

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE SUSPENSÃO  
DE UM MODELO DE VEÍCULO COMPLETO ATRAVÉS DE UM ALGORITMO META-  
HEURÍSTICO

por

Giovani Gaiardo Fossati

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, fevereiro de 2017.

OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE SUSPENSÃO  
DE UM MODELO DE VEÍCULO COMPLETO ATRAVÉS DE UM ALGORITMO META-  
HEURÍSTICO

por

Giovani Gaiardo Fossati  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da  
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos  
necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Letícia Fleck Fadel Miguel

Aprovada por:

Prof. Dr. Rogério José Marczak, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Tiago Becker, DEMEC / UFRGS

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 23 de fevereiro de 2017.

### CIP - Catalogação na Publicação

Fossati, Giovanni Gaiardo  
Otimização Multiobjetivo dos Parâmetros do Sistema  
de Suspensão de um Modelo de Veículo Completo Através  
de um Algoritmo Meta-Heurístico / Giovanni Gaiardo  
Fossati. -- 2017.  
151 f.

Orientadora: Letícia Fleck Fadel Miguel.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre, BR-  
RS, 2017.

1. Otimização Multiobjetivo. 2. Algoritmos Meta-  
Heurísticos. 3. Algoritmo NSGA-II. 4. Modelo de  
Veículo Completo. 5. PSD. I. Miguel, Letícia Fleck  
Fadel, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os  
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Letícia Fleck Fadel Miguel pela orientação, conhecimento e apoio na realização deste trabalho.

Aos membros da comissão de avaliação, composta pelos Profs. Rogério José Marczak, Tiago Becker e Walter Jesus Paucar Casas.

Ao CNPq e à CAPES pelo apoio financeiro dado à pesquisa.

## RESUMO

O presente trabalho otimizou os parâmetros concentrados do sistema de suspensão de um modelo de veículo completo, representando um automóvel de passeio que trafega a uma velocidade constante por um determinado perfil de pista previsto na norma ISO 8608, 1995, através da utilização de um algoritmo meta-heurístico de otimização multiobjetivo. Duas rotinas numérico-computacionais foram desenvolvidas, visando realizar tal otimização tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. A utilização de algoritmos meta-heurísticos vem ganhando espaço na otimização de sistemas mecânicos, proporcionando rapidez e precisão na obtenção de resultados ótimos. Ao se combinar um algoritmo de otimização a um modelo que represente satisfatoriamente um sistema mecânico, obtém-se uma ferramenta indicadora dos parâmetros de máxima eficiência do sistema, que pode ser utilizada em inúmeras aplicações. Pretendeu-se, com a integração de rotinas de análise dinâmica nos domínios do tempo e da frequência ao algoritmo genético de otimização multiobjetivo NSGA-II, desenvolvido por Deb et al., 2002, a obtenção de duas fronteiras ótimas de Pareto. Estas fronteiras consistem no conjunto de soluções não dominadas que minimizam as seguintes funções objetivo: o valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, o valor RMS da média do fator de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo e o máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria. O método proposto por Shinozuka e Jan, 1972, é utilizado para a obtenção do perfil de irregularidades da pista no domínio do tempo a partir das equações de densidade espectral de potência (PSD) que representam as diferentes classes de pavimentos. O método de Newmark, 1959, é utilizado para resolver a equação diferencial de movimento no domínio do tempo e obter a resposta dinâmica do modelo a tais irregularidades. O comportamento dinâmico do modelo de veículo no domínio da frequência foi obtido através da utilização da função de resposta em frequência (FRF) do modelo de veículo analisado. Os resultados demonstraram a capacidade de ambas as rotinas de análise dinâmica desenvolvidas de produzir resultados consistentes com os encontrados na literatura, bem como a capacidade dos algoritmos de otimização implementados de fornecer fronteiras ótimas de Pareto para os problemas propostos.

Palavras-chave: Otimização Multiobjetivo; Algoritmos Meta-heurísticos; Algoritmo NSGA-II; Modelo de Veículo Completo; PSD; Irregularidades da Pista.

## **ABSTRACT**

The proposed work optimized the concentrated parameters of a full-vehicle model's suspension system, being that model representative of a passenger car which travels at a constant speed on a certain road profile provided by the ISO 8608, 1995, standard, using a multi-objective meta-heuristic optimization algorithm. Two numerical-computational routines were developed, seeking to perform said optimization for both the time and frequency domains. The use of meta-heuristic algorithms has been increasing in mechanical systems optimization, providing speed and accuracy in obtaining an optimal result. Combining an optimization algorithm with a model that satisfactorily represents a mechanical system yields a tool that indicates the system's maximum efficiency parameters, which can be used in numerous applications. It was intended, with the integration of the dynamic analysis routines to the multi-objective genetic optimization algorithm NSGA-II, developed by Deb et al., 2002, the obtainment of two Pareto-optimal fronts. These fronts consist in the set of non-dominated solutions that minimize the following objective functions: the weighted RMS value of the driver's seat vertical acceleration, the mean RMS value of the model wheel's dynamic amplification factor, and the maximum relative displacement between each wheel and the body of the vehicle model. The method proposed by Shinozuka and Jan, 1972, is used to obtain the road irregularity profile in the time domain from the power spectral density (PSD) equations that represent the different pavement classes. The Newmark's method (1959) is used to solve the differential motion equation in the time domain, in order to obtain the vehicle model's responses to these irregularities. The dynamic behavior of the vehicle model in the frequency domain was obtained through the use of the frequency response function (FRF) of the analyzed model. The results showed the capacity of both the dynamic analysis routines developed in generating results that are consistent with those found in literature, as well as the capacity of the optimization algorithms implemented in providing Pareto optimal fronts to the proposed problems.

**Keywords:** Multi-Objective Optimization; Meta-Heuristic Algorithms; NSGA-II Algorithm; Full-Vehicle Model; PSD; Road Irregularities.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Justificativa.....	3
1.2	Objetivos.....	3
1.3	Estrutura do Trabalho .....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>6</b>
2.1	Simulação de Pistas .....	7
2.2	Simulação de Modelos de Veículos.....	8
2.3	Otimização.....	9
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>13</b>
3.1	Simulação da Rugosidade de Diferentes Perfis de Pistas.....	13
3.1.1	Modelo de Representação Proposto pela ISO 8608 (1995).....	14
3.1.2	PSDs Cruzadas .....	20
3.1.3	PSDs das Rodas Traseiras .....	21
3.1.4	Perfis de Pistas no Domínio do Tempo .....	22
3.2	Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical .....	23
3.3	Otimização de Sistemas ou Processos .....	27
3.3.1	Otimização Multiobjetivo.....	28
3.3.2	Formulação Matemática do Problema de Otimização.....	30
3.3.3	Algoritmos Meta-Heurísticos .....	30
3.3.4	Algoritmo NSGA-II.....	31
3.4	Conforto e Segurança Veicular.....	33
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>35</b>
4.1	Generalidades .....	35
4.2	Geração do Perfil de Pista .....	38
4.3	Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical .....	43
4.4	Análise Dinâmica .....	45
4.4.1	Análise Dinâmica no Domínio do Tempo.....	46
4.4.2	Análise Dinâmica no Domínio da Frequência.....	48
4.5	Otimizações .....	53
4.5.1	Otimização no Domínio do Tempo .....	54
4.5.2	Otimização no Domínio da Frequência .....	58
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>63</b>
5.1	Validação das Rotinas de Análise Dinâmica Desenvolvidas .....	63
5.1.1	Validação da Rotina de Análise Dinâmica no Domínio do Tempo .....	63
5.1.2	Validação da Rotina de Análise Dinâmica no Domínio da Frequência .....	72
5.2	Otimização do Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical.....	80
5.2.1	Análise no Domínio do Tempo .....	81
5.2.2	Análise no Domínio da Frequência .....	94

<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>113</b>
6.1	Conclusões.....	113
6.2	Perspectivas .....	114
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>115</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Sistema de suspensão passiva independente nas quatro rodas de um automóvel de passeio .....	2
Figura 3.1 Sistema de classificação de pistas de diferentes rugosidades em função da densidade espectral de potência de deslocamento .....	17
Figura 3.2 Modelo de veículo completo .....	24
Figura 3.3 Superfície ótima de Pareto e soluções dominadas de um problema de otimização multiobjetivo.....	29
Figura 3.4 Esquema básico do processo de seleção do algoritmo NSGA-II.....	33
Figura 4.1 (a) Fluxograma básico da rotina de otimização da suspensão passiva de um modelo completo de veículo no domínio do tempo; (b) Fluxograma básico da rotina de otimização da suspensão passiva de um modelo completo de veículo no domínio da frequência.....	36
Figura 4.2 Curva de ponderação em frequência para os movimentos verticais impostos ao corpo humano .....	55
Figura 5.1 Modelo de oito graus de liberdade proposto por Pereira, 2012 .....	65
Figura 5.2 Deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus do modelo de veículo na primeira etapa da validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo do presente trabalho .....	67
Figura 5.3 Deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus do modelo de veículo proposto por Pereira, 2012 .....	67
Figura 5.4 Deslocamentos verticais, em m, do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos no presente trabalho .....	69
Figura 5.5 Deslocamentos verticais, em m, do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos por Pereira, 2012 .....	69
Figura 5.6 Deslocamentos angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em graus, obtidos no presente trabalho .....	69
Figura 5.7 Deslocamentos angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em graus, obtidos por Pereira, 2012.....	70
Figura 5.8 Acelerações verticais, em $m/s^2$ , do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos no presente trabalho .....	70
Figura 5.9 Acelerações verticais, em $m/s^2$ , do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos por Pereira, 2012 .....	70
Figura 5.10 Acelerações angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em $m/s^2$ , obtidos no presente trabalho.....	71
Figura 5.11 Acelerações angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em $m/s^2$ , obtidos por Pereira, 2012 .....	71
Figura 5.12 Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{T1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , e do valor RMS da média dos fatores	

adimensionais de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo, $F_{T2}(\vec{x})$ , da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	82
Figura 5.13 Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{T1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	83
Figura 5.14 Espaço das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{T1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , do valor RMS da média do fator adimensional de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo, $F_{T2}(\vec{x})$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	84
Figura 5.15 Sinais temporais dos deslocamentos verticais ou angulares, em m ou rad, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , ou ponderado, $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995 .....	88
Figura 5.16 Sinais temporais das velocidades verticais ou angulares, em m/s ou rad/s, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , ou ponderado, $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995 .....	89
Figura 5.17 Sinais temporais das acelerações verticais ou angulares, em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , ou ponderado, $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995 .....	90
Figura 5.18 Histórico temporal da aceleração vertical do assento, $\vec{z}_1$ , em $m/s^2$ , associada à função objetivo $F_{T1}$ do problema de otimização no domínio do tempo e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{TP}$ .....	92
Figura 5.19 Históricos temporais dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das rodas dianteira direita, $F_{d1}/G_1$ , dianteira esquerda, $F_{d2}/G_2$ , traseira esquerda, $F_{d3}/G_3$ , e traseira direita, $F_{d4}/G_4$ , associadas à função objetivo $F_{T2}$ do problema de otimização no domínio do tempo e calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{TP}$ .....	93
Figura 5.20 Históricos temporais dos deslocamentos relativos, em mm, entre a carroceria e as rodas dianteira direita, $f_{d1}$ , dianteira esquerda, $f_{d2}$ , traseira esquerda, $f_{d3}$ , e traseira direita, $f_{d4}$ , associadas à função objetivo $F_{T2}$ do problema de otimização no domínio do tempo e calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{TP}$ .....	93
Figura 5.21 Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{F1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , e do valor RMS da média dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo, $F_{F2}(\vec{x})$ , da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	96

Figura 5.22 Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{F_1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, $F_{F_3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	97
Figura 5.23 Espaço das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $F_{F_1}(\vec{x})$ , em $m/s^2$ , do valor RMS da média do fator adimensional de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo, $F_{F_2}(\vec{x})$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, $F_{F_3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse .....	98
Figura 5.24 PSDs, em $m^2/s$ ou $rad^2/s$ , dos deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	103
Figura 5.25 PSDs, em $m^2/s$ ou $rad^2/s$ , das velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	104
Figura 5.26 PSDs, em $m^2/s^3$ ou $rad^2/s^3$ , das acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	105
Figura 5.27 PSD de acelerações verticais do assento, $G_{A1}$ , em $m^2/s^3$ , associada à função objetivo $F_{F_1}$ do problema de otimização no domínio da frequência e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	109
Figura 5.28 PSDs dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das rodas dianteira direita, $\mathcal{F}F_{d1}/\mathcal{F}G_1$ , dianteira esquerda, $\mathcal{F}F_{d2}/\mathcal{F}G_2$ , traseira esquerda, $\mathcal{F}F_{d3}/\mathcal{F}G_3$ , e traseira direita, $\mathcal{F}F_{d4}/\mathcal{F}G_4$ , associadas à função objetivo $F_{F_2}$ do problema de otimização no domínio do tempo e calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	110
Figura 5.29 PSDs dos deslocamentos relativos entre a carroceria e as rodas dianteira direita, $\mathcal{F}f_{d1}$ , dianteira esquerda, $\mathcal{F}f_{d2}$ , traseira esquerda, $\mathcal{F}f_{d3}$ , e traseira direita, $\mathcal{F}f_{d4}$ , associadas à função objetivo $F_{F_3}$ do problema de otimização no domínio do tempo e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Intervalos e médias geométricas da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais e médias geométricas da PSD de referência em termos de velocidades verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência espacial.....	18
Tabela 3.2 Intervalos e médias geométricas da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais e médias geométricas da PSD de referência em termos de velocidades verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência angular espacial.....	18
Tabela 3.3 Qualidades superficiais associadas às médias geométricas das PSDs de referência em termos de deslocamentos verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência angular espacial .....	19
Tabela 3.4 Variáveis associadas a cada grau de liberdade do modelo de veículo e suas respectivas unidades .....	25
Tabela 4.1 Descrição sintética de cada etapa que compõe o fluxograma representativo da rotina de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de um modelo de veículo completo no domínio do tempo, exposto na Figura 4.1 (a).....	37
Tabela 4.2 Descrição sintética de cada etapa que compõe o fluxograma representativo da rotina de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de um modelo de veículo completo no domínio da frequência, exposto na Figura 4.1 (b).....	37
Tabela 4.3 Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado...	43
Tabela 4.4 Valores de referência dos parâmetros que compõem o vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ .....	45
Tabela 4.5 Variáveis associadas às PSDs de deslocamento ou rotação de cada grau de liberdade do modelo de veículo e suas respectivas unidades .....	51
Tabela 4.6 Critérios de parada e parâmetros utilizados na execução do algoritmo NSGA-II..	58
Tabela 5.1 Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado por Pereira, 2012.....	65
Tabela 5.2 Valores médios, $\mu[RMS(\vec{z})]$ , em m ou rad, e variâncias, $var[RMS(\vec{z})]$ , em $m^2$ ou $rad^2$ dos valores RMS dos deslocamentos verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS dos deslocamentos verticais, $RMS(G_D)$ , em m ou rad, obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ .....	74
Tabela 5.3 Valores médios, $\mu[RMS(\vec{z})]$ , em m/s ou rad/s, e variâncias, $var[RMS(\vec{z})]$ , em $m^2/s^2$ ou $rad^2/s^2$ , dos valores RMS das velocidades verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS das velocidades verticais, $RMS(G_V)$ , em m/s ou rad/s, obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ .....	74

Tabela 5.4 Valores médios, $\mu[RMS(\vec{z})]$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , e variâncias, $var[RMS(\vec{z})]$ , em $m^2/s^4$ ou $rad^2/s^4$ , dos valores RMS das acelerações verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS das acelerações verticais, $RMS(G_A)$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , assim como a diferença percentual entre $\mu[RMS(\vec{z})]$ e $RMS(G_A)$ .....	75
Tabela 5.5 Valores médios, $\mu[F_T(\vec{x}_R)]$ , e variâncias, $var[F_T(\vec{x}_R)]$ , dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto, $F_T(\vec{x}_R)$ , bem como os valores exatos dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência proposto, $F_F(\vec{x}_R)$ , obtidos utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , assim como a diferença percentual entre $\mu[F_T(\vec{x}_R)]$ e $F_F(\vec{x}_R)$ .....	75
Tabela 5.6 Frequências naturais, $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ .....	78
Tabela 5.7 Autovetores normalizados, ou modos de vibração, $\vec{C}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , em função dos graus de liberdade do modelo .....	78
Tabela 5.8 Valores das variáveis que compõem os vetores de projeto de interesse $\vec{x}_{T1}$ , $\vec{x}_{T2}$ , $\vec{x}_{T3}$ e $\vec{x}_{TP}$ , dadas por $k_1$ a $k_5$ , em N/m, e $c_1$ a $c_5$ , em Ns/m, assim como os valores das soluções geradas por esses vetores, dadas pelas funções objetivo $F_{T1}$ , em $m/s^2$ , $F_{T2}$ , adimensional, e $F_{T3}$ , em mm .....	85
Tabela 5.9 Frequências naturais, $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio do tempo, $\vec{x}_{TP}$ .....	86
Tabela 5.10 Autovetores normalizados, ou modos de vibração, $\vec{C}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio do tempo, $\vec{x}_{TP}$ , em função dos graus de liberdade do modelo .....	87
Tabela 5.11 Valores RMS dos sinais temporais de deslocamentos, $RMS(\vec{z})$ , em m ou rad, velocidades, $RMS(\dot{\vec{z}})$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares, $RMS(\ddot{\vec{z}})$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio do tempo.....	91
Tabela 5.12 Valores RMS dos sinais temporais de deslocamentos, $RMS(\vec{z})$ , em m ou rad, velocidades, $RMS(\dot{\vec{z}})$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares, $RMS(\ddot{\vec{z}})$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado, $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio do tempo .....	91
Tabela 5.13 Valores médios dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto, $\mu[F_T(\vec{x}_R)]$ e $\mu[F_T(\vec{x}_{TP})]$ , obtidos utilizando, respectivamente, os vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{TP}$ .....	94

Tabela 5.14 Valores das variáveis que compõem os vetores de projeto de interesse $\vec{x}_{T1}$ , $\vec{x}_{T2}$ , $\vec{x}_{T3}$ e $\vec{x}_{TP}$ , dadas por $k_1$ a $k_5$ , em N/m, e $c_1$ a $c_5$ , em Ns/m, assim como os valores das soluções geradas por esses vetores, dadas pelas funções objetivo $F_{F1}$ , em $m/s^2$ , $F_{F2}$ , adimensional, e $F_{F3}$ , em mm .....	99
Tabela 5.15 Frequências naturais, $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência, $\vec{x}_{FP}$ .....	101
Tabela 5.16 Autovetores normalizados, ou modos de vibração, $\vec{C}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência, $\vec{x}_{FP}$ , em função dos graus de liberdade do modelo .....	101
Tabela 5.17 Valores RMS das PSDs de deslocamentos, $RMS(G_D)$ , em m ou rad, velocidades, $RMS(G_V)$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares, $RMS(G_A)$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio da frequência.....	107
Tabela 5.18 Valores RMS das PSDs de deslocamentos, $RMS(G_D)$ , em m ou rad, velocidades, $RMS(G_V)$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares, $RMS(G_A)$ , em $m/s^2$ ou $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado, $\vec{x}_{FP}$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio da frequência.....	107
Tabela 5.19 Valores dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência proposto, $F_F(\vec{x}_R)$ e $F_F(\vec{x}_{FP})$ , obtidos utilizando, respectivamente, os vetores de projeto de referência, $\vec{x}_R$ , e ponderado, $\vec{x}_{FP}$ .....	111

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
CS	<i>Cuckoo Search</i>
CG	Centro de Gravidade
FA	<i>Firefly Algorithm</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FRF	Função de Resposta em Frequência
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GDL	Grau de Liberdade
HS	<i>Harmony Search</i>
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
MOGA	<i>Multi-Objective Genetic Algorithm</i>
MOOA	<i>Multi Objective Optimization Algorithm</i>
MUGA	<i>Multi-Objective Uniform-diversity Genetic Algorithm</i>
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
PESA-II	<i>Pareto Envelope based Selection Algorithm II</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
SPEA2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Distância longitudinal entre o centro de gravidade e o eixo dianteiro do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$a_0$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark, $s^{-2}$
$a_1$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark, $s^{-1}$
$a_2$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark
$a_5$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark, $s^{-1}$
$a_6$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark
$a_7$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark
$\alpha$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark
$b$	Distância longitudinal entre o centro de gravidade e o eixo traseiro do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$b_l$	Distância transversal entre o centro de gravidade da carroceria e as rodas esquerdas do modelo de veículo completo, m
$b_r$	Distância transversal entre o centro de gravidade da carroceria e as rodas direitas do modelo de veículo completo, m
$b_s$	Distância transversal entre o centro de gravidade da carroceria e o assento do motorista do modelo de veículo completo, m
$C$	Matriz de amortecimento, N.s/m
$C_F$	Matriz de amortecimento associadas às excitações impostas pela pista a cada pneu do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_1$	Coefficiente de amortecimento do assento do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_2$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro direito do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_3$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro esquerdo do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N.s/m

$c_4$	Coeficiente de amortecimento do amortecedor traseiro esquerdo do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_5$	Coeficiente de amortecimento do amortecedor traseiro direito do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_6$	Coeficiente de amortecimento do pneu dianteiro direito do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_7$	Coeficiente de amortecimento do pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_8$	Coeficiente de amortecimento do pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo completo, N.s/m
$c_9$	Coeficiente de rigidez do pneu traseiro direito do modelo de veículo completo, N.s/m
$\vec{C}_1$	Primeiro modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_2$	Segundo modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_3$	Terceiro modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_4$	Quarto modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_5$	Quinto modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_6$	Sexto modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_7$	Sétimo modo de vibração do modelo de veículo
$\vec{C}_8$	Oitavo modo de vibração do modelo de veículo
$diag(\mathbf{G}_D(\omega))$	Vetor representativo das PSDs de resposta do modelo de veículo completo em termos de deslocamentos verticais e frequência angular temporal
$\delta$	Parâmetro constante associado ao método de Newmark
$\Delta f_k$	Resolução de frequências, ciclos/s ou Hz
$\Delta t$	Intervalo discreto de tempo, s ; Intervalo de integração, s
$\Delta t_{crit}$	Intervalo de integração crítico, s
$f$	Frequência temporal, Hz
$f_{d1}(t)$	Deslocamento relativo, em mm, entre a carroceria do modelo de veículo e a roda dianteira direita
$f_{d2}(t)$	Deslocamento relativo, em mm, entre a carroceria do modelo de veículo e a roda dianteira esquerda

$f_{d3}(t)$	Deslocamento relativo, em mm, entre a carroceria do modelo de veículo e a roda traseira esquerda
$f_{d4}(t)$	Deslocamento relativo, em mm, entre a carroceria do modelo de veículo e a roda traseira direita
$f_{n1}$	Primeira frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n2}$	Segunda frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n3}$	Terceira frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n4}$	Quarta frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n5}$	Quinta frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n6}$	Sexta frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n7}$	Sétima frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_{n8}$	Oitava frequência natural do modelo de veículo, Hz
$f_0$	Frequência temporal de referência, ciclos/s ou Hz
$F_{d1}(t)$	Carga dinâmica atuando sobre o pneu dianteiro direito do modelo de veículo, N
$F_{d2}(t)$	Carga dinâmica atuando sobre o pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, N
$F_{d3}(t)$	Carga dinâmica atuando sobre o pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, N
$F_{d4}(t)$	Carga dinâmica atuando sobre o pneu traseiro direito do modelo de veículo, N
$F_{F1}(\vec{x})$	Valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, $m/s^2$
$F_{F2}(\vec{x})$	Valor RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo
$F_{F3}(\vec{x})$	Máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, mm
$F_{T1}(\vec{x})$	Valor RMS do sinal temporal de aceleração vertical do assento do motorista, $m/s^2$
$F_{T2}(\vec{x})$	Valor RMS da média dos sinais temporais dos fatores de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo
$F_{T3}(\vec{x})$	Valor máximo dos sinais temporais de deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo, mm

$\vec{F}(t)$	Vetor de forças de excitação, N
$\vec{F}(\vec{x})$	Vetor de funções objetivo
$\vec{F}_F(\vec{x})$	Vetor de funções objetivo no domínio da frequência
$\vec{F}_F(\vec{x}_R)$	Valores exatos dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência proposto, obtidos utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência
$\vec{F}_T(\vec{x})$	Vetor de funções objetivo no domínio do tempo
$\vec{F}_n$	Vetor de excitações no instante $t_n$
$\vec{F}_{n+1}$	Vetor de excitações no instante $t_{n+\Delta t}$
$\mathcal{F}f_{d1}(f)$	Transformada de Fourier do deslocamento relativo entre a carroceria do modelo de veículo e a roda dianteira direita, $\text{mm}^2\text{s}$
$\mathcal{F}f_{d2}(f)$	Transformada de Fourier do deslocamento relativo entre a carroceria do modelo de veículo e a roda dianteira esquerda, $\text{mm}^2\text{s}$
$\mathcal{F}f_{d3}(f)$	Transformada de Fourier do deslocamento relativo entre a carroceria do modelo de veículo e a roda traseira esquerda, $\text{mm}^2\text{s}$
$\mathcal{F}f_{d4}(f)$	Transformada de Fourier do deslocamento relativo entre a carroceria do modelo de veículo e a roda traseira direita, $\text{mm}^2\text{s}$
$\mathcal{F}F_{d1}(f)$	Transformada de Fourier da carga dinâmica que atua sobre o pneu dianteiro direito do modelo de veículo, Nm/s
$\mathcal{F}F_{d2}(f)$	Transformada de Fourier da carga dinâmica que atua sobre o pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, Nm/s
$\mathcal{F}F_{d3}(f)$	Transformada de Fourier da carga dinâmica que atua sobre o pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, Nm/s
$\mathcal{F}F_{d4}(f)$	Transformada de Fourier da carga dinâmica que atua sobre o pneu traseiro direito do modelo de veículo, Nm/s
$\mathcal{F}G_1$	Transformada de Fourier da carga estática atuando sobre o pneu dianteiro direito do modelo de veículo, N
$\mathcal{F}G_2$	Transformada de Fourier da carga estática atuando sobre o pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, N
$\mathcal{F}G_3$	Transformada de Fourier da carga estática atuando sobre o pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, N

$\mathcal{F}G_4$	Transformada de Fourier da carga estática atuando sobre o pneu traseiro direito do modelo de veículo, N
$g$	Constante de aceleração da gravidade, $m/s^2$
$g_i(\vec{x})$	Restrições de desigualdade
$G_{A1}$	PSD da aceleração vertical do assento do motorista, $m^2/s^3$
$G_{A2}$	PSD da aceleração vertical da carroceria, $m^2/s^3$
$G_{A3}$	PSD da aceleração angular de arfagem da carroceria, $rad^2/s^3$
$G_{A4}$	PSD da aceleração angular de rolagem da carroceria, $rad^2/s^3$
$G_{A5}$	PSD da aceleração vertical da roda dianteira direita, $m^2/s^3$
$G_{A6}$	PSD da aceleração vertical da roda dianteira esquerda, $m^2/s^3$
$G_{A7}$	PSD da aceleração vertical da roda traseira esquerda, $m^2/s^3$
$G_{A8}$	PSD da aceleração vertical da roda traseira direita, $m^2/s^3$
$G_d(f)$	PSD de deslocamentos verticais em termos de frequência temporal, $m^2s$ ; PSD deslocamentos verticais impostos ao pneu dianteiro direito do modelo de veículo, em $m^2s$
$G_d(f_0)$	PSD de deslocamentos verticais de referência em termos de frequência temporal, $m^2s$
$G_d(n)$	PSD de deslocamentos verticais em termos de frequência espacial, $m^3$
$G_d(n_0)$	PSD de deslocamentos verticais de referência em termos de frequência espacial, $m^3$
$G_d(\Omega)$	PSD de deslocamentos verticais em termos de frequência angular espacial, $m^3$
$G_d(\Omega_0)$	PSD de deslocamentos verticais de referência em termos de frequência angular espacial, $m^3$
$G_{dc}(f)$	PSD cruzada de deslocamentos verticais impostos ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, $m^2s$
$G_{dct}(f)$	onde $G_{dct}(f)$ é a PSD cruzada de deslocamentos verticais impostos ao pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, $m^2s$
$G_{dt}(f)$	PSD de deslocamentos verticais impostos ao pneu traseiro direito do modelo de veículo, $m^2s$
$\mathbf{G}_D(\omega)$	Matriz das PSDs de resposta do modelo de veículo completo

$G_{D1}$	PSD do deslocamento vertical do assento do motorista, $m^2s$
$G_{D2}$	PSD do deslocamento vertical da carroceria, $m^2s$
$G_{D3}$	PSD do ângulo de arfagem da carroceria, $rad^2s$
$G_{D4}$	PSD do ângulo de rolagem da carroceria, $rad^2s$
$G_{D5}$	PSD do deslocamento vertical da roda dianteira direita, $m^2s$
$G_{D6}$	PSD do deslocamento vertical da roda dianteira esquerda, $m^2s$
$G_{D7}$	PSD do deslocamento vertical da roda traseira esquerda, $m^2s$
$G_{D8}$	PSD do deslocamento vertical da roda traseira direita, $m^2s$
$\mathbf{G}_F(\omega)$	Matriz das PSDs de excitação do modelo de veículo completo
$G_v(n)$	PSD de velocidades verticais em termos de frequência espacial, m
$G_v(\Omega)$	PSD de velocidades verticais em termos de frequência angular espacial, m
$G_{V1}$	PSD da velocidade vertical do assento do motorista, $m^2/s$
$G_{V2}$	PSD da velocidade vertical da carroceria, $m^2/s$
$G_{V3}$	PSD da velocidade angular de arfagem da carroceria, $rad^2/s$
$G_{V4}$	PSD da velocidade angular de rolagem da carroceria, $rad^2/s$
$G_{V5}$	PSD da velocidade vertical da roda dianteira direita, $m^2/s$
$G_{V6}$	PSD da velocidade vertical da roda dianteira esquerda, $m^2/s$
$G_{V7}$	PSD da velocidade vertical da roda traseira esquerda, $m^2/s$
$G_{V8}$	PSD da velocidade vertical da roda traseira direita, $m^2/s$
$G_{xx}(f)$	PSD unilateral do sinal aleatório $x(t)$
$G_{yy}(f)$	PSD unilateral do sinal aleatório $y(t)$
$G_1$	Carga estática atuando sobre o pneu dianteiro direito do modelo de veículo, N
$G_2$	Carga estática atuando sobre o pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, N
$G_3$	Carga estática atuando sobre o pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, N
$G_4$	Carga estática atuando sobre o pneu traseiro direito do modelo de veículo, N
$G_a(n)$	PSD de acelerações verticais em termos de frequência espacial, $m^{-1}$
$G_a(\Omega)$	PSD de acelerações verticais em termos de frequência angular espacial, $m^{-1}$

$\vec{G}_A(f)$	Vetor representativo das PSDs de resposta do modelo de veículo completo em termos de acelerações verticais e frequência temporal
$\vec{G}_D(f)$	Vetor representativo das PSDs de resposta do modelo de veículo completo em termos de deslocamentos verticais e frequência temporal
$\vec{G}_V(f)$	Vetor representativo das PSDs de resposta do modelo de veículo completo em termos de velocidades verticais e frequência temporal
$h$	Altura das ondulações da pista na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$h(\tau)$	Função de resposta ao impulso
$h_j(\vec{x})$	Restrições de igualdade
$H(f)$	Função de resposta em frequência do sistema à excitação $x(t)$
$H_s(f)$	Conjugado complexo da função de resposta em frequência do sistema à excitação $x_s(t)$
$\mathbf{H}(\omega)$	Matriz FRF do modelo de veículo completo
$H^*(f)$	Conjugado complexo da função de resposta em frequência do sistema à excitação $x(t)$
$\mathbf{H}^*(\omega)$	Conjugado complexo da matriz FRF do modelo de veículo completo
$H_r^*(f)$	Conjugado complexo da função de resposta em frequência do sistema à excitação $x_r(t)$
$I_p$	Momento de arfagem da carroceria do modelo de veículo completo, kg.m <sup>2</sup>
$I_r$	Momento de rolagem da carroceria do modelo de veículo completo, kg.m <sup>2</sup>
$j$	Unidade imaginária
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez, N/m
$\mathbf{K}_F$	Matriz de rigidez associada às excitações impostas pela pista a cada pneu do modelo de veículo completo, N/m
$k_1$	Coefficiente de rigidez do assento do modelo de veículo completo, N/m
$k_2$	Coefficiente de rigidez da mola dianteira direita do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N/m
$k_3$	Coefficiente de rigidez da mola dianteira esquerda do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N/m

$k_4$	Coeficiente de rigidez da mola traseira esquerda do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N/m
$k_5$	Coeficiente de rigidez da mola traseira direita do sistema de suspensão do modelo de veículo completo, N/m
$k_6$	Coeficiente de rigidez do pneu dianteiro direito do modelo de veículo completo, N/m
$k_7$	Coeficiente de rigidez do pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo completo, N/m
$k_8$	Coeficiente de rigidez do pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo completo, N/m
$k_9$	Coeficiente de rigidez do pneu traseiro direito do modelo de veículo completo, N/m
$l$	Distância entre eixos do modelo de veículo, m
$l_f$	Distância longitudinal entre o centro de gravidade da carroceria e o eixo dianteiro do modelo de veículo completo, m
$l_r$	Distância longitudinal entre o centro de gravidade da carroceria e o eixo traseiro do modelo de veículo completo, m
$l_s$	Distância longitudinal entre o centro de gravidade da carroceria e o assento do motorista do modelo de veículo completo, m
$\lambda$	Comprimento de onda das ondulações da pista na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
<b>M</b>	Matriz de massa, kg
$m_1$	Massa do motorista e do assento do modelo de veículo completo, em kg
$m_2$	Massa da carroceria do modelo de veículo completo, em kg
$m_3$	Massa do conjunto roda e pneu dianteiro direito do modelo de veículo completo, kg
$m_4$	Massa do conjunto roda e pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo completo, kg
$m_5$	Massa do conjunto roda e pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo completo, kg
$m_6$	Massa do conjunto roda e pneu traseiro direito do modelo de veículo completo, kg

$\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$	Valores médios dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto, obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo e utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência
$\mu[RMS(\vec{z})]$	Valores médios dos valores RMS das velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, m/s ou rad/s
$\mu[RMS(\ddot{z})]$	Valores médios dos valores RMS das acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, m/s <sup>2</sup> ou rad/s <sup>2</sup>
$\mu[RMS(\vec{z})]$	Valores médios dos valores RMS dos deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, m ou rad
$\mu_x(t_1)$	Valor médio do processo aleatório $x(t)$ no instante $t_1$
$n$	Frequência espacial, ciclos/m
$N$	Número total de funções amostrais / número de componentes do intervalo de frequências
$n_0$	Frequência espacial de referência, ciclos/m
$p_f$	Fator de pico
$\psi_k$	Variável aleatória independente com distribuição uniforme no intervalo compreendido entre 0 e $2\pi$ rad
$q_d(t)$	Deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu dianteiro direito do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$q_{dc}(t)$	Deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m

$q_{dct}(t)$	Deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$q_{dt}(t)$	Deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu traseiro direito do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, m
$RMS(\vec{G}_A)$	Valor RMS das acelerações verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$RMS(\vec{G}_A)$	Valores RMS das acelerações verticais ou angulares obtidas através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência utilizando o vetor de projeto de referência, em $m/s^2$ ou $rad/s^2$
$RMS(\vec{G}_D)$	Valor RMS dos deslocamentos verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, m
$RMS(\vec{G}_D)$	Valores RMS dos deslocamentos verticais ou angulares obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência utilizando o vetor de projeto de referência, em m ou rad
$RMS(\vec{G}_V)$	Valor RMS das velocidades verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, m/s
$RMS(\vec{G}_V)$	Valores RMS das velocidades verticais ou angulares obtidas através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência utilizando o vetor de projeto de referência, em m/s ou rad/s
$RMS(\vec{z})$	Valor RMS das velocidades verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, m/s
$RMS(\vec{z})$	Valor RMS das acelerações verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$RMS(\vec{z})$	Valor RMS dos deslocamentos verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, m
$R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$	Função de autocorrelação do sinal aleatório $x(t)$ nos instantes $t_1$ e $t_1 + \tau$
$R_{xx}(\tau)$	Função de autocorrelação do sinal aleatório $x(t)$ no instante $\tau$
$R_{xy}(\tau)$	Função de correlação dos sinais aleatórios $x(t)$ e $y(t)$ no instante $\tau$
$R_{yy}(\tau)$	Função de autocorrelação do sinal aleatório $y(t)$ no instante $\tau$

$S_{x_r x_s}(f)$	PSD do processo aleatório de excitação do sistema
$S_x(f)$	PSD dos processos aleatórios de excitação do sistema
$S_{xx}(f)$	PSD bilateral do sinal aleatório $x(t)$
$S_{xy}(f)$	PSD cruzada entre os sinais aleatórios $x(t)$ e $y(t)$
$S_y(f)$	PSD dos processos aleatórios de resposta do sistema
$S_{yy}(f)$	PSD bilateral do sinal aleatório $y(t)$
$t$	Tempo, s
$t_d$	Defasagem de tempo entre os perfis trafegados pelas rodas esquerdas e direitas do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, s
$T$	Tempo para percorrer a distância entre eixos do modelo de veículo, s
$T_f$	Tempo final do sinal temporal de excitação, s
$\tau$	Intervalo de tempo entre as rodas dianteiras e traseiras do modelo de veículo na validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo, s
$u(t)$	Função de Heaviside
$\vec{u}_n$	Sinal discretizado qualquer no instante $t_n$
$\vec{\dot{u}}_n$	Derivada de primeira ordem de um sinal discretizado qualquer no instante $t_n$
$\vec{\ddot{u}}_n$	Derivada de segunda ordem de um sinal discretizado qualquer no instante $t_n$
$\vec{u}_{n+1}$	Sinal discretizado qualquer no instante $t_n + \Delta t$
$\vec{u}_{n-1}$	Sinal discretizado qualquer no instante $t_n - \Delta t$
$\vec{\dot{u}}_{n+1}$	Derivada primeira de um sinal discretizado qualquer no instante $t_n + \Delta t$
$\vec{\ddot{u}}_{n+1}$	Derivada segunda de um sinal discretizado qualquer no instante $t_n + \Delta t$
$v$	Velocidade do veículo, m/s
$var(\vec{G}_D)$	Variância dos deslocamentos verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2$
$var(\vec{Z})$	Variância dos deslocamentos verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2$
$var[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$	Variâncias dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto, obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo e utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência

$var(\vec{G}_A)$	Variância das acelerações verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2/s^4$
$var(\vec{G}_V)$	Variância das velocidades verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2/s^2$
$var(\vec{z})$	Variância das velocidades verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2/s^2$
$var(\vec{\ddot{z}})$	Variância das acelerações verticais dos graus de liberdade do modelo de veículo completo, $m^2/s^4$
$var[RMS(\vec{z})]$	Variâncias dos valores RMS das velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, $m^2/s^2$ ou $rad^2/s^2$
$var[RMS(\vec{\ddot{z}})]$	Variâncias dos valores RMS das acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, $m^2/s^4$ ou $rad^2/s^4$
$var[RMS(\vec{z})]$	Variâncias dos valores RMS dos deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo utilizando o vetor de projeto de referência, $m^2$ ou $rad^2$
$v_l$	Parâmetro constante associado à função adimensional de coerência, ciclos/m
$w$	Expoente da densidade espectral de deslocamentos verticais
$\omega$	Frequência angular temporal, rad/s
$\omega_{nn}$	Maior frequência natural do sistema em estudo, rad/s
$\Omega$	Frequência angular espacial, rad/m
$\Omega_0$	Frequência angular espacial de referência, rad/m
$x_{i,lb}$	Limites inferiores das variáveis de projeto
$x_{i,ub}$	Limites superiores das variáveis de projeto
$x_k(t_l+\tau)$	Valor da $k$ -ésima função amostral do sinal aleatório $x(t)$ no instante $t_l+\tau$
$x_1$	Variável de projeto 1, referente ao coeficiente de rigidez do assento do motorista

$x_2$	Variável de projeto 2, referente ao coeficiente de amortecimento do assento do motorista
$x_3$	Variável de projeto 1, referente ao coeficiente de rigidez das molas das suspensões dianteiras do modelo de veículo
$x_4$	Variável de projeto 2, referente ao coeficiente de amortecimento dos amortecedores das suspensões dianteiras do modelo de veículo
$x_5$	Variável de projeto 1, referente ao coeficiente de rigidez das molas das suspensões traseiras do modelo de veículo
$x_6$	Variável de projeto 2, referente ao coeficiente de amortecimento dos amortecedores das suspensões traseiras do modelo de veículo
$X(f)$	Transformada de Fourier do sinal aleatório $x(t)$
$\dot{X}(f)$	Derivada primeira da transformada de Fourier do sinal aleatório $x(t)$
$\ddot{X}(f)$	Derivada segunda da transformada de Fourier do sinal aleatório $x(t)$
$\vec{x}$	Vetor de variáveis de projeto
$\vec{x}(t)$	Vetor de deslocamentos verticais, m
$\dot{\vec{x}}(t)$	Vetor de velocidades verticais, m/s
$\ddot{\vec{x}}(t)$	Vetor de acelerações verticais, m/s <sup>2</sup>
$\vec{x}_{F1}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{F1}$
$\vec{x}_{F2}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{F2}$
$\vec{x}_{F3}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{F3}$
$\vec{x}_{FP}$	Vetor de projeto ponderado do problema de otimização no domínio da frequência
$\vec{x}_R$	Vetor de projeto de referência
$\vec{x}_{T1}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{T1}$
$\vec{x}_{T2}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{T2}$
$\vec{x}_{T3}$	Vetor de projeto que minimiza a função objetivo $F_{T3}$
$\vec{x}_{TP}$	Vetor de projeto ponderado do problema de otimização no domínio do tempo
$y(t)$	Resposta de um sistema a uma excitação $x(t)$
$Y(f)$	Transformada de Fourier da resposta de um sistema a uma excitação $x(t)$
$\gamma(f)$	Função adimensional de coerência entre as duas PSDs para a frequência temporal $f$

$\mathbf{z}_F(t)$	Matriz de deslocamentos impostos aos pneus do modelo de veículo completo, m
$z_1$	Deslocamento vertical do assento do motorista do modelo de veículo completo, m
$z_2$	Deslocamento vertical da carroceria do modelo de veículo completo, m
$z_3$	Ângulo de arfagem da carroceria do modelo de veículo completo, rad
$z_4$	Ângulo de rolagem da carroceria do modelo de veículo completo, rad
$z_5$	Deslocamento vertical da roda dianteira direita do modelo de veículo completo, m
$z_6$	Deslocamento vertical da roda dianteira esquerda do modelo de veículo completo, m
$z_7$	Deslocamento vertical da roda traseira esquerda do modelo de veículo completo, m
$z_8$	Deslocamento vertical da roda traseira direita do modelo de veículo completo, m
$\dot{\mathbf{z}}_F(t)$	Matriz de velocidades impostas aos pneus do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_1$	Velocidade vertical do assento do motorista do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_2$	Velocidade vertical da carroceria do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_3$	Velocidade angular de arfagem da carroceria do modelo de veículo completo, rad/s
$\dot{z}_4$	Velocidade angular de rolagem da carroceria do modelo de veículo completo, rad/s
$\dot{z}_5$	Velocidade vertical da roda dianteira direita do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_6$	Velocidade vertical da roda dianteira esquerda do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_7$	Velocidade vertical da roda traseira esquerda do modelo de veículo completo, m/s
$\dot{z}_8$	Velocidade vertical da roda traseira direita do modelo de veículo completo, m/s

$\ddot{z}_1$	Aceleração vertical do assento do motorista do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\ddot{z}_1(t)$	Sinal temporal da aceleração vertical do assento do motorista, $m/s^2$
$\ddot{z}_2$	Aceleração vertical da carroceria do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\ddot{z}_3$	Aceleração angular de arfagem da carroceria do modelo de veículo completo, $rad/s^2$
$\ddot{z}_4$	Aceleração angular de rolagem da carroceria do modelo de veículo completo, $rad/s^2$
$\ddot{z}_5$	Aceleração vertical da roda dianteira direita do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\ddot{z}_6$	Aceleração vertical da roda dianteira esquerda do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\ddot{z}_7$	Aceleração vertical da roda traseira esquerda do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\ddot{z}_8$	Aceleração vertical da roda traseira direita do modelo de veículo completo, $m/s^2$
$\vec{z}(t)$	Vetor de deslocamentos verticais da rodovia, m
$\vec{z}_d(t)$	Vetor de deslocamentos verticais impostos pela rodovia ao pneu dianteiro direito do modelo de veículo, m
$\vec{z}_{dc}(t)$	Vetor de deslocamentos verticais impostos pela rodovia ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, m
$\vec{z}_{dct}(t)$	Vetor de deslocamentos verticais impostos pela rodovia ao pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, m
$\vec{z}_{dt}(t)$	Vetor de deslocamentos verticais impostos pela rodovia ao pneu traseiro direito do modelo de veículo, m
$\vec{\dot{z}}(t)$	Vetor de velocidades verticais da rodovia, m/s
$\vec{\dot{z}}_d(t)$	Vetor de velocidades verticais impostas pela rodovia ao pneu dianteiro direito do modelo de veículo, m/s
$\vec{\dot{z}}_{dc}(t)$	Vetor de velocidades verticais impostas pela rodovia ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo, m/s

$\vec{z}_{dct}(t)$	Vetor de velocidades verticais impostas pela rodovia ao pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, m/s
$\vec{z}_{dt}(t)$	Vetor de velocidades verticais impostas pela rodovia ao pneu traseiro direito do modelo de veículo, m/s
$\vec{z}(t)$	Vetor de acelerações verticais da rodovia, m/s <sup>2</sup>

# 1 INTRODUÇÃO

O sistema de suspensão dos mais variados tipos de veículos de transporte de passageiros possui como finalidade básica o isolamento dos ocupantes desses veículos das vibrações e choques impostos pelo solo. Tais vibrações e choques, quando infligidos ao corpo humano em magnitudes excessivas ou por tempo prolongado podem causar sérios danos à saúde. Visto que a exposição dos ocupantes de veículos a esses tipos de vibrações não pode ser completamente eliminada, cabe à suspensão minimizá-los e proporcionar conforto e bem-estar aos passageiros.

Devido à limitação de recursos, sempre presente tanto em projetos de engenharia quanto em aplicações diversas, problemas em que se busca obter determinados parâmetros de sistemas ou processos para se alcançar uma maior eficiência são eminentemente comuns. O processo de busca das soluções mais eficientes para a resolução desses problemas, ou seja, a busca de soluções que utilizem o mínimo de recursos respeitando as restrições impostas é chamada de otimização.

A otimização dos parâmetros do sistema de suspensão de um veículo visando o aperfeiçoamento do conforto de seus ocupantes não pode, todavia, resultar em uma negligência da dirigibilidade, da estabilidade e da segurança desses veículos, assim como dos requisitos dimensionais ou demais exigências de projeto. Não é possível, portanto, aprimorar todos os termos dessa relação, comumente chamada de compromisso. Dessa forma, o problema de otimização de um sistema de suspensão veicular é, por excelência, um problema de otimização multiobjetivo, no qual devem ser balanceados os ganhos e perdas das características do veículo. Quando o veículo é projetado visando um maior conforto aos passageiros, deve-se objetivar uma maior atenuação das acelerações verticais dos assentos e da carroceria. Já para um projeto de veículo que visa uma melhor estabilidade, objetiva-se a minimização das forças normais aos pneus ou dos fatores de amplificação dinâmica das rodas. Em um projeto de veículo que, por sua vez, necessite acomodar o sistema de suspensão em um espaço muito restrito, deve-se objetivar a redução do espaço de trabalho da suspensão, que consiste no máximo deslocamento relativo entre as rodas e a carroceria.

Os sistemas de suspensão encontrados na maioria dos veículos comerciais de passeio são de dois tipos: suspensões passivas dependentes e suspensões passivas independentes. As suspensões passivas dependentes são suspensões simples, robustas, de baixo custo e conectadas por um eixo, o que faz com que os movimentos verticais das rodas direitas sejam acoplados aos das rodas esquerdas. Já os sistemas de suspensões passivas independentes são projetados para

que os movimentos verticais das rodas direitas e esquerdas não sejam vinculados, sendo a maioria dos veículos de passeio projetada com sistemas de suspensão dianteira deste tipo. Um sistema de suspensão passiva independente nas quatro rodas pode ser visualizado na Figura 1.1.



Figura 1.1 – Sistema de suspensão passiva independente nas quatro rodas de um automóvel de passeio

Fonte: <http://bestcarlive.com/wp-content/uploads/2014/07/2015-Subaru-WRX-STI-9.jpg>.

O sistema de suspensão passiva independente convencional é constituído basicamente por três elementos: molas, amortecedores e braços de suspensão. As molas consistem em elementos elásticos, geralmente helicoidais, que suportam a carga estática do veículo empregando forças elásticas em direção oposta ao alongamento da suspensão. Os amortecedores são elementos geralmente hidráulicos, responsáveis pela dissipação da energia imposta ao veículo pelas irregularidades da pista. Os braços de suspensão são elementos estruturais móveis, geralmente montados horizontalmente ou em baixos ângulos em relação ao solo, responsáveis pela conexão dos amortecedores e molas ao chassi do veículo.

## 1.1 Justificativa

O desenvolvimento de uma ferramenta que possibilite a otimização dos parâmetros concentrados de sistemas passivos de suspensão veicular, que forneça um conjunto de soluções ótimas e que facilite a escolha de tais parâmetros, pode ser uma excelente forma de obter um instrumento rápido de aperfeiçoamento de tais sistemas, visto que estes são um dos principais componentes automotivos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho consiste em desenvolver, utilizando metodologias distintas de análise dinâmica, duas rotinas de otimização multiobjetivo dos parâmetros da suspensão passiva de um modelo completo de veículo sujeito a excitações impostas por um perfil de pista aleatório. Esse objetivo geral se desdobra nos seguintes objetivos específicos:

- a) realizar uma análise dinâmica no domínio do tempo de um modelo de veículo completo de oito graus de liberdade sujeito a uma excitação senoidal, baseando-se no problema proposto por Shirahatt et al., 2008;
- b) validar a rotina de análise dinâmica no domínio do tempo desenvolvida, utilizando os resultados obtidos por Pereira, 2012, na resolução do problema proposto;
- c) realizar análises dinâmicas no domínio do tempo e da frequência de um modelo de veículo completo de oito graus de liberdade, cujo sistema de suspensão utiliza parâmetros de referência, sujeito à excitações impostas por um perfil de pista aleatório previsto na norma ISO 8608, 1995;
- d) comparar os resultados obtidos através das duas rotinas de análise dinâmica do modelo de veículo cuja suspensão utiliza parâmetros de referência, de modo a validar a rotina de análise dinâmica no domínio da frequência;
- e) implementar, integrando as rotinas de análise dinâmica nos domínios do tempo e da frequência ao algoritmo meta-heurístico NSGA-II, duas rotinas de otimização multiobjetivo dos parâmetros do sistema de suspensão passiva do modelo de veículo completo considerado nas análises dinâmicas, com vistas a minimizar três funções objetivo relativas ao conforto e à segurança de seus ocupantes;
- f) comparar as duas fronteiras ótimas de Pareto obtidas como resultados da execução das rotinas de otimização, discutindo suas semelhanças e diferenças;

- g) eleger um vetor de projeto ponderado a partir de cada conjunto de soluções que compõem as fronteiras ótimas de Pareto obtidas, de modo que haja um compromisso entre a minimização da função objetivo relacionada ao conforto do modelo de veículo sem um comprometimento das funções objetivo relacionadas à segurança do mesmo;
- h) realizar duas análises dinâmicas do modelo de veículo completo trafegando sobre um perfil de pista aleatório previsto na norma ISO 8608, 1995, cada uma considerando um sistema de suspensão que utiliza os parâmetros de um dos vetores de projeto ponderados; e
- i) comparar e discutir os resultados das análises dinâmicas do modelo de veículo com sistemas de suspensão otimizados e não otimizado;

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, organizados da seguinte forma: após a presente introdução, o segundo capítulo apresenta uma revisão da bibliografia referente ao tema abordado, a qual menciona publicações substanciais para o embasamento deste estudo. Tal revisão se divide em três subcapítulos, sendo que cada um deles visa englobar um dos três tópicos mais relevantes no desenvolvimento deste trabalho: simulação de pistas, simulação de modelos de veículos e otimização.

O terceiro capítulo apresenta a fundamentação teórica sobre conceitos utilizados no decorrer do trabalho, assim como de tópicos diretamente relacionados aos três grandes temas que subdividiram a revisão bibliográfica. O modelo de representação de pistas proposto pela norma ISO 8608, 1995, e as técnicas utilizadas no presente estudo para a simulação da rugosidade de diferentes perfis são expostos neste capítulo, assim como a formulação matemática e os diagramas dos principais modelos de veículo encontrados na literatura. A fundamentação teórica sobre os tópicos concernentes à otimização de sistemas ou processos utilizados no presente trabalho, bem como sobre assuntos como conforto e segurança veicular, também é apresentada no referido capítulo.

A metodologia utilizada para a obtenção dos resultados do presente trabalho é apresentada no quarto capítulo, que expõe toda a formulação matemática das análises desenvolvidas neste estudo.

O quinto capítulo consiste na apresentação e discussão dos resultados das validações das rotinas de análise dinâmica nos domínios do tempo e da frequência desenvolvidas no

presente trabalho. Da mesma forma, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das rotinas de otimização, também nos domínios do tempo e da frequência, do sistema de suspensão do modelo de veículo.

As conclusões, recomendações e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no sexto capítulo, sendo as referências bibliográficas expostas após o encerramento do mesmo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Autores como Bendat e Piersol, 1971, Newland, 1993, e Rao, 1995, desenvolveram trabalhos que obtiveram proeminente destaque na área da análise de vibrações mecânicas ou em áreas diretamente relacionadas a este tema, publicando livros-texto que introduzem e oferecem fontes de consulta a diversos pontos concernentes a estas matérias. Outros autores como Bathe, 1996 e Süli e Mayers, 2003, publicaram livros-texto cobrindo tópicos que, de alguma forma, se relacionam com o presente estudo e o fundamentam.

Rao, 1995, apresenta uma completa discussão dos mais variados e significativos temas relacionados a vibrações mecânicas. Tais temas são expostos na forma de teoria, aspectos computacionais e aplicações, compondo uma importante base conceitual para estudos nessa área do conhecimento.

Teoria e aplicações da análise de dados aleatórios em aplicações científicas e de engenharia são examinadas por Bendat e Piersol, 1971, em uma obra que se destacou como referência no tema. Conceitos básicos e aprofundados da análise de dados aleatórios são esmiuçados pelos autores, marcando o referido trabalho como literatura de grande relevância para fins de estudos experimentais e numéricos nessa área.

O trabalho desenvolvido por Newland, 1993, destacou-se como bibliografia básica na área de análise espectral de vibrações aleatórias, introduzindo e discutindo diversos conceitos fundamentais como correlação, média de conjuntos, densidade espectral, análise de Fourier, funções de resposta em frequência, entre outros. A cobertura de tópicos relevantes, como a transformada discreta de Fourier, é desempenhada de maneira detalhada pelo referido autor, e serve como importante referência para o desenvolvimento de estudos de simulação numérica.

Bathe, 1996, explora uma gama de aplicações e variações do método de elementos finitos, fornecendo desde uma introdução e conceituação básica do método até uma revisão das técnicas mais avançadas disponíveis. O autor desenvolve, inclusive, uma relevante apresentação dos métodos de análise numérica mais consolidados da literatura.

Süli e Mayers, 2003, são os autores de uma introdução à análise numérica, um tópico de extrema pertinência que é intrinsecamente ligado à simulação e modelagem dos mais variados tipos de problemas computacionais.

Cabe, ainda, salientar o trabalho extremamente relevante realizado por Newmark, 1959, que desenvolveu um método implícito de integração numérica extensivamente utilizado na resolução de problemas computacionais.

Diante do conjunto de publicações utilizado nesta revisão, considerou-se conveniente dividir parte do conteúdo do presente capítulo em três áreas. Cada uma delas visa englobar os artigos relacionados a um dos três tópicos essenciais para o presente estudo: simulação de pistas, simulação de modelos de veículos e otimização. Os seguintes subcapítulos consistem no resultado da divisão supracitada.

## **2.1 Simulação de Pistas**

A representação de diferentes perfis de pistas utilizando densidades espectrais de potência é um tema bastante discutido na literatura, sendo que diversas modelagens foram propostas anteriormente ou alternativamente à padronização do método pela norma ISO 8608, em 1995, que permite uma representação uniforme de pavimentos de diferentes rugosidades. Tais modelagens foram desenvolvidas por autores como Braun et al., 1966, Dodds e Robson, 1973, Honda et al., 1982, e Gobbi e Mastinu, 2001, e algumas delas serviram como embasamento teórico para a própria normatização efetivada pela aludida norma.

Dodds e Robson, 1973, demonstraram que a superfície de uma rodovia pode ser considerada aleatória, estacionária e ergódica, de modo a poder ser completamente descrita com uma única função de autocorrelação. Desse modo, atestou-se que uma única função de densidade espectral de potência fornece uma descrição suficientemente precisa do perfil da rodovia. Utilizando-se dessa conveniência, os autores propuseram um dos mais relevantes modelos de classificação de pistas de diferentes rugosidades presentes na literatura.

Honda et al., 1982, caracterizaram a rugosidade superficial de pontes rodoviárias através da densidade espectral de potência, assumida pelos autores como aleatória, gaussiana e estacionária. Dados experimentais foram obtidos através da medição das irregularidades superficiais de 56 pontes, os quais foram utilizados para a obtenção da representação matemática de uma PSD característica desses pavimentos.

Dados experimentais foram utilizados por Nardello, 2005, para a caracterização de perfis de pista através de densidades espectrais de potência. O autor submeteu um modelo matemático de veículo, representado através de sua função de resposta em frequência, ao tráfego em diferentes perfis de pista determinados experimentalmente, de modo a obter os comportamentos dinâmicos do veículo em resposta às excitações impostas por cada um desses perfis.

Um método para a simulação digital de processos aleatórios utilizando a densidade espectral de potência foi proposto por Shinozuka e Jan, 1972. Esse método se consolidou como

uma ferramenta eficiente, que utiliza ângulos de fase gerados aleatoriamente seguindo uma função densidade de probabilidade uniforme, assim como uma série de funções cosseno e frequências igualmente espaçadas para a geração de sinais temporais a partir de suas densidades espectrais de potência.

A densidade espectral de potências em termos de deslocamentos ou acelerações verticais pode ser utilizada para a representação da rugosidade de diferentes superfícies de pista, conforme determina a norma ISO 8608, 1995. A referida norma especifica um padrão uniforme de representação e estabelece um sistema de classificação que facilitam a compilação e a comparação de perfis de pista diferentes, assim como fornece diretrizes a serem seguidas para a simulação numérica desses perfis.

## **2.2 Simulação de Modelos de Veículos**

Uma introdução às teorias e aplicações relacionadas à dinâmica de veículos é desenvolvida por Jazar, 2008, em um trabalho que esclarece desde tópicos fundamentais até avançados aspectos concernentes ao comportamento dinâmico, estabilidade e dirigibilidade dos veículos. O autor fornece uma sólida base conceitual para a modelagem e a simulação de veículos, assim como de seus componentes e sistemas.

Sadati et al., 2007, investigaram o comportamento dinâmico de um modelo de veículo que trafega a diferentes velocidades sobre um perfil de pista senoidal. Ngwangwa et al., 2010, utilizam o método de redes neurais artificiais para reconstruir o perfil de irregularidades superficiais de uma rodovia através de acelerações verticais medidas experimentalmente. Reza-Kashizadeh et al., 2014, estudaram o comportamento dinâmico e a função de resposta em frequência de um modelo de um quarto de veículo, representativo de um automóvel de passageiros, ao trafegar sobre pistas de diferentes rugosidades superficiais.

Sekulic et al., 2013, analisam, utilizando a norma ISO 2631-1, 1998, os efeitos causados pelas vibrações de um modelo de ônibus no conforto de seus passageiros. As PSDs representativas das irregularidades de um perfil de pista são determinadas para cada um dos pneus do ônibus em contato com a pista, de modo que os autores desenvolvem experimentalmente um método de representação de PSDs cruzadas. A norma ISO 2631-1, 1998, padronizou métodos de quantificação de vibrações de corpo inteiro relacionados à saúde e ao conforto humano; à probabilidade de percepção de vibrações; e à incidência de enjoo causado por vibrações.

O desenvolvimento de um método espectral de obtenção da resposta em frequência de um modelo de meio veículo sujeito a irregularidades impostas por um perfil de pista é realizado por Barbosa, 2011. Tais irregularidades são impostas ao modelo de veículo na forma de PSDs determinadas experimentalmente pelo autor, que explora o comportamento dinâmico do modelo de veículo, assim como do conforto de seus ocupantes.

A aquisição de sinais temporais de acelerações verticais impostas por três diferentes tipos de pavimento a um ônibus de passageiros foi realizada experimentalmente por Ciapparini, 2012. O autor utilizou os dados adquiridos como dados de entrada na avaliação de fadiga da carroceria do veículo em questão.

Flores, 2015, utilizou a metodologia de representação de superfícies de pista proposta pela norma ISO 8608, 1995, para simular numericamente o comportamento dinâmico de um ônibus submetido a excitações impostas por diferentes pavimentos. Diferentes situações de exposição dos motoristas do veículo a vibrações de corpo inteiro foram analisadas pela autora, de modo a discutir a avaliação desse tipo de exposição através de diferentes metodologias propostas por normas associadas ao tema.

Sayers, 1988, apresenta um estudo das metodologias disponíveis para a simulação do comportamento dinâmico de equipamentos terrestres móveis em resposta a excitações impostas pelo terreno. O autor revisa as técnicas e métodos que obtiveram sucesso na modelagem e na análise dinâmica de modelos de veículo em resposta às irregularidades do pavimento; na caracterização de perfis de pistas; no desenvolvimento de um índice padrão de rugosidade; e na medição das irregularidades das superfícies e das respostas dinâmicas dos veículos que trafegam sobre as mesmas.

### **2.3 Otimização**

Algoritmos de otimização, divididos basicamente em determinísticos e não determinísticos ou estocásticos, consistem em um assunto amplamente discutido na literatura, que, se tratando de algoritmos estocásticos, é especialmente farta. Autores como Holland, 1975, Eberhart et al., 1995, Dorigo et al., 1996, Geem et al., 2001, Deb et al., 2002, Yang, 2008, e Yang et al., 2010, são responsáveis pela criação ou pelo desenvolvimento de variações de alguns dos mais relevantes desses algoritmos, que são utilizados nas mais variadas aplicações.

Muitas vezes citado como o criador do primeiro algoritmo genético, Holland, 1975, desenvolveu este algoritmo estocástico, que hoje é um dos que mais apresenta variações e publicações a respeito na literatura, se baseando em fundamentos de seleção natural e em

operadores biológicos como mutação e recombinação. Eberhart et al., 1995, obtiveram sucesso na elaboração de um algoritmo estocástico de otimização, chamado de *Particle Swarm Optimization Algorithm*, ou *PSO Algorithm*, que foi idealizado mediante a consideração de fenômenos da natureza como a movimentação de bandos de pássaros ou de cardumes de peixes, teoricamente associados a um enxame de partículas. Dorigo et al., 1996, desenvolveram um robusto e eficiente algoritmo estocástico de otimização, denominado *Ant Colony Optimization Algorithm*, ou simplesmente *ACO Algorithm*, que é baseado em uma analogia com a maneira com a qual colônias de formigas funcionam. Geem et al., 2001, desenvolveram um algoritmo de otimização não determinístico chamado de *Harmony Search Algorithm*, ou *HS Algorithm*, que imita o processo de improvisação ou busca da harmonia musical praticado por músicos. Yang, 2008, criou um algoritmo não determinístico inspirado no comportamento natural de agrupamento dos vagalumes, batizado de *Firefly Algorithm*, ou simplesmente *FA Algorithm*. O *Cuckoo Search Algorithm*, ou *CS Algorithm*, é um algoritmo estocástico de otimização elaborado por Yang et al., 2010, inspirado no fenômeno natural de parasitismo efetuado por certas espécies de cuco, pássaro que deposita seus ovos em ninhos de outras espécies de aves, que passam a ser chamadas de hospedeiras.

Revisões ou estudos comparativos se mostram úteis na investigação sobre o estado da arte dos algoritmos de otimização. Blum et al., 2003, realizam uma revisão geral e uma posterior comparação entre os principais algoritmos meta-heurísticos disponíveis, detalhando suas principais similaridades e diferenças conceituais. De maneira semelhante, Bianchi et al., 2008, realizam um estudo comparativo entre diversos algoritmos meta-heurísticos e suas aplicações na resolução de problemas estocásticos de otimização.

O algoritmo genético destaca-se como um dos mais relevantes algoritmos meta-heurísticos de otimização, consolidando-se como um tópico abundantemente discutido na literatura. Goldberg, 1989, Mitchell, 1999, Vose, 2004, e Linden, 2008, são exemplos de autores cujas obras servem como referência para diversos tópicos relacionados ao assunto.

Uma das mais importantes variações do algoritmo genético, denominada *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*, ou simplesmente *NSGA-II*, foi desenvolvida por Deb et al., 2002, e consiste em um algoritmo meta-heurístico de otimização multiobjetivo que utiliza os conceitos de dominância e de elitismo para obter uma fronteira, chamada de fronteira não-dominada ou fronteira ótima de Pareto, composta pelas melhores soluções de um problema com múltiplas funções objetivo.

Uma aplicação na qual os algoritmos meta-heurísticos de otimização são bastante utilizados consiste na obtenção dos parâmetros ótimos de uma suspensão passiva que

minimizam uma ou mais funções objetivo associadas ao comportamento dinâmico de um modelo de veículo. Nesse tema, Gadhvi et al., 2016, apresentaram um estudo comparativo da resolução de um problema de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de um modelo de meio veículo, utilizando, para tal, três dos mais utilizados algoritmos evolucionários: o *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II*, ou NSGA-II; o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*, ou SPEA2; e o *Pareto Envelope based Selection Algorithm II*, ou PESA-II. Os resultados obtidos pelos autores mostraram que, de maneira geral, todos os três algoritmos apresentaram desempenhos semelhantes na otimização do problema proposto. Entretanto, os autores salientam que o algoritmo NSGA-II se mostrou mais apto a obter uma melhor fronteira ótima de Pareto em termos de minimização do vetor de funções objetivo, enquanto os algoritmos SPEA2 e PESA-II mostraram um melhor desempenho na obtenção de um conjunto mais diversificado de soluções ótimas.

Diversos autores realizaram publicações significativas relacionadas à otimização multiobjetivo do sistema de suspensão de modelos de veículo utilizando alguma variação dos algoritmos genéticos. Molina-Cristobal et al., 2006, e Nagarkar et al., 2016, utilizaram, respectivamente, os algoritmos meta-heurísticos NSGA-II (*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II*) e MOGA (*Multi-Objective Genetic Algorithm*) para obter a fronteira ótima de Pareto relacionada aos problemas de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de modelos de um quarto de veículo. Nariman-Zadeh et al., 2010, Shojaeefard et al., 2014, utilizaram, respectivamente, os algoritmos meta-heurísticos MUGA (*Multi-objective Uniform-diversity Genetic Algorithm*) e NSGA-II para a obtenção da fronteira ótima de Pareto relacionada aos problemas de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de modelos de meio veículo.

Encontram-se diversas outras publicações na literatura que utilizam uma gama de algoritmos de otimização multiobjetivo para a otimização do sistema de suspensão de algum modelo de veículo. Autores como Lu et al., 2010, Xie et al., 2013, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014, apresentam estudos nos quais solucionam um problema de otimização multiobjetivo dos parâmetros da suspensão passiva de um modelo completo de veículo com assento utilizando algoritmos evolucionários. O modelo de veículo completo utilizado nas análises desenvolvidas por todos os autores citados no presente parágrafo foi adaptado a partir do modelo de oito graus de liberdade proposto por Guçlu et al., 2005, em seu estudo sobre o controle de vibrações automotivas utilizando lógica difusa. Gobbi et al., 2001, utilizam um algoritmo de otimização baseado em programação multiobjetiva, assim como em análise de monotonicidade, para obter a fronteira ótima de Pareto associada a um problema de otimização multiobjetivo dos parâmetros da suspensão passiva de um modelo de um quarto de veículo. Drehmer et al.,

2015 (a), determinaram, através de uma metodologia de análise no domínio da frequência, os parâmetros concentrados da suspensão passiva de um modelo de veículo completo trafegando sobre um perfil de pista aleatório que minimizam uma função multiobjetivo, utilizando a curva de ponderação proposta pela norma ISO 2631-1 para avaliar o valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista. Drehmer et al., 2015 (b) e 2016, realizaram a otimização multiobjetivo do sistema de suspensão passiva de um modelo de veículo completo com assento e motorista através de um algoritmo heurístico, adicionando dados da incerteza de parâmetros relativos ao modelo de veículo e à pista.

Utilizando uma metodologia distinta de otimização multiobjetivo em relação às publicações expostas no parágrafo anterior, Abbas et al., 2013, otimizaram os parâmetros do sistema de suspensão passiva de um modelo de meio veículo com assento e motorista utilizando algoritmos genéticos, considerando fatores de peso para a composição de uma função única que considerasse diversas funções objetivo.

Outros autores publicaram relevantes estudos nos quais obtém os parâmetros ótimos da suspensão de algum modelo de veículo utilizando um ou mais algoritmos de otimização. Alkhatib et al., 2003, Chi et al., 2008, e Gomes, 2009, obtiveram os parâmetros ótimos do sistema de suspensão passiva de um modelo de um quarto de veículo através do uso de um ou mais algoritmos de otimização. Gündogdu, 2007, e Badran et al., 2010, utilizaram algoritmos genéticos para otimizar os parâmetros da suspensão passiva de um modelo de um quarto de veículo com assento e motorista. Shirahatt, 2008, otimizou os parâmetros de sistemas de suspensão passiva e ativa de um modelo de veículo completo com assento, que trafega sobre um perfil de pista senoidal, utilizando dois algoritmos meta-heurísticos de otimização. Drehmer, 2012, utilizou um algoritmo meta-heurístico para realizar a otimização dos parâmetros do sistema de suspensão passiva de um modelo de veículo completo de oito graus de liberdade trafegando sobre um perfil de pista aleatório. Pereira, 2013, e Shirahatt, 2015, realizaram a otimização dos ganhos de um controle ativo de um sistema de suspensão com regulador linear quadrático de um modelo de veículo completo de oito graus de liberdade, considerando que tal modelo trafega sobre um perfil de pista aleatório.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Simulação da Rugosidade de Diferentes Perfis de Pistas

A representação das irregularidades da superfície de estradas e rodovias é um objeto de grande interesse na área da análise de vibrações aleatórias, tendo se tornado um assunto de extensiva literatura e de diversas estratégias de modelagem distintas. Apesar das diferentes metodologias de representação, há um certo consenso entre autores quanto às características fundamentais apresentadas pelos sinais que representam o perfil de uma rodovia.

As irregularidades da superfície de uma rodovia podem ser descritas como um sinal aleatório, tomando-se a altura em função da posição ao longo da pista (Newland, 1993). Dessa forma utilizam-se variáveis espaciais para a representação do espectro em frequências dessa pista, como a frequência espacial  $n$ , em ciclos/m, ou a frequência angular espacial  $\Omega$ , em rad/m. Admitindo-se um veículo trafegando a uma velocidade constante sobre tal rodovia, pode-se descrever a altura, ou deslocamento vertical, da pista em função do tempo. Assim, pode-se utilizar variáveis temporais para representar o espectro em frequências da rodovia, como a frequência temporal  $f$ , em ciclos/s ou Hz, ou a frequência angular temporal  $\omega$ , em rad/s.

Levando em consideração as características fundamentais de um processo aleatório que represente satisfatoriamente a rugosidade de um pavimento, Newland, 1993, afirma que tal processo pode ser simplificado como sendo Gaussiano, estacionário, ergódico e de média zero. Quando um sinal temporal é classificado como aleatório, estacionário e ergódico, as propriedades avaliadas ao longo de um intervalo de tempo são iguais e independem da função amostrada. Isso significa que suas propriedades são invariantes para qualquer amostra retirada do sinal.

Apesar de opiniões semelhantes em relação à natureza do sinal presentes na literatura, a diferença entre as metodologias de modelagem dos processos aleatórios que representam superfícies de rodovias exigiam uma normatização, que veio somente em 1995 com a norma ISO 8608. A normatização facilitou a comparação entre estudos de diferentes autores, bem como possibilitou uma maior uniformidade na metodologia empregada em análises dinâmicas de veículos.

### 3.1.1 Modelo de Representação Proposto pela ISO 8608 (1995)

A norma ISO 8608, 1995, foi criada com a intenção de facilitar a compilação e comparação de dados de medição de perfis verticais de rodovias obtidos por fontes diversas, propondo um método uniforme para a elaboração de relatórios de medição de dados de uma ou múltiplas pistas. A norma, em seu anexo C, propõe um método padronizado de representação de perfis de superfícies de rodovias através de densidades espectrais de potência. O propósito desse anexo é, de acordo com a própria norma, proporcionar uma orientação geral para o uso de dados estatísticos de perfis de rodovias para estudos de simulação e para estudos conexos como avaliação de conforto, suspensões e dos próprios perfis de rodovias.

De acordo com o método de classificação proposto pela norma supracitada, uma estimativa do grau de rugosidade de uma rodovia pode ser feito através do valor de referência,  $G_d(n_0)$ , de sua PSD de deslocamentos verticais ajustada. A relação entre essa PSD e a frequência espacial – ou a frequência angular espacial – pode ser aproximada por uma reta decrescente em um gráfico de escalas logarítmicas, para a faixa de frequências espaciais entre 0,011 ciclos/m e 2,83 ciclos/m – ou entre 0,063 rad/m e 17,7 rad/m. As equações gerais que representam as PSDs de deslocamentos verticais, em termos de frequência espacial e frequência angular espacial, são dadas, respectivamente, por:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \cdot \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} \quad (3.1)$$

onde  $G_d(n)$  é a PSD de deslocamentos verticais, em  $m^3$ ,  $G_d(n_0)$  é a PSD de referência em termos de deslocamentos verticais, em  $m^3$ ,  $n$  é a frequência espacial, em ciclos/m,  $w$  é o expoente da PSD de deslocamentos verticais e  $n_0$  é a frequência espacial de referência, de valor igual a 0,1 ciclos/m; e

$$G_d(\Omega) = G_d(\Omega_0) \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w} \quad (3.2)$$

onde  $G_d(\Omega)$  é a PSD de deslocamentos verticais, em  $m^3$ ,  $G_d(\Omega_0)$  é a PSD de referência em termos de deslocamentos verticais, em  $m^3$ ,  $\Omega$  é a frequência angular espacial, em rad/m e  $\Omega_0$  é a frequência espacial de referência, de valor igual a 1 rad/m. As frequências espaciais e angulares espaciais, bem como as frequências temporais e angulares temporais, se relacionam, respectivamente, através de um fator multiplicador de valor igual a  $2\pi$  rad, ou seja:

$$\Omega = 2\pi n \quad (3.3)$$

e

$$\omega = 2\pi f \quad (3.4)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular temporal, em rad/s, e  $f$  é a frequência temporal, em ciclos/s ou Hz.

Considerando um veículo trafegando a uma velocidade constante sobre uma rodovia, pode-se descrever o deslocamento vertical do perfil da pista em função do tempo. Segundo Reza-Kashyzadeh et al., 2014, as PSDs de deslocamentos verticais, em termos de frequência espacial e temporal, se relacionam de acordo com:

$$G_d(f) = \frac{G_d(n)}{v} \quad (3.5)$$

$G_d(f)$  é a PSD de deslocamentos verticais, em termos de frequência temporal, em  $m^2/s$ ; e  $v$  é a velocidade do veículo. As expressões que relacionam as frequências espaciais e angulares espaciais com as frequências temporais e angulares temporais são dadas, respectivamente, por (ISO 8608, 1995):

$$f = n \cdot v \quad (3.6)$$

e

$$\omega = \Omega \cdot v \quad (3.7)$$

A partir da relação dada pela Equação 3.6, pode-se reescrever a Equação 3.1 em termos de frequências temporais, da qual se obtém:

$$G_d(f) = G_d(f_0) \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-w} \quad (3.8)$$

onde  $G_d(f_0)$  é a PSD de referência em termos de deslocamentos verticais, em  $m^2/s$  e  $f_0$  é a frequência temporal de referência, de valor igual a  $0,1v$  ciclos/s.

Em estudos de simulação pode ser conveniente se obter as PSDs de velocidades e de acelerações verticais. A relação entre as PSDs de deslocamentos verticais e as PSDs de velocidades verticais, em termos de frequências espaciais e frequências angulares espaciais, são dadas, respectivamente, por (ISO 8608, 1995):

$$G_v(n) = G_d(n) \cdot (2\pi n)^2 \quad (3.9)$$

onde  $G_v(n)$  é a PSD de velocidades verticais, em m; e

$$G_v(\Omega) = G_d(\Omega) \cdot \Omega^2 \quad (3.10)$$

Ao se utilizar um expoente  $w$  da PSD de deslocamentos verticais igual a 2, obtém-se uma PSD de velocidades verticais constante. Isso representa, para fins de simulação, que a velocidade do veículo que trafega sobre a pista é constante.

As PSDs de deslocamentos verticais e de acelerações verticais se relacionam, por sua vez, de acordo com as seguintes equações, para PSDs em termos de frequências espaciais e frequências angulares espaciais, respectivamente (ISO 8608, 1995):

$$G_a(n) = G_d(n) \cdot (2\pi n)^4 \quad (3.11)$$

onde  $G_a(n)$  é a PSD de acelerações verticais, em  $m^{-1}$ ; e

$$G_a(\Omega) = G_d(\Omega) \cdot \Omega^4 \quad (3.12)$$

O sistema de classificação de rodovias de acordo com o seu grau de irregularidades, proposto pela norma ISO 8608, 1995, é ilustrado pela Figura 3.1. Esse sistema divide as classes de pistas em ordem alfabética crescente, de acordo com o aumento da rugosidade.

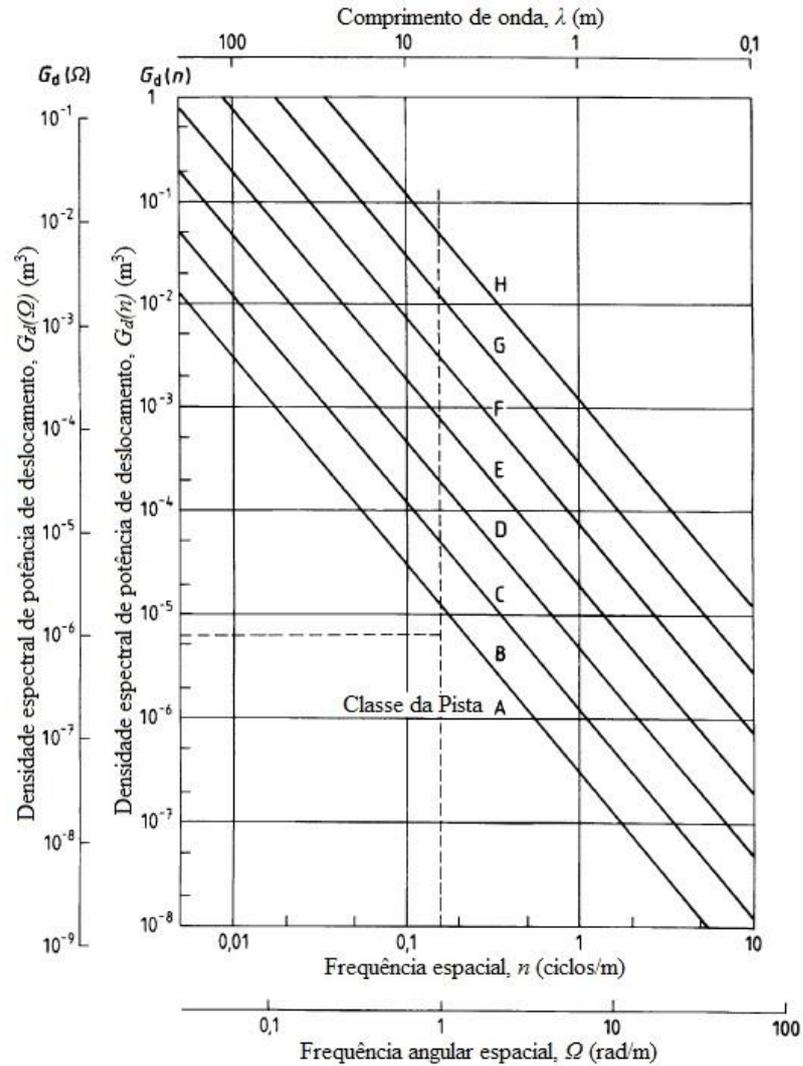


Figura 3.1 – Sistema de classificação de pistas de diferentes rugosidades em função da densidade espectral de potência de deslocamento

Fonte: adaptada de ISO 8608, 1995.

A estimativa do grau de rugosidade de uma rodovia pode ser obtida através dos valores da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais,  $G_d(n_0)$  ou  $G_d(\Omega_0)$ . Cada classe de pista consiste em um intervalo de valores desses parâmetros, sendo que, para efeitos de simulação, pode-se utilizar a média geométrica deste intervalo. A estimativa pode, ainda, ser obtida através da PSD de referência em termos de velocidades verticais,  $G_v(n)$  ou  $G_v(\Omega)$ , que torna-se constante ao se considerar que o veículo trafega sobre a pista com uma velocidade constante. As Tabelas 3.1 e 3.2 mostram os intervalos e as médias geométricas da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais, bem como os valores da PSD de referência em termos de velocidades verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência espacial e frequência angular espacial, respectivamente.

Tabela 3.1 – Intervalos e médias geométricas da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais e médias geométricas da PSD de referência em termos de velocidades verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência espacial

Classe da Pista	Grau de rugosidade			
	$G_d(n_0)^{(1)}$ ( $10^{-6}$ m <sup>3</sup> )			$G_v(n)$ ( $10^{-6}$ m)
	Limite inferior	Média geométrica	Limite superior	Média Geométrica
A	-	16	32	6,3
B	32	64	128	25,3
C	128	256	512	101,1
D	2048	1024	2048	404,3
E	2048	4096	8192	1617
F	8192	16384	32768	6468,1
G	32768	65536	131072	25872,6
H	131072	262144	-	103490,3

<sup>(1)</sup>  $n_0=0,1$  ciclos/m

Fonte: adaptada de ISO 8608, 1995.

Tabela 3.2 – Intervalos e médias geométricas da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais e médias geométricas da PSD de referência em termos de velocidades verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência angular espacial

Classe da Pista	Grau de rugosidade			
	$G_d(\Omega_0)^{(1)}$ ( $10^{-6}$ m <sup>3</sup> )			$G_v(\Omega)$ ( $10^{-6}$ m)
	Limite inferior	Média geométrica	Limite superior	Média Geométrica
A	-	1	2	1
B	2	4	8	4
C	8	16	32	16
D	32	64	128	64
E	128	256	512	256
F	512	1024	2048	1024
G	2048	4096	8192	4096
H	8192	16384	-	16384

<sup>(1)</sup>  $\Omega_0=1$  rad/m

Fonte: adaptada de ISO 8608, 1995.

De forma a aproximar o sistema de classificação proposto pela norma ISO 8608, alguns autores associam as classes das pistas a características qualitativas. Ding et al., 2009, afirmam que as classes de A a D descrevem condições de rodovias pavimentadas, enquanto as classes de E a H de rodovias não pavimentadas. Ngwangwa et al., 2010, consideram que as PSDs a partir da classe F são previstas na classificação ISO apenas para fins teóricos, visto que se

encontram fora dos limites práticos de rugosidade de pistas. Dodds e Robson, 1973, especificam uma classificação composta por 3 grupos: rodovias, estradas principais e estradas secundárias, sendo cada grupo classificado qualitativamente de acordo com o intervalo da PSD de referência.

Os modelos propostos por Dodds e Robson, 1973, e pela norma ISO 8608, 1995, se diferenciam pelo fato de que este aproxima a relação entre a PSD de deslocamentos verticais e a frequência espacial através de uma reta decrescente em um gráfico de escalas logarítmicas, enquanto aquele aproxima tal relação através de duas retas decrescentes. Tal simplificação feita pela norma ISO 8608, 1995, é corroborada com trabalhos subsequentes à publicação da norma, como o desenvolvido por Morsch, 2001, que destaca que a realização do ajuste com apenas uma reta decrescente introduz apenas pequenas variações no modelo, considerando-se uma faixa prática de uso. Faz-se evidente, porém, que grande parte do trabalho realizado por Dodds e Robson, 1971, foi utilizado na elaboração da citada norma, de modo que se pode utilizar das associações das médias geométricas das PSDs de referência à variáveis qualitativas feitas pelos referidos autores, visando uma aproximação subjetiva a variáveis que representam a qualidade superficial das pistas. Tal associação é ilustrada pela Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Qualidades superficiais associadas às médias geométricas das PSDs de referência em termos de deslocamentos verticais, para diferentes classes de pistas, em unidades de frequência angular espacial

Classe de Pista	Qualidade da Pista	$G_d(\Omega_0)^{(1)}$ ( $10^{-6}$ m <sup>3</sup> )
Rodovias	Muito boa	2 - 8
	Boa	8 - 32
Pistas Principais	Muito boa	2 - 8
	Boa	8 - 32
	Média	32 - 128
	Ruim	128 - 512
Pistas Secundárias	Média	32 - 128
	Ruim	128 - 512
	Muito ruim	512 - 2048

<sup>(1)</sup>  $\Omega_0 = 1$  rad/m

Fonte: adaptada de Dodds e Robson, 1971.

### 3.1.2 PSDs Cruzadas

Na simulação de múltiplos perfis de pistas, como no caso de um modelo de automóvel de passageiros que possui quatro pneus em contato com a superfície, a norma ISO 8608, 1995, destaca que se deve considerar que a superfície da rodovia possui a propriedade da isotropia. Isso significa que os perfis que puderem ser obtidos a partir de um trecho de uma rodovia possuem as mesmas propriedades, independentemente da orientação ou localização dentro desse trecho. Dessa forma, assume-se que as propriedades espectrais de toda a superfície da rodovia podem ser obtidas a partir de medições realizadas ao longo de uma única faixa, sendo as propriedades estatísticas as mesmas em qualquer direção.

A partir da hipótese da isotropia definida anteriormente, pode-se obter uma função de coerência que relaciona as PSDs de deslocamentos verticais dos perfis da pista em contato com os pneus das rodas direita e esquerda do eixo dianteiro do modelo de veículo. Convencionando, para o presente trabalho, que a Equação 3.8 se refere à PSD do perfil de pista em contato com o pneu dianteiro direito do modelo de veículo, pode-se escrever:

$$G_{dc}(f) = \gamma(f)G_d(f) = \gamma(f)G_d(f_0) \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-w} \quad (3.13)$$

onde  $G_{dc}(f)$  é a PSD cruzada de deslocamentos verticais impostos ao dianteiro esquerdo do modelo de veículo, em  $m^2/s$ , e  $\gamma(f)$  é a função adimensional de coerência entre as duas PSDs para a frequência temporal  $f$ . A utilização da PSD cruzada se justifica pelo fato de permitir um ajuste da correlação existente entre duas faixas da rodovia através da função adimensional de coerência.

De acordo com Sayers, 1998, e Sekulic et al., 2013, a variável  $\gamma(f)$  corresponde ao quadrado do módulo da função de transferência de um filtro para frequências de excitação discretas. Tal variável é definida através da seguinte equação:

$$\gamma(f) = \frac{v_t^2}{v_t^2 + \left(\frac{f}{v}\right)^2} \quad (3.14)$$

onde  $\gamma(f)$  é a função adimensional de coerência entre as PSDs de deslocamentos verticais impostos aos pneus dianteiros direito e esquerdo do modelo de veículo para uma dada

frequência temporal  $f$ , em Hz,  $v$  é a velocidade do veículo, em m/s, e  $\nu_l$  é a frequência de corte cujo valor foi encontrado experimentalmente pelos autores e equivale a 0,2 ciclos/m.

### 3.1.3 PSDs das Rodas Traseiras

A norma ISO 8608, 1995, prevê que se pode assumir que cada roda traseira está alinhada à correspondente roda dianteira do veículo. Dessa forma, assume-se a hipótese de que os pneus das rodas traseiras do modelo de veículo sofrem a mesma excitação imposta aos pneus das rodas dianteiras correspondentes, após um certo atraso de tempo definido por:

$$T = \frac{l}{v} \quad (3.15)$$

onde  $T$  é o atraso de tempo, em s,  $l$  é a distância entre eixos do veículo, em s.

O atraso de tempo definido pela Equação 3.15 pode ser inserido tanto nas próprias PSDs de deslocamentos verticais impostos aos pneus traseiros do modelo de veículo, quanto nos sinais temporais obtidos a partir dessas PSDs. Se a análise dinâmica do modelo de veículo for realizada no domínio do tempo, pode-se proceder de qualquer uma das duas formas. Já para uma análise dinâmica realizada no domínio da frequência, deve-se proceder da primeira forma, ou seja, inserir o atraso de tempo nas PSDs de deslocamentos verticais impostos aos pneus traseiros do modelo. Seguindo a lógica proposta por Barbosa, 2012, isso pode ser feito através da multiplicação dos espectros das excitações impostas aos pneus das rodas dianteiras do modelo por um termo exponencial  $e^{-jTf}$ , de modo a se obter, das equações 3.8 e 3.13:

$$G_{dt}(f) = e^{-jTf} G_d(f) = e^{-jTf} G_d(f_0) \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-w} \quad (3.16)$$

onde  $G_{dt}(f)$  é a PSD de deslocamentos verticais impostos ao pneu traseiro direito do modelo de veículo, em  $m^2s$ ,  $j$  é a unidade imaginária; e

$$G_{dct}(f) = e^{-jTf} G_{dc}(f) = e^{-jTf} \gamma(f) G_d(f_0) \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-w} \quad (3.17)$$

onde  $G_{dct}(f)$  é a PSD cruzada de deslocamentos verticais impostos ao pneu traseiro esquerdo do modelo de veículo, em  $m^2s$ .

Deve-se chamar a atenção para o fato de que a multiplicação pelo termo exponencial  $e^{-jTf}$  no domínio da frequência corresponde, no domínio do tempo, a um deslocamento da função temporal. Assim, para se inserir um atraso de  $T$  segundos em um sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista, simbolizado por  $f(t)$ , utiliza-se a função de Heaviside,  $u(t)$ , da seguinte forma:

$$f_t(t) = f(t - T)u(t - T) \quad (3.18)$$

onde  $f_t(t)$  é o sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista, deslocado por um atraso de tempo de  $T$  segundos e  $u(t - T)$  é a função de Heaviside que assume um valor unitário no instante de tempo  $T$ .

### 3.1.4 Perfis de Pistas no Domínio do Tempo

As irregularidades da superfície de uma rodovia podem ser simplificadas como um sinal aleatório, Gaussiano, estacionário, ergódico e de média zero, tomando-se a altura em função da posição ao longo da pista (Newland, 1993). Não obstante, admitindo-se um modelo de veículo trafegando a uma velocidade constante sobre tal rodovia, pode-se descrever a altura da pista, isto é, seu deslocamento vertical, em função do tempo.

Utilizam-se os sinais supracitados como dados de entrada na análise dinâmica, no domínio do tempo, do modelo de veículo sujeito às excitações impostas pela rodovia. Esses sinais podem ser gerados a partir das PSDs dos deslocamentos verticais impostos a cada um dos pneus do modelo, dadas pelas Equações 3.8, 3.13, 3.16 e 3.17, através do método proposto por Shinozuka e Jan, 1972. Uma formulação compacta para esse método é dada por:

$$\vec{z}(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{2G_d^*(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \quad (3.19)$$

onde  $\vec{z}(t)$  é o vetor de deslocamentos verticais da rodovia, em m,  $N$  é o número de componentes do intervalo de frequências,  $G_d^*(f_k)$  é a PSD de deslocamentos verticais da rodovia, em  $m^2/s$ ,  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_k$  é a resolução de frequência, em ciclos/s, e  $\psi_k$  é uma variável aleatória independente com distribuição uniforme no intervalo compreendido entre 0 e  $2\pi$  rad. Ao substituir  $G_d^*(f_k)$  por  $G_d(f_k)$ ,  $G_{dc}(f_k)$ ,  $G_{dt}(f_k)$  e  $G_{dct}(f_k)$ , obtidos a partir das Equações 3.8, 3.13, 3.16 e 3.17, respectivamente, encontra-se os vetores  $\vec{z}_d(t)$ ,  $\vec{z}_{dc}(t)$ ,  $\vec{z}_{dt}(t)$  e  $\vec{z}_{dct}(t)$  que

representam, nessa ordem, os vetores de deslocamentos verticais impostos pela rodovia ao pneu dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo do modelo de veículo.

Derivando-se a Equação 3.19 duas vezes, obtêm-se as equações que representam os vetores de velocidades, em m/s, e acelerações verticais da rodovia, em m/s<sup>2</sup>, dados pelas Equações 3.20 e 3.21, respectivamente.

$$\vec{z}(t) = - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^2 G_d^*(f_k) \Delta f_k} \sin(2\pi f_k t + \psi_k) \quad (3.20)$$

onde  $\vec{z}(t)$  é o vetor de velocidades verticais da rodovia, em m/s; e

$$\vec{\ddot{z}}(t) = - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^4 G_d^*(f_k) \Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \quad (3.21)$$

onde  $\vec{\ddot{z}}(t)$  é o vetor de acelerações verticais da rodovia, em m/s<sup>2</sup>. Utilizando-se um procedimento análogo ao realizado anteriormente, pode-se obter as velocidades e as acelerações verticais impostas pela rodovia a cada um dos quatro pneus do modelo de veículo.

### 3.2 Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical

No modelo de veículo completo, apresentado a seguir e utilizado na obtenção de resultados do presente estudo, não é feita nenhuma grande simplificação quanto à dinâmica lateral da carroceria do veículo. Cabe salientar que, por mais simples que sejam, sempre haverá simplificações em uma modelagem computacional de um veículo real. É o caso, no presente modelo, da desconsideração do movimento de guinada da carroceria, por exemplo. Entretanto, considera-se que estas simplificações não influenciam na dinâmica vertical do veículo de maneira significativa, de modo que o modelo de veículo completo consiste em uma razoável aproximação numérica de um veículo real, para os fins propostos no presente estudo.

O modelo de veículo completo possui oito graus de liberdade e é composto por um assento, uma massa suspensa e quatro massas não suspensas. O assento, os pneus e o sistema de suspensão são modelados com molas e amortecedores lineares. A massa suspensa, que representa a carroceria do veículo, possui três graus de liberdade: movimento vertical, arfagem e rolagem. Tanto o assento quanto cada uma das quatro rodas possui um grau de liberdade, o

que permite avaliar as vibrações impostas ao motorista, assim como a dinâmica vertical e o fator de amplificação dinâmica de cada roda. O movimento vertical das massas não suspensas em conjunto com a dinâmica da massa suspensa permite, ainda, avaliar o movimento relativo entre as rodas e a carroceria do veículo, representando o curso da suspensão.

A Figura 3.2 ilustra o modelo descrito, cuja formulação, proposta por Wang et al., 2010, Xie et al., 2012, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014 é explicitada a seguir.

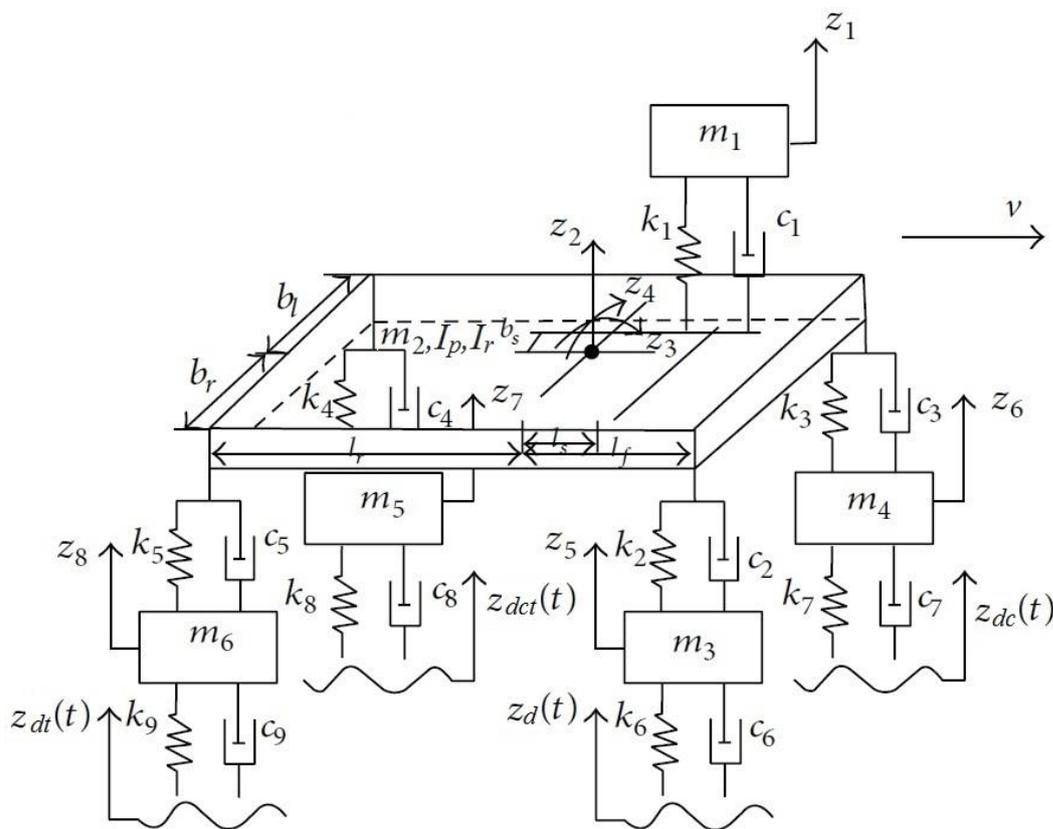


Figura 3.2 – Modelo de veículo completo

Fonte: adaptada de Meng et al., 2014.

A massa representativa do motorista e do assento,  $m_1$ , em kg, está posicionada às distâncias longitudinal e transversal do centro de gravidade da carroceria dadas por  $l_s$  e  $b_s$ , respectivamente, em m. Os coeficientes de rigidez e amortecimento do assento do motorista são dados, respectivamente, por  $k_1$  e  $c_1$ , em N/m e N.s/m. A massa  $m_2$ , em kg, é relativa à carroceria do veículo, cujo centro de gravidade é localizado através de suas distâncias em relação ao eixo dianteiro, ao eixo traseiro, às rodas esquerdas e às rodas direitas do modelo, dadas por  $l_f, l_r, b_l$  e  $b_r$ , nesta ordem. Os momentos de arfagem e rolagem da carroceria, em kg.m<sup>2</sup>, são denotados por  $I_p$  e  $I_r$ . As quatro massas não suspensas,  $m_3, m_4, m_5$  e  $m_6$ , em kg,

representam, respectivamente, os conjuntos roda e pneu dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo, que trafega a uma velocidade  $v$ , em m/s. Seguindo a mesma ordem, os coeficientes de rigidez e de amortecimento da suspensão do modelo, em N/m e N.s/m, são dadas por  $k_2$  e  $c_2$ ,  $k_3$  e  $c_3$ ,  $k_4$  e  $c_4$  e  $k_5$  e  $c_5$ . Ainda, os coeficientes de rigidez e de amortecimento, em N/m e N.s/m, dos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo, que sofrem, nesta ordem, as excitações  $z_d$ ,  $z_{dc}$ ,  $z_{dct}$  e  $z_{dt}$ , em m, impostas pelo pavimento, são dados por  $k_6$  e  $c_6$ ,  $k_7$  e  $c_7$ ,  $k_8$  e  $c_8$  e  $k_9$  e  $c_9$ . A Tabela 3.4 associa cada um dos graus de liberdade do modelo com as variáveis e unidades utilizadas.

Tabela 3.4 – Variáveis associadas a cada grau de liberdade do modelo de veículo e suas respectivas unidades

Variável	Grau de Liberdade
$z_1$	Deslocamento vertical do assento do motorista (m)
$z_2$	Deslocamento vertical da carroceria (m)
$z_3$	Ângulo de arfagem da carroceria (rad)
$z_4$	Ângulo de rolagem da carroceria (rad)
$z_5$	Deslocamento vertical da roda dianteira direita (m)
$z_6$	Deslocamento vertical da roda dianteira esquerda (m)
$z_7$	Deslocamento vertical da roda traseira esquerda (m)
$z_8$	Deslocamento vertical da roda traseira direita (m)

As equações 3.22 a 3.29 consistem nas equações de movimento para os 8 graus de liberdade do modelo de veículo completo.

$$m_1 \ddot{z}_1 + k_1(z_1 - z_2 + b_s z_4 + l_s z_3) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + b_s \dot{z}_4 + l_s \dot{z}_3) = 0 \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{z}_2 + k_1(z_2 - z_1 - b_s z_4 - l_s z_3) + k_2(z_2 - z_5 + b_r z_4 - l_f z_3) \\ + k_3(z_2 - z_6 - b_l z_4 - l_f z_3) + k_4(z_2 - z_7 - b_l z_4 + l_r z_3) \\ + k_5(z_2 - z_8 + b_r z_4 + l_r z_3) + c_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1 - b_s \dot{z}_4 - l_s \dot{z}_3) \\ + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_5 + b_r \dot{z}_4 - l_f \dot{z}_3) + c_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_6 - b_l \dot{z}_4 - l_f \dot{z}_3) \\ + c_4(\dot{z}_2 - \dot{z}_7 - b_l \dot{z}_4 + l_r \dot{z}_3) + c_5(\dot{z}_2 - \dot{z}_8 + b_r \dot{z}_4 + l_r \dot{z}_3) = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}
I_p \ddot{z}_3 + k_1(l_s z_1 - l_s z_2 + l_s^2 z_3 + b_s l_s z_4) + k_2(l_f z_5 - l_f z_2 + l_f^2 z_3 - b_r l_f z_4) \\
+ k_3(l_f z_6 - l_f z_2 + l_f^2 z_3 + b_l l_f z_4) + k_4(l_r z_2 - l_r z_7 + l_r^2 z_3 - b_l l_r z_4) \\
+ k_5(l_r z_2 - l_r z_8 + l_r^2 z_3 + b_r l_r z_4) + c_1(l_s \dot{z}_1 - l_s \dot{z}_2 + l_s^2 \dot{z}_3 + b_s l_s \dot{z}_4) \\
+ c_2(l_f \dot{z}_5 - l_f \dot{z}_2 + l_f^2 \dot{z}_3 - b_r l_f \dot{z}_4) + c_3(l_f \dot{z}_6 - l_f \dot{z}_2 + l_f^2 \dot{z}_3 + b_l l_f \dot{z}_4) \\
+ c_4(l_r \dot{z}_2 - l_r \dot{z}_7 + l_r^2 \dot{z}_3 - b_l l_r \dot{z}_4) + c_5(l_r \dot{z}_2 - l_r \dot{z}_8 + l_r^2 \dot{z}_3 + b_r l_r \dot{z}_4) = 0
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
I_r \ddot{z}_4 + k_1(b_s z_1 - b_s z_2 + b_s^2 z_4 + b_s l_s z_3) + k_2(b_r z_2 - b_r z_5 + b_r^2 z_4 - b_r l_f z_3) \\
+ k_3(b_l z_6 - b_l z_2 + b_l^2 z_4 + b_l l_f z_3) + k_4(b_l z_7 - b_l z_2 + b_l^2 z_4 - b_l l_r z_3) \\
+ k_5(b_r z_2 - b_r z_8 + b_r^2 z_4 + b_r l_r z_3) + c_1(b_s \dot{z}_1 - b_s \dot{z}_2 + b_s^2 \dot{z}_4 + b_s l_s \dot{z}_3) \\
+ c_2(b_r \dot{z}_2 - b_r \dot{z}_5 + b_r^2 \dot{z}_4 - b_r l_f \dot{z}_3) + c_3(b_l \dot{z}_6 - b_l \dot{z}_2 + b_l^2 \dot{z}_4 + b_l l_f \dot{z}_3) \\
+ c_4(b_l \dot{z}_7 - b_l \dot{z}_2 + b_l^2 \dot{z}_4 - b_l l_r \dot{z}_3) + c_5(b_r \dot{z}_2 - b_r \dot{z}_8 + b_r^2 \dot{z}_4 + b_r l_r \dot{z}_3) = 0
\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned}
m_3 \ddot{z}_5 + k_2(z_5 - z_2 - b_r z_4 + l_f z_3) + c_2(\dot{z}_5 - \dot{z}_2 - b_r \dot{z}_4 + l_f \dot{z}_3) + k_6(z_5 - z_d) \\
+ c_6(\dot{z}_5 - \dot{z}_d) = 0
\end{aligned} \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}
m_4 \ddot{z}_6 + k_3(z_6 - z_2 + b_l z_4 + l_f z_3) + c_3(\dot{z}_6 - \dot{z}_2 + b_l \dot{z}_4 + l_f \dot{z}_3) + k_7(z_6 - z_{dc}) \\
+ c_7(\dot{z}_6 - \dot{z}_{dc}) = 0
\end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}
m_5 \ddot{z}_7 + k_4(z_7 - z_2 + b_l z_4 - l_r z_3) + c_4(\dot{z}_7 - \dot{z}_2 + b_l \dot{z}_4 - l_r \dot{z}_3) + k_8(z_7 - z_{dct}) \\
+ c_8(\dot{z}_7 - \dot{z}_{dct}) = 0
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
m_6 \ddot{z}_8 + k_5(z_8 - z_2 - b_r z_4 - l_r z_3) + c_5(\dot{z}_8 - \dot{z}_2 - b_r \dot{z}_4 - l_r \dot{z}_3) + k_9(z_8 - z_{dt}) \\
+ c_9(\dot{z}_8 - \dot{z}_{dt}) = 0
\end{aligned} \tag{3.29}$$

As matrizes associadas à equação matricial do modelo de veículo completo são explicitadas a seguir:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & c_1 l_s & -c_1 l_s - c_2 l_f - c_3 l_f + c_4 l_r + c_5 l_r & c_1 l_s \\ -c_1 & c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 & -c_1 l_s - c_2 l_f - c_3 l_f + c_4 l_r + c_5 l_r & c_1 l_s^2 + c_2 l_f^2 + c_3 l_f^2 + c_4 l_r^2 + c_5 l_r^2 & -c_1 l_s - c_2 l_f - c_3 l_f + c_4 l_r + c_5 l_r \\ c_1 l_s & -c_1 l_s - c_2 l_f - c_3 l_f + c_4 l_r + c_5 l_r & c_1 l_s^2 + c_2 l_f^2 + c_3 l_f^2 + c_4 l_r^2 + c_5 l_r^2 & c_1 b_s l_s - c_2 b_r l_f + c_3 b_l l_f - c_4 b_l l_r + c_5 b_r l_r & c_1 l_s \\ c_1 b_s & -c_1 b_s + c_2 b_r - c_3 b_l - c_4 b_l + c_5 b_r & c_1 b_s l_s - c_2 b_r l_f + c_3 b_l l_f - c_4 b_l l_r + c_5 b_r l_r & c_2 l_f & c_2 l_f \\ 0 & -c_2 & c_2 l_f & c_2 l_f & c_2 l_f \\ 0 & -c_3 & c_3 l_f & c_3 l_f & c_3 l_f \\ 0 & -c_4 & -c_4 l_r & -c_4 l_r & -c_4 l_r \\ 0 & -c_5 & -c_5 l_r & -c_5 l_r & -c_5 l_r \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{array}{cccc} c_1 b_s & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 b_s + c_2 b_r - c_3 b_l - c_4 b_l + c_5 b_r & -c_2 & -c_3 & -c_4 \\ c_1 b_s l_s - c_2 b_r l_f + c_3 b_l l_f - c_4 b_l l_r + c_5 b_r l_r & c_2 l_f & c_3 l_f & -c_4 l_r \\ c_1 b_s^2 + c_2 b_r^2 + c_3 b_l^2 + c_4 b_l^2 + c_5 b_r^2 & -c_2 b_r & c_3 b_l & c_4 b_l \\ -c_2 b_r & c_2 + c_6 & 0 & 0 \\ c_3 b_l & 0 & c_3 + c_7 & 0 \\ c_4 b_l & 0 & 0 & c_4 + c_8 \\ -c_5 b_r & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_5 + c_9 \end{array} \\
\mathbf{K} = & \begin{array}{cccc} k_1 & -k_1 & k_1 l_s & \\ -k_1 & k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 & -k_1 l_s - k_2 l_f - k_3 l_f + k_4 l_r + k_5 l_r & \\ k_1 l_s & -k_1 l_s - k_2 l_f - k_3 l_f + k_4 l_r + k_5 l_r & k_1 l_s^2 + k_2 l_f^2 + k_3 l_f^2 + k_4 l_r^2 + k_5 l_r^2 & \\ k_1 b_s & -k_1 b_s + k_2 b_r - k_3 b_l - k_4 b_l + k_5 b_r & k_1 b_s l_s - k_2 b_r l_f + k_3 b_l l_f - k_4 b_l l_r + k_5 b_r l_r & \\ 0 & -k_2 & k_2 l_f & \\ 0 & -k_3 & k_3 l_f & \\ 0 & -k_4 & -k_4 l_r & \\ 0 & -k_5 & -k_5 l_r & \end{array} \\
& \begin{array}{cccc} k_1 b_s & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 b_s + k_2 b_r - k_3 b_l - k_4 b_l + k_5 b_r & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ k_1 b_s l_s - k_2 b_r l_f + k_3 b_l l_f - k_4 b_l l_r + k_5 b_r l_r & k_2 l_f & k_3 l_f & -k_4 l_r \\ k_1 b_s^2 + k_2 b_r^2 + k_3 b_l^2 + k_4 b_l^2 + k_5 b_r^2 & -k_2 b_r & k_3 b_l & k_4 b_l \\ -k_2 b_r & k_2 + k_6 & 0 & 0 \\ k_3 b_l & 0 & k_3 + k_7 & 0 \\ k_4 b_l & 0 & 0 & k_4 + k_8 \\ -k_5 b_r & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_5 + k_9 \end{array} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

$$\vec{F} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad k_6 z_d + c_6 \dot{z}_d \quad k_7 z_{dc} + c_7 \dot{z}_{dc} \quad k_8 z_{dct} + c_8 \dot{z}_{dct} \quad k_9 z_{dt} + c_9 \dot{z}_{dt}]^T \quad (3.33)$$

$$\vec{z} = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \quad z_6 \quad z_7 \quad z_8]^T \quad (3.34)$$

$$\dot{\vec{z}} = [\dot{z}_1 \quad \dot{z}_2 \quad \dot{z}_3 \quad \dot{z}_4 \quad \dot{z}_5 \quad \dot{z}_6 \quad \dot{z}_7 \quad \dot{z}_8]^T \quad (3.35)$$

$$\ddot{\vec{z}} = [\ddot{z}_1 \quad \ddot{z}_2 \quad \ddot{z}_3 \quad \ddot{z}_4 \quad \ddot{z}_5 \quad \ddot{z}_6 \quad \ddot{z}_7 \quad \ddot{z}_8]^T \quad (3.36)$$

### 3.3 Otimização de Sistemas ou Processos

A otimização de um sistema ou de um processo consiste na técnica de busca de parâmetros quaisquer, denominados variáveis de projeto, que melhorem o desempenho desse sistema, sejam quais forem suas funções objetivo e sempre respeitando o espaço de busca e as restrições impostas pelo problema. Busca-se, portanto, o ponto ótimo, formado pelas variáveis de projeto que minimizam ou maximizam as funções objetivo do problema e satisfazem seu espaço de busca e restrições. O espaço de busca é definido como a região que contém as possíveis soluções, em termos das variáveis de projeto, para o problema de otimização; já as

restrições consistem em funções de igualdade ou desigualdade, também em termos das variáveis de projeto, que expõem situações de projeto indesejáveis.

Pode-se assumir as mais variadas funções objetivo a serem minimizadas ou maximizadas com a alteração de determinadas variáveis de projeto. Tais funções servem como índices de desempenho e quantificam os objetivos a serem otimizados.

Os métodos de otimização se dividem em determinísticos, nos quais é possível conhecer a totalidade dos passos do processo de otimização conhecendo seu ponto de partida; ou estocásticos, nos quais a convergência do método para a solução é baseada nas sucessivas escolhas entre conjuntos de números aleatórios sorteados durante a execução do algoritmo. Nos métodos determinísticos, chega-se à mesma solução do problema ao partir do mesmo ponto inicial. Isso não acontece nos métodos estocásticos, pois diferentes conjuntos de números aleatórios são gerados a cada execução do algoritmo, de modo que a probabilidade de a mesma sequência de operações ser repetida é praticamente nula. Desse modo, métodos estocásticos levam a diferentes respostas, partindo-se do mesmo ponto inicial.

A maioria dos métodos de otimização determinísticos requerem a utilização da derivada de, no mínimo, primeira ordem da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Dessa forma, a função objetivo deve ser contínua e diferenciável no espaço de busca, o que de certo modo restringe a utilização desses métodos. Os métodos de otimização estocásticos ou aleatórios, por sua vez, utilizam apenas a avaliação da função objetivo em relação às variáveis de projeto, e não suas derivadas. Dessa forma, não exigem que a função objetivo, muitas vezes de comportamento imprevisível ou desconhecido, seja contínua ou diferenciável. Essa é uma vantagem considerada primordial dos métodos estocásticos em relação aos determinísticos, pois permite que a solução ótima de um problema sob excitações aleatórias seja mais facilmente encontrada.

### **3.3.1 Otimização Multiobjetivo**

Em diversas situações procura-se minimizar ou maximizar mais de uma função objetivo de um determinado problema de otimização. Esse tipo de problema é definido como problema de otimização multiobjetivo, no qual se busca um conjunto de variáveis de projeto, ou vetor de projeto, que satisfaça (minimize ou maximize) todas as funções objetivo simultaneamente.

Não é incomum que as diversas funções objetivo do problema de otimização multiobjetivo sejam conflitantes, de modo que a solução do problema não convergirá para

apenas um, mas sim para um conjunto de vetores de projeto. Nesse caso, o conjunto ótimo de vetores de projeto encontrado é chamado de superfície de Pareto, fronteira de Pareto ou fronteira não-dominada, que fornece um grupo de soluções ótimas para a escolha, pelo usuário do algoritmo, do conjunto de parâmetros que melhor resolve o problema real. Esse grupo de soluções contém vetores de projeto que minimizam cada uma das funções objetivo individualmente, bem como um conjunto de vetores de projeto que fornece soluções intermediárias para o problema, ponderando cada uma das funções objetivo de diversas formas. As soluções que não se encontram na fronteira de Pareto, ou seja, que não fazem parte do conjunto de melhores alternativas para a resolução do problema, são chamadas de soluções dominadas ou fronteira dominada.

A Figura 3.3 ilustra o resultado do problema de otimização multiobjetivo proposto por Dias, 2000, obtido por Ávila, 2006, através da utilização de um algoritmo genético. Pode-se visualizar na figura o conjunto de soluções ótimas, denominado superfície ótima de Pareto ou fronteira não-dominada, para um problema com três funções objetivo conflitantes entre si, dadas por F1, F2 e F3. A figura também apresenta o conjunto de soluções dominadas, ou fronteira dominada. As soluções que compõem o conjunto a fronteira dominada possuem a seguinte característica: não existe nenhuma outra solução com valores mais baixos de ambas, F1, F2 e F3.

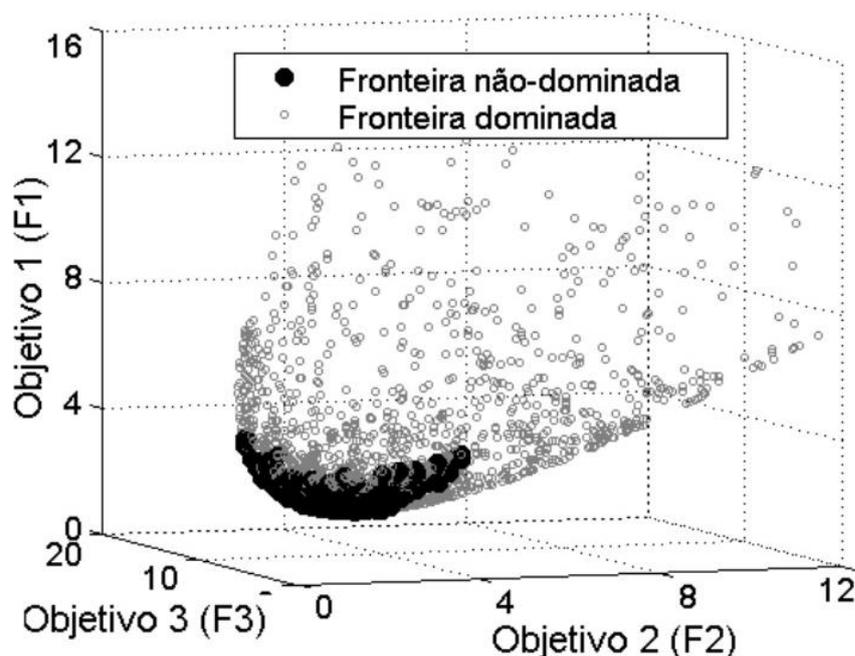


Figura 3.3 – Superfície ótima de Pareto e soluções dominadas de um problema de otimização multiobjetivo

### 3.3.2 Formulação Matemática do Problema de Otimização

Um problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado matematicamente da seguinte maneira:

$$\min \vec{F}(\vec{x}) = [F_1(\vec{x}), F_2(\vec{x}), \dots, F_k(\vec{x})]^T \quad (3.37)$$

sujeito a

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \quad (3.38)$$

$$h_j(\vec{x}) = 0, j = 1, 2, \dots, q \quad (3.39)$$

$$x_{i,lb} \leq x_i \leq x_{i,ub}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.40)$$

onde  $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de variáveis de projeto,  $\vec{F}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^k$  é o vetor de funções objetivo,  $g_i(\vec{x})$  são as restrições de desigualdade,  $h_j(\vec{x})$  são as restrições de igualdade,  $x_{i,lb}$  são os limites inferiores das variáveis de projeto,  $x_{i,ub}$  são os limites superiores das variáveis de projeto e  $k, p, q$  e  $n$  são o número de funções objetivo, restrições de desigualdade, restrições de igualdade e variáveis de projeto, respectivamente.

Nos problemas de otimização multiobjetivo,  $p$  e  $q$  podem ser iguais a zero mas  $n$  e  $k$  são necessariamente maiores que zero. Isso significa que o problema não necessariamente terá restrições de igualdade ou de desigualdade, mas obrigatoriamente necessita de um intervalo de variação para cada variável de projeto. No caso particular em que  $k$  é igual a um, ou seja, há apenas uma função objetivo, o problema passa a ser denominado de otimização simples-objetivo, ou simplesmente problema de otimização.

### 3.3.3 Algoritmos Meta-Heurísticos

Algoritmos meta-heurísticos, segundo Bianchi et al., 2009, são projetados para gerar ou selecionar um algoritmo de busca parcial que forneça uma boa solução para um problema para o qual se dispõe de informações e capacidade computacional limitada, cujo conjunto completo de soluções é muito grande para ser completamente amostrado. De acordo com Blum, 2013, ao procurar em um grande conjunto de possíveis soluções, esse tipo de algoritmo geralmente encontra boas soluções com menos esforço computacional do que métodos iterativos ou algoritmos de otimização. Entretanto, em comparação a esses métodos, os algoritmos meta-

heurísticos não garantem que a solução encontrada é um ótimo global, em algumas classes de problemas.

Há uma grande variedade de algoritmos meta-heurísticos propostos na literatura, dentre os quais destacam-se o algoritmo genético (*Genetic Algorithm – GA*), desenvolvido por Holland, 1975; o algoritmo de otimização por colônia de formigas (*Ant Colony Optimization – ACO algorithm*), proposto por Dorigo et al., 1996; o algoritmo de enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization – PSO algorithm*), concebido por Eberhart et al., 1995; o algoritmo de busca harmônica (*Harmony Search – HS algorithm*), proposto por Geem et al., 2001; o algoritmo vaga-lume (*Firefly Algorithm – FA*) criado por Yang, 2008; o algoritmo de busca do cuco (*Cuckoo Search – CS algorithm*), proposto por Yang et al., 2010; entre outros, assim como um incontável rol de variações e modificações dos mesmos.

O presente trabalho utiliza em sua metodologia o algoritmo meta-heurístico de otimização multiobjetivo NSGA-II (do inglês, *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*), desenvolvido por Deb et al., 2002, baseado no algoritmo genético.

### 3.3.4 Algoritmo NSGA-II

O algoritmo NSGA-II (do inglês *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) ou Algoritmo Genético de Classificação por Não-Dominância II, é um algoritmo de otimização multiobjetivo baseado em algoritmos genéticos. De acordo com Gadhvi et al., 2016, algoritmos de otimização multiobjetivo são geralmente extensões dos algoritmos evolutivos de simples objetivo, de enxame, inspirados em populações naturais ou, ainda, meta-heurísticos. O autor afirma que dos diversos algoritmos de otimização multiobjetivo, ou MOOAs (do inglês *Multi-Objective Optimization Algorithms*), alguns obtiveram bastante destaque em várias aplicações nos campos da ciência, engenharia e negócios, devido a suas fortes capacidades de obter a fronteira de Pareto mais próxima da fronteira real, sendo o algoritmo NSGA-II, desenvolvido por Deb et al., 2002, um dos mais relevantes exemplos.

O NSGA-II utiliza o conceito de dominância para classificar a população em fronteiras, sendo a primeira, composta pelas melhores soluções, chamada de fronteira não-dominada. Segundo Deb et al., 2002, o que diferencia o NSGA-II de um simples algoritmo genético reside no método de seleção, sendo esse operador dividido em dois processos: a classificação rápida por não dominância (*fast non-dominated sorting*) e a classificação pela distância de agrupamento (*crowding distance sorting*). Os demais operadores são aplicados da mesma forma que no algoritmo genético.

Deb et al., 2002, afirmam que a primeira etapa do processo de classificação rápida por não dominância consiste em comparar os indivíduos da população, sejam novos ou antigos, para classifica-los em função de seus graus de dominância. O grau de dominância de um determinado indivíduo ou solução consiste no número de indivíduos ou soluções que o dominam. Os indivíduos não-dominados, ou seja, que possuem o grau de dominância igual a zero, são inseridos em um grupo que formará a primeira fronteira, fronteira não-dominada ou fronteira Pareto-ótima.

Na segunda etapa do processo de classificação rápida por não dominância é realizada a classificação de todos os indivíduos que não se encontram na fronteira não-dominada, ou seja, dos indivíduos cujo grau de dominância é diferente de zero (Deb et al., 2002). Isso pode ser feito retirando-se temporariamente os indivíduos da fronteira não-dominada da população e recalculando-se o grau de dominância dos indivíduos restantes. Assim, após o recálculo, os indivíduos com grau de dominância igual a zero são inseridos na segunda fronteira e repete-se o processo. O primeiro processo do método de seleção do NSGA-II termina quando a população não classificada estiver vazia.

O segundo processo do método de seleção utilizado pelo algoritmo NSGA-II, segundo Deb et al., 2002, visa garantir que as soluções não-dominadas encontradas estejam distribuídas no espaço de busca, visto que o método de obtenção dessas soluções tende a convergir para uma mesma região do espaço de busca. Além de garantir essa distribuição dando preferência a soluções de mesmo grau de dominância que estejam em regiões de menor aglomeração, o processo chamado pelos autores de *crowding distance sorting*, ou classificação pela distância de agrupamento, ordena as soluções dentro de uma mesma fronteira.

Classificados os indivíduos, a seleção dos que comporão a nova população inicia-se pela fronteira não dominada, sendo os indivíduos dessa e das próximas fronteiras selecionados ordenadamente. A distância de agrupamento é utilizada como critério de seleção se uma das fronteiras não puder ser completamente inserida na nova população. Ao término do processo de seleção, os operadores genéticos são aplicados aos indivíduos selecionados, seguindo a lógica convencional dos algoritmos genéticos.

A Figura 3.4 ilustra o processo de seleção descrito, na qual uma população de tamanho igual a  $2N$  em um dado instante  $t$ , dada por  $R_t$ , é composta pelos indivíduos pais,  $P_t$ , de tamanho igual a  $N$ , e seus respectivos descendentes,  $Q_t$ , também de tamanho igual a  $N$ . A classificação rápida por não dominância, então, classifica tanto os pais quanto seus descendentes em fronteiras, dadas por  $F_1$ , que representa a fronteira não-dominada ou fronteira Pareto-ótima,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  e assim por diante. Deb et al., 2002, enfatizam o fato de que, visto que essa classificação

é feita com os indivíduos de duas gerações consecutivas, o elitismo está assegurado. Os membros da população da próxima geração de pais, dada por  $P_{t+1}$ , são, então, selecionados priorizando-se as primeiras fronteiras, até que se atinja um número de indivíduos igual a  $N$ . A escolha dos indivíduos da fronteira que não pôde ser completamente acomodada na nova geração é feita através da classificação pela distância de agrupamento.

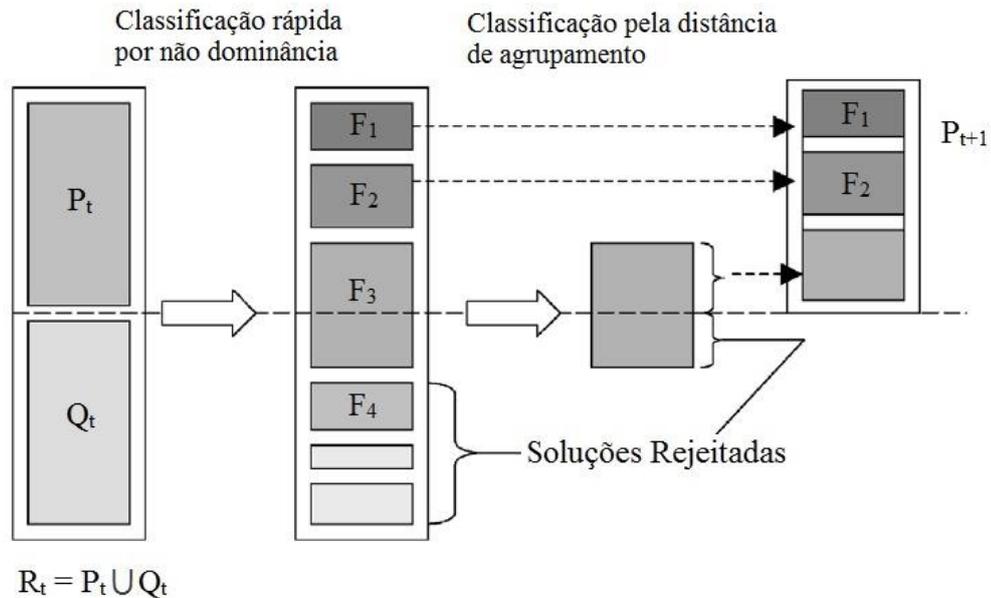


Figura 3.4 – Esquema básico do processo de seleção do algoritmo NSGA-II

Fonte: adaptada de Deb et al., 2002.

### 3.4 Conforto e Segurança Veicular

Faz-se necessário apresentar alguns conceitos relacionados ao conforto e à segurança veicular utilizados no presente trabalho.

A norma ISO 2631-1, 1997, tem como objetivos primários padronizar métodos de quantificação de vibrações de corpo inteiro relacionados à saúde e ao conforto humano; à probabilidade de percepção de vibrações; e à incidência de enjoo causado por vibrações. Segundo tal norma, os veículos terrestres expõem seus ocupantes a vibrações mecânicas periódicas e aleatórias, as quais podem interferir no conforto, na saúde e nas atividades dos passageiros. Em seu anexo C, a referida norma indica o atual consenso de opiniões acerca da relação da magnitude das vibrações e o conforto humano, preocupando-se em fornecer um método conveniente e uniforme de se avaliar subjetivamente a severidade das vibrações impostas ao corpo humano. A norma propõe a utilização dos valores RMS ponderados da

aceleração imposta ao corpo humano e estabelece seis faixas subjetivas de conforto, conforme ilustrado na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Avaliação do conforto em função dos valores RMS ponderados da aceleração imposta ao corpo humano proposta pela norma ISO 2631-1, 1997

Aceleração RMS	Provável sensação
menor que $0,315 \text{ m/s}^2$	não desconfortável
entre $0,315$ e $0,63 \text{ m/s}^2$	levemente desconfortável
entre $0,5$ e $1 \text{ m/s}^2$	relativamente desconfortável
entre $0,8$ e $1,6 \text{ m/s}^2$	desconfortável
entre $1,25$ e $2,5 \text{ m/s}^2$	muito desconfortável
maior que $2 \text{ m/s}^2$	extremamente desconfortável

Fonte: adaptada de ISO 2631-1, 1997.

A segurança veicular não pode ser considerada como uma única medida, devido ao fato de englobar diversos conceitos distintos. O conceito de aderência à pista é diretamente relacionado à estabilidade e, portanto, à segurança do veículo. Uma maior aderência é conferida ao veículo quando a hipótese de não descolamento dos pneus com o perfil de irregularidades da pista é respeitada, isto é, quando as forças dinâmicas atuantes sobre os conjuntos roda e pneu do veículo não ultrapassam a força estática devido ao peso do próprio veículo. Assim, para respeitar a hipótese de não descolamento, deve-se manter a relação entre as forças estáticas e as forças dinâmicas atuantes sobre os conjuntos roda e pneu do modelo de veículo, ou seja, os fatores de impacto ou fatores de amplificação dinâmica dos conjuntos roda e pneu, inferiores à unidade. Wong et al., 2012, afirmam que uma redução destes fatores asseguram uma menor vibração das rodas do veículo, o que se traduz em uma menor transmissão de impacto das irregularidades do solo para os pneus, e conseqüentemente, para as massas suspensas.

Por fim, deve-se tecer um comentário sobre o curso de suspensão dos veículos, definição de projeto que afeta tanto o conforto quanto a segurança associada aos mesmos. Tais veículos devem ser projetados de modo a comportar um sistema de suspensão que absorva as vibrações impostas pelas irregularidades da rodovia sem que ocorra o choque contra os batentes no final de seu curso, podendo causar desde ruídos e desconforto indesejáveis aos passageiros até uma falha prematura dos componentes. Segundo Gillespie, 1992, a maioria dos carros de passeio de grande porte comercializados possui um curso de suspensão que varia entre 177,8 e 203,2 mm, enquanto nos carros de passeio de pequeno porte o curso varia entre 127 e 152,4 mm.

## **4 METODOLOGIA**

### **4.1 Generalidades**

Os procedimentos e os parâmetros utilizados para a obtenção dos resultados serão expostos no presente capítulo, com vistas a fornecer uma orientação sobre a estrutura das rotinas numérico-computacionais desenvolvidas e a relação entre cada uma de suas etapas.

Os resultados do presente trabalho foram obtidos mediante a utilização de duas metodologias distintas, que consistem nas otimizações multiobjetivo dos parâmetros da suspensão de um modelo de veículo completo considerando análises dinâmicas no domínio do tempo e no domínio da frequência. As estruturas básicas das duas rotinas desenvolvidas são explicitadas nos fluxogramas expostos nas Figuras 4.1 (a) e (b) e objetivam, em conjunto com as Tabelas 4.1 e 4.2, evidenciar as etapas de funcionamento de ambos os algoritmos e como elas se relacionam. Posteriormente, cada etapa das duas metodologias de obtenção dos resultados é apresentada em detalhes, assim como as validações com outros trabalhos da literatura que se fizeram necessárias.

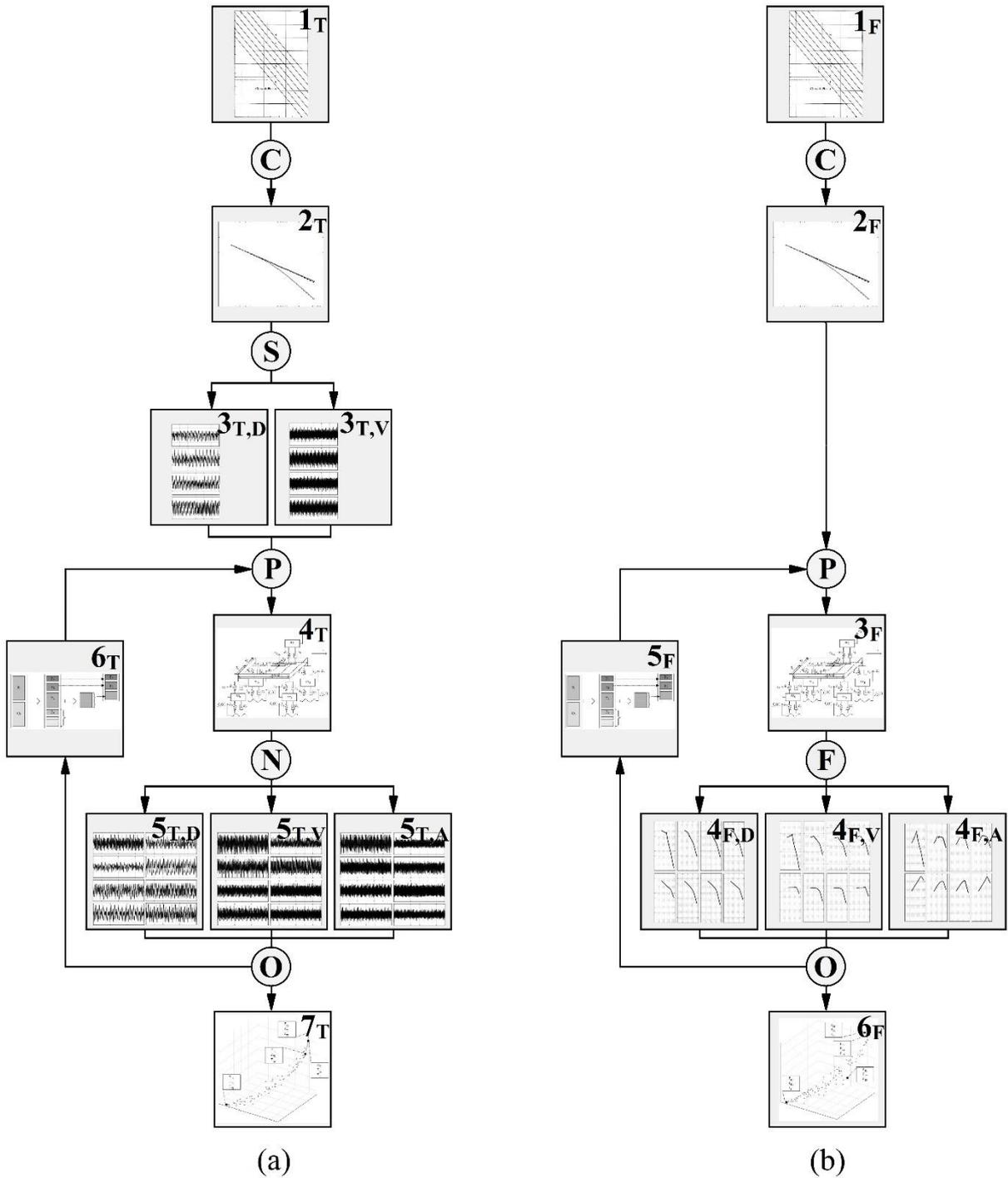


Figura 4.1 – (a) Fluxograma básico da rotina de otimização da suspensão passiva de um modelo completo de veículo no domínio do tempo; (b) Fluxograma básico da rotina de otimização da suspensão passiva de um modelo completo de veículo no domínio da frequência

Tabela 4.1 – Descrição sintética de cada etapa que compõe o fluxograma representativo da rotina de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de um modelo de veículo completo no domínio do tempo, exposto na Figura 4.1 (a)

Descrição da etapa	
Símbolo da etapa no fluxograma	1 <sub>T</sub> PSD de deslocamentos verticais referente à pista de classe C da norma ISO 8608, 1991
	C Cálculo da PSD cruzada e das PSDs impostas às rodas traseiras
	2 <sub>T</sub> PSDs dos deslocamentos verticais impostos pela pista a cada pneu do modelo de veículo
	S Simulação digital dos sinais temporais associados às PSDs da pista pelo método de Shinozuka e Jan, 1972
	3 <sub>T,D</sub> Deslocamentos verticais impostos pela pista a cada pneu do modelo de veículo
	3 <sub>T,V</sub> Velocidades verticais impostas pela pista a cada pneu do modelo de veículo
	P Vetor de projeto e dados de entrada do problema de otimização
	4 <sub>T</sub> Modelo de veículo completo
	N Integração numérica da equação matricial de movimento através do método de Newmark, 1959
	5 <sub>T,D</sub> Sinais temporais de deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	5 <sub>T,V</sub> Sinais temporais de velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	5 <sub>T,A</sub> Sinais temporais de acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	O Cálculo do vetor de funções objetivo do problema de otimização
	6 <sub>T</sub> Algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA II proposto por Deb e Pratap, 2002
7 <sub>T</sub> Fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo	

Tabela 4.2 – Descrição sintética de cada etapa que compõe o fluxograma representativo da rotina de otimização multiobjetivo da suspensão passiva de um modelo de veículo completo no domínio da frequência, exposto na Figura 4.1 (b)

Descrição da etapa	
Símbolo da etapa no fluxograma	1 <sub>F</sub> PSD de deslocamentos verticais referente à pista de classe C da norma ISO 8608, 1991
	C Cálculo da PSD cruzada e das PSDs impostas às rodas traseiras
	2 <sub>F</sub> PSDs dos deslocamentos verticais impostos pela pista a cada pneu do modelo de veículo
	P Vetor de projeto e dados de entrada do problema de otimização
	3 <sub>F</sub> Modelo de veículo completo
	F Cálculo da matriz função de resposta em frequência e obtenção das resposta dos modelo às excitações
	4 <sub>F,D</sub> PSDs dos deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	4 <sub>F,V</sub> PSDs das velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	4 <sub>F,A</sub> PSDs das acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo
	O Cálculo do vetor de funções objetivo do problema de otimização
	5 <sub>F</sub> Algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA II proposto por Deb e Pratap, 2002
	6 <sub>F</sub> Fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência

## 4.2 Geração do Perfil de Pista

A metodologia proposta pela norma ISO 8608, 1995, para a representação de perfis de pistas através de suas densidades espectrais de potência, apresentada no subcapítulo 3.1, foi utilizada em ambas as rotinas desenvolvidas. Escolheu-se um perfil de classe C, considerado de rugosidade e ondulações intermediárias, para a representação da pista sob a qual o modelo de veículo irá trafegar. De acordo com Ngwangwa et al., 2010, essa classe é representativa de uma estrada ou pavimento danificado, com depressões rasas frequentes e algumas profundas ou de uma estrada não pavimentada bem conservada.

A média geométrica da PSD de referência em termos de deslocamentos verticais e em unidades de frequência espacial,  $G_d(n_0)$ , apresentada pela norma ISO 8608, 1995, para perfis de classe C é de  $256 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ , como pode ser visto na Tabela 3.1 exibida anteriormente. Segundo a classificação qualitativa apresentada por Dodds e Robson, 1973, esse valor representa uma estrada principal em mau estado de conservação. Em conformidade com as orientações da referida norma, utilizam-se os valores de 0,1 ciclos/m e 2 para a frequência espacial de referência,  $n_0$ , e para o expoente da PSD,  $w$ , respectivamente. Desse modo, através da Equação 3.36 pode-se obter uma expressão para a PSD de deslocamento vertical em termos de frequência espacial  $G_d(n)$ , em  $\text{m}^3$ , para a rodovia de classe C, dada por:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \cdot \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} = (256 \times 10^{-6}) \cdot \left(\frac{n}{0,1}\right)^{-2} = \frac{2,56 \times 10^{-6}}{n^2} \text{ m}^3 \quad (4.1)$$

Utilizando-se das relações dadas pelas equações 3.5 e 3.6 e considerando que o veículo trafega a uma velocidade  $v$  constante de 20 m/s (ou 72 km/h), velocidade utilizada em ambas as metodologias de obtenção dos resultados do presente trabalho, obtém-se uma expressão para a PSD de deslocamento vertical em termos de frequência temporal,  $G_d(f)$ , em  $\text{m}^2\text{s}$ , exposta a seguir:

$$G_d(f) = \frac{G_d(n)}{v} = \frac{2,56 \times 10^{-6}}{v \cdot (f \cdot v)^2} = \frac{2,56 \times 10^{-6}}{20^3 f^2} = \frac{3,2 \times 10^{-10}}{f^2} \text{ m}^2\text{s} \quad (4.2)$$

Associa-se, para fins de referência, a equação 4.2 à PSD de deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu dianteiro direito do modelo de veículo completo. Essa PSD se relaciona com a PSD cruzada correspondente ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo através da função adimensional de coerência  $\gamma(f)$ , dada pela equação 3.14. A expressão a

seguir corresponde à função adimensional de coerência considerando a velocidade supracitada para o veículo, bem como o valor de 0,2 ciclos/m para o parâmetro constante  $v_l$ , conforme proposto por Sekulic et al., 2013 e Sayers, 1988, resultando em:

$$\gamma(f) = \frac{(0,2)^2}{(0,2)^2 + \left(\frac{f}{20}\right)^2} = \frac{16}{16 + f^2} \quad (4.3)$$

A PSD cruzada de deslocamentos verticais impostos pela pista ao pneu dianteiro esquerdo do modelo de veículo completo,  $G_{dc}(f)$ , em  $m^2s$ , é obtida, portanto, através da equação 3.13, como mostra a expressão:

$$G_{dc}(f) = \gamma(f)G_d(f) = \left(\frac{16}{16 + f^2}\right) \cdot \left(\frac{3,2 \times 10^{-10}}{f^2}\right) = \frac{5,12 \times 10^{-9}}{f^4 + 16f^2} m^2s \quad (4.4)$$

A partir das equações 4.2 e 4.4, pode-se encontrar as expressões para as PSDs de deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus traseiros direito e esquerdo do modelo de veículo completo. Seguindo a orientação da norma ISO 8608, 1995, assume-se que os pneus traseiros estão submetidos às mesmas excitações impostas pela pista que os pneus dianteiros, após um certo atraso de tempo. Utilizando a equação 3.15, associada ao valor da velocidade,  $v$ , e da distância entre eixos do modelo de veículo,  $l$ , cujos valores são de 20 m/s e 2,6 m, respectivamente, calcula-se o valor do referido atraso,  $T$ , em s:

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2,6}{20} = 0,13 s \quad (4.5)$$

Com esse valor em mãos, multiplica-se as expressões das PSDs referentes aos pneus dianteiros do modelo de veículo pela exponencial  $e^{-jTf}$  para se obter as expressões das PSDs referentes aos pneus traseiros direito,  $G_{dt}(f)$ , e esquerdo,  $G_{dct}(f)$ , ambas em  $m^2s$ . Segundo Barbosa, 2012, essa multiplicação equivale, no domínio do tempo, à inserção de um atraso de  $T$  segundos ao início do sinal. Assim, obtém-se as seguintes expressões:

$$G_{dt}(f) = e^{-jTf} G_d(f) = \frac{3,2 \times 10^{-10} e^{-0,13jf}}{f^2} \quad (4.6)$$

e

$$G_{dct}(f) = e^{-jTf} G_{dc}(f) = \frac{5.12 \times 10^{-9} e^{-0.13jf}}{f^4 + 16f^2} \quad (4.7)$$

As equações 4.2, 4.4, 4.6 e 4.7 representam, nesta ordem, expressões para as PSDs de deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus dianteiro direito,  $G_d(f)$ , dianteiro esquerdo,  $G_{dc}(f)$ , traseiro direito,  $G_{dt}(f)$ , e traseiro esquerdo,  $G_{dct}(f)$ , do modelo de veículo. Todas as expressões para essas PSDs, dadas em  $m^2/s$ , se encontram em função da variável  $f$ , representativa da frequência temporal, em ciclos/s ou Hz. A norma ISO 8608, 1995, recomenda, para fins de representação de rodovias através de suas PSDs, a utilização de um intervalo de frequências espaciais variando de 0,011 a 2,83 ciclos/m. Isso corresponde, na presente análise, a um intervalo de frequências temporais variando de 0,22 a 56,6 Hz. Estes valores, segundo a norma, foram selecionados com base nos dados existentes na literatura.

Quanto ao valor da resolução de frequência,  $\Delta f$ , a norma ISO 8608, 1995, adverte que o valor mínimo requerido para identificar o maior comprimento de onda de interesse presente nos dados deve ser igual à menor frequência espacial no espectro de interesse, ou seja, igual ao valor do limite inferior do intervalo de frequências. A norma esclarece que essa seria a opção mais vantajosa em termos de custo computacional, entretanto, recomenda que valores menores de resolução de frequência sejam usados de modo a reduzir o vazamento espectral próximo de 0 Hz. Desse modo, adota-se o valor de 0,001 ciclos/m (ou 0,02 Hz na presente análise) para a resolução de frequência,  $\Delta f$ .

Definidos o intervalo e a resolução de frequência, pode-se discretizar as expressões representativas das PSDs de deslocamento vertical imposto pela pista aos pneus do modelo de veículo em vetores. Entretanto, esses vetores serão dados de entrada apenas no método de análise dinâmica no domínio da frequência do modelo. No caso do método de análise dinâmica no domínio do tempo, se faz necessária a obtenção de expressões representativas do deslocamento e da velocidade verticais da rodovia em função do tempo. Essas expressões podem ser determinadas utilizando as equações 3.19 e 3.20, que relacionam os deslocamentos e as velocidades verticais da rodovia às suas respectivas PSDs.

Diante do exposto no parágrafo anterior, tem-se que as expressões para os sinais temporais de deslocamentos verticais impostos pela rodovia aos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo do modelo de veículo são dadas respectivamente por  $z_d(t)$ ,  $z_{dc}(t)$ ,  $z_{dt}(t)$  e  $z_{dct}(t)$ , em m, e estão explicitadas a seguir:

$$\begin{aligned}
z_d(t) &= \sum_{k=1}^N \sqrt{2G_d(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\
&= \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{7,04 \times 10^{-11}}{f_k^2}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}
z_{dc}(t) &= \sum_{k=1}^N \sqrt{2G_{dc}(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\
&= \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{1,1264 \times 10^{-9}}{f_k^4 + 16f_k^2}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}
z_{dt}(t) &= \sum_{k=1}^N \sqrt{2G_{dt}(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\
&= \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{7,04 \times 10^{-11} e^{-0,13jf_k}}{f_k^2}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}
z_{dct}(t) &= \sum_{k=1}^N \sqrt{2G_{dct}(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\
&= \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{1,1264 \times 10^{-9} e^{-0,13jf_k}}{f_k^4 + 16f_k^2}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde, nas equações 4.8 a 4.11,  $N$  representa o número de componentes do intervalo de frequências,  $f_k$  é o  $k$ -ésimo componente do intervalo de frequências, em ciclos/s,  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_k$  é a resolução de frequência, em ciclos/s,  $t$  é o tempo, em s, e  $\psi_k$  consiste em uma variável aleatória independente com distribuição de probabilidade uniforme entre 0 e  $2\pi$  rad denominada ângulo de fase.

As expressões para os sinais temporais de velocidades verticais impostas pela rodovia aos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo do modelo de veículo, por sua vez, são simbolizadas respectivamente por  $\dot{z}_d(t)$ ,  $\dot{z}_{dc}(t)$ ,  $\dot{z}_{dt}(t)$  e  $\dot{z}_{dct}(t)$ , em m/s, e estão apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_d(t) &= - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^2 G_d(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\
&= -5,2719 \times 10^{-5} \sum_{k=1}^N \cos(2\pi f_k t + \psi_k)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{dc}(t) &= - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^2 G_{dc}(f_k) \Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\ &= -2,1088 \times 10^{-4} \sum_{k=1}^N \sqrt{(f_k^2 + 16)^{-1}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)\end{aligned}\quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{dt}(t) &= - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^2 G_{dt}(f_k) \Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\ &= -2,1088 \times 10^{-4} \sum_{k=1}^N \sqrt{e^{-0,13j f_k}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)\end{aligned}\quad (4.14)$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{dct}(t) &= - \sum_{k=1}^N \sqrt{2(2\pi f_k)^2 G_{dct}(f_k) \Delta f_k} \cos(2\pi f_k t + \psi_k) \\ &= -5,2719 \times 10^{-5} \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{e^{-0,13j f_k}}{f_k^2 + 16}} \cos(2\pi f_k t + \psi_k)\end{aligned}\quad (4.15)$$

onde, nas equações 4.12 a 4.15,  $N$  representa o número de componentes do intervalo de frequências,  $f_k$  é o  $k$ -ésimo componente do intervalo de frequências, em ciclos/s,  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_k$  é a resolução de frequência, em ciclos/s,  $t$  é o tempo, em s, e  $\psi_k$  consiste em uma variável aleatória independente com distribuição de probabilidade uniforme entre 0 e  $2\pi$  rad denominada ângulo de fase.

A resolução de frequência, conforme definida anteriormente, é constante e igual a 0,02 Hz na presente análise. Esse espaçamento constante resulta em um intervalo de frequências com um número de componentes,  $N$ , igual a 2820. Os vetores representativos da discretização das expressões das PSDs de deslocamentos verticais impostos aos pneus do modelo de veículo possuem, portanto, o mesmo número de componentes,  $N$ , que o vetor do intervalo de frequências.

De maneira distinta dos vetores das PSDs discretizadas, os vetores representativos dos deslocamentos e das velocidades verticais impostos pela rodovia aos pneus do modelo de veículo podem ser gerados para qualquer intervalo de tempo. Entretanto, deve-se ter o cuidado de definir um intervalo que possua uma resolução adequada tanto para garantir a convergência do método de Newmark na metodologia de análise dinâmica no domínio do tempo, quanto para não elevar o custo computacional em demasia, o que poderia inviabilizar a realização da etapa de otimização. Considerando essas ressalvas, optou-se por um intervalo de tempo com a duração de 50 segundos ( $0 \leq t \leq 50$  s), que corresponde, no presente estudo, a um perfil de pista de 1000 m de comprimento. A resolução  $\Delta t$  adotada no presente trabalho foi de 0,01 segundo. Assim os vetores de deslocamentos e velocidades verticais da rodovia relativos a cada

pneu do modelo de veículo, que consistem em dados de entrada do método de análise dinâmica no domínio do tempo, bem como o vetor representativo do intervalo de tempo são constituídos por 5001 componentes cada.

### 4.3 Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical

O modelo de veículo completo utilizado tanto na análise no domínio do tempo quanto na análise no domínio da frequência é o modelo proposto por Wang et al., 2010, Xie et al., 2012, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014, e consiste no mesmo modelo proposto por Guclu et al., 2010, com uma ligeira modificação: a consideração do efeito de amortecimento dos pneus. O subcapítulo 3.2 da fundamentação teórica do presente trabalho descreveu esse modelo, que foi ilustrado na Figura 3.2 e teve as equações de movimento para cada um de seus 8 graus de liberdade expostas nas equações 3.22 a 3.29. Visto que a Tabela 3.4 mostra as variáveis associadas a cada um desses graus de liberdade, as matrizes associadas à equação matricial do modelo foram previamente explicitadas pelas equações 3.30 a 3.36 e a velocidade do veículo já foi determinada como constante e igual a 20 m/s, o modelo carece apenas da definição de seus parâmetros mecânicos e geométricos para sua determinação completa.

Com isso em mente, define-se os parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado no presente trabalho, que são idênticos aos parâmetros utilizados por Wang et al., 2010, Xie et al., 2012, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014, e estão descritos na Tabela 4.3:

Tabela 4.3 – Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado

Variável	Descrição	Valor
$k_1$	Coefficiente de rigidez do assento do motorista	Variável de projeto
$k_2$	Coefficiente de rigidez da mola dianteira direita	Variável de projeto
$k_3$	Coefficiente de rigidez da mola dianteira esquerda	Variável de projeto
$k_4$	Coefficiente de rigidez da mola traseira esquerda	Variável de projeto
$k_5$	Coefficiente de rigidez da mola traseira direita	Variável de projeto
$k_6$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro direito	250 kN/m
$k_7$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro esquerdo	250 kN/m
$k_8$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro esquerdo	250 kN/m
$k_9$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro direito	250 kN/m
$c_1$	Coefficiente de amortecimento do assento do motorista	Variável de projeto
$c_2$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro direito	Variável de projeto

Tabela 4.3 – Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado

$c_3$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro esquerdo	Variável de projeto
$c_4$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor traseiro esquerdo	Variável de projeto
$c_5$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor traseiro direito	Variável de projeto
$c_6$	Coefficiente de amortecimento do pneu dianteiro direito	150 N.s/m
$c_7$	Coefficiente de amortecimento do pneu dianteiro esquerdo	150 N.s/m
$c_8$	Coefficiente de amortecimento do pneu traseiro esquerdo	150 N.s/m
$c_9$	Coefficiente de amortecimento do pneu traseiro direito	150 N.s/m
$m_1$	Massa do assento e do motorista	90 kg
$m_2$	Massa da carroceria	1100 kg
$I_p$	Momento de arfagem da carroceria	1848 kg.m <sup>2</sup>
$I_r$	Momento de rolagem da carroceria	550 kg.m <sup>2</sup>
$m_3$	Massa do conjunto roda e pneu dianteiro direito	25 kg
$m_4$	Massa do conjunto roda e pneu dianteiro esquerdo	25 kg
$m_5$	Massa do conjunto roda e pneu traseiro esquerdo	45 kg
$m_6$	Massa do conjunto roda e pneu traseiro direito	45 kg
$l_s$	Distância longitudinal entre o CG da carroceria e o assento do motorista	0,3 m
$l_f$	Distância longitudinal entre o CG da carroceria e o eixo dianteiro	1,2 m
$l_r$	Distância longitudinal entre o CG da carroceria e o eixo traseiro	1,4 m
$b_s$	Distância transversal entre o CG da carroceria e o assento do motorista	0,25 m
$b_l$	Distância transversal entre o CG da carroceria e as rodas esquerdas	1,0 m
$b_r$	Distância transversal entre o CG da carroceria e as rodas direitas	0,25 m

Fonte: adaptada de Xie et al., 2012.

Conforme a tabela anterior, os coeficientes de rigidez e de amortecimento do assento do motorista e do sistema de suspensão são definidos como variáveis de projeto. Estas são as dez variáveis que se intenciona otimizar posteriormente e que, a priori, compõem o vetor de projeto,  $\vec{x}$ . Entretanto, segundo Wang et al., 2010, Xie et al., 2012, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014, os coeficientes de rigidez e de amortecimento possuem os mesmos valores nos lados direito e esquerdo do veículo devido a sua simetria. Assume-se, portanto, que  $k_3 = k_2$ ,  $k_5 = k_4$ ,  $c_3 = c_2$  e  $c_5 = c_4$ . Dessa forma, o número de variáveis de projeto é reduzido a seis e o vetor de projeto,  $\vec{x}$ , é dado por:

$$\vec{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T = [k_1 \quad c_1 \quad k_2 \quad c_2 \quad k_4 \quad c_4]^T \quad (4.16)$$

Estes serão os seis parâmetros a serem modificados na etapa de otimização da suspensão do modelo de veículo. Os quatro autores supracitados utilizam valores de referência para esses parâmetros (ou variáveis de projeto), de modo a se definir completamente um modelo de veículo com uma suspensão não otimizada para fins de posterior comparação. O vetor de projeto composto por esses parâmetros é denominado de vetor de projeto de referência, o qual é simbolizado por  $\vec{x}_R$ . A Tabela 4.4 expõe os respectivos valores desses parâmetros:

Tabela 4.4 – Valores de referência dos parâmetros que compõem o vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$

Variável de Projeto	Descrição	Valor de referência
$k_1$	Coeficiente de rigidez do assento do motorista	15 kN/m
$k_2 = k_3$	Coeficiente de rigidez das molas dianteiras	15 kN/m
$k_4 = k_5$	Coeficiente de rigidez das molas traseiras	17 kN/m
$c_1$	Coeficiente de amortecimento do assento do motorista	150 N.s/m
$c_2 = c_3$	Coeficiente de amortecimento dos amortecedores dianteiros	2,5 kN.s/m
$c_4 = c_5$	Coeficiente de amortecimento dos amortecedores traseiros	2,5 kN.s/m

#### 4.4 Análise Dinâmica

As duas etapas desenvolvidas previamente ao início da análise dinâmica fornecem informações essenciais para a execução das rotinas computacionais desenvolvidas, que utilizam dois diferentes métodos para a realização dessa análise: os métodos no domínio do tempo e no domínio da frequência. Tais informações se traduzem em dados de entrada para ambos os métodos e definem a estrutura do problema, influenciando diretamente em todas as fases de geração de resultados.

A primeira etapa compreendeu a geração dos vetores que representam o perfil de pista escolhido, sejam esses vetores representativos de um sinal temporal dos deslocamentos verticais do pavimento ou da PSD desse sinal. A partir do vetor de deslocamentos verticais do pavimento, pode-se obter o vetor de velocidades verticais do mesmo, os quais serão dados de entrada nas análises dinâmicas no domínio do tempo e da frequência, respectivamente.

A segunda etapa definiu completamente o modelo de veículo e o vetor de projeto a serem considerados em ambos os métodos de análise, bem como estabeleceu valores de referência para as variáveis que compõem esse vetor. O vetor de projeto é um elemento crucial das rotinas desenvolvidas, pois estabelece os parâmetros do sistema de suspensão a serem

considerados em cada execução das análises dinâmicas, servindo como ponto de realimentação da rotina de otimização.

Tendo em mãos os dados de entrada anteriormente referidos, parte-se, portanto, para a etapa de análise dinâmica propriamente dita. Os dois métodos distintos de execução dessa etapa são descritos detalhadamente a seguir.

#### 4.4.1 Análise Dinâmica no Domínio do Tempo

A metodologia de análise dinâmica no domínio do tempo fundamenta-se essencialmente no método proposto por Newmark, 1959. Conforme descrito anteriormente, esse método se torna incondicionalmente estável na solução de problemas lineares utilizando os seguintes parâmetros:  $\delta = 0,5$  e  $\alpha = 0,25$ . Juntamente com a resolução do vetor tempo,  $\Delta t$ , de 0,01 s anteriormente definida, esses valores permitem o cálculo de todos os parâmetros constantes associados ao método de Newmark através das equações 4.17 a 4.22:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} = \frac{1}{(0,25)(0,01)^2} = 40000 \text{ s}^{-2} \quad (4.17)$$

$$a_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t} = \frac{1}{(0,25)(0,01)} = 400 \text{ s}^{-1} \quad (4.18)$$

$$a_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1 = \frac{1}{(2)(0,25)} - 1 = 1 \quad (4.19)$$

$$a_5 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} = \frac{0,5}{(0,25)(0,01)} = 200 \text{ s}^{-1} \quad (4.20)$$

$$a_6 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 = \frac{0,5}{0,25} - 1 = 1 \quad (4.21)$$

$$a_7 = \frac{\delta}{\alpha} - 2 = \frac{0,5}{0,25} - 2 = 0 \quad (4.22)$$

Ao se utilizar os parâmetros recém calculados na formulação do método, obtém-se as seguintes expressões para os deslocamentos, velocidades e acelerações verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo no instante de tempo  $t + \Delta t$ :

$$\begin{aligned}
\vec{z}_{n+1} &= (a_0\mathbf{M} + a_5\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \{ \vec{F}_{n+1} + \mathbf{M}[a_0\vec{z}_n + a_1\dot{\vec{z}}_n + a_2\ddot{\vec{z}}_n] \\
&\quad + \mathbf{C}[a_5\vec{z}_n + a_6\dot{\vec{z}}_n + a_7\ddot{\vec{z}}_n] \} \\
&= (40000\mathbf{M} + 200\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \{ \vec{F}_{n+1} + \mathbf{M}[40000\vec{z}_n + 400\dot{\vec{z}}_n + \ddot{\vec{z}}_n] \\
&\quad + \mathbf{C}[200\dot{\vec{z}}_n + \ddot{\vec{z}}_n] \}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\dot{\vec{z}}_{n+1} = a_5[\dot{\vec{z}}_{n+1} - \dot{\vec{z}}_n] - a_6\dot{\vec{z}}_n - a_7\ddot{\vec{z}}_n = 200[\dot{\vec{z}}_{n+1} - \dot{\vec{z}}_n] - \dot{\vec{z}}_n \tag{4.24}$$

$$\ddot{\vec{z}}_{n+1} = a_0[\ddot{\vec{z}}_{n+1} - \ddot{\vec{z}}_n] - a_1\ddot{\vec{z}}_n = 40000[\ddot{\vec{z}}_{n+1} - \ddot{\vec{z}}_n] - 400\ddot{\vec{z}}_n \tag{4.25}$$

onde  $\vec{F}_{n+1}$  é o vetor de forças de excitação, em N, no instante  $t + \Delta t$ ,  $\vec{z}_{n+1}$ ,  $\dot{\vec{z}}_{n+1}$  e  $\ddot{\vec{z}}_{n+1}$  são os vetores de deslocamentos, em m, velocidades, em m/s, e acelerações verticais, em  $\text{m/s}^2$ , no instante  $t + \Delta t$  e  $\vec{z}_n$ ,  $\dot{\vec{z}}_n$  e  $\ddot{\vec{z}}_n$  são os vetores de deslocamentos, em m, velocidades, em m/s, e acelerações verticais, em  $\text{m/s}^2$ , no instante  $t$ .

A partir das equações 4.23 a 4.25, pode-se, portanto, realizar a integração numérica da equação matricial de movimento do modelo de veículo proposto em todos os instantes definidos no intervalo de tempo discretizado. Essa integração permite a obtenção do comportamento dinâmico dos oito graus de liberdade do modelo em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais, representados, respectivamente, pelos vetores  $\vec{z}(t)$ , em m,  $\dot{\vec{z}}(t)$ , em m/s e  $\ddot{\vec{z}}(t)$ , em  $\text{m/s}^2$ . Este conjunto de vetores está exposto nas equações 3.34, 3.35 e 3.36, e sua obtenção se traduz em um conjunto de 24 históricos temporais para cada execução da etapa de análise dinâmica no domínio do tempo.

A partir das equações 4.26 a 4.28 é possível, então, calcular os valores RMS dos deslocamentos,  $RMS(\vec{z})$ , em m, velocidades,  $RMS(\dot{\vec{z}})$ , em m/s, e acelerações verticais,  $RMS(\ddot{\vec{z}})$ , em  $\text{m/s}^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo.

$$RMS(\vec{z}) = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{z}(t)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.26}$$

$$RMS(\dot{\vec{z}}) = \left[ \int_0^{+\infty} \dot{\vec{z}}(t)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.27}$$

e

$$RMS(\ddot{\vec{z}}) = \left[ \int_0^{+\infty} \ddot{\vec{z}}(t)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.28}$$

#### 4.4.2 Análise Dinâmica no Domínio da Frequência

O método de análise dinâmica no domínio da frequência exige a utilização do conceito de função de resposta em frequência anteriormente definido. Contanto que o sistema em análise seja linear, fisicamente realizável (causal), ausente de vibrações auto induzidas (estável) e de parâmetros constantes, requisitos completamente atendidos pelo modelo de veículo utilizado no presente estudo, suas características dinâmicas podem ser descritas através da função de resposta em frequência (FRF). Isso dito, aliado ao fato de que, segundo Newland, 1993, aplica-se o princípio da superposição linear a um sistema linear qualquer sob o efeito de diversas excitações, das quais resultam diversas respostas, pode-se simplificar a obtenção da resposta dinâmica do modelo de veículo às excitações da pista através da seguinte relação:

$$\mathbf{G}_D(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{G}_F(\omega)\mathbf{H}^*(\omega) \quad (4.29)$$

onde  $\mathbf{H}(\omega)$  e  $\mathbf{H}^*(\omega)$  correspondem, respectivamente, à FRF e ao complexo conjugado da FRF do sistema às excitações da pista e  $\mathbf{G}_F(\omega)$  e  $\mathbf{G}_D(\omega)$  representam, respectivamente, as PSDs dos processos aleatórios de excitação e de resposta do sistema.

Visto que o modelo de veículo completo do presente estudo possui oito graus de liberdade,  $\mathbf{H}(\omega)$  é uma matriz cuja determinação é feita a partir da equação matricial de movimento. Isso posto, a dedução da FRF do modelo parte da seguinte relação, obtida a partir da equação 3.60:

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{z}}(t) + \mathbf{C}\dot{\vec{z}}(t) + \mathbf{K}\vec{z}(t) = \vec{F}(t) = \mathbf{K}_F\mathbf{z}_F(t) + \mathbf{C}_F\dot{\mathbf{z}}_F(t) \quad (4.30)$$

onde  $\mathbf{C}_F$  e  $\mathbf{K}_F$  são as matrizes de amortecimento, em N.s/m, e rigidez, em N/m, associadas às excitações impostas pela pista a cada pneu do modelo e  $\mathbf{z}_F(t)$  e  $\dot{\mathbf{z}}_F(t)$  são matrizes representativas dos deslocamentos, em m, e das velocidades verticais, em m/s, impostos pela pista aos pneus do modelo, todas definidas a seguir:

$$\mathbf{K}_F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_9 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

onde  $k_6$ ,  $k_7$ ,  $k_8$  e  $k_9$  são, respectivamente, os coeficientes de rigidez dos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo;

$$\mathbf{C}_F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_9 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

onde  $c_6$ ,  $c_7$ ,  $c_8$  e  $c_9$  são, respectivamente, os coeficientes de amortecimento dos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo;

$$\mathbf{z}_F(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_d(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{dc}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{act}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{dt}(t) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

onde  $z_d(t)$ ,  $z_{dc}(t)$ ,  $z_{act}(t)$  e  $z_{dt}(t)$  são, respectivamente, os deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo; e

$$\dot{\mathbf{z}}_F(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{z}_d(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{z}_{dc}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{z}_{act}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{z}_{dt}(t) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

onde  $\dot{z}_d(t)$ ,  $\dot{z}_{dc}(t)$ ,  $\dot{z}_{dct}(t)$  e  $\dot{z}_{dt}(t)$  são, respectivamente, as velocidades verticais impostas pela pista aos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo.

Realizando-se a transformada de Fourier da equação 4.30, obtém-se:

$$-\omega^2 \mathbf{M} \mathbf{G}_D(\omega) + j\omega \mathbf{C} \mathbf{G}_D(\omega) + \mathbf{K} \mathbf{G}_D(\omega) = \mathbf{K}_F \mathbf{G}_F(\omega) + j\omega \mathbf{C}_F \mathbf{G}_F(\omega) \quad (4.35)$$

onde  $\mathbf{G}_D(\omega)$  é a matriz da densidade espectral dos deslocamentos verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações da pista, em  $\text{m}^2/\text{s}$ , e  $\mathbf{G}_F(\omega)$  é a matriz da densidade espectral dos deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus do modelo de veículo, em  $\text{m}^2/\text{s}$ . A matriz  $\mathbf{G}_F(\omega)$  é explicitada a seguir:

$$\mathbf{G}_F(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{f1}(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{f2}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{f3}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{f4}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

onde  $G_{f1}(\omega)$ ,  $G_{f2}(\omega)$ ,  $G_{f3}(\omega)$  e  $G_{f4}(\omega)$  são, respectivamente, as PSDs de deslocamento vertical impostas pela pista aos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo. Ao se rearranjar os termos da equação 4.35, chega-se na seguinte expressão:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{G}_D(\omega) = (\mathbf{K}_F + j\omega \mathbf{C}_F) \mathbf{G}_F(\omega) \quad (4.37)$$

Finalmente, ao se rearranjar os termos da equação 4.37 de modo a obter uma divisão entre as matrizes das densidades espectrais de resposta e de excitação do modelo de veículo, chega-se a uma expressão para a matriz representativa da função de resposta em frequência do modelo,  $\mathbf{H}(\omega)$ , em  $\text{m}^2/\text{s}$ , conforme segue:

$$\frac{\mathbf{G}_D(\omega)}{\mathbf{G}_F(\omega)} = \frac{\mathbf{K}_F + j\omega \mathbf{C}_F}{-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}} = \mathbf{H}(\omega) \quad (4.38)$$

Através da matriz  $\mathbf{H}(\omega)$  e de seu complexo conjugado  $\mathbf{H}^*(\omega)$ , portanto, é possível calcular a matriz da densidade espectral do comportamento dinâmico do modelo de veículo,  $\mathbf{G}_D(\omega)$ , a partir da matriz da densidade espectral das excitações impostas pela pista,  $\mathbf{G}_F(\omega)$ . Esse cálculo é feito através de uma simples expressão algébrica linear, exposta na equação 4.29. Na presente metodologia, apenas os elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{G}_D(\omega)$  são considerados, de modo que se passa a ter um vetor representativo das PSDs dos deslocamentos verticais de cada grau de liberdade do modelo de veículo,  $\vec{G}_D(\omega)$ , em  $\text{m}^2\text{s}$ . Esse vetor é obtido através da equação:

$$\vec{G}_D(\omega) = \text{diag}(\mathbf{G}_D(\omega)) = [G_{D1} \quad G_{D2} \quad G_{D3} \quad G_{D4} \quad G_{D5} \quad G_{D6} \quad G_{D7} \quad G_{D8}]^T \quad (4.39)$$

onde os componentes do vetor  $\vec{G}_D(\omega)$  são definidos na Tabela 4.5, que associa as PSDs dos deslocamentos ou rotações de cada um dos graus de liberdade do modelo de veículo a suas variáveis e unidades:

Tabela 4.5 – Variáveis associadas às PSDs de deslocamento ou rotação de cada grau de liberdade do modelo de veículo e suas respectivas unidades

Variável	Grau de Liberdade
$G_{D1}$	PSD do deslocamento vertical do assento do motorista ( $\text{m}^2\text{s}$ )
$G_{D2}$	PSD do deslocamento vertical da carroceria ( $\text{m}^2\text{s}$ )
$G_{D3}$	PSD do deslocamento angular de arfagem da carroceria ( $\text{rad}^2\text{s}$ )
$G_{D4}$	PSD do deslocamento angular de rolagem da carroceria ( $\text{rad}^2\text{s}$ )
$G_{D5}$	PSD do deslocamento vertical da roda dianteira direita ( $\text{m}^2\text{s}$ )
$G_{D6}$	PSD do deslocamento vertical da roda dianteira esquerda ( $\text{m}^2\text{s}$ )
$G_{D7}$	PSD do deslocamento vertical da roda traseira esquerda ( $\text{m}^2\text{s}$ )
$G_{D8}$	PSD do deslocamento vertical da roda traseira direita ( $\text{m}^2\text{s}$ )

Visto que os vetores representativos da frequência temporal,  $f$ , e da frequência angular temporal,  $\omega$ , possuem o mesmo número de elementos e se relacionam apenas através de um fator constante igual a  $2\pi$ , conforme exposto na equação 3.4, a seguinte igualdade torna-se verdadeira:

$$\vec{G}_D(\omega) = \vec{G}_D(f) \quad (4.40)$$

onde  $\vec{G}_D(\omega)$  e  $\vec{G}_D(f)$ , ambos em  $m^2/s$ , são os vetores representativos das PSDs dos deslocamentos verticais de cada grau de liberdade do modelo de veículo em função das frequências angular temporal e temporal, respectivamente.

A partir do vetor  $\vec{G}_D(f)$ , pode-se obter os vetores representativos das PSDs das velocidades,  $\vec{G}_V(f)$ , em  $m^2/s$ , e acelerações verticais,  $\vec{G}_A(f)$ , em  $m^2/s^3$ , através das seguintes relações:

$$\vec{G}_V(f) = (2\pi f)^2 \vec{G}_D(f) \quad (4.41)$$

e

$$\vec{G}_A(f) = (2\pi f)^4 \vec{G}_D(f) \quad (4.42)$$

A partir das equações 4.43 a 4.45 é possível calcular, a partir de suas respectivas PSDs, os valores RMS dos deslocamentos,  $RMS(\vec{G}_D)$ , em m, velocidades,  $RMS(\vec{G}_V)$ , em m/s, e acelerações verticais,  $RMS(\vec{G}_A)$ , em  $m/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo.

$$RMS(\vec{G}_D) = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{G}_D(f) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.43)$$

$$RMS(\vec{G}_V) = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi f)^2 \vec{G}_D(f) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.44)$$

e

$$RMS(\vec{G}_A) = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi f)^4 \vec{G}_D(f) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.45)$$

## 4.5 Otimizações

A otimização do sistema de suspensão passiva de um modelo de veículo consiste em um problema de otimização multiobjetivo, o qual requer uma abordagem multiobjetivo para sua solução visto que os objetivos principais da suspensão são conflitantes: isolar os ocupantes do veículo de vibrações importadas das irregularidades do pavimento; fornecer uma boa aderência à pista e estabilidade ao veículo; assim como manter o curso da suspensão de um tamanho factível do ponto de vista de projeto do veículo.

Do ponto de vista de um automóvel de passageiros, um dos principais objetivos da suspensão do veículo está invariavelmente ligado ao conforto dos ocupantes, que é influenciado principalmente pelo movimento do assento que é absorvido pelo corpo do motorista e dos passageiros. De maneira não menos importante, outro objetivo do sistema de suspensão se relaciona com a segurança dos ocupantes do veículo, a qual é afetada pela firmeza do contato dos pneus com a superfície da pista. Por fim, pode-se citar, entre outros tantos, um terceiro objetivo da suspensão, que está relacionado com o compromisso de proporcionar conforto e a segurança em níveis desejáveis com o menor curso possível. Os três objetivos do sistema de suspensão supracitados consistem nas funções objetivo do problema de otimização proposto no presente trabalho.

Conforme exposto anteriormente, as variáveis de projeto consistem nos coeficientes de rigidez e de amortecimento do assento do motorista, bem como nos coeficientes de rigidez das molas e nos coeficientes de amortecimento dos amortecedores do sistema de suspensão do modelo de veículo. Todas as molas e amortecedores são considerados como parâmetros concentrados e lineares e supõe-se que as variáveis de projeto são contínuas entre os intervalos válidos. No presente estudo, a otimização multiobjetivo das variáveis de projeto do sistema de suspensão passiva do modelo de veículo proposto pode ser realizada utilizando-se tanto a rotina de análise dinâmica no domínio do tempo quanto a rotina de análise dinâmica no domínio da frequência. As metodologias de otimização através desses dois métodos distintos de análise dinâmica são explicitadas detalhadamente a seguir.

#### 4.5.1 Otimização no Domínio do Tempo

Sendo o método de integração numérica de Newmark o núcleo do processo de análise dinâmica no domínio do tempo, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento e o vetor de forças de excitação do modelo de veículo devem ser definidos nas rotinas numéricas de análise dinâmica em função das variáveis de projeto  $k_1, c_1, k_2 = k_3, c_2 = c_3, k_4 = k_5$  e  $c_4 = c_5$ . Dessa forma obtém-se um novo conjunto numérico de matrizes e vetores a cada atualização do vetor de projeto no processo de otimização, ou seja, todas as variáveis de projeto são numericamente definidas anteriormente a cada integração das equações de movimento.

A formulação matemática do problema de otimização multiobjetivo no domínio do tempo é exposta a seguir. O problema consiste na minimização do vetor de funções objetivo no domínio do tempo, ou seja:

$$\min \vec{F}_T(\vec{x}) = [F_{T1}(\vec{x}), F_{T2}(\vec{x}), F_{T3}(\vec{x})]^T \quad (4.46)$$

onde  $\vec{F}_T(\vec{x})$  é o vetor de funções objetivo no domínio do tempo, que consistem no valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{T1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ ; no valor RMS da média do fator de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{T2}(\vec{x})$ , adimensional; e no máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm.

Considerando o vetor de variáveis de projeto,  $\vec{x}$ , explicitado na equação 4.16, define-se a primeira função objetivo,  $F_{T1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , através da seguinte relação:

$$F_{T1}(\vec{x}) = \left\{ \sum_i [W_i RMS(\ddot{z}_1)_i]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.47)$$

onde  $W_i$  e  $RMS(\ddot{z}_1)_i$  são, respectivamente, o fator de ponderação e o valor RMS da aceleração vertical do assento do motorista para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava, de acordo com a norma ISO 2631-1, 1997.

Utilizando os fatores de ponderação e as bandas de terço de oitava associadas aos mesmos, ambos fornecidos pela norma ISO 2631-1, 1997, é possível traçar a curva de ponderação em frequência para os movimentos verticais impostos ao corpo humano, ilustrada na Figura 4.2.

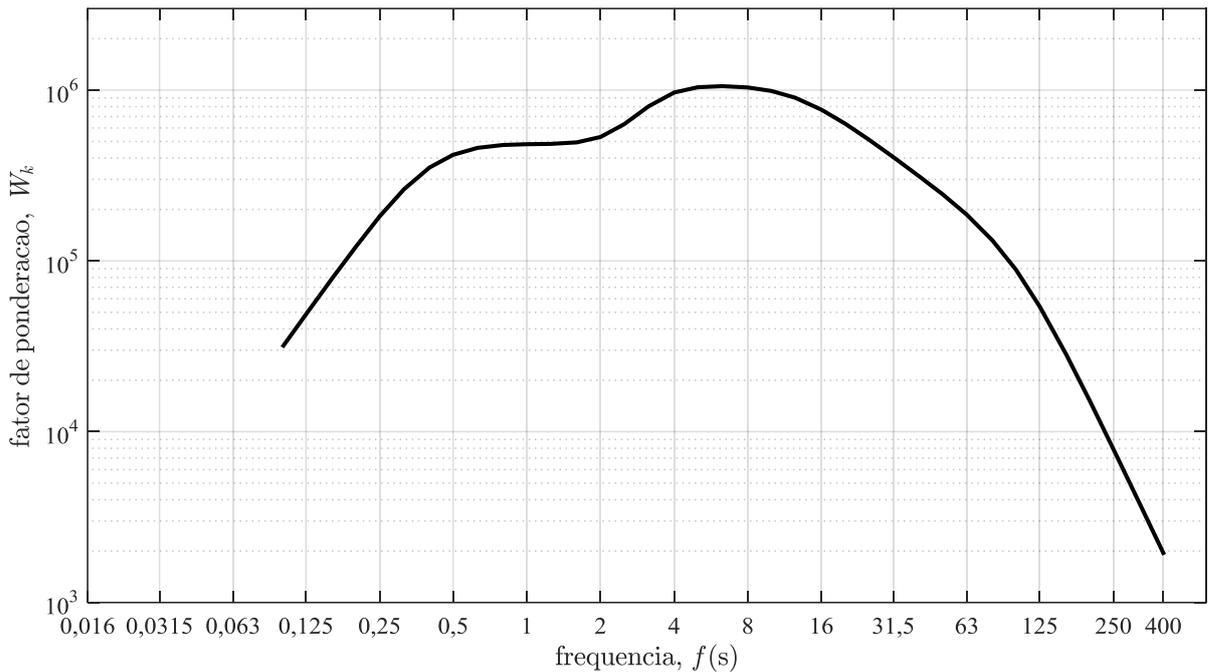


Figura 4.2 – Curva de ponderação em frequência para os movimentos verticais impostos ao corpo humano

Segundo Griffin, 1990, o valor RMS da aceleração vertical do assento do motorista para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava pode ser obtida através da equação 4.48:

$$RMS(\ddot{z}_1)_i = (\Delta f \cdot G_{A1Ti})^{\frac{1}{2}} \quad (4.48)$$

onde  $\Delta f$  é a resolução da frequência temporal, em Hz, e  $G_{A1Ti}$  é a PSD da aceleração vertical do assento do motorista, em  $m^2/s$ , para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava, obtida a partir do sinal temporal de aceleração vertical do assento do motorista,  $\ddot{z}_1(t)$ .

A segunda função objetivo,  $F_{T2}(\vec{x})$ , consiste no valor RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo de veículo. Tais fatores são adimensionais, e a expressão representativa da segunda função objetivo, assim como as equações relacionadas à mesma, são apresentadas a seguir:

$$F_{T2}(\vec{x}) = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \frac{\frac{F_{d1}(t)}{G_1} + \frac{F_{d2}(t)}{G_2} + \frac{F_{d3}(t)}{G_3} + \frac{F_{d4}(t)}{G_4}}{4} \right]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.49)$$

onde  $F_{d1}(t)$ ,  $F_{d2}(t)$ ,  $F_{d3}(t)$  e  $F_{d4}(t)$  são as cargas dinâmicas atuando, respectivamente, sobre os pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo, em N, sendo suas expressões apresentadas nas equações 4.50 a 4.53; e  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  e  $G_4$  são as cargas estáticas atuando, respectivamente, sobre os pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo, em N, sendo suas expressões apresentadas nas equações 4.54 a 4.57.

$$F_{d1}(t) = c_2(\dot{z}_5 - \dot{z}_2 + l_f \dot{z}_3 - b_r \dot{z}_4) + k_2(z_5 - z_2 + l_f z_3 - b_r z_4) + m_3 \ddot{z}_5 \quad (4.50)$$

$$F_{d2}(t) = c_3(\dot{z}_6 - \dot{z}_2 + l_f \dot{z}_3 + b_l \dot{z}_4) + k_3(z_6 - z_2 + l_f z_3 + b_l z_4) + m_4 \ddot{z}_6 \quad (4.51)$$

$$F_{d3}(t) = c_4(\dot{z}_7 - \dot{z}_2 - l_r \dot{z}_3 + b_l \dot{z}_4) + k_4(z_7 - z_2 - l_r z_3 + b_l z_4) + m_5 \ddot{z}_7 \quad (4.52)$$

$$F_{d4}(t) = c_5(\dot{z}_8 - \dot{z}_2 - l_r \dot{z}_3 - b_r \dot{z}_4) + k_5(z_8 - z_2 - l_r z_3 - b_r z_4) + m_6 \ddot{z}_8 \quad (4.53)$$

$$G_1 = m_2 g \frac{l_r}{l_f + l_r} \frac{b_l}{b_l + b_r} \quad (4.54)$$

$$G_2 = m_2 g \frac{l_r}{l_f + l_r} \frac{b_r}{b_l + b_r} \quad (4.55)$$

$$G_3 = m_2 g \frac{l_f}{l_f + l_r} \frac{b_r}{b_l + b_r} \quad (4.56)$$

$$G_4 = m_2 g \frac{l_f}{l_f + l_r} \frac{b_l}{b_l + b_r} \quad (4.57)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade, igual a  $9,807 \text{ m/s}^2$ , a descrição das variáveis associadas aos oito graus de liberdade do modelo de veículo está apresentada na Tabela 3.4 e a descrição de cada parâmetro mecânico e geométrico do modelo está apresentada na Tabela 4.3.

A terceira e última função objetivo,  $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm, assim como as equações a ela relacionadas são explicitadas a seguir:

$$F_{T3}(\vec{x}) = 10^3 \left\{ \max_{i \in [1,2,3,4]} \left\{ \max_{t \in [0,T]} [f_{ai}(t)] \right\} \right\} \quad (4.58)$$

onde  $f_{d1}(t)$ ,  $f_{d2}(t)$ ,  $f_{d3}(t)$  e  $f_{d4}(t)$  são os deslocamentos relativos, em m, entre a carroceria do modelo de veículo e as rodas dianteira direita, dianteira esquerda, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente, do modelo de veículo, sendo suas equações exibidas a seguir:

$$f_{d1}(t) = z_2 - l_f z_3 + b_r z_4 - z_5 \quad (4.59)$$

$$f_{d2}(t) = z_2 - l_f z_3 - b_l z_4 - z_6 \quad (4.60)$$

$$f_{d3}(t) = z_2 + l_r z_3 - b_l z_4 - z_7 \quad (4.61)$$

$$f_{d4}(t) = z_2 + l_r z_3 + b_r z_4 - z_8 \quad (4.62)$$

onde a descrição das variáveis associadas aos oito graus de liberdade do veículo está apresentada na Tabela 3.4 e a descrição de cada parâmetro mecânico e geométrico do modelo de veículo está apresentada na Tabela 4.3.

Não há restrições de igualdade ou desigualdade na formulação do presente problema de otimização. As variáveis de projeto estão sujeitas aos limites expostos nas equações 4.63 a 4.68, que são idênticos aos utilizados por Wang et al., 2010, Xie et al., 2012, Meng et al., 2014, e Song et al., 2014:

$$7500 \text{ N/m} \leq x_1 \leq 22500 \text{ N/m} \quad (4.63)$$

$$75 \text{ N.s/m} \leq x_2 \leq 225 \text{ N.s/m} \quad (4.64)$$

$$7500 \text{ N/m} \leq x_3 \leq 22500 \text{ N/m} \quad (4.65)$$

$$1250 \text{ N.s/m} \leq x_4 \leq 3750 \text{ N.s/m} \quad (4.66)$$

$$8500 \text{ N/m} \leq x_5 \leq 22500 \text{ N/m} \quad (4.67)$$

$$1250 \text{ N.s/m} \leq x_6 \leq 3750 \text{ N.s/m} \quad (4.68)$$

O procedimento realizado para a resolução do problema de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, definido acima, segue a lógica do fluxograma apresentado na Figura 4.1 (a). Os dados de entrada são definidos previamente à inicialização do algoritmo NSGA-II e consistem nos vetores de excitações impostos pela pista (Equações 4.8 a 4.15) e nos parâmetros mecânicos e geométricos do modelo de veículo (Tabela 4.3). Definidos, da forma exposta no presente item, o vetor de funções objetivo bem como o vetor de variáveis de projeto e seus limites, executa-se o referido algoritmo até que um dos critérios de parada seja satisfeito. Os critérios de parada, assim como os demais parâmetros utilizados na execução do algoritmo, são explicitados na Tabela 4.6:

Tabela 4.6 – Critérios de parada e parâmetros utilizados na execução do algoritmo NSGA-II

Variáveis de projeto	6
Tamanho da população	20
Função de criação da população inicial	Uniforme
Seleção	Torneio
Função de recombinação	Intermediária
Função de mutação	Gaussiana
Probabilidade de recombinação	80%
Probabilidade de mutação	20%
Fração da fronteira de Pareto	1
Ordem das Funções Objetivo	Menor Valor da Função
Avaliação das Funções Objetivo	Paralelo
Gerações	30
Tempo	$\infty$
Critérios de parada	
Limite de aptidão	$-\infty$
Tolerância das funções objetivo	$10^{-3}$
Gerações sem melhora da solução	10
Tempo sem melhora da solução	$\infty$

#### 4.5.2 Otimização no Domínio da Frequência

Da mesma forma que no processo de análise dinâmica no domínio do tempo, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do modelo de veículo devem ser definidas nas rotinas numéricas de análise dinâmica no domínio da frequência em função das variáveis de projeto  $k_1, c_1, k_2 = k_3, c_2 = c_3, k_4 = k_5$  e  $c_4 = c_5$ . Assim, um novo conjunto numérico de matrizes é gerado a cada atualização do vetor de projeto no processo de otimização. Analogamente ao processo de otimização no domínio do tempo, todas as variáveis de projeto são numericamente

definidas anteriormente a multiplicação da matriz das PSDs de excitação pela matriz representativa da função de resposta em frequência.

Define-se, a seguir, o equacionamento do problema de otimização multiobjetivo no domínio da frequência. Esse problema consiste na otimização do vetor de funções objetivo através da variação de um determinado vetor de projeto, assim como no problema de otimização no domínio do tempo definido anteriormente. Dessa forma, a hipótese de simetria do modelo de veículo, a definição do vetor de projeto dada pela equação 4.16 e os limites para as variáveis de projeto dados pelas equações 4.63 a 4.68 também se aplicam ao problema de otimização no domínio da frequência. A diferença na definição do presente problema reside, portanto, nas expressões das funções objetivo e suas equações correlatas.

O problema consiste na minimização do vetor de funções objetivo, ou seja:

$$\min \vec{F}_F(\vec{x}) = [F_{F1}(\vec{x}), F_{F2}(\vec{x}), F_{F3}(\vec{x})]^T \quad (4.69)$$

onde  $\vec{F}_F(\vec{x})$  é o vetor de funções objetivo no domínio da frequência, que consistem no valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{F1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ ; no valor RMS da média do fator de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{F2}(\vec{x})$ , adimensional; e no máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{F3}(\vec{x})$ , em mm.

A primeira função objetivo,  $F_{F1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$  é dada pela seguinte relação:

$$F_{F1}(\vec{x}) = \left\{ \sum_i [W_i RMS(G_{A1F})_i]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.70)$$

onde  $W_i$  e  $RMS(G_{A1F})_i$  são, respectivamente, o fator de ponderação e o valor RMS da aceleração vertical do assento do motorista para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava, de acordo com a norma ISO 2631-1, 1997.

Assim como na otimização no domínio do tempo, os fatores de ponderação e as bandas de terço de oitava associados aos mesmos são fornecidos pela norma ISO 2631-1, 1997. Na otimização no domínio da frequência, porém, o valor RMS da aceleração vertical do assento do motorista para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava pode ser obtida através da equação 4.71:

$$RMS(G_{A1F})_i = (\Delta f \cdot G_{A1Fi})^{\frac{1}{2}} \quad (4.71)$$

onde  $\Delta f$  é a resolução da frequência temporal, em Hz, e  $G_{A1Fi}$  é a PSD da aceleração vertical do assento do motorista, em  $m^2s$ , para a  $i$ -ésima banda de terço de oitava, obtida a partir da análise dinâmica no domínio da frequência.

A segunda função objetivo,  $F_{F2}(\vec{x})$ , adimensional, consiste no valor RMS do valor médio da transformada de Fourier dos fatores de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo de veículo. A expressão representativa da segunda função objetivo, assim como as equações relacionadas à mesma, são apresentadas a seguir:

$$F_{F2}(\vec{x}) = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\mathcal{F}F_{d1}(f)}{\mathcal{F}G_1} + \frac{\mathcal{F}F_{d2}(f)}{\mathcal{F}G_2} + \frac{\mathcal{F}F_{d3}(f)}{\mathcal{F}G_3} + \frac{\mathcal{F}F_{d4}(f)}{\mathcal{F}G_4} \right]^2 df \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.72)$$

onde  $\mathcal{F}F_{d1}(f)$ ,  $\mathcal{F}F_{d2}(f)$ ,  $\mathcal{F}F_{d3}(f)$  e  $\mathcal{F}F_{d4}(f)$  consistem nas transformadas de Fourier das cargas dinâmicas que atuam, respectivamente, sobre os pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo, em N.m.s, sendo suas expressões apresentadas nas equações 4.73 a 4.76; e  $\mathcal{F}G_1$ ,  $\mathcal{F}G_2$ ,  $\mathcal{F}G_3$  e  $\mathcal{F}G_4$  são as transformadas de Fourier das cargas estáticas atuando, respectivamente, sobre os pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito do modelo de veículo, em N, sendo suas expressões apresentadas nas equações 4.77 a 4.80.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{F_{d1}(t)\} &= \mathcal{F}F_{d1}(f) \\ &= (k_2 + 2\pi f c_2 i)(G_{D5} - G_{D2} + l_f G_{D3} - b_r G_{D4}) - (2\pi f)^2 m_3 G_{D5} \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{F_{d2}(t)\} &= \mathcal{F}F_{d2}(f) \\ &= (k_3 + 2\pi f c_3 i)(G_{D6} - G_{D2} + l_f G_{D3} + b_l G_{D4}) - (2\pi f)^2 m_4 G_{D6} \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{F_{d3}(t)\} &= \mathcal{F}F_{d3}(f) \\ &= (k_4 + 2\pi f c_4 i)(G_{D7} - G_{D2} - l_r G_{D3} + b_l G_{D4}) - (2\pi f)^2 m_5 G_{D7} \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{F_{d4}(t)\} &= \mathcal{F}F_{d4}(f) \\ &= (k_5 + 2\pi f c_5 i)(G_{D8} - G_{D2} - l_r G_{D3} - b_r G_{D4}) - (2\pi f)^2 m_6 G_{D8} \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\mathcal{F}\{G_1\} = \mathcal{F}G_1 = m_2 g \frac{l_r}{l_f + l_r} \frac{b_l}{b_l + b_r} \quad (4.77)$$

$$\mathcal{F}\{G_2\} = \mathcal{F}G_2 = m_2g \frac{l_r}{l_f + l_r} \frac{b_r}{b_l + b_r} \quad (4.78)$$

$$\mathcal{F}\{G_3\} = \mathcal{F}G_3 = m_2g \frac{l_f}{l_f + l_r} \frac{b_r}{b_l + b_r} \quad (4.79)$$

$$\mathcal{F}\{G_4\} = \mathcal{F}G_4 = m_2g \frac{l_f}{l_f + l_r} \frac{b_l}{b_l + b_r} \quad (4.80)$$

onde a descrição das PSDs associadas aos deslocamentos ou rotações dos oito graus de liberdade do modelo de veículo está apresentada na Tabela 4.5 A terceira e última função objetivo,  $F_3(\vec{x})$ , em  $\text{mm}^2\text{s}$ , assim como as equações a ela relacionadas são explicitadas a seguir:

$$F_{F_3}(\vec{x}) = 10^3 p_f \left\{ \max_{i \in \{1,2,3,4\}} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}f_{di}(f) df \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (4.81)$$

onde  $p_f$  é um fator de pico adimensional igual a 2,  $\mathcal{F}f_{d1}(f)$ ,  $\mathcal{F}f_{d2}(f)$ ,  $\mathcal{F}f_{d3}(f)$  e  $\mathcal{F}f_{d4}(f)$  são as transformadas de Fourier dos deslocamentos relativos entre a carroceria do modelo de veículo e as rodas dianteira direita, dianteira esquerda, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente, do modelo de veículo, em  $\text{mm}^2\text{s}$ , sendo suas equações exibidas a seguir:

$$\mathcal{F}\{f_{d1}(t)\} = \mathcal{F}f_{d1}(f) = G_{D2} - l_f G_{D3} + b_r G_{D4} - G_{D5} \quad (4.82)$$

$$\mathcal{F}\{f_{d2}(t)\} = \mathcal{F}f_{d2}(f) = G_{D2} - l_f G_{D3} - b_l G_{D4} - G_{D6} \quad (4.83)$$

$$\mathcal{F}\{f_{d3}(t)\} = \mathcal{F}f_{d3}(f) = G_{D2} + l_r G_{D3} - b_l G_{D4} - G_{D7} \quad (4.84)$$

$$\mathcal{F}\{f_{d4}(t)\} = \mathcal{F}f_{d4}(f) = G_{D2} + l_r G_{D3} + b_r G_{D4} - G_{D8} \quad (4.85)$$

Não há restrições de igualdade ou desigualdade na formulação do presente problema de otimização. As variáveis de projeto estão sujeitas aos limites expostos nas equações 4.63 a 4.68, ou seja, os mesmos limites se aplicam em ambas as metodologias de otimização – no domínio do tempo e no domínio da frequência.

O fluxograma apresentado na figura 4.1 (b) ilustra o procedimento realizado para a resolução do problema de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, definido acima. Com exceção dos vetores de excitação impostos pela pista, que para a otimização no domínio da frequência consistem nas PSDs de deslocamento vertical definidas nas equações 4.2, 4.4, 4.6 e 4.7, os mesmos dados de entrada da otimização no domínio do tempo são utilizados. O algoritmo NSGA-II é, então, executado utilizando os vetores de variáveis de projeto e de funções objetivo definidos no presente item até que um dos critérios de parada seja satisfeito. Os critérios de parada e os demais parâmetros utilizados na execução do algoritmo são idênticos aos utilizados na otimização no domínio do tempo, expostos na Tabela 4.6, a fim de comparar o desempenho de ambas as metodologias de otimização.

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Com a finalidade de validação das rotinas de análise dinâmica desenvolvidas, é feita, no presente capítulo, uma comparação dos resultados produzidos pela rotina de análise dinâmica no domínio do tempo com os encontrados na literatura, utilizando os mesmos dados de entrada. Após essa primeira validação, as respostas das duas rotinas elaboradas são geradas utilizando o vetor de projeto de referência proposto no presente trabalho, em resposta a um perfil de pista aleatório. Essa etapa é realizada para fins da verificação da capacidade de ambas as rotinas produzirem resultados equivalentes, indiretamente validando a rotina de análise dinâmica no domínio da frequência.

Os resultados obtidos através dos algoritmos de otimização utilizando as duas metodologias propostas – considerando análises dinâmicas no domínio do tempo e no domínio da frequência – são apresentados no presente capítulo. Os dois conjuntos de resultados são, então, confrontados e discutidos. Por fim, é feita uma comparação entre as respostas dinâmicas obtidas utilizando os conjuntos de parâmetros otimizados e de parâmetros de referência.

### **5.1 Validação das Rotinas de Análise Dinâmica Desenvolvidas**

A validação das rotinas de análise dinâmica desenvolvidas é realizada em duas etapas. A primeira etapa consiste na comparação dos resultados gerados pela rotina de análise dinâmica no domínio do tempo do modelo de veículo completo com os resultados obtidos por Pereira, 2012, em resposta ao problema proposto por Shirahatt et al., 2008, utilizando os mesmos dados de entrada. A segunda etapa consiste na validação da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência do modelo de veículo completo, ao se comparar os resultados gerados pelas duas rotinas desenvolvidas em resposta a um perfil aleatório de classe C da norma ISO 8608. Ambas as etapas são apresentadas a seguir.

#### **5.1.1 Validação da Rotina de Análise Dinâmica no Domínio do Tempo**

O problema dinâmico solucionado por Pereira, 2012, e utilizado para a primeira etapa da presente validação foi proposto por Shirahatt et al., 2008. Esse problema consiste na determinação das respostas dinâmicas de um modelo de veículo completo ao trafegar sobre um perfil representativo de duas ondulações sucessivas posicionadas obliquamente em uma pista

perfeitamente lisa. A obliquidade de tais ondulações é representada por uma defasagem,  $t_d$ , de 0,2 s entre os perfis trafegados pelas rodas esquerdas e direitas do modelo de veículo.

As funções utilizadas para a representação das ondulações transversais à pista, ou seja, sem a consideração de obliquidade de posicionamento são dadas pelas seguintes expressões:

$$q_B(t) = \begin{cases} \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega t)), & \text{se } 0 \leq t \leq \frac{2\lambda}{v} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.1)$$

e

$$q_A(t) = \begin{cases} \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega(t - \tau))), & \text{se } \tau \leq t \leq \left(\tau + \frac{2\lambda}{v}\right) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.2)$$

onde  $q_A(t)$  e  $q_B(t)$  correspondem, respectivamente, aos deslocamentos verticais impostos aos pneus dianteiros e traseiros do modelo de veículo, em m,  $h$  é a altura das ondulações da pista, em m,  $\lambda$  é o comprimento de onda das ondulações da pista, em m,  $v$  é a velocidade do veículo, em m/s,  $t$  é o tempo, em s, e  $\tau$  e  $\omega$ , que representam, respectivamente, o intervalo de tempo entre as rodas dianteiras e traseiras do modelo de veículo, em s, e a frequência de excitação, em rad/s, são dadas por:

$$\tau = \frac{a + b}{v} \quad (5.3)$$

e

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} \quad (5.4)$$

onde  $a$  e  $b$  consistem, respectivamente, nas distâncias longitudinais, em m, entre o centro de gravidade e os eixos dianteiro e traseiro do modelo de veículo.

O modelo de veículo completo utilizado por Pereira, 2012, para a resolução do problema está ilustrado na Figura 5.1. O referido autor utilizou os parâmetros mecânicos e geométricos propostos por Shirahatt et al., 2008, e afirma que esses parâmetros são representativos de veículo comercial de grande porte. Esses parâmetros são expostos na Tabela 5.1.

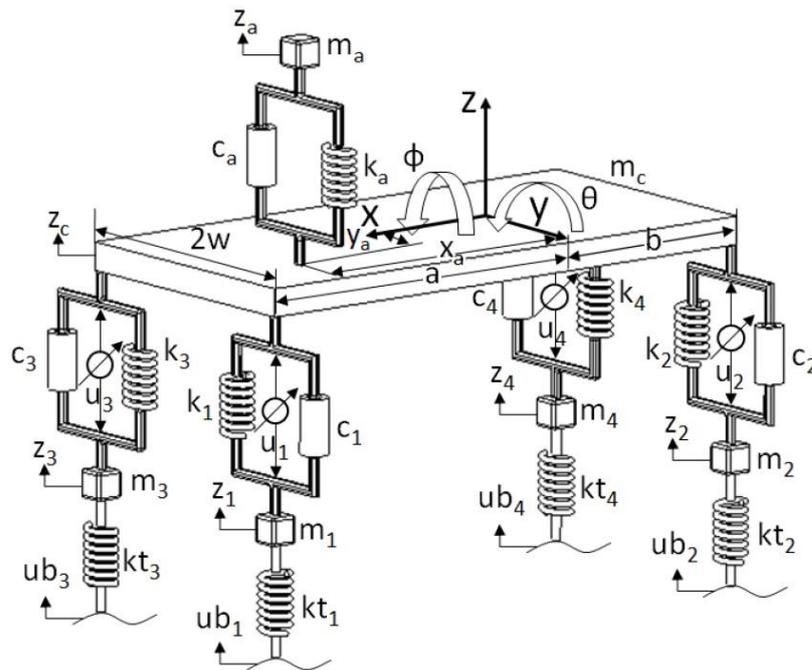


Figura 5.1 – Modelo de oito graus de liberdade proposto por Pereira, 2012

Fonte: Pereira, 2012.

Tabela 5.1 – Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado por Pereira, 2012

Variável	Parâmetro	Valor
$k_a$	Rigidez do assento	98935 N/m
$k_1$	Rigidez da suspensão dianteira esquerda	96861 N/m
$k_2$	Rigidez da suspensão traseira esquerda	52310 N/m
$k_3$	Rigidez da suspensão dianteira direita	96861 N/m
$k_4$	Rigidez da suspensão traseira direita	52310 N/m
$c_a$	Amortecimento do assento	615 N.s/m
$c_1$	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda	2460 N.s/m
$c_2$	Amortecimento da suspensão traseira esquerda	2281 N.s/m
$c_3$	Amortecimento da suspensão dianteira direita	2460 N.s/m
$c_4$	Amortecimento da suspensão traseira direita	2281 N.s/m
$k_t$	Rigidez dos pneus dianteiros e traseiros	200000 N/m
$m_a$	Massa do assento	100 kg
$m_c$	Massa suspensa	2160 kg
$m_1$	Massa não suspensa dianteira esquerda	85 kg
$m_2$	Massa não suspensa dianteira direita	60 kg
$m_3$	Massa não suspensa traseira esquerda	85 kg
$m_4$	Massa não suspensa traseira direita	60 kg

Tabela 5.1 – Parâmetros mecânicos e geométricos do modelo completo de veículo utilizado por Pereira, 2012

Variável	Parâmetro	Valor
$I_x$	Momento de inércia no eixo de rolagem	946 kg.m <sup>2</sup>
$I_y$	Momento de inércia no eixo de arfagem	4140 kg.m <sup>2</sup>
$a$	Distância entre a parte dianteira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	1,524 m
$b$	Distância entre a parte traseira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	1,156 m
$w$	Metade da largura da massa suspensa	0,725 m
$x_a$	Distância X do assento ao CG	0,234 m
$y_a$	Distância Y do assento ao CG	0,375 m

Fonte: Pereira, 2012.

Na análise do problema supracitado, a altura,  $h$ , e o comprimento de onda,  $\lambda$ , das ondulações da pista são considerados pelos autores como sendo iguais a 0,05 e 20 m, respectivamente. Adicionalmente, é considerado que o veículo trafega à velocidade constante de 20 m/s. Utilizando-se dos parâmetros explicitados, considerando a defasagem de tempo,  $t_d$ , representativa da obliquidade das ondulações e fazendo uso da função de Heaviside,  $u(t)$ , é possível obter as seguintes equações para os deslocamentos verticais, em m, impostos pela pista aos pneus dianteiro direito,  $q_d(t)$ , dianteiro esquerdo,  $q_{dc}(t)$ , traseiro esquerdo,  $q_{dct}(t)$ , e traseiro direito,  $q_{dt}(t)$ , do modelo de veículo:

$$q_d(t) = \frac{[1 - \cos(2\pi(t - 0,2))]u(t - 0,2) - [1 - \cos(2\pi(t - 2,2))]u(t - 2,2)}{400} \quad (5.5)$$

$$q_{dc}(t) = \frac{[1 - \cos(2\pi(t))u(t) - [1 - \cos(2\pi(t - 2,0))]u(t - 2,0)}{400} \quad (5.6)$$

$$q_{dct}(t) = \frac{[1 - \cos(2\pi(t - 0,134))]u(t - 0,134) - [1 - \cos(2\pi(t - 2,134))]u(t - 2,134)}{400} \quad (5.7)$$

$$q_{dt}(t) = \frac{[1 - \cos(2\pi(t - 0,334))]u(t - 0,334) - [1 - \cos(2\pi(t - 2,334))]u(t - 2,334)}{400} \quad (5.8)$$

O conjunto de perfis de pista gerados a partir das equações 5.5 a 5.8, assim como o conjunto utilizado por Pereira, 2012, na resolução do mesmo problema, são expostos nas

Figuras 5.2 e 5.3. Ambos os conjuntos de quatro perfis de pista são representativos dos deslocamentos verticais impostos aos pneus do modelo de veículo.

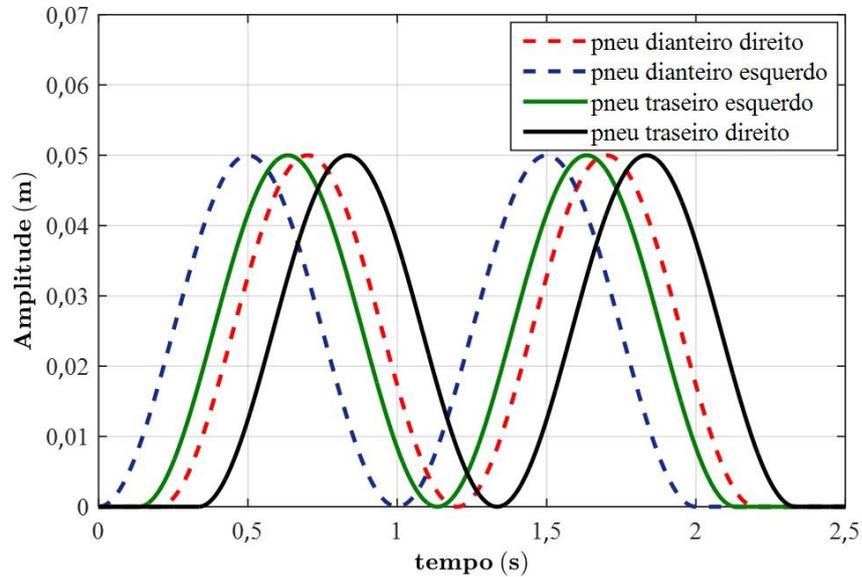


Figura 5.2 – Deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus do modelo de veículo na primeira etapa da validação da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo do presente trabalho

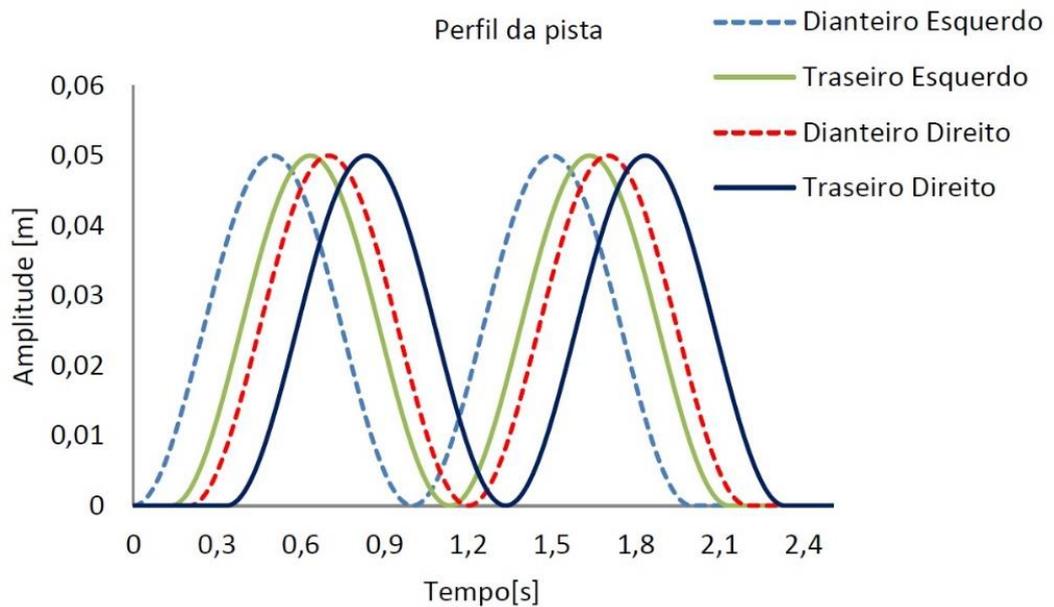


Figura 5.3 – Deslocamentos verticais impostos pela pista aos pneus do modelo de veículo proposto por Pereira, 2012

Pereira, 2012, não omite nenhum parâmetro na apresentação do modelo de veículo completo, de modo que a única diferença entre a formulação utilizada por esse autor e a do presente trabalho consiste na consideração, por parte do presente estudo, do efeito de amortecimento dos pneus. A eliminação da citada diferença é facilmente adaptável na rotina desenvolvida, considerando, para os quatro pneus do modelo, um coeficiente de amortecimento nulo e um vetor qualquer de velocidades verticais impostas pela pista. Dessa forma, somente o sinal temporal de deslocamentos verticais impostos pela pista se faz necessário para a primeira etapa da validação das rotinas de análise dinâmica.

Através da comparação entre as figuras 5.2 e 5.3, pode-se afirmar que a rotina de análise dinâmica no domínio do tempo desenvolvida foi capaz de representar adequadamente o perfil de excitações imposto pela pista aos pneus do modelo de veículo utilizando funções de Heaviside. Dessa forma, verifica-se a equivalência das Equações 5.5 a 5.8 às funções utilizadas por Pereira, 2012, para a representação do aludido perfil de excitações.

Verificados os sinais de excitação referidos no parágrafo anterior, passa-se a discutir a semelhança entre os comportamentos dinâmicos apresentados no trabalho de Pereira, 2012, aos obtidos pela rotina de análise dinâmica no domínio do tempo desenvolvida. As respostas dinâmicas produzidas pela rotina de análise dinâmica no domínio do tempo do modelo de veículo completo desenvolvida no presente trabalho são apresentadas a seguir, em conjunto com as respostas dinâmicas do modelo de veículo completo obtidas por Pereira, 2012. São comparados os comportamentos dinâmicos dos quatro graus de liberdade representativos da massa suspensa e do assento, em termos de deslocamentos e acelerações.

Os resultados obtidos pela rotina desenvolvida no presente trabalho são apresentados nas Figuras 5.4, 5.6, 5.8 e 5.10, enquanto os resultados apresentados por Pereira, 2012, são expostos nas Figuras 5.5, 5.7, 5.9 e 5.11. Os resultados apresentados pelo referido autor incluem, ainda, os comportamentos dinâmicos do assento e da carroceria do modelo de veículo considerando um sistema de suspensão com controle ativo. Esses resultados devem ser desconsiderados na presente análise, visto que esta etapa foi desenvolvida com o intuito de validar a rotina de análise dinâmica do modelo de veículo utilizado neste trabalho, que possui um sistema de suspensão passiva.

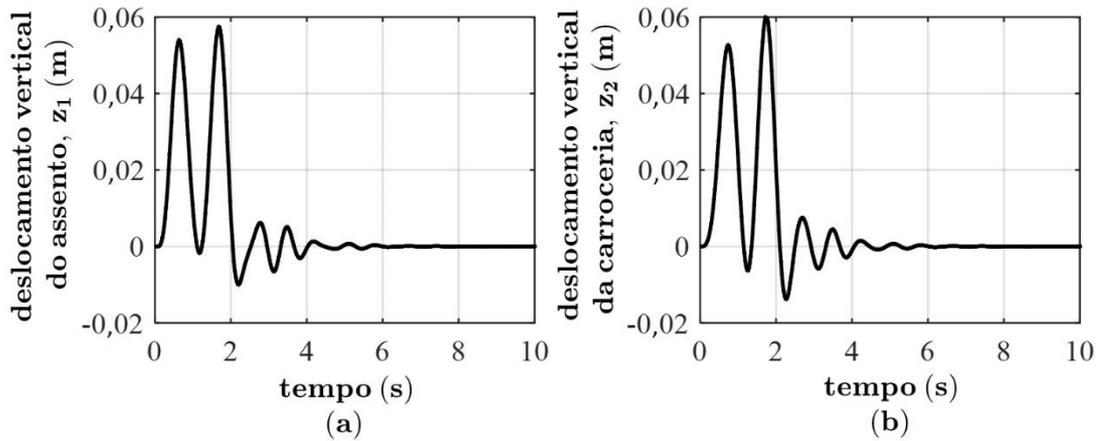


Figura 5.4 – Deslocamentos verticais, em m, do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos no presente trabalho

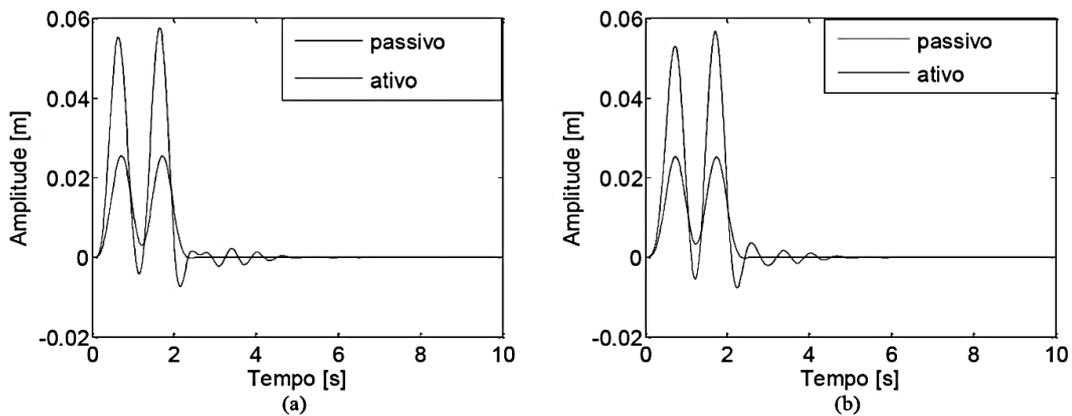


Figura 5.5 – Deslocamentos verticais, em m, do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos por Pereira, 2012

Fonte: Pereira, 2012

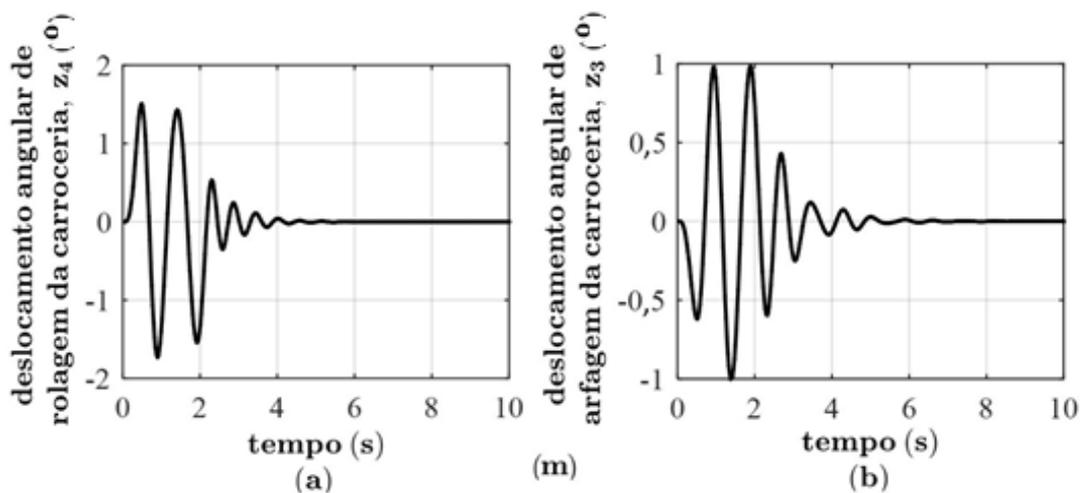


Figura 5.6 – Deslocamentos angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em graus, obtidos no presente trabalho

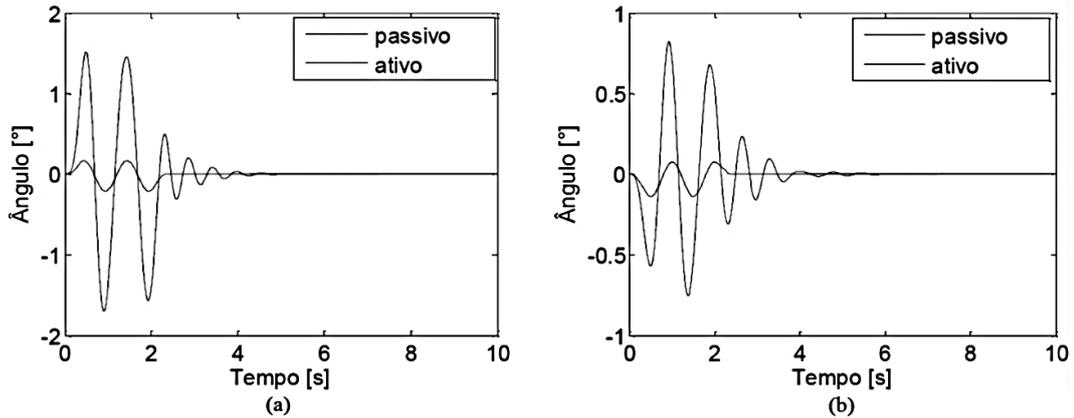


Figura 5.7 – Deslocamentos angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em graus, obtidos por Pereira, 2012

Fonte: Pereira, 2012.

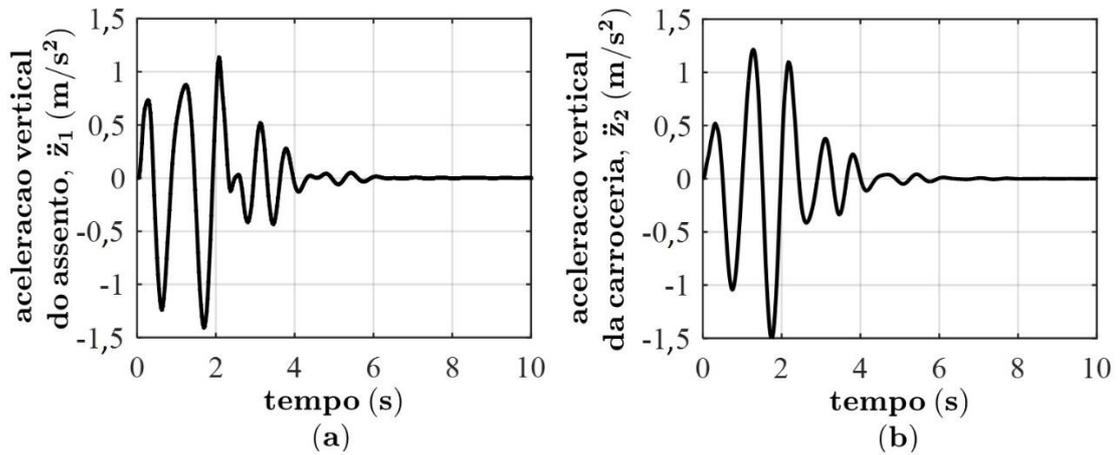


Figura 5.8 – Acelerações verticais, em  $m/s^2$ , do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos no presente trabalho

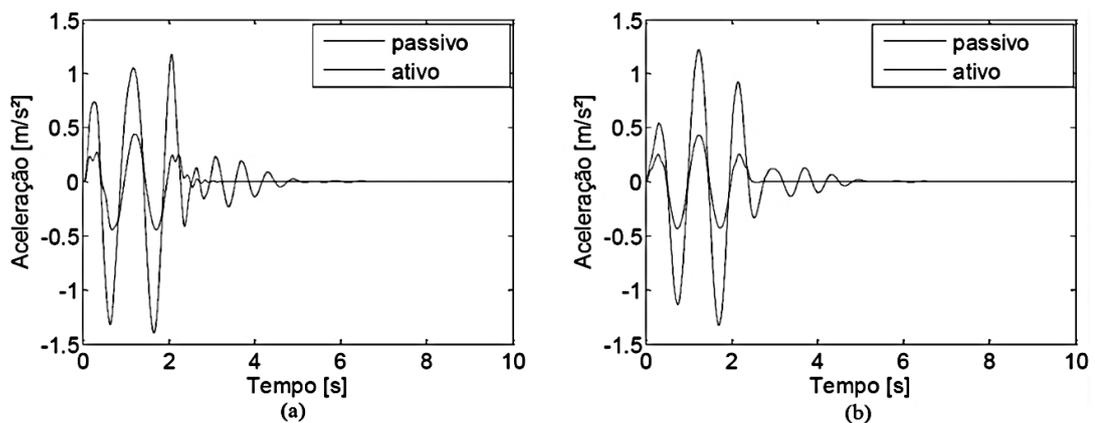


Figura 5.9 – Acelerações verticais, em  $m/s^2$ , do assento (a) e da carroceria (b) do modelo de veículo, obtidos por Pereira, 2012

Fonte: Pereira, 2012.

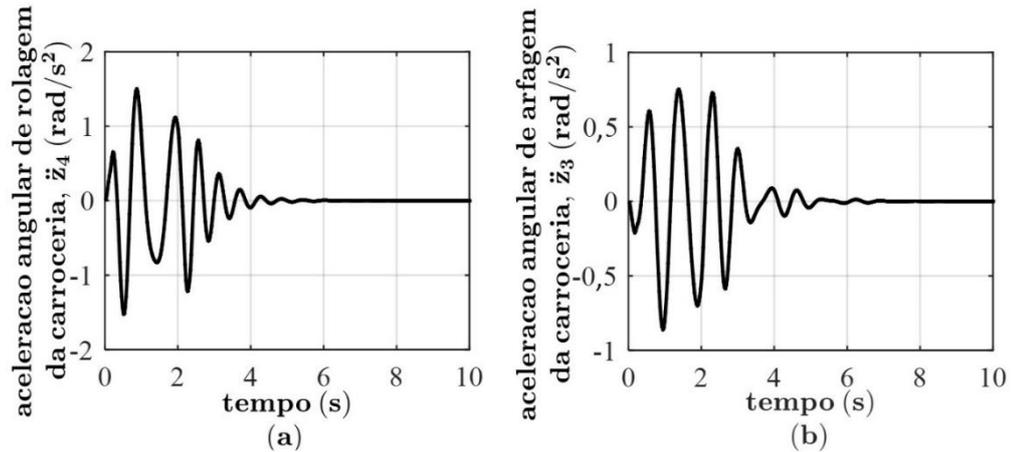


Figura 5.10 – Acelerações angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em  $m/s^2$ , obtidos no presente trabalho

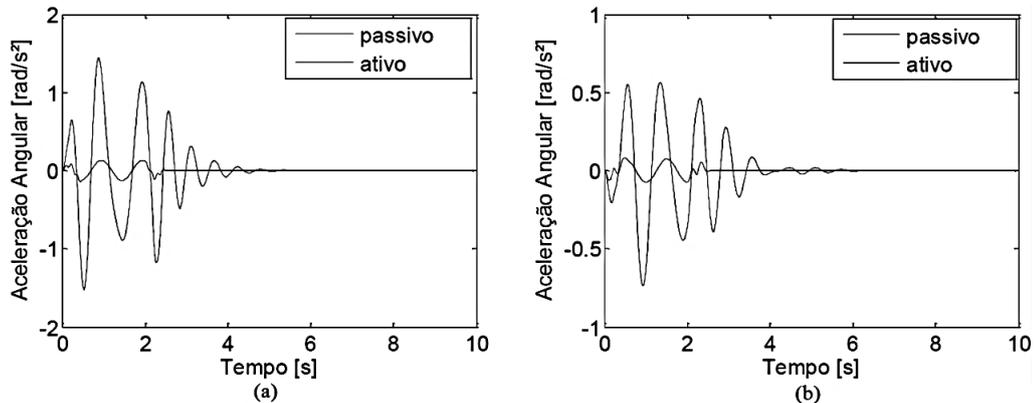


Figura 5.11 – Acelerações angulares de rolagem (a) e arfagem (b) da carroceria, em  $m/s^2$ , obtidos por Pereira, 2012

Fonte: Pereira, 2012.

A comparação direta entre os resultados de Pereira, 2012, com os resultados obtidos na análise dinâmica no domínio do tempo do presente estudo, ambos para a resolução do problema proposto por Shirahatt et al., 2008, pôde ser feita independentemente das diferentes metodologias utilizadas. Isso se deve ao fato que todos os dados de entrada e parâmetros que definem o problema, necessários para a sua resolução através dos dois métodos propostos no presente trabalho, foram apresentados por aquele autor. Assim, pequenas variações nos resultados eram esperadas, devido à própria incerteza associada à utilização de diferentes métodos numéricos, o que se confirmou na comparação das respostas dinâmicas.

Ao se confrontar os históricos temporais de deslocamento e aceleração dos quatro graus de liberdade, referentes ao assento e à carroceria do modelo de veículo, apresentados pelo referido autor aos obtidos através da rotina desenvolvida, pode-se verificar uma evidente

semelhança entre os sinais de deslocamentos e acelerações verticais do assento – Figuras 5.4 (a), 5.5 (a), 5.8 (a) e 5.9 (a) –, verticais da carroceria – Figuras 5.4 (b), 5.5 (b), 5.8 (b) e 5.9(b) – e angulares de rolagem da carroceria – Figuras 5.6 (a), 5.7 (a), 5.10 (a) e 5.11 (a) – obtidos em ambos os trabalhos. Pequenas diferenças entre a amplitude desses sinais podem ser identificadas no intervalo de tempo entre 2,5 e 4,5 s dos sinais de deslocamento e aceleração verticais do assento, assim como no intervalo entre 1,8 e 3 s dos sinais de deslocamento e aceleração verticais da carroceria. O presente trabalho apresentou amplitudes ligeiramente mais elevadas nos referidos intervalos.

As diferenças mais significativas entre os resultados dos dois estudos residem nos deslocamentos e acelerações angulares de arfagem da carroceria – Figuras 5.6 (b), 5.7 (b), 5.10 (b) e 5.11 (b). A amplitude desses sinais mostrou-se mais elevada no presente trabalho em comparação aos resultados obtidos por Pereira, 2012, principalmente no intervalo de tempo entre 1 e 3,5 s. Tais diferenças, entretanto, foram consideradas, no presente trabalho, não relevantes o suficiente para invalidar o procedimento sob discussão. Ante o exposto, considerou-se que a rotina desenvolvida produz resultados consistentes com os encontrados na literatura e, portanto, está validada e apta para ser adaptada ao algoritmo de otimização no domínio do tempo, bem como para gerar resultados para servirem como referência para a validação da análise dinâmica no domínio da frequência.

### **5.1.2 Validação da Rotina de Análise Dinâmica no Domínio da Frequência**

A verificação exposta no presente item consiste na segunda etapa de validação das rotinas de análise dinâmica desenvolvidas. Devido à aleatoriedade inerente ao processo de geração de um sinal temporal de deslocamentos verticais de uma rodovia a partir de sua PSD, se faz necessária uma representação estatística dos comportamentos dinâmicos de resposta do modelo de veículo às excitações impostas pela pista. Com o intuito de validar a rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, utilizam-se as variáveis estatísticas de valor médio e variância obtidas a partir dos valores RMS dos comportamentos dinâmicos produzidos por 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo. O número de execuções da rotina foi escolhido através de um estudo de convergência desses valores médios e variâncias, realizado considerando todos os comportamentos dinâmicos e funções objetivo resultantes da análise no domínio do tempo. Para a realização da validação, portanto, foram utilizados os dados de entrada e o vetor de projeto de referência expostos anteriormente nas Tabelas 4.3 e

4.4 e foi considerado que o modelo trafega durante 50 segundos a uma velocidade de 20 m/s em um perfil de pista de classe C da norma ISO 8608, em todas as 50 execuções da rotina.

Os valores das variáveis estatísticas resultantes do processo descrito no parágrafo anterior são, então, comparados com os comportamentos dinâmicos produzidos pela rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, que são invariantes entre diferentes execuções do algoritmo. Adicionalmente à comparação dos valores dessas variáveis, utiliza-se o mesmo procedimento para a verificação dos valores obtidos para as funções objetivo a serem utilizadas nos algoritmos de otimização nos domínios do tempo e da frequência.

As PSDs de deslocamentos verticais impostas aos pneus do modelo de veículo na análise dinâmica no domínio da frequência foram obtidas a partir das equações 4.2, 4.4, 4.6 e 4.7, enquanto os sinais temporais de deslocamentos e velocidades verticais impostos ao modelo na análise dinâmica no domínio do tempo foram obtidos a partir das equações 4.8 a 4.11 e 4.12 a 4.15, respectivamente. Determinadas, para ambas as metodologias de análise dinâmica, as excitações impostas pela pista, os dados de entrada e vetor de projeto de referência, pode-se obter os comportamentos dinâmicos do modelo de veículo em resposta a essas excitações.

As Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 expõem os valores médios e as variâncias dos valores RMS extraídos dos 50 conjuntos de comportamentos dinâmicos do modelo de veículo, obtidos como resultado das execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo. As tabelas apresentam, ainda, os valores RMS dos comportamentos dinâmicos obtidos através da execução da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, bem como a diferença percentual entre os valores obtidos.

Tabela 5.2 – Valores médios,  $\mu[\mathbf{RMS}(\vec{z})]$ , em m ou rad, e variâncias,  $\text{var}[\mathbf{RMS}(\vec{z})]$ , em  $\text{m}^2$  ou  $\text{rad}^2$  dos valores RMS dos deslocamentos verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS dos deslocamentos verticais,  $\mathbf{RMS}(\vec{G}_D)$ , em m ou rad, obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$

	$\mu[\mathbf{RMS}(\vec{z})]$	$\text{var}[\mathbf{RMS}(\vec{z})]$	$\mathbf{RMS}(\vec{G}_D)$	Diferença entre $\mu[\mathbf{RMS}(\vec{z})]$ e $\mathbf{RMS}(\vec{G}_D)$
$z_1$ (m)	0,0142	4,4321E-07	0,0112	26,79%
$z_2$ (m)	0,0127	3,6762E-07	0,0091	39,56%
$z_3$ (rad)	0,0023	5,1706E-09	0,0064	-64,06%
$z_4$ (rad)	0,0151	9,5635E-07	0,0111	36,04%
$z_5$ (m)	0,0158	1,0939E-10	0,0152	3,95%
$z_6$ (m)	0,0152	1,1062E-10	0,0146	4,11%
$z_7$ (m)	0,0151	1,2003E-10	0,0147	2,72%
$z_8$ (m)	0,0159	1,5907E-10	0,0153	3,92%

Tabela 5.3 – Valores médios,  $\mu[\mathbf{RMS}(\dot{\vec{z}})]$ , em m/s ou rad/s, e variâncias,  $\text{var}[\mathbf{RMS}(\dot{\vec{z}})]$ , em  $\text{m}^2/\text{s}^2$  ou  $\text{rad}^2/\text{s}^2$ , dos valores RMS das velocidades verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS das velocidades verticais,  $\mathbf{RMS}(\vec{G}_V)$ , em m/s ou rad/s, obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$

	$\mu[\mathbf{RMS}(\dot{\vec{z}})]$	$\text{var}[\mathbf{RMS}(\dot{\vec{z}})]$	$\mathbf{RMS}(\vec{G}_V)$	Diferença entre $\mu[\mathbf{RMS}(\dot{\vec{z}})]$ e $\mathbf{RMS}(\vec{G}_V)$
$\dot{z}_1$ (m/s)	0,0866	9,3235E-06	0,0810	6,91%
$\dot{z}_2$ (m/s)	0,0516	1,7247E-06	0,0429	20,28%
$\dot{z}_3$ (rad/s)	0,0254	4,5087E-07	0,0328	-22,56%
$\dot{z}_4$ (rad/s)	0,0648	3,9763E-06	0,0564	14,89%
$\dot{z}_5$ (m/s)	0,2174	6,4956E-09	0,2165	0,42%
$\dot{z}_6$ (m/s)	0,1102	2,8576E-08	0,1097	0,46%
$\dot{z}_7$ (m/s)	0,1155	3,1714E-08	0,1141	1,23%
$\dot{z}_8$ (m/s)	0,2171	1,8655E-08	0,2099	3,43%

Tabela 5.4 – Valores médios,  $\mu[RMS(\ddot{\vec{z}})]$ , em  $m/s^2$  ou  $rad/s^2$ , e variâncias,  $var[RMS(\ddot{\vec{z}})]$ , em  $m^2/s^4$  ou  $rad^2/s^4$ , dos valores RMS das acelerações verticais dos oito graus de liberdade do modelo de veículo obtidos através de 50 execuções da rotina de análise no domínio do tempo, bem como os valores RMS das acelerações verticais,  $RMS(\vec{G}_A)$ , em  $m/s^2$  ou  $rad/s^2$ , obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, ambas utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , assim como a diferença percentual entre,  $\mu[RMS(\ddot{\vec{z}})]$  e  $RMS(\vec{G}_A)$

	$\mu[RMS(\ddot{\vec{z}})]$	$var[RMS(\ddot{\vec{z}})]$	$RMS(\vec{G}_A)$	Diferença entre $\mu[RMS(\ddot{\vec{z}})]$ e $RMS(\vec{G}_A)$
$\ddot{z}_1$ ( $m/s^2$ )	0,9052	1,6843E-03	0,9268	-2,33%
$\ddot{z}_2$ ( $m/s^2$ )	0,7841	7,5655E-05	0,7902	-0,77%
$\ddot{z}_3$ ( $rad/s^2$ )	0,6421	6,3386E-05	0,6185	3,82%
$\ddot{z}_4$ ( $rad/s^2$ )	0,9637	2,1434E-04	0,9895	-2,61%
$\ddot{z}_5$ ( $m/s^2$ )	20,4292	4,4383E-06	19,6601	3,91%
$\ddot{z}_6$ ( $m/s^2$ )	4,9559	8,9259E-05	4,8283	2,64%
$\ddot{z}_7$ ( $m/s^2$ )	4,827	1,4759E-04	4,5850	5,28%
$\ddot{z}_8$ ( $m/s^2$ )	15,6796	1,9670E-05	14,5233	7,96%

A Tabela 5.5, por sua vez, apresenta os valores das funções objetivo dos problemas de otimização propostos anteriormente. Esses valores são apresentados em termos de valores médios e variâncias, extraídos dos resultados da análise dinâmica no domínio do tempo, e valores exatos, extraídos dos resultados da análise dinâmica no domínio da frequência.

Tabela 5.5 – Valores médios,  $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$ , e variâncias,  $var[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$ , dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto,  $\vec{F}_T(\vec{x}_R)$ , bem como os valores exatos dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência proposto,  $\vec{F}_F(\vec{x}_R)$ , obtidos utilizando os dados de entrada e o vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , assim como a diferença percentual entre,  $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$  e  $\vec{F}_F(\vec{x}_R)$

	$\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$	$var[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$	$\vec{F}_F(\vec{x}_R)$	Diferença entre $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$ e $\vec{F}_F(\vec{x}_R)$
$F_1(\vec{x}_R)$ ( $m/s^2$ )	0,2625	1,7277E-03	0,2860	-8,22%
$F_2(\vec{x}_R)$	0,1811	2,7383E-06	0,1728	4,80%
$F_3(\vec{x}_R)$ (mm)	32,8665	12,5420	35,0182	-6,14%

Exigiu-se, na validação da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, uma análise estatística de uma amostra de comportamentos dinâmicos do modelo de veículo em

resposta às excitações impostas pela pista, obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo. Uma amostra de 50 conjuntos de comportamentos dinâmicos do modelo foi considerada adequada para a análise em questão, levando em conta seu grau de aleatoriedade; o objetivo do presente procedimento, que consiste na validação das rotinas de análise dinâmica desenvolvidas; a satisfatória proximidade dos valores médios produzidos pela amostra em relação aos resultados obtidos através da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, invariantes entre diferentes simulações; e, por fim, os valores das variâncias tidos como reduzidos, principalmente para os resultados associados aos graus de liberdade das rodas do modelo. O estudo de convergência realizado demonstrou que uma amostra de 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo é suficiente para estabilizar a média das funções objetivo e dos valores RMS associados aos comportamentos dinâmicos do veículo. Salvo em pontuais casos de convergência tardia, há também, com uma amostra de 50 execuções da rotina de análise dinâmica, uma estabilização das variâncias das funções objetivo e dos valores RMS associados aos comportamentos dinâmicos do veículo.

A utilização do valor médio e da variância como variáveis estatísticas das variáveis aleatórias consideradas (valor RMS dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais dos oito graus de liberdade do modelo, assim como os valores das três funções objetivo dos problemas de otimização propostos) provou-se suficiente como representação da média e da aleatoriedade do processo dinâmico em questão. Utilizando-se dessas variáveis estatísticas, pode-se verificar o grau de dispersão, na análise dinâmica no domínio do tempo, de cada variável aleatória considerada, assim como a proximidade entre os valores médios das referidas variáveis em relação aos valores exatos produzidos pela rotina de análise dinâmica no domínio da frequência. Essa análise pode ser feita utilizando-se das Tabelas 5.2 a 5.5.

Quanto ao grau de dispersão das variáveis aleatórias referidas no parágrafo anterior, constata-se que as variâncias das variáveis referentes aos valores RMS das acelerações são maiores do que as variâncias relacionadas aos valores RMS das velocidades, que, por sua vez, são maiores do que as variâncias pertinentes aos valores RMS dos deslocamentos verticais ou angulares, considerando-se os oito graus de liberdade do modelo de veículo. Pode-se afirmar que as variáveis referentes aos deslocamentos verticais ou angulares dos graus de liberdade da carroceria e do assento do modelo de veículo são muito mais dispersas quando comparadas às variáveis referentes aos graus de liberdade das massas não suspensas. Essa afirmação ainda é válida considerando as velocidades verticais ou angulares, porém a diferença entre o grau de dispersão das variáveis associadas à carroceria em relação às variáveis associadas às massas não suspensas é inferior. Essas afirmativas não se aplicam, no entanto, às acelerações verticais

ou angulares, visto que nesse caso o grau de dispersão de todas as variáveis aleatórias é equivalente.

Feitas as considerações acerca da dispersão, passa-se a discutir a proximidade entre os valores médios das variáveis aleatórias supracitadas aos valores exatos produzidos pela rotina de análise dinâmica no domínio da frequência. Pode-se verificar que as médias dos valores RMS referentes aos deslocamentos e velocidades verticais ou angulares produzidos por ambas as rotinas de análise dinâmica foram mais próximas para os graus de liberdade das massas não suspensas quando comparados aos graus de liberdade do assento e da carroceria do modelo de veículo. Essa afirmação não pode ser feita para os valores referentes às acelerações verticais ou angulares, visto que a diferença entre os valores médios obtidos através de ambas as metodologias são aproximadamente equivalentes para todos os graus de liberdade do modelo, salientando-se uma maior semelhança entre os valores referentes ao assento e à carroceria.

A proximidade entre os resultados obtidos através das duas diferentes metodologias de análise dinâmica, portanto, verifica a equivalência entre as rotinas na produção de resultados, validando indiretamente a rotina de análise dinâmica no domínio da frequência. Cabe salientar que a verificação em questão também comprova a equivalência na utilização das excitações da pista na forma de sinais temporais de deslocamentos ou velocidades verticais ou na forma de PSDs de deslocamentos verticais. Em outras palavras, confirma-se a equiparação do conjunto de equações 4.8 a 4.15 às equações 4.2, 4.4, 4.6 e 4.7 para a representação das excitações da pista.

A divisão da validação das rotinas desenvolvidas em duas etapas se mostrou um procedimento adequado, a despeito de apenas uma dessas etapas estar diretamente relacionada a um conjunto de resultados extraído da literatura. Visto que a primeira etapa da validação provou a equivalência entre os sinais temporais produzidos pela rotina de análise dinâmica no domínio do tempo a resultados presentes na literatura, pode-se inferir que, alterando-se as excitações impostas e os parâmetros do modelo de veículo, os resultados permanecem consistentes. Esse raciocínio legitima os resultados produzidos pela aludida rotina em resposta a excitações aleatórias. Expandindo essa lógica por meio da inclusão da segunda etapa da validação, pode-se certificar também a produção de resultados da rotina de análise dinâmica no domínio da frequência.

No que tange as funções objetivo, pode-se reconhecer, através da análise da Tabela 5.5, que a verificação da equivalência da produção de resultados por ambas as metodologias de análise dinâmica se estende a essas funções. A segunda função objetivo no domínio do tempo,  $F_{T2}$ , apresentou a menor dispersão em comparação com as demais, enquanto a terceira função

objetivo,  $F_{T3}$ , a maior. A menor disparidade entre o valor médio dos 50 vetores de funções objetivo no domínio do tempo e o vetor de funções objetivo no domínio da frequência ocorreu entre as segundas funções objetivo,  $F_{T2}$  e  $F_{F2}$ . A maior disparidade, por sua vez, ocorreu entre as primeiras funções objetivo,  $F_{T1}$  e  $F_{F1}$ . Visto que as funções objetivo são compostas por funções constantes ou baseadas no comportamento dinâmico do modelo de veículo, validado para ambas as metodologias de análise dinâmica consideradas, certifica-se da validade dos resultados em questão.

A seguir são apresentadas as frequências naturais do modelo de veículo e seus autovetores normalizados, que correspondem aos seus modos de vibração. Os valores desses parâmetros foram calculados considerando que o sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 5.6 e 5.7:

Tabela 5.6 – Frequências naturais,  $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$

Frequências naturais, $f_{nn}$ (Hz)			
$f_{n1}$	0,9759	$f_{n5}$	12,2615
$f_{n2}$	1,1833	$f_{n6}$	12,2644
$f_{n3}$	1,3969	$f_{n7}$	16,3872
$f_{n4}$	2,2027	$f_{n8}$	16,3886

Tabela 5.7 – Autovetores normalizados, ou modos de vibração,  $\vec{c}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , em função dos graus de liberdade do modelo

	Modos de Vibração, $\vec{c}_n$							
	$\vec{c}_1$	$\vec{c}_2$	$\vec{c}_3$	$\vec{c}_4$	$\vec{c}_5$	$\vec{c}_6$	$\vec{c}_7$	$\vec{c}_8$
$z_1$	0,0278	-0,0100	0,0355	-0,0948	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$z_2$	0,0242	0,0040	0,0132	0,0116	0,0002	0,0005	-0,0001	0,0003
$z_3$	-0,0070	0,0208	0,0076	-0,0014	0,0001	0,0004	0,0001	-0,0002
$z_4$	0,0190	0,0178	-0,0327	-0,0085	0,0007	-0,0005	-0,0004	-0,0004
$z_5$	0,0024	-0,0007	-0,0007	0,0005	0,0000	0,0000	0,1823	-0,0823
$z_6$	0,0008	-0,0022	0,0021	0,0013	-0,0001	0,0001	-0,0823	-0,1823
$z_7$	-0,0003	0,0010	0,0036	0,0012	0,0711	-0,1310	0,0000	0,0000
$z_8$	0,0015	0,0027	0,0005	0,0004	-0,1310	-0,0711	0,0000	0,0000

Ao se analisar as Tabelas 5.6 e 5.7, verifica-se que o primeiro modo de vibração consiste em uma excitação combinada do primeiro e do quarto graus de liberdade, representativos do movimento vertical do assento e da rolagem da carroceria do modelo de veículo, em relação aos demais. O modo também excita significativamente o segundo grau de liberdade do modelo, relativo ao movimento vertical da carroceria. A frequência natural associada a esse modo é de 0,9759 Hz. Seguindo-se com o raciocínio e analisando o segundo modo de vibração associado ao modelo, é possível verificar que esse modo excita majoritariamente os movimentos de arfagem e a rolagem da carroceria, e está associado a uma frequência natural de 1,1833 Hz. Ao se analisar o terceiro e o quarto modos de vibração do modelo de veículo, observa-se que ambos também estão associados a frequências naturais relativamente baixas, de valores iguais a 1,3969 e 2,2027 Hz, respectivamente. O terceiro modo combina maiores excitações no primeiro e no quarto graus de liberdade, relativos ao movimento vertical do assento e à rolagem da carroceria. Já o quarto modo estimula de uma maneira praticamente exclusiva o assento do motorista, sendo a excitação dos demais graus de liberdade pouco representativa.

Os quatro primeiros modos de vibração da presente análise, que utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , são associados a frequências naturais compreendidas dentro do intervalo de 0,9759 a 2,2027 Hz e consistem nos modos de vibrar que excitam majoritariamente um ou mais graus de liberdade das massas suspensas. A excitação das massas não suspensas, por sua vez, é vinculada aos quatro modos de vibração seguintes, que são associados a frequências mais altas, compreendidas dentro do intervalo de 12,2615 a 16,3886 Hz. Os graus de liberdade associados aos movimentos das massas não suspensas são pouco estimuladas nos quatro primeiros modos de vibrar do modelo de veículo. Analogamente, há uma baixíssima excitação dos graus de liberdade relacionados aos movimentos das massas suspensas no quinto ao oitavo modos de vibração do modelo.

Da Tabela 5.7, se depreende que cada um dos modos de vibrar das massas não suspensas excita um par de rodas, sendo uma delas estimulada mais do que a outra e todos os outros graus de liberdade praticamente não excitados. O quinto e o sexto modos de vibração, associados a frequências naturais de aproximadamente 12,26 Hz, excitam as rodas traseiras, enquanto o sétimo e o oitavo modos de vibração são associados a frequências naturais de cerca de 16,39 Hz e excitam as rodas dianteiras.

O quinto modo de vibração é o modo que excita majoritariamente a roda traseira direita do modelo de veículo, e é associado a uma frequência natural de 12,2615 Hz. Há nesse modo, também, uma excitação considerável da roda traseira esquerda. A roda traseira esquerda, por sua vez, é predominantemente estimulada pelo sexto modo de vibração do modelo, que é

relacionado a uma frequência natural de 12,2644 Hz e também excita significativamente a roda traseira direita. O sétimo e o oitavo modos de vibração estão associados a frequências naturais de 16,3872 e 16,3886 Hz, respectivamente. O sétimo modo excita principalmente a roda dianteira direita do modelo, sendo a roda dianteira esquerda consideravelmente estimulada. O oitavo modo, por fim, excita majoritariamente a roda dianteira esquerda do modelo de veículo e estimula, de maneira relevante, a roda dianteira direita.

Através da comparação dos resultados expostos na presente validação, pode-se verificar a convergência das respostas dinâmicas e das funções objetivo obtidas através das duas metodologias de análise dinâmica distintas. Os resultados mostraram que as duas diferentes abordagens de análise do problema em questão são semelhantes. Ante o exposto, encerra-se a segunda etapa da validação das rotinas de análise dinâmica elaboradas, concluindo com êxito o processo de validação desenvolvido.

## **5.2 Otimização do Modelo de Veículo com Representação Completa da Dinâmica Vertical**

Após ter sido realizada a verificação de que as rotinas de análise dinâmica desenvolvidas produzem resultados consistentes, essas rotinas tornam-se aptas a serem integradas ao algoritmo de otimização multiobjetivo. Essa integração se dá através da adaptação das rotinas de análise dinâmica para que realizem apenas o cálculo do vetor de funções objetivo correspondente a cada vetor de projeto utilizado como dado de entrada. Os códigos de geração das plotagens dos resultados são removidos das rotinas de análise dinâmica com vistas à redução do tempo computacional de cada uma de suas execuções individuais e, principalmente, da execução dos algoritmos de otimização.

Os resultados das otimizações no domínio do tempo e no domínio da frequência, assim como as respostas dinâmicas e o vetor de funções objetivo produzidos pelos vetores ótimos de projeto obtidos através desses processos são exibidos no presente subcapítulo. Duas propostas de otimização serão executadas, consistindo na resolução dos problemas de otimização apresentados nos itens 4.5.1 e 4.5.2, utilizando os parâmetros e critérios de parada expostos na Tabela 4.6.

O objetivo da realização de duas otimizações multiobjetivo utilizando os mesmos parâmetros e critérios de parada consiste em comparar os resultados obtidos através das duas diferentes metodologias propostas em um tempo computacional exequível. Essa comparação é realizada visando à verificação da capacidade de ambas as rotinas produzirem fronteiras ótimas

de Pareto semelhantes, apesar da variação inerente ao próprio processo de otimização através de algoritmos meta-heurísticos.

Ao longo dos procedimentos explicitados no presente subcapítulo, destaca-se a versatilidade, fornecida pela fronteira ótima de Pareto, em fornecer um conjunto de soluções não dominadas que possibilite ao projetista realizar a escolha da solução que melhor resolve o problema real modelado. Buscou-se demonstrar, através da seleção de um vetor de projeto ponderado, esse procedimento de escolha, assumindo que a suspensão otimizada deva fornecer o máximo conforto ao veículo sem um comprometimento da segurança de seus ocupantes. Selecionou-se, em cada uma das rotinas de otimização, um vetor de projeto ponderado, cujas análises modais e dinâmicas foram explicitadas.

### 5.2.1 Análise no Domínio do Tempo

O presente item apresenta os resultados obtidos através do programa resultante da integração do algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA-II com a rotina de análise dinâmica no domínio do tempo. A metodologia deste processo de otimização foi descrita anteriormente no item 4.5.1 e os parâmetros e critérios de parada utilizados foram os expostos na Tabela 4.6. Utilizando a fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização no domínio do tempo, expõem-se os valores das variáveis de projeto e das funções objetivo de quatro vetores ótimos de projeto, doravante denominados de vetores de projeto de interesse: os vetores que minimizam cada uma das funções objetivo  $F_{T1}$ ,  $F_{T2}$  e  $F_{T3}$  individualmente, simbolizados por  $\vec{x}_{T1}$ ,  $\vec{x}_{T2}$  e  $\vec{x}_{T3}$ , respectivamente, assim como um vetor que fornece a solução tida como idealmente ponderada entre o conforto e a segurança do modelo para o caso analisado, denominado vetor de projeto ponderado, simbolizado por  $\vec{x}_{TP}$ .

Após a exibição dos resultados do processo de otimização no domínio do tempo, são apresentados os históricos temporais do comportamento dinâmico do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ . Adicionalmente a esses comportamentos, apresentados em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo, são expostos os históricos temporais das funções associadas a cada função objetivo. Os históricos temporais apresentados são, por fim, comparados e suas diferenças explicitadas, confrontando os comportamentos dinâmicos e as funções objetivo do modelo de veículo com sistemas de suspensão otimizado e não otimizado.

### 5.2.1.1 Otimização

Utilizando os parâmetros e critérios de parada expostos na Tabela 4.6, a execução do algoritmo de otimização no domínio do tempo fornece uma fronteira ótima de Pareto como solução. O valor da fração da fronteira de Pareto utilizada no presente processo é igual à unidade, o que significa que essa solução é composta por uma geração completa, ou seja, um conjunto de 20 vetores de projeto que produzem 20 soluções não-dominadas. A fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo é ilustrada nas Figuras 5.13 a 5.15. As Figuras 5.13 e 5.14 ilustram a fronteira nos planos  $F_{T_1}(\vec{x}) \times F_{T_2}(\vec{x})$  e  $F_{T_1}(\vec{x}) \times F_{T_3}(\vec{x})$ , respectivamente, enquanto a Figura 5.15 ilustra a fronteira no espaço  $F_{T_1}(\vec{x}) \times F_{T_2}(\vec{x}) \times F_{T_3}(\vec{x})$ .

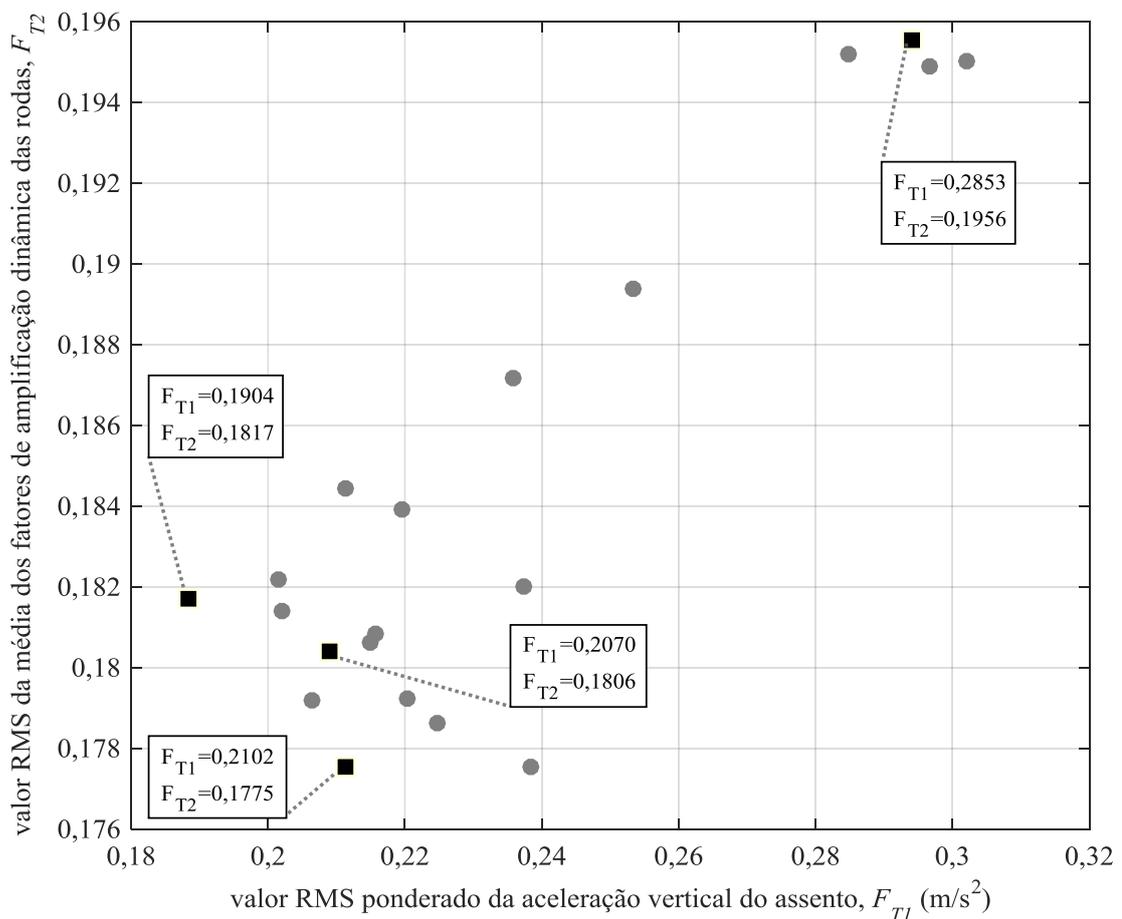


Figura 5.12 – Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{T_1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , e do valor RMS da média dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{T_2}(\vec{x})$ , da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

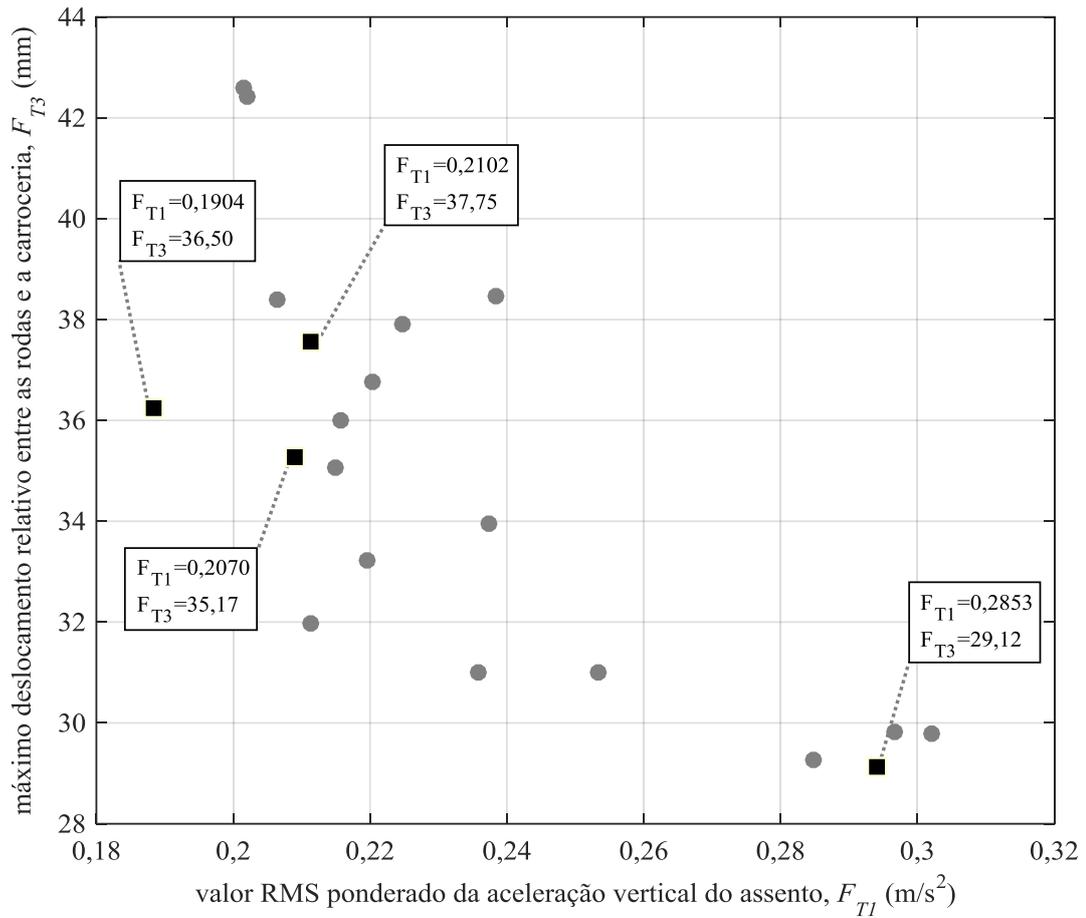


Figura 5.13 – Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{T1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

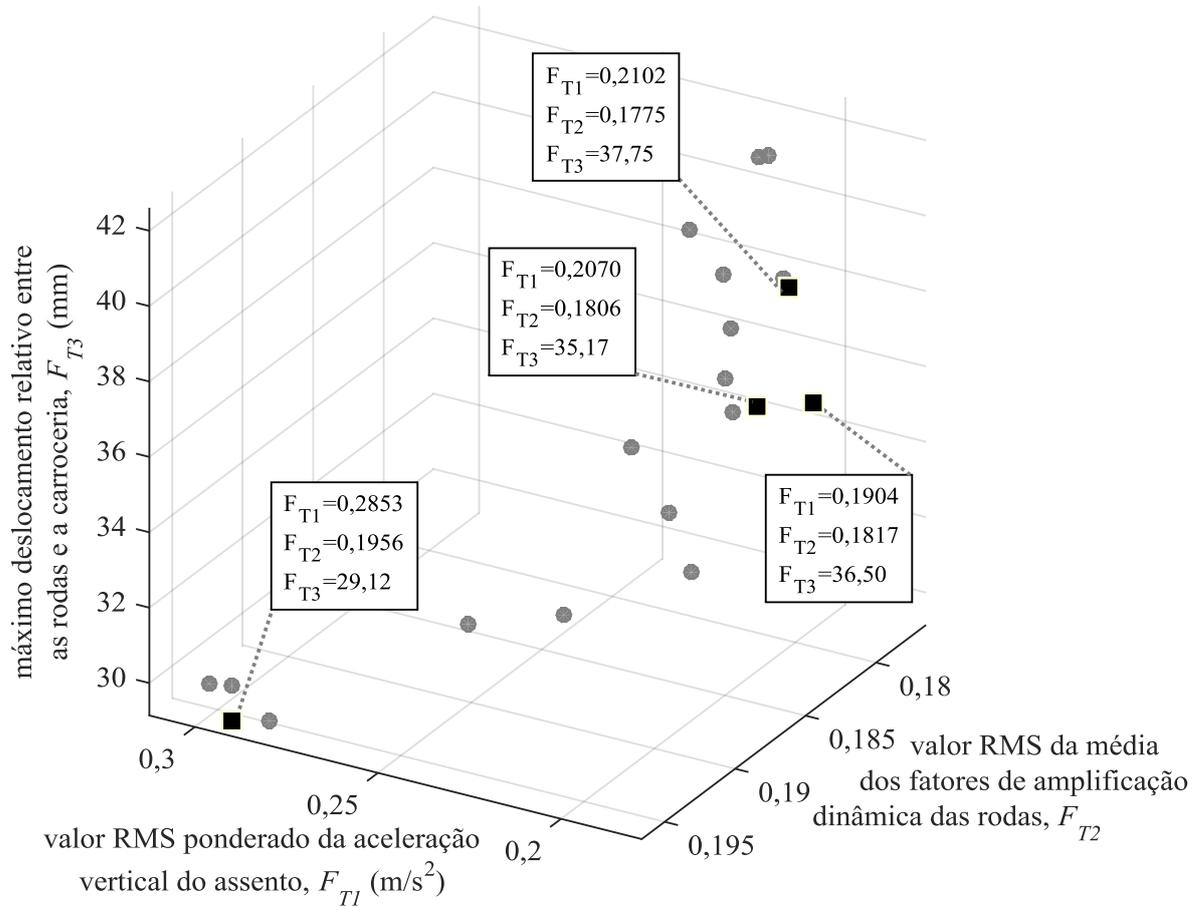


Figura 5.14 – Espaço das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{T1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , do valor RMS da média do fator adimensional de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{T2}(\vec{x})$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{T3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

A Tabela 5.8 expõe os valores de cada variável que compõe os vetores de projeto de interesse expostos nas Figuras 5.12 a 5.14, assim como os valores das funções objetivo das soluções geradas por esses vetores.

Tabela 5.8 – Valores das variáveis que compõem os vetores de projeto de interesse  $\vec{x}_{T1}$ ,  $\vec{x}_{T2}$ ,  $\vec{x}_{T3}$  e  $\vec{x}_{TP}$ , dadas por  $k_1$  a  $k_5$ , em N/m, e  $c_1$  a  $c_5$ , em Ns/m, assim como os valores das soluções geradas por esses vetores, dadas pelas funções objetivo  $F_{T1}$ , em  $m/s^2$ ,  $F_{T2}$ , adimensional, e  $F_{T3}$ , em mm

	$k_1$ (N/m)	$c_1$ (Ns/m)	$k_2, k_3$ (N/m)	$c_2, c_3$ (Ns/m)	$k_4, k_5$ (N/m)	$c_4, c_5$ (Ns/m)	$F_{T1}$ ( $m/s^2$ )	$F_{T2}$	$F_{T3}$ (mm)
$\vec{x}_{T1}$	8093,53	131,23	7630,39	2179,14	12132,24	1639,83	0,1904	0,1817	36,50
$\vec{x}_{T2}$	10208,91	162,97	8615,32	1907,65	17808,98	2048,16	0,2102	0,1775	37,75
$\vec{x}_{T3}$	15506,67	110,17	13630,94	3329,68	17518,83	3365,77	0,2853	0,1956	29,12
$\vec{x}_{TP}$	8094,40	121,94	9286,10	2309,71	13450,06	1946,15	0,2070	0,1806	35,17

Ao se analisar as Figuras 5.12 a 5.14, que ilustram a fronteira ótima de Pareto e os vetores de projeto de interesse resultantes do processo de otimização multiobjetivo no domínio do tempo, verifica-se que as funções objetivo do conjunto de soluções estão definidas dentro dos seguintes intervalos: os valores RMS ponderados da aceleração vertical do assento,  $F_{T1}$ , variam entre 0,1904 e 0,2853  $m/s^2$ ; os valores RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das rodas,  $F_{T2}$ , variam entre 0,1775 e 0,1956; e os valores RMS do máximo deslocamento relativo entre as rodas e a carroceria,  $F_{T3}$ , variam entre 29,12 e 37,75 mm. Considerando as 20 possíveis soluções compreendidas no interior desse intervalo, elegeu-se, como vetor de projeto ponderado, a solução que maximizasse o conforto dos ocupantes sem comprometer a segurança do modelo de veículo.

De acordo com a norma ISO 2631-1, 1997, não há desconforto caso o valor RMS ponderado das acelerações verticais impostas pelo assento do veículo ao motorista for mantido abaixo de 0,315  $m/s^2$ . Dessa forma elege-se como vetor de projeto ponderado o vetor que gera uma solução cuja primeira função objetivo,  $F_{T1}$ , seja a mínima possível dentro desta faixa, contanto que o valor da segunda função objetivo,  $F_{T2}$ , seja ao menos mantido constante em relação ao valor de referência e respeite a manutenção dos fatores de amplificação dinâmica de cada conjunto roda e pneu do modelo de veículo abaixo da unidade em qualquer instante. Visa-se, assim, promover o conforto dos ocupantes, mantendo o compromisso com a segurança do veículo. De maneira semelhante, assegura-se esse compromisso com a manutenção dos máximos deslocamentos relativos entre a carroceria e as rodas do modelo abaixo do limite de 127 mm, de forma que mesmo com o menor curso de suspensão normalmente encontrado em veículos comerciais de pequeno porte, de acordo com Gillespie, 1992, ainda não ocorreria o choque contra os batentes.

Os parâmetros que compõem o vetor de projeto ponderado resultante do processo de otimização no domínio do tempo,  $\vec{x}_{TP}$ , assim como os valores das três funções objetivo que

resultam da análise dinâmica no domínio do tempo do modelo de veículo cuja suspensão utiliza estes parâmetros estão expostos na última linha da Tabela 5.8. Analisando-se os parâmetros que compõem tal vetor, pode-se verificar que os valores dos coeficientes de rigidez do assento,  $k_1$ , e das suspensões dianteiras,  $k_2$  e  $k_3$ , são razoavelmente próximos dos limites inferiores, enquanto os das suspensões traseiras,  $k_4$  e  $k_5$ , são próximos do centro do intervalo imposto pelo problema de otimização no domínio do tempo a essas variáveis de projeto. Quanto aos coeficientes de amortecimento relativos ao assento,  $c_1$ , às suspensões dianteiras,  $c_2$  e  $c_3$ , e às suspensões traseiras,  $c_4$  e  $c_5$ , se aproximam do centro do intervalo imposto a essas variáveis de projeto pelo problema de otimização. O sistema de suspensão resultante apresenta uma menor rigidez e um maior amortecimento nas suspensões dianteiras quando comparadas com as traseiras.

### ***5.2.1.2 Análise dinâmica do modelo cuja suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado***

As frequências naturais do modelo de veículo e seus autovetores normalizados, que correspondem aos seus modos de vibração, são expostos, respectivamente, nas Tabelas 5.9 e 5.10. Os valores desses parâmetros foram calculados considerando que o sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ .

Tabela 5.9 – Frequências naturais,  $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio do tempo,  $\vec{x}_{TP}$

Frequências naturais, $f_{nn}$ (Hz)			
$f_{n1}$	0,7938	$f_{n5}$	12,1790
$f_{n2}$	1,0088	$f_{n6}$	12,1808
$f_{n3}$	1,2031	$f_{n7}$	16,2089
$f_{n4}$	1,6404	$f_{n8}$	16,2094

Tabela 5.10 – Autovetores normalizados, ou modos de vibração,  $\vec{c}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio do tempo,  $\vec{x}_{TP}$ , em função dos graus de liberdade do modelo

	Modos de Vibração, $\vec{c}_n$							
	$\vec{c}_1$	$\vec{c}_2$	$\vec{c}_3$	$\vec{c}_4$	$\vec{c}_5$	$\vec{c}_6$	$\vec{c}_7$	$\vec{c}_8$
$z_1$	0,0314	-0,0114	0,0434	-0,0901	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$z_2$	0,0234	0,0056	0,0123	0,0134	0,0001	0,0004	-0,0001	0,0002
$z_3$	-0,0101	0,0176	0,0114	-0,0002	0,0001	0,0004	0,0001	-0,0002
$z_4$	0,0149	0,0264	-0,0277	-0,0115	0,0006	-0,0004	-0,0003	-0,0002
$z_5$	0,0015	-0,0001	-0,0005	0,0003	0,0000	0,0000	0,1823	-0,0823
$z_6$	0,0007	-0,0015	0,0009	0,0009	0,0000	0,0000	-0,0824	-0,1822
$z_7$	-0,0003	0,0002	0,0029	0,0013	0,0712	-0,1309	0,0000	0,0000
$z_8$	0,0009	0,0022	0,0007	0,0004	-0,1309	-0,0712	0,0000	0,0000

Ao se comparar os modos de vibração expostos nas Tabelas 5.7 e 5.10, pode-se verificar que os graus de liberdade do modelo de veículo com sistema de suspensão otimizado através da metodologia no domínio do tempo são excitados de maneira praticamente idêntica aos graus de liberdade do modelo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros de referência. Dessa forma, todas as considerações feitas anteriormente relativas aos modos de vibração desse modelo de veículo também se aplicam aos modos de vibrar daquele. Entretanto, ao se confrontar as frequências naturais associadas a cada um desses modos, apresentadas nas Tabelas 5.6 e 5.9, verifica-se uma considerável redução no valor das mesmas, principalmente naquelas relacionadas aos quatro primeiros modos de vibração, que excitam majoritariamente um ou mais graus de liberdade relativos às massas suspensas do modelo de veículo. Essas frequências reduziram entre 13,9 e 25,5%, enquanto as frequências naturais relacionadas aos modos de vibração que excitam as rodas do modelo de veículo reduziram entre 0,7 e 1,1%.

Ante o exposto, pode-se apurar que os quatro primeiros modos de vibração do modelo de veículo que utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado obtido através da otimização no domínio do tempo,  $\vec{x}_{TP}$ , são associados a frequências naturais compreendidas dentro do intervalo de 0,7938 a 1,6404 Hz. Já a excitação dos quatro modos de vibração seguintes está associada a frequências naturais compreendidas entre 12,1790 e 16,2094.

São apresentados, a seguir, os históricos temporais de um dos 50 conjuntos de comportamentos dinâmicos de cada grau de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de

suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , assim como os parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio do tempo,  $\vec{x}_{TP}$ . Esses sinais são apresentados, em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais ou angulares, nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17, respectivamente. Tais sinais ilustram o comportamento dinâmico resultante de apenas uma das 50 execuções da rotina de análise dinâmica no domínio do tempo que compõem cada solução. Os valores RMS de cada um desses sinais são apresentados nas Tabelas 5.11 e 5.12.

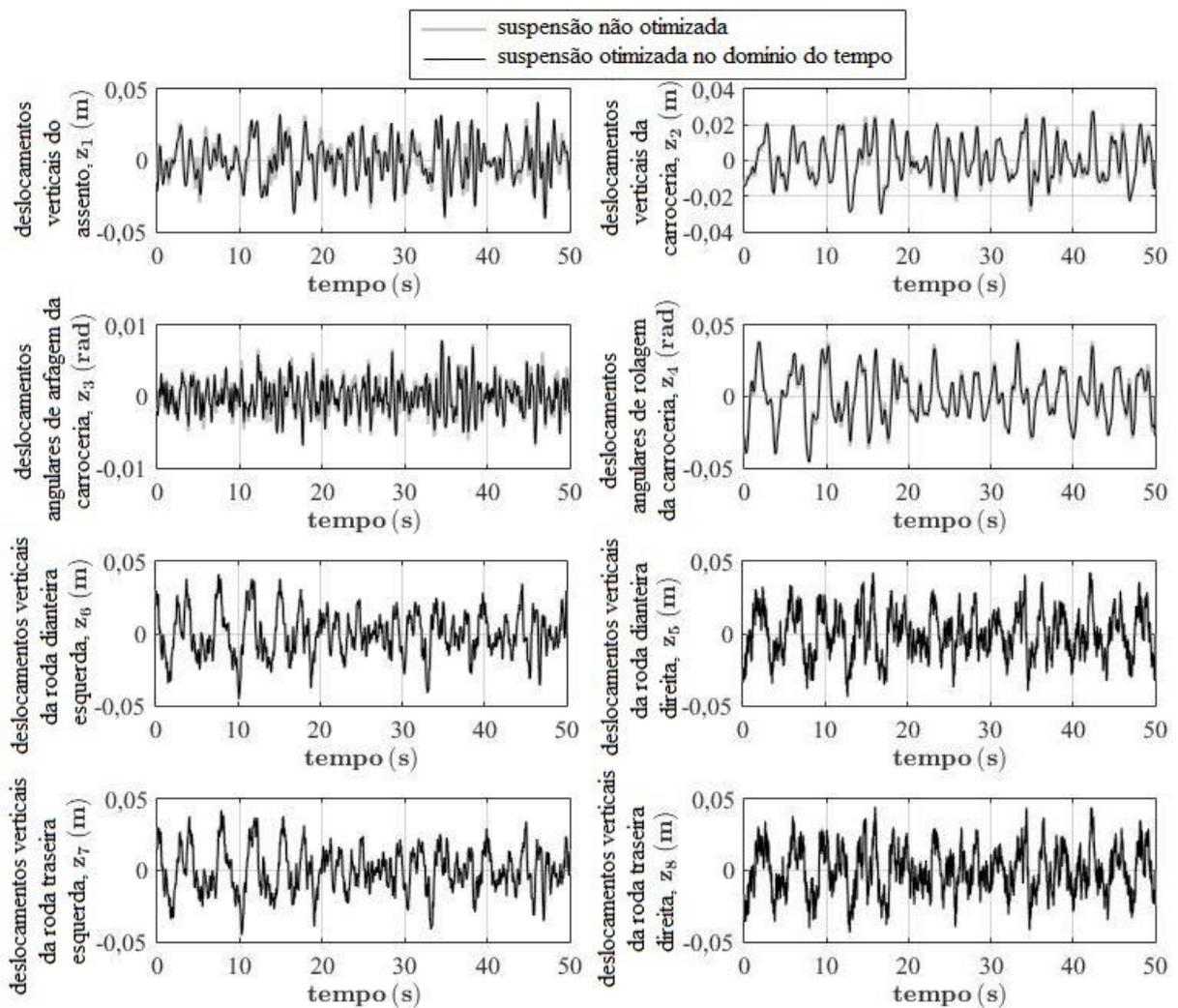


Figura 5.15 – Sinais temporais dos deslocamentos verticais ou angulares, em m ou rad, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , ou ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995

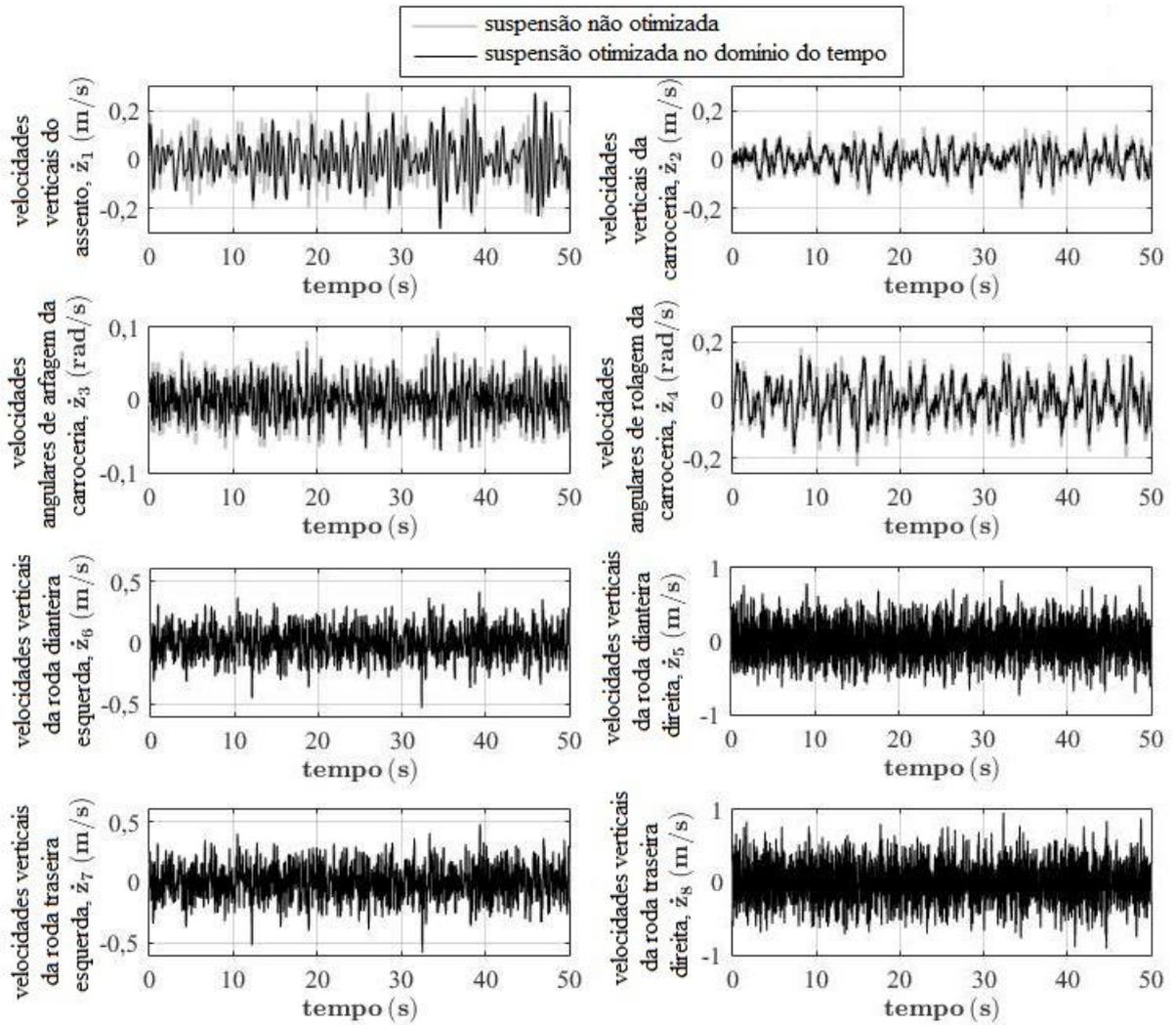


Figura 5.16 – Sinais temporais das velocidades verticais ou angulares, em m/s ou rad/s, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , ou ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995

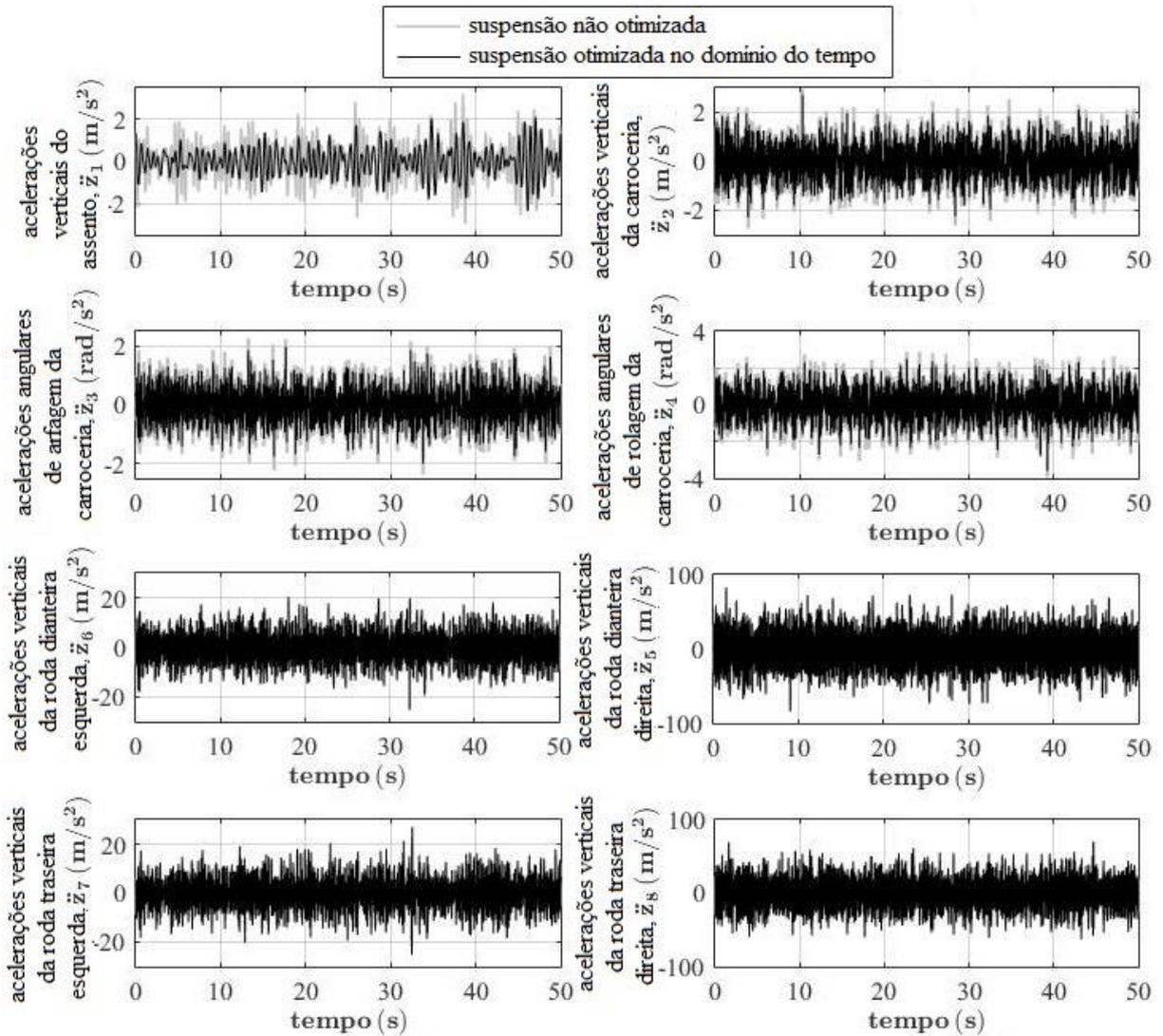


Figura 5.17 – Sinais temporais das acelerações verticais ou angulares, em  $m/s^2$  ou  $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , ou ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas por uma pista de classe C da norma ISO 8608, 1995

A Figura 5.15 permite observar que os deslocamentos verticais ou angulares associados às massas suspensas e não suspensas se mantém, aproximadamente, dentro de uma faixa de amplitudes entre  $-0,05$  e  $0,05$  m (ou rad), considerando o modelo de veículo que utiliza tanto o sistema de suspensão otimizado quanto o não otimizado. As velocidades verticais ou angulares, por sua vez, são expostas na Figura 5.16 e se apresentam dentro das faixas de amplitudes entre  $-0,25$  e  $0,25$  m/s (ou rad/s), para os graus de liberdade associados às massas suspensas, e entre  $-1$  e  $1$  m/s (ou rad/s), para os graus de liberdade associados às massas não suspensas. Por fim, as amplitudes das acelerações verticais ou angulares dos graus de liberdade relacionados às massas suspensas variam entre  $-4$  e  $4$   $m/s^2$  (ou  $rad/s^2$ ), enquanto as amplitudes das acelerações

dos graus de liberdade relacionados às massas não suspensas variam entre -100 e 100 m/s<sup>2</sup> (ou rad/s<sup>2</sup>), e foram apresentadas na Figura 5.17.

Tabela 5.11 – Valores RMS dos sinais temporais de deslocamentos,  $RMS(\vec{z})$ , em m ou rad, velocidades,  $RMS(\dot{\vec{z}})$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares,  $RMS(\ddot{\vec{z}})$ , em m/s<sup>2</sup> ou rad/s<sup>2</sup>, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio do tempo

	$RMS(\vec{z})$		$RMS(\dot{\vec{z}})$		$RMS(\ddot{\vec{z}})$
$z_1$ (m)	0,0142	$\dot{z}_1$ (m/s)	0,0866	$\ddot{z}_1$ (m/s <sup>2</sup> )	0,9052
$z_2$ (m)	0,0127	$\dot{z}_2$ (m/s)	0,0516	$\ddot{z}_2$ (m/s <sup>2</sup> )	0,7841
$z_3$ (rad)	0,0023	$\dot{z}_3$ (rad/s)	0,0254	$\ddot{z}_3$ (rad/s <sup>2</sup> )	0,6421
$z_4$ (rad)	0,0151	$\dot{z}_4$ (rad/s)	0,0648	$\ddot{z}_4$ (rad/s <sup>2</sup> )	0,9637
$z_5$ (m)	0,0158	$\dot{z}_5$ (m/s)	0,2174	$\ddot{z}_5$ (m/s <sup>2</sup> )	20,4292
$z_6$ (m)	0,0152	$\dot{z}_6$ (m/s)	0,1102	$\ddot{z}_6$ (m/s <sup>2</sup> )	4,9559
$z_7$ (m)	0,0151	$\dot{z}_7$ (m/s)	0,1155	$\ddot{z}_7$ (m/s <sup>2</sup> )	4,8270
$z_8$ (m)	0,0159	$\dot{z}_8$ (m/s)	0,2171	$\ddot{z}_8$ (m/s <sup>2</sup> )	15,6796

Tabela 5.12 – Valores RMS dos sinais temporais de deslocamentos,  $RMS(\vec{z})$ , em m ou rad, velocidades,  $RMS(\dot{\vec{z}})$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares,  $RMS(\ddot{\vec{z}})$ , em m/s<sup>2</sup> ou rad/s<sup>2</sup>, dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio do tempo

	$RMS(\vec{z})$		$RMS(\dot{\vec{z}})$		$RMS(\ddot{\vec{z}})$
$z_1$ (m)	0,0149 •	$\dot{z}_1$ (m/s)	0,0784 ↓	$\ddot{z}_1$ (m/s <sup>2</sup> )	0,6180 ↓
$z_2$ (m)	0,0126 •	$\dot{z}_2$ (m/s)	0,0455 ↓	$\ddot{z}_2$ (m/s <sup>2</sup> )	0,6709 ↓
$z_3$ (rad)	0,0022 •	$\dot{z}_3$ (rad/s)	0,0217 ↓	$\ddot{z}_3$ (rad/s <sup>2</sup> )	0,5386 ↓
$z_4$ (rad)	0,0155 •	$\dot{z}_4$ (rad/s)	0,0568 ↓	$\ddot{z}_4$ (rad/s <sup>2</sup> )	0,7975 ↓
$z_5$ (m)	0,0158 •	$\dot{z}_5$ (m/s)	0,2310 ↑	$\ddot{z}_5$ (m/s <sup>2</sup> )	22,5142 ↑
$z_6$ (m)	0,0152 •	$\dot{z}_6$ (m/s)	0,1144 ↑	$\ddot{z}_6$ (m/s <sup>2</sup> )	5,5945 ↑
$z_7$ (m)	0,0152 •	$\dot{z}_7$ (m/s)	0,1258 ↑	$\ddot{z}_7$ (m/s <sup>2</sup> )	6,0624 ↑
$z_8$ (m)	0,0160 •	$\dot{z}_8$ (m/s)	0,2599 ↑	$\ddot{z}_8$ (m/s <sup>2</sup> )	19,3652 ↑

Os valores RMS médios dos sinais representativos do comportamento dinâmico do modelo de veículo com suspensão otimizada no domínio do tempo, expostos na Tabela 5.12,

quando confrontados com os valores RMS médios do comportamento dinâmico do modelo com suspensão não otimizada, representados na Tabela 5.11, facilitam a percepção de algumas alterações importantes. Os valores relativos aos deslocamentos verticais ou angulares permanecem praticamente inalterados com a otimização da suspensão no domínio do tempo. Já os valores relacionados às velocidades verticais ou angulares sofreram alterações mais expressivas com tal otimização, reduzindo entre 9,5 e 14,6%, aproximadamente, nos graus de liberdade associados às massas suspensas e aumentando entre 3,8 e 19,7%, aproximadamente, nos graus de liberdade associados às massas não suspensas. As alterações mais representativas resultantes da otimização da suspensão, todavia, ocorreram nos valores RMS das acelerações verticais ou angulares dos graus de liberdade do modelo de veículo. Os graus de liberdade associados às massas suspensas tiveram uma redução de 14,4 a 31,7%, aproximadamente, enquanto os associados às massas não suspensas experimentaram um aumento de cerca de 10,2 a 25,6%.

As alterações, recém expostas, nos valores RMS médios dos comportamentos dinâmicos do modelo de veículo comprovam uma maior eficiência de absorção de vibrações da suspensão otimizada em relação à não otimizada. Esse fato resulta em uma menor transmissibilidade de velocidades e acelerações do solo para as massas suspensas.

As Figuras 5.18 a 5.20 exibem os históricos temporais das funções associadas a cada função objetivo, considerando, da mesma forma que na apresentação dos comportamentos dinâmicos, os parâmetros dos vetores de projeto ponderado e de referência. Os valores RMS médios de cada uma das funções objetivos do problema de otimização no domínio do tempo, obtidas utilizando os vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , são apresentados na Tabela 5.13.

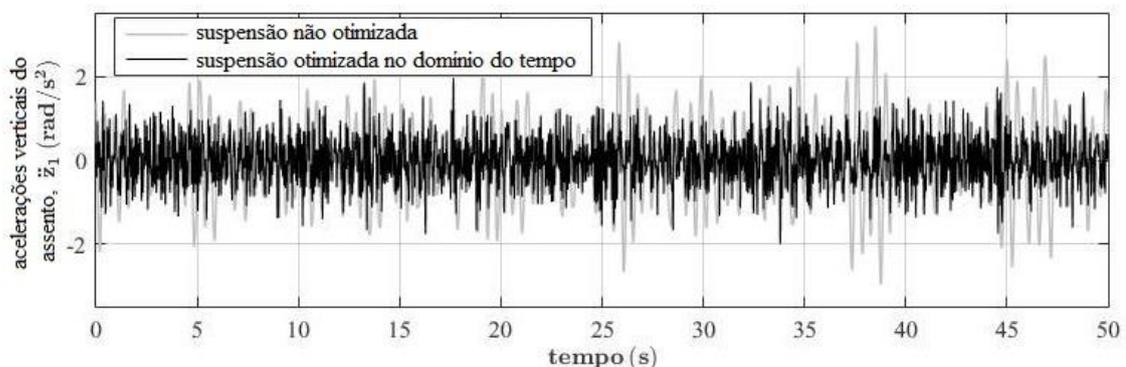


Figura 5.18 – Histórico temporal da aceleração vertical do assento,  $\ddot{z}_1$ , em  $m/s^2$ , associada à função objetivo  $F_{T1}$  do problema de otimização no domínio do tempo e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$

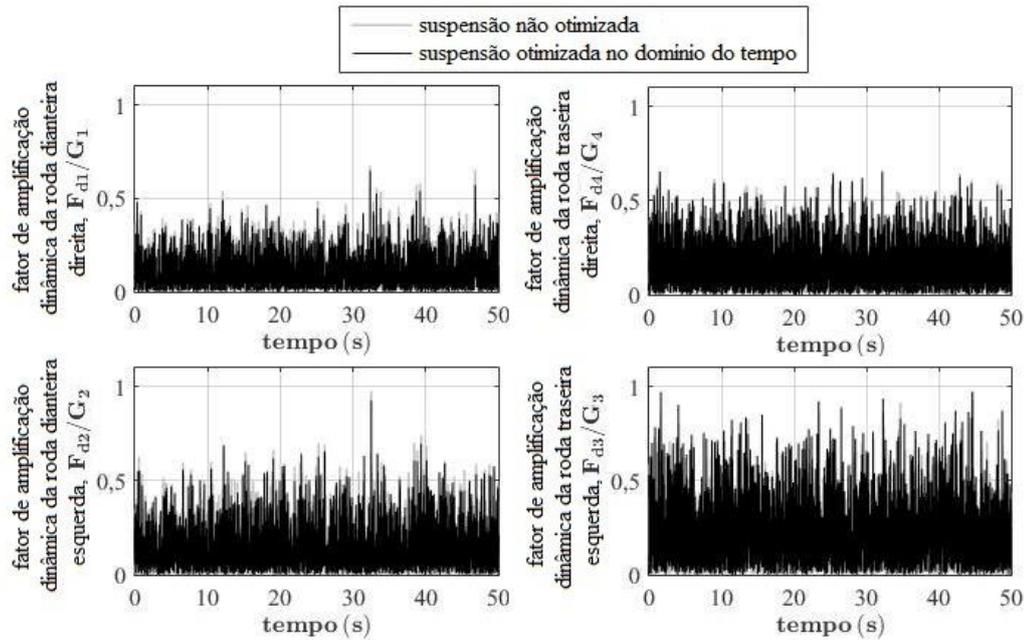


Figura 5.19 – Históricos temporais dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das rodas dianteira direita,  $F_{d1}/G_1$ , dianteira esquerda,  $F_{d2}/G_2$ , traseira esquerda,  $F_{d3}/G_3$ , e traseira direita,  $F_{d4}/G_4$ , associadas à função objetivo  $F_{T2}$  do problema de otimização no domínio do tempo e calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$

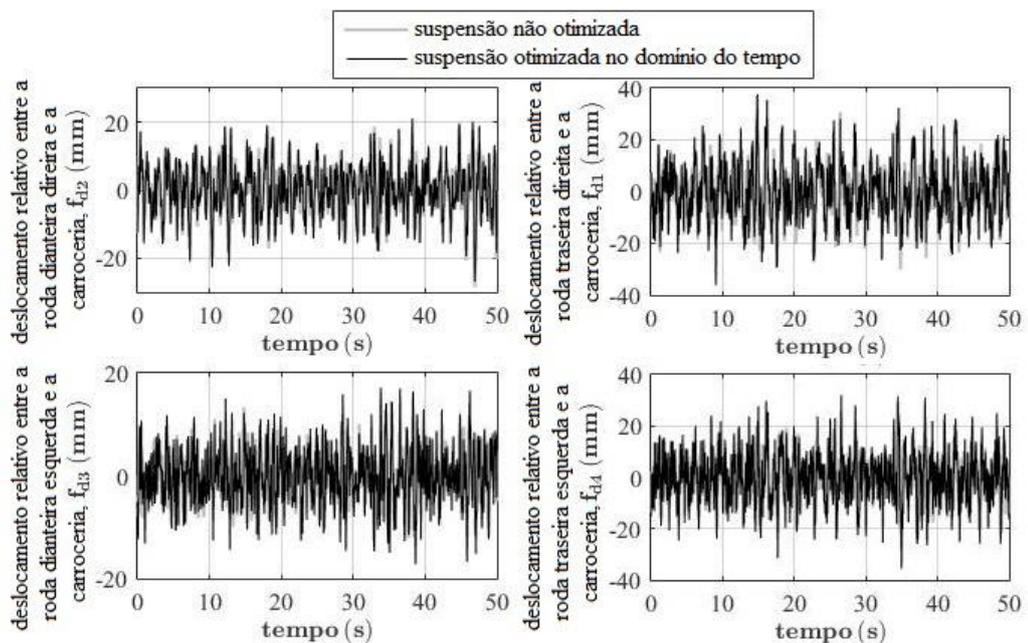


Figura 5.20 – Históricos temporais dos deslocamentos relativos, em mm, entre a carroceria e as rodas dianteira direita,  $f_{d1}$ , dianteira esquerda,  $f_{d2}$ , traseira esquerda,  $f_{d3}$ , e traseira direita,  $f_{d4}$ , associadas à função objetivo  $F_{T3}$  do problema de otimização no domínio do tempo e

calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,

$$\vec{x}_{TP}$$

Tabela 5.13 – Valores médios dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo proposto,  $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$  e  $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_{TP})]$ , obtidos utilizando, respectivamente, os vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$

	$\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$		$\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_{TP})]$	Diferença entre $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_R)]$ e $\mu[\vec{F}_T(\vec{x}_{TP})]$
$F_{T1}(\vec{x}_R)$ (m/s <sup>2</sup> )	0,2625	$F_{T1}(\vec{x}_{TP})$ (m/s <sup>2</sup> )	0,2070	-21,14%
$F_{T2}(\vec{x}_R)$	0,1811	$F_{T2}(\vec{x}_{TP})$	0,1806	-0,28%
$F_{T3}(\vec{x}_R)$ (mm)	32,87	$F_{T3}(\vec{x}_{TP})$ (mm)	35,17	7,00%

Voltando-se para as alterações acarretadas nos valores das funções objetivo do problema de otimização no domínio do tempo, verifica-se que ocorreu uma considerável redução em todas elas, ao se analisar conjuntamente a Tabela 5.13 e as Figuras 5.18 a 5.20. A primeira função objetivo, referente ao valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do modelo de veículo, passou de 0,2625 para 0,2070 m/s<sup>2</sup> com a otimização da suspensão, uma sensível redução que corresponde a 21,14%. A segunda função objetivo, que corresponde ao valor RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das rodas do modelo, passou de 0,1811 para 0,1806, o que representa uma redução de aproximadamente 0,28%. Atenta-se para o fato de que a redução da segunda função objetivo ocorreu sem visíveis alterações dos sinais temporais dos fatores de amplificação dinâmica de cada uma das rodas do modelo, o que se traduz em uma preservação desses fatores abaixo da unidade e em uma manutenção do risco de descolamento dos pneus da pista. Por fim, observa-se que a terceira função objetivo, que representa o máximo deslocamento relativo entre a carroceria e as rodas do modelo, aumentou de 32,87 para 35,17 mm, aproximadamente 7%. Mesmo com esse aumento, o valor da terceira função objetivo ainda se encontra muito abaixo de 127 mm, considerado por Gillespie, 1992, como sendo o menor curso de suspensão normalmente encontrado em veículos comerciais de pequeno porte. Diante do explicitado, pode-se afirmar que a otimização no domínio do tempo da suspensão do modelo de veículo foi bem sucedida.

### 5.2.2 Análise no Domínio da Frequência

O presente item, analogamente ao anterior, apresenta os resultados obtidos através do programa resultante da integração do algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA-II com a

rotina de análise dinâmica no domínio da frequência. A metodologia deste processo de otimização foi descrita anteriormente no item 4.5.2 e os parâmetros e critérios de parada utilizados foram os expostos na Tabela 4.6. Utilizando a fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização no domínio da frequência, expõem-se os valores das variáveis de projeto e das funções objetivo dos quatro vetores de projeto de interesse: os vetores que minimizam cada uma das funções objetivo  $F_{F1}$ ,  $F_{F2}$  e  $F_{F3}$  individualmente, simbolizados por  $\vec{x}_{F1}$ ,  $\vec{x}_{F2}$  e  $\vec{x}_{F3}$ , respectivamente, assim como um vetor que fornece a solução tida como idealmente ponderada entre o conforto e a segurança do modelo para o caso analisado, denominado vetor de projeto ponderado, simbolizado por  $\vec{x}_{FP}$ .

Após a exibição dos resultados do processo de otimização no domínio da frequência, são apresentadas as PSDs do comportamento dinâmico do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$ . Adicionalmente a esses comportamentos, apresentados em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo, são expostas as PSDs das funções associadas a cada função objetivo. As PSDs apresentadas são, por fim, comparadas e suas diferenças explicitadas, confrontando os comportamentos dinâmicos e as funções objetivo do modelo de veículo com sistemas de suspensão otimizado e não otimizado.

### 5.2.2.1 Otimização

Utilizando os parâmetros e critérios de parada expostos na Tabela 4.6, a execução do algoritmo de otimização no domínio do tempo fornece uma fronteira ótima de Pareto como solução. O valor da fração da fronteira de Pareto utilizada no presente processo é igual à unidade, o que significa que essa solução é composta por uma geração completa, ou seja, um conjunto de 20 vetores de projeto que produzem 20 soluções não-dominadas. A fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência é ilustrada nas Figuras 5.21 a 5.23. As Figuras 5.21 e 5.22 ilustram a fronteira nos planos  $F_{F1}(\vec{x}) \times F_{F2}(\vec{x})$  e  $F_{F1}(\vec{x}) \times F_{F3}(\vec{x})$ , respectivamente, enquanto a Figura 5.23 ilustra a fronteira no espaço  $F_{F1}(\vec{x}) \times F_{F2}(\vec{x}) \times F_{F3}(\vec{x})$ .

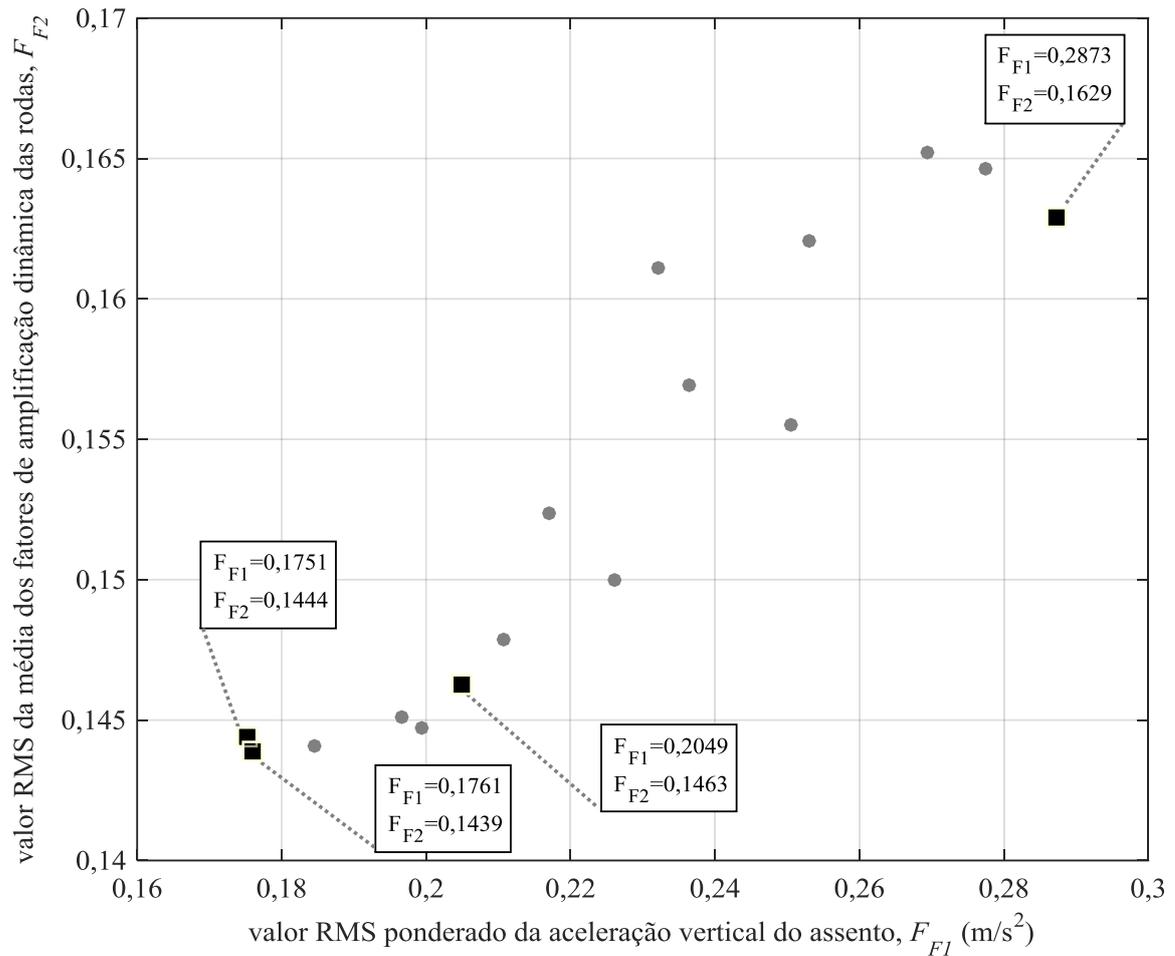


Figura 5.21 – Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{F1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , e do valor RMS da média dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{F2}(\vec{x})$ , da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

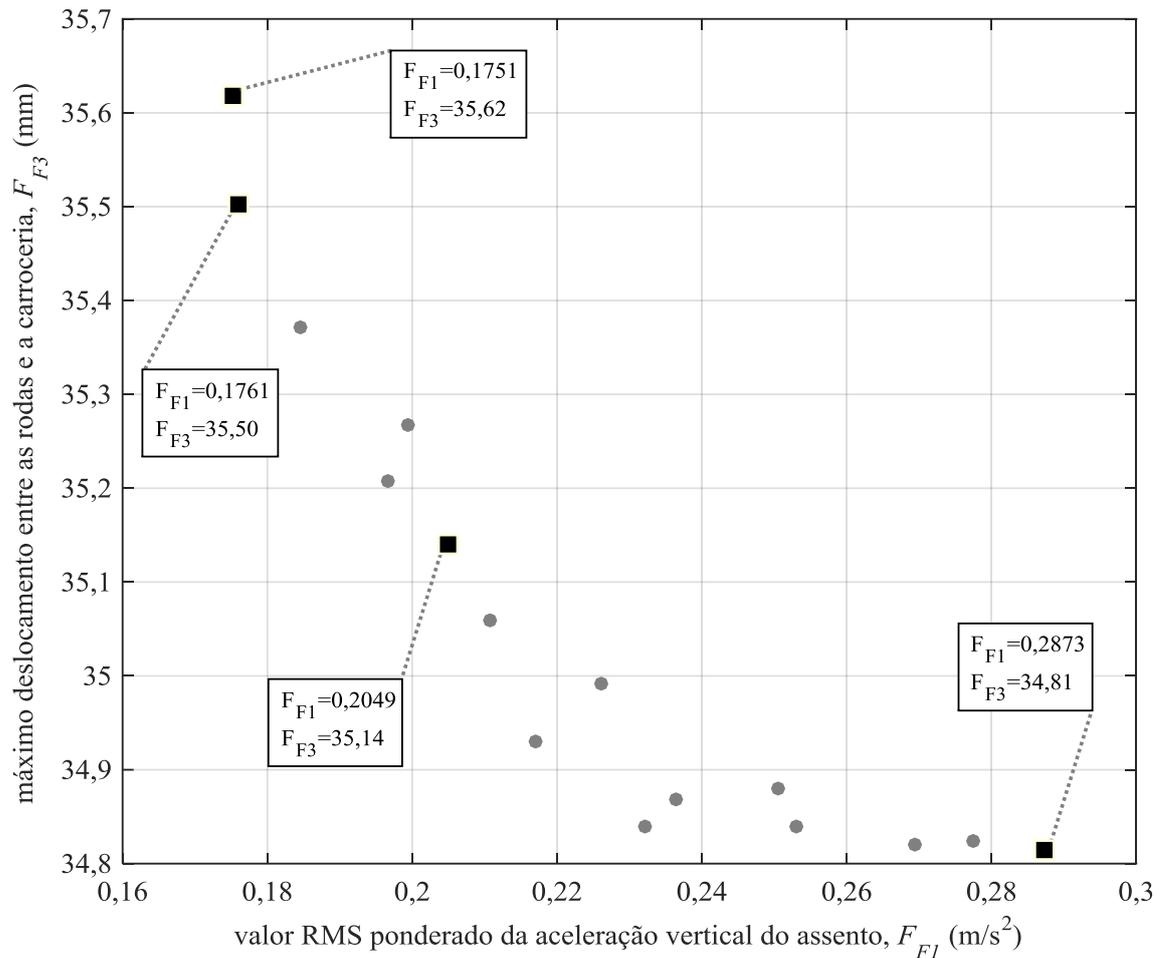


Figura 5.22 – Plano das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{F1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{F3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

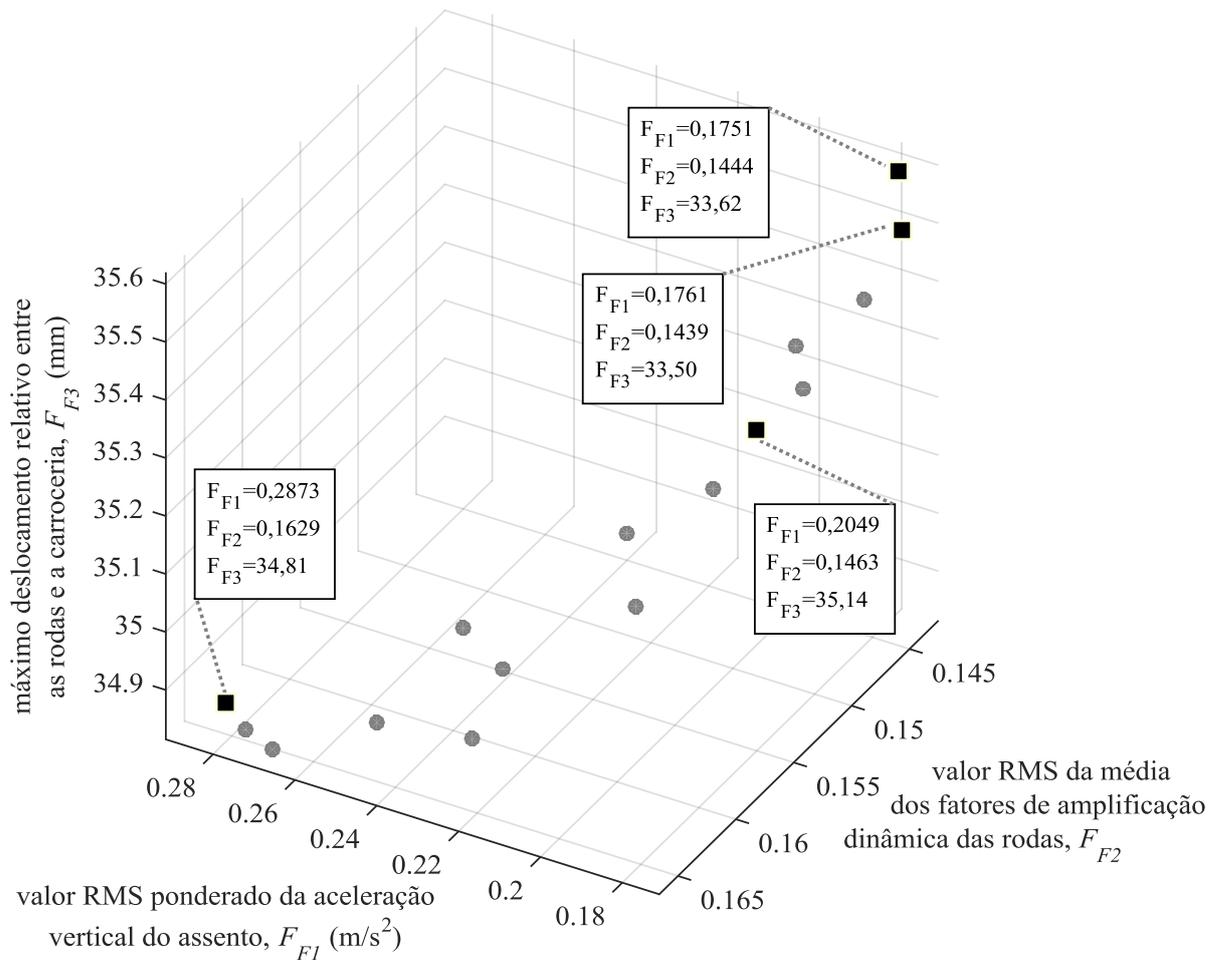


Figura 5.23 – Espaço das funções objetivo representativas do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista,  $F_{F1}(\vec{x})$ , em  $m/s^2$ , do valor RMS da média do fator adimensional de amplificação dinâmica das quatro rodas do modelo,  $F_{F2}(\vec{x})$ , e do máximo deslocamento relativo entre cada roda e a carroceria do modelo,  $F_{F3}(\vec{x})$ , em mm, da fronteira ótima de Pareto obtida através do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, assim como as soluções geradas por vetores de projeto de interesse

A Tabela 5.14 expõe os valores de cada variável que compõe os vetores de projeto de interesse expostos nas Figuras 5.21 a 5.23, assim como os valores das funções objetivo das soluções geradas por esses vetores.

Tabela 5.14 – Valores das variáveis que compõem os vetores de projeto de interesse  $\vec{x}_{F1}$ ,  $\vec{x}_{F2}$ ,  $\vec{x}_{F3}$  e  $\vec{x}_{FP}$ , dadas por  $k_1$  a  $k_5$ , em N/m, e  $c_1$  a  $c_5$ , em Ns/m, assim como os valores das soluções geradas por esses vetores, dadas pelas funções objetivo  $F_{F1}$ , em  $m/s^2$ ,  $F_{F2}$ , adimensional, e  $F_{F3}$ , em mm

	$k_1$ (N/m)	$c_1$ (Ns/m)	$k_2, k_3$ (N/m)	$c_2, c_3$ (Ns/m)	$k_4, k_5$ (N/m)	$c_4, c_5$ (Ns/m)	$F_{F1}$ ( $m/s^2$ )	$F_{F2}$	$F_{F3}$ (mm)
$\vec{x}_{F1}$	7500,1250	75,3438	7500,0156	1250,2383	7500,1016	1250,0938	0,1751	0,1444	35,62
$\vec{x}_{F2}$	7518,8559	75,3281	7503,6065	1250,7089	7500,5265	1406,5158	0,1761	0,1439	35,50
$\vec{x}_{F3}$	12766,5537	77,2426	8927,8489	2869,1499	8590,2455	3116,0964	0,2873	0,1629	34,81
$\vec{x}_{FP}$	8842,6444	76,6118	7781,8347	1523,4917	7776,2176	2057,7690	0,2049	0,1462	35,14

Direcionando a atenção aos resultados do processo de otimização multiobjetivo no domínio da frequência, discute-se inicialmente a fronteira ótima de Pareto e os vetores de projeto de interesse obtidos através do mesmo, ilustrados nas Figuras 5.21 a 5.23. Analisando as referidas figuras, cabe destacar os intervalos nos quais as funções objetivo do conjunto de soluções do problema de otimização no domínio da frequência estão definidas: a primeira função objetivo,  $F_{F1}$ , representativa do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento, varia entre 0,1751 e 0,2873  $m/s^2$ ; a segunda função objetivo,  $F_{F2}$ , referente ao valor RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das rodas, está compreendida entre 0,1439 e 0,1629; ao passo que a terceira função objetivo,  $F_{F3}$ , está compreendida entre 34,81 e 35,62 mm.

Da mesma forma que no processo de otimização no domínio do tempo, escolheu-se como vetor de projeto ponderado, a partir do conjunto de 20 soluções que compõem a superfície ótima de Pareto, a solução que maximizasse o conforto do modelo de veículo sem comprometer a segurança de seus ocupantes. Analogamente ao procedimento de escolha discutido anteriormente, procurou-se escolher como vetor de projeto ponderado o vetor que gera uma solução cuja primeira função objetivo,  $F_{F1}$ , seja a mínima possível dentro da primeira faixa de conforto para ambientes vibratórios definidos pela norma ISO 2631-1, 1997 (abaixo de 0,315  $m/s^2$ ), contanto que o valor da segunda função objetivo,  $F_{F2}$ , seja ao menos mantido constante em relação ao valor de referência. Dessa forma seriam eliminados, de acordo com a norma, desconfortos impostos aos ocupantes do veículo, mantendo, porém, o compromisso com a segurança. Buscou-se, também, assegurar esse compromisso com a manutenção da terceira função objetivo abaixo do limite de 127 mm (menor curso de suspensão normalmente encontrado em veículos comerciais de pequeno porte, segundo Gillespie, 1992).

Os parâmetros que compõem o vetor de projeto ponderado resultante do processo de otimização no domínio da frequência,  $\vec{x}_{FP}$ , assim como os valores das três funções objetivo que resultam da análise dinâmica no domínio da frequência do modelo de veículo cuja suspensão utiliza estes parâmetros estão expostos na última linha da Tabela 5.14. Ao se analisar os parâmetros que compõem tal vetor pode-se verificar que, ressalvando-se o relativo ao assento, os valores dos coeficientes de rigidez do sistema de suspensão do modelo de veículo são ainda mais próximos aos limites inferiores impostos pelo problema de otimização no domínio da frequência a essas variáveis de projeto do que os valores obtidos pela otimização no domínio do tempo. Os coeficientes de amortecimento também apresentam comportamento semelhante, sendo apenas o relativo às suspensões traseiras mais distante do limite inferior para tais variáveis de projeto quando comparados aos valores obtidos através do processo de otimização no domínio do tempo. Dessa forma, verifica-se que o sistema de suspensão obtido utilizando as variáveis do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência,  $\vec{x}_{FP}$ , possui coeficientes de rigidez praticamente idênticos ao se comparar as suspensões dianteiras e traseiras, porém possui maiores coeficientes de amortecimento nas suspensões traseiras.

Confrontando-se as duas fronteiras ótimas de Pareto obtidas pelas rotinas de otimização no domínio do tempo e da frequência, é possível verificar algumas diferenças. Destarte, salienta-se a maior diversidade do conjunto de soluções que compõem a fronteira ótima de Pareto obtida através do algoritmo de otimização no domínio do tempo. Entretanto, apesar do conjunto de soluções que compõem a fronteira ótima de Pareto obtida através do algoritmo de otimização no domínio da frequência ser mais homogêneo, as duas primeiras funções objetivo foram mais satisfatoriamente minimizadas na execução desta rotina. É válido salientar, todavia, o caráter intrinsecamente não-determinístico dos algoritmos meta-heurísticos de otimização, os quais terão uma probabilidade muito alta de gerarem fronteiras ótimas de Pareto distintas entre diferentes execuções da rotina, seja ela no domínio do tempo, seja no domínio da frequência.

#### ***5.2.2.2 Análises Dinâmicas dos Vetores Ótimos de Projeto***

As frequências naturais do modelo de veículo e seus autovetores normalizados, que correspondem aos seus modos de vibração, são expostos, respectivamente, nas Tabelas 5.15 e 5.16. Os valores desses parâmetros foram calculados considerando que o sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado,  $\vec{x}_{FP}$ .

Tabela 5.15 – Frequências naturais,  $f_{nn}$ , em Hz, do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência,

$\vec{x}_{FP}$			
Frequências naturais, $f_{nn}$ (Hz)			
$f_{n1}$	0,7014	$f_{n5}$	12,0462
$f_{n2}$	0,8357	$f_{n6}$	12,0469
$f_{n3}$	0,9849	$f_{n7}$	16,1616
$f_{n4}$	1,6836	$f_{n8}$	16,1620

Tabela 5.16 – Autovetores normalizados, ou modos de vibração,  $\vec{c}_n$ , associados a cada frequência natural do modelo de veículo cujo sistema de suspensão é composto pelos parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência,  $\vec{x}_{FP}$ , em função dos graus de liberdade do modelo

	Modos de Vibração, $\vec{c}_n$							
	$\vec{c}_1$	$\vec{c}_2$	$\vec{c}_3$	$\vec{c}_4$	$\vec{c}_5$	$\vec{c}_6$	$\vec{c}_7$	$\vec{c}_8$
$z_1$	0,0258	0,0094	-0,0335	-0,0961	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$z_2$	0,0245	-0,0028	-0,0134	0,0110	0,0001	0,0003	-0,0001	0,0002
$z_3$	-0,0046	-0,0221	-0,0052	-0,0016	0,0001	0,0002	0,0000	-0,0001
$z_4$	0,0208	-0,0119	0,0344	-0,0076	0,0003	-0,0002	-0,0002	-0,0002
$z_5$	0,0012	0,0005	0,0003	0,0003	0,0000	0,0000	0,1822	-0,0825
$z_6$	0,0003	0,0011	-0,0013	0,0006	0,0000	0,0000	-0,0825	-0,1822
$z_7$	-0,0001	-0,0007	-0,0017	0,0005	0,0713	-0,1309	0,0000	0,0000
$z_8$	0,0009	-0,0012	-0,0001	0,0002	-0,1309	-0,0713	0,0000	0,0000

Comparando os modos de vibração expostos na Tabela 5.16 àqueles explicitados nas Tabelas 5.7 e 5.10, verifica-se que os graus de liberdade do modelo de veículo são excitados essencialmente da mesma maneira nos três casos, com exceção do segundo e do terceiro modos de vibração do modelo de veículo com suspensão otimizada no domínio da frequência. Dessa forma, assim como afirmado na discussão das análises do modelo de veículo com suspensão otimizada no domínio do tempo, pode-se reconhecer que as considerações acerca dos modos de vibração feitas na discussão das análises do modelo com suspensão não otimizada também se aplicam ao modelo com suspensão otimizada no domínio da frequência. Deve-se apontar, porém, algumas particularidades resultantes das análises desse último modelo em comparação às outras. Confrontando-se as frequências naturais dos três modelos, verifica-se que, com exceção da frequência natural associada ao quarto modo de vibração, houve uma redução ainda

maior das mesmas no modelo com suspensão otimizada no domínio da frequência em relação ao com suspensão otimizada no domínio do tempo, quando comparadas às frequências naturais do modelo com suspensão não otimizada. A redução em questão passou a ser entre 23,6 e 29,5% para as frequências naturais associadas às massas suspensas e entre 1,4 e 1,8% para as associadas às massas não suspensas.

Ante o exposto, pode-se apurar que os quatro primeiros modos de vibração do modelo de veículo que utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado obtido através da otimização no domínio da frequência,  $\vec{x}_{FP}$ , são associados a frequências naturais contidas no intervalo de 0,7014 a 1,6836 Hz. A excitação dos quatro modos de vibração seguintes, por sua vez, está associada a frequências naturais compreendidas entre 12,0462 e 16,1620 Hz.

São apresentadas, em seguida, as PSDs do comportamento dinâmico de cada grau de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , assim como os parâmetros do vetor de projeto ponderado da otimização no domínio da frequência,  $\vec{x}_{FP}$ . Essas PSDs são apresentadas, em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais ou angulares, nas Figuras 5.24, 5.25 e 5.26, respectivamente. Os valores RMS de cada uma dessas PSDs são apresentadas nas Tabelas 5.17 e 5.18.

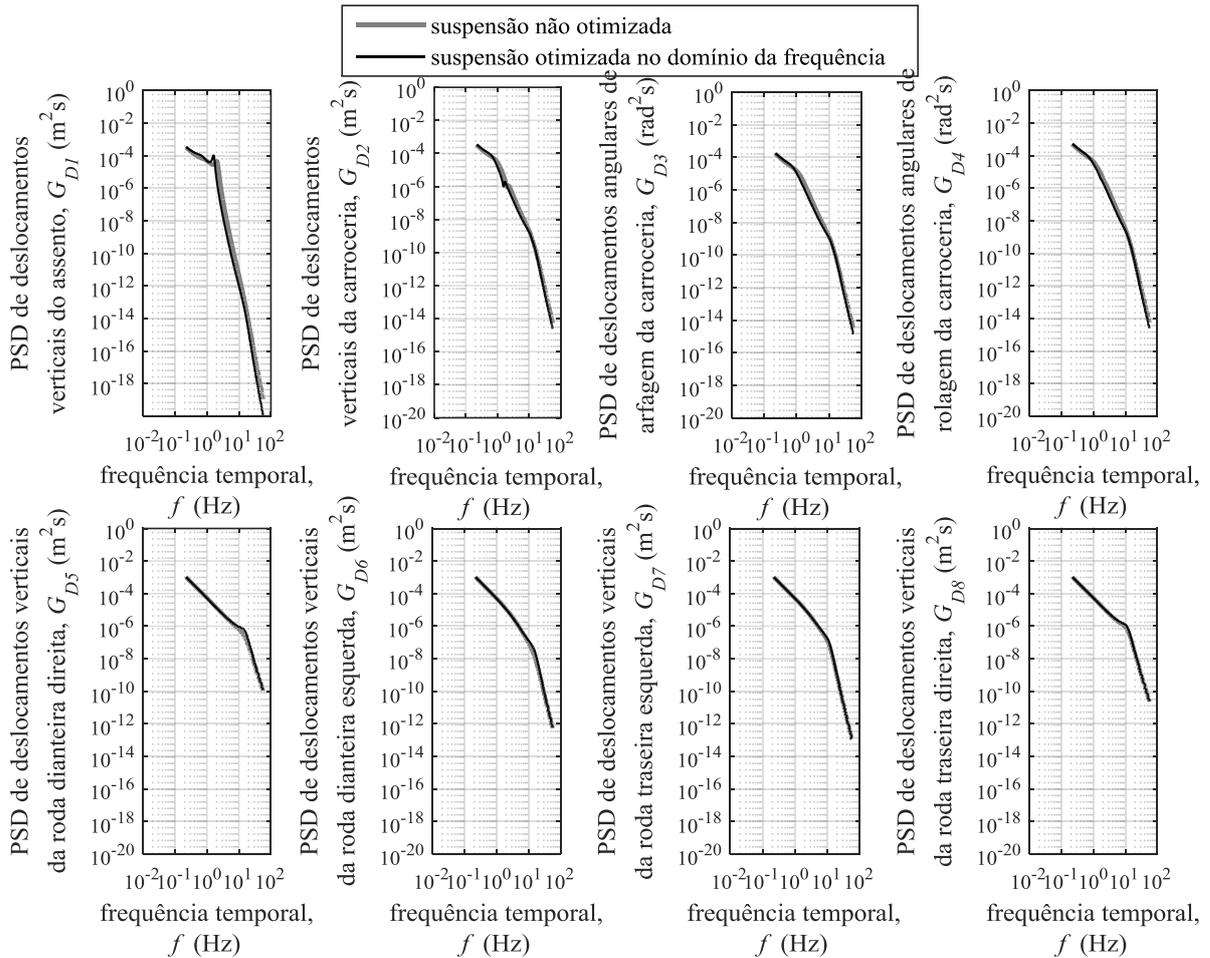


Figura 5.24 – PSDs, em  $m^2/s$  ou  $rad^2/s$ , dos deslocamentos verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{\mathbf{x}}_R$ , e ponderado,  $\vec{\mathbf{x}}_{FP}$

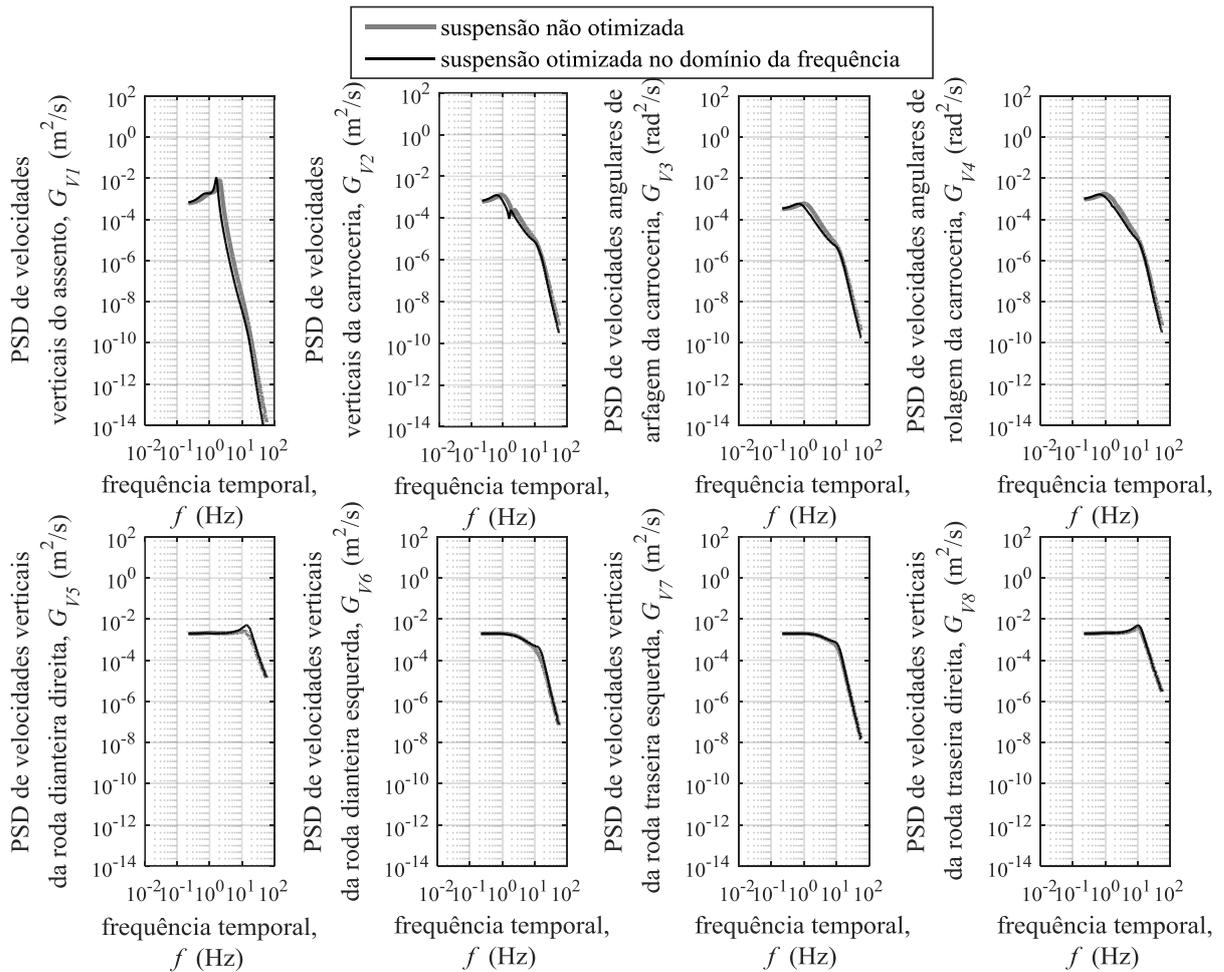


Figura 5.25 – PSDs, em  $m^2/s$  ou  $rad^2/s$ , das velocidades verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$

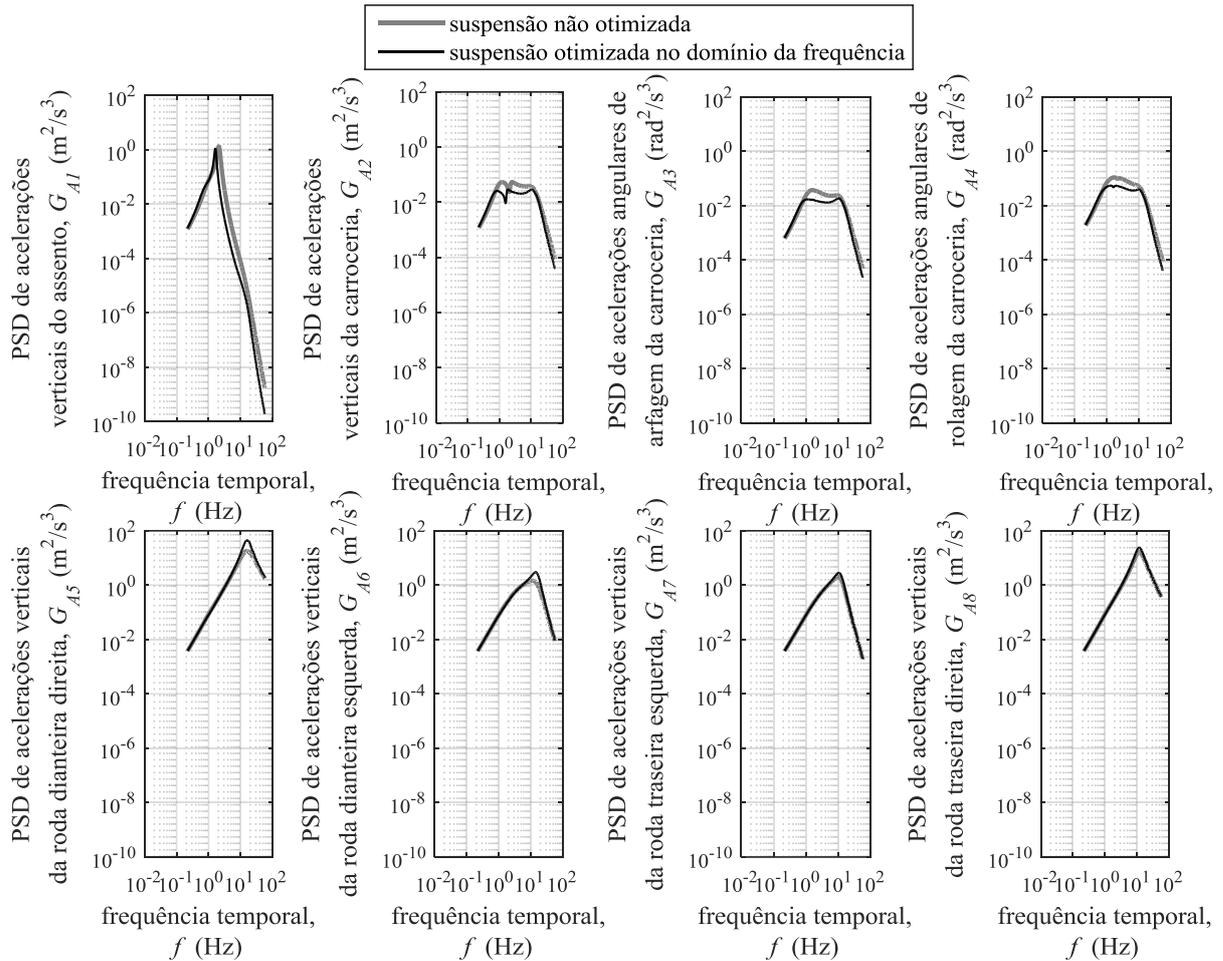


Figura 5.26 – PSDs, em  $\text{m}^2/\text{s}^3$  ou  $\text{rad}^2/\text{s}^3$ , das acelerações verticais ou angulares dos oito graus de liberdade do modelo de veículo em resposta às excitações impostas pela pista na execução da análise dinâmica no domínio da frequência, em função da frequência temporal, em Hz, obtidas utilizando os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{\mathbf{x}}_R$ , e ponderado,  $\vec{\mathbf{x}}_{FP}$

As Figuras 5.25 e 5.26 permitem observar que o grau de liberdade referente ao assento do modelo apresenta picos globais de velocidades e acelerações verticais muito próximo das frequências naturais associadas ao quarto modo de vibração (2,2027 Hz para o modelo com suspensão não otimizada e 1,6836 Hz para o modelo com suspensão otimizada no domínio da frequência). Na PSD de acelerações verticais do assento, associada à primeira função objetivo,  $F_{F1}$ , e exposta nas Figuras 5.26 e 5.27, é possível visualizar o deslocamento do pico da densidade espectral de potência do modelo com suspensão otimizada no domínio da frequência quando comparado com o pico da PSD do modelo de veículo com suspensão não otimizada, representando um decréscimo no valor máximo da PSD de acelerações verticais do assento do modelo de veículo com a otimização do sistema de suspensão.

É possível, ainda, visualizar picos locais das PSDs de deslocamentos verticais do assento, também nessas frequências. Nas PSDs de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais da carroceria do modelo de veículo, pode-se verificar vales locais também em torno das frequências naturais associada ao quarto modo de vibração. Assim como discutido anteriormente para o modelo de veículo com suspensão não otimizada, pode-se inferir que parte da excitação vertical da carroceria é absorvida pelo assento devido à proximidade das frequências naturais dos modos que excitam as massas suspensas do modelo.

Ao se analisar as Figuras 5.24 a 5.26, pode-se visualizar uma clara similaridade entre as PSDs associadas ao segundo, terceiro e quarto graus de liberdade. Essa similaridade pode ser vista tanto em termos de deslocamentos quanto em termos de velocidades e acelerações verticais ou angulares, sendo que os gráficos dessas PSDs diferenciam-se basicamente por um deslocamento dos gráficos nos eixos das ordenadas, assim como pelo vale local que ocorre nas PSDs de deslocamentos verticais da carroceria. Analisando as PSDs de deslocamentos, velocidades e acelerações verticais das rodas do modelo de veículo, visualiza-se bruscas mudanças de inclinação desses gráficos nas respectivas frequências naturais associadas ao modo de vibração que excita cada uma delas, tanto no modelo de veículo com sistema de suspensão não otimizado quanto no modelo com sistema de suspensão otimizado. Tal alteração de inclinação ocorre no intervalo de frequências naturais entre 10 e 11 Hz para todas as rodas do modelo, sendo mais brusca nas rodas do modelo de veículo com sistema de suspensão otimizado. Também nesse intervalo de frequências naturais são formados picos de máximo global nos gráficos das PSDs de acelerações verticais das rodas do modelo.

Tabela 5.17 – Valores RMS das PSDs de deslocamentos,  $RMS(\vec{G}_D)$ , em m ou rad, velocidades,  $RMS(\vec{G}_V)$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares,  $RMS(\vec{G}_A)$ , em  $m/s^2$  ou  $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio da frequência

	$RMS(\vec{G}_D)$		$RMS(\vec{G}_V)$		$RMS(\vec{G}_A)$
$z_1$ (m)	0,0112	$\dot{z}_1$ (m/s)	0,0810	$\ddot{z}_1$ ( $m/s^2$ )	0,9268
$z_2$ (m)	0,0091	$\dot{z}_2$ (m/s)	0,0429	$\ddot{z}_2$ ( $m/s^2$ )	0,7903
$z_3$ (rad)	0,0065	$\dot{z}_3$ (rad/s)	0,0328	$\ddot{z}_3$ ( $rad/s^2$ )	0,6185
$z_4$ (rad)	0,0112	$\dot{z}_4$ (rad/s)	0,0564	$\ddot{z}_4$ ( $rad/s^2$ )	0,9895
$z_5$ (m)	0,0153	$\dot{z}_5$ (m/s)	0,2165	$\ddot{z}_5$ ( $m/s^2$ )	19,6628
$z_6$ (m)	0,0146	$\dot{z}_6$ (m/s)	0,1097	$\ddot{z}_6$ ( $m/s^2$ )	4,8284
$z_7$ (m)	0,0147	$\dot{z}_7$ (m/s)	0,1141	$\ddot{z}_7$ ( $m/s^2$ )	4,5850
$z_8$ (m)	0,0153	$\dot{z}_8$ (m/s)	0,2099	$\ddot{z}_8$ ( $m/s^2$ )	14,5233

Tabela 5.18 – Valores RMS das PSDs de deslocamentos,  $RMS(\vec{G}_D)$ , em m ou rad, velocidades,  $RMS(\vec{G}_V)$ , em m/s ou rad/s, e acelerações verticais ou angulares,  $RMS(\vec{G}_A)$ , em  $m/s^2$  ou  $rad/s^2$ , dos oito graus de liberdade do modelo de veículo cujo sistema de suspensão utiliza os parâmetros do vetor de projeto ponderado,  $\vec{x}_{FP}$ , em resposta às excitações impostas pela pista considerada na otimização no domínio da frequência

	$RMS(\vec{G}_D)$		$RMS(\vec{G}_V)$		$RMS(\vec{G}_A)$
$z_1$ (m)	0,0121 •	$\dot{z}_1$ (m/s)	0,0728 ↓	$\ddot{z}_1$ ( $m/s^2$ )	0,6515 ↓
$z_2$ (m)	0,0092 •	$\dot{z}_2$ (m/s)	0,0357 ↓	$\ddot{z}_2$ ( $m/s^2$ )	0,6443 ↓
$z_3$ (rad)	0,0065 •	$\dot{z}_3$ (rad/s)	0,0274 ↓	$\ddot{z}_3$ ( $rad/s^2$ )	0,5069 ↓
$z_4$ (rad)	0,0113 •	$\dot{z}_4$ (rad/s)	0,0474 ↓	$\ddot{z}_4$ ( $rad/s^2$ )	0,7916 ↓
$z_5$ (m)	0,0154 •	$\dot{z}_5$ (m/s)	0,2723 ↑	$\ddot{z}_5$ ( $m/s^2$ )	25,7745 ↑
$z_6$ (m)	0,0147 •	$\dot{z}_6$ (m/s)	0,1177 ↑	$\ddot{z}_6$ ( $m/s^2$ )	6,2295 ↑
$z_7$ (m)	0,0148 •	$\dot{z}_7$ (m/s)	0,1194 ↑	$\ddot{z}_7$ ( $m/s^2$ )	5,1141 ↑
$z_8$ (m)	0,0155 •	$\dot{z}_8$ (m/s)	0,2321 ↑	$\ddot{z}_8$ ( $m/s^2$ )	16,1501 ↑

Os valores RMS das PSDs representativas do comportamento dinâmico do modelo de veículo com suspensão otimizada no domínio da frequência, expostos na Tabela 5.18, quando confrontados com os valores RMS das PSDs do comportamento dinâmico do modelo com suspensão não otimizada, apresentados na Tabelas 5.17, permitem uma mais fácil visualização de algumas modificações ocorridas com a otimização da suspensão. Os valores relativos aos

deslocamentos verticais ou angulares permanecem praticamente inalterados com a otimização da suspensão no domínio do tempo. Os valores relacionados às velocidades verticais ou angulares, por sua vez, sofreram alterações mais significativas com tal otimização, reduzindo entre 10,1 e 16,8% nos graus de liberdade associados às massas suspensas e entre 4,6 e 25,8% nos graus de liberdade associados às massas não suspensas. As alterações mais representativas resultantes da otimização da suspensão, entretanto, ocorreram nos valores RMS das acelerações verticais ou angulares dos graus de liberdade do modelo de veículo. Os graus de liberdade associados às massas suspensas tiveram uma redução de 18,0 a 29,7%, enquanto os associados às massas não suspensas experimentaram um aumento de 11,2 a 31,8%.

Assim como na otimização da suspensão no domínio do tempo, as alterações, recém expostas, nos valores RMS médios dos comportamentos dinâmicos do modelo de veículo comprovam uma maior eficiência de absorção de vibrações da suspensão otimizada em relação à não otimizada. Esse fato resulta em uma menor transmissibilidade de velocidades e acelerações do solo para as massas suspensas.

As Figuras 5.27 a 5.29 exibem as PSDs das funções associadas a cada função objetivo, considerando os parâmetros dos vetores de projeto de referência e ponderado. Os valores RMS médios de cada uma das funções objetivos do problema de otimização no domínio do tempo, obtidas utilizando os vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{TP}$ , são apresentados na Tabela 5.19.

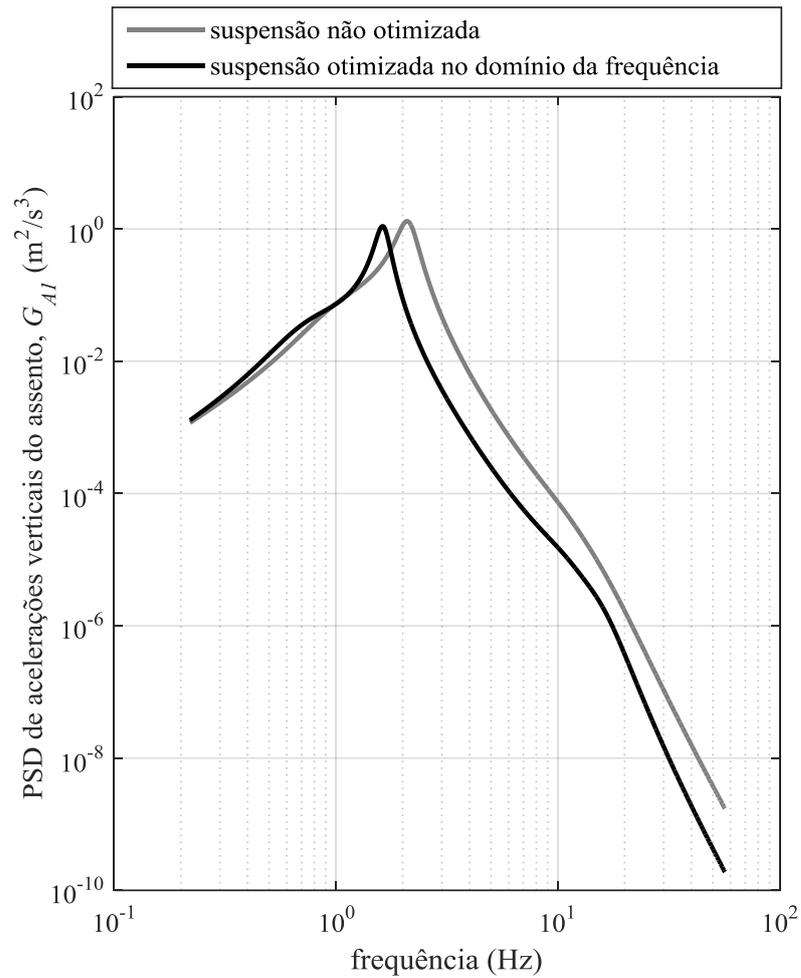


Figura 5.27 – PSD de acelerações verticais do assento,  $G_{A1}$ , em  $m^2/s^3$ , associada à função objetivo  $F_{F1}$  do problema de otimização no domínio da frequência e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$

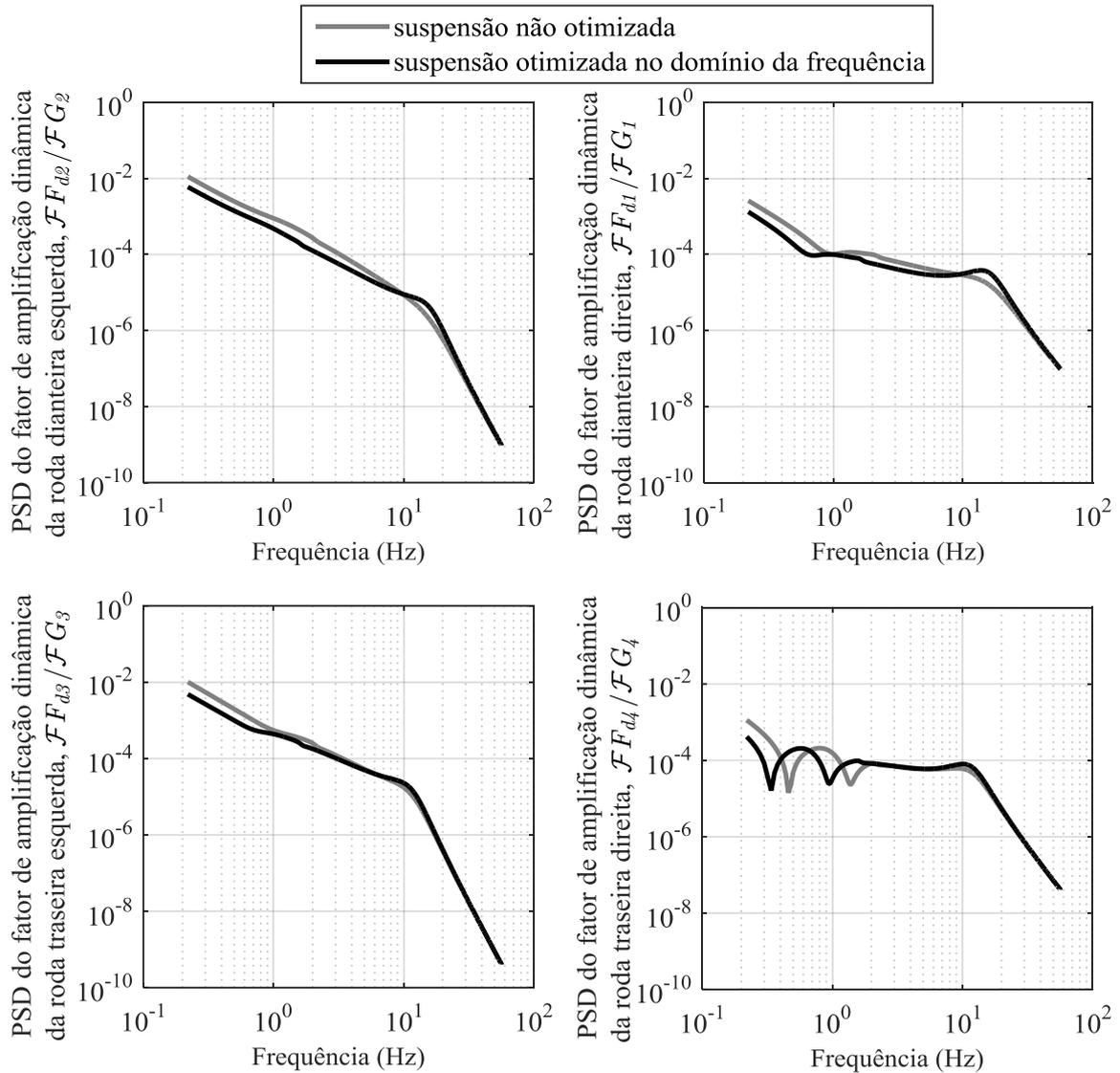


Figura 5.28 – PSDs dos fatores adimensionais de amplificação dinâmica das rodas dianteira direita,  $\mathcal{F}F_{d1}/\mathcal{F}G_1$ , dianteira esquerda,  $\mathcal{F}F_{d2}/\mathcal{F}G_2$ , traseira esquerda,  $\mathcal{F}F_{d3}/\mathcal{F}G_3$ , e traseira direita,  $\mathcal{F}F_{d4}/\mathcal{F}G_4$ , associadas à função objetivo  $F_{F2}$  do problema de otimização no domínio do tempo e calculadas utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$

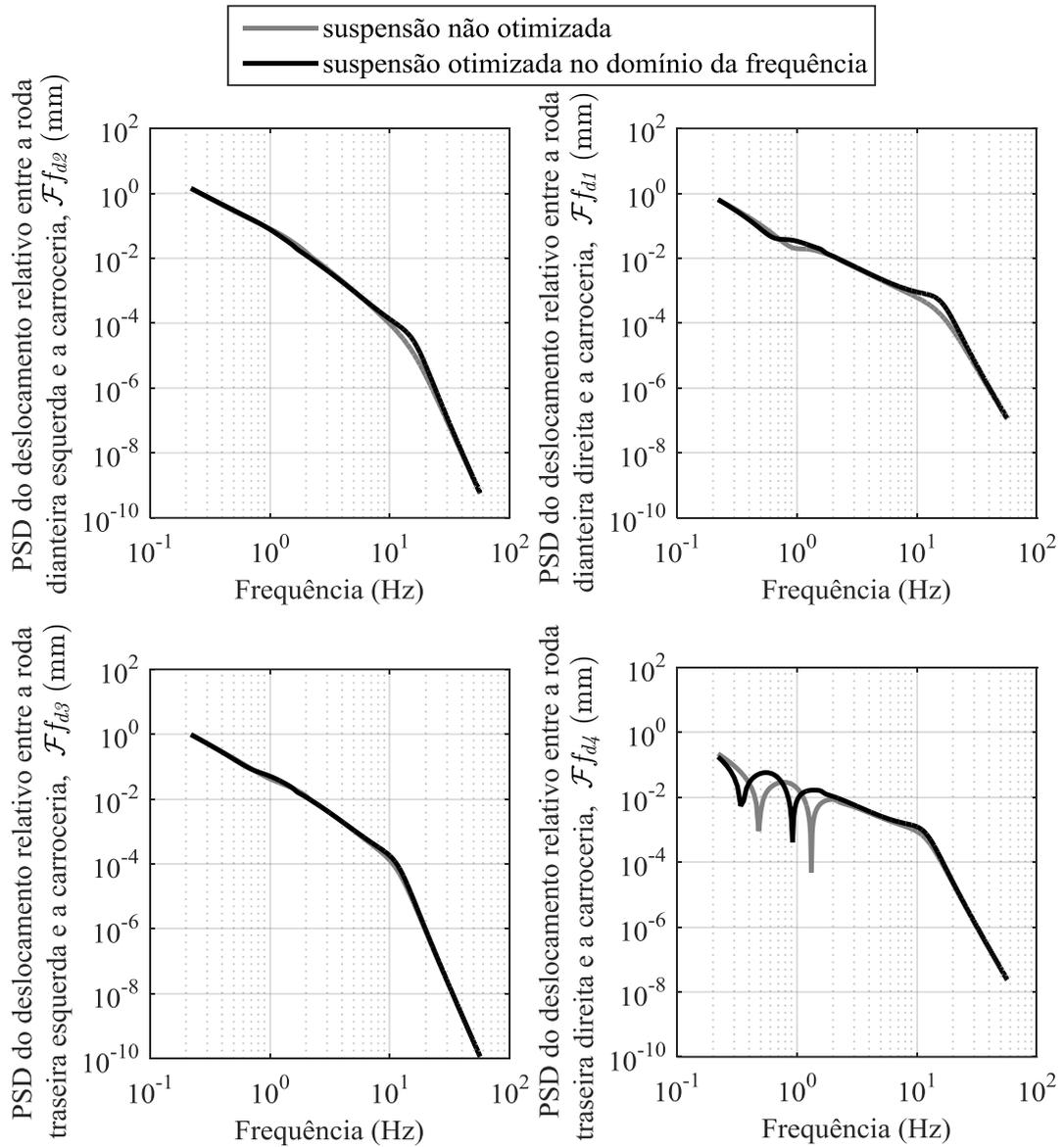


Figura 5.29 – PSDs dos deslocamentos relativos entre a carroceria e as rodas dianteira direita,  $\mathcal{F}f_{d1}$ , dianteira esquerda,  $\mathcal{F}f_{d2}$ , traseira esquerda,  $\mathcal{F}f_{d3}$ , e traseira direita,  $\mathcal{F}f_{d4}$ , associadas à função objetivo  $F_{F3}$  do problema de otimização no domínio do tempo e calculada utilizando os parâmetros dos vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$

Tabela 5.19 – Valores dos componentes do vetor de funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência proposto,  $\vec{F}_F(\vec{x}_R)$  e  $\vec{F}_F(\vec{x}_{FP})$ , obtidos utilizando, respectivamente, os vetores de projeto de referência,  $\vec{x}_R$ , e ponderado,  $\vec{x}_{FP}$

	$\vec{F}_F(\vec{x}_R)$		$\vec{F}_F(\vec{x}_{FP})$	Diferença entre $\vec{F}_F(\vec{x}_R)$ e $\vec{F}_F(\vec{x}_{FP})$
$F_{F1}(\vec{x}_R)$ (m/s <sup>2</sup> )	0,2860	$F_{F1}(\vec{x}_{FP})$ (m/s <sup>2</sup> )	0,2049	-28,36%
$F_{F2}(\vec{x}_R)$	0,1728	$F_{F2}(\vec{x}_{FP})$	0,1462	-15,39%
$F_{F3}(\vec{x}_R)$ (mm)	35,02	$F_{F3}(\vec{x}_{FP})$ (mm)	35,14	0,34%

Ao se analisar conjuntamente a Tabela 5.19 e as Figuras 5.27 a 5.29 com vistas às modificações provocadas nos valores das funções objetivo do problema de otimização no domínio da frequência devidas à otimização da suspensão, percebe-se a ocorrência de uma grande redução na primeira,  $F_{F1}$ , e uma considerável redução na segunda,  $F_{F2}$ , com uma virtual manutenção da terceira função objetivo,  $F_{F3}$ . Constata-se, ainda, que a primeira função objetivo, pertinente ao valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do modelo de veículo, diminuiu de 0,2860 para 0,2049 m/s<sup>2</sup> com a otimização da suspensão, uma notável redução que corresponde a 28,36%. Essa alteração se deve principalmente à redução da PSD de aceleração vertical do assento, que ocorre na faixa acima de 2 Hz, aproximadamente, assim como à diminuição de seu pico global, que passa a ocorrer na frequência natural relativa ao quarto modo de vibração do modelo com suspensão otimizada, ou seja, 1,6836 Hz. A segunda função objetivo, que corresponde ao valor RMS da média dos fatores de amplificação dinâmica das rodas do modelo, passou de 0,1728 para 0,1462, o que representa uma redução de 15,39%. Tal redução ocorreu devido a uma ligeira diminuição, no intervalo de frequências abaixo de 2 Hz, dos valores das PSDs dos fatores de amplificação dinâmica de cada uma das rodas do modelo. Por fim, percebe-se que o valor da terceira função objetivo, representativa do máximo deslocamento relativo entre a carroceria e as rodas do modelo, permaneceu praticamente inalterado com a otimização da suspensão no domínio da frequência, reduzindo de 35,02 para 35,14 mm (0,34%). Essa virtual manutenção do valor da terceira função objetivo ocorreu mesmo com o visível aumento nos valores das PSDs dos deslocamentos relativos entre as rodas direitas e a carroceria do modelo, ocorrida no intervalo entre 0,4 e 2 Hz, aproximadamente.

Ante o exposto anteriormente pode-se afirmar que, de uma maneira satisfatoriamente semelhante à otimização no domínio do tempo, a otimização da suspensão do modelo de veículo no domínio da frequência foi bem sucedida, concluindo a etapa de apresentação e discussão dos resultados do presente estudo. O término dessa etapa encerra o quinto capítulo do presente trabalho, finalizando os desenvolvimentos prévios à apresentação das conclusões.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo expõe, como conclusões, aspectos gerais que puderam ser verificados através da análise dos resultados obtidos. As considerações específicas de cada resultado foram abordadas no capítulo anterior.

### 6.1 Conclusões

Nesta dissertação, foi realizado o desenvolvimento de duas rotinas numérico-computacionais para a otimização multiobjetivo do sistema de suspensão passiva de um modelo de veículo completo. A elaboração dessas rotinas, baseadas no algoritmo meta-heurístico NSGA-II desenvolvido por Deb e Pratap, 2002, foi considerada satisfatória.

Através das validações das rotinas de análise dinâmica desenvolvidas, verificou-se a convergência das análises nos domínios do tempo e da frequência na produção de resultados. A rotina de análise dinâmica no domínio da frequência se revelou menos custosa computacionalmente quando comparada à rotina de análise dinâmica no domínio do tempo. Entretanto, cabe salientar que a metodologia utilizada na rotina de análise dinâmica no domínio da frequência, apesar de propiciar uma execução da análise em um menor tempo computacional, inviabiliza estudos nos quais haja presença de não linearidades ou vibrações auto induzidas. Nesses estudos, deve-se utilizar a rotina de análise dinâmica no domínio do tempo.

Os resultados obtidos demonstram que as diferentes rotinas de otimização multiobjetivo desenvolvidas são capazes de gerar fronteiras ótimas de Pareto semelhantes, apesar das distintas metodologias de análise dinâmica utilizadas em suas implementações. Essas fronteiras se mostraram excelentes ferramentas de apoio ao projetista na escolha dos parâmetros que melhor ajustam o sistema de suspensão passiva para produzir o comportamento dinâmico desejado nos veículos.

Finalmente, ratifica-se que a comparação entre os resultados das análises dinâmicas do modelo de veículo com sistemas de suspensão otimizado e não otimizado permitiu uma diminuição de até 28% do valor RMS ponderado da aceleração vertical do assento do motorista, parâmetro diretamente relacionado ao conforto do veículo, mantendo ou aprimorando o compromisso com a segurança do mesmo. Tal afirmação evidencia a eficácia na obtenção dos resultados através das rotinas de otimização multiobjetivo desenvolvidas.

## 6.2 Perspectivas

A convergência das análises dinâmicas nos domínios do tempo e da frequência na produção de resultados viabilizou a elaboração das rotinas de otimização multiobjetivo que utilizam diferentes metodologias para tais análises, possibilitando, em futuros estudos, a escolha por aquela que melhor se adequa à investigação a ser conduzida.

Há diversas maneiras de aprimorar a modelagem do modelo de veículo utilizado no presente estudo. Novas considerações podem ser adicionadas ao modelo, como a introdução de não-linearidades de atrito entre componentes, de sistemas biodinâmicos representativos do corpo humano, de controle ativo ou semi-ativo da suspensão, de uma modelagem mais precisa dos pneus, entre outros.

Estudos considerando novas funções objetivo para o problema de otimização podem ser realizados, independentemente de uma nova modelagem do modelo de veículo. Ademais, é possível efetuar estudos comparativos do desempenho de diferentes variações de algoritmos de otimização. Por fim, é válido ressaltar a possibilidade de se conduzir estudos que investigam a interação veículo-estrutura, um tema de grande relevância no campo da análise estrutural.

*Partes do conteúdo desta Dissertação ou trabalhos do mesmo tema já foram publicadas em:*

Fossati, G. G., Miguel, L. F. F., **Multi-Objective Optimization of a Vehicle's Dynamic Response to Excitations Caused by a Road Profile through a Meta-Heuristic Algorithm**. XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2016), 2016. Brasília, Brasil.

Fossati, G. G., Miguel, L. F. F., **Determinação da Resposta Dinâmica de um Veículo a Diferentes Perfis de Pistas**. XXXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, 2016. Assunção, Paraguai.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbas, W.; Emam, A.; Badran, S.; Shebl, M.; Abouelatta, O.; **“Optimal Seat and Suspension Design for a Half-Car with Driver Model Using Genetic Algorithm”**, Intelligent Control and Automation, v. 4, p. 199 – 205, 2013.

Alkhatib, R.; Jazar, G. N.; Golnaraghi, M. F.; **“Optimal Design of Passive Linear Suspension Using Genetic Algorithm”**, Journal of Sound and Vibration, v. 275, p. 665-691, 2004.

Ávila, S. L.; **“Otimização Multiobjetivo e Análise de Sensibilidade para Concepção de Dispositivos”**, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

Badran, S.; Salah, A.; Abbas, W.; Abouelatta, O.; **“Design of Optimal Linear Suspension for Quarter Car with Human Model Using Genetic Algorithms”**, The Research Bulletin of Jordan Associated Colleges of the Midwest, v. II (II), p. 42 – 51, 2012.

Bathe, K. J.; **“Finite Element Procedures”**, Prentice Hall, New Jersey, 1996.

Barbosa, R. S.; **“Vehicle Vibration Response Subjected to Longwave Measured Pavement Irregularity”**, Journal of Mechanical Engineering and Automation, v. 2, p. 17-24, 2012.

Bendat, J. S.; Piersol, A. G.; **“Random Data: Analysis and Measurement Procedures”**, John Wiley & Sons, New York, 1971.

Bianchi, L.; Dorigo, M.; Gambardella, L. M.; Gutjahr, W. J.; **“A Survey on Metaheuristics for Stochastic Combinatorial Optimization”**, Natural Computing, v. 8, p. 239-287, 2009.

Blum, C.; Roli, A.; **“Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison”**, ACM Computing Surveys, v. 35 (3), p. 268-308, 2003.

Chi, Z.; He, Y.; Naterer, G.; **“Design Optimization of a Vehicle Suspensions with a Quarter-Vehicle Model”**, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, v. 32 (2), 2008.

Ciapparini, J.V.; **“Avaliação de Fadiga de uma Carroceria de Ônibus Submetida a Diferentes Perfis de Pista”**, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Deb, K., Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T.; **“A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II”**, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v. 6, No. 2, 2002.

Dias, A. H. F.; **“Algoritmos Genéticos Aplicados a Problemas com Múltiplos Objetivos”**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – UFMG, Belo Horizonte, 2000.

Ding, L.; Hao, H.; Zhu, X.; “**Evaluation of Dynamic Vehicle Axle Loads on Bridges With Different Surface Conditions**”, Journal of Sound and Vibration, v. 323, p. 826 – 848, 2009.

Dodds, C. J.; Robson, J. D.; “**The description of Road Surface Roughness**”, Journal of Sound and Vibration, v. 31(2), p. 175 – 183, 1973.

Dorigo, M.; Maniezzo, V.; Colorni, A.; “**Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents**”, Transactions on Systems, Man and Cybernetics, part B, 26(1): 29-41, 1996.

Drehmer, L. R. C.; “**Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular**”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Drehmer, L. R. C.; Casas, W. J. P.; Gomes, H. M.; “**Parameters optimisation of a vehicle suspension system using a particle swarm optimisation algorithm**”, Vehicle System Dynamics, v. 53, p. 449-474, 2015 (a).

Drehmer, L. R. C.; Casas, W. J. P.; Gomes, H. M.; Savi, E. D.; Silva, A. V. B.; “**Optimization of Parameters for a Full Car with a Driver’s Biodynamic Model**”, Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2015), 2015 (b).

Drehmer, L. R. C.; Casas, W. J. P.; Gomes, H. M.; “**Otimização Multiobjetivo de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular em Dinâmica Vertical**”, Mecânica Computacional. Santa Fé: Asociación Argentina de Mecánica Computacional, v. XXXIV, p. 2729-2754, 2016.

Eberhart, R.; Kennedy, J.; “**A New Optimizer Using Particle Swarm Theory**”, Proceedings of the International Symposium on Micro Machine and Human Science (MHS’95), p. 39-43, IEEE Press, Piscataway, 1995.

Flores, C. R.; “**Comparação de Metodologias de Avaliação da Exposição Ocupacional a Vibrações de Corpo Inteiro em Motoristas de Ônibus Através de Simulação Numérica**”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

Gadhvi, B.; Savsani, V.; Patel, V.; “**Multi-Objective Optimization of Vehicle Passive Suspension System using NSGA-II, SPEA2 and PESA-II**”, Procedia Technology, v. 23, p. 361 – 368, 2016.

Geem, Z. W.; Kim, J. H.; Loganathan, G. V.; “**A New Heuristic Optimization: Harmony Search**”, Simulation, v. 76, p. 60-68, 2001.

Gillespie, T. D.; “**Fundamentals of Vehicle Dynamics**”, Society of Automotive Engineers, Warrendale, 1992.

Gobbi, M.; Mastinu, G.; “**Analytical Description and Optimization of the Dynamic Behaviour of Passively Suspended Road Vehicles**”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 245 (3), p. 457 – 481, 2001.

Goldberg, D. E.; “**Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**”, Addison-Wesley, Reading, 1989.

Gomes, H. M.; “**A Swarm Optimization Algorithm for Optimum Vehicle Suspension Design**”; *Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2009)*, 2009.

Guclu, R.; “**Fuzzy Logic Control of Seat Vibrations of a Non-Linear Full Vehicle Model**”, *Nonlinear Dynamics*, v. 40, p. 21 – 34, 2005.

Gündogdu, Ö.; “**Optimal Seat and Suspension Design for a Quarter Car with Driver Model Using Genetic Algorithms**”; *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 37, p. 327 – 332; 2007.

Griffin, M. J.; “**Handbook of Human Vibration**”, Elsevier Academic Press, London, 1990.

Holland, J. H.; “**Adaptation in Natural and Artificial Systems**”, The University of Michigan Press, Ann Harbor, 1975.

Honda, H.; Kajikawa, Y.; Kobori, T.; “**Spectra of Road Surface Roughness on Bridges**”, *Journal of the Structural Division, ASCE* 108 (ST9): 1956 –66, 1982.

International Organization for Standardization ISO 2631-1, “**Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration**”, Switzerland, 1997.

International Organization for Standardization ISO 8608, “**Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data**”, Switzerland, 1995.

Jazar, R.; “**Vehicle Dynamics: Theory and Applications**”, Springer, New York, 2008.

Linden, R.; “**Algoritmos Genéticos: Uma Importante Ferramenta da Inteligência Computacional**”, Brasport, Rio de Janeiro, 2008.

Meng, R.; Xie, N. G.; Wang, L.; “**Multiobjective Game Method Based on Self-Adaptive Space Division of Design Variables and its Application to Vehicle Suspension**”, *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, Article ID 479272, 2014.

Mitchell, M.; “**An Introduction to Genetic Algorithms**”, The Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, 1999.

Morsch, I. B.; “**Análise Estrutural de Veículos Comerciais Tipo Ônibus**”, Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

Nagarkar, M. P.; Gahininath, J.; Vikhe, P.; Rahul, N.; Zaware, P.; **“Optimization of nonlinear quarter car suspension seat-driver model”**, Journal of Advanced Research, 2016 [Epub ahead of print].

Nariman-Zadeh, N.; Salehpour, M.; Jamali, A.; Haghgoo, E.; **“Pareto Optimization of a Five-Degree of Freedom Vehicle Vibration Model Using a Multi-Objective Uniform-Diversity Genetic Algorithm (MUGA)”**, Engineering Applications of Artificial Intelligence, v. 23, p. 543 – 551, 2010.

Nardello, A.; **“Caracterização de Perfis de Pista pela Densidade Espectral de Potência”**, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

Newland, D. E.; **“An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis”**. Longman, New York, 1993.

Newmark, N. M.; **“A Method of Computation for Structural Dynamics”**, ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, v. 85, No. EM3, 1959.

Ngwangwa, H. M.; Heyns, P. S.; Labuschagne, F. J.; Kululanga, G. K.; **“Reconstruction of road defects and road roughness classification using vehicle responses with artificial neural networks simulation.”**, Journal of Terramechanics 47, p. 97-111, 2010.

Pereira, L. V.; **“Análise Dinâmica e Otimização do Controle de Vibrações pelo Algoritmo do Regulador Quadrático Linear em um Modelo Veicular Completo sob a Ação de Perfis de Pista”**; Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

Rao, S. S.; **“Mechanical Vibrations”**, Prentice Hall, 5<sup>a</sup> ed, 1995.

Reza-Kashyzadeh, K.; Ostad-Ahmad-Ghorabi, M. J.; Arghavan, A.; **“Investigating the Effect of Road Roughness on Automotive Component”**, Engineering Failure Analysis, 41: 96-107, 2014.

Sayers, M. W.; **“Dynamic Terrain Inputs to Predict Structural Integrity of ground Vehicles”**, The University of Michigan Transportation Research Institute, Michigan, 1998. Disponível em: <<http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/769/77008.0001.001.pdf?sequence=2&isAllowed=y>>. Acesso em: 14/09/2016.

Sekulic, D; Dedovic, V.; Rusov, S.; Salinic, S.; Obradovic, A.; **“Analysis of Vibration Effects on the Comfort of Intercity Bus Users by Oscillatory Model with Ten Degrees of Freedom”**, Applied Mathematical Modelling, v. 37, p. 8629 – 8644, 2013.

Süli, E., Mayers, D.; **“An Introduction to Numerical Analysis”**, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

Shinozuka, M.; Jan, C.M.; **“Digital Simulation of Random Process and its Applications”**, Journal of Sound and Vibration, 25:111-8, 1972.

Shirahatt, A.; Prasad, P. S. S.; Panzade, P.; Kulkarni, M. M.; **“Optimal Design of Passenger Car Suspension for Ride and Road Holding”**, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v. XXX (1), p. 66 – 76, 2008.

Shirahatt, A.; **“Analysis and Simulation of Active Suspension System for Full Vehicle Model Subjected to Random Road Profile”**, International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology, v. 4 (1), p. 18489 – 18502, 2015.

Shojaeefard, M.H.; Khalkhali, A.; Erfani, P.S.; **“Multiobjective suspension optimization of a 5-DOF vehicle vibration model excited by random road profile”**, International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology, v. 7, n. 1, p. 1 – 7, 2014.

Song, C.; Zhao, Y.; Wang, L.; Niu, L.; **“Multi-objective optimization design of passive suspension parameters based on competition-cooperation game model”**, Australian Journal of Mechanical Engineering, v. 12, n. 1, p. 13 – 24, 2014.

Vose, M. D.; **“The Simple Genetic Algorithm: Foundations and Theory”**, The Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, 2004.

Wang, L.; Xie, N. G.; Song, C. Z.; Bao, J. H.; Cen, Y. W.; **“Multi-objective bionics design method of passive suspension parameters based on hybrid behavior game”**, Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 42, n. 3, p. 371 – 386, 2010.

Xie, N. G.; Meng, R.; Ye, Y.; Wang, L.; Cen, Y. W.; **“Multiobjective design method based on evolution game and its application for suspension”**, Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 47, n. 2, p. 207 – 220, 2013.

Yang, X. S.; **“Nature-inspired Metaheuristic Algorithms”**, Luniver Press, Bristol, 2008.

Yang, X. S.; Deb, S.; **“Engineering Optimization by Cuckoo Search”**, International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, v. 1(4), p. 330-343, 2010.