

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Proposição de um Modelo para Obter a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias
Considerando a Interação Veículo-Ponte

por

Ana Paula Pagnoncelli

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2017.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

Proposição de um Modelo para Obter a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias
Considerando a Interação Veículo-Ponte

por

Ana Paula Pagnoncelli

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Leticia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Leticia Fleck Fadel Miguel

Prof. Juan Pablo Raggio Quintas

Prof. Edson Hikaro Aseka

Porto Alegre, julho de 2017.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, dedico um agradecimento a meus pais, Adelar e Marisa, pelo grande apoio financeiro e emocional durante todo o meu período de graduação, sem os quais meu sonho de me tornar engenheira não seria realizável.

Agradeço também a meu namorado Lucas, o apoio durante alguns dos momentos mais difíceis e estressantes de minha vida acadêmica.

Agradeço a minha irmã, a meus avós e a todos os familiares que contribuíram de alguma forma para que eu chegasse ao final desta jornada.

Finalmente, dedico um agradecimento especial a minha orientadora, professora Letícia Fleck Fadel Miguel, por sua atenção, disponibilidade e dedicação durante a realização deste Trabalho de Conclusão de Curso.

PAGNONCELLI, A. P. Proposição de um Modelo para Obter a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias Considerando a Interação Veículo-Ponte. 2017. 20. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

RESUMO

Neste trabalho é proposto um modelo para determinar a resposta dinâmica de pontes rodoviárias, devido a cargas dinâmicas causadas por veículos trafegando sobre pavimento irregular. Para a realização deste trabalho foram desenvolvidas rotinas computacionais com o *software* Matlab®. Foi utilizando um modelo de ponte rodoviária biapoiada sem balanços de seção tipo caixão dividida em elementos de viga conforme o Método dos Elementos Finitos; os perfis de irregularidade da pista foram obtidos de acordo com a norma ISO 8608; foram utilizados três modelos simplificados de veículos, um com um único eixo e uma massa, um com dois eixos e três massas e um com três eixos e quatro massas, todos trafegando a uma velocidade constante. Como resultados, através do Método de Newmark, se obteve o deslocamento, a velocidade e a aceleração para cada nó dos elementos de viga em função do tempo, causados pela passagem de cada um dos modelos de veículos sobre um pavimento de qualidade razoável.

PALAVRAS-CHAVE: Resposta Dinâmica, Pontes Rodoviárias, Irregularidades de Pavimento, Interação Veículo-Pavimento, Método de Newmark.

PAGNONCELLI, A. P. Proposition of a Model to Obtain the Dynamic Response in Road Bridges Considering the Interaction Bridge-Vehicle. 2017. 20. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ABSTRACT

Proposition of a model to determine the dynamic response in road bridges, due to dynamic loads caused by vehicles traveling on rough pavement. To perform this work, computational routines developed with Matlab® software were used. It was used a model of simply supported highway box girder bridge without balances divided in beam elements according to the Finite Element Method; the pavement roughness profiles were obtained according to ISO 8608; three simplified models of vehicles were used, one with a single axle and one mass, one with two axles and three masses and one with three axles and four masses, all of them traveling at a constant speed. As results, through Newmark's Method, the displacement, velocity and acceleration, caused by the passage of each of the vehicle models on a pavement of reasonable quality were obtained for each node of the beam elements as a function of time.

KEYWORDS: Dynamic Response, Road Bridges, Pavement Roughness, Vehicle-Pavement Interaction, Newmark's Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – Sistema massa-mola-amortecedor.....	2
Figura 5.1 – Representação esquemática do Veículo I (a), Veículo II (b) e Veículo III (c).....	5
Figura 5.2 – Veículo II dividido em sistema primário (a) e secundário (b).....	8
Figura 5.3 – Seção da ponte rodoviária estudada.....	9
Figura 6.1 – Deslocamentos durante a travessia do veículo para a seção central (a) e para a seção a 10 m do segundo apoio (b) obtidos pelos autores.....	11
Figura 6.2 - Deslocamentos durante a travessia do veículo para a seção central (a) e para a seção a 10 m do segundo apoio (b) obtidos neste trabalho.....	11
Figura 6.3 – Deslocamentos médios máximos para a primeira metade do vão segundo os autores (a) e conforme obtido neste trabalho (b).....	12
Figura III.1 – Deflexão estática da ponte obtida através do Ansys considerando uma carga concentrada no centro – deslocamentos em m	18
Figura III.2 – Deflexão estática da ponte obtida através do Matlab considerando uma carga concentrada no centro.....	19
Figura IV.1 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo I sobre um perfil de irregularidades harmônico.....	19
Figura IV.2 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo II sobre um perfil de irregularidades harmônico.....	19
Figura IV.3 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo III sobre um perfil de irregularidades harmônico.....	20
Figura V.1 – Dois dos perfis de irregularidades presentes nas 50 amostras de qualidade C, Perfil 1 (a) e Perfil 2 (b).....	20

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Valores para a PSD de referência de acordo com a classe da estrada.....	6
Tabela 6.1 – Primeiras cinco frequências naturais analíticas e numéricas da ponte.....	10
Tabela 6.2 – Estatísticas para os dois perfis de irregularidades apresentados por Almeida, 2006.....	10
Tabela 6.3 – Média e desvio padrão das estatísticas de 50 amostras de perfis de irregularidade.....	11
Tabela 6.4 – Estatísticas das amostras de perfis utilizados.....	13
Tabela 6.5 – Estatísticas para as respostas dinâmicas da seção central da ponte.....	13
Tabela 6.6 – Comparativo entre os deslocamentos segundo a NBR 7187, 2003, e os obtidos neste estudo.....	14
Tabela A.1 – Valores para o grau de irregularidade $\Phi(\omega_0)$ segundo o modelo de Braun, 1966.....	16
Tabela B.1 – Parâmetros utilizados para a validação do trabalho segundo Inbanathan e Wieland, 1987.....	16
Tabela II.1 Parâmetros utilizados neste trabalho.....	17
Tabela V.1 – Estatísticas para o Perfil 1 e o Perfil 2.....	20

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	2
4.1. Princípio de D'Alembert	2
4.2. Método dos Elementos Finitos.....	3
4.3. Amortecimento de Rayleigh.....	3
4.4. Frequências Naturais Analíticas	4
4.5. Método de Newmark.....	4
5. METODOLOGIA.....	5
5.1. Modelos Matemáticos dos Veículos.....	5
5.2. Irregularidades do Pavimento	6
5.3. Matrizes Globais de Massa, Rigidez e Amortecimento da Ponte	6
5.4. Matrizes Globais do Sistema Veículo-Ponte	7
5.5. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes	8
5.6. Seleção dos Parâmetros do Sistema Veículo-Ponte.....	8
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	9
6.1. Validação das Matrizes Globais de Massa e Rigidez da Ponte.....	9
6.2. Validação do Algoritmo de Obtenção dos Perfis de Irregularidades.....	10
6.3. Validação do Modelo de Movimentação do Veículo sobre a Ponte.....	11
6.4. Validação dos Vetores de Forças e de Cargas Nodais Equivalentes	12
6.5. Estatísticas dos Perfis de Irregularidades Utilizados.....	13
6.6. Estatísticas das Respostas Dinâmicas para o Nó Central da Ponte	13
7. CONCLUSÕES	14
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15
Anexo A	16
Anexo B	16
Apêndice I	16
Apêndice II	17
Apêndice III	18
Apêndice IV.....	19
Apêndice V.....	20

1. INTRODUÇÃO

Conforme o trabalho de Ibanathan e Wieland, 1987, a determinação da resposta dinâmica de pontes rodoviárias sujeitas à passagem de veículos é uma questão de grande interesse de engenheiros e projetistas. Os picos de tensão sofridos pela estrutura da ponte devido às cargas dinâmicas causadas pela interação do veículo com as irregularidades do pavimento podem ser maiores que os produzidos pela aplicação da carga estática do veículo. Além disso, é necessário observar que as vibrações causadas na ponte não sejam excessivas, de modo a minimizar efeitos de fadiga, evitando riscos à população.

Segundo a norma brasileira para projetos de pontes e viadutos, NBR 7187, 2003, durante o projeto de obras rodoviárias e ferroviárias, a consideração do efeito dinâmico das cargas móveis pode ser feita assimilando-se as cargas móveis às cargas estáticas, através de sua multiplicação por um coeficiente de impacto, que leva em conta somente o comprimento do vão da ponte. Como este coeficiente não leva em consideração as propriedades dinâmicas da estrutura nem do carregamento causado pela movimentação dos veículos, pode-se esperar que os deslocamentos causados na estrutura calculados através deste método não sejam tão próximos da realidade como se poderia desejar.

Possivelmente, como observado no trabalho de Almeida, 2006, tal expectativa é reforçada pela existência de pontes e viadutos que sofrem níveis de vibração muito elevados em suas condições normais de utilização, podendo apresentar sinais precoces de deterioração, resultados da baixa adequação dos critérios de projeto à realidade.

2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é propor um modelo para determinar a resposta dinâmica em pontes rodoviárias causada por veículos trafegando sobre pavimento irregular, levando em consideração a interação entre ponte e veículo. O modelo é baseado no que foi proposto por Almeida, 2006, utiliza-se modelos de veículos propostos por ele e um dos modelos de ponte rodoviária (o de viga biapoiada sem balanços), empregando-se o método dos elementos finitos.

Neste trabalho, foi utilizada a norma ISO 8608 (1995) para a obtenção do perfil de irregularidade do pavimento da ponte; as equações de movimento são numericamente resolvidas pelo uso do Método de Newmark (1959); e todas as rotinas numérico-computacionais foram elaboradas no *software* Matlab.

Ao final deste trabalho, são obtidas as respostas dinâmicas da ponte rodoviária para cada um dos três modelos de veículos pesados (45 t) trafegando a uma velocidade constante, sobre um pavimento que se considera padrão no Brasil (qualidade C, segundo a norma ISO 8608).

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A primeira análise do problema de vibrações em pontes e viadutos foi introduzida por Willis, 1849, que, motivado pela utilização de veículos mais rápidos e pesados, deduziu uma equação de movimento baseada em um modelo constituído de uma massa atravessando uma viga simplesmente apoiada flexível e de massa desprezível a uma velocidade constante.

Hillerborg, 1951, realiza uma análise na qual os efeitos de uma massa suspensa em uma mola são considerados. Em seu estudo, admite que a deflexão dinâmica da viga simplesmente apoiada, em qualquer instante, é proporcional à deflexão estática instantânea devido à carga móvel.

O trabalho de Wen, 1960, dá continuidade ao que foi feito por Hillerborg, 1951, e utiliza um modelo de veículo contendo uma massa suspensa em dois eixos, sendo possível considerar o efeito da rotação da massa suspensa, e do espaçamento entre eixos do veículo.

Timoshenko, 1964, estuda o problema de uma carga pulsativa com velocidade constante, levando em consideração a massa da viga, as características dinâmicas do veículo e os efeitos produzidos por rodas desbalanceadas de locomotivas.

No trabalho de Huang e Valetsos, 1970, analisa-se a resposta dinâmica em vigas contínuas discretizadas com massas concentradas. O modelo de veículo utilizado é composto por um sistema massa-mola-amortecedor, simulando a massa e a suspensão do mesmo.

Inbanathan e Wieland, 1987, analisam a resposta dinâmica de uma ponte em forma de viga biapoiada devido à travessia de um veículo. Durante a análise, são considerados os efeitos da movimentação da massa do veículo e de uma força dinâmica não-determinística, que simula a interação com o pavimento irregular.

Ferreira, 1991, propõe um modelo de veículo constituído por um sistema de massas molas e amortecedores, composto por duas massas e um eixo único. O modelo considera apenas os movimentos verticais das massas, as rotações no plano são desprezadas. Seu trabalho analisa os efeitos causados pela ação das cargas móveis nas pontes rodoviárias, levando em conta a movimentação do veículo e sua interação com as irregularidades da pista.

Liu, Huang e Wang, 2002, estudam a influência das irregularidades do pavimento da ponte no tráfego de veículos pesados. Neste trabalho, quatro comprimentos de vão são utilizados em estruturas de concreto protendido sob a ação de quatro tipos de veículos em modelagem tridimensional. A superfície irregular é produzida através de um processo randômico ao longo da seção transversal do pavimento.

O trabalho de Almeida, 2006, analisa a resposta dinâmica em pontes rodoviárias devido à travessia de comboios de diferentes modelos de veículos. São utilizados dois tipos de ponte de seção caixão em concreto armado, com e sem balanços, ambas modeladas por uma viga dividida em elementos finitos de barra unidimensionais, com massas concentradas em seus nós e flexibilidade distribuída, possuindo como graus de liberdade (GDL's) a cada nó a rotação no plano e a translação vertical. As irregularidades da pista são definidas segundo o modelo não determinístico proposto por Braun, 1966, e o carregamento sobre a estrutura é constituído por uma sucessão infinita de veículos, igualmente espaçados entre si e a uma velocidade constante.

Gong e Cheung, 2008, realizam simulações computacionais levando em consideração as interações entre veículos e pontes longas. Para tal, foi utilizado o método dos elementos finitos em um sistema tridimensional, o modelo de veículo utilizado possui três eixos e seis rodas e conta com cinco GDL's independentes. Foram considerados dois modelos de pontes e foram variados parâmetros como: velocidade do veículo, número de vias, amortecimento do veículo e razão de massa entre o veículo e a ponte.

No trabalho de Lombaert e Conte, 2012, é apresentado um método no domínio da frequência onde o problema de interação veículo-ponte é resolvido levando-se em consideração um ponto de referência que se move com o veículo. O método apresenta resultados considerados próximos à realidade quando utilizado um modelo de vigas Euler-Bernoulli simplesmente apoiadas para a ponte. O procedimento é validado por meio de resultados de simulação para o caso onde a passagem de um veículo pesado numa ponte rodoviária é considerada.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1. Princípio de D'Alembert

Conforme Groehs, 2005, o Princípio de D'Alembert atesta que, alterando-se o sistema de referência, um problema dinâmico, ao qual é aplicável a segunda Lei de Newton, pode ser convertido para um problema estático. Este princípio é aplicável a sistemas massa-mola-amortecedor, como mostrado a seguir:

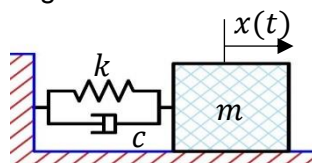


Figura 4.1 – Sistema massa-mola-amortecedor.

onde $x(t)$ representa o deslocamento da massa no instante de tempo t , e as propriedades m , k e c representam, respectivamente, a massa do bloco, a constante de rigidez da mola e a constante de amortecimento do amortecedor. Além disso, admite-se que a mola e o amortecedor possuem massa desprezível; o atrito com a superfície é nulo, fazendo com que o único elemento de dissipação do sistema seja o amortecedor; e as forças exercidas pela mola e pelo amortecedor são proporcionais, respectivamente, ao deslocamento e à velocidade da massa.

Através do Princípio de D'Alembert, se obtém a equação seguinte:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (4.1)$$

Esta equação também pode ser escrita também sob forma matricial:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (4.2)$$

4.2. Método dos Elementos Finitos

Segundo Fung e Tong, 2001, o Método dos Elementos Finitos é uma das ferramentas mais poderosas para resolver problemas lineares e não lineares. O método aproxima variáveis de campo, em termos de parâmetros desconhecidos, em sub-regiões chamadas elementos e chegam a uma solução aproximada para todo o domínio mediante a relação entre as incógnitas.

Esse método tem por finalidade proporcionar soluções numéricas para problemas de engenharia cuja solução analítica é muito trabalhosa ou impossível. O presente trabalho utiliza elementos de viga com dois GDL's por nó: translação vertical e rotação no plano. Para este tipo de sistema, são obtidas as seguintes matrizes de massa e de rigidez locais, segundo o Método dos Elementos Finitos, respectivamente:

$$M_l = \begin{bmatrix} \frac{13\rho l A}{35} & \frac{11\rho l^2 A}{210} & \frac{9\rho l A}{70} & -\frac{13\rho l^2 A}{420} \\ \frac{11\rho l^2 A}{210} & \frac{\rho l^3 A}{105} & \frac{13\rho l^2 A}{420} & -\frac{\rho l^3 A}{140} \\ \frac{9\rho l A}{70} & \frac{13\rho l^2 A}{420} & \frac{13\rho l A}{35} & -\frac{11\rho l^2 A}{210} \\ -\frac{13\rho l^2 A}{420} & -\frac{\rho l^3 A}{105} & -\frac{11\rho l^2 A}{210} & \frac{\rho l^3 A}{105} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$K_l = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

onde ρ é a massa específica do material do qual é feita a estrutura; E é o módulo de elasticidade do material; A é a área da seção transversal da estrutura; I é o momento de inércia de área da seção transversal; e l é o comprimento do elemento.

Para a obtenção das matrizes globais de massa e de rigidez, as respectivas matrizes locais dos elementos são assembladas, de modo a obter duas matrizes simétricas de tamanho $2(N_{el} + 1)$, sendo N_{el} o número de elementos em que foi dividida a ponte.

4.3. Amortecimento de Rayleigh

Segundo Groehs, 2005, o amortecimento viscoso de Rayleigh consiste em obter a matriz de amortecimento de um sistema de modo que a mesma se relacione com as matrizes de massa e rigidez conforme a seguinte equação:

$$C = a_0 M + a_1 K \quad (4.5)$$

onde C é a matriz de amortecimento, M a de massa, K a de rigidez e a_0 e a_1 são coeficientes de proporcionalidade, sendo o primeiro relacionado às perdas por atrito das componentes inerciais e o segundo ao amortecimento interno e histerese do material.

Em seu trabalho, Almeida, 2006, considera $a_0 = 0$ e a_1 como segue:

$$a_1 = \frac{2\xi_P}{\omega_{1P}} \quad (4.6)$$

onde ω_{1P} é a frequência fundamental da ponte em rad/s , e ξ_P é a razão de amortecimento da ponte.

4.4. Frequências Naturais Analíticas

Segundo Harris e Crede, 1961, é possível calcular as frequências naturais de uma viga simplesmente apoiada através da equação:

$$\omega_{nP} = \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4.7)$$

sendo L o comprimento total, em m , A a área da seção transversal, em m^2 , I o momento de inércia de área da seção transversal, em m^4 , E o módulo de elasticidade do material, em Pa , ρ a massa específica do material, em kg/m^3 , e n o número da frequência natural a ser calculada (para se obter a frequência fundamental adota-se $n = 1$).

4.5. Método de Newmark

O método proposto por Newmark, 1959, é um método implícito de integração numérica do tipo passo a passo, ou seja, considera a condição de equilíbrio no próprio instante $(t + \Delta t)$. As expressões que representam a variação do deslocamento, velocidade e aceleração no instante $t + \Delta t$ são:

$$\vec{x}(t_{i+1}) = (a_0 M + a_5 C + K)^{-1} \{F(t_{i+1}) + M[a_0 \vec{x}(t_i) + a_1 \dot{\vec{x}}(t_i) + a_2 \ddot{\vec{x}}(t_i)] + C[a_5 \vec{x}(t_i) + a_6 \dot{\vec{x}}(t_i) + a_7 \ddot{\vec{x}}(t_i)]\} \quad (4.8)$$

$$\dot{\vec{x}}(t_{i+1}) = a_5 [\vec{x}(t_{i+1}) - \vec{x}(t_i)] - a_6 \dot{\vec{x}}(t_i) - a_7 \ddot{\vec{x}}(t_i) \quad (4.9)$$

$$\ddot{\vec{x}}(t_{i+1}) = a_0 [\vec{x}(t_{i+1}) - \vec{x}(t_i)] - a_1 \ddot{\vec{x}}(t_i) \quad (4.10)$$

onde $\vec{x}(t_i)$, $\dot{\vec{x}}(t_i)$ e $\ddot{\vec{x}}(t_i)$ representam, respectivamente, os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo t_i , $\vec{x}(t_{i+1})$, $\dot{\vec{x}}(t_{i+1})$ e $\ddot{\vec{x}}(t_{i+1})$ são, respectivamente, os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo $t_i + \Delta t$. As matrizes M , C e K compõem, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema. O vetor $F(t_{i+1})$ é composto pelas forças de excitação externas no instante de tempo $t_i + \Delta t$.

As constantes a_k consistem em parâmetros associados ao método de Newmark, dados pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; a_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t}; a_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1; a_3 = (1 - \delta) \Delta t; \\ a_4 &= \delta \Delta t; a_5 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; a_6 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; a_7 = \frac{\delta}{\alpha} - 2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Segundo Newmark, 1959, o método torna-se incondicionalmente estável na solução de problemas lineares ao se utilizar $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$. As condições iniciais dos vetores de deslocamentos e velocidades devem ser conhecidas para o primeiro passo de tempo. O vetor de acelerações iniciais, $\ddot{\vec{x}}(t_0)$, é dado pela equação:

$$\ddot{\vec{x}}(t_0) = M^{-1} [\vec{F}(t_0) - C \dot{\vec{x}}(t_0) - K \vec{x}(t_0)] \quad (4.12)$$

onde t_0 é o tempo inicial, $\ddot{\vec{x}}(t_0)$ é o vetor de acelerações iniciais $\dot{\vec{x}}(t_0)$ é o vetor de velocidades iniciais, $\vec{x}(t_0)$ é o vetor de deslocamentos iniciais e $\vec{F}(t_0)$ é o vetor de forças de excitação iniciais.

5. METODOLOGIA

Para construir o sistema veículo-ponte, foram realizadas cinco etapas: a dedução dos modelos matemáticos dos veículos escolhidos, baseados no trabalho de Almeida, 2006; o desenvolvimento de um algoritmo para a obtenção das irregularidades aleatórias da pista segundo a norma ISO 8608, 1995; a composição das matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento da ponte; a obtenção das matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento do sistema veículo-ponte, juntamente com um algoritmo que realiza as modificações das matrizes de rigidez e amortecimento deste sistema conforme o veículo avança sobre a ponte; e, finalmente, a composição do vetor das forças de excitação causadas pela movimentação do veículo e por sua interação com o pavimento irregular. Ao final, foram determinados os parâmetros a serem utilizados para os veículos e para a ponte.

5.1. Modelos Matemáticos dos Veículos

Os modelos de veículos escolhidos para este trabalho são baseados em alguns dos utilizados por Almeida, 2006, em seu estudo. A Figura 5.1 mostra os três modelos que farão parte deste trabalho, denominados Veículo I (com um eixo e uma massa, Figura 5.1(a)), Veículo II (com dois eixos e três massas, Figura 5.1(b)) e Veículo III (com três eixos e quatro massas, Figura 5.1(c)).

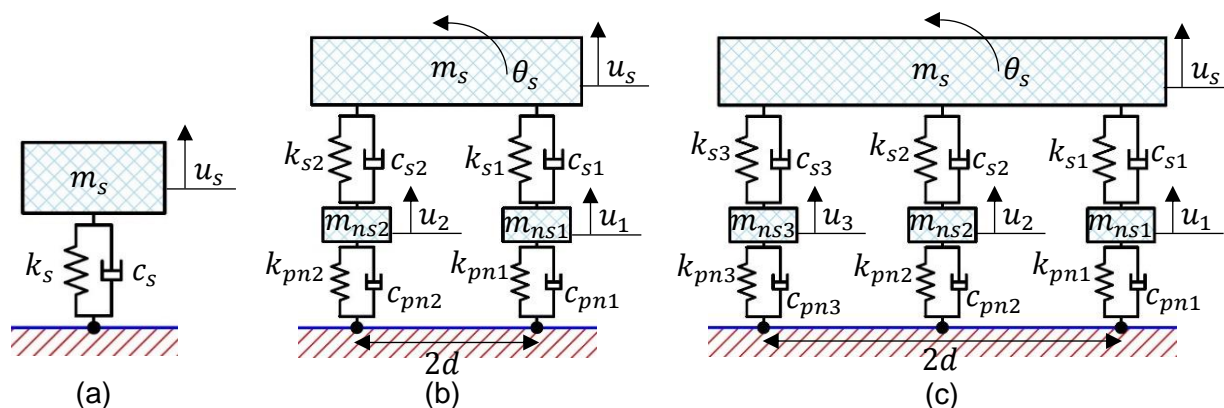


Figura 5.1 – Representação esquemática do Veículo I (a), Veículo II (b) e Veículo III (c).

Para a obtenção das equações de movimento de cada um dos três veículos foi utilizado o Princípio de D'Alembert. Em 5.1 é apresentada a equação do movimento para o Veículo I:

$$m_s \ddot{u}_s + c_s \dot{u}_s + k_s u_s = 0 \quad (5.1)$$

As equações para o Veículo II e o Veículo III são apresentadas sob a forma matricial no Apêndice I.1 e I.2, respectivamente. Sendo, para cada veículo, m_s e m_{nsi} correspondentes à massa suspensa e a cada uma das massas não-suspensas; k_{si} e k_{pni} representam as constantes de rigidez da suspensão e dos pneus referentes a cada uma das massas não-suspensas e c_{si} e c_{pni} correspondem às suas respectivas constantes de amortecimento; d é a distância dos eixos das extremidades ao centro do veículo; I_s representa o momento de inércia de massa da massa suspensa com relação eixo perpendicular ao plano passando por seu centro de gravidade; u_i , u_s , \dot{u}_i , \dot{u}_s , \ddot{u}_i e \ddot{u}_s são os deslocamentos, as velocidades e as acelerações para as translações verticais de cada massa não-suspensa e para a massa suspensa, todos considerados positivos quando com sentido para cima; θ_s , $\dot{\theta}_s$ e $\ddot{\theta}_s$ são o deslocamento, a velocidade e a aceleração angulares para rotação plano da massa suspensa, sendo positivos no sentido anti-horário.

5.2. Irregularidades do Pavimento

Para a modelagem do perfil de irregularidades não-determinísticas do pavimento, foi utilizada a norma ISO 8608, 1995, através da qual se pode representar diferentes perfis de pista, utilizando-se densidades espectrais de potência (PSD – *Power Spectral Density*), que correspondem ao grau de irregularidade da pista, seguindo a seguinte equação:

$$G_d(n) = G_d(n_0) * \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} \quad (5.2)$$

A norma ISO 8608, 1995, determina o seguinte: n_0 é a frequência espacial de referência, definida como sendo igual a 0,1 *ciclos/m*; n é a frequência espacial e deve variar entre 0,011 e 2,83 *ciclos/m*; w é o coeficiente que determina a inclinação da PSD, sendo igual a 2 quando considera-se que o veículo trafega com velocidade constante; $G_d(n_0)$ é a PSD de referência em m^3 , seguindo os valores da Tabela 5.1; e $G_d(n)$ é a PSD de deslocamento em função da frequência espacial, em m^3 .

Tabela 5.1 – Valores para a PSD de referência de acordo com a classe da estrada.

Classe de Estradas	Grau de Irregularidade		
	$G_d(n_0)$ [$10^{-6} m^3$]		
	Limite Inferior	Média Geométrica	Limite Superior
A	0	16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1024	2048
E	2048	4096	8192
F	8192	16384	32768
G	32768	65536	131072
H	131072	262144	∞

Fonte: adaptada da ISO 8608, 1995.

Neste trabalho, foi abordada a classe C, que apresenta um perfil de irregularidades entre bom e razoável, algo que se considera comum no Brasil.

Para se obter os sinais de deslocamento no domínio do tempo, aplica-se o método de Shinozuka e Jan, 1972, definido pela equação:

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2G_d(n_i)\Delta n_i} \cos(2\pi n_i x + \varphi_i) \quad (5.3)$$

onde $v_b(x)$ é o perfil de irregularidades da pista em m ; N é o número de intervalos da banda de frequências; φ_i é o ângulo aleatório de fase em rad , obtido a partir de uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo de 0 a 2π ; e Δn_i é o intervalo da variação da frequência em Hz .

5.3. Matrizes Globais de Massa, Rigidez e Amortecimento da Ponte

A matriz global de massa foi assemblada a partir da matriz de massa local de elementos de viga com dois GDL's (translação vertical e rotação no plano), conforme o Método dos Elementos Finitos. De maneira análoga, montou-se a matriz global de rigidez da ponte. Para ambos os casos, foi levado em consideração o tipo de restrição da ponte, que por ser do tipo biapojada sem balanços, apresenta restrição de translação vertical nos nós das extremidades.

Ambas as matrizes globais tiveram suas linhas e suas colunas permutadas com o objetivo de facilitar os cálculos, de modo a apresentarem as seguintes formas:

$$M_P = \begin{bmatrix} M_{yy} & M_{y\theta} \\ M_{\theta y} & M_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$K_P = \begin{bmatrix} K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

onde o índice P indica se tratar das matrizes globais da ponte, o índice y corresponde ao GDL de translação vertical e θ ao de rotação no plano.

A matriz global de amortecimento da ponte é obtida pelo amortecimento de Rayleigh e segundo os coeficientes adotados por Almeida, 2006, resultando na equação:

$$C_P = a_1 K_P \quad (5.6)$$

5.4. Matrizes Globais do Sistema Veículo-Ponte

Neste trabalho, assim como no de Almeida, 2006, o veículo e a ponte são considerados como um sistema único. Portanto, foi necessário obter as matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento do sistema veículo-ponte.

A matriz de massa do sistema é constituída pelas matrizes do veículo e da ponte da seguinte forma:

$$M_{VP} = \begin{bmatrix} M_V & 0 \\ 0 & M_P \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

A sub-matriz M_V representa a matriz de massa do veículo trafegando sobre a ponte. Para o caso do Veículo I, é obtida a seguinte matriz:

$$M_{VP} = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & M_P \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Para os outros veículos, a mesma matriz acima é montada de forma análoga.

A matriz de rigidez do sistema, ao contrário da matriz de massa, que se mantém constante durante todo o movimento, sofre alterações devido à movimentação do veículo sobre a ponte. A matriz correspondente ao instante inicial da travessia é representada como segue:

$$K_{VP} = \begin{bmatrix} K_V & 0 \\ 0 & K_P \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Esta composição corresponde ao veículo posicionado sobre o nó esquerdo da ponte no qual se encontra o primeiro apoio. A partir deste momento, a matriz sofre alterações conforme o veículo avança sobre a ponte, as alterações são demonstradas na matriz esquemática a seguir, representando o Veículo I:

$$K_{VP} = \begin{bmatrix} k_s & (-k_s) \rightarrow & 0 \\ (-k_s) & K_{yy} (+k_s) \searrow & 0 \\ \downarrow & & K_{y\theta} \\ 0 & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Para simular a movimentação do veículo, sua rigidez da suspensão é subtraída ou somada como indicado, conforme sua posição sobre a ponte. O acréscimo realizado na diagonal principal é feito somente nos coeficientes associados aos graus de liberdade translacionais dos nós da ponte. As posições e os valores dos acréscimos foram obtidos a partir do Princípio de D'Alembert.

No Apêndice I, equações I.3 e I.4, são mostradas matrizes esquemáticas para o Veículo II e para o Veículo III, respectivamente. Ambas foram feitas de maneira análoga, porém se deve levar em conta o fato de ambos possuírem mais de um eixo e, portanto, ser necessário levar em consideração a diferença de posicionamento de cada eixo sobre a ponte.

A matriz de amortecimento para os três sistemas veículo-ponte são montadas e sofrem alteração de forma análoga às de rigidez.

As matrizes de rigidez e amortecimento de cada um dos sistemas são modificadas como se os eixos dos veículos fossem posicionados sobre os nós da estrutura conforme avançam na ponte, isto é, para se realizar as modificações nas matrizes, considera-se que o eixo do veículo se encontra sobre o nó mais próximo de sua posição real na ponte.

5.5. Vetor de Cargas Nodais Equivalentes

O vetor de forças que agem sobre a ponte é representado por uma força concentrada na direção vertical, agindo sobre o ponto da ponte sobre o qual o veículo se encontra. Neste trabalho, esta força é composta pelo próprio peso do veículo se movimentando sobre a ponte e pela interação com o pavimento irregular.

Para cada modelo de veículo (I, II e III), a força exercida sobre a ponte por cada um de seus eixos é deduzida como nas equações 5.11, 5.12 e 5.13, respectivamente:

$$f_V = -m_s g + c_s(\dot{u}_s - \dot{v}_b) + k_s(u_s - v_b) \quad (5.11)$$

$$f_V = -\left(\frac{m_s}{2} + m_{nsi}\right)g + c_{pni}(\dot{u}_i - \dot{v}_b) + k_{pni}(u_i - v_b) ; i = 1, 2 \quad (5.12)$$

$$f_V = -\left(\frac{m_s}{3} + m_{nsi}\right)g + c_{pni}(\dot{u}_i - \dot{v}_b) + k_{pni}(u_i - v_b) ; i = 1, 2, 3 \quad (5.13)$$

sendo g a aceleração gravitacional, considerada igual a $9,81 \text{ m/s}^2$.

A partir das forças obtidas, determina-se o vetor de cargas nodais equivalentes, como no trabalho de Inbanathan e Wieland, 1987. Este vetor, para um elemento de viga com uma carga concentrada fora do nó é dado por:

$$r = \frac{f_V}{l^3} \begin{Bmatrix} l^3 - 3a^2l + 2a^3 \\ (l^2 - 2al + a^2)al \\ (3l - 2a)a^2 \\ (a - l)a^2l \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

sendo f_V a carga concentrada exercida no elemento finito, l o comprimento do elemento e a a distância entre nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação da carga. Assim, os termos do vetor r representam na ordem: a força vertical e o momento no plano agindo sobre o nó esquerdo do elemento, e a força vertical e o momento no plano agindo sobre o nó direito do elemento no qual o eixo do veículo se encontra.

5.6. Seleção dos Parâmetros do Sistema Veículo-Ponte

Mola, 1969, considerara veículos pesados em sua obra e os divide em sistema primário e secundário, como mostrado na Figura 5.2, para o modelo do Veículo II:

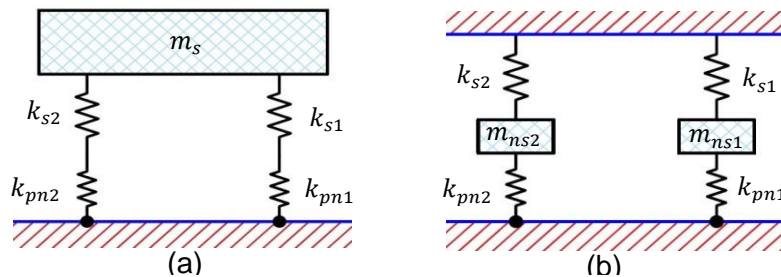


Figura 5.2 – Veículo II dividido em sistema primário (a) e secundário (b).

Além disso, Harris e Crede, 1961, afirmam que as frequências naturais do sistema primário variam de 1 a 10 Hz, e as do secundário de 10 a 20 Hz. Almeida, 2006, utiliza a frequências naturais próximas de 3 Hz para o sistema primário e próximas de 20 Hz para o secundário, além de 45 t para a massa total de cada veículo, valores adotados neste trabalho.

Ainda baseado no estudo de Harris e Crede, 1961, adota-se 8 como relação da massa suspensa com a soma das massas não-suspensas para cada veículo. Assim, a partir dos valores das massas e das frequências naturais se calculam os coeficientes de rigidez e amortecimento dos pneus e da suspensão para cada veículo, através do seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} k_{s(eq)} &= \omega_s^2 m_s ; k_{nsi(eq)} = \omega_{nsi}^2 m_{nsi} ; \\ c_{si} &= 2\xi_{si}\omega_s m_s ; c_{pni} = 2\xi_{nsi}\omega_{nsi} m_{nsi} ; \xi_{nsi} = \frac{\omega_s}{\omega_{nsi}} \xi_{si} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Sendo que, para o caso do Veículo II, apresentado acima, $k_{s(eq)}$ e $k_{nsi(eq)}$ são representados pelo conjunto de equações a seguir:

$$k_{s(eq)} = \frac{k_{s1}k_{pn1}}{k_{s1}+k_{pn1}} + \frac{k_{s2}k_{pn2}}{k_{s2}+k_{pn2}}; k_{nsi(eq)} = k_{si} + k_{pni} \quad (5.16)$$

O momento de inércia da massa suspensa em relação ao eixo ortogonal a seu plano que passa pelo seu centro de gravidade é deduzido pela equação:

$$I_s = \frac{m_s(a^2 + b^2)}{12} \quad (5.17)$$

sendo a o comprimento do veículo, igual a 6 m, e b a largura do veículo, igual a 3 m, de acordo com a norma NBR 7188, 1984, no que diz respeito a dimensões de viaturas. Os mesmos valores são utilizados tanto para o Veículo II como para o Veículo III.

Os parâmetros da ponte rodoviária utilizada neste estudo são os mesmos usados por Almeida, 2006, que os obteve baseando-se em uma ponte rodoviária simplesmente apoiada de concreto armado com seção caixão, localizada na rodovia Rio-Santos, na zona oeste da cidade do Rio de Janeiro, Brasil. A seção esquemática da ponte segue na Figura 5.3, com as dimensões em m. Todos os parâmetros adotados e calculados são mostrados no Apêndice II, Tabela II.1.

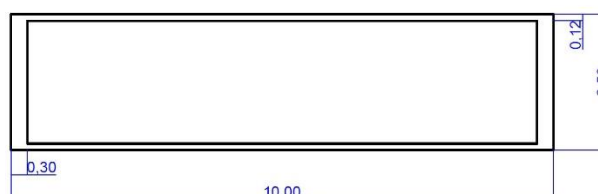


Figura 5.3 – Seção da ponte rodoviária estudada.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A validação do modelo proposto também é realizada em etapas. As matrizes globais de massa e rigidez da ponte biapoiada sem balanços são validadas através da comparação com as frequências naturais calculadas analiticamente e com a deflexão estática obtida através do *software* comercial Ansys. O algoritmo de geração das irregularidades da pista é validado conforme a norma proposta por Braun, 1966, que é utilizada por Almeida, 2006, e possui grande similaridade com a norma ISO 8608, 1995, abordada neste trabalho. O algoritmo desenvolvido para simular a movimentação do veículo sobre a ponte foi validado através do estudo feito por Ibanathan e Wieland, 1987. Finalmente, a coerência do vetor de forças gerado a partir do perfil de irregularidades é validada a partir da utilização de uma irregularidade harmônica pré-determinada e da análise dos resultados.

Após realizadas todas as validações descritas, foram feitas análises da resposta dinâmica para a seção central da ponte a partir de 50 amostras de perfis de irregularidades de qualidade C, segundo a norma ISO 8608, 1995, tendo cada um dos modelos de veículo trafegando sobre a ponte a uma velocidade constante de 60 km/h.

6.1. Validação das Matrizes Globais de Massa e Rigidez da Ponte

A primeira parte desta validação foi feita através do cálculo analítico das frequências naturais, calculadas através do método apresentado no Item 4.4 e de sua comparação com as obtidas numericamente pelo modelo no *software* Matlab, como na tabela a seguir:

Tabela 6.1 – Primeiras cinco frequências naturais analíticas e numéricas da ponte.

n	Analíticas [Hz]	Numéricas [Hz]
1	6,287	6,287
2	25,15	25,15
3	56,58	56,58
4	100,6	100,6
5	157,2	157,2

Observa-se que as frequências naturais calculadas analiticamente coincidem com as obtidas numericamente em quatro algarismos significativos, sendo consideradas validadas.

Além disso, foi calculada a deflexão estática com uma massa de 45 t posicionada no centro da ponte através do modelo feito em Matlab e através do *software* comercial Ansys. No Apêndice III, as figuras III.1 e III.2 mostram os resultados obtidos para cada um dos casos.

Observa-se que o deslocamento máximo, que se dá na seção central em ambos os casos, é de 0,002081 m, para o cálculo realizado em Ansys e de 0,002080 m em Matlab. Portanto, comparando-se os gráficos, pode-se considerar validada a deflexão obtida pelo programa desenvolvido em Matlab.

Assim, validam-se as matrizes globais de massa e de rigidez da ponte que foram programadas no *software* Matlab.

6.2. Validação do Algoritmo de Obtenção dos Perfis de Irregularidades

A norma para obtenção das densidades espectrais de potência proposta por Braun, 1966, segue um formato muito parecido com a norma ISO 8608, 1995, e foi utilizada por Almeida, 2006, seguindo a equação:

$$\Phi(\omega) = \Phi(\omega_0) * \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-w} \quad (6.1)$$

sendo ω_0 a frequência angular de referência, igual a 1 rad/m e $\Phi(\omega_0)$ seguindo a Tabela A.1, no Anexo A, proposta por Braun, 1966.

Almeida, 2006, também utiliza o método de Shinozuka e Jan, 1972, para obter sinais de deslocamento no domínio do tempo, como na equação:

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2\Phi(\omega_i)\Delta\omega_i} \cos(\omega_i x + \varphi_i) \quad (6.2)$$

Este modelo para obtenção dos perfis de irregularidade, utilizado por Almeida, 2006, difere da norma ISO 8608, 1995, pois as frequências utilizadas são angulares e não espaciais, sendo necessária a realização de uma conversão de unidades para obtenção dos outros parâmetros.

Almeida, 2006, apresenta em seu trabalho dois perfis de irregularidades, um para um pavimento de qualidade excelente e um para qualidade muito ruim, conforme a Tabela A.1, no Anexo A, e as estatísticas para cada perfil seguem na tabela:

Tabela 6.2 – Estatísticas para os dois perfis de irregularidades apresentados por Almeida, 2006.

Qualidade da Pista	Média [cm]	Média Quadrática [cm ²]	Variância [cm ²]	Desvio Padrão [cm]	Amplitude Máxima [cm]
Excelente $\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$	0,30	0,12	0,03	0,17	0,80
Muito Ruim $\Phi(\omega_0) = 256 \text{ cm}^3$	4,70	31,80	9,71	3,12	12,00

Fonte: adaptado de Almeida, 2006.

Neste trabalho, foram obtidas estas mesmas estatísticas para 50 amostras de perfis de irregularidade. Para melhor comparação, são mostrados na Tabela 6.3 a média e o desvio padrão amostral para cada uma das estatísticas mostradas na Tabela 6.2.

A partir da comparação das duas tabelas, nota-se que cada uma das estatísticas obtidas por Almeida, 2006, se encontra dentro de até um desvio padrão de variação com relação à média das 50 amostras. Portanto, pode-se considerar o algoritmo de obtenção do perfil de irregularidade do pavimento validado.

Tabela 6.3 – Média e desvio padrão das estatísticas de 50 amostras de perfis de irregularidade.

Qualidade da Pista	Estatística	Média [cm]	Média Quadrática [cm ²]	Variância [cm ²]	Desvio Padrão [cm]	Amplitude Máxima [cm]
Excelente $\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$	Média	0,338	0,173	0,048	0,211	0,859
	Desvio Padrão	0,103	0,095	0,028	0,062	0,212
Muito Ruim $\Phi(\omega_0) = 256 \text{ cm}^3$	Média	5,41	44,21	12,33	3,37	13,74
	Desvio Padrão	1,65	24,34	7,16	0,99	3,39

6.3. Validação do Modelo de Movimentação do Veículo sobre a Ponte

Almeida, 2006, também valida seu modelo, realizado no *software* GDYNABT, com relação ao de Inbanathan e Wieland, 1987, para o caso de uma carga se movendo a velocidade constante sobre uma ponte com pavimento completamente liso. Para realizar tal comparação, utilizou-se o modelo de Veículo I, adotando-se parâmetros conforme a Tabela B.1, no Anexo B. A Figura 6.1 mostra os valores obtidos por Almeida, 2006, (GDYNABT) e por Inbanathan e Wieland, 1987, para valores de deslocamentos para a seção central da ponte e para a seção a 10 m do segundo apoio da ponte, enquanto a Figura 6.2 mostra os resultados obtidos neste trabalho.

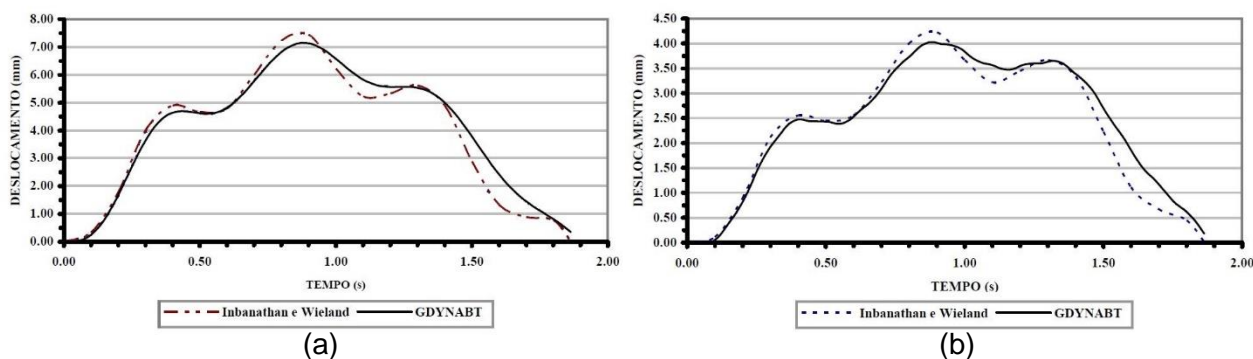


Figura 6.1 – Deslocamentos durante a travessia do veículo para a seção central (a) e para a seção a 10 m do segundo apoio (b) obtidos pelos autores. Fonte: Almeida, 2006.

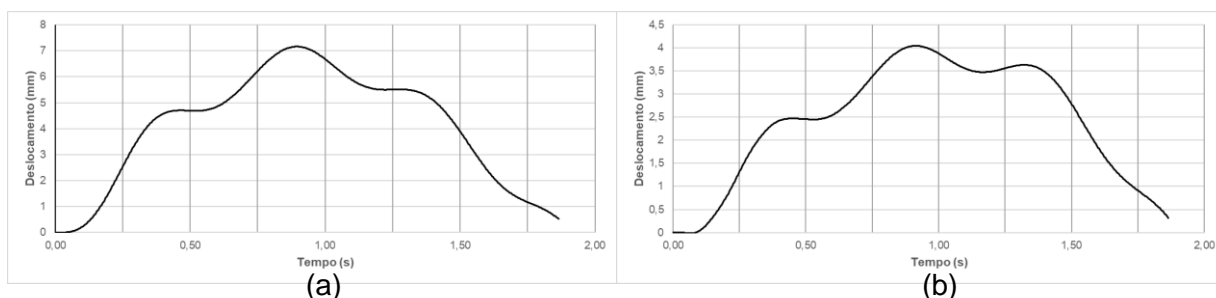


Figura 6.2 - Deslocamentos durante a travessia do veículo para a seção central (a) e para a seção a 10 m do segundo apoio (b) obtidos neste trabalho.

Através da comparação dos gráficos anteriormente apresentados, observa-se que eles não são exatamente iguais, isso se deve ao fato de Inbanathan e Wieland, 1987, utilizarem uma simples carga concentrada para representar seu veículo, enquanto neste trabalho, através de um modelo construído no *software* Matlab, e no de Almeida, 2006, através de um modelo feito no *software* GDYNABT, o veículo é constituído por um sistema massa-mola-amortecedor. Nota-se ainda que, apesar de serem realizados em *softwares* diferentes, o resultado de Almeida, 2006, é mais parecido com o deste trabalho por ambos utilizarem o mesmo modelo de veículo. Assim, pode-se validar este resultado, pois é similar aos apresentados pelos outros autores.

Ainda em seu trabalho, Inbanathan e Wieland, 1987, consideram uma força não-determinística, causada pela interação do veículo com o pavimento irregular, que segue uma distribuição normal centrada em zero, cujas amplitudes máximas são iguais a 90% da carga que representa o veículo. Almeida, 2006, aplica estes parâmetros para um modelo de Veículo I e apresenta o gráfico como na Figura 6.3 (a), que mostra as médias dos deslocamentos máximos para as seções da primeira metade do vão. Em ambos os trabalhos são obtidas dez amostras de forças não-determinísticas, segundo o modelo de Inbanathan e Wieland, 1987.

Na Figura 6.3 (b), observa-se o gráfico referente ao modelo apresentado neste trabalho, também para dez amostras de forças relativas à interação do veículo com as irregularidades da pista, utilizando-se o Veículo I com peso de 500 *kN*.

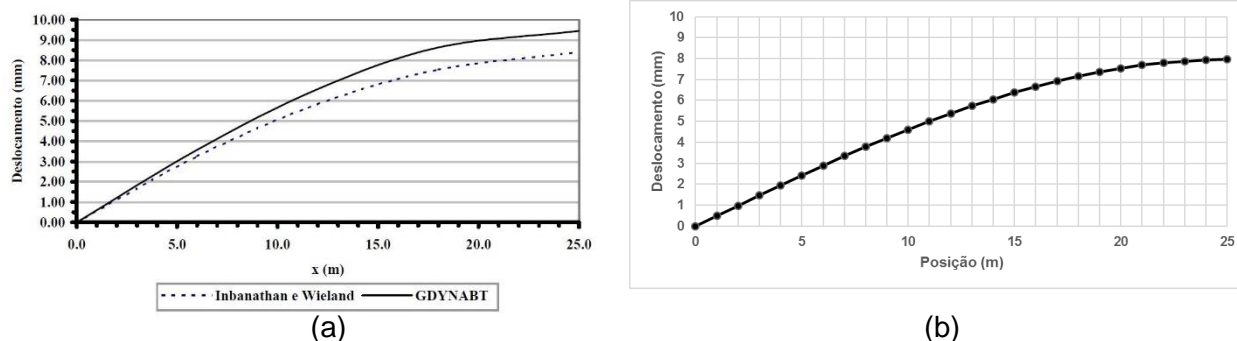


Figura 6.3 – Deslocamentos médios máximos para a primeira metade do vão segundo os autores (a) e conforme obtido neste trabalho (b). Fonte da Figura 6.3 (a): Almeida, 2006.

Assim sendo, pode-se comparar os resultados dos autores com os obtidos neste trabalho. Nota-se que os resultados de Almeida, 2006, (GDYNABT) se encontram um pouco acima dos de Inbanathan e Wieland, 1987, ao mesmo tempo que os deste trabalho se encontram um pouco abaixo. Enquanto os autores obtiveram 9,45 *mm* e 8,40 *mm*, respectivamente, para o deslocamento médio máximo para a seção central da ponte, neste trabalho foi obtido 7,95 *mm*.

Assim, dado às diferenças entre os *softwares* e os modelos utilizados, os resultados obtidos podem ser considerados validados, pois possuem diferenças da ordem de 5% para os resultados de Inbanathan e Wieland, 1987, e da ordem de 15% para os de Almeida, 2006.

6.4. Validação dos Vetores de Forças e de Cargas Nodais Equivalentes

Para tal validação, foi pré-determinado um perfil de irregularidades como na equação:

$$v_b(x) = 0,03 \cos\left(\frac{28,8\pi x}{L}\right) \quad (6.3)$$

Este perfil de irregularidades harmônico resulta em uma frequência de 8 *Hz*, sendo utilizados os parâmetros como apresentados no Apêndice II, Tabela II.1.

Aplicado este perfil para cada um dos três sistemas veículo-ponte, e desconsiderado o deslocamento estático causado pelo peso dos veículos, foram obtidos os gráficos de deslocamento vertical para as massas suspensas dos veículos e para a seção central da ponte em cada um dos três casos. A validação se deu a partir da obtenção dos espectros de potência dos ditos gráficos, visando à obtenção dos 8 *Hz* de frequência impostos pela irregularidade.

Como todas as frequências obtidas através dos espectros de potência se situaram na faixa de 7,8 *Hz* a 8,3 *Hz*, considerou-se o modelo de obtenção dos vetores de forças e de cargas

nodais equivalentes validados. Os gráficos analisados constam nas Figuras IV.1, IV.2 e IV.3, do Apêndice IV.

6.5. Estatísticas dos Perfis de Irregularidades Utilizados

Neste trabalho, foram utilizados perfis de irregularidades de qualidade C segundo a norma ISO 8608, 1995. Visando a obtenção de dados mais precisos, trabalhou-se com 50 perfis de irregularidade obtidos aleatoriamente, segundo o modelo anteriormente explicado. A Tabela 6.4 mostra a média e o desvio padrão amostral das estatísticas para esta amostra de perfis.

Tabela 6.4 – Estatísticas das amostras de perfis utilizados.

Qualidade da Pista	Estatística	Média [cm]	Média Quadrática [cm ²]	Variância [cm ²]	Desvio Padrão [cm]	Amplitude Máxima [cm]
Tipo C $G_d(n_0)$ = 256 $* 10^{-6} m^3$	Média	1,35	2,78	0,775	0,845	3,44
	Desvio Padrão	0,414	1,53	0,450	0,248	0,849

Nota-se que todas as estatísticas para o perfil ISO 8608, 1995, se encontram entre as qualidades excelente e muito ruim do modelo de Braun, 1966, o que é coerente, pois a qualidade C representa uma pavimentação entre média e boa.

Para ilustrar perfis de irregularidades de qualidade C segundo a ISO 8608, 1995, foram selecionados dois dos perfis presentes nas 50 amostras geradas aleatoriamente, cujas estatísticas se encontram em até um desvio padrão da média amostral. Estes perfis são mostrados na Figura V.1, e suas estatísticas estão descritas na Tabela V.1, no Apêndice V.

6.6. Estatísticas das Respostas Dinâmicas para o Nó Central da Ponte

A partir das 50 amostras de pavimento, descritas no Item 6.5 deste trabalho, são mostradas as respostas dinâmicas para a seção central da ponte consequentes da passagem de cada um dos modelos de veículo, seguindo os parâmetros da Tabela II.1, do Apêndice II.

Tabela 6.5 – Estatísticas para as respostas dinâmicas da seção central da ponte.

Modelo de Veículo	Estatística	Deslocamento Dinâmico Máximo [mm]	Deslocamento Máximo [mm]	Velocidade Máxima [m/s]	Aceleração Máxima [m/s ²]
Veículo I	Média	2,55	3,64	0,0532	2,20
	Desvio Padrão	0,769	1,19	0,0148	0,568
Veículo II	Média	7,59	7,73	0,101	4,03
	Desvio Padrão	2,73	3,19	0,0247	0,861
Veículo III	Média	7,65	7,76	0,0990	4,24
	Desvio Padrão	2,85	3,36	0,0309	1,16

Para a Tabela 6.5, o deslocamento dinâmico é calculado subtraindo-se o deslocamento estático (causado pelo peso dos veículos) do deslocamento total calculado.

Observa-se que o Veículo II e o Veículo III apresentam resultados muito parecidos, isso se deve à semelhança dos modelos, o que pode ser um indicativo do correto funcionamento do programa.

Além disso, o Veículo I é o menos conservador dos três, apresentando pouco mais de um terço dos deslocamentos dinâmicos e cerca de metade das outras respostas. Isso pode ser atribuído ao fato de os dois modelos mais complexos apresentarem um GDL de rotação da massa suspensa, além de GDL's associados a massas não-suspensas, que amplificam a carga dinâmica causada pelo veículo. Enquanto isso, o modelo de Veículo I, por possuir apenas um GDL, tem um comportamento mais próximo do estático, ou seja, se comporta mais como uma simples carga se movendo sobre o pavimento, como no modelo proposto por Inbanathan e Wieland, 1987.

Analisando-se os resultados um pouco mais a fundo, calculou-se o coeficiente de impacto segundo a NBR 7187, 2003, como na Equação 6.4, sendo L o vão da ponte, em m .

$$c_i = 0,001(1600 - 60\sqrt{L} + 2,25L) \quad (6.4)$$

A norma diz que se deve analisar o efeito dinâmico das cargas móveis pela teoria da dinâmica das estruturas. Entretanto, ela permite que as cargas móveis sejam assimiladas às cargas estáticas através de sua multiplicação pelo coeficiente de impacto descrito. Seguindo o método do coeficiente de impacto se obtém a seguinte tabela, para a seção central da ponte:

Tabela 6.6 – Comparativo entre os deslocamentos segundo a NBR 7187, 2003, e os obtidos neste estudo.

Modelo de Veículo	Deslocamento Estático Máximo [mm]	Coeficiente de Impacto NBR 7187/03	Deslocamento NBR 7187/03 [mm]	Deslocamento Médio Máximo [mm]
Veículo I	2,08	1,34	2,78	3,64
Veículo II	2,03		2,71	7,73
Veículo III	2,04		2,74	7,76

Observa-se que o método do coeficiente de impacto da NBR 7187, 2003, é menos conservador inclusive que o modelo de Veículo I, fazendo com que pontes rodoviárias projetadas segundo este critério possam apresentar uma durabilidade bem menor do que o esperado.

7. CONCLUSÕES

A partir de todas as validações realizadas na Seção 6, pode-se concluir que o objetivo do trabalho de desenvolver uma rotina em Matlab para determinar a resposta dinâmica de uma ponte devido à interação de veículos trafegando sobre pavimento irregular foi atingido com sucesso, demonstrando resultados coerentes com o que se encontra na literatura sobre o assunto.

As maiores divergências com relação à literatura foram de 15% com relação aos resultados obtidos por Almeida, 2006, ao realizar a validação de seu trabalho conforme o de Inbanathan e Wieland, 1987. Porém, levadas em consideração as diferenças deste modelo com relação ao proposto por Almeida, 2006, esta divergência torna-se aceitável.

Partindo-se do modelo validado, observam-se diferenças substanciais entre o modelo de Veículo I com relação aos modelos de Veículo II e Veículo III. Essas diferenças apresentam um indício de que o aumento da complexidade do modelo de veículo deixa a resposta dinâmica mais próxima da realidade. Se tal hipótese for verdadeira, é possível afirmar que a análise dinâmica considerando o tráfego de veículos é um fator muito importante a ser observado durante o projeto de pontes rodoviárias.

Assim sendo, o método de projeto que utiliza o coeficiente de impacto previsto na NBR 7187, 2003, apresenta um sério risco de sub-dimensionamento da ponte, podendo acarretar na perda de durabilidade da estrutura ou mesmo, em casos mais graves, em perdas materiais e humanas.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, R. S., “**Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares**”. UERJ – Tese de Mestrado, 2006.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT. “**Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre – NBR 7188**”. 1984.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT. “**Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido – NBR 7187**”. 2003.
- Braun, H. “**Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten**”. Deutsche Krafftahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, 1966.
- Ferreira, K. I. I. “**Avaliação do Critério para Cálculo dos Efeitos das Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias**”. PUC-Rio – Tese de Mestrado, 1991.
- Fung, Y. C., Tong, P. “**Classical and Computational Solid Mechanics**”. World Scientific, Advanced Series in Engineering Science, vol. 1, 2nd ed., 2001.
- Gong, L., Cheung, M. S. “**Computer Simulation of Dynamic Interactions between Vehicle and Long Span Box Girder Bridges**”. Tsinghua Science and Technology Journal, vol. 13, n° 1, pp 71-77, 2008.
- Groehs, A. G. “**Mecânica Vibratória**”. Editora Unisinos, 2^a ed., 2005.
- Harris, C. M., Crede, C. E. “**Shock and Vibration Handbook**”. McGraw Hill, vol. 1, 2 e 3, 1961.
- Hillerborg, A. “**Dynamic Influences of Smoothly Running Loads on Simply Supported Girder**”. Doctor Thesis – Royal Institute of Technology Stockholm, Department of Bridge Engineering, 1951.
- Huang, T., Veletsos, A. S. “**Analysis of Dynamic Response of Highway Bridges**”. ASCE, Journal of Engineering Mechanics Division, vol. 96, n° 5, pp 593-620, 1970.
- Inbanathan, B. M. J., Wieland, M. “**Bridge Vibrations due to Vehicle Moving over Rough Surface**”. ASCE, Journal Structural Engineering, Vol 113, n° 9, pp 1994-2009, 1987.
- International Organization for Standardization. “**ISO 8608: Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data**”. 1995.
- Lombaert, G., Conte, J. P. “**Random Vibration Analysis of Dynamic Vehicle-Bridge Interaction Due to Road Unevenness**”. ASCE, Journal of Engineering Mechanics, vol. 138, n° 7, pp 822-834, 2012.
- Mola, S. “**Fundamentals of Vehicle Dynamics**”. Product Engineering Department, General Motors Institute, 1969.
- Newmark, N. M. “**A Method of Computation for Structural Dynamics**”. ASCE, Journal of Engineering Mechanics Division, vol. 85, n° 3, pp 67-94, 1959.
- Shinozuka, M., Jan, C. M. “**Digital Simulation of Random Process and its Applications**”. Journal of Sound and Vibration, vol. 25, n° 1, pp 111-128, 1972.
- Timoshenko, S. “**Vibration Problems in Engineering**”. David Van Nostrand, 3^a ed., 1964.
- Wen, R. K., “**Dynamic Response of Beams Traversed by Two-Axle Loads**”. ASCE, Journal of Engineering Mechanics Division, vol. 86, n° 5, pp 91-112, 1960.
- Willis, R. “**Appendix to the Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures**”. H.M. Stationery Office, 1849.

Anexo A

Tabela A.1 – Valores para o grau de irregularidade $\Phi(\omega_0)$ segundo o modelo de Braun, 1966.

Qualidade do Pavimento	$\Phi(\omega_0) [10^{-6}m^3]$		
	Limite Inferior	Valor Médio	Limite Superior
Excelente	0,5	1	< 2
Bom	2	4	< 8
Médio	8	16	< 32
Ruim	32	64	< 128
Muito Ruim	128	256	< 512

Fonte: adaptado de Braun, 1966.

Anexo B

Tabela B.1 – Parâmetros utilizados para a validação do trabalho segundo Inbanathan e Wieland, 1987.

Ponte	
Sistema estrutural	Simplemente apoiada
Material	Concreto armado
Comprimento do vão (L)	50 [m]
Área da seção transversal (A)	7,5 [m ²]
Massa específica (ρ)	2400 [kg/m ³]
Momento de inércia de área (I)	6,0 [m ⁴]
Módulo de elasticidade (E)	33,4 [GPa]
Razão de amortecimento (ξ_p)	0,02
Tamanho do elemento finito (l)	1,0 [m]
Veículo I	
Massa suspensa (m_s)	50968 [kg]
Frequência natural ligada a m_s (f'_{ms})	3,00 [Hz]
Razão de amortecimento da suspensão (ξ_s)	0,1
Velocidade	26,82 [m/s]
(*) Rigidez da suspensão (k_s)	18109 [kN/m]
(*) Amortecimento da suspensão (c_s)	192,15 [kN.s/m]
(*) Frequência natural real ligada a m_s (f_{ms})	3,00 [Hz]

(*) Parâmetros calculados a partir de parâmetros pré-estabelecidos

Fonte: adaptado de Almeida, 2006.

Apêndice I

$$\begin{bmatrix} m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_s \\ \ddot{\theta}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{pn1} & 0 & -c_{s1} & -c_{s1}d \\ 0 & c_{s2} + c_{pn2} & -c_{s2} & c_{s2}d \\ -c_{s1} & -c_{s2} & c_{s1} + c_{s2} & (c_{s1} - c_{s2})d \\ -c_{s1}d & c_{s2}d & (c_{s1} - c_{s2})d & (c_{s1} + c_{s2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_s \\ \dot{\theta}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{pn1} & 0 & -k_{s1} & -k_{s1}d \\ 0 & k_{s2} + k_{pn2} & -k_{s2} & k_{s2}d \\ -k_{s1} & -k_{s2} & k_{s1} + k_{s2} & (k_{s1} - k_{s2})d \\ -k_{s1}d & k_{s2}d & (k_{s1} - k_{s2})d & (k_{s1} + k_{s2})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_s \\ \theta_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\begin{bmatrix} m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_s \\ \ddot{\theta}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{pn1} & 0 & 0 & -c_{s1} & -c_{s1}d \\ 0 & c_{s2} + c_{pn2} & 0 & -c_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & c_{s3} + c_{pn3} & -c_{s3} & c_{s3}d \\ -c_{s1} & -c_{s2} & -c_{s3} & c_{s1} + c_{s2} + c_{s3} & (c_{s1} - c_{s3})d \\ -c_{s1}d & 0 & c_{s3}d & (c_{s1} - c_{s3})d & (c_{s1} + c_{s3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_s \\ \dot{\theta}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{pn1} & 0 & 0 & -k_{s1} & -k_{s1}d \\ 0 & k_{s2} + k_{pn2} & 0 & -k_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{s3} + k_{pn3} & -k_{s3} & k_{s3}d \\ -k_{s1} & -k_{s2} & -k_{s3} & k_{s1} + k_{s2} + k_{s3} & (k_{s1} - k_{s3})d \\ -k_{s1}d & 0 & k_{s3}d & (k_{s1} - k_{s3})d & (k_{s1} + k_{s3})d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_s \\ \theta_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.2)$$

$$K_{VP} = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{pn1} & 0 & -k_{s1} & -k_{s1}d & (-k_{pn1}) \rightarrow & 0 \\ 0 & k_{s2} + k_{pn2} & -k_{s2} & k_{s2}d & (-k_{pn2}) \rightarrow & 0 \\ -k_{s1} & -k_{s2} & k_{s1} + k_{s2} & (k_{s1} - k_{s2})d & 0 & 0 \\ -k_{s1}d & k_{s2}d & (k_{s1} - k_{s2})d & (k_{s1} + k_{s2})d^2 & 0 & 0 \\ (-k_{pn1}) & (-k_{pn2}) & 0 & 0 & K_{yy} (+k_{pni}) \searrow & 0 \\ \downarrow & \downarrow & & & & K_{y\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$i = 1, 2$

$$K_{VP} = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{pn1} & 0 & 0 & -k_{s1} & -k_{s1}d & (-k_{pn1}) \rightarrow & 0 \\ 0 & k_{s2} + k_{pn2} & 0 & -k_{s2} & 0 & (-k_{pn2}) \rightarrow & 0 \\ 0 & 0 & k_{s3} + k_{pn3} & -k_{s3} & k_{s3}d & (-k_{pn3}) \rightarrow & 0 \\ -k_{s1} & -k_{s2} & -k_{s3} & k_{s1} + k_{s2} + k_{s3} & (k_{s1} - k_{s3})d & 0 & 0 \\ -k_{s1}d & 0 & k_{s3}d & (k_{s1} - k_{s3})d & (k_{s1} + k_{s3})d^2 & 0 & 0 \\ (-k_{pn1}) & (-k_{pn2}) & (-k_{pn3}) & 0 & 0 & K_{yy} (+k_{pni}) \searrow & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & K_{y\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$i = 1, 2, 3$

Apêndice II

Tabela II.1 Parâmetros utilizados neste trabalho.

Ponte	
Sistema estrutural	Simplemente apoiada
Material	Concreto armado
Comprimento do vão (L)	30 [m]
Área da seção transversal (A)	3,756 [m ²]
Massa específica (ρ)	2450 [kg/m ³]
Momento de inércia de área (I)	3,98 [m ⁴]
Módulo de elasticidade (E)	30,0 [GPa]
Razão de amortecimento (ξ_p)	0,03
Tamanho do elemento finito (l)	1,0 [m]
Veículo I	
Massa suspensa (m_s)	45000 [kg]
Frequência natural ligada a m_s (f'_{ms})	3,00 [Hz]
Razão de amortecimento da suspensão (ξ_s)	0,1
Velocidade	16,67 [m/s]
(*) Rigidez da suspensão (k_s)	15989 [kN/m]
(*) Amortecimento da suspensão (c_s)	169,65 [kN.s/m]
(*) Frequência natural real ligada a m_s (f_{ms})	3,00 [Hz]
Veículo II	
Massa suspensa (m_s)	40000 [kg]
Massas não-suspensas ($m_{ns1} = m_{ns2}$)	2500 [kg]
Momento de inércia de massa de m_s (I_s)	150000 [kg.m ²]
Frequência natural ligada à translação de m_s (f'_{ms})	3,00 [Hz]

Frequência natural ligada a m_{nsi} ($f'_{mns1} = f'_{mns2}$)	20,00 [Hz]
Razão de amortecimento da suspensão ($\xi_{s1} = \xi_{s2}$)	0,1
Velocidade	16,67 [m/s]
Distância entre eixos (2d)	4 [m]
(*)Razão de amortecimento dos pneus ($\xi_{pn1} = \xi_{pn2}$)	0,015
(*) Rigidez das suspensões ($k_{s1} = k_{s2}$)	9294,2 [kN/m]
(*) Rigidez dos pneus ($k_{pn1} = k_{pn2}$)	30184 [kN/m]
(*) Amortecimento da suspensão ($c_{s1} = c_{s2}$)	150,80 [kN.s/m]
(*) Amortecimento dos pneus ($c_{pn1} = c_{pn2}$)	9,4248 [kN.s/m]
(*) Frequência natural real ligada à translação de m_s (f_{ms})	3,09 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada à rotação de m_s ($f_{ms\theta}$)	3,84 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada a m_{ns1} (f_{mns1})	20,07 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada a m_{ns2} (f_{mns2})	20,08 [Hz]
Veículo III	
Massa suspensa (m_s)	40000 [kg]
Massas não-suspensas ($m_{ns1} = m_{ns2} = m_{ns3}$)	1667 [kg]
Momento de inércia de massa de m_s (I_s)	150000 [kg.m ²]
Frequência natural ligada à translação de m_s (f'_{ms})	3,00 [Hz]
Frequência natural ligada a m_{nsi} ($f'_{mns1} = f'_{mns2} = f'_{mns3}$)	20,00 [Hz]
Razão de amortecimento da suspensão ($\xi_{s1} = \xi_{s2} = \xi_{s3}$)	0,1
Velocidade	16,67 [m/s]
Distância entre eixos (d)	2 [m]
(*)Razão de amortecimento dos pneus ($\xi_{pn1} = \xi_{pn2} = \xi_{pn3}$)	0,015
(*) Rigidez das suspensões ($k_{s1} = k_{s2} = k_{s3}$)	9294,2 [kN/m]
(*) Rigidez dos pneus ($k_{pn1} = k_{pn2} = k_{pn3}$)	30184 [kN/m]
(*) Amortecimento da suspensão ($c_{s1} = c_{s2} = c_{s3}$)	150,80 [kN.s/m]
(*) Amortecimento dos pneus ($c_{pn1} = c_{pn2} = c_{pn3}$)	6,2832 [kN.s/m]
(*) Frequência natural real ligada à translação de m_s (f_{ms})	2,99 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada à rotação de m_s ($f_{ms\theta}$)	2,52 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada a m_{ns1} (f_{mns1})	20,05 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada a m_{ns2} (f_{mns2})	20,00 [Hz]
(*) Frequência natural real ligada a m_{ns3} (f_{mns3})	20,07 [Hz]
(*) Parâmetros calculados a partir de parâmetros pré-estabelecidos	

Apêndice III

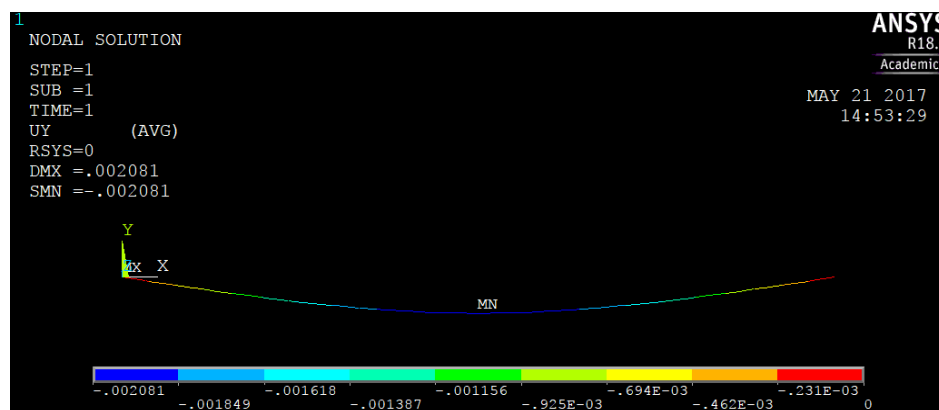


Figura III.1 – Deflexão estática da ponte obtida através do Ansys considerando uma carga concentrada no centro – deslocamentos em m .

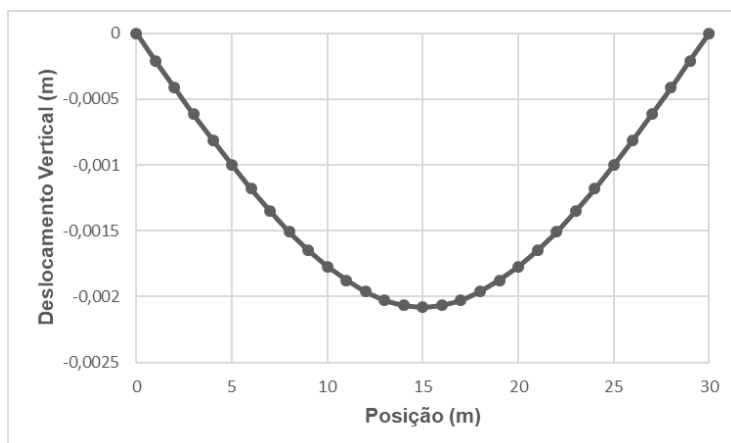


Figura III.2 – Deflexão estática da ponte obtida através do Matlab considerando uma carga concentrada no centro.

Apêndice IV

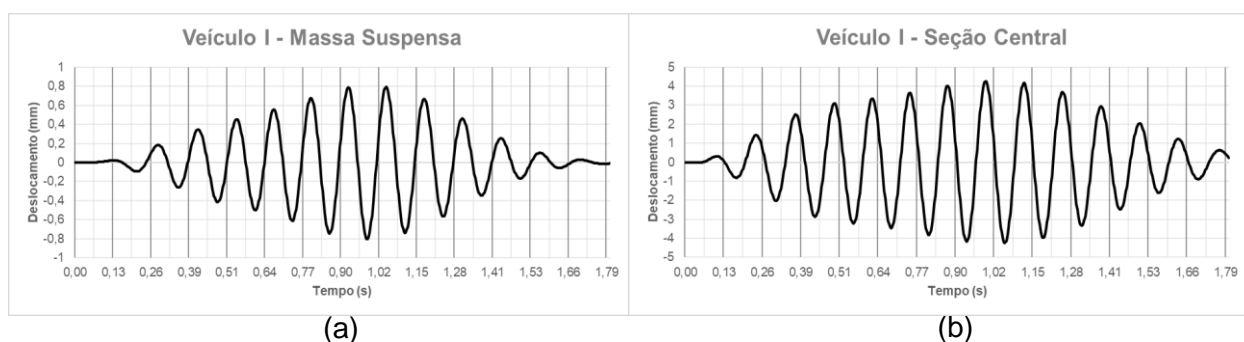


Figura IV.1 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo I sobre um perfil de irregularidades harmônico.

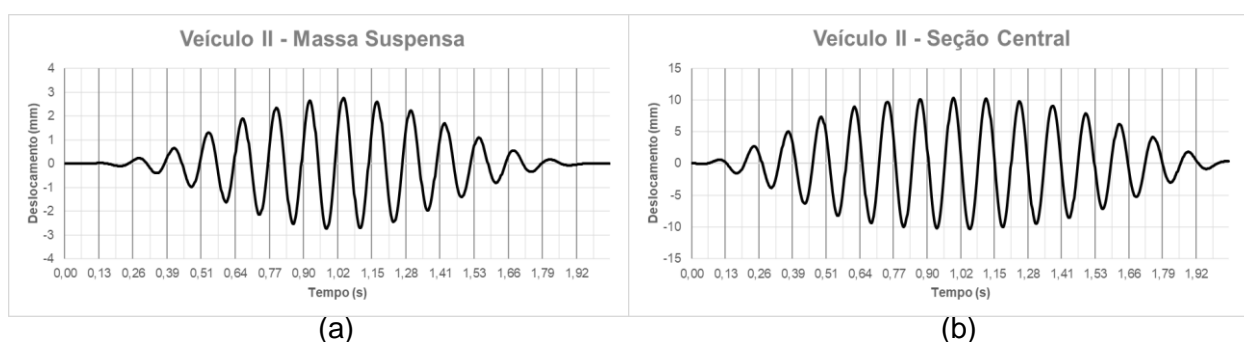


Figura IV.2 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo II sobre um perfil de irregularidades harmônico.

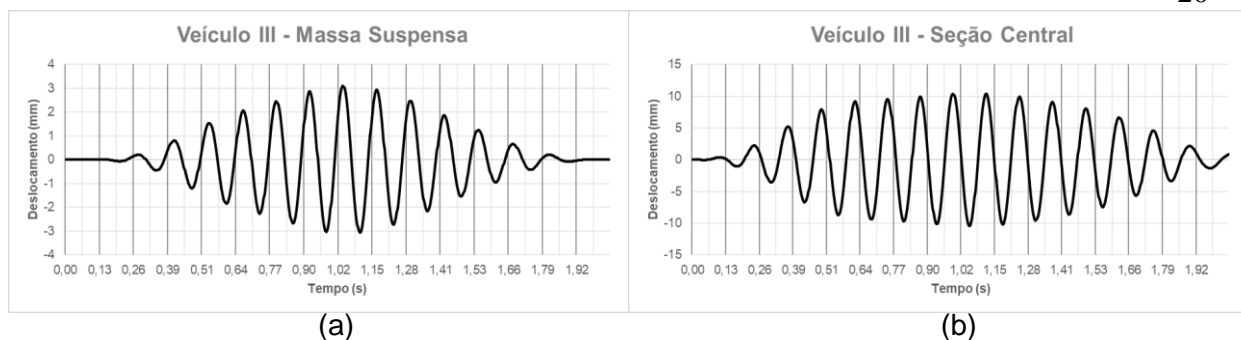


Figura IV.3 – Deslocamentos para a massa suspensa (a) e para a seção central (b) devido à travessia do Veículo III sobre um perfil de irregularidades harmônico.

Apêndice V

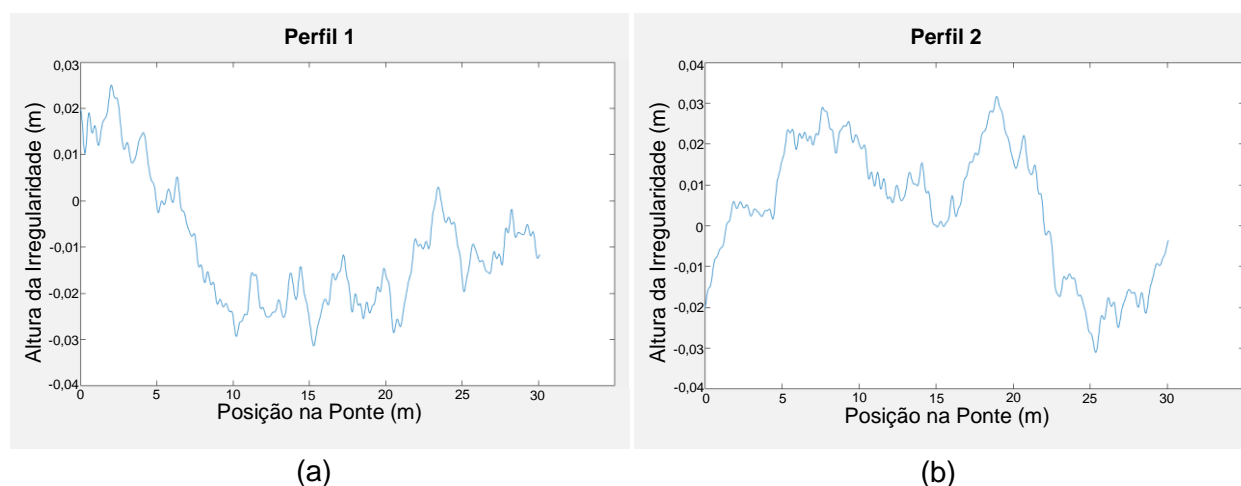


Figura V.1 – Dois dos perfis de irregularidades presentes nas 50 amostras de qualidade C, Perfil 1 (a) e Perfil 2 (b).

Tabela V.1 – Estatísticas para o Perfil 1 e o Perfil 2.

Qualidade da Pista	Média [cm]	Média Quadrática [cm ²]	Variância [cm ²]	Desvio Padrão [cm]	Amplitude Máxima [cm]
Perfil 1	1,50	2,86	0,60	0,77	3,14
Perfil 2	1,43	2,69	0,66	0,81	3,17