

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise da Influência da Microestrutura na Otimização Topológica da Rigidez de uma Estrutura

por

Lucas Micheletto Candido

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Junho de 2017



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

Análise da Influência da Microestrutura na Otimização Topológica da Rigidez de uma Estrutura

por

Lucas Micheletto Candido

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Prof. Dr. Hebert Martins Gomes

Prof. Dr. Rodrigo Rossi

Porto Alegre, 04 de Junho de 2017.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, em especial à minha mãe, Denise Almeida Micheletto Bigolin, e ao meu pai, Luciano Rigobello Candido, por terem me fornecido todo suporte necessário para eu poder concluir essa etapa essencial para minha carreira profissional.

Agradeço aos meus avós, Clair Isabel Rigobello Candido, Hélio Frasca Candido, Vera Maria Almeida Micheletto e Rogério Micheletto por fornecerem todo apoio financeiro e emocional, os quais foram extremamente necessários para eu poder finalizar o curso de Engenharia Mecânica.

Agradeço aos meus amigos, os quais sempre me motivaram e me deram força para continuar em busca do meu objetivo.

Agradeço à minha namorada Gabriella Medeiros Berger, por sempre estar presente nas horas mais difíceis e me ajudar a manter o foco para concluir essa etapa muito importante.

Agradeço ao Profº Walter Jesus Paucar Casas pela atenção, suporte e ajuda disponibilizados durante a orientação do meu trabalho de conclusão do curso.

Também agradeço aos professores do departamento da Engenharia Mecânica, por disponibilizar um ensino de excelência e transmitir os conhecimentos necessários, experiências profissionais e ensinamentos de vida.

Por último, agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, por fornecer toda infraestrutura necessária e um ensino de excelência.

MICHELETTO CANDIDO, L.. **Análise da Influência da Microestrutura na Otimização Topológica da Rigidez de uma Estrutura**. 2017. 22 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

RESUMO

Como ferramentas para a obtenção de materiais multifuncionais, os métodos de otimização topológica buscam obter a solução ótima para problemas de engenharia, obedecendo aos requisitos pertinentes de cada projeto. Nesse trabalho é apresentada a avaliação da influência de algumas características da microestrutura periódica isotrópica na otimização topológica da viga MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm), um problema clássico de otimização, visando observar se há um ganho ou perda de rigidez na estrutura. Com a implementação computacional, desenvolveu-se um código, em linguagem Matlab, com o qual é possível levar as informações da microestrutura otimizada para a otimização topológica da macroestrutura. Como constante elástica a ser otimizada na microestrutura, escolheu-se o *bulk modulus*, o qual representa a taxa de incompressibilidade de um material. Já para a macroestrutura, a função objetivo a ser otimizada é a rigidez, buscando-se minimizar a flexibilidade da estrutura através da aplicação do método SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*). Como parâmetros a serem avaliados, escolheu-se a fração volumétrica, o raio de filtragem e o fator de penalização da microestrutura, variando seus valores e observando o comportamento das soluções. Os resultados comprovaram que a fração volumétrica da microestrutura possui grande influência na maximização da rigidez da viga MBB, mostrando que é possível obter uma estrutura mais rígida com menos material. Já o raio de filtragem e o fator de penalização apresentaram pouca influência sobre a rigidez da viga MBB, assim como sobre o leiaute da estrutura.

PALAVRAS-CHAVE: Elementos finitos, flexibilidade, sistemas multiescala.

Candido, L. M. **Influence Analysis of the Microstructure in the Topology Optimization of the Stiffness of a Structure.** 2017. 22 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ABSTRACT

As tools for obtaining multifunctional materials, the topological optimization methods seek to obtain the optimal solution for engineering problems, following the pertinent requirements for each project. This paper evaluates the influence of some characteristics of isotropic periodic microstructure on the topological optimization of the MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm) beam. This is a classic optimization problem, examined to see if there is a gain or loss of rigidity in the structure. With the computational implementation, a code was modified in Matlab language, making it possible to take information from the optimized microstructure, to the topological optimization of the macrostructure. Bulk modulus was chosen as an elastic constant to be optimized in the microstructure, which represents the incompressibility rate of a material. For the macrostructure, the objective function to be optimized is the rigidity, seeking to minimize the flexibility of the structure through the application of the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method. The volumetric fraction, filtration radius and the penalization factor of the microstructure are used as metrics to be evaluated, by varying their values and observing the behavior of the solutions. The results showed that the volumetric fraction of the microstructure has great influence in the maximization of the rigidity in the MBB beam, indicating that it is possible to obtain a more rigid structure with less material. However, the filtering radius and the penalty factor had little influence on the rigidity of the MBB beam, as well as on the layout of the structure.

KEYWORDS: Finite elements, compliance, multiscale system.

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	2
2. OBJETIVOS	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
4. METODOLOGIA	4
4.1 Fundamentação Teórica.....	4
4.1.1 Método de Critério Ótimo.....	4
4.1.2 Filtro de Sensibilidade.....	5
4.1.3 Filtro de Densidade.....	5
4.1.4 Matriz constitutiva.....	6
4.1.5 Matriz de Rigidez.....	6
4.1.6 Módulo Volumétrico.....	7
4.2 Implementação Computacional.....	7
5. RESULTADOS.....	9
6. CONCLUSÕES.....	14
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15

1. INTRODUÇÃO

A busca por materiais de alto desempenho é um dos maiores assuntos de pesquisa na atualidade, uma vez que tais materiais podem trazer grandes benefícios para a sociedade. Com o objetivo de obter materiais ótimos para determinadas aplicações, métodos de otimização vem sendo utilizados para auxiliar na obtenção dos mesmos. A palavra otimização tem como origem a palavra Opis [Kim *et al.*, 2002] e na sociedade contemporânea é usada para representar a melhor solução de um problema dentro de um certo domínio.

Pode-se entender otimização como uma melhoria realizada num certo domínio, com determinados objetivos, sujeito a restrições pré-estabelecidas. Existem três tipos de otimização estrutural: topológica, paramétrica e de forma. Dentro do escopo do problema abordado nesse trabalho, aplica-se a otimização topológica, buscando aumentar a rigidez de uma estrutura, com a melhor distribuição de material.

Um dos pioneiros dentro do âmbito da otimização foi o cientista e escritor Galileu Galilei, quem no seu livro *Discorsi* propôs uma forma ótima para uma viga engastada sujeita a um carregamento estático na extremidade livre. Tal otimização, teve como objetivo encontrar o peso mínimo da viga engastada.

James Clerk Maxwell (1831-1879) introduziu os conceitos de otimização nos projetos estruturais civis. Em 1904, Anthony Michell, retomou os trabalhos de Maxwell e propôs um modelo ótimo para uma viga com um carregamento central. A figura 1.1 apresenta a proposta do estudo realizado na época por Michell.

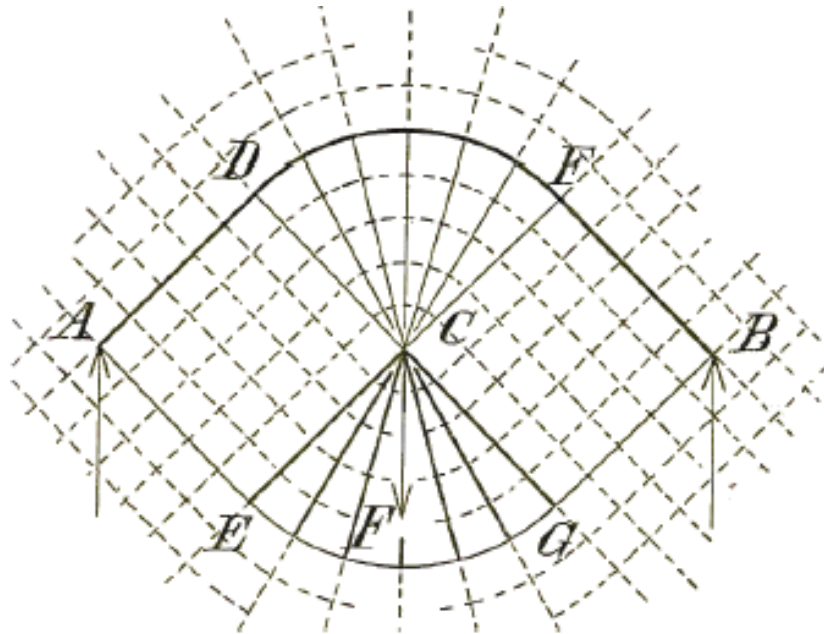


Figura 1.1: Estrutura otimizada segundo Anthony Michell.

Proveniente da cultura grega, a palavra *topos* deu origem à palavra topologia, a qual significa domínio, espaço ou local, Eschenauer e Olhoff, 2001. A palavra topologia também é usada dentro do âmbito científico para referir-se à forma de um determinado objeto ou elemento. Assim, pode-se entender otimização topológica como uma melhoria realizada a fim de encontrar a melhor distribuição de material para condições pré-estabelecidas, definindo um volume máximo para a estrutura. A razão entre o volume ocupado pela estrutura otimizada e o volume total do domínio original denomina-se fração volumétrica. A característica a ser otimizada, como a maximização da rigidez, frequência fundamental e minimização do deslocamento em um certo ponto, é chamada de função objetivo.

Durante a primeira metade do século 20, os estudos realizados dentro da área da otimização eram feitos, majoritariamente, de maneira analítica e experimental, o que limitava a abrangência da aplicação dos métodos. A partir da década de 60, computadores mais sofisticados foram sendo criados, fornecendo assim, mais ferramentas para aplicação e melhoria dos métodos de otimização.

Na atualidade, a preferência é dada à utilização de materiais multifuncionais, portanto torna-se importante a caracterização da microestrutura e sua influência nos mesmos, pois é ela que define as propriedades dos materiais.

Esse trabalho aborda o problema de otimização topológica multiescala, avaliando a influência da microestrutura otimizada na maximização da rigidez da viga MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm). A microestrutura é otimizada visando maximizar uma certa constante elástica de um material isotrópico, e neste caso escolheu-se o *Bulk Modulus*.

1.1 MOTIVAÇÃO

A alta competitividade do mercado nos tempos de hoje exige altos investimentos por parte das empresas visando melhorias e redução de custos. A redução da quantidade de matéria prima utilizada para fabricar um determinado produto, impacta diretamente no seu valor de mercado e custo de fabricação, fazendo com que as empresas procurem produzir um produto de alta qualidade com custo baixo. Além disso, existe uma busca constante por materiais com propriedades ótimas para certas aplicações, como os materiais semi-condutores que revolucionaram a indústria eletro-eletrônica ou materiais do tipo compósitos de fibra de carbono que modificaram a indústria aeroespacial.

Com os métodos de otimização, estruturas otimizadas são criadas com o objetivo de ter a melhor performance, analisando-se a distribuição de material. Com o desenvolvimento de novas tecnologias dentro dos processos de fabricação, baseado na nanotecnologia, impressão 3D e outros sistemas de ponta, a aplicação dos métodos de otimização topológica vem, cada vez mais, se tornando viável em termos econômicos. Além disso, a criação de novas estruturas e materiais vão impactar diretamente no desenvolvimento de novas tecnologias, principalmente dentro das indústrias aeroespacial e automobilística.

Dessa forma, com o objetivo de se obter materiais com propriedades ótimas, torna-se necessário o estudo da otimização da microestrutura, uma vez que é a microestrutura que define as propriedades de um material e conseqüentemente da estrutura.

2. OBJETIVOS

Esse trabalho tem como objetivo geral avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura, escolhendo como aplicação o problema da viga MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm), um clássico problema de otimização, que trata de uma viga bi apoiada com carga no centro. A otimização irá obter a distribuição ótima de material, garantindo a maximização da rigidez ou a minimização da flexibilidade de viga MBB, com uma restrição de volume pré-definida. As condições de contorno e o domínio do problema são mostrados na Figura 2.1. Aproveitando a simetria do problema, somente metade do domínio é resolvido, reduzindo o esforço computacional.

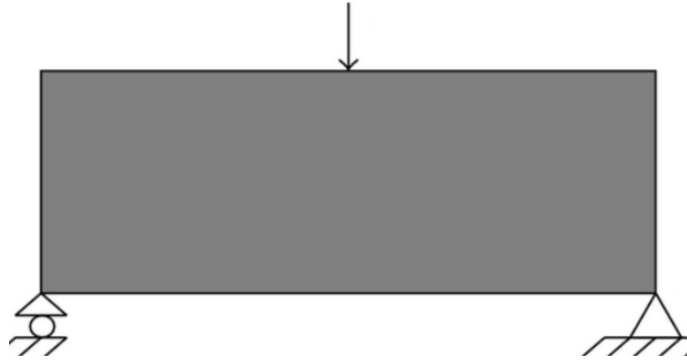


Figura 2.1 – Viga MBB

Além disso, como objetivos específicos deste trabalho, têm-se:

- Realizar a implementação computacional de um código, em linguagem MATLAB, com o qual seja possível analisar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da viga MBB, utilizando-se como método de otimização o método SIMP em ambas escalas.
- Obter o valor da flexibilidade para a viga MBB otimizada, levando-se em consideração diferentes frações volumétricas para a otimização da microestrutura, visando avaliar um ganho ou perda de rigidez da estrutura.
- Testar o código para diferentes condições de entrada, variando o raio de filtragem e o fator de penalização no cálculo da microestrutura, visando observar o comportamento das soluções e avaliar para quais parâmetros as soluções apresentam um melhor comportamento.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros estudos, que demonstrou a eficiência da utilização de métodos numéricos dentro da otimização topológica, foi realizado por Bendsøe, 1989, o qual propôs um modelo denominado de material sólido isotrópico com penalização (*Solid Isotropic Material with Penalization*). A principal mudança em relação a estudos anteriores é o conceito de uma densidade linearmente variável.

Posteriormente, Sigmund, 2001, desenvolveu o código SIMP de 99 linhas em linguagem MATLAB, o qual é baseado em um método iterativo de obtenção de soluções a fim de minimizar a flexibilidade de uma determinada estrutura com uma restrição de volume pré-definida.

Os principais aspectos da otimização topológica através do método SIMP foram estabelecidos por Bendsøe e Sigmund, 2004.

Sardan *et al.*, 2008, utilizou o método SIMP com o objetivo de maximizar as constantes elásticas e a topologia de pinças para fabricação de nano tubos de carbono.

Andreassen *et al.*, 2011, realizou uma melhoria do código SIMP, desenvolvendo um novo código de 88 linhas, em linguagem MATLAB, mais enxuto, baseado no código de 99 linhas proposto por Sigmund, 2001, introduzindo o filtro de densidade e atingindo uma melhor eficiência.

Andreassen e Caper, 2014, desenvolveram um código, em linguagem MATLAB, com o objetivo de determinar as propriedades macroscópicas de um material, usando o método de homogeneização.

Xia e Breitkopf, 2015, desenvolveram um código, em linguagem MATLAB, com o objetivo de otimizar a microestrutura topologicamente, usando o método de homogeneização, e definir as propriedades físicas dos materiais.

4. METODOLOGIA

4.1 O FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Bendsøe, 1989 e Zhou e Rozvany, 1991 apresentam uma abordagem baseada em uma densidade artificial, na qual a densidade dos elementos do domínio é variável e para cada iteração do método atribui-se uma nova densidade x_e , para um elemento e , determinando-se seu Módulo de Young.

O Módulo de elasticidade do material é uma propriedade que relaciona a tensão com a deformação. Dentro do método SIMP modificado, o qual difere do SIMP clássico, Sigmund, 2001, pela ocorrência do E_{min} , o Módulo de elasticidade é definido a partir da seguinte equação:

$$E_e(x_e) = E_{min} + x_e^p (E_0 - E_{min}), \quad x_e \in [0,1] \quad (4.1)$$

onde E_{min} representa o Módulo de elasticidade para espaços vazios, com o valor de 10^{-9} a fim de evitar a singularidade da matriz de rigidez, E_0 representa o módulo de Young inicial do material, p representa a penalização pré-determinada, x_e é a densidade elementar e E_e é o Módulo de elasticidade do elemento.

Conforme Andreassen *et al.*, 2011, o problema de otimização topológica, com o objetivo de maximizar a rigidez ou minimizar a flexibilidade de uma estrutura, pode ser descrito matematicamente conforme as equações 4.1 e 4.2.

Minimizar:

$$c(x) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(x_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (4.2)$$

Sujeito à:

$$\frac{V(x)}{V_0} = f, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4.3)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (4.4)$$

onde c é a flexibilidade, \mathbf{K} é a matriz de rigidez global, \mathbf{U} é o vetor de deslocamento global, \mathbf{F} é o vetor global de força, \mathbf{u}_e é o vetor deslocamento dos nós do elemento, \mathbf{k}_0 é a matriz de rigidez elementar para um elemento com Módulo de Young unitário, x_e é o vetor de densidades dos elementos, N é o número de elementos usados para discretizar o domínio, $V(x)$ é o volume na última iteração, V_0 é o volume inicial referente ao domínio e f é a fração de volume pré-determinada.

4.1.1 Método do Critério Ótimo

A fim de resolver o problema de otimização proposto nas equações 4.2, 4.3 e 4.4, um critério deve ser adotado para atualizar as densidades elementares. Andreassen *et al.*, 2011, sugeriram a utilização de um método de critério ótimo, o qual é baseado numa atualização heurística da variável densidade. Esse critério pode ser visto na equação 4.5.

$$\begin{cases} \max(0, x_e - m) & \text{se } x_e B_e^\eta \leq \max(0, x_e - m) \\ \min(1, x_e + m) & \text{se } x_e B_e^\eta \geq \min(1, x_e + m) \\ x_e B_e^\eta & \text{outros casos} \end{cases} \quad (4.5)$$

onde η representa o coeficiente de amortecimento numérico e adota-se o valor η igual a 1/2, m é o limite de movimento positivo e adota-se o valor m igual a 0,2, e B_e é obtido a partir da condição ótima mostrada na equação 4.6.

$$B_e = \frac{\frac{\partial c}{\partial x_e}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial x_e}} \quad (4.6)$$

A equação 4.6 avalia a variação da flexibilidade com relação ao volume, onde λ é o multiplicador do Lagrange, definido pelo método da bisseção e tem que ser escolhido para que a restrição de volume seja satisfeita.

Para determinar as sensibilidades da flexibilidade e do volume do material, com relação às densidades elementares, as equações 4.7 e 4.8 são utilizadas, respectivamente:

$$\frac{\partial c}{\partial x_e} = -p x_e^{p-1} (E_0 - E_{min}) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_e} = 1 \quad (4.8)$$

onde na equação 4.7 temos p representando o fator de penalização, x_e a densidade elementar, \mathbf{u}_e é o vetor deslocamento, \mathbf{k}_0 é a matriz de rigidez elementar. Na equação 4.8, pode-se ver que o volume elementar é considerado unitário.

4.1.2 Filtro de sensibilidade

Com o objetivo de garantir a convergência das soluções, determinadas restrições devem ser impostas. O filtro de sensibilidade é introduzido para esta finalidade e é representado matematicamente conforme a equação 4.9.

$$\frac{\partial c}{\partial x_e} = \frac{1}{\max(\gamma, x_e) * \sum_i^{N_e} H_{ei}} \sum_{i=0}^{N_e} H_{ei} x_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (4.9)$$

onde γ é igual a 10^{-3} para evitar divisão por zero, H_{ei} é a função peso, a qual é apresentada na equação 4.10.

$$H_{ei} = \max(0, r_{min} - \Delta(e, i)) \quad (4.10)$$

onde r_{min} é o raio do filtro pré-definido, $\Delta(e, i)$ é a distância do centro a centro entre os elementos e N_e é o número de elementos com a distância centro a centro menor que o raio do filtro.

4.1.3 Filtro de densidade

Com o mesmo propósito de garantir a convergência das soluções, atribuído ao filtro de sensibilidade, o filtro de densidade é introduzido e é representado matematicamente conforme a equação 4.11.

$$\tilde{x}_e = \frac{1}{\sum_i^{N_e} H_{ei}} \sum_i^{N_e} H_{ei} x_i \quad (4.11)$$

onde x_i é a densidade original associada a cada elemento.

Conforme Xia e Breitkopf, 2015, o filtro de sensibilidade é totalmente heurístico e foi desenvolvido para o caso específico da minimização da flexibilidade de estrutura [Sigmund, 2001]. Dessa forma, não há garantia que ele irá ter um bom desempenho para o projeto de materiais. Já o filtro de densidade não tem esse problema e apresenta uma performance mais

robusta. Logo, o uso do filtro de densidade é mais adequado para o projeto de materiais. Dessa forma, escolheu-se o filtro de densidade para a obtenção dos resultados desse trabalho.

4.1.4 Matriz constitutiva

A fim de analisar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura, buscou-se uma maneira de levar as informações da microestrutura para a macroestrutura. Para isso, a matriz de rigidez elementar da macroestrutura foi calculada através do método de homogeneização, levando-se em conta para o cálculo da mesma uma microestrutura periódica.

Conforme Petyt, 1990, considerando a teoria do estado plano de tensões, a matriz constitutiva de um material tem sua origem baseada no conceito de energia de deformação. Para cada estado de tensão existe um estado de deformação. A relação entre a tensão e a deformação está descrita na equação 4.12.

$$\sigma = D\varepsilon \quad (4.12)$$

onde σ representa a tensão no material, ε representa a deformação do material e D representa a matriz constitutiva do material.

Para um material isotrópico, o qual tem suas propriedades mecânicas independentes da direção, a matriz constitutiva é representada pela equação 4.13.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} E' & E'\nu & 0 \\ & E' & 0 \\ [Sym & & G \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

onde

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (4.14)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.15)$$

Sendo que E representa o módulo de Young do material e ν representa o coeficiente de Poisson.

Para obter-se a matriz constitutiva proveniente da microestrutura, Xia e Breitkopf, 2015, utilizaram as equações 4.16 e 4.17.

$$\mathbf{Q}_{ij} = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N \mathbf{q}_e^{(ij)} \quad (4.16)$$

Onde \mathbf{Q}_{ij} é a soma das energias mútuas elementares e Y é o volume do domínio, ainda

$$\mathbf{q}_e^{(ij)} = \left(\mathbf{u}_e^{A(i)} \right)^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e^{A(j)} \quad (4.17)$$

onde \mathbf{u}_e é o vetor deslocamento elementar e \mathbf{k}_e é a matriz de rigidez elementar da microestrutura. Para a obtenção dessas equações, Xia e Breitkopf, 2015, utilizaram o método de homogeneização, o qual é visto com uma abordagem mais detalhada em Hassani e Hinton, 1998.

4.1.5 Matriz de Rigidez

Conforme Petyt, 1990, a matriz de rigidez elementar pode ser calculada a partir da equação 4.18:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV_e \quad (4.18)$$

onde \mathbf{B} é a matriz de deformações, a qual é apresentada na equação 4.19.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\frac{1-\eta}{a} & 0 & \frac{1-\eta}{a} & 0 & \frac{1+\eta}{a} & 0 & -\frac{1+\eta}{a} & 0 \\ 0 & -\frac{1-\xi}{b} & 0 & -\frac{1+\xi}{b} & 0 & \frac{1+\xi}{b} & 0 & \frac{1-\xi}{b} \\ -\frac{1-\xi}{a} & -\frac{1-\eta}{a} & -\frac{1+\xi}{b} & \frac{1-\eta}{a} & \frac{1+\xi}{b} & \frac{1+\eta}{a} & \frac{1-\xi}{b} & -\frac{1+\eta}{a} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

onde

$$\eta = y/b \quad (4.20)$$

$$\xi = x/a \quad (4.21)$$

Na equação 4.19, 4.20 e 4.21, as variáveis a e b representam a metade da dimensão do elemento de volume representativo, o qual é usado para discretizar o domínio do problema, e podem ser vistas na figura 4.22.

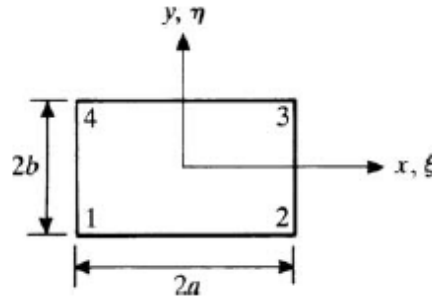


Figura 4.22 Elemento de volume unitário

Nesse trabalho, para o cálculo da nova matriz de rigidez elementar da macroestrutura, utilizou-se a matriz constitutiva proveniente da equação 4.16. Dessa forma, conseguiu-se levar as informações da microestrutura topologicamente otimizada para a obtenção da flexibilidade da macroestrutura da viga MBB.

4.1.6 Módulo volumétrico

No projeto de um material elástico, é possível obter materiais cujas constantes elásticas tenham valores extremos, tal como um material com Poisson negativo [Sigmund, 1999] ou com módulo de cisalhamento extremamente alto. Nesse trabalho, escolheu-se como constante elástica a ser otimizada na microestrutura, o módulo volumétrico, o qual representa a taxa de incompressibilidade de um material, com o objetivo de avaliar sua influência na maximização da rigidez da viga MBB.

As informações da função objetivo da microestrutura podem ser encontradas no item 4.1 dentro do artigo Xia e Breitkopf, 2015.

4.2 Implementação Computacional

Com o objetivo de obter-se um código, em linguagem MATLAB, com o qual seja possível avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura, desenvolveu-se um novo código, utilizando-se como base o código proveniente do artigo do Andreassen *et al.*, 2011, levando-se em consideração o que foi proposto por Petyt, 1990, conforme as equações 4.18 e 4.19.

A matriz de rigidez elementar de uma estrutura é apresentada conforme a equação 4.18, onde \mathbf{B} representa a matriz de deformações e \mathbf{C} representa a matriz constitutiva do material. Utilizando-se essa abordagem para o cálculo da matriz de rigidez elementar de uma estrutura, desenvolveu-se o código, em linguagem MATLAB, capaz de transferir as informações da microestrutura otimizada para a macroestrutura da viga MBB.

A seguir, é apresentado o procedimento em sequência, mostrando os passos realizados para a análise do método SIMP, que foram implementados para a obtenção dos resultados desse trabalho.

1 – Discretizar o domínio que corresponde à microestrutura, determinando os parâmetros de entrada: número de elementos no eixo x , $nelx$, número de elementos no eixo y , $nely$, o fator de penalização, $penal$, o raio de filtragem, $rmin$, a fração volumétrica, $volfrac$ e o tipo de filtro.

2 – Retirar material utilizando a informação da sensibilidade de forma a maximizar o módulo volumétrico, obtendo-se assim a matriz constitutiva \mathbf{Q} , a qual carrega as informações da otimização topológica da microestrutura.

3 – Repetir os passos 1 e 2, até que a fração volumétrica pré-estabelecida seja satisfeita.

4 – A partir da matriz constitutiva \mathbf{Q} homogeneizada, calcular a matriz elementar de rigidez da macroestrutura.

5 – Discretizar o domínio que corresponde à macroestrutura, determinando os parâmetros de entrada: número de elementos no eixo x , $nelx$, número de elementos no eixo y , $nely$, o fator de penalização, $penal$, o raio de filtragem, $rmin$, a fração volumétrica, $volfrac$ e o tipo de filtro.

6 – Retirar material utilizando a informação da sensibilidade de forma a minimizar a flexibilidade.

7 – A partir do filtro de densidade, obter as densidades físicas da macroestrutura.

8 – Repetir os passos 6 e 7, até que a fração volumétrica pré-estabelecida seja satisfeita.

Com o objetivo de facilitar o entendimento do procedimento, o fluxograma do processo é apresentado na figura 4.19.

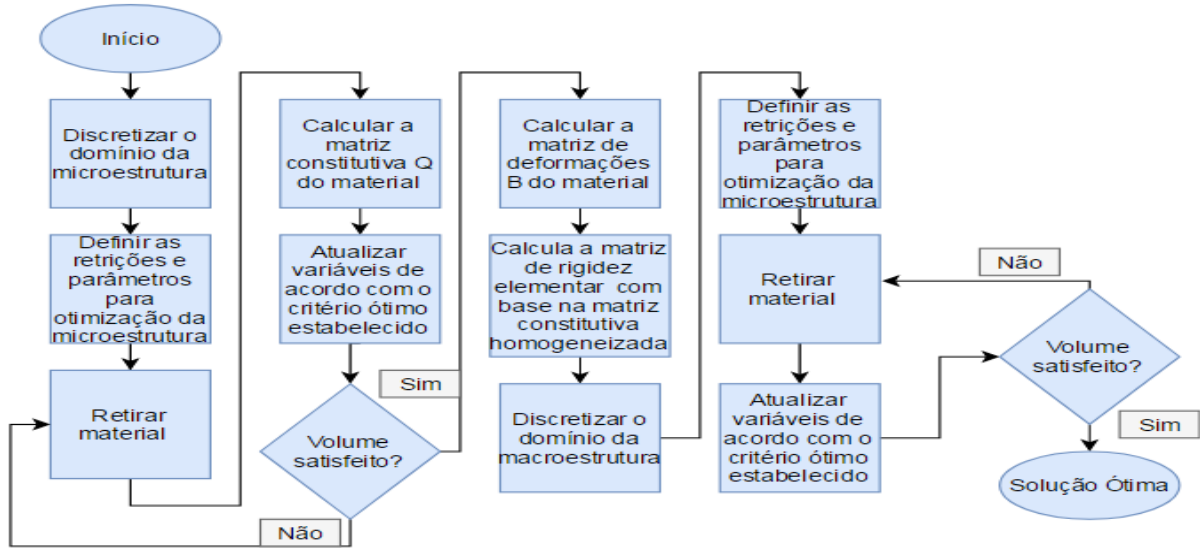


Figura 4.19 - Fluxograma da influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura

5. RESULTADOS

De posse do programa implementado, com o objetivo de avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura para maximização da rigidez da viga MBB, testes numéricos foram realizados e comparados com resultados obtidos pelo código proposto por Andreassen *et al.*, 2011, o qual aborda somente a otimização topológica da macroestrutura.

5.1 Influência da otimização topológica da microestrutura com diferentes frações volumétricas

A fim de avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura, com diferentes frações volumétricas, na maximização da rigidez da macroestrutura da viga MBB, realizou-se ensaios numéricos para analisar o comportamento das soluções, verificando se há ganho ou perda de rigidez na estrutura.

Como primeiro exemplo, comparou-se os resultados obtidos com o código implementado nesse trabalho, com os resultados obtidos através do código proposto por Andreassen *et al.*, 2011, mantendo-se os mesmos dados de entrada na otimização topológica da macroestrutura, e introduzindo a otimização topológica da microestrutura. Para a obtenção da matriz constitutiva homogeneizada da microestrutura, utilizou-se o código proposto por Xia e Breitkopf, 2015.

Os dados de entrada utilizados para a otimização das macroestruturas apresentadas nas figuras 5.1 e 5.2 foram: número de elementos no eixo x, nel_x , igual a 100, número de elementos no eixo y, nel_y , igual a 50, fator de penalização igual a 3, raio de filtragem igual a 4, e $volfrac$ igual a 0,5 e o filtro de densidade ($ft = 2$). Nas figuras 5.1 e 5.2, é mostrado o leiaute da viga MBB com a microestrutura não otimizada e otimizada, respectivamente.



Figura 5.1 Viga MBB com microestrutura



Figura 5.2 Viga MBB com microestrutura

não otimizada

otimizada

Pode-se notar uma semelhança entre os leiautes obtidos, porém a estrutura da Figura 5.2, é composta por um material com a microestrutura otimizada, devido à remoção de material durante a otimização topológica da microestrutura. Para a viga sem a otimização da microestrutura, o valor de flexibilidade obtido foi 91,2077. Para a viga com a microestrutura topologicamente otimizada, o valor de flexibilidade obtido foi 87,0428 para a fração volumétrica da microestrutura igual a 0,6.

Dessa forma, para os dados de entrada anteriormente citados, quando se introduz a otimização topológica da microestrutura, o material mais poroso apresenta o valor de sua flexibilidade 4,56% menor do que o valor da flexibilidade do material sem a otimização da microestrutura. Como a rigidez de uma estrutura é inversamente proporcional à flexibilidade da mesma, há um ganho de rigidez proveniente da otimização topológica da microestrutura, o que faz a viga transmitir os esforços de uma maneira mais eficaz.

A fim de avaliar o comportamento das soluções com a variação da fração volumétrica da microestrutura otimizada, realizaram-se ensaios numéricos para diferentes valores da mesma e os resultados são mostrados na figura 5.3.

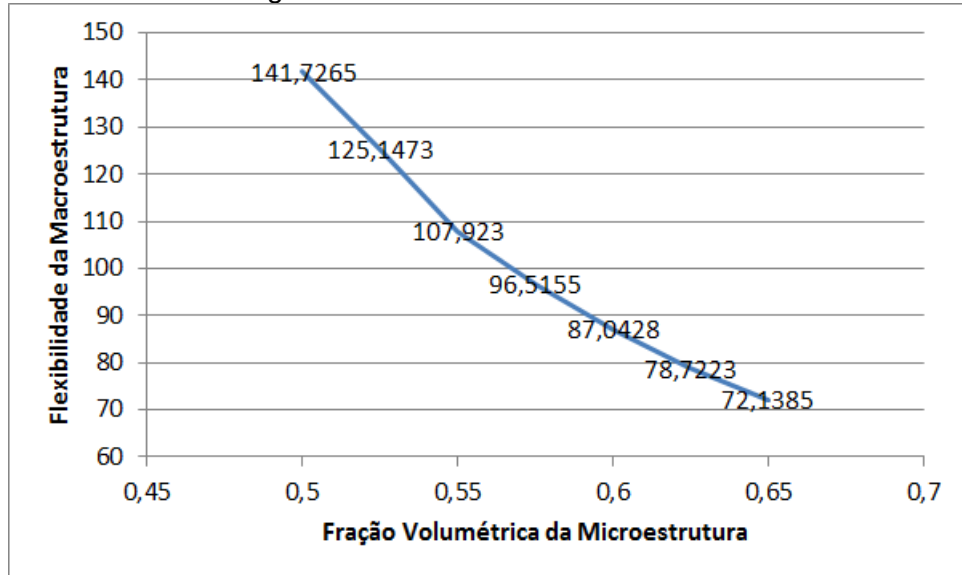


Figura 5.3 – Flexibilidade da Macroestrutura x Fração Volumétrica da Microestrutura

Os resultados da Figura 5.3 foram obtidos, utilizando-se os mesmos parâmetros usados anteriormente para calcular a macroestrutura representada nas Figuras 5.1 e 5.2. As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam os leiautes da macroestrutura da viga, obtidos com as frações volumétricas da microestrutura igual a 0,5; 0,55 e 0,65, respectivamente:



Figura 5.4 Fração volumétrica = 0,5



Figura 5.5 Fração volumétrica = 0,55



Figura 5.6 Fração volumétrica = 0,65

Os valores encontrados de flexibilidade para os casos da figura 5.4, 5.5 e 5.6 foram, respectivamente, 141,7265, 107,9230 e 72,1385. Nota-se que para materiais com frações volumétricas menores que 0,6 na microestrutura, a estrutura se torna mais flexível, obtendo-se valores maiores de flexibilidade e por consequência apresentando uma menor rigidez. Assim, pode-se inferir que há uma retirada de material em excesso para frações volumétricas menores que 0,6.

Para a fração volumétrica da microestrutura igual a 0,5903, obteve-se o valor de flexibilidade igual a 91,2314, a partir do qual se pode dizer que é aproximadamente o mesmo valor de flexibilidade obtido através da otimização da macroestrutura sem levar em conta a microestrutura.

Para a obtenção da microestrutura topologicamente otimizada, os dados de entrada utilizados para a otimização da microestrutura foram: número de elementos no eixo x, *nelx*, igual a 100, número de elementos no eixo y, *nely*, igual a 100, fator de penalização igual a 3, raio de filtragem igual a 4, a fração volumétrica, *volfrac*, igual a 0,6 e o filtro de densidade. Na figura 5.7, pode-se ver o leiaute da microestrutura otimizada.

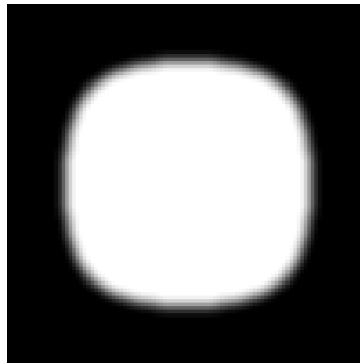
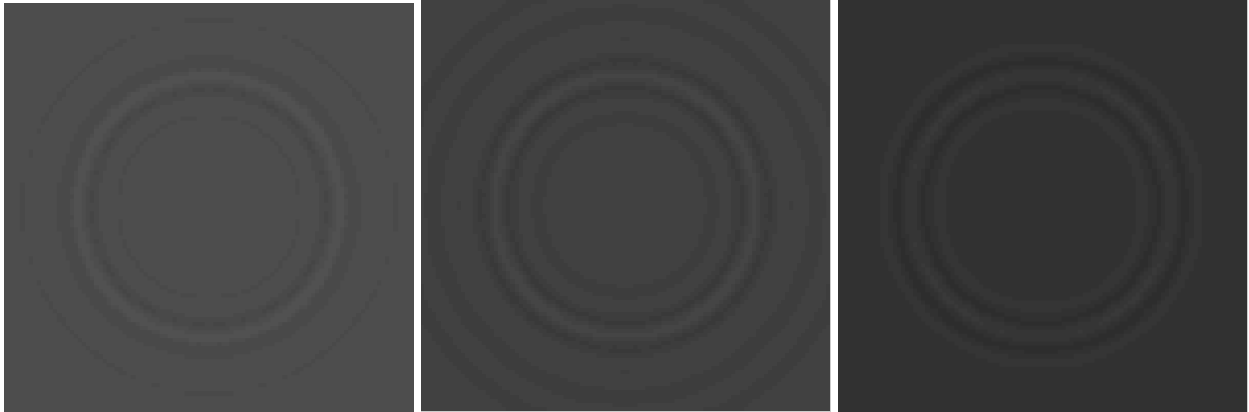


Figura 5.7 Microestrutura otimizada para fração volumétrica igual a 0,6

Pode-se notar, para os dados de entrada anteriormente citados, a obtenção de uma microestrutura clara, com duas densidades bem definidas, sendo que uma representa a ausência de material, representado pela região branca na Figura 5.7, e a outra representa a densidade obtida para a microestrutura. Tal resultado é importante, visto que não há regiões cinza.

A microestrutura otimizada da Figura 5.7 foi utilizada para o cálculo da macroestrutura apresentada na Figura 5.2.

Para valores de fração volumétrica acima de 0,65, a microestrutura passa a apresentar elementos com regiões cinzas, mostrando uma não convergência da solução, o que perde a relevância em meio às análises propostas por esse trabalho, o qual busca estruturas macro e microscópicas bem definidas. Nas figuras 5.8, 5.9, 5.10, são mostrados os leiautes obtidos da microestrutura com raio de filtragem igual a 4, fator de penalização igual a 3 e as frações volumétricas de 0.7, 0.75, 0.80, respectivamente:

Figura 5.8 $volfrac = 0,7$ Figura 5.9 $volfrac = 0,75$ Figura 5.10 $volfrac = 0,80$

Logo, escolheu-se o maior valor de fração volumétrica da microestrutura igual a 0,65 para a obtenção dos resultados, pois esse valor ainda garante a obtenção de uma microestrutura clara e bem definida.

5.2 Influência da otimização topológica da microestrutura com diferentes raios de filtragem

A fim de avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura, com diferentes raios de filtragem, na maximização da rigidez da macroestrutura da viga MBB, realizou-se ensaios numéricos para analisar o comportamento das soluções, verificando-se ganho ou perda de rigidez na estrutura.

Os dados de entrada utilizados para a otimização da macroestrutura foram os mesmos utilizados para a obtenção do resultado da Figura 5.2. Como dados de entrada para a otimização da microestrutura utilizaram-se os mesmos parâmetros para a obtenção do resultado da figura 5.2, com exceção da fração volumétrica, à qual se atribuiu o valor igual a 0,5903, e o raio de filtragem, o qual se atribuiu valores de 2 a 5. A fração volumétrica da microestrutura foi definida como 0,5903, pois com esse valor, a flexibilidade da viga MBB topologicamente otimizada na micro e na macroestrutura é igual ao valor da flexibilidade da macroestrutura sem a otimização topológica da microestrutura. Logo, torna-se interessante avaliar o comportamento da solução para esse caso particular. Os resultados obtidos com os valores de raio de filtragem iguais a 2, 3, 4 e 5 são mostrados na figura 5.10.

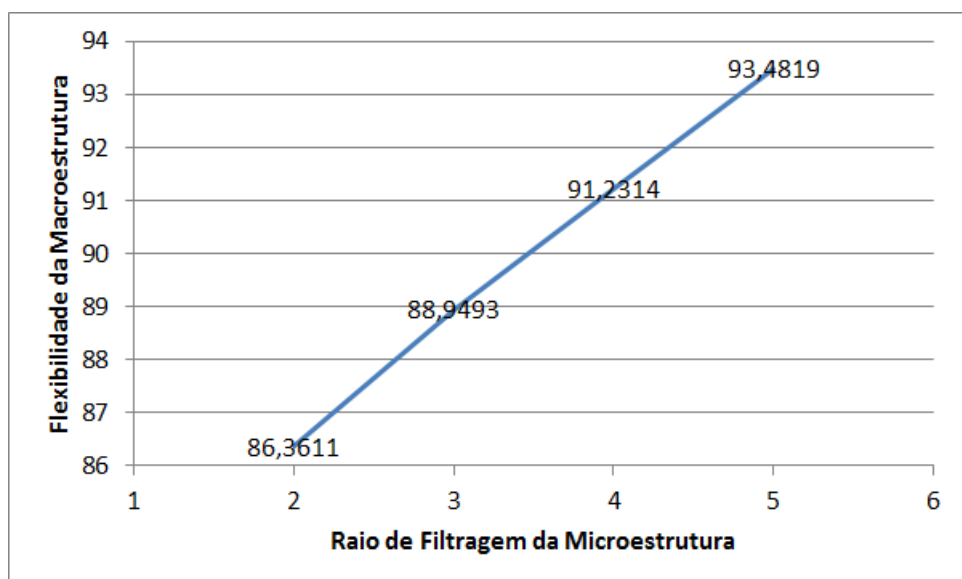


Figura 5.10 – Flexibilidade da Macroestrutura x Raio de Filtragem da Microestrutura

Nota-se que o raio de filtragem da microestrutura, comparado com a influência da fração volumétrica da microestrutura, tem pouca influência sobre o valor da flexibilidade da macroestrutura da viga MBB. Com o raio de filtragem igual a 2, o valor obtido de flexibilidade é igual a 86,3611. Com o raio de filtragem igual a 4, o dobro do valor anterior, o valor obtido de flexibilidade é igual a 91,2314. Logo, a variação do valor da flexibilidade é muito pequena, 5,64%, comparada com a variação do valor do raio. Nota-se, também, um ganho de rigidez da macroestrutura para valores menores de raio de filtragem.

Conforme Bendsøe e Sigmund, 2003, as microestruturas de uma escala de comprimento podem ser obtidas, utilizando-se um valor grande de raio de filtragem, e diminuindo seu valor durante o processo de otimização. Conforme Xia e Breitkopf, 2015, o raio de filtragem tem o objetivo de estabilizar a solução. Assim, valores menores de raio de filtragem resultam em melhores soluções, pois permitem que detalhes de mais alta frequência passem pelo filtro. Dessa forma, escolheram-se os valores de 2, 3, 4 e 5 para o raio de filtragem.

Em termos do leiaute da macroestrutura as figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 mostram os leiautes obtidos com os valores de raio de filtragem iguais a 2, 3, 4 e 5, respectivamente.



Figura 5.11 Viga MBB $r_{\min} = 2$



Figura 5.12 Viga MBB $r_{\min} = 3$



Figura 5.13 Viga MBB $r_{\min} = 4$



Figura 5.14 Viga MBB $r_{\min} = 5$

Conforme as figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14, pode-se notar que o raio de filtragem da microestrutura não tem grande influência com relação ao leiaute da macroestrutura da viga MBB. Não há nenhum tipo de ganho de resolução.

5.3 Influência da otimização topológica da microestrutura com diferentes fatores de penalização

Com o objetivo de avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura, com diferentes fatores de penalização, na maximização da rigidez da macroestrutura da viga MBB, realizou-se ensaios numéricos para analisar o comportamento das soluções, verificando se há ganho ou perda de rigidez na estrutura.

Os parâmetros utilizados para a otimização da macroestrutura e microestrutura foram os mesmos utilizados para a obtenção do resultado da figura 5.10, exceto a fração volumétrica da microestrutura, para a qual se atribuiu o valor de 0,5903, e o fator de penalização, para o qual se atribuiu os valores 3, 4, 5 e 6. Os valores de flexibilidade obtidos podem ser vistos na figura 5.15, mostrando o comportamento das soluções.

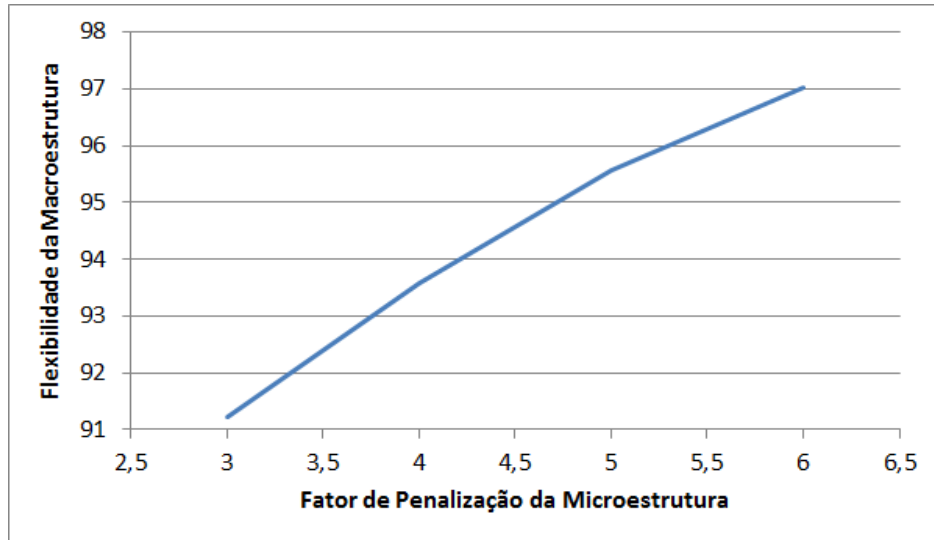


Figura 5.15 – Flexibilidade da Macroestrutura x Fator de Penalização da Microestrutura

Conforme a figura 5.15 a flexibilidade da macroestrutura da viga MBB tem pequenas variações quando se altera o valor do fator de penalização da microestrutura, indicando pouca influência do mesmo na rigidez da estrutura. Além disso, há a obtenção de valores de flexibilidade menores da estrutura quando se utiliza valores menores para o fator de penalização, obtendo-se valores de rigidez maiores para a viga MBB.

Conforme Xia e Breitkopf, 2015, as soluções apresentam leiautes bem definidos com o aumento do fator de penalização, obtendo-se uma solução “*black and white*”. Porém as soluções têm maior probabilidade de ficarem presas em mínimos locais, prejudicando a exatidão dos resultados obtidos. Dessa forma, escolheu-se 6 como maior valor e 3 como menor valor do fator de penalização.

Apesar de fatores de penalização maiores resultarem em uma microestrutura bem definida, o aumento do valor desse parâmetro não tem grande influência sobre o leiaute da macroestrutura. As figuras 5.16 e 5.17 mostram os leiautes obtidos para os valores de fator de penalização 5 e 6, respectivamente.



Figura 5.16 *penal* = 5



Figura 5.17 *penal* = 6

6. CONCLUSÕES

O procedimento realizado nesse trabalho para avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura através da utilização do método SIMP, em linguagem MATLAB, mostrou-se eficiente, apresentando resultados, com os quais foi possível observar o comportamento das soluções para diferentes valores dos parâmetros de fração volumétrica, raio de filtragem e fator de penalização da microestrutura.

Nota-se que o parâmetro de fração volumétrica da microestrutura tem uma grande influência sobre a flexibilidade da macroestrutura da viga MBB, conforme esperado, visto que quanto menor a fração de volume, maior é a retirada de material da estrutura, fazendo com que a estrutura fique mais flexível. Contudo, os resultados obtidos com frações volumétricas da

microestrutura com valores entre 0,6 e 0,65 mostram que é possível obter-se uma estrutura com menos material e maior rigidez. Isso ocorre porque o material com a microestrutura otimizada transmite os esforços de uma maneira mais eficiente.

Já o raio de filtragem e o fator de penalização da microestrutura apresentaram pouca influência sobre o valor da flexibilidade da macroestrutura, tendo menor relevância na busca da maximização da rigidez da viga MBB.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andreassen, E., Clausen, A., Schevenels, M., Lazarov, B. S., Sigmund, O. **“Efficient topology optimization in matlab using 88 lines of code.”** Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 43, p. 1 – 16, 2011.

Andreassen E., Casper, S. **“How to determine composite material properties using numerical homogenization.”**, Computational Materials Science, Vol. 83, 2014, p. 488-495.

Bendsøe, M. P.; **“Optimal shape design as a material distribution problem”**, Structural Optimization, v. 1, p. 193 -202, 1989.

Bendsøe, M., P.;Sigmund O.; **“Topology optimization: theory, methods, and applications.”**, 1ª ed. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 370p.

Eschenauer, H., Olhoff, N. **“Topology optimization of continuum structures: A review*”**, ASME Applied Mechanics Reviews, v. 54, n. 4, p. 331-390, 2001.

Hassani, B.; Hinton, E. **“A review of homogenization and topology optimization I - homogenization theory for media with periodic structure”**, Computers & Structures, v. 69, p. 707–717, 1998.

Hassani, B.; Hinton, E. **“A review of homogenization and topology optimization II - analytical and numerical solution of homogenization”**, Computers & Structures, v. 69, p.719–738, 1998.

Kim, H.; Querin, O. M.; Steven, G. P. **“On the development of structural optimisation and its relevance in engineering design”**, Design Studies, v.23, n. 1, p. 85-102, 2002.

Petyt, M. **“Introduction to Finite Element Vibration Analysis”**. 1ª edição. ed. UK: Cambridge University Press, 1990. 564p.

Sardan, O.; Eichhorn, V., Petersen, D. H., Fatikow, S., Sigmund, O., Bøggild, P. **“Rapid prototyping of nanotube-based devices using topology-optimized microgrippers”**, Nanotechnology, v. 19, p. 1-9, 2008.

Sigmund, O. **“A 99 line topology optimization code written in matlab”**. Structural Multidisciplinary Optimization, v. 21, n. 2, p. 120-127, 2001.

Xia, L.; Breitkopf, P.; **“Design of materials using topology optimization and energy-based homogenization approach in Matlab”**, Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 52, p. 1229 – 1241, 2015.

Zhou, M.; Rozvany, G. I. N. **“On the validity of ESO type methods in topology Optimization”**, Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 21, n. 1, p. 80-83, 2001.

APENDICE I

A fim de observar o comportamento das soluções, calculou-se a flexibilidade para diferentes parâmetros da microestrutura. Para a fração volumétrica, os valores atribuídos foram 0,5, 0,525, 0,5, 0,55, 0,575, 0,6, 0,625, 0,65. Para o raio de filtragem, os valores atribuídos foram 2, 3, 4, 5. Para o fator de penalização, os valores atribuídos foram, 3, 4, 5, 6.

Para uma visualização simultaneamente em função de dois parâmetros as figuras I.a e I.b mostram o comportamento das soluções, dependentes das frações volumétricas, para os diferentes valores de raio de filtragem e fator de penalização.

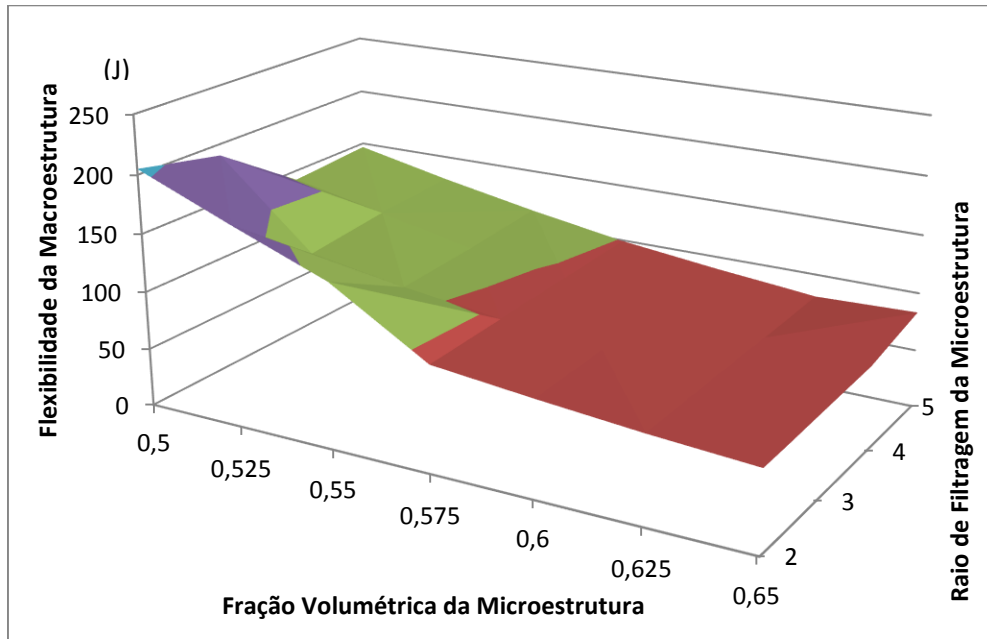


Figura I.a – Flexibilidade da Macroestrutura x Fração Volumétrica da Microesutrutura x Raio de Filtragem da Microestrutura

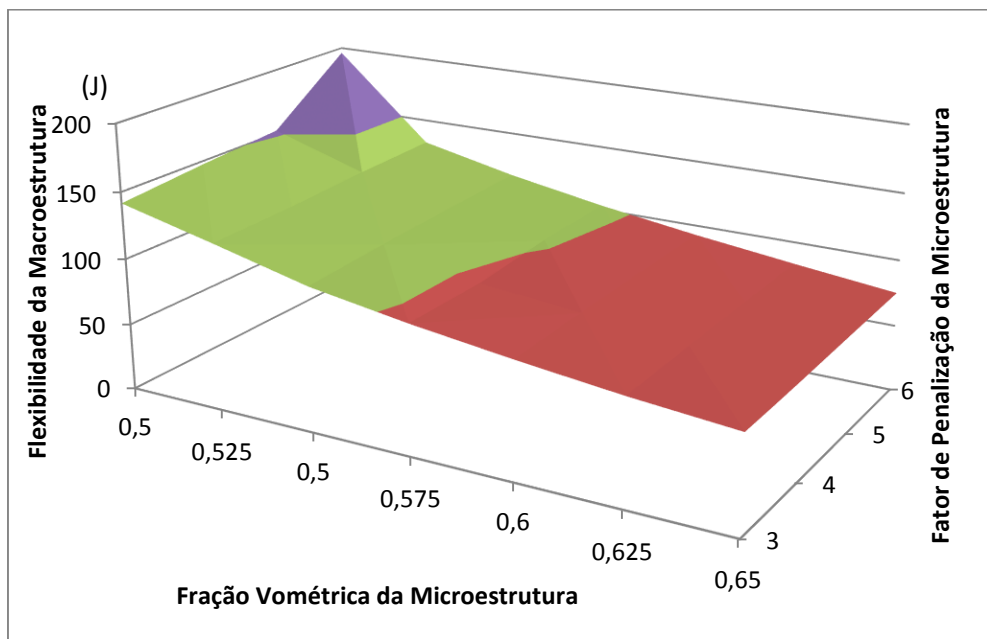


Figura I.b – Flexibilidade da Macroestrutura x Fração Volumétrica da Microesutrutura x Fator de Penalização da Microestrutura)