UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS UTILIZANDO ALGEPLAN

Juliana Müller Silveira

PORTO ALEGRE

2017

JULIANA MÜLLER SILVEIRA

APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS UTILIZANDO ALGEPLAN

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de título de licenciado em Matemática, pelo curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2017

Juliana Müller Silveira

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS UTILIZANDO ALGEPLAN

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de título de licenciado em Matemática, pelo curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

UFRGS – Instituto de Matemática e Estatística

Aprovado em 29 de julho de 2017.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
IME/UFGRS

Profa. Dra. Fabiana Fattore Serres
Colégio de Aplicação/UFRGS

Profa. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana
IME/ UFRGS

“Sem sonhos, a vida não tem brilho.
Sem metas, os sonhos não tem alicerces.
Sem prioridades, os sonhos não se tornam reais.” (Augusto Cury)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que nunca me abandonou mesmo nos momentos mais difíceis.

A minha família pela paciência, principalmente aos meus pais, que foram a base maior para a construção do meu caminho e ao meu irmão, que sempre me apoiou com seu companheirismo.

Aos meus familiares, tios e primos que sempre incentivaram.

Aos colegas de profissão, que me serviram de inspiração e me deram forças pra continuar.

Aos meus amigos, que muitas vezes foram deixados de lado e mesmo assim foram pacientes e compreensivos. Um agradecimento especial às amigas Sara Cordoni, Kellen Cardoso e Priscila Aliardi, pelos anos de companheirismo, estudos, dedicação e amizade.

Aos professores e funcionários do Instituto de Matemática e Estatística pela dedicação e carinho.

Ao professor Marcus Vinícius de Azevedo Basso pela paciência, dedicação, bons conselhos e persistência em me orientar.

À banca composta pelas professoras Marilaine de Fraga Sant’Ana e Fabiana Fattore Serres, pelos bons conselhos e críticas construtivas.

RESUMO

Este trabalho consiste em um estudo de caso que buscou analisar como alunos do terceiro ano do Ensino Médio compreendem os conceitos de polinômios e interpretam questões que envolvem área. Foi realizada uma pesquisa com professores de Ensino Médio de escolas públicas, na qual se buscou saber como vem sendo abordado o conteúdo polinômios. A partir daí, utilizou-se o material concreto Algeplan como recurso para o aprendizado e compreensão de conceitos. Portanto o trabalho buscou compreender de que forma se dá o processo de aprendizagem de polinômios por alunos de terceiro ano de ensino médio em uma escola da Rede Estadual do município de Porto Alegre, usando como referência a utilização do recurso Algeplan.

Palavras chaves: Polinômios, Material Concreto, Algeplan.

ABSTRACT

This paper consists of a case study that intends to analyze how High School students of the third year understand the concepts of polynomials and interpret questions involveing that matter. A survey was conducted with High School teachers of public schools, Trying to understand how it has been approached the polynomials content. Therefore, this work tried to understand how happens the process of learning polynomials by high school students of the third year from schools in the State at the city of Porto Alegre, using the Algeplan feature as a reference.

Key words: Polynomials, Concrete Material, Algeplan.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A partir de dificuldades vivenciadas no estudo de polinômios na época da escola e de experiências vividas em sala de aula, como professora,decidi estudar um método de ensinar o conteúdo aos alunos, de forma que eles pudessem visualizar e ter maior entendimento do que estavam aprendendo.

Sabe-se que na maioria das escolas o ensino tradicional que se utiliza de explicação e execução de exercícios é o método mais utilizado, mas o uso de objetos e material concreto vem ganhando muito espaço em sala de aula ao longo dos anos. Tendo em vista que para muitos a matemática é difícil e até incompreensível, pensei em utilizar um material concreto que auxiliasse na busca ao abstrato, tornando o estudo mais atraente.

Pesquisando alguns métodos, encontrei o Algeplan que é um material manipulativo que serve para relacionar figuras geométricas, como quadrados e retângulos com a álgebra. Utiliza-se no ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios. Escolhi realizar uma atividade prática experimental, utilizando o Algeplan, como objetivo de auxiliar no processo de aprendizagem de polinômios no terceiro ano do ensino médio de uma escola pública do município de Porto Alegre.

Segundo o PCN (1998),

> A Aritmética e a Geometria formaram-se a partir de conceitos que se interligavam. Talvez, em conseqüência disso, tenha se generalizado a idéia de que a Matemática é a ciência da quantidade e do espaço, uma vez que se originou da necessidade de contar, calcular, medir, organizar o espaço e as formas.

A álgebra é o campo da matemática que generaliza a aritmética, introduzindo variáveis que representam os números e simplificando e resolvendo, através de fórmulas, problemas nos quais as grandezas são representadas por símbolos.

Os polinômios são normalmente abordados no oitavo ano do ensino fundamental, com enfoque nos produtos notáveis e fatorações. Já no terceiro ano do ensino médio, são abordados como funções polinomiais de 2º e 3º graus. São compostos por várias expressões algébricas, desde as mais simples que envolvem apenas números, até as mais complexas que podem apresentar diversas letras ou coeficientes, potências, entre outros. Os polinômios encontram-se em uma área da matemática denominada álgebra. Essa correlaciona o uso de letras com operações aritméticas, permitindo, assim, efetuar operações aritméticas entre os polinômios, tais como adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

O presente trabalho consiste em buscar entender como os alunos compreendem os conceitos de polinômios, e para isso será realizado um estudo de caso, com base em João Pedro da Ponte, em que será proposto um conjunto de atividades de operações entre polinômios e os alunos utilizarão conhecimentos prévios de álgebra e operações e o Algeplan para resolvê-las.

Segundo Ponte (2006),

> um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica. Baseia-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental [...] trata-se de um tipo de pesquisa que tem sempre um forte cunho descritivo.

Através de uma pesquisa com professores de Ensino Médio, com intuito de tentar compreender como os professores vem abordado o conteúdo polinômios, optei por realizar a prática em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio em uma escola da Rede Estadual, situada no município de Porto Alegre. A escolha da escola justifica-se pelo fato de ser de ensino público, no qual a maioria da população estuda.

O objetivo é auxiliar os alunos a compreenderem os conceitos através de material manipulativo, mostrando a eles que não é necessário memorizar ou decorar a manipulação de determinadas fórmulas.

1.1 PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO

A partir de experiências vivenciadas e considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos ao longo dos anos em relacionar álgebra e aritmética no aprendizado de matemática, pensei em utilizar um método que relacionasse esses dois campos com a geometria, a fim de que seja mais fácil a compreensão e visualização.

Sendo assim, tentarei responder a seguinte pergunta: Como os alunos interpretam as questões de área utilizando os conceitos de polinômios?

1.2 OBJETIVOS

Utilizando a álgebra, a aritmética e a geometria, através do material manipulativo Algeplan, o presente trabalho tem o objetivo de discutir a capacidade dos alunos de interpretarem problemas referentes a áreas e perímetros, utilizando os conceitos de polinômios.

Como já mencionado anteriormente, este trabalho consiste em tentar entender como os alunos compreendem os conceitos de polinômios. Assim, realizaremos um estudo de caso, com base em João Pedro da Ponte, no qual será proposto um conjunto de atividades de operações entre polinômios e os alunos utilizarão conhecimentos prévios de álgebra e operações e o Algeplan para resolvê-las.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O objetivo principal do uso do "*Algeplan*", como mencionado anteriormente, é relacionar figuras geométricas planas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas do primeiro e segundo graus, monômios e polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau.

Utilizando esse material, é possível montar várias figuras e a partir delas trabalhar com noções de área e perímetro. Penso que essa prática pode incentivar a compreensão dos conceitos, auxiliar no cálculo mental e também desenvolver a criatividade do aluno, devido à visualização concreta da problemática.

A álgebra não é algo fácil de ser definida. Segundo Coxford e Shulte (1995), a álgebra tem a ver com a compreensão das "letras", comumente chamadas variáveis, e suas operações. Normalmente apresenta-se na forma de equação, envolvendo operações entre letras e números, também chamadas de expressões algébricas. Quando constituída de um termo é chamada monômio, como por exemplo, $5x^2$, quando forem dois termos binômio, por exemplo, $4xy + 2y$, quando forem três termos trinômio, como por exemplo, $a^2 + 2ab + b^2$. Polinômios são expressões com dois ou mais termos. Para eles,

> As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis (1995, p.13).

Para Ponte (2006), há muitos anos a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Porém, nos tempos atuais, o grande objetivo da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo Castro (2003), hoje, o ensino da álgebra faz parte do ensino escolar, porém vem apresentando tantos fracassos que pode ser considerada um elemento de exclusão, devido ao fato de que grande parte dos alunos não consegue compreendê-la, transformando-a em um simples aglomerado de regras e símbolos.

Para contribuir com o entendimento sobre o ensino de matemática utilizando material concreto, recorri a teóricos como Marília Toledo e Mauro Toledo (1997). Segundo eles,

> Muitas vezes os professores de matemática e mesmo os livros didáticos indicam uma nova unidade pela etapa de representação: em primeiro lugar vem a definição (representação formal do conceito); depois, alguns exemplos; a seguir situações práticas em que se pode aplicar aquele conceito. Esse, acreditamos, é um dos grandes motivos pelos quais os alunos, mesmo os de cursos de nível médio, acham que a matemática é uma disciplina em que se devem decorar algumas regras e aplicá-las em situações de sala de aula e que nada tem a ver com a vida prática. (1997, p.37)

Penso que a formalidade de representação de definição, exemplos, práticas, necessariamente nessa ordem não é necessária. Os conteúdos podem ser introduzidos através da prática, e depois passar para a parte de definições matemáticas.

Segundo Ponte (2005), estratégias de ensino devem ser diversificadas pelos professores, para que os estudantes passem a compreender a linguagem algébrica de forma mais espontânea, diminuindo o impacto na transição entre a Aritmética e a Álgebra.

É fato que atualmente o ensino da álgebra encontra-se afastado da realidade da maioria dos alunos; eles conseguem realizar as operações e chegar ao resultado, mas em geral não sabem por que chegaram a esse resultado, e nem conseguem fazer associações dos conhecimentos adquiridos com seu cotidiano.

Isso acontece, pois em sua grande parte, o processo de ensino e aprendizagem ocorre através de transmissão de conteúdos, onde o professor apresenta o conteúdo e o aluno armazena, através da realização de exercícios repetitivos. A maioria dos exercícios propostos pelos livros didáticos e pelos professores é de memorização e aplicação direta de definições e fórmulas. Talvez seja uma fixação exagerada de manipulações mecânicas com símbolos, o que pode parecer muito fácil, porém pode transparecer uma idéia de inutilidade.

Acredito que cabe ao professor ser o mediador, organizador e incentivador, propondo diferentes atividades que influenciem positivamente no processo de aprendizagem dos alunos.

Particularmente, acredito na importância de trabalhar geometria e álgebra juntas, na resolução de áreas e perímetros, relacionando os conceitos e proporcionando melhor compreensão das operações. O ensino de forma integrada tende a fortalecer a aprendizagem e facilitar a compreensão dos conceitos, por parte dos alunos.

Segundo Laudares e Oliveira (2015), o uso da Geometria para a contextualização algébrica torna seu aprendizado mais interessante e motivador, pois as representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico, que é fundamental para o aprendizado. As representações geométricas, além de representarem figuras, ajudam a expressar um pensamento algébrico, auxiliam o aluno a fazer relações e generalizações de situações. O cálculo de área, por exemplo, é significativo para que o aluno traduza a linguagem algébrica e consiga generalizar situações. Segundo Fiorentini (1992), a Geometria tende a subsidiar a construção dos conceitos algébricos.

Segundo Laudares e Oliveira (2015),

> Com o objetivo de que os estudantes alcancem uma formação de conceitos algébricos satisfatórios e para que obtenham um desenvolvimento do pensamento algébrico consistente, o ensino da Álgebra deve não só estar articulado com os conceitos aritméticos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, mas enfatizar as várias concepções da álgebra também dentro da Geometria, visando assim, um efetivo desenvolvimento do pensamento abstrato e a capacidade para generalizar os conceitos nas séries posteriores à educação básica.

Considerando que a Geometria é um assunto do cotidiano do estudante e de fácil acesso, relacioná-la com a Álgebra através de conceitos é papel do professor. Basta que ele explore e sirva de motivação para o desenvolvimento de ambos os conteúdos, fazendo da abstração e do uso de símbolos uma conseqüência do seu trabalho que foi desenvolvido.

O material concreto Algeplan (feito em EVA) foi utilizado em sala de aula sem uma introdução da teoria, de modo a conduzir o aluno a trabalhar algebricamente incluindo as situações mais gerais tendo em vista a limitação do material.

> (Silva et al.,2011), cabe ao educador perceber a necessidade de enriquecer sua metodologia, utilizando materiais concretos para que a aula possa ser mais dinâmica, além de conciliar teoria com a prática, para instigar os alunos a participarem da aula, expor suas opiniões e interagirem nos grupos. O material concreto é uma forma de apresentar ao aluno uma maneira mais fácil e palpável de aprender matemática e como ela pode ser usada no nosso cotidiano.

Os alunos ainda não conheciam o material quando lhes foi apresentado. Então, quando os convidamos a participar, notamos uma rápida movimentação entre eles, que se mostraram ansiosos em participarem das atividades propostas, pois segundo eles, o aprendizado fica melhor quando tem uma aula diferente.

O conhecimento quando é construído, ao invés de transmitido pelo professor faz mais sentido ao aluno, facilitando, assim a melhor compreensão dos conteúdos. Penso que a falta de motivação para o aprendizado de Matemática, dá-se pelo simples fato de não haver aplicabilidade dos cálculos de matemática na vida do aluno.

Sendo assim, para construir e/ou consolidar conceitos matemáticos e para que os estudantes alcancem os conhecimentos algébricos satisfatórios, os conceitos da Álgebra devem ser articulados não só com conceitos aritméticos, mas também com Geometria, com o objetivo de desenvolver um pensamento abstrato e capacidade de generalização de conceitos. Conforme Oliveira e Laudares apud Lins e Gimenez, "a Aritmética e a Álgebra constituem, junto com a Geometria, a base da matemática escolar."

3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Antes de iniciar a prática, realizei uma entrevista com quatro professores de Ensino Médio, com o objetivo de saber como vem sendo ensinado polinômios aos alunos de terceiro ano, e saber se os professores acreditam que esse conteúdo seja relevante ao aprendizado. A partir dessa entrevista, elaborei o plano de atividades a serem desenvolvidas com os alunos, utilizando o recurso Algeplan.

3.1 O ALGEPLAN – DESCRIÇÃO

O Algeplan é um material constituído de 40 peças de quadrados e retângulos de diferentes medidas, possuindo alguns lados iguais, conforme descrição a seguir:

- Quadrados**:** *Quatro quadrados grandes* de lados x, tal que $x > 0$ (em que um valor para x é fixado), de área x^2, representando cada um deles o elemento ou expressão do tipo $\mathbf{x^2}$), *quatro quadrados médios* de lados y (com $y < x$), representando cada um deles um elemento ou expressão do tipo $\mathbf{y^2}$, e *doze quadrados pequenos* de lados 1, a unidade (representando o elemento ou expressão do tipo **1**=12). Total de quadrados: 20.
- Retângulos**:** *Quatro retângulos* de lados x e y (representando cada um o elemento ou expressão do tipo **xy**), oito *retângulos* de lados x e 1 (representando cada um elemento ou expressão do tipo **x =** 1.x) e *oito* de lados y e 1 (representando cada o elemento **y =** 1.y). Total de retângulos: 20.

As peças com as mesmas medidas são identificadas pela mesma cor e referem-se as suas áreas. Pode-se utilizar uma cor para cada tipo de peça ou ainda, tomar todas da mesma cor. Esse material pode ser adquirido em lojas especializadas, quando confeccionados em madeira e, nesse caso utiliza-se, por exemplo, (Figura 1), a cor amarela para os quadrados grandes, a cor azul para os quadrados médios e a cor vermelha para os pequenos. Para os retângulos as cores usadas são lilás, verde e laranja. No entanto outras cores podem ser usadas.

Tal material pode também ser confeccionado em cartolina ou EVA.

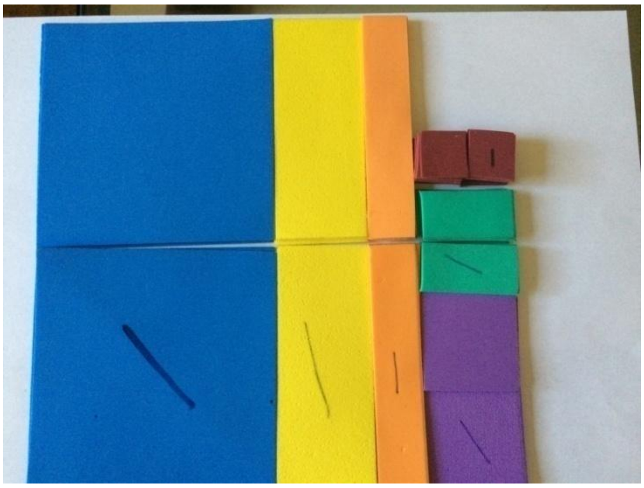
Figura 1 – Algeplan em madeira

Fonte: imagens da internet

Para indicar os “simétricos ou opostos" utilizam-se os versos das peças, que no caso do Algeplan de madeira (Figura 1), todos possuem a mesma cor. Quando confeccionado em EVA, deve-se marcar uma *letra (*por exemplo, N indicando negativo ou O indicando oposto*)* ou o *sinal* “ – “ no verso de cada peça (Figura 2), ou ainda escolher uma outra cor, diferente das já usadas, por exemplo, preta ou cinza, e construir para cada peça “positiva” uma peça (correspondente) nessa nova cor para indicar a peça oposta (negativa).

O Algeplan utilizado foi construído com as seguintes cores: azul para os quadrados de lados x, roxo para os quadrados de lados y, e vermelho para os quadrados unitários. Para os retângulos, amarelo para xy, laranja para x.1 e verde para y.1, conforme figura a seguir.

Figura 2 – Algeplan em EVA



Fonte: Acervo da autora

Regra: “*Elementos positivos e negativos de mesmo tipo se anulam ou se cancelam*". Lembrando que no Algeplan de madeira ou EVA, utiliza-se a frente de cada peça para representar um elemento “positivo", e o verso um elemento “negativo ou oposto".

3.2 Modelo de Entrevista com os Professores

Para entrevista com os professores, foi utilizado o seguinte questionário.

3.2.1 Questões para entrevista com os professores de Ensino Médio:

1. Contar um pouco da sua história:
   - Onde estudou?
   - Quando se formou?
   - Fez algum curso de Especialização? Qual?
   - Há quanto tempo dá aula?

2. Já deu polinômios para o Ensino Médio?
   - Se sim:
     - De que forma aborda?
     - Utiliza algum material manipulativo, de apoio, ou algo diferente nas atividades?

   - Se não:
     - Por que não?

3. Acha relevante ensinar polinômios?
   Se sim, por que...
   Se não, por que...

4. Sente-se confortável em ensinar ou na possibilidade de ensinar polinômios?
5. Conhece o Algeplan? Usaria em suas aulas? (Ao realizar a última pergunta, apresento o Algeplan, caso o professor não lembre ou não o conheça).

A partir daí realizamos um estudo de caso, com o objetivo de saber como os alunos interpretam as questões de área utilizando os conceitos de polinômios.

No segundo semestre do ano de 2016, em uma turma com aproximadamente 20 alunos do terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Monsenhor Leopoldo Hoff, do município de Porto Alegre, realizamos cinco encontros com supervisão da professora titular.

A intenção com o uso do Algeplan inicialmente é que os alunos reconheçam suas peças e manipulando-o, em seguida consigam operar as expressões algébricas propostas. Em grupos, começaram com operações de soma e subtração, em seguida multiplicação e por último a divisão. Todas as etapas foram registradas, para que aos poucos conseguissem relacionar as figuras com a escrita.

Ao grupo de alunos, foi proposto um conjunto de atividades de operações entre polinômios e através da visualização da problemática, utilizaram conhecimentos prévios e o Algeplan para resolvê-las. O intuito foi auxiliar na compreensão dos conceitos e cálculo mental, a fim de que o conteúdo abordado não seja apenas através da manipulação e memorização de fórmulas.

No primeiro encontro realizamos a apresentação da proposta e do material aos alunos, no qual eles ficaram cientes das atividades e assinaram o termo de consentimento para participar.

No segundo encontro, dividiram-se em cinco grupos de aproximadamente quatro alunos e começaram a manusear o material. Logo quando pegaram as peças do Algeplan notaram que as figuras eram quadrados e retângulos e que poderiam unir as peças formando novas figuras. Com essa idéia de 'união' de figuras, os alunos foram convidados a realizar as atividades do tipo 1, que envolvem modelagem de expressões algébricas, descritas no próximo capítulo. Neste encontro, também foram realizadas as atividades do tipo 2, que envolvem simplificações utilizando soma e subtração, as quais os alunos deveriam montar cada polinômio e após realizar a simplificação entre eles através das operações matemáticas.

No terceiro encontro, os alunos realizaram atividades do tipo 3, que envolviam multiplicações entre os polinômios. O objetivo era que os alunos montassem as expressões e realizassem as multiplicações, observando a área formada entre elas.

No quarto encontro, foram desenvolvidas as atividades do tipo 4, as quais envolviam fatoração de polinômios. A partir da idéia de área, eles deveriam realizar as fatorações entre os polinômios dados.

No quinto e último encontro, foram realizadas as atividades do tipo 5 que eram de divisão exata entre dois polinômios. Nessa atividade, os alunos deveriam tentar descobrir através de conhecimentos prévios como realizar a operação de divisão exata.

3.3 ATIVIDADES COM O ALGEPLAN

Para ilustrar como o Algeplan foi utilizado, foram selecionadas algumas das atividades desenvolvidas com os alunos em sala de aula.

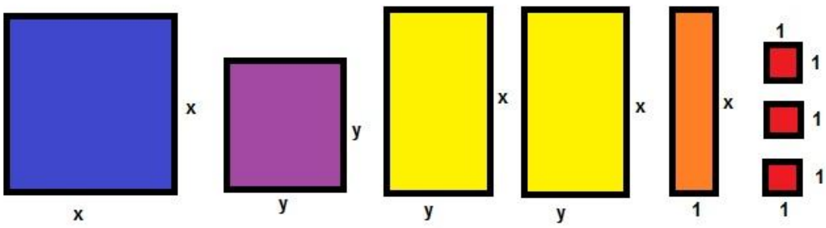
3.3.1 Atividades tipo 1. (*Modelagem de expressões algébricas*) Modelar, utilizando as diferentes peças do Algeplan, as seguintes expressões algébricas:

1) $x^2 + y^2 + 2xy + x + 3$.
2) $3x^2 + 2y^2 + xy + y + 1$.
3) $x^2 + y^2 - 3$.

4) $2x^2 + y - 2$.

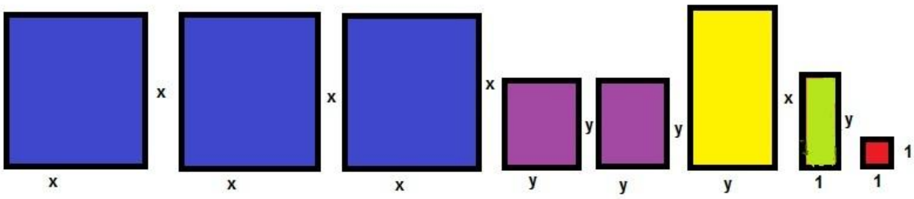
A solução consiste essencialmente em identificar, para cada parcela, quais e quantas "peças" do Algeplan estão envolvidas e agrupá-las.

Figura 3 – Representação geométrica da expressão $x^2+y^2+2xy+x+3$



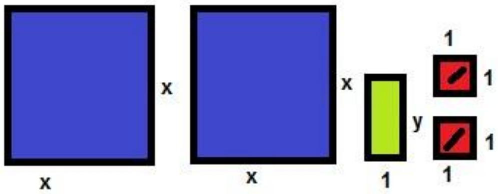
Fonte: Acervo da autora

Figura 4 – Representação geométrica da expressão $3x^2+2y^2+xy+y+1$



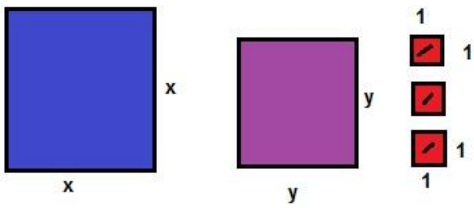
Fonte: acervo da autora

Figura 5 – Representação geométrica da expressão $2x^2 + y - 2$



Fonte: acervo da autora

Figura 6 – Representação geométrica da expressão $x^2 + y^2 - 3$



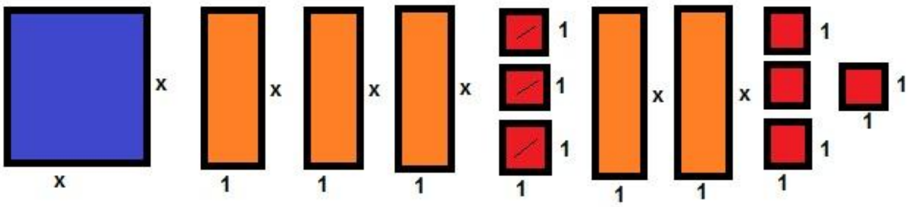
Fonte: Acervo da autora

3.3.2 Atividades tipo 2: *(Simplificações utilizando somas e subtrações)* Monte e opere as seguintes expressões.

1) $(x^2 + 3x - 3) + (2x + 4)$
2) $(x^2 + 3x - 3) - (2x + 4)$

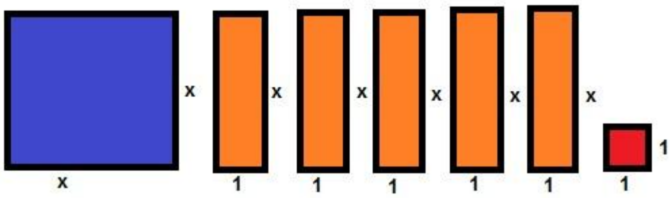
O sinal de menos na frente da segunda expressão significa que as peças devem ser viradas.

Figura 7 – Representação das expressões $(x^2+3x-3) + (2x+4)$



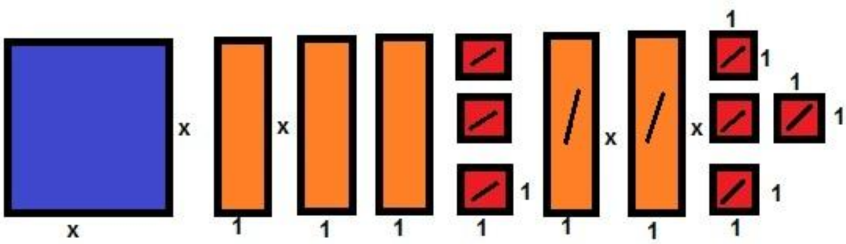
Fonte: Acervo da autora

Figura 8 – Representação final da simplificação de $(x^2+3x-3)+(2x+4)$



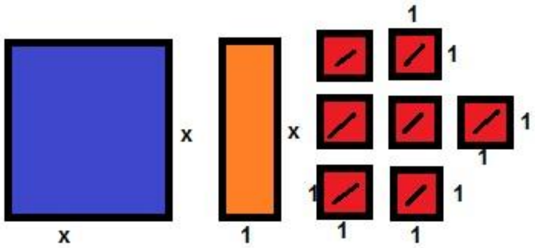
Fonte: acervo da autora

Figura 9 – Representação de $(x^2+3x-3)-(2x+4)$



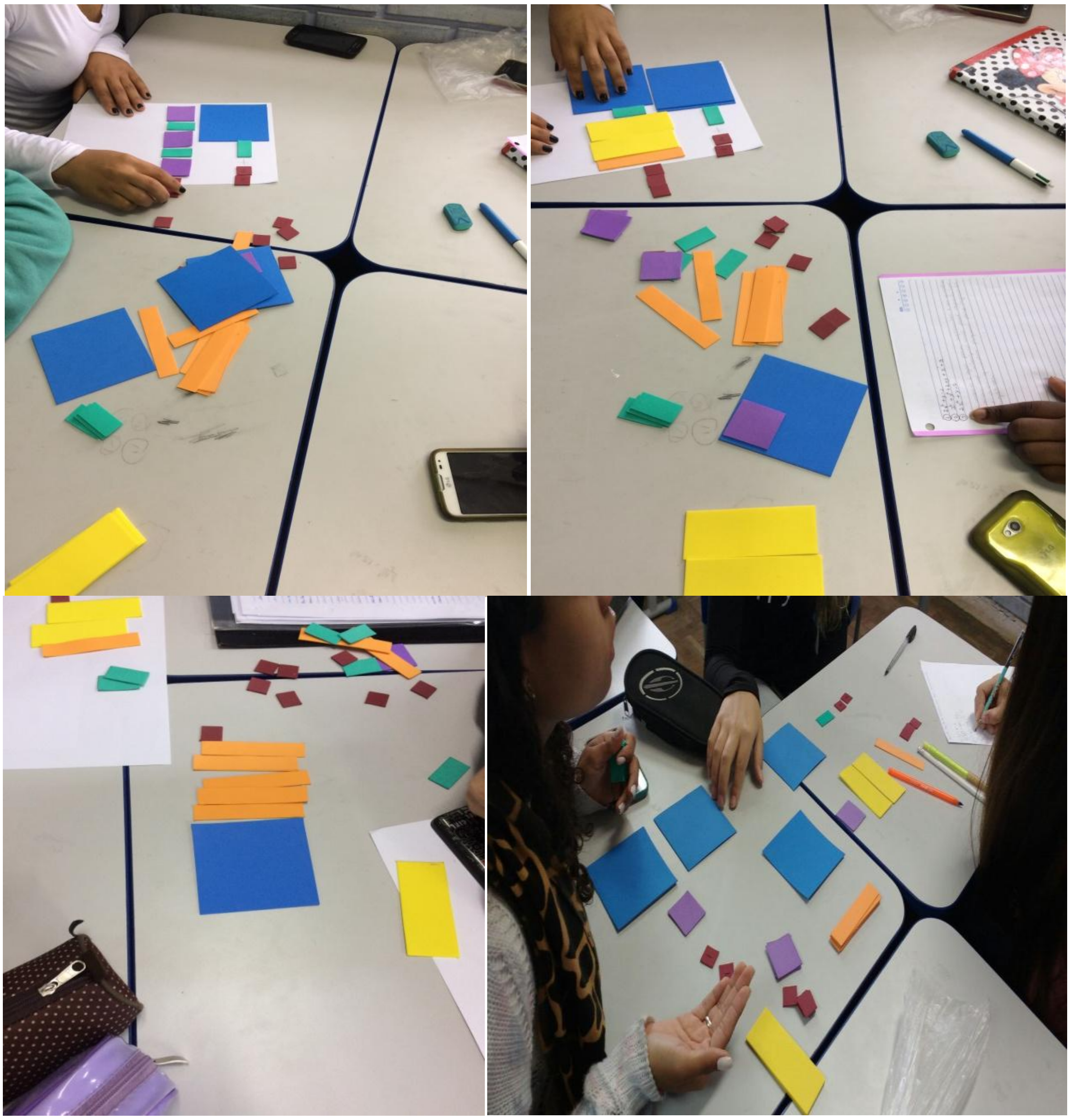
Fonte: acervo da autora

Figura 10 – Representação final de (x^2+x-7)



Fonte: acervo da autora

Figura 11 – Manipulação das expressões utilizando Algeplan



Fonte: Acervo da autora

Figura 12 – Representação geométrica das expressões, utilizando Algeplan

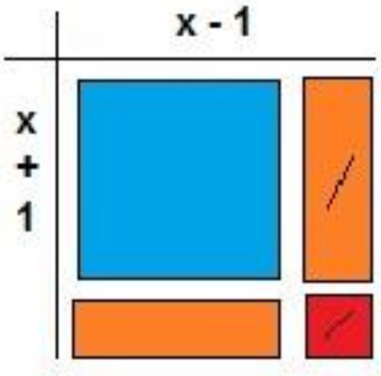
Fonte: acervo da autora

3.3.3 Atividades tipo 3: *(Multiplicações)* Monte e opere as seguintes expressões.

1) (x+1) (x-1)

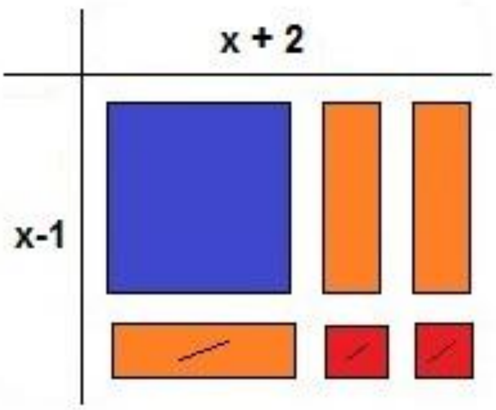
2) (x+2) (x-1)

Figura 13 – Representação da multiplicação (x+1)(x-1)



Fonte: Acervo da autora

Figura 14 – Representação da expressão (x+2)(x-1)



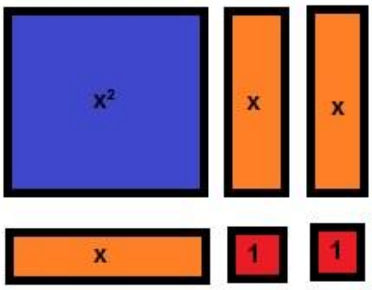
Fonte: acervo da autora

O objetivo dessas atividades era realizar multiplicações entre duas expressões, simplificando quando necessário e observando a área resultante entre elas.

3.3.4 Atividades tipo 4: *(Fatoração)*

Escolhemos as peças que formam a representação de $x^2 + 3x + 2$ e tentamos formar um retângulo com elas, conforme figura a seguir.

Figura 15 – Representação da fatoração de $x^2 + 3x + 2$



Fonte: acervo da autora

3.3.5 Atividades tipo 5:*(Divisão Exata)*

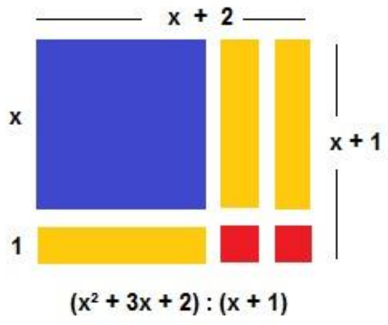
O objetivo dessas atividades era realizar a divisão entre duas expressões.

Na divisão exata, o produto entre o quociente e o divisor é o dividendo. Assim, utilizam-se peças que equivalem ao dividendo para que se consiga construir um retângulo, tal que um de seus lados seja igual ao divisor. O outro lado será o quociente, que é o que estamos procurando.

Exercício 1: Modele e encontre o resultado da divisão ($x^2 + 3x + 2$) por ($x+1$).

As peças que equivalem ao dividendo ($x^2 + 3x + 2$) são uma azul, três laranjas e duas vermelhas. Manipulamos as peças para que se consiga construir um retângulo, tal que um de seus lados seja igual ao divisor, ($x+1$), representado por uma peça laranja e uma vermelha.

Figura 16: Representação geométrica da divisão ($x^2 + 3x + 2$) por ($x + 1$)



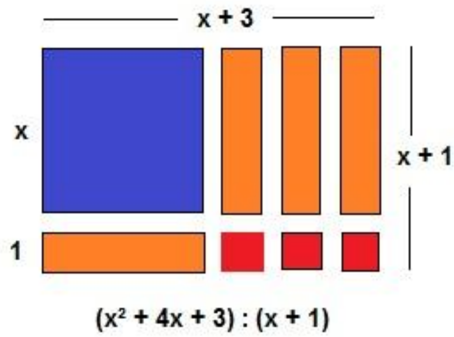
Fonte: acervo da autora

Assim, o outro lado do retângulo será o quociente, que é o que estamos procurando, ou seja, ($x + 2$).

Exercício 2: Modele e encontre o resultado de ($x^2 + 4x + 3$) : ($x + 1$).

As peças que equivalem ao dividendo ($x^2 + 4x + 3$) são uma azul, quatro laranjas e três vermelhas. Manipulamos as peças para que se consiga construir um retângulo, tal que um de seus lados seja igual ao divisor, ($x+1$), representado por uma peça laranja e uma vermelha.

Figura 17: Representação geométrica da divisão de ($x^2 + 4x + 3$) : ($x + 1$)



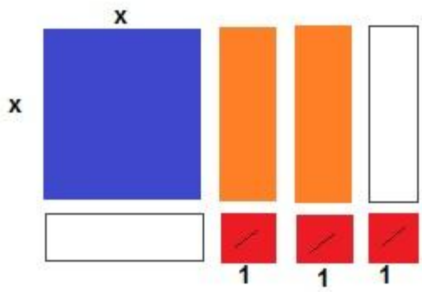
Fonte: acervo da autora

Assim, o outro lado do retângulo será o quociente, que é o que estamos procurando, ou seja, ($x + 3$).

Exercício 3: Modele e opere a seguinte expressão: ($x^2 + 2x – 3$) : ($x – 1$).

As peças que equivalem ao dividendo ($x^2 + 2x - 3$) são uma azul, duas laranjas e três vermelhas negativas. Manipulamos as peças para que se consiga construir um retângulo, tal que um de seus lados seja igual ao divisor, ($x -1$), representado por uma peça laranja e uma vermelha negativa.

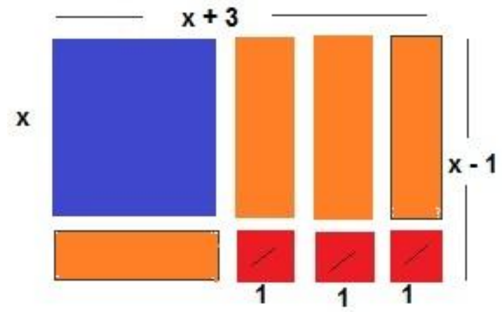
Figura 18: Representação geométrica da formação do retângulo da divisão de (x^2+2x-3) por ($x-1$)



Fonte: acervo da autora

Neste caso, podemos observar que é necessário realizar um completamento da figura, para que forme o retângulo. As figuras em branco representam os lados que ainda precisam ser completados.

Figura 19: Representação geométrica de $(x^2 + 2x - 3) : (x - 1)$



Fonte: acervo da autora

Assim, o lado que representa o quociente da divisão exata é $(x + 3)$.

Nesses três exercícios, pedimos aos alunos que conferissem suas respostas aplicando o Algoritmo da Divisão.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Análise das Entrevistas com professores

Antes da elaboração das atividades e realização da prática, escolhi quatro professores ao acaso, de rede pública e privada, para poder analisar e talvez comparar como é o ensino em cada instituição, se os professores estão preparados para a utilização de material concreto e se esse material é visto como um meio positivo ou negativo no aprendizado dos alunos.

4.1.1 Entrevistado: Professor1

1. Contar um pouco da sua história:

- Onde estudou?

"Realizei a graduação na Universidade Federal do Rio Grande do Sul."

- Quando se formou?

"No primeiro semestre de 2014."

- Fez algum curso de Especialização? Qual?

"Ainda não."

- Há quanto tempo dá aula?

"Há quatro anos. Comecei a lecionar antes de concluir o curso."

2. Já deu polinômios para o Ensino Médio?

"Sim. Dou aulas para Ensino Médio no município de Cachoeirinha."

- Se sim:

- De que forma aborda?

"Trabalho com slides. Começo mostrando o que são coeficientes, expoentes, grau de um polinômio. Em seguida, trabalho soma e subtração, e depois multiplicação. Quando eles estão 'mais firmes' no conteúdo, termino com a parte da divisão."

- Utiliza algum material manipulativo, de apoio, ou algo diferente nas atividades?

“Não utilizo.”

- Se não:
  - Por que não?

  “Prefiro o método tradicional.”

3. Acha relevante ensinar polinômios?

Se sim, por que...

“*Acho importante para os alunos enxergarem que existem outras funções, com graus maiores que três.”*

Se não, por que...

4. Sente-se confortável em ensinar ou na possibilidade de ensinar polinômios?

   “Me sinto confortável, ainda mais pelo fato de que os alunos acham um conteúdo mais tranquilo e as aulas fluem bem.”

5. Conhece o Algeplan? Usaria em suas aulas? (Ao realizar a última pergunta, apresentarei o Algeplan, caso o professor não lembre ou não o conheça).

   “Conheço, mas não o utilizo. Utilizaria, após realizar uma pesquisa e elaborar um bom plano de atividades.”

Observando essa entrevista, percebo que esse professor não utiliza apenas o livro didático e seus exercícios. Apresenta o conteúdo de forma diferenciada, através de slides, o que de certa forma já chama atenção dos alunos por não ser uma exposição direta no quadro. Porém, utiliza exercícios como material de apoio. Aparentemente, o professor se preocupa em elaborar um plano e em como irá ensinar o conteúdo aos seus alunos.

Segundo o PCN,

> Numa perspectiva de trabalho em que se considere a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, 31 expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará

> escolher o(s) problema(s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir.

Assim, esse professor que escolhe e planeja as atividades, se preocupa com a construção do conhecimento do seu aluno, colaborando para o seu desenvolvimento.

4.1.2 Entrevistado: Professor 2

1. Contar um pouco da sua história:

- Onde estudou?

“Estudei na Universidade Federal do Rio Grande do Sul”

- Quando se formou?

“*Me formei em 2012.*”

- Fez algum curso de Especialização? Qual?

“Fiz alguns cursos de especialização, mas não ligados a área do ensino e nem de educação.”

- Há quanto tempo dá aula?

“*Há quase cinco anos.”*

2. Já deu polinômios para o Ensino Médio?

- Se sim:

  - De que forma aborda?

  “Pois é, é uma questão muito delicada porque polinômios trabalham com muitos conteúdos de matemática que deveriam ter sido abordados anteriormente, e pra que tu consiga abordar os polinômios tem que ter tido uma boa base e muitas vezes isso não acontece. Então para começar polinômios a gente trabalha com operações básicas, agrupar termos semelhantes, mostrar quem é aquele ‘x’, porque ‘x’ ou qualquer outra letra, mas o ‘x’ é o mais familiar pra eles.. Faz uma revisão, ou até mesmo ensina tudo de novo. Eu trabalho bastante com questão de modelo científico, que trabalha com crescimento de uma população, de bactéria ou até mesmo compras... tem uns exemplos bem legais. Até o ENEM deu uma diversificada na abordagem dos polinômios e dá pra trabalhar legal. O que é difícil nos polinômios são as raízes, os gráficos que é uma coisa que exige uma maturidade matemática, que eu acho que eles não tem ainda no Ensino Médio, que eles não chegaram a desenvolver. Não todo mundo, mas a grande maioria não consegue enxergar o que são essas raízes, o que é o P(1)..”

- Utiliza algum material manipulativo, de apoio, ou algo diferente nas atividades?

"Não utilizo material manipulativo, uso mais questões que aliam o cotidiano. Pra tu utilizar o material manipulativo, precisa ter uma atividade bem elaborada, precisa ter um tempo com os alunos. E na Escola Pública não é muito simples isso, pois os professores não são valorizados, acabam faltando muito e a tua aula que era pra ser com material manipulativo naquele tempo com os alunos, acaba sendo dividida num período paralelo em que tu acaba atendendo várias turmas, então ela acaba se perdendo. Sempre que programo uma atividade desse tipo, que eu tenho uma rotina didática, ela acaba se perdendo.. vai ficando sempre pra depois, pra depois.. o conteúdo vai avançando e aquela atividade passa. Por isso é mais difícil usar material manipulativo, mas utilizo bastante as questões do ENEM, não que trabalha diretamente o que é um polinômio ou como ele se comporta, mas traz uma coisa que trabalha com variação e aí tem o polinômio."

- Se não:
  - Por que não?

3. Acha relevante ensinar polinômios?

Se sim, por que...

"Acho relevante, mas como falei antes, exige uma maturidade matemática sim, e é difícil que eles consigam desenvolver tudo que diz relação com polinômios. Então, eu trabalho como são raízes e gráficos, mas gosto de trabalhar com questões de modelos e abordagens para o ENEM, que é o foco do Ensino Médio."

Se não, por que...

4. Sente-se confortável em ensinar ou na possibilidade de ensinar polinômios?

“Acho que tenho. Gosto de ensinar o conteúdo de polinômios, coloco como um planejamento pra ser ensinado durante o ano. Às vezes dá, às vezes não dá. Tudo depende de como vai funcionando o trimestre, o ano, enfim.. E como a Escola é pública, os horários são bem difíceis, com a quantidade de períodos paralelos, não tem uma continuidade de conteúdos. Às vezes inventamos exercícios, e uma aula um pouco diferenciada. É complicado de ensinar pois ele trabalha com vários conteúdos do Ensino Fundamental, e muitas coisas básicas ficam para trás. Mas prevejo e ensino sim, me sinto a vontade e tenho nos planejamentos a possibilidade de estudar polinômios.”

5. Conhece o Algeplan? Usaria em suas aulas? (Ao realizar a última pergunta, apresentarei o Algeplan, caso o professor não lembre ou não o conheça).
   “Conheço o Algeplan e cogitei a possibilidade de usar ele em sala de aula, gosto do material, ajuda na visualização. Mas como falei, é complicado trabalhar com aula de construir conhecimento, de usar material concreto quando tu tem um período paralelo, e não consegue dedicar um tempo pra essa aula. Toda vez que planejei utilizar essa atividade, tive um contratempo e ela acabou ficou pra trás, e a matéria foi avançando. Tenho certeza que ele colabora muito pra compreender melhor como funciona a soma de termos semelhantes, a questão de onde vem aquele termo, a forma como agrupa, a questão do positivo com o negativo, quando se anulam. É muito bom poder visualizar essas condições, que muitas vezes só foram decoradas, não foram aprendidas, não foram assimiladas. Então o Algeplan auxilia muito na compreensão e assimilação desses conteúdos, é uma ferramenta sensacional!”

Outra das considerações preliminares na caracterização da área de matemática diz que

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

Porém, analisando essa entrevista, percebe-se a vontade do professor em aplicar atividades diferenciadas, porém ele nos mostra a precariedade do Ensino que acaba atrapalhando no desenvolvimento de projetos diferenciados e atraentes aos alunos, recaindo em aulas comuns.

4.1.3 Entrevistado: Professor 3

1. Contar um pouco da sua história:

- Onde estudou?

“Cursei o Ensino Fundamental e Médio no Instituto São Francisco, onde fiz o Magistério durante o Ensino Médio. O curso superior em Matemática foi na FAPA, onde durante o período fiz vários cursinhos, alguns eu ganhei e outros eu tive que pagar. Sempre que possível faço cursos online ou à distância, pois desde que meu marido faleceu tem sido difícil conciliar a filha, as escolas e os cursos. Enfim..”

- Quando se formou?

- Fez algum curso de Especialização? Qual?

“*Iniciei um Pós em Psicopedagogia, mas tive que parar por falta de tempo. Pretendo retomar no próximo ano.”*

- Há quanto tempo dá aula?

“Dou aula desde os 18 anos, ou seja, já faz 14. Comecei trabalhando com anos iniciais, e em 2007 comecei a trabalhar com Ensino Médio. Como peguei contrato no Estado, dava aulas de Química e Matemática e depois fiquei só com Matemática.”

2. Já deu polinômios para o Ensino Médio?

- Se sim:
  - De que forma aborda?
  - Utiliza algum material manipulativo, de apoio, ou algo diferente nas atividades?

- Se não:
  - Por que não?

  “Por falta de oportunidade. Quando trabalhei com o Ensino Médio no Pallotti, não tive o terceiro ano do Ensino Médio, que é onde esse conteúdo é abordado. No Estado, ano passado não tive tempo em função da greve. Esse ano eu ainda não introduzi, tem que ver se vai

dar tempo, pois eles terminam as aulas um pouco antes em função da formatura. Mas é o último conteúdo que falta.”

3. Acha relevante ensinar polinômios?

“Sim, na verdade a gente usa polinômios quando está ensinando geometria, trabalhando com área, perímetro...”

4. Sente-se confortável em ensinar ou na possibilidade de ensinar polinômios?

   “Na verdade, no Ensino Fundamental eu trabalho com polinômios. Eu relaciono muito com problemas matemáticos e a parte da geometria.”

5. Conhece o Algeplan? Usaria em suas aulas? (Ao realizar a última pergunta, apresentarei o Algeplan, caso o professor não lembre ou não o conheça).

   “Conheço esse material e utilizaria sim, mas no Estado não temos recursos para aplicar esse tipo de atividade. Temos vários cursos oferecidos na Escola, mas não temos material disponível para isso.”

Segundo o relato dessa professora, percebe-se que ela dá importância ao ensino de polinômios, principalmente no que se refere ao estudo de problemas matemáticos e geometria. Porém, relata a falta de tempo e recursos no ensino público.

4.1.4 Entrevistado: Professor 4

1. Contar um pouco da sua história:
   - Onde estudou?
   "Cursei minha graduação na Universidade Federal do Rio Grande do Sul."

   - Quando se formou?
   "Me formei no ano de 2014."

   - Fez algum curso de Especialização? Qual?
   "Ainda não."

   - Há quanto tempo dá aula?
   "Há aproximadamente 9 anos."
2. Já deu polinômios para o Ensino Médio?
   - Se sim:
     - De que forma aborda?
     - Utiliza algum material manipulativo, de apoio, ou algo diferente nas atividades?

   - Se não:
     - Por que não?
     "Ainda não pude ensinar esse conteúdo, pois ele é de terceiro ano, e eu tenho apenas turmas de primeiro e segundo ano."

3. Acha relevante ensinar polinômios?
   Se sim, por que...
   Se não, por que...
   "Acho que não, pois não tem muita aplicação no cotidiano. Além do mais, é um conteúdo chato, os alunos não gostam."

4. Sente-se confortável em ensinar ou na possibilidade de ensinar polinômios?

5. Conhece o Algeplan? Usaria em suas aulas? (Ao realizar a última pergunta, apresentarei o Algeplan, caso o professor não lembre ou não o conheça).
   "Não conhecia, até tu me mostrar. Achei bem bom. É interessante, e certamente quando for ensinar polinômios, vou utilizar esse material."

Nessa entrevista, pude analisar uma possível precariedade na formação, aliada a uma desmotivação do professor. Porém, senti-me feliz em ter levado esse material diferenciado a conhecimento dele, para possível uso no futuro.

Segundo o PCN, uma das considerações preliminares da área da matemática diz que

> A atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.

Sendo assim, esse professor não parece ajudar o aluno na construção do conhecimento.

Podemos observar que, de modo geral os professores não tem tempo ou ainda, faltam recursos disponíveis para uma aula diferenciada, principalmente quando se trata de uma escola pública.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998),

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

Assim, é muito importante que o professor saiba ser o mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, mas que ao mesmo tempo tenha aptidão em perceber as dificuldades dos alunos, proporcionando a eles saber estabelecerem conexões com o já conhecido e o novo.

4.2 Análise das Atividades

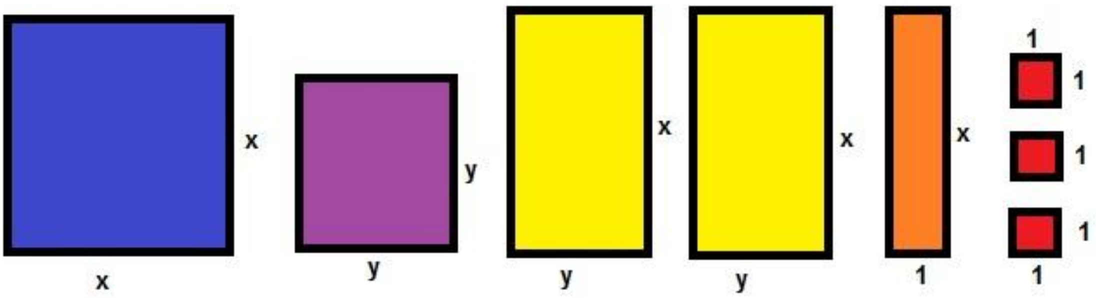
No momento em que lhes foi apresentado o Algeplan, já pude notar certa empolgação dos alunos com a atividade “diferente”. Rapidamente reuniram-se em pequenos grupos para trabalhar com o material.

RECONHECIMENTO E MODELAGEM: O objetivo no primeiro bloco de exercícios era de reconhecimento e modelagem das expressões, e os alunos se saíram muito bem. Ao apresentar o quadrado azul, perguntei quanto media. Eles me disseram que não sabiam, pois não tinham régua para medir. Então questionei sobre como chamamos algo que não sabemos a medida, e um dos alunos me respondeu: "*na matemática, quando não se sabe, se chama de 'x'*". A partir dessa resposta, construímos cada um dos quadrados restantes. O quadrado roxo, de tamanho menor teve o lado chamado de 'y', e o vermelho representava a unidade, tele o lado chamado de 1. Assim, a partir dos lados dos quadrados construímos os retângulos.

Eles agruparam cada parcela das expressões apresentadas, inclusive aquelas em que os termos eram negativos, invertendo as peças para fazer a representação correta.

No primeiro exercício, que pedia para modelar a expressão $x^2 + y^2 + 2xy + x + 3$, os alunos organizaram as peças da seguinte forma: uma peça azul, que representa o x^2, mais uma peça roxa, que representa o y^2, mais duas peças amarelas que representam xy, mais uma peça laranja que representa x e mais três quadrados vermelhos que representam a unidade.

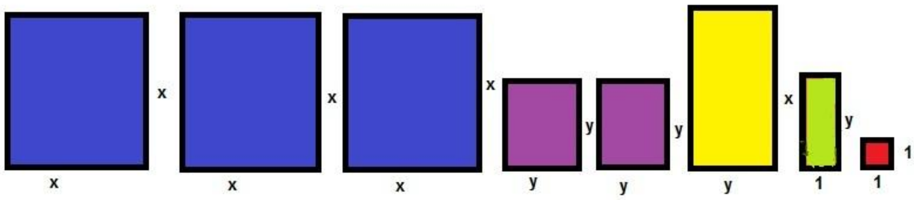
Figura 3: Representação geométrica da expressão $x^2+y^2+2xy+x+3$



Fonte: acervo da autora

No segundo exercício, eles utilizaram três quadrados azuis, mais dois quadrados roxos, mais um retângulo amarelo, mais um retângulo laranja e mais um quadrado vermelho, que corresponde a expressão $3x^2 + 2y^2 + xy + y + 1$.

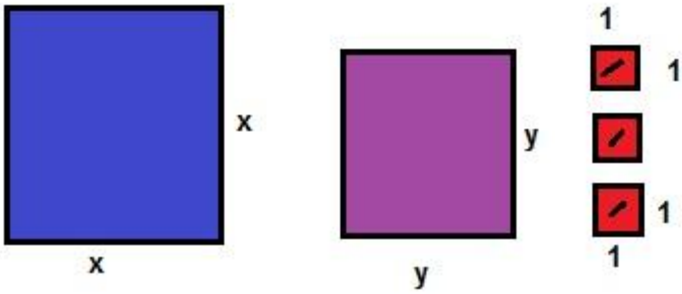
Figura 4: Representação geométrica da expressão $3x^2 + 2y^2 + xy + y + 1$.



Fonte: acervo da autora

No terceiro exercício precisaram de uma peça azul, uma peça roxa e três quadrados unitários, que deveriam ser negativos, pois a expressão era $x^2 + y^2 - 3$, e foram corretamente aplicados por todos os grupos.

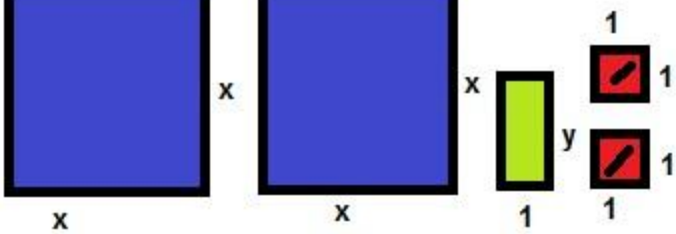
Figura 6: Representação geométrica da expressão $x^2 + y^2 - 3$



Fonte: acervo da autora

No quarto exercício representaram com duas peças roxas, mais uma peça verde e duas peças vermelhas que foram viradas para representar o negativo da expressão $2x^2 + y – 2$.

Figura 5: Representação geométrica da expressão $2x^2+y-2$



Fonte: acervo da autora

Nessa etapa, todos os grupos representaram corretamente todas as expressões solicitadas, atingindo o objetivo inicial.

SIMPLIFICAÇÕES: Partimos para as atividades do tipo 2. Os alunos representaram as atividades de duas formas. Primeiro, manipularam as peças do Algeplan, com o objetivo de realizarem as operações. Em seguida, fizeram anotações e observações sobre o que estava acontecendo em cada uma das situações propostas.

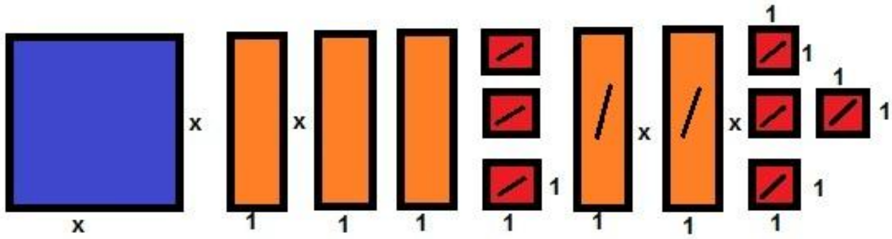
O objetivo desses exercícios é realizar simplificações, através de somas e subtrações.

No primeiro modelo de exercício, os alunos representaram a primeira expressão ($x^2 + 3x - 3$) com suas respectivas peças e após representaram a segunda expressão ($2x + 4$), também com suas respectivas peças. Ao final, agruparam todas as peças iguais e obtiveram um quadrado azul, cinco retângulos laranja, e apenas uma peça vermelha positiva, pois segundo eles "*as quatro peças positivas, quando somadas às três peças negativas resultam em apenas uma peça positiva, anulando*".

No segundo modelo de exercício tinham ($x^2 + 3x - 3$) – ($2x + 4$) e os alunos realizaram o mesmo procedimento de agrupar por expressões. Uma peça roxa, três peças laranja e três peças vermelhas, as quais foram representadas com os lados negativos para a expressão ($x^2 + 3x - 3$).

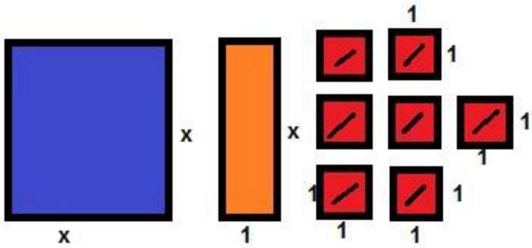
Após utilizaram duas peças laranja e quatro peças vermelhas para a expressão ($2x + 4$). Porém, alguns não sabiam como proceder com o sinal negativo que vinha a frente da segunda expressão. Alguns argumentaram que deveriam *"inverter as peças da segunda expressão, pois aquele negativo da frente faria trocar todos os sinais de dentro dos parênteses".* Já outros argumentaram que *"era só retirar as duas peças laranja e quatro peças vermelhas da composição que teria a resposta certa"*.

Figura 9 – Representação geométrica de (x^2+3x-3)-($2x+4$)



Fonte: acervo da autora

Figura 10 – Representação final de (x^2+x-7)

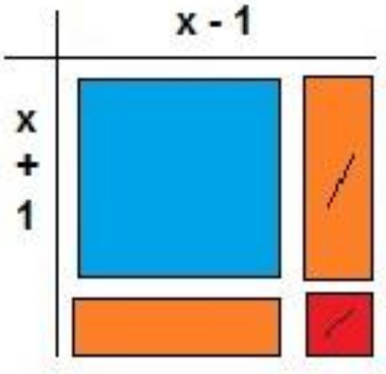


Fonte: acervo da autora

MULTIPLICAÇÃO: O objetivo dessas atividades era realizar multiplicações entre duas expressões, observando a área resultante entre elas.

No primeiro deveriam resolver o produto (x+1)(x-1), tentando formar um retângulo com a área resultante da operação. De modo geral, na linha representaram a expressão (x-1) com uma figura laranja e uma em vermelho negativo, e na coluna a expressão (x+1), com uma figura laranja e uma vermelha positiva. A multiplicação termo a termo teve como resultado um quadrado azul, que corresponde a x^2, um retângulo laranja positivo que corresponde a x, um retângulo laranja negativo que corresponde a –x, e uma unidade negativa, formando um retângulo, conforme figura 13. A simplificação desses termos resulta em x^2 - 1.

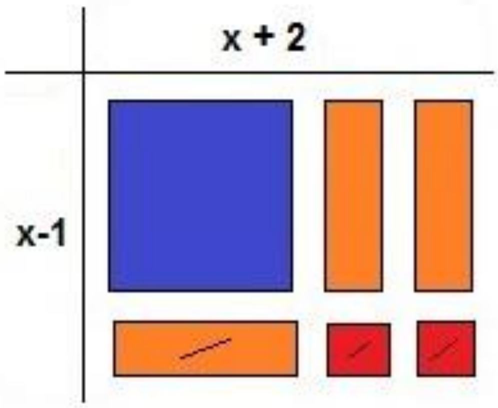
Figura 13 – Representação da multiplicação (x+1)(x-1)



Fonte: Acervo da autora

No segundo exemplo, deveriam operar (x+2)(x-1). De modo geral, na linha representaram a expressão (x+2) com uma peça laranja e duas vermelhas, e na coluna a expressão (x-1), com uma peça laranja e uma vermelha negativa. Operando termo a termo, eles obtiveram um quadrado azul de área x^2, dois retângulos em laranja positivos, um retângulo em laranja negativo e mais duas unidades negativas, representadas em vermelho, conforme figura 14. A simplificação desses termos resulta em x^2+x-2.

Figura 14 – Representação da expressão (x+2)(x-1)

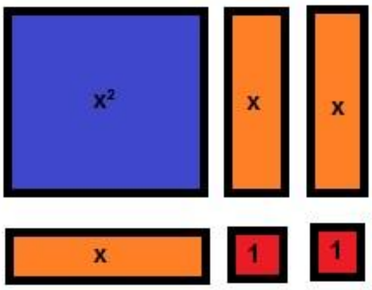


Fonte: acervo da autora

FATORAÇÃO: O objetivo dessas atividades era realizar a fatoração entre duas expressões.

Os grupos utilizaram a idéia de área, agrupando um quadrado azul de x^2, três retângulos laranja de x e duas unidades. Uma menina disse que a fatoração era o inverso da multiplicação, e que então era só olhar as peças que estivessem na extremidade, pois essas quando multiplicadas resultavam em $x^2 + 3x + 2$, conforme figura 15.

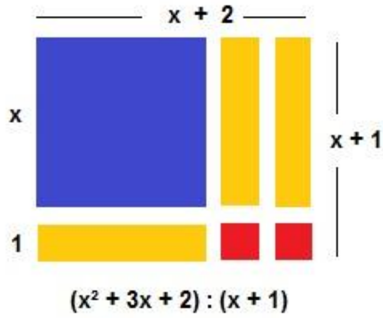
Figura 15 – Representação da fatoração de $x^2 + 3x + 2$



Fonte: acervo da autora

DIVISÃO EXATA: Aqui, os alunos deveriam compreender como realizar divisões exatas. Na primeira divisão entre $(x^2 + 3x + 2)$ por $(x + 1)$, os grupos tiveram um pouco de dificuldade em enxergar o que estavam fazendo. Até que então um menino alegou ser parecido com a fatoração e que também era só olhar as extremidades, pois essas nos forneciam resultados de multiplicações e que as multiplicações eram o inverso das divisões.

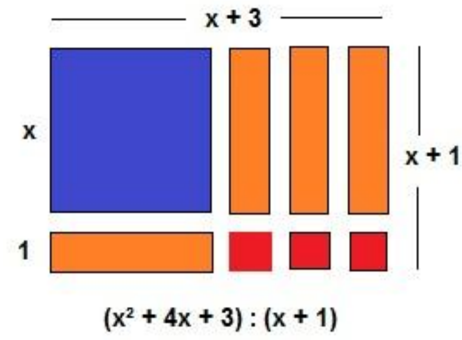
Figura 16: Representação geométrica da divisão $(x^2 + 3x + 2)$ por $(x + 1)$



Fonte: acervo da autora

Quando foram realizar a segunda divisão de (x^2 + 4x + 3) por (x + 1), já conseguiam ter uma melhor visualização e o processo tornou-se mais fácil.

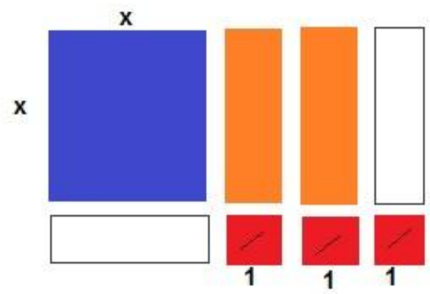
Figura 17: Representação geométrica da divisão de (x^2 + 4x + 3) : (x + 1)



Fonte: acervo da autora

Na terceira divisão de (x^2 + 2x – 3) por (x – 1), já haviam compreendido o processo. Porém neste caso era necessário realizar o completamento do retângulo e alguns deles foram muito rápidos em encontrar o resultado, pois quando aplicaram o Algoritmo da Divisão ficou muito claro que o espaço que ficava em branco era o espaço que faltava para completar o quociente da divisão.

Figura 18: Representação geométrica da formação do retângulo da divisão de (x^2+2x-3) por (x-1)



Fonte: acervo da autora

Ao final das atividades, os alunos responderam oralmente o que pensavam sobre a atividade realizada nos últimos encontros. Alguns disseram que “se houvessem me explicado isso antes seria muito fácil”. Outros disseram que “Se tivessem ensinado com o Algeplan na oitava (série), eu teria entendido os cálculos. Esse monte de letras confunde". Um dos meninos disse que agora entende como o pai (construtor) pode calcular tão rapidamente a quantidade de azulejos necessária para revestir uma parede.

Os Planos Curriculares Nacionais dizem que as necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado.

Certamente essa escola vem potencializando a capacidade intelectual dos seus alunos, pois como pude observar, eles tinham pleno domínio e visão dos conteúdos matemáticos necessários para desenvolvimento da prática. Esses alunos sabiam de fato relacionar os conhecimentos já adquiridos com a proposta de atividade utilizando o Algeplan, bem como sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

5 CONCLUSÕES

Acredito que o professor tenha o papel fundamental e diferencial na construção do conhecimento do aluno. Ele é o mediador no processo de aprendizagem do aluno. Ao planejar uma atividade utilizando o material concreto, ele está instigando o aluno à discussão, possibilitando, assim, a compreensão de conceitos e desenvolvimento de capacidades matemáticas.

Porém, em contrapartida, podemos observar através das entrevistas, a má remuneração e a falta de condições e precariedade do Ensino Público, fazendo com que o professor sinta-se desmotivado a investir no uso do material concreto em suas aulas.

Como já vimos, o objetivo principal do uso do Algeplan é relacionar figuras geométricas planas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas, tornando possível montar várias figuras e a partir delas trabalhar com noções de área e perímetro.

Pelo simples fato de utilizar um material concreto para abordagem de um novo conteúdo, os estudantes mostraram-se mais interessados em aprender o que seria proposto. Com a visualização geométrica, e auxílio da álgebra e aritmética eles conseguiram compreender o que é área de uma figura, o que segundo eles, não acontecia antes do Algeplan. Os alunos apenas decoravam o que é base e altura de uma figura, e aplicavam a fórmula de resolução de área.

Para Fiorentini (1992), a Geometria tende a contribuir com a construção dos conceitos algébricos. As representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico, que é fundamental para o aprendizado do aluno, pois ajudam a expressar um pensamento algébrico, estabelecem relações e fazem generalizações de situações. Após as atividades propostas, podemos observar que os alunos de fato compreenderam através da visualização, e eles conseguiram associar as figuras a áreas de terrenos, salas, etc.

A inter-relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria forma a base da matemática escolar (Oliveira e Laudares apud Lins e Gimenez, 1997). Sendo assim, o presente estudo de caso nos permite concluir que, é possível que o Algeplan, através da aritmética, auxilie o aluno a desenvolver o pensamento abstrato, auxilie na compreensão, construção e generalização de conceitos matemáticos satisfatórios.

6 REFERÊNCIAS

BONADIMAN, Adriana. **Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas**. 2007.300 folhas. Mestrado. UFRGS, Porto Alegre, 2007. Dissertação. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/11228

BÚRIGO, Elisabete Zardo, GRAVINA, Maria Alice, BASSO, Marcus Vinicius A., GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto, **A Matemática na Escola: NOVOS CONTEÚDOS, NOVAS ABORDAGENS**. Edição 1. Porto Alegre: Editora UFRGS, 2012, 304 p.

CARVALHO, Sandro Azevedo. **Pensamento genérico e expressões algébricas no ensino fundamental.** 2010. 257 folhas. Mestrado. UFRGS, Porto Alegre, 2010. Dissertação. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/29352

CASTRO, MONICA RABELLO DE, **Educação Algébrica e Resolução de Problemas.** 2003. Disponível em: http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebricaResolucaoProblemas.pdf

COXFORD, Arthur F., SHULTE, Albert P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. 285 p.

FIORENTINI, DARIO. **Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?** 1992. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424/11844

GONÇALVES, Juliana Aparecida, **DIFICULDADE DOS ALUNOS QUE INICIAM NO ESTUDO DA ÁLGEBRA**. 44 folhas. Monografia. Faculdade de Pará de Minas. Disponível em: http://fapam.web797.kinghost.net/admin/monografiasnupe/arquivos/9052014212438Monografia_Juliana_Goncalves.pdf Acesso em 14 07 2017.

LAUDARES, João Bosco; OLIVEIRA, Silvânia Cordeiro de, **Pensamento Algébrico: Uma relação entre álgebra, aritmética e geometria.** EMEM. Juiz de Fora, 2015. Disponível em: http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%C3%89BRICO-UMA-RELA%C3%87%C3%83O-ENTRE-%C3%81LGEBRA-ARITM%C3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf. Acesso em: 20 07 2017.

PCN. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acesso em 05 07 2017

POLETO, Camilla Silva, **Algeplan, Álgebra e Geometria: entendendo práticas matemáticas como jogos de linguagem**. 57 p. Graduação. 2010.

UFRGS. Trabalho de Conclusão de Curso. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/29205

PONTE, João Pedro, **Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória**. Universidade de Lisboa. 2008. Lisboa. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4528 Acesso em 12 10 2016.

PONTE, João Pedro, **A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação**. 2011. Disponível em: **http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/914** Acesso em 12 05 2017.

PONTE, João Pedro, at. al. (2007). **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC

PONTE, João Pedro, **Números e álgebra no currículo escolar**. Universidade de Lisboa. 2006. Lisboa. Disponível em: **http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4525** Acesso em 15 10 2016.

PONTE, João Pedro. **Estudo de Caso em Educação Matemática.** 2006. Disponível em: http://www.redalyc.org/html/2912/291221859007/

PONTE, João Pedro. **Gestão Curricular em Matemática.** Lisboa. 2005. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008

ROSA, Rosimeire Aparecida, **O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração**. BIENAL SBM, II. UNESP. 2006. São Paulo.

SILVA, Francisca Marlene, **O uso do material concreto no ensino da matemática**. Disponível em: **http://www.editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf** Acesso em 07 09 2016

SOUZA, Bruna Santos, **Algeplan: Material Manipulativo Auxiliando na Aprendizagem de Produtos Notáveis.** Encontro Interinstitucional PIBID. FURG. 2010. Rio Grande.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática: com a construção da matemática.** São Paulo: FTD, 1997

TONET, Vanessa Girelli, **Educação Matemática no Ensino Fundamental: Anos Iniciais e Anos Finais.** CNEM, II., EREM, IX., 2011, Ijuí.

7 ANEXOS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a) participante:

Sou estudante do curso de graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Estou realizando a prática do Trabalho de Conclusão de Curso na Escola Estadual Monsenhor Leopoldo Hoff, sob supervisão do professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

Sua participação consiste em participar de atividades que envolvem o material Algeplan. A sua participação nesse estudo é voluntária e se você decidir não participar ou quiser desistir de continuar em qualquer momento, tem absoluta liberdade de não o fazer.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade, bem como seus dados serão mantidos no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitem identificá-lo. Indiretamente você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à sua participação poderão ser esclarecidas pela pesquisadora e supervisor.

Porto Alegre, _____ de ________ de 2016.

Declaro estar ciente dos objetivos da pesquisa e concordo em participar do referido estudo.

____

Nome e assinatura do (a) participante

____

Nome e assinatura do (a) estudante

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a) participante:

Sou estudante do curso de graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Estou realizando a prática do Trabalho de Conclusão de Curso na Escola Estadual Monsenhor Leopoldo Hoff, sob supervisão do professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

Sua participação consiste em participar de uma entrevista sobre ensino de polinômios no Ensino Médio e utilização do material Algeplan. A sua participação nesse estudo é voluntária e se você decidir não participar ou quiser desistir de continuar em qualquer momento, tem absoluta liberdade de não o fazer.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade, bem como seus dados serão mantidos no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitem identificá-lo. Indiretamente você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à sua participação poderão ser esclarecidas pela pesquisadora e supervisor.

Porto Alegre, _____ de ________ de 2016.

Declaro estar ciente dos objetivos da pesquisa e concordo em participar do referido estudo.

____

Nome e assinatura do (a) participante

____

Nome e assinatura do (a) estudante