X(\omega) &= 2S_X(\omega) & \text{para} & \quad 0 \leq \omega < \infty \\ G_X(\omega) &= 0 & \text{para} & \quad \omega < 0 \end{aligned} \quad (3-16)$$

A função de densidade de potência cruzada de um ramo pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} G_{XY}(\omega) &= 2S_{XY}(\omega) = C_{XY}(\omega) - iQ_{XY}(\omega) & \text{para} & \quad 0 \leq \omega < \infty \\ G_{XY}(\omega) &= 0 & \text{para} & \quad \omega < 0 \end{aligned} \quad (3-17)$$

em que a função C_{XY} é denominada de densidade espectral coincidente (co-espectro) e Q_{XY} é conhecida como espectro de quadratura (quad-espectro).

3.3 Análise de Sistemas Lineares no Domínio da Frequência

3.3.1 Equação do Movimento

Para o cálculo da resposta em tensões aleatórias de estruturas lineares sujeitas a ação do vento, e por conseguinte, a análise de fadiga, foi desenvolvido um programa computacional, nomeado FATIGUE. A modelagem numérica da estrutura se fará com a teoria de elementos finitos, usando elementos tridimensionais. A resolução da equação do movimento é feita através de uma análise modal no domínio da frequência, e portanto, fazendo-se uso das frequências naturais e modos de vibrações do sistema para a redução dos graus de liberdade.

Em uma estrutura com comportamento linear, discretizada no espaço com vários graus de liberdade, sujeita a carregamentos dinâmicos, a equação que governa o sistema é:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{q}(t) \quad (3-18)$$

onde:

\mathbf{M} é uma matriz real positiva definida com dimensões $N \times N$ e representa a massa do sistema.

\mathbf{C} é uma matriz positiva semi-definida com dimensões $N \times N$ e representa o amortecimento do sistema, que satisfaz a condição de Fawzi (1977).

\mathbf{K} é uma matriz positiva semi-definida com dimensões $N \times N$ e representa rigidez do sistema.

\vec{u} é o vetor das componentes das acelerações nos pontos discretos da estrutura.

$\vec{\dot{u}}$ é o vetor das componentes das velocidades

\vec{u} é o vetor dos componentes dos deslocamentos

\vec{q} é o vetor das forças que atuam na estrutura. No caso, as componentes deste vetor são processos aleatórios estacionários.

3.3.2 Formulação do método dos Elementos Finitos

As matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} em (3-18), para um elemento finito tridimensional, serão formadas como segue:

Inicialmente são montadas as matrizes de massa \mathbf{M}^e e de rigidez \mathbf{K}^e para cada elemento, e que vem dadas por (Bathe, 1994):

$$\mathbf{M}^e = \int_V \rho \vec{N}^T \vec{N} dV \quad (3-19)$$

$$\mathbf{K}^e = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (3-20)$$

onde:

ρ é a massa específica do material.

V é o volume do elemento finito.

\vec{N} é o vetor que contém as funções de formas do elemento.

B é a matriz que contém as derivadas da função de forma do elemento.

D é a matriz que contém as relações constitutivas de um material elástico.

A matriz constitutiva **D** relaciona o vetor de tensões $\vec{\sigma}$ com o vetor de deformações $\vec{\varepsilon}$, em um ponto do elemento, como segue:

$$\vec{\sigma} = \mathbf{D}\vec{\varepsilon} \quad (3-21)$$

Para o caso tridimensional a matriz constitutiva elástica linear de um material isótropo vem dada por:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

onde E e ν são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material.

Para o cálculo das integrais das equações (3-19) e (3-20) utiliza-se as fórmulas de integração numérica de Gauss-Legendre.

Uma vez calculada as matrizes de massa e de rigidez dos elementos, através das equações (3-19) e (3-20) monta-se as matrizes de massa **M** e de rigidez **K** globais da estrutura, fazendo:

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{N_e} \mathbf{M}_i^e \quad (3-23)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{N_e} \mathbf{K}_i^e \quad (3-24)$$

A figura 3-2 mostra o tipo de elemento utilizado pelo programa FATIGUE.

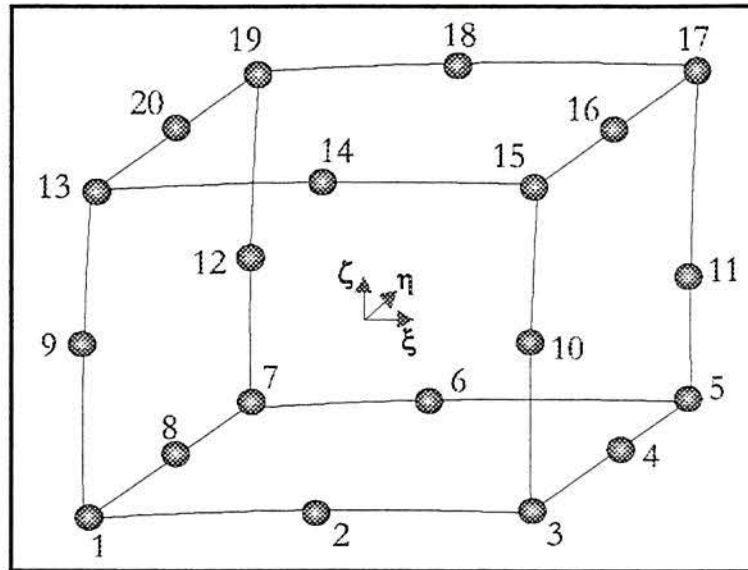


Figura 3-2: Tipo de elementos usado pelo programa FATIGUE: elemento sólido de 20 nós.

Detalhes sobre o MEF encontra-se em: Hughes (1987), Zienkiewicz e Taylor (1989), Bathe (1996) e em Awruch e Di Rado (1997).

3.3.3 Cálculo de Deslocamentos e Tensões Médias

Depois de montada a matriz de rigidez global da estrutura, pode-se determinar, diretamente do vetor de forças médias \bar{q}_m atuantes na estrutura, o vetor de deslocamentos médios \bar{u}_m nos pontos discretos. A relação linear para esta análise estática, considerando apenas os valores médios, é:

$$\mathbf{K}\bar{u}_m = \bar{q}_m \quad (3-25)$$

portanto,

$$\bar{u}_m = \mathbf{K}^{-1}\bar{q}_m \quad (3-26)$$

A resolução do sistema (3-26), que resulta na inversão da matriz \mathbf{K} , é feita por um método de solução numérica de sistemas de equações algébricas (Bathe, 1996). De posse dos deslocamentos médios determina-se, no método dos elementos finitos, as deformações médias nos pontos de integração por:

$$\vec{\varepsilon}_m^i = \mathbf{B}_i \vec{u}_m^e \quad (3-27)$$

onde:

$\vec{\varepsilon}_m^i$ é o vetor de deformações médias para o ponto de integração i .

\mathbf{B}_i é uma matriz que contém as derivadas das funções de forma avaliadas no ponto de integração i .

\vec{u}_m^e é o vetor de deslocamentos médios dos nós do elemento.

As tensões médias também são avaliadas nos pontos de integração, através da expressão:

$$\vec{\sigma}_m^i = \mathbf{D} \vec{\varepsilon}_m^i \quad (3-28)$$

ou

$$\vec{\sigma}_m^i = \mathbf{D} \mathbf{B}_i \vec{u}_m^e \quad (3-29)$$

onde:

$\vec{\sigma}_m^i$ é o vetor de tensões médias no ponto de integração i .

3.3.4 Cálculo de Freqüências Naturais e Modos de Vibração

Para a análise no domínio da freqüência da equação do movimento (3-18), que será desenvolvida adiante, é necessário acrescentar ao programa uma rotina para o cálculo das freqüências e modos de vibrações da estrutura. Será utilizado o método de iteração por subespaço desenvolvido por Bathe (1996).

O cálculo de freqüências naturais e modos de vibrações consiste na resolução do seguinte problema de autovalores e autovetores:

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Lambda \quad (3-30)$$

onde:

\mathbf{K} é a matriz de rigidez calculada por (3-24).

\mathbf{M} é a matriz de massa calculada por (3-23)

$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_p]$ é a matriz modal, que contém p autovalores (modos de vibrações).

$\Lambda = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_i^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix}$ é uma matriz diagonal de dimensões $p \times p$ que contém os autovalores (quadrados das frequências naturais do sistema, em rad/s).

Além da relação (3-30), os autovetores também satisfazem as condições de ortogonalidade com a matriz de rigidez e ortonormalidade com a matriz de massas, ou seja:

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda \quad (3-31)$$

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (3-32)$$

onde:

\mathbf{I} é matriz identidade de ordem p .

Essencialmente, o método de iteração por subespaço consiste de três passos:

1. Estabelecer q vetores de iteração iniciais, $q > p$, onde p é o número de autovalores e autovetores a ser calculados.
2. Usar simultaneamente os métodos de iteração inversa nos q vetores e análise de Ritz para extrair as melhores aproximações dos autovalores e autovetores (ver Bathe, 1996).
3. Depois da convergência, usar o método de checagem de Sturm para verificar se realmente os autovalores e autovetores desejados foram os calculados.

A cada iteração $k+1$ do método encontra-se uma base ortogonal E_{k+1} , formada pelos vetores que compõem a matriz \mathbf{X}_{k+1} e também calcula-se os autovetores (que serão os desejados quando $k \rightarrow \infty$).

Para $k = 1, 2, \dots$, iterações de E_k para E_{k+1} , calcula-se:

$$\mathbf{K} \bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{M} \mathbf{X}_k \quad (3-33)$$

Encontra-se as projeções das matrizes \mathbf{K} e \mathbf{M} na base E_{k+1} , fazendo:

$$\bar{\mathbf{K}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \mathbf{K} \bar{\mathbf{X}}_{k+1} \quad (3-34)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \mathbf{M} \bar{\mathbf{X}}_{k+1} \quad (3-35)$$

Resolve-se o problema de autovalores e autovetores das projeções das matrizes \mathbf{K} e \mathbf{M} :

$$\bar{\mathbf{K}}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1} = \bar{\mathbf{M}}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1} \Lambda_{k+1} \quad (3-36)$$

Encontra-se uma aproximação melhorada para os autovetores:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1} \quad (3-37)$$

Então, desde que os vetores iniciais \mathbf{X}_1 não sejam ortogonais aos autovetores desejados, têm-se:

$$\Lambda_{k+1} \rightarrow \Lambda \text{ e } \mathbf{X}_{k+1} \rightarrow \Phi \text{ quando } k \rightarrow \infty.$$

Detalhes do método podem ser encontrados no livro do Bathe (1996).

3.3.5 Determinação da Matriz de Amortecimento

Um dos aspectos mais delicados na análise da equação diferencial de segunda ordem (3-18) é a determinação da matriz de amortecimento cinemático \mathbf{C} . Ao contrário das matrizes de rigidez e de massa \mathbf{K} e \mathbf{M} , em geral, ela não pode ser determinada diretamente dos elementos. Para este propósito algumas considerações teórico-experimentais e numéricas são assumidas. Primeiramente, a resistência à vibração da estrutura é linearmente proporcional à velocidade na qual os diversos pontos da estrutura está submetida. De âmbito numérico, a análise modal é particularmente efetiva quando se pode considerar que os autovetores também sejam ortogonais a matriz de amortecimento \mathbf{C} , no caso:

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & 2\zeta_r \omega_r & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \zeta_r & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \Lambda^{1/2} = 2 \mathbf{Z} \Lambda^{1/2} \quad (3-38)$$

onde ζ_r é a taxa de amortecimento crítico no r -ésimo modo de vibração e ω_r é a frequência natural do sistema no mesmo modo. Como se verá adiante, a relação (3-38) juntamente com as relações (3-31) e (3-32) permitem desacoplar a equação diferencial (3-18) em p equações diferenciais de uma única variável, referente a cada um dos p modos de vibrações. Em vista disso, não se faz necessário o conhecimento dos elementos da matriz \mathbf{C} , mas apenas os valores das razões de amortecimentos críticos.

O amortecimento em um modo poderia ser observado em um modelo ou na estrutura real, por exemplo, pela imposição de condições iniciais correspondente àquele modo e medindo o decaimento durante as vibrações livres amortecidas. De fato, a determinação experimental das taxas de amortecimentos críticos ζ_r , e a aproximação, em muitos casos de forma realística, ao comportamento amortecido do sistema estrutural, é uma importante consideração. Infelizmente, na prática, a determinação destas taxas de amortecimento crítico referentes a todos os modos de vibrações usados em uma análise é impossível. Se se conhece ao menos as taxas referentes ao primeiro e segundo modo ζ_1 e ζ_2 pode-se determinar os demais assumindo o amortecimento de Rayleigh:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3-39)$$

onde α e β são constantes a ser determinadas de duas taxas de amortecimento crítico que corresponde a duas frequências de vibrações-distintas.

Pré-multiplicando e pós-multiplicando (3-39), respectivamente, por Φ^T e Φ , obtêm-se, usando as relações (3-31), (3-32) e (3-38):

$$\alpha + \beta \omega_r^2 = 2\omega_r \zeta_r \quad (3-40)$$

Usando esta relação para ω_1, ζ_1 e ω_2, ζ_2 , obtêm-se duas equações para α e β , que resolvidas dão:

$$\alpha = 2\omega_1 \left(\omega_1 \zeta_1 - \frac{\omega_1 \zeta_1 - \omega_2 \zeta_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right) \quad (3-41)$$

$$\beta = 2 \left(\frac{\omega_1 \zeta_1 - \omega_2 \zeta_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right) \quad (3-42)$$

Portanto, conhecidos os valores de α e β determina-se as taxas de amortecimentos críticos para os demais modos de vibrações. Empregando a expressão (3-40), tem-se:

$$\zeta_r = \frac{\alpha + \beta \omega_r^2}{2\omega_r} \quad (3-43)$$

3.3.6 Análise Modal no Domínio da Freqüência

A introdução do sistema de coordenadas modais:

$$\vec{u} = \Phi \vec{\eta} \quad (3-44)$$

permite desacoplar a equação (3-18) quando \mathbf{C} satisfaz a relação (3-38). Substituindo (3-44) em (3-18), e pré-multiplicando por Φ^T , obtêm-se:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\vec{\eta}} + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\vec{\eta}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \vec{\eta} = \Phi^T \vec{q}(t) \quad (3-45)$$

Utilizando-se das relações (3-31), (3-32) e (3-38), a equação (3-45) fica:

$$\mathbf{I} \ddot{\vec{\eta}} + 2\mathbf{Z} \Lambda^{1/2} \dot{\vec{\eta}} + \Lambda \vec{\eta} = \Phi^T \vec{q}(t) = \vec{q}_G(t) \quad (3-46)$$

Aplicando a transformada de Fourier em (3-46), tem-se:

$$-\omega^2 \mathbf{I} \vec{\eta}(\omega) + 2i\omega \mathbf{Z} \Lambda^{1/2} \vec{\eta}(\omega) + \Lambda \vec{\eta}(\omega) = \vec{q}_G(\omega) \quad (3-47)$$

Isolando $\vec{\eta}(\omega)$, pode-se escrever que:

$$\vec{\eta}(\omega) = \left(-\omega^2 \mathbf{I} + 2i\omega \mathbf{Z} \Lambda^{1/2} + \Lambda \right)^{-1} \vec{q}_G(\omega) \Rightarrow \vec{\eta}(\omega) = \mathbf{H}_G(\omega) \vec{q}_G(\omega) \quad (3-48)$$

onde:

$\bar{\eta}(\omega)$ é a transformada de Fourier de $\bar{\eta}(t)$.

$\bar{q}_G(\omega)$ é a transformada de Fourier de $\bar{q}_G(t)$.

e

$$\mathbf{H}_G(\omega) = \left(-\omega^2 \mathbf{I} + 2i\omega \mathbf{Z} \Lambda^{1/2} + \Lambda \right)^{-1} \quad (3-49)$$

é a matriz função de resposta complexa modal do sistema.

A relação entre as funções de densidade espectral de potência de uma excitação X e da resposta Y é:

$$S_Y(\omega) = H(\omega) H^*(\omega) S_X(\omega) \quad (3-50)$$

ou, alternativamente,

$$S_Y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_X(\omega) \quad (3-51)$$

onde, $H^*(\omega)$ é o conjugado de $H(\omega)$.

Escrevendo (3-50) em forma matricial para $\bar{\eta}(\omega)$, $\mathbf{H}_G(\omega)$ e $\bar{q}_G(\omega)$, fica:

$$\mathbf{S}_\eta(\omega) = \mathbf{H}_G \mathbf{S}_{q_G} \mathbf{H}_G^* \quad (3-52)$$

onde:

$\mathbf{S}_\eta(\omega)$ é a matriz f.d.e.p. das coordenadas modais, onde os elementos da diagonal são as densidades espectrais de potência e os elementos fora dela são as densidades cruzadas de potência.

$\mathbf{H}_G(\omega)$ é uma matriz diagonal.

$\mathbf{S}_{q_G}(\omega)$ é a matriz f.d.e.p. das forças generalizadas.

De (3-46) têm-se:

$$\bar{q}_G(t) = \Phi^T \bar{q}(t) \quad (3-53)$$

Calculando a função de autocorrelação da função $\bar{q}_G(t)$, de acordo com (3-8):

$$\mathbf{R}_{q_G}(\tau) = E[\bar{q}_G(t)\bar{q}_G^T(t+\tau)] \quad (3-54)$$

e substituindo (3-53) em (3-54) têm-se:

$$\mathbf{R}_{q_G}(\tau) = \Phi^T E[\bar{q}(t)\bar{q}^T(t+\tau)]\Phi \Rightarrow \mathbf{R}_{q_G}(\tau) = \Phi^T \mathbf{R}_q(\tau)\Phi \quad (3-55)$$

onde:

$\mathbf{R}_{q_G}(\tau)$ é a matriz função de correlação das forças generalizadas.

$\mathbf{R}_q(\tau)$ é a matriz de correlação das forças aplicadas.

Os elementos da diagonal da matriz de correlação corresponde à função de autocorrelação e os elementos fora dela à função de correlação cruzada.

Aplicando a transformada de Fourier em (3-55), e lembrando da relação (3-12), fica:

$$\mathbf{S}_{q_G}(\omega) = \Phi^T \mathbf{S}_q(\omega)\Phi \quad (3-56)$$

onde:

$\mathbf{S}_{q_G}(\omega)$ é a matriz função densidade espectral de potência das forças generalizadas.

$\mathbf{S}_q(\omega)$ é a matriz função densidade espectral de potência das forças aplicadas.

Calculando a função de autocorrelação dos deslocamentos globais $\bar{u}(t)$, obtêm-se:

$$\mathbf{R}_u(\tau) = E[\bar{u}(t)\bar{u}^T(t)] \quad (3-57)$$

Substituindo (3-44) em (3-57), fica:

$$\mathbf{R}_u(\tau) = \Phi \mathbf{R}_\eta(\tau) \Phi^T \quad (3-58)$$

por conseguinte, pode-se escrever que:

$$\mathbf{S}_u(\omega) = \Phi \mathbf{S}_\eta(\omega) \Phi^T \quad (3-59)$$

Substituindo (3-56) em (3-52), e esta por sua vez em (3-59), tem-se:

$$\mathbf{S}_u(\omega) = \Phi \mathbf{H}_G \Phi^T \mathbf{S}_q \Phi \mathbf{H}_G^* \Phi^T \quad (3-60)$$

chamando

$$\mathbf{H} = \Phi \mathbf{H}_G \Phi^T \quad (3-61)$$

obtém-se

$$\mathbf{S}_u(\omega) = \mathbf{H} \mathbf{S}_q(\omega) \mathbf{H}^* \quad (3-62)$$

A equação (3-62) relaciona a matriz função densidade espectral de potência dos deslocamentos globais $\mathbf{S}_u(\omega)$ com a matriz de função densidade espectral de potência das forças aplicadas $\mathbf{S}_q(\omega)$ através da matriz função complexa de transferência do sistema $\mathbf{H}(\omega)$.

3.3.7 Cálculo das Tensões Aleatórias

Análogo a (3-29), para elementos finitos, têm-se:

$$\vec{\sigma}(t) = \mathbf{D} \mathbf{B} \vec{u}_e(t) \quad (3-63)$$

que relaciona o histórico das tensões, em um ponto de integração, com o histórico dos deslocamentos dos nós do elemento. A matriz função de correlação das tensões é:

$$\mathbf{R}_\sigma(\tau) = E[\vec{\sigma}(t)\vec{\sigma}^T(t+\tau)] \quad (3-64)$$

Aplicando (3-63) em (3-64), fica:

$$\mathbf{R}_\sigma(\tau) = \mathbf{DBE}[\vec{u}_e(t)\vec{u}_e^T(t+\tau)]\mathbf{B}^T\mathbf{D}^T \Rightarrow \mathbf{R}_\sigma(\tau) = \mathbf{DBR}_u(\tau)\mathbf{B}^T\mathbf{D}^T \quad (3-65)$$

Aplicando a transformada de Fourier em (3-65), têm-se:

$$\mathbf{S}_\sigma(\omega) = \mathbf{DBS}_u(\omega)\mathbf{B}^T\mathbf{D}^T \quad (3-66)$$

A equação (3-66) relaciona a matriz função densidade espectral de potência das tensões num ponto de integração com a matriz função densidade espectral de potência dos deslocamentos dos nós do elemento, calculada por (3-62).

Capítulo 4

ALGUNS ASPECTOS DO EFEITO DO VENTO NAS ESTRUTURAS

4.1 Introdução

Este capítulo trata resumidamente de alguns aspectos da ação do vento em estruturas, principalmente de sua modelagem numérica para aplicação na análise de fadiga em estruturas tipos torres cilíndricas.

O vento é o movimento do ar causado por condições térmicas e de pressões na atmosfera terrestre. Este movimento sobre a superfície da terra afeta todos os tipos de obstáculos encontrados pelo caminho, inclusive obras de engenharia, e muitas vezes, o vento atua nas estruturas de maneira bastante nociva, devendo então ser considerado no dimensionamento de seus elementos. Em consequência da característica dinâmica do vento, a fadiga pode tornar-se um item importante na verificação da durabilidade e confiabilidade de muitas estruturas civis e mecânicas. Para tanto, a velocidade do vento pode sempre ser composta de um somatório de uma parte constante ou média \bar{V} e uma parte flutuante $v(t)$, considerada como um processo aleatório estacionário e ergódico, causada por agitações mecânicas do ar, isto é:

$$V(t) = \bar{V} + v(t) \quad (4-1)$$

O tratamento fundamental da engenharia do vento é apresentado por Balendra (1993), Simiu e Scalan (1986) e Blessmann (1995 e 1990), e suas informações podem ser empregadas para análises de sistemas estruturais sob efeitos da ação do vento. Estes livros também fornecem bastantes informações com respeito as densidades espectrais de potências das flutuações, coeficientes de arrasto e efeitos de desprendimento de vórtices.

4.2 Velocidade Média do Vento

A velocidade do vento em grandes alturas acima da superfícies da terra é constante e chamada de velocidade gradiente \bar{V}_g . Próximo a superfícies da terra a velocidade do vento é afetada por forças de fricção causadas pelo terreno, e existe uma camada limite na qual a velocidade do vento varia de zero à velocidade gradiente, como mostra a figura 4-1. A espessura da camada limite, chamada altura gradiente z_g , depende da rugosidade do terreno (por exemplo: árvores, morros, construções, etc.).

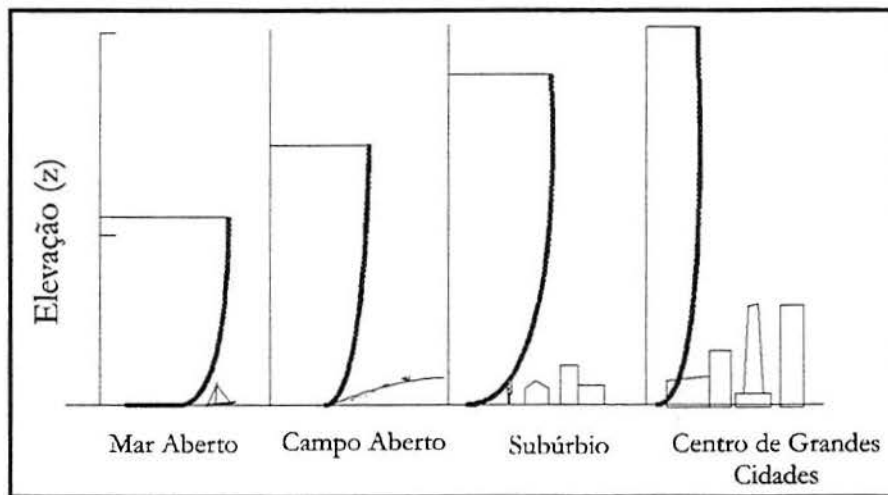


Figura 4-1: Perfis de velocidade média do vento com altura gradiente para diferentes terrenos

O perfil da velocidade média dentro da camada limite atmosférica pode ser descrito por uma lei de potência:

$$\bar{V}(z) = \bar{V}(z_{ref}) \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^p \quad (4-2)$$

onde $\bar{V}(z)$ é a velocidade média na altura z , $\bar{V}(z_{ref})$ é a velocidade média em uma altura de referência z_{ref} , geralmente tomada como $10m$, e p é um expoente que depende da rugosidade do terreno.

Alternativamente à lei de potência, e cientificamente mais correta, existe a lei logarítmica, dada pela seguinte expressão:

$$\bar{V}(z) = \frac{1}{k} u_* \ln \left(\frac{z - z_d}{z_0} \right) \quad (4-3)$$

sendo $k \cong 0,4$ a constante de Kármán, u_* a velocidade de fricção, z_0 o comprimento de rugosidade e z_d a altura do “plano zero” (onde a velocidade é nula).

No cálculo da velocidade do vento, atuante em uma edificação, devem-se considerar os fatores que influenciam no perfil de velocidade média, tais como a topografia da região, a rugosidade do terreno, as dimensões da edificação (para levar em conta um tempo de duração de rajadas suficientes para causar pressões plenamente desenvolvidas em toda a edificação), a altura sobre o terreno e o grau de segurança desejada para a edificação. Segundo a norma brasileira NBR-6123/87 (“Forças Devidas ao Vento em Edificações”, 1987), o perfil de velocidade é dado por:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (4-4)$$

onde:

V_k (m/s) é a velocidade característica do vento que permite determinar a pressão dinâmica q (N/m²) pela expressão:

$$q = 0,613 V_k^2 \quad (4-5)$$

V_0 (m/s) é a velocidade básica, ou seja, a velocidade média do vento medida sobre 3 segundos, que pode ser excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 m sobre o nível do terreno em lugar aberto e plano (Categoria II). A figura 1 da NBR-6123/87 apresenta as isopletas da velocidade básica do vento para todo o Brasil.

S_1 é o fator topográfico.

S_2 é um fator que leva em conta a rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno.

S_3 é um fator baseado em conceitos estatísticos e considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação.

O fator S_2 depende da altura sobre o terreno, conseqüentemente a velocidade característica V_k e, por sua vez, a pressão dinâmica q também dependem

desta altura, formando o perfil de velocidade média, baseado na lei de potência. Os fatores S_1 , S_2 e S_3 podem ser determinados pela NBR-6123/87.

Pela definição da velocidade básica V_0 , o perfil da velocidade característica V_k (4-4) representa um vento forte com período de retorno de 50 anos, o qual se atuasse em uma estrutura alteada, constantemente, a levaria a ruptura por fadiga em poucos anos (ver capítulo 6: Aplicações). No entanto, na realidade, o perfil de velocidade média varia com o tempo e com valores, normalmente, muito abaixo daqueles dado pela equação (4-4) e dessa forma, a velocidade do vento não representa um processo estacionário. Não obstante, pode-se considerá-la como um somatório de processos estacionários, cada qual com uma velocidade média e tempos de atuações distintos.

A seguir é mostrado no gráfico 4-2 a velocidade média, em uma altura de 10 m, pelo seu tempo de superação em dias, no ano de 1996 para uma região de Porto Alegre e outra de Santa Maria (dados fornecidos pelo Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade (LDEC) da Escola de Engenharia da UFRGS).

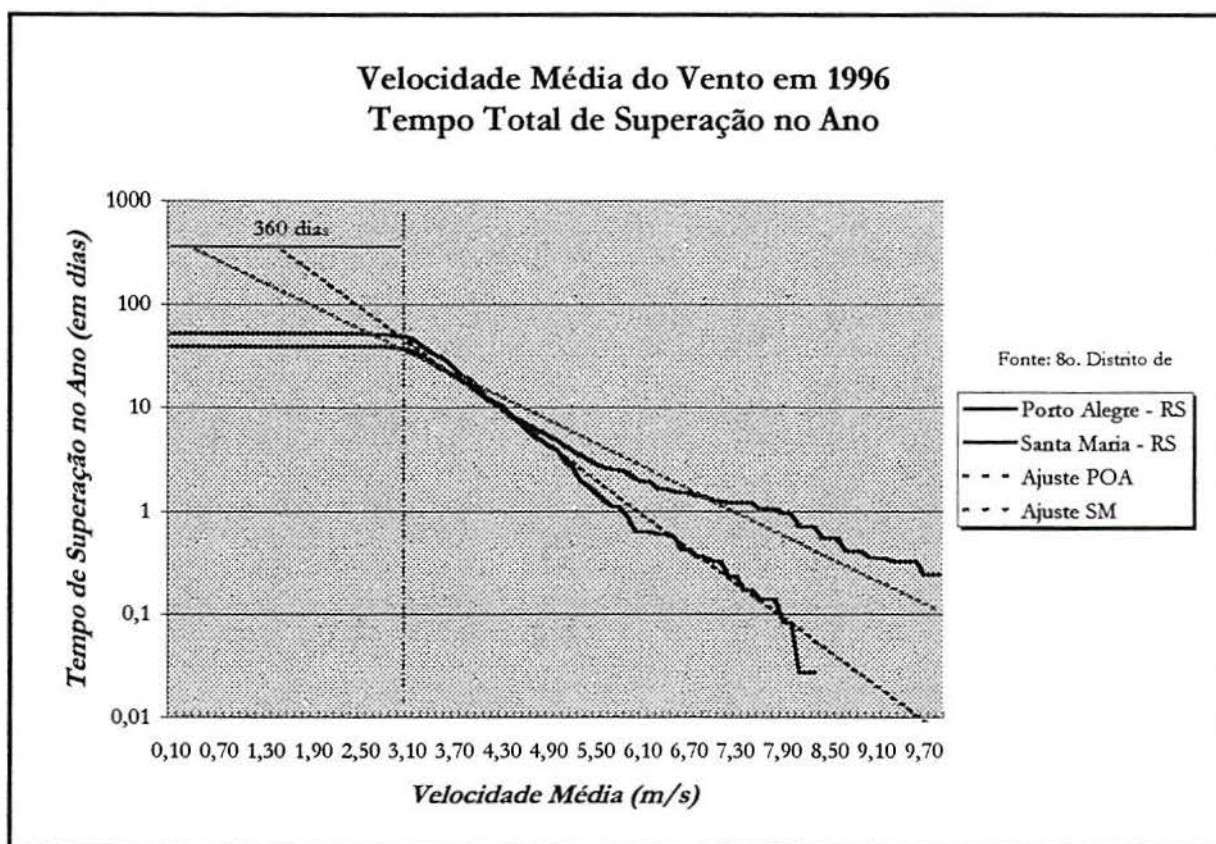


Figura 4-2: Velocidade média do vento em 1996: dados de Porto Alegre e Santa Maria

Da mesma fonte foi obtida a tabela 4-1, onde apresenta-se o tempo de duração anual das diversas velocidades médias e sua frequência relativa no ano de 1996 para estas regiões.

Tabela 4-1: VELOCIDADE MÉDIA DO VENTO EM 1996: TEMPO DE DURAÇÃO E FREQUÊNCIA RELATIVA

Velocidade Média	PORTO ALEGRE		SANTA MARIA	
	Tempo	Freq. Rel. (%)	Tempo	Freq. Rel. (%)
0,50m/s	-	-	45,9198 dias	12,7555
1,00m/s	-	-	108,3781 dias	30,1050
1,50m/s	23,8455 dias	6,6238	70,9806 dias	19,7168
2,00m/s	158,6096 dias	44,0582	46,4877 dias	12,9132
2,50m/s	83,7720 dias	23,2700	30,4464 dias	8,4573
3,00m/s	44,2454 dias	12,2904	19,9404 dias	5,5390
3,50m/s	23,3688 dias	6,4913	13,0597 dias	3,6277
4,00m/s	12,3426 dias	3,4285	8,5532 dias	2,3759
4,50m/s	6,5189 dias	1,8108	5,6018 dias	1,5561
5,00m/s	3,4431 dias	0,9541	3,6688 dias	1,0191
5,50m/s	1,8185 dias	0,5051	2,4028 dias	0,6675
6,00m/s	23,052 horas	0,2668	1,5737 dias	0,4371
6,50m/s	12,1752 horas	0,1409	1,0307 dias	0,2863
7,00m/s	6,4296 horas	0,0744	16,2000 horas	0,1875
7,50m/s	3,396 horas	0,0393	10,6104 horas	0,1228
8,00m/s	1,7928 horas	0,0208	6,9480 horas	0,0807
8,50m/s	56,88 min	0,0110	4,5504 horas	0,0527
9,00m/s	53,6979 min	0,0058	2,9808 horas	0,0345
9,50m/s	15,84 min	0,0031	1,9512 horas	0,0226
10,00m/s	7,056 min	0,0014	1,0632 horas	0,0123

Os perfis de velocidades médias são determinados pela equação (4-2), onde $Z_{ref} = 10m$ e o expoente p é dado pela NBR-6123/87 para diversas categorias de terrenos e intervalos de tempo para o cálculo da velocidade média. A tabela 4-2 mostra estes valores para as cinco categorias de terreno da norma e intervalo de tempo de 10min.

Tabela 4-2: PARÂMETROS QUE VARIAM COM A CATEGORIA DE RUGOSIDADE DO TERRENO

	Categoria I	Categoria II	Categoria III	Categoria IV	Categoria V
p (10min)	0,07	0,10	0,115	0,135	0,175
C_{ar}	0,0028	0,0065	0,013	0,030	0,083
Z_0	0,005	0,07	0,30	1,00	2,50

Na tabela 4-2 C_{ar} é o coeficiente de arrasto e Z_0 é o comprimento da rugosidade em metros. As categorias de rugosidade são definidas como:

Categoria I: Superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5km de extensão, medida na direção e sentido do vento incidente. Exemplos:

- ❖ mar calmo;
- ❖ lagos e rios;
- ❖ pântanos sem vegetação.

Categoria II: Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas. Exemplos:

- ❖ zonas costeiras planas;
- ❖ pântanos com vegetação rala;
- ❖ campos de aviação;
- ❖ pradarias e charnecas;
- ❖ fazendas sem sebes ou muros.

Categoria III: Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas. Exemplos:

- ❖ granjas e casa de campo, com exceção das partes com matos;
- ❖ fazendas com sebes e/ou muros;
- ❖ subúrbio a considerável distância do centro, com casas baixas e esparsas.

Categoria IV: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona forestal, industrial ou urbanizada. Exemplos:

- ❖ zonas de parques e bosques com muitas árvores;
- ❖ cidades pequenas e seu arredores;
- ❖ áreas industriais plena ou parcialmente desenvolvidas.

Categoria V: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e poucos espaçados. Exemplo:

- ❖ florestas com árvores altas de copas isoladas;
- ❖ centros de grandes cidades;
- ❖ complexo industriais bem desenvolvidos.

4.3 Turbulência

Como visto anteriormente, a velocidade do vento é composta de uma média e flutuações em torno deste valor médio em três direções (fig. 4-3). Estas flutuações ocorrem em seqüência aleatória de freqüências e de intensidade, causadas pela turbulência que surge quando o vento atinge obstáculos. Em geral, a velocidade do vento pode ser representada em forma vetorial como:

$$V(z,t) = \bar{V}(z)\bar{i} + u(z,t)\bar{i} + v(z,t)\bar{j} + w(z,t)\bar{k} \quad (4-6)$$

onde $u = v_1$, $v = v_2$, e $w = v_3$ são as componentes das flutuações da velocidade nas direções X , Y e Z (eixos longitudinal, lateral e vertical), e $\bar{V}(z)$ é a velocidade média ao longo do eixo X . A componente longitudinal (na direção do vento) da flutuação v_1 é a maior e a mais importante para estruturas alteadas, tais como torres cilíndricas e torres de transmissão por serem flexíveis na direção do vento. Por isso, neste trabalho dá-se-à ênfase ao cálculo da componente longitudinal da velocidade do vento. Por tratar-se de um fenômeno aleatório (sendo considerado um processo estacionário e ergódico), o estudo destas flutuações é feito por meio da teoria da probabilidade e de médias estatísticas, utilizando-se as teorias de processos estocásticos visto no capítulo 3.

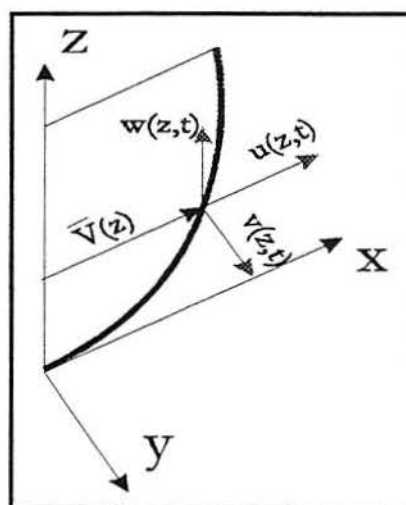


Figura 4-3: : Componentes de turbulência da velocidade do vento.

A medida global da intensidade da turbulência longitudinal é dada pela raiz quadrada do valor quadrático médio (r.m.s), ou pelo desvio padrão σ_1 quando considera-se o seu valor médio igual a zero. O valor de σ_1 dividido pela velocidade média define a **intensidade de turbulência**, $I_1(z)$, dada por:

$$I_1(z) = \frac{\sigma_1}{\bar{V}(z)} \quad (4-7)$$

a qual cresce com a rugosidade do terreno e diminui com a altura.

Para o cálculo de σ_1 utiliza-se a fórmula de Harris-Davenport, que considera o desvio padrão da componente longitudinal invariante com a altura:

$$\sigma_1 = 2,58 \sqrt{C_{as}} \bar{V}(10) \quad (4-8)$$

onde $\bar{V}(10)$ é a velocidade média sobre uma hora, a dez metros de altura e C_{as} é o coeficiente de arrasto superficial (Blessmann, 1995), que depende da categoria de rugosidade do terreno e pode ser tomada da tabela 4-1.

As características espaciais da turbulência podem ser quantificadas através das **escalas da turbulência**, que são parâmetros que servem para avaliar as dimensões dos maiores turbilhões em uma determinada direção. A escala de turbulência longitudinal L_{11} pode ser dada pela expressão:

$$L_{11}(z) = 25z^{0,35} z_0^{-0,063} \quad \text{em metros} \quad (4-9)$$

onde z_0 é o comprimento de rugosidade do terreno que pode assumir os valores mostrados na tabela 4-1. Existem outras fórmulas alternativas para expressar a escala de turbulência longitudinal (Blessmann, 1995).

4.3.1 Espectro da Componente Longitudinal da Turbulência

Algumas expressões da função de densidade espectral de potência para a componente longitudinal das flutuações do vento são apresentadas por Blessmann (1995), Balendra (1993), Simiu e Scalan (1986) e Simiu (1974). Entre elas, destacam-se as seguintes:

Espectro de Davenport

$$S_1(f) = \frac{2\sigma_1^2}{f} \frac{X_1^2}{3\sqrt{(1+X_1^2)^4}} \quad (4-10)$$

onde:

f é a frequência em Hertz

$S_1(f)$ é a densidade espectral de potência da componente longitudinal da turbulência na frequência f (e em uma cota z , geralmente não incluída no símbolo).

X_1 é a frequência adimensional, dada por:

$$X_1(z) = \frac{f L_{11}(z)}{\bar{V}(z)} \quad (4-11)$$

onde $\bar{V}(z)$ é a velocidade média a 10 minutos em m/s para a cota z .

Uma simplificação da expressão (4-11) sem levar em conta a variação do espectro com altura é conseguida fazendo:

$$X_1 = 1200 \frac{f}{\bar{V}(10)} \quad (4-12)$$

Espectro de von Kármán

$$S_1(f) = \frac{\sigma_1^2}{f} \frac{4X_1}{(1 + 70,78X_1^2)^{5/6}} \quad (4-13)$$

Onde a definição de cada variável é a mesma que foi utilizada para o espectro de Davenport.

4.3.2 Espectro Cruzado da Componente Longitudinal da Turbulência

A densidade espectral cruzada de potência da componente longitudinal da turbulência mede o grau de dependência entre os registros do vento em dois pontos distintos i e j , separados pelo comprimento l . A mesma é definida como:

$$S_{u_i u_j}(l, f) = S_{u_i u_j}^c(l, f) + i S_{u_i u_j}^q(l, f) \quad (4-14)$$

onde as partes real $S_{u_i u_j}^c$ e imaginária $S_{u_i u_j}^q$ do espectro cruzado são conhecidas como densidade espectral coincidente (co-espectro) e espectro de quadratura (quad-espectro), respectivamente. Contudo, o quad-espectro é pequeno o suficiente para ser desprezado, e a densidade espectral de potência cruzada é igual ao co-espectro dado por (Balendra, 1993):

$$|S_{u_i u_j}(l, f)|^2 = \gamma^2(l, f) S_{u_i}(f) S_{u_j}(f) \quad (4-15)$$

sendo $S_{u_i}(f)$ e $S_{u_j}(f)$ os espectros longitudinais da velocidade do vento nos pontos i e j , respectivamente. O termo $\gamma^2(l, f)$ é chamado de coerência e sua raiz quadrada é dada por:

$$\gamma(l, f) = e^{-\psi} \quad (4-16)$$

onde:

$$\psi = \frac{\sqrt{c_z^2(z_i - z_j)^2 + c_y^2(y_i - y_j)^2}}{\frac{1}{2}(\bar{V}(z_i) + \bar{V}(z_j))} f \quad (4-17)$$

sendo (y_i, z_i) e (y_j, z_j) as coordenadas dos pontos i e j . A linha que une os dois pontos é considerada perpendicular à direção do vento. As velocidades na expressão (4-17) são tomadas como médias em 10 minutos. Os valores sugeridos para c_y e c_z para cálculos de engenharia são 16 e 10, respectivamente (Balendra, 1993).

4.4 Forças Induzidas Pelo Vento

Para a determinação das forças atuantes numa estrutura devido ao vento é necessário, além do cálculo da velocidade e da pressão dinâmica (4-5), determinar os coeficientes de forças, que são parâmetros adimensionais que permitem calcular as forças em estruturas de diferentes formas usando a mesma equação geral (4-18). Estes coeficientes dependem principalmente da forma da estrutura. Um estudo dos coeficientes aerodinâmicos é feito em detalhe, para diversas estruturas, em Blessmann (1990). A força induzida pelo vento em uma estrutura pode ser dada por:

$$F = C A q \quad (4-18)$$

onde C é o coeficiente de força, q a pressão dinâmica dada por (4-5) e A a área de atuação da pressão.

O coeficiente de força pode ser dividido em três tipos distintos, coeficiente de arrasto C_a , coeficiente de força lateral C_ℓ e coeficiente de sustentação C_s . O coeficiente de arrasto é usado no cálculo das forças na direção do vento, o coeficiente de força lateral na determinação das forças na direção transversal ao vento e o coeficiente de sustentação refere-se às forças verticais.

A densidade espectral das flutuações de forças induzidas pela turbulência pode ser determinado pela expressão:

$$S_F(f) = \rho^2 \bar{V}^2(z) A^2 C_a^2 \chi^2(f) S_1(f) \quad (4-19)$$

onde

$S_F(f)$ é a densidades espectral das forças na direção do vento.

ρ é a massa específica do ar.

$\bar{V}(z)$ é a velocidade média em 10 minutos.

$S_1(f)$ é a densidade espectral da velocidade longitudinal do vento, dada por uma das expressões vista na seção anterior.

$\chi(f)$ é a função de admitância aerodinâmica – fator de correção para considerar o fato de que a presença da estrutura distorce o fluxo turbulento do vento e dada por (Balendra, 1993):

$$\chi(f) = \frac{1}{1 + 4 \sqrt{\left(\frac{2f\sqrt{A}}{\bar{V}(z)} \right)^3}} \quad (4-20)$$

A densidade espectral cruzada das forças induzida pelo vento entre dois ponto i e j é dada por:

$$S_{F_i F_j}(f) = \rho^2 \bar{V}_{u_i}(z) \bar{V}_{u_j}(z) A_i A_j C_{a_i} C_{a_j} \chi_i(f) \chi_j(f) S_{u_i u_j}(f) \quad (4-21)$$

4.5 Direção do Vento

O carregamento do vento em muitas estruturas varia com a sua direção e a resistência às forças horizontais geralmente são dependentes desta direção. Conseqüentemente o efeito da direção do vento é um fator importante no estudo das respostas estruturais. As análises de confiabilidade baseadas na máxima velocidade anual tornam-se imprecisas, quando a variação da direção do vento se faz necessária, pois esta máxima anual pode atuar numa direção que causa menos esforço do que um vento de velocidade menor atuando na direção mais desfavorável. É fundamental a consideração desta variação numa análise de fadiga, já que esta depende do histórico de tensão num ponto, que por sua vez muda com a direção do vento e o procedimento de se considerar a velocidade máxima vindo na direção mais nociva pode conduzir a resultados muito longe da realidade.

A consideração da variação da direção do vento é feita através de estudos probabilísticos baseados em dados experimentais do vento natural, como mostra a figura 4-3, retirados do trabalho de Hosomi *et al.* (1997):

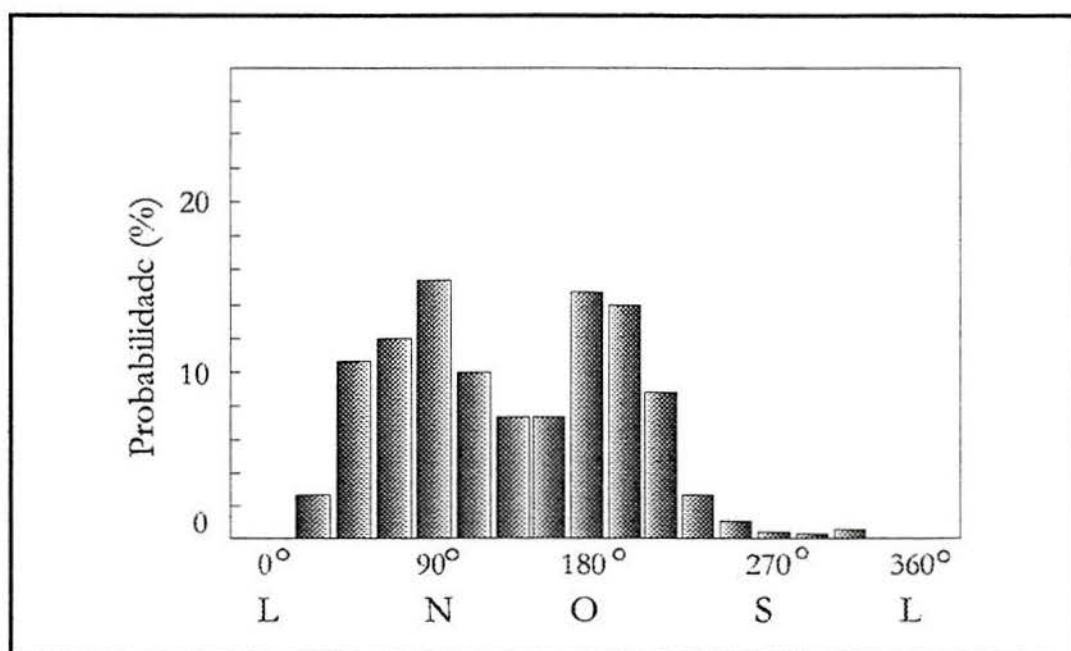


Figura 4-4: Probabilidade da direção do vento

Informações mais detalhadas sobre a direção do vento podem ser encontradas em Wen (1984), Hosomi *et al.* (1997) e Simiu e Scalan (1986).

4.6 Desprendimento de Vórtices

O vento atuando em uma estrutura alteada de seção cilíndrica induz forças em diversas direções. Naturalmente, a estrutura sofrerá deflexões principais na direção do vento. Entretanto, também vibrará na direção perpendicular ao vento; isto é devido: (1) ao fenômeno de desprendimento dos vórtices de Kármán, (2) ao fenômeno de galope ou (3) forças laterais do vento (determinadas pelo coeficiente de força lateral). O desprendimento dos vórtices de Kármán (figura 4-4) ocorre quando a corrente do ar separa-se em cada lado da estrutura e vórtices são formados alternadamente em cada ponto de separação e induz a sucções laterais que provocam forças dinâmicas, com frequência bem definida nestes pontos (Blessmann, 1990).

As características do fluxo do ar em torno de estruturas cilíndricas irá depender do número de Reynolds R_e (ver seção 4.7), e para certas faixas de R_e , o fluxo pode separar-se do cilindro provocando turbilhões que formam os vórtices de Kármán.

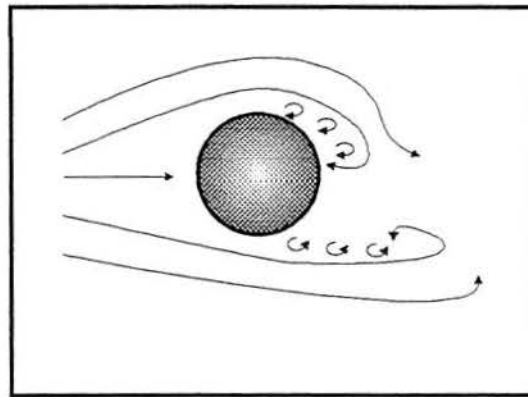


Figura 4-5: Formação dos Vórtices de Kármán num corpo cilíndrico

A regularidade dos vórtices de Kármán é descrito em termos de um número adimensional conhecido como **número de Strouhal**, que pode ser determinado como segue:

$$S_s = \frac{f_s D_\phi}{V} \quad (4-22)$$

onde,

f_s é a frequência de desprendimento de vórtices.

D_ϕ é diâmetro da seção.

\bar{V} é a velocidade média longitudinal do vento.

S_s é o número de Strouhal.

Conhecendo-se a primeira frequência de excitação da estrutura f_1 , a geometria e o número de Strouhal, que depende do número de Reynolds e da própria geometria, pode-se determinar, através de (4-22), a velocidade crítica que provocará desprendimento de vórtices com frequência igual a frequência natural da estrutura. Nesta condição os vórtices de Kármán provocam deslocamentos laterais suficientes para causar um incremento na força excitadora, que por sua vez aumenta os deslocamentos, provocando uma situação de iteração não-linear com o fluido muito nociva para a estrutura. Neste caso dificilmente haverá falha por fadiga, pois a resistência estática deverá ser superada antes do acúmulo total do dano (equação 2-11). Por outro lado, se as amplitudes de vibrações são baixas, o dano irá acumular-se durante anos, a ponto de provocar ruptura por fadiga devido aos Vórtices de Kármán. A análise pode ser feita no regime linear, uma vez que pequenos deslocamentos são desenvolvidos.

Vickery e Basu (1983) propõem para a função de densidade espectral das forças induzidas pelos vórtices de Kármán a seguinte expressão:

$$S_w(f) = \frac{\sigma_w^2}{f} \frac{f/f_s}{B\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{1-f/f_s}{B}\right)^2\right\} \quad (4-23)$$

onde,

σ_w - valor rms da força lateral w

f_s - frequência de desprendimento (equação 4-22)

$S_w(f)$ - espectro de w

B - parâmetro de largura de banda

$$\sigma_w = \tilde{C}_{LV} \frac{1}{2} \rho \bar{V}^2 D_\phi$$

\bar{V} - velocidade média local

D_ϕ - diâmetro local da estrutura

O espectro $S_w(f)$ depende de três parâmetros: (1) o valor rms do coeficiente lateral \tilde{C}_{LV} , (2) o parâmetro de largura de banda B e (3) o número de Strouhal S_s . O primeiro é determinado pela expressão:

$$\frac{\tilde{C}_{LV}(h/D)}{0,137} = \begin{cases} 0,40 & \lambda < 4 \\ 1,0 & \lambda > 25 \\ 0,4 + 0,33 \ln(\lambda/4) & 4 < \lambda < 25 \end{cases} \quad (4-24)$$

onde $\lambda = h/D$. O parâmetro de largura de banda é:

$$B = 0,10 + 2I_1 \quad (4-25)$$

onde I_1 é a intensidade local de turbulência dada por (4-7). O número de Strouhal surge da relação:

$$\frac{S_r(\lambda)}{S_\alpha} = \begin{cases} 1,0 & \lambda > 25 \\ 0,6 & \lambda < 4 \\ 0,6 + 0,22 \ln(\lambda/4) & 4 < \lambda < 25 \end{cases} \quad (4-26)$$

onde S_α é o número de Strouhal para fluxo bidimensional. Os valores sugeridos para S_α estão entre 0,23 a 0,24. O espectro cruzado das forças induzidas pelo desprendimento de vórtices é dada por:

$$S_{ww}(z_1, z_2, f) = C_0(z_1, z_2, f) = [S_w(z_1, f)S_w(z_2, f)]^{1/2} \cos(2r/3) \exp[-(r/3)^2] \quad (4-27)$$

onde,

$C_0(z_1, z_2, f)$ é o co-espectro das forças nas posições z_1 e z_2

$S_w(z, f)$ é o espectro em z

$$r = |z_1 - z_2| / \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$$

O efeito da turbulência lateral é geralmente pequena comparado com os efeitos de outros mecanismos e por isso é desprezada. O fenômeno de galope está fora do escopo deste trabalho por necessitar-se de um tratamento não-linear.

4.7 Vento Sobre Estruturas de Torres Cilíndricas

Como mencionado anteriormente, as características do fluxo de ar e de seus efeitos sobre estruturas em torres cilíndricas depende do **número de Reynolds** R_e , que é um parâmetro adimensional que serve para definir as características do tipo de fluxo esperado, se laminar ou turbulento. O número de Reynolds pode ser definido como uma relação entre as forças de inércia e as de viscosidade. Um valor elevado de R_e indica forças de inércia preponderantes e o regime de escoamento será turbulento. Pelo contrário, um valor pequeno de R_e corresponde a uma influência maior da viscosidade e o escoamento será laminar (BLESSMANN, 1990). O número de Reynolds é definido como:

$$R_e = \frac{\bar{V} D_\phi}{\nu_a} \quad (4-28)$$

onde,

\bar{V} é a velocidade média do vento

D_ϕ é uma dimensão característica da estrutura. Para torres cilíndricas de seção circular adota-se seu diâmetro.

ν_a é a viscosidade cinemática do ar.

A variação do coeficiente de arrasto para corpos circulares imersos no escoamento é mostrado na figura 4-4.

Analisando a figura 4-4 observa-se quatro regimes de escoamento distintos: regime subcrítico, onde o coeficiente de arrasto é praticamente constante com o aumento do número de Reynolds ($10^4 < R_e < 10^5$) e apresenta vórtices de Kármán bem definidos, com aparecimento de um pico pronunciado no respectivo espectro de energia (vórtices de Kármán fortes) – ver seção 4.6; regime crítico ($10^5 < R_e < 5 \times 10^5$), onde apresenta uma redução brusca do coeficiente de arrasto e com vórtices de Kármán fracos; regime supercrítico ($5 \times 10^5 < R_e < 5 \times 10^6$), onde o coeficiente de arrasto cresce com o aumento do número de Reynolds e não apresenta mais os vórtices de Kármán; regime ultracrítico ($R_e > 5 \times 10^6$), onde o coeficiente praticamente não depende do número de Reynolds e reaparecem os vórtices de Kármán. Os limites da figura 4-4 são apenas ilustrativos, pois são afetados pela rugosidade da superfície e pela turbulência do escoamento.

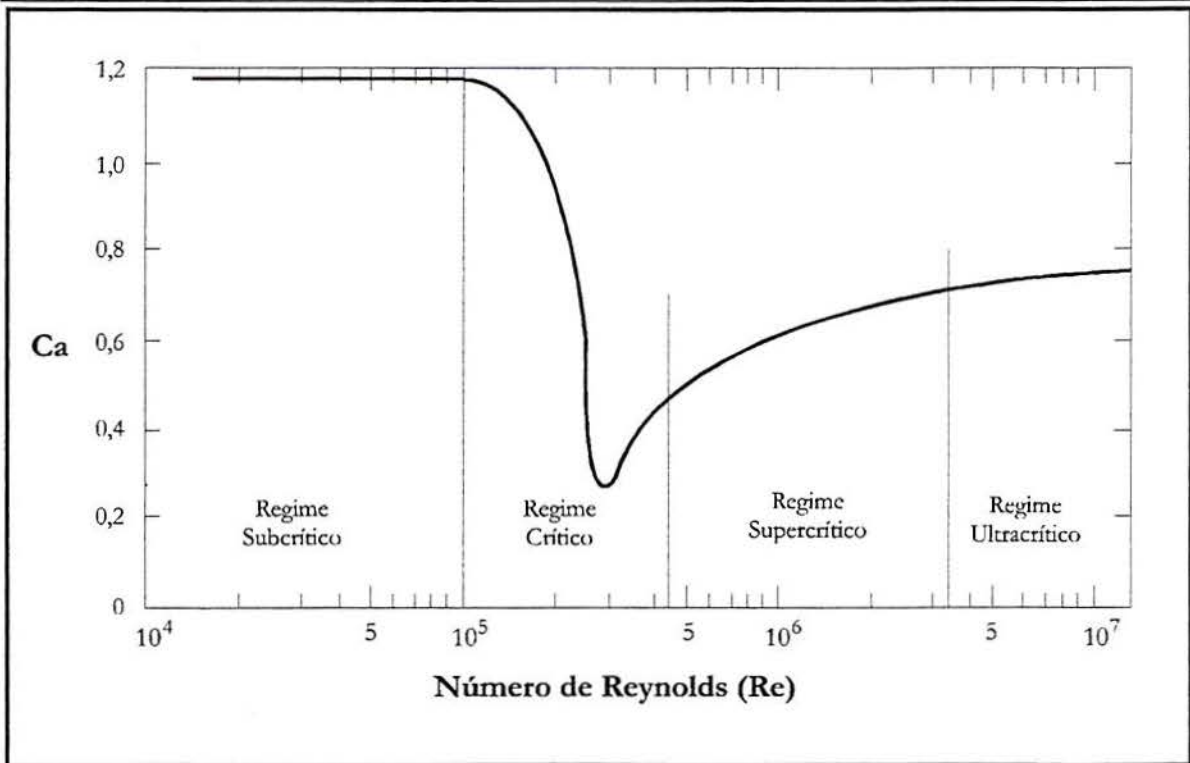
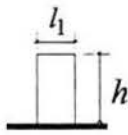


Figura 4-6: Variação do Coeficiente de Arrasto com o Número de Reynolds para estruturas de forma circular (BLESSMANN, 1990)

A norma brasileira NBR-6123/87 apresenta a seguinte tabela para o cálculo do coeficiente de arrasto para estruturas alteadas de seção circular:

Tabela 4-3: COEFICIENTE DE ARRASTO PARA CORPOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULARES

Planta	$R_e \times 10^5$	h/l_1						
		1/2	1	2	5	10	20	∞
 A	$\leq 3,5$	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2
	$\geq 4,2$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6
B	Todos valores	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,2
C	Todos valores	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4

Interpolar linearmente para valores intermediários de R_e ($R_e = 70\,000V_k l_1 - V_k$ em m/s e l_1 em m). **A** – liso (metal, concreto, alvenaria rebocada); **B** – com rugosidade ou saliências = $0,02l_1$. **C** – com rugosidade ou saliências = $0,08l_1$.

Capítulo 5

ANÁLISE ALEATÓRIA DA FADIGA

5.1 Introdução

Existe um grande número de procedimentos analíticos e numéricos para previsão de ruptura por fadiga em espécimes sujeitos a tensões aleatórias. Todos são geralmente baseados na teoria do dano cumulativo de Palmgren-Miner (ocorrendo a ruptura quando $D=1$), entretanto, diferenciam-se consideravelmente em complexidade e precisão. Estes procedimentos teóricos são apresentados em detalhes nos trabalhos de: Lutes e Sarkani (1996), Lutes e Larsen (1990), ASCE (1982), Ihara e Igarashi (1981), Wirsching e Light (1980) e Wirsching e Haugen (1973 e 1974).

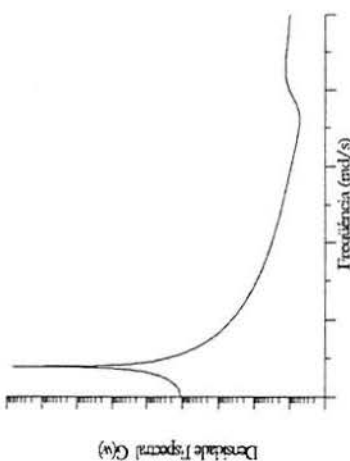
Os métodos mais simples de análise de fadiga aleatória baseiam-se somente no conhecimento de alguns poucos parâmetros (momentos espectrais), determinados através das funções de densidade espectral de potência (f.d.e.p.) das tensões, os quais estão resumidos na tabela 5-1. Estes métodos predizem a ruptura por fadiga sem o prévio conhecimento do histórico das tensões e são conhecidos como **Métodos Espectrais**. Em estruturas sujeitas à ação do vento, os métodos espectrais parecem bem atrativos, visto que os carregamentos dinâmicos e a resposta em tensões podem ser formulados no domínio da frequência pelas suas respectivas f.d.e.p., além de serem relativamente simples e rápidos em comparação com métodos baseados no histórico das tensões.

O método espectral mais simples é o chamado **Aproximação de Rayleigh**, onde considera-se que o processo das tensões têm uma distribuição de probabilidade Gaussiana¹ de banda estreita, de modo que a distribuição de probabilidade de picos de tensões (ocorrência de ciclos) é dada pela distribuição de Rayleigh (ver Yang, 1986). Porém, Wirsching e Light (1980) sugeriram um método

¹Hipótese válida no âmbito deste trabalho, já que a velocidade do vento, com boa aproximação, pode ser considerada uma variável aleatória normal, de sorte que, para estruturas lineares, esta hipótese também é válida para as tensões

de correção da Aproximação de Rayleigh, baseados no método de “Rainflow”, quando o processo é de banda larga.

Tabela 5-1: PARÂMETROS BÁSICOS USADOS NOS MÉTODOS ESPECTRAIS

	k-ésimo momento da f.d.e.p	$M_k = \int_0^{\infty} \omega^k G_{\sigma}(\omega) d\omega$
	Valor quadrático médio	$\sigma_{rms}^2 = M_0 = \int_0^{\infty} G_{\sigma}(\omega) d\omega$
	Taxa de ultrapassagem da média - derivadas positivas	$\nu_+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_2}{M_0}}$
	Taxa esperada de picos (taxa de ciclos)	$\eta_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_4}{M_2}}$
	Fator de irregularidade	$\alpha_2 = \frac{\nu_+}{\eta_p} = \frac{M_2}{\sqrt{M_0 M_4}}$
	Parâmetro de largura espectral	$\varepsilon = \sqrt{1 - \alpha_2^2} = \sqrt{1 - \frac{M_2^2}{M_0 M_4}}$

Quando se necessita que a análise de fadiga seja feita utilizando-se o histórico das tensões (processos de banda larga e fadiga multiaxial), simulações deste histórico podem ser feitas através das Funções de densidades espectrais de potência (Mignolet e Harish., 1996). A maneira mais simples de se fazer uma análise de fadiga aleatória no tempo é dividir o histórico de tensões em números de ciclos ou meios ciclos e a cumulação do dano é avaliada para cada subconjunto. Normalmente o dano por ciclo depende somente da faixa (dobro da amplitude) e da média do ciclo, sendo que a previsão de ruptura por fadiga é baseada no somatório de Palmgren-Miner (2-14) usando a curva S-N apropriada para o material em estudo. A identificação dos ciclos pode ser feita usando-se o método de contagem “Rainflow” (Bishop e Sherratt, 1990).

5.2 Fadiga Aleatória Uniaxial em Processos de Banda Estreita

Devido à forma, muitas estruturas civis sujeitas à ação do vento possuem uma tensão em determinada direção que predomina sobre as demais, como por exemplo, estruturas alteadas tais como chaminés e hastes circulares (figura 5-1) e as formadas por barras ou outros elementos lineares. Estas estruturas podem ser con-

sideradas de tensões uniaxiais, e portanto, a fadiga pode ser analisada de forma simples através da teoria de fadiga aleatória uniaxial.

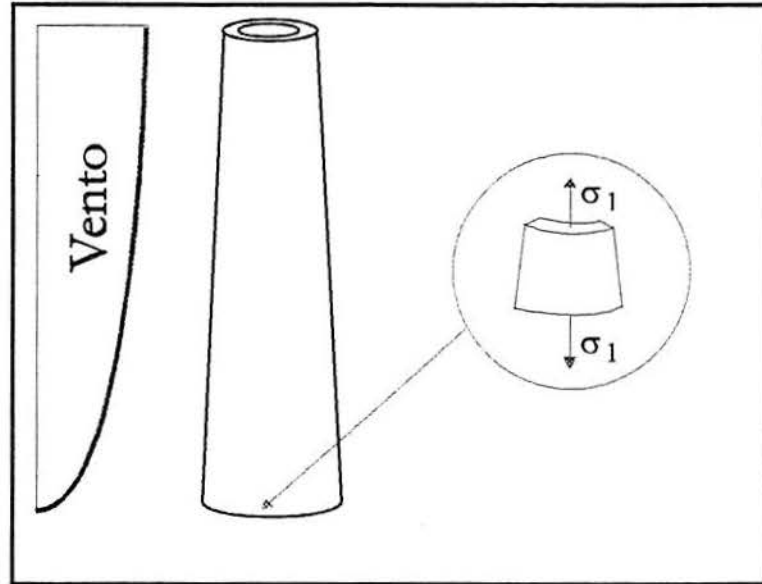


Figura 5-1: Direção da tensão principal em uma estrutura cilíndrica alteada

5.2.1 Método de Rayleigh

Quando a tensão varia numa faixa estreita de frequência (figura 5-2b), o histórico apresenta uma forma suave (figura 5-2a), onde a ocorrência de ciclos por unidade de tempo é aproximadamente igual a frequência de ultrapassagem da derivada positiva do valor médio v_+ , que é dada por:

$$v_+ = \frac{1}{2\pi\sigma_{rms}} \sqrt{M_2} \quad (\text{ciclos / s}) \quad (5-1)$$

e a probabilidade de que um pico qualquer de $\sigma(t)$ (processo Gaussiano), escolhido aleatoriamente, situe-se entre S e $S+dS$, é dada pela função de densidade de probabilidade de Rayleigh (Newland, 1986):

$$p_p(S) = \frac{S}{\sigma_{rms}^2} \exp\left(\frac{-S^2}{2\sigma_{rms}^2}\right) \quad 0 \leq S \leq \infty \quad (5-2)$$

onde:

$$\sigma_{rms}^2 = \int_0^{\infty} G_{\sigma}(\omega) d\omega \quad (5-3)$$

$$M_2 = \int_0^{\infty} \omega^2 G_{\sigma}(\omega) d\omega \quad (5-4)$$

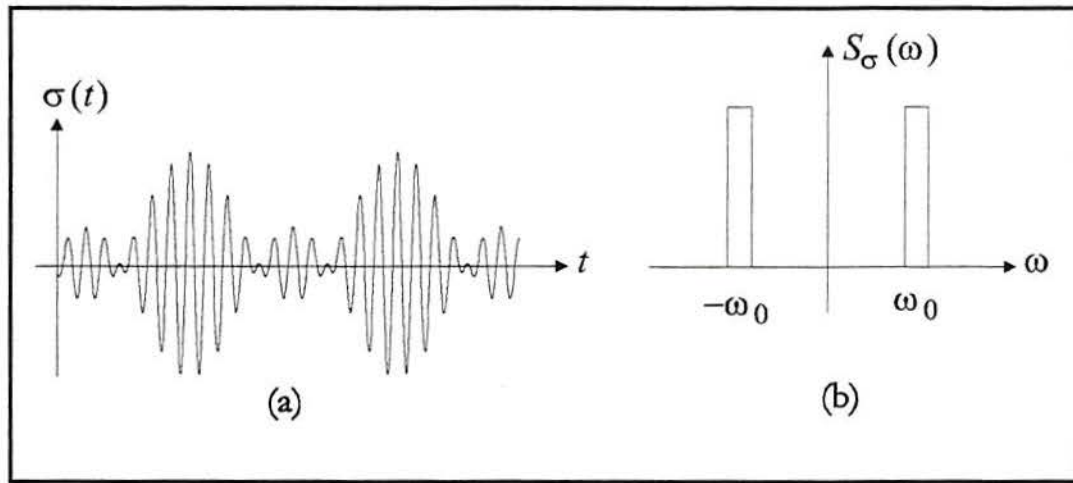


Figura 5-2: Processo de tensão aleatória banda estreita. (a) histórico; (b) f.d.e.p.

O dano por fadiga será causado pelos diversos picos (níveis de tensão) que ocorrerão durante a vida da estrutura. Como estes níveis de tensão podem situar-se em qualquer ponto do intervalo $[0, \infty[$, distribuídos conforme (5-2), o somatório de Palmgren-Miner (2-14) transforma-se numa integral definida, ficando:

$$D = \int_0^{\infty} \frac{n(S)}{N(S)} dS \quad (5-5)$$

sendo $N(S)$ o número de ciclos para ruptura ao nível de tensão S . Considerando a curva de fadiga S-N como única para o material (figura 2-3) a função $N(S)$ é determinística e dada por (2-8):

$$N(S) = \frac{K}{S^m} \quad (5-6)$$

Por outro lado, $n(S)$ (número de ciclos que ocorre o nível de tensão S) é uma variável aleatória quando se considera todo o processo estocástico, e conse-

qüentemente, o dano $D(S)$ também é uma variável aleatória com valor médio dado pela expressão (5-7). Entretanto, considerando-se o processo como ergódico, um único registro é suficiente para a análise e as variáveis $n(S)$ e $D(S)$ tornam-se determinísticas.

$$E[D] = \int_0^{\infty} \frac{E[n(S)]}{N(S)} dS \quad (5-7)$$

Durante um tempo de serviço t ocorrem $\nu_+ t$ ciclos para todos níveis de tensões, e destes, o número de ciclos referentes a um nível S é dado por:

$$n(S) = \nu_+ t p_p(S) \quad (5-8)$$

Substituindo (5-2) e (5-8) em (5-7), tem-se:

$$D = \frac{\nu_+ t}{K} \frac{1}{\sigma_{rms}^2} \int_0^{\infty} S^{m+1} \exp\left(\frac{-S^2}{2\sigma_{rms}^2}\right) dS \quad (5-9)$$

$$D = \frac{\nu_+ t}{K} \left(\sqrt{2} \sigma_{rms}\right)^m \Gamma\left(\frac{1}{2}m + 1\right) \quad (5-10)$$

onde $\Gamma(1+x) = \int_0^{\infty} e^{-y} y^x dy$ é a função Gamma.

A expressão (5-10) fornece o valor do dano para um tempo de serviço t . Se $D < 1$, diz-se que a ruptura por fadiga ainda não ocorreu para este tempo. Isolando t na expressão (5-10) pode-se determinar o tempo T que leva para que haja ruptura por fadiga, ou seja, quando $D = 1$, obtendo-se:

$$T = K \frac{1}{\nu_+ \left(\sqrt{2} \sigma_{rms}\right)^m \Gamma\left(\frac{1}{2}m + 1\right)} \quad (5-11)$$

As expressões (5-10) e (5-11) foram desenvolvidas para o caso em que o parâmetro K é determinado com base na amplitude de tensão. Se K é determinado com base na faixa de tensão, as expressões ficam, respectivamente:

$$D = \frac{\nu_+ t}{K} (2\sqrt{2} \sigma_{rms})^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1) \quad (5-12)$$

e

$$T = K \frac{1}{\nu_+ (2\sqrt{2} \sigma_{rms})^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1)} \quad (5-13)$$

5.3 Fadiga Aleatória Uniaxial em Processos de Banda Larga

As expressões de (5-10) a (5-13) são válidas, exclusivamente, para fadiga em estruturas sob processos Gaussianos de banda estreita, onde a taxa média de ocorrência de ciclos por unidade de tempo é igual a taxa de ultrapassagem do valor médio. Essa igualdade não se verifica para processos que possuem grande conteúdo de frequência (processos de banda larga) como mostra a figura 5-3.

A identificação dos ciclos de tensões é imediata e depende apenas da taxa de ultrapassagem do valor zero (ou da média, se for o caso) quando o processo é de banda estreita, e menos óbvia, e certamente mais complicada, para processos de banda larga, que apresentam variações bruscas nos valores de tensões adjacentes no tempo. Uma primeira aproximação para o problema é o uso da **Aproximação de Rayleigh**, o qual consiste em assumir que um processo de banda estreita que tem o mesmo valor RMS (σ_{rms}), e mesma taxa de ultrapassagem do valor médio ν_+ do processo de banda larga provoca o mesmo dano, e portanto, possibilita o uso indiscriminado das equações (5-10) e (5-11) ou (5-12) e (5-13) – Wirsching, 1995.

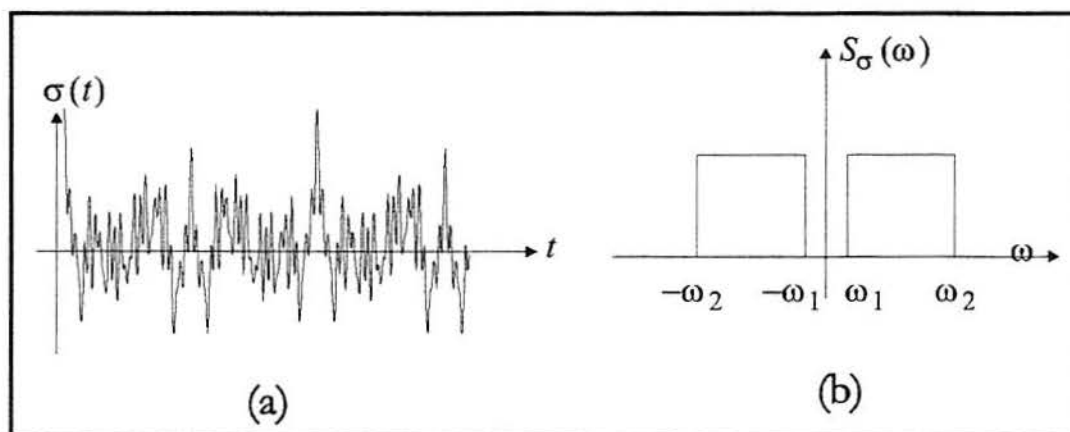


Figura 5-3: Processo de tensão aleatória banda larga. (a) histórico; (b) f.d.e.p.

Alternativamente, pode-se usar, em cima do histórico do processo de banda larga, um método de contagem de ciclos e processar o dano individualmente, para cada nível de tensão com seu respectivo número de ciclos, e somando-os para computar o dano total. Alguns métodos de contagem de ciclos são apresentados por Collins (1981); dentre eles, destaca-se o **Método de “Rainflow”**, considerado o melhor para identificação de ciclos. Usando o método de “Rainflow”, um fator de correção para ser usado no método da Aproximação de Rayleigh foi desenvolvido por Wirsching e Light (1980) e aperfeiçoado por Ortiz e Chen (1987) e Lutes e Larsen (1990).

5.3.1 Aproximação de Rayleigh

Da função de densidade espectral de potência da tensão $G_{\sigma}(\omega)$, determina-se os parâmetros M_0 e ν_+ da tabela 5-1 e supõe-se um processo de banda estreita G_{σ}^* com os mesmos valores para estes parâmetros, ou seja, $M_0^* = M_0$ e $\nu_+^* = \nu_+$. Substituindo-os em (5-12), tem-se:

$$D = \frac{\nu_+^* t}{K} (2\sqrt{2} M_0^*)^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1) \quad (5-14)$$

onde t é o tempo desejado para análise, e o número de ocorrência de ciclos n , durante este tempo, é dado por:

$$n = \nu_+^* t \quad (5-15)$$

Definindo,

$$S_{eq}^m = (2\sqrt{2} M_0^*)^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1) \quad (5-16)$$

e substituindo na equação (5-14), juntamente com a (5-15), obtém-se:

$$D = \frac{n S_{eq}^m}{K} = \frac{n}{N_{eq}} \quad (5-17)$$

Comparando a equação (5-17) com a (2-12), $D = n/N$; pode-se definir S_{eq} como a tensão cíclica de amplitude constante equivalente, que a n ciclos provoca o mesmo dano que o processo aleatório em um tempo de serviço t , para o mesmo material. N_{eq} é a vida, em ciclos, para a tensão S_{eq} .

O efeito da tensão média diferente de zero pode ser implementado na análise anterior modificando o valor de parâmetro K , presente na equação (5-17), através, por exemplo, da relação de Goodman, usando a expressão (2-9).

5.3.2 Simulação do Processo Aleatório

Com os recentes avanços tecnológicos na fabricação de computadores de alta velocidade digital, as técnicas de simulações tem-se tornado uma ferramenta bem atrativa na análise de uma grande variedade de problemas de engenharia. A simulação de Monte Carlo, por exemplo, é uma ferramenta importante na análise de confiabilidade de estruturas, onde as variáveis do problema são simuladas através de suas funções de densidade de probabilidade (Ang e Tang, 1975); além disso, é de grande interesse o seu uso na determinação (simulação) de amostras de um processo aleatório estacionário, através de sua densidade espectral de potência, para o estudo sistemático de alguns problemas de engenharia, tais como:

- Análise numérica de estruturas não-lineares sujeitas à excitações aleatórias.
- Análise no domínio do tempo de estruturas lineares sujeitas à excitações aleatórias, para obtenção de informações específicas, tais como a probabilidade da primeira ultrapassagem de um limite, que não possa ser obtido numa análise no domínio da frequência.
- Solução numérica de problemas envolvendo materiais de propriedades não homogêneas e aleatórias.
- Análise dinâmica de sistemas extremamente complexos como os que envolvem interação fluido-estrutura.
- Problemas de autovalores e autovetores aleatórios
- Análise de fadiga de estruturas sob carregamentos aleatórios.

O método de simulação de Monte Carlo pode ser usado na geração de funções-amostras de um processo estocástico tanto Gaussiano, univariado, homogêneo e unidimensional quanto não Gaussiano, multivariado, não homogêneo e multidimensional. Uma abordagem mais detalhada sobre o tema é encontrada em

Deodatis (1996), Shinozuka (1972 e 1987), Shinozuka e Deodatis (1996), Mignolet e Harish (1996) e Lutes e Wang (1991).

Simulação de processos estocásticos, Gaussianos, univariados e unidimensionais.

Imagina-se um processo aleatório, com média zero, que possui como densidade espectral de potência (f.e.d.p.) um delta de Dirac numa frequência ω_0 e de amplitude A , ou seja, $G(\omega) = A\delta(\omega - \omega_0)$, e que por sua vez, possa ser representado por um retângulo de base $\Delta\omega$ e altura $G'(\omega_0)$, de tal modo que $\Delta\omega \times G'(\omega_0) = A$, como mostra a figura 5-4a. Dessa forma uma função no tempo que gera esta f.d.e.p. é dada por:

$$f(t) = \sqrt{2A} \cos(\omega_0 t - \phi) \quad (5-18)$$

onde amostras distintas do processo podem ser geradas escolhendo-se distintos valores para o ângulo de fase ϕ .

Seja uma f.d.e.p. qualquer $G(\omega)$, de um processo estocástico estacionário Gaussiano, e que se deseja determinar (simular) uma função amostra. Divide-se o domínio $0 \leq \omega \leq \omega_{cutoff}$ em $N+1$ frequências discretas ($\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, \dots, \omega_N$), formando N retângulos de base $\Delta\omega_k = \omega_k - \omega_{k-1}$, com ponto médio $\omega'_k = \frac{1}{2}(\omega_{k-1} + \omega_k)$, altura $G(\omega'_k) = \frac{1}{2}[G(\omega_{k-1}) + G(\omega_k)]$ e área $A_k = \Delta\omega_k \times G(\omega'_k)$. Estes retângulos podem ser representados por deltas de Dirac, concentrados em seus pontos médios, de sorte que $G(\omega) \cong \sum A_k \delta(\omega - \omega'_k)$. Desta forma, por analogia com a equação (5-18), uma função amostra do processo é dado por uma soma de cossenos:

$$f(t) = \sqrt{2} \sum \sqrt{A_k} \cos(\omega'_k t - \phi_k) \quad (5-19)$$

onde o ângulo de fase ϕ_k é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 2π . Se o processo possui uma média \bar{f} , o resultado das simulação fica:

$$f(t) = \bar{f} + \sqrt{2} \sum \sqrt{A_k} \cos(\omega'_k t - \phi_k) \quad (5-20)$$

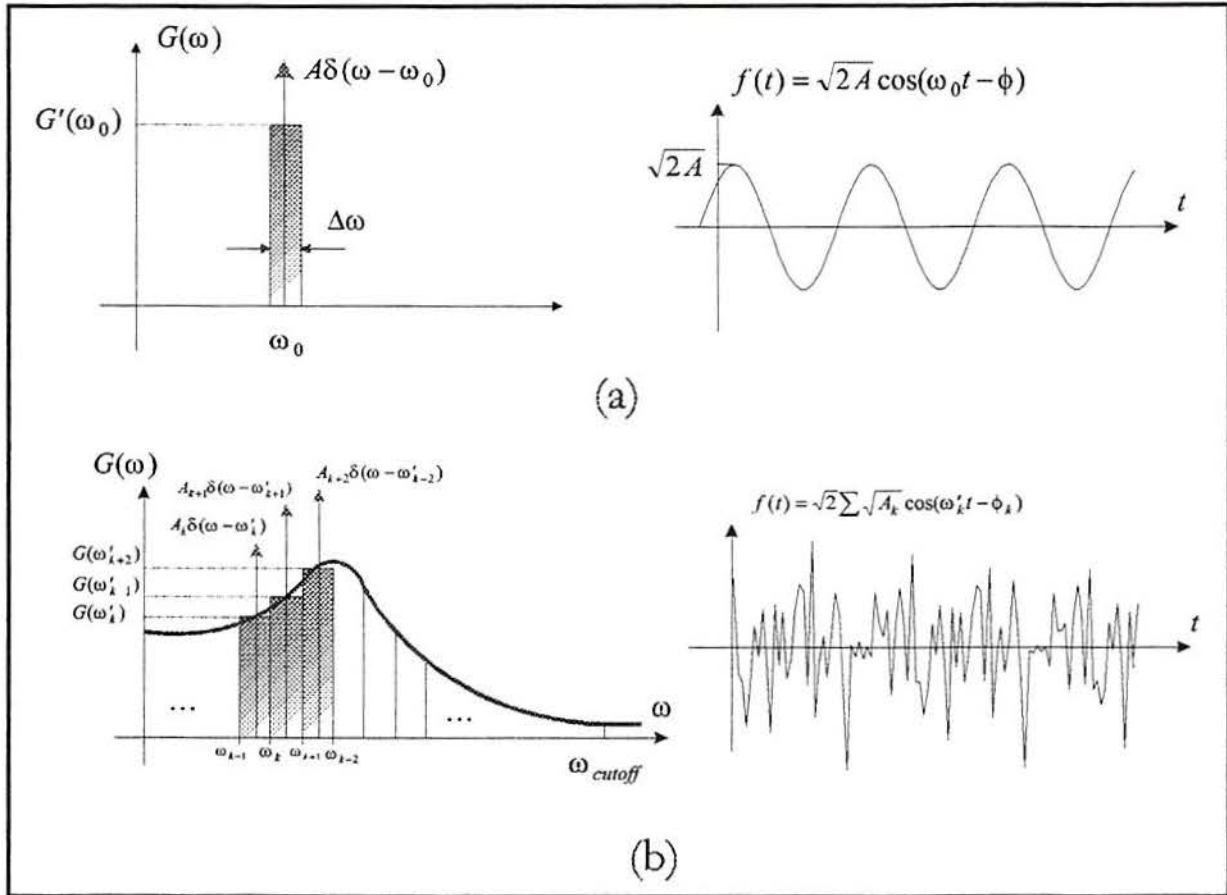


Figura 5-4: Simulação de processos estocásticos

Para construir o gráfico do histórico ou analisar a função (5-20) em pontos discretos do tempo deve-se determinar um intervalo de tempo, tal que:

$$\Delta t \lll \frac{2\pi}{\omega_{cutoff}} \tag{5-21}$$

onde ω_{cutoff} é a maior frequência do domínio, em radianos por segundo, ou a frequência de truncamento superior.

5.3.3 Método de “Rainflow”

O método “rainflow”, ilustrado na figura 5-5, é provavelmente o método de contagens de ciclos mais utilizado, e consiste em plotar-se o histórico das tensões, de tal forma que o eixo do tempo fique orientado na vertical com sentido para baixo, e as linhas que une os picos ou as tensões, em pontos discreto do tempo,

formam um conjunto de cumes e depressões (semelhante a um “telhado”). Dessa forma, imagina-se “a chuva fluindo sobre o telhado” e utiliza-se de algumas regras para a contagem de ciclos.

A seguir são enumeradas as regras utilizadas na contagem de ciclos do método “rainflow” (ASCE, 1982):

1. Os cumes e as depressões são devidamente numeradas.
2. Um caminho rainflow começa em cada cume e depressão.
3. Quando um caminho rainflow que começou em uma depressão encontra um cume do “telhado”, o fluxo pára se a depressão posterior é mais negativa do que aquela do início do caminho em consideração, (por exemplo, os caminhos 1-8 e 9-10). Por outro lado, um caminho rainflow que começa em um cume termina quando encontra um cume que é mais positivo do que aquele do início do caminho em consideração (por exemplo, os caminhos 2-3, 4-5 e 6-7).
4. Se a “chuva” descendo o telhado é interceptada por um fluxo de um caminho anterior, o caminho atual é interrompido (por exemplo, os caminhos 3-3a e 5-5a).
5. Um caminho não é começado até que o caminho em consideração tenha sido interrompido.

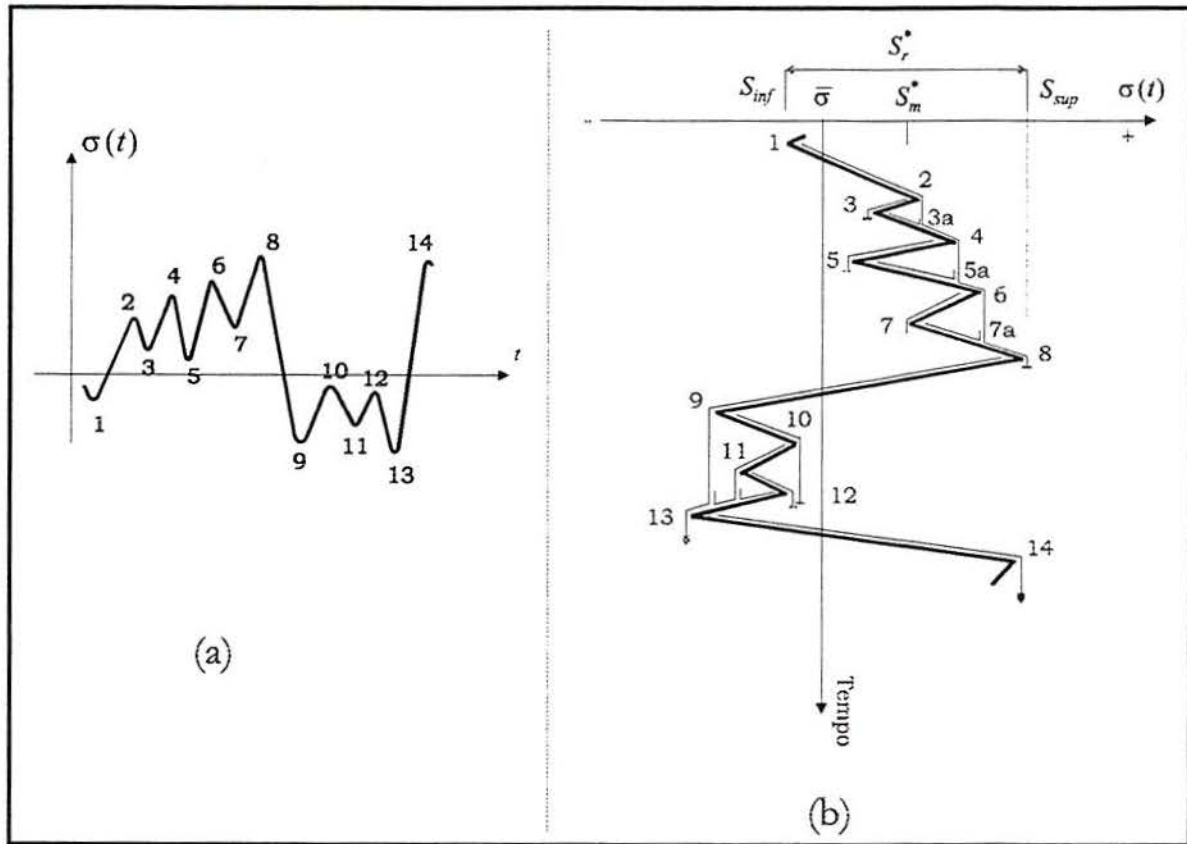


Figura 5-5: Exemplo do método de contagem de ciclos "rainflow"

Dessa forma, cada caminho é caracterizado pelo seu início e fim, como também pelos valores máximos e mínimos, que definem um meio ciclo de uma faixa de tensão S_r^* , com valor médio S_m^* . Observa-se na figura 5-5 que os caminhos 4-5 e 5-5a formam um ciclo completo da correspondente faixa de tensão e quando o registro estende-se até o infinito cada meio ciclo encontra um outro para formar um ciclo completo. Os parâmetros que caracterizam o ciclo, no método de "rainflow", são a faixa e o valor médio da tensão, isto significa que meios ciclos com mesma faixa e médias diferentes não formam um ciclo, e vice-versa

Portanto, o objetivo do método de "rainflow" é determinar para cada caminho (meio ciclo) a faixa de tensão S_r^* e seu valor médio S_m^* e calcular o dano que ele provoca pela lei de Palmgren-Miner. O valor médio da faixa e o valor médio do processo podem ser considerados na análise de fadiga, modificando o valor do parâmetro K da curva S-N do material, como visto na seção 2-6. Entretanto, esta consideração será feita de uma forma diferente, modificando-se o valor do nível de tensão S_r^* , ao invés do parâmetro K . O valor médio de um meio ciclo é dado por:

$$S_m = S_m^* + \bar{\sigma} \quad (5-22)$$

onde $\bar{\sigma}$ é o valor médio do processo de tensões. Utilizando-se a equação (2-3) e lembrando que $S_r = 2S_a$, tem-se:

$$S_r = \frac{S_r^*}{1 - S_m / \sigma_u} \quad (5-23)$$

onde σ_u é a tensão última de ruptura do material.

A tensão S_r pode ser vista como um nível de tensão de média zero que provoca o mesmo dano que o nível de tensão S_r^* com média S_m . Assim, pode-se considerar a tensão média no cálculo do dano, sem modificar os parâmetros de fadiga do material.

Para um tempo de serviço t , o dano total é dado pela lei de Palmgren-Miner:

$$D = \sum_{i=1}^{nc} \frac{S_i^m}{2K} \quad (5-24)$$

onde nc é o número de caminhos (meios ciclos) que ocorre no tempo t , S_i é a faixa (ou amplitude, se for o caso) de tensão para o caminho i , dada por (5-23). O número 2 na equação (5-24) é devido ao fato de que dano é calculado para meio ciclo de tensão, que se considera ocorrer uma única vez no tempo t , ou seja, $n_i = 1$.

Downing e Socie (1982) e Bishop e Sherratt (1990) apresentam em seus trabalhos um algoritmo para a contagem de ciclos pelo método de “rainflow”.

5.3.4 Aproximação de Rayleigh com Fator de Banda

A aproximação de Rayleigh é uma maneira fácil de analisar a fadiga em processos de banda larga, pois apresenta uma formulação simples e fechada (5-14) e não necessita da simulação do processo aleatório. Entretanto, os valores do dano, assim determinados, são bem maiores do que aqueles oriundos de métodos mais precisos, tal como os que utilizam o método de “rainflow”, e portanto, é um método mais conservativo. Esta discrepância decorre da aproximação do processo de banda larga ao de banda estreita, com os mesmos valores RMS e taxa de ocorrência de ciclos (tabela 5-1), fazendo com que este método apresente maiores valores

para as faixas de tensões do que aquele, e conseqüentemente, maiores estimativas do dano.

Wirsching e Light (1980) apresentaram um modelo para análise de fadiga em processos de banda larga baseado numa modificação da Aproximação de Rayleigh, assumindo que o dano em um processo estacionário de banda larga possa ser escrito como:

$$D = \lambda D_{NB} \quad (5-25)$$

onde D_{NB} é o dano dado pela equação (5-14), e λ é o fator de correção, que é obtido através da análise de Rainflow do processo por:

$$\lambda = \frac{\text{Dano pela análise de "rainflow"}}{\text{Dano pela aprox. de Rayleigh}} \quad (5-26)$$

Realizaram naquele trabalho simulações em diversos espectros de potência, com componentes de frequência variadas e encontraram que λ é função do parâmetro de fadiga m e do fator de irregularidade α_2 , ou equivalentemente à largura espectral ε (tabela 5-1). Ajustando os resultados das simulações encontraram a seguinte relação empírica:

$$\lambda(\varepsilon, m) = a(m) + [1 - a(m)](1 - \varepsilon)^{b(m)} \quad (5-27)$$

onde:

$$a(m) = 0,926 - 0,033m \quad (5-28)$$

$$b(m) = 1.587m - 2.323 \quad (5-29)$$

Observa-se que processo se aproxima da banda estreita quando $\alpha_2 \rightarrow 1$, ou $\varepsilon \rightarrow 0$, e neste caso $D \rightarrow D_{NB}$ e como conseqüência $\lambda \rightarrow 1$

Lutes *et al.* (1984) sugere outros parâmetros de largura de banda, ao invés de α_2 , na determinação de λ , pois constata-se grande dispersão nos valores de λ para um dado valor de α_2 , aparentemente devido ao uso de diferentes f.d.e.p.

com valores de α_2 semelhantes. Pode-se definir como parâmetro para largura de banda, por exemplo:

$$\alpha_b = \frac{M_b}{\sqrt{M_0 M_{2b}}} \quad (5-30)$$

para qualquer $b > 0$. Pode-se mostrar que $0 \leq \alpha_b \leq 1$ e $\alpha_b = 1$ se, e somente se, o processo aleatório é de banda estreita. Lutes *et al.* (1984) encontraram que, para $m = 3$, $\alpha_{0,75}$ parece ser mais adequado para determinar λ .

5.3.5 Outro Método

Considera-se que um processo estacionário, Gaussiano e ergódico de banda larga é composto de vários processos de banda estreita e discriminado conforme a figura 5-4b; então o dano D em um tempo de serviço t pode ser aproximado pelo somatório dos danos individuais de cada processo de banda estreita que compõe o referente processo. Desta forma, têm-se:

$$D = \sum \frac{v_{+k} t}{K} (2\sqrt{2} \sigma_k)^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1) \Rightarrow D = t f(K, m) \sum v_{+k} \sigma_k^m \quad (5-31)$$

onde:

$$f(K, m) = \frac{(2\sqrt{2})^m}{K} \Gamma(\frac{1}{2}m + 1) \quad (5-32)$$

$v_{+k} = \omega'_k$ e $\sigma_k = \sqrt{G(\omega'_k) \Delta\omega_k}$, sendo ω'_k , $\Delta\omega_k$ e $G(\omega'_k)$ análogos aqueles da seção 5.3.1.

5.3.6 Dano Induzido pelo Vento

Em estruturas sujeitas à ação do vento, onde o perfil de velocidade média muda com o tempo, o dano total é dado pelo somatório dos danos individuais que cada distribuição de pressões provoca em seu tempo de atuação, desta forma:

$$D = \frac{t}{K} \sum \lambda_i \frac{v_{+i} f r_i S_{eqi}^m}{(1 - \sigma_{mi} / \sigma_u)^m} \quad (5-33)$$

onde,

t - tempo total de análise

$f r_i$ - fração do tempo total em que atua a distribuição de pressões i

σ_{mi} - tensão média para a distribuição e pressões i

σ_u - tensão de ruptura do material

$$S_{eqi}^m = (2\sqrt{2}M_{0i})^m \Gamma(\frac{1}{2}m + 1)$$

$(1 - \sigma_{mi} / \sigma_u)^m$ - é o fator de correção do parâmetro K para considerar as médias das distribuição de pressões.

O tempo de ruptura é dado por:

$$T = K \frac{1}{\sum \lambda_i \frac{v_{+i} f r_i S_{eqi}^m}{(1 - \sigma_{mi} / \sigma_u)^m}} \quad (5-34)$$

5.4 Noções de Confiabilidade Estrutural e Confiabilidade à Fadiga

Nos projetos de estruturas de engenharia civil ou mecânica interessa a determinação de fatores ou características dos elementos que compõem o sistema estrutural, com a finalidade de garantir a funcionalidade operacional e a segurança durante a sua vida de serviço. O cálculo dos fatores, atrelado a consecução dos objetivos acima, é limitado a uma análise econômica-financeira do projeto. Geralmente projetos mais seguros são mais caros. Dessa forma é importante o conhecimento detalhado dos parâmetros envolvidos no dimensionamento dos elementos, que são as chamadas variáveis do problema, e das relações constitutivas entre elas para se conseguir projetos adequados às necessidades econômicas, funcionais e de segurança do sistema estrutural.

Do advento do cálculo estrutural racional até os dias atuais os dimensionamentos dos projetos são baseados nos conhecimentos experimentais das variáveis do problema (resistência à ruptura, resistência à fadiga, carregamento, módulo de elasticidade, etc.) e dos seus modelos constitutivos (relação viscoelasto-plástica, equação do movimento, lei de cumulação de dano, etc.). Supõe-se ainda, que estas variáveis juntamente com seus modelos constitutivos são invariantes no tempo, e que os elementos estruturais, uma vez dimensionados, garantem a utilização e segurança dos mesmos.

Entretanto, a formulação matemática de um sistema físico envolve incertezas intrínsecas que geram risco a qualquer estrutura de engenharia. O conhecimento destes riscos, seja no dimensionamento ou na manutenção do sistema, é feito através de um estudo de confiabilidade estrutural, onde as dispersões ou variabilidades dos parâmetros (variáveis do problema) são levados em conta. Assim o dimensionamento dos projetos está condicionado ao conhecimento destes riscos, traduzidos na propensão de não mais satisfazer aos objetivos funcionais e de segurança, ou seja, probabilidade de falha ou probabilidade de ultrapassagem de um estado limite. A tolerância da probabilidade de falha, ou inversamente, a confiabilidade desejada pode conduzir à uma otimização econômica do projeto, de tal modo, que o torne adequado.

Nos métodos modernos de estimativa da confiabilidade, a falha ou ruptura é matematicamente expressa através da função de estado limite das variáveis do projeto, normalmente é dada na forma:

$$g = g(\vec{X}) \quad (5-35)$$

onde $\vec{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ é o vetor de variáveis aleatórias representando os parâmetros de problema (variáveis básicas). Discrimina-se a função de estado limite g nas seguintes regiões (figura 5-6): (a) $g > 0$ – domínio de segurança D_s ; (b) $g < 0$ – domínio de falha D_f ; (c) $g = 0$ – superfície de falha. A confiabilidade R é a probabilidade da não ultrapassagem da superfície de falha da função de estado limite, ou seja:

$$R = 1 - P_f = 1 - P[g < 0] \quad (5-36)$$

ou

$$R = \int_{D_s} p_x(\vec{X}) d\vec{X} \quad (5-37)$$

onde $P[E]$ é a probabilidade do evento E , $f_x()$ é a função de probabilidade conjunta das variáveis básicas e P_f a probabilidade de falha. A integral em (5-37) é desenvolvida no domínio de segurança D_s . Um projeto é adequado quando economicamente viável e a segurança e funcionalidade são garantidas pela confiabilidade R desejada ou a probabilidade de falha P_f aceitável. Na tabela 5-2 são apresentados diversos métodos para a avaliação da confiabilidade das estruturas.

5.4.1 Métodos de Primeira Ordem

O cálculo da confiabilidade como definida na seção anterior é muito difícil na prática, porque requer o conhecimento completo das distribuições de probabilidades das variáveis básicas. Todavia, em muitos casos, somente o primeiro e o segundo momentos podem ser conhecidos com certo grau de confiança. Estas e outras dificuldades levaram ao desenvolvimento do método de análise de confiabilidade de primeira ordem (FORM), o qual se baseia somente no conhecimento das propriedades estatísticas de primeira e segunda ordem das variáveis básicas, ao invés das suas funções de densidade de probabilidade.

Considerando as variáveis do problema Gaussianas e representadas genericamente por um vetor $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ no espaço n-dimensional, pode-se transformá-lo num vetor \vec{Z} , cujas componentes são variáveis padronizadas do vetor original \vec{X} , ou seja:

$$\vec{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = \left(\frac{X_1 - \mu_1}{\sigma_1}, \frac{X_2 - \mu_2}{\sigma_2}, \dots, \frac{X_n - \mu_n}{\sigma_n} \right) \quad (5-38)$$

onde μ_i e σ_i são, respectivamente, a média e o desvio padrão das variáveis básicas.

A função de estado limite pode ser escrita em termos do vetor \vec{X} , $g = g(\vec{X})$ ou do vetor \vec{Z} , $g_z = g_z(\vec{Z}) = 0$, formando uma superfície de falha no espaço n-dimensional. A figura 5-6 mostra uma representação gráfica bidimensional da superfície de falha para o vetor de variáveis básicas padronizadas \vec{Z}

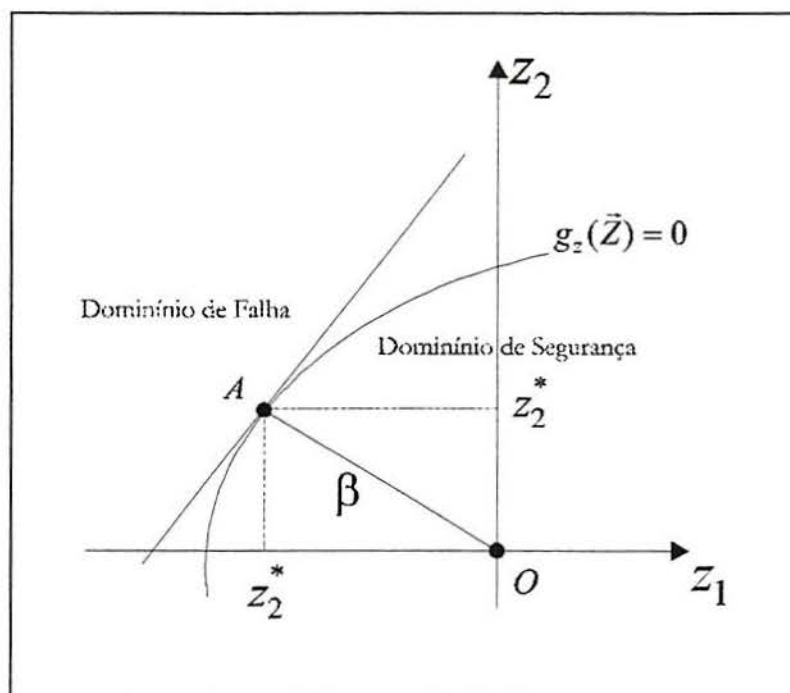


Figura 5-6: Superfície de falha no espaço bidimensional

Uma alteração nas médias e desvios padrões das variáveis básicas modifica a superfície de falha $g_z(\vec{Z})$, que ao se aproximar do ponto O (figura 5-6) aumenta o domínio de falha, reduzindo a confiabilidade, e inversamente quando se afasta deste ponto. O valor β – a distância mínima entre o ponto O e a superfície de falha – pode ser usado como uma estimativa da confiabilidade estrutural e é conhecido como **índice de confiabilidade**.

O método de FORM consiste na determinação do ponto de projeto $A = (z_1^*, z_2^*) = \vec{Z}^*$, que pertence a superfície de falha e possui a distância mínima β à origem – geometricamente $\vec{Z}^* = \beta \vec{\alpha}$, onde $\vec{\alpha}$ é o vetor de cossenos diretores. Isto conduz ao seguinte problema de otimização:

calcular

$$\beta = \min(\sqrt{\vec{Z}^T \vec{Z}}) \quad (5-39)$$

sujeito a restrição:

$$g_z(\vec{Z}) = 0 \quad (5-40)$$

que pode ser resolvido iterativamente por $n+1$ equações (Thøgt-Christensen e Mustoso, 1986), escritas na forma:

$$g_z(\beta^{(k)} \bar{\alpha}^{(k-1)}) = 0 \quad (5-41)$$

$$\bar{\alpha}^{(k)} = \frac{-\bar{D}_z^{(k)}}{\sqrt{\bar{D}_z^{(k)T} \bar{D}_z^{(k)}}} \quad (5-42)$$

onde $\bar{D}_z^{(k)} = \frac{\partial g_z(\beta^{(k)} \bar{\alpha}^{(k-1)})}{\partial \bar{Z}}$ é o vetor derivada da superfície de falha no ponto $\bar{Z}^{*(k)} = \beta^{(k)} \alpha^{(k-1)}$.

A equação (5-42) surge quando se expande em série de Taylor a superfície de falha em torno do ponto de projeto (Shinozuka, 1983).

A seguir apresenta-se os passos para a solução iterativa, quando as variáveis básicas são Gaussianas e não correlacionadas:

1. Transforma-se a superfície de falha do espaço das variáveis Gaussianas \bar{X} para o espaço das variáveis padronizadas $\bar{Z} = \beta \bar{\alpha}$, pela relação $x_i = \mu_i + \sigma_i \beta \alpha_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), resultando na equação (5-41).
2. Escolhe o vetor dos cossenos diretores inicial $\bar{\alpha}^{(0)}$. Um sinal positivo é recomendado, quando a correspondente variável é uma “variável carregamento” (demanda) e um sinal negativo quando é uma “variável resistência ou geométrica” (capacidade).
3. Pela equação (5-41) encontra-se o valor $\beta^{(k)}$.
4. Pela equação (5-42) encontra-se um novo vetor de cossenos diretores $\bar{\alpha}^{(k)}$.
5. Assim sucessivamente. Quando $k \rightarrow \infty$: $\bar{Z}^{*(k)} \rightarrow \bar{Z}^*$, $\beta^{(k)} \rightarrow \beta$.

Existe uma relação direta entre o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha P_f , quando a superfície de falha é linear e as variáveis básicas são Gaussianas, como mostra a equação (5-43) abaixo:

$$P_f = \Phi(-\beta) \Leftrightarrow \beta = \Phi^{-1}(P_f) \quad (5-43)$$

onde $\Phi()$ é a função de distribuição Gaussiana padronizada.

O uso do índice de confiabilidade β , como estimativa da confiabilidade estrutural, é mais conveniente do que a probabilidade de falha P_f , pois esta varia entre 10^{-1} e 10^{-9} e aquele entre 1 e 6 na maioria dos problemas estruturais.

Até mesmo no caso mais geral, quando as variáveis são correlacionadas e não Gaussianas, pode-se usar FORM, desde que transforme as variáveis para o espaço Gaussiano padronizado; para isto pode-se usar o modelo de Nataf (Liu e Der Kiureghian, 1988).

5.4.2 Simulação Direta de Monte Carlo

O cálculo da probabilidade de falha pode ser feito desenvolvendo-se a integral da função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis básicas no domínio de falha – equação (5-44). Entretanto, geralmente uma solução fechada não é possível, principalmente devido a complexidade do domínio de integração. Métodos alternativos como FORM e Simulações de Monte Carlo são largamente usados para este fim. A simulação direta de Monte Carlo consiste em simulações das variáveis do problema, baseada na geração de números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e na inversa da distribuição de probabilidade acumulada das variáveis (Ang e Tang, 1984). A cada conjunto de variáveis simuladas \bar{X}_i , a função de estado limite $g(\bar{X}_i)$ é avaliada e um tratamento estatístico é feito nos valores que caem no domínio de falha $g(\bar{X}_i) < 0$. A probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \int_{D_f} p_x(\bar{X}) d\bar{X} \quad (5-44)$$

que pode ser escrita como:

$$P_f = \int I[g(\bar{X})] p_x(\bar{X}) d\bar{X} \quad (5-45)$$

onde a *função indicadora* $I[g(\bar{X})]$ é dada por:

$$I[g(\bar{X})] = \begin{cases} 0, & \text{se } g(\bar{X}) \leq 0 & (D_s) \\ 1, & \text{se } g(\bar{X}) > 0 & (D_f) \end{cases} \quad (5-46)$$

Por definição, o lado direito da expressão (5-45) representa o valor esperado da função indicadora, ou seja:

$$P_f = E\{I[g(\vec{X})]\} \quad (5-47)$$

Uma estimativa da probabilidade de falha pode ser feita, depois de N simulações das variáveis básicas, calculando-se a média aritmética da função indicadora (avaliada a cada simulação):

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(\vec{X}_i)] \quad (5-48)$$

Pode ser mostrado que o erro padrão associado ao estimador \hat{P}_f é dado por (Bourgund et al., 1986):

$$\varepsilon\% = \frac{100}{NP_f} \sqrt{N(P_f - P_f^2)} \quad (5-49)$$

Para ter-se uma idéia do alto número de simulações necessária para a análise de confiabilidade por simulações direta de Monte Carlo, uma estrutura com probabilidade de falha $P_f = 10^{-5}$ necessita cerca de $N = 10^6$ simulações para se ter um erro percentual de 30%. Para reduzir o número de simulações pode-se usar o método da simulação direta com Amostragem por Importância, que consiste, resumidamente, em concentrar as simulações próximo à superfície de falha, ao invés de todo o domínio das variáveis básicas. Maiores detalhes do método de Amostragem por Importância é encontrado em Shinozuka (1983).

A seguir a tabela 5-2 traz alguns algoritmos disponíveis para análise de confiabilidade:

Tabela 5-2: MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Métodos Analíticos
1. “Mean value first-order second-moment” (MVFOSM, Cornell, 1969).
2. Índice de confiabilidade generalizado de Hasofer-Lind (Hasofer e Lind, 1974).
3. Métodos de primeira ordem – “First-Order Reliability Methods – FORM”.
4. Métodos de segunda ordem – “Second-Order Reliability Methods – SORM”
5. Método do valor médio avançado (AMV, Wu <i>et al.</i> , 1990)
Simulação de Monte Carlo
1. Simulação direta de Monte Carlo.
2. Amostragem por Importância. (Shinozuka, 1983).
3. “Domain-restricted sampling” (Harbitz, 1986).
4. “Adaptive sampling” (Bucher, 1988).
5. “Directional sampling” (Bjerager, 1990)

5.4.3 Confiabilidade à Fadiga

Os ensaios experimentais demonstram que a ruptura por fadiga é um fenômeno imprevisível, evidenciado pela grande dispersão nos seus resultados. Por esta razão um tratamento estatístico-probabilístico e um estudo de confiabilidade tornam-se fundamentais para uma análise mais racional do fenômeno. Por isso, muitos trabalhos sobre confiabilidade à fadiga tem sido publicados nos últimos anos, dentre dos quais estão: o estado da arte da confiabilidade à fadiga publicado pela “The American Society of Civil Engineers” (ASCE) em 1982, Wirsching (1984), Wu e Wirsching (1987), Wirsching e Chen (1988), Wirsching *et al.* (1991), Jiao e Moan (1992) e Byers *et al.* (1997).

Os resultados do ensaio de fadiga – o número de ciclos para a ruptura a um nível de tensão – é plotado num gráfico log-log, como mostra a figura 5-7. A equação da curva S-N, $NS^m = K$, pode ser escrita de forma linear como:

$$Y = a + bX \quad (5-50)$$

onde $Y = \log N$, $X = \log S$, $a = \log K$ e $b = -m$

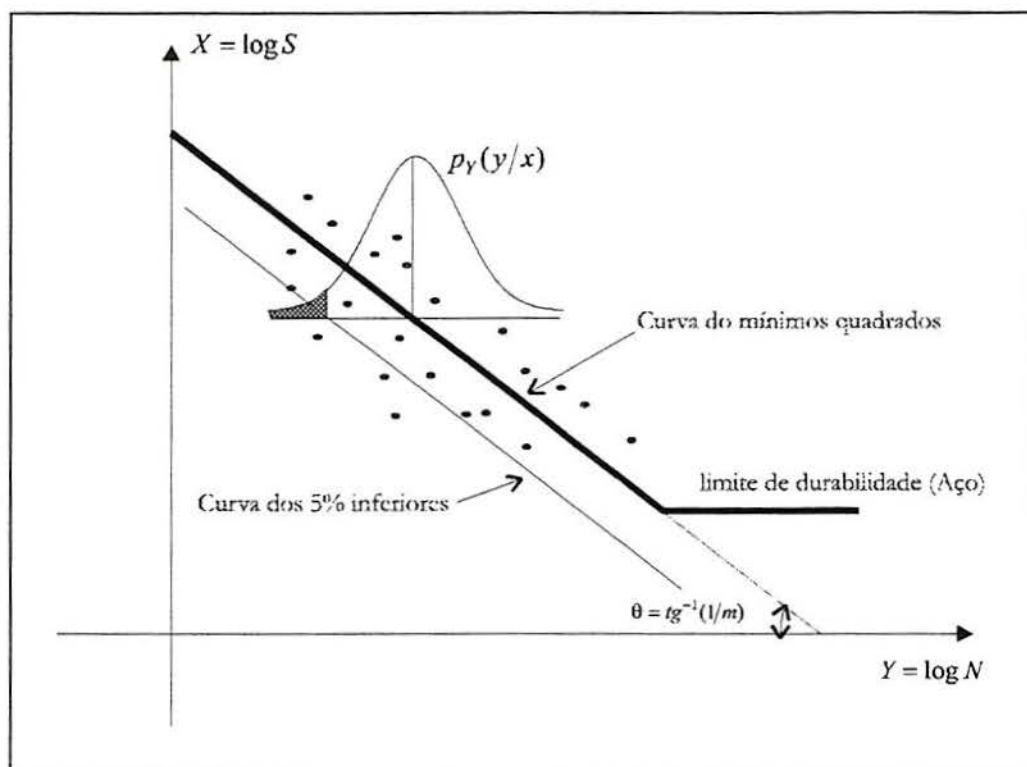


Figura 5-7: Ajuste probabilístico da curva de fadiga

Um traçado da curva de S-N pode ser feita através de um regressão linear dos mínimos quadrados, calculando-se as estimativas \hat{a} e \hat{b} para os coeficientes da equação (5-50). Dessa forma, tem-se:

$$\hat{N} = \hat{K}S^{-\hat{m}} \quad (5-51)$$

onde $\hat{K} = 10^{\hat{a}}$, $\hat{m} = -\hat{b}$ e \hat{N} é a estimativa da vida, em ciclos, para um nível de tensão S .

O uso da equação (5-51), para a análise de fadiga, pode conduzir a erros altos na estimativa do dano e do tempo de ruptura de um sistema estrutural, devido a grande dispersão dos pontos. Entretanto, uma curva mais conservativa poderá ser usada, como por exemplo, a curva dos 5% inferiores, abaixo da qual existe somente 5% dos pontos, ou alternativamente, $\text{Prob}(Y/X) = 0.05$. Assim uma família de curvas pode ser traçada, formado o gráfico probabilístico S-N-P (figura 2-4). Dependendo do grau de risco admissível, escolhe-se uma das curvas, a qual é utilizada na análise do dano e tempo de ruptura.

O estudo probabilístico da curva S-N pode ser feito determinando-se a probabilidade que a vida tenha um valor N dado um nível de tensão S , ou melhor, calcular a função de densidade de probabilidade $p_N(N/S)$. Dois modelos de ajuste

têm sido usados para esta função: (1) o formato lognormal (Wirsching, 1995; Wirsching e Chen, 1988) e (2) o formato Weibull (Munse *et al.*, 1983).

No modelo lognormal as variáveis $Y = \log N$ e $X = \log S$ são normalmente distribuídas, isto é:

$$Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y) \text{ e } X \sim N(\mu_X, \sigma_X) \quad (5-52)$$

É necessário, ainda, determinar as distribuições das variáveis a e b da equação (5-48). Entretanto, resultados experimentais mostram que o parâmetro m tem pequena variabilidade (Wu e Wirsching, 1987) e a variável $b = -m$ é considerada determinística. Logo, a variabilidade da curva S-N é dada pela distribuição da variável a , que segundo (5-50) e (5-52) é normalmente distribuída, $a \sim (\mu_a, \sigma_a)$. Portanto, $K = 10^a$ tem uma distribuição lognormal com os seguintes parâmetros:

$$\mu_K = 10^{\left[\mu_a + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_a^2}{0,434} \right) \right]} \quad (5-53)$$

$$\sigma_K = \mu_K \sqrt{10^{\left(\frac{\sigma_a^2}{0,434} \right)} - 1} \quad (5-54)$$

$$\tilde{K} = 10^{\mu_a} \Leftrightarrow \mu_a = \log \tilde{K} \quad (5-55)$$

onde \tilde{K} é o valor mediano da variável K .

No modelo de Weibull a distribuição de probabilidade $P_N(n/s)$ é dada por:

$$P_N(n/s) = \mathbf{Prob}(N \leq n/s) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n - n_{0,s}}{V_s - n_{0,s}}\right)^{\alpha_s}\right] \quad (5-56)$$

para $n \geq n_{0,s} > 0$; $\alpha_s > 0$; e $V_s > n_{0,s}$, onde $n_{0,s}$ é a vida mínima para o nível de tensão s ; α_s parâmetro de forma ao nível de tensão s e V_s é a vida característica ao nível de tensão s . A equação (5-56) é chamada de função de distribuição de Weibull de três parâmetros. Nas aplicações a fadiga, é razoável assumir que a vida mínima $n_{0,s} = 0$. Então, a equação (5-56) reduz-se a:

$$P_N(n/s) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n}{V_s}\right)^{\alpha_s}\right] \quad (5-57)$$

que é conhecida como distribuição de Weibull de dois parâmetros.

Na distribuição de Weibull de três parâmetros, α_s , V_s e $n_{0,s}$ são funções de s . Não obstante, no caso da distribuição de dois parâmetros ($n_{0,s} = 0$) α_s deve ser independente do nível de tensão s , ou seja, $\alpha_s = \alpha$ (Gumbel, 1963). A média e o desvio padrão para a distribuição de dois parâmetro são dados por:

$$E[N/S] = \mu_{N/S} = V_s \Gamma(1 + \frac{1}{\alpha}) \quad (5-58)$$

$$\sigma_{N/S} = \mu_{N/S} \sqrt{\frac{\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha})}{\Gamma(1 + \frac{1}{\alpha})} - 1} \quad (5-59)$$

Na distribuição lognormal a função azar (ou função risco), que é definida como a probabilidade de ruptura depois da sobrevivência a n ciclos, decresce com o incremento da vida, o que é contraditório com o comportamento esperado para a fadiga. Na distribuição de Weibull o risco cresce com o incremento da vida, o que a torna fisicamente mais correta que a distribuição lognormal. Contudo, a distribuição lognormal é muito usada para modelar a variabilidade das curvas S-N, por ser matematicamente mais atrativa.

Definida a variabilidade da curva S-N, pode-se fazer uma análise da confiabilidade à fadiga utilizando-se um dos métodos listados na tabela 5-2. Neste trabalho será utilizado o modelo lognormal através da distribuição do parâmetro K da curva de fadiga. Para tanto será considerado que: (1) a resistência a fadiga é dada por $NS^m = K$; (2) a equação é válida para $S = 0$, isto é, não existe limite de durabilidade.

Até agora foi considerado que a ruptura por fadiga ocorre quando o somatório do dano atinge a unidade ($\sum D = 1$). Contudo, nos trabalhos de Wirsching (1995) e da ASCE (1982), este o valor é considerado uma variável aleatória Δ com distribuição lognormal. A ASCE(1982) apresenta alguns parâmetros estatísticos da variável Δ para diversos materiais.

Dessa forma, usando a aproximação de Rayleigh, o tempo para ruptura é uma variável aleatória dada por:

$$T = \frac{\Delta K}{\lambda \nu_+ S_{eq}^m} \quad (5-60)$$

ou alternativamente,

$$\log T = -\log \lambda + \log \Delta + \log K - \log \nu_+ - \log S_{eq}^m \quad (5-61)$$

onde $\log T$, $\log \Delta$ e $\log K$ são variáveis normalmente distribuídas.

Para um tempo de serviço t a probabilidade de falha é dada por $P_f = \mathbf{Prob}(T \leq t) = \mathbf{Prob}(\log T \leq \log t)$ e a função de estado limite fica:

$$g(\log T) = \log T - \log t \quad (5-62)$$

Usando FORM (equações 5-41 e 5-42), encontra-se:

$$\beta = \frac{\mu_{\log T} - \log t}{\sigma_{\log T}} = \frac{\log(\tilde{T}/t)}{\sigma_{\log T}} \quad (5-63)$$

Da equação (5-60) tem-se que:

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{\Delta} \tilde{K}}{\lambda \nu_+ S_{eq}^m} \quad (5-64)$$

e

$$\sigma_{\log T} = \sqrt{0,043 \log[(1 + C_\Delta^2)(1 + C_K^2)]} \quad (5-65)$$

onde o til representa o valor mediano e C denota o coeficientes de variação, $C = \frac{\mu}{\sigma}$

Para o caso de estruturas sujeitas à ação do vento a equação (5-64) fica:

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{\Delta}\tilde{K}}{\sum \lambda_i \frac{v_{+i} f r_i S_{eqi}^m}{(1 - \sigma_{mi} / \sigma_u)^m}} \quad (5-66)$$

Se as distribuições das variáveis Δ e K são dadas pelo logaritmo neperiano, ao invés do logaritmo na base 10, as expressões (5-63), e (5-65) ficam:

$$\beta = \frac{\ln(\tilde{T} / t)}{\sigma_{\ln T}} \quad (5-67)$$

$$\sigma_{\ln T} = \sqrt{\ln[(1 + C_\Delta^2)(1 + C_K^2)]} \quad (5-68)$$

Como a função de estado limite (5-62) é uma equação linear e suas variáveis aleatórias têm distribuição normal, a probabilidade de falha vem dada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5-69)$$

No método de “rainflow” a confiabilidade será analisada pelo método de Monte Carlo. Em um tempo de serviço t a função de estado limite é:

$$g(\Delta, K) = \Delta - \sum_{i=1}^{nc} \frac{S_i^m}{2K} \quad (5-70)$$

A probabilidade de falha é:

$$P_f = \mathbf{Prob}(\Delta \leq \sum_{i=1}^{nc} \frac{S_i^m}{2K}) \quad (5-71)$$

e o seu cálculo é feito simulando-se as variáveis lognormais Δ e K pelo método de Monte Carlo (ver seção anterior).

Capítulo 6

APLICAÇÕES

6.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentadas as análises de duas estruturas alteadas de seções transversais circulares, tipo chaminé, conforme mostra a figura 6-1. As suas características geométricas são apresentadas na tabela 6-1. A análise consiste na determinação dos índices de confiabilidade de projeto, através do programa FATIGUE - elaborado com este propósito, cujo fluxograma é mostrado na figura 6-2. Estes índices são determinados baseados na variabilidade das curvas de fadiga do material e podem representar um indicativo de quão propensa está a estrutura à ruptura por fadiga.

Para efeito de uma análise teórica e ajustes numéricos, são simuladas algumas situações de localização, e conseqüentemente, também o comportamento do vento e seus efeitos nas estruturas.

Em primeiro lugar, as estruturas são analisadas utilizando-se os dados de velocidades médias presentes na tabela 4-1 ou no gráfico da figura 4-2. Estes dados representam medições – feitas no ano de 1996 pelo Laboratório de Dinâmica e Confiabilidade (LDEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) – da velocidade média do vento para região de Porto Alegre e Santa Maria. Nestas condições, devido ao efeito longitudinal da velocidade do vento, os índices de confiabilidade de projeto e a probabilidade de falha são determinados para diversos anos de vida da estrutura; e com base numa probabilidade de falha específica, define-se uma vida útil. Também são feitas modificações nos parâmetros estruturais para reavaliação dos índices de confiabilidade da estrutura. Em seguida, as estruturas são analisadas considerando os efeitos transversais, em virtude do desprendimento de vórtices, da velocidade do vento. Analogamente, são determinados os índices de confiabilidade de projeto. Por fim, a variabilidade da direção do vento é acrescentada à análise. As considerações das variações da velocidade média e de sua direção são feitas através de dados probabilísticos.

6.2 Estruturas analisadas

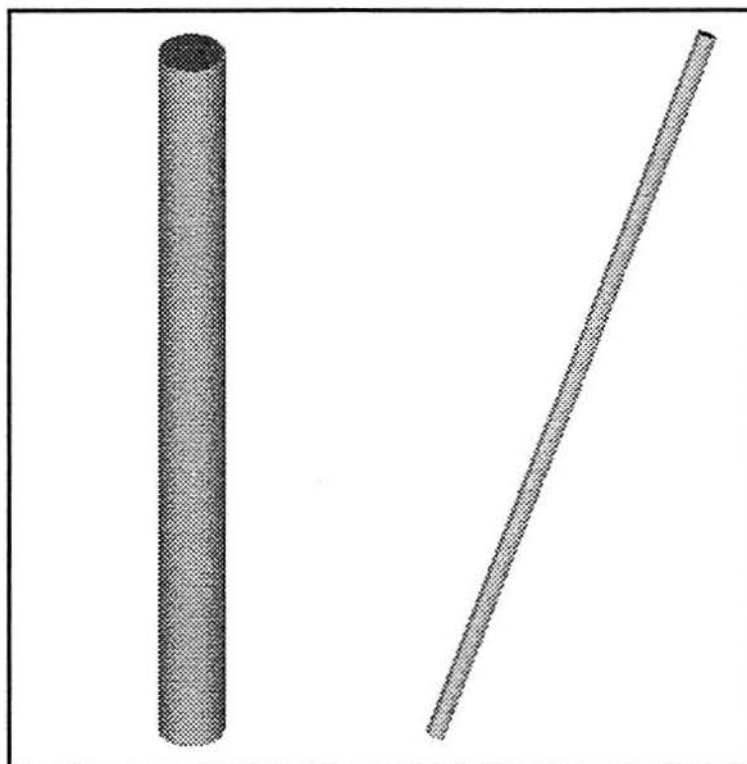


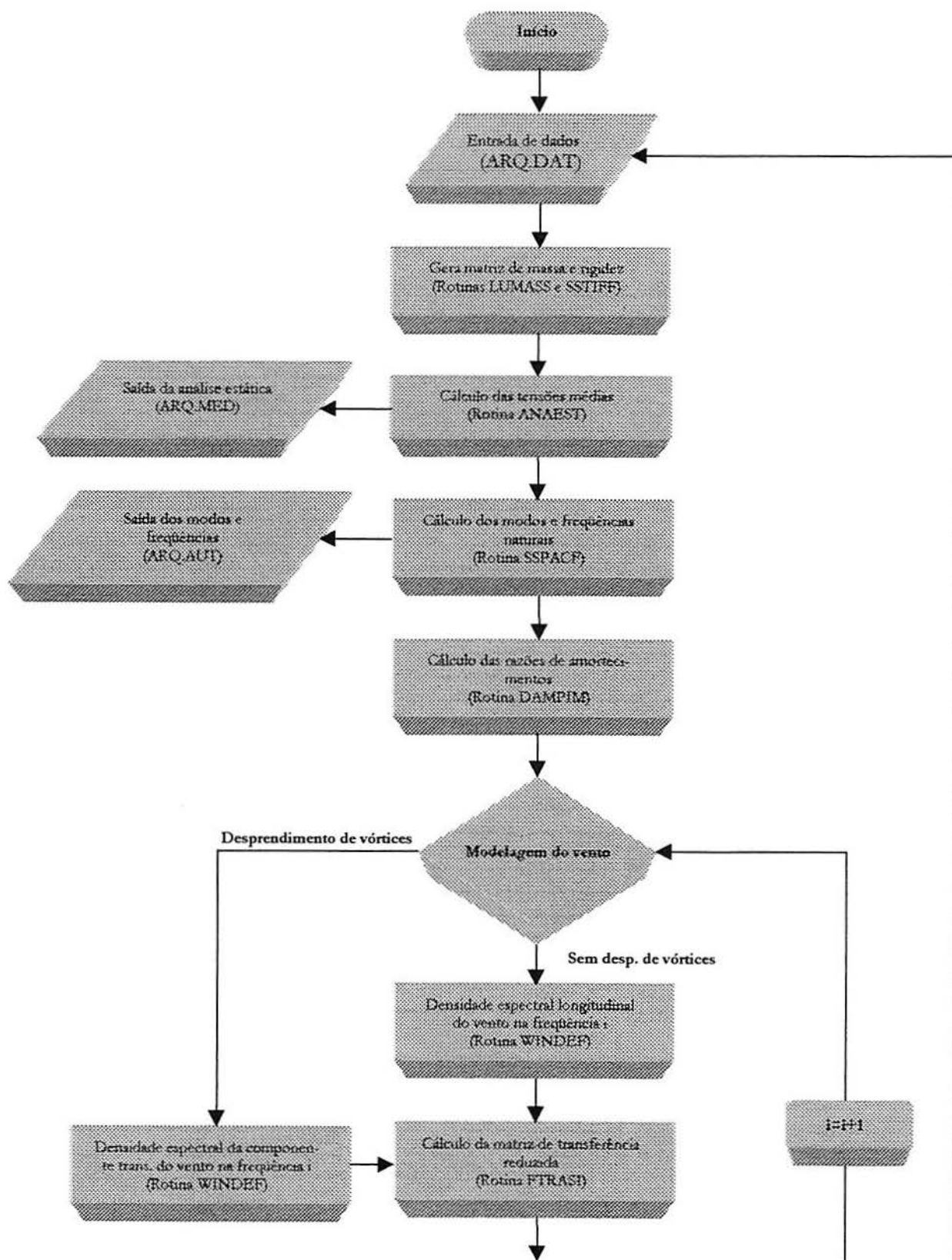
Figura 6-1: Estruturas analisadas. Estrutura A: tubo vertical. Estrutura B: tubo inclinado

A estrutura “A” é um tubo metálico de espessura variável e diâmetro externo constante, utilizado como chaminé. A estrutura “B” é um tubo metálico de espessura e diâmetro externo constantes, de eixo longitudinal inclinado, que serve de mastro em uma concessionária na cidade de João Pessoa . As características das duas estruturas estão presentes na tabela 6-1.

Tabela 6-1: CARATERÍSTICAS DAS ESTRUTURAS ANALISADAS

	Estrutura A	Estrutura B
Diâmetro externo na base	10m	0,63m
Espessura na base	0,10m	0,010m
Diâmetro externo no topo	10m	0,63m
Espessura no topo	0,10m	0,010m
Altura	250m	30m
Material	Aço: MR-250	Aço: MR-250
Frequência Natural	0,161Hz	0,701Hz
Vínculos	Engastado na base	Engastado na base

6.3 Fluxograma do programa FATIGUE.FOR



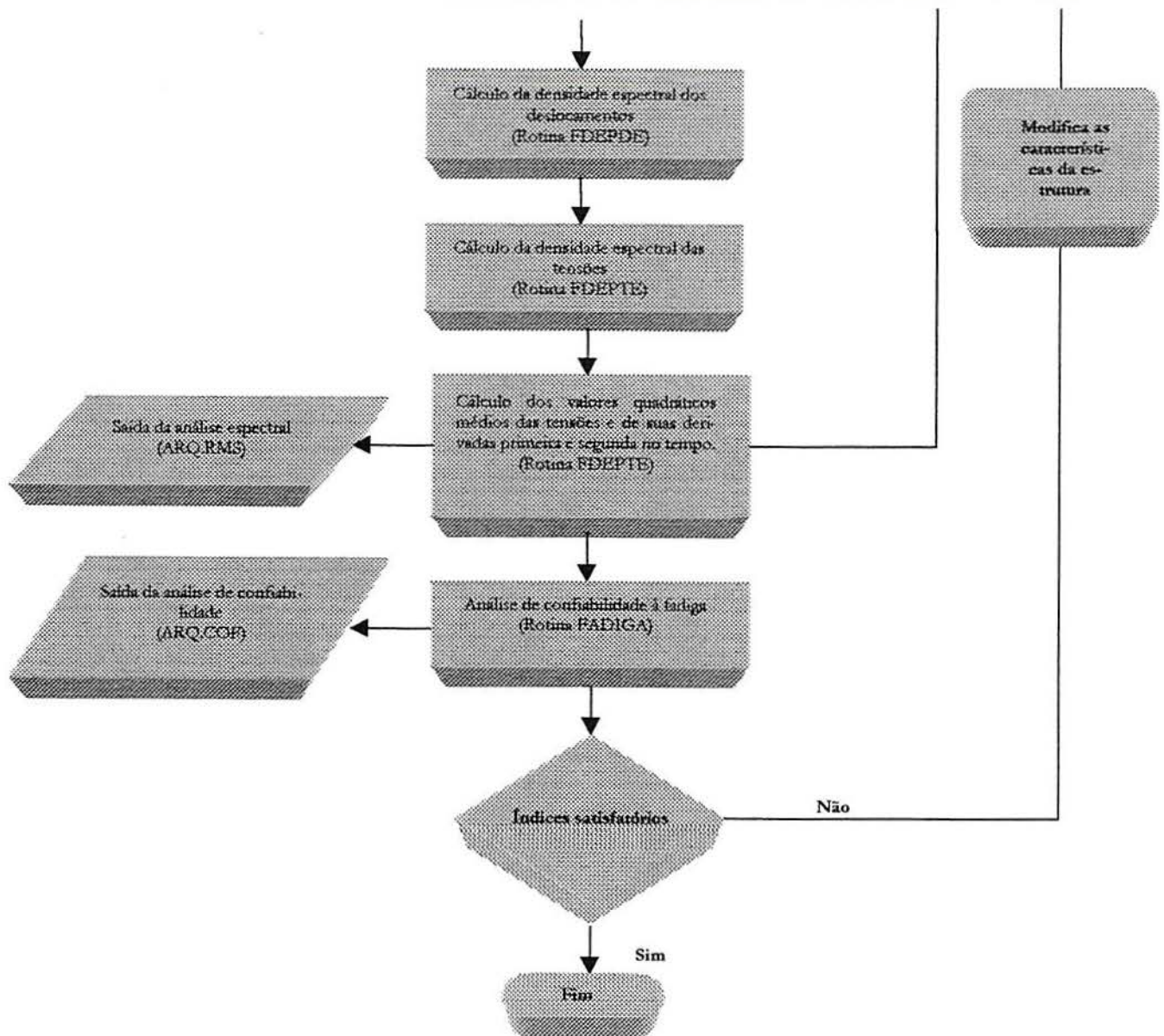


Figura 6-2: Fluxograma do programa Fatigue.For

6.4 Análise da estrutura "A"

A estrutura "A" (uma chaminé em tubo metálico engastado na base) foi modelado em elementos finitos tridimensionais, com 20 nós e 27 pontos de integração (fig. 3-2). A estrutura foi discretizada com 25 divisões na altura, 2 divisões na espessura e 8 divisões angulares, totalizando 400 elementos e 8.000 nós, como mostra a figura 6-3.

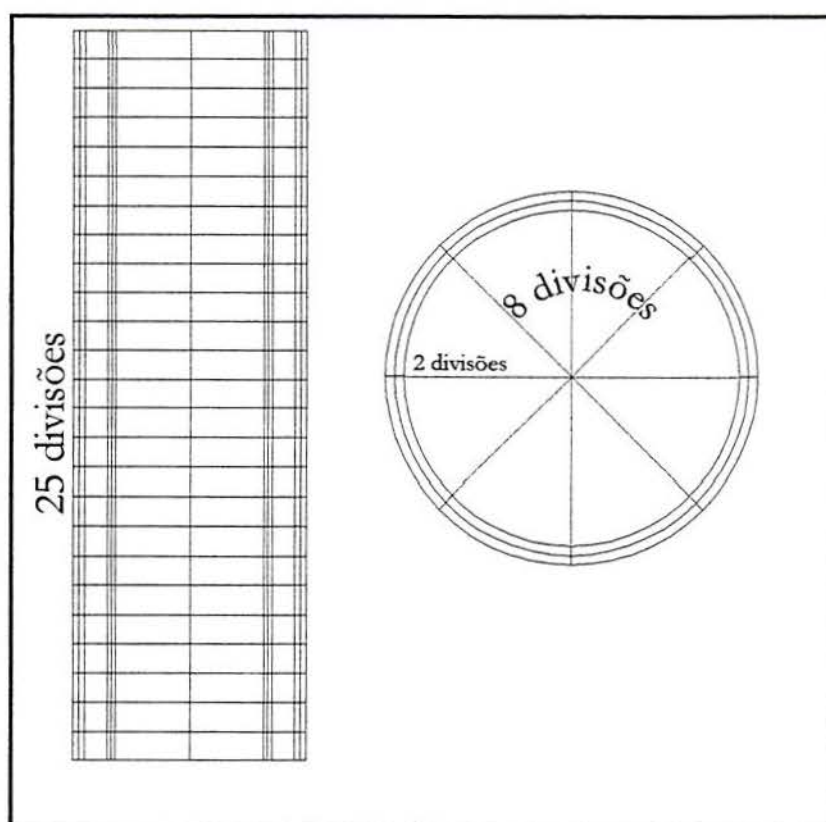


Figura 6-3: Estrutura "A" discretizada em Elementos Finitos

A figura 6-4 mostra o gráfico do módulo da função de transferência do sistema para os três primeiros modos de vibrações. Cada função de transferência modal apresenta um pico na frequência correspondente ao modo de vibração. As frequências dos três primeiros modos de vibrações são, respectivamente: $1,013\text{rad/s}$ ($0,161\text{Hz}$), $6,191\text{rad/s}$ ($0,985\text{Hz}$) e $16,871\text{rad/s}$ ($2,685\text{Hz}$). As amplitudes dos picos dependem fortemente das razões de amortecimento modais ζ_r , de modo que, quanto menor for a razão de amortecimento maior será o pico e mais estreita será a função.

Para esta estrutura é utilizada uma razão de amortecimento $\zeta_1 = 0,002$ para o primeiro modo de vibração e $\zeta_2 = 0,04$ para o segundo, e as demais razões são determinadas conforme item 3.3.5 deste trabalho. Da análise da figura 6-4 pode-se observar uma predominância do primeiro modo de vibração no valor da função de transferência; bem menos do segundo e menor ainda para o terceiro. Isso se deve ao fato de que o primeiro modo é semelhante à configuração da deformação elástica da estrutura, como também, em virtude das razões de amortecimentos serem menores quanto menor for a frequência modal.

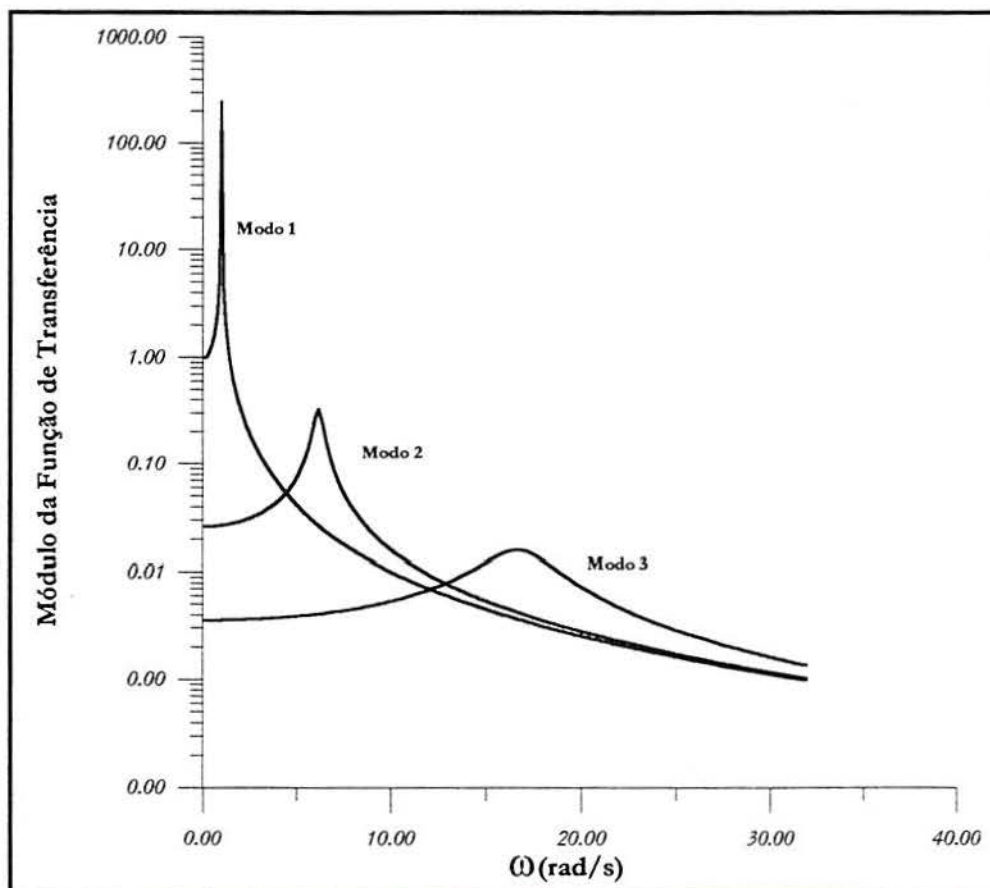


Figura 6-4: Módulo da função de transferência do sistema

Portanto, uma excitação aleatória, ou não, que tenha maior concentração de energia nas proximidades da primeira frequência de vibração provocará respostas mais significativas do que aquelas com concentração de energia próximo de frequências maiores. No caso da estrutura "A", cuja primeira frequência de vibração é $0,161\text{Hz}$ ($1,013\text{rad/s}$), o vento tem uma atuação relevante na resposta dinâmica da estrutura, uma vez que, esse tipo de ação tem uma concentração de energia em frequências abaixo de 1Hz ($6,283\text{rad/s}$), para o espectro de turbulência longitudinal do vento natural.

6.4.1 Caso 1- Vento longitudinal para região de Santa Maria

Neste item é analisado o comportamento da estrutura “A” frente a uma situação caracterizada por uma variação da velocidade média dada na tabela 4-1, para região de Santa Maria. A fadiga é analisada, para esta estrutura, como consequência do efeito longitudinal da velocidade do vento. A tabela 6-2 mostra os dados referentes às características do material da estrutura.

Tabela 6-2: CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL

Módulo de elasticidade:	$E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0,30$
Massa Específica:	$\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$
Resistência última do material:	$\sigma_x = 500 \text{ MPa}$
Parâmetro m da curva de fadiga:	$m = 2,851$
Logaritmo da mediana do parâmetro K da curva de fadiga:	$\mu_a = \log \tilde{K} = 12,476$
COV do parâmetro K:	$C_K = 0,50$
COV do somatório de Palmgren-Miner para ruptura	$C_\Delta = 0,627$

O perfil de velocidade média, é determinado usando-se a lei de potência (equação 4-2), onde a velocidade média na altura de 10m é dada na tabela 4-1 (região de Santa Maria) e o expoente p é determinado na tabela 4-2 para a categoria V. A densidade espectral do vento é calculada através da expressão de Von Kármán (equação 4-13).

A densidade espectral da tensão normal σ_{x1} , no ponto mais solicitado da estrutura – que fica na base – quando a velocidade média é igual a 10 m/s é mostrado na figura 6-5; como também as figuras 6-6 e 6-7 representam as densidades espectrais das derivadas primeira e segunda das tensões, com relação ao tempo, respectivamente.

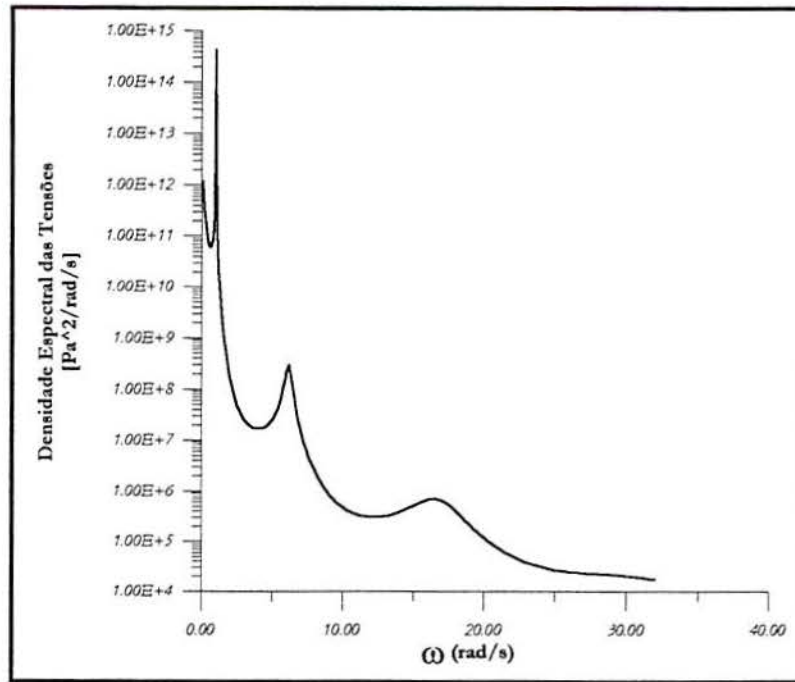


Figura 6-5: Densidade espectral da tensão no ponto de máxima solicitação – Caso 1

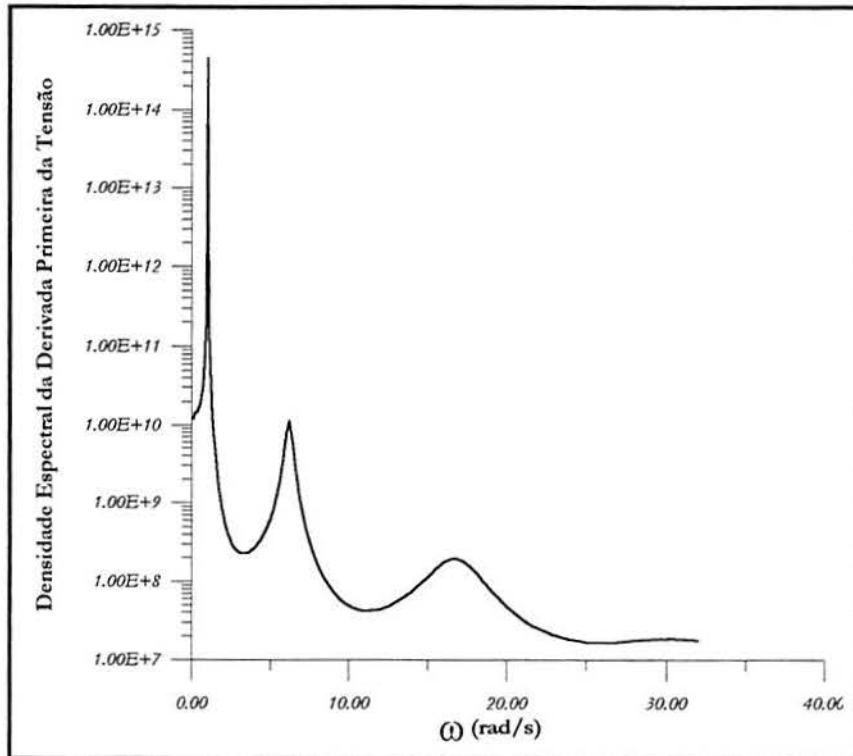


Figura 6-6: Densidade espectral da derivada primeira da tensão – Caso 1

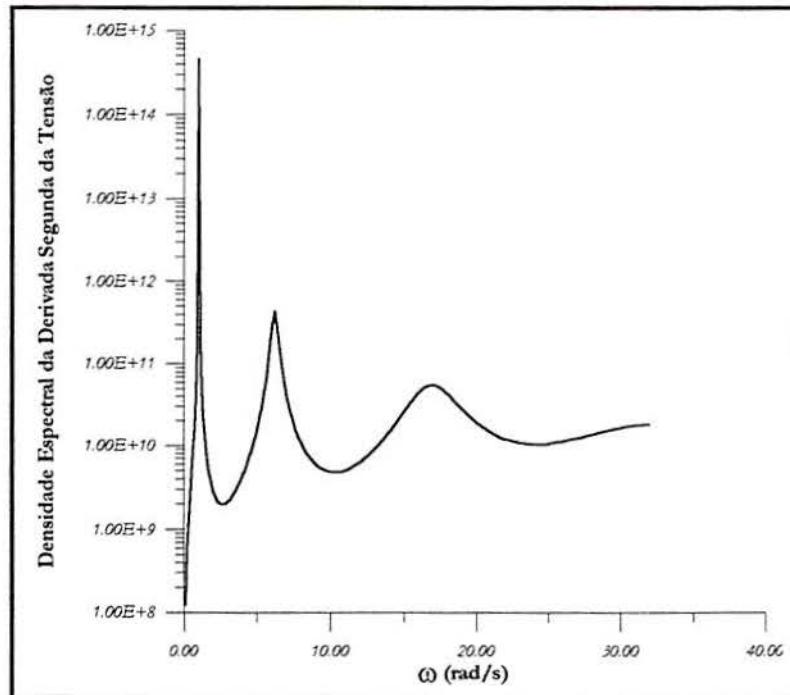


Figura 6-7: Densidade espectral da derivada segunda da tensão – Caso 1

Os resultados das análises estática e estocástica, quando a velocidade do vento é igual a 10 m/s , encontram-se na tabela 6-3, de onde pode-se observar que o valor do desvio padrão (ou o valor RMS num processo estocástico de média zero) da tensão ($6,57\text{MPa}$) é maior do que a tensão média ($4,68\text{MPa}$), o que evidencia a importância do efeito dinâmico da velocidade do vento nesta estrutura, que apresenta frequência natural próxima à região onde o vento apresenta maior energia de vibração.

Tabela 6-3: RESULTADOS DA ANÁLISE ESTÁTICA E ESTOCÁSTICA - CASO 1

Tensão média	$\bar{\sigma} = 4,68\text{MPa}$
Desvio padrão da tensão	$\sigma_{RMS} = \sqrt{M_0} = 6,57\text{MPa}$
Raiz quadrada do segundo momento da f.d.e.p. das tensões	$\dot{\sigma}_{RMS} = \sqrt{M_2} = 6,65\text{MPa/s}$
Raiz quadrada do quarto momento da f.d.e.p. das tensões	$\ddot{\sigma}_{RMS} = \sqrt{M_4} = 6,78\text{MPa/s}^2$
Taxa de ultrapassagem da média das tensões	$\nu_+ = 0,161\text{Hz}$
Taxa esperada de picos das tensões	$\eta_p = 0,162\text{Hz}$
Fator de irregularidade	$\alpha_2 = 0.993$

Ainda da tabela 6-3 pode-se observar que as taxas de ultrapassagem da tensão média e dos picos de tensões, respectivamente $0,161\text{Hz}$ e $0,162\text{Hz}$, estão bem próximas da frequência do primeiro modo de vibração ($0,161\text{Hz}$), o que indica a predominância desse modo na resposta, em tensões, da estrutura. O fator de irregularidade ($0,993$) bem próximo da unidade indica que o processo estocástico das tensões pode ser considerado de banda estreita (item 5.3.4). O desvio padrão da tensão é igual a raiz quadrada da área abaixo da curva da figura 6-5, enquanto o segundo e o quarto momentos da f.d.e.p. das tensões são iguais às áreas abaixo das curvas das figuras 6-6 e 6-7, respectivamente.

As figuras 6-8 e 6-9 apresentam os resultados da análise de confiabilidade à fadiga. A figura 6-8 mostra o decaimento do índice de confiabilidade β com o passar do tempo (em dias) e a figura 6-9 o acréscimo da probabilidade de falha P_f com o passar do tempo. Se é considerada uma probabilidade de falha de $P_f = 10^{-3}$ (ou índice de confiabilidade $\beta = 3,16$) como aceitável, pode-se definir a vida da estrutura em 64anos . Em 100anos a probabilidade de falha é igual a $P_f = 0,117$.

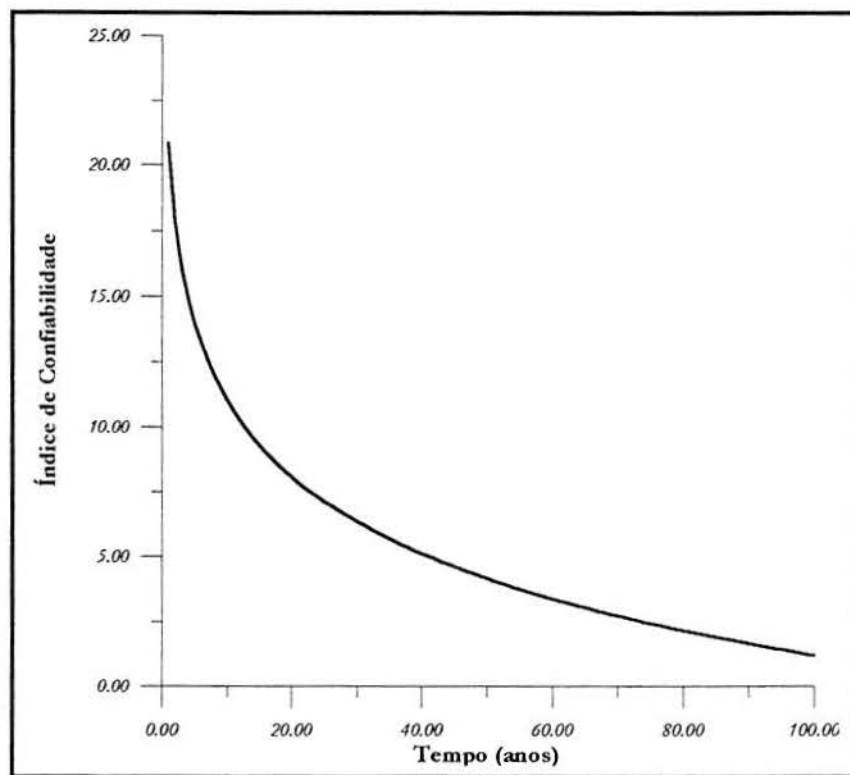


Figura 6-8: Índice de confiabilidade - Caso 1: vento longitudinal

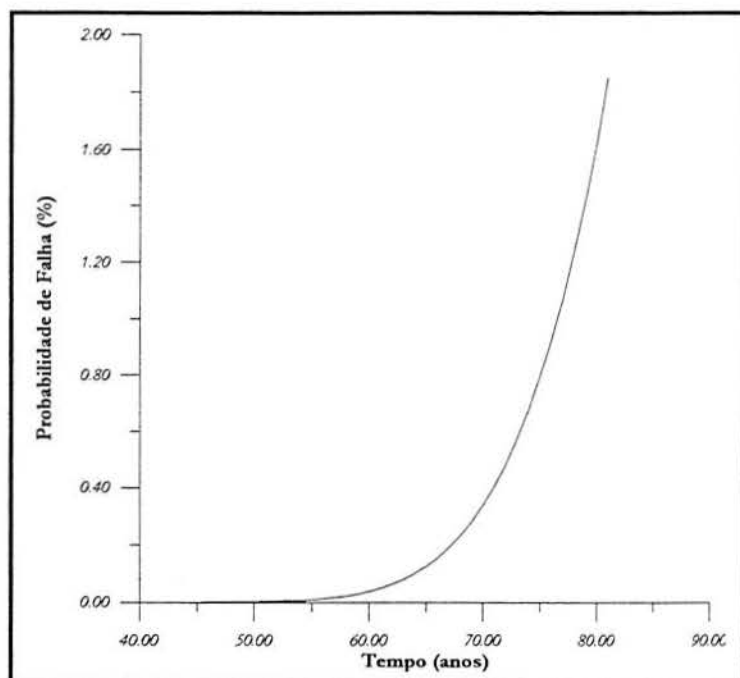


Figura 6-9: Probabilidade de falha. Caso 1: vento longitudinal

Uma alteração na seção da estrutura poderá melhorar o seu comportamento dinâmico e torná-la mais resistente. Por exemplo, alterando-se a espessura da estrutura de $0,10m$ para $0,12m$, fará com que a probabilidade de falha $P_f = 10^{-3}$ seja atingida em $106anos$.

6.4.2 Caso 2 – Desprendimento de vórtices para região de Santa Maria

Considera-se agora, a fadiga sendo provocada pelas vibrações transversais em decorrência do desprendimento de vórtices no tubo circular. O efeito do desprendimento de vórtices, com relação a fadiga, é calculado desacoplado do efeito longitudinal do vento, uma vez que não se tem conhecimento da função de densidade espectral cruzada das forças longitudinais e transversais (devido ao desprendimento de vórtices) provocadas pelo vento.

A figura 6-10 mostra a função de densidade espectral das forças transversais, devido ao desprendimento de vórtices, em uma região no topo da estrutura, quando a velocidade média longitudinal é de $10m/s$. Observa-se nesta figura a predominância de uma determinada frequência, que traduz o fato dos vórtices des-

prenderem em uma frequência específica, que varia com a velocidade do vento (portanto, com a altitude na mesma estrutura) e diâmetro da estrutura, conforme item 4.6 deste trabalho.

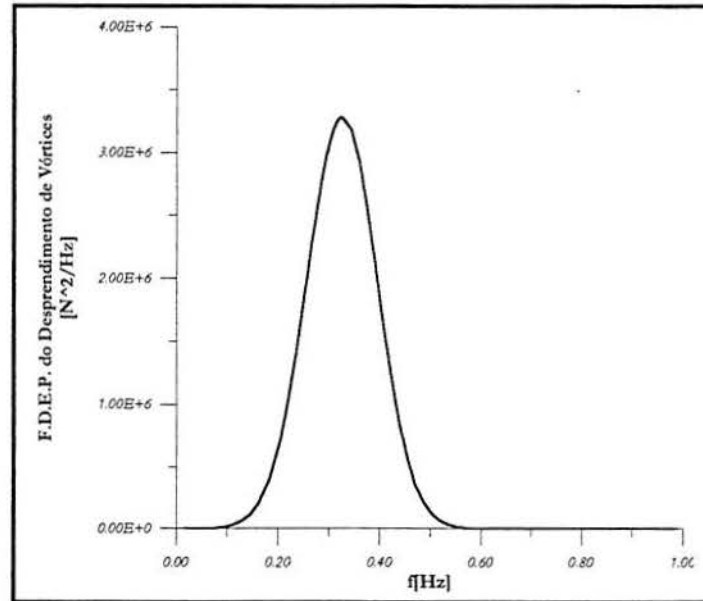


Figura 6-10: F.D.E.P. das forças transversais de desprendimento de vórtices

A função de densidade espectral de potência das tensões é mostrada na figura 6-11, para velocidade média longitudinal de 10 m/s . Observa-se que a frequência principal da resposta é igual a frequência natural do primeiro modo de vibração do sistema ($1,013\text{ rad/s}$ ou $0,161\text{ Hz}$)

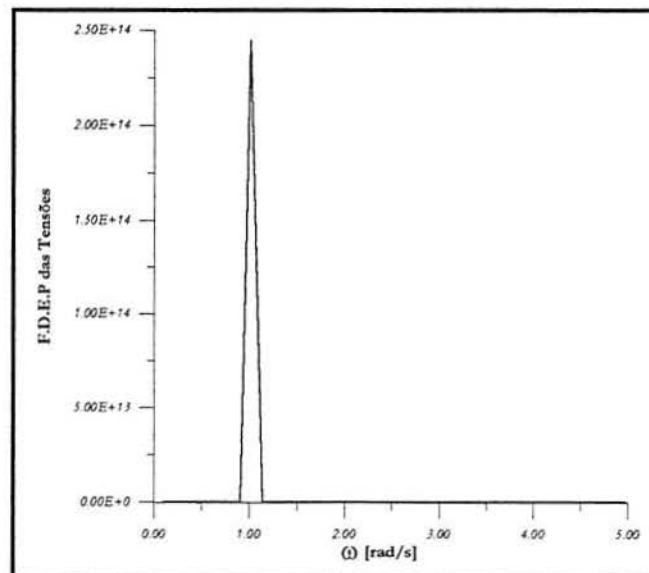


Figura 6-11: F.D.E.P. das tensões devido ao desprendimento de vórtices

A tabela 6-4 apresenta os resultados da análise estocástica da estrutura, submetida ao desprendimento de vórtices. O valor médio da tensão no ponto de maior solicitação ao desprendimento de vórtices é nulo, pois devido a simetria da seção da estrutura, a tensão proveniente da ação longitudinal do vento é nula neste ponto. Além do mais a tensão média proveniente do próprio desprendimento de vórtices também é nula.

A variação do índice de confiabilidade à fadiga β e da probabilidade de falha são mostrados nas figuras 6-12 e 6-13, respectivamente. Sendo a vida útil T definida como o tempo em que a probabilidade de falha é 10^{-3} (0,1%), este valor, é então, determinado pela figura 6-13 como $T = 13\text{anos}$.

Alterando-se a espessura da estrutura de 0,10m para 0,12m, fará com que o tempo de vida útil, como definido anteriormente ($Pf < 10^{-3}$), seja igual, aproximadamente, a 23anos.

Tabela 6-4: **RESULTADOS - CASO 2: DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES**

Tensão média	$\bar{\sigma} = 0,0\text{MPa}$
Valor RMS da tensão	$\sigma_{RMS} = \sqrt{M_0} = 5,36\text{MPa}$
Valor RMS da derivada primeira da tensão	$\dot{\sigma}_{RMS} = \sqrt{M_2} = 5,46\text{MPa/s}$
Valor RMS da derivada Segunda da tensão	$\ddot{\sigma}_{RMS} = \sqrt{M_4} = 5,51\text{MPa/s}^2$
Taxa de ultrapassagem da média das tensões	$\nu_+ = 0,161\text{Hz}$
Taxa esperada de picos das tensões	$\eta_p = 0,162\text{Hz}$
Fator de irregularidade	$\alpha_2 = 0,993$

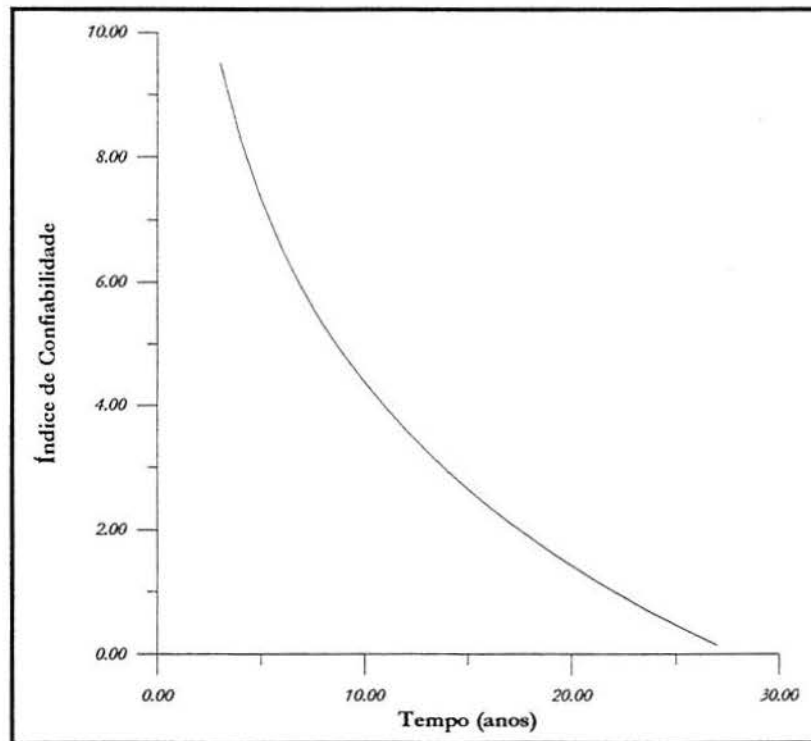


Figura 6-12: Índice de confiabilidade - Caso 2: desprendimento de vórtices

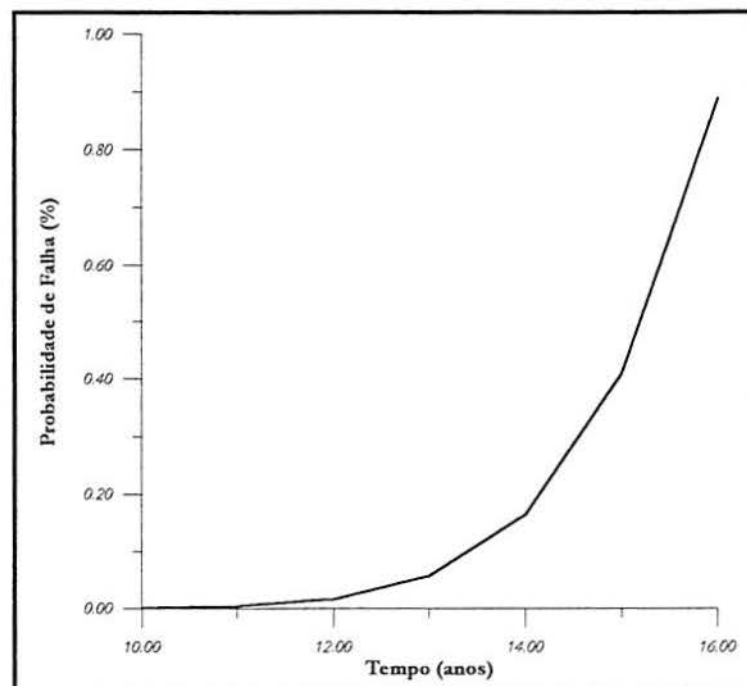


Figura 6-13: Probabilidade de falha - Caso 2: desprendimento de vórtices

6.4.3 Caso 3 – Consideração da variação da direção do vento

Além da variação do perfil da velocidade média, é importante na análise de fadiga a consideração da variação da direção do vento, uma vez que isto altera toda configuração de tensões da estrutura – pontos que têm tensões mínimas poderão passar para tensões máximas, dependendo da direção da ação. Não obstante, a consideração da direção não é tão simples, principalmente pela falta de dados estatísticos reais.

Com os dados probabilísticos de intensidade, direção e tempo de atuação da velocidade do vento, pode-se fazer simulações de históricos destes valores e assim determinar os índices de confiabilidade. Entretanto, neste trabalho por falta de dados mais realísticos, é utilizado uma forma simplificada, de acordo com a equação seguinte:

$$Pf_i = \sum Pf_{ij} \cdot Pv_j \quad (6-1)$$

onde,

Pf_i é a probabilidade de falha em um ponto i da estrutura.

Pv_j é a probabilidade do vento ocorrer na direção j .

Pf_{ij} é a probabilidade de falha em um ponto i quando vento ocorre na direção j .

A probabilidade de falha Pf_{ij} é determinada tantas vezes quanto for o número de direções de ação do vento, utilizando os dados probabilísticos da variação da intensidade da velocidade do vento. No entanto, esta forma de análise diverge da realidade, visto que, a variação da velocidade é considerada independente da variação da sua direção, mas por falta de um estudo mais preciso será usada como um indicativo.

Neste exemplo a estrutura “A” está submetida à velocidade do vento, cujos dados são aqueles da tabela 4-1, para região de Santa Maria/RS, e da figura 4-3 para variação da direção do vento. Foram determinadas as probabilidades de falhas para todos os pontos de integração dos elementos da base, de acordo com a equação (6-1). Os resultados do ponto de pior situação é apresentado na tabela 6-5

Tabela 6-5: RESULTADOS NO PONTO DE PIOR SITUAÇÃO

	Vento Longitudinal	Desprendimento de vórtices
Índice de confiabilidade (β) em 100 anos	4,06	2,66
Probabilidade de falha (P_f) em 100 anos	$2,40 \cdot 10^{-5}$	$3,85 \cdot 10^{-3}$

6.5 Análise da estrutura "B"

A estrutura "B", um tubo metálico de espessura constante, engastado na base com inclinação de 60° com a horizontal e $30m$ de comprimento, foi discretizada com 400 nós e 8.000 elementos e submetida aos mesmos caso de velocidade do vento da estrutura anterior. Entretanto, utiliza-se a variação de velocidade média presente na tabela 4-1 para a região de Porto Alegre.

As características geométricas e do material da estrutura são apresentadas, respectivamente, nas tabelas 6-1 e 6-3. A figura 6-14 mostra o módulo da função de transferência reduzida da estrutura, cujas frequências dos três principais modos de vibrações são $4,406rad/s$ ($0,701Hz$), $27,42rad/s$ ($4,36Hz$) e $76,18rad/s$ ($12,12Hz$).

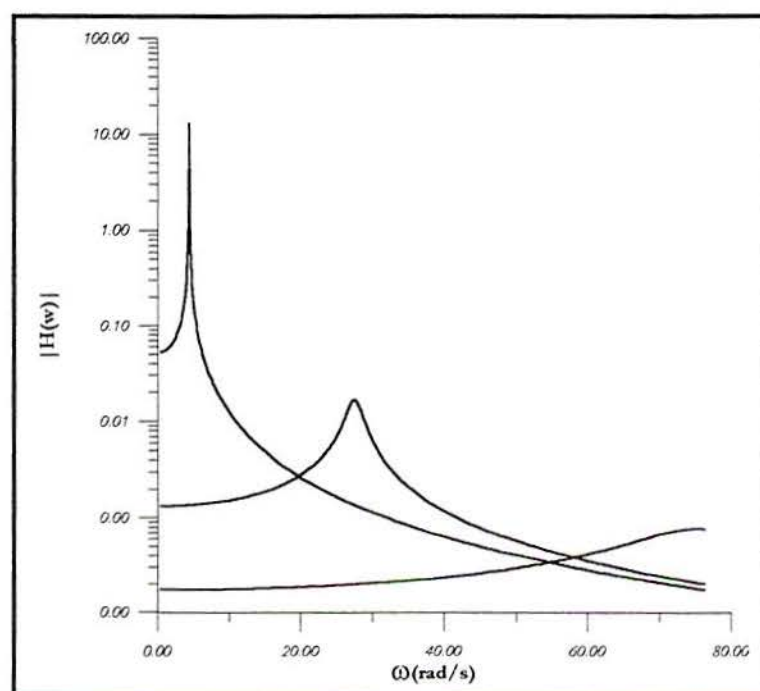


Figura 6-14: Módulo da função de transferência reduzida do sistema. Estrutura "B"

As figuras 6-15 e 6-16 apresentam os resultados da análise de confiabilidade. A figura 6-15 apresenta a variação do índice de confiabilidade, enquanto a figura 6-16 apresenta a variação da probabilidade de falha.

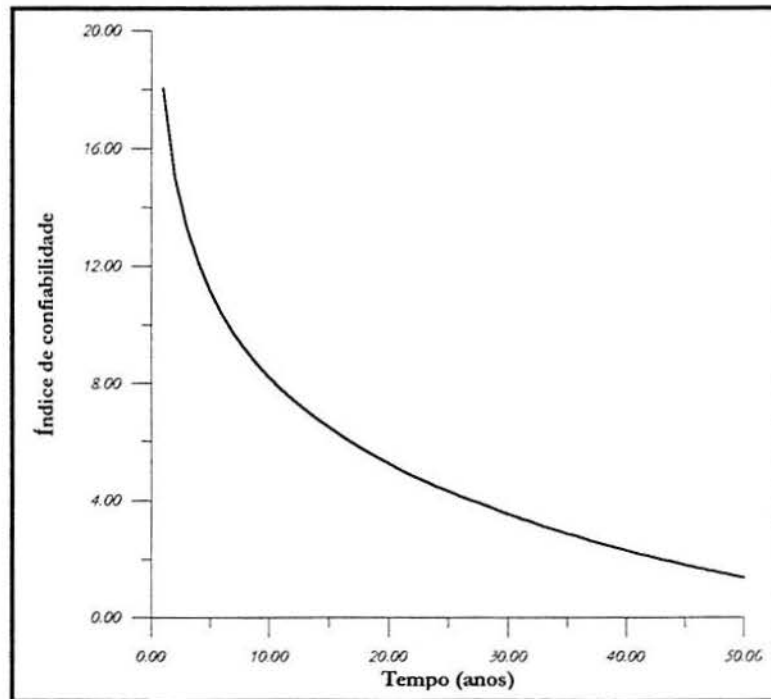


Figura 6-15: Índice de confiabilidade. Estrutura "B". Vento Longitudinal

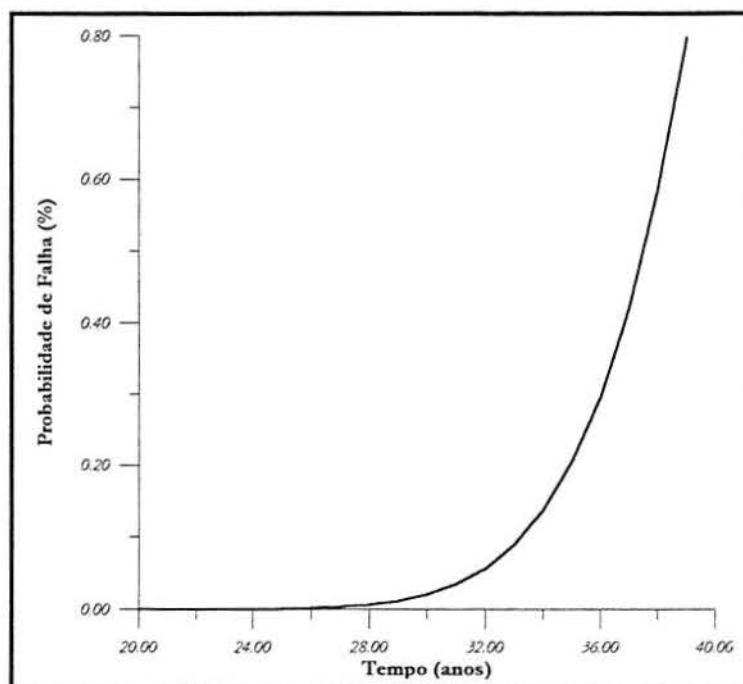


Figura 6-16: Probabilidade de falha. Estrutura "B". Vento longitudinal

Da figura 6-16 observa-se que a probabilidade de falha $P_f = 10^{-3}$ é alcançada em 34anos.

A consideração da variação da direção do vento, conforme equação (6-1), utilizando-se os dados do gráfico da figura 4-3, faz com que a mesma probabilidade de falha seja alcançada em 56anos de vida da estrutura.

Alterando-se as características geométricas da estrutura “B”, que seja: a espessura de 0,010m para 0,015m, aumenta-se a confiabilidade da estrutura, tendo-se em 98anos um índice de confiabilidade $\beta = 3,06$, o que corresponde à uma probabilidade de falha de $1,10 \cdot 10^{-3}$.

Aplicando à estrutura “B” um vento, cujo dados estão presentes na tabela 4-1 para a região de Porto Alegre, sem a consideração da variação da direção do vento, a estrutura apresenta, para fadiga devido à ação transversal do desprendimento de vórtices, probabilidade de falha muito baixa e provavelmente romperia por outro critério de falha.

Capítulo 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Com o passar dos tempos a humanidade vai evoluindo, desenvolvendo-se e solucionando questões que antes eram desconhecidas, duvidosas ou até mesmo imprecisas. Novas metodologias e equipamentos são descobertos ou inventados, de modo que auxiliam a evolução natural da ciência. É em consequência dessa evolução que o conhecimento do processo de fadiga dos materiais tem se desenvolvido tanto em seus aspectos microscópicos como também macroscópicos. Entretanto, ainda são relativamente grandes as incertezas nos fatores de projetos da análise de fadiga, o que torna os métodos de confiabilidade apropriados para este tipo de análise.

Neste trabalho foi elaborada uma ferramenta numérica baseada em: teorias já desenvolvidas de fadiga; ação do vento em estruturas; confiabilidade estrutural e método dos elementos finitos, que poderá servir de base para os projetos de estruturas susceptíveis a ruptura por fadiga devido à ação do vento. Contudo, esta ferramenta pode servir como um critério de rejeição (não de aceitação) de estruturas, caso estas não venham a satisfazer aos índices de confiabilidade ou a probabilidade de falha desejados.

Nos exemplos do capítulo anterior, submeteu-se duas estruturas alteadas à um vento que varia de intensidade com o tempo, cujos dados foram obtidos experimentalmente pelo Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade (LDEC) da Escola de Engenharia da UFRGS.

A análise mais realística do vento, considerando a variação da direção da velocidade média é importante para se ter projetos com resultados mais próximos do comportamento real da estrutura frente aos efeitos dinâmicos do vento, em específico a fadiga do material. Estes efeitos tanto podem surgir pela vibração longitudinal do vento quanto pelo desprendimento de vórtices, que em certas ocasiões pode ser mais sinistro, quando a frequência do desprendimento se aproxima da frequência natural da estrutura.

Portanto, a análise de confiabilidade de fadiga, em estruturas sujeitas à ação do vento e susceptíveis a fadiga, consiste na determinação dos índices de confiabilidade à fadiga para ação longitudinal e desprendimento de vórtices (se ocorrer

na estrutura), considerando a variação da velocidade média e de sua direção, como prever a ocorrência de rajadas de ventos fortes, o que aumenta a probabilidade de falha para ventos subseqüentes.

Dos exemplos anteriores observa-se a importância da frequência natural da estrutura, ou mais precisamente da função de transferência do sistema, na resposta dos índices de confiabilidade. Quando altera-se a frequência natural da estrutura (fugindo da faixa abaixo 1Hz, em que a velocidade longitudinal do vento possui maior energia) os índices de confiabilidade aumentam. Apesar da estrutura “B” possuir uma frequência natural maior do que a estrutura “A”, aquela apresentou probabilidade de falha maior por possuir maiores tensões médias e amplitudes maiores da função de transferência do sistema. Uma forma de aumentar os índices de confiabilidade é a utilização de controles de vibrações que reduz os valores dos picos da função de transferência do sistema, e por conseguinte das amplitudes de vibrações e tensões. Detalhes de controle de vibrações podem ser encontrados no trabalho de Cabral (1997). Neste trabalho optou-se por melhorar a confiabilidade da estrutura alterando-se apenas as suas características geométricas. Entretanto outras formas para reduzir a probabilidade de falha podem ser utilizadas.

Esta ferramenta pode ser utilizada em um estudo de otimização de projeto, onde se deseja alterar as características da estrutura (geometria, material, etc.) para se conseguir índices de confiabilidade aceitáveis com o menor custo.

Vários aspectos podem ser investigados para o melhor conhecimento do comportamento do processo de fadiga em estrutura, a fim de obter formulações numéricas mais precisas, entre as quais pode-se citar:

- Estudo de fadiga multiaxial.
- Estudo de fadiga em estruturas não lineares.
- Ensaios em laboratórios da resistência à fadiga do material de estudo.
- Elaboração de uma ferramenta de otimização estrutural, cujo modo de ruptura principal é a fadiga.
- Análise não linear do desprendimento de vórtices.
- Estudo mais detalhado da velocidade média e de sua direção.
- Análise considerando o efeito acoplado das forças induzidas pela velocidade longitudinal e pelo desprendimento de vórtices.
- Análise de confiabilidade considerando outras variáveis como aleatórias, além dos parâmetros da curva de fadiga (Curva S-N).

Capítulo 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE), COMMITTEE ON FATIGUE AND FRACTURE RELIABILITY. Fatigue and fracture reliability: A state-of-the-art review. **Journal of the Structural Division**, v. 108, p. 3-104, 1982.
- [2]- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probabilistic concepts in engineering planning and design**. Volume I e II, John Wiley, New York, NY, 1975.
- [3]- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1987.
- [4]- AWRUCH, A. M.; Di RADO, H. A. **Introducción al método de los elementos finitos: análisis elástico lineal**. EUDENE – Editorial Universitaria de la Universidad Nacional del Nordeste, Argentina, 1997.
- [5]- BALENDRA, T. **Vibration of buildings to wind and earthquake loads**. Springer-Verlag, London, 149 p., 1993.
- [6]- BATHE, K. J. **Finite element procedures in engineering analysis**. Prentice Hall, 1994.
- [7]- BEM-AMAZ, M. A cumulative damage theory for fatigue life prediction. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 37, n. 02, p. 341-347, 1990.
- [8]- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random data: analysis and measurement procedures**. Wiley Interscience, New York, 1971.
- [9]- BISHOP, N. W. M.; SHERRATT, F. A theoretical solution for the estimation of "Rainflow" ranges from power spectral density data. **Fatigue fract. Engng. Struct.**, v. 13, n. 04, p. 311-326, 1990.
- [10]-BJERAGER, P. On computation methods for structural reliability analysis. **Structural Safety**, v. 9, p. 79-96, 1990.

- [11]-BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**, 1ª ed. Porto Alegre: Editora da Universidade – UFRGS, 1995.
- [12]-BOURGUND, U.; OUYPORNPRASERT, W.; PRENNINGER, P. H. W. Advanced simulation methods for the estimation of systems reliability. **Internal Working Report n. 19-86**, Institute of Engineering Mechanics, Innsbruck, Austria, 1986.
- [13]-BUCHER, C. G. Adaptive sampling – an interactive fast Monte Carlo procedure. **Structural Safety**, v. 5, p. 119-126, 1988.
- [14]-BYERS, W. G.; MARLEY, M. J.; MOHAMMADI, J.; NIELSEN, R. J.; SAKARNI, S. Fatigue reliability reassessment applications e procedures: state-of-the-art paper. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 3, march, 1997
- [15]-CABRAL, S. V. S. **Uso de Osciladores Passivos Sintonizados no Controle de Vibrações de Estruturas Sujeitas a Excitação Aleatórias**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.
- [16]-CHANG, D. S.; SONG, S. H. Probabilistic fatigue life prediction under random loading. **14th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14)**, v. 10, p. 23-30, Lyon, France, August 17-22, 1997.
- [17]-COLLINS, J. A. **Failure of materials in mechanical design: Analysis, Prediction and Prevention**. John Wiley & Sons, New York, 629 p, 1981.
- [18]-CORNELL, J. A. A probability-based structural code. **Journal of the American Concrete Institute**, n. 66, p. 974-985, 1969.
- [19]-DE VIS, D.; SNOEYS, R.; SAS, P. Fatigue lifetime estimation of structures subjected to dynamic loading. **AIAA Journal**, v. 24, n. 8, p. 1362-1367, 1986.
- [20]-DEODATIS, G. Simulation of ergodic multivariate stochastic processes. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 122, n. 08, 1996.
- [21]-DOWNING, S. D.; SOCIE, D. F. Simple rainflow counting algorithms. **Int. J. Fatigue**, n. 4, p. 31-40, 1982.
- [22]-FAWZI, I. A theorem on the free vibrations of damped systems. **Transactions ASME, Journal of Applied Mechanics**, v. 102, p. 132-134, March 1977.
- [23]-GROEHS, A G.; AWRUCH, A M.; CREUS, G. J. Probabilistic dynamic analysis of high rise towers and chimneys. **Reprinted from the preliminary publication of the ING/IABSE, for the seminar on Tall Structures and**

- Use Prestressed Concrete in Hydraulic Structures**, held in Srinager, India, in 1984.
- [24]-GUMBEL, E. J. Parameters in the distribution of fatigue life. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 89, n. EM5, p. 45-63, 1963.
- [25]-HARBITZ, A. An efficient sampling method for probability of failure calculations. **Structural Safety**, v. 3, p. 109-115, 1986.
- [26]-HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. **Journal of the Mechanics Division of American Society of Civil Engineers**, v. 100, n. EM1, p. 111-121, 1974.
- [27]-HOSOMI, M.; KOBAYASHI, H.; NITTA, Y. Fatigue strength design for vortex-induced oscillation and buffeting of a bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, 67&68, p. 227-237, 1997.
- [28]-HUGHES, T. J. R. **The finite element methods. Linear static and dynamic finite Element analysis**. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (USA), 1987
- [29]-IHARA, C.; IGARASHI, A. A damage accumulation model for fatigue crack propagation. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 103, p. 293-297, 1981.
- [30]-JIAO, G.; MOAN, T. Reliability based fatigue and fracture criteria for welded offshore structures. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 41, p. 271-282, 1992.
- [31]-LAMAM, J. A.; NOWAK, A. S. Fatigue-load models for girder bridges. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n. 7, p. 726-733, 1996.
- [32]-LIU, P. L.; DER KIUREGHIAN, A. Optimization algorithms for structural reliability. **Computational Probabilistic Mechanics, ASME, AMD**, v. 933, p. 185-196, 1988.
- [33]-LUTES, L. D.; CORAZAO, M.; HU, S.-I. J.; ZIMMERMAN, J. Stochastic fatigue damage accumulation. **Journal of Structural Engineering**, v. 100, n. 11, p. 2585-2601, 1984.
- [34]-LUTES, L. D.; LARSEN, C. E. Improved spectral method for variable amplitude fatigue. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 04, p. 1149-1164, 1990.
- [35]-LUTES, L. D.; SARKANI, S. Decay of residual stress in stochastic fatigue. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n. 1, p. 92 – 98, 1996.

- [36]-LUTES, L. D.; WANG, J. Simulation of improved Gaussian time history. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 117, n. 01, 1991.
- [37]-MIGNOLET, M. P.; HARISH, M. V. Comparason of some simulation algorithms on basis of distribution. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 122, n. 02, 1996.
- [38]-MUNSE, W. H.; WILBUR, T. W.; TELLALIAN, M. L.; NICOLL, K., WILSON, K. Fatigue characterization of fabricated ship structural details for design. **SSC-318, Ship Structure Committee, U.S. Coast Guard**. Springfield, Virginia: National Technical Information System, 1983
- [39]-NELSON, W.; Fitting of fatigue curves with non-constant standard deviation to data with runouts. **Journal of Testing and Evaluation**, v. 12, n. 2, p. 69-77, 1984.
- [40]-NEWLAND, D. E. **An introduction to random vibrations and spectral analysis**. 2ª ed. John Wiley & Sons, New York, NY, 377 p., 1984.
- [41]-ORTIZ, K.; CHEN, N. K. Fatigue damage prediction for stationry wide-band stress. **Presented at the Fifth International Conference on the Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering**, Vancouver, Canada, June 8-12, 1987.
- [42]-SCHILLING, C. G. Stress cycles for fatigue design of steel bridges. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 06, p. 1222-1234, 1984.
- [43]-SHINOZUKA, M. Basic analysis of structural safety. **Journal of Structural Engineering**, v. 109, n. 03, p. 721-740, marc., 1983.
- [44]-SHINOZUKA, M. Digital simulation of random processes and its applications. **Journal of Sound and Vibration**, v. 25, n. 01, p. 111-128, 1972.
- [45]-SHINOZUKA, M. Monte Carlo solution of Structural dynamics. **Computers & Structures**, v. 2, p. 855-874, 1972.
- [46]-SHINOZUKA, M. Stochastic fields and their digital simulation. **Stochastic Methods in Structural Dynamics**, G. I. Schuëller and M. Shinozuka, eds., Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands, p. 93-133, 1987.
- [47]-SHINOZUKA, M.; DEODATIS, G. Simulation of multi-dimensional Gaussian stochastic fields by spectral represetation, **Appl. Mech. Ver**, v. 49, n. 1, 1996.
- [48]-SIMIU, E. Wind spectra and dynamic along wind response. **Journal of the Structural Division**, v. 100, n. ST9, p. 1897-1910, 1974.

- [49]-SIMIU, E.; SCALAN, R. H. **Wind effects on structures**. 2ª ed., John Wiley & Sons, New York, 589 p., 1986.
- [50]-STALLMEYER, J. E.; WALKER, W. H. Cumulative damage theories and application. **Journal of the Structural Division**, v. 94, n. ST12, p. 2739-2750, 1968.
- [51]-THOGT-CHRISTENSEN, P.; MUSOTSO, Y. **Applications of Structural Systems Reliability Theory**. Springer Verlag, 1986.
- [52]-VICKERY, B. J. **Wind Loads & Design Criteria for Chimneys**. Trabalho apresentado no Congresso “Wind Effects on Buildings and Structures”, Gramado, RS, 1998.
- [53]-VICKERY, B. J.; BASU, R. I. Across-wind vibration of structures of circular cross-section, parts I e II. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 12, p. 49-97, 1983.
- [54]-WANG, T. L.; SHAHAWY, M.; HUANG, D. Z. Probabilistic fatigue life analysis of highway steel bridges. **Computers & Structures**, v. 48, n. 2, p. 241-248, 1993.
- [55]-WEN, Y.-K. Wind Direction and Structural Reliability II. **Journal of Structural Engineering**, v. 110, n. 06, p. 1253-1264, 1984.
- [56]-WIRSCHING, P. H. Fatigue reliability for offshore structures. **Journal of Structural Division of American Society of Civil Engineers**, n. 110, p. 2340-2356, 1984.
- [57]-WIRSCHING, P. H. Probabilistic fatigue analysis. **Probabilistic Structural Mechanics Handbook**, C. Sundararajan, ed., Chapman & Hall, Ltd., New York, p. 146-165, 1995.
- [58]-WIRSCHING, P. H.; CHEN, Y. N. Consideration of probability based fatigue design criteria for marine structures. **Marine Structures**, v. 1, p. 23-45, 1988.
- [59]-WIRSCHING, P. H.; HAUGEN, E. B. A general statistical model for random fatigue. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 96, n. 01, p. 34-40, 1974.
- [60]-WIRSCHING, P. H.; HAUGEN, E. B. Probabilistic design for random fatigue Loads. **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 99, n. EM6, p. 1165-1179, December, 1973.
- [61]-WIRSCHING, P. H.; TORNG, T. Y.; MARTIN, W. S. Advanced fatigue reliability analysis. **International Journal of Fatigue**, v. 13, p. 389-394, 1991.

- [62]-WIRSCHING, P. M.; LIGHT, M. C. Fatigue under wide band random stress. **Journal of the Structural Division**, v. 106, n. ST7, p. 1593-1607, 1980.
- [63]-WU, Y.-T.; MILLWATER, H. R.; CRUSE, T. A. An advanced probabilistic structural analysis method for implicit performance functions. **AIAA Journal**, v. 28, p. 1663-1669, 1990.
- [64]-WU, Y.-T.; WIRSCHING, P. H. A new algorithm for structural reliability estimation. **Journal of Engineering Mechanics of American Society of Civil Engineers**, v. 113, p. 1319-1336, 1987.
- [65]-YANG, C. Y. **Random vibration of structures**. John Wiley & Sons, New York, NY, 295 p., 1986.
- [66]-ZIENKIEWICZ, O. C. TAYLOR, R. L. **The finite element method: solid and fluid mechanics, dynamics and no linearity**. 4th edition, v. 2, Mc Grawhill, London, 1991
- [67]-ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method: basic formulation and linear problems**. 4th edition., v. 1, Mc Graw-Hill, London, 1989.