

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI OBJETIVO POR ANÁLISE DE
INTERVALO NÃO PROBABILÍSTICA: UMA APLICAÇÃO EM
CONFORTO E SEGURANÇA VEICULAR SOB DINÂMICA LATERAL E
VERTICAL ACOPLADA

por

Luis Roberto Centeno Drehmer

Tese de Doutorado

Porto Alegre, Junho de 2017

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTIOBJETIVO POR ANÁLISE DE
INTERVALO NÃO PROBABILÍSTICA: UMA APLICAÇÃO EM
CONFORTO E SEGURANÇA VEICULAR SOB DINÂMICA LATERAL E
VERTICAL ACOPLADA

por

Luis Roberto Centeno Drehmer

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Coorientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Aprovada por:

Prof. Dr. Lauro César Nicolazzi, GRANTE / CTC – UFSC

Prof. Dr. Márcio Walber, FEAR / UPF

Prof. Dr. Eduardo André Perondi, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 06 de Junho de 2017

*“[...] Aprender não é saber; há
sabidos e sábios; é a memória que faz
os primeiros, é a filosofia que faz os
outros.”*

– Faria, em *O Conde de Monte Cristo*,
de Alexandre Dumas.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, *Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas*, pela amizade, conhecimento e orientação.

Ao coorientador, *Prof. Dr. Herbert Martins Gomes*, pela amizade, conhecimento e orientação.

Aos meus pais, *Luis Carlos Melo Drehmer e Lourdes Terezinha Centeno Drehmer*, pela motivação e pelo amor durante toda a trajetória acadêmica.

A *CAPES* pelo apoio financeiro dado à pesquisa.

RESUMO

Esta Tese propõe uma nova ferramenta para Otimização Robusta Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística (*Non-probabilistic Interval Analysis for Multiobjective Robust Design Optimization* ou NPIA-MORDO). A ferramenta desenvolvida visa à otimização dos parâmetros concentrados de suspensão em um modelo veicular completo, submetido a uma manobra direcional percorrendo diferentes perfis de pista, a fim de garantir maior conforto e segurança ao motorista. O modelo multicorpo possui 15 graus de liberdade (15-GDL), dentre os quais onze pertencem ao veículo e assento, e quatro, ao modelo biodinâmico do motorista. A função multiobjetivo é composta por objetivos conflitantes e as suas tolerâncias, como a raiz do valor quadrático médio (*root mean square* ou RMS) da aceleração lateral e da aceleração vertical do assento do motorista, desenvolvidas durante a manobra de dupla troca de faixa (*Double Lane Change* ou DLC). O curso da suspensão e a aderência dos pneus à pista são tratados como restrições do problema de otimização. As incertezas são quantificadas no comportamento do sistema pela análise de intervalo não probabilística, por intermédio do Método dos Níveis de Corte- α (*α -Cut Levels*) para o nível α zero (de maior dispersão), e realizada concomitantemente ao processo de otimização multiobjetivo. Essas incertezas são aplicáveis tanto nos parâmetros do problema quanto nas variáveis de projeto. Para fins de validação do modelo, desenvolvido em ambiente MATLAB[®], a trajetória do centro de gravidade da carroceria durante a manobra é comparada com o *software* CARSIM[®], assim como as forças laterais e verticais dos pneus. Os resultados obtidos são exibidos em diversos gráficos a partir da fronteira de Pareto entre os múltiplos objetivos do modelo avaliado. Os indivíduos da fronteira de Pareto satisfazem as condições do problema, e a função multiobjetivo obtida pela agregação dos múltiplos objetivos resulta em uma diferença de 1,66% entre os indivíduos com o menor e o maior valor agregado obtido. A partir das variáveis de projeto do melhor indivíduo da fronteira, gráficos são gerados para cada grau de liberdade do modelo, ilustrando o histórico dos deslocamentos, velocidades e acelerações. Para esse caso, a aceleração RMS vertical no assento do motorista é de 1,041 m/s² e a sua tolerância é de 0,631 m/s². Já a aceleração RMS lateral no assento do motorista é de 1,908 m/s² e a sua tolerância é de 0,168 m/s². Os resultados obtidos pelo NPIA-MORDO confirmam que é possível agregar as incertezas dos parâmetros e das variáveis de projeto à medida que se realiza a otimização externa, evitando a necessidade de análises posteriores de propagação de incertezas. A análise de intervalo não probabilística empregada pela ferramenta é uma alternativa viável de medida de dispersão se comparada com o desvio padrão, por não utilizar uma função de distribuição de probabilidades prévia e por aproximar-se da realidade na indústria automotiva, onde as tolerâncias são preferencialmente utilizadas.

Palavras-Chave: Modelo veicular; Modelo biodinâmico; Dinâmica vertical; Dinâmica lateral; Otimização de projeto robusto multiobjetivo; Quantificação de incertezas; Análise de intervalo; Método dos níveis de corte- α ; Conforto e segurança veicular.

ABSTRACT

This thesis proposes the development of a new tool for Non-probabilistic Interval Analysis for Multi-objective Robust Design Optimization (NPIA-MORDO). The developed tool aims at optimizing the lumped parameters of suspension in a full vehicle model, subjected to a double-lane change (DLC) maneuver throughout different random road profiles, to ensure comfort and safety to the driver. The multi-body model has 15 degrees of freedom (15-DOF) where 11-DOF represents the vehicle and its seat and 4-DOF represents the driver's biodynamic model. A multi-objective function is composed by conflicted objectives and their tolerances, like the root mean square (RMS) lateral and vertical acceleration in the driver's seat, both generated during the double-lane change maneuver. The suspension working space and the road holding capacity are used as constraints for the optimization problem. On the other hand, the uncertainties in the system are quantified using a non-probabilistic interval analysis with the α -Cut Levels Method for zero α -level (the most uncertainty one), performed concurrently in the multi-objective optimization process. These uncertainties are both applied to the system parameters and design variables to ensure the robustness in results. For purposes of validation in the model, developed in MATLAB[®], the path of the car's body center of gravity during the maneuver is compared with the commercial software CARSIM[®], as well as the lateral and vertical forces from the tires. The results are showed in many graphics obtained from the Pareto front between the multiple conflicting objectives of the evaluated model. The obtained solutions from the Pareto Front satisfy the conditions of the evaluated problem, and the aggregated multi-objective function results in a difference of 1.66% for the worst to the best solution. From the design variables of the best solution choose from the Pareto front, graphics are created for each degree of freedom, showing the time histories for displacements, velocities and accelerations. In this particular case, the RMS vertical acceleration in the driver's seat is 1.041 m/s² and its tolerance is 0.631 m/s², but the RMS lateral acceleration in the driver's seat is 1.908 m/s² and its tolerance is 0.168 m/s². The overall results obtained from NPIA-MORDO assure that is possible take into account the uncertainties from the system parameters and design variables as the external optimization loop is performed, reducing the efforts in subsequent evaluations. The non-probabilistic interval analysis performed by the proposed tool is a feasible choice to evaluate the uncertainty if compared to the standard deviation, because there is no need of previous well-known based probability distribution and because it reaches the practical needs from the automotive industry, where the tolerances are preferable.

Keywords: Vehicle model; Biodynamic model; Vertical dynamics; Lateral dynamics; Multiobjective robust design optimization; Uncertainty Quantification; Interval analysis. α -cut level method; Vehicle comfort and safety.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos.....	3
1.2 Contexto.....	3
1.3 Justificativa	7
1.4 Organização do trabalho	7
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	9
2.1 Modelos veiculares.....	9
2.2 Norma ISO-3888-1.....	17
2.3 Perfis de irregularidades da pista	19
2.3.1 Modelo de Dodds e Robson	20
2.3.2 Norma ISO-8608	25
2.3.3 Perfis de pista defasados e correlacionados.....	31
2.4 Conforto e segurança veicular	41
2.5 Algoritmos heurísticos.....	42
2.5.1 Algoritmos genéticos.....	43
2.5.2 Algoritmo de enxame de partículas	49
2.5.3 Algoritmo de otimização espiral.....	53
2.6 Otimização multiobjetivo.....	56
2.6.1 Métodos ponderados.....	58
2.6.2 Métodos de geração de conjuntos de Pareto.....	61
2.7 Análise de intervalo	65
2.7.1 Análise de intervalo em problemas de otimização	67
2.7.2 Pseudocódigo da análise de intervalo	68
2.7.3 Método dos níveis de corte- α	70
3 OTIMIZAÇÃO DE PROJETO ROBUSTO MULTIOBJETIVO POR ANÁLISE DE INTERVALO NÃO PROBABILÍSTICA	76
3.1 Exemplo do NPIA-MORDO no modelo de 2-GDL	79
3.2 Resultados do NPIA-MORDO no modelo de 2-GDL.....	84
4 MODELO PROPOSTO	101
4.1 Modelo veicular em dinâmica vertical.....	101
4.2 Modelo veicular em dinâmica lateral.....	107

4.3 Modelo biodinâmico do motorista	110
4.4 Modelo de pneus de Pacejka.....	112
5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	117
5.1 Método de integração de Newmark	117
5.2 Função multiobjetivo e restrições	119
5.3 Fluxograma das sub-rotinas	123
5.4 Critérios de convergência	125
6 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	127
6.1 Procedimento de análise.....	127
6.2 Resultados da análise puramente determinística	129
6.3 Resultados do NPIA-MORDO no modelo completo	135
7 CONCLUSÕES.....	170
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	174

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Um exemplo de suspensão passiva (a) e seu sistema vibracional equivalente (b)	5
Figura 2.1	Esboço e designação dos setores da pista para DLC	17
Figura 2.2	Esboço da localização dos cones para demarcar a pista de DLC	18
Figura 2.3	Esboço da descrição da pista	21
Figura 2.4	Parâmetros da descrição da pista	23
Figura 2.5	Classificação alfabética de perfis de irregularidades de pista	29
Figura 2.6	Perfis de pista para os quatro pneus avaliados	38
Figura 2.7	Trecho do sinal entre a trilha do pneu dianteiro esquerdo e direito	39
Figura 2.8	Densidade espectral calculada (azul) e obtida por norma (vermelho) dentro da faixa de interesse	39
Figura 2.9	Resultados dos perfis de pista correlacionados para os quatro pneus	40
Figura 2.10	Pseudocódigo do GA	46
Figura 2.11	Componentes-chave de um algoritmo evolucionário genérico	48
Figura 2.12	Representação vetorial do algoritmo de enxame de partículas	52
Figura 2.13	Pseudocódigo do SOA	55
Figura 2.14	Esboço de soluções dominadas e não dominadas	57
Figura 2.15	Espaço de soluções de projeto para um problema de dois objetivos	58
Figura 2.16	Solução do problema pela técnica da soma ponderada	59
Figura 2.17	Solução do problema pela técnica da programação compromisso	60
Figura 2.18	Pseudocódigo do MOGA	64
Figura 2.19	Representação gráfica do valor absoluto, comprimento e ponto médio de um intervalo A	66
Figura 2.20	Pseudocódigo da análise de intervalo simples	69
Figura 2.21	Comparação entre um conjunto tradicional \mathbf{A} e um conjunto <i>fuzzy</i> $\tilde{\mathbf{A}}$...	70
Figura 2.22	Conjunto <i>fuzzy</i> $\tilde{\mathbf{A}}$ normalizado e seu suporte $S(\tilde{\mathbf{A}})$	71
Figura 2.23	Discretização de diferentes conjuntos \mathbf{A}_{α_k} de i até k níveis- α	73
Figura 3.1	Fluxograma da sub-rotina para análise de intervalo	76
Figura 3.2	Fluxograma da sub-rotina para otimização robusta multiobjetivo	77
Figura 3.3	Modelo de um quarto de veículo	79

Figura 3.4	Fronteira de Pareto por SQP	85
Figura 3.5	Fronteira de Pareto por PSO	85
Figura 3.6	Fronteira de Pareto por SOA	86
Figura 3.7	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por SQP	87
Figura 3.8	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por PSO	88
Figura 3.9	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por SOA	89
Figura 3.10	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por SQP	91
Figura 3.11	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por PSO	92
Figura 3.12	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por SOA	93
Figura 3.13	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por SQP	94
Figura 3.14	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por PSO	94
Figura 3.15	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por SOA	95
Figura 3.16	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por SQP	96
Figura 3.17	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por PSO	96
Figura 3.18	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por SOA	97
Figura 3.19	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por SQP	97
Figura 3.20	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO	98

Figura 3.21	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por SOA	98
Figura 3.22	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por SQP	99
Figura 3.23	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO	99
Figura 3.24	Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por SOA	100
Figura 4.1	Modelo vibracional do veículo com o assento do motorista	102
Figura 4.2	Modelo vibracional do motorista	110
Figura 4.3	Resultados da sub-rotina desenvolvida com o modelo de Pacejka	113
Figura 4.4	Sistema de coordenadas locais do pneu	113
Figura 4.5	Modelo esquemático dos pneus no eixo local. Caso (a) o pneu estiver orientado com o vetor da velocidade, caso (b) o pneu não estiver orientado com o vetor da velocidade	115
Figura 5.1	Pseudocódigo do Método de Newmark	118
Figura 5.2	Fluxograma de chamada de cada sub-rotina	124
Figura 6.1	Ângulos de esterçamento dos pneus	130
Figura 6.2	Trajatória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada no CARSIM [®]	131
Figura 6.3	Trajatória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada no MATLAB [®]	132
Figura 6.4	Forças laterais durante a manobra DLC realizada no CARSIM [®]	133
Figura 6.5	Forças laterais durante a manobra DLC realizada no MATLAB [®]	133
Figura 6.6	Forças verticais durante a manobra DLC realizada no CARSIM [®]	134
Figura 6.7	Forças verticais durante a manobra DLC realizada no MATLAB [®]	135
Figura 6.8	Fronteira de Pareto por PSO	137
Figura 6.9	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por PSO	138
Figura 6.10	Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por PSO	139

Figura 6.11	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por PSO	140
Figura 6.12	Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por PSO	141
Figura 6.13	Variáveis de projeto h , h_s , r_x e r_y , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO	142
Figura 6.14	Variáveis de projeto c_s , c_{s1} , c_{s2} , c_{s3} e c_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO	143
Figura 6.15	Variáveis de projeto k_s , k_{s1} , k_{s2} , k_{s3} e k_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO	144
Figura 6.16	Variáveis de projeto h , h_s , r_x e r_y , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO	145
Figura 6.17	Variáveis de projeto c_s , c_{s1} , c_{s2} , c_{s3} e c_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO	146
Figura 6.18	Variáveis de projeto k_s , k_{s1} , k_{s2} , k_{s3} e k_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO	147
Figura 6.19	Perfil e derivada do perfil de irregularidades de pista	150
Figura 6.20	Ângulos de esterçamento dos pneus para a otimização	151
Figura 6.21	Forças longitudinais após a otimização	152
Figura 6.22	Forças laterais após a otimização	152
Figura 6.23	Forças verticais após a otimização	153
Figura 6.24	Resultados na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização	154
Figura 6.25	Resultados na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização	154
Figura 6.26	Resultados na guinada da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização	156
Figura 6.27	Resultados na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização	157
Figura 6.28	Resultados na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização	157

Figura 6.29	Resultados na guinada da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização	158
Figura 6.30	Resultados das três acelerações no assento do motorista no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização	159
Figura 6.31	Trajetória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada após a otimização	160
Figura 6.32	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na cabeça do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização	161
Figura 6.33	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no tórax do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização	161
Figura 6.34	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no abdômen do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização	162
Figura 6.35	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na região pélvica do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização	163
Figura 6.36	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no assento do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização	163
Figura 6.37	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no CG da carroceria para o sistema de referência do veículo após a otimização	164
Figura 6.38	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações de rolagem (centro de rolagem) para o sistema de referência do veículo após a otimização	165
Figura 6.39	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações de arfagem no CG da carroceria para o sistema de referência do veículo após a otimização	165

Figura 6.40	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão dianteira esquerda para o sistema de referência do veículo após a otimização	166
Figura 6.41	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão dianteira direita para o sistema de referência do veículo após a otimização	167
Figura 6.42	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão traseira esquerda para o sistema de referência do veículo após a otimização	167
Figura 6.43	Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão traseira direita para o sistema de referência do veículo após a otimização	168

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Diferentes modelos veiculares e suas aplicações	16
Tabela 2.2	Dimensões da pista para DLC	18
Tabela 2.3	Qualidade da pista para padrões europeus	28
Tabela 2.4	Classificação de pistas conforme o grau de irregularidade em termos da frequência espacial [$n_0 = 0,1$ ciclo/m]	30
Tabela 2.5	Classificação de pistas conforme o grau de irregularidade em termos da frequência angular [$\Omega_0 = 1$ rad/m]	30
Tabela 2.6	Escala de desconforto conforme aceleração RMS para padrões Europeus .	42
Tabela 2.7	Causas de desconforto no assento	42
Tabela 3.1	Parâmetros e variáveis de projeto do exemplo	83
Tabela 6.1	Dados de entrada para análise e otimização	127
Tabela 6.2	Parâmetros e variáveis de projeto com incertezas	136
Tabela 6.3	Variáveis de projeto otimizadas, ranqueadas e ordenadas nos 24 indivíduos, conforme a função agregada J	148
Tabela 6.4	Valores RMS de cada objetivo conflitante e a sua respectiva tolerância para cada indivíduo da fronteira de Pareto após a otimização	149

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AOF	<i>Aggregate objective function</i>
BS	<i>British standard</i>
CG	Centro de gravidade
DLC	<i>Double-lane change</i>
GA	<i>Genetic algorithms</i>
GDL	Grau de liberdade
ISO	<i>International organization for standardization</i>
MOEA	<i>Multi-objective optimization using evolutionary algorithms</i>
MOGA	<i>Multi-objective optimization using genetic algorithms</i>
MUGA	<i>Multi-objective uniform-diversity genetic algorithms</i>
NPIA-MORDO	<i>Non-probabilistic interval analysis for multi-objective robust design optimization</i>
NSGA-II	<i>Non-dominated sorting genetic algorithms II</i>
PEM	<i>Pseudo-excitation method</i>
PIM	<i>Precise integration method</i>
PSA	<i>Pattern search algorithm</i>
PSD	<i>Power spectral density</i>
PSO	<i>Particle swarm optimization</i>
RMS	<i>Root mean square</i>
SOA	<i>Spiral optimization algorithm</i>
SQP	<i>Sequential quadratic programming</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Conjunto tradicional de valores	[Unidade]
\tilde{A}	Conjunto difuso (<i>fuzzy</i>) de valores	[Unidade]
A_b	Rugosidade da pista	[m]
A_f	Área frontal aproximada do veículo	[m ²]
a	Distância entre o eixo dianteiro do veículo até o centro de gravidade da carroceria	[m]
a	Distância entre a bandeja de suspensão e o centro telescópio na Figura 1	[m]
B	Vetor de intervalo n -dimensional	[Unidade]
B_i	Coefficiente do fator de rigidez (inclinação) entre a forma e o pico da curva da fórmula mágica de Pacejka do i -ésimo pneu	[Adimensional]
b	Distância entre o eixo traseiro do veículo até o centro de gravidade da carroceria	[m]
b	Distância entre a bandeja de suspensão e o centro da roda na Figura 1	[m]
C	Matriz de amortecimento do sistema	[Adimensional]
C_d	Coefficiente de arrasto da carroceria	[Adimensional]
C_i	Coefficiente do fator de forma da fórmula mágica de Pacejka do i -ésimo pneu	[Adimensional]
CV	Coefficiente de variação	[Adimensional]
c	Amortecimento da suspensão na Figura 1	[N s/m]
c_{d1}	Amortecimento da cabeça do motorista	[N s/m]
c_{d2}	Amortecimento do torso superior do motorista	[N s/m]
c_{d3}	Amortecimento da coluna e lombar do motorista	[N s/m]
c_{d4}	Amortecimento do torso inferior do motorista	[N s/m]
c_{d5}	Amortecimento da região pélvica do motorista	[N s/m]
c_e	Amortecimento equivalente da suspensão na Figura 1	[N s/m]
c_n	Número de classe da pista (<i>class number</i>)	[Adimensional]
c_s	Amortecimento do assento do motorista	[N s/m]

c_{s1}	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda	[N s/m]
c_{s2}	Amortecimento da suspensão dianteira direita	[N s/m]
c_{s3}	Amortecimento da suspensão traseira esquerda	[N s/m]
c_{s4}	Amortecimento da suspensão traseira direita	[N s/m]
$c_{s,ref}$	Amortecimento do assento do motorista de referência	[N s/m]
c_{s1ref}	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda de referência	[N s/m]
$c_{s3,ref}$	Amortecimento da suspensão traseira esquerda de referência	[N s/m]
c_2	Amortecimento da suspensão na Figura 3.3	[N s/m]
$c_{2,ref}$	Amortecimento de referência da suspensão	[N s/m]
cof	Fração de <i>crossover</i> (recombinação)	[Adimensional]
D_i	Coefficiente do valor de pico da curva da fórmula mágica de Pacejka do i -ésimo pneu	[Adimensional]
d	Metade da largura da carroceria	[m]
$dz(\mathbf{x},\mathbf{y})$	Norma euclidiana entre o par de soluções \mathbf{x} e \mathbf{y}	[Adimensional]
$E(x)$	Função do valor esperado de uma função qualquer de x	[Unidade]
$E[Z^2]$	Valor esperado do quadrado da variável aleatória Z	[Unidade]
E_i	Curvatura da curva da fórmula mágica de Pacejka do i -ésimo pneu	[Adimensional]
\mathbf{F}_0	Vetor de forças iniciais do sistema	[N]
\mathbf{F}_{i+1}	Vetor de forças iniciais do sistema no passo atualizado	[N]
F	Função de intervalo de uma função qualquer f	[Unidade]
$F_{l,xi}$	Força longitudinal local do i -ésimo pneu	[N]
$F_{l,yi}$	Força lateral local do i -ésimo pneu	[N]
F_s	Força no assento do motorista proveniente da carroceria	[N]
F_{s1}	Força vertical resultante da suspensão dianteira esquerda	[N]
F_{s2}	Força vertical resultante da suspensão dianteira direita	[N]
F_{s3}	Força vertical resultante da suspensão traseira esquerda	[N]
F_{s4}	Força vertical resultante da suspensão traseira direita	[N]
F_x	Componente longitudinal da força na direção x	[N]
F_{x1}	Força longitudinal do pneu dianteiro esquerdo	[N]
F_{x2}	Força longitudinal do pneu dianteiro direito	[N]

F_{x3}	Força longitudinal do pneu traseiro esquerdo	[N]
F_{x4}	Força longitudinal do pneu traseiro direito	[N]
F_y	Componente lateral da força na direção y	[N]
F_{y1}	Força lateral do pneu dianteiro esquerdo	[N]
F_{y2}	Força lateral do pneu dianteiro direito	[N]
F_{y3}	Força lateral do pneu traseiro esquerdo	[N]
F_{y4}	Força lateral do pneu traseiro direito	[N]
F_z	Componente vertical da força na direção z	[N]
F_{z1}	Força vertical do pneu dianteiro esquerdo	[N]
F_{z2}	Força vertical do pneu dianteiro direito	[N]
F_{z3}	Força vertical do pneu traseiro esquerdo	[N]
F_{z4}	Força vertical do pneu traseiro direito	[N]
f	Frequência linear temporal	[Hz]
$f(\mathbf{x})_i$	Função do i -ésimo objetivo de projeto	[Unidade]
$f_a(x)$	Densidade de probabilidades do sinal x	[s]
$f_m(t)$	Função modal qualquer no domínio do tempo	[Unidade]
fr	Coefficiente de resistência à rolagem da carroceria	[Adimensional]
$G(n)$	Densidade espectral unilateral em termos do número de onda n	[m ³ /ciclo]
$G_a(n)$	Densidade espectral unilateral de acelerações em termos do número de onda n	[m ⁻¹ /ciclo]
$G_a(\Omega)$	Densidade espectral unilateral de acelerações em termos da frequência angular espacial Ω	[m ⁻¹ /radiano]
$G_a(\omega)$	Densidade espectral unilateral do sinal a em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$G_a^*(\omega)$	Densidade espectral unilateral conjugada do sinal a em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$G_{ab}(\omega)$	Densidade espectral unilateral cruzada dos sinais a e b em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$G_{a,defasado}(\omega)$	Densidade espectral unilateral defasada do sinal a em	[m ³ /radiano]

	termos do número de onda na frequência angular temporal ω	
$G_b(\omega)$	Densidade espectral unilateral do sinal b em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$G_c(\omega)$	Densidade espectral unilateral do sinal c em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$G_d(n)$	Densidade espectral unilateral de deslocamentos em termos do número de onda n	[m ³ /ciclo]
$G_d(\Omega)$	Densidade espectral unilateral de deslocamentos em termos da frequência angular espacial Ω	[m ³ /radiano]
$G_d(n_0)$	Densidade espectral unilateral de deslocamentos em termos do número de onda de referência n_0	[m ³ /ciclo]
$G_d(\Omega_0)$	Densidade espectral unilateral de deslocamentos em termos da frequência angular espacial de referência Ω_0	[m ³ /radiano]
$G_v(n)$	Densidade espectral unilateral de velocidades em termos do número de onda n	[m/ciclo]
$G_v(\Omega)$	Densidade espectral unilateral de velocidades em termos da frequência angular espacial Ω	[m/radiano]
$G_z(n)$	Densidade espectral unilateral em termos do número de onda n na direção z	[m ³ /ciclo]
$G_{z,cruzada}(n_i)$	Densidade espectral unilateral cruzada do sinal z em termos do número de onda n_i para a i -ésimo pneu	[m ³ /ciclo]
$G_{z,defasada}(n_i)$	Densidade espectral unilateral defasada do sinal z em termos do número de onda n_i para a i -ésimo pneu	[m ³ /ciclo]
$G_{z,mista}(n_i)$	Densidade espectral unilateral cruzada e defasada (mista) do sinal z em termos do número de onda n_i para a i -ésimo pneu	[m ³ /ciclo]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
$g(n)$	Relação entre a densidade espectral unilateral de uma direção específica e a densidade espectral unilateral	[Adimensional]
$g(\mathbf{x})$	Vetor de restrições de desigualdade	[Unidade]
$h(\mathbf{x})$	Vetor de restrições de igualdade	[Unidade]
h	Altura do eixo de rolagem até o eixo longitudinal do centro	[m]

	de gravidade da carroceria	
h_{ref}	Altura relativa do eixo do centro de rolagem de referência	[m]
h_s	Altura relativa do assento do motorista	[m]
$h_{s,ref}$	Altura relativa do assento do motorista	[m]
I_x	Momento de inércia de massa de rolagem	[kg m ²]
I_y	Momento de inércia de massa de arfagem	[kg m ²]
I_z	Momento de inércia de massa de guinada	[kg m ²]
I_{xz}	Produto de inércia de massa de rolagem e guinada	[kg m ²]
i	Número imaginário	[Adimensional]
J	Vetor das funções multiobjetivo	[Unidade]
J	Função multiobjetivo agregada	[Adimensional]
J_i	Função multiobjetivo agregada no passo atual	[Adimensional]
J_{i+1}	Função multiobjetivo agregada no passo atualizado	[Adimensional]
j	Variável de projeto j	[Unidade]
K	Matriz de rigidez do sistema	[Adimensional]
K_x	Razão de rigidezes	[Adimensional]
k	Rigidez da suspensão na Figura 1	[N/m]
k_{br}	Rigidez torcional da barra estabilizadora	[N m/rad]
k_{d1}	Rigidez da cabeça do motorista	[N/m]
k_{d2}	Rigidez do torso superior do motorista	[N/m]
k_{d3}	Rigidez da coluna e lombar do motorista	[N/m]
k_{d4}	Rigidez do torso inferior do motorista	[N/m]
k_{d5}	Rigidez da região pélvica do motorista	[N/m]
k_e	Rigidez equivalente da suspensão na Figura 1	[N/m]
k_{max}	Número máximo de iterações para convergência	[Adimensional]
k_s	Rigidez do assento do motorista	[N/m]
k_{s1}	Rigidez da suspensão dianteira esquerda	[N/m]
k_{s2}	Rigidez da suspensão dianteira direita	[N/m]
k_{s3}	Rigidez da suspensão traseira esquerda	[N/m]
k_{s4}	Rigidez da suspensão traseira direita	[N/m]
$k_{s,ref}$	Rigidez do assento do motorista de referência	[N/m]
$k_{s1,ref}$	Rigidez da suspensão dianteira esquerda de referência	[N/m]

$k_{s3,ref}$	Rigidez da suspensão traseira esquerda de referência	[N/m]
k_{ti}	Rigidez do i -ésimo pneu	[N/m]
$k_{ti,ref}$	Rigidez do i -ésimo pneu de referência	[N/m]
k_{t1}	Rigidez do pneu dianteiro esquerdo	[N/m]
k_{t2}	Rigidez do pneu dianteiro direito	[N/m]
k_{t3}	Rigidez do pneu traseiro esquerdo	[N/m]
k_{t4}	Rigidez do pneu traseiro direito	[N/m]
k_1	Rigidez do pneu na Figura 3.3	[N/m]
k_2	Rigidez da suspensão na Figura 3.3	[N/m]
$k_{1,ref}$	Rigidez de referência do pneu	[N/m]
$k_{2,ref}$	Rigidez de referência da suspensão	[N/m]
l_d	Largura do eixo dianteiro da carroceria	[m]
l_t	Largura do eixo traseiro da carroceria	[m]
M	Matriz de massa do sistema	[Adimensional]
M_x	Momento de rolagem ou sobre rodagem	[N m]
M_y	Momento de arfagem ou resistência ao rolamento	[N m]
M_z	Momento de guinada de auto-alinhamento	[N m]
m_b	Massa da carroceria	[kg]
m_{d1}	Massa da cabeça do motorista	[kg]
m_{d2}	Massa do torso superior do motorista	[kg]
m_{d3}	Massa do torso inferior do motorista	[kg]
m_{d4}	Massa da região pélvica do motorista	[kg]
m_s	Massa do assento do motorista	[kg]
m_{s1}	Massa da suspensão dianteira esquerda	[kg]
m_{s2}	Massa da suspensão dianteira direita	[kg]
m_{s3}	Massa da suspensão traseira esquerda	[kg]
m_{s4}	Massa da suspensão traseira direita	[kg]
m_t	Massa total do veículo	[kg]
m_1	Massa não suspensa na Figura 3.3	[kg]
m_2	Massa suspensa de ¼ do veículo na Figura 3.3	[kg]
$m_{2,ref}$	Massa suspensa de referência de ¼ do veículo	[kg]
n	Número de onda na frequência linear espacial	[ciclos/m]

n_0	Número de onda de referência	[ciclos/m]
n_e	Número total de linhas espectrais	[Adimensional]
n_f	Número de objetivos conflitantes	[Adimensional]
n_p	Número total de parâmetros de entrada do sistema	[Adimensional]
n_{vp}	Número total de variáveis de projeto do sistema	[Adimensional]
$n_{c(\mathbf{x}, t)}$	Número do nicho de soluções da geração atual	[Adimensional]
$n_{q(\mathbf{x}, t)}$	Número de soluções dominadas da solução \mathbf{x} na geração t	[Adimensional]
$\text{norm}(f(\mathbf{x})_i)$	Norma euclidiana da função do i -ésimo objetivo	[Adimensional]
P_0	População inicial do algoritmo genético	[Adimensional]
P_t	População na iteração t do algoritmo genético	[Adimensional]
pf	Fração de Pareto	[Adimensional]
ps	Tamanho da população do algoritmo genético	[Adimensional]
Q_t	População atual na iteração t do algoritmo genético	[Adimensional]
q	Razão de massas	[Adimensional]
\mathbf{R}_n	Vetor dos n -ésimos parâmetros de entrada do sistema	[Unidade]
$R(x)$	Função de autocorrelação de uma função qualquer de x	[Unidade]
R_a	Função de autocorrelação do sinal a	[Unidade]
R_{ab}	Função de autocorrelação cruzada dos sinais a e b	[Unidade]
R_x	Razão de amortecimentos	[Adimensional]
$R_D(\zeta)$	Função de autocorrelação do incremento na direção x do lado direito	[m ³ /ciclo]
$R_E(\zeta)$	Função de autocorrelação do incremento na direção x do lado esquerdo	[m ³ /ciclo]
r	Expoente da programação compromisso	[Adimensional]
r_c	Raio do centro da espiral	[m]
rh_i	Aderência do i -ésimo pneu à pista (<i>road holding</i>)	[m]
r_n	Número aleatório uniforme entre 0 e n da partícula	[Adimensional]
r_x	Posição relativa na direção x do assento do motorista com o centro de gravidade da carroceria	[m]
$r_{x,ref}$	Posição relativa na direção x do assento do motorista com o centro de gravidade da carroceria de referência	[m]
r_y	Posição relativa na direção y do assento do motorista com o	[m]

	centro de gravidade da carroceria	
$r_{y,ref}$	Posição relativa na direção y do assento do motorista com o centro de gravidade da carroceria de referência	[m]
$r_{\alpha\beta}$	Raio dos parâmetros de convergência da espiral	[m]
r_1	Número aleatório uniforme entre 0 e 1 da partícula	[Adimensional]
r_2	Número aleatório uniforme entre 0 e 1 do enxame	[Adimensional]
$r(\mathbf{x}, t)$	Ranqueamento de uma solução do algoritmo genético	[Unidade]
$S(\mathbf{A})$	Suporte do conjunto tradicional de valores	[Unidade]
$S(\tilde{\mathbf{A}})$	Suporte do conjunto difuso (<i>fuzzy</i>) de valores	[Unidade]
$S_a(\omega)$	Densidade espectral do sinal a em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$S_b(\omega)$	Densidade espectral do sinal b em termos do número de onda na frequência angular temporal ω	[m ³ /radiano]
$S_D(n)$	Densidade espectral de uma função qualquer de x em termos do número de onda n no lado direito	[m ³ /ciclo]
$S_{DE}(n)$	Densidade espectral de uma função qualquer de x em termos do número de onda n no sentido direita esquerda	[m ³ /ciclo]
$S_E(n)$	Densidade espectral de uma função qualquer de x em termos do número de onda n no lado esquerdo	[m ³ /ciclo]
$S_{ED}(n)$	Densidade espectral de uma função qualquer de x em termos do número de onda n no sentido esquerda direita	[m ³ /ciclo]
\mathbf{S}_n	Vetor das n -ésimas variáveis de saída do sistema	[Unidade]
$\mathbf{S}_{ub}(\omega)$	Matriz das densidades espectrais das amplitudes dos deslocamentos da base (ou perfis de pista)	[Adimensional]
$S_{ub}(\omega)$	Densidade espectral das amplitudes dos deslocamentos da base (ou perfil de pista)	[m ³ /radiano]
$S_X(n)$	Densidade espectral cruzada de uma função qualquer de x em termos do número de onda n	[m ³ /ciclo]
$S_X(\Omega)$	Densidade espectral cruzada de uma função qualquer de x em termos da frequência espacial Ω	[m ³ /radiano]
$S_{\xi}(\omega)$	Densidade espectral do perfil de pista simplificado	[m ² /s ⁻¹]
sgl	Geração limite de assentamento do algoritmo genético	[Adimensional]

T	Período	[s]
t	Instante de tempo	[s]
t_{\max}	Iteração máxima do algoritmo genético	[Adimensional]
$t(\mathbf{X})_i^*$	Valor desejável (<i>target</i>) de um i -ésimo objetivo de projeto	[Unidade]
$\text{tol}(X)$	Tolerância da variável X	[Unidade]
tol_{GA}	Tolerância do algoritmo genético	[Adimensional]
u_{b1}	Deslocamento vertical do pneu dianteiro esquerdo	[m]
u_{b2}	Deslocamento vertical do pneu dianteiro direito	[m]
u_{b3}	Deslocamento vertical do pneu traseiro esquerdo	[m]
u_{b4}	Deslocamento vertical do pneu traseiro direito	[m]
v	Velocidade longitudinal do veículo	[m/s]
v_{wi}	Velocidade longitudinal da i -ésima roda	[m/s]
$\mathbf{v}_{i,j}^k$	Velocidade corrente da partícula i da variável de projeto j	[m/s]
$\mathbf{v}_{i,j}^{k+1}$	Velocidade atualizada da partícula i da variável de projeto j	[m/s]
$\mathbf{W}_k(\omega)$	Curva de ponderação de frequência na direção \mathbf{k}	[Unidade]
w_i	Peso ponderado do i -ésimo objetivo de projeto	[Adimensional]
ws_i	Curso da i -ésima suspensão (<i>working space</i>)	[m]
w	Expoente de ajuste bilateral da curva da PSD	[Adimensional]
w_1	Expoente de ajuste unilateral do lado esquerdo da curva da PSD	[Adimensional]
w_2	Expoente de ajuste unilateral do lado direito da curva da PSD	[Adimensional]
\mathbf{X}	Conjunto tradicional de valores	[Unidade]
\mathbf{X}_n	Vetor das n -ésimas variáveis de projeto do sistema	[Unidade]
X	Intervalo qualquer tal que $X = [\overline{X}, \underline{X}]$	[Unidade]
X	Variável de projeto	[Unidade]
\overline{X}	Limite superior da variável de projeto X	[Unidade]
\underline{X}	Limite inferior da variável de projeto X	[Unidade]
\mathbf{x}_1	Solução de um conjunto de Pareto	[Unidade]
\mathbf{x}_2	Solução de um conjunto de Pareto que satisfaz as condições de dominância	[Unidade]

x_1	Deslocamento da massa não suspensa na Figura 3.3	[m]
x_2	Deslocamento da massa suspensa na Figura 3.3	[m]
\dot{x}_1	Velocidade da massa não suspensa na Figura 3.3	[m/s]
\dot{x}_2	Velocidade da massa suspensa na Figura 3.3	[m/s]
\ddot{x}_1	Aceleração da massa não suspensa na Figura 3.3	[m/s ²]
\ddot{x}_2	Aceleração da massa suspensa na Figura 3.3	[m/s ²]
\mathbf{x}_{opt}	Vetor de variáveis de projeto	[Unidade]
\mathbf{x}_l	Limite inferior do vetor de variáveis de projeto \mathbf{x}	[Unidade]
\mathbf{x}_u	Limite superior do vetor de variáveis de projeto \mathbf{x}	[Unidade]
\mathbf{x}_0	Vetor de deslocamento no passo anterior	[m]
\mathbf{x}_i	Vetor de deslocamento no passo atual	[m]
\mathbf{x}_{i+1}	Vetor de deslocamento no passo atualizado	[m]
$\dot{\mathbf{x}}_0$	Vetor de velocidade no passo anterior	[m/s]
$\dot{\mathbf{x}}_i$	Vetor de velocidade no passo atual	[m/s]
$\dot{\mathbf{x}}_{i+1}$	Vetor de velocidade no passo atualizado	[m/s]
$\ddot{\mathbf{x}}_0$	Vetor de aceleração no passo anterior	[m/s ²]
$\ddot{\mathbf{x}}_i$	Vetor de aceleração no passo atual	[m/s ²]
$\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}$	Vetor de aceleração no passo atualizado	[m/s ²]
$\mathbf{x}_{i,j}^0$	Posição inicial da partícula i da variável de projeto j	[m]
$\mathbf{x}_{i,j}^k$	Posição corrente da partícula i da variável de projeto j	[m]
$\mathbf{x}_{i,j}^{k+1}$	Posição atualizada da partícula i da variável de projeto j	[m]
$\mathbf{xgbest}_{i,j}^k$	Melhor posição da variável de projeto global j já encontrado pelo enxame	[m]
$\mathbf{xlbst}_{i,j}^k$	Melhor posição da variável de projeto j já encontrado pela partícula i	[m]
x	Deslocamento na direção x	[m]
$x_a(t)$	Sinal a de amplitudes no tempo na direção x	[s]
$x_b(t)$	Sinal b de amplitudes no tempo na direção x	[s]
$x_b^*(t_i)$	Sinal conjugado b de amplitudes no tempo t_i na direção x	[s]
x_b	Deslocamento longitudinal da carroceria	[m]
\dot{x}_b	Velocidade longitudinal da carroceria	[m/s]

\ddot{x}_b	Aceleração longitudinal da carroceria	[m/s ²]
$\dot{x}_{b,global}$	Velocidade longitudinal da carroceria nas coordenadas globais	[m/s]
$\dot{x}_{b,local}$	Velocidade longitudinal da carroceria nas coordenadas locais	[m/s]
$\ddot{x}_{b,global}$	Aceleração longitudinal da carroceria nas coordenadas globais	[m/s ²]
$\ddot{x}_{b,local}$	Aceleração longitudinal da carroceria nas coordenadas locais	[m/s ²]
$x_c(t)$	Sinal c de amplitudes no tempo na direção x	[s]
x_{e,α_k}	Limite inferior à esquerda do intervalo de nível- α_k	[Unidade]
x_{d,α_k}	Limite superior à direita do intervalo de nível- α_k	[Unidade]
x_{jmin}	Limite inferior do variável de projeto j	[Unidade]
x_{jmax}	Limite superior do variável de projeto j	[Unidade]
\ddot{x}_s	Aceleração longitudinal no assento do motorista	[m/s ²]
Y	Intervalo qualquer tal que $Y = [\underline{Y}, \bar{Y}]$	[Unidade]
y	Deslocamento na direção y	[m]
y_b	Deslocamento lateral da carroceria	[m]
\dot{y}_b	Velocidade lateral da carroceria	[m/s]
\ddot{y}_b	Aceleração lateral da carroceria	[m/s ²]
$\dot{y}_{b,global}$	Velocidade lateral da carroceria nas coordenadas globais	[m/s]
$\dot{y}_{b,local}$	Velocidade lateral da carroceria nas coordenadas locais	[m/s]
$\ddot{y}_{b,global}$	Aceleração lateral da carroceria nas coordenadas globais	[m/s ²]
$\ddot{y}_{b,local}$	Aceleração lateral da carroceria nas coordenadas locais	[m/s ²]
\ddot{y}_s	Aceleração lateral no assento do motorista	[m/s ²]
\underline{Z}_{α_k}	Subespaço bivalente do nível- α_k	[Unidade]
Z	Variável aleatória qualquer	[Adimensional]
z	Deslocamento na direção z	[m]
z_b	Deslocamento vertical da carroceria	[m]
\dot{z}_b	Velocidade vertical da carroceria	[m/s]
\ddot{z}_b	Aceleração vertical da carroceria	[m/s ²]

z_{b1}	Deslocamento no ponto de contato da carroceria dianteira esquerda	[m]
z_{b2}	Deslocamento no ponto de contato da carroceria dianteira direita	[m]
z_{b3}	Deslocamento no ponto de contato da carroceria traseira esquerda	[m]
z_{b4}	Deslocamento no ponto de contato da carroceria traseira direita	[m]
\dot{z}_{b1}	Velocidade no ponto de contato da carroceria dianteira esquerda	[m/s]
\dot{z}_{b2}	Velocidade no ponto de contato da carroceria dianteira direita	[m/s]
\dot{z}_{b3}	Velocidade no ponto de contato da carroceria traseira esquerda	[m/s]
\dot{z}_{b4}	Velocidade no ponto de contato da carroceria traseira direita	[m/s]
z_{d1}	Deslocamento vertical da cabeça do motorista	[m]
z_{d2}	Deslocamento vertical do torso superior do motorista	[m]
z_{d3}	Deslocamento vertical do torso inferior do motorista	[m]
z_{d4}	Deslocamento vertical da região pélvica do motorista	[m]
\dot{z}_{d1}	Velocidade vertical da cabeça do motorista	[m/s]
\dot{z}_{d3}	Velocidade vertical do torso superior do motorista	[m/s]
\dot{z}_{d3}	Velocidade vertical do torso inferior do motorista	[m/s]
\dot{z}_{d4}	Velocidade vertical da região pélvica do motorista	[m/s]
\ddot{z}_{d1}	Aceleração vertical da cabeça do motorista	[m/s ²]
\ddot{z}_{d2}	Aceleração vertical do torso superior do motorista	[m/s ²]
\ddot{z}_{d3}	Aceleração vertical do torso inferior do motorista	[m/s ²]
\ddot{z}_{d4}	Aceleração vertical da região pélvica do motorista	[m/s ²]
$z_{k(x)}$	Valor da função de adaptação da solução x	[Unidade]
$z_{k(y)}$	Valor da função de adaptação da solução y	[Unidade]
z_k^{\max}	Valor máximo da função de adaptação avaliada	[Unidade]

z_k^{\min}	Valor mínimo da função de adaptação avaliada	[Unidade]
z_s	Deslocamento vertical do assento do motorista	[m]
\dot{z}_s	Velocidade vertical do assento do motorista	[m/s]
\ddot{z}_s	Aceleração vertical do assento do motorista	[m/s ²]
z_{s1}	Deslocamento vertical da suspensão dianteira esquerda	[m]
z_{s2}	Deslocamento vertical da suspensão dianteira direita	[m]
z_{s3}	Deslocamento vertical da suspensão traseira esquerda	[m]
z_{s4}	Deslocamento vertical da suspensão traseira direita	[m]
\dot{z}_{s1}	Velocidade vertical da suspensão dianteira esquerda	[m/s]
\dot{z}_{s2}	Velocidade vertical da suspensão dianteira direita	[m/s]
\dot{z}_{s3}	Velocidade vertical da suspensão traseira esquerda	[m/s]
\dot{z}_{s4}	Velocidade vertical da suspensão traseira direita	[m/s]
\ddot{z}_{s1}	Aceleração vertical da suspensão dianteira esquerda	[m/s ²]
\ddot{z}_{s2}	Aceleração vertical da suspensão dianteira direita	[m/s ²]
\ddot{z}_{s3}	Aceleração vertical da suspensão traseira esquerda	[m/s ²]
\ddot{z}_{s4}	Aceleração vertical da suspensão traseira direita	[m/s ²]
α	Ângulo de inclinação do eixo telescópio da suspensão na Figura 1	[radiano]
α	Parâmetro de influência da aceleração no final do intervalo de tempo no método de Newmark no Capítulo 5	[Adimensional]
α_s	Parâmetro de dispersão da espiral	[Adimensional]
α_1	Ângulo de deslizamento do pneu dianteiro esquerdo	[radiano]
α_2	Ângulo de deslizamento do pneu dianteiro direito	[radiano]
α_3	Ângulo de deslizamento do pneu traseiro esquerdo	[radiano]
α_4	Ângulo de deslizamento do pneu traseiro direito	[radiano]
β	Ângulo flutuante entre o vetor velocidade longitudinal v e o eixo longitudinal do veículo.	[radiano]
β	Parâmetro de estabilidade no método de Newmark no Capítulo 5	[Adimensional]
β_s	Parâmetro de convergência da espiral	[Adimensional]
$\gamma(n)$	Função de coerência gama em termos do número de onda n	[Adimensional]

$\gamma(\omega)$	Função de coerência gama em termos do número de onda ω	[Adimensional]
Δt	Defasagem no tempo entre o eixo dianteiro e traseiro	[s]
Δt	Intervalo de tempo do método de Newmark no Capítulo 5	[s]
δ_i	Valor de restrição limite do objetivo i	[Unidade]
δ_1	Ângulo de esterçamento do pneu dianteiro esquerdo	[radiano]
δ_2	Ângulo de esterçamento do pneu dianteiro direito	[radiano]
δ_3	Ângulo de esterçamento do pneu traseiro esquerdo	[radiano]
δ_4	Ângulo de esterçamento do pneu traseiro direito	[radiano]
ε	Tolerância (ou erro) especificado	[Adimensional]
κ	Constante de convergência entre 0 e 1 para o parâmetro χ	[Adimensional]
λ	Comprimento de onda	[m]
λ_1	Constante cognitiva da partícula i	[Adimensional]
λ_2	Constante social do enxame	[Adimensional]
$\mu_A(\mathbf{x})$	Funcional de pertinência ao conjunto A	[Unidade]
ξ	Excitação do perfil de pista na Figura 3.3	[m]
ξ	Incremento de deslocamento na direção x	[m]
η	Incremento de deslocamento na direção y	[m]
θ	Ângulo de inclinação da distância qualquer entre as trilhas esquerda e direita na Figura 2.4	[radiano]
θ	Deslocamento angular de arfagem da carroceria	[radiano]
$\dot{\theta}$	Velocidade angular de arfagem da carroceria	[radiano/s]
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular de arfagem da carroceria	[radiano/s ²]
θ_c	Ângulo de giro do centro da espiral	[radiano]
κ	Coefficiente de escorregamento dos pneus	[Adimensional]
μ	Coefficiente de atrito de contato dos pneus	[Adimensional]
μ_J	Valor médio da função multiobjetivo agregada	[Adimensional]
ρ	Distância qualquer entre as trilhas esquerda e direita na Figura 2.4	[m]
ρ	Densidade volumétrica do ar	[kg/m ³]
$\sigma(F_1)$	Desvio padrão da força aplicada na pista	[N]
$\sigma(\ddot{x}_2)$	Desvio padrão da aceleração da massa suspensa	[m/s ²]
$\sigma(x_2 - x_1)$	Desvio padrão do deslocamento relativo entre a massa	[m]

	suspensa e a massa não suspensa	
σ_J	Desvio padrão da função multiobjetivo agregada	[Adimensional]
σ_{share}	Tamanho do nicho compartilhado da geração atual	[Adimensional]
$\sigma_{f(x)}^2$	Variância de uma função qualquer	[Unidade ²]
τ	Incremento de tempo	[s]
ϖ	Inércia da partícula do PSO	[Adimensional]
ϕ	Deslocamento angular de rolagem da carroceria	[radiano]
ϕ_{br}	Deslocamento angular do eixo de rolagem	[radiano]
$\dot{\phi}$	Velocidade angular de rolagem da carroceria	[radiano/s]
$\ddot{\phi}$	Aceleração angular de rolagem da carroceria	[radiano/s ²]
φ_i	Ângulo de fase uniformemente distribuído entre 0 e 2π e não correlacionado do sinal a	[radiano]
χ	Parâmetro de convergência do PSO	[Adimensional]
ψ	Deslocamento angular de guinada da carroceria	[radiano]
$\dot{\psi}$	Velocidade angular ou taxa de guinada da carroceria	[radiano/s]
$\ddot{\psi}$	Aceleração de guinada da carroceria	[radiano/s ²]
$\dot{\psi}_{max}$	Taxa de guinada máxima da carroceria	[radiano/s]
ψ_{local}	Ângulo de guinada da carroceria nas coordenadas locais	[radiano]
$\dot{\psi}_{global}$	Taxa de guinada da carroceria nas coordenadas globais	[radiano/s]
$\dot{\psi}_{local}$	Taxa de guinada da carroceria nas coordenadas locais	[radiano/s]
ψ_i	Ângulo de fase uniformemente distribuído entre 0 e 2π e não correlacionado do sinal b	[radiano]
Ω	Frequência angular espacial	[radiano/m]
Ω_0	Frequência angular espacial de referência	[radiano/m]
ω	Número de onda na frequência angular temporal	[radiano/s]
ω_c	Frequência angular temporal de corte	[m ⁻¹]
ω_i	Número de onda na frequência angular temporal para a i -ésimo pneu	[radiano/s]

1 INTRODUÇÃO

A suspensão automotiva é objeto de pesquisa em projetos de veículos que garantam conforto e segurança para os passageiros e o motorista em relação ao custo de fabricação. As consequências da exposição prolongada do passageiro à vibração são claramente observadas quando um veículo trafega em uma pista onde as irregularidades podem provocar desconforto e serem nocivas à saúde humana. Na tentativa de obter uma solução otimizada desse tipo de problema, uma função multiobjetivo capaz de agregar os principais requerimentos de projeto em um modelo veicular pertinente pode ser formulada.

Os requerimentos de projeto podem ser conflitantes e, quando um deles é otimizado, outros requerimentos podem piorar. Esse conflito pode ser visto na tentativa de minimizar a raiz do valor quadrático médio (*root mean square* ou RMS), por exemplo, da aceleração vertical no motorista e, conseqüentemente, aumentar as forças transmitidas do pneu à pista. Outro conflito típico consiste na minimização do curso de cada suspensão e no subsequente aumento da aceleração vertical RMS da carroceria. Nesse sentido, a otimização multiobjetivo tenta obter um (ou mais) conjunto(s) ótimo(s) de variáveis de projeto que melhor atendam os diferentes objetivos conflitantes, e a tomada de decisão de qual conjunto satisfaz o problema é passada para a equipe de projeto.

Algoritmos heurísticos podem ser uma alternativa interessante para otimizar variáveis de projeto de um problema que seja complexo. Diferentemente dos algoritmos baseados em gradientes, os heurísticos tipicamente podem evitar mínimos locais e procurar a solução ótima global inspirando-se na observação de fenômenos típicos da natureza e da genética evolutiva, permitindo maior amplitude de busca no subespaço de soluções. Os algoritmos heurísticos empregados tanto no domínio da frequência, quanto no domínio do tempo, podem constituir uma ferramenta valiosa para a obtenção dos parâmetros concentrados ótimos da suspensão automotiva a partir dessa ótica.

No entanto, mesmo obtendo os parâmetros ótimos, pequenas perturbações em outras variáveis que não as de projeto podem interferir na resposta, e o resultado obtido já não é mais ótimo. Isso mostra que as incertezas em outras variáveis podem interferir significativamente no problema abordado e que a otimização precisa ser robusta o suficiente para contornar essas deficiências. Em um processo repetitivo, quando o resultado da função a ser otimizada for um valor médio que se mantém o mesmo e um desvio padrão pequeno, o coeficiente de variação

também é pequeno, garantindo robustez e baixa dispersão. Essa é a ideia de uma otimização robusta, onde não só o valor médio das variáveis é minimizado, mas também as suas medidas de dispersão (desvio padrão ou intervalo da variável). Além disso, se as variáveis otimizadas estiverem próximas dos limites de projeto, a otimização robusta pode garantir uma solução de projeto satisfatória, oferecendo flexibilidade na tomada de decisões. Em termos mais práticos, muitas variáveis de projeto apresentam valores de tolerância, o que constituem um intervalo com valor mínimo, valor máximo e valor médio daquela variável, característica típica de uma medida de dispersão. Nesse aspecto, a quantificação de incertezas e a análise de intervalo são ferramentas úteis para garantir uma solução robusta o suficiente em termos de projeto frente às incertezas presentes na prática e não modeladas.

Esta Tese de doutorado propõe um estudo sobre conforto e segurança de um modelo veicular de quinze graus de liberdade (15-GDL), o qual inclui o veículo em dinâmica vertical e lateral, o assento e o modelo biodinâmico do motorista. Esse estudo atende as normas ISO-8608, 1995, e ISO-2631, 1997, e utiliza a otimização multiobjetivo robusta, os algoritmos heurísticos e a quantificação de incertezas como um procedimento de solução de engenharia. O ineditismo da Tese consiste em apresentar uma metodologia que reúna todos esses diferentes aspectos para resolver o problema de conforto e segurança do motorista em um modelo veicular no domínio do tempo. Esta Tese propõe como ferramenta a Otimização de Projeto Robusto Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística (*Non-probabilistic Interval Analysis for Multiobjective Robust Design Optimization* ou NPIA-MORDO) para obter e esboçar as fronteiras de Pareto entre os diferentes objetivos da função multiobjetivo, envolvendo os efeitos da incerteza nas variáveis de projeto e nos parâmetros do problema. Dessa forma, a partir dos parâmetros de entrada e das variáveis de projeto e de suas respectivas incertezas, pode-se determinar uma medida de centro (valor médio) e uma medida de dispersão (limite inferior e superior do intervalo ou tolerância) para cada objetivo a ser otimizado e, finalmente, traçar as fronteiras de Pareto, cruzando, par a par, cada objetivo. Na tomada de decisões de projeto, os pontos da fronteira de Pareto que constituem um vetor de solução ótimo são devidamente ordenados, ranqueados e normalizados em uma função multiobjetivo agregada e, segundo a ponderação e os critérios de um especialista, é escolhido aquele ponto que constitui a solução definitiva do projeto.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta Tese é propor uma ferramenta metodológica para otimização de projeto robusto multiobjetivo por meio da quantificação de incertezas, utilizando a análise de intervalo das variáveis e dos parâmetros do sistema, sem a necessidade de ter uma função de distribuição de probabilidades previamente conhecida. Esse objetivo central desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- a) desenvolver um modelo veicular em dinâmica vertical e lateral que adequadamente represente a carroceria, o assento e o motorista;
- b) desenvolver um modelo de perfil de pista por meio de trilhas, cruzadas e defasadas, correlacionadas;
- c) formular uma função multiobjetivo com objetivos conflitantes para garantir conceito conforto e segurança do motorista;
- d) realizar a otimização de projeto robusto multiobjetivo minimizando, como medida de dispersão, o intervalo da variável de projeto (ao invés do desvio padrão);
- e) avaliar o comportamento do sistema na presença de incertezas nos seus parâmetros.

1.2 Contexto

A suspensão estabelece a conexão básica entre a carroceria e as rodas e pneus [Bosh, 2005]. Ela tem função essencial para compensar as irregularidades da pista com o objetivo de garantir segurança e conforto aos passageiros e ao motorista. Tradicionalmente, as suspensões dianteira e traseira diferem, respectivamente, devido aos elementos de direção e à posição da sustentação longitudinal e transversal. Por meio de um projeto otimizado, elas podem reduzir os movimentos verticais da carroceria, a arfagem e a rolagem da mesma.

Para contextualizar a tamanha importância de um projeto robusto de suspensões, seja um veículo de passeio sem suspensão. Se ele trafegar a uma velocidade baixa, mesmo assim, a menor irregularidade da pista seria capaz de provocar um solavanco nocivo à saúde. Com o uso da suspensão, o veículo ganha em estabilidade, e os passageiros, em conforto e segurança. Em um automóvel de passeio, as suspensões dianteiras são independentes, o que permite cada suspensão captar as irregularidades da pista sem transferir ao seu par correspondente (cada

suspensão recebe uma fonte de excitação em particular), e as traseiras podem ser dependentes, semi-independentes ou também independentes. Nesta Tese, contextualizam-se as suspensões independentes, tanto dianteiras quanto traseiras.

Segundo Bosh, 2005, os elementos elásticos mais usuais são as molas de aço do tipo lâmina, espiral ou barras. Esses elementos elásticos têm função de reduzir a frequência natural da carroceria com o aumento da carga, e as curvas obtidas são comumente lineares. Em certas aplicações, as lâminas simples ou múltiplas assumem a função de alinhar as rodas e suportar cargas, preferencialmente utilizadas nos eixos traseiros. A resistência à fadiga e a quantidade de ciclos que a lâmina suporta podem variar drasticamente conforme o processo de fabricação [Toso et al., 2016]; isto é, esse tipo de elemento requer manutenção. As molas helicoidais ou espirais apresentam características progressivas conforme a variação no passo ou mesmo na espessura do arame. O diâmetro interno da mola espiral permite alojar o amortecedor de tal maneira a facilitar a montagem, exigir menor espaço de projeto e garantir menor peso. As três características principais da mola espiral são típicas da suspensão independente MacPherson, a ser utilizada, de maneira simplificada, nesta Tese.

Barras estabilizadores ou barras de rolagem constituem outro elemento de suspensão a ser otimizado. Essas barras de rolagem não possuem efeito quando ambos os lados do veículo se movem na mesma direção simultaneamente. Quanto um dos lados se move, a barra oferece rigidez e apresenta apenas a metade do efeito de estabilização do veículo; quanto os dois lados se movem em sentidos opostos em função do perfil de irregularidades da pista e das manobras realizadas, a barra de rolagem apresenta efeito total de estabilização [Bosh, 2005]. Esse tipo de elemento de suspensão pode ser utilizado tanto na suspensão dianteira (mais usual), quanto na suspensão traseira (mais conservativo); em ambos os casos, as barras de rolagem reduzem a tendência de a carroceria rolar em torno do eixo de rolagem e influenciam o comportamento do veículo para manobras em curva, o que é discutido nesta Tese. Geralmente fabricadas em barras de perfil “U” ou tubular, esses elementos de suspensão são laminados para resistir aos efeitos de flexão e fixados na carroceria em pontos com coxins de borracha ou materiais que tenham efeitos significativos de amortecimento.

A Figura 1.1 representa uma suspensão dianteira passiva típica cuja principal função é reduzir que as irregularidades da pista sejam integralmente transmitidas à carroceria e também aos passageiros e motorista. Na Figura 1.1 (a), têm-se as variáveis geométrica de projeto e, na Figura 1.1 (b), têm-se os parâmetros concentrados do modelo vibracional.

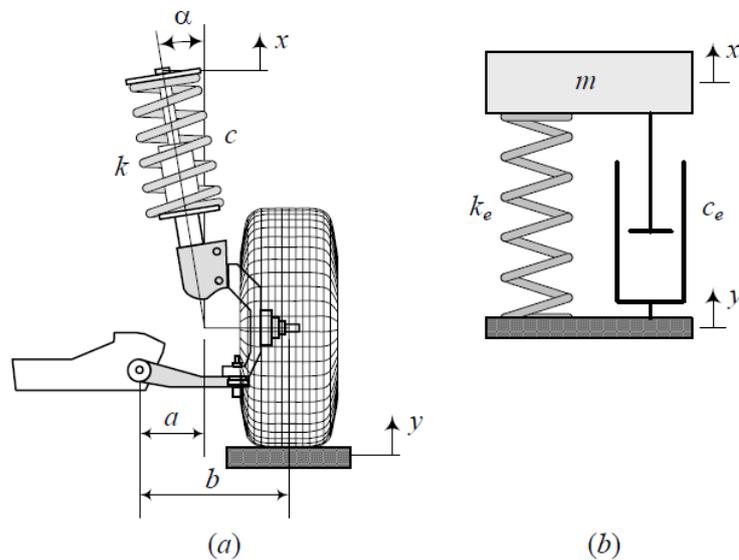


Figura 1 – Um exemplo de suspensão passiva (a) e seu sistema vibracional equivalente (b).

Fonte: adaptado de Jazar, 2008, p. 888.

onde a é a distância da fixação da bandeja de suspensão até o ponto inicial do centro do pino mestre (centro telescópio), e b é a distância do ponto de fixação da bandeja até o centro do cubo da roda, ambos em metros; α é o ângulo de inclinação do eixo do amortecedor, em radianos; k é a rigidez da mola, em N/m, e c é o coeficiente de amortecimento viscoso, em N s/m, obtido experimentalmente ou por tabelas e dados do fornecedor. No sistema vibracional equivalente, m é a massa equivalente do sistema, em kg; k_{eq} é a rigidez equivalente da mola, em N/m; e c_e é o coeficiente de amortecimento equivalente, em N s/m.

Este exemplo informa como a geometria da suspensão fornece dados para determinar parâmetros do modelo vibracional, correlacionando uma rigidez de mola equivalente tal que [Jazar, 2008]:

$$k_e = k \left(\frac{a}{b} \right)^2 \quad (1.1)$$

onde a Equação (1.1) é válida para uma coluna de suspensão alinhada paralelamente ($\alpha = 0$). Ressalta-se que, para os casos de uma suspensão MacPherson simplificada ($a = b$), a rigidez

do sistema vibracional equivalente, k_{eq} , é igual à rigidez de projeto, k . Para os demais casos, tem-se

$$k_e = k \left(\frac{a}{b} \cos \alpha \right)^2 \quad (1.2)$$

e, similarmente, pode-se inferir para o coeficiente equivalente de amortecimento tal que

$$c_e = c \left(\frac{a}{b} \cos \alpha \right)^2 \quad (1.3)$$

O interessante em se contextualizar o modelo geométrico e o modelo vibracional é que muitas variáveis de projeto e fabricação, a citar, por exemplo, quantidade de espiras, altura da mola, inclinação da mola, inclinação da espira e espessura do arame, influenciam o valor final de rigidez equivalente. Essa rigidez é um parâmetro concentrado do modelo vibracional, o que ilustra claramente a importância de se calcular o valor ótimo desse parâmetro e, então, servir de orientação para o projeto geométrico e físico da mola da suspensão. Esse tipo de raciocínio pode ser aplicado também para o amortecimento e para outros elementos da suspensão.

No que se refere à contextualização desta pesquisa na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), cabe salientar a evolução dos trabalhos desenvolvidos por Morsch, 2001, Nardello, 2005, Gomes, 2009, Drehmer, 2012, Ciapparini, 2012, Pereira, 2013, Flores, 2015 e Fossati, 2017, a citar alguns, acerca do universo que abrange os modelos de veículos, suspensões automotivas, domínio da frequência e do tempo, otimização heurística, controle ativo, caracterização de pistas e conforto e segurança veicular. Esses temas são muito interessantes de trabalhar, pois permitem varrer uma quantidade considerável de modelos e de técnicas de otimização diferentes para gerar conhecimento e propor novas ferramentas para a pesquisa e para a indústria (o que é proposto nesta Tese).

1.3 Justificativa

A justificativa metodológica dessa Tese reside no fato de que desenvolver a Otimização de Projeto Robusto Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística apresenta vantagens em relação à otimização probabilística tradicional baseada em desvio padrão como medida de dispersão. Dentre elas, o fato de não precisar previamente de uma distribuição de probabilidades para as variáveis e parâmetros do sistema (apenas os seus valores de tolerância) aproxima bastante a metodologia ao contexto prático observado na indústria. A indústria automobilística oferece normalmente uma faixa de valores para as variáveis de projeto, e essa faixa apresenta valores mínimos e máximos (tolerância), os quais balizam a otimização e, conseqüentemente, a fabricação de componentes mecânicos. Falta, então, um conjunto de procedimentos que, quando realizados, permitam obter valores ótimos das variáveis de projeto de uma forma robusta o suficiente de tal forma que a dispersão seja pequena. Esses procedimentos podem ser aplicados em um sistema veicular que possa agregar as dinâmicas verticais e laterais do veículo e simular manobras tipicamente observadas em veículos de passeio.

1.4 Organização do trabalho

A Tese está organizada morfológicamente para discutir um assunto e desdobrá-lo em cada capítulo. O Capítulo 1 da Tese destina-se à Introdução ao tema abordado, apresentando os aspectos mais relevantes para se aprofundar na pesquisa proposta, descrevendo os objetivos do trabalho, sua justificativa e também a organização deste. O Capítulo 2 refere-se à Revisão de Literatura, situando o leitor nos temas pertinentes aos modelos veiculares, perfis de pista, normas técnicas, como a ISO-8608, 1995, algoritmos heurísticos, como genéticos, enxame de partículas e similares. Este Capítulo em si é bastante extenso, pois discute e descreve métodos de otimização multiobjetivo, análise de intervalo e quantificação de incertezas.

O Capítulo 3 propõe e desenvolve a ferramenta metodológica que a Tese defende: a Otimização de Projeto Robusto Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística. A ferramenta é detalhada e convenientemente explicada por meio de um exemplo prático em um modelo simples; porém, prático para validá-la. Este Capítulo é a síntese da Tese, pois aborda a contribuição original e a explicação da ferramenta proposta.

O Capítulo 4 subsequente propõe e desenvolve o modelo a ser estudado. Este modelo é complexo e próximo da realidade. Ele apresenta as equações pertinentes à dinâmica vertical e lateral, ao modelo biodinâmico do motorista e ao modelo de pneus do veículo.

O Capítulo 5 expõe a Simulação Numérica e as sub-rotinas propostas. Nele, o método de integração de Newmark é detalhado, assim como a função multiobjetivo proposta e as suas respectivas restrições de projeto. O fluxograma das sub-rotinas e os critérios de convergência são apresentados de uma forma prévia para o Capítulo 6. Nele, o procedimento de análise, os dados do problema e os resultados obtidos são expostos, descritos e discutidos à medida que são apresentados no texto.

Por fim, a Tese se encerra no Capítulo 7, Conclusões, em que as considerações finais e o resumo da obra são descritos. Há um fechamento e uma reflexão da validade e da vantagem de se utilizar a ferramenta metodológica não apenas no cenário de dinâmica de veículos, mas também em qualquer modelagem que utilize a técnica de multicorpos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo destina-se a revisão de literatura para contextualizar o tema abordado em pesquisas recentes na área. Ele apresenta a fundamentação teórica nos assuntos de modelos de veículos, normas e perfis de irregularidade de pista, conforto e segurança veicular, otimização multiobjetivo, otimização robusta, algoritmo heurísticos, quantificação de incertezas e análise de intervalo. Todos esses assuntos são desdobramentos, diretos ou indiretos, de pesquisas que necessitam da bibliografia fundamentada em vibrações mecânicas. Clough e Penzien, 1975, Newland, 1993, e Rao, 2008, são referências para a área de vibrações, com teoria, aplicações e desenvolvimento de conceitos preliminares.

2.1 Modelos veiculares

Os modelos matemáticos são propostos para estudar o comportamento dinâmico dos veículos. Esses modelos podem ser simples (um ou dois graus de liberdade) ou complexos (sete ou mais graus de liberdade). Os graus de liberdade utilizados no modelo dependem de quão detalhada é a análise do comportamento do veículo e de quão próximo à realidade o modelo pode estar. Modelos de um ou dois graus de liberdade permitem soluções analíticas fechadas do problema abordado; porém, não são capazes de captar todos os movimentos pertinentes ao veículo. Os de múltiplos graus de liberdade podem satisfazer esses movimentos ao custo de razoável complexidade matemática e computacional.

No que diz respeito à bibliografia disponível sobre otimização em sistemas veiculares, Baumal, McPhee e Calamai, 1998, utilizaram algoritmos genéticos para otimizar um sistema de suspensão ativa em um modelo veicular de 5-GDL, considerando a arfagem do veículo e o deslocamento vertical do assento do motorista. Três requisitos de projeto foram utilizados como restrições na otimização: conforto, dado pela minimização da magnitude da aceleração vertical no assento; aderência à pista (ou segurança), dado pelo deslocamento relativo dos pneus em contato com a pista; e curso da suspensão, dado pelo deslocamento relativo das suspensões e do chassi. Os valores que as restrições não poderiam violar coincidiram com as devidas limitações técnicas da fabricação das suspensões. Em termos de resultados obtidos, os algoritmos genéticos minimizaram a função objetivo, fazendo o monitoramento das análises

prévias do sistema, evitando assim recalculer a função de custo para um mesmo conjunto de variáveis de projeto já avaliadas.

Ikenaga et al., 2000, propuseram o controle de suspensão ativa em um modelo de 7-GDL, o qual não previa o descolamento do pneu com o perfil da estrada e, como resultado, mostraram que o movimento da massa suspensa, acima e abaixo da frequência natural das rodas, pode ser avaliado, usando filtros ativos nos laços de controle internos para determinar os coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão. O controle do tipo *skyhook*, aplicado no movimento vertical da carroceria, assim como filtros ativos nos laços de controle externos puderam ser usados para atenuar velocidades de arfagem e rolagem.

Gobbi e Mastinu, 2001, desenvolveram uma solução analítica fechada em um modelo de 2-GDL que descreve o comportamento dinâmico vertical de um veículo. Duas densidades espectrais de potência foram utilizadas para determinar os perfis de pista, e uma otimização multiobjetivo foi realizada para encontrar os conjuntos de Pareto, frente a três requerimentos conflitantes de projeto de suspensão – a saber, desconforto, curso de suspensão e capacidade de aderência à pista. Cada requerimento foi representado pelo seu respectivo desvio padrão obtido por meio da solução analítica do modelo no domínio da frequência. Os resultados sugerem que o comportamento da suspensão é sensível ao perfil de pista e à velocidade do veículo e que isso acontece, por exemplo, na rigidez da suspensão para a aderência à pista, na relação de amortecimento para o desconforto e na massa da carroceria para o curso da suspensão.

Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, aprofundaram os estudos nesse tema, utilizando a teoria de otimização multiobjetivo e a teoria de projeto robusto para dar origem a uma otimização multiobjetivo robusta em modelos veiculares. O modelo é de 2-GDL com suspensões ativas e passivas, e a função multiobjetivo agrega também os requerimentos de aderência à pista, curso de suspensão e desconforto. Os parâmetros estocásticos são a massa da carroceria e a rigidez do pneu. Como resultado, as regiões de Pareto foram esboçadas para diferentes casos, comparando três aproximações distintas de otimização multiobjetivo: determinística, robusta e estocástica. A determinística foi a que obteve o melhor coeficiente de desempenho médio na função multiobjetivo, mas este valor foi sensível aos parâmetros incertos. Nesse sentido, a otimização estocástica é sugerida como uma solução intermediária aceitável que pode ser utilizada para modelos complexos. De um modo geral, este trabalho pode ser considerado

uma das referências mais didáticas no que diz respeito à otimização de projeto robusto multiobjetivo em modelos veiculares.

Hyvärinen, 2004, desenvolveu um modelo analítico de um veículo militar de oito graus de liberdade com um controle semiativo baseado no controle *skyhook*. Ele também considerou a variação da força de contato dos pneus, embora não a utilizasse como principal critério de projeto no controle semiativo proposto. Para Hyvärinen, 2004, essa variação da força de contato afeta a dirigibilidade do veículo devido às forças horizontais no contato pneu-pista. O autor desenvolveu exaustivamente a proposta de controle via *skyhook* a fim de minimizar a aceleração vertical transmitida pelo centro de massa e simulou o modelo veicular por meio do *software ADAMS* conforme as recomendações da ISO-5008, 2002. Essa norma é específica para veículos empregados na agricultura, como tratores e implementos agrícolas, embora possa ser adaptada para veículos em terrenos bastante irregulares, como veículos militares. Os resultados indicaram que o controle proposto pode melhorar a interação entre o pneu e a pista e facilitar o ajuste do curso da suspensão.

Bouazara, Richard e Rakheja, 2006, desenvolveram um modelo veicular não linear de 9-GDL para análise dinâmica da suspensão e do assento do motorista com amortecimento passivo, semiativo e ativo. Dois assentos foram devidamente configurados e experimentados em laboratório com excitação senoidal e aleatória. Os parâmetros otimizados foram obtidos por meio do método da minimização sequencial não restrita com o objetivo de minimizar a aceleração vertical RMS (*Root Mean Square*) transmitida pelo assento em 30%. Os resultados foram comparados com as orientações das normas BS-6841, 1987, e ISO-2631, 1997.

Zhang et al., 2007, analisaram um modelo de 2-GDL no domínio da frequência. Nesse trabalho, um modelo fracionado foi desenvolvido com coeficientes de amortecimento do tipo visco-elástico para ser submetido a um processo não estacionário de vibração aleatória que representa o perfil de pista a diferentes velocidades. Esse modelo obteve resultados eficientes, mas apenas para sistemas lineares. Na investigação de modelos de 2-GDL, Chi, He e Naterer, 2008, também exploraram esse modelo mais simplificado para comparar três algoritmos de otimização – algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms* ou GA), procura padronizada (*Pattern Search* ou PSA) e programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming* ou SQP) –, corroborando que o SQP é atrelado aos mínimos locais da função objetivo e que os algoritmos heurísticos mostraram ser uma ferramenta viável de estudo e pesquisa.

O estudo de modelos de mais graus de liberdade permite abranger a dinâmica de um veículo com maior fidedignidade. Os movimentos de arfagem e rolagem inserem dois graus de liberdade a mais num modelo normalmente orientado para analisar os deslocamentos verticais da carroceria. Essa consideração torna o problema mais complexo e mais próximo do que acontece na realidade. Quanto maior a aproximação do modelo ao veículo real, maior a possibilidade de colocá-lo na prática. Isso se mostra evidente no trabalho de Paradiso, 2009, em que o autor desenvolveu um modelo de dirigibilidade vertical dotado de cinco graus de liberdade para o BMW Mini Cooper. O objetivo do modelo era avaliar os efeitos da inserção do pneu não pneumático TWEEL[®], projetado pela Michellin, para reduzir as acelerações verticais transmitidas ao motorista e para aprimorar o desempenho do veículo em dinâmica vertical.

Nariman-Zadeh et al., 2010, desenvolveram um novo método de análise multiobjetivo por algoritmos genéticos (*Multi-objective uniform-diversity genetic algorithm* ou MUGA) associado ao mecanismo de preservação da diversidade (*ϵ -Elimination algorithm*) para fazer a otimização de Pareto em modelo veicular de 5-GDL. Diferentes objetivos conflitantes foram considerados, tais como a aceleração no assento, a aderência dos pneus dianteiro e traseiro e os deslocamentos relativos das suspensões dianteira e traseira, para verificar os resultados de uma otimização de dois objetivos conflitantes (par a par) e de uma otimização com os cinco objetivos conflitantes simultaneamente. Nos resultados obtidos, foi observado que somente um conjunto de indivíduos do GA atendeu os cinco objetivos simultâneos, o que não ocorria nos casos de dois objetivos, par a par. A otimização com os cinco objetivos, então, esboçou uma fronteira de Pareto que incluía também as fronteiras de Pareto de cada otimização par a par, o que proporcionou mais opções para o projeto da suspensão.

Zhang et al., 2010, propuseram um método para a análise de vibrações aleatórias não estacionárias para o acoplamento entre um veículo e uma ponte. O modelo possui 10-GDL, e a ponte foi modelada utilizando a teoria de viga de Euler-Bernoulli. Nessa análise, os métodos da pseudoexcitação (*Pseudo-excitation Method* ou PEM) e da integração precisa (*Precise Integration Method* ou PIM) foram utilizados, cuja exatidão de ambos foi satisfatória quando comparada às simulações exaustivas de Monte Carlo. Para os autores, desenvolver diferentes métodos de simulação capazes de confrontar Monte Carlo em uma quantidade menor de simulações é sempre uma alternativa desejável.

Dai, Gao e Zhang, 2011, investigaram as respostas dinâmicas dos deslocamentos e das acelerações de um modelo de 2-GDL com incertezas em seus parâmetros, submetido a perfis de pista aleatórios, no domínio do tempo e da frequência. As variáveis consideradas aleatórias foram a massa suspensa, a massa não suspensa, o amortecimento da suspensão, a rigidez da suspensão e dos pneus, todas obedecendo a uma distribuição normal e independentes uma das outras. Como resultado, as incertezas contidas na massa suspensa e na rigidez da suspensão influenciaram significativamente a resposta da aceleração vertical RMS da massa suspensa. Por outro lado, variações na massa não suspensa e na rigidez dos pneus influenciaram o valor RMS da aceleração da massa não suspensa majoritariamente. No caso onde apenas há incertezas na massa suspensa, massa não suspensa, rigidez da suspensão e dos pneus, a aceleração vertical RMS da massa suspensa alterava-se quando as incertezas foram consideradas simultaneamente.

Chen et al., 2011, realizaram um estudo entre dois modelos veiculares: um não linear completo de 10-GDL, com dinâmica vertical e lateral, e um linear de 2-GDL para projetar o controle integrado do sistema de direção, utilizando o esterçamento das rodas como entrada, dado pelo motorista. O modelo não linear realiza um acoplamento entre as dinâmicas vertical e lateral, utilizando equações de guinada, deslocamento longitudinal, deslocamento lateral e rolagem; a arfagem, por outro lado, não possui acoplamento entre as dinâmicas. As forças dos pneus seguem o modelo de Bakker et al., 1987; ou seja, o conhecido modelo de pneus de Pacejka, e a fonte de excitação para representar o perfil de pista é um ruído branco. Três investigações distintas foram realizadas com os modelos desenvolvidos: i) a aplicação de uma técnica de controle estocástico no gerenciamento elétrico do sistema de direção (*Electric Power Steering System* ou EPS) e no sistema de suspensão ativa (*Active Suspension System* ou ASS), o que permitiu demonstrar as vantagens do sistema integrado em relação ao sistema de controle em paralelo; ii) a arquitetura hierárquica de duas camadas para o controle da suspensão ativa (ASS) e o programa de estabilidade eletrônica (*Electronic Stability Program* ou ESP), cuja camada superior foi projetada para coordenar as interações entre o ASS e o ESP; e iii) uma investigação experimental para verificar os resultados da simulação. Os índices do controle hierárquico e do controle não integrado promoveram as seguintes discussões: i) tanto a estabilidade lateral quanto o conforto foram aprimorados pelo controle hierárquico em torno de 25% a 30%; ii) em manobras de dupla troca de faixa (*Double Lane Change* ou DLC), os picos do ângulo de deslizamento, taxa de guinada e aceleração lateral

foram reduzidos pelo controle hierárquico proposto; e iii) os resultados experimentais foram próximos dos simulados pelo sistema modelado. Apesar da evidente diferença na proposta de estudos, as investigações de Chen et al., 2009, estimularam o aprimoramento desta Tese para desenvolver o modelo veicular proposto em dinâmica vertical e lateral acoplada.

Drehmer, Casas e Gomes, 2015, realizaram a otimização de parâmetros concentrados de suspensão em um modelo veicular completo de 8-GDL no domínio da frequência por meio do *Particle Swarm Optimization* (PSO). Para isso, uma função multiobjetivo foi formulada na tentativa de atender três requerimentos de projeto (aceleração vertical RMS ponderada pela frequência, capacidade de aderência à pista e curso de suspensão), seguindo as orientações da norma ISO-2631, 1997. Diferentes perfis de pista e velocidades do veículo foram simulados, e uma comparação entre o PSO e o SQP foi exibida para avaliar os resultados obtidos. Uma análise de sensibilidade dos parâmetros otimizados foi feita em torno do ponto ótimo obtido e, no perfil de pista classe G (pior possível), constatou-se que o amortecimento do assento tem maior influência na minimização. De um modo geral, conforme os resultados ilustrados, a suspensão dianteira deve ser menos rígida do que a traseira quando a posição relativa do assento do motorista é projetada à frente do centro de gravidade (CG) da carroceria, indicando que a posição do assento pode ser considerada também como uma variável de projeto a ser otimizada. Apenas no perfil de pista Classe A foi possível obter parâmetros ótimos que, de fato, resultassem em valores aceitáveis em termos de conforto, aderência à pista e curso da suspensão simultaneamente. Os limites das variáveis de projeto utilizados, portanto, não foram suficientes para atender as necessidades de perfis mais irregulares.

Drehmer, Casas e Gomes, 2016, desenvolveram uma pesquisa para determinar os parâmetros concentrados de suspensão em um modelo veicular completo em dinâmica vertical no domínio da frequência, com o intuito de promover conforto e segurança ao motorista. Para isso, formulou-se uma função multiobjetivo, considerando três requerimentos no projeto da suspensão. Dois desses objetivos foram tratados como conflitantes (conforto, mensurada pela aceleração RMS do assento, e o curso da suspensão, o qual deve ter um espaço suficiente para assegurar conforto), enquanto a segurança, mensurada pela aderência à pista, foi usada como restrição do problema de otimização. O modelo do veículo possui 8-GDL, e o motorista, 4-GDL, totalizando 12-GDL do modelo completo. Para obter os parâmetros otimizados frente a diferentes condições de velocidade a um dado perfil de pista, utilizou-se o PSO, comparando-o com o SQP. No intuito de estudar as incertezas no comportamento do sistema, os autores

propuseram uma análise de intervalo em outras variáveis que não foram otimizadas (rigidez dos pneus e densidade espectral de potência da pista) para verificar a robustez dos resultados obtidos. As incertezas provocaram no sistema uma alteração no ponto ótimo obtido na etapa de otimização, e os limites na rigidez dos pneus e na PSD do perfil de pista aumentaram os limites inferior e superior da função multiobjetivo proposta. Concluiu-se que o projeto de suspensões deveria considerar os parâmetros dos pneus (modelo de pneu e parâmetros de entrada) e também os parâmetros geométricos relativos à localização do assento do motorista como variáveis de projeto de otimização. Uma vez otimizados, o sistema deve ser submetido a uma avaliação de incertezas nas variáveis que não podem, de fato, ser otimizadas (perfil de pista e parâmetros do próprio motorista) no projeto de suspensões.

Em se tratando de otimização em modelos para motocicletas, Scappaticci et al., 2016, realizaram a otimização do chassi de uma motocicleta competitiva, utilizando o algoritmo de procura padronizada (*Pattern Search Algorithm* ou PSA). Essa otimização foi estimulada, em parte, devido às mudanças no regulamento das classes de corrida do motociclismo mundial, introduzindo uma nova categoria, a Moto2. A estabilidade e manobrabilidade da motocicleta são altamente dependentes das propriedades geométricas do chassi nessa categoria, e todo o desempenho desse chassi pode ser primariamente avaliado em termos do peso e da rigidez. Os autores, então, visaram maximizar o desempenho do chassi tubular projetado especificamente para essa categoria Moto2. A partir de dados experimentais do protótipo, um modelo simples computacional foi desenvolvido e, então, o PSA foi utilizado para minimizar o peso por meio da rigidez tubular da armação do chassi, dentro de uma faixa pré-determinada de valores. No final do processo de otimização, o novo chassi obteve uma redução de 15,7% comparado com o valor original. Esse trabalho representa a abrangência da otimização em modelos veiculares, não apenas os automóveis, mas também as motocicletas e os de competição.

A partir da compreensão dos autores supracitados, a Tabela 2.1 exibe uma comparação entre diferentes modelos veiculares e suas aplicações práticas. Essa comparação é interessante para avaliar a importância de cada modelo em cada etapa do projeto automotivo, pois muitas vezes um modelo simples pode oferecer correlações importantes na etapa de coleta de dados experimentais. Já um modelo mais complexo pode captar outros movimentos da dinâmica do veículo que não poderiam ser acessados por modelos de poucos graus de liberdade e auxiliar na etapa de cruzamento de dados no histórico experimental do veículo.

Tabela 2.1 – Diferentes modelos veiculares e suas aplicações.

Nome	GDL	Vantagens e desvantagens	Aplicações
Quarto de veículo	2	Modelo bastante simples; Permite determinar soluções analíticas fechadas; Não capta a arfagem e a rolagem da carroceria; Não representa completamente a dinâmica do veículo.	Utilizado quando se tem interesse em otimizar a massa da carroceria como variável de projeto.
Meio veículo	5	Modelo intermediário; Capta a arfagem da carroceria.	Utilizado quando se tem interesse em verificar os efeitos de arfagem na carroceria.
Veículo completo	7 ou mais	Modelo mais complexo; Capta a arfagem e a rolagem da carroceria; Pode incluir a guinada para dinâmica lateral; Pode analisar suspensões do tipo independentes.	Utilizado quando são conhecidos os dados experimentais do veículo e podem ser otimizados.

Fonte: dados da pesquisa, 2015.

Apesar de simples, os modelos de 2-GDL apresentam características interessantes que podem ser bastante exploradas. De um modo geral, eles permitem determinar funções analíticas entre os parâmetros do sistema, incluindo valores médios e desvio padrão. Além disso, por não captar os movimentos de arfagem e rolagem, os modelos de 2-GDL não precisam de informações referentes aos momentos de inércia de massa de arfagem e rolagem da carroceria. Essa simplificação possibilita empregar a massa da carroceria como variável de projeto a ser otimizada, útil para projetos de novos conceitos.

Os modelos de 5-GDL são interessantes para estudar a arfagem da carroceria e quais os efeitos no assento do motorista. Diversas relações e requerimentos de projeto de suspensão podem ser obtidos a partir desses modelos, o que permite aplicá-los na análise de modelos de veículos com algumas modificações. Ainda assim, informações referentes ao momento de inércia de arfagem da carroceria são necessárias para o estudo com esse modelo, se ele incluir o ângulo de arfagem da carroceria como grau de liberdade.

Já os modelos de 7 ou mais GDL são complexos e normalmente necessitam de dados de entrada referentes aos momentos de inércia de arfagem e rolagem e da massa da carroceria. Os momentos de inércia são funções não triviais da geometria e da massa da carroceria; isso significa que, se a massa da carroceria for otimizada, os momentos de inércia podem ter seus valores iniciais drasticamente alterados, e a geometria da carroceria pode ser diferente. Na prática, torna-se outro modelo de automóvel analisado. É por esse motivo que os momentos de inércia e a massa da carroceria são parâmetros fixos de entrada do sistema em um modelo de 7 ou mais GDL. Na ótica da indústria automotiva, os modelos completos são mais interessantes para compreender os efeitos de algumas alterações em um modelo de automóvel

já existente. É o que ocorre quando um modelo veicular de um veículo de passeio é convertido para um veículo fora de estrada ou quando o tipo de suspensão é alterado para a melhoria do conforto do usuário.

2.2 Norma ISO-3888-1

A norma britânica ISO-3888, dividida em duas partes, trata especificadamente sobre os testes de pista para manobras severas de trocas de faixa em veículos de passeio. A primeira parte, ISO-3888-1, 1999, aborda a manobra de dupla troca de faixa (*double-lane change* ou DLC), a qual compreende um conhecido teste geralmente utilizado para avaliações subjetivas na dinâmica de veículos. Essa característica subjetiva se deve, em parte, da importância que o motorista influencia nos resultados dos testes. Assim sendo, a norma ISO-3888-1, 1999, alega que não é possível usar essa parte para fins de regulamentação ou legislação. A segunda parte, ISO-3888-2, 2002, trata do desvio de obstáculos, não abordado por esta Tese.

A Figura 2.1 esboça as dimensões da pista para DLC, cujo comprimento total é 125 metros. Cada número designado na Figura 2.1 corresponde a (1) direção do motorista; (2) desvio da faixa; (3) largura da faixa; (4) setor 1; (5) setor 2; (6) setor (3); (7) setor 4; (8) setor 5; e (9) setor 6 da pista.

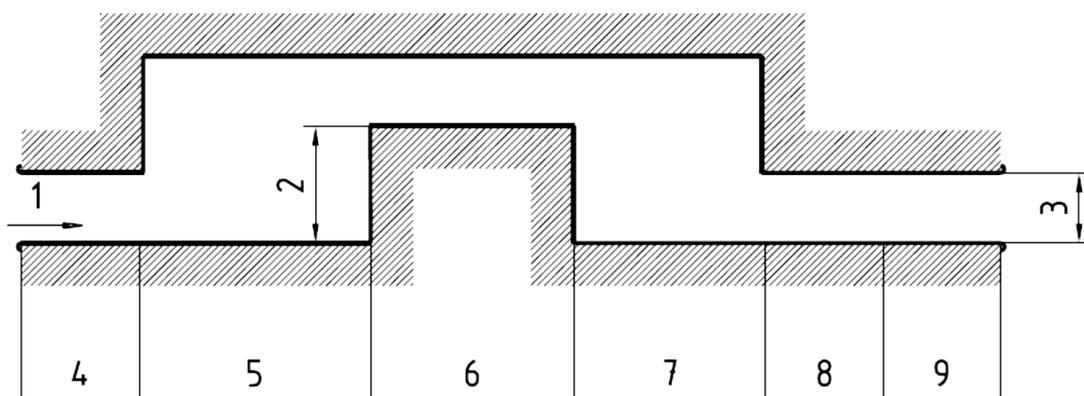


Figura 2.1 – Esboço e designação dos setores da pista para DLC.

Fonte: ISO-3888-1, 1999, p. 2.

As larguras da faixa da pista são função da largura do veículo, e essas informações são ilustradas na Tabela 2.2, a seguir:

Tabela 2.2 – Dimensões da pista para DLC.

Setor	Comprimento [m]	Desvio da faixa (lane offset) [m]	Largura [m]
1	15		$1,1 \times \text{largura do veículo} + 0,25$
2	30		
3	25	3,5	$1,2 \times \text{largura do veículo} + 0,25$
4	25		
5	15		$1,3 \times \text{largura do veículo} + 0,25$
6	15		$1,3 \times \text{largura do veículo} + 0,25$

Fonte: adaptado de ISO-3888-1, 1999, p. 2.

Para delimitar a pista, a ISO-3888-1, 1999, orienta o uso de cones de demarcação com uma altura mínima de 500 milímetros. Esses cones de demarcação são devidamente dispostos conforme especificado na Figura 2.2, e os limites da pista devem ser tangente à base circular dos cones.

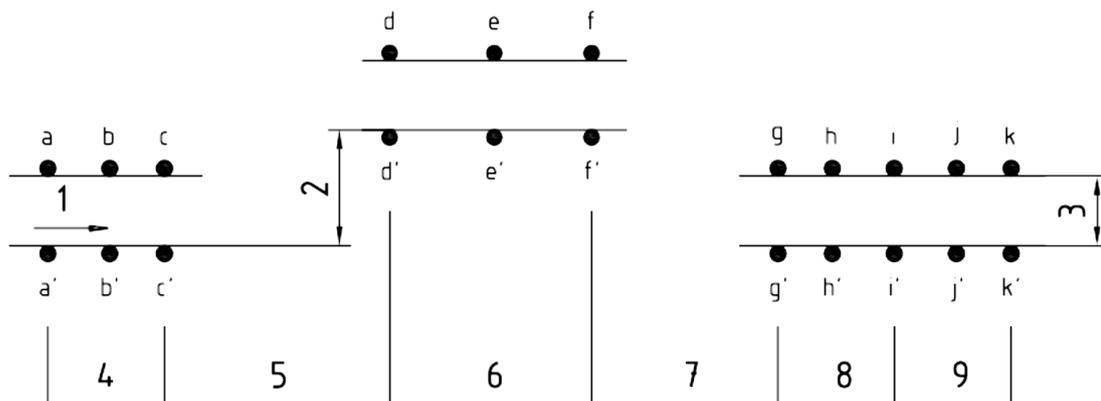


Figura 2.2 – Esboço da localização dos cones para demarcar a pista de DLC.

Fonte: ISO-3888-1, 1999, p. 3.

O escopo da primeira parte da norma especifica as dimensões e o método aplicado no teste para determinar subjetivamente uma DLC com o intuito de avaliar a dinâmica do veículo e a sua respectiva capacidade de aderência à pista para automóveis de passeio conforme visto nos termos e nomenclaturas da ISO-3833, 1977. Os objetos de testes para a manobra DLC são

veículos de passeio, comerciais leves e veículos pesados com massa de até 3,5 toneladas no máximo.

O método de ensaio fundamenta-se no princípio de que a severidade da manobra DLC seja um processo dinâmico que consiste em manobrar rapidamente o veículo da sua posição inicial alinhada em uma faixa para outra paralela e retornar à faixa de origem sem exceder as extremidades limítrofes da pista. Baseada nesse fundamento, a norma sugere dois exemplos de testes para motoristas devidamente habilitados. Destes dois exemplos, o primeiro teste é o que se pretende avaliar nesta Tese. Esse teste recomenda uma velocidade inicial de entrada de 80 ± 3 km/h, permitindo avaliar o esterçamento de entrada das rodas e do volante ou, ainda, outros parâmetros de direção, estudar estratégias de controle de direção e averiguar o veículo de uma forma subjetiva. Para esta Tese, a severidade da manobra DLC gera desconforto para o motorista, o que entra em conflito com o objetivo de conforto e segurança. Aliando-se esses dois aspectos, a função multiobjetivo com objetivos conflitantes pode ser formulada (Capítulo 5).

2.3 Perfis de irregularidades da pista

Os perfis de irregularidades da pista são considerados como os dados de entrada para o estudo e análise do comportamento dinâmico de um veículo. Um dos métodos mais usuais de classificação de perfis de irregularidades de pista consiste em empregar densidades espectrais de potência (*Power Spectral Density* ou PSD). Essa PSD pode ser modelada como um campo gaussiano bidimensional isotrópico aleatório, capaz de representar a rugosidade da superfície da pista de forma fiel [Dodds e Robson, 1973]. Esse modelo mostra-se pertinente, uma vez que a natureza aleatória das estradas deve ser considerada para que o estudo esteja próximo da realidade dinâmica do veículo. Dodds e Robson, 1973, tratam a pista como uma função cujas propriedades superficiais são obtidas por meio de medições experimentais aplicadas em um único trecho ao longo da via. Essa função utiliza somente as direções x e y , o que caracteriza um problema tipicamente bidimensional e a isotropia da condição implica que as propriedades espectrais do perfil de pista podem ser mensuradas ao longo de uma única faixa da pista, pois as propriedades estatísticas são as mesmas em qualquer direção. Normas internacionais como ISO-2631, 1997, ISO-8608, 1995, e BS-6841, 1987, orientam pesquisas em perfis de pista, oferecendo valores numéricos e experimentais para simulações e ensaios de engenharia.

Os perfis de pista podem ser tratados como processos aleatórios (ou estocásticos). Rao, 2008, p. 9, define as vibrações determinísticas como aquelas em que o valor ou magnitude da fonte de excitação são conhecidos a cada instante de tempo e as vibrações aleatórias como aquelas em que o “[...] valor da excitação em um dado instante não pode ser previsto”. Para o caso aleatório, são necessários muitos registros da excitação a fim de ter alguma consistência estatística. Isso significa que a resposta de um sistema frente uma fonte aleatória também deve ser considerada aleatória, descrita com variáveis estatísticas, tais como média e desvio padrão, por exemplo. Diversos autores, a citar alguns, Newland, 1993, Möller e Beer, 2004, Mendes e Oliveira, 2008, e Niedermeier et al., 2013, exemplificaram que as irregularidades da pista são tratados como processos estocásticos, geralmente modelados como excitações gaussianas. Nessa modelagem, a medição em um dado instante do processo gera uma função PSD e, no caso de processos estacionários, as propriedades estatísticas se tornam invariantes no tempo; i. e., divide-se o sinal em intervalos de tempo onde cada intervalo de tempo possui as mesmas propriedades estatísticas. Por fim, tais propriedades estatísticas podem ser invariantes quando computadas em cada função amostral que a compõe, caracterizando um processo estacionário e ergódico. Salienta-se que a função valor médio e a função de autocorrelação são exemplos de propriedades estatísticas em processos aleatórios.

2.3.1 Modelo de Dodds e Robson

O modelo dos perfis de irregularidades da pista de Dodds e Robson, 1973, é exibido na Figura 2.3 (onde o eixo positivo de z aponta para fora da página). Considera-se a estatística do processo com média igual a zero conforme o histórico de excitação, necessitando somente dos espectros de potência para descrever todo o perfil da estrada.

O modelo de Dodds e Robson, 1973, parte de uma autocorrelação capaz de definir os deslocamentos $z(x_r, y_r)$ em todos os pontos (x_r, y_r) . Essa autocorrelação é exibida a seguir na Equação (2.1):

$$R(x_r, y_r; x_s, y_s) = E[z(x_r, y_r) \cdot z(x_s, y_s)] \quad (2.1)$$

onde E representa o valor esperado da função. Os autores admitem que a obtenção dos dados experimentais para descrever o perfil da pista é trabalhosa e, na prática, mostra-se necessário simplificar a autocorrelação.

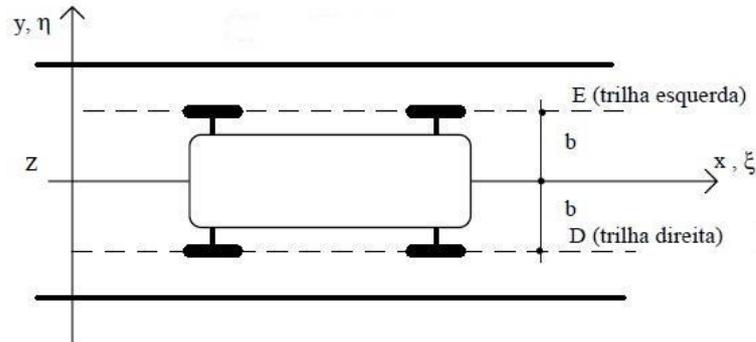


Figura 2.3 – Esboço da descrição da pista.

Fonte: adaptado de Morsch, 2001, p. 73.

Bendat e Piersol, 1971, Clough e Penzien, 1975, e Newland, 1993, definem a função de autocorrelação como a correlação entre dois valores de um processo em instantes de tempo diferentes, obtendo o valor dessa correlação a partir do valor médio do produto dos valores instantâneos de um processo qualquer $x(t)$ nos instantes t e $t + \tau$. Essa função indica o quanto o sinal $x(t)$ é correlacionado com ele mesmo, mas em tempos diferentes, variando entre -1 e 1 (fortemente não correlacionado e correlação perfeita, respectivamente). Para processos cuja natureza seja aleatória e estacionária, o valor da autocorrelação é dependente unicamente de τ ; i. e., invariante no tempo.

A partir disso, no entender de Dodds e Robson, 1973, sabe-se que as irregularidades $z(x,y)$ partem de um processo aleatório, homogêneo e estacionário, descrito por uma função gaussiana para as trilhas, descrita a seguir:

$$R(\xi, \eta) = \lim_{\substack{X \rightarrow \infty \\ Y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y z(x, y) \cdot z(x + \xi_x, y + \eta_y) dx dy \quad (2.2)$$

onde $R(\xi, \eta)$ é a trilha correlacionada em termos de ξ e η ; ξ_x e η_y são incrementos nas direções x e y , dados em metros.

Simbolicamente, Dodds e Robson, 1973, adotam uma simplificação na Equação (2.2) para facilitar a compreensão da integral no domínio e evitar repetição dos símbolos das integrais duplas, substituindo esse símbolo da integral dupla por setas ou colchetes. Dessa forma, é possível assumir a integral em todo o domínio, conforme a Equação (2.3) a seguir:

$$R(\xi, \eta) = \{z(x, y) \cdot z(x + \xi_x, y + \eta_y)\} \quad (2.3)$$

onde ξ_x e η_y são incrementos nas direções x e y , respectivamente. A isotropia atribuí à Equação (2.3) uma simetria circular com $\xi_x = 0$ e $\eta_y = 0$ para $R_x(\xi) = R(\xi_x, 0)$ e $R_y(\eta) = R(0, \eta_y)$.

Adotam-se duas trilhas na pista de rodagem, uma para o lado direito do veículo e outra para o esquerdo. Como as simplificações consideradas resultaram numa simetria, tem-se que $y = b$ e $y = -b$ para o lado esquerdo e direito, respectivamente, conforme a Figura 2.1. Dessa forma, as equações (2.4) e (2.5) exibem os resultados da simetria:

$$R_{DE}(\xi) = \{z_D(x) \cdot z_E(x + \xi)\} = \{z(x, -b) \cdot z(x + \xi, b)\} = R(\xi, 2b) \quad (2.4)$$

$$R_{ED}(\xi) = \{z_E(x) \cdot z_D(x + \xi)\} = \{z(x, -b) \cdot z(x + \xi, -b)\} = R(\xi, -2b) \quad (2.5)$$

em que os subíndices D e E representam, respectivamente, direito e esquerdo. Essa simetria também implica que

$$R_{DE}(\xi) = R_{ED}(\xi) = R_{DE}(-\xi) \quad (2.6)$$

A correlação cruzada entre os deslocamentos das duas trilhas separados pela distância $2b$ mantém-se a mesma; ou seja, a densidade espectral cruzada, $S_X(n)$, deve ser um valor real de tal forma que

$$S_{DE}(n) = S_{ED}(n) = S_X(n) \quad (2.7)$$

onde n é o número de onda, em ciclos/m. Algumas normas, sobretudo a ISO-8608, 1995, abordam tanto com o número de onda na frequência espacial (ciclo/m), quanto com o número

de onda na frequência angular (rad/m). Portanto, $S_X(n)$ pode ser trabalhada também com a frequência angular Ω de tal modo que $S_X(\Omega)$ também seja válida.

Ao considerar o processo como homogêneo, Dodds e Robson, 1973, afirmam que as irregularidades ao longo de uma linha reta devem ter a mesma forma que as irregularidades de outra linha reta paralela à primeira. Isso permite concluir que

$$R_D(\xi) = R_E(\xi) \quad (2.8)$$

$$S_D(n) = S_E(n) = S(n) \quad (2.9)$$

em que $S_D(n)$ e $S_E(n)$ correspondem aos espectros de potência (ou densidades espectrais) dos lados direito e esquerdo, respectivamente, em função do número de onda (ciclo/m). A Figura 2.4 (onde o eixo positivo de z aponta para fora da página) exhibe a pista e os seus parâmetros:

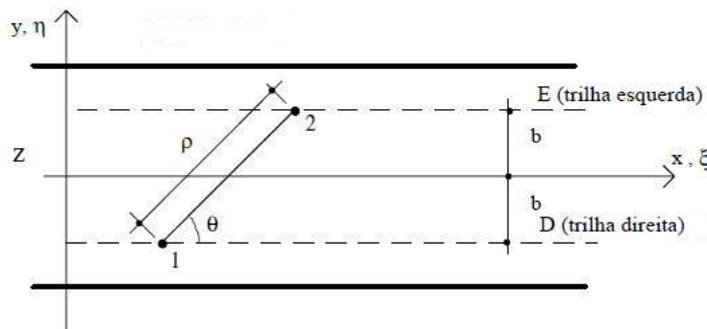


Figura 2.4 – Parâmetros da descrição da pista.

Fonte: adaptado de Morsch, 2001, p. 75.

Dodds e Robson, 1973, introduzem duas variáveis, ρ e θ , para confirmar a isotropia do processo por meio de uma relação geométrica entre as trilhas. Segue-se, então, que

$$R(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = R(\rho) \quad (2.10)$$

A partir das equações (2.4), (2.5) e (2.10), tem-se uma função capaz de determinar a forma de $R(\rho)$ em outra direção, conhecendo-se apenas a autocorrelação $R(\xi)$. Essa função é dada na Equação (2.11), a seguir:

$$R_{ED}(\xi) = R_E(\rho) = R(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}) \quad (2.11)$$

Percebe-se que o modelo de Dodds e Robson, 1973, poderia ser desenvolvido para η ao invés de ζ se o veículo trafega ao longo de y , devido às considerações de homogeneidade, isotropia e simetria. Por intermédio da Transformada de Fourier, é possível obter o espectro de potência cruzado unilateral dos perfis de estrada $X_D(x)$ e $X_E(x)$ separados pela distância $2b$ conforme a Equação (2.12):

$$G(n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(\xi) e^{-2\pi i n \xi} d\xi \quad (2.12)$$

onde $G(n)$ é a densidade espectral unilateral em termos do número de onda n . Já a densidade espectral unilateral na direção z , $G_z(n)$, é descrita por

$$G_z(n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{ED}(\xi) e^{-2\pi i n \xi} d\xi = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{ED}(\rho) e^{-2\pi i n \xi} d\xi \quad (2.13)$$

em que, novamente, $\rho^2 = \xi^2 + 4b^2$. Finalmente, o modelo pode ser aplicado por meio de uma relação entre $G_z(n)$ e $G(n)$. Dodds e Robson, 1973, propuseram a seguinte relação:

$$g(n) = \frac{G_z(n)}{G(n)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 2 R(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}) e^{-2\pi i n \xi} d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} 2 R(\xi) e^{-2\pi i n \xi} d\xi} \quad (2.14)$$

A relação proposta resulta num valor de $g(n)$ que pode estar próximo de 1 (quando submetido a pequenos números de onda n) ou próximo de zero (quando submetido a grandes números de onda). Conforme Dodds e Robson, 1973, essa função permite aproximar a partir da isotropia uma expressão matemática *a priori* da realidade na prática.

A partir do trabalho de Dodds e Robson, 1973, outros modelos para gerar o perfil de irregularidades da pista foram desenvolvidos e aprimorados, a destacar: Hwang e Kim, 2000, que propuseram um trabalho para determinar os perfis utilizando a análise modal complexa, e Zhang, Lee e Wang, 2002, que apresentaram uma proposta de vibração não estacionária em

um modelo de veículo nos domínios do tempo e da frequência. De um modo geral, os autores supracitados concluem que uma função de transferência pode representar as irregularidades da pista por intermédio do número de onda na frequência espacial (ou angular). Johannesson, Podgórski e Rychlik, 2014, realizaram um estudo na modelagem para a classificação de perfis de pista e desenvolveram um modelo gaussiano local com variações aleatórias na distribuição gama a fim de gerar uma distribuição de Laplace para o perfil de pista. Esse outro modelo de Laplace foi comparado com o espectro proposto pela ISO-8608, 1995, e foi especificado com apenas três parâmetros (dois deles, estimados diretamente de uma sequência de indicadores de irregularidades, e o último, obtido por uma correlação simples cruzando o espectro entre as trilhas esquerda e direita). Aproximações explícitas no que diz respeito ao dano por fadiga foram realizadas pelo modelo de Laplace e a validação do mesmo foi feita utilizando perfis de pista medidos experimentalmente. Em se tratando de outros modelos para perfis de pista, cabe salientar aqui o trabalho de Sayers, 1988, em que o autor expõe valores da rugosidade da pista na forma de ruído branco para rodovias especificamente brasileiras (localizadas em Brasília), comparando com valores típicos das rodovias dos Estados Unidos.

2.3.2 Norma ISO-8608

A norma ISO-8608, 1995, foi desenvolvida e amplamente utilizada com o intuito de facilitar a compilação e comparação de dados mensurados obtidos a partir dos perfis de pista para estudos em dinâmica vertical, desde então. Dividida em quatro partes, em seu anexo C, ela orienta a aplicação de dados estatísticos de perfis de pista para o desenvolvimento de pesquisa e estudo relacionados a conforto, projeto de suspensão e afins.

Conforme a ISO-8608, 1995, estima-se a irregularidade da pista por meio de um valor de referência, $G_d(n_0)$, e, dessa forma, os perfis de pista podem ser descritos a partir da PSD de seus deslocamentos verticais. Aproxima-se, então, uma reta decrescente que relaciona a PSD e a frequência espacial (ou angular) em gráficos cujos eixos estão em escala logarítmica para uma faixa de frequências espaciais entre 0,011 ciclos/m a 2,83 ciclos/m (equivalentes a 0,063 rad/m a 17,7 rad/m). Essa aproximação é feita por meio de integração dentro de um intervalo de frequências bem definido. Tais limites de integração da densidade espectral constituem um parâmetro importante a ser considerado na análise. Esses limites normalmente estão entre 0,01 a 10 ciclos/m, o que restringe as velocidades do veículo entre 5 a 50 m/s [Robson, 1979].

Entretanto, o limite superior de integração pode ser um valor maior, conforme o limite de velocidade estabelecido na pista, atingindo, por exemplo, até 1000 ciclos/m para uma integração numérica satisfatória no domínio da frequência. Por outro lado, o limite inferior pode iniciar a partir de 0,05 ciclos/m para análises de veículos fora de estrada ou em perfis muito irregulares [Drehmer, 2012].

Para modelar matematicamente a PSD dos perfis de pista, parte-se primeiramente das relações entre frequências espaciais e angulares tal que

$$f = n v \quad (2.15)$$

$$\omega = \Omega v \quad (2.16)$$

onde f é a frequência temporal, em ciclos/s ou Hz, n é o número de onda, em ciclos/m, ω é a frequência angular temporal, em rad/s, Ω é a frequência angular, em rad/m, e, por fim, v é a velocidade do veículo (assumida constante), em m/s.

A partir das equações (2.15) e (2.16), desdobram-se as seguintes relações:

$$\Omega = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi n \quad (2.17)$$

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\omega}{2\pi v} \quad (2.18)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} v = 2\pi n v \quad (2.19)$$

onde λ é o comprimento de onda, em metros, dado após um período T , em segundos, cuja relação é $\lambda = T v$. A Equação (2.19) permite fazer uma mudança de variáveis do número de onda n para ω (e vice-versa) quando for necessária.

A forma geral da PSD ajustada pode ser modelada pelas equações (2.20) e (2.21), a seguir:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (2.20)$$

$$G_d(\Omega) = G_d(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad (2.21)$$

onde sabe-se que n_0 é o valor de referência na frequência espacial (0,1 ciclos/m); Ω_0 é o valor de referência na frequência angular (1 rad/m); w é o expoente de ajuste dessa aproximação; n é o número de onda (frequência espacial) a ser medido experimentalmente ou ser utilizado na simulação, em ciclos/m; Ω é o número de onda (frequência angular) também a ser medido ou utilizado na simulação, em rad/m; $G_d(n_0)$ é a PSD de referência em deslocamentos verticais em função da frequência espacial de referência, em m³/ciclo; $G_d(\Omega_0)$ é a PSD de referência em deslocamentos verticais em função da frequência angular de referência, em m³/rad; e, por fim, $G_d(n)$ e $G_d(\Omega)$ são os valores da PSD ajustada, respectivamente, para frequência espacial e frequência angular, em m³/ciclo e m³/rad. É usual considerar que n_0 equivale a $1/2\pi$ ciclos/m e corresponde a um comprimento de onda de 6,3 metros, típico na construção de pistas. Além disso, outras aproximações da PSD ajustada podem ser obtidas em André, 2006, cada uma com suas respectivas particularidades.

A partir da forma geral da PSD ajustada dos deslocamentos, podem-se determinar as PSDs das velocidades e das acelerações, a seguir:

$$G_v(n) = G_d(n)(2\pi n)^2 \quad (2.22)$$

$$G_v(\Omega) = G_d(\Omega)\Omega^2 \quad (2.23)$$

$$G_a(n) = G_d(n)(2\pi n)^4 \quad (2.24)$$

$$G_a(\Omega) = G_d(\Omega)\Omega^4 \quad (2.25)$$

onde $G_v(n)$ e $G_v(\Omega)$ são as PSDs ajustadas das velocidades verticais, dadas, respectivamente, em m/ciclo e m/rad; e $G_a(n)$ e $G_a(\Omega)$ são as PSDs ajustadas das acelerações verticais, dadas, respectivamente, em m⁻¹/ciclo e m⁻¹/rad. Conforme a ISO-8606, 1995, quando o expoente de aproximação w é igual a 2, a PSD ajustada das velocidades é constante, o que significa que a velocidade do veículo deve ser constante.

A Tabela 2.3 reúne as informações necessárias conforme o tipo de perfil de pista e sua respectiva densidade espectral em função do número de onda n e dos expoentes w_1 e w_2 . O

valor de $G_d(n_0)$ é comumente calculado pela média geométrica do intervalo exibido. Outros valores para $G_d(n_0)$ podem ser encontrados também na ISO-8608, 1995.

Tabela 2.3 – Qualidade da pista para padrões europeus.

Tipo de Pista	Qualidade da Pista	$G_d(n_0)$ [10⁻⁶ m³/ciclo]	w_1 [Adimensional]	w_2 [Adimensional]
Pistas Secundárias	Média	32 – 128	1,945	1,360
	Pobre	128 – 512		
	Muito Pobre	512 – 2048		
Pistas Principais	Muito Boa	2 – 8	2,050	1,440
	Boa	8 – 32		
	Média	32 – 128		
	Pobre	128 – 512		
Rodovias	Muito Boa	2 – 8	1,945	1,360
	Boa	8 – 32		

Fonte: adaptado de Dodds e Robson, 1973, p. 182.

Os expoentes da PSD ajustada podem ser simplificados para $w_1 = w_2 \approx w$ e, conforme a ISO-8608, 1995, devem ser iguais a 2 para simular o veículo em velocidade constante. Os dados dessa Tabela 2.2 diferenciam-se da norma, porque Dodds e Robson, 1973, propuseram um modelo bilinear com duas retas decrescentes e, por isso, dois valores de expoentes. Além disso, há uma evidente preocupação dos autores em relacionar variáveis intrínsecas (qualidade da pista) a variáveis extrínsecas (valores da PSD de referência) da mesma forma que a norma BS 6841, 1987, o faz com aceleração e conforto. No que diz respeito ao valor do expoente de aproximação da PSD ajustada, Morsch, 2001, salienta que o ajuste por uma única reta apenas provoca pequenas variações na resposta e que, portanto, pode ser aplicado na prática.

Cada classe de pista é sugerida na forma de intervalos e, na prática, utiliza-se a média geométrica desse intervalo. Isso significa que há margem para incertezas e que a PSD ajustada pode ser tratada como parâmetro de entrada com incertezas (discutido adiante no Capítulo 5). As médias geométricas das classes A e H são utilizadas apenas para fins de simulação, e vale ressaltar que essas retas assumem expoente $w = 2$ para veículos com velocidade constante. A classe mais usual é a classe C, típica para pavimentos irregulares não muito acentuados. Ding et al., 2009, consideram as classes A, B, C e D como pistas pavimentadas mais tradicionais, e as classes E, F, G e H como pistas não pavimentadas (fora de estrada). Similarmente, as pistas de classe F ou superiores são mais utilizadas para estudos teóricos conforme Ngwangwa et al., 2010.

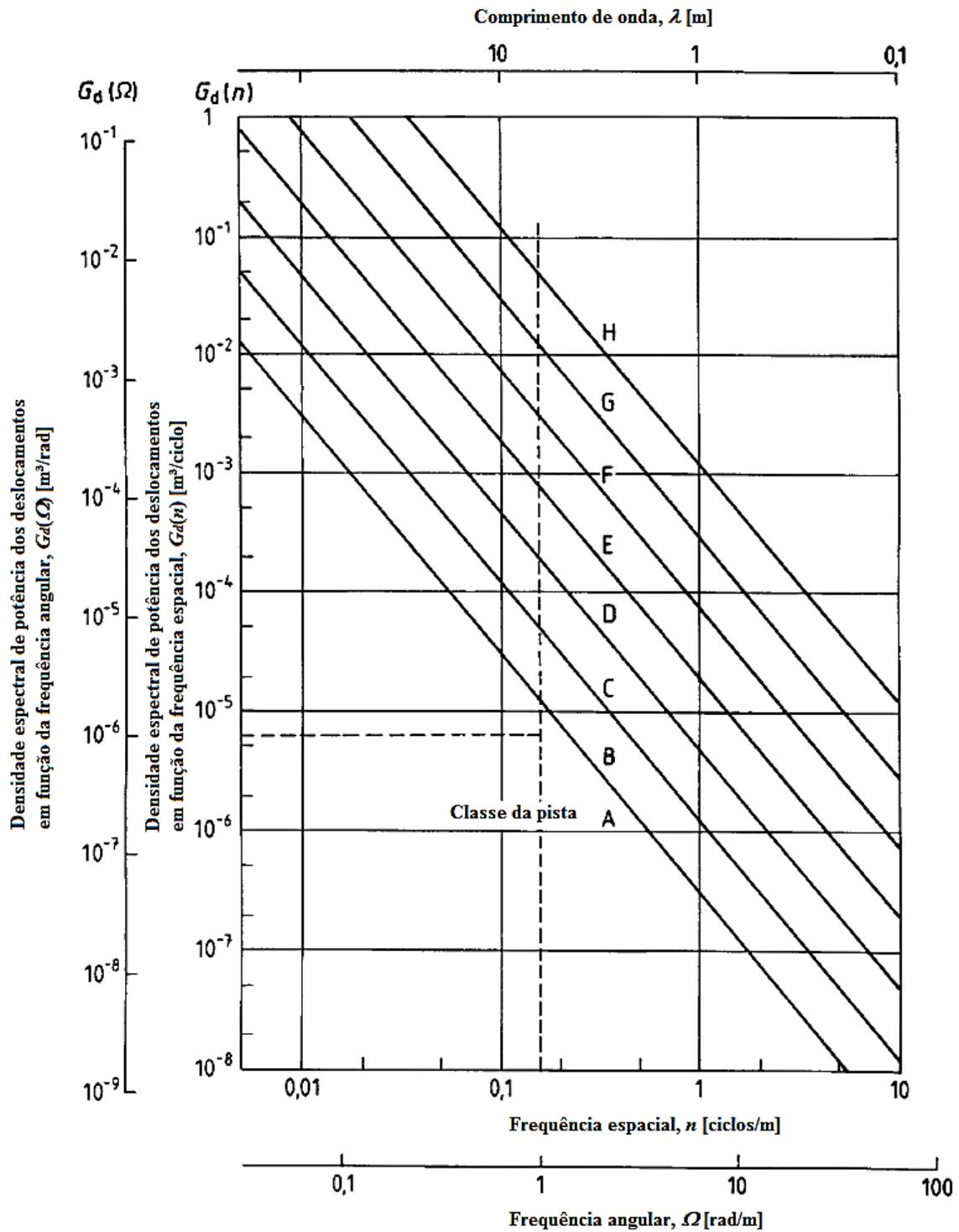


Figura 2.5 – Classificação alfabética de perfis de irregularidades de pista.

Fonte: adaptado de ISO-8608, 1995, p. 17.

Realizada a aproximação por retas decrescentes, a ISO-8608, 1995, sugere uma forma de classificar as pistas em ordem alfabética crescente à medida que aumenta a irregularidade da mesma (Figura 2.5). Em seguida, a norma ISO-8608, 1995, reúne todas as informações de diferentes graus de rugosidade da pista, conforme as Tabelas 2.4 e 2.5, transcritas a seguir:

Tabela 2.4 – Classificação de pistas conforme o grau de irregularidade em termos da frequência espacial [$n_0 = 0,1$ ciclo/m].

Classe da Pista	Grau de irregularidade (rugosidade da pista)			
	$G_d(n_0)$ [10^{-6} m ³ /ciclo]			$G_v(n_0)$ [m/ciclo]
	Limite inferior	Média geométrica	Limite superior	Média geométrica
A		16	32	6,3
B	32	64	128	25,3
C	128	256	512	101,1
D	512	1 024	2 048	404,3
E	2 048	4 096	8 192	1 617,0
F	8 192	16 384	32 768	6 468,1
G	32 768	65 536	131 072	25 872,6
H	131 072	262 144		103 490,3

Fonte: adaptado de ISO-8608, 1995, p. 20.

Tabela 2.5 – Classificação de pistas conforme o grau de irregularidade em termos da frequência angular [$\Omega_0 = 1$ rad/m].

Classe da Pista	Grau de irregularidade (rugosidade da pista)			
	$G_d(\Omega_0)$ [10^{-6} m ³ /ciclo]			$G_v(\Omega_0)$ [m/ciclo]
	Limite inferior	Média geométrica	Limite superior	Média geométrica
A		1	2	1
B	2	4	8	4
C	8	16	32	16
D	32	64	128	64
E	128	256	512	256
F	512	1 024	2 048	1 024
G	2 048	4 096	8 192	4 096
H	8 192	16 384		16 384

Fonte: adaptado de ISO-8608, 1995, p. 20.

Salienta-se que os valores nas tabelas 2.3 e 2.4 são resultados de experimentação e de modelagem, na presença de incertezas. Inclusive, os veículos trafegam em vias cujo perfil pode mudar drasticamente de valor dentro próprio intervalo ou, ainda, entre classes diferentes. Isso significa que os perfis de pista podem (e devem) ser tratados como parâmetros de entrada do sistema com a presença de incertezas.

A PSD unilateral de um determinado perfil de irregularidades, $G_z(n)$, é definida em relação à média quadrática do valor esperado, conforme a Equação (2.26):

$$E[Z^2] = \int_0^{\infty} G_z(n) dn = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ub}(\omega) d\omega \quad (2.26)$$

onde $E[Z^2]$ é o valor esperado da variável aleatória Z (perfil de pista); n é o número de onda na frequência espacial, em ciclos/m, e $S_{ub}(\omega)$ é a densidade espectral das amplitudes dos deslocamentos do perfil de pista, em m^3/rad .

Aplica-se, então, uma mudança de variável $dn = d\omega/2\pi v$ na Equação (2.26) para obter:

$$E[Z^2] = \frac{1}{2\pi v} \int_0^{\infty} G_z(n) d\omega = \frac{1}{4\pi v} \int_{-\infty}^{\infty} G_z(n) d\omega \quad (2.27)$$

onde v é a velocidade do veículo, suposta constante ao longo do processo, em m/s, e ω é o número de onda na frequência angular em rad/s.

Partindo das equações (2.26) e (2.27) e relacionando-as a uma PSD unilateral $G_z(n)$, tem-se a sua respectiva *PSD* bilateral a seguir:

$$S_{ub}(\omega) = \frac{1}{4\pi v} G_z(n) \quad (2.28)$$

A dedução completa da Equação (2.28) pode ser conferida em Drehmer, 2012. Essa equação é importante para a análise espectral, porque relaciona a PSD das amplitudes dos deslocamentos na base $S_{ub}(\omega)$ do modelo veicular com a PSD do perfil de irregularidades $G_z(n)$, obtido por normas ou aproximado por funções matemáticas.

2.3.3 Perfis de pista defasados e correlacionados

A ISO-8608, 1995, trata cada trilha de forma independente e considera que cada roda traseira está alinhada com sua respectiva dianteira de tal maneira que haja um atraso no sinal entre elas (defasagem dos pneus). Para um modelo completo de veículo, as trilhas da direita e da esquerda também possuem uma correlação, da mesma forma que os pneus traseiros estão defasados dos pneus dianteiros. Essa correlação é chamada de correlação cruzada.

A correlação da defasagem de pneus traseiros em relação aos dianteiros foi discutida por diversos autores, no domínio do tempo e no domínio da frequência, a citar: Robson, 1979, Barbosa, 2012, Drehmer, Casas e Gomes, 2015, e Fossati, 2017. A defasagem pode ser calculada a partir da distância entre eixos do veículo na forma $e^{i\omega\Delta t}$ aplicada nas PSDs dos pneus traseiros; ou seja, assume-se que a PSD nos pneus dianteiros e traseiros possuem a mesma magnitude em termos de frequência, mas, para uma mesma trilha, elas apresentam uma defasagem que é equivalente ao mesmo perfil de pista com um incremento no tempo baseado na distância entre eixos.

A correlação cruzada baseia-se na propriedade de isotropia do modelo de perfis de pista. Para isso, utiliza-se uma função de coerência, adimensional, entre duas (ou mais) PSDs, tal que existe uma frequência temporal de referência, ω_0 , para correlacioná-las. Geralmente, a função gama é empregada, $\gamma(\omega)$ ou $\gamma(n)$, embora outras funções possam ser aplicadas, desde que elas respeitem os limites de integração da PSD [Newland, 1993], usualmente para um valor de ω_0 igual a $0,1v$ ciclos/s (ou seja, dependente da velocidade do veículo).

Com base nesses dois aspectos supracitados, torna-se necessário modelar as funções que regem os perfis de irregularidade de pista. Propõe-se, então, o uso do modelo de Dodds e Robson, 1973, orientados pelas normas internacionais ISO-2631, 1997, ISO-8608, 1995, e BS-6841, 1987. Define-se $\mathbf{S}_{ub}(\omega)$ como sendo a matriz que contém cada densidade espectral dos deslocamentos da base do perfil de pista, em m^3/rad , que incide nos pneus. Essa densidade espectral leva em consideração cada entrada do sinal do pneu tal que

$$\mathbf{S}_{ub}(\omega) = \frac{1}{4\pi v} \begin{bmatrix} G_z(n) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma(n) G_z(n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_z(n) e^{i\omega\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma(n) G_z(n) e^{i\omega\Delta t} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

onde v é a velocidade do veículo, em m/s; ω é o número de onda na frequência angular em rad/s; n é o número de onda em ciclo/m; $G_z(n)$ é a densidade espectral que incide no pneu dianteiro direito (base) em m^3/ciclo ; $\gamma(\omega)$ é a função de coerência gama, adimensional; e Δt é a defasagem temporal em segundos. A primeira coluna da matriz representa o pneu dianteiro direito; a segunda coluna, o pneu dianteiro esquerdo; a terceira, o traseiro direito; e a quarta, o traseiro esquerdo.

Robson, 1979, estudou diferentes respostas de um veículo submetido aos perfis de pista caracterizados por processos aleatórios. Em seu artigo, o autor inseriu a defasagem entre os eixos dianteiro e traseiro do veículo na forma exponencial ($e^{-2i\pi\omega t}$) e a correlação que a pista do lado direito possui com o lado esquerdo em função da largura do veículo. Para esboçar os perfis de pista paralelos, diferentes curvas de funções de coerência $\gamma(\omega)$ foram traçadas de acordo com a largura do veículo. Essa mesma ideia reforça a proposta da Equação (2.29).

Diferentes aproximações para a PSD unilateral $G_z(n)$ foram propostas na literatura conforme apresentado na Seção 2.2, e cada uma delas com suas respectivas particularidades; entretanto, a aproximação mais tradicional, segundo Andrén, 2006, é a proposta pela ISO-8608, 1995, descrita pela Equação (2.30), a seguir:

$$G_z(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (2.30)$$

onde w é o expoente da aproximação da curva da PSD, n_0 é o número de onda específico conforme a norma utilizada, em ciclos/m, $G_d(n_0)$ é a PSD de um dado perfil de irregularidades relacionado ao número de onda específico, em m^3/ciclo , e n é o número de onda a ser medido experimentalmente, em ciclos/m.

Para ilustrar a geração de perfis de pista correlacionados desenvolvidos na Tese, segue-se um exemplo: sejam dois sinais no tempo, $x_a(t)$ e $x_b(t)$, com média zero tal que $E[x_a(t)] = 0$ e $E[x_b(t)] = 0$. Determina-se, então, o valor esperado em um intervalo de $-\infty$ a $+\infty$ de $x_a(t)$

$$E[x_a(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) f_a(x) dt \quad (2.31)$$

onde $f_a(x)$ é a densidade de probabilidades do sinal $x_a(t)$.

Cada sinal possui a sua respectiva correlação e, entre eles, uma correlação cruzada tal que [Newland, 1993]:

$$\begin{aligned}
 R_a &= E[x_a(t)x_a(t-\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t)x_a(t-\tau)d\tau \\
 R_{ab} &= E[x_a(t)x_b(t-\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t)x_b(t-\tau)d\tau
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Adicionalmente, cada um destes sinais possui uma densidade espectral unilateral, $G_a(\omega)$ e $G_b(\omega)$, a qual pode ser obtida por intermédio da Transformada de Fourier, tal que

$$\begin{aligned}
 S_a(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_a(t)e^{-2i\pi\omega t} dt \\
 G_a(\omega) &= \frac{1}{2} S_a(\omega) = \int_0^{\infty} R_a(t)e^{-2i\pi\omega t} dt
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

onde as densidades espectrais unilaterais, $G_a(\omega)$ e $G_b(\omega)$, são calculadas como sendo a metade de $S_a(\omega)$ e $S_b(\omega)$ e podem ser integradas em um intervalo de zero a $+\infty$. O limite superior de integração deve atender as necessidades da análise a ser considerada [Drehmer, 2012].

Considere o processo da soma linear destes sinais tal que $x_c(t) = x_a(t) + x_b(t)$. Sabe-se que a densidade espectral da soma de dois sinais no domínio da frequência é dada por

$$G_c(\omega) = G_a(\omega) + G_b(\omega) + 2G_{ab}(\omega) \tag{2.34}$$

onde $G_{ab}(\omega)$ é a densidade espectral cruzada dos dois sinais, obtida pela Transformada de Fourier da correlação cruzada destes sinais no tempo.

Assume-se previamente que os dois sinais no tempo apresentam a mesma densidade espectral e não são correlacionados. Neste caso, $G_{ab}(\omega) = 0$ e $R_{ab}(\omega) = 0$; então, a Equação (4.6) pode ser simplificada para

$$G_c(\omega) = G_a(\omega) + G_b(\omega) \tag{2.35}$$

A geração de sinais no domínio do tempo não correlacionados pode ser obtida por meio do equacionamento proposto por Shinozuka e Jan, 1972, tal que

$$\begin{aligned}x_a(t_i) &= \sum_{i=1}^{n_e} \sqrt{G_a(\omega_i) \Delta\omega} \operatorname{sen}(2\pi \omega_i t_i + \varphi_i) \\x_b(t_i) &= \sum_{i=1}^{n_e} \sqrt{G_a(\omega_i) \Delta\omega} \operatorname{sen}(2\pi \omega_i t_i + \psi_i)\end{aligned}\tag{2.36}$$

em que φ_i e ψ_i são os ângulos de fase uniformemente distribuídos entre 0 e 2π e não correlacionados, ω_i são as frequências cuja densidade espectral é dividida para a geração de sinais até n_e linhas espectrais.

A densidade espectral da soma dos sinais é dada pela Equação (2.35) e se torna

$$G_c(\omega) = G_a(\omega) + G_a^*(\omega)\tag{2.37}$$

onde $G_a^*(\omega)$ é a densidade espectral conjugada do sinal a ; ou seja, é a densidade espectral do sinal $x_b(t)$ que deve ser gerada com ângulos de fase diferentes (ψ_i) em relação aos utilizados para gerar o sinal $x_a(t)$. Dessa forma, como os sinais não são correlacionados, a soma deles pode ser obtida por meio das equações (2.35) e (2.37) tal que

$$G_c(\omega) = G_a(\omega) + G_b(\omega) = G_a(\omega) + G_a^*(\omega)\tag{2.38}$$

Supondo que haja uma correlação entre os sinais a e b de tal forma que a Equação (2.38) possa ser reescrita como

$$G_a(\omega) + G_a^*(\omega) = G_a(\omega) + G_b(\omega) - G_{ab}(\omega) + G_{ab}(\omega)\tag{2.39}$$

e, avaliando o valor da densidade espectral do sinal b na Equação (2.39), tem-se finalmente

$$G_b(\omega) = G_a^*(\omega) - G_{ab}(\omega) + G_{ab}(\omega)\tag{2.40}$$

Um modelo de correlação cruzada em termos da densidade espectral que é bastante utilizado é aquele obtido a partir de um filtro passa-alta, definido para uma dada frequência de corte ω_c e aplicado na densidade espectral que se deseja correlacionar. Dessa forma, tem-se

$$G_{ab}(\omega) = \gamma(\omega) G_a(\omega)$$

$$\gamma(\omega) = \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \quad (2.41)$$

onde ω é a frequência de análise, v é a velocidade do veículo, em m/s, e $\gamma(\omega)$ é a função de coerência que depende da frequência de corte, ω_c , da frequência de análise e da velocidade do veículo. Essa função de coerência pode ser observada em Robson, 1979, Sayers, 1988, entre outros autores, os quais sugerem métodos para a correlação entre múltiplos perfis de pista.

Aplica-se a Equação (2.41) na Equação (2.40) para obter-se a densidade espectral do sinal b que definitivamente está correlacionado com o sinal a tal que

$$G_b(\omega) = G_a^*(\omega) - \gamma(\omega) G_a(\omega) + \gamma(\omega) G_a(\omega) \quad (2.42)$$

Ressalta-se que, na geração do sinal b no tempo, a densidade espectral $G_a^*(\omega)$ deve ser determinada com uma sequência de ângulos de fase distinta não correlacionada ψ_i dos ângulos de fase φ_i utilizados para a densidade espectral $G_a(\omega)$. Define-se, então, a geração do sinal b correlacionado (ou conjugado):

$$x_b^*(t_i) = \sum_{i=1}^{ne} \sqrt{[G_a(\omega_i) - \gamma(\omega) G_a(\omega)] \Delta\omega} \text{sen}(2\pi \omega_i t_i + \psi_i)$$

$$+ \sum_{i=1}^{ne} \sqrt{\gamma(\omega) G_a(\omega) \Delta\omega} \text{sen}(2\pi \omega_i t_i + \varphi_i) \quad (2.43)$$

No caso das trilhas para os pneus dianteiros e traseiros de um mesmo lado, assumindo deslocamento retilíneo, facilmente obtém-se a defasagem no tempo por meio da distância entre eixos e a velocidade do veículo diretamente das densidades espectrais de tal maneira que

$$G_{a,defasado}(\omega) = G_a(\omega)e^{i\omega\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{a+b}{v} \quad (2.44)$$

onde $a + b$ é a distância entre eixos do veículo, em metros, e v é a velocidade longitudinal, em m/s.

Por fim, as equações (2.45) a (2.47) resumem as PSDs, cruzadas e defasadas, a partir do método aqui exposto:

$$G_{z,cruzada}(n_i) = \gamma(\omega_i) G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (2.45)$$

$$G_{z,defasada}(n_i) = e^{i\omega\Delta t} G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (2.46)$$

$$G_{z,mista}(n_i) = e^{i\omega\Delta t} \gamma(\omega_i) G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (2.47)$$

onde $G_{z,cruzada}(n_i)$ é a PSD correlacionada cruzada do i -ésimo pneu, em m^3/ciclo ; $G_{z,defasada}(n_i)$ é a PSD correlacionada defasada do i -ésimo pneu, entre dianteira e traseira, em m^3/ciclo ; e, finalmente, $G_{z,mista}(n_i)$ é a PSD correlacionada, cruzada e defasada, em m^3/ciclo .

Para ilustrar a geração de perfis de pista correlacionados, um exemplo se segue. Seja o caso da geração de uma pista Classe C referente à ISO-8608, 1995. Para um veículo, cuja distância entre eixos é de 2,38 metros, trafegando a uma velocidade longitudinal de 100 km/h, deseja-se traçar os perfis de pista, correlacionados nos quatro pneus em uma frequência de corte típica $\omega_c = 0,2 \text{ m}^{-1}$ [Sayers, 1988] para 1000 linhas espectrais.

A Figura 2.6 exibe os resultados da simulação, onde a trilha dos pneus da direita foi sobreposta às dos pneus da esquerda. Isso indica que os perfis são correlacionados conforme as equações (2.45) a (2.47) previamente descritas, assim como estão devidamente defasados em função da distância entre eixos e da velocidade do veículo.

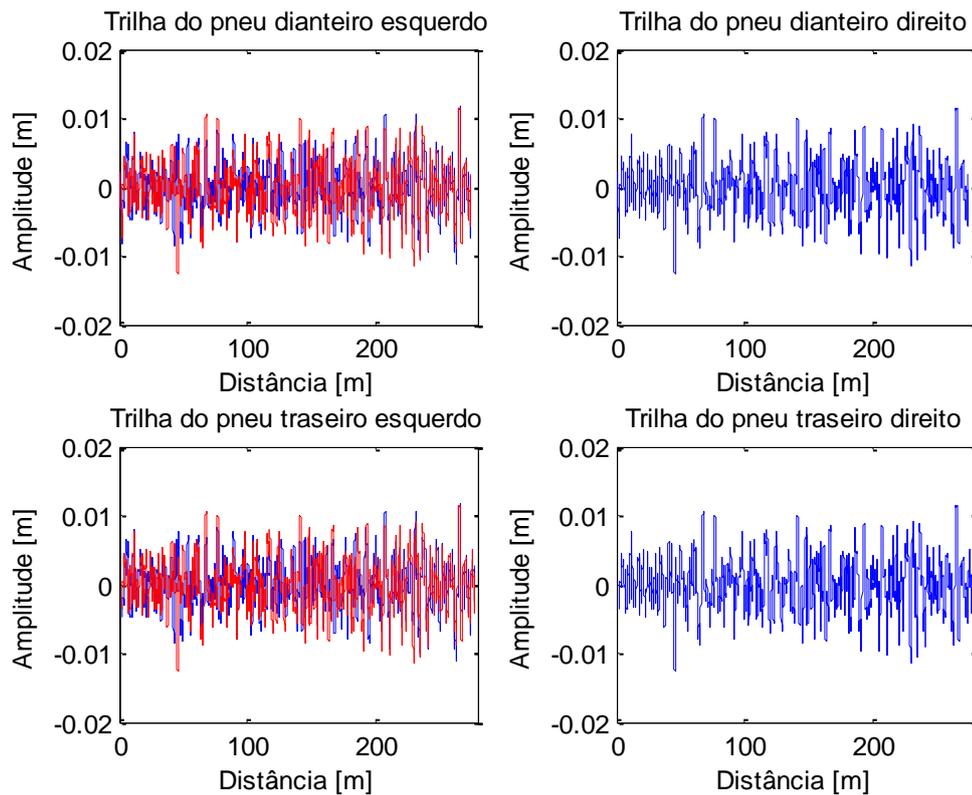


Figura 2.6 – Perfis de pista para os quatro pneus avaliados.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Na Figura 2.7, ilustra-se a ampliação de um trecho do sinal do pneu dianteiro esquerdo (vermelho). A correlação entre a trilha do pneu dianteiro direito (em azul) pode ser observada no trecho ampliado, mantendo a devida diferença entre as amplitudes dos sinais. Isso significa que onde se coincide um pico ou vale na Figura 2.7, salvo a diferença de amplitudes, há uma correlação entre as duas trilhas.

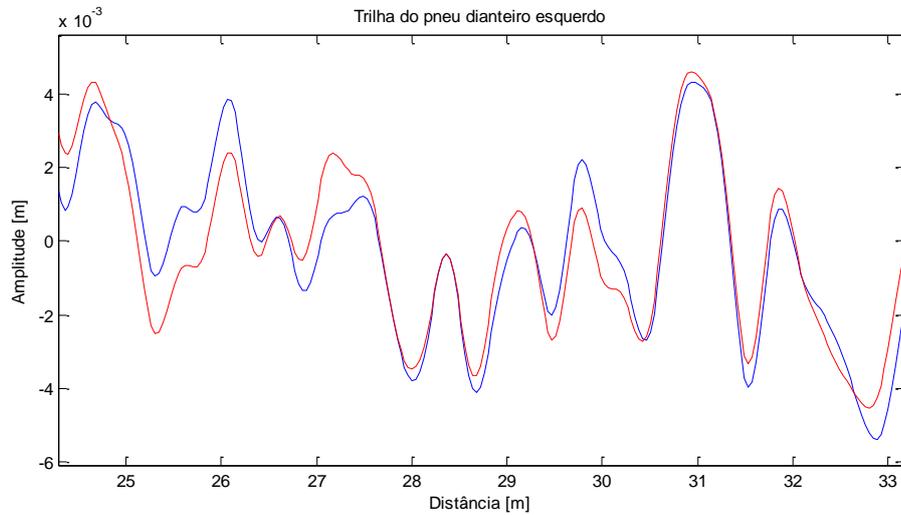


Figura 2.7 – Trecho do sinal entre a trilha do pneu dianteiro esquerdo e direito.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

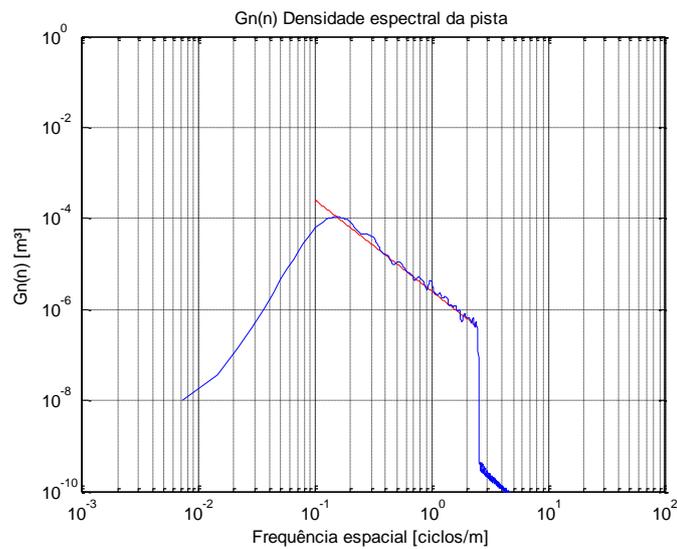


Figura 2.8 – Densidade espectral calculada (azul) e obtida por norma (vermelho) dentro da faixa de interesse.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A correlação da Figura 2.7 foi simulada dentro da faixa da densidade espectral que pode ser visualizada na Figura 2.8 da trilha do pneu dianteiro esquerdo. A determinação das densidades espectrais a partir dos sinais gerados no tempo permite confirmar que a geração do

sinal está correta, pois ela coincide dentro da faixa de frequência espacial de interesse para a análise, definida para a geração (no caso, um perfil de Classe C).

Quando se utiliza um filtro com frequência de corte muito baixa, obtém-se a completa correlação entre os correspondentes perfis dianteiros da esquerda e da direita, assim como os perfis traseiros da esquerda e da direita. No entanto, preserva-se a diferença de fase (cujo deslocamento equivale a exatos 2,38 metros do exemplo avaliado) entre os perfis dianteiro e traseiro da esquerda. O mesmo pode ser observado para os perfis dianteiro e traseiro do lado direito do veículo. A Figura 2.9 ilustra esse resultado para os primeiros 10 metros de pista nos quatro pneus:

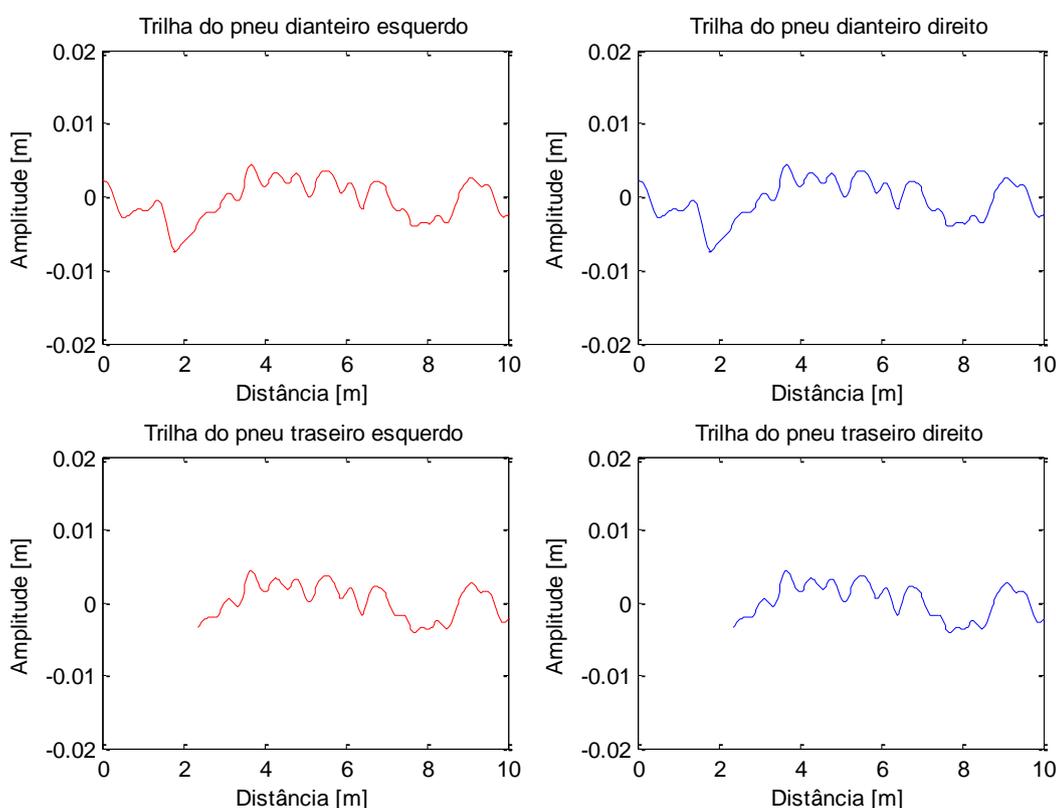


Figura 2.9 – Resultados dos perfis de pista correlacionados para os quatro pneus.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Este exemplo ilustra a geração dos perfis correlacionados conforme a metodologia proposta nesta seção. Essa geração de perfis é interessante de se aplicar, pois permite calcular, a partir da densidade espectral de um dos pneus, as outras densidades e, então, traçar os perfis.

Basicamente, os pneus traseiros do veículo captam as mesmas irregularidades dos dianteiros após a sua defasagem (em função da distância entre eixos), e os pneus da esquerda e da direita captam irregularidades que são correlacionadas entre si.

2.4 Conforto e segurança veicular

A definição de conforto e segurança veicular é subjetiva [Drehmer, 2012], uma vez que se trata da interação entre passageiros, motorista, veículo e pista. O conforto relaciona-se basicamente com a carroceria e com o ambiente interno do veículo, e a segurança relaciona-se com a suspensão e com o perfil da pista. Em termos de engenharia automotiva, é projetado que a suspensão tenha a função de transmitir o mínimo possível das irregularidades da pista e de melhorar a dirigibilidade do motorista para garantir segurança.

Palmer et al., 2000, discutem a vibração como uma fonte de riscos ocupacionais mais observada em ambiente industriais, sobretudo às dores lombares em motoristas. Esse aspecto é previsto por White e Panjabi, 1990, referente ao uso de veículos na indústria e o aumento da incidência de dores nas costas de seus usuários. A norma britânica BS 6841, 1987, utiliza critérios numéricos para relacionar a aceleração RMS ponderada pela frequência como um indicador de conforto, o que pode ser observado na Tabela 2.2:

White e Panjabi, 1990, e Palmer et al., 2000, discutem a vibração como fonte de risco ocupacional mais observadas em veículos industriais, sobretudo as dores lombares e a coluna vertebral. Wong, 2010, diz que o conforto dos passageiros é um parâmetro difícil de avaliar, porque a sensibilidade de cada indivíduo não é uma função claramente estabelecida. Para isso, as normas BS-6841, 1987, ISO-8608, 1995, e ISO-2631, 1997, auxiliam nas pesquisas para o projeto de conforto em veículos, conforme a Tabela 2.6, associando uma faixa de valores numéricos (índice de desconforto) com variáveis subjetivas (escala de desconforto).

Pesquisas recentes de autores na área indicam as causas de desconforto em veículos e associam essa característica subjetiva a parâmetros físicos calculados como a aceleração RMS. Faheem, 2006, estudou dois modelos de 2-GDL e 4-GDL e afirmou que o conforto pode ser definido como a raiz quadrada da média temporal das acelerações verticais ao quadrado – ou seja, aceleração vertical RMS transmitida ao motorista. Outros autores na área, como Baumal, McPhee e Calamai, 1998, também aplicaram a magnitude da aceleração vertical transmitida como requerimento de conforto para a otimização.

Tabela 2.6 – Escala de desconforto conforme aceleração RMS para padrões Europeus.

Índice de Desconforto	Escala
Menor do que 0,315 m/s ²	Confortável
Entre 0,315 m/s ² a 0,630 m/s ²	Levemente confortável
Entre 0,5 m/s ² a 1,0 m/s ²	Pouco confortável
Entre 0,8 m/s ² a 1,6 m/s ²	Desconfortável
Entre 1,25 m/s ² a 2,5 m/s ²	Muito desconfortável
Maior do que 2,5 m/s ²	Extremamente desconfortável

Fonte: adaptado de BS 6841, 1987, p. 21.

Fai, Delbressine e Rauterberg, 2007, realizaram um estudo geral do estado da arte nas pesquisas mais relevantes em modelos veiculares. Para os autores, as possíveis causas de desconforto proveniente do assento foram apresentadas e reunidas na Tabela 2.7 a seguir:

Tabela 2.7 – Causas de desconforto no assento.

Experiência Humana	Interação Biomecânica		Interação com o Assento
	Efeitos Fisiológicos	Variáveis de Engenharia	Fonte
Dor	Oclusão Circulatória	Pressão	Rigidez do Assento
Dor	Isquemia	Pressão	Rigidez do Assento
Dor	Oclusão Neural	Pressão	Perfil do Assento
Desconforto		Vibração	Dirigibilidade do Veículo
Transpiração	Coração	Porosidade do Material	Estofamento
Percepção	Audição, tato e visão	Design e Vibração	Custo do Veículo

Fonte: adaptado de Fai, Delbressine e Rauterberg, 2007, p. 52.

A partir desses dados, a rigidez e o amortecimento do assento podem ser consideradas como variáveis de projeto a serem otimizadas, pois estão relacionadas a mais de um efeito fisiológico negativo. O perfil e o estofamento do assento são representados pelo coeficiente de amortecimento, e a base metálica e os demais componentes do assento são representados pela rigidez. Além dessas variáveis, a posição do assento também pode ser utilizada como variável de projeto a ser otimizada, conforme discutido por Drehmer, Casas e Gomes, 2015.

2.5 Algoritmos heurísticos

Os algoritmos heurísticos fundamentam-se basicamente por meio da informação e intuição a respeito do problema abordado na tentativa de solucioná-lo de uma forma efetiva. Esses algoritmos fornecem soluções sem um limite técnico ou formal de qualidade e, para

atender isso, avaliam empiricamente os resultados obtidos através de métricas estatísticas, valores médios e quantidade de iterações. Eles baseiam-se em fenômenos da natureza ou evolutivos para explorar o espaço de busca na tentativa de encontrar a solução ótima de um problema abordado.

Esta seção destina-se a apresentar de maneira sucinta os três algoritmos heurísticos utilizados nesta Tese: algoritmo genético, algoritmo por enxame de partículas e algoritmo de otimização espiral. A escolha desses algoritmos é dada basicamente pelo desenvolvimento deles em pesquisas de engenharia. Tradicionalmente, os algoritmos genéticos são utilizados em otimização do tipo multiobjetivo; já o algoritmo por enxame de partículas e a otimização em espiral apresentam características em comum de implementação numérica.

2.5.1 Algoritmos genéticos

O algoritmo genético (*Genetic Algorithm* ou GA) é um dos métodos mais conhecidos e utilizados na computação neural e evolucionária [Cao, 1999]. Ele baseia-se em conceitos evolucionários de seleção natural para lidar em uma variedade de problemas de otimização, inclusive de engenharia. Evidentemente fundamentado na evolução das espécies de Darwin, o GA gera uma população de possíveis respostas e utiliza subsequentemente uma série de mecanismos de evolução para realizar a escolha de indivíduos mais adaptados a cada geração.

Holland, 1975, estruturou o GA em sete etapas para serem executadas: inicialização, avaliação, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização. A etapa de **Inicialização** refere-se à decisão em codificar o problema para uma solução por meio do cromossomo, descrito como uma linha de símbolos de $\{0, 1\}$. Os componentes de cromossomos são, então, nomeados de genes, e o número de bits – posições alocadas para os $\{0, 1\}$ – é utilizado para descrever os parâmetros dependentes do problema abordado. **Avaliação** refere-se à etapa de avaliar a aptidão dos indivíduos da população por meio de uma análise da função objetivo. **Seleção** refere-se à etapa que seleciona os indivíduos para a reprodução, cuja probabilidade de um indivíduo ser escolhido depende da respectiva aptidão. **Cruzamento** refere-se à etapa de recombinação para gerar novos indivíduos a partir da população. Em seguida, mutação refere-se à alteração das características dos indivíduos resultantes do processo de reprodução para provocar o efeito de variedade à nova população. **Atualização** refere-se à inserção dos novos indivíduos na população, e **Finalização** refere-se a verificar se foram atingidos os critérios de

parada da evolução. Outras formas de estruturar o GA podem ser feitas, bem como inserir ou ainda suprimir etapas; em essência, inicializa-se a população, selecionam-se e recombina-se os indivíduos, realiza a mutação e atualiza-se a população.

O GA apresenta uma série de características intrínsecas a sua própria estrutura que favorece o seu uso no estudo de otimização [Davis, 1991]. Dentre essas características, ele realiza a busca da solução por meio de uma codificação; i. e., ele não trabalha diretamente no domínio do problema e, sim, no domínio codificado do problema (na sua representação dos elementos). Outra característica decorrente, em parte, da codificação é a generalização do problema, pois o processo do algoritmo ocorre no domínio codificado, pouco importando o domínio do problema durante a sua execução. O GA também pode trabalhar facilmente em paralelismo, porque cada indivíduo da população é um elemento isolado e avaliado de forma independente (essa característica diferencia-se bastante dos algoritmos baseados em enxames, ver Subseção 2.4.2). Cada indivíduo carrega a sua respectiva informação (possível conjunto de solução), e isso facilita esboçar uma fronteira de Pareto em otimização multiobjetivo. Além disso, conforme Geyer-Schultz, 1997, o GA pode ser interpretado como uma busca cega e estocástica; i. e., ele não se vale do conhecimento prévio do problema real, operando de modo generalizado e não apresenta, portanto, um comportamento determinístico. As duas últimas características apreciáveis do GA referem-se a sua eficiência e ao uso de diversas restrições do problema.

Arora, 2004, descreve o funcionamento do GA típico, partindo da ideia central e dos conceitos básicos e finalizando com um pseudocódigo. Segundo o autor, o procedimento do GA inicia com um vetor de solução (conjunto de variáveis de projeto), gerado aleatoriamente, usando valores possíveis para cada variável de projeto. Para cada vetor de solução é atribuída um valor de aptidão baseado na função de custo para problemas sem restrição ou na função penalizada para problemas com restrição. Em seguida, processos aleatórios são utilizados para gerar novos vetores de solução, utilizando subconjunto de variáveis de projeto cujo tamanho é mantido fixo. À medida que mais elementos são aptos em relação à função de custo (ou de penalização), os conjuntos de variáveis de projeto com maior probabilidade de terem uma solução com o melhor valor da função são sucessivamente avaliados. O procedimento termina segundo um critério de parada.

Além das etapas do algoritmo, alguns termos devem ser definidos para a compreensão e implementação numérica [Arora, 2004]. **População** é o conjunto de pontos de projeto na

iteração atual. Ele representa um grupo de variáveis de projeto como um vetor (ou ponto) de solução em potencial, onde np é o tamanho da população. **Geração** é um termo que se refere à iteração do GA. **Cromossomo** é um termo utilizado para representar um vetor de solução. Nesse sentido, um cromossomo representa um possível projeto do sistema, seja ele desejável ou não. O cromossomo contém os valores de todas as variáveis de projeto de um sistema. **Gene** é um termo utilizado para a componente escalar do vetor de solução e representa o valor real de uma variável de projeto em particular.

A implementação numérica do GA precisa de um método para representar as variáveis de projeto em indivíduos que possam ser empregados e manipulados no algoritmo [Arora, 2004]. Esse método é chamado de esquema e precisa ser codificado, cuja aproximação binária costuma ser mais pertinente. A codificação binária implica uma linha de 0 e 1 para representar uma variável de projeto, o que facilita também o uso de operadores genéticos. Sendo assim, uma linha de l -dígitos com 0 ou 1 para cada dígito pode ser usada para especificar um ponto de projeto; uma linha de v -linhas de binários pode ser usada para representar o valor de uma variável (componente de um vetor de projeto ou gene); e uma linha de p -linhas pode ser usada para representa uma proposta de projeto do sistema (uma combinação particular de n v -linhas, onde n é o número de variáveis de projeto). Cada proposta de solução do problema refere-se a um cromossomo.

O GA também é bastante utilizado em problemas de otimização do tipo multiobjetivo que pretende esboçar as curvas de Pareto. Essa particularidade se deve ao fato de que cada indivíduo (agente) do GA carrega informações referentes a um vetor de solução (conjunto de variáveis de projeto de uma solução admissível), e cada ponto em uma dada fronteira de Pareto representa uma solução admissível; i. e., um indivíduo apto do GA. Dessa forma, o que difere a otimização de ser mono-objetivo ou multiobjetivo é a natureza do problema real e, evidentemente, isso implica custos computacionais.

A Figura 2.10 exhibe um pseudocódigo tradicional de GA. As sete etapas básicas que foram estruturadas por Holland, 1975, podem ser observadas no pseudocódigo, onde i_c é o contador de cromossomos, i_g é o contador de gerações e i_{max} é o máximo de iterações. Esse pseudocódigo indica apenas uma base para implementar a rotina, a qual pode ser aprimorada ou simplificada, inserindo outros operadores genéticos, técnicas como elitismo e mutação não fracionada.

1) Preparação

Defina uma codificação para representar diferentes pontos de projeto (indivíduos);
Gere aleatoriamente np membros da população conforme o esquema de codificação;
Defina $k = 0$;
Defina a função de adaptação para o problema tal que $F_i = (1 + \varepsilon)f_m - f_i$ conforme a função de custo ou função penalizada.

2) Avaliação

Calcule os valores da função de adaptação para as propostas de projeto na população;
Faça $k = k + 1$;
Defina o contador do número de recombinação (*crossover*) $i_c = 1$.

3) Reprodução

Selecione os indivíduos da população atual para a próxima geração;
Selecione os indivíduos para o cruzamento;
Encaminhe os indivíduos para a recombinação e a mutação.

4) Recombinação

Selecione dois indivíduos dentre aqueles previamente escolhidos na reprodução;
Escolha aleatoriamente dois elementos da linha do cromossomo;
Troque 0 e 1 dentre os dois elementos escolhidos;
Faça $i_c = i_c + 1$.

5) Mutação

Escolha uma fração pm dos indivíduos oriundos do cruzamento;
Troque 0 e 1 (ou vice-versa) de um elemento selecionado aleatoriamente em cada linha do cromossomo;
Para i_g gerações consecutivas, se o indivíduo com o menor valor da função de custo continuar o mesmo, a fração de mutação é dobrada.

6) Atualização

Se um indivíduo com o menor valor da função de custo continuar o mesmo, passadas duas gerações consecutivas, então $i_{max} = i_{max} + 1$;
Se $i_c < i_{max}$, volte para o passo 4;
Do contrário, continue.

7) Finalização

Se, após a fração de mutação pm for dobrada, o melhor valor da função de adaptação não for atualizado, passadas i_g gerações consecutivas, então pare conforme um critério de parada;
Do contrário, retorne ao passo 2.

Figura 2.10 – Pseudocódigo do GA.

Fonte: adaptado de Arora, 2004.

Punnathanam, Sivadurgaprasad e Kotecha, 2016, avaliaram a eficiência dos algoritmos dispostos em ambiente MATLAB[®] utilizando 29 funções padronizadas (*benchmark functions*) para problemas do tipo mono e multiobjetivo sem restrições. Gráficos e tabelas ilustram o desempenho dos algoritmos, e as configurações de uso das funções foram padrão de tal forma a simular a sua eficiência em problemas que são considerados como caixas pretas. Dois aspectos foram observados como resultante disso:

- a) o GA mono-objetivo teve um desempenho eficiente para problemas contendo duas variáveis e teve um bom desempenho e convergência para a maioria dos problemas contendo 30 variáveis;
- b) o GA multiobjetivo teve um desempenho relativamente pior para a maioria dos problemas, e sua convergência tornou-se inferior ao GA mono-objetivo.

Para Punnathanam, Sivadurgaprasad e Kotecha, 2016, isso não significa que o GA multiobjetivo seja inaplicável e, sim, que deve ser utilizado com cautela. A fronteira esboçada de Pareto deve ser observada antes da tomada de decisões. Essa verificação costuma ser em torno dos valores obtidos da função avaliada e, no caso de problemas reais, se estes valores são condizentes com a realidade do problema. Com a devida atenção e quantidade adequada de indivíduos da população, o GA multiobjetivo pode apresentar resultados satisfatórios.

Um dos desdobramentos do GA consiste na otimização multiobjetivo por algoritmos evolucionários (*Multi-objective Evolutionary Algorithms* ou MOEA). Van Veldhuizen, 1999, disserta sobre o assunto, classificando e analisando esse tipo de algoritmo de tal forma a catalogar e elaborar uma terminologia e notação consistente dos MOEAs. Basicamente, o autor realizou uma pesquisa horizontal para definir o estado da arte dos MOEAs e comparou esse tipo de abordagem com problemas tradicionais multiobjetivo. A visão de sua dissertação direcionam-se para a análise do problema, onde a aproximação por computação evolucionária se encontra na ramificação da otimização estocástica. Para o autor, os componentes-chave dos algoritmos evolucionários (onde o GA se inclui) podem ser ilustrados na Figura 2.11, a seguir:

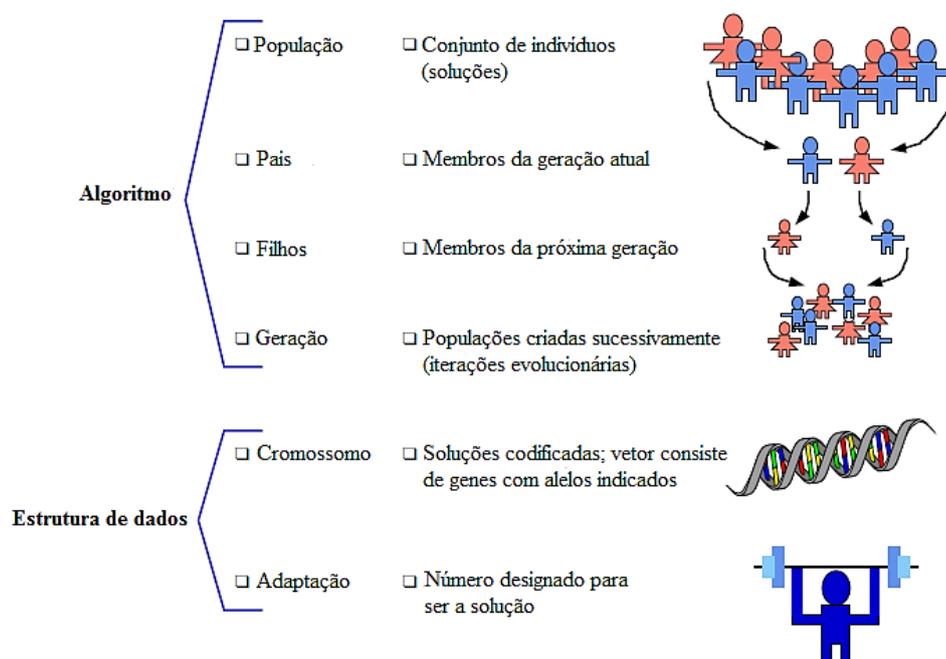


Figura 2.11 – Componentes-chave de um algoritmo evolucionário genérico.

Fonte: adaptado de Van Veldhuizen, 1999, p. 16.

Van Veldhuizen, 1999, apresentou diversos pseudocódigos, ilustrou a evolução do desenvolvimento dos MOEAs e reuniu em tabelas a complexidade computacional de cada desdobramento desses algoritmos, partindo do *Multi-objective Genetic Algorithm* (MOGA) para aprimorá-lo na forma de arquitetura de blocos. Zitzler et al., 2004, também pesquisaram horizontalmente os MOEAs, focando nos métodos e na teoria e atualizando as informações e desenvolvimento desses algoritmos. Por fim, Zitzler et al., 2004, incluíram pseudocódigos e tutoriais para implementar e comparar diferentes tipos de MOEAs.

As aplicações do GA e de suas variantes em problemas de otimização na engenharia automotiva são muitas. Petrone et al., 2013, realizaram uma otimização multiobjetivo com incertezas, utilizando o *Probabilistic Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (P-NSGA), cuja proposta foi criar um acoplamento entre os procedimentos de otimização e análise de incertezas de tal forma a usar todas as informações probabilísticas para orientar o otimizador e processar os dados em computação paralela. Os objetivos da função multiobjetivo foram minimizar a força de arrasto do pneu enquanto maximiza o fluxo de massa de ar capturado para resfriar o sistema de freio. O algoritmo foi uma generalização do *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) de Deb et al., 2002, com o uso das informações no domínio probabilístico por meio de funções de distribuição acumulada (FDA) das próprias funções

objetivo. Para ilustrar a generalização do algoritmo na aplicação industrial prática, Petrone et al., 2013, decidiram determinar a forma do duto de freio dos pneus de Fórmula 1, levando em consideração as incertezas geométricas associadas à borracha dos pneus e às condições de insuflamento de ar dos pneus. O algoritmo apresentou consistência (ele se comporta como um NSGA-II tradicional quando as funções objetivo se tornam determinísticas) e, à medida que as FDAs são refinadas, a convergência do algoritmo melhora. Nesse sentido, o uso da computação paralela acelerou o processo de otimização para escolher a solução otimizada levando em consideração as incertezas.

Gadhvi, Savsani e Patel, 2016, aplicaram na prática a otimização multiobjetivo por algoritmos evolucionários (*Multi-objective Evolutionary Algorithms* ou MOEA) no modelo de veículo de 5-GDL de Baumal, McPhee e Calamai, 1998. Os algoritmos utilizados foram as variantes dos algoritmos evolucionários, tais como o *Non-sorted Genetic Algorithm* (NSGA-II), o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA2) e também o *Pareto Envelope based Selection Algorithm* (PESA-II). A formulação do problema de otimização foi proposta em um modelo de meio veículo apenas, com suspensões passivas, submetido a um perfil de pista de duas depressões senoidais sucessivas. Os resultados obtidos demonstraram que o NSGA-II foi capaz de obter uma fronteira de Pareto mais definida e menos esparsa; porém, o SPEA2 e o PESA-II obtiveram uma diversidade maior de soluções ótimas e, de certa forma, soluções que dominaram as do NSGA-II.

A partir das pesquisas supramencionadas, conclui-se que a otimização multiobjetivo por meio de algoritmos evolucionários tais como o MOGA pode ser amplamente utilizado em problemas de otimização na engenharia automotiva. Além disso, o GA multiobjetivo pode ser modificado de tal forma a exibir, ao final da análise e da otimização, todos os gráficos entre os diferentes objetivos, par a par, simultaneamente. Os indivíduos (agentes) podem e devem ser ranqueados para facilitar a tomada de decisões de projeto. Esse problema de visualização e de ranqueamento foi resolvido durante o desenvolvimento das sub-rotinas presentes na Tese.

2.5.2 Algoritmo de enxame de partículas

O algoritmo de enxame de partículas (*Particle swarm optimization* ou PSO) consiste em um método fundamentado na observação dos fenômenos da natureza baseados no estudo estocástico de populações (ou enxame). Kennedy e Eberhart, 1995, propuseram esse método

para otimizar funções contínuas não lineares, modelando o comportamento de grupos sociais simplificados, em que a decisão do grupo e a decisão individual são aspectos importantes para a tomada de decisão do todo, optando pelo melhor caminho. Insere-se também a esse conceito a hipótese de que a troca de informações entre os indivíduos do grupo é abordada como uma vantagem evolucionária e, com isso, resulta-se na criação do método. O PSO continua sendo aprimorado por diversos autores, tais como Clerc e Kennedy, 2002, Das, Abraham e Konar, 2008, e Li, 2010, em especial, para problemas dinâmicos e constitui uma ferramenta viável para otimização. Lazinica, 2009, reuniu diversos artigos utilizando o PSO em áreas diferentes e corroborou a versatilidade do algoritmo.

Conforme observado em Cai et al., 2009, e Hatanaka et al., 2009, o PSO não requer informações prévias baseadas em gradientes. Ele basicamente utiliza uma população aleatória para executar o processo de busca do valor ótimo da função de custo por meio de sucessivas iterações. Os candidatos à solução sobrevoam o espaço de soluções a fim de localizar a região ótima, seguindo as partículas que foram otimizadas da geração precedente. Não há operadores evolutivos na versão mais comum do PSO, o que faz desse algoritmo mais fácil de programar computacionalmente.

A otimização utilizando o algoritmo do PSO também pode ser aplicada na dinâmica de veículos. Alfi e Fateh, 2010, aplicaram o PSO na identificação paramétrica de parâmetros do sistema de suspensão. Um modelo de 2-GDL foi utilizado, e duas versões do algoritmo (PSO básico, PSO modificado) foram comparadas com GA tradicional. Ambas as versões do PSO foram mais eficientes e robustas do que o GA nas simulações realizadas. Cheng e Lin, 2014, realizam uma otimização multiobjetivo robusta utilizando o PSO básico para determinar quais são os pontos ótimos de conexão em uma suspensão do tipo “duplo A”. Uma análise de sensibilidade foi realizada em conjunto para minimizar os efeitos das incertezas na fabricação dos componentes mecânicos da suspensão.

Das, Abraham e Konar, 2008, Gomes, 2009, e Chen e Chi, 2009, estudaram o PSO e confirmam que o método, basicamente, simula um enxame de partícula no espaço de procura que é atraído a regiões com elevado valor de adaptação (função de custo ou função objetivo). A posição da partícula define um candidato para a solução, e a vizinhança de cada partícula é descrita como a proximidade topológica das partículas. Cada partícula possui um valor de velocidade que informa a direção, o índice de tempo da mudança de posição e a adaptação daquela partícula no espaço de soluções. As variações da posição e da velocidade da partícula

são obtidas pela sua experiência, conforme o histórico de exploração do espaço de soluções e a observação das partículas na vizinhança.

No entender dos autores supracitados, o método envolve um número de partículas que define o enxame, cada qual com sua posição e velocidade iniciais. Inicialmente, as partículas são dispostas aleatoriamente no espaço de busca multidimensional de uma função objetivo. Cada partícula representa uma solução potencial para o problema, e elas sobrevoam o espaço de solução com duas capacidades essenciais: a memória de sua própria melhor posição e o conhecimento da melhor posição do enxame. Em um problema de minimização, o “melhor” simplesmente significa a posição da partícula \mathbf{x}_i com o menor valor de uma função objetivo $f(\mathbf{x}_i)$. Os parâmetros do enxame são atualizados conforme as equações (2.48), (2.49) e (2.50):

$$\mathbf{v}_{i,j}^{k+1} = \chi \left(\omega \mathbf{v}_{i,j}^k + \lambda_1 r_1 (\mathbf{pbest}_{i,j}^k - \mathbf{x}_{i,j}^k) + \lambda_2 r_2 (\mathbf{gbest}_{i,j}^k - \mathbf{x}_{i,j}^k) \right) \quad (2.48)$$

$$\mathbf{x}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{x}_{i,j}^k + \mathbf{v}_{i,j}^{k+1} \quad (2.49)$$

$$\chi = \frac{2\kappa}{\left| 2 - (\lambda_1 + \lambda_2) - \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 - 4(\lambda_1 + \lambda_2)} \right|} \quad (2.50)$$

onde o subscrito j representa cada variável de projeto, $\mathbf{v}_{i,j}^{k+1}$ é a velocidade atualizada da variável de projeto j da partícula i , χ é o parâmetro utilizado para a obter convergência do algoritmo, ω é o peso de inércia (ou momento) que controla a dispersão das partículas, $\mathbf{v}_{i,j}^k$ é a velocidade corrente da variável de projeto j da partícula i , λ_1 e λ_2 são coeficientes que representam respectivamente a componente cognitiva da partícula e a componente social do enxame, r_1 e r_2 são números aleatórios uniformes entre 0 e 1, $\mathbf{pbest}_{i,j}^k$ é a melhor posição da variável de projeto j já encontrado pela partícula i , $\mathbf{x}_{i,j}^k$ é a posição corrente da variável de projeto j da partícula i , $\mathbf{gbest}_{i,j}^k$ é a melhor posição da variável de projeto global j já encontrado pelo enxame, $\mathbf{x}_{i,j}^{k+1}$ é a posição atualizada da variável de projeto j da partícula i , e κ é a constante de convergência entre 0 e 1 para o parâmetro χ , usualmente 0,8. Esse parâmetro é importante para manter a estabilidade do algoritmo e evitar divergência no processo iterativo.

A geração inicial das partículas do enxame é distribuída aleatoriamente no espaço de soluções expressa pelas equações (2.51) e (2.52), a seguir:

$$x_{i,j}^0 = x_{j\min} + r_n(x_{j\max} - x_{j\min}) \quad (2.51)$$

$$v_{i,j}^0 = 0 \quad (2.52)$$

onde $\mathbf{x}_{i,j}^0$ representa a posição inicial da variável de projeto j da partícula i , r_n é um número aleatório uniforme entre 0 e 1, $x_{j\min}$ é o limite inferior do variável de projeto j , e $x_{j\max}$ é o limite superior. A Figura 2.12 esquematiza o funcionamento do *PSO* de uma forma vetorial sob o ponto de vista de uma dada partícula:

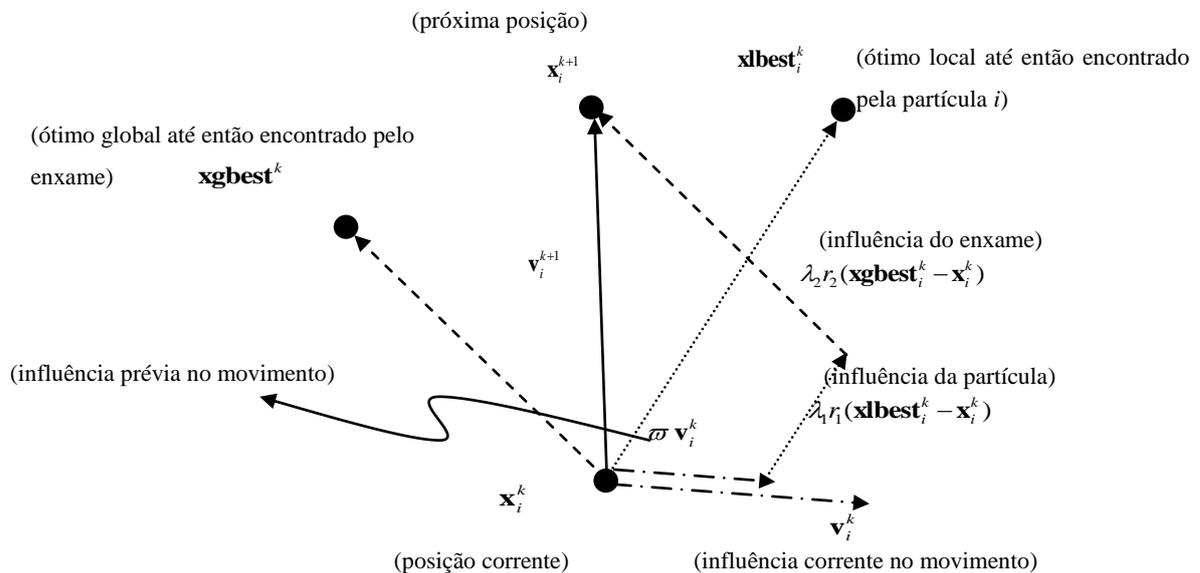


Figura 2.12 – Representação vetorial do algoritmo de enxame de partículas.

Fonte: adaptado de Gomes, 2009, não paginado.

Quando avalia a função objetivo, a partícula desloca-se para outra posição, que pode ser um dos ótimos locais ou pode atingir o ótimo global. Nessa formulação, é implícito que as iterações significam o passo no tempo. O laço do algoritmo acessa as partículas conforme a função objetivo, determina os valores de aptidão de cada partícula, atualiza os seus valores e calcula o movimento da partícula conforme as equações anteriormente descritas. A evidência de que o método converge a um ótimo global pode ser observada em Bergh, 2001, Mei, Liu e Xiao, 2010, e fogem do escopo desta Tese.

2.5.3 Algoritmo de otimização espiral

O algoritmo heurístico de otimização espiral (*Spiral optimization algorithm* ou SOA), proposto por Tamura e Yasuda, 2010, é uma estratégia de procura efetiva inspirada no movimento em espiral que se aproxima de espirais logarítmicas frequentemente observadas na natureza como redemoinhos, cascas de crustáceos e galáxias espiraladas. Um modelo discreto foi desenvolvido para gerar o algoritmo de otimização, aplicando as características de espirais da natureza, e simulações foram devidamente realizadas em problemas *benchmark* em duas dimensões para avaliar a eficiência do algoritmo. O SOA é usado recentemente em diversos problemas, incluindo os de otimização multiobjetivo [Benasla, Belmadani e Rahli, 2014].

O SOA emprega basicamente uma função espiral logarítmica que procura as soluções ótimas do problema a partir de um ponto inicial. Esse ponto é inicializado aleatoriamente e, a partir da contração do raio de giração em relação ao ângulo de giro, converge para um centro, onde se presume que esteja a solução. Para modelar isso, Tamura e Yasuda, 2010, elaboraram um modelo discreto da espiral logarítmica capaz de gerar um ponto convergente à origem a partir de um ponto inicial arbitrário $x_1 - x_2$ conforme a Equação (2.53):

$$\begin{bmatrix} x_1^{k+1} \\ x_2^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_s & -\beta_s \\ \beta_s & \alpha_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \end{bmatrix} := A_{spiral} x^k, k = 0, 1, \dots \quad (2.53)$$

onde os parâmetros α_s e β_s satisfazem $\sqrt{\alpha_s^2 + \beta_s^2} < 1$ e $\beta_s \neq 0$ para convergência. A Equação (2.54) pode ser reescrita, então, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x^k &= 2r^k r_c [\cos(\theta_c + k\theta) \text{sen}(\theta_c + k\theta)]^T, \\ r_{\alpha\beta} &= \sqrt{\alpha_s^2 + \beta_s^2}, \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{\beta_s}{\alpha_s}\right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Duas condições são obtidas a partir da Equação (2.54). A primeira é $r_{\alpha\beta} < 1$ para a solução convergir à origem, e a segunda é $\beta_s \neq 0$ para a solução rotacionar até a origem. Além

disso, o raio da espiral r_c e o ângulo de giro θ_c são parâmetros inicializados conforme a estratégia de procura.

Para complementar a eficiência na estratégia de busca do algoritmo, Tamura e Yasuda, 2010, empregam os conceitos de intensificação e diversificação. O primeiro é a estratégia de encontrar uma melhor solução procurando intensivamente ao redor de uma solução ótima a partir de um conceito prático que afirma que as melhores soluções podem existir em torno de uma solução ótima. Esse conceito segue a ideia de problemas com ótimos locais onde existem melhores soluções próximas a esses ótimos. Já o segundo conceito é a estratégia de encontrar uma melhor solução procurando através de uma região mais ampla. Isso permite evitar ótimos locais.

Formula-se, então, a condição de que o centro da espiral possa ser localizado em um ponto arbitrário conforme a Equação (2.55):

$$x^{k+1} = A_{spiral}x^k - (A_{spiral} - I_2)x^*, x \in \mathfrak{R}^2 \quad (2.55)$$

a qual é obtida derivando a translação da origem da Equação (2.53) em torno do ponto x^* tal que a convergência da trajetória possa ser reescrita como $e^{k+1} = A_{spiral}e^k$. O erro, portanto, pode ser definido como $e^k = x^k - x^*$.

Tamura e Yasuda, 2010, adotaram a procura baseada em múltiplos pontos para evitar que o ponto inicial e o centro x^* se tornem, de forma tendenciosa, a melhor solução. Por isso, a Equação (2.56) é modificada a

$$x_i^{k+1} = A_{spiral i}x_i^k - (A_{spiral i} - I_2)x^*, i = 1, \dots, m \quad (2.56)$$

onde o centro x^* é dado como a melhor solução obtida até então durante o processo de busca do algoritmo.

O pseudocódigo do SOA pode ser observado na Figura 2.13 a seguir. Esse pseudocódigo é relativamente simples de se programar, pois utiliza cinco etapas básicas, e apenas duas delas referem-se à atualização das variáveis de projeto.

1) Preparação

Defina o número de pontos de busca $m_{sp} > 2$;

Defina os parâmetros α_i e β_i de $A_{spiral\ i}$ tal que $\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} < 1$ e $\beta_i \neq 0$ para todo $i = 1, \dots, m$;

Defina o número máximo de iterações k_{max} ;

Inicialize $k = 0$.

2) Inicialização

Inicialize os pontos iniciais $x_i^0 \in \mathcal{R}^2, i = 1, \dots, m$ na região viável aleatoriamente;

Defina o centro x^* como $x^* = x_{i_g}^0, i_g = \arg \min_i f(x_i^0)$.

3) Atualização de x_i

Faça $x_i^{k+1} = A_{spiral\ i} x_i^k - (A_{spiral\ i} - I_2) x^*, i = 1, \dots, m$.

4) Atualização de x^*

Faça $x^* = x_{i_g}^{k+1}, i_g = \arg \min_i f(x_i^{k+1})$.

5) Finalização

Se $k = k_{max}$, então finaliza;

Do contrário, ajuste $k = k + 1$ e retorne ao passo 3.

Figura 2.13 – Pseudocódigo do SOA.

Fonte: adaptado de Tamura e Yasuda, 2010.

Cabe salientar a aproximação entre o SOA e o PSO no quesito de implementação das rotinas. Ambos os algoritmos baseiam-se em dois parâmetros fundamentais (ângulo de giro e raio da espiral para o SOA, e posição e velocidade da partícula para o PSO), o que facilita o entendimento do algoritmo e torna a implementação particularmente enxuta. A proximidade de ambos os algoritmos se deve, em grande parte, ao fato de que os autores Tamura e Yasuda também terem trabalhado previamente com o PSO.

2.6 Otimização multiobjetivo

A otimização multiobjetivo (multicritério ou vetorial) é aquela que trabalha as relações do tipo custo-benefício entre os objetivos conflitantes e as soluções satisfatórias do problema. Ela enfoca o problema de uma forma mais suave, oferecendo mais liberdade para a tomada de decisões de projeto e opções de solução. Isso evita tratar o problema de uma forma severa que prejudicaria o andamento de um projeto de engenharia de múltiplos critérios.

Essa otimização não obtém unicamente a solução ótima e, sim, quais os conjuntos que melhor satisfaçam a solução do problema, resultando em mais de um vetor de soluções que combina diferentes valores das variáveis de projeto. Esses conjuntos, denominados conjuntos de Pareto, reúnem as variáveis de projeto ótimas tais que “[...] qualquer melhoria em um dos objetivos vai resultar na piora de, no mínimo, outro objetivo” [Messac e Mullur, 2007, p. 123].

A origem da otimização multiobjetivo é atribuída a Vilfredo Pareto com sua teoria de economia política baseada na premissa da repartição do rendimento financeiro em que a alocação ótima dos recursos de uma sociedade não é alcançada desde que seja possível fazer ao menos um indivíduo em melhor condição, em sua própria estimativa, mantendo os outros tão bem em condições como antes, em suas próprias estimativas. Conforme a tradução de Schwier, 1971, é dito que uma solução \mathbf{x}_1 é considerada como um conjunto ótimo de Pareto se e somente se não exista outra solução \mathbf{x}_2 capaz de cumprir duas condições de dominância. Dominância, segundo Camponogara e Talukdar, 1997, é o conceito em que, sendo duas soluções viáveis, \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , de um problema de otimização com nf objetivos conflitantes, uma solução \mathbf{x}_1 é considerada fortemente não dominada por uma solução \mathbf{x}_2 se, e somente se, atender:

$$\begin{aligned} \forall i \in (1, \dots, nf) : f_i(\mathbf{x}_1) &\leq f_i(\mathbf{x}_2) \\ \exists i \in (1, \dots, nf) : f_i(\mathbf{x}_1) &< f_i(\mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (2.57)$$

Essas duas condições de dominância podem ser interpretadas da seguinte forma: uma solução é considerada um conjunto ótimo de Pareto se não existir outra solução viável capaz de melhorar todos os objetivos conflitantes simultaneamente. A partir disso, torna-se possível esboçar todas as soluções não dominadas no espaço de solução que formam o conjunto ótimo

de Pareto e demarcam a fronteira (região) de Pareto no espaço das funções objetivo. A Figura 2.14 demonstra como uma solução pode ser ou não dominada por outra solução, a seguir:

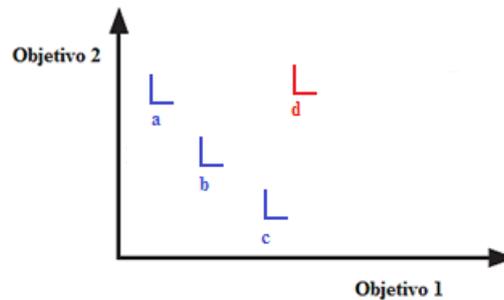


Figura 2.14 – Esboço de soluções dominadas e não dominadas.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

onde a solução d é totalmente dominada pelas soluções a , b e c , as quais podem formar uma fronteira de Pareto.

Sendo assim, a otimização multiobjetivo pode ser formulada da seguinte maneira para um vetor de funções objetivo genérico:

$$\begin{aligned}
 &\text{Encontre o vetor } \mathbf{x} \\
 &\text{para minimizar } J = [f_1(\mathbf{x}) \quad f_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad f_{nf}(\mathbf{x})]^T \\
 &\text{sujeito à } \begin{cases} g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ h(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{cases} \quad (2.58)
 \end{aligned}$$

onde nf é o número de objetivos conflitantes, \mathbf{x}_l e \mathbf{x}_u são os limites inferiores e superiores do vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} , $g(\mathbf{x})$ é o vetor de restrições de desigualdade e $h(\mathbf{x})$ é o vetor de restrições de igualdade.

A Figura 2.15, a seguir, exemplifica um típico problema de otimização multiobjetivo e esboça dois objetivos conflitantes com a sua respectiva região de soluções admissíveis, onde reside a fronteira de Pareto que contém os diferentes conjuntos de variáveis de projeto ótimos. Qualquer conjunto de Pareto localizado nessa região satisfaz o problema de minimização, mas um deles deve ser escolhido como sendo o melhor admissível, conforme as necessidades do

projeto. A região de soluções dominadas inclui a região de soluções admissíveis (em cinza) e a fronteira de Pareto (linha em negrito). Qualquer solução que esteja fora da região dominada não satisfaz as restrições do problema e, portanto, não constitui uma solução permitida. Já na fronteira de Pareto fica evidente a dominância, pois não existem soluções capazes de melhorar (minimizar) todos objetivos simultaneamente.

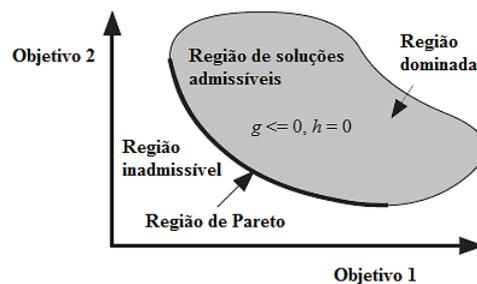


Figura 2.15 – Espaço de soluções de projeto para um problema de dois objetivos.

Fonte: adaptado de Messac e Mullur, 2007, p. 124.

Quando não se conhece muito bem o problema abordado, se diz que a otimização é do tipo não dominada. Esse tipo de otimização geralmente não permite esboçar completamente a fronteira de Pareto, e ela deve ser limitada conforme as restrições de projeto. Quando existe a preferência por parte de projeto para um dos objetivos, se diz que a otimização é preferencial e permite um esboço evidente da fronteira de Pareto [Arora, 2007]. De acordo com a forma de abordar o problema multiobjetivo, é possível utilizar diferentes técnicas para a obtenção e o pós-processamento da solução do problema.

2.6.1 Métodos ponderados

Existem diferentes técnicas matemáticas para definir a função multiobjetivo e escolher qual vetor ótimo de variáveis de projeto que satisfaz tais objetivos. Esses métodos podem ser não dominados (aqueles que obtêm o conjunto das soluções não dominadas) ou preferenciais (aqueles que articulam antecipadamente ou progressivamente as soluções). Messac e Mullur, 2007, descrevem outros métodos e preferem classificar as técnicas de solução multiobjetivo como sendo as direcionadas para as preferências de projeto ou direcionadas para a elaboração

dos conjuntos de Pareto. Os métodos mais tradicionais de preferência de projeto são a soma ponderada e a programação de compromisso.

A soma ponderada é uma aproximação para solução da otimização multiobjetivo que emprega uma combinação linear de diferentes objetivos conflitantes, auxiliados por pesos que medem a importância de um objetivo em relação a outro. Conforme Messac e Mullur, 2007, a função multiobjetivo agregada (*Aggregate objective function* ou AOF) a ser minimizada é definida como

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i f(\mathbf{x})_i \quad (2.59)$$

onde combinam-se diferentes índices de performance e agrega-se os objetivos conflitantes em uma única função. Pesos escalares w_i são prescritos conforme a preferência de cada objetivo do projeto, os quais devem ser maiores do que zero e a sua soma deve ser igual a 1. Assume-se que as unidades das funções multiobjetivo sejam as mesmas.

A Figura 2.16 traça duas retas que representam os contornos do valor constante de J . A solução do problema multiobjetivo é, portanto, o ponto que tangencia a fronteira de Pareto.

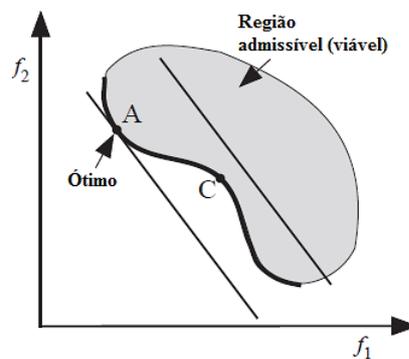


Figura 2.16 – Solução do problema pela técnica da soma ponderada.

Fonte: adaptado de Messac e Mullur, 2007, p. 129.

Embora simples de entender e de aplicar, a soma ponderada possui duas desvantagens em termos de projeto, conforme destacado por Messac e Mullur, 2007. A primeira delas é a dificuldade em determinar os pesos, porque não há uma justificativa clara o suficiente para atribuir um peso de maior valor a um dado objetivo em detrimento de outro. A segunda é mais

crítica, porque as retas podem não atingir um ótimo de Pareto (por exemplo, o ponto C na Figura 2.16).

A programação compromisso é uma técnica que corrige a segunda desvantagem obtida pela técnica da soma ponderada. A AOF é a soma ponderada exponencial dos objetivos dada por

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i f(\mathbf{x})_i^r \quad (2.60)$$

onde o expoente r deve ser igual ou maior a 2, no mínimo, e preferencialmente um número ímpar. Os contornos do valor constante de J são, na verdade, curvas que se aproximam ao contorno da fronteira de Pareto à medida que r aumenta. Essa característica, segundo Messac e Mullur, 2007, funciona razoavelmente bem para fronteiras não convexas, pois os contornos de J podem alcançar internamente as regiões não convexas como o ponto C (Figura 2.17).

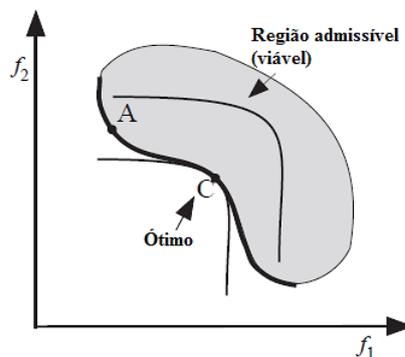


Figura 2.17 – Solução do problema pela técnica da programação compromisso.

Fonte: adaptado de Messac e Mullur, 2007, p. 129.

A desvantagem dessa técnica continua sendo a determinação de parâmetros. Além dos pesos, torna-se necessária a escolha do expoente. Não há um método eficiente para definir tais parâmetros sem conhecer o comportamento prévio da função objetivo. Por esse motivo, faz-se o uso de uma variante da técnica conforme a Equação (2.61), a seguir:

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i \left(\frac{f(\mathbf{x})_i}{t(\mathbf{x})_i^*} - 1 \right)^r \quad (2.61)$$

onde $t(\mathbf{x})_i^*$ é o valor desejável (*target*) de um i -ésimo objetivo de projeto. Se $f(\mathbf{x})_i$ for igual a $t(\mathbf{x})_i^*$, significa que o valor desejável foi devidamente alcançado e que aquele objetivo pode ter o seu respectivo peso w_i alterado. Dessa forma, outro objetivo pode ter seu peso reavaliado na otimização.

2.6.2 Métodos de geração de conjuntos de Pareto

Os conjuntos de Pareto podem ser gerados por uma representação discreta da fronteira de Pareto. Esses métodos esboçam todos os conjuntos de Pareto da fronteira e uma tomada de decisões deve ser realizada após a exposição de todos os resultados. Isso é particularmente útil para visualizar a fronteira de Pareto que não seria possível de observar utilizando os métodos ponderados. O método da geração da fronteira de Pareto é o que será utilizado nas análises do presente trabalho, pois há interesse em observar os diferentes conjuntos de Pareto e visualizar como a fronteira se esboça frente a múltiplos objetivos, par a par.

Segundo Messac e Mullur, 2007, p. 132, esses métodos são do tipo que “[...] geram primeiro e escolhem depois” e podem apresentar vantagens desejáveis como a exploração da fronteira de Pareto, a distribuição ímpar dos pontos de Pareto e a geração de apenas ótimos globais. Todas essas vantagens também auxiliam na eficiência computacional do método.

O método de geração da fronteira de Pareto mais tradicional também utiliza métodos ponderados em sua formulação, expresso na Equação (2.62), a seguir:

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i f(\mathbf{x})_i^r \quad (2.62)$$

onde $r = 1$ representa a soma ponderada e $r \geq 2$ representa a programação de compromisso. A grande diferença entre os métodos ponderados e o de geração da fronteira de Pareto consiste na variação dos pesos em um intervalo previamente especificado; isto é, um conjunto de pesos é varrido em cada laço na programação. Conforme Messac e Mullur, 2007, cada combinação de pesos define um único objetivo do problema de otimização que, quando resolvido, atinge

uma solução de Pareto. À medida que os pesos são varridos no laço na programação, diferentes regiões na fronteira de Pareto são exploradas e graficadas.

A maior vantagem da técnica de geração da fronteira de Pareto é alcançar regiões não convexas inalcançáveis pelos métodos ponderados. Messac e Mullur, 2007, ainda reforçam a necessidade de utilizar uma quantidade ímpar de pontos de Pareto, uma vez que a distribuição par desses pontos pode apresentar uma dispersão muito grande e não delimitar uma fronteira mais claramente.

Outro método de geração da fronteira de Pareto é o método da eliminação ou restrição em ε (ε -*Elimination* ou ε -*Constraint method*). Utilizado satisfatoriamente por Nariman-Zadeh et al., 2010, em um modelo veicular de 5-GDL com cinco objetivos conflitantes, esse método realiza a minimização de cada objetivo, uma a uma, considerando os demais objetivos como restrições do problema, da seguinte forma:

$$\begin{array}{l} \text{Encontre o vetor } \mathbf{x} \\ \text{para minimizar } J = f_1(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito à } \left\{ \begin{array}{l} f_2(\mathbf{x}) \leq \delta_2 \\ \vdots \\ f_{nf}(\mathbf{x}) \leq \delta_{nf} \\ g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ h(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{array} \right. \end{array} \quad (2.63)$$

onde as restrições $f_2(\mathbf{x}) \leq \delta_2$ até $f_{nf}(\mathbf{x}) \leq \delta_{nf}$ reduzem o espaço de busca viável, enquanto a função que contém o primeiro objetivo é minimizada. A fronteira de Pareto pode ser obtida sequencialmente computando, por exemplo, δ_2 a partir do mínimo ao máximo valor possível de $f_2(\mathbf{x})$. O método da eliminação- ε é interessante em funções com dois objetivos. Quando há muitos objetivos conflitantes envolvidos, as restrições δ_{nf} podem ser exaustivas em termos computacionais, exigindo muitas análises previamente a cada passo no algoritmo. O uso desse método depende, primariamente, da complexidade de cada função objetivo.

Em se tratando de otimização multiobjetivo, outro método de geração da fronteira de Pareto pode ser utilizado e para funções com vários objetivos ou funções mais complexas. É o caso da conhecida otimização multiobjetivo utilizando algoritmos genéticos (*Multi-objective Optimization using Genetic Algorithms* ou MOGA). Segundo Konak, Coit e Smith, 2006, o

MOGA é bastante utilizado e modificado para resolver problemas de engenharia baseados em múltiplos objetivos conflitantes, porque o tradicional algoritmo genético comporta uma ou mais funções de adaptação (*fitness function*). Essas funções permitem abranger o problema e calcular as soluções de uma maneira mais diversificada, dependendo do número de agentes (tamanho da população).

Já o algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) desenvolvido por Deb et al., 2002, é um conhecido otimizador aprimorado a partir do MOEA e do MOGA. Ele ordena as soluções não dominadas, utilizando contadores para os indivíduos na fronteira de Pareto para diminuir a ordem de comparações. Isso permite prevenir o elitismo e preparar as soluções para lidar com as restrições do problema por meio da mudança da definição de dominância de uma solução. Este algoritmo está bastante difundido no meio acadêmico e é considerado uma referência para otimizações multiobjetivo.

Konak, Coit e Smith, 2006, descreveram, de modo didático, todos os desdobramentos dos algoritmos genéticos utilizados em otimização tipo multiobjetivo. Eles reuniram dados sobre as vantagens e desvantagens de cada desdobramento em uma tabela, descrevendo quais deles utilizam o método ponderado de função agregada ou o método de geração da fronteira de Pareto. Nessa tabela, o MOGA tradicional é o mais utilizado para gerar a fronteira, por ser uma simples extensão do algoritmo genético (mono-objetivo). Apesar de ser o mais usual, o MGA tem convergência lenta e apresenta problemas relacionados ao tamanho da população. Uma população muito grande pode tornar a convergência custosa demais e inviabiliza o uso do algoritmo pelo elevado tempo de simulação para cada análise do problema. Para corrigir isso, a população deve ser reduzida, mas a fração significativa dela deve ser suficiente para atender as restrições do problema e as funções de adaptação. Usualmente, escolhe-se uma população de indivíduos com fração entre 0,6 a 0,8 (ou seja, 60% a 80% da população inicial são representativos para as gerações futuras).

O MOGA foi o primeiro desdobramento dos algoritmos genéticos em otimização do tipo multiobjetivo. Segundo Konak, Coit e Smith, 2006, esse método utiliza explicitamente o ranqueamento dos indivíduos do Pareto e as técnicas de geração da população em conjunto para explorar o espaço de busca em torno da verdadeira fronteira de Pareto enquanto ainda tenta manter a diversidade da população nessa busca. Esse é um dos motivos pelo qual esse método possui convergência lenta, porque, à medida que ele encontra as melhores soluções

para compor a fronteira de Pareto, ele também permite que a população tenha diversidade para explorar outras soluções (que, por vezes, não constituem as melhores).

1) Preparação

Defina aleatoriamente o tamanho da população inicial P_0 ;

Inicialize o tempo com $t = 0$.

2) Critério de parada

Retorne a população na iteração t , P_t , se o critério de parada é satisfeito.

3) Avaliação da função de adaptação

Faça a avaliação da função de adaptação na população atual:

3.1) Faça o ranqueamento $r(\mathbf{x}, t)$ para cada solução $\mathbf{x} \in P_t$ conforme a Equação (2.64);

3.2) Defina valores de adaptação para cada solução baseada na solução ranqueada

$$f(\mathbf{x}, t) = N - \sum_{k=1}^{r(\mathbf{x}, t)-1} n_k - \frac{1}{2}(n_{r(\mathbf{x}, t)} - 1)$$

onde n_k é o número de soluções com o k -ésimo ranqueamento;

3.3) Calcule o tamanho do nicho da geração atual $n_{c(\mathbf{x}, t)}$ para cada solução $\mathbf{x} \in P_t$ conforme a Equação (2.65);

3.4) Calcule o valor das funções de adaptação compartilhadas de cada solução $\mathbf{x} \in P_t$ tal que

$$f'(\mathbf{x}, t) = \frac{f(\mathbf{x}, t)}{n_{c(\mathbf{x}, t)}};$$

3.5) Normalize os valores das funções de adaptação avaliadas usando os valores das funções de adaptação compartilhadas tal que

$$f''(\mathbf{x}, t) = \frac{f'(\mathbf{x}, t) n_{r(\mathbf{x}, t)}}{\sum_{x \in P_t} f'(\mathbf{x}, t)} f(\mathbf{x}, t).$$

4) Atualização da geração

Selecione os pais que irão gerar os indivíduos para o cruzamento;

Aplique a mutação e a recombinação até que a população Q_t atinja o tamanho N ;

Faça $P_{t+1} = Q_t$.

5) Finalização

Se $t = t_{\max}$, então finaliza;

Do contrário, ajuste $t = t + 1$ e retorne ao passo 2.

Figura 2.18 – Pseudocódigo do MOGA.

Fonte: adaptado de Konak, Coit e Smith, 2006.

O pseudocódigo do MOGA apresentado na Figura 2.18 necessita de três equações para ser implementado. Essas equações são descritas a seguir:

$$r(\mathbf{x}, t) = 1 + n_{q(\mathbf{x}, t)} \quad (2.64)$$

$$n_{c(\mathbf{x}, t)} = \sum_{\substack{y \in P \\ r(\mathbf{x}, t) = r(\mathbf{y}, t)}} \max \left\{ \frac{\sigma_{share} - dz(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\sigma_{share}}, 0 \right\} \quad (2.65)$$

$$dz(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \left(\frac{z_{k(\mathbf{x})} - z_{k(\mathbf{y})}}{z_k^{\max} - z_k^{\min}} \right)^2} \quad (2.66)$$

onde $r(\mathbf{x}, t)$ é o ranqueamento de uma solução (indivíduo); $n_{q(\mathbf{x}, t)}$ é o número das soluções dominadas da solução \mathbf{x} na geração t ; $n_{c(\mathbf{x}, t)}$ é o número do nicho da geração atual (ou seja, o tamanho da solução que contém os indivíduos representativos da população atual); $dz(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é a norma euclidiana entre o par de soluções \mathbf{x} e \mathbf{y} ; $z_{k(\mathbf{x})}$ e $z_{k(\mathbf{y})}$ são os valores das funções de adaptação (objetivo) do par de soluções \mathbf{x} e \mathbf{y} ; z_k^{\max} e z_k^{\min} são os valores máximo e mínimo da função objetivo avaliada; e σ_{share} é o tamanho do nicho da geração atual.

2.7 Análise de intervalo

A análise de intervalo é um método utilizado na solução de problemas de identificação e propagação de incertezas quando há incertezas nos parâmetros envolvidos do sistema. Esses parâmetros são descritos com limites inferior e superior, e, ao calcular a resposta do sistema, um intervalo é rigorosamente delimitado, utilizando funções e aritmética de intervalo. Moore, Kearfott e Cloud, 2009, descrevem a matemática envolvida no método e definem que

$$[a, b] = \{x \in \mathfrak{R} : a \leq x \leq b\} \quad (2.67)$$

onde $[a, b]$ é um conjunto dos números reais que definem um intervalo fechado. Outra forma de descrever o intervalo consiste no uso da notação de pontos finais como

$$X = [\underline{X}, \bar{X}] \quad (2.68)$$

Dois intervalos X e Y são ditos iguais, $X = Y$, se $\underline{X} = \underline{Y}$ e $\bar{X} = \bar{Y}$. Analogamente, $X < Y$ significa $\bar{X} < \underline{Y}$. Quando for $\bar{X} = \underline{X}$, o intervalo é degenerado e contém unicamente o número real x . Outros termos como o comprimento, $w(X)$, o ponto médio, $m(X)$, e o valor absoluto, $|X|$, de um intervalo são dados por

$$\begin{aligned} w(X) &= \bar{X} - \underline{X} \\ m(X) &= \text{tol}(X) = \frac{1}{2}(\underline{X} + \bar{X}) \\ |X| &= \max\{|\underline{X}|, |\bar{X}|\} \end{aligned} \quad (2.69)$$

e podem ser observados na Figura 2.19, a seguir. Demais propriedades e aritmética de intervalo podem ser obtidas em Alefeld e Mayer, 2000, Hargreaves, 2002, e Moore, Kearfott e Cloud, 2009.

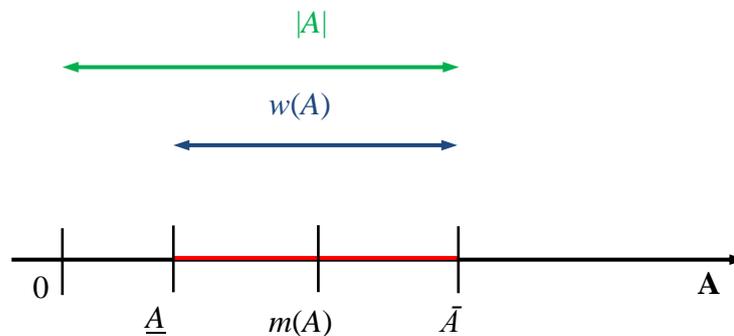


Figura 2.19 – Representação gráfica do valor absoluto, comprimento e ponto médio de um intervalo A .

Fonte: adaptado de Moore, Kearfott e Cloud, 2009, p. 9.

Similarmente, uma função de intervalo é aquela cujos argumentos são intervalos. Seja uma função de valores reais f com variáveis reais x_1, \dots, x_n e uma função de intervalo F de variáveis intervalos X_1, \dots, X_n . A função intervalo F é dita uma extensão de intervalo de f se

$F(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n)$ para todo $x_i, i = 1, \dots, n$. Quando os argumentos de F são intervalos com $x_i = X_i, F(X_1, \dots, X_n)$ é um intervalo degenerado igual $f(x_1, \dots, x_n)$.

Conforme Moore, Kearfott e Cloud, 2009, essa definição implica o uso de aritmética de intervalo exato. Em termos práticos, $f(x_1, \dots, x_n) \in F(x_1, \dots, x_n)$ e não é exatamente igual, sendo a diferença restante o erro de arredondamento. Para que a análise de intervalo seja um método prático na solução de problemas, ela deve obter o intervalo de solução mais nítido e apurado possível que contenha completamente o conjunto de solução verdadeiro.

Esse intervalo constitui-se de uma envoltória, onde contém os intervalos da solução do problema e permite informar que a solução está exatamente contida no espaço delimitado. Ao refinar essa envoltória de tal forma a ficar mais próxima da solução global, então o método da análise de intervalo pode ser aplicado em problemas de otimização [Moore, Kearfott e Cloud, 2009].

2.7.1 Análise de intervalo em problemas de otimização

A análise de intervalo pode ser aplicada em problemas de otimização global de modo a computar os limites inferior e superior nos valores das funções em diversos conjuntos. Esses limites são rigorosamente calculados a partir de funções e aritmética de intervalo. Para Moore, Kearfott e Cloud, 2009, p. 159, tradução do autor, essas características dos intervalos “[...] possibilitam formular um algoritmo básico para otimização global sem uso de derivadas e [...], se a função objetivo e suas funções de restrições forem diferenciáveis, então o método se torna ainda mais eficiente.”

Seja uma região n -dimensional como o vetor de intervalo

$$\mathbf{B} = (\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_n) \quad (2.70)$$

e, a partir da análise e aritmética de intervalo, tem-se a seguinte relação

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (2.71)$$

para todos os pontos $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{B}$, sendo f uma função real com inclusão de uma extensão de intervalo isotônico F tal que $F(\mathbf{B}) = [L, U] \leq 0$. Se $U \leq 0$, então $f(x) \leq 0$ para todo $x \in \mathbf{B}$ nesse intervalo.

Estabelecida essa região \mathbf{B} que atende a extensão de intervalo isotônico, a otimização global pode ser formulada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x) \\ & \text{sujeito à } \begin{cases} x \in \mathbf{B} \\ p_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, k \end{cases} \end{aligned} \quad (2.72)$$

onde os pontos que satisfazem as restrições são denominados pontos viáveis. Logo, deseja-se encontrar o conjunto de valores X^* de todos minimizadores globais $x^* \in \mathbf{B}$ e o valor mínimo global da função f^* tal que $f(x^*) = f^* \leq f(x)$ para todos os pontos viáveis x .

2.7.2 Pseudocódigo da análise de intervalo

O pseudocódigo mais simples do algoritmo da análise de intervalo procura encontrar a menor região (envoltória) possível que contenha o conjunto X^* de todos os minimizadores globais viáveis ao longo do intervalo de f^* . Moore, Kearfott e Cloud, 2009, descrevem que o algoritmo inicia eliminando a envoltória que não contém um minimizador global, deixando as subenvoltórias que contém o conjunto X^* de todos minimizadores globais. Nesse processo, o algoritmo obtém os limites inferiores e superiores de f^* .

Dois testes são verificados em X para que ele seja ou não eliminado. O primeiro deles é o teste de viabilidade tal que

- a) Se $P_i(X) \leq 0$ para todo $i = 1, \dots, k$, então X é certamente viável. Ou seja, cada ponto em X é garantido de forma viável independentemente de erros de arredondamento na aritmética computacional de ponto flutuante, porque a análise de intervalo faz o arredondamento para fora do intervalo aceitável e descarta aquele que estiver fora da envoltória. Então, $P_i(X) \leq 0$ implica que $p_i(x) \leq 0$ para todo $x \in X$;
- b) Para quaisquer i , $P_i(X) > 0$, então X é certamente inviável e não contém pontos viáveis, logo, descarte X .

Já o segundo teste de verificação a ser aplicado é o do ponto médio. Se $m(X)$ é viável, então $F(m(X)) = [LFMX, UFMX]$. Dessa maneira, tem-se que $f^* \leq UFMX$, uma vez que $f^* \leq f(m(X)) \leq UFMX$. Se Y for considerada como outra sub-envoltória de \mathbf{B} a ser avaliada tal que $F(Y) = [LFY, UFY]$, então o teste do ponto médio pode ser feito da seguinte forma:

- a) Seja UF^* o menor $UFMX$ já encontrado;
- b) Se $LFY > UF^*$, então Y não contém um minimizador global viável em \mathbf{B} , logo, descarte Y .

Esse algoritmo pode ser descrito no pseudocódigo da Figura 2.20, a seguir:

<p>1) Inicialização Inicialize a lista de envoltórias com um item único (\mathbf{B}, LFB) e compute $UF^* = UFB$;</p> <p>2) Verificação dos testes e descarte Faça enquanto a primeira envoltória da lista tiver $w(X) > \varepsilon$</p> <p style="padding-left: 20px;">Retire a primeira envoltória da lista; Faça a bissecção de $X = X_1 \cup X_2$; Descarte X_1, se o teste da viabilidade (a) aplica-se a $X = X_1$ ou se o teste do ponto médio (b) aplica-se a $Y = X_1$, Do contrário, liste (X_1, LFX_1) no final da lista e atualize $UF^* = UFX_1$ se $m(X_1)$ for viável e UFX_1 diminua UF^*; Descarte X_2, se o teste da viabilidade (b) aplica-se a $X = X_2$ ou se o teste do ponto médio (b) aplica-se a $Y = X_2$, Do contrário, liste (X_2, LFX_2) no final da lista e atualize $UF^* = UFX_2$ se $m(X_2)$ for viável e UFX_2 diminua UF^*.</p> <p>Fim</p> <p>3) Atualização Liste os itens das envoltórias de saída do laço Faça $LF^* = \min(LFX)$, em todo o conjunto finito de todos os itens (X, LFX) na lista; Atualize UF^*.</p> <p>4) Finalização Pare quando $LF^* \leq f^* \leq UF^*$ e a união das envoltórias X na lista de itens (X, LFX) conter certamente todos os extremizadores globais de f em \mathbf{B}.</p>
--

Figura 2.20 – Pseudocódigo da análise de intervalo simples.

Fonte: adaptado de Moore, Kearfott e Cloud, 2009.

onde ε é a tolerância previamente especificada. Diferentes modificações foram desenvolvidas na eficiência desse algoritmo [Alefeld e Mayer, 2000] e fogem do escopo deste trabalho.

2.7.3 Método dos níveis de corte- α

O método dos níveis de corte- α consiste em separar diferentes níveis de incerteza de uma variável em sua respectiva pertinência a um dado intervalo. Para sumarizar as definições e os conceitos envolvidos neste método, torna-se necessário descrever alguns termos. O termo conjunto, \mathbf{X} , pode ser definido, fundamentalmente, como uma combinação particular de elementos em um dado intervalo [Möller e Beer, 2004]. O termo pertinência (grau de pertinência), $\mu_A(\mathbf{x})$, é um funcional que decide quais elementos pertencem ou não pertencem ou, ainda, pertencem parcialmente a um ou outro conjunto.

A lógica difusa (*fuzzy*) foi introduzida primordialmente por Zadeh, 1965, e contribuiu aos estudos da teoria dos conjuntos. Essa lógica *fuzzy* permite construir sistemas especialistas que empregam variáveis linguísticas para estabelecer uma base de regras com o objetivo de auxiliar a tomada de decisões. Nesse sentido, o método dos níveis de corte- α é basicamente um método de lógica *fuzzy*.

A Figura 2.21 traça um conjunto tradicional (*crisp set*) \mathbf{A} e um conjunto difuso (*fuzzy*) $\tilde{\mathbf{A}}$ em função do grau de pertinência, $\mu_A(\mathbf{x})$:

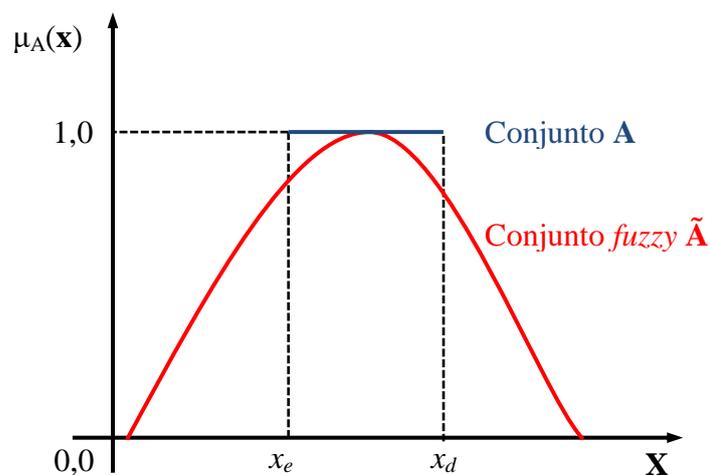


Figura 2.21 – Comparação entre um conjunto tradicional \mathbf{A} e um conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$.

Fonte: adaptado de Möller e Beer, 2004.

Se \mathbf{X} representa um conjunto tradicional cujos elementos são \mathbf{x} tal que

$$\tilde{\mathbf{A}} = \{\mathbf{x}, \mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{X}\} \quad (2.73)$$

então $\tilde{\mathbf{A}}$ é referido como um conjunto incerto sobre \mathbf{X} (ou seja, um conjunto *fuzzy* de \mathbf{X}).

O funcional de pertinência $\mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x})$ pode ser contínuo (os elementos do conjunto são não contáveis) ou discreto (os elementos do conjunto são contáveis e podem ser distintos a partir de valores de pertinência) tal que

$$\mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \quad (2.74)$$

e, quanto maior o valor de $\mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x})$, mais pertinente a variável é daquele conjunto. Isso condiz ao suporte compacto do funcional tal que

$$\sup [\mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x})] = 1 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \quad (2.75)$$

e que a função de pertinência referente pode ser normalizada entre 0 (nenhuma pertinência) e 1 (plena pertinência).

O suporte $S(\tilde{\mathbf{A}})$ de um conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$ é ilustrado na Figura 2.22, a seguir,

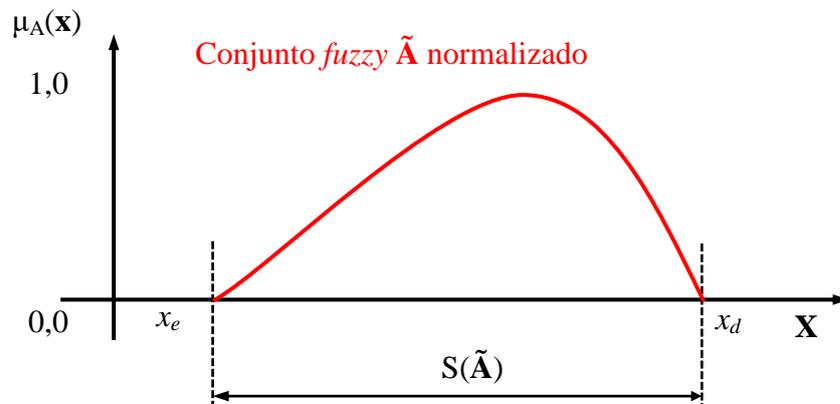


Figura 2.22 – Conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$ normalizado e seu suporte $S(\tilde{\mathbf{A}})$.

Fonte: adaptado de Möller e Beer, 2004.

e pode ser definido como um conjunto que contém os elementos que satisfaçam a seguinte condição

$$S(\tilde{\mathbf{A}}) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{x}) > 0\} \quad (2.76)$$

A partir dessas definições, podem-se extrair os números reais α_k de um dado intervalo normalizado $(0,1]$ de um conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$ para formar os conjuntos de níveis- α \mathbf{A}_{α_k} . Esses níveis- α são subconjuntos bivalentes do suporte $S(\tilde{\mathbf{A}})$ na seguinte relação

$$\mathbf{A}_{\alpha_k} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{x}) \geq \alpha_k\} \quad (2.77)$$

Conforme descrito por Möller e Beer, 2004, para alguns conjuntos de níveis- α de um mesmo conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$, pode ser descrita a mais uma condição, referente a estar ou não estar contido em um dado nível- α , tal que

$$\mathbf{A}_{\alpha_k} \subseteq \mathbf{A}_{\alpha_i} \quad \forall \alpha_i, \alpha_k \in (0,1] \text{ para } \alpha_i \leq \alpha_k \quad (2.78)$$

Se um dado conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$ for convexo, então cada conjunto de níveis- α \mathbf{A}_{α_k} é um intervalo conectado $[x_{e,\alpha_k}, x_{d,\alpha_k}]$ que satisfaz as seguintes relações:

$$x_{e,\alpha_k} = \min \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{x}) \geq \alpha_k\} \quad (2.79)$$

$$x_{d,\alpha_k} = \max \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{x}) \geq \alpha_k\} \quad (2.80)$$

Uma vez familiarizado com as definições e os conceitos anteriormente descritos, pode-se desenvolver o método dos níveis de corte- α a partir da discretização de diferentes níveis- α em um dado conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$. Conforme Möller e Beer, 2004, esse método permite mapear um sistema sem a necessidade de propriedades mais específicas, como a informação prévia do gradiente da função, por exemplo. Além disso, o método dos níveis de corte- α trabalha com

intervalos exatos, e a solução certamente se encontra dentro dos limites daquele intervalo. A Figura 2.23 ilustra a discretização de i até k níveis- α , onde, para um nível- α igual a 1, tem-se o valor determinístico e, para um nível- α igual a 0, tem-se a maior dispersão.

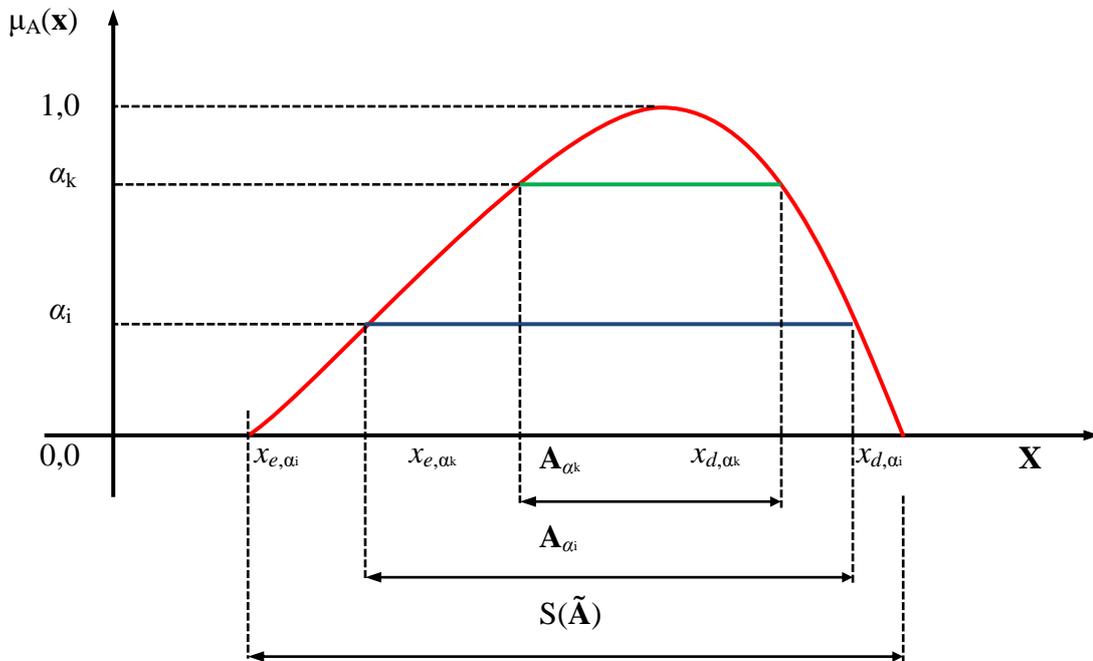


Figura 2.23 – Discretização de diferentes conjuntos \mathbf{A}_{α_k} de i até k níveis- α .

Fonte: adaptado de Möller e Beer, 2004.

Seja um conjunto *fuzzy* de variáveis de entrada discretizados em um mesmo número de níveis- α , α_k , de $k = 1, \dots, r$ níveis. Para cada variável *fuzzy* de entrada, tem-se que

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= \tilde{A}_i \quad \forall \alpha_k, \quad k = 1, \dots, r \\ A_{i,\alpha_k} &:= \tilde{x}_i \quad \forall A_{i,\alpha_k} \in \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \end{aligned} \quad (2.81)$$

onde $\underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k}$ representa o subespaço formado por todos os conjuntos de níveis- α A_{i,α_k} , e \tilde{x}_i é uma variável *fuzzy* de entrada.

A partir do mapeamento do sistema a ser analisado $\underline{z} = f(x_1, \dots, x_n)$, determinam-se os elementos dos conjuntos de níveis- α , B_{j,α_k} , das variáveis resultantes *fuzzy* tal que

$$\begin{aligned}\tilde{z}_j &= \tilde{B}_j \quad \forall \alpha_k, \quad j = 1, \dots, m \\ \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} &:= \underline{\mathbf{Z}}_{\alpha_k}\end{aligned}\tag{2.82}$$

com a finalidade mapear todos os elementos de $\underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k}$ com os correspondentes elementos do subespaço bivalente $\underline{\mathbf{Z}}_{\alpha_k}$. Encontram-se, então, o maior elemento $z_{j,\alpha_k r}$ e o menor elemento $z_{j,\alpha_k l}$ de um dado nível- α B_{j,α_k} para determinar dois pontos da função de pertinência tal que

$$\mu(z_j) = \mu_{B_j}(z_j)\tag{2.83}$$

Os elementos encontrados no subespaço bivalente $\underline{\mathbf{Z}}_{\alpha_k}$ substituem os operadores *min-max* do princípio da extensão. Dessa forma, segundo Möller e Beer, 2004, o mesmo nível- α α_k é considerado para todas as variáveis de entrada e de saída (resultantes) *fuzzy*.

O método dos níveis de corte- α , devidamente mapeado com seu respectivo sistema, pode ser utilizado em problemas de otimização da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\text{Encontre vetor } \mathbf{x}_{\text{opt}} &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \\ \text{para maximizar } z_j &= f_j(x_1, \dots, x_n) \\ \text{e para minimizar } z_j &= f_j(x_1, \dots, x_n) \\ \text{sujeito à } &\begin{cases} (x_1, \dots, x_n)_{\text{max}} \in \overline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \\ (x_1, \dots, x_n)_{\text{min}} \in \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \end{cases}\end{aligned}\tag{2.84}$$

onde os requerimentos $(x_1, \dots, x_n)_{\text{max}}$ e $(x_1, \dots, x_n)_{\text{min}}$ constituem as restrições do problema.

Evidentemente, este método tem a necessidade de maximizar e minimizar as funções a partir do mapeamento em diferentes níveis- α . Na maioria dos casos, isso significa avaliar duas vezes uma mesma função e verificar se as restrições são violadas tanto para a maximização, quanto para a minimização. Segundo Möller e Beer, 2004, para cada variável de saída *fuzzy* e cada nível- α , dois pontos ótimos devem ser calculados no subespaço bivalente. Quando todos os níveis- α são devidamente avaliados, as variáveis de saída *fuzzy* constituem os parâmetros

otimizados do problema na forma de intervalos do tipo $[z_{min}, z_{max}]$. O método propriamente dito não constitui um otimizador; i. e., uma série de equações e laços que procuram minimizar ou maximizar uma função. De fato, ele avalia os limites inferior e superior de uma variável de projeto utilizando um otimizador (por exemplo, SQP, GA, PSO, SOA e outros).

Este Capítulo apresentou, descreveu e reuniu uma revisão bibliográfica dos assuntos pertinentes durante a pesquisa que resultou nesta Tese. Modelos veiculares, perfis de pista, normas e conceitos a respeito de conforto e segurança veicular foram apresentados, discutidos e sumarizados; no decorrer do texto, algoritmos heurísticos, técnicas de otimização e a análise de intervalo foram descritos e organizados para estruturar a abordagem matemática que será adotada na continuidade da Tese.

3 OTIMIZAÇÃO DE PROJETO ROBUSTO MULTI OBJETIVO POR ANÁLISE DE INTERVALO NÃO PROBABILÍSTICA

A técnica de Otimização de Projeto Robusto Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística (*Non-probabilistic Interval Analysis for Multiobjective Robust Design Optimization*; ou seja, NPIA-MORDO) é uma proposta metodológica que utiliza o método dos cortes em níveis- α para esboçar as curvas de fronteira de Pareto entre os diferentes objetivos da função multiobjetivo. A partir dos parâmetros de entrada e suas respectivas incertezas e das variáveis de projeto e suas respectivas incertezas, pode-se determinar uma medida de centro (valor médio) e uma medida de dispersão (limite inferior e limite superior do intervalo) para cada objetivo a ser otimizado. Esta é uma contribuição original desta Tese de doutorado em metodologia para otimização robusta multiobjetivo com o uso da análise de intervalo, a qual não foi encontrada um paralelo na literatura pesquisada até então. A Figura 3.1, a seguir, esboça o fluxograma da sub-rotina referente à análise de intervalo tradicional propriamente dita:

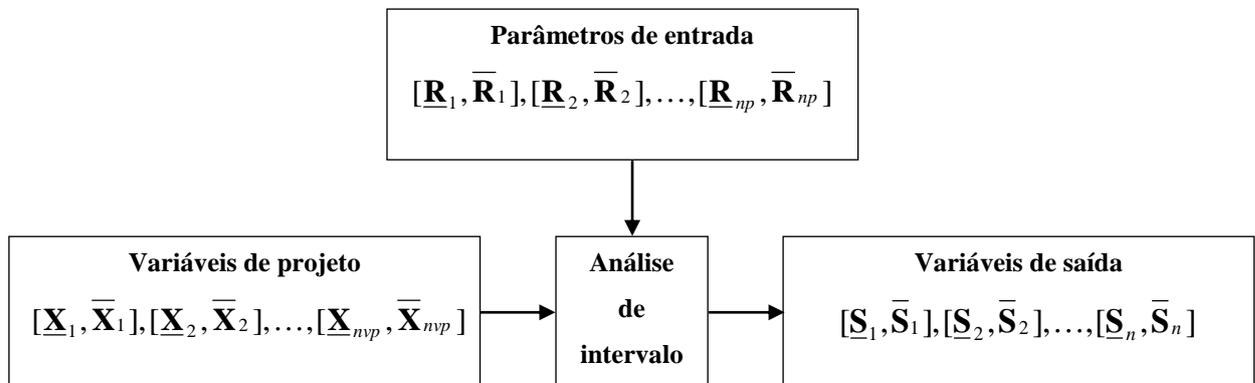


Figura 3.1 – Fluxograma da sub-rotina para análise de intervalo.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Nela, \mathbf{R}_n representa os parâmetros de entrada do sistema que não se otimiza (mas pode apresentar incertezas), e np é o número total de parâmetros de entrada; \mathbf{X}_n representa as variáveis de projeto que se otimiza (também pode apresentar incertezas), nvp é o número total de variáveis de projeto; e \mathbf{S}_n representa as variáveis de saída do sistema que representam os objetivos conflitantes e que serão utilizadas na função multiobjetivo na sub-rotina de otimização multiobjetivo. A Figura 3.2, a seguir, exhibe o fluxograma desta sub-rotina:

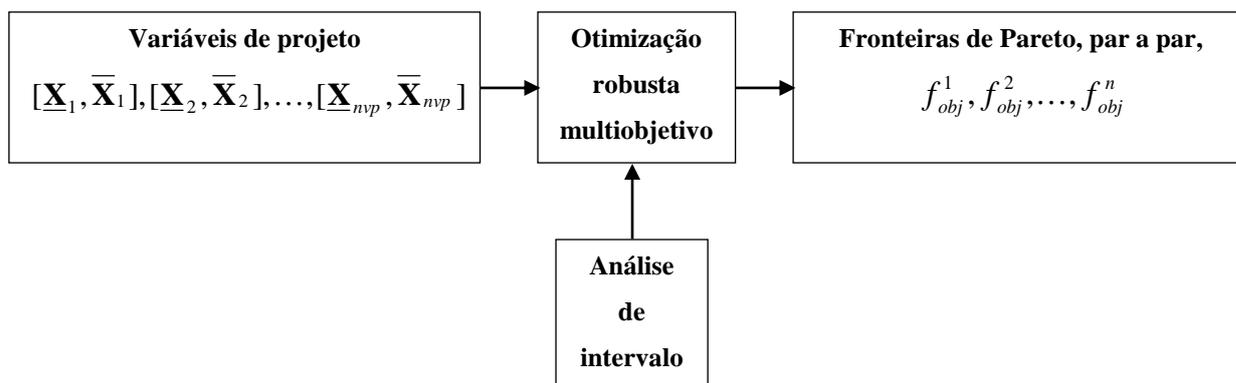


Figura 3.2 – Fluxograma da sub-rotina para otimização robusta multiobjetivo.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A parte robusta dessa otimização refere-se à minimização (ou maximização) de uma medida de centro (o valor médio da função) e também de uma medida de dispersão (no caso, o intervalo da função na forma de um valor de tolerância para mais e para menos) por meio da análise de intervalo, ao invés do desvio padrão. Essa proposta implica uma série de considerações sob o ponto de vista da abordagem do problema e também sob o tratamento do processo de otimização.

No que diz respeito à abordagem, o NPIA-MORDO¹ trabalha diretamente o problema inserindo as incertezas nos parâmetros de entrada e nas variáveis de projeto de tal forma a avaliá-lo como um problema único. Não se trata de uma simples propagação de incertezas em um problema que foi previamente otimizado, mas sim de uma otimização que utiliza a propagação de incertezas como informação de entrada. Tipicamente, os problemas são, primeiramente, otimizados e, a partir do vetor ótimo obtido, propagam-se as incertezas em parâmetros que não foram otimizados para verificar a robustez do resultado. Nessa situação mais tradicional, as pequenas perturbações que não foram consideradas inicialmente no problema podem acarretar grandes alterações na resposta obtida. O NPIA-MORDO propõe já abordar as incertezas como informação para alimentar as sub-rotinas de otimização.

¹ Para esclarecimento, o problema tratado pode ser resolvido basicamente como (i) uma otimização multiobjetivo tradicional, (ii) uma análise de intervalo ou (iii) uma otimização robusta multiobjetivo. Pode-se trabalhar, em um primeiro momento, com uma otimização multiobjetivo tradicional para, então, realizar uma análise de intervalo posterior, avaliando as incertezas como desenvolvido em Drehmer, Casas e Gomes, 2016; ou pode-se trabalhar simultaneamente os métodos para uma otimização robusta multiobjetivo, o que é proposto nessa tese.

No que diz respeito ao tratamento do processo de otimização, o NPIA-MORDO necessita avaliar a função multiobjetivo múltiplas vezes, calculando o limite inferior e superior do intervalo, assim como a medida de centro. O tempo de processamento, portanto, é susceptível à quantidade de objetivos da função multiobjetivo a ser avaliada. Quanto mais objetivos, mais cálculos são necessários. Os parâmetros de entrada e as variáveis de projeto não influenciam muito, porque são dados de entrada que alimentam as sub-rotinas e não são calculados múltiplas vezes.

O resultado final do NPIA-MORDO exhibe as curvas de Pareto, cruzando par a par, cada objetivo da função multiobjetivo (valor médio da função objetivo 1, tolerância da função objetivo 1, valor médio da função objetivo 2, tolerância da função objetivo 2, seus respectivos cruzamentos, assim sucessivamente até a n -ésima função objetivo). Define-se tolerância de uma variável X , $\text{tol}(X)$, como sendo

$$\text{tol}(X) = \frac{(\bar{X} - \underline{X})}{2} \quad (3.1)$$

onde \bar{X} é o limite superior do intervalo da variável X , e \underline{X} é o limite inferior do intervalo da variável X .

Escolhe-se, então, um ponto da fronteira de Pareto de interesse, determinando, assim, o vetor de solução ótima das variáveis de projeto que originou esse ponto na curva de Pareto. Essa escolha pode ser feita, por exemplo, por meio dos métodos ponderados, como a função multiobjetivo agregada [Messac e Mullur, 2007], a partir do critério de um especialista. É interessante dispor previamente das curvas de Pareto, conhecendo, dessa forma, todas as soluções ótimas disponíveis, para então partir para a tomada de decisões.

O critério do especialista pode definir uma função agregada que soma cada uma das funções multiobjetivo de uma maneira ponderada e normalizada, transformando-as em um único valor que permite, finalmente, determinar qual ponto da curva de Pareto é utilizado no projeto. Essa função é definida como

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i \frac{f(\mathbf{x})_i}{\text{norm}(f(\mathbf{x})_i)} \quad (3.2)$$

onde nf é número de funções objetivo, w_i é o peso ponderado do i -ésimo objetivo, $f(\mathbf{x})_i$ é a i -ésima função objetivo, e $\text{norm}(f(\mathbf{x})_i)$ é uma função utilizada para normalizar. Essa norma pode ser a norma euclidiana, o valor mínimo ou o valor máximo dentre aqueles disponíveis na curva de Pareto, entre outros valores de normalização.

A última etapa para tomar a decisão do projeto final consiste em ranquear os valores avaliados por essa função agregada J . Isso depende também dos valores de ponderação, w_i , e de como o especialista vislumbra o problema abordado; i. e., o ordenamento dos valores pode ser diferente, e a prioridade de escolha nas soluções pode ser diferente.

3.1 Exemplo do NPIA-MORDO no modelo de 2-GDL

Com o intuito de esclarecer o método aqui proposto, um modelo de 2-GDL pode ser estudado para representar, simplificadamente, a dinâmica vertical de um quarto de veículo. Esse exemplo adota o mesmo modelo de veículo com suspensão passiva do trabalho proposto por Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, levando em consideração os mesmos dados de entrada para a validação. Esse modelo de 2-GDL permite uma aproximação analítica razoável tal que as características essenciais para determinar o desconforto e aderência à pista sejam captadas em dinâmica vertical. A Figura 3.3 ilustra esse modelo de 2-GDL:

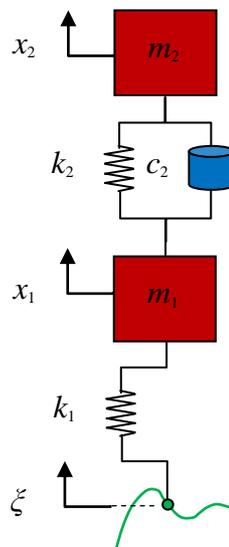


Figura 3.3 – Modelo de um quarto de veículo.

Fonte: adaptado de Gobbi, Levi e Mastinu, 2006.

A massa m_1 representa aproximadamente a massa da roda mais parte da massa da suspensão, dada em kg, e a massa m_2 representa $\frac{1}{4}$ da massa da carroceria do veículo, dada em kg. A rigidez k_1 representa a rigidez do pneu, e a rigidez k_2 representa a rigidez da suspensão, ambas em N/m; por fim, o amortecimento da suspensão é dado por c_2 , em N s/m. A excitação do perfil da pista é dada por ζ , em metros.

Equaciona-se, então, tal que

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) - k_1(x_1 - \zeta) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde x_1 é o deslocamento da suspensão, e x_2 é o deslocamento da massa suspensa, ambos em metros; \dot{x}_1 é a velocidade da suspensão, e \dot{x}_2 é a velocidade da massa suspensa, ambos em m/s; e, finalmente, \ddot{x}_1 é a aceleração da suspensão, e \ddot{x}_2 é a aceleração da massa suspensa, em m/s².

A título de simplificação da análise, a seguinte densidade espectral, $S_\zeta(\omega)$, em m²/s⁻¹, é utilizada

$$S_\zeta(\omega) = \frac{A_b v}{\omega^2} \quad (3.4)$$

onde A_b é a rugosidade da pista, dada em metros, v é velocidade do veículo, em m/s, e ω é a frequência, em radiano/s. Conforme Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, essa densidade espectral é simples, mas permite obter uma solução analítica.

A partir das equações (3.3) e (3.4), pode-se relacionar as variáveis e os parâmetros do sistema e determinar razões adimensionais, conforme a Equação (3.5). Segundo Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, os índices de desempenho podem ser determinados em função dessas razões adimensionais, em que q é a razão de massas, K_x é a razão de rigidez e R_x é a razão de amortecimento. Essa técnica, baseada nas razões adimensionais do sistema, é resultante da solução analítica fechada do problema de um modelo de 2-GDL. Em problemas de múltiplos graus de liberdade, essas razões adimensionais podem ser mais complexas de se formular.

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{m_1}{m_2} \\
 K_x &= k_2 \frac{(1+q)^2}{k_1 q} \\
 R_x &= c_2 \sqrt{\frac{(1+q)^3}{k_1 m_2 q}}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

A partir dessas razões adimensionais, podem-se determinar os índices de desempenho, baseados nos seus desvios padrão, tal que

$$\sigma(x_2 - x_1) = \sqrt{\frac{1}{2A_b v}} f_1 \tag{3.6}$$

$$\sigma(\ddot{x}_2) = \sqrt{\frac{1}{2A_b v}} f_2 \tag{3.7}$$

$$\sigma(F_1) = \sqrt{\frac{1}{2A_b v}} f_3 \tag{3.8}$$

onde $\sigma(x_2 - x_1)$ é o desvio padrão do deslocamento relativo entre a massa m_2 e a massa m_1 , em metros, $\sigma(\ddot{x}_2)$ é o desvio padrão da aceleração da massa suspensa, em m/s^2 , e $\sigma(F_1)$ é o desvio padrão da força na pista.

Percebe-se claramente que os índices de desempenho descritos pelas equações (3.6) a (3.8) dependem dos parâmetros adimensionais f_i . Esses parâmetros são obtidos pelas equações (3.9) a (3.11), a seguir. Deve-se atentar que as equações (3.9) a (3.11) resultam no quadrado dos valores de f_i , mas os índices de desempenho utilizam os valores de f_i apenas.

$$f_1^2 = \frac{1}{R_x} \sqrt{\frac{m_2(1+q)^5}{k_1 q}} \tag{3.9}$$

$$f_2^2 = \left(\frac{K_x^2}{R_x} + \frac{R_x}{q} \right) \sqrt{\frac{k_1^3 q^3}{m_2^3 (1+q)^3}} \tag{3.10}$$

$$f_3^2 = \left(\frac{(K_x - 1)^2}{R_x} + \frac{1}{q} \left(R_x + \frac{1}{R_x} \right) \right) \sqrt{k_1^3 m_2 q^3 (1 + q)} \quad (3.11)$$

Dadas as devidas explicações relativas ao trabalho de Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, nesse exemplo de aplicação do NPIA-MORDO, o objetivo é otimizar os valores de rigidez e amortecimento do modelo de um quarto de veículo, conforme a Figura 3.2, formulando uma função multiobjetivo com os critérios de conforto (avaliado pela aceleração RMS da massa suspensa) e segurança (avaliado pela aderência à pista, força aplicada pelo sistema no contato pontual do pneu com a pista). Percebe-se claramente que, para este caso em particular, os dois objetivos são conflitantes, pois, quanto menor aceleração na massa suspensa, maior é a força aplicada pelo sistema na pista e vice-versa. A análise é realizada no domínio do tempo, com tempo de 5,0 segundos (suficiente para que as condições iniciais não interfiram nos valores RMS calculados) e intervalo de tempo de 0,001 segundos.

A formulação do problema para a Otimização de Projeto Robusto Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística pode ser definida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Encontre vetor } \mathbf{x}_{\text{opt}} = [k_2 \quad c_2]^T \\ &\text{para minimizar } \mathbf{J} = [\text{rms}(\ddot{x}_2) \quad \text{rms}(F_1) \quad \text{tol}(\ddot{x}_2) \quad \text{tol}(F_1)]^T \\ &\text{sujeito a restrições} \\ &\text{determinísticas } \begin{cases} 0 \text{ N/m} \leq k_2 \leq 80000 \text{ N/m} \\ 0 \text{ N s/m} \leq c_2 \leq 5000 \text{ N s/m} \end{cases} \\ &\text{aleatórias } \begin{cases} \text{tol}(k_2) = 0,03 k_{2,ref} \\ \text{tol}(c_2) = 0,1 c_{2,ref} \\ \text{tol}(k_1) = 0,1 k_{1,ref} \\ \text{tol}(m_2) = 0,1 m_{2,ref} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $k_{2,ref}$ é a rigidez de referência da suspensão, 25 000 N/m, $c_{2,ref}$ é o amortecimento de referência da suspensão, 1000 N s/m, $k_{1,ref}$ é a rigidez de referência do pneu, 120 000 N/m, e $m_{2,ref}$ é a massa suspensa de referência, no valor de 229 kg. Nesse problema, apenas a massa da suspensão, m_1 , é um parâmetro fixo, sem efeitos de incertezas. Por simplicidade, o perfil de pista é o mesmo usado por Gobbi, Levi e Mastinu, 2006, com os seguintes parâmetros: A_b é a rugosidade da pista, igual a $6,9 \times 10^{-6}$ m, v é a velocidade do veículo, igual a 20 m/s, e ω é a

frequência angular, assumindo um intervalo para a geração do perfil de pista entre 1,382 rad/s e 355,628 rad/s.

No que se diz respeito à função multiobjetivo formulada, percebe-se ela se desdobra em quatro objetivos: i) minimizar a medida central (centro do intervalo) do valor RMS da aceleração da massa suspensa; ii) minimizar a medida de dispersão (tolerância) do valor RMS da aceleração da massa suspensa (solução robusta); iii) minimizar a medida central (centro do intervalo) do valor RMS da força aplicada na pista; e, por fim, iv) minimizar a medida de dispersão (tolerância) do valor RMS da força aplicada na pista (solução robusta). Apenas dois critérios foram escolhidos (conforto e segurança); porém, para realizar a otimização robusta, as medidas de dispersão também devem ser minimizadas e, por isso, esses dois critérios se desdobram de tal forma a gerar quatro funções distintas.

Os quatro objetivos resultam em fronteiras de Pareto, exibidas par a par, relacionando cada objetivo nos eixos dos gráficos gerados. As variáveis de projeto (k_2 e c_2) têm restrições determinísticas (restrições laterais), e elas próprias também são variáveis com incertezas, cuja tolerância é fixa para toda a faixa das restrições laterais; ou seja, a tolerância delas é função de um valor de referência.

Os seguintes parâmetros e variáveis de projeto são utilizados conforme a Tabela 3.1:

Tabela 3.1 – Parâmetros e variáveis de projeto do exemplo.

Parâmetros e Variáveis de Projeto	Valor mínimo	Valor de referência	Valor máximo	Unidade
Rigidez da suspensão, k_2	0	25 000	80 000	N/m
Rigidez do pneu, k_1		120 000		N/m
Amortecimento da suspensão, c_2	0	1 000	5 000	N s/m
Massa suspensa, m_2		229		kg
Massa da suspensão, m_1		31		kg
Tolerância do Algoritmo Genético, tol_{GA}		10^{-3}		
Tamanho da população, ps		30		
Fração de Pareto, pf		0,8		
Geração limite de assentamento, sgl		15		
Fração de <i>Crossover</i> , cof		0,9		

Fonte: adaptado de Gobbí, Levi e Mastinu, 2006.

onde tol_{GA} é a tolerância utilizada no GA, ps é o tamanho da população inicial, pf é a fração útil de indivíduos na fronteira de Pareto, sgl é a geração limite de assentamento para cada função objetivo, e cof é a fração submetida ao processo de recombinação (*crossover*). Então, o

algoritmo gera uma população de 30 indivíduos (cada um representando uma combinação de valores de variáveis de projeto ou, simplesmente, uma proposta de projeto) e, desses, apenas 24 formaram a fronteira de Pareto, pois a fração representativa foi de 0,8. Estas opções foram escolhidas frente a alguns testes prévios e também baseados na literatura [Konak, Coit e Smith, 2006].

3.2 Resultados do NPIA-MORDO no modelo de 2-GDL

Os resultados obtidos do NPIA-MORDO em um modelo de 2-GDL são exibidos na forma de diferentes gráficos que relacionam os objetivos, ranqueados ou não, conforme uma função agregada. A fim de tomar uma decisão a respeito de qual ponto da fronteira de Pareto é o mais indicado para o projeto definitivo, um especialista na área pode propor uma função ponderada que agrega os objetivos. Essa função soma ponderadamente cada uma das funções multiobjetivo, transformando-as em um valor escalar, no qual ele poderá dar mais (ou menos) importância a cada um dos indivíduos da fronteira. Estes valores são então calculados como:

$$f_i = w_1 \frac{\text{rms}(\ddot{x}_2)}{\max(\text{rms}(\ddot{x}_2))} + w_2 \frac{\text{rms}(F_1)}{\max(\text{rms}(F_1))} + w_3 \frac{\text{tol}(\ddot{x}_2)}{\max(\text{tol}(\ddot{x}_2))} + w_4 \frac{\text{tol}(F_1)}{\max(\text{tol}(F_1))} \quad (3.13)$$

onde max é função do valor máximo (utilizada para normalizar), tol é a função de tolerância, e rms é a função *root mean square* daquele objetivo. A Equação (3.13) segue os moldes das equações (2.59) e (2.60), e os valores ponderados w_i , definidos por um especialista, são os mesmos (igual importância, apenas a título desse exemplo).

A função agregada possibilita ranquear e ordenar os valores de projeto avaliados pelos objetivos conflitantes e, então, escolhidos para o projeto final. Isso depende majoritariamente da importância dada pelo especialista para cada um dos objetivos (ou critérios) que compõem a função multiobjetivo; logo, um ordenamento diferente (ou seja, uma prioridade diferente nas soluções de projeto) pode ser determinado. Mesmo assim, o conjunto de pontos que formam a fronteira de Pareto representa todos os ótimos que atendem o projeto robusto multiobjetivo.

As figuras 3.4, 3.5 e 3.6 exibem a fronteira de Pareto para os dois objetivos, os valores RMS da aceleração vertical da massa suspensa (objetivo 1) e os valores RMS da força dos pneus aplicada na pista (objetivo 2), os quais se encontram em uma faixa próxima àquela

obtida por Gobbi, Levi e Mastinu, 2006. Elas também ilustram os resultados da fronteira de Pareto três otimizadores diferentes: SQP, PSO e SOA.

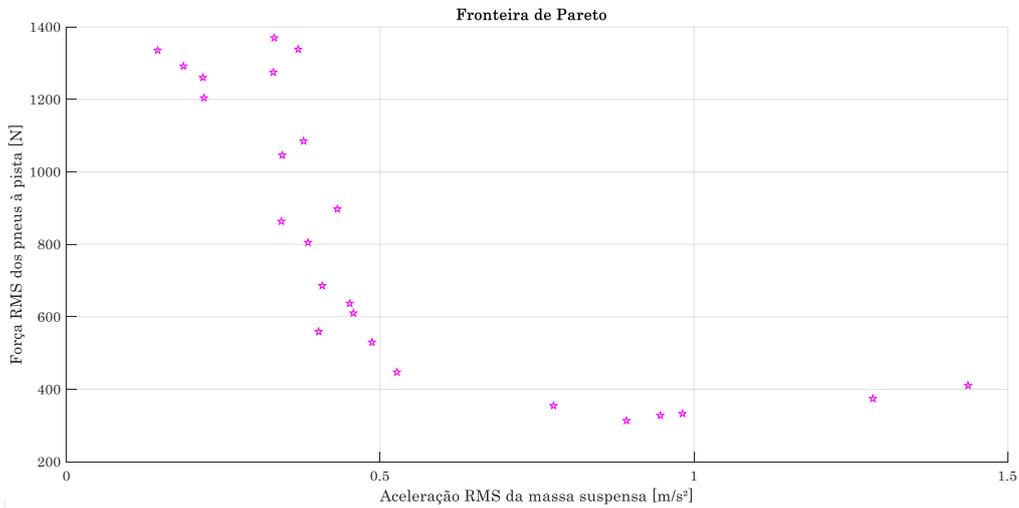


Figura 3.4 – Fronteira de Pareto por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

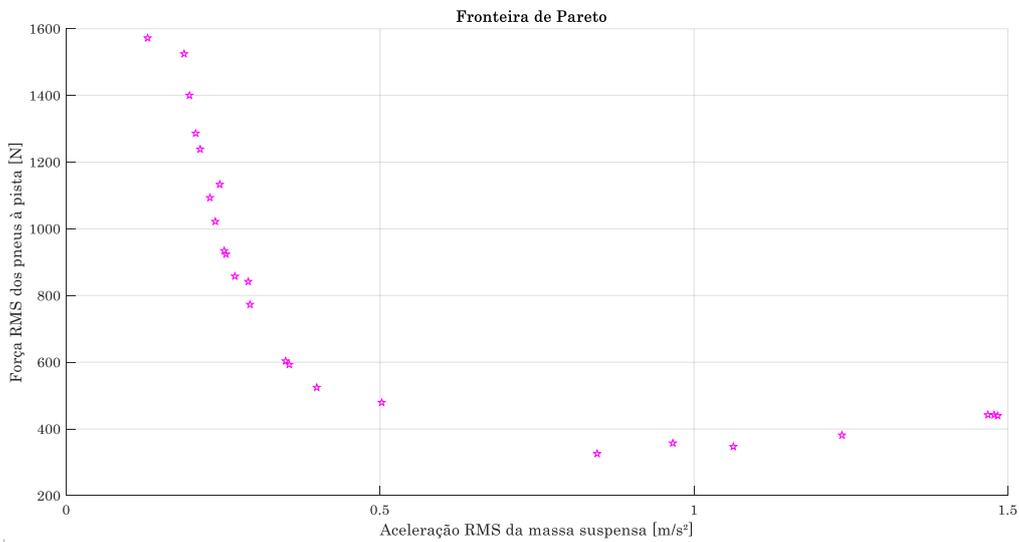


Figura 3.5 – Fronteira de Pareto por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

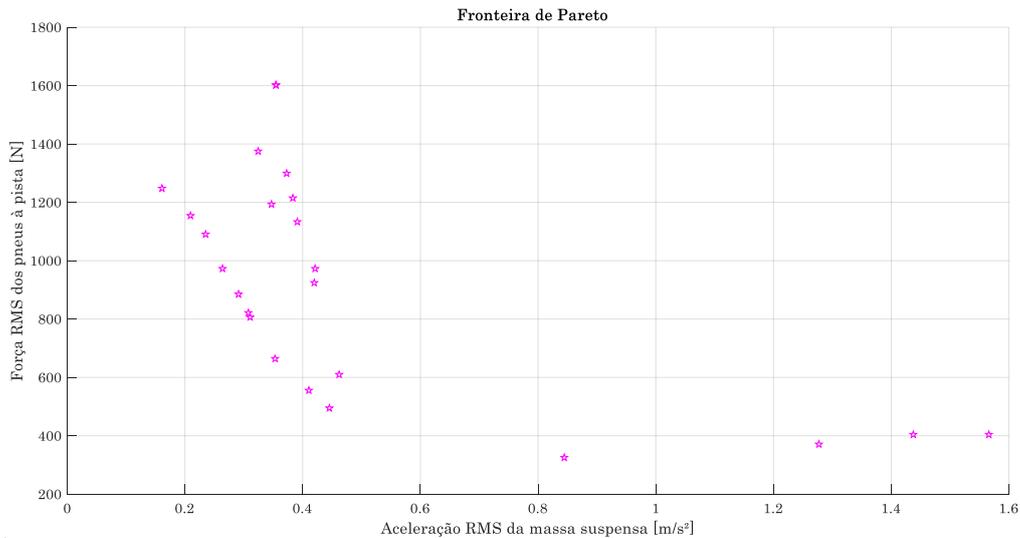


Figura 3.6 – Fronteira de Pareto por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Em se tratando do otimizador utilizado, o PSO apresentou uma fronteira mais definida e com menos indivíduos na região dominada. O SQP e o SOA apresentaram indivíduos que se encontram na região dominada e, portanto, devem ser descartados na tomada de decisões, pois outros indivíduos que estão na geração final do GA possuem resultados melhores e dominam os demais em termos da relação custo-benefício. O SOA necessita de mais pontos de procura (similares às partículas do PSO) para convergir em uma solução melhor, e o SQP necessita de mais iterações.

Nas figuras 3.4, 3.5 e 3.6 apresentadas anteriormente, os indivíduos da fronteira de Pareto estão espalhados, não ordenados; por isso, os gráficos obtidos pelo algoritmo genético, independentemente do otimizador utilizado, precisa de um tratamento de pós-processamento para uma visualização ordenada dos resultados. Afinal, dentre todos os indivíduos (conjuntos de solução) nessa fronteira, qual deles deve ser tomado como projeto definitivo?

Para auxiliar a tomada de decisões entre os possíveis candidatos a solução, as figuras 3.7, 3.8 e 3.9 expõem os outros objetivos da função multiobjetivo, relacionando-os par a par. A visualização par a par é considerada uma das mais rápidas e robustas, conforme os estudos realizados por Nariman-Zadeh et al., 2010, e Tušar e Filipič, 2015.

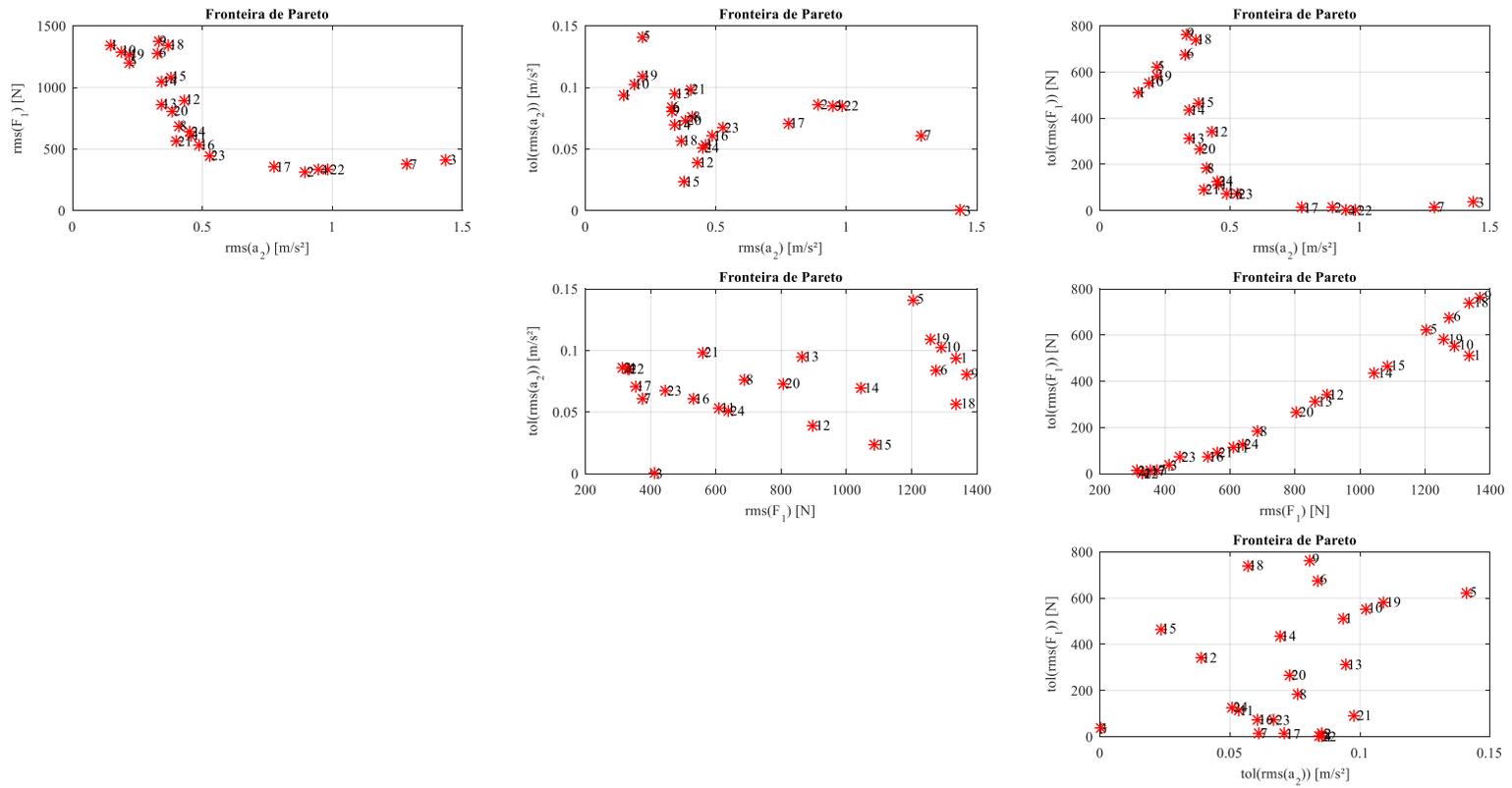


Figura 3.7 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

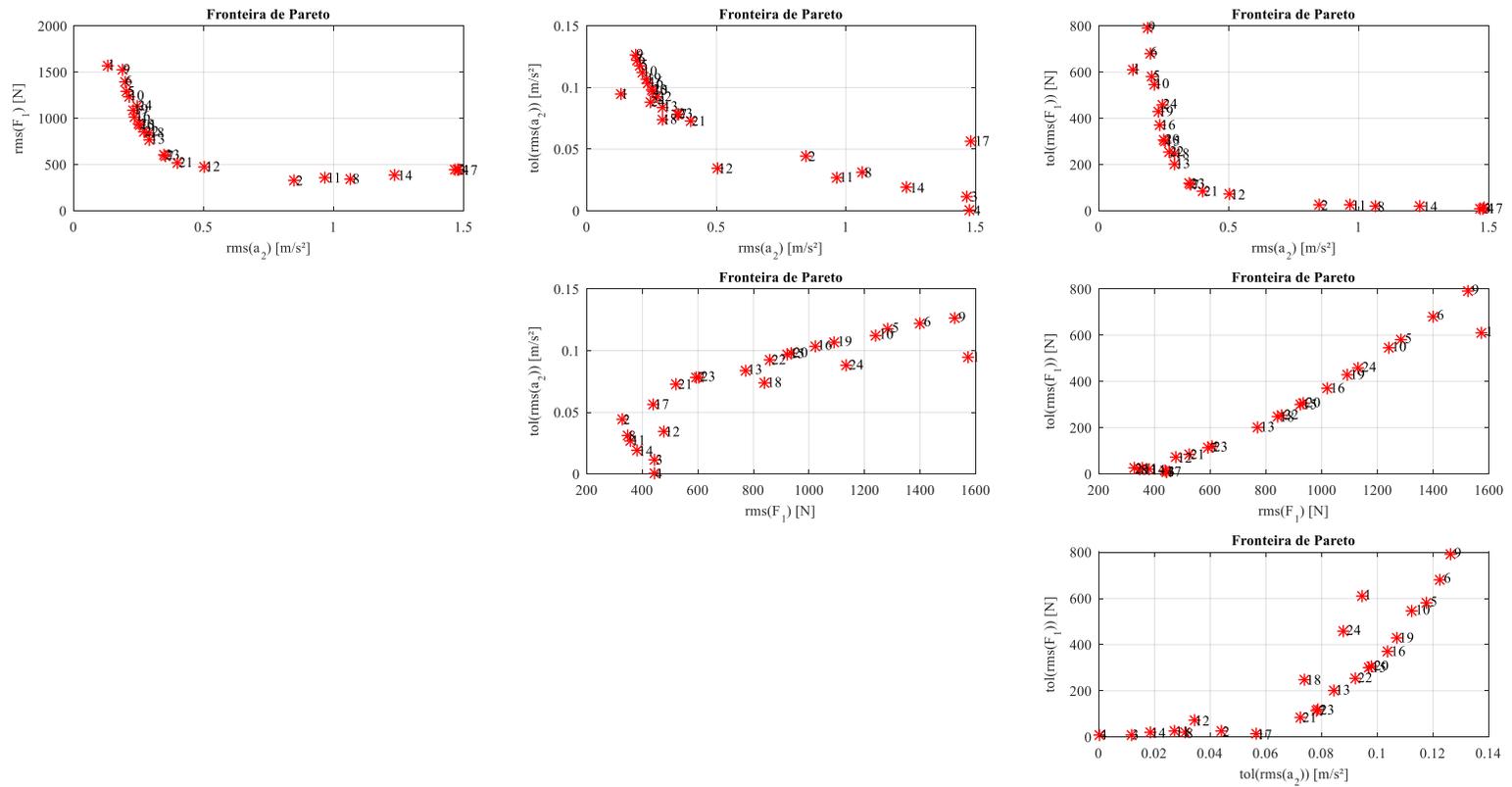


Figura 3.8 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

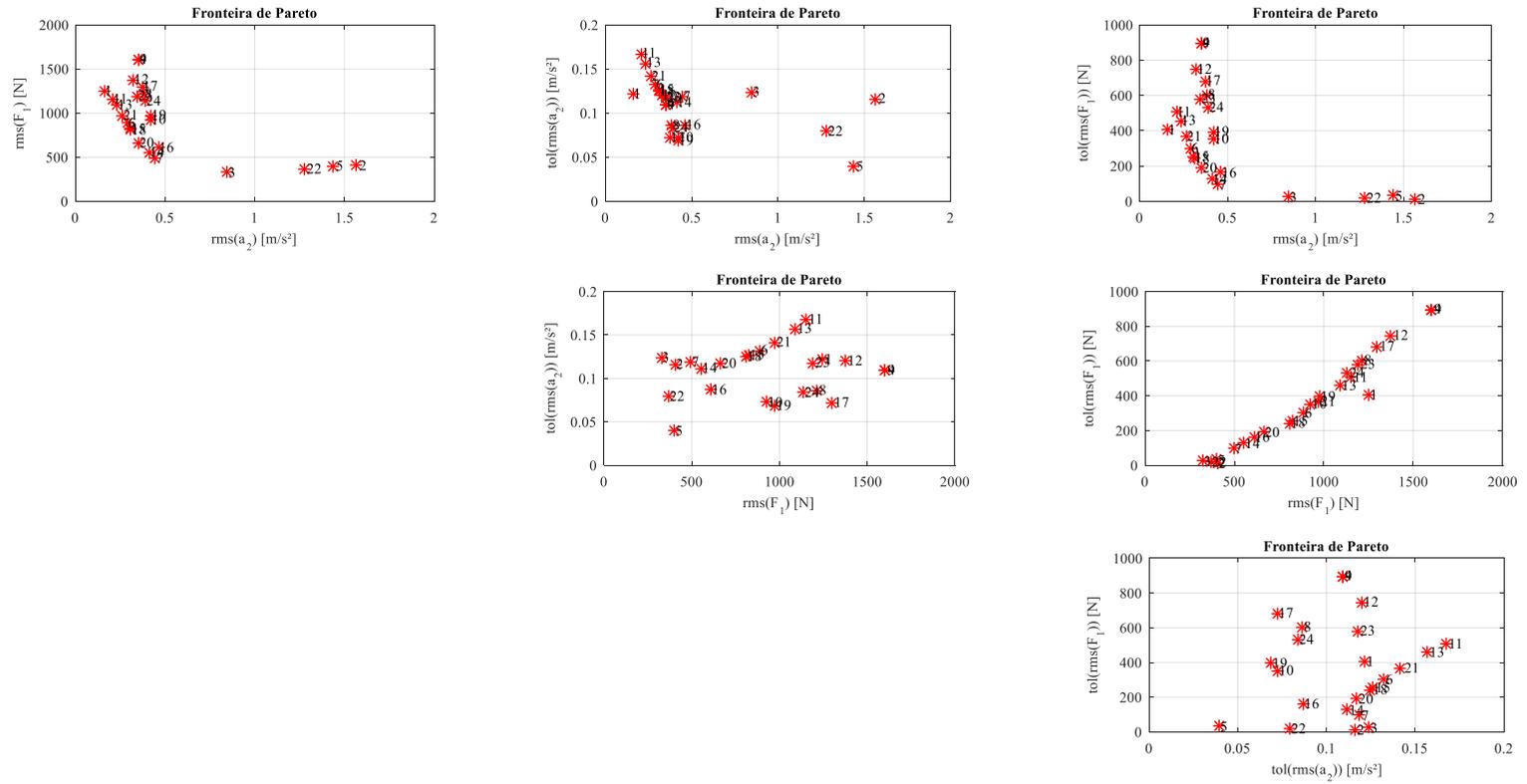


Figura 3.9 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

As figuras da série 3.7, 3.8 e 3.9 permitem construir fronteiras derivadas a partir da fronteira de Pareto inicial. Determinadas combinações de objetivos que compõem a função agregada são, de fato, inconclusivas, como, por exemplo, as que relacionam as tolerâncias da aceleração da massa suspensa e da força aplicada à pista. Para os otimizadores SQP e SOA, as fronteiras geradas por esses objetivos foram esparsas e altamente dominadas umas às outras, o que indicou a necessidade de inserir mais pontos de procura (SOA) e mais iterações (SQP). O PSO, por outro lado, apresentou as melhores fronteiras, com regiões de baixa dominância. Em qualquer otimizador utilizado, percebe-se que, à medida que o valor RMS da força dos pneus diminui, há uma tendência também em diminuir a sua tolerância.

A partir do ranqueamento dos indivíduos que compõem as fronteiras de Pareto, pode-se observar e identificar onde se localiza aquele indivíduo em específico. Isso significa que o indivíduo número 2, por exemplo, quando ranqueado pela função agregada, pode se localizar em outro ponto da fronteira de Pareto. A forma que a fronteira (ranqueada ou não) se ajusta, deve ser a mesma. Isso significa que os pontos que formam a fronteira de Pareto se localizam exatamente iguais; porém, após ordenar, ranquear e normalizar segundo uma função agregada de projeto, a identificação de cada ponto muda. Essa alteração depende dos pesos ponderados da função agregada e, se esses pesos forem diferentes na visão de outro especialista ou, ainda, de outro projeto, a ordem dos indivíduos da fronteira pode ser diferente. No caso avaliado, os pesos da função agregada foram iguais.

Por exemplo, a título de ilustração desse esquema de visualização dos resultados, na Figura 3.7, o indivíduo número 7 ocupou a posição do indivíduo número 12, quando ordenado, conforme observado na Figura 3.10. Situação similar ocorre no indivíduo número 3, que ocupou a posição do indivíduo número 6, quando ordenado, conforme a Figura 3.10. O ordenamento é dado a partir da função multiobjetivo agregada e, portanto, para fins de tomada de decisão, os resultados das figuras 3.10, 3.11 e 3.12 determinam a escolha de projeto.

A visualização ordenada e ranqueada permite marcar um dos indivíduos e identificá-lo noutra fronteira de Pareto gerada, além de localizá-lo nos gráficos de barras das figuras 3.13 a 3.24. Isso é interessante para identificar os indivíduos que, na fronteira de Pareto compõem uma região não dominada (uma solução aceitável), mas que, no ponto de vista das variáveis de projeto, se encontram nos limites dessas variáveis ou muito próximos a eles. Sendo assim, esses indivíduos não formariam a solução mais robusta.

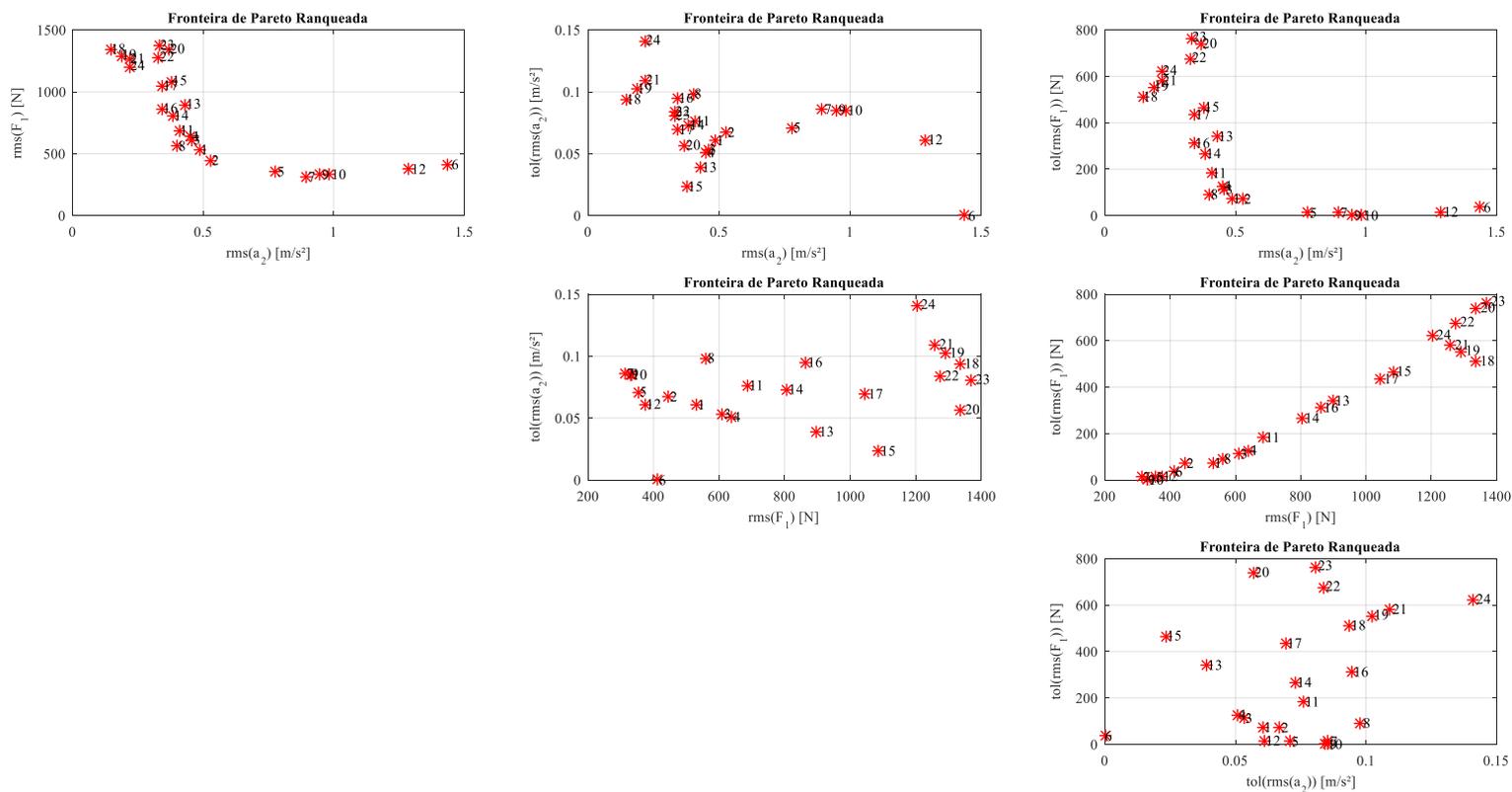


Figura 3.10 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

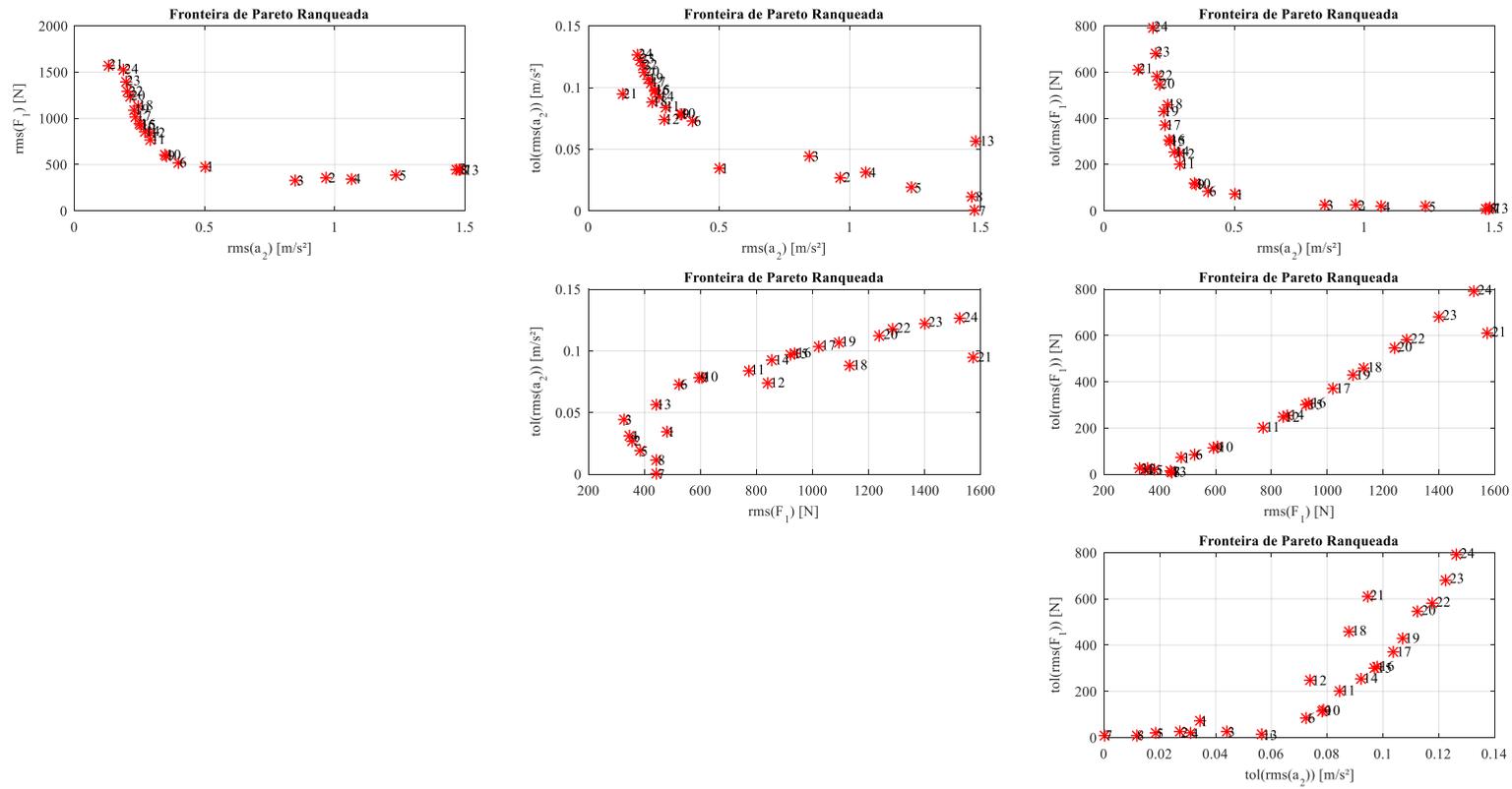


Figura 3.11 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

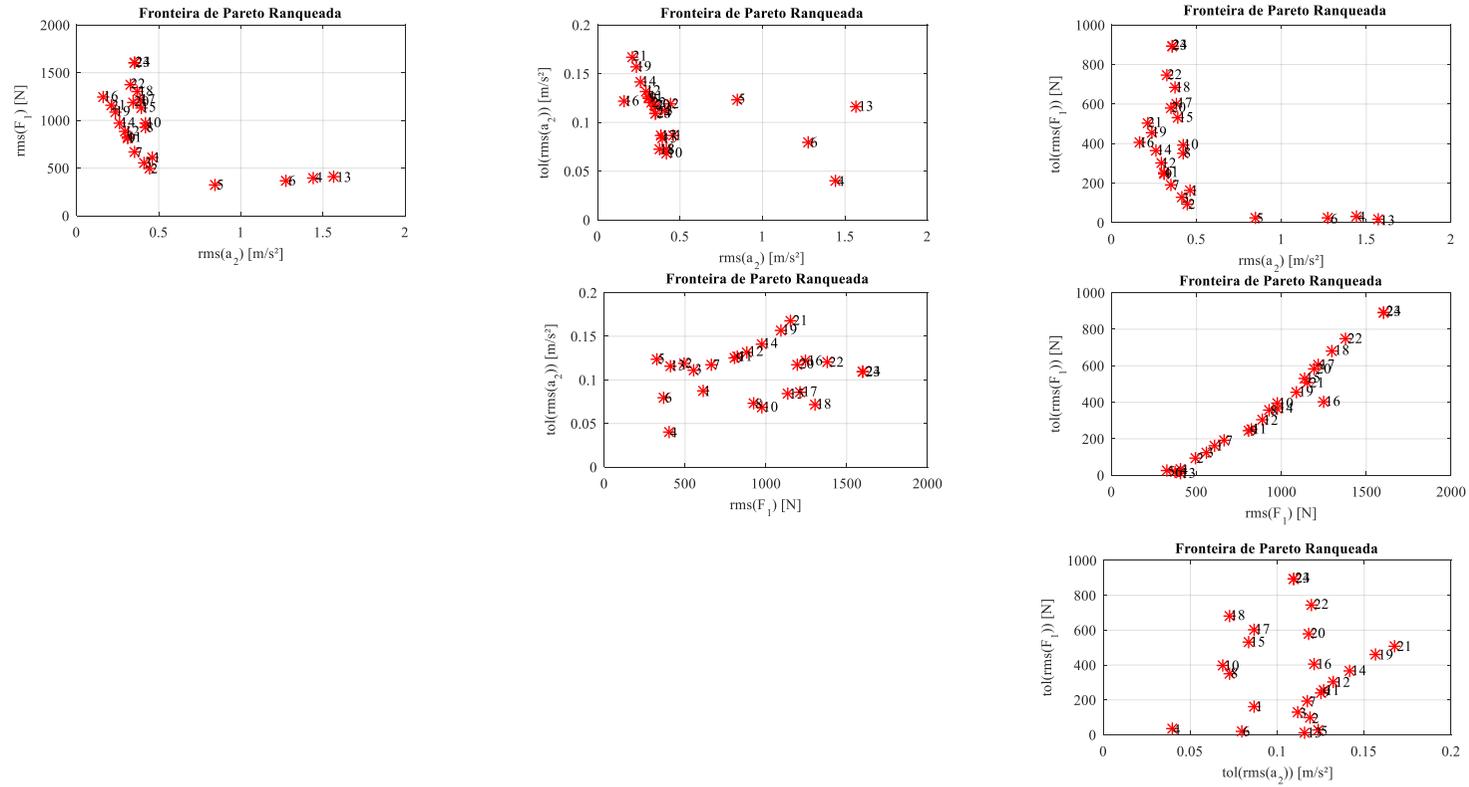


Figura 3.12 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Em seguida, os valores de cada objetivo podem ser resgatados no pós-processamento, não ranqueados. As figuras 3.13, 3.14 e 3.15 exibem esses resultados para os valores RMS da aceleração na massa suspensa e das forças dos pneus transmitidas à pista, assim como os seus respectivos valores de tolerância.

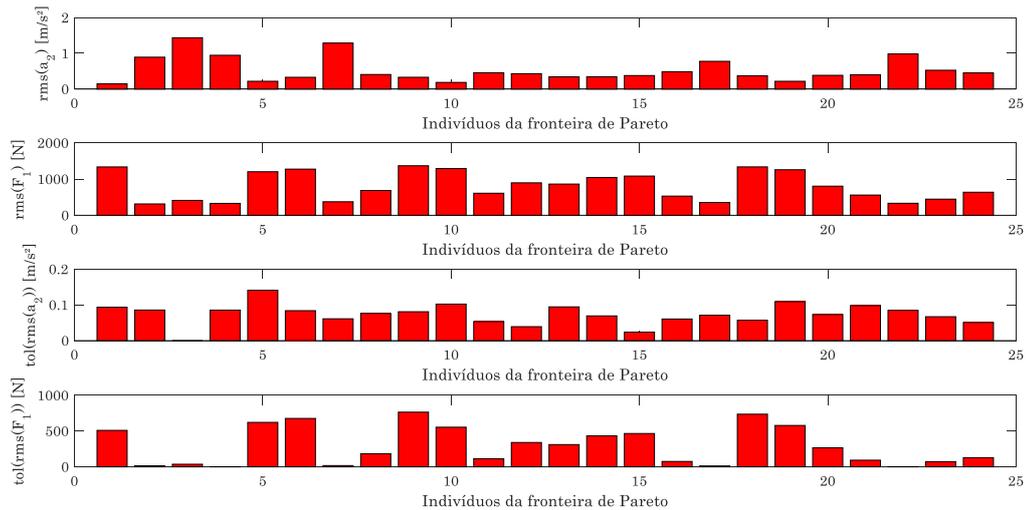


Figura 3.13 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

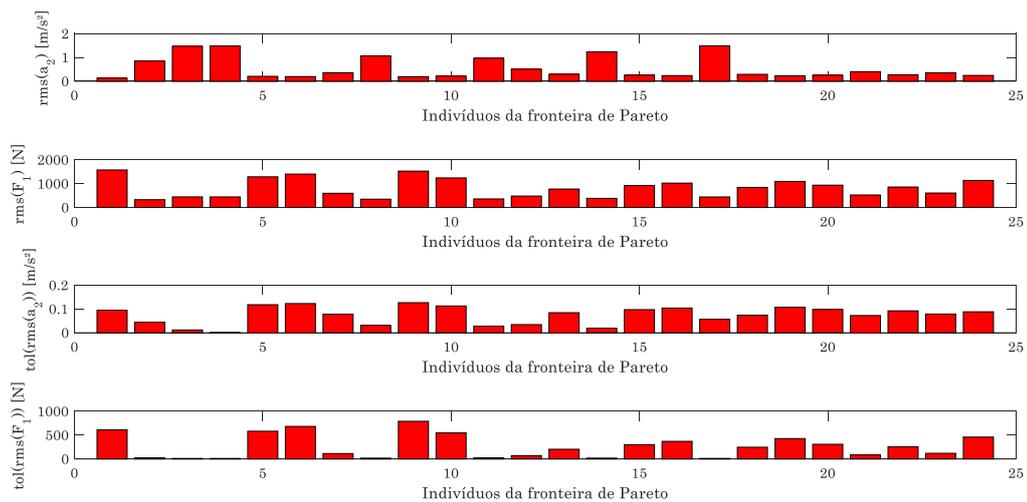


Figura 3.14 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

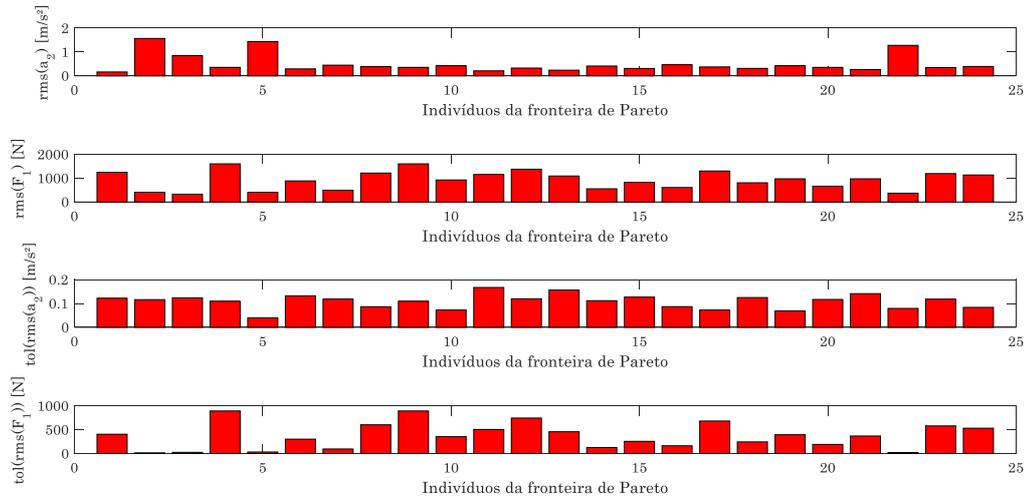


Figura 3.15 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Os valores dessas funções obtidos pelo SQP e pelo SOA não foram melhores do que os obtidos pelo PSO. Em termos dos valores RMS de cada indivíduo para as forças aplicadas na pista e para a tolerância da aceleração na massa suspensa, o SQP e o SOA apresentaram respostas maiores do que as do PSO; isto é, o algoritmo do PSO minimizou esses objetivos e encontrou indivíduos (conjuntos de solução) melhores que os demais. Por exemplo, na Figura 3.14, ficou evidente que o PSO minimizou e encontrou soluções melhores.

As figuras 3.16, 3.17 e 3.18 ordenam, de forma crescente, os 24 indivíduos do NSGA-II que formam a fronteira de Pareto representativa e pondera conforme a função agregada. Tal visualização facilita a compreensão e a localização de qual indivíduo minimizou, de fato, essa função agregada (Equação 3.13). O primeiro indivíduo de cada figura da série 3.8 é justamente o que apresenta o menor valor da função agregada ($f_{SQP} = 1,253$; $f_{PSO} = 1,003$; e $f_{SOA} = 1,376$) e, portanto, a melhor escolha. Ressalta-se que ele não é, necessariamente, o primeiro indivíduo das figuras 3.13, 3.14 e 3.15. Os valores da função agregada aqui exemplificados referem-se a um peso equivalente de ponderação; ou seja, todos os objetivos possuem o mesmo peso.

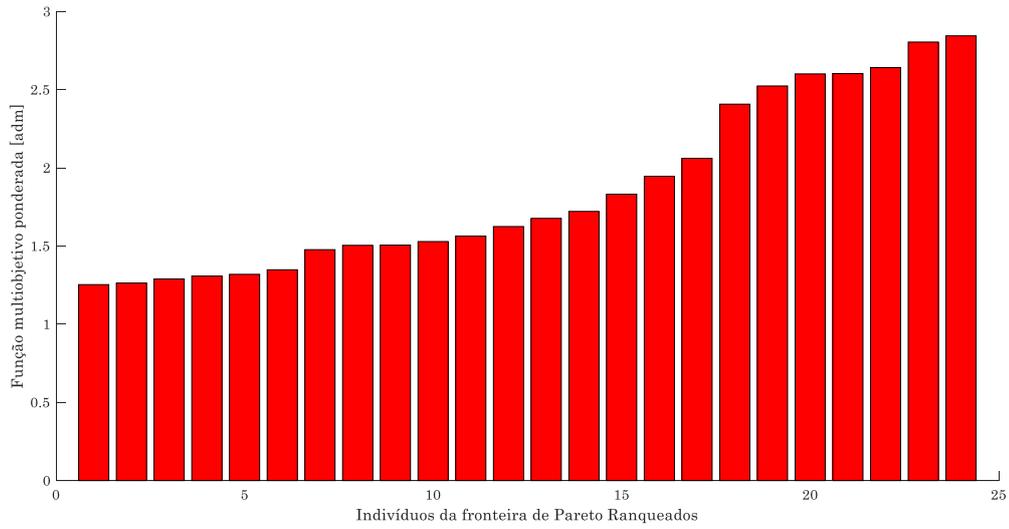


Figura 3.16 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

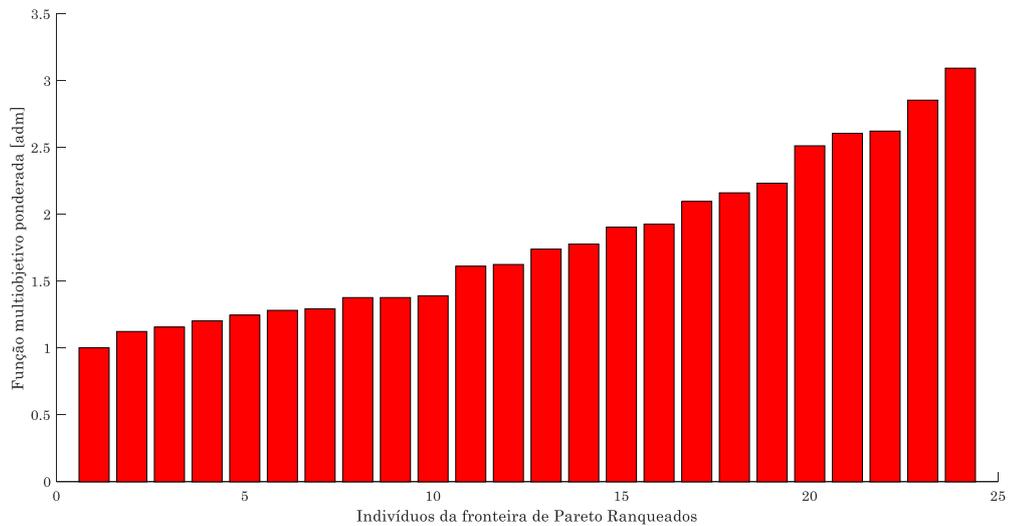


Figura 3.17 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

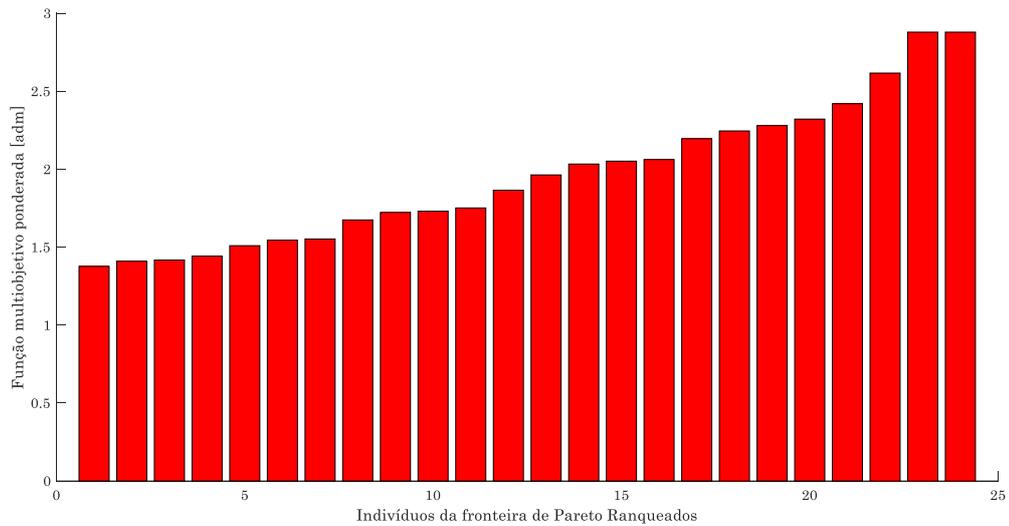


Figura 3.18 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Da mesma maneira que aconteceu com os valores de cada objetivo nas figuras da série 3.7, os valores das variáveis de projeto k_2 e c_2 podem ser resgatados no pós-processamento, não ranqueados. Esses valores são ilustrados nas figuras 3.19, 3.20 e 3.21:

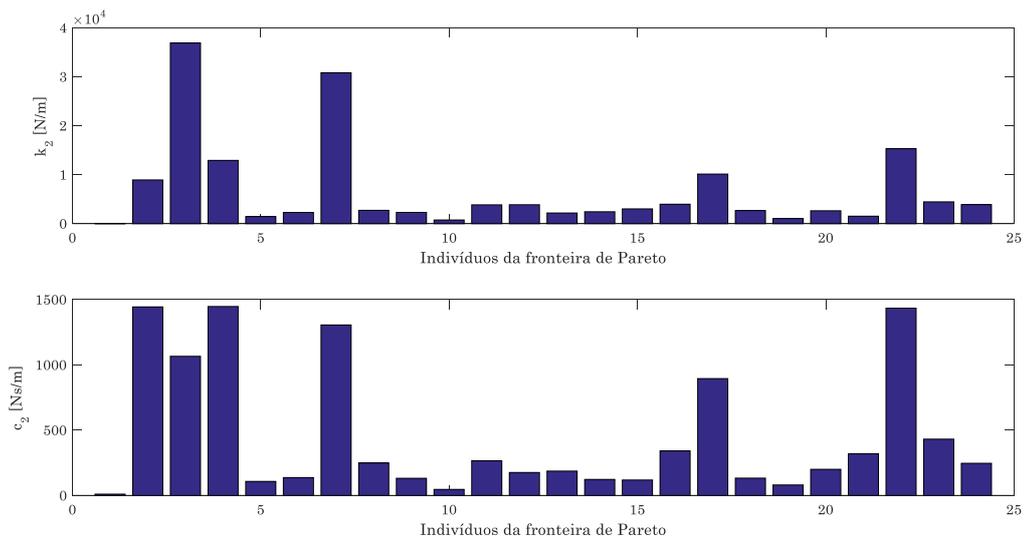


Figura 3.19 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

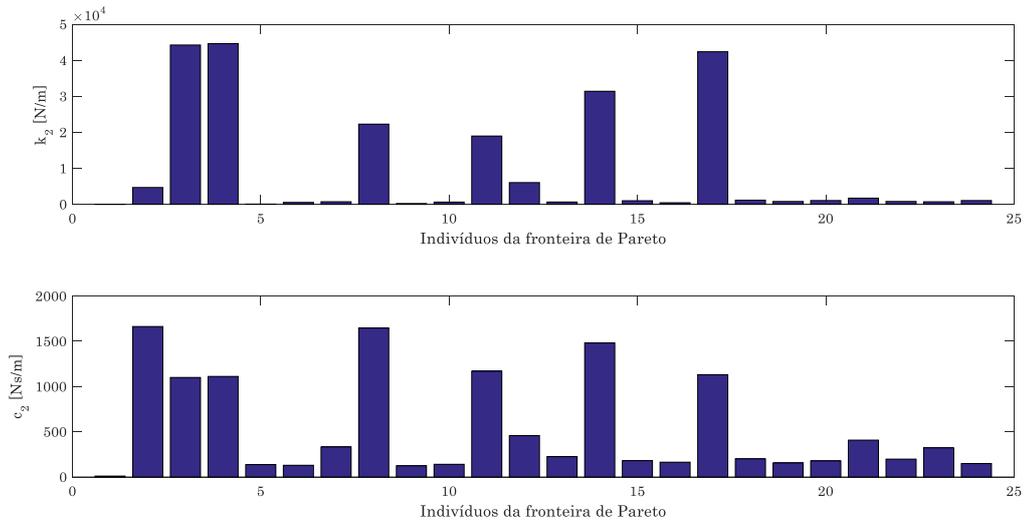


Figura 3.20 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

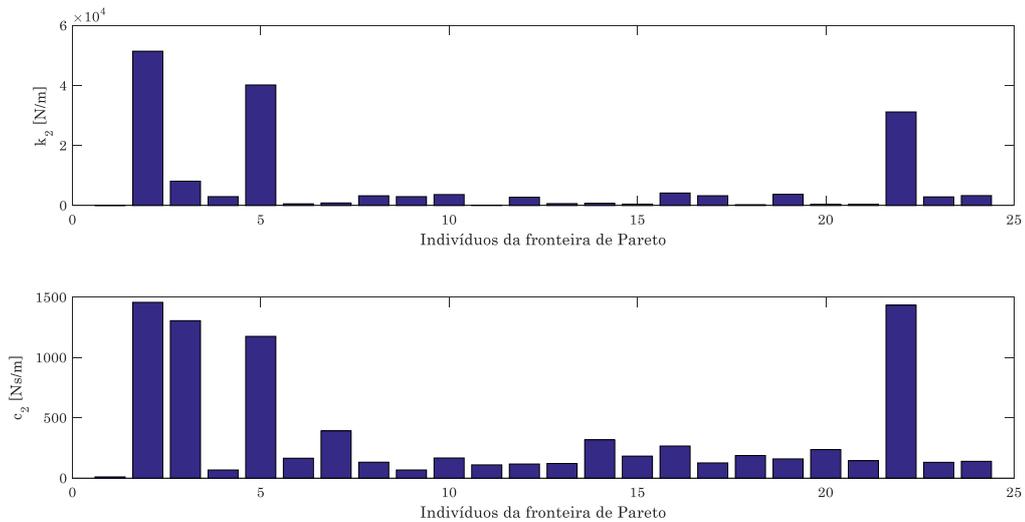


Figura 3.21 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

As figuras da série 3.19, 3.20 e 3.21 ilustram os diferentes valores de projeto e, nelas, o primeiro indivíduo, por exemplo, obteve valores de k_2 e c_2 muito próximos à zero, o que satisfaz matematicamente a função multiobjetivo, mas, fisicamente em termos de projeto, é inaceitável. Ao ordenar esses indivíduos em termos da função agregada, ficou fácil localizar

qual indivíduo da fronteira propôs os valores de k_2 e c_2 próximos a zero e qual indivíduo, de fato, propôs os valores que melhor minimizaram a função agregada, conforme as figuras 3.22, 3.23 e 3.24.

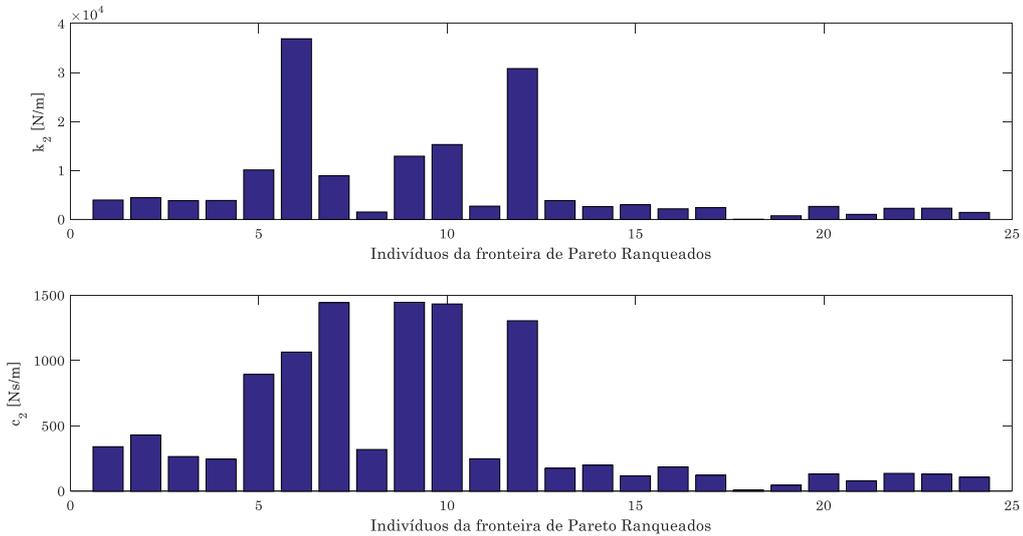


Figura 3.22 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por SQP.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

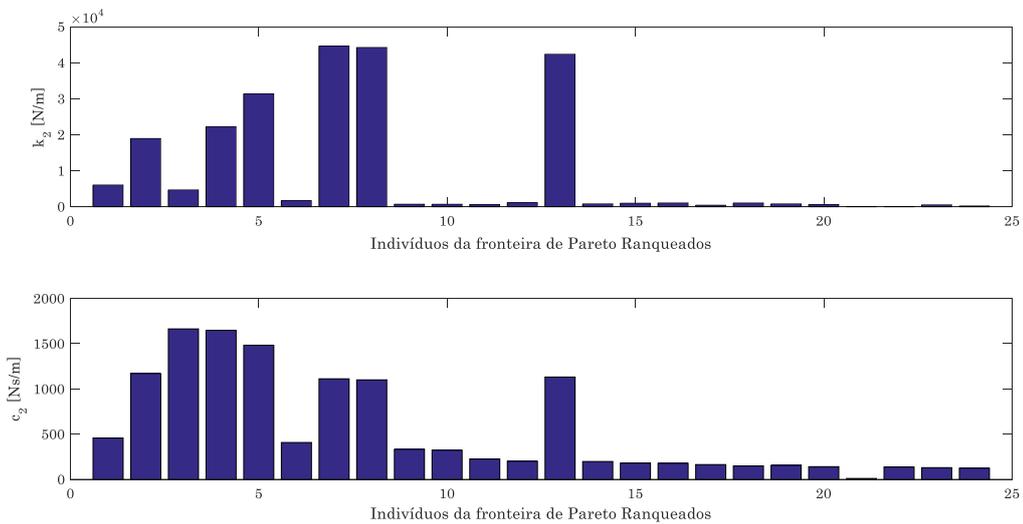


Figura 3.23 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

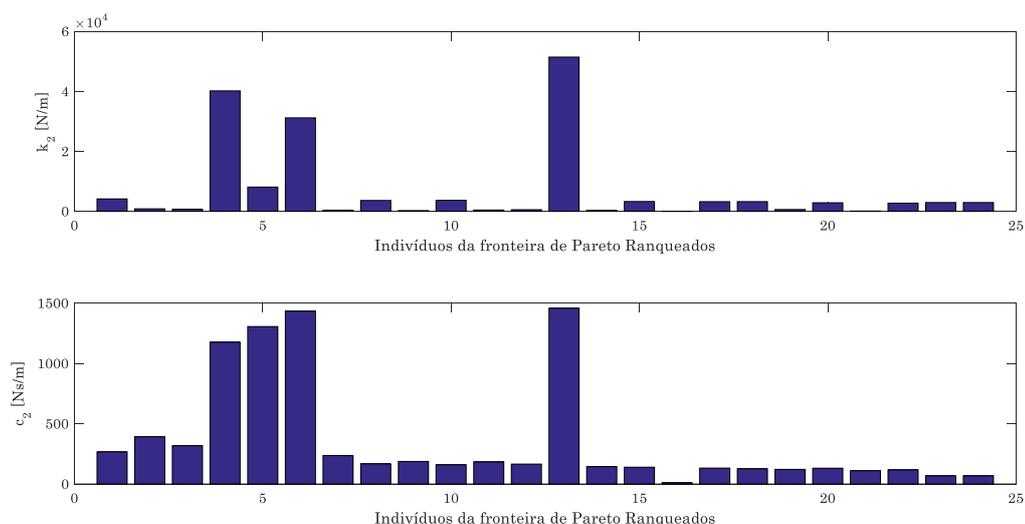


Figura 3.24 – Variáveis de projeto conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por SOA.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Ordenam-se, então, os indivíduos da fronteira de Pareto conforme a função agregada, e os valores das variáveis de projeto são exibidos nas figuras 3.22, 3.23 e 3.24 para SQP, PSO e SOA, respectivamente. Após o ranqueamento das variáveis de projeto, o indivíduo que melhor atendeu a otimização de projeto robusto multiobjetivo por análise de intervalo não probabilística foi aquele cujos valores de k_2 e c_2 resultaram, respectivamente, (a) 3963 N//m e 341,2 N s/m; (b) 6031 N/m e 457,6 N s/m; e (c) 4133 N/m e 265,9 N s/m. Ressalta-se que cada conjunto solução ilustrado e ordenado nas figuras 3.22, 3.23 e 3.24 são fruto de um ótimo global da função multiobjetivo.

O PSO apresentou as melhores soluções, fato já observado em Drehmer, 2012, tanto no que diz respeito à forma das fronteiras de Pareto geradas – cuja principal característica foi a quase ausência de dominância entre os indivíduos – quanto no que diz respeito aos valores da função agregada, minimizados. Esse algoritmo possui facilidade em explorar o subespaço de soluções, a partir de poucas partículas, desde que as relações e as equações do modelo que compõe a função objetivo sejam lineares, o que foi exatamente o caso aqui exemplificado no modelo de 2-GDL.

4 MODELO PROPOSTO

Este capítulo apresenta as equações do modelo proposto, o qual compreende o modelo do veículo, assento e motorista, totalizando 15 graus de liberdade (15-GDL). O perfil de pista é considerado como fonte de excitação do sistema em um contato pontual para cada pneu, e as duas trilhas são geradas como sinais correlacionados. Os pneus são modelados conforme a fórmula mágica proposta por Bakker et al., 1987, e, a partir desse modelo, as forças laterais e longitudinais dos pneus são obtidas em função da trajetória e das forças verticais aplicadas. O motorista é modelado conforme Abbas et al., 2013, e descreve os movimentos verticais da cabeça, torso inferior, torso superior e região pélvica. O veículo é modelado conforme a sua dinâmica vertical, que inclui os deslocamentos verticais de cada suspensão independente, o deslocamento vertical, a arfagem e a rolagem da carroceria em torno do centro de rolagem, e a sua dinâmica lateral, a qual descreve a guinada, os deslocamentos laterais e longitudinais da carroceria. Todas as equações do modelo são arranjadas matricialmente no domínio do tempo.

4.1 Modelo veicular em dinâmica vertical

O modelo veicular em dinâmica vertical apresenta oito graus de liberdade (8-GDL), conforme exibido na Figura 4.1. Esses GDLs referem-se ao deslocamento vertical do assento, ao deslocamento vertical da carroceria, aos quatro deslocamentos verticais de cada suspensão, à arfagem, à rolagem e à guinada da carroceria (a guinada faz parte da dinâmica lateral).

O veículo é composto pela massa da carroceria, m_b , e pelas massas não suspensas, m_{s1} , m_{s2} , m_{s3} , m_{s4} , em kg, pelos coeficientes de amortecimento da suspensão, c_{s1} , c_{s2} , c_{s3} , c_{s4} , em N s/m, pelos coeficientes de rigidez da suspensão, k_{s1} , k_s , k_{s3} , k_{s4} , e dos pneus, k_{t1} , k_{t2} , k_{t3} , k_{t4} , em N/m, e pelos coeficientes de rigidez torcional da barra estabilizadora, k_{br} , em N m/rad. O assento do motorista é composto pela massa m_s , em kg, pelo coeficiente de rigidez, k_s , em N/m, e coeficiente de amortecimento, c_s , em N s/m. As posições relativas do assento para o centro de gravidade (CG) da carroceria são r_x e r_y , a é a distância do eixo dianteiro do veículo ao CG, b é a distância do eixo traseiro do veículo ao CG, $a + b$ é a distância entre eixos, e $l_d = l_t = 2d$ é a largura do veículo, h é a altura do eixo de rolagem em relação ao eixo longitudinal da carroceria, todas essas dimensões são em metros.

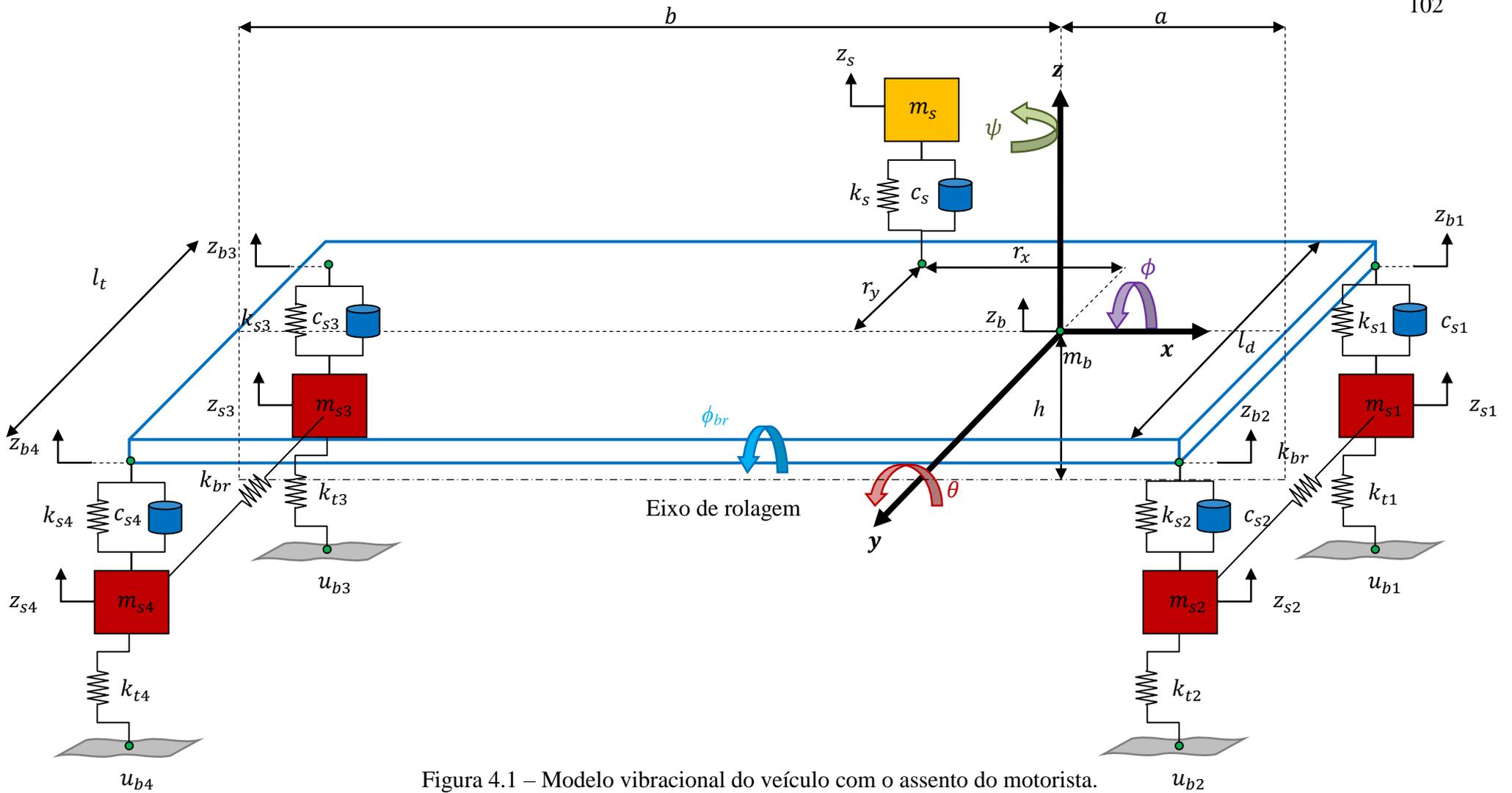


Figura 4.1 – Modelo vibracional do veículo com o assento do motorista.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Os deslocamentos verticais de cada conjunto pneu-suspensão são z_{s1} , z_{s2} , z_{s3} , z_{s4} , z_{b1} , z_{b2} , z_{b3} e z_{b4} , em metros; θ é o deslocamento angular de arfagem, e ϕ é o deslocamento angular de rolagem, ambos em radianos; z_s é o deslocamento vertical do assento e z_b é o da carroceria, em metros. Por fim, u_{b1} , u_{b2} , u_{b3} e u_{b4} constituem a região de contato com o perfil da pista, também em metros.

Os graus de liberdade de interesse do modelo completo que compõem vetor de solução \mathbf{u} da equação matricial são os seguintes:

$$\mathbf{u} = [z_{d1} \quad z_{d2} \quad z_{d3} \quad z_{d4} \quad z_s \quad z_b \quad \phi \quad \theta \quad z_{s1} \quad z_{s2} \quad z_{s3} \quad z_{s4} \quad x_b \quad y_b \quad \psi]^T \quad (4.1)$$

onde observam-se os quatro deslocamentos relativos verticais do motorista; os deslocamentos relativos verticais do assento e da carroceria, o ângulo de rolagem e o ângulo de arfagem, e os deslocamentos relativos verticais das suspensões; por fim, os três últimos graus de liberdade referem-se à dinâmica lateral: deslocamento longitudinal, deslocamento lateral e ângulo de guinada, todos da carroceria.

O modelo veicular proposto assume algumas considerações: i) o curso das suspensões e o descolamento dos pneus são tratados como restrições de otimização; ii) o assento localiza-se fora do centro de gravidade da carroceria; iii) os pneus estão em contato pontual na pista, conforme o modelo de Pacejka; e iv) as suspensões são independentes. A consideração de os pneus estarem em contato pontual com a pista implica que as irregularidades do perfil com comprimentos de onda contidos na zona de contato não têm influência no processo. Assume-se que a área de contato é infinitesimal e capta a menor irregularidade possível dentro de um dado comprimento de onda.

A Equação (4.2) descreve o comportamento dinâmico do assento conforme a Figura 4.5:

$$m_s \ddot{z}_s = F_s + k_{d5}(z_{d4} - z_s) + c_{d5}(\dot{z}_{d4} - \dot{z}_s) \quad (4.2)$$

onde

$$F_s = k_s(z_b - z_s + r_x \theta - r_y \phi) + c_s(\dot{z}_b - \dot{z}_s + r_x \dot{\theta} - r_y \dot{\phi}) \quad (4.3)$$

Sabe-se que z_s é o deslocamento vertical do assento, e z_b é o deslocamento vertical da carroceria, em metros; \dot{z}_s é a velocidade vertical do assento e \dot{z}_b é a velocidade vertical da carroceria, ambas em m/s; \ddot{z}_s é a aceleração vertical do assento, em m/s²; θ é o deslocamento angular de arfagem e ϕ é o deslocamento angular de rolagem, em radianos; $\dot{\theta}$ é a velocidade angular de arfagem e $\dot{\phi}$ é a velocidade angular de rolagem, em rad/s.

Os dois últimos termos da Equação (4.2) referem-se ao ponto de contato entre o assento e o modelo biodinâmico do motorista, onde c_{d5} e k_{d5} são o amortecimento e a rigidez da região pélvica, em N s/m e N/m, respectivamente. O deslocamento e a velocidade vertical da região pélvica, z_{d4} e \dot{z}_{d4} , são dados em metros e m/s.

A dinâmica vertical do veículo é descrita pela Equação (4.4),

$$m_b \ddot{z}_b = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4} - F_s \quad (4.4)$$

onde \ddot{z}_b é a aceleração vertical da carroceria, em m/s², e os demais coeficientes são obtidos conforme as seguintes expressões:

$$F_{s1} = k_{s1}(z_{s1} - z_{b1}) + c_{s1}(\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{b1}) + \frac{k_{br}}{l_d} \left(\phi - \frac{z_{s1} - z_{s2}}{l_d} \right) \quad (4.5)$$

$$F_{s2} = k_{s2}(z_{s2} - z_{b2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{b2}) - \frac{k_{br}}{l_d} \left(\phi - \frac{z_{s1} - z_{s2}}{l_d} \right) \quad (4.6)$$

$$F_{s3} = k_{s3}(z_{s3} - z_{b3}) + c_{s3}(\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{b3}) + \frac{k_{br}}{l_t} \left(\phi - \frac{z_{s3} - z_{s4}}{l_t} \right) \quad (4.7)$$

$$F_{s4} = k_{s4}(z_{s4} - z_{b4}) + c_{s4}(\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{b4}) - \frac{k_{br}}{l_t} \left(\phi - \frac{z_{s3} - z_{s4}}{l_t} \right) \quad (4.8)$$

onde o último termo de cada equação refere-se aos efeitos da barra de antirrolagem (ou barra estabilizadora). Quando uma força é aplicada a uma de suas extremidades, uma força oposta reage no lado contrário conforme a rigidez torcional, k_{br} , em N m/rad. Essas barras permitem

manter as rodas e as suspensões alinhadas e reduzir os efeitos de inclinação da carroceria nas manobras em curva, conforme discutido por Jazar, 2008, e aplicado por Chen et al., 2011.

Os deslocamentos nos pontos de fixação na carroceria são dados por:

$$z_{b1} = z_b - a\theta - d\phi, \quad \dot{z}_{b1} = \dot{z}_b - a\dot{\theta} - d\dot{\phi} \quad (4.9)$$

$$z_{b2} = z_b - a\theta + d\phi, \quad \dot{z}_{b2} = \dot{z}_b - a\dot{\theta} + d\dot{\phi} \quad (4.10)$$

$$z_{b3} = z_b + b\theta - d\phi, \quad \dot{z}_{b3} = \dot{z}_b + b\dot{\theta} - d\dot{\phi} \quad (4.11)$$

$$z_{b4} = z_b + b\theta + d\phi, \quad \dot{z}_{b4} = \dot{z}_b + b\dot{\theta} + d\dot{\phi} \quad (4.12)$$

onde os subscritos i nos coeficientes variam de $i = 1, \dots, 4$ e significam, respectivamente, os eixos do veículo (dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito), e os subscritos s representa as suspensões e b representa o ponto de contato com a carroceria.

Cada conjunto dinâmico de pneu-suspensão é descrito pela Equação (4.13):

$$m_{si}\ddot{z}_{si} = k_{ti}(u_{bi} - z_{si}) - F_{si} \quad \forall \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.13)$$

onde u_{bi} indica o perfil de pista, em metros, que excita o pneu dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito, respectivamente, de $i = 1$ até 4. Além disso, \ddot{z}_{si} são as acelerações verticais, em m/s^2 , para cada conjunto pneu-suspensão. O amortecimento nos pneus não é considerado, conforme relatam os autores na área, uma vez que a contribuição da rigidez dos pneus, em termos de ordem de grandeza, é significativamente maior do que o amortecimento deles [Bouazara, Richard e Rakheja, 2006; Shirahatt et al., 2008].

A dinâmica de rolagem da carroceria é descrita pela Equação (4.14):

$$I_x\ddot{\phi} = d(F_{s2} + F_{s4} - F_{s1} - F_{s3}) + r_y F_s - m_b h \ddot{y}_b - m_b h \dot{x}_b \dot{\psi} + m_b h g \phi + I_{xz} \ddot{\psi} \quad (4.14)$$

onde I_x é o momento de inércia de massa de rolagem, em $kg \cdot m^2$, e $\ddot{\phi}$ é a aceleração angular de rolagem, em rad/s^2 . O termo $-m_b h \ddot{y}_b$ representa o acoplamento dos efeitos da dinâmica lateral em torno do eixo de rolagem por meio da aceleração lateral da carroceria, \ddot{y}_b ; o termo

$-m_b h \dot{x}_b \dot{\psi}$ representa o acoplamento dos efeitos da dinâmica longitudinal em torno do eixo de rolagem, supondo velocidade longitudinal do veículo, \dot{x}_b , constante dentro do intervalo de tempo da integração, apenas a taxa de guinada, $\dot{\psi}$, é que varia ao longo do tempo; o termo $m_b h g \phi$ representa o acoplamento dos efeitos gravitacionais em torno do eixo de rolagem; e, finalmente, o termo $I_{xz} \ddot{\psi}$ representa o acoplamento dos efeitos cruzados de momento de inércia em função da aceleração de guinada da carroceria, $\ddot{\psi}$. Os efeitos em torno do eixo de rolagem (ângulo ϕ_{br}) são transferidos para o eixo de rolagem da carroceria (ângulo ϕ).

O termo que representa o acoplamento dos efeitos da dinâmica longitudinal em torno do eixo de rolagem pode ser descrito de duas formas: $-m_b h \ddot{x}_b$ ou $-m_b h \dot{x}_b \dot{\psi}$. O primeiro caso relaciona-se a uma abordagem da análise dinâmica em que a velocidade longitudinal de tráfego do veículo não é constante; i. e., ela possibilita uma aceleração longitudinal conforme o andamento da análise. O segundo caso não admite variação de velocidade, ou seja, o veículo procura trafegar a velocidade constante. Nesse caso em particular, a taxa de guinada, $\dot{\psi}$, é o termo que varia ao longo do tempo, mantendo-se constante \dot{x}_b dentro do intervalo de tempo da integração.

A dinâmica de arfagem da carroceria é descrita pela Equação (4.15):

$$I_y \ddot{\theta} = b(F_{s3} + F_{s4}) - a(F_{s1} + F_{s2}) + r_x F_s + m_b h g \theta \quad (4.15)$$

onde I_y é o momento de inércia de massa de arfagem, em $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, e $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular de arfagem, em rad/s^2 . O último termo, $m_b h g \theta$, representa o acoplamento do efeito gravitacional em torno do eixo de arfagem, conforme observado por Burhaumudin et al., 2012.

A matriz de massa resultante do sistema vertical é puramente diagonal, o que significa que os termos não são dinamicamente acoplados. O mesmo ocorre na matriz de rigidez e de amortecimento verticais; entretanto, quando se analisa o sistema lateral, a matriz de massa não é puramente diagonal, o que caracteriza um acoplamento dinâmico em função dos efeitos da dinâmica vertical. A matriz de amortecimento lateral também não é mais puramente diagonal, o que caracteriza um acoplamento de velocidade [Rao, 2008]. Salienta-se que o veículo parte inicialmente do estado de equilíbrio estático, submete-se a uma dinâmica vertical (por mais breve que possa ser) e, então, direciona-se em uma ou mais dinâmicas laterais. Sendo assim, a

dinâmica vertical troca energia com a dinâmica lateral, e os termos acoplados são importantes para captar essa troca de energia entre as dinâmicas.

4.2 Modelo veicular em dinâmica lateral

O modelo veicular em dinâmica lateral apresenta três graus de liberdade (3-GDL). Ele é responsável por descrever os efeitos nas direções x e y do veículo em função das forças que os pneus exercem, devidamente decompostas. Esses GDLs são x_b (deslocamento longitudinal da carroceria, dado em metros), y_b (deslocamento lateral da carroceria, também em metros) e ψ (deslocamento angular de guinada, em radianos). Cabe ressaltar que o acoplamento entre as dinâmicas lateral e vertical é tema de pesquisa desde Zhai, Cai e Guo, 1996, até autores mais recentes como Setiawan, Safarudin e Singh, 2009, e Burhaumudin et al., 2012.

A dinâmica lateral do veículo é desenvolvida por meio de decomposição de forças nos pneus e de decomposição de forças em função das velocidades decompostas na carroceria, conforme apresentado por Setiawan, Safarudin e Singh, 2009, e descrito por Rill, 2012. Essa decomposição de forças em função das velocidades é descrita pela seguinte relação:

$$\begin{aligned} F_x &= m_t (\ddot{x}_b - \dot{y}_b \dot{\psi}) \quad \forall \quad \text{direção longitudinal} \\ F_y &= m_t (\ddot{y}_b + \dot{x}_b \dot{\psi}) \quad \forall \quad \text{direção lateral} \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde F_x é a componente da força na direção x , dada em N; m_t é a massa total do veículo, em kg; \ddot{x}_b é a aceleração longitudinal da carroceria, em m/s²; \dot{x}_b é a velocidade longitudinal da carroceria, em m/s; $\dot{\psi}$ é a taxa de guinada, em rad/s; F_y é a componente da força na direção y , em N; \ddot{y}_b é a aceleração lateral da carroceria, em m/s²; e \dot{y}_b é a velocidade lateral da carroceria, em m/s. Essa decomposição é inserida nas equações dinâmicas para os três graus de liberdade modelados.

O movimento longitudinal do veículo é descrito pela Equação (4.17):

$$\begin{aligned} m_t \ddot{x}_b &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} + m_b h \phi \ddot{\psi} + m_t \dot{y}_b \dot{\psi} - m_b h \dot{\phi} \dot{\psi} \\ &\quad - f_r m_t g - \frac{1}{2} C_d A_f \rho \dot{x}_b^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde m_t é a massa total do veículo, em kg, o que inclui a soma das massas das suspensões (m_{s1} a m_{s4}), a massa do assento (m_s), a massa da carroceria (m_b) e também as massas do motorista (m_{d1} a m_{d4}). Se o veículo tiver alguma carga adicional, ela também deve ser adicionada para o cálculo de m_t . A aceleração longitudinal da carroceria é \dot{x}_b , em m/s². Sabe-se que o veículo deve trafegar a velocidade constante e, portanto, a sua aceleração deve ser zero. Entretanto, a dinâmica acoplada dos movimentos faz com que a aceleração na carroceria não seja nula, mas muito próxima disso. Isso acontece porque é assumida uma aproximação de que a velocidade do veículo seja igual à velocidade que a carroceria exerce em seu CG, e que esta velocidade seja constante durante o movimento.

As forças longitudinais F_{xi} são obtidas pelo modelo de pneus de Pacejka, dadas em N; f_r é o coeficiente percentual de resistência à rolagem (sem dimensão); C_d é o coeficiente de arrasto da carroceria, adimensional; A_f é a área frontal aproximada do veículo, em m²; ρ é a densidade volumétrica do ar, em kg/m³. Para fins deste estudo, como a velocidade do veículo \dot{x}_b é assumidamente constante, o termo do arrasto aerodinâmico se torna uma força constante somente. O termo $m_b h \phi \ddot{\psi}$ representa o acoplamento da aceleração de guinada no movimento longitudinal do veículo, considerando a altura do eixo de rolagem. Ele acopla a Equação (4.17) com (4.19) através do termo correlacionado $m_b h \phi \ddot{x}_b$. Já o termo $m_t \dot{y}_b \dot{\psi}$ representa o acoplamento das dinâmicas longitudinal e lateral do veículo através do termo correlacionado $-m_t \dot{x}_b \dot{\psi}$. O termo $-m_b h \dot{\phi} \dot{\psi}$ representa o acoplamento dos efeitos de rolagem no movimento longitudinal do veículo através do termo correlacionado $-m_b h \dot{x}_b \dot{\psi}$ da Equação (4.14). Para todos os efeitos de análise, a taxa de guinada, $\dot{\psi}$, a velocidade lateral, \dot{y}_b , e a velocidade de rolagem, $\dot{\phi}$, variam no tempo; e a velocidade \dot{x}_b é tomada constante. Segundo Doumiati et al., 2013, a taxa de guinada desejada deve atender a condição de $|\dot{\psi}_{\max}| \leq |\mu g / \dot{x}_b|$ para que a aceleração lateral do veículo não exceda o limite máximo do coeficiente de atrito do contato dos pneus, μ .

O movimento lateral do veículo é descrito pela Equação (4.18), a seguir:

$$m_t \ddot{y}_b = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} - m_t \dot{x}_b \dot{\psi} - m_b h \ddot{\phi} \quad (4.18)$$

onde \ddot{y}_b é a aceleração lateral da carroceria, em m/s²; F_{yi} são as forças laterais exercidas pelos pneus, em N. O termo $-m_b h \ddot{\phi}$ representa os efeitos da rolagem da carroceria no movimento

lateral do veículo, considerando a altura do eixo de rolagem. Ele acopla a Equação (4.18) com a (4.14) através do termo correlacionado $-m_b h \ddot{y}_b$. Já o termo $-m_t \dot{x}_b \dot{\psi}$ descreve os efeitos da dinâmica longitudinal na lateral, acoplando as equações (4.17) e (4.18) por $m_t \dot{y}_b \dot{\psi}$, supondo que a taxa de guinada, $\dot{\psi}$, e a velocidade lateral, \dot{y}_b , variam no tempo; e a velocidade \dot{x}_b é tomada constante.

A dinâmica da guinada da carroceria é descrita pela Equação (4.19):

$$I_z \ddot{\psi} = a(F_{y1} + F_{y2}) - b(F_{y3} + F_{y4}) + d(F_{x1} + F_{x3}) - d(F_{x2} + F_{x4}) + m_b h \phi \ddot{x}_b - m_b h \dot{x}_b \dot{\phi} + I_{xz} \ddot{\phi} \quad (4.19)$$

onde I_z é o momento de inércia de massa de guinada da carroceria, dado em $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, e $\ddot{\psi}$ é a aceleração de guinada, em rad/s^2 . O termo $m_b h \phi \ddot{x}_b$ descreve os efeitos pertinentes à dinâmica longitudinal, acoplando a Equação (4.19) na Equação (4.17). Sabe-se que, se a premissa de velocidade longitudinal constante é atendida, esse termo deve ser igual à zero na Equação (4.19) e muito próximo de zero na Equação (4.17). O termo $-m_b h \dot{x}_b \dot{\phi}$ representa os efeitos da rolagem da carroceria na dinâmica de guinada. Ele acopla a Equação (4.19) na (4.14), usando o termo correlacionado $-m_b h \dot{x}_b \dot{\psi}$, e ambos os termos são função da velocidade de rolagem ou da taxa de guinada. Por fim, I_{xz} é o produto de inércia de massa em torno do eixo de rolagem e guinada, dado em kg m^2 , aproximado pela geometria da carroceria [Basso, 1974] tal que:

$$I_{xz} = \frac{1}{24} m_b (a+b)^2 \tan\left(\frac{\pi}{30}\right) \quad (4.20)$$

Salienta-se que, quando o texto aqui desenvolvido refere-se ao veículo, a massa total m_t deve ser considerada. Quando se refere à carroceria apenas, a massa da carroceria m_b deve ser considerada. Por isso, as equações (4.17) e (4.18) descrevem o movimento do veículo, o qual inclui também a carroceria; e, contrariamente, a Equação (4.19) trata do movimento de guinada da carroceria.

4.3 Modelo biodinâmico do motorista

O motorista é modelado em dinâmica vertical com quatro graus de liberdade (4-GDL), representando a sua cabeça, torso superior, torso inferior e região pélvica. Conforme Abbas et al., 2010, 2011 e 2013, essas regiões são aquelas mais afetadas pelos movimentos verticais do veículo e podem ser discretizadas como parâmetros concentrados. A Figura 4.2 esquematiza o motorista e o seu respectivo modelo biodinâmico [Abbas et al., 2013]:

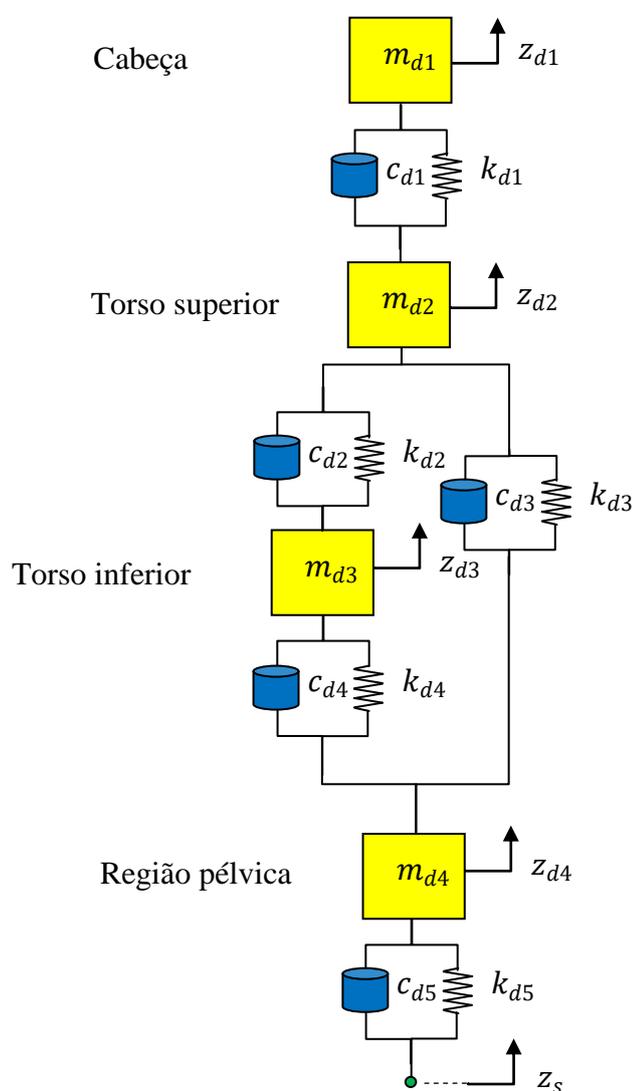


Figura 4.2 – Modelo vibracional do motorista.

Fonte: adaptado de Abbas et al., 2013.

As equações (4.21) a (4.24) descrevem o modelo biodinâmico do motorista. Ele está em contato pontual com o assento por meio do deslocamento z_s conforme a Equação (4.2):

$$m_{d1}\ddot{z}_{d1} = -k_{d1}(z_{d1} - z_{d2}) - c_{d1}(\dot{z}_{d1} - \dot{z}_{d2}) \quad (4.21)$$

$$m_{d2}\ddot{z}_{d2} = k_{d1}(z_{d1} - z_{d2}) + c_{d1}(\dot{z}_{d1} - \dot{z}_{d2}) - k_{d2}(z_{d2} - z_{d3}) - c_{d2}(\dot{z}_{d2} - \dot{z}_{d3}) - k_{d3}(z_{d2} - z_{d4}) - c_{d3}(\dot{z}_{d2} - \dot{z}_{d4}) \quad (4.22)$$

$$m_{d3}\ddot{z}_{d3} = k_{d2}(z_{d2} - z_{d3}) + c_{d2}(\dot{z}_{d2} - \dot{z}_{d3}) - k_{d4}(z_{d3} - z_{d4}) - c_{d4}(\dot{z}_{d3} - \dot{z}_{d4}) \quad (4.23)$$

$$m_{d4}\ddot{z}_{d4} = k_{d4}(z_{d3} - z_{d4}) + c_{d4}(\dot{z}_{d3} - \dot{z}_{d4}) + k_{d3}(z_{d2} - z_{d4}) + c_{d3}(\dot{z}_{d2} - \dot{z}_{d4}) - k_{d5}(z_{d4} - z_s) - c_{d5}(\dot{z}_{d4} - \dot{z}_s) \quad (4.24)$$

onde m_{d1} , m_{d2} , m_{d3} e m_{d4} são as massas da cabeça, torso superior, torso inferior e região pélvica, respectivamente, em kg; k_{d1} , k_{d2} , k_{d3} , k_{d4} e k_{d5} são a rigidez da cabeça, ao longo do torso e região pélvica, em N/m; e c_{d1} , c_{d2} , c_{d3} , c_{d4} e c_{d5} são os respectivos amortecimentos, em N s/m. Além disso, nessas expressões, z_{d1} , z_{d2} , z_{d3} e z_{d4} são os deslocamentos verticais, em metros; \dot{z}_{d1} , \dot{z}_{d2} , \dot{z}_{d3} e \dot{z}_{d4} são as velocidades verticais, em m/s; e \ddot{z}_{d1} , \ddot{z}_{d2} , \ddot{z}_{d3} e \ddot{z}_{d4} são as acelerações verticais, em m/s².

Esse modelo biodinâmico do motorista é baseado nos estudos de Wan e Schimmels, 1995. Abbas et al., 2010, realizaram simulações numéricas e experimentais entre diferentes modelos e constataram que o modelo de 4-GDL apresenta a melhor adequação entre resultado e simplicidade. A massa dos órgãos internos do torso contribui significativamente mais para o movimento vertical do que a massa da medula e da coluna, de tal forma que ambas podem ser negligenciadas e representadas por uma rigidez, k_{d3} , e um amortecimento, c_{d3} . O modelo de Wan e Schimmels, 1995, é ligeiramente mais complexo do que simples arranjo entre massas, rigidezes e amortecimentos de Boileau e Rakheja, 1998, e também é mais próximo ao obtido nos resultados experimentais.

4.4 Modelo de pneus de Pacejka

O modelo de pneus adotado é aquele proposto inicialmente por Bakker et al., 1987. Ao longo dos anos, esse modelo de pneus foi desenvolvido e aprimorado significativamente e se tornou a conhecida fórmula “mágica” de Pacejka [Pacejka e Besselink, 2012]. Ela utiliza uma série de correlações para determinar coeficientes e calcular forças e momentos envolvidos dos pneus, baseados nos eixos locais dos pneus.

As equações (4.25) e (4.26) descrevem as forças em x e y dos pneus para $i = 1$ a 4:

$$F_{l,xi} = F_{zi} D_i \sin(C_i \operatorname{tg}^{-1}(B_i \kappa_i - E_i (B_i \kappa_i - \operatorname{tg}^{-1}(B_i \kappa_i)))) \quad (4.25)$$

$$F_{l,yi} = F_{zi} D_i \sin(C_i \operatorname{tg}^{-1}(B_i \alpha_i - E_i (B_i \alpha_i - \operatorname{tg}^{-1}(B_i \alpha_i)))) \quad (4.26)$$

onde a diferença básica entre as forças desenvolvidas em x e y reside no escorregamento dos pneus κ , o qual é uma taxa percentual (adimensional) que define o quanto o pneu escorrega longitudinalmente à medida que o veículo realiza uma manobra lateral, afetando as forças $F_{l,xi}$; e no ângulo de deslizamento α , o qual é função das velocidades do veículo, \dot{x}_b e \dot{y}_b , assim como é função também da taxa de guinada, $\dot{\psi}$, afetando as forças $F_{l,yi}$. No que diz respeito ao ângulo de deslizamento, ele normalmente é dado em radianos; porém, para aplicar a fórmula mágica original, esse ângulo deve ser convertido em graus.

Os coeficientes restantes, B_i , C_i , D_i e E_i , são utilizados na fórmula mágica. B_i representa o fator de rigidez (inclinação) entre a forma e o pico da curva que determina a função das forças do i -ésimo pneu; C_i representa o fator de forma da curva do modelo e é independente das forças F_{zi} ; D_i representa o valor de pico da curva do modelo e, ao contrário de C_i , depende exclusivamente das forças F_{zi} ; e E_i representa a curvatura da curva. As curvas do modelo de pneus são ilustradas na Figura 4.3, conforme obtida na sub-rotina desenvolvida na Tese:

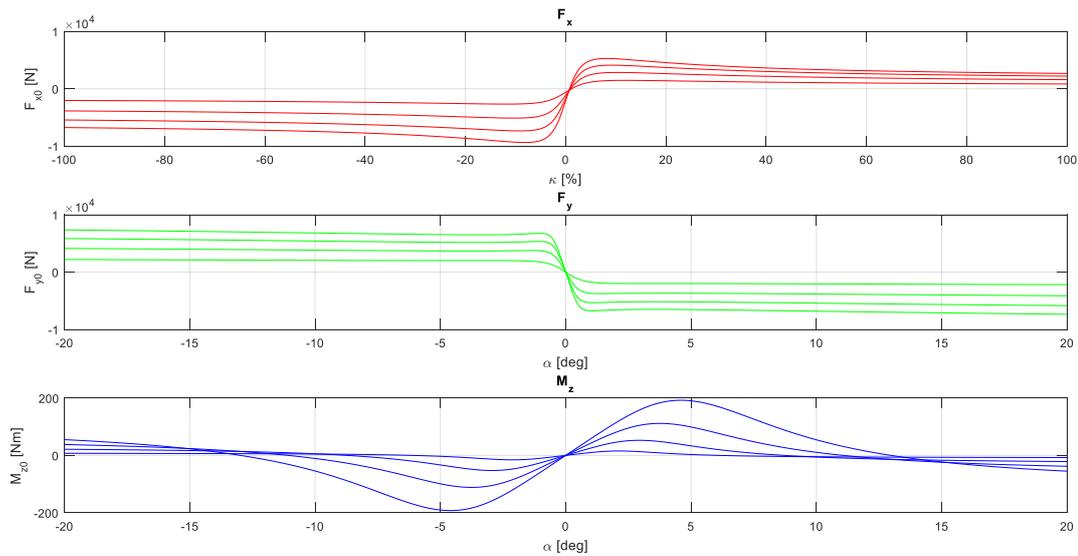


Figura 4.3 – Resultados da sub-rotina desenvolvida com o modelo de Pacejka.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Segundo Jazar, 2008, os pneus basicamente constituem os principais componentes de interação com o perfil de pista. Eles afetam a manobrabilidade, dirigibilidade, tração, conforto e consumo de combustível, de tal forma que um veículo pode manobrar desenvolvendo forças longitudinais, verticais e laterais a partir das coordenadas locais dos pneus. A Figura 4.4 exibe os eixos e ângulos locais dos pneus:

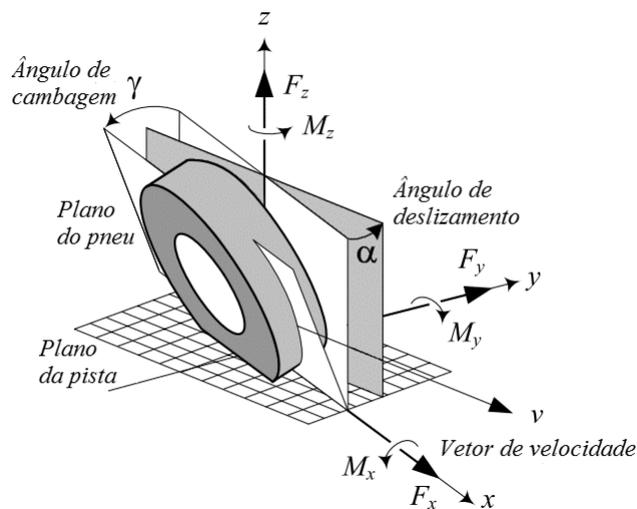


Figura 4.4 – Sistema de coordenadas locais do pneu.

Fonte: adaptado de Jazar, 2008, p. 99.

Com o intuito de descrever a interação do pneu-pista e o sistema de forças, um sistema de coordenadas cartesianas é fixado no centro da banda de rodagem do pneu. Nesse sistema, o eixo x coincide ao longo da linha de intersecção do plano do pneu com o perfil da pista, o eixo z é perpendicular à pista e oposto à aceleração gravitacional, e o eixo y satisfaz a regra da mão direita. O plano do pneu, então, é formado pelo contorno do pneu para gerar um disco plano [Jazar, 2008].

A orientação do pneu é dada basicamente por dois ângulos: ângulo de cambagem, γ , e ângulo de deslizamento, α . O ângulo de cambagem é obtido entre o plano do pneu e o plano vertical, medido a partir do eixo x (positivo conforme a Figura 4.8). Já o ângulo de deslizamento é obtido entre o vetor velocidade v e o eixo x , medido a partir do eixo z . Finalmente, o sistema de forças que o pneu recebe pelo perfil de pista é localizado no centro da banda de rodagem do pneu e decomposto ao longo dos eixos x , y e z . Três forças e três momentos são gerados a partir de então [Jazar, 2008]:

- a) Força longitudinal (F_x): é a força que atua ao longo do eixo x cuja resultante é positiva, quando o veículo acelera, e negativa, quando freia;
- b) Força normal (F_z): é a força vertical, normal ao plano da pista, e é obtida por meio da dinâmica vertical e das cargas aplicadas no pneu;
- c) Força lateral (F_y): é a força tangente à pista e ortogonal às forças F_x e F_z cuja resultante é positiva quando o veículo se direciona para o eixo y ;
- d) Momento de rolagem (M_x): é o momento longitudinal em torno do eixo x cuja resultante é positiva quando o momento tende a rotacionar o pneu em torno de x . Esse momento também é conhecido como momento de sobre rodagem;
- e) Momento de arfagem (M_y): é o momento lateral em torno do eixo y cuja resultante é positiva quando o momento tende a rotacionar o pneu em torno de y e mover-se para frente. Esse momento é conhecido como resistência ao rolamento;
- f) Momento de guinada (M_z): é o momento de giro em torno do eixo z cuja resultante é positiva quando tende a rotacionar em torno de z . Esse momento é conhecido como momento ou torque de auto-alinhamento.

Para fins de simplificação do estudo do conforto e segurança proposto nesta Tese, os efeitos do ângulo de cambagem e dos três momentos gerados podem ser negligenciados, e, dessa forma, o ângulo de deslizamento torna-se fundamental para descrever a dinâmica lateral envolvida no estudo. A Figura 4.5 ilustra o modelo esquemático dos pneus em coordenadas locais na vista superior:

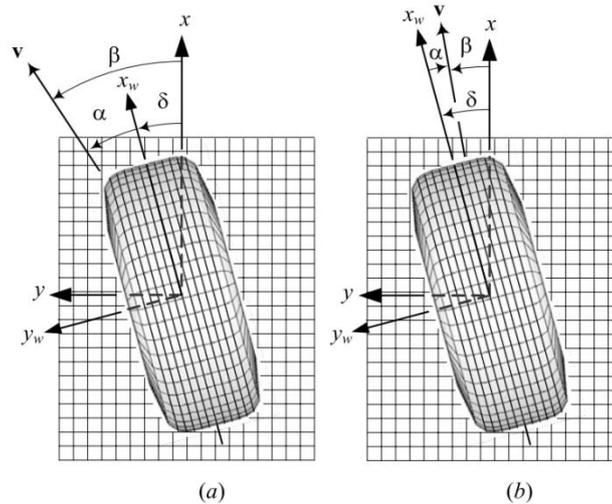


Figura 4.5 – Modelo esquemático dos pneus no eixo local. Caso (a) o pneu estiver orientado com o vetor da velocidade, caso (b) o pneu não estiver orientado com o vetor da velocidade.

Fonte: adaptado de Jazar, 2008, p. 600.

onde β é o ângulo flutuante que ocorre entre o vetor velocidade v e o eixo longitudinal do veículo [Bosh, 2005]. Pode-se dizer que $\beta = \alpha + \delta$. Se $\beta = 0$, tem-se que F_{xi} está em simetria e F_{yi} zera quando δ for igual à zero. Os eixos locais da roda (e pneu) são x_w e y_w .

Smith e Starkey, 1995, desenvolveram uma análise de controle em dinâmica lateral, avaliando veículos em manobras emergenciais de elevada aceleração (g). Nessa análise, eles apresentaram o equacionamento para determinar os valores de κ e de α para cada pneu. Esses valores são definidos nas equações (4.27) a (4.31), a seguir, os quais podem ser aplicados em modelos de pneus, como Dugoff, Fancher e Segel, 1970, e Pacejka e Besselink, 2012:

$$\kappa_i = \frac{v_{wi} - \dot{x}_b}{\dot{x}_b} \quad (4.27)$$

$$\alpha_1 = \delta_1 - tg^{-1} \left(\frac{\dot{y}_b + a\dot{\psi}}{\dot{x}_b - d\dot{\psi}} \right) \quad (4.28)$$

$$\alpha_2 = \delta_2 - tg^{-1} \left(\frac{\dot{y}_b + a\dot{\psi}}{\dot{x}_b + d\dot{\psi}} \right) \quad (4.29)$$

$$\alpha_3 = \delta_3 + tg^{-1} \left(\frac{b\dot{\psi} - \dot{y}_b}{\dot{x}_b - d\dot{\psi}} \right) \quad (4.30)$$

$$\alpha_4 = \delta_4 + tg^{-1} \left(\frac{b\dot{\psi} - \dot{y}_b}{\dot{x}_b + d\dot{\psi}} \right) \quad (4.31)$$

onde os ângulos de deslizamento α_i , em radianos, são diferentes para cada pneu e variam a cada instante de tempo na análise; κ_i é o percentual do escorregamento do i -ésimo pneu; v_{wi} é a velocidade longitudinal da i -ésima roda, em m/s; \dot{x}_b é velocidade longitudinal no CG da carroceria, em m/s; \dot{y}_b é a velocidade lateral no CG da carroceria, em m/s; $\dot{\psi}$ é a taxa de guinada no CG da carroceria, em rad/s; δ_i são os ângulos de esterçamento do i -ésimo pneu, em radianos; a é a distância do eixo dianteiro até o CG da carroceria, em metros; b é a distância do eixo traseiro até o CG da carroceria, em metros; e d é a metade da largura do veículo, em metros. Os termos entre parênteses das equações (4.28) a (4.31) relacionam a taxa de guinada $\dot{\psi}$ com a geometria da carroceria, descrito por Doumiati et al., 2012.

Em seguida, a partir das forças locais F_{lxi} e F_{lyi} baseadas no eixo dos pneus, é necessário convertê-las para os eixos do veículo tal que

$$F_{xi} = \cos(\delta_i) F_{lxi} - \sin(\delta_i) F_{lyi} \quad (4.32)$$

$$F_{yi} = \sin(\delta_i) F_{lxi} + \cos(\delta_i) F_{lyi} \quad (4.33)$$

Finalmente, estas são as forças aplicadas nas equações da dinâmica lateral. Tais forças agregam tanto os efeitos dos ângulos locais do pneu, quanto às cargas verticais oriundas da dinâmica vertical, e foram devidamente convertidas nos eixos do veículo.

5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Este capítulo descreve o método de integração, define a função multiobjetivo e as suas restrições, justifica a formulação empregada, descreve o fluxograma geral das sub-rotinas e explicita os critérios de convergência. As sub-rotinas foram escritas e avaliadas em ambiente MATLAB[®]. O otimizador utilizado na otimização multiobjetivo é o NSGA-II, e o utilizado no laço interno da análise de intervalo é o PSO.

5.1 Método de integração de Newmark

Desenvolvido e proposto por Newmark, 1959, e amplamente utilizado desde então, o método de integração de Newmark baseia-se em que a aceleração varia linearmente entre dois instantes de tempo, considerando a condição de equilíbrio no instante atual $t+\Delta t$ para obter a solução nesse mesmo instante [Rao, 2008]. Trata-se, portanto, de um método implícito de integração, utilizado em diferentes softwares de simulação dinâmica e elementos finitos.

As expressões resultantes para os vetores de deslocamento \mathbf{x}_{i+1} e velocidade $\dot{\mathbf{x}}_{i+1}$ para um sistema de múltiplos graus de liberdade são descritas a seguir:

$$\ddot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{F}_0 - \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{K} \mathbf{x}_0) \quad (5.1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \dot{\mathbf{x}}_i + [(1 - \beta) \ddot{\mathbf{x}}_i + \beta \ddot{\mathbf{x}}_{i+1}] \Delta t \quad (5.2)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \dot{\mathbf{x}}_i \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{x}}_i + \alpha \ddot{\mathbf{x}}_{i+1} \right] (\Delta t)^2 \quad (5.3)$$

onde os parâmetros α e β regulam o quanto a aceleração ao final do intervalo influenciam nas equações de deslocamento e velocidade ao final do intervalo. Isso significa que os parâmetros α e β indicam as características de precisão e estabilidade do algoritmo [Rao, 2008].

O valor da aceleração $\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}$ é obtido através da condição de equilíbrio para o instante $t = t_{i+1}$ tal que

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_{i+1} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_{i+1} + \mathbf{K} \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}_{i+1} \quad (5.4)$$

e, substituindo as equações (5.2) e (5.3) na Equação (5.4), tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} = & \left[\frac{1}{\alpha (\Delta t)^2} \mathbf{M} + \frac{\beta}{\alpha \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \\ & \times \left(\mathbf{F}_{i+1} + \mathbf{M} \left(\frac{1}{\alpha (\Delta t)^2} \mathbf{x}_i + \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{\mathbf{x}}_i + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{x}}_i \right) \right. \\ & \left. + \mathbf{C} \left(\frac{\beta}{\alpha \Delta t} \mathbf{x}_i + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1 \right) \dot{\mathbf{x}}_i + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 2 \right) \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{x}}_i \right) \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

e, a partir da Equação (5.5), atualizam-se os vetores de velocidade e aceleração tal que

$$\ddot{\mathbf{x}}_{i+1} = \frac{1}{\alpha (\Delta t)^2} (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i) - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{\mathbf{x}}_i - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{x}}_i \quad (5.6)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \dot{\mathbf{x}}_i + (1 - \beta) \ddot{\mathbf{x}}_i \Delta t + \beta \ddot{\mathbf{x}}_{i+1} \Delta t \quad (5.7)$$

O pseudocódigo do método de Newmark é ilustrado na Figura 5.1, a seguir:

1) Preparação

Determine $\ddot{\mathbf{x}}_0$, usando a Equação (5.1) a partir dos valores de $\dot{\mathbf{x}}_0$ e \mathbf{x}_0 ;

Defina o tempo da análise, t .

2) Ajuste

Selecione valores adequados de Δt , α e β .

3) Vetor de deslocamento atualizado

Calcule \mathbf{x}_{i+1} para $i = 0$, usando a Equação (5.5).

4) Vetor de velocidade e aceleração atualizados

Calcule os valores de $\dot{\mathbf{x}}_{i+1}$ e $\ddot{\mathbf{x}}_{i+1}$, usando respectivamente as equações (5.6) e (5.7).

5) Finalização

Se $t = t_{\max}$, então finaliza;

Do contrário, ajuste $i = i + 1$ e retorne ao passo 3.

Figura 5.1 – Pseudocódigo do Método de Newmark.

Fonte: Rao, 2008.

O parâmetro β é de suma importância no método. Segundo Rao, 2008, a menos que β seja tomado como $\frac{1}{2}$, o método introduz um amortecimento espúrio e proporcional a $\beta - \frac{1}{2}$. Se β for assumido igual à zero, o amortecimento é negativo; se for maior que $\frac{1}{2}$, ele torna-se positivo. Sendo assim, o método de Newmark é incondicionalmente estável para valores de $\alpha \geq (\beta - \frac{1}{2})^2$ e de $\beta \geq \frac{1}{2}$.

No presente trabalho, as matrizes da dinâmica vertical e lateral foram arranjadas e determinadas a partir do repouso do veículo (condição inicial estática). Em seguida, calculam-se as forças do sistema e chama-se a sub-rotina dos modelos de pneus de Pacejka. A partir disso, dois laços de Newmark foram utilizados para atualizar dos vetores: um externo para calcular a dinâmica vertical (já com efeitos da dinâmica lateral se houverem), e outro interno para calcular a dinâmica lateral, finalizando com as forças verticais dos pneus atualizadas. Isso se deve, majoritariamente, aos acoplamentos das duas dinâmicas, pois as matrizes de massa, rigidez e amortecimento são alteradas ao longo dos laços por acelerações, velocidades e deslocamentos originados pelas dinâmicas envolvidas.

5.2 Função multiobjetivo e restrições

A função multiobjetivo \mathbf{J} do problema de otimização do projeto de suspensões a ser analisado e discutido no capítulo subsequente é expressa na Equação (5.8). Ela permite encontrar o vetor de soluções ótimo, \mathbf{x}_{opt} , o qual contém as variáveis de projeto. Essa função multiobjetivo utiliza, inicialmente, o método da geração de conjuntos de Pareto para cada objetivo. Então, a partir dos conjuntos de solução gerados, a função é formulada como um único valor agregado, utilizado para realizar a tomada de decisões (Equação 5.9). Para essa nova função J , o método da programação compromisso normalizada, submetida a restrições, é utilizado.

As restrições do problema de otimização são divididas em dois tipos básicos: as de cunho determinístico e as de cunho aleatório. As restrições aleatórias são aquelas que contêm as incertezas, na forma de tolerâncias, para fins de análise de intervalo. Ressalta-se que as incertezas podem ser aplicadas tanto nos parâmetros do sistema (variáveis que não devem ser tratadas como variáveis de projeto) quanto nas próprias variáveis de projeto. Em resumo, as restrições determinísticas indicam os limites (máximo e mínimo) das variáveis de projeto, e as restrições aleatórias indicam o percentual de incerteza em torno de um valor de referência

para os parâmetros do sistema e também das próprias variáveis de projeto. No total, são 10 restrições determinísticas (variáveis de projeto) e 15 restrições aleatórias (incertezas):

Encontre vetor $\mathbf{x}_{opt} = [h \ h_s \ r_x \ r_y \ c_a \ c_{s1} \ c_{s3} \ k_a \ k_{s1} \ k_{s3}]^T$

para minimizar $\mathbf{J} = [\text{rms}(\ddot{z}_s) \ \text{rms}(\ddot{y}_s) \ \text{tol}(\dot{z}_s) \ \text{tol}(\dot{y}_s)]^T$

sujeito a restrições

$$\begin{array}{l}
 \text{determinísticas} \left\{ \begin{array}{l}
 0,50 h_{ref} \text{ m} \leq h \leq 1,25 h_{ref} \text{ m} \\
 0,80 h_{s,ref} \text{ m} \leq h_s \leq 1,00 h_{s,ref} \text{ m} \\
 0,80 r_{x,ref} \text{ m} \leq r_x \leq 1,00 r_{x,ref} \text{ m} \\
 0,80 r_{y,ref} \text{ m} \leq r_y \leq 1,00 r_{y,ref} \text{ m} \\
 0,50 c_{a,ref} \text{ N s/m} \leq c_a \leq 10,0 c_{a,ref} \text{ N s/m} \\
 0,50 c_{s1,ref} \text{ N s/m} \leq c_{s1} \leq 10,0 c_{s1,ref} \text{ N s/m} \\
 0,50 c_{s3,ref} \text{ N s/m} \leq c_{s3} \leq 10,0 c_{s3,ref} \text{ N s/m} \\
 0,50 k_{a,ref} \text{ N/m} \leq k_a \leq 2,00 k_{a,ref} \text{ N/m} \\
 0,50 k_{s1,ref} \text{ N/m} \leq k_{s1} \leq 2,00 k_{s1,ref} \text{ N/m} \\
 0,50 k_{s3,ref} \text{ N/m} \leq k_{s3} \leq 2,00 k_{s3,ref} \text{ N/m} \\
 \text{rms}(ws_i) \leq 0,2032 \text{ m} \\
 \text{rms}(rh_i) \leq 0,0508 \text{ m} \\
 \text{rms}(\ddot{z}_s) \leq 1,60 \text{ m/s}^2
 \end{array} \right. \quad (5.8)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{aleatórias} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{tol}(c_n) = 0,333 c_n \\
 \text{tol}(k_{ii}) = 0,1 k_{ii,ref} \\
 \text{tol}(h) = 0,1 h_{ref} \\
 \text{tol}(h_s) = 0,1 h_{s,ref} \\
 \text{tol}(r_x) = 0,1 r_{x,ref} \\
 \text{tol}(r_y) = 0,1 r_{y,ref} \\
 \text{tol}(c_a) = 0,1 c_{a,ref} \\
 \text{tol}(c_{s1}) = 0,1 c_{s1,ref} \\
 \text{tol}(c_{s3}) = 0,1 c_{s3,ref} \\
 \text{tol}(k_a) = 0,1 k_{a,ref} \\
 \text{tol}(k_{s1}) = 0,1 k_{s1,ref} \\
 \text{tol}(k_{s3}) = 0,1 k_{s3,ref}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

onde h é a altura do centro de rolagem em relação ao eixo longitudinal da carroceria, em metros; h_s é a altura do assento do motorista, em metros; r_x e r_y são as posições relativas do assento do motorista em relação ao CG da carroceria nas direções x e y , respectivamente, em metros; c_a é o amortecimento do assento do motorista, em N s/m; c_{s1} é o amortecimento da suspensão dianteira esquerda, em N s/m; c_{s3} é o da traseira esquerda, em N s/m; k_a é a rigidez do assento do motorista, em N/m; k_{s1} é a rigidez da suspensão dianteira esquerda, em N/m; k_{s3} é a da traseira esquerda, em N/m. Além disso, o subíndice *ref* indica o valor de referência inicial de projeto para todas essas variáveis supracitadas. Já k_{ti} representa a rigidez do i -ésimo pneu, em N/m, e essas rigidezes não são variáveis de projeto e, sim, parâmetros incertos do sistema, pois o projeto refere-se à suspensão e geometria da carroceria, tratando os pneus e a pista como dados de entrada que contém incertezas. Da mesma forma, $k_{ti,ref}$ indica o valor de referência inicial da rigidez do i -ésimo pneu. Diversos autores na área também adotam esses parâmetros como variáveis de projeto, a ver Bouazara, Richard e Rakheja, 2006, Alfi e Fateh, 2010; Drehmer, 2012. Vale ressaltar que a posição e a altura do assento do motorista também podem ser consideradas como variáveis de projeto, conforme observado por Drehmer et al., 2015. Ainda referente à Equação (5.8), os valores de c_{s1} , c_{s3} , k_{s1} e k_{s3} são simétricos os seus conjugados c_{s2} , c_{s4} , k_{s2} e k_{s4} , respectivamente.

Möller e Beer, 2004, afirmam que a construção e a manutenção da infraestrutura de construções são processos inerentemente incertos. A partir desta premissa, o comportamento mecânico dos perfis de pista também apresentam incertezas e, especialmente, por causa das diferentes camadas de pavimento e das ações de pré-cargas aplicadas sobre a pista durante a compressão do asfalto. É por esse e outros motivos que o perfil de pista pode ser considerado como variável com incerteza para análise.

Niedermeier et al., 2013, desenvolveram um método para otimização da interação dos pneus com a pista, ainda na fase de pré-projeto. Em seus estudos, diversas correlações foram utilizadas para desenvolver um pneu com parâmetros otimizados, o que inclui a montagem e a geometria dos pneus, assim como as manobras realizadas pelo veículo, perfazendo um total de 60 características distintas. Apesar de o método ser validado e útil para a fase de pré-projeto, a quantidade considerável de variáveis envolvidas e os erros inerentes a elas fazem dos pneus um parâmetro que, evidentemente, apresenta incertezas. Podem-se destacar facilmente dentre elas a pressão, desgaste e alinhamento dos pneus.

As restrições determinísticas referentes aos valores RMS do curso da suspensão da i -ésima suspensão (w_{s_i}), da aderência do i -ésimo pneu à pista (rh_i) e da aceleração vertical no assento do motorista (\ddot{z}_s) são baseadas em trabalhos na área também. Baumal, McPhee e Calamai, 1998, sugerem que a aderência do pneu à pista seja comumente menor do que 0,0508 m. Não deve haver descolamento do pneu com a pista, de tal forma a sempre manter contato pontual; por isso, a aderência do pneu à pista deve ser adotada como uma restrição do problema (*hard constraint*). Já o valor RMS do curso da suspensão para veículos de passeio deve ser menor do que 0,2032 m, conforme sugerido por Gillespie, 1992. Por fim, o valor RMS da aceleração vertical no assento do motorista deve ser menor do que 1,6 m/s² para ser classificado como desconfortável, mas ainda aceitável conforme a ISO-2631, 1997. Salienta-se que w_{s_i} e rh_i são tratados como restrições determinísticas do problema, pois: i) os valores de w_{s_i} são assimilados pelo resultado final em termos da aceleração vertical RMS no assento do motorista (ou seja, quando se trata da aceleração vertical no assento, os efeitos do curso da suspensão já estão sendo considerados na dinâmica); e ii) os valores de rh_i devem ser tratados de tal forma a evitar o descolamento dos pneus com a respectiva pista, otimizando o conforto e mantendo a segurança.

A função multivetorial \mathbf{J} , dada pela Equação (5.9), é composta pelas funções $\text{rms}(\ddot{z}_s)$, que é o valor RMS da aceleração vertical no assento do motorista, em m/s²; $\text{rms}(\ddot{y}_s)$, que é o valor RMS da aceleração lateral no assento do motorista, em m/s²; $\text{tol}(\ddot{z}_s)$, que é a tolerância de \ddot{z}_s , em m/s²; e $\text{tol}(\ddot{y}_s)$, que é a tolerância de \ddot{y}_s , em m/s², a seguir

$$J = w_1 \frac{\text{rms}(\ddot{z}_s)}{\max(\text{rms}(\ddot{z}_s))} + w_2 \frac{\text{rms}(\ddot{y}_s)}{\max(\text{rms}(\ddot{y}_s))} + w_3 \frac{\text{tol}(\ddot{z}_s)}{\max(\text{tol}(\ddot{z}_s))} + w_4 \frac{\text{tol}(\ddot{y}_s)}{\max(\text{tol}(\ddot{y}_s))} \quad (5.9)$$

onde max representa a função do valor máximo RMS do respectivo objetivo, para fins de normalização, e w_i representam os pesos ponderados por um especialista, iguais para fins de simplificação.

Por fim, c_n refere-se ao número da classe do perfil de pista, utilizado como restrição aleatória para a pista, conforme a Equação (5.10), dada em m³/ciclo, a seguir:

$$G_d(n_0) = 4^{(c_n+1)} \times 10^{-6} \quad (5.10)$$

A Equação (5.10) permite associar as diferentes classes de perfil de pista (A, B, C, D e outros) em termos de um índice de 1 até 7. $G_d(n_0)$ é a PSD de referência em deslocamentos verticais em função da frequência espacial de referência, em $m^3/ciclo$. Como o perfil de pista é um parâmetro do sistema que contém incertezas, uma das formas mais simples de oscilar entre dois ou mais classes diferentes consiste em aplicar a perturbação no número de classe da pista, gerando um intervalo que abrange os perfis das classes B, C e D, no caso particular analisado.

Dois objetivos conflitantes são evidentes na formulação – o valor RMS da aceleração vertical e o valor RMS da aceleração lateral, ambas no assento do motorista. Esse conflito fica bastante claro quando o veículo trafega em linha reta, sem realizar curva, onde a aceleração lateral deve ser próxima a zero e, à medida que ele realiza uma manobra DLC, a aceleração lateral aumenta e a vertical tende a diminuir (por decomposição de forças no assento). Dessa maneira, para determinar a aceleração lateral do assento em função da dinâmica vertical da carroceria, utilizam-se as equações a seguir, conforme proposto por Pazooki, Rakheja e Cao, 2012, para as equações (5.11) e (5.12)

$$\ddot{x}_s = \ddot{x}_b + h_s \ddot{\theta} \quad (5.11)$$

$$\ddot{y}_s = \ddot{y}_b - h_s \ddot{\phi} \quad (5.12)$$

onde h_s é a altura do assento do motorista, em metros; \ddot{x}_b e \ddot{y}_b são as acelerações longitudinal e lateral da carroceria, dadas em m/s^2 ; \ddot{x}_s e \ddot{y}_s são as acelerações transferidas para o assento do motorista, longitudinal e lateral, em m/s^2 ; $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular de arfagem da carroceria, em $radiano/s^2$; e $\ddot{\phi}$ é a aceleração angular de rolagem da carroceria, em $radiano/s^2$.

5.3 Fluxograma das sub-rotinas

O fluxograma das chamadas de cada sub-rotina é simplificado e ilustrado na Figura 5.2. O primeiro passo consiste em definir quais são os **Dados de Entrada** do sistema. Esses dados são divididos entre Parâmetros (perfis de pista, rigidez dos pneus, esterçamento) e Variáveis de Projeto (rigidez e amortecimento da suspensão, altura do eixo de rolagem, entre outros), e podem conter ou não incertezas, conforme explicado no Capítulo 3 desta Tese.

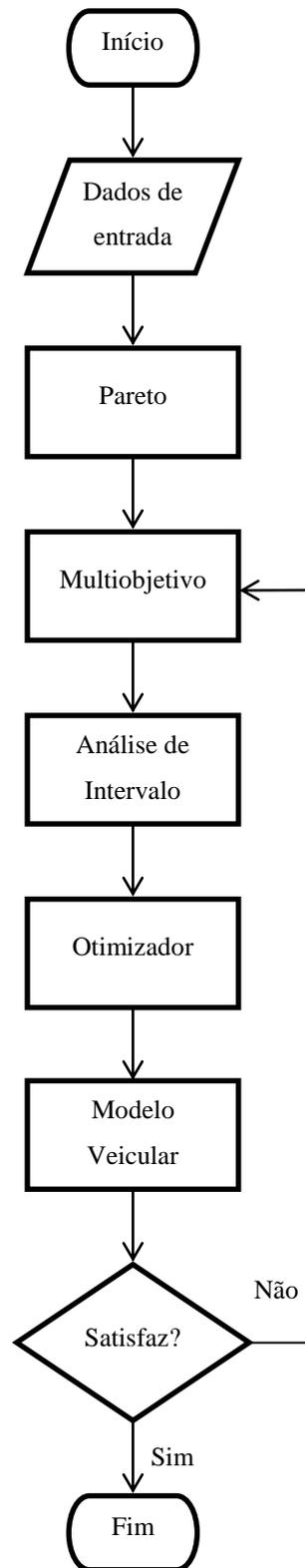


Figura 5.2 – Fluxograma de chamada de cada sub-rotina.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A partir dos dados, inicializa-se o programa principal **Pareto**, cuja finalidade é esboçar as fronteiras de Pareto de cada objetivo, exibir o pós-processamento e visualizar as respostas do sistema. O programa principal Pareto realiza o segundo passo que consiste em chamar a sub-rotina **Multiobjetivo**. Essa sub-rotina calcula os limites mínimos e máximos do intervalo de cada Parâmetro do Sistema e de cada Variável de Projeto. Em seguida, ela chama a sub-rotina **Análise de Intervalo** para, depois, retornar as medidas de centro (valor médio) e de dispersão (tolerâncias) de cada um dos objetivos ao programa principal.

O passo seguinte é executado pela sub-rotina de Análise de Intervalo. Ela realiza uma propagação de incertezas, utilizando o Método dos Níveis de Corte- α . Esse método determina, para o nível de α igual à zero, a maior dispersão (incerteza) possível na função a ser calculada e, para o nível de α igual a 1, o resultado determinístico (ou seja, o valor médio) sem qualquer incerteza. Sendo assim, como o processo de otimização visa determinar os vetores de projeto para o pior caso possível – isto é, com a maior dispersão possível – a Análise de Intervalo vai calcular para o nível de α igual à zero.

Para calcular os limites mínimos e máximos dos intervalos, a Análise de Intervalo vai chamar uma sub-rotina de otimização, o **Otimizador**. Essa sub-rotina pode ser desde métodos determinísticos (como SQP) até os heurísticos tradicionais (GA, PSO, SOA). É o Otimizador que, por fim, chama a sub-rotina que contém as equações referentes ao modelo a ser avaliado, o **Modelo Veicular**. Se os resultados obtidos não forem capazes de satisfazer os critérios de convergência adotados, o algoritmo retorna ao passo da sub-rotina **Multiobjetivo**.

5.4 Critérios de convergência

O primeiro critério de convergência é o coeficiente de variação dado pela razão entre o desvio padrão e o valor médio relacionado à função multiobjetivo para todas as avaliações realizadas, o qual deve ser menor do que a tolerância estabelecida de 10^{-6} . O segundo critério de convergência requer que a norma da diferença da função multiobjetivo obtida entre duas avaliações sucessivas deve ser menor do que a mesma tolerância, a fim de evitar as pequenas flutuações em torno do ótimo global. Se o limite k_{\max} de 300 iterações é alcançado, finaliza-se também o algoritmo.

$$CV = \frac{\sigma_J}{\mu_J} < 1,0 \times 10^{-6} \quad (5.13)$$

$$\|J_{i+1} - J_i\| < 1,0 \times 10^{-6} \quad (5.14)$$

$$k_{\max} \leq 300 \quad (5.15)$$

Para a sub-rotina **Multiobjetivo**, o critério de parada utilizado é o mesmo indicado para o NSGA-II: o de um número especificado de elementos presentes da fronteira de Pareto e que são não dominados; a dispersão média entre si das soluções na fronteira de Pareto e que são não dominadas; e também um limite máximo de iterações, para o qual o algoritmo dará por encerrada a otimização.

6 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Este capítulo destina-se a expor a análise de dados e discutir os resultados obtidos do modelo completo. Os dados de um problema real são apresentados, e o procedimento adotado na solução deste é descrito. Em seguida, os resultados são devidamente ilustrados, utilizando gráficos e tabelas, e discutidos com equivalentes da literatura na área quando pertinente com o objetivo de elucidar o modelo estudado em termos práticos.

6.1 Procedimento de análise

A solução do problema procede em duas etapas principais. A primeira etapa refere-se à análise pura do modelo desenvolvido para um caso específico, comparando os resultados com aqueles obtidos em um software comercial (CARSIM[®]) para validação da programação feita para o modelo do veículo, considerando o acoplamento das dinâmicas lateral e vertical; contudo, neste caso, apenas o modelo do veículo está em análise, desconsiderando o modelo biodinâmico do motorista. Esse caso é orientado pela norma ISO-3881-1, 1999, para realizar uma manobra de dupla troca de faixa (*double lane change* ou DLC). Já a segunda etapa refere-se à otimização propriamente dita e da explanação do método proposto na Tese.

Todos os dados de entrada, tanto para análise quanto para a otimização, são reunidos na seguinte Tabela 6.1:

Tabela 6.1 – Dados de entrada para análise e otimização.

Parâmetros	Unidade	Limite Superior	Valor Inicial	Limite Inferior
Motorista				
[Abbas et al., 2013]				
Massa da cabeça, m_{d1}	kg		4,00	
Massa do torso superior, m_{d2}	kg		17,0	
Massa do torso inferior, m_{d3}	kg		13,0	
Massa da pélvis, m_{d4}	kg		36,0	
Rigidez da cabeça, k_{d1}	N/m		166 990,0	
Rigidez do torso superior, k_{d2}	N/m		10 000,0	
Rigidez da coluna e lombar, k_{d3}	N/m		144 000,0	
Rigidez do torso inferior, k_{d4}	N/m		20 000,0	
Rigidez da pélvis, k_{d5}	N/m		49 340,0	
Amortecimento da cabeça, c_{d1}	N s/m		310,0	
Amortecimento do torso superior, c_{d2}	N s/m		200,0	
Amortecimento da coluna e lombar, c_{d3}	N s/m		909,1	
Amortecimento do torso inferior, c_{d4}	N s/m		330,0	
Amortecimento da pélvis, c_{d5}	N s/m		2475,0	

Veículo				
Massa do assento, m_s	kg		30,0	
Massa da carroceria, m_b	kg		1000,0	
Massa total do veículo, m_t	kg		1310,0	
Massa da suspensão dianteira esquerda, m_{s1}	kg		80,0	
Massa da suspensão dianteira direita, m_{s2}	kg		80,0	
Massa da suspensão traseira esquerda, m_{s3}	kg		60,0	
Massa da suspensão traseira direita, m_{s4}	kg		60,0	
Rigidez do assento, k_s	N/m	40 000,0	80 000,0	160 000,0
Rigidez da suspensão dianteira esquerda, k_{s1}	N/m	30 000,0	60 000,0	120 000,0
Rigidez da suspensão dianteira direita, k_{s2}	N/m	30 000,0	60 000,0	120 000,0
Rigidez da suspensão traseira esquerda, k_{s3}	N/m	22 500,0	45 000,0	90 000,0
Rigidez da suspensão traseira direita, k_{s4}	N/m	22 500,0	45 000,0	90 000,0
Rigidez torcional da barra de rolagem, k_{br}	N m/rad		25 000,0	
Amortecimento do assento, c_s	N s/m	250	500,0	1000,0
Amortecimento da suspensão dianteira esquerda, c_{s1}	N s/m	750	1500,0	3000,0
Amortecimento da suspensão dianteira direita, c_{s2}	N s/m	750	1500,0	3000,0
Amortecimento da suspensão traseira esquerda, c_{s3}	N s/m	1000,0	2000,0	4000,0
Amortecimento da suspensão traseira direita, c_{s4}	N s/m	1000,0	2000,0	4000,0
Rigidez do pneu dianteiro esquerdo, k_{t1}	N/m		200 000,0	
Rigidez do pneu dianteiro direito, k_{t2}	N/m		200 000,0	
Rigidez do pneu traseiro esquerdo, k_{t3}	N/m		200 000,0	
Rigidez do pneu traseiro direito, k_{t4}	N/m		200 000,0	
Momento de inércia de guinada, I_z	kg m ²		350,0	
Momento de inércia de arfagem, I_y	kg m ²		1058,4	
Momento de inércia de rolagem, I_x	kg m ²		300,0	
Largura da dianteira do veículo, l_d	m		1,820	
Largura da traseira do veículo, l_t	m		1,820	
Distância do eixo dianteiro ao CG da carroceria, a	m		1,590	
Distância do eixo traseiro ao CG da carroceria, b	m		1,290	
Altura do centro de rolagem, h	m	0,250	0,500	0,625
Altura do assento do motorista, h_s	m	0,240	0,300	0,300
Posição relativa x do assento ao CG da carroceria, r_x	m	0,504	0,630	0,630
Posição relativa y do assento ao CG da carroceria, r_y	m	0,300	0,375	0,375
PSO				
Número de partículas, n_p			20	
Inércia das partículas, ϖ			0,9	
Tolerância do PSO, tol_{PSO}			10 ⁻³	
Número máximo de iterações do PSO, n_{maxPSO}			100	
Constante de convergência, κ			0,4	
Constante para evitar dispersão, χ			0,8	
Parâmetro cognitivo da partícula, λ_1			2,01	
Parâmetro social do enxame, λ_2			2,01	
SOA				
Número de pontos de procura, n_{sp}			20	
Raio da espiral (fator de contração), r_c			0,999	
Ângulo de giro (fator de atração), θ_c			$\pi/2$	
Tolerância do SOA, tol_{SOA}			10 ⁻³	
Número máximo de iterações do SOA, n_{maxSOA}			100	
Parâmetro de dispersão, α			0,05	
Parâmetro de convergência, β			0,001	
NSGA-II (GA)				
Tolerância do Algoritmo Genético, tol_{GA}			10 ⁻³	
Tamanho da população, ps			30	
Fração de Pareto, pf			0,80	
Geração limite de assentamento, sgl			50	
Fração de <i>Crossover</i> , cof			0,90	

Análise de intervalo				
Número de variáveis de projeto com incertezas, n_{vp}			10	
Número de parâmetros com incertezas, n_{ip}			5	
Número de variáveis de saída com incertezas, n_{op}			2	
Níveis de cortes- α , n_α			1	
Outros dados de entrada				
Velocidade do veículo, v	km/h	77	80	83
Aceleração da gravidade, g	m/s ²		9,81	
Área frontal do veículo, A_f	m ²		2,10	
Densidade volumétrica do ar, ρ	kg/m ³		1003,0	
Resistência ao rolamento, f_r			0,0062	
Coefficiente de arrasto, C_d			0,32	
Coefficiente de escorregamento dos pneus, κ			10 ⁻⁹	
Parâmetro de influência da aceleração no final do intervalo de tempo no método de Newmark, α			1/4	
Parâmetro de estabilidade no método de Newmark, β			1/2	
Número de classe do perfil de pista, c_n		2	3	4
PSD média do perfil de pista da Classe C, $G_d(n_0)$	m ³ /ciclo	64×10^{-6}	256×10^{-6}	1024×10^{-6}
Comprimento total da pista para DLC, L_t	m		125	
Número de onda na frequência espacial, n_0	ciclos/m	0,011	$1/2\pi$	2,83

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Os dados de entrada referentes ao modelo do motorista e aos algoritmos de otimização não são utilizados na análise pura, e os valores desses dados são os valores iniciais listados na Tabela 6.1. O tempo total da análise depende da velocidade do veículo e do comprimento da pista, onde $t = (L_t/v)$, dado em segundos, utilizado na análise e também na otimização. Esse tempo de análise da sub-rotina em MATLAB[®] utiliza $t = (L_t/v) + 1$, para garantir o tempo necessário para realizar o esterçamento que não seja maior do que o tempo total de simulação.

No que diz respeito à simulação da manobra DLC que um motorista poderia executar mais próximo da realidade, o esterçamento do volante foi convertido para os esterçamento dos pneus, na relação de 100° do ângulo do volante para 6° do ângulo de esterçamento dos pneus dianteiros, desconsiderando um sistema de direção dinâmica (eletrônica). Na prática, para fins de simulação na análise e na otimização, os dados do esterçamento dos pneus foram utilizados como entrada do sistema ao invés do giro do volante propriamente dito.

6.2 Resultados da análise puramente determinística

O modelo proposto no Capítulo 4 desta Tese foi escrito e desenvolvido em ambiente MATLAB[®] e, posteriormente, comparado com o *software* comercial fechado CARSIM[®]. Os dados de entrada do problema foram os mesmos, e as variáveis de projeto foram inseridas como valores médios determinísticos, resultando em uma análise comparativa determinística

no domínio do tempo. Os valores médios determinísticos são os valores iniciais da Tabela 6.1 e foram baseados na literatura, a citar Abbas et al., 2013, Baumal, McPhee e Calamai, 1998, Bosh, 2005, Bouazara, Richard e Rakheja, 2006, Chen et al., 2011, Drehmer, Casas e Gomes, 2016, Jazar, 2008, Shirahatt et al., 2008, e Wong, 2001. O veículo analisado é um veículo de passeio, subcompacto médio, tipo *hatch*, com distância entre eixos de 2,880 m e em torno de 1,3 toneladas de massa total. O perfil de pista não apresenta quaisquer irregularidades, a fim de analisar a dinâmica lateral e verificar a trajetória obtida, para assim então validar o modelo proposto em termos de dinâmica lateral. Os demais dados estão exibidos na Tabela 6.1.

Os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros da análise realizada no CARSIM[®] são ilustrados na Figura 6.1. Os valores coletados do *software* foram discretos, a cada instante de tempo, e interpolados, gerando a curva ilustrada, a fim de compatibilizar os incrementos de tempo diferentes, utilizados pela programação em MATLAB[®]. Os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros na sub-rotina proposta pela Tese foram os mesmos que foram inseridos na análise do CARSIM[®]. Salienta-se que os ângulos de esterçamento dos pneus traseiros são iguais a zero durante toda a manobra.

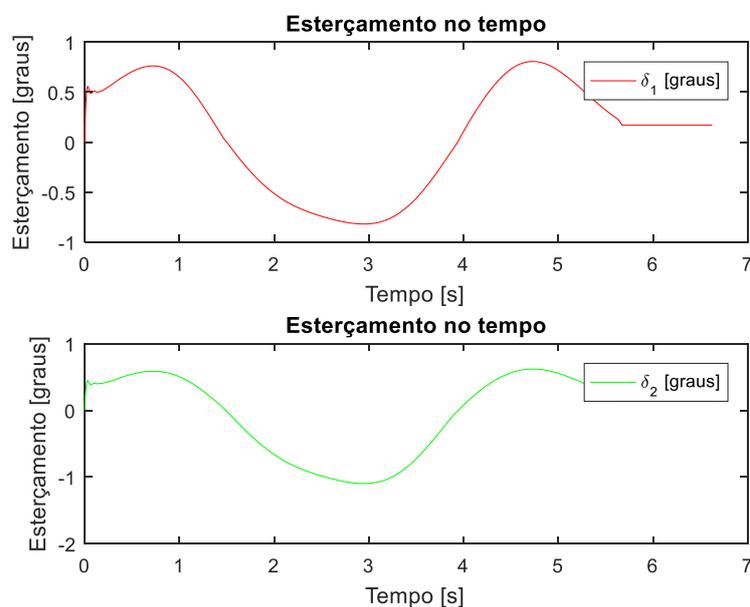


Figura 6.1 – Ângulos de esterçamento dos pneus.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A trajetória realizada pelo CG do veículo no CARSIM[®] é exibida na Figura 6.2, a seguir. As curvas traçadas coincidem, indicando que a interpolação dos pontos coletados de maneira discreta, a cada instante, foi satisfatória. Essa trajetória indicou que a simulação do motorista foi capaz de realizar a manobra DLC dentro dos limites da norma ISO-3881-1, 1999, a partir de um ponto mensurado no CG da carroceria do veículo.

A trajetória resultante obtida em MATLAB[®] foi similar à do CARSIM[®], ilustrada na Figura 6.3. As diferenças residem no fato de que o modelo de pneus de Pacejka utilizado na sub-rotina não foi o mesmo daquele empregado no CARSIM[®]. Apesar das diferenças, o resultado da sub-rotina proposta indicou, também, que a simulação do motorista foi capaz de realizar a manobra DLC dentro dos limites da norma ISO-3881-1, 1999, a partir do mesmo ponto no CG da carroceria do veículo.

O pico na direção y próximo aos 3,5 metros foi superior ao pico obtido na simulação do CARSIM[®], de 2,8 metros. Esse resultado dependeu das forças laterais desenvolvidas que, no CARSIM[®], foram menores do que as simuladas em MATLAB[®]; sobretudo, as forças F_{y1} e F_{y2} foram maiores no MATLAB[®], justamente as forças que direcionam a manobra. A partir dos 100 metros de pista de testes, em ambas as simulações, o veículo já estava em orientação para continuar na faixa e, ao atingir 125 metros, finalizava a manobra.

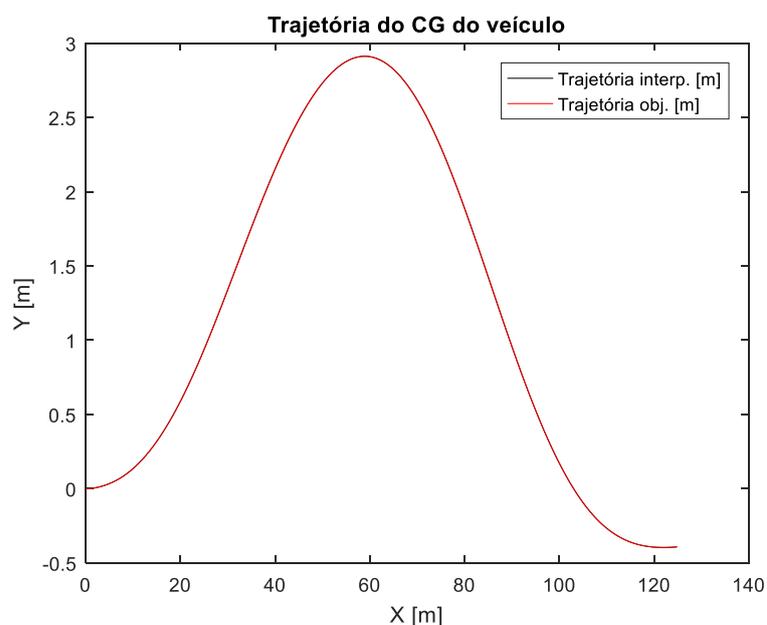


Figura 6.2 – Trajetória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada no CARSIM[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

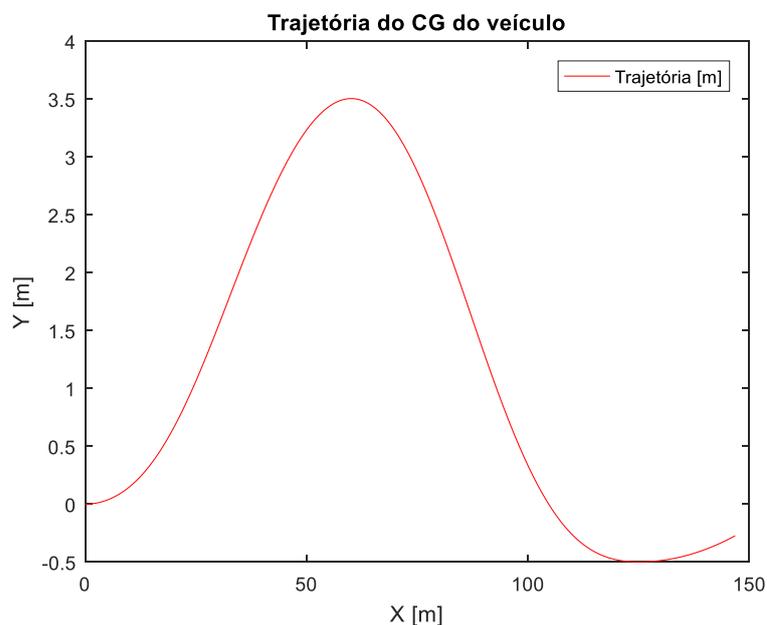


Figura 6.3 – Trajetória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada no MATLAB[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.4 exhibe as forças laterais desenvolvidas (F_{yi}) de cada pneu. Ressalta-se que as forças longitudinais desenvolvidas (F_{xi}) durante a manobra DLC a velocidade constante, devem ser próximas à zero, pois a aceleração longitudinal da carroceria deve ser próxima de zero. Isso não significa que as forças F_{xi} e F_{yi} da dinâmica lateral são zero; pelo contrário, elas devem ter magnitude suficiente para realizar a manobra com sucesso.

Já as forças laterais da Figura 6.5, obtidas pela sub-rotina desenvolvida em MATLAB[®], apresentaram magnitudes maiores do que as do CARSIM[®]. Esse foi um dos motivos pelo qual a trajetória no MATLAB[®] foi diferente, uma vez que obter forças laterais maiores implica deslocar o CG da carroceria igualmente correlacionado. Isso se deve, basicamente, ao modelo de pneus utilizado. Nesse caso, o modelo simplificado de Pacejka, empregado na Tese, foi assumidamente mais conservativo, pois as magnitudes das componentes das forças laterais foram maiores. Essa simplificação reside no fato de desconsiderar os outros efeitos no pneu, como ângulos de cambagem e de cáster. A diferença em termos de trajetória não foi suficiente para desqualificar o modelo proposto; se tais efeitos fossem considerados, as magnitudes das componentes das forças laterais seriam menores e próximas aos resultados do CARSIM[®].

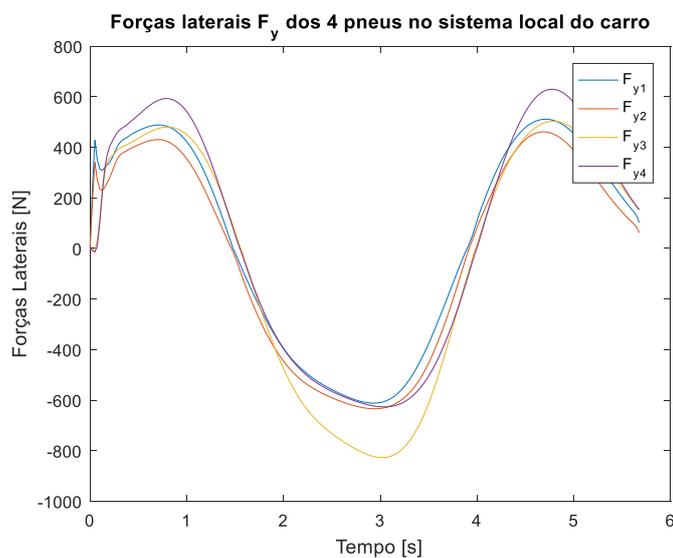


Figura 6.4 – Forças laterais durante a manobra DLC realizada no CARSIM[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

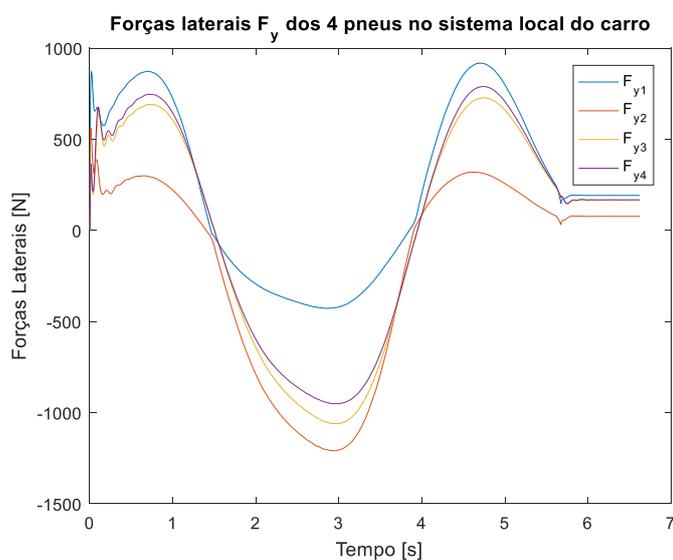


Figura 6.5 – Forças laterais durante a manobra DLC realizada no MATLAB[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

As forças verticais aplicadas à pista são ilustradas na Figura 6.6. Esses foram os valores das cargas verticais aplicadas à pista, segundo o modelo de pneus do CARSIM[®], uma versão do modelo de Pacejka, similar à utilizada no modelo proposto por esta Tese. As magnitudes finais, ao término da manobra, voltaram aos valores iniciais, equivalentes ao peso

próprio de assentamento de cada suspensão do veículo. Percebeu-se que as curvas geradas pelas forças dos pneus aplicadas à pista, no modelo do CARSIM[®], foram suaves, sem oscilações em torno de um valor médio. Essa suavidade das curvas se deve ao fato que a pista avaliada no modelo do CARSIM[®] não apresentou irregularidades e foi tratada como se fosse uma pista lisa.

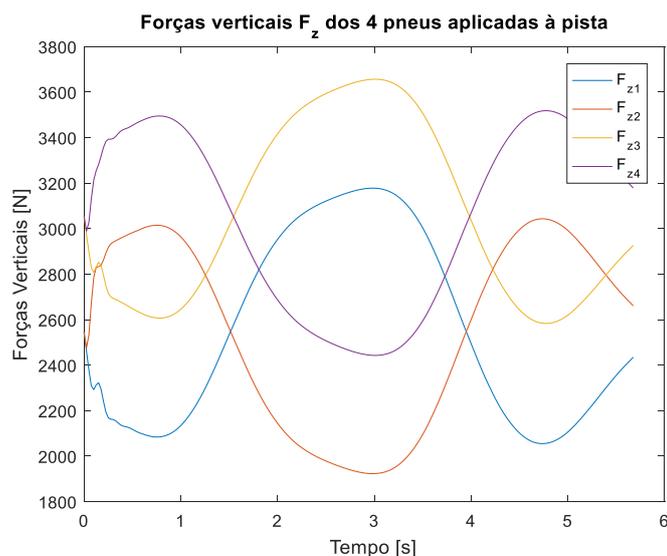


Figura 6.6 – Forças verticais durante a manobra DLC realizada no CARSIM[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.7, por outro lado, indica as forças verticais para a sub-rotina proposta. As magnitudes foram muito próximas as do CARSIM[®] e com um comportamento similar durante a manobra DLC. Da mesma maneira, as magnitudes finais das forças verticais voltaram aos valores iniciais correspondentes ao peso próprio de cada suspensão. As curvas geradas a partir do MATLAB[®] apresentaram algumas oscilações em torno de um valor médio, resultado este que foi oriundo de uma pista quase isenta de irregularidades, muito próxima de zero; não pôde ser zero por questões de convergência numérica.

As diferenças básicas entre os resultados obtidos na rotina desenvolvida e no *software* comercial se devem, majoritariamente, ao modelo de pneus adotado, pois, a partir dele, as forças exercidas pelos pneus são decompostas nas direções x e y , alterando a trajetória do CG da carroceria (figuras 6.2 e 6.3). O modelo de pneus adotado na Tese possui um caráter mais conservador, pois se refere ao modelo tradicional proposto por Bakker et al., 1987, e descrito em Pacejka e Besselink, 2012, resultando em forças na direção y com magnitudes acima

daquelas esperadas pelo CARSIM[®]. Em termos práticos, as forças desenvolvidas na realidade pelos pneus na direção y são levemente menores do que as obtidas na rotina desenvolvida.

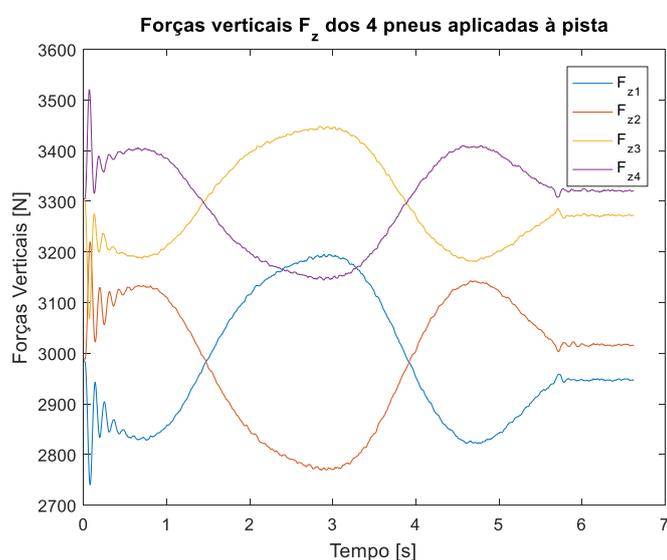


Figura 6.7 – Forças verticais durante a manobra DLC realizada no MATLAB[®].

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

De um modo geral, o modelo proposto e desenvolvido em ambiente MATLAB[®] se mostrou satisfatório em relação ao comercial e comumente utilizado na indústria automotiva. As vantagens de desenvolver as linhas de programação permitem ter um código aberto, cuja localização das equações, variáveis e laços de integração podem ser observadas e comentadas, aproximando-se daquilo que foi descrito analiticamente pelas equações de movimento. No caso do CARSIM[®], grande parte dessas informações não está disponível para o usuário alterar e o programa se limita a base de dados que contém.

6.3 Resultados do NPIA-MORDO no modelo completo

A partir da validação do modelo pela análise puramente determinística, a otimização robusta multiobjetivo por análise de intervalo não probabilística pode ser executada. Para isso, os outros dados de entrada da Tabela 6.1 foram utilizados. Dessa maneira, os parâmetros e as variáveis de projeto com incertezas foram inseridas na simulação na forma de intervalos com os valores mínimos e máximos.

A PSD do perfil de pista foi tratada como um parâmetro de entrada com incertezas e, utilizando o número de classe da pista como dado de entrada, o perfil foi localizado entre as Classes B, C e D. As rigidezes dos pneus também foram perturbadas em 10%. Esse percentual de perturbação é comum em variáveis de projeto e parâmetros de diversas funções *benchmark* conforme Marano e Quaranta, 2008. Guo, 2014, apresentou uma metodologia de otimização robusta não probabilística, baseada nos valores de desvio padrão, para o controle de vibração de estruturas sob incertezas, descrevendo os parâmetros incertos como variáveis de intervalo com 15% de perturbação (no desvio padrão) até 30% de perturbação máxima admissível. Fang et al., 2015, avaliaram a vida em fadiga de uma cabine de caminhão e, em se tratando de perturbação das variáveis e parâmetros do sistema, utilizaram flutuações em torno de 10%.

No que se refere ao otimizador adotado, em função dos testes iniciais realizados no modelo de 2-GDL, o PSO obteve resultados melhores, apesar do tempo computacional maior do que o SOA.. Já os parâmetros e as variáveis de projeto com incertezas são exibidas na Tabela 6.2 com sua respectiva incerteza. Ressalta-se que há simetrias nas variáveis de projeto das suspensões ($c_{s1} = c_{s2}$; $c_{s3} = c_{s4}$; $k_{s1} = k_{s2}$; e $k_{s3} = k_{s4}$).

Tabela 6.2 – Parâmetros e variáveis de projeto com incertezas.

Parâmetro e Variável de Projeto	Valor Inicial	Unidade	Incerteza
Parâmetros de entrada			
Número de classe da pista, c_n	4		0,333
Rigidez do pneu dianteiro esquerdo, k_{r1}	200 000,0	N/m	0,10
Rigidez do pneu dianteiro direito, k_{r2}	200 000,0	N/m	0,10
Rigidez do pneu traseiro esquerdo, k_{r3}	200 000,0	N/m	0,10
Rigidez do pneu traseiro direito, k_{r4}	200 000,0	N/m	0,10
Variável de projeto			
Altura do centro de rolagem, h	0,500	m	0,01
Altura do assento do motorista, h_s	0,300	m	0,01
Posição relativa x do assento ao CG da carroceria, r_x	0,630	m	0,01
Posição relativa y do assento ao CG da carroceria, r_y	0,375	m	0,01
Amortecimento do assento, c_s	500,0	N s/m	0,10
Amortecimento da suspensão dianteira esquerda, c_{s1}	1500,0	N s/m	0,10
Amortecimento da suspensão dianteira direita, c_{s2}	1500,0	N s/m	0,10
Amortecimento da suspensão traseira esquerda, c_{s3}	2000,0	N s/m	0,10
Amortecimento da suspensão traseira direita, c_{s4}	2000,0	N s/m	0,10
Rigidez do assento, k_s	80 000,0	N/m	0,10
Rigidez da suspensão dianteira esquerda, k_{s1}	60 000,0	N/m	0,10
Rigidez da suspensão dianteira direita, k_{s2}	60 000,0	N/m	0,10
Rigidez da suspensão traseira esquerda, k_{s3}	45 000,0	N/m	0,10
Rigidez da suspensão traseira direita, k_{s4}	45 000,0	N/m	0,10

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

O percentual de incerteza da Tabela 6.2 foi aplicado e propagado em cada parâmetro e variável de projeto conforme a Equação (3.1), do Capítulo 3, na forma de tolerâncias. Ressalta-se, também, que as variáveis de projeto possuem limites mínimos e máximos de projeto, pois elas constituem o vetor de solução ótimo de projeto e apresentam percentuais de incertezas tal como os parâmetros de entrada. Em suma, os parâmetros de entrada possuem apenas incerteza e as variáveis de projeto, limites mínimos e máximos e também incerteza.

A Figura 6.8 exibe a fronteira de Pareto para os dois objetivos conflitantes, os valores RMS da aceleração vertical e da aceleração lateral no assento do motorista. A faixa de valores RMS obtida foi similar àquelas apresentadas por outros autores na área, a citar Gobbi, Levi e Mastinu, 2006. Cada ponto localizado nessa fronteira representa um conjunto de solução que satisfaz as condições de contorno do problema; percebeu-se, claramente, que os objetivos das acelerações foram conflitantes e, quanto menor for o valor RMS da aceleração vertical, maior será o valor RMS da aceleração lateral. Os indivíduos da fronteira de Pareto foram espalhados e não ordenados; por isso, o gráfico exibido pelo NSGA-II, independentemente do otimizador utilizado, precisa de um pós-processamento para uma visualização ordenada dos resultados. Conforme Tušar e Filipič, 2015, as fronteiras de Pareto cruzadas, par a par, constituem uma das formas mais rápida e robusta de visualizar os resultados (ver figuras 6.9 e 6.10).

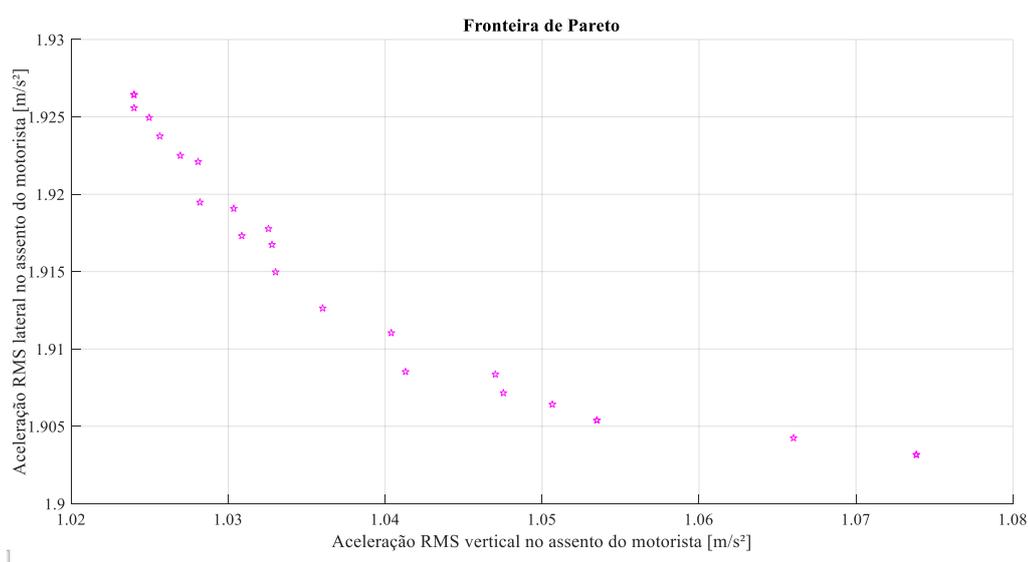


Figura 6.8 – Fronteira de Pareto por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

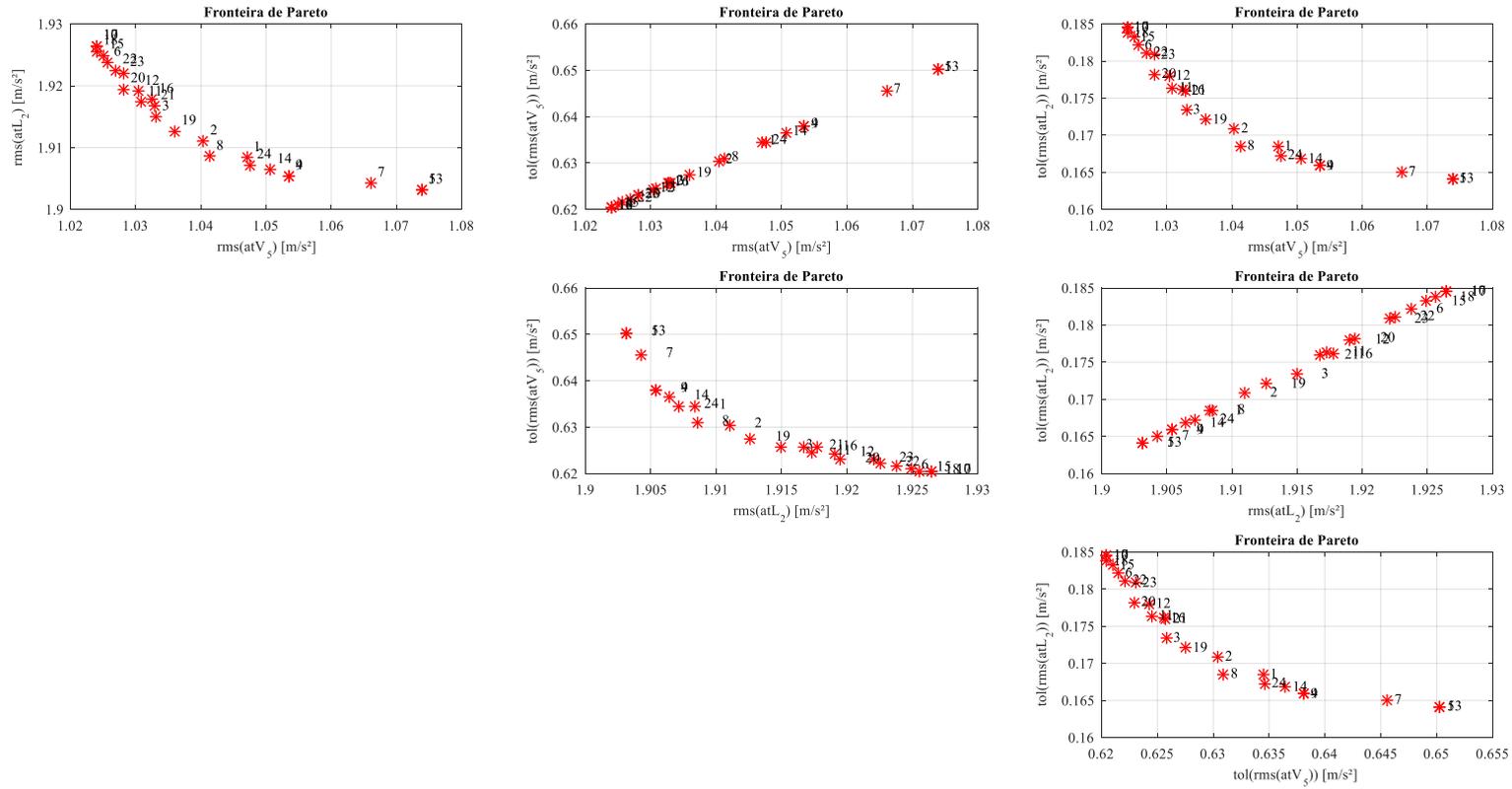


Figura 6.9 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

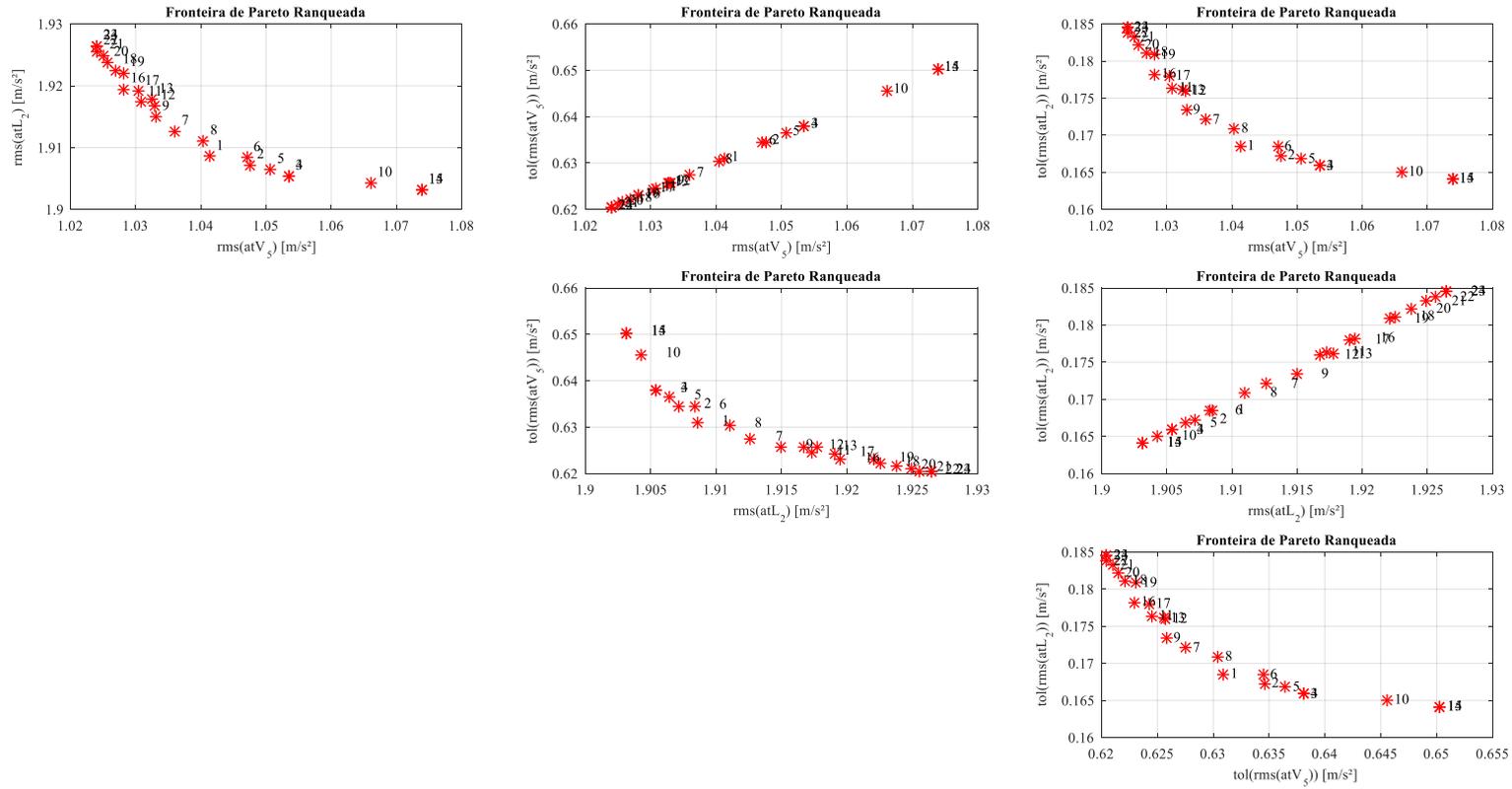


Figura 6.10 – Fronteiras de Pareto para cada objetivo, par a par, ranqueadas conforme a função agregada, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

O ranqueamento dos indivíduos mostrou-se necessário, exibido na Figura 6.10, e, a partir dele, a localização e identificação de um dado indivíduo puderam ser realizadas. Por exemplo, na Figura 6.9, o indivíduo de número 7 ocupou a posição do indivíduo de número 10, quando ordenado, conforme observado, respectivamente, na Figura 6.10. A visualização pós-processada e ordenada permitiu localizar um dos indivíduos em outra fronteira de Pareto gerada.

Em seguida, os valores de cada objetivo não ranqueados podem ser resgatados no pós-processamento. A Figura 6.11 exibe os resultados obtidos para os valores RMS da aceleração vertical e lateral, e os respectivos valores de tolerância. Percebeu-se que praticamente todos os indivíduos da população do NSGA-II apresentaram resultados muito próximos no que diz respeito dos valores RMS das acelerações e também nos valores das tolerâncias. Isso se deve ao fato de que o problema analisado partiu de um projeto veicular já existente e previamente otimizado. Como as variáveis de projeto avaliadas localizavam-se em uma faixa de valores de pré-projeto muito estreita, os conjuntos de solução obtiveram valores muito próximos nas funções objetivo. Essa situação foi muito diferente no modelo de 2-GDL do Capítulo 3, demonstrando que, à medida que o modelo se tornou mais complexo, os candidatos à solução apresentaram respostas similares.

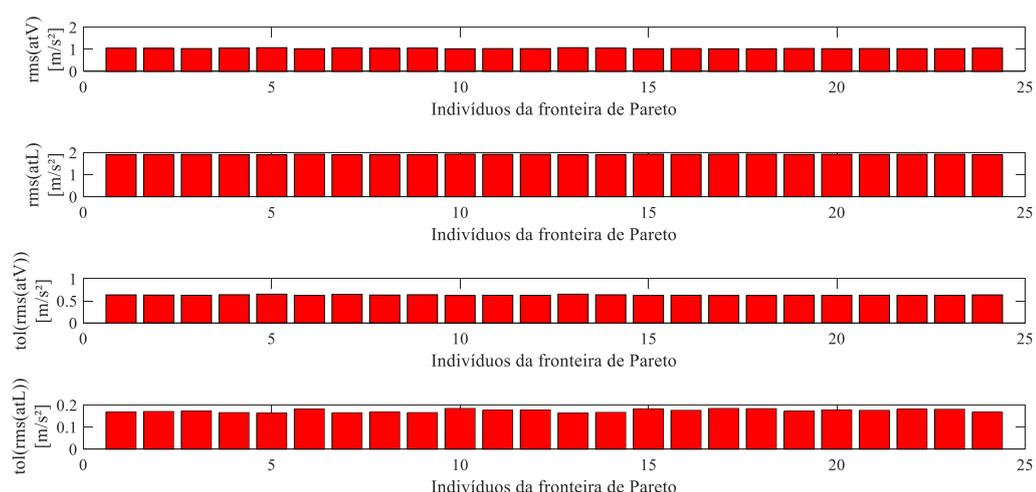


Figura 6.11 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueados, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.12 ordena, de forma crescente, os 24 indivíduos do NSGA-II que formaram a fronteira de Pareto representativa e pondera conforme a função agregada, reescrita a seguir:

$$J = w_1 \frac{\text{rms}(\ddot{z}_s)}{\max(\text{rms}(\ddot{z}_s))} + w_2 \frac{\text{rms}(\ddot{y}_s)}{\max(\text{rms}(\ddot{y}_s))} + w_3 \frac{\text{tol}(\ddot{z}_s)}{\max(\text{tol}(\ddot{z}_s))} + w_4 \frac{\text{tol}(\ddot{y}_s)}{\max(\text{tol}(\ddot{y}_s))} \quad (6.1)$$

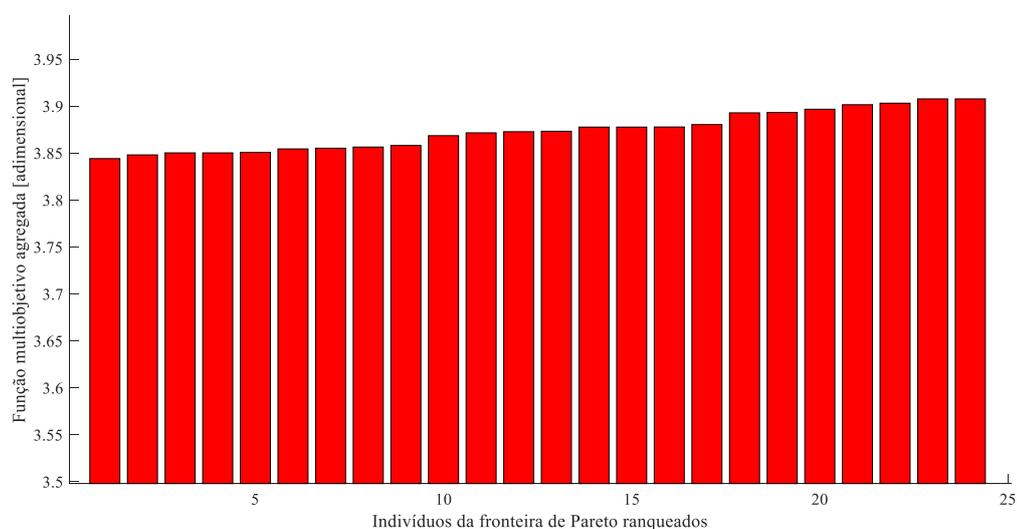


Figura 6.12 – Valores de cada objetivo conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueados e ordenados pela função agregada, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Esta visualização facilita a compreensão e a localização de qual indivíduo minimizou, de fato, essa função agregada. O primeiro indivíduo, devidamente ranqueado, foi justamente aquele que apresentou o menor valor da função agregada ($f_{\text{PSO}} = 3,844$) e, portanto, a melhor escolha. Esse melhor indivíduo foi o de número 8, e ele não foi, necessariamente, o primeiro apresentado pela Figura 6.11. Os valores da função agregada aqui exemplificados referiram-se a um peso equivalente de ponderação; todos os objetivos receberam o mesmo peso. Por isso, a soma dos quatro objetivos resultou num valor máximo de 4,000.

Em seguida, as figuras 6.13 até 6.18 ilustram as variáveis de projeto, respectivamente, não ranqueadas e ranqueadas, para cada indivíduo da fronteira de Pareto:

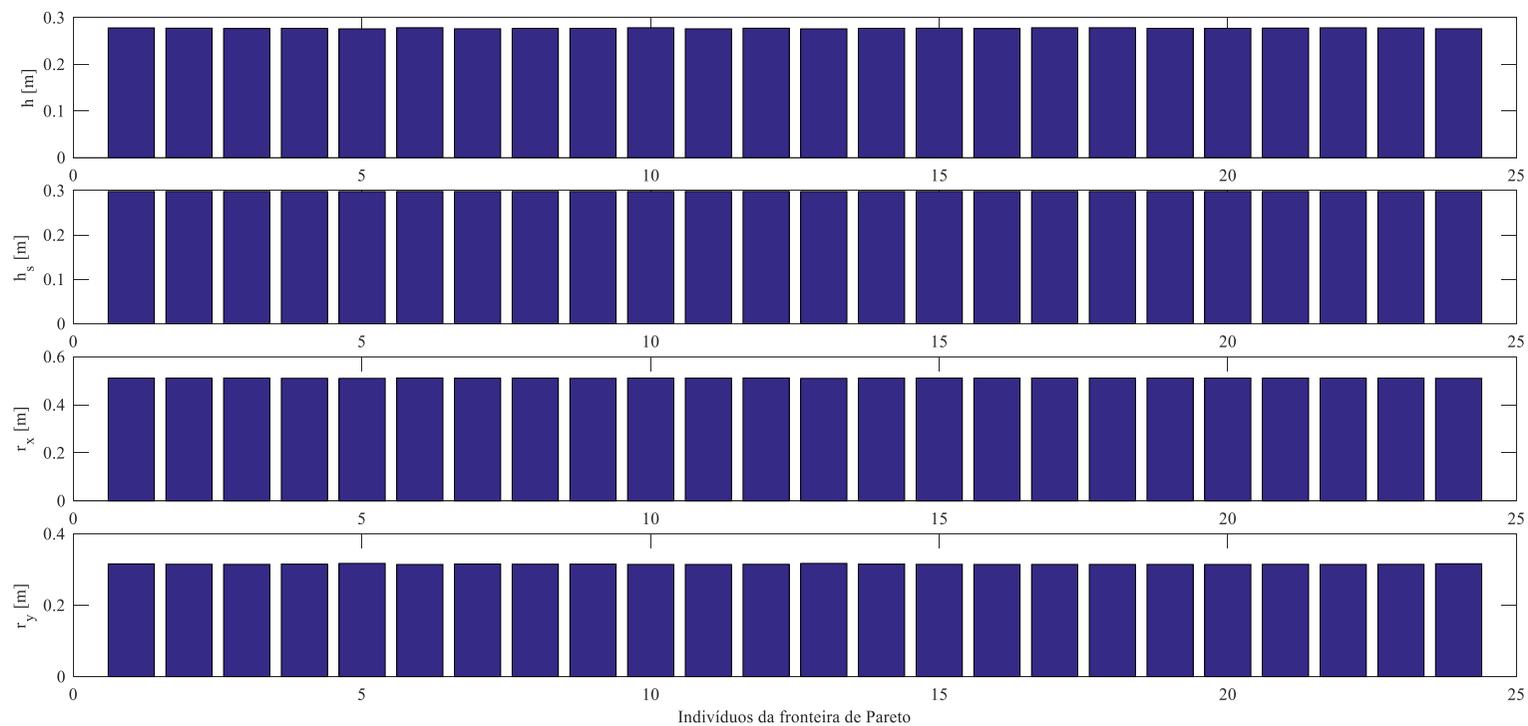


Figura 6.13 – Variáveis de projeto h , h_s , r_x e r_y , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

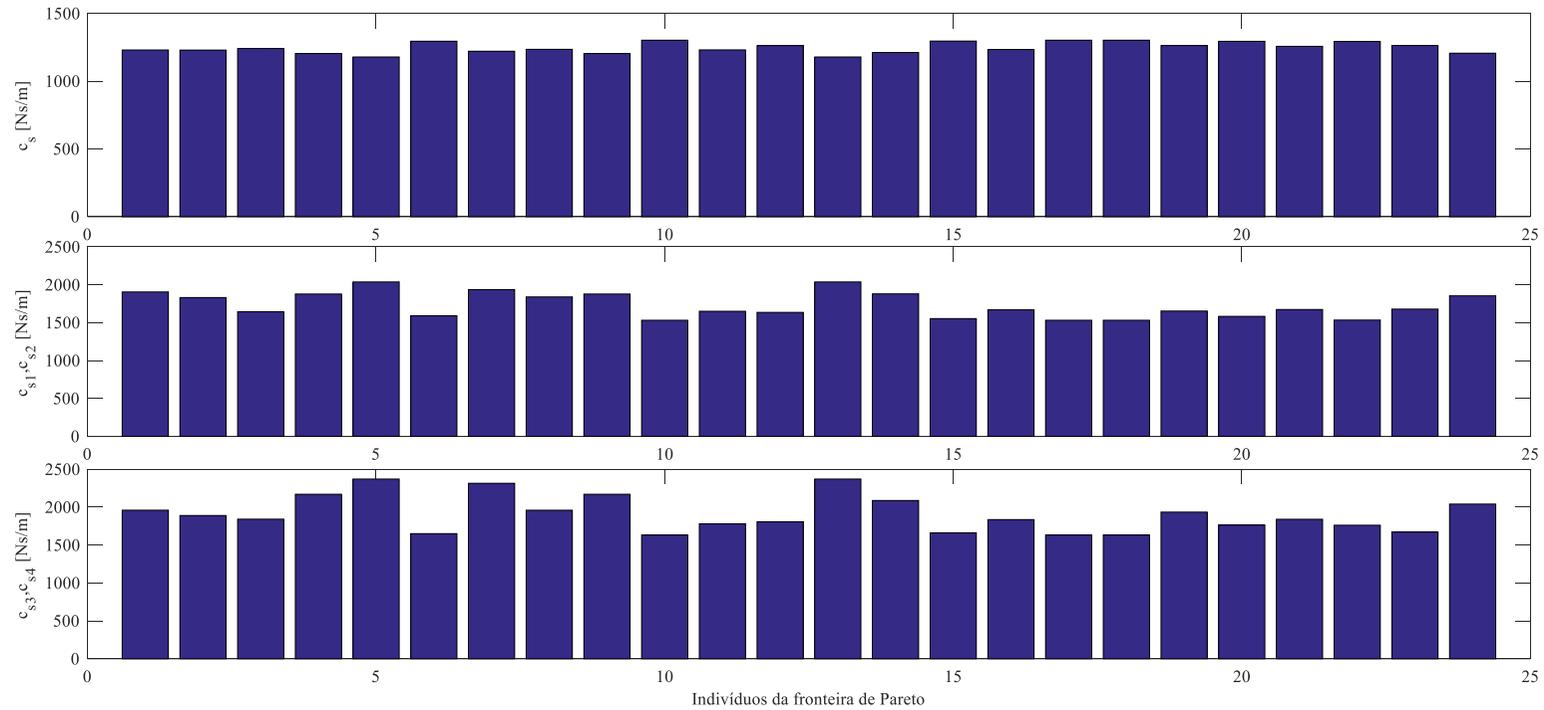


Figura 6.14 – Variáveis de projeto c_s , c_{s1} , c_{s2} , c_{s3} e c_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

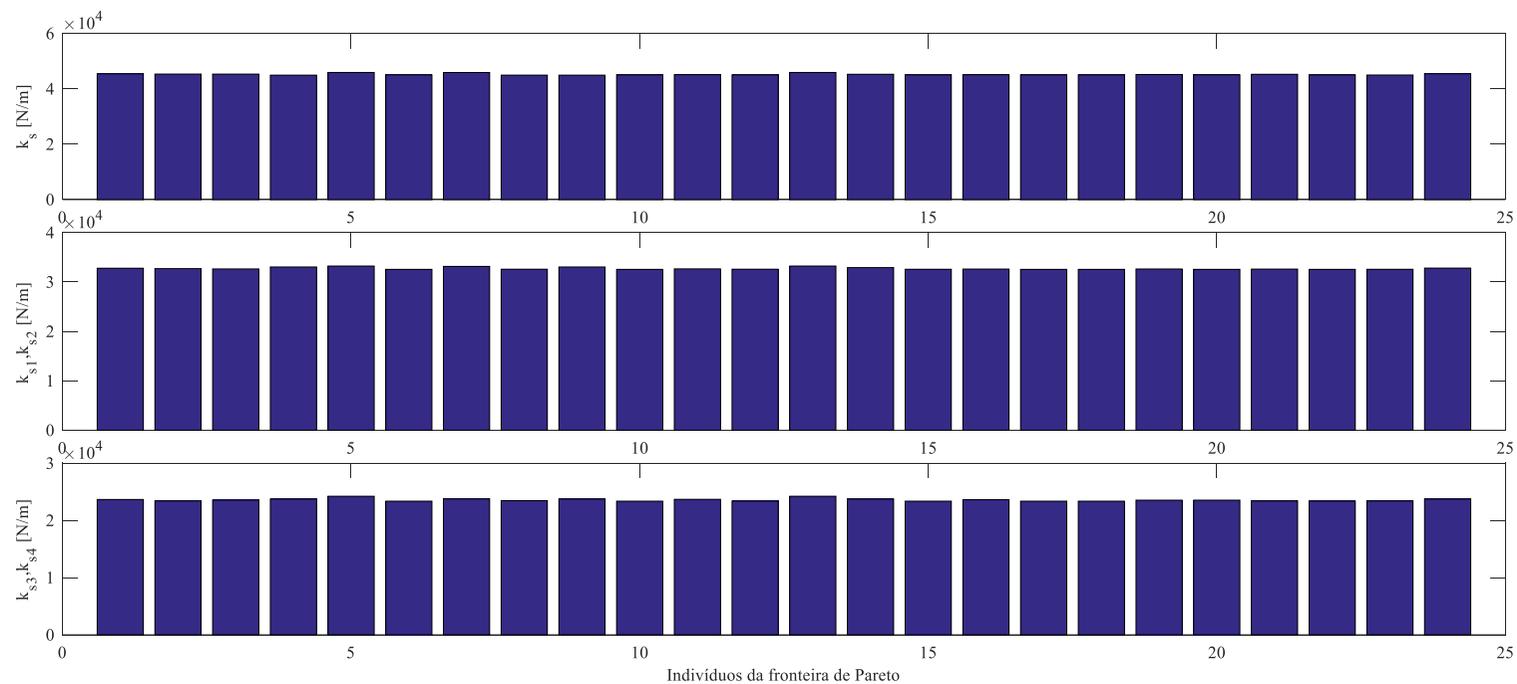


Figura 6.15 – Variáveis de projeto k_s , k_{s1} , k_{s2} , k_{s3} e k_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, não ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

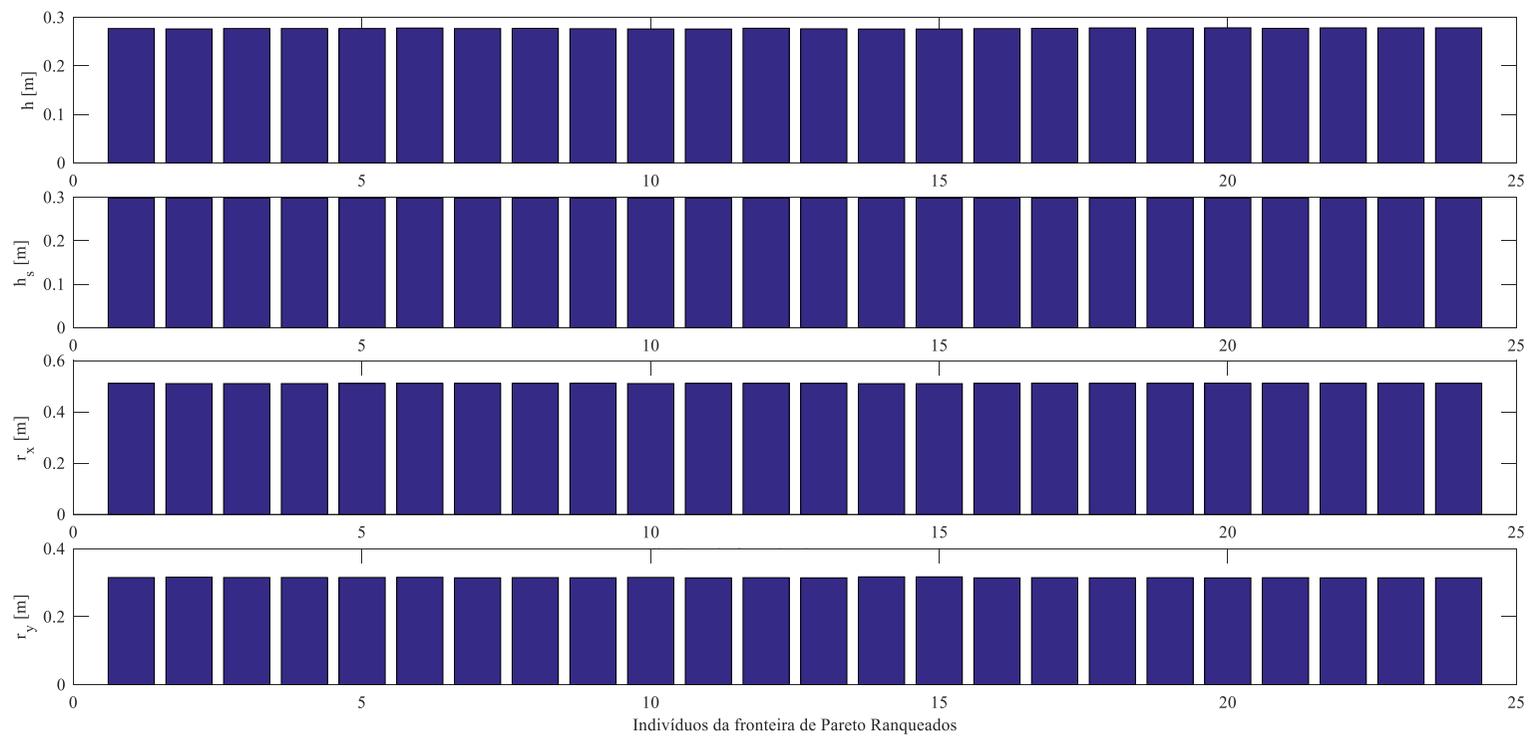


Figura 6.16 – Variáveis de projeto h , h_s , r_x e r_y , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

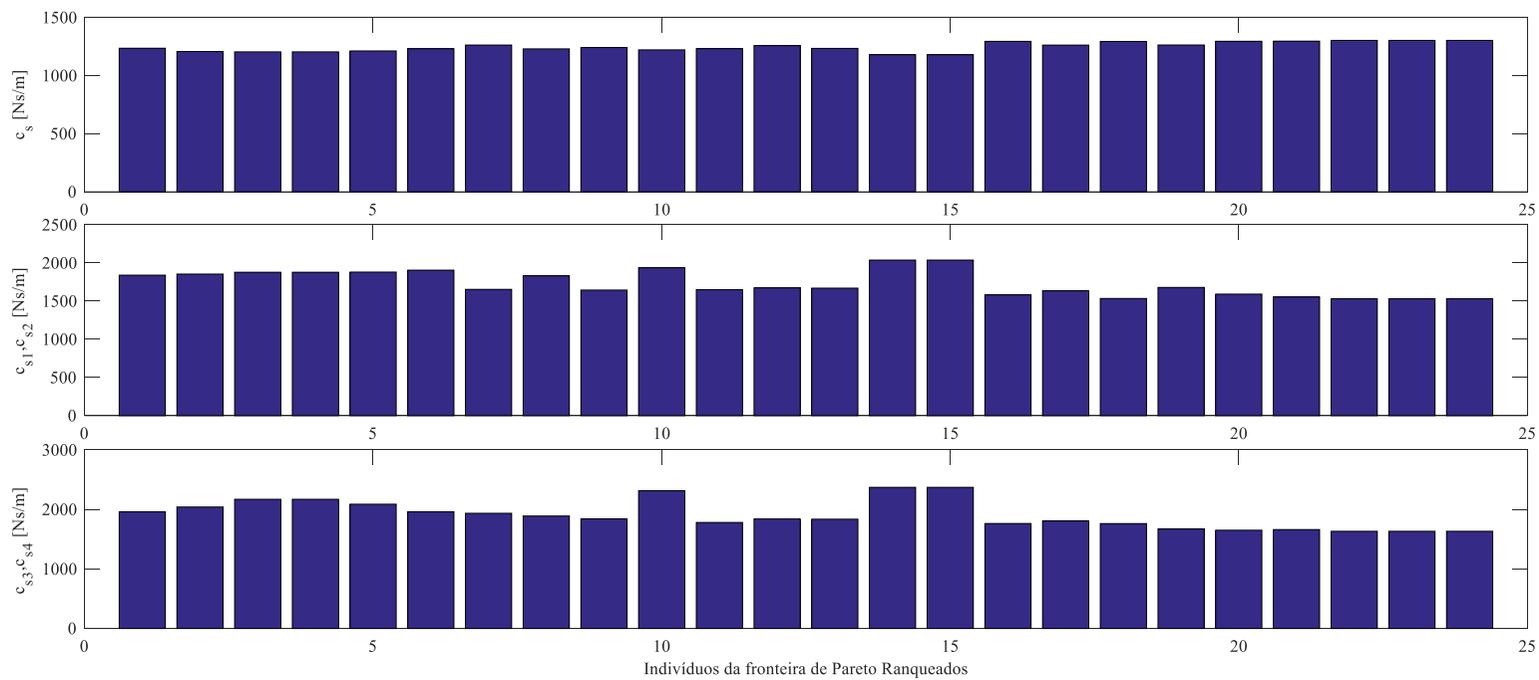


Figura 6.17 – Variáveis de projeto c_s , c_{s1} , c_{s2} , c_{s3} e c_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

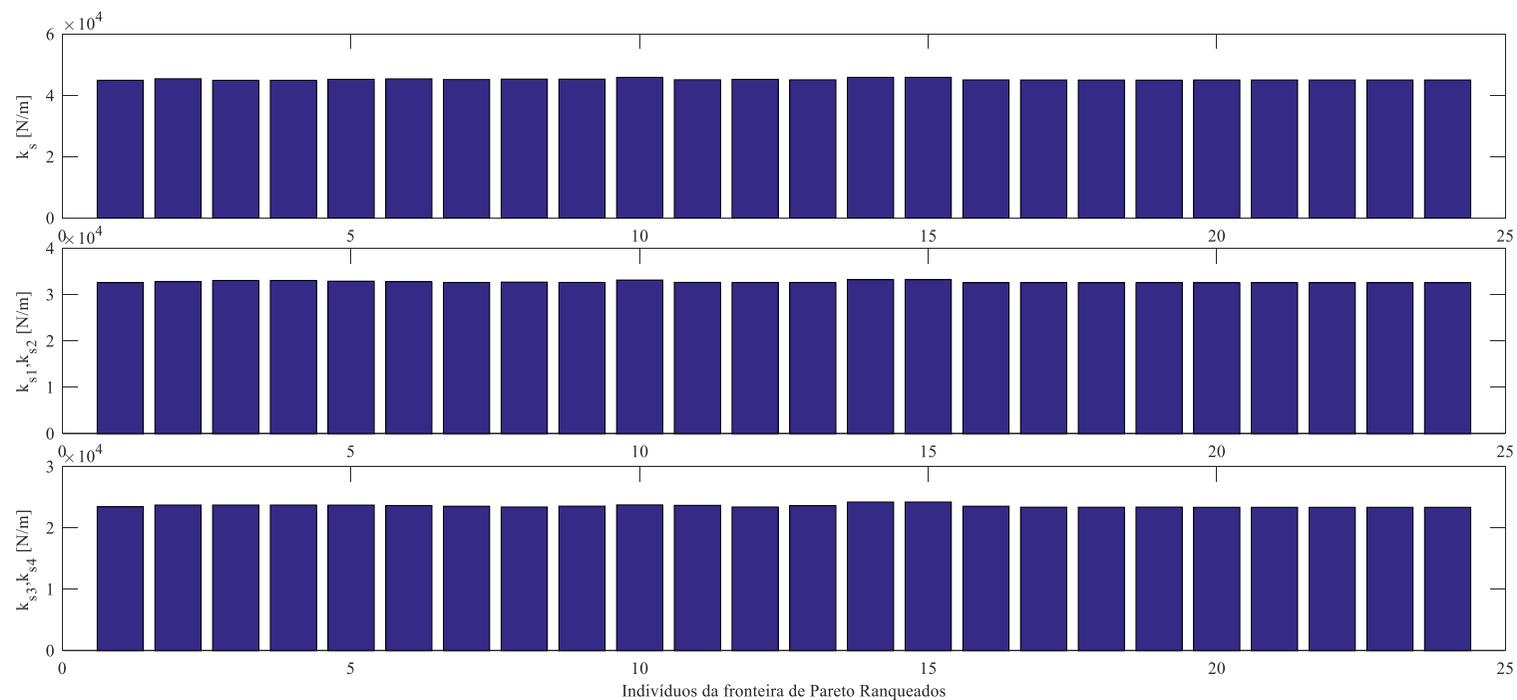


Figura 6.18 – Variáveis de projeto k_s , k_{s1} , k_{s2} , k_{s3} e k_{s4} , conforme o indivíduo da Fronteira de Pareto, ranqueadas, por PSO.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Para facilitar a visualização numérica dos resultados graficados pelas figuras 6.13 até 6.18, a Tabela 6.3 foi organizada, do melhor indivíduo até o pior indivíduo. Os resultados do melhor indivíduo estão devidamente destacados.

Tabela 6.3 – Variáveis de projeto otimizadas, ranqueadas e ordenadas nos 24 indivíduos, conforme a função agregada J .

J	h [m]	h_s [m]	r_x [m]	r_y [m]	c_s [N s/m]	c_{s1} [N s/m]	c_{s3} [N s/m]	k_s $\times 10^4$ [N/m]	k_{s1} $\times 10^4$ [N/m]	k_{s3} $\times 10^4$ [N/m]
3,844	0,2770	0,2981	0,5109	0,3150	1236	1840	1961	4,496	3,259	2,346
3,848	0,2761	0,2981	0,5102	0,3162	1207	1855	2042	4,545	3,281	2,374
3,850	0,2770	0,2981	0,5102	0,3152	1204	1879	2171	4,495	3,304	2,374
3,850	0,2770	0,2981	0,5102	0,3152	1204	1879	2171	4,495	3,304	2,374
3,851	0,2771	0,2981	0,5107	0,3153	1212	1881	2089	4,527	3,291	2,373
3,854	0,2780	0,2980	0,5110	0,3158	1231	1906	1961	4,542	3,278	2,366
3,855	0,2769	0,2981	0,5109	0,3143	1263	1654	1936	4,519	3,263	2,354
3,856	0,2774	0,2981	0,5111	0,3149	1230	1832	1890	4,534	3,271	2,341
3,858	0,2766	0,2981	0,5113	0,3145	1241	1645	1842	4,533	3,264	2,356
3,869	0,2761	0,2981	0,5104	0,3155	1222	1937	2316	4,591	3,315	2,376
3,872	0,2760	0,2981	0,5109	0,3142	1231	1651	1781	4,512	3,266	2,369
3,873	0,2776	0,2981	0,5110	0,3147	1258	1674	1841	4,526	3,261	2,342
3,873	0,2764	0,2981	0,5109	0,3142	1234	1670	1837	4,510	3,262	2,363
3,878	0,2760	0,2979	0,5100	0,3172	1179	2038	2372	4,592	3,323	2,423
3,878	0,2760	0,2979	0,5100	0,3172	1179	2038	2372	4,592	3,323	2,423
3,878	0,2768	0,2981	0,5111	0,3142	1295	1583	1764	4,508	3,256	2,354
3,880	0,2773	0,2981	0,5115	0,3147	1263	1636	1808	4,505	3,259	2,339
3,893	0,2782	0,2981	0,5110	0,3143	1293	1535	1762	4,503	3,256	2,338
3,893	0,2778	0,2981	0,5112	0,3146	1263	1679	1673	4,500	3,257	2,340
3,897	0,2784	0,2981	0,5116	0,3142	1295	1592	1651	4,505	3,256	2,337
3,902	0,2773	0,2981	0,5113	0,3146	1296	1554	1662	4,505	3,258	2,337
3,903	0,2783	0,2981	0,5112	0,3143	1303	1532	1633	4,505	3,256	2,337
3,908	0,2783	0,2981	0,5112	0,3143	1303	1532	1633	4,505	3,256	2,337
3,908	0,2783	0,2981	0,5112	0,3143	1303	1532	1633	4,505	3,256	2,337

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Tabela 6.4, a seguir, reúne os valores RMS de cada objetivo conflitante, assim como a sua respectiva tolerância para cada indivíduo da fronteira de Pareto, não ranqueados. Nela, é possível verificar que os valores RMS de cada indivíduo da fronteira foram muito próximos, em especial, a tolerância da aceleração vertical RMS em torno de $0,62 \text{ m/s}^2$. Essa tolerância, adicionada ou subtraída do valor médio, pode indicar se o motorista está desconfortável ou confortável, respectivamente, demonstrando a importância de determinar também as medidas de dispersão, pois não basta somente otimizar o valor médio se a dispersão for considerável (o que aconteceu no caso avaliado).

Tabela 6.4 – Valores RMS de cada objetivo conflitante e a sua respectiva tolerância para cada indivíduo da fronteira de Pareto após a otimização.

J	Aceleração Vertical RMS [m/s ²]	Aceleração Lateral RMS [m/s ²]	Tolerância da Aceleração Vertical RMS [m/s ²]	Tolerância da Aceleração Lateral RMS [m/s ²]
3,854	1,0470	1,9083	0,6345	0,1685
3,856	1,0404	1,9110	0,6304	0,1709
3,858	1,0330	1,9149	0,6258	0,1734
3,850	1,0535	1,9054	0,6381	0,1659
3,878	1,0738	1,9031	0,6503	0,1642
3,897	1,0256	1,9238	0,6215	0,1822
3,869	1,0660	1,9043	0,6456	0,1651
3,844	1,0413	1,9085	0,6309	0,1685
3,850	1,0535	1,9054	0,6381	0,1659
3,908	1,0240	1,9264	0,6205	0,1845
3,872	1,0309	1,9173	0,6246	0,1764
3,880	1,0304	1,9191	0,6243	0,1780
3,878	1,0738	1,9031	0,6503	0,1642
3,851	1,0507	1,9064	0,6365	0,1668
3,902	1,0250	1,9249	0,6210	0,1832
3,873	1,0326	1,9178	0,6256	0,1761
3,908	1,0240	1,9264	0,6205	0,1845
3,903	1,0240	1,9256	0,6205	0,1837
3,855	1,0360	1,9126	0,6275	0,1721
3,878	1,0282	1,9195	0,6229	0,1782
3,873	1,0328	1,9167	0,6258	0,1760
3,893	1,0270	1,9225	0,6222	0,1812
3,893	1,0281	1,9221	0,6230	0,1808
3,848	1,0475	1,9071	0,6346	0,1673

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A partir das tabelas 6.3 e 6.4, percebe-se que os valores das variáveis de projeto foram próximos entre os 24 indivíduos que compõem a fronteira de Pareto. A altura do centro de rolagem, h , foi uma variável de projeto importante a ser avaliada, porque ela foi responsável, em parte, do acoplamento entre as duas dinâmicas; porém, quase todos os indivíduos convergiram para um valor nominal de 0,277 metros em relação ao eixo da carroceria. O mesmo também pôde ser dito para a altura do assento do motorista, h_s , cujo valor nominal entre todos os indivíduos foi de 0,298 metros. Esses valores nominais das alturas foram muito próximos devido à pequena variação permitida pelos limites dessas variáveis de projeto.

Similarmente, a posição do assento do motorista, definida pelas variáveis de projeto r_x e r_y , foi outra variável de projeto de pouquíssima variação entre os indivíduos da fronteira. Os valores nominais, portanto, ficaram 0,51 e 0,31 metros, respectivamente. A partir desse ponto do CG do assento, cada motorista ainda pode ajustar o banco na posição em que ele acredita

estar confortável, mas não necessariamente está. O problema dessas variáveis de projeto é que não há muito espaço físico para ajustar a posição e, apesar de importantes para o conforto, r_x e r_y só poderão ser assumidos como variáveis de projeto em veículos que disponham de espaço para isso ou que estejam em fase de projeto.

Os coeficientes de amortecimento foram as variáveis de projeto onde se observaram as maiores diversidades de solução. Os valores obtidos se estenderam na faixa de 1200 a 2000 N s/m, cujos limites previstos em projeto eram de algo entre 750 a 4000 N s/m. Isso indicou que o método de otimização não ficou preso aos limites de projeto dessas variáveis, encontrando valores intermediários. Já as rigidezes das suspensões não apresentaram grande variabilidade entre os indivíduos e ficaram próximas aos valores iniciais.

O conjunto de solução escolhido foi, então, aquele obtido pelo indivíduo de número 8 com $J = 3,844$. Esse vetor de projeto foi reavaliado na análise puramente determinística para uma velocidade do veículo de 80 km/h, realizando a mesma manobra DLC e apresentando os resultados discutidos a seguir.

A Figura 6.19, a seguir, ilustra o perfil de irregularidades no histórico do tempo. Cada trilha excita um dos quatro pneus de forma defasada e correlacionada conforme desenvolvido e proposto no Capítulo 2, subseção 2.3.3. Esse perfil representa algo entre os perfis Classe B, C e D.

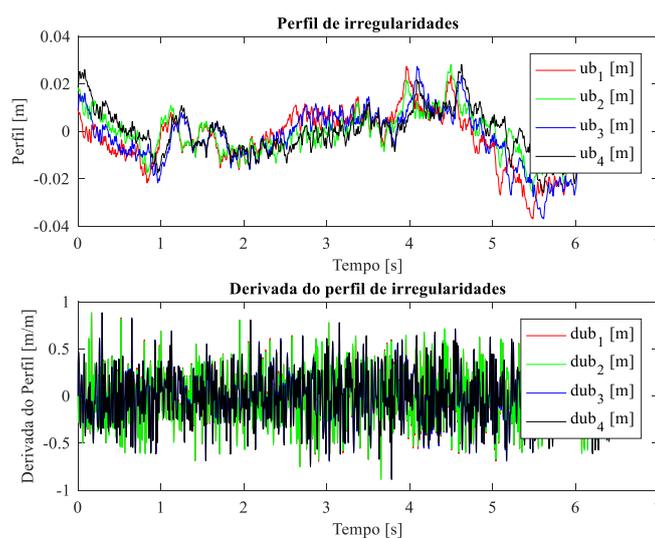


Figura 6.19 – Perfil e derivada do perfil de irregularidades de pista.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.20 exibe os ângulos de esterçamento utilizados na manobra DLC. Eles são exatamente os mesmos realizados na análise puramente determinística, baseados nos dados coletados e comparados anteriormente com o *software* comercial CARSIM[®].

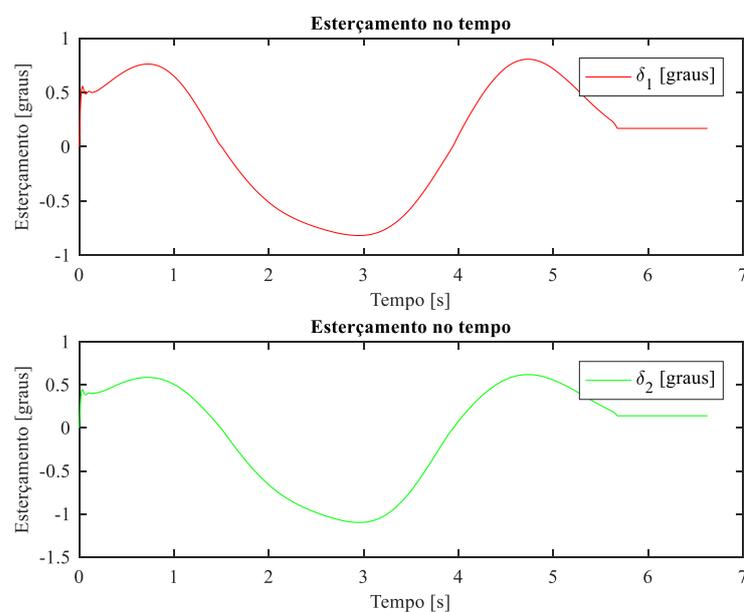


Figura 6.20 – Ângulos de esterçamento dos pneus para a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

O primeiro gráfico gerado a partir dos resultados otimizados é ilustrado na Figura 6.21 e representa as forças longitudinais dos pneus. Essas forças resultaram em magnitudes pequenas se comparadas com as outras forças das outras direções. As forças traseiras F_{x3} e F_{x4} tiveram uma magnitude igual à zero, porque nenhuma delas foi decomposta conforme o esterçamento dos pneus (apenas os pneus dianteiros foram esterçados). Já as forças dianteiras apresentaram valores na direção x muito pequenos se comparados com as forças laterais na direção y . Esses resultados foram condizentes com o modelo proposto, porque, à princípio, o veículo realizou a manobra DLC com velocidade longitudinal constante; logo, as forças longitudinais que são dependentes das acelerações em x deveriam ser nulas ou muito próximas disto, o que, de fato, aconteceu na simulação.

O próximo gráfico, da Figura 6.22, refere-se às forças laterais dos pneus. As magnitudes dessas forças laterais foram consideráveis para a realização da manobra DLC e também foram coerentes com os resultados da análise puramente determinística realizada

anteriormente. As curvas não foram suaves, porque, nesse caso otimizado, foi considerada a presença do perfil de pista irregular, diferentemente da análise determinística de validação. Essas forças laterais oscilaram nas magnitudes de 500 a 2000 N, uma faixa de valores aceitável e suficiente para que a manobra fosse realizada com sucesso.

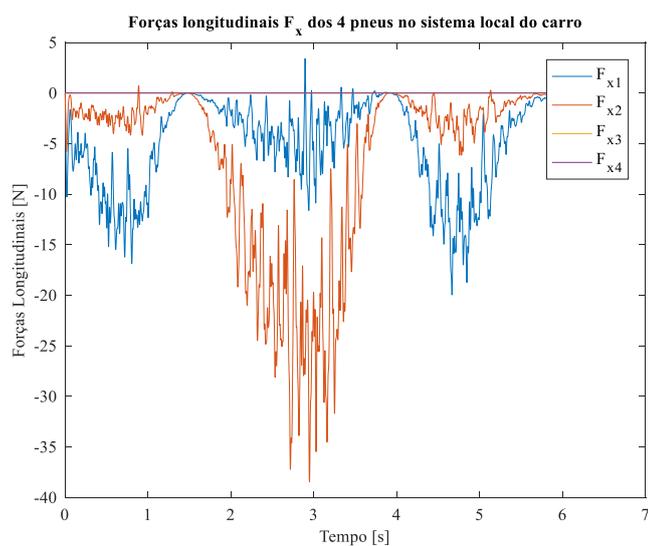


Figura 6.21 – Forças longitudinais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

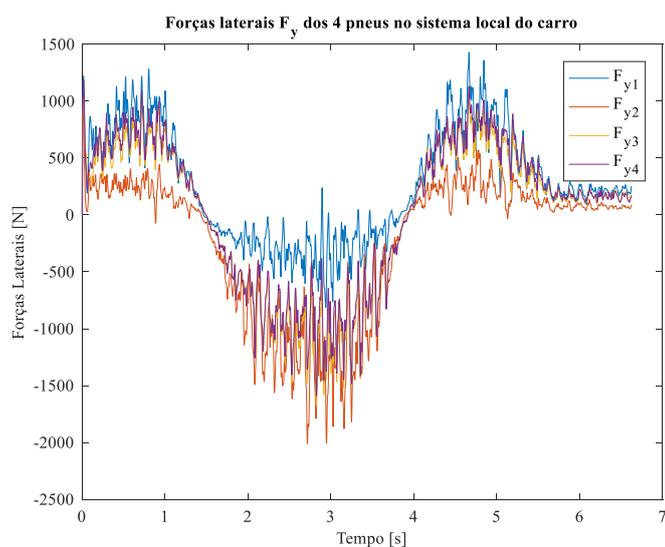


Figura 6.22 – Forças laterais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Já as forças verticais são exibidas na Figura 6.23, a seguir. As suas magnitudes oscilaram entre 1000 a 6000 N, valores estes aceitáveis e próximos ao peso próprio de cada conjunto de pneu-suspensão. Na análise puramente determinística de validação, as magnitudes das forças verticais foram entre 2800 e 3500 N, sem considerar irregularidades da pista. Similarmente ao que aconteceu nas curvas das forças laterais, as curvas das forças verticais não foram suaves devido à presença de irregularidades na pista.

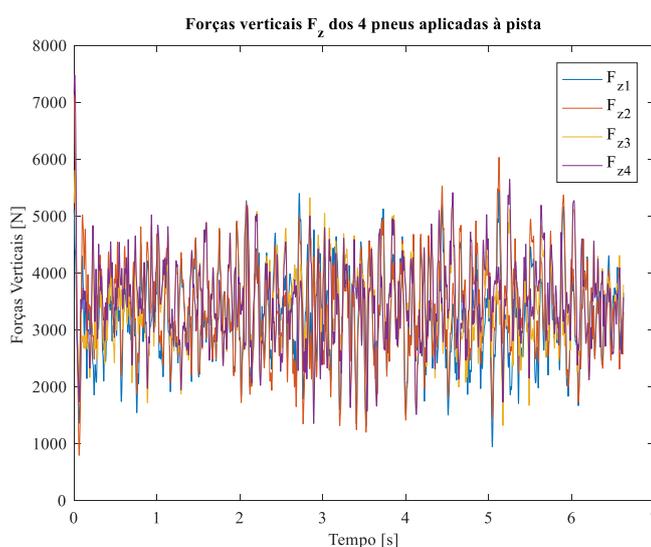


Figura 6.23 – Forças verticais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.24 ilustra os resultados obtidos na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização. Sob o ponto de vista do veículo, tomando o eixo de coordenadas baseado no CG da carroceria, percebeu-se que a velocidade longitudinal foi próxima de um valor constante (80 km/h ou 22,23 m/s), partindo desse valor e tendo uma leve queda à medida que a manobra DLC foi sendo realizada. O deslocamento longitudinal do CG da carroceria foi crescente até atingir os 125 metros da manobra, e as acelerações oscilaram muito próximas de zero, pois o veículo trafegou à velocidade constante. O interessante de se observar foi que a velocidade proposta pela tração do veículo não necessariamente coincide com a velocidade que o CG da carroceria desenvolve durante a manobra. Elas foram muito próximas, mas não necessariamente iguais.

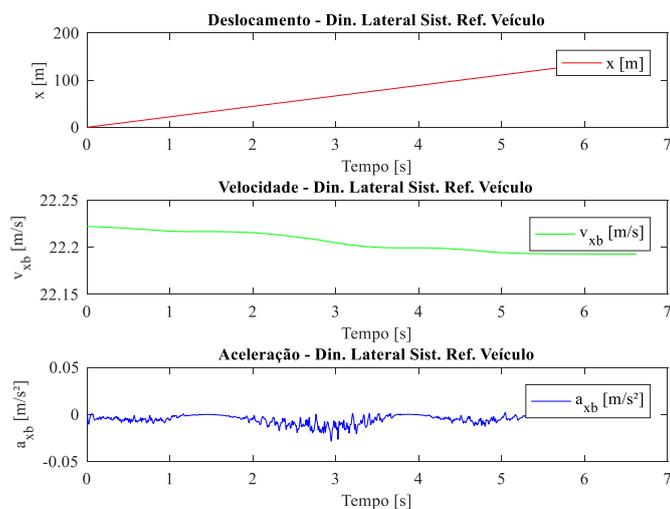


Figura 6.24 – Resultados na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

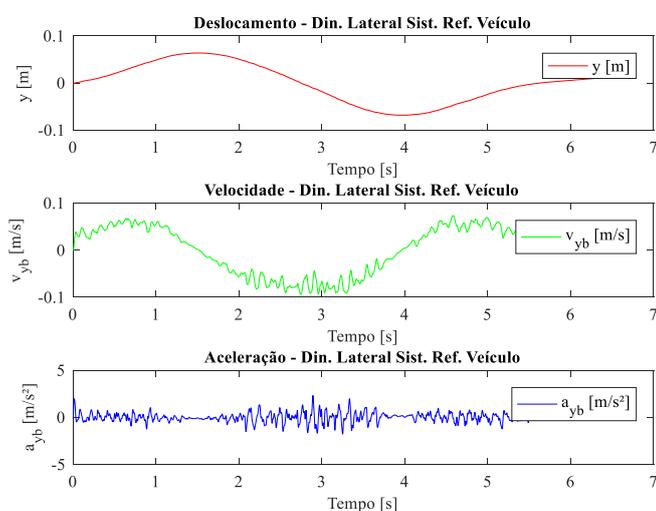


Figura 6.25 – Resultados na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.25 ilustra os resultados obtidos na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização. Sob o ponto de vista do veículo, tomando o eixo de coordenadas baseado no CG da carroceria, percebeu-se que as velocidades e as acelerações

laterais foram muito pequenas, mas suficientes para realizar a manobra DLC. A curva obtida na velocidade lateral, tomando o eixo de coordenadas local do veículo, apresentou oscilações não suaves, diferentemente do observado no eixo de coordenadas global. Localmente, a curva captou essas oscilações da dinâmica lateral, o que não foi perceptível a nível global. Por outro lado, a curva das acelerações oscilou em torno de um valor médio muito pequeno e próximo a zero.

Ainda na Figura 6.25, a curva dos deslocamentos, sob o ponto de vista de coordenadas locais do veículo, foi diferente da trajetória realizada pelo CG; o que confirmou a necessidade de transformar para as coordenadas globais, fazendo as seguintes mudanças de coordenadas para calcular as velocidades e as acelerações globais no sistema de referência global a partir dos valores no sistema local (equações 6.2 e 6.3). Parte-se da premissa de que as taxas de guinada local e global são iguais ($\dot{\psi}_{global} = \dot{\psi}_{local}$).

$$\begin{aligned}\dot{x}_{b,global} &= \dot{x}_{b,local} \cos(\psi_{local}) - \dot{y}_{b,local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) \\ \dot{y}_{b,global} &= \dot{x}_{b,local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) + \dot{y}_{b,local} \cos(\psi_{local}) \\ \dot{\psi}_{global} &= \dot{\psi}_{local}\end{aligned}\quad (6.2)$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{b,global} &= \ddot{x}_{b,local} \cos(\psi_{local}) - \dot{x}_{b,local} \dot{\psi}_{local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) \\ &\quad - \ddot{y}_{b,local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) - \dot{y}_{b,local} \dot{\psi}_{local} \cos(\psi_{local}) \\ \ddot{y}_{b,global} &= \ddot{x}_{b,local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) + \dot{x}_{b,local} \dot{\psi}_{local} \cos(\psi_{local}) \\ &\quad + \ddot{y}_{b,local} \cos(\psi_{local}) - \dot{y}_{b,local} \dot{\psi}_{local} \operatorname{sen}(\psi_{local}) \\ \ddot{\psi}_{global} &= \ddot{\psi}_{local}\end{aligned}\quad (6.3)$$

onde $\dot{x}_{b,global}$ é a velocidade longitudinal transformada do CG da carroceria nas coordenadas globais, em m/s; $\dot{x}_{b,local}$ é a velocidade longitudinal do CG da carroceria nas coordenadas locais do veículo, em m/s; $\dot{y}_{b,global}$ é a velocidade lateral transformada do CG da carroceria nas coordenadas globais do sistema, em m/s; $\dot{y}_{b,local}$ é a velocidade lateral do CG da carroceria nas coordenadas locais, em m/s. Analogamente, $\ddot{x}_{b,global}$ é a aceleração longitudinal em termos de referência global, em m/s²; $\ddot{x}_{b,local}$ é a aceleração longitudinal em termos locais, em m/s²; por fim, $\ddot{y}_{b,global}$ é a aceleração lateral em termos globais, em m/s², e $\ddot{y}_{b,local}$ é a aceleração lateral no sistema de coordenadas locais do veículo, também em m/s².

A Figura 6.26 ilustra os resultados obtidos na guinada da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização. Sob o ponto de vista do veículo, tomando o eixo de coordenadas baseado no CG da carroceria, percebeu-se que, assumindo a premissa de que a taxa de guinada no sistema de coordenadas local e global foi a mesma, as curvas geradas na Figura 6.26 foram iguais as da Figura 6.29 (adiante). Os resultados obtidos na Figura 6.26 indicaram que a taxa de guinada desejada atendeu as condições de $|\dot{\psi}_{\max}| \leq |\mu g / \dot{x}_b|$ para que a aceleração lateral do veículo não exceda o limite máximo do coeficiente de atrito do contato dos pneus, μ , conforme proposto por Doumiati et al., 2013.

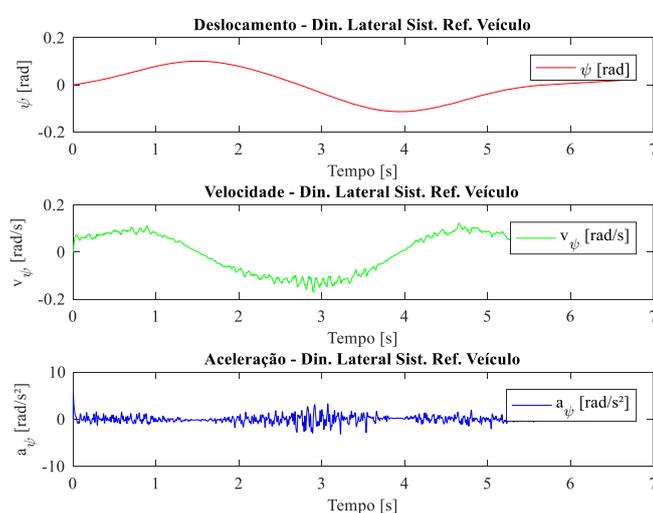


Figura 6.26 – Resultados na guinada da dinâmica lateral no sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.27 ilustra os resultados na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais. Sob o ponto de vista de um eixo de coordenadas globais, percebeu-se que a velocidade longitudinal foi um valor próximo do valor constante (80 km/h ou 22,23 m/s), partindo desse valor e tendo uma oscilação em torno dele à medida que a manobra DLC foi sendo realizada. O deslocamento do CG da carroceria, sob esse ponto de vista, foi crescente até atingir os 125 metros da manobra, e as acelerações oscilaram próximas de zero, pois o veículo trafegou a velocidade constante. Nessa Figura 6.27, pôde-se observar

as diferenças entre as velocidades longitudinais sob o eixo de coordenadas do veículo e o eixo de coordenadas globais; elas foram muito próximas, mas não necessariamente iguais.

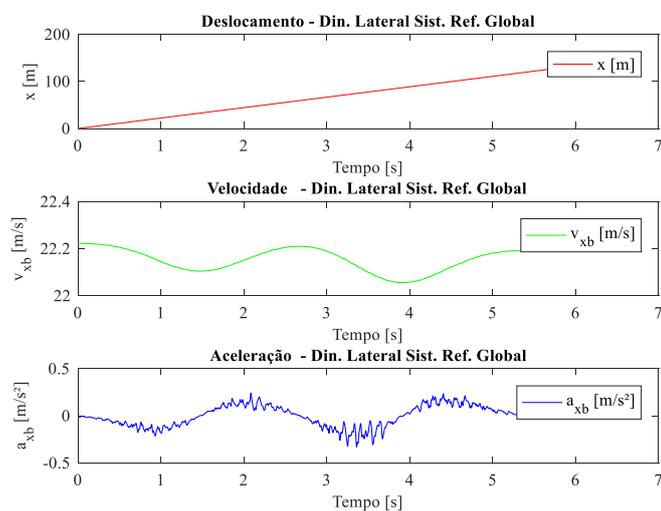


Figura 6.27 – Resultados na direção x da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

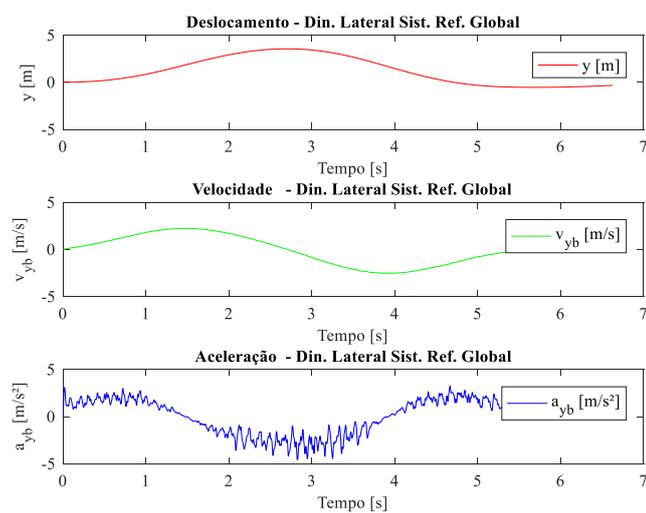


Figura 6.28 – Resultados na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.28 ilustra os resultados obtidos na direção y da dinâmica lateral no sistema de referência global após a otimização. Tomando o eixo de coordenadas globais, percebeu-se que a curva dos deslocamentos representou a trajetória na direção y em função do tempo total realizado na manobra DLC. Esse resultado foi obtido por meio da mudança de coordenadas conforme as equações (6.2) e (6.3) já apresentadas. As curvas de velocidade e de aceleração laterais obtiveram magnitudes maiores do que aquelas obtidas pelo sistema de coordenadas local, representando o que aconteceu durante a manobra, porque foi a partir do deslocamento na direção y do sistema global que a trajetória do CG do veículo coincidiu com a traçada experimentalmente.

A Figura 6.29 ilustra exatamente as mesmas curvas da Figura 6.26 anterior. Essas curvas asseguraram a premissa de que a taxa de guinada no sistema de coordenadas local e global se manteve a mesma. Adicionalmente, a curva da aceleração de guinada apresentou resultados oscilando muito próximos à zero, indicando que a carroceria se manteve estável durante toda a manobra DLC. As maiores magnitudes de aceleração ocorreram justamente no momento em que o veículo começou a retornar da segunda faixa da pista, em torno de 3 segundos do tempo total de simulação.

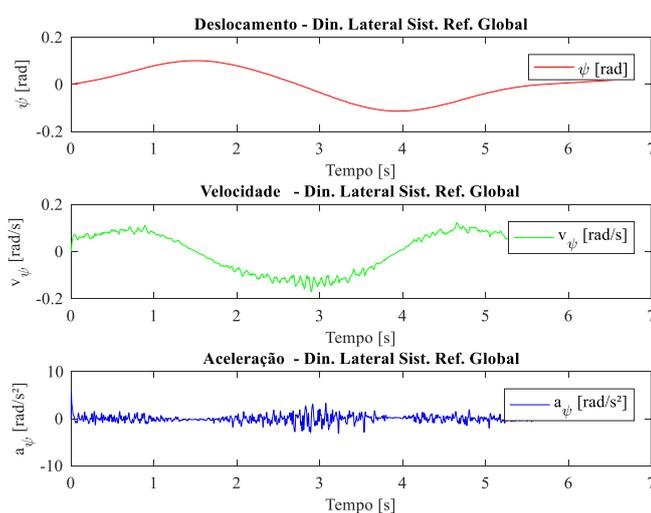


Figura 6.29 – Resultados na guinada da dinâmica lateral no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.30 resume o resultado que pode ser considerado o mais importante, pois, nela, constam os históricos das acelerações no assento do motorista. Duas destas acelerações, a_y e a_z , compõem a função multiobjetivo proposta. O valor RMS da aceleração vertical foi de $1,0413 \text{ m/s}^2$ com sua respectiva tolerância de $0,6309 \text{ m/s}^2$, e o valor RMS da aceleração lateral foi de $1,9085 \text{ m/s}^2$ com sua respectiva tolerância de $0,1685 \text{ m/s}^2$. O intervalo da aceleração vertical foi, portanto, de $[0,4104; 1,6722] \text{ m/s}^2$, e o da aceleração lateral foi de $[1,740; 2,077] \text{ m/s}^2$. Segundo a norma BS-6841, 1987, durante a manobra DLC, o motorista esteve bastante próximo do desconforto (*fairly uncomfortable*); porém, o limite inferior do intervalo garantiu que ele esteve na faixa de apenas um pouco desconfortável (*a little uncomfortable*). Ressalta-se que a manobra foi severa, a uma velocidade significativamente elevada (80 km/h), e que foi considerada também a presença de incertezas nos parâmetros de entrada (rigidez dos pneus e irregularidades da pista).

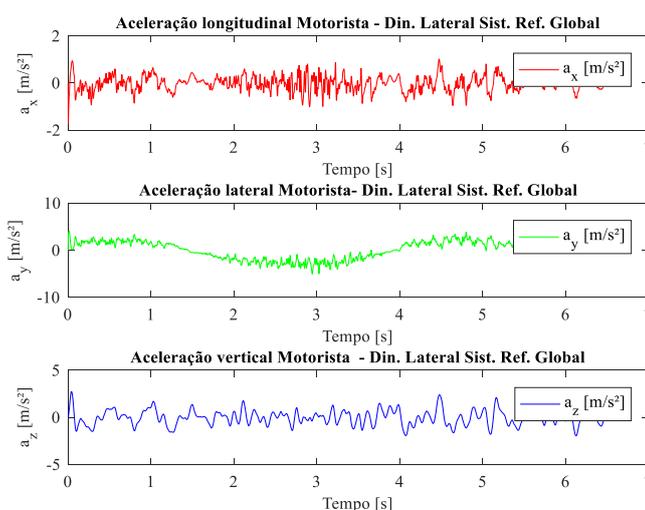


Figura 6.30 – Resultados das três acelerações no assento do motorista no sistema de referência de coordenadas globais após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.31 corresponde à trajetória do CG da carroceria, a qual satisfaz a manobra DLC dentro do esperado. Mesmo frente a incertezas dos parâmetros e aos efeitos do perfil de irregularidades, o veículo traçou uma trajetória similar àquela obtida na análise determinística de validação (onde não foram considerados os efeitos de irregularidades da pista). O retorno do veículo para uma trajetória reta, após os 150 metros, não foi possível, porque o tempo total

previsto na simulação foi insuficiente. Ressalta-se que a norma ISO-3881-1, 1999, sugere uma pista com comprimento total de 125 metros, então o veículo já estava trafegando fora do curso previsto na referida norma. Também é importante salientar que o motorista precisa fazer mais uma correção ao volante e esterçar as rodas para manter um alinhamento reto após a manobra.

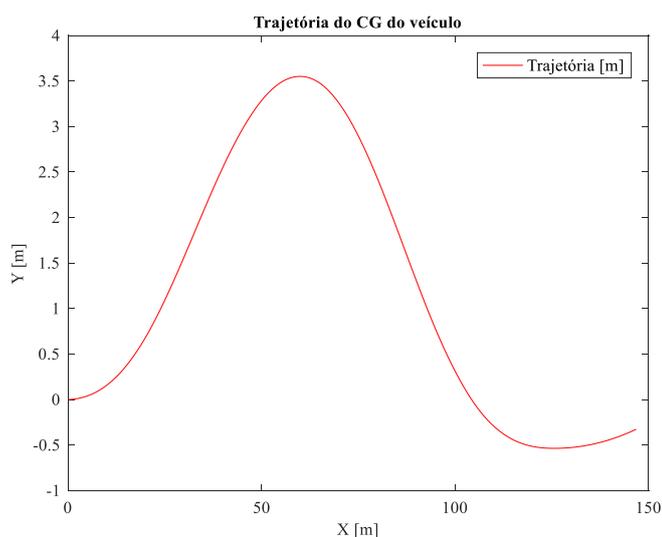


Figura 6.31 – Trajetória do CG do veículo durante a manobra DLC realizada após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Os próximos gráficos exibem os resultados obtidos que se referem à dinâmica vertical, iniciando pelos resultados do motorista e finalizando com as suspensões do veículo. A Figura 6.32 ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical na cabeça do motorista. Esse resultado foi fruto da transmissibilidade do assento, uma vez que as magnitudes de deslocamentos e acelerações foram similares. Para solucionar isso, sugere-se um modelo de assento que considere também o encosto para a cabeça e para as costas do motorista, o que exige mais dados de entrada e variáveis de projeto, especificamente para essa finalidade.

De uma maneira similar, a Figura 6.33 exhibe o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical no tórax do motorista. Essa região apresentou curvas parecidas com as da cabeça; no entanto, em 3 segundos de simulação, a região do tórax obteve uma oscilação na aceleração menor do que a região da cabeça, provavelmente porque o tórax do motorista possui uma massa em torno de quatro vezes maior do que a cabeça.

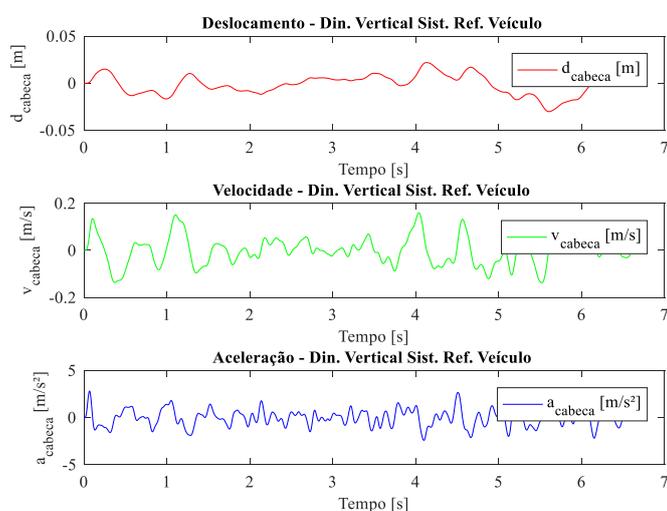


Figura 6.32 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na cabeça do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

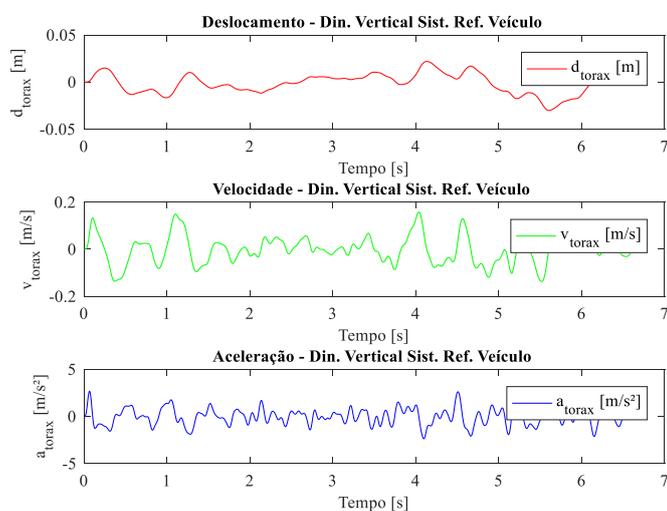


Figura 6.33 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no tórax do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.34, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical no abdômen do motorista. Diferentemente da cabeça, tórax e

da região pélvica, o modelo do abdômen apresenta os efeitos em paralelo de amortecimento e de rigidez oriundos da medula e da coluna. A massa dos órgãos internos do torso inferior são mais significativos do que a massa da medula e da coluna, de tal forma que ambas podem ser tratadas apenas como amortecimento e rigidez. Esse foi o modelo adotado na Tese, de Wan e Schimmels, 1995, mais complexo do que o simples arranjo vertical entre massas.

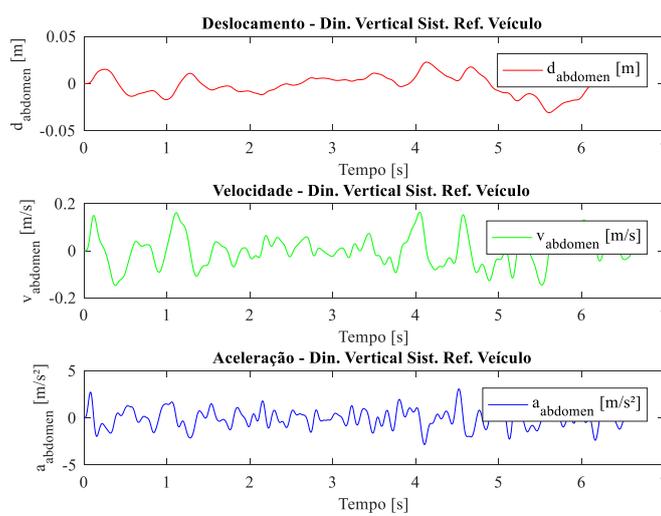


Figura 6.34 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no abdômen do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.35, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical na região pélvica do motorista. A pélvis foi o primeiro ponto do modelo biodinâmico a receber os efeitos de transmissibilidade provenientes do assento do motorista, os quais foram gerados pela componente vertical da aceleração do assento. Parte da aceleração no assento foi decomposta na direção vertical, e outras, na lateral e longitudinal, tal qual descrito anteriormente nas equações (5.11) e (5.12), as quais representam a transferência de forças para o assento do motorista a partir das informações das acelerações de arfagem e rolagem e da altura relativa do assento.

Em virtude da decomposição de forças no assento do motorista, apenas a parte vertical foi transferida para o assento. Por isso, os gráficos da Figura 6.36 apresentaram mais oscilações e foram menos suaves do que os gráficos da Figura 6.35 da região pélvica do motorista.

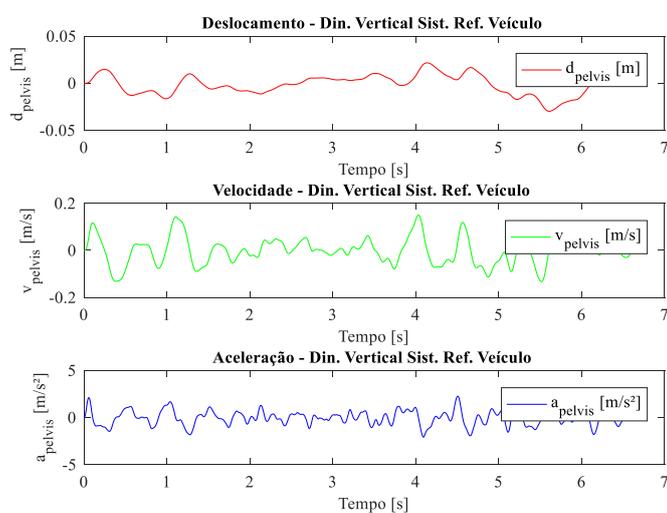


Figura 6.35 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na região pélvica do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

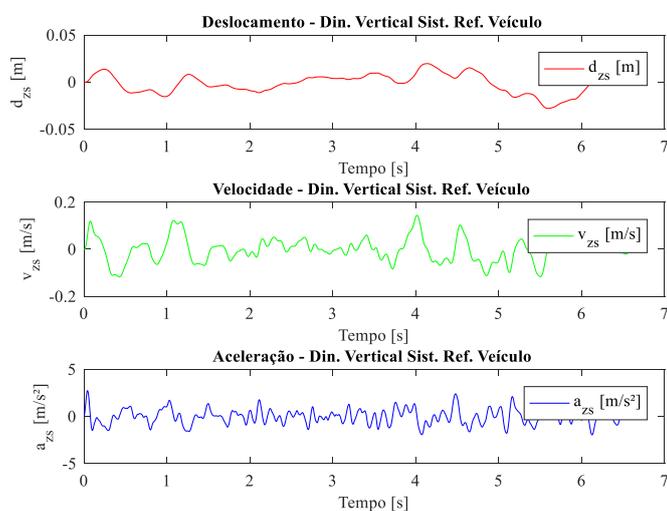


Figura 6.36 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no assento do motorista para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

Ainda na Figura 6.36, referente ao histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical no assento do motorista, as magnitudes dos deslocamentos

foram pequenas, na ordem de 10^{-3} m; contudo, os efeitos de aceleração foram suficientes para serem transmitidos ao motorista. Não gerou desconforto, segundo a norma BS-6841, 1987, e satisfaz as condições de contorno do problema. Ressalta-se, então, a necessidade de aprimorar o modelo do assento, considerando o encosto para a cabeça e para as costas do motorista.

A Figura 6.37, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical na carroceria do veículo. As magnitudes dos deslocamentos foram pequenas, na ordem de 10^{-3} m, apresentando os maiores valores após os 5 segundos de simulação (valores negativos de deslocamentos). Já as acelerações se encontraram na faixa de 5 e -5 m/s^2 , com magnitudes pequenas. Esses resultados indicaram que as suspensões foram as responsáveis por reduzir os efeitos da magnitude das irregularidades da pista transmitidas para o restante do sistema, mesmo considerando o acoplamento das dinâmicas.

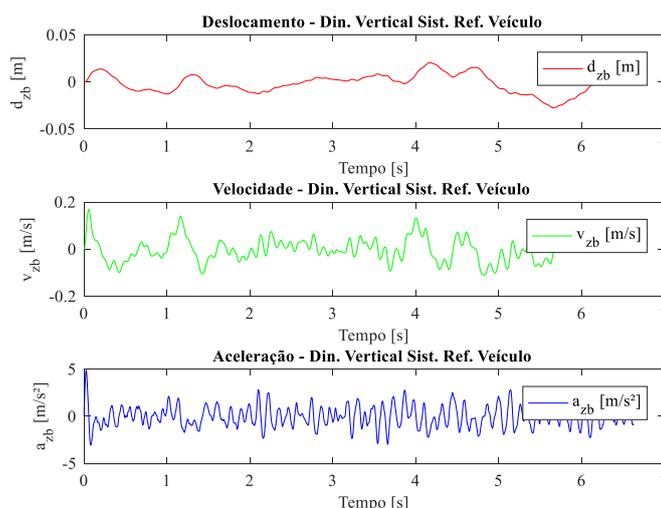


Figura 6.37 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais no CG da carroceria para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.38, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da rolagem na carroceria do veículo. As magnitudes dos deslocamentos angulares de rolagem, assim como as suas respectivas velocidades e acelerações, foram muito pequenas e suaves ao longo da manobra, mesmo considerando a severidade desta. Vale ressaltar que a equação de rolagem foi devidamente rearranjada em torno do centro de rolagem do veículo, o qual se encontrou a 0,2981 m abaixo do eixo de rolagem localizado no plano da carroceria. A

curva de deslocamento angular de rolagem se assemelhou ao movimento realizado, na direção y , pela trajetória do CG, salvo as devidas proporções de magnitude, onde ocorreram os valores de maior magnitude em torno dos 3 segundos da simulação.

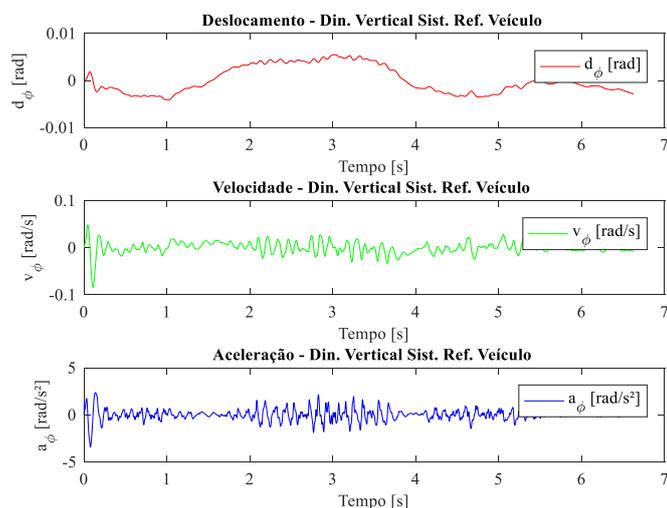


Figura 6.38 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações de rolagem (centro de rolagem) para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

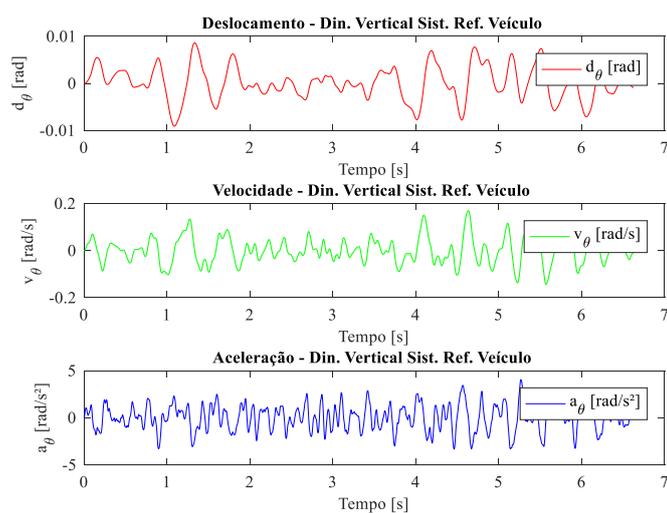


Figura 6.39 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações de arfagem no CG da carroceria para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.39, anterior, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da arfagem na carroceria do veículo. Diferentemente da rolagem – a qual depende majoritariamente do movimento proposto pela manobra direcional DLC – a arfagem depende basicamente da irregularidade da pista. Os históricos resultantes foram pequenos durante toda a simulação e, apesar da Classe da pista simulada estar entre as Classes B, C e D, entre perfis de qualidade boa até qualidade ruim, a arfagem na carroceria foi suprimida pelas suspensões e pelos valores de rigidez delas obtidas na otimização.

A Figura 6.40, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical da suspensão dianteira esquerda do veículo. As magnitudes de deslocamentos foram pequenas; entretanto, as acelerações não foram. Isso indicou que essa suspensão trabalhou significativamente durante toda a manobra, mesmo realizando um curso de suspensão relativamente pequeno.

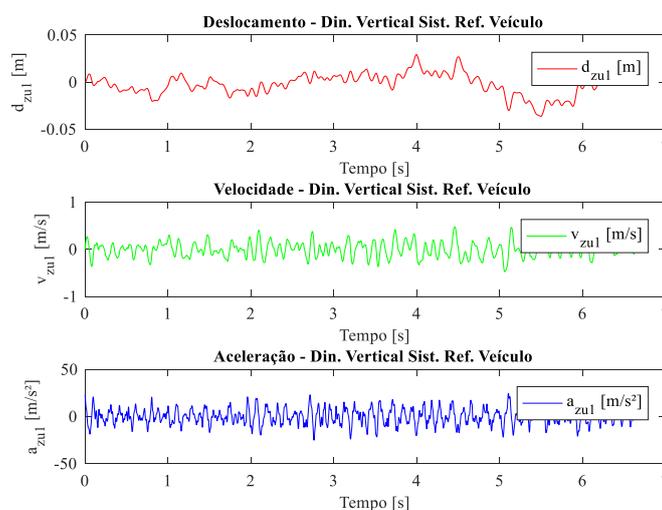


Figura 6.40 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão dianteira esquerda para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

A Figura 6.41, a seguir, ilustra o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical da suspensão dianteira direita do veículo. Tal qual a dianteira esquerda, a direita demonstrou as magnitudes de deslocamentos pequenas, resultando em um

curso de suspensão pequeno. As acelerações foram elevadas durante toda a manobra realizada e indicaram que as forças atuantes nas suspensões, de um modo geral, foram significativas.

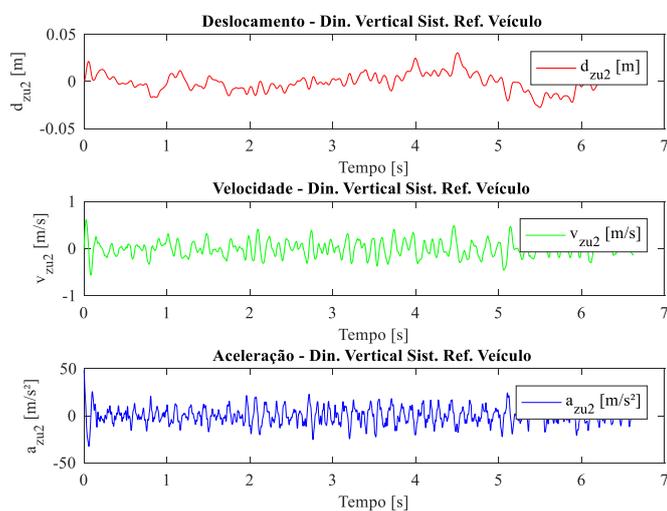


Figura 6.41 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão dianteira direita para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

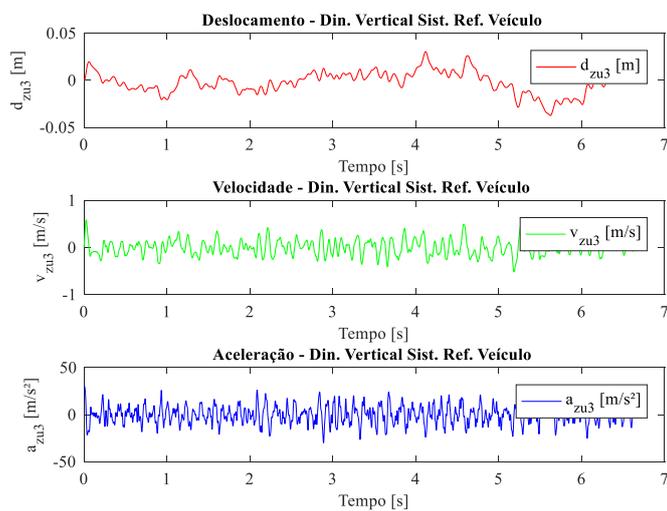


Figura 6.42 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão traseira esquerda para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

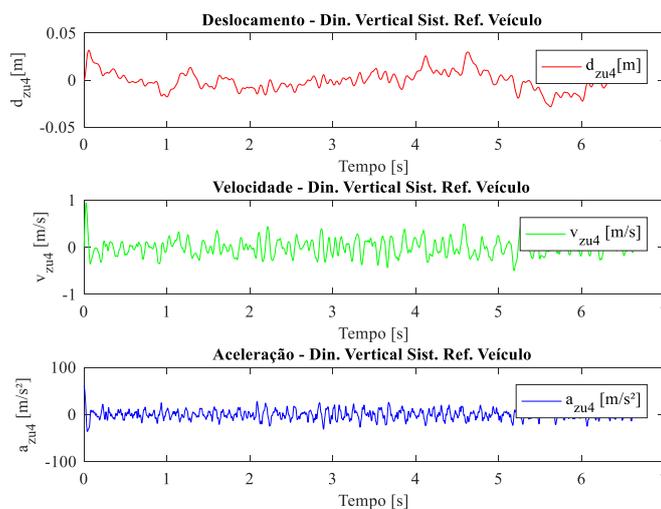


Figura 6.43 – Histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações verticais na suspensão traseira direita para o sistema de referência do veículo após a otimização.

Fonte: dados da pesquisa, 2017.

As figuras 6.42 e 6.43, apresentadas anteriormente, ilustram o histórico no tempo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da dinâmica vertical da suspensão traseira esquerda e direita do veículo, respectivamente. As magnitudes de deslocamentos foram pequenas como esperado, e as acelerações desenvolvidas foram significativas. Salienta-se que as suspensões traseiras não executaram o esterçamento e, em particular, a suspensão traseira direita foi a que oscilou na maior faixa (entre 100 e -100 m/s²) no início do movimento. Isso aconteceu devido ao perfil de pista incidente e, após o assentamento dos tempos iniciais, as acelerações obtidas se mantiveram na faixa das outras suspensões, entre 50 a -50 m/s². Notou-se que ela trabalhou significativamente durante a manobra, mesmo apresentando um curso de suspensão pequeno (deslocamento relativo entre a suspensão e a carroceria).

Os valores de deslocamentos obtidos foram ligeiramente diferentes nas suspensões no mesmo eixo, porque a matriz de rigidez da dinâmica vertical possui elementos que foram calculados em função de outras variáveis de projeto, a citar: a altura do centro de rolagem, h_s , e a posição do assento, r_x e r_y . Essas variáveis realizaram o acoplamento da dinâmica lateral em torno do centro de rolagem e também o acoplamento com o assento, gerando efeitos que provocaram, em parte, as alterações nesses valores. O perfil de irregularidades incidente em cada pneu foi cruzado, defasado e correlacionado; porém, para um dado instante de tempo,

cada pneu recebeu uma informação diferente. As trilhas foram geradas inicialmente e, então, o veículo trafegou por elas.

A partir dos resultados obtidos pelas suspensões avaliadas, para um assento localizado à frente do CG da carroceria, a rigidez das suspensões, tanto dianteira, quanto traseiras, deve atender a necessidade de equilibrar os momentos provocados pelo movimento de arfagem. Já os valores de amortecimento das suspensões devem ser os maiores possíveis. Em uma análise puramente vertical, conforme mencionado por Bouazara, Richard e Rakheja, 2006, quando o movimento de arfagem for predominante (em relação aos demais movimentos), é interessante aplicar uma restrição de projeto que obriga a rigidez da suspensão dianteira ser menos rígida que a traseira. Em uma análise acoplada, essa restrição não se mostrou tão relevante, porque os valores de rigidez otimizados obtidos foram de ordem de grandeza equivalente ($3,259 \times 10^4$ N/m para as dianteiras e $2,346 \times 10^4$ N/m para as traseiras).

Os cursos de cada suspensão resultaram em valores RMS muito pequenos, na ordem de grandeza de 10^{-3} . Isso se deve, em grande parte, à restrição imposta à função multiobjetivo de RMS ($w_{s_i} \leq 0,2032$ m). À medida que a irregularidade da pista piora, ou seja, aumenta o valor de G_0 , maiores são os cursos das suspensões. Inversamente, conforme o veículo trafega com maior velocidade, menores são os cursos das suspensões.

A aderência à pista de cada pneu também foi devidamente considerada como restrição de projeto para não ocorrer descolamento entre os pneus e a pista. Conforme Drehmer, 2017, tratar a aderência à pista como um objetivo conflitante a fim de também maximizá-lo significa aumentar a aderência dos pneus e, por conseguinte, comprimir mais o pneu na pista e aplicar maior força à pista. Essa constatação é particularmente interessante para otimizar automóveis de alto desempenho (competição), mas nem sempre adequada para veículos de passeio. Sendo assim, no caso de automóveis de passeio, a aderência dos pneus à pista foi considerada como uma restrição lateral do problema de otimização e não necessariamente um dos objetivos.

7 CONCLUSÕES

Esta Tese desenvolveu a Otimização Robusta Multiobjetivo por Análise de Intervalo Não Probabilística (*Non-probabilistic Interval Analysis for Multiobjective Robust Design Optimization* ou NPIA-MORDO) como nova ferramenta de pesquisa para otimizar os parâmetros concentrados de suspensão em um modelo veicular de 15-GDL, submetido a uma manobra DLC, para garantir maior conforto e segurança ao motorista. O modelo considerou o acoplamento entre as dinâmicas lateral e vertical do veículo e também os efeitos do modelo biodinâmico do motorista em um assento localizado fora do CG da carroceria. A otimização utilizou uma função multiobjetivo composta por dois objetivos conflitantes e suas tolerâncias, a citar: a aceleração RMS lateral e a aceleração RMS vertical, ambas no assento do motorista. O curso da suspensão e a aderência dos pneus à pista foram tratados como restrições laterais do problema de otimização, assim como as incertezas nos parâmetros de entrada. No que diz respeito à quantificação de incertezas, os parâmetros e as variáveis de projeto também foram perturbadas para levar em consideração a propagação de incertezas previstas pelo Método dos Níveis de Corte- α (*α -Cut Levels*) para o nível α igual a zero (o de maior dispersão). O NPIA-MORDO, então, realizou concomitantemente ao processo de otimização multiobjetivo uma propagação de incertezas na forma de intervalos baseada no valor de tolerância.

Uma concisa revisão bibliográfica foi realizada a fim de contextualizar o problema e de estudar alguns métodos de otimização multiobjetivo (MOEA, MUGA, NSGA-II, métodos ponderados e métodos de geração de conjuntos de Pareto), algoritmos heurísticos (GA, PSO e SOA) e avaliação de incertezas (análise de intervalo por aritmética de intervalo pura e método dos níveis de corte- α). Esse arcabouço teórico permitiu elaborar a ferramenta metodológica inédita NPIA-MORDO totalmente condizente ao tema e ao objeto de pesquisa.

Defendeu-se o uso e o desenvolvimento do NPIA-MORDO nesta Tese, porque ele foi uma nova ferramenta metodológica que prevê as incertezas de fabricação das suspensões, da montagem dos componentes mecânicos, dos perfis de irregularidades de pista e também dos erros humanos quando o motorista realizou a manobra. Ou seja, o NPIA-MORDO utilizou essas incertezas para oferecer um conjunto de resultados que contemplou os imprevistos que não seriam totalmente captados em um ensaio experimental padrão. Nesse contexto, uma montadora de automóveis poderia ter a sua própria pista de testes e validar o seu projeto de suspensão; contudo, o usuário poderia trafegar em um perfil de pista que não foi o equivalente

à pista de testes – ou ainda, trafegar em um intervalo que compreende não apenas uma Classe de perfil de pista, mas também mais de uma Classe ao mesmo tempo ou de uma Classe não definida. Por esses motivos, o NPIA-MORDO foi proposto ao invés de simplesmente contar com muitos ensaios experimentais, pois, com ele, se tornou possível inserir e propagar as incertezas que não seriam previstas nos ensaios e, com isso, gerar um ou mais conjuntos de solução em uma fronteira de Pareto. Assim, os resultados obtidos contemplaram os intervalos limites de comportamento de deslocamentos, velocidades, acelerações e forças, a citar alguns, no veículo frente às incertezas presentes no projeto mecânico (geometrias, amortecimentos, rigidezes, massas) e nas condições de tráfego (irregularidades da pista, ângulos de manobras). A partir da função agregada com pesos ponderados por um especialista, o NPIA-MORDO ajudou na tomada de decisões de projeto para indicar uma suspensão otimizada que atenda às necessidades do projeto. Ressalta-se que o método não substituiu os ensaios experimentais; pelo contrário, serviu como ferramenta para reduzir a quantidade de ensaios necessários (os dados de entrada para o ângulo de esterçamento, por exemplo, geralmente são obtidos ainda por meios experimentais).

Outro aspecto a considerar foram os domínios de análise. As análises no domínio do tempo e na frequência apresentaram vantagens e desvantagens ao longo do desenvolvimento desta Tese. Conforme observado em Drehmer et al., 2016, o domínio da frequência pode ser utilizado preferencialmente para modelos lineares, em especial, de dinâmica vertical. Isso se deve, majoritariamente, pela facilidade de realizar a Transformada de Fourier em equações e modelos lineares. A vantagem foi um algoritmo capaz de simular em tempo hábil, reduzindo o custo computacional; a desvantagem, a simplificação do modelo para uma única dinâmica de análise, evitando a inserção de outros efeitos e de equações não lineares como no caso dos modelos referentes às forças nos pneus.

Entretanto, a partir dos resultados obtidos em Drehmer et al., 2016, o projeto robusto de suspensões deveria considerar também outros parâmetros de entrada (pneus) e variáveis de projeto baseadas em geometria (posição do centro de rolagem e do assento do motorista). Tais considerações inseriram no atual sistema uma série de não linearidades, cuja Transformada de Fourier não foi tão trivial ou, ainda, possível de realizar. Os coeficientes empíricos do modelo de pneus de Pacejka, por exemplo, foram especificados para receber dados de entrada muito restritos e definidos: forças verticais na unidade de kN e ângulos de esterçamento em graus. A fórmula mágica de Pacejka é não linear e a sua Transformada de Fourier não é trivial a ponto

de favorecer a análise no domínio da frequência. Vale ressaltar que muitos termos da fórmula mágica compõem elementos, inclinações e forma do ajuste de curvas das forças na direção x e y dos pneus [Bakker, Nyborg e Pacejka, 1987]; um ajuste evidentemente não linear.

O acoplamento entre as dinâmicas lateral e vertical pode resultar em não linearidades também. Isso depende da forma como a análise considera cada termo de acoplamento em suas equações e da importância de cada termo para representar o fenômeno estudado. A matriz de massa e a matriz de amortecimento do sistema lateral caracteriza um acoplamento dinâmico e de velocidade, respectivamente [Rao, 2008]. A troca de informações e efeitos entre as duas dinâmicas, vertical e lateral, ocorre justamente em função dos termos acoplados e discutidos no Capítulo 4 desta Tese.

Para atender essa necessidade dos acoplamentos e suas respectivas não linearidades, o domínio do tempo foi utilizado nas análises desta Tese. Ele possui a vantagem de lidar com as não linearidades e com os modelos mais complexos; porém, com a desvantagem de consumir maior tempo computacional em cada análise. Como um dos objetivos específicos da Tese foi desenvolver um modelo veicular em dinâmica lateral e vertical acoplada, o domínio do tempo permitiu inserir termos não lineares, modelo de pneus, outros parâmetros de entrada (produto de inércia da carroceria, I_{xz}) e variáveis de projeto (altura do centro de rolagem, posição do assento). Isso evoluiu significativamente o modelo previamente desenvolvido na qualificação desta Tese, assim como aquele observado em Drehmer et al., 2016. À medida que o modelo se tornou mais complexo (apresentando mais graus de liberdade e mais variáveis de projeto, por exemplo), o domínio do tempo estabeleceu-se como a melhor abordagem para a análise, e o método de Newmark, por laço duplo, como solução adequada da mesma.

Softwares comerciais são muito interessantes para serem utilizados na indústria com o objetivo de facilitar a experimentação e evitar ensaios desnecessários ou destrutivos; contudo, o usuário (ou o programador) precisa ter domínio não só do problema abordado, mas também das limitações do próprio software. Em comparação às rotinas desenvolvidas em linguagem estruturada (linha por linha), o programador escreve tal qual as equações do problema são governadas; ele pode localizar, identificar e corrigir os erros de programação, o que não é tão simples em softwares comerciais fechados.

Uma constatação interessante assegurada por esta Tese foi de que, quando se trata de uma otimização robusta, automaticamente se refere a uma otimização multiobjetivo. Não tem como desvincular uma da outra, uma vez que realizar a otimização robusta implica minimizar

ou maximizar a medida de dispersão de um dos objetivos da função. Isso indicou que, para cada objetivo da função, uma medida de dispersão correspondente deve ser otimizada também para garantir robustez. Por outro lado, quando se trata de uma otimização multiobjetivo, não necessariamente ela deve ser considerada uma otimização robusta. Salienta-se que, para ser uma otimização multiobjetivo, é preferível que os objetivos avaliados sejam conflitantes.

No exemplo do modelo completo de 15-GDL, analisado no Capítulo 6, os indivíduos da fronteira de Pareto atenderam as condições do problema avaliado, e a função multiobjetivo agregada do pior indivíduo resultou em 3,908, e a do melhor indivíduo, em 3,844; ou seja, os valores foram muito próximos. A aceleração RMS vertical no assento do motorista resultou em $1,041 \text{ m/s}^2$ e a sua tolerância em $0,631 \text{ m/s}^2$. Já a aceleração RMS lateral no assento do motorista resultou em $1,908 \text{ m/s}^2$ e a sua tolerância em $0,168 \text{ m/s}^2$. Percebeu-se, ao ilustrar os resultados do projeto otimizado, que a rolagem da carroceria foi o movimento predominante na manobra direcional DLC e que a implementação dos efeitos de rigidez das barras de torção foi uma solução viável para adicionar o efeito de estabilização. Mesmo assim, as acelerações verticais no modelo biodinâmico do motorista continuaram significativas. Para solucionar isso, sugere-se um modelo de assento que considere também o encosto para a cabeça e para as costas do motorista, o que exige mais dados de entrada e variáveis de projeto, especificamente para essa finalidade.

Os resultados aqui apresentados pelo NPIA-MORDO asseguraram que foi possível agregar as incertezas dos parâmetros e das variáveis de projeto à medida que se realizava a otimização no laço externo, suprimindo a necessidade de análises posteriores de propagação de incertezas. A análise de intervalo não probabilística empregada pela ferramenta mostrou-se como uma alternativa viável de medida de dispersão, e o estudo de quantificação de incertezas não precisou de uma função de distribuição de probabilidades, o que deve ser conhecido previamente para os casos em que o desvio padrão for utilizado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbas W.; Abouelatta, O.B.; El-Azab, M.; Elsaïdy, M.; Megahed, A.A. Optimization of biodynamic seated human models using genetic algorithms. **Engineering**, v. 2, p. 710-719, 2010.

Abbas W.; Abouelatta, O.B.; El-Azab, M.; Elsaïdy, M.; Megahed, A.A. Optimal seat suspension design using genetic algorithms. **Journal of Mechanics Engineering and Automation**, v. 1, p. 44-52, 2011.

Abbas W.; Emam, A.; Badran, S.; Shebl, M.; Abouelatta, O.B. Optimal seat and suspension design for a half-car with driver model using genetic algorithms. **Intelligent Control and Automation**, v. 4, p. 199-205, 2013.

Alefeld, G.; Mayer, G. Interval analysis: theory and applications. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 121, p. 421-464, 2000.

Alfi, A.; Fateh, M. Parameter identification based on a modified PSO applied to suspension system. **Journal of Software Engineering and Applications**, v. 3, n. 3, p. 221-229, 2010.

Andrén, P. Power spectral density approximations of longitudinal road profiles. **International Journal of Vehicle Design**, Geneva, v. 40, n. 1-3, p. 2-14, 2006.

Arora, J.S. **Introduction to Optimum Design**. 2^a Ed. San Diego: Elsevier Academic Press, 2004.

Arora, J.S. (Org.). **Optimization of structural and mechanical systems**, Singapore: World Scientific; 2007.

Bakker, E.; Nyborg, L.; Pacejka, H.B. Tire modelling for use in vehicle dynamics studies. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, 1978, Detroit. **SAE Transactions**, vol. 96, 1987, 1978, Feb. 23-27, p. 1-20, SAE Paper No.870421.

Barbosa, R.S. Vehicle vibration response subjected to longwave measured pavement irregularity. **Journal of Mechanical Engineering and Automation**, v. 2, p. 17-24, 2012.

Basso, G.L. **Functional derivation of vehicle parameters for dynamic studies**. Laboratory Technical Report. National Research Council Canada, 1974.

Baumal, A.E.; McPhee, J.J.; Calamai, P.H. Application of genetic algorithms to the design optimization of an active vehicle suspension system. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Amsterdam, v. 163, n. 1-4, p. 87-94, Sept. 1998.

Benasla, L.; Belmadani, A.; Rahli, M. Spiral optimization algorithm for solving combined economic and emission dispatch. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 62, p. 163-174, 2014.

Bendar, J.S.; Piersol, A.G. **Random data: analysis and measurement procedures**. New York: John Wiley and Sons, 1971.

Bergh, F. v.d. **An analysis of particle swarm optimizers**. 2001. 283 p. Thesis (Ph. D. Computer Science) - Faculty of Natural and Agricultural Science, University of Pretoria, Pretoria, 2001.

Boileau, P.E.; Rakheja, S. Whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver: measurement and model development. **International Journal of Industrial Ergonomics**, v. 22, n. 6, p. 449-472, 1998.

Bosh, R. **Manual de tecnologia automotiva**. 25^a Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2005.

Bouazara, M.; Richard, M.J.; Rakheja, S. Safety and comfort analysis of a 3-D vehicle model with optimal non-linear active seat suspension. **Journal of Terramechanics**, Amsterdam, v. 43, n. 2, p. 97-118, Apr. 2006.

British Standards Institution. **BS-6841**: measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock. London, 1987.

Burhaumudin, M.S.; Samin, P.M.; Jamaluddin, H.; Rahman, R.A.; Sulaiman, S. Integration of magic formula tire model with vehicle handling model. **International Journal of Research in Engineering and Technology**, v. 1, n. 3, p. 139-145, 2012.

Cai, X.; Cui, Z.; Zeng, J.; Tan, Y. Individual parameter selection strategy for particle swarm optimization. In: Lazineca, A. **Particle swarm optimization**, Rijek: InTech, 2009.

Cao, Y.J.; Wu, Q.H. Teaching genetic algorithm using MATLAB. **International Journal of Elect. Enging. Educ.**, Manchester, v. 36, p. 139-153, 1999.

Chen, T.; Chi, T. On the improvements of the particle swarm optimization algorithm. **Advances in Engineering Software**, Amsterdam, v. 41, p. 229-239, Sept. 2009.

Chen, W.; Xiao, H.; Liu, L.; Zu, J.W.; Zhou, H. Integrated control of vehicle system dynamics: theory and experiment. In: Martinez-Alfaro, H. **Advances in Mechatronics**, Rijek: InTech, 2011.

Cheng, X.; Lin, Y. Multiobjective robust design of the double wishbone suspension system based on particle swarm optimization. **The Scientific World Journal**, v. 2014, 2014.

Chi, Z.; He, Y.; Naterer, G.F. Design optimization of vehicle suspensions with a quarter-car vehicle model. **Transactions of the CSME**, Oshawa, v. 32, n. 2, p. 297-312, Jun. 2008.

Clerc, M.; Kennedy, J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. **IEEE Transactions Evolutionary Computations**, v. 6, n. 1, p. 58-73, 2002.

Clough, R.W; Penzien, J. **Dynamics of structures**. McGraw-Hill, 1975.

Camponogara, E.; Talukdar, S.N. A genetic algorithm for constrained and multiobjective optimization. In: 3rd NORDIC WORKSHOP ON GENETIC ALGORITHMS AND THEIR APPLICATIONS (3NWGA), 1997. Vaasa. **Proceedings...** Vaasa: University of Vaasa, 1997, p. 49-62.

Ciappardini, J.V. **Avaliação de fadiga de uma carroceria de ônibus submetida a diferentes perfis de pista**. 2012. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Dai, J.; Gao, W.; Zhang, N. Random displacement and acceleration responses of vehicles with uncertainty. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 25, n. 5, p. 1221-1229, 2011.

Das, S.; Abraham, A.; Konar, A. Particle swarm optimization and differential evolution algorithms: technical analysis, applications and hybridization perspectives. **Studies in Computational Intelligence**, Berlin, n. 116, p. 1-38, 2008.

Davis, L.D. **Handbook of genetic algorithms**. 1st ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.

Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, vol. 6, n. 2, p. 182-197, 2002.

Ding, L.; Hao, H.; Zhu, X. Evaluation of dynamic vehicle axle loads on bridges with different surface conditions. **Journal of Sound and Vibration**, Amsterdam, v. 323, p. 826-848, 2009.

Dodds, C.J.; Robson, J.D. The description of road surface roughness. **Journal of Sound and Vibration**, Amsterdam, v. 31, n. 2, p. 175-183, 1973.

Doumiati, M.; Dugard, O.S.L.; Molina, J.J.M.; Gaspar, P. Integrated vehicle dynamics control via coordination of active front steering and rear braking. **European Journal of Control**, Lavoisier, v. 19, n. 2, p. 121-143, 2013.

Drehmer, L.R.C. **Otimização de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular**. 2012. 98 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Drehmer, L.R.C.; Casas, W.J.P.; Gomes, H.M. Parameters optimisation of a vehicle suspension system using a particle swarm optimisation algorithm. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 2, p. 1-26, 2015.

Drehmer, L.R.C.; Casas, W.J.P.; Gomes, H.M. Otimização multiobjetivo de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular em dinâmica vertical. In: ENIEF 2016 XXII Congreso Sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, 2016, Córdoba – Argentina. **Mecánica Computacional**, Santa Fé, Asociación Argentina de Mecánica Computacional, v. XXXIV, p. 2729-2754, 2016.

Drehmer, L.R.C. **Otimização Robusta Multiobjetivo em Conforto e Segurança Veicular: Um estudo de parâmetros concentrados de suspensão em dinâmica vertical**. 1^{ed}. Saarbrücken: OmniScriptum GmbH & Co. KG, 2017, v. 1, 98 p.

Dugoff, H.; Fancher, P.S.; Segel, L. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. **SAE Transactions**, vol. 79, 1970, p. 341-366, SAE Paper No.700377.

Faheem, A. **Study of dynamic modelling and stability of passenger cars**. 2006. 203 p. Thesis (Master of Engineering) – RMIT University, Melbourne, 2006.

Fai, T.C.; Delbressine, F.; Rauterberg, M. Vehicle seat design: state of the art and recent development. In: **WORLD ENGINEERING CONGRESS**, 2007, Penang. **Proceedings...** Penang, 2007. p. 51-61.

Fang, J.; Gao, Y.; Sun, G.; Xu, C.; Li, Q. Multi-objective robust design optimization of fatigue life for a truck cab. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 135, p. 1–8, 2015.

Flores, C.R. **Comparação de metodologias de avaliação da exposição ocupacional a vibrações de corpo inteiro em motoristas de ônibus através de simulação numérica**. 2015. 131 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

Fossati, G.G. **Otimização multiobjetivo dos parâmetros do sistema de suspensão de um modelo de veículo completo através de um algoritmo meta-heurístico**. 2017. 208 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

Gadhvi, B.; Savsani, V.; Patel, V. Multi-objective optimization of vehicle passive suspension system using NSGA-II, SPEA2 and PESA-II. **Procedia Technology**, v. 23, p. 361-368, 2016.

Geyer-Schultz, A. **Fuzzy rule-based expert systems and genetic machine learning**. 2nd ed. Heidelberg: Physica-Verlag, 1997.

Gillespie, T.D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2003.

Giusti, S.; Pucheta, M.; Storti, M. (Eds.). **Mecánica Computacional**, v. XXXIV. Córdoba: Asociación Argentina de Mecánica Computacional (AMCA), 2016.

Gobbi, M.; Mastinu, G. Analytical description and optimization of the dynamic behaviour of passively suspended road vehicle. **Journal of Sound and Vibration**, v. 245, n. 3, p. 457-481, 2001.

Gobbi, M.; Levi, F.; Mastinu, G. Multi-objective stochastic optimisation of the suspension system of road vehicles. **Journal of Sound and Vibration**, v. 298, p. 1055-1072, 2006.

Gomes, H.M. A swarm optimization algorithm for optimum vehicle suspension design. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 20., 2009, Gramado. **Proceedings...** Rio de Janeiro: ABCM, 2009. 1 CD-ROM.

Guo, S.X. Non-probabilistic robust reliability method and reliability-based performance optimization for active vibration control of structures and dynamic systems with bounded uncertain parameters. **Journal of Vibration and Control**, v. 22, n. 6, p. 1472–1491, 2014.

Hargreaves, G.I. **Interval analysis in MATLAB**. Numerical Analysis Report, n. 416, Manchester: Department of Mathematics, 2002.

Hatanaka, T.; Korenaga, T.; Kondo, N.; Uosaki, K. Search performance improvement for PSO in high dimensional space. In: Lazinica, A. **Particle swarm optimization**, Rijek: InTech, 2009.

Holland, J.H. **Adaptation in natural and artificial systems**, The University of Michigan Press, Ann Harbor, 1975.

Hwang, J.H.; Kim, J.S. On the approximate solution aircraft landing gear under nonstationary random excitations. **KSME International Journal**, Seoul, v. 14, n. 30, p. 968-977, 2000.

Hyvärinen, J. **The improvement of full vehicle semi-active suspension through kinematical model**. 2004. 157 p. Dissertation (Master in Mechanical Engineering) – Faculty of Technology, University of Oulu, Oulun Yliopisto, 2004.

Ikenaga, S.; Lewis, F.L.; Campos, J.; Davis, L. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2000, Chicago. **Proceedings...** Chicago: IEEE, 2000. p. 4019-4024.

International Organization for Standardization. **ISO-2631**: Guide for evaluation of human exposure to whole-body vibration. Europe, 1997.

International Organization for Standardization. **ISO-5008**: Agricultural wheeled tractors and field machinery -- Measurement of whole-body vibration of the operator. Europe, 2002.

International Organization for Standardization. **ISO-3833**: Road vehicles – Types – Terms and definitions. Europe, 1977.

International Organization for Standardization. **ISO-3888-1**: Passenger cars – Test track for a severe lane-change manoeuvre – Part 1: Double-lane change. Europe, 1999.

International Organization for Standardization. **ISO-3888-2**: Passenger cars – Test track for a severe lane-change manoeuvre – Part 2: Obstacle avoidance. Europe, 2002.

International Organization for Standardization. **ISO-8608**: mechanical vibration – road surface profiles – reported of measured data. Europe, 2016.

Jazar, R. **Vehicle dynamics: theory and applications**, New York: Springer, 2008.

Johannesson, P.; Podgórski, K.; Rychlik, I. **Modelling roughness of road profiles on parallel tracks using roughness indicators**. 2014. 32 p. Technical report, Department of Mathematical Sciences, Chalmers University of Technology, Gothenburg, 2014.

Kennedy, J.; Eberhart, R. Particle swarm optimization. In: CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1995, Perth. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 1995. p. 1942-1948.

Konak, A.; Coit, D.W.; Smith, A.E. Multi-objective optimization using genetic algorithms: a tutorial. **Reliability Engineering and System Safety**, Amsterdam, v. 91, p. 992-1007, 2006.

Lazinica, A. (Org.). **Particle swarm optimization**, Rijek: InTech, 2009.

Li, C. **Particle swarm optimization in stationary and dynamic environments**. 2010. 223 p. PhD Thesis – Department of Computer Science, University of Leicester, Leicester, 2010.

Marano, G.C.; Quaranta, G. Fuzzy-based robust structural optimization. **International Journal of Solids and Structures**, v. 45, p. 3544–3557, 2008.

Mei, C.; Liu, G.; Xiao, X. Improved particle swarm optimization algorithm and its global convergence analysis. In: CHINESE CONTROL AND DECISION CONFERENCE, 22., 2010, Xuzhou. **Proceedings...** Singapore: IEEE, 2010. p. 1662-1667.

Mendes, P.; Oliveira, S. **Análise dinâmica de estruturas**: utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2008.

Messac, A.; Mullur, A.A. Multiobjective optimization: concepts and methods. In: ARORA, J.S. **Optimization of Structural and Mechanical Systems**. Singapore: World Scientific, c2007.

Möller, B.; Beer, M. **Fuzzy randomness: uncertainty in civil engineering and computational mechanics**. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.

Moore, R.E.; Kearfott, R.B.; Cloud, M.J. **Introduction to interval analysis**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009.

Morsch, I. B. **Análise estrutural de veículos comerciais tipo ônibus**. 2001. 215 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

Nardello, A. **Caracterização de perfis de pista pela densidade espectral de potência**. 2005. 126 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

Nariman-Zadeh, N.; Salehpour, M.; Jamali, A.; Haghgoo, E. Pareto optimization of a five-degree of freedom vehicle vibration model using a multi-objective uniform-diversity genetic algorithm (MUGA). **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 23, p. 543-551, 2010.

Niedermeier, F.; Peckelsen, F.; Gauterin, F.; Gobbi, M. Virtual optimization of the interaction between tires and the vehicle. **International Journal of Modeling and Optimization**, v. 3, n. 1, p. 20-24, 2013.

Newland, D.E. **An introduction to random vibrations and spectral analysis**. 3rd ed, New York: Longman Scientific e Technical, 1993.

Newmark, N.M. A method of computation for structural dynamics. **Journal of Engineering Mechanics Division**, v. 85, n. EM3, 1959.

Ngwangwa, H.M.; Heyns, P.S.; Labuschagne, F.J.; Kululanga, G.K. Reconstruction of road defects and road roughness classification using vehicle responses with artificial neural networks simulation. **Journal of Terramechanics**, v. 47, p. 97-111, 2010.

Pacejka, H.B.; Besselink, I. **Tire and vehicle dynamics**. 3rd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012.

Palmer, K.T.; Griffin, M.; Bendall, H.; Pannett, B.; Coggon, D. Prevalence and pattern of occupational exposure to whole body vibration in Great Britain: findings from a national survey. **Occupational Environmental Medicine**, London, v. 57, n. 4, p. 229-236, Apr. 2000.

Paradiso, M.A. **Development of a nonlinear ride quality model to aid in TWEEL© parameter selection**. 2009. xi, 207 p. Thesis (Master of Science in Mechanical Engineering) – Clemson University, Clemson, 2009.

Pazooki, A.; Rakheja, S.; Cao, D. Modeling and validation of off-road vehicle ride dynamics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 28, p. 679-695, 2012.

Pereira, L.V. **Análise dinâmica e otimização do controle de vibrações pelo algoritmo do regulador quadrático linear em um modelo veicular completo sob a ação de perfis de pista**. 2013. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

Petrone, G.; Axerio-Cilies, J.; Quagliarella, D.; Iaccarino, G. A probabilistic non-dominated sorting GA for optimization under uncertainty. **Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software**, v. 30, n. 8, p. 1054-1085, 2013.

Punnathanam, V.; Sivadurgaprasad, C.; Kotecha, P. On the performance of MATLAB's inbuilt genetic algorithm on single and multi-objective unconstrained optimization problems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL, ELECTRONICS, AND OPTIMIZATION TECHNIQUES (ICEEOT), 3-5 march, 2016, Chennai. **Proceedings...** Chennai: D.M.I College of Engineering, 2016.

Rao, S. **Vibrações mecânicas**. 4^a ed. São Paulo: Prentice Pearson Hall, 2008.

Robson, J.D. Road surface description and vehicle response. **International Journal of Vehicle Design**, v. 1, n. 1, p. 25-35, 1979.

Rill, G. **Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling**. 1^a ed. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2012.

Sayers, M.W. **Dynamic terrain inputs to predict structural integrity of ground vehicles**. Technical Report. Ann Arbor: The University of Michigan Transportation Research Institute, 1988.

Scappaticci, L.; Bartolini, N.; Guglielmino, E.; Risitano, G. Structural optimization of a motorcycle chassis by pattern search algorithm. **Engineering Optimization**, v. 0, n. 0, p. 1-15, 2016.

Schwier, A.S. **Manual of political economy**. New York: Macmillan, 1971.

Sekulić, D.; Dedović, V.; Rusov, S.; Šalinić, S.; Obradović, A. Analysis of vibration effects on the comfort of intercity bus users by oscillatory model with ten degrees of freedom. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, p. 8629–8644, 2013.

Setiawan, J.D.; Safarudin, M.; Singh, A. Modeling, simulation and validation of 14 DOF full vehicle model. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INSTRUMENTATION, COMMUNICATIONS, INFORMATION TECHNOLOGY AND BIOMEDICAL ENGINEERING (ICICI-BME), 23-25 Nov., 2009, Bandung. **Proceedings...** Bandung: IEEE, 2009, p. 1-6.

Shinozuka, M.; Jan, C.M. Digital simulation of random process and its applications. **Journal of Sound and Vibration**, v. 25, p. 111-128, 1972.

Shirahatt, A.; Prasad, P.S.S.; Panzade, P.; Kulkarni, M.M. Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding. **ABCM**, Rio de Janeiro, v. 30, n. 1, p. 66-76, 2008.

Smith, D.E.; Starkey, J.M. The effects of model complexity on the performance of automated vehicle steering controllers: model development, validation and comparison. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 24, n. 2, p. 163-181, 1995.

Tamura, K.; Yasuda, K. Primary study of spiral dynamics inspired optimization. **IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering**, v. 6 (S1), p. 98-100, 2010.

Toso, M.A.; Esposito, A.; Drehmer, L.R.C.; GOMES, H.M. Ensaio de fadiga: um comparativo entre dois corpos de provas distintos para aplicação em molas de suspensão automotiva. In: IX CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2016, Fortaleza. **Proceedings...**Rio de Janeiro: ABCM, 2016.

Tušar, T.; Filipič, B. Visualization of Pareto front approximations in evolutionary multiobjective optimization: a critical review and the projection method. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 19, n. 2, p. 225-245, 2015.

Van Veldhuizen, D.A. **Multiobjective evolutionary algorithms: classifications, analyses, and new innovations**. 1999. 270 p. Dissertation – Faculty of the Graduate School of Engineering of the Air Force Institute of Technology, Air University, Montgomery, 1999.

Wan, Y.; Schimmels, J.M. A simple model that captures the essential dynamics of a seated human exposed. **Advances in Bioengineering**, ASME, v. 31, p. 333-334, 1995.

White, A.A.; Panjabi, M.M. **Biomechanics of the spine**. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 1990.

Wong, J.Y. **Theory of ground vehicles**. 3rd ed. New York: John Wiley and Sons, 2001.

Zadeh, L.A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, p. 335-353, 1965.

Zhai, W.M.; Cai, C.B.; Guo, S.Z. Coupling model of vertical and lateral vehicle/track interactions. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 26, p. 61-79, 1996.

Zhang, L.J.; Lee, C.M.; Wang, Y.S. A study on nonstationary random vibration of a vehicle in time and frequency domains. **International Journal of Automotive Technology**, Seoul, v. 3, n. 3, p. 101-109, Apr. 2002.

Zhang, Y.; Chen, W.; Chen, L.; Shangguan, W. Non-stationary random vibration analysis of vehicle with fractional damping. In: NATIONAL CONFERENCE ON MECHANISM AND MACHINES, v. 13, 2007, Bangalore. **Proceedings...** Bangalore: National Institute of Technology, 2007. p. 171-178.

Zhang, Z.C.; Lin J.H.; Zhang Y.H.; Howson W.P.; Williams, F.W. Non-stationary random vibration analysis of coupled vehicle–bridge systems. **Engineering Computations**, v. 27, n. 6, p. 712-732, 2010.

Zitzler, E.; Laumanns, M.; Bleuler, S. A tutorial on evolutionary multiobjective optimization. In: Gandibleux, X.; Sevaux, M.; Sörensen, K; T'kindt, V. (eds.) **Metaheuristics for Multiobjective Optimisation**. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, v. 535, Berlin: Springer, 2004.