



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



***Análise Espaço-Temporal do  
Desenvolvimento Regional do RS entre  
1970 e 2000 Utilizando Metodologia  
Bayesiana***

Autora: Gisele da Silva Ferreira  
Orientadora: Prof. Dra. Patrícia Klarmann Ziegelmann

Porto Alegre, 13 de Dezembro de 2007.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Matemática  
Departamento de Estatística

***Análise Espaço-Temporal do  
Desenvolvimento Regional do RS entre  
1970 e 2000 Utilizando Metodologia  
Bayesiana***

Autora: Gisele da Silva Ferreira

Monografia apresentada para obtenção  
do grau de Bacharel em Estatística.

Banca Examinadora:  
Prof. Dra. Patrícia Klarmann Ziegelmann (orientadora)  
Prof. Dr. Álvaro Vigo (convidado)

Porto Alegre, 13 de Dezembro de 2007.

*“Eu aprendi que a melhor sala de aula do mundo está aos pés de uma pessoa mais velha.” (William Shakespeare)*

## Agradecimentos

À Deus, por me capacitar continuamente a enfrentar todos os desafios que surgem durante a minha caminhada.

À meus pais, Glênio e Graziela, por serem minha inspiração na luta por um objetivo na vida e estarem sempre ao meu lado me apoiando e intercedendo por mim.

Aos meus irmãos, Gustavo e Guilherme, e demais familiares que torceram por mim e sempre me incentivaram a seguir em frente.

Ao meu amor, Márcio, e sua família pelo carinho e força que me ajudaram a prosseguir.

À todos os meus amigos que estiveram ao meu lado torcendo por mim.

Aos meus colegas do curso de Estatística que me acompanharam ao longo da realização deste curso e tornaram-se grandes amigos.

Ao pessoal do Núcleo de Desenvolvimento Regional da Fundação de Economia e Estatística, em especial ao Carlos Paiva que, mais do que um chefe, demonstrou-se um amigo e professor.

À minha orientadora Patrícia Ziegelmann por toda a atenção e dedicação dispensada durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus professores que contribuíram para a minha formação acadêmica e profissional.

## Resumo

# Análise Espaço-Temporal do Desenvolvimento Regional do RS entre 1970 e 2000 Utilizando Metodologia Bayesiana

Autora:

Gisele da Silva Ferreira

Orientadora:

Patrícia Klarmann Ziegelmann

Analisando-se a evolução demográfica das macro-regiões do Rio Grande do Sul percebemos que no final do século XIX a região Sul (52% do território) absorvia mais da metade da população e a região Nordeste (21% do território) pouco mais de um quarto da mesma. Já na entrada do terceiro milênio o Sul absorve menos de um quarto e o Nordeste mais da metade da população gaúcha. O RS vem ampliando sua participação na economia nacional porque a produção do Nordeste do estado cresce a taxas superiores à média nacional, mas a região Sul apresenta performance inferior à nacional. As razões destas desigualdades no desempenho vêm sendo pesquisadas há décadas, gerando inúmeros trabalhos, hipóteses e interpretações. Uma das inovações metodológicas dos pesquisadores gaúchos é usar o critério de renda pessoal – e não o Produto Interno Bruto (PIB) – para dimensionar as condições de vida dos moradores. O objetivo é chegar o mais próximo possível da renda que fica no município e movimentar a economia.

O objetivo deste trabalho é utilizar Modelagem Estatística Bayesiana para analisar o desempenho sócio-econômico dos municípios gaúchos ao longo do período dos anos de 1970 e 2000 utilizando os dados de PIB e renda mensal total municipal. Este trabalho utiliza modelos espaciais e espaço-temporais a fim de analisar a evolução no tempo e no espaço do desenvolvimento heterogêneo verificado nos municípios do Rio Grande do Sul durante os últimos anos. Procura-se encontrar e analisar os principais fatores desse desempenho diferenciado. O trabalho concentra-se na detecção e explicação da existência de padrões espaciais e espaço-temporais para os valores do PIB e da renda mensal total dos municípios do Rio Grande do Sul. As análises são feitas utilizando métodos estatísticos para o estudo de dados relativos à áreas e a modelagem é feita baseada nas idéias de utilização de Campos Aleatórios Markovianos no mapeamento de doenças (Mollié, 1996).

Palavras-chave: modelo de convolução, modelo Bayesiano hierárquico, modelo espaço-temporal, estatística espacial, dados de área, estatística Bayesiana, metodologia MCMC, desenvolvimento regional, Campos Aleatórios Markovianos, Modelos Lineares Hierárquicos.

# Sumário

1. Introdução.....	1
1.1. Desenvolvimento Regional.....	1
1.2. Produto Interno Bruto (PIB).....	2
1.3. Sistema de Conversão Municipal.....	2
1.4. Estatística Espacial e Espaço-Temporal.....	3
1.5. Objetivos do Estudo.....	3
1.6. Metodologia.....	4
2. Estatística Espacial.....	5
2.1. Tipologia dos Dados Espaciais.....	6
2.2. Modelos Lineares Hierárquicos.....	7
2.3. Modelos Bayesianos.....	8
2.4. Modelos Espaciais.....	9
2.4.1. Priori de Convolução.....	9
2.4.2. Estrutura de Vizinhanças.....	10
2.5. Modelos Lineares Dinâmicos.....	11
2.6. Posterioris via MCMC.....	11
2.7. Modelos Espaço-Temporais.....	12
2.8. Mapas.....	13
2.9. Comparação de Modelos.....	14
3. Modelo Espacial para o PIB.....	15
3.1. Dados utilizados.....	15
3.2. Análise Espacial Sem Covariáveis.....	15
3.3. Análise Espacial Com Covariáveis.....	18
4. Modelo Espaço-Temporal para o PIB.....	30
4.1. Dados Utilizados.....	30
4.2. Modelo Proposto.....	30
4.3. Comparação entre o Modelo Espacial e o Modelo Espaço-Temporal.....	35

5. Modelo Espacial para a Renda Mensal Total Municipal.....	37
5.1. Dados utilizados.....	37
5.2. Modelo Proposto.....	38
6. Modelo Espaço-Temporal para a Renda Mensal Total Municipal.....	48
6.1. Dados Utilizados.....	48
6.2. Modelo Proposto.....	48
6.3. Comparação entre o Modelo Espacial e o Modelo Espaço-Temporal.....	53
7. Considerações Finais.....	55
Referências Bibliográficas.....	57
Apêndice.....	60

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1. Desenvolvimento Regional

O desempenho da economia gaúcha ao longo do século XX foi notável. À diferença de outros estados federados de colonização antiga, o RS manteve sua participação no PIB nacional nos últimos 50 anos (Marquetti e Ribeiro, 2002a). E a despeito dos impactos particularmente perversos para a produção regional da exposição competitiva dos anos 90, o RS ampliou sua participação no PIB nacional (de 7,48% para 7,9%) e no Valor Adicionado da Indústria de Transformação (de 8,08% para 10,02%) entre 1985 e 2001 (IBGE, 1999; IBGE, 2003). Não obstante, esse desempenho vem se realizando de forma marcadamente heterogênea em termos regionais. Expressão maior desta heterogeneidade é a evolução demográfica secular das macro-regiões do estado: enquanto no final do século XIX a Região Sul (52% do território) absorvia mais da metade da população e a Região Nordeste (21% do território), pouco mais de  $\frac{1}{4}$  da mesma, na entrada do terceiro milênio, o Sul absorve menos de  $\frac{1}{4}$  e o Nordeste mais da metade da população gaúcha. (Paiva e Campregher, 2002, Tabs. 3.1 e 3.5).

Na realidade, as pesquisas mais recentes vêm demonstrando que, se o RS vem mantendo (ou, como no período mais recente, ampliando) sua participação na economia nacional, é porque a produção no Nordeste do Estado cresce a taxas superiores à média nacional, enquanto a região Sul (e, parte da Norte) apresenta performance inferior à nacional (Paiva e Campregher, 2002, Parte 1, Cap. 2). As razões destas desigualdades de desempenho regional vêm sendo pesquisadas há décadas, gerando inúmeros trabalhos, hipóteses e interpretações (veja-se, por exemplo Tejo, 1941; Singer, 1977; Alonso, 1984; Andreoli, 1989). Mas a pesquisa sobre o tema ganhou novo impulso na última década (Alonso et al., 1994; Engevix, 1997; Bandeira e Cesar, 2001; Marquetti e Ribeiro, 2002b; Paiva, 2002; Monasterio, 2002; Paiva, 2004; Arend e Cário, 2004; Berni, Marques e Marquetti, 2004; Herrlein e Carravetta, 2004; Lautert, 2004). Afinal, com a aceleração da globalização produtivo-financeira, com a emergência de novas áreas de livre-comércio e



com a unificação europeia, os distintos padrões regionais de resposta à integração dos mercados passam a receber atenção crescente em todo o mundo. Atenção esta que irá estimular o resgate, atualização e redeterminação empírica de teses clássicas sobre desenvolvimento regional.

## 1.2. Produto Interno Bruto (PIB)

O Produto Interno Bruto (PIB) é a produção total de bens e serviços finais (valores de bens de consumo intermediários não são computados com o intuito de evitar o problema de dupla contagem, visto que estes já estão incluídos no valor dos bens finais) de um país durante o ano, independente da nacionalidade dos agentes. Desta forma, a produção realizada pela General Motors (Multinacional Americana) no Brasil faz parte do PIB brasileiro. Por outro lado, toda riqueza gerada pela Petrobrás, multinacional brasileira, será considerada PIB do país onde estará sendo gerada esta riqueza. A evolução do PIB é a medida que sinaliza o crescimento ou não da economia. Em fase de crescimento o consumo aumenta, na recessão o consumo diminui. A fórmula clássica para expressar o PIB de uma região é a seguinte:

$$\text{PIB} = C + I + G + X - M$$

Onde, C é o consumo privado, I é o total de investimentos realizados, G representa gastos governamentais, X é o volume de exportações e M é o volume de importações.

## 1.3. Sistema de Conversão Municipal

O processo de constituição de novos municípios, a partir da subtração de territórios, meios de produção, população e produto a municípios antigos, subverte a base de comparação e complexifica sobremaneira a análise do desempenho regional. Para resolver-se tal problema, o Centro de Processamento de Dados da Fundação de Economia e Estatística desenvolveu um Software que promove a conversão de uma tabela de dados dos municípios gaúchos para uma tabela com 232 municípios (número de municípios gaúchos em 1970). Esta conversão pode ser feita de três maneiras distintas: por população, por área e por sede. A conversão por sede traz todo o valor atribuído ao município ao seu

município-mãe, isto é, o município de origem de sua sede e é indicado quando a variável medida refere-se a características essencialmente urbanas, como por exemplo: renda urbana, PIB industrial e PIB de serviços. A conversão por área atribui as percentagens dos valores aos seus municípios de origem conforme a perda de território sofrida pelos municípios-mãe, da mesma forma que a conversão por população o faz conforme a perda de população. A conversão por área é indicada quando deseja-se converter tabelas com variáveis que têm características mais rurais do que urbanas, como por exemplo, renda rural e PIB agropecuário e a conversão por população quando a variável em questão possui características tanto urbanas quanto rurais. O critério da conversão por população foi o utilizado neste trabalho como uma aproximação dos outros dois para simplificação dos cálculos.

## 1.4. Estatística Espacial e Espaço-Temporal

A Estatística Espacial é a área da Estatística que estuda a distribuição espacial de dados oriundos de fenômenos ocorridos no espaço geográfico, ou seja, procura métodos científicos para a coleta, descrição, visualização e análise de dados que possuem coordenadas geográficas. Quando se deseja analisar o fenômeno no espaço ao longo do tempo, passamos a tratar de um problema espaço-temporal, assunto que será abordado na Seção 2.7.

Para que um problema seja de Estatística Espacial, os dados obrigatoriamente devem possuir um índice que faz referência à uma localização geográfica. Ou seja, a referência geográfica é explicitamente utilizada na modelagem.

A percepção visual da distribuição espacial dos dados é bastante eficaz no sentido de traduzir os padrões existentes com considerações objetivas, assim como na percepção da associação com as possíveis causas das mesmas.

## 1.5. Objetivos do Estudo

O presente estudo busca apresentar um modelo espacial e espaço-temporal bayesiano que representem a evolução do desempenho sócio-econômico dos municípios gaúchos ao longo dos anos de 1970 a 2000 a fim de analisar os fatores sócio-econômicos

importantes na contribuição para o desenvolvimento dos municípios. Os dados foram obtidos do CD *RS EM MAPAS E DADOS (2007)* da Fundação de Economia e Estatística (FEE).

## 1.6. Metodologia

Foi feita uma revisão bibliográfica da metodologia bayesiana para a análise de dados de área e analisados diferentes tipos de modelagem. Mapas foram confeccionados para apresentação de resumos das informações obtidas através das distribuições a posteriori.

As análises estatísticas empregadas utilizam a abordagem bayesiana, onde a informação dada pela verossimilhança, isto é, nossos dados, são combinados com informações a priori. No presente estudo são utilizadas prioris não-informativas, e são obtidas distribuições a posteriori para os parâmetros de interesse no estudo, no caso o PIB e a renda mensal total do município.

Os modelos utilizados estão baseados nas idéias de utilização de Campos Aleatórios Markovianos no mapeamento de doenças (Mollié, 1996).

No Capítulo 2 são apresentadas as tipologias dos dados espaciais, Modelos Lineares Hierárquicos, Campos Aleatórios Markovianos, Modelos Bayesianos, Modelos Espaciais, Estrutura de Vizinhanças, Priori de Convolução, Posteriori via Simulação Estocástica (Método MCMC), Convergência da Cadeia Simulada, Software Winbugs, Modelos Lineares Dinâmicos, Modelos Espaço-Temporais, o critério DIC de ajuste de modelos e a Construção de Mapas para a análise de dados.

No Capítulo 3 são apresentados os dados utilizados na análise espacial, a escolha das covariáveis do modelo espacial e o modelo escolhido com suas análises e conclusões considerando o PIB como variável de interesse. Analogamente ao Capítulo 3, o Capítulo 5 apresenta os dados, a escolha das covariáveis, o modelo escolhido e as conclusões, agora para a variável de interesse renda mensal total municipal.

Os Capítulo 4 apresenta os dados utilizados na análise espaço-temporal e os modelos propostos com suas análises para o PIB e o Capítulo 6 faz as mesmas análises para a Renda Mensal Total Municipal.

O Capítulo 7 complementa o estudo trazendo as discussões finais dos resultados obtidos e idéias para futuros trabalhos nesta área.

## Capítulo 2

### Estatística Espacial

A Estatística Espacial é a área da Estatística que estuda a distribuição espacial de dados oriundos de fenômenos ocorridos no espaço geográfico. Para a análise de dados distribuídos espacialmente é necessário ter-se a localização geográfica dos mesmos. O desenvolvimento de técnicas e modelos estatísticos que utilizam perspectivas geográficas é relativamente recente, porém vêm crescendo rapidamente e se expandindo para as mais diversas áreas de estudo.

A grande evolução computacional das técnicas de mapeamento e da acessibilidade aos Sistemas de Informação Geográfica (SIG) são os principais responsáveis pelo avanço da estatística espacial e pela possibilidade da realização de modelagens sofisticadas dentro deste contexto. Um sistema de Informação Geográfica é um conjunto de equipamentos e programas computacionais que possibilitam a integração de mapas e gráficos com um banco de dados, além de ferramentas capazes de coletar, armazenar, manejar, analisar e visualizar informações georreferenciadas, possibilitando a visualização espacial de variáveis, permitindo fácil detecção de padrões espaciais.

Na Seção 2.1 são apresentados os tipos de dados espaciais existentes e exemplos de cada um desses tipos. O enfoque deste trabalho é a análise de Dados de Área, assunto que é abordado na Seção 2.1. Em termos de modelagem estatística, os Modelos Lineares Hierárquicos aparecem como os mais adequados e serão introduzidos na Seção 2.2. A descrição da variabilidade espacial é baseada no conceito de Campos Aleatórios Markovianos, assunto introduzido na Seção 2.3 juntamente com os Modelos Bayesianos. A Seção 2.4 trata de Modelos espaciais e descreve-se os chamados Modelos Condicionais Autoregressivos (CAR), as estruturas de vizinhança e é apresentada a Priori de Convolução (Mollié, 1996). A Seção 2.5 descreve os Modelos Lineares Dinâmicos. A Seção 2.6 descreve o método MCMC para a obtenção de distribuições a posteriori. Na Seção 2.7 são introduzidos os Modelos Espaço-Temporais. Na Seção 2.8 é apresentada a construção de mapas para a visualização de resultados. E na Seção 2.9 é dado o conceito do Critério DIC (Deviance Information Criterion) de ajuste dos modelos.

## 2.1 Tipologia dos Dados Espaciais

Existem quatro tipos de dados espaciais, são eles: Dados Pontuais, Dados de Área, Superfícies Contínuas e Dados de Interação Espacial. Dados Pontuais são aqueles que identificam eventos ou fenômenos como pontos localizados no espaço. Neste caso, o interesse principal consiste nas coordenadas geográficas que representam a localização exata dos acontecimentos, como, por exemplo, dados relacionados a crimes. Dados de Área são dados agregados por áreas de uma região onde não existem valores entre as áreas de análise. As áreas são subdivisões do mapa com, supostamente, homogeneidade interna e usualmente são delimitadas por polígonos fechados. Os valores associados às áreas correspondem a uma quantidade que representa um padrão global para a área em relação à variável em estudo. Geralmente as áreas em estudo são bairros, municípios, ou setores censitários. Aqui o interesse é a detecção de padrões espaciais ou tendência de distribuição para os valores das áreas e possíveis explicações para estes fenômenos. Dados de Superfícies Contínuas são, em geral, oriundos de amostras de campo, regular ou irregularmente distribuídos. O objetivo de análises deste tipo de dados é modelar uma superfície espacial que represente o comportamento da variável em estudo no espaço geográfico para expandir os resultados amostrados nas estações de coleta para as demais regiões que não tiveram informações coletadas. Dados de Interação Espacial, cuja localização é considerada fixa tal qual em superfícies contínuas, correspondem a um par ordenado que indicam ponto de saída (origem) e ponto de chegada (destino). Através destes, torna-se possível compreender o comportamento dos fluxos, identificando questões como acessibilidade e atratividade. Exemplo: fluxos migratórios.

O estudo descrito neste trabalho tem como objetivo principal analisar o desempenho socioeconômico dos municípios do Estado do Rio Grande do Sul. Em particular, o interesse está em avaliar possíveis padrões espaciais deste desempenho. Para tal estudo serão utilizados dados referentes ao PIB e a renda mensal total de cada município. Deste modo, os tipos de análise espacial a serem trabalhados são aqueles adequados para dados de área. A região de interesse será o Estado do RS e as áreas serão os 232 municípios existentes em 1970 no Estado.

## 2.2. Modelos Lineares Hierárquicos

Existem várias formas de analisar-se um conjunto de dados. Se for desejado verificar o efeito de covariáveis no conjunto, podemos utilizar as idéias dos modelos lineares para estimar os parâmetros relacionados com cada efeito.

A classe dos modelos lineares tem por objetivo analisar a influência de covariáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$  em uma determinada variável resposta  $Y$  através de uma relação linear. Em linhas gerais, o interesse é modelar  $Y$  de forma condicional aos valores de  $X_1, X_2, \dots, X_p$ .

Considere os municípios do RS como a região de interesse. Para cada área é observada uma variável de interesse que será denotada por  $Y_i$  para  $i = 1, 2, \dots, N$ . Neste trabalho estas variáveis serão o PIB e a Renda Mensal Total Municipal. Sem perda de generalidade, os modelos serão descritos para o PIB e para a Renda Mensal Total Municipal. Note que o valor observado do PIB em uma área é visto como uma realização de  $Y_i$  que é considerado variável aleatória com uma distribuição de probabilidade que será modelada por um Modelo Linear Hierárquico.

Para o processo de modelagem dos  $Y_i$ 's, é utilizada uma estratégia que consiste em dividir a parametrização do modelo em diferentes estágios, estes são os chamados modelos hierárquicos.

**Primeiro estágio:** modela a variabilidade dentro de cada área.

$$Y_i = \mu_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

onde  $\mu_i$  representa a média de  $Y$  na área  $i$  e  $\varepsilon_i$  é o erro associado à área  $i$ .

**Segundo estágio:** modela a variabilidade entre as áreas.

$$\mu_i = f(\underline{x}_i, \theta)$$

onde  $\underline{x}_i$  é um valor de covariáveis para a área  $i$ ,  $\theta$  um vetor de parâmetros e  $f$  é uma forma funcional qualquer. No caso da forma funcional que relaciona  $\mu_i$  com  $\underline{x}_i$  ser linear, o modelo é chamado de modelo linear hierárquico. A idéia aqui será modelar possíveis influências das covariáveis  $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi}$  na variável resposta  $\mu_i$  através da seguinte estratégia linear:

$$\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \dots + \alpha_p X_{pi}$$

onde  $\alpha_0$  é o intercepto ou o coeficiente linear do modelo e  $\alpha_p$  é o coeficiente angular associado a  $X_{pi}$ .

## 2.3. Modelos Bayesianos

Uma das maiores vantagens da Inferência Bayesiana sobre a Clássica é a maneira formal e direta com que ela incorpora informações externas aos dados amostrais. Existem ainda muitas outras vantagens como, por exemplo, sua flexibilidade na tratabilidade de modelos multiparamétricos, fácil interpretação de resultados e previsões para observações futuras obtidos diretamente através da distribuição preditiva a posteriori, etc.

Na abordagem bayesiana, os parâmetros do modelo são vistos como quantidades aleatórias e não como quantidades fixas e constantes como na abordagem Clássica. Neste trabalho considera-se que o leitor tenha conhecimentos básicos de Estatística Bayesiana. Recomenda-se sobre o assunto, Gelman et al., 1997.

Sob o enfoque bayesiano, onde os parâmetros do modelo são vistos como quantidades aleatórias, é natural descrever a incerteza em relação aos parâmetros do modelo através de distribuições de probabilidade. Para isto determina-se distribuições a posteriori para os parâmetros descritos no modelo que são originadas da combinação de informações a priori com a verossimilhança associada à amostra observada. Os modelos condicionais auto-regressivos (CAR descritos na seção 2.4.) permitem que uma variação espacialmente estruturada entre no modelo. Na abordagem bayesiana, a utilização dos Modelos Lineares Hierárquicos deve ser completada com a especificação de distribuições a priori para os parâmetros do modelo. Note que o segundo estágio modela  $\mu_i$ , parâmetro desconhecido. Por esta razão, o segundo estágio é visto como uma priori para  $\mu_i$ . Desta forma, os parâmetros desta priori são chamados de hiperparâmetros e hiperprioris são especificadas para estes hiperparâmetros no terceiro estágio. Sob o enfoque Bayesiano o Modelo Linear Hierárquico é descrito por:

### 1º estágio:

$$Y_i = \mu_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Note que  $\sigma^2$  foi considerado constante para os  $i$  municípios devido ao grande aumento na quantidade de parâmetros do modelo que seria ocasionado caso utilizássemos no modelo um  $\sigma_i^2$ .

### 2º estágio:

$$\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \dots + \alpha_p X_{pi} + u_i \quad \text{priori para } \mu_i, i = 1, 2, \dots, N$$

$$U_i \sim N(0, \sigma_u^2)$$

### 3º estágio:

Hiper-prioris conjugadas para os demais parâmetros  $\sigma^2$ ,  $\alpha_0$ , ...,  $\alpha_p$  e  $\sigma_\mu^2$ .

## 2.4. Modelos Espaciais

O Modelo Linear Hierárquico descrito na Seção 2.2 não incorpora estrutura espacial. Porém, para dados espaciais como o PIB, é natural que exista uma influência da vizinhança. A incorporação espacial é feita no estágio 2, descrito na Seção 2.3, e é conhecido como priori não-estruturada espacialmente. Uma outra abordagem para o estágio 2 é a priori puramente espacial (Mollié, 1996). Uma priori intermediária entre a priori não estruturada e a priori espacial é a priori de convolução descrita na Seção 2.4.1.

### 2.4.1. Priori de Convolução

A priori de convolução (Mollié, 1996) é caracterizada pela inclusão de duas componentes de variação independentes no modelo. A primeira componente será denotada por  $u_i$  e descreve a variabilidade não estruturada espacialmente. É através desta componente que covariáveis podem ser incluídas no modelo. A segunda componente será denotada por  $b_i$  e descreve a variabilidade espacialmente estruturada. É através desta componente que a influência de vizinhos é incorporada. A priori de convolução é, então, modelada como segue. A interpretação de  $u_i$  é o efeito do local  $i$ , enquanto que a de  $b_i$  é o efeito espacial em função dos vizinhos que influencia o local  $i$ .



**1º estágio:**

$$Y_i = \mu_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio:**

$$\mu_i = b_i + u_i$$

$$b_i \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2) \quad \text{representa o efeito espacial dos vizinhos}$$

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{representa o efeito específico da área}$$

onde o modelo CAR é definido por

$$\pi(b_i | b_j, j \neq i) \sim N \left( \frac{\sum_{j \in \delta_i} w_{ij} b_j}{\sum_{j \in \delta_i} w_{ij}}, \frac{\sigma_b^2}{\sum_{j \in \delta_i} w_{ij}} \right)$$

sendo que  $w_{ij}$  representa o peso (em outras palavras, a influência) do vizinho  $j$  na área  $i$ .

**3º estágio:**

Hiper-prioris conjugadas para os parâmetros  $\sigma^2$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , ...,  $\alpha_p$ ,  $\sigma_b^2$  e  $\sigma_u^2$ .

## 2.4.2. Estrutura de Vizinhanças

Para a utilização de Modelos Espaciais é necessário definir-se a estrutura de vizinhança, ou seja, quem é vizinho de quem. A estrutura de vizinhança pode ter diversas formas, como por exemplo, a vizinhança binária, a vizinhança ponderada pelo tamanho da fronteira e a vizinhança ponderada pelo tamanho da fronteira e pelas barreiras naturais. No caso da vizinhança binária, leva-se em consideração apenas o fato de um município fazer fronteira com outro. Desta forma,  $W_{ij}$  é igual a 1 se o município  $i$  faz fronteira com o município  $j$ , e é igual a zero caso contrário. Quando a vizinhança é ponderada pelo tamanho da fronteira,  $W_{ij}$  é igual ao comprimento da fronteira entre o município  $i$  e o município  $j$ . Ao contrário da vizinhança binária, esta estrutura de vizinhança faz com que a influência do efeito espacial de um município em seu vizinho aumente ou diminua de acordo com a extensão de fronteira entre eles. No caso em que a estrutura de vizinhança é ponderada pelo tamanho da fronteira e pelas barreiras naturais, os pesos dos vizinhos são dados pelo comprimento da fronteira entre os municípios  $i$  e  $j$ , menos o comprimento da

barreira natural entre os municípios, como por exemplo, montanhas. No presente estudo é utilizado o caso mais simples de estruturas de vizinhança que considera a vizinhança binária.

## 2.5. Modelos Lineares Dinâmicos

A classe dos Modelos Lineares Dinâmicos (MLD) é muito utilizada para a análise de séries temporais. Por ser uma classe ampla, ela permite a modelagem de dados com as mais variadas características e restrições. Uma análise detalhada desta classe de modelos é apresentada em West e Harrison (1997).

Os modelos lineares dinâmicos são modelos onde a variação do parâmetro é sumarizada numa dinâmica temporal.

Utilizando-se uma abordagem bayesiana, podemos realizar previsões e inferências para os parâmetros através da utilização da informação atualizada no tempo  $t - 1$ . Assim, a distribuição a posteriori em  $t - 1$  é utilizada pelo modelo como distribuição a priori em  $t$ .

A utilização da classe dos Modelos Lineares Dinâmicos em séries temporais permite que mudanças bruscas sejam suavizadas além de permitir a acomodação natural de informações subjetivas (Ferreira e Gamerman, 1998).

## 2.6. Posterioris via MCMC

No contexto da Inferência Estatística Bayesiana, as inferências para os parâmetros de interesse vêm de suas respectivas posterioris, que nem sempre podem ser obtidas analiticamente. No modelo hierárquico descrito neste estudo, a derivação analítica das distribuições a posteriori dos parâmetros não é possível devido à complexidade introduzida com a priori de convolução do segundo estágio. Uma alternativa é a utilização de métodos MCMC (“Markov Chain Monte Carlo”) para o cálculo das posterioris.

Na inferência bayesiana, os métodos de simulação que, no conceito de inferência bayesiana, são utilizados para obtenção de amostras das distribuições a posteriori. Em linhas gerais, a idéia básica dos métodos MCMC é construir uma cadeia de Markov cuja distribuição de equilíbrio seja igual à distribuição de interesse que, no conceito bayesiano,

é a posteriori desconhecida. Após um número finito de simulações desta cadeia, espera-se atingir a distribuição de equilíbrio e, a partir deste ponto, dar origem a uma amostra da distribuição de interesse. Assim, é possível construir uma cadeia com probabilidades de transição invariantes no tempo, onde cada estado pode ser obtido de um outro estado com um número finito de iterações. Assim, independentemente do estágio inicial, uma trajetória pode ser gerada e, conseqüentemente, pode-se alcançar a distribuição de equilíbrio.

Obtida uma simulação da cadeia, devemos nos certificar se a convergência foi obtida. Somente após esta confirmação poderemos formar a amostra da distribuição a posteriori das quantidades desconhecidas do modelo. Existem várias formas de se realizar uma análise a respeito da convergência da cadeia. Uma das formas é baseada em uma inspeção gráfica, onde analisa-se a trajetória de uma ou mais cadeias em períodos distintos de tempo, onde o comportamento das cadeias com valores iniciais distintos é observado e conclui-se que a convergência foi alcançada quando ambas as cadeias permanecem com formatos propostos por Gelman e Rubin (1992) e Geweke (1992).

Quando lidamos com uma amostra de uma cadeia de Markov, temos uma amostra aleatória, mas não independente. Isto não afeta as estimativas dos parâmetros, mas tem influência sobre as variâncias das estimativas resultantes desse procedimento de amostragem (Gelman, 1997). Portanto, nos casos em que, após verificada a convergência, for constatada uma forte correlação serial na cadeia, recomenda-se a retirada de uma amostra sistemática de seus valores para compor uma nova amostra. A idéia é escolher um número de simulações que serão desprezadas entre as escolhidas. A maneira de como o 'thin' é escolhido pode ser baseada no gráfico da função de autocorrelação da cadeia.

O pacote estatístico WinBugs, versão em ambiente Windows do pacote BUGS (Bayesian Using Gibbs Sampling), implementado por Thomas *et al.* (1992), consiste de um conjunto de procedimentos que permite a especificação de diversos tipos de modelos, estimando seus parâmetros via MCMC. Neste trabalho foi utilizada a versão 1.4 do programa.

## 2.7. Modelos Espaço-Temporais

Análises de séries de dados ao longo do tempo podem ser úteis para a identificação de padrões espaço-temporais dos fenômenos de interesse. O objetivo de modelos espaço-

temporais é o de analisar o comportamento de uma série de dados distribuídos espacialmente e dependentes temporalmente.

Para analisar-se um problema espaço-temporalmente, é preciso que se tenha dados localizados espacialmente e em tempos distintos. O presente estudo compara os resultados da análise espacial ao longo do tempo com os resultados obtidos quando o modelo espaço-temporal é utilizado.

A idéia utilizada para fazer-se uma análise espaço-temporal dos dados é incluir um índice  $t$  no modelo espacial. No modelo espaço-temporal, as estimativas para cada parâmetro de tempo  $t$  são dependentes dos anos anteriores.

Existem diversos modelos que visam trabalhar com a estrutura espaço-temporal dos dados. O modelo espaço-temporal proposto neste trabalho é baseado nos estudos de Ferreira (2004) e utiliza os conceitos de modelos lineares hierárquicos dinâmicos espaço-temporais).

## 2.8. Mapas

Para uma rápida visualização de dados e resultados de análises espaciais a utilização de mapas é o cenário ideal. No caso dos dados brutos, estes são representados em mapas através de cores. A escolha das cores e a divisão dos valores brutos observados em grupos de cores é de fundamental importância. Foi utilizado neste trabalho o seguinte padrão de agrupamento e cores: cores mais escuras significam valores mais altos e cores claras valores baixos. Os agrupamentos foram feitos por quantis com 5 grandes grupos de mesmo número de municípios (quintis).

Como resultado dos modelos espaciais e espaço-temporais têm-se estimativas pontuais para a média do, por exemplo, verdadeiro PIB. As estimativas pontuais mais utilizadas no enfoque bayesiano são a média, a mediana e a moda a posteriori. Neste trabalho optou-se por utilizar a média. Desta forma, mapas com estas estimativas foram utilizados ao longo deste trabalho. Os mapas foram produzidos no Software TerraView 3.1.3.

## 2.9. Comparação de Modelos

Uma maneira de avaliar o ajuste do modelo e comparar diferentes modelos ajustados é utilizar a técnica chamada Deviance Information Criterion (DIC). Esta técnica assume que a média a posteriori é uma boa estimativa dos parâmetros do modelo.

O DIC é uma medida que leva em conta o número de parâmetros que entra no modelo, assim, um modelo pode ser comparado com outro que possua um diferente número de parâmetros. Sua expressão é dada por:

$$\text{DIC} = \bar{D} + p_D = \hat{D} + 2p_D$$

Onde  $\bar{D}$  representa a média a posteriori do desvio,  $\hat{D}$  é uma estimativa pontual do desvio que pode mudar dependendo da parametrização utilizada na especificação das priors do modelo e  $p_D$  representa o número de parâmetros.

O DIC é semelhante ao critério clássico de comparação de modelos AIC (Akaike's Information Criterion), mas difere substancialmente do critério BIC e do Fator de Bayes.

O modelo que apresenta o menor DIC é considerado como aquele que melhor pode prever um novo conjunto de dados com a mesma estrutura dos dados observados.

## Capítulo 3

### Modelo Espacial para o PIB

O objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho sócio-econômico dos municípios gaúchos medido por duas variáveis distintas: PIB total municipal e renda mensal total do município. Este capítulo é destinado a estudar o PIB total municipal como variável de interesse do estudo e também covariáveis que influenciam o PIB dos municípios através de modelos espaciais. Uma análise espaço-temporal para o PIB é descrita no Capítulo 4.

#### 3.1. Dados Utilizados

Os dados compreendidos neste estudo são o PIB observado para cada um dos 232 municípios do RS nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000, que são os anos em que o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) disponibiliza estes dados no site ([www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br)), e também os valores associados às variáveis população urbana, população total, grau de urbanização (população urbana / população total do município), ocupação em agropecuária e produção extrativa vegetal e animal, ocupação em produção extrativa mineral e ocupação em indústrias de transformação e construção civil para os mesmos anos. Enfatizando que os dados de 1996 e 2000 foram transformados para dados compatíveis com 1970 através do Sistema de Conversão Municipal desenvolvido pela equipe da área de Desenvolvimento Regional juntamente com o CPD da Fundação de Economia e Estatística (FEE).

Os dados de PIB são analisados em reais com base na data de 1º de setembro de 2000 para todo o período de estudo, isto é, os valores monetários vigentes nos anos de estudo foram convertidos para valores em reais na data base 1º de setembro de 2000.

#### 3.2. Análise Espacial Sem Covariáveis

O objetivo de uma primeira análise espacial sem a verificação de covariáveis no modelo é o de mostrar uma suavização no padrão de cores dos mapas dos valores brutos do

PIB observado dos municípios gaúchos no primeiro ano analisado. Esta ilustração é feita para o ano de 1970. A Figura 1 apresenta os dados brutos observados para o PIB nos anos 1970, 1980, 1996 e 2000 e revela uma grande heterogeneidade nos valores brutos do PIB.

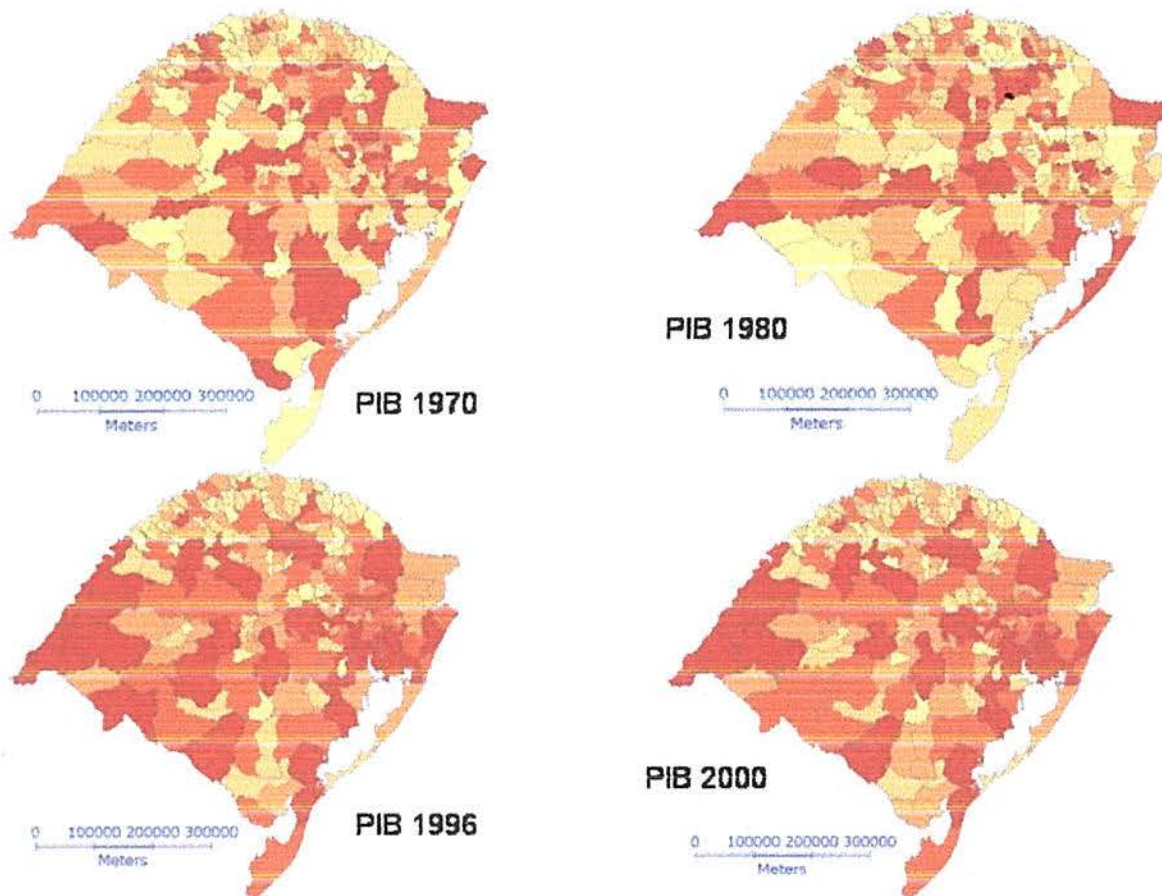


Figura 1: Dados brutos do PIB dos municípios nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

O modelo espacial descrito na Seção 2.4 foi utilizado para analisar os dados do PIB. Foram atribuídas prioris não-informativas para os parâmetros do modelo no estágio III. Lembrando que, no conceito de Estatística Bayesiana, a distribuição a priori pode ser interpretada como a distribuição de probabilidade que expressa o nosso atual conhecimento sobre o parâmetro desconhecido. A priori é a forma de incorporar todo o conhecimento que se tenha sobre o parâmetro que não seja proveniente dos dados amostrais. Se o nosso conhecimento acerca do parâmetro não existe ou é quase inexistente, atribuímos a ele uma priori não-informativa que não agrega informação alguma ao modelo.

O modelo linear hierárquico com priori de convolução utilizado para a suavização dos dados do PIB é descrito como:

**1º estágio:**

$$PY_i = \mu_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$** 

$$\mu_i = \alpha_0 + b_i + u_i$$

$$b_i \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2) \quad \text{é o efeito espacial dos vizinhos}$$

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{é o efeito específico da área}$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas**

$$\alpha_0 \sim U(-\infty, +\infty)$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

Para a obtenção das posteriores foi gerada uma cadeia de 45.000 simulações, onde as 5.000 primeiras foram descartadas como período de descarte (“burn-in”) e aplicou-se um valor de salto (“thin interval”) de 40, resultando, assim, numa amostra de tamanho 1.000 para cada posteriori, que é o mais comumente utilizado na literatura. A convergência foi verificada através da inspeção visual dos gráficos das trajetórias das cadeias. O mesmo procedimento foi realizado para todos os modelos espaciais implementados neste trabalho.

Conforme descrito na Seção 2.7, obteve-se posterioris para cada  $\mu_i$  do PIB de 1970. Como estimativa pontual utilizou-se a média da posteriori. Com estas estimativas obteve-se o mapa suavizado do PIB apresentado no lado esquerdo da Figura 2. Esta figura tem o objetivo de mostrar a suavização dos valores para o PIB gerados pelo modelo espacial. Sendo assim, o mapa com os dados brutos observados do PIB também é apresentado no lado direito da Figura 2. Observa-se que o mapa dos valores brutos observados (lado direito) é bem recortado, não permitindo a visualização de algum padrão espacial de cores. Em contrapartida, o mapa das estimativas para o PIB (lado esquerdo) se mostra suavizado, facilitando a visualização do comportamento do PIB no RS. Verifica-se, por exemplo, que os municípios com maior PIB são aqueles da região sul/sudeste. Note que a suavização mostra a influência espacial dos vizinhos e é alcançada mesmo não utilizando covariáveis no modelo.



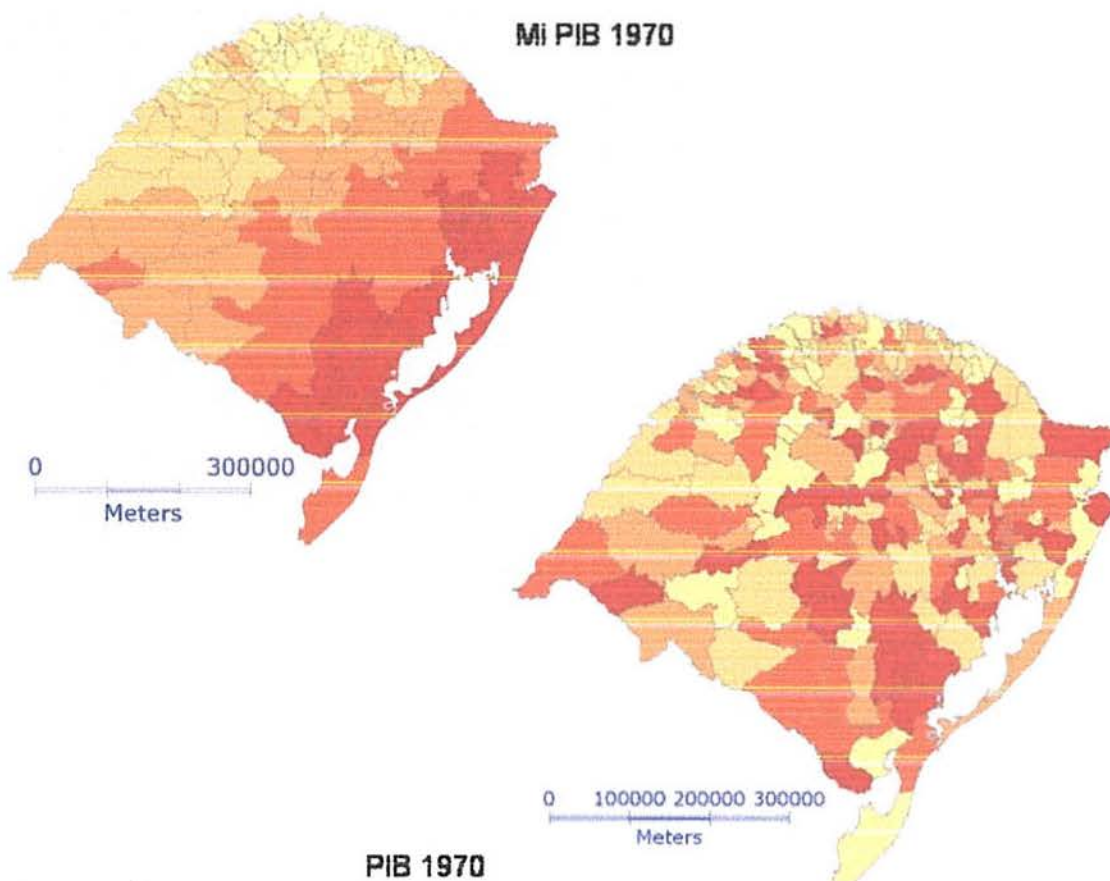


Figura 2: À esquerda estimativas a posteriori para o PIB dos municípios gaúchos no ano de 1970. À direita valores observados do PIB dos municípios gaúchos no ano de 1970.

### 3.3. Análise Espacial Com Covariáveis

Para um estudo mais detalhado a respeito da variabilidade do PIB gaúcho ao longo dos anos podemos incluir covariáveis no modelo a fim de estudar a influência que tais variáveis podem causar na variável de interesse do estudo, o PIB.

Os dados compreendidos neste estudo são o PIB observados para cada um dos 232 municípios referentes ao ano de 1970 medidos em R\$ mil do ano de 2000 e as covariáveis consideradas no modelo são:

p1: população urbana

p2: população total

p3: grau de urbanização

p4: ocupação em agropecuária e produção extrativa vegetal e animal

p5: ocupação em produção extrativa mineral

p6: ocupação em indústrias de transformação e construção civil

As correlações entre as candidatas a covariáveis do modelo entre si e com a variável resposta de interesse PIB para os anos 1970, 1980, 1996 e 2000 são apresentadas na Tabela 1, Tabela 2, Tabela 3 e Tabela 4. Analisando-se as tabelas com as correlações, percebe-se que as variáveis mais correlacionadas com o PIB são a p1, a p2 e a p6, indicando que seriam boas escolhas para covariáveis do modelo. Porém as covariáveis p1 e p2 mostram-se muito correlacionadas, podendo indicar a existência de colinearidade. Desta forma foram consideradas, inicialmente, para entrar no modelo as covariáveis p1 e p6.

1970	p1	p2	p3	p4	p5	p6	py
p1	1						
p2	0,987215	1					
p3	0,422759	0,411955	1				
p4	0,104978	0,246441	-0,02044	1			
p5	0,401676	0,422525	0,295319	0,093205	1		
p6	0,97402	0,963854	0,492776	0,09755	0,400481	1	
py	0,990756	0,976363	0,351815	0,103486	0,382987	0,961139	1

Tabela 1: Correlações entre as covariáveis p1, p2, p3, p4, p5 e p6 e a variável resposta PIB (py) no ano de 1970.

1980	p1	p2	p3	p4	P5	p6	py
p1	1						
p2	0,994895	1					
p3	0,409995	0,405982	1				
p4	0,071408	0,163437	-0,05395	1			
p5	0,346229	0,372341	0,315123	0,185983	1		
p6	0,92398	0,924027	0,541223	0,084435	0,400212	1	
py	0,982048	0,972706	0,343119	0,044826	0,29771	0,901982	1

Tabela 2: Correlações entre as covariáveis p1, p2, p3, p4, p5 e p6 e a variável resposta PIB (py) no ano de 1980.

1996	p1	p2	p3	p4	p5	p6	py
p1	1						
p2	0,997531	1					
p3	0,423489	0,42136	1				
p4	0,07731	0,141283	-0,04822	1			
p5	0,282882	0,299837	0,202314	0,193783	1		
p6	0,903925	0,905351	0,55575	0,074174	0,321099	1	
py	0,967777	0,961883	0,292731	0,041181	0,221577	0,828582	1

Tabela 3: Correlações entre as covariáveis p1, p2, p3, p4, p5 e p6 e a variável resposta PIB (py) no ano de 1996.

2000	p1	p2	p3	p4	p5	p6	py
p1	1						
p2	0,998397	1					
p3	0,419675	0,415029	1				
p4	0,097568	0,147477	-0,02711	1			
p5	0,125367	0,134828	0,132923	0,106739	1		
p6	0,886711	0,887009	0,545889	0,097708	0,200867	1	
py	0,939038	0,938007	0,388263	0,099374	0,104406	0,87932	1

Tabela 4: Correlações entre as covariáveis p1, p2, p3, p4, p5 e p6 e a variável resposta PIB (py) no ano de 2000.

A princípio foi testado, para cada ano do estudo, o modelo saturado descrito a seguir. Após, para cada ano, foi-se retirando, quando necessário, as covariáveis uma a uma a fim de escolher-se o modelo de melhor ajuste para as análises.

**1º estágio:**

$$PY_i = \mu_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$**

$$\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + u_i$$

$$b_i \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2) \quad \text{efeito espacial dos vizinhos}$$

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{efeito específico da área}$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas não-informativas**

$$\alpha_0 \sim U(-\infty, +\infty)$$

$$\alpha_1 \sim N(0.0, 1.0E-5)$$

$$\alpha_2 \sim N(0.0, 1.0E-5)$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

A Tabela 5 traz informações sobre a média e intervalos de 95% de credibilidade para  $\alpha_0$  (média geral) e os parâmetros relacionados às covariáveis,  $\alpha_1$  (coeficiente da primeira covariável) e  $\alpha_2$  (coeficiente da segunda covariável do modelo) de todos os modelos testados. Com estes resultados pode-se justificar a inclusão destes parâmetros (e, conseqüentemente, das covariáveis relacionadas a eles) nos modelos. Na estrutura do modelo descrito acima, o que muda de modelo para modelo é a inclusão ou exclusão de parâmetros. As células em cinza identificam os parâmetros que não incluem o valor zero em seu intervalo de credibilidade no modelo e as células vazias são para os parâmetros não incluídos nos modelos.

As células em azul indicam qual modelo foi o escolhido como o de melhor ajuste para as análises. Para o ano de 1970, o modelo saturado indicou que a variável P1, população urbana, associada a  $\alpha_1$ , tinha pouca probabilidade de explicar a variação do PIB. Logo, testou-se outro modelo para este ano sem esta covariável. Este, por sua vez, obteve um bom ajuste, com todos os seus parâmetros com alta probabilidade de explicar a variável resposta de interesse. Para o ano de 1980, o modelo saturado não gerou bons resultados. Apenas o  $\alpha_i$  associado à população urbana apresentou alta probabilidade de explicar  $y_p$  (PIB). O modelo mais bem ajustado foi aquele que excluiu  $\alpha_0$  e  $\alpha_2$ . Similarmente, para os outros anos foi feita a mesma análise e chegou-se ao resultado que para 1996 o modelo saturado obteve um bom ajuste e em 2000 o modelo sem  $\alpha_0$  também obteve.

PIB	alfa 0			alfa 1			alfa 2		
	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%
1970	27620	24520	30740	-0.1853	-0.3998	0.03394	3512	0.4539	6509
1970	28120	25020	31170				1.058	0.3955	1.716
1980	-25980	-52260	172.7	12.47	11.68	13.26	-4893	-13250	3497
1980				11.95	11.66	12.2			
1980	-15.75	-635.3	593.9	11.95	11.66	12.24			
1980				12.64	11.89	13.41	-7.807	-15.9	0.4286
1996	-56760	-99240	-14380	19.01	17.91	20.12	-50.96	-63.76	-38.16
2000	463.7	-47450	48280	7258	6348	8163	25.08	14.43	35.74
2000				7248	6363	8138	25.16	15.17	35.11

Tabela 5: Médias e intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  do Modelo Linear Hierárquico para o PIB.

Algumas das outras variáveis candidatas a entrarem no modelo também foram testadas, porém seus resultados não foram bons e por este motivo não serão apresentados neste trabalho.

Pensando na escolha de quais modelos utilizar para as análises e partindo do pressuposto de que não é coerente utilizar-se um modelo com um parâmetro com baixa probabilidade de explicar o PIB, isto é, quando a covariável relacionada ao coeficiente não parece ter influência no valor do PIB (os modelos que incluem parâmetros  $\alpha_i$  que têm o zero em seu intervalo de credibilidade), é natural escolher-se os modelos destacados na Tabela 5 em azul. Não será preciso testar o DIC (descrito na Seção 2.9) dos modelos para o PIB a fim de que os melhores sejam os escolhidos porque não encontrou-se mais de um modelo bom (sem parâmetros não significativos) para cada ano do estudo.

Analisando-se a evolução dos parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  dos modelos ao longo do tempo na Tabela 5 podemos perceber que somente para o PIB de 1970 a população urbana não influenciou significativamente para a variação do PIB nos municípios. O mesmo acontece

com o número de empregados em construção civil e em indústrias de transformação em 1980.

A evolução da contribuição das covariáveis ao longo do tempo é melhor visualizada através dos gráficos apresentados na Figura 3, Figura 4 e Figura 5. Estes gráficos contêm, para cada ano, a média da posteriori e o respectivo intervalo de credibilidade para  $\alpha_i$ .

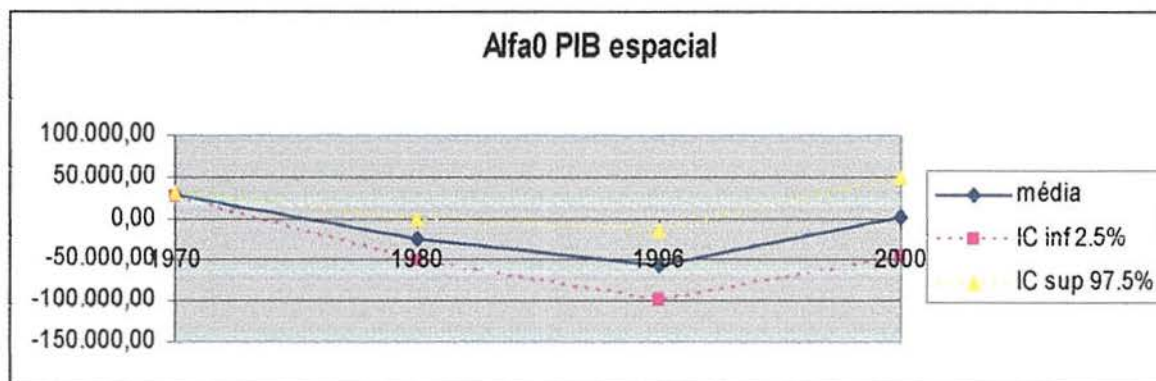


Figura 3: Alfa 0 nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

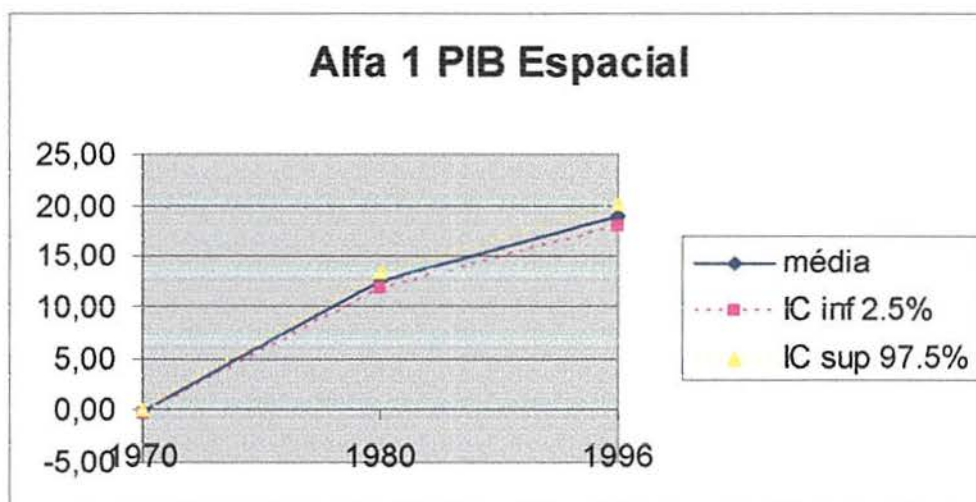


Figura 4: Alfa 1 nos anos de 1970, 1980 e 1996.

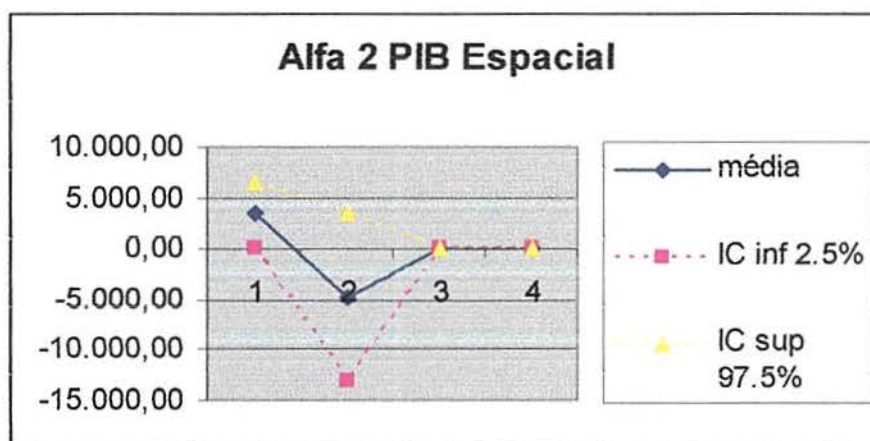


Figura 5: Alfa 2 nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

A Figura 3 mostra que a média geral estimada para alfa 0 dos modelos lineares hierárquicos espaciais só apresentou alta probabilidade de explicar o PIB nos anos de 1970 e 1996, sendo não significativa para os demais anos do estudo. Na Figura 4 é observável que a população urbana não influenciou o PIB de 1970, mas influenciou o PIB dos anos de 1980, 1996 e 2000 aumentando sua influência gradativamente até chegar ao ano de 2000 com uma grande contribuição para o PIB dos municípios. A Figura 5 apresenta resultados para a influência da ocupação em indústrias de transformação e construção civil no PIB. Em 1970 esta variável influenciou muito na medida do PIB dos municípios, mas após esse período sua influência diminuiu muito, chegando a não ser significativa para o ano de 1980 e influenciando pouco o PIB dos municípios nos anos de 1996 e 2000.

A Tabela 6 traz os valores do DIC (Seção 2.9) para os modelos espaciais. Note que esta tabela não precisaria ser analisada, já que já foi verificado que apenas um modelo para cada ano não contém parâmetros que não agregam informação alguma relevante para o estudo.

MODELO ESPACIAL	DIC
PIB 1970 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	5.302,180
PIB 1970 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	5.308,24
PIB 1980 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	6.285,130
PIB 1980 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + b_i + U_i$	6.288,460
PIB 1980 $\mu_i = \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	6.286,550
PIB 1980 $\mu_i = \alpha_1 P1_i + b_i + U_i$	6.289,97
PIB 1996 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	6.514,37
PIB 2000 $\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	6.550,430
PIB 2000 $\mu_i = \alpha_1 P1_i + \alpha_2 P6_i + b_i + U_i$	6.548,25

Tabela 6: Valores dos DIC's para os diversos modelos espaciais.

Os modelos escolhidos para as análises foram os destacados em cinza, mesmo não apresentando os melhores DIC's, pois todos os outros modelos apresentados possuem parâmetros não significativos que prejudicam o modelo em sua função de representar a evolução do PIB gaúcho ao longo do tempo.

Para analisar-se a estrutura espacial dos municípios, ou seja, os efeitos dos vizinhos de cada município, pode-se observar mapas de  $b_i$ 's juntamente com a Tabela 5. Da mesma forma pode-se analisar os efeitos aleatórios vistos espacialmente em cada município através do mapa de  $u_i$ 's.

A seguir podemos observar a Figura 6, a Figura 7, a Figura 8 e a Figura 9 que mostram os valores brutos do PIB (PIB), as covariáveis utilizadas (P1 e P6) em cada modelo espacial e os efeitos espaciais (B) e aleatórios (U) do modelo que combinados geram as estimativas a posteriori para o PIB (MI). Todas essas informações estão plotadas em mapas dos municípios do RS para os anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

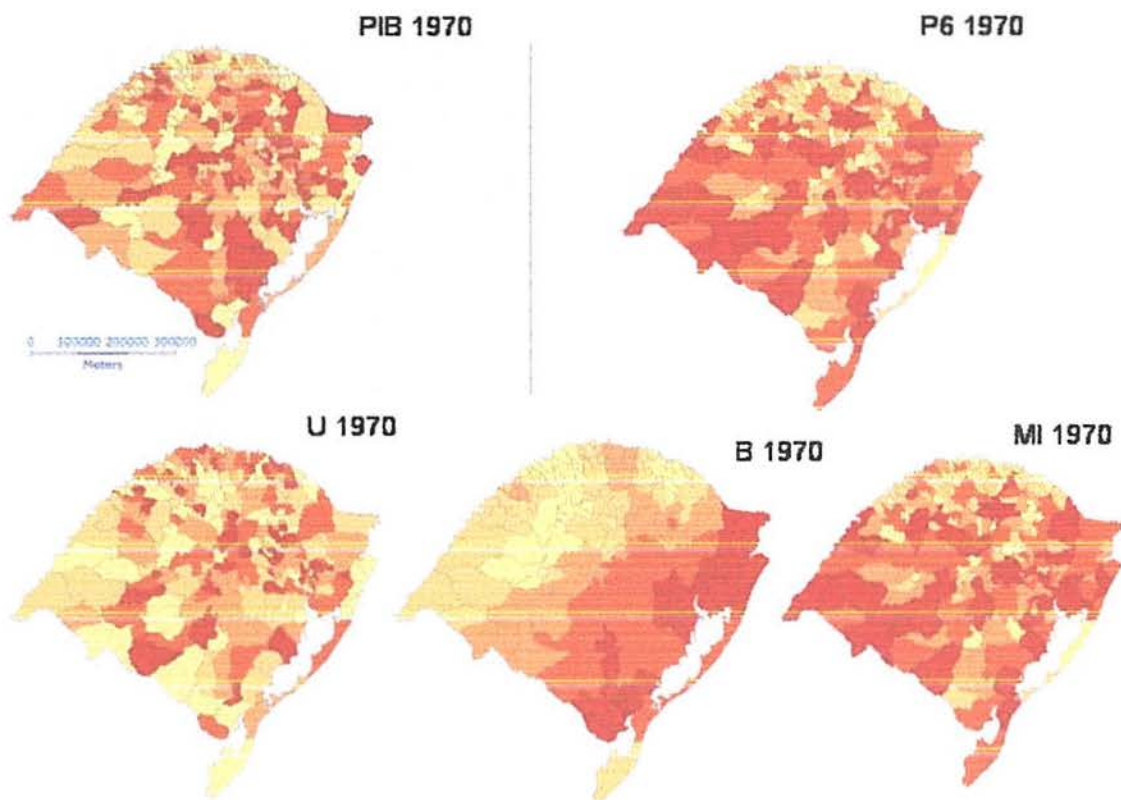


Figura 6: Mapas do PIB, da covariável P6, do efeito aleatório  $U_i$ , do efeito espacial  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1970.

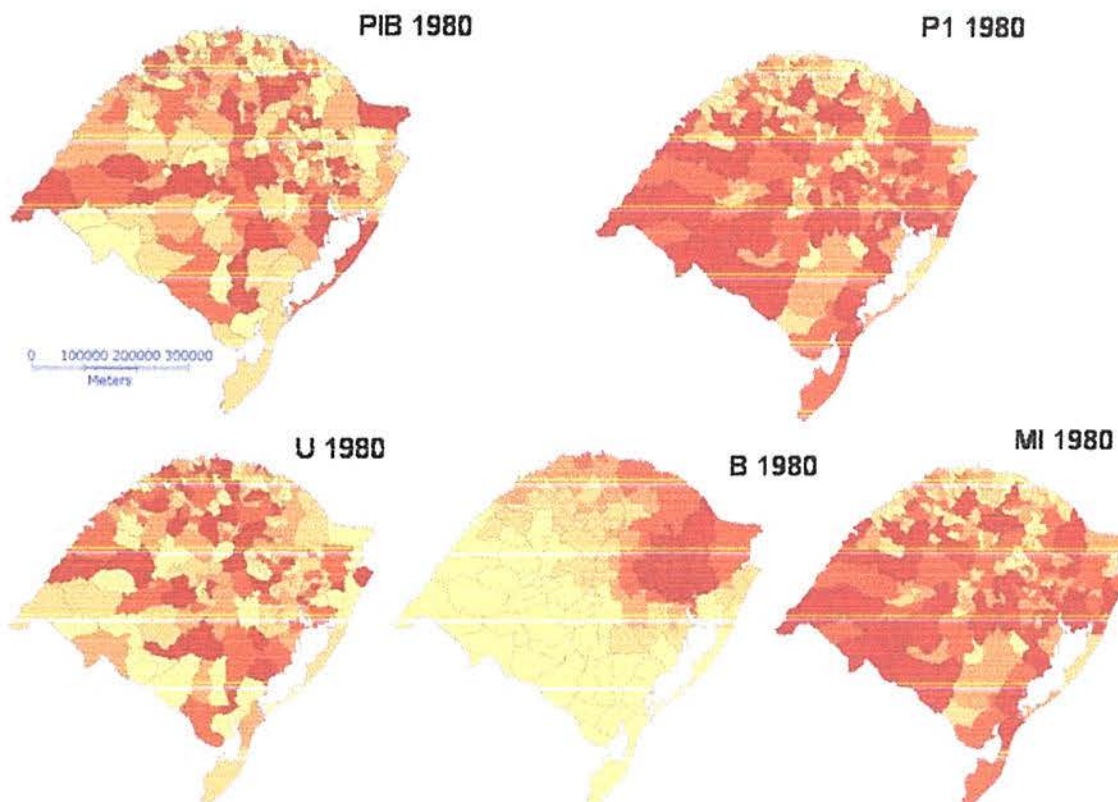


Figura 7: Mapas do PIB, da covariável P1, do efeito aleatório  $U_i$ , do efeito espacial  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1980.

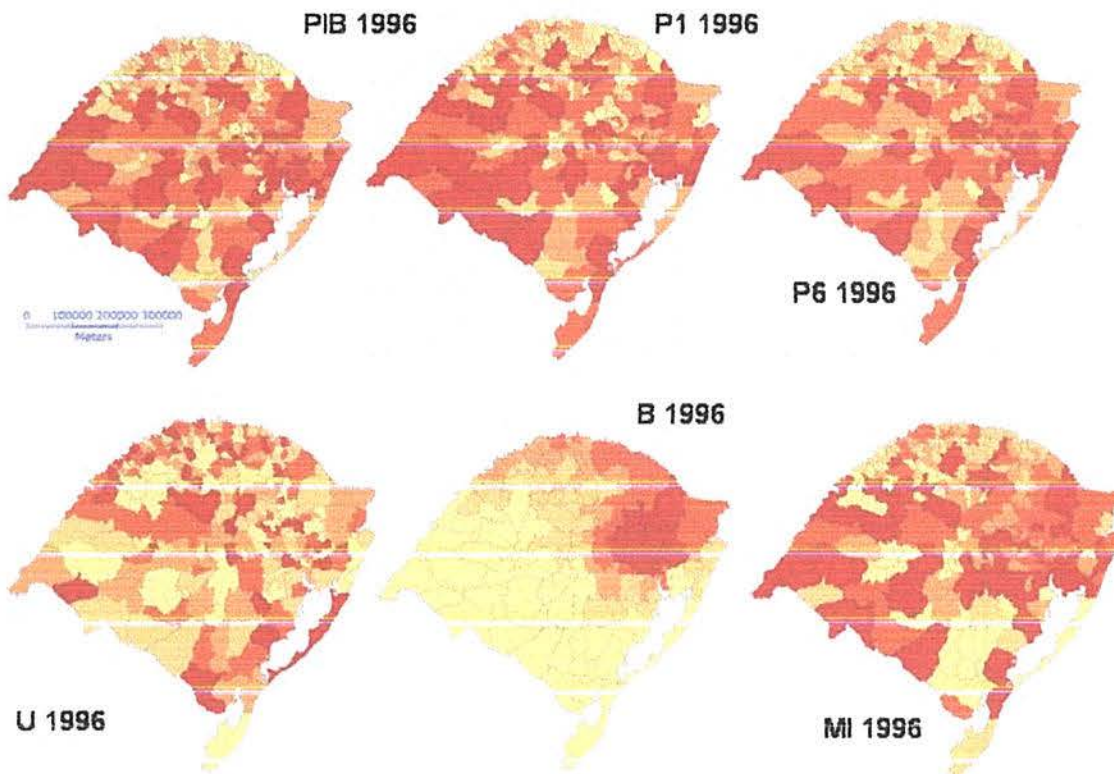


Figura 8: Mapas do PIB, das covariáveis P1 e P6, do efeito aleatório  $U_i$ , do efeito espacial  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1996.



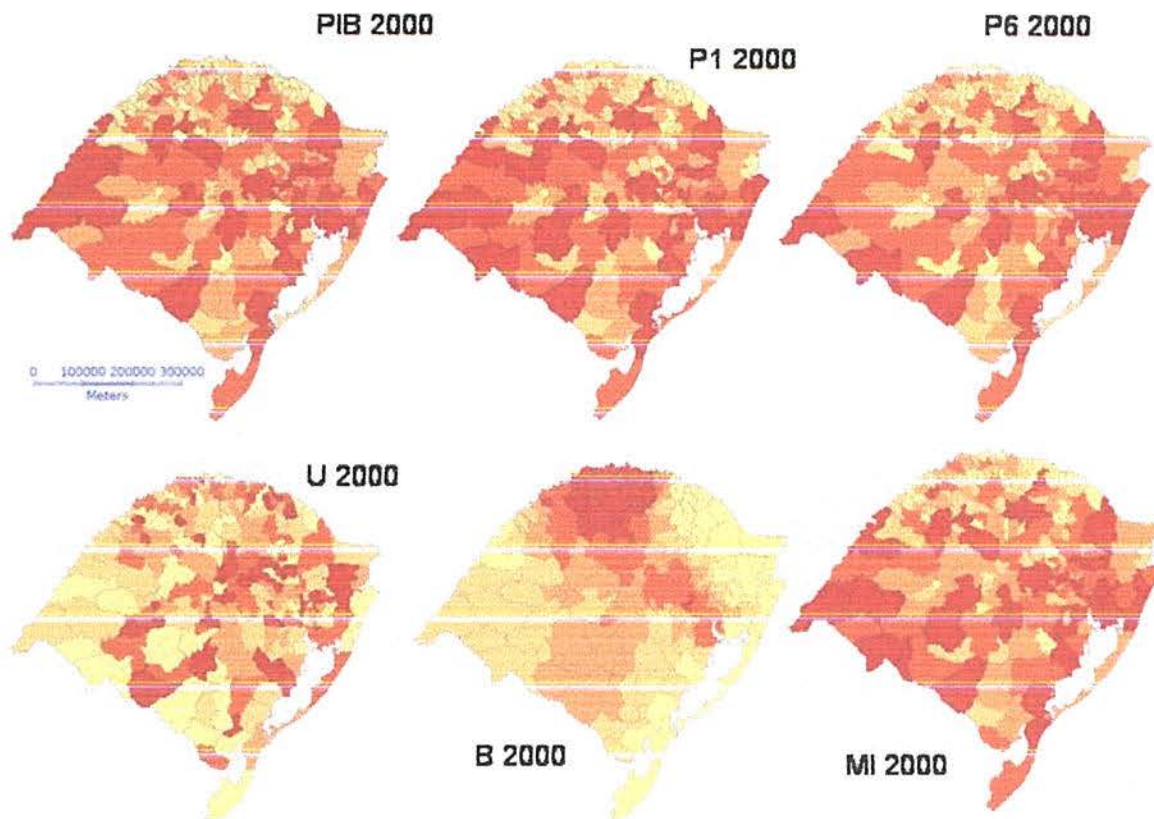


Figura 9: Mapas do PIB, das covariáveis P1 e P6, do efeito aleatório  $U_i$ , do efeito espacial  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 2000.

Observando-se a evolução da estrutura espacial no tempo através dos mapas de  $B_i$ 's da Figura 6, Figura 7, Figura 8 e Figura 9, percebemos que em 1970 os vizinhos dos municípios do Sul e Leste do estado tinham o PIB alto enquanto que para o Norte e Oeste do estado concentravam-se os municípios com vizinhos de baixo PIB. Em 1980 esta estrutura modificou-se, ocorreu uma queda brusca no valor do PIB dos municípios que ficam ao Sul do estado, enquanto que os altos valores de PIB concentraram-se na Região Nordeste até 1996. Já em 2000 os municípios de alto PIB concentraram-se no Norte e Região Metropolitana do Estado.

Analisando-se a Figura 6, podemos confirmar o que foi verificado anteriormente na Tabela 5, o mapa das estimativas a posteriori para o PIB de 1970 sofre uma influência muito grande da ocupação em indústrias de transformação e construção civil nos municípios.

Na Figura 7 podemos perceber que a população urbana influencia muito nas estimativas do PIB em 1980.

A Figura 8 mostra que a influência da ocupação em indústrias de transformação e construção civil no valor das estimativas a posteriori para o PIB de 1996 é maior do que a influência da população urbana nos municípios e também mostra que o efeito espacial também teve uma influência visualmente significativa. Note-se, na Tabela 5, que a influência da ocupação em indústrias de transformação e construção civil tem relação inversa com o PIB (conforme Tabela 5), isto é, quanto menos trabalhadores em indústrias de transformação e construção civil havia nos municípios do RS em 1996, mais alto era o PIB do município. Por escassez de tempo essas covariáveis não puderam ser mais exploradas a fim de entender-se a evolução da tendência de influência dessas variáveis sobre o PIB ao longo do tempo.

A Figura 9 não permite uma análise visual tão boa quanto as anteriores, seria preciso fazer-se mais análises a fim de verificar-se como se dá a influenciadas covariáveis população urbana e ocupação em indústrias de transformação e construção civil, que a tabela 5 apresenta resultados de maior influencia no PIB das estimativas a posteriori para a população urbana do que para a ocupação em indústrias de transformação e construção civil.

A Tabela 7 mostra o ordenamento dos 10 municípios com estimativas a posteriori mais baixas para o PIB e os 10 municípios com as estimativas mais altas nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

Na Figura 10 podemos observar a localização dos 10 municípios com PIB mais baixo nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000. Em 1970 eles concentram-se na Região Norte do Estado, em 1980 os municípios ainda concentram-se no Norte, mas já aparecem alguns um pouco mais abaixo desta Região como Anta Gorda e Putinga. Em 1996 os municípios de baixo PIB concentram-se na Região Sul e Oeste do Estado e em 2000 voltam a localizar-se nas mesmas regiões de baixo PIB do ano de 1980.

Na Figura 11 observa-se a localização no mapa dos 10 municípios de PIB mais alto nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000. Percebe-se que os municípios da Região Metropolitana destacam-se dos demais em todos os anos do estudo.

ORDEM	1970	1980	1996	2000
1	Mariano Moro	Severiano de Almeida	Herval	Mariano Moro
2	Miraguaí	David Canabarro	Formigueiro	Liberato Salzano
3	Itatiba do Sul	Mariano Moro	Lavras do Sul	Severiano de Almeida
4	Maximiliano de Almeida	Victor Graeff	São Vicente do Sul	Victor Graeff
5	Alpestre	Selbach	Pedro Osório	Miraguaí
6	Erval Grande	Putinga	Mata	Caiçara
7	Vicente Dutra	Paraí	Arroio Grande	Cacique Doble
8	Machadinho	Alecrim	Santana da Boa Vista	Cândido Godói
9	Rodeio Bonito	Liberato Salzano	Bossoroca	Colorado
10	Braga	Anta Gorda	Mostardas	Putinga
223	Rio Grande	Alvorada	Uruguaiana	Sapiranga
224	Sapiranga	São Leopoldo	Alvorada	Sapucaia do Sul
225	São Leopoldo	Passo Fundo	São Leopoldo	Passo Fundo
226	Campo Bom	Novo Hamburgo	Novo Hamburgo	São Leopoldo
227	Pelotas	Rio Grande	Passo Fundo	Santa Maria
228	Viamão	Santa Maria	Gravataí	Gravataí
229	Canoas	Caxias do Sul	Santa Maria	Novo Hamburgo
230	Caxias do Sul	Pelotas	Caxias do Sul	Pelotas
231	Novo Hamburgo	Canoas	Canoas	Canoas
232	Porto Alegre	Porto Alegre	Porto Alegre	Porto Alegre

Tabela 7: Municípios ordenados de forma crescente pelo valor das estimativas a posteriori do PIB para os anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

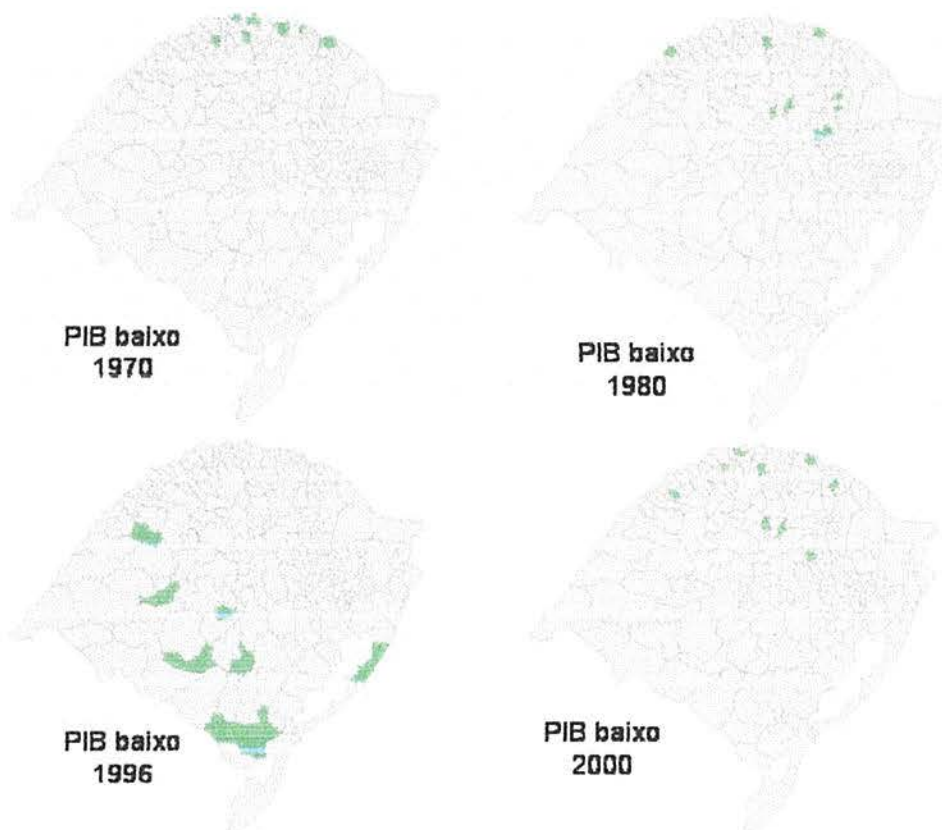


Figura 10: Os dez municípios com município mais baixo nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

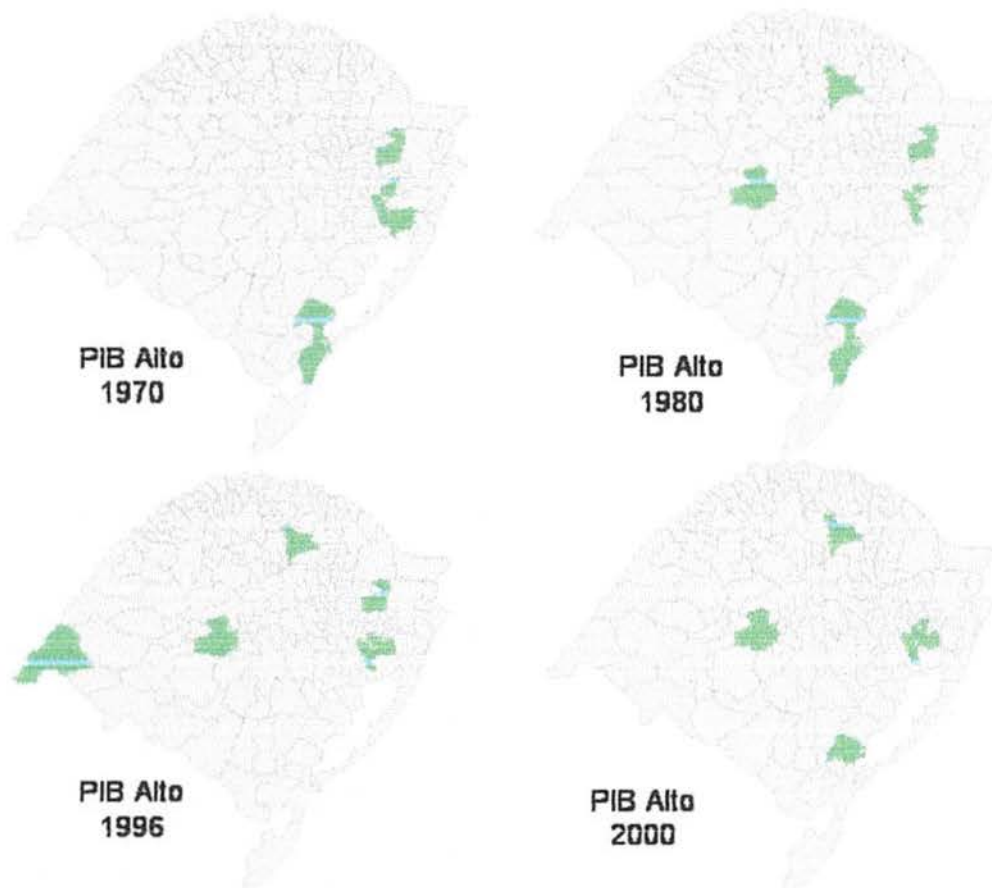


Figura 11: Os dez municípios com município mais alto nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

## Capítulo 4

### Modelo Espaço-Temporal para o PIB

Este Capítulo visa incorporar a informação temporal junto a análise espacial descrita no capítulo anterior. A análise espaço-temporal é feita incluindo-se no modelo um índice  $t$ , relativo ao tempo, nos parâmetros do Modelo Linear Hierárquico com Priori de Convolução (Seção 2.4.1). A idéia é analisar os dados do PIB dos anos 1970, 1980, 1996 e 2000 conjuntamente, permitindo que os dados de um ano possam influenciar nas estimativas de outros anos. É utilizada a idéia de Modelos Lineares Dinâmicos apresentada na Seção 2.5.

#### 4.1. Dados Utilizados

As variáveis e covariáveis utilizadas no modelo espaço-temporal são as mesmas vistas na análise espacial. Este Capítulo vai analisar a variável resposta PIB e o Capítulo 6 a Renda Mensal Total Municipal.

$p1$ : população urbana

$p6$ : ocupação em indústrias de transformação e construção civil

$yp$ : PIB 1970 em R\$ mil (2000)

#### 4.2. Modelo Proposto

O modelo espaço-temporal utilizado para analisar os dados do PIB no anos em estudo é semelhante ao modelo espacial utilizado no Capítulo 3. Os  $\alpha_i$  relacionados às covariáveis do modelo no tempo  $t$  são dependentes dos  $\alpha_i$  do tempo  $t - 1$ , esta é a idéia dos modelos lineares dinâmicos.

Para a obtenção das posterioris foi gerada uma cadeia de 15.000 simulações, onde as 5.000 primeiras foram descartadas como período de descarte (“burn-in”) e aplicou-se um valor de salto (“thin interval”) de 10, resultando numa amostra de tamanho 1000 para cada

posteriori. A convergência foi verificada através de inspeção visual dos gráficos das trajetórias das cadeias. O mesmo procedimento foi realizado para todos os modelos espaço-temporais implementados neste trabalho.

Modelo espaço temporal para o PIB:

**1º estágio:**

$$PY_{it} = \mu_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, 232 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$**

$$\mu_{it} = \alpha_{0t} + b_{it} + u_{it}$$

$$b_{it} \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2)$$

$$u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas**

$$\alpha_p[1] \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$\alpha_p[t] \sim N(\alpha_i[t-1], \sigma_a^2), t = 2, 3, 4 \text{ e } p = 0, 1, \dots$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

A Tabela 8 traz informações sobre as médias e os intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros do modelo espacial do PIB. As células em cinza identificam os parâmetros que têm alta probabilidade de explicar a variável resposta (PIB) no modelo.

PIB	alfa 0			alfa 1			alfa 2		
	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%
1970	-1,00	-38,38	36,66	7.796,00	5.449,00	10.150	-8.688	-40.700	23.580
1980	-7,06	-41,77	26,97	12,80	11,76	13,82	-9.222	-20.050	1.8260
1996	7,73	-31,09	44,90	19,01	18,16	19,84	-54,18	-63,19	-44,83
2000	7,68	-65,31	79,24	7.361,00	6.688,00	8.049	24,03	15,99	32,05

Tabela 8: Médias e intervalos de credibilidade para os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  do Modelo Linear Hierárquico Espaço-Temporal para o PIB.

Analisando-se a evolução da contribuição dos parâmetros do modelo nos quatro anos estudados nos gráficos da Figura 12, Figura 13 e Figura 14, podemos perceber a população urbana influenciando significativamente para a variação do PIB nos municípios em todos

os períodos estudados. Já o número de empregados em construção civil e em indústrias de transformação só causou influência significativa na variação do PIB nos anos de 1996 e 2000.

Algumas das outras variáveis também foram testadas nos modelos, mas não foram significativas e por este motivo não serão apresentadas em tabelas neste trabalho.

A médias gerais  $\alpha_0$  do modelo espaço-temporal não foram significativas para nenhum dos modelos analisados para os anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

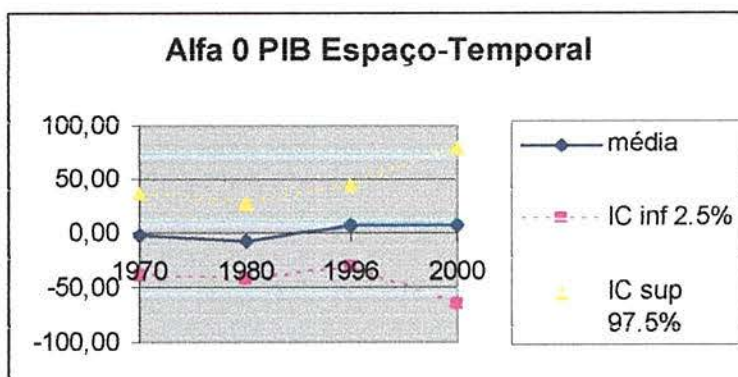


Figura 12: Alfa 0 nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

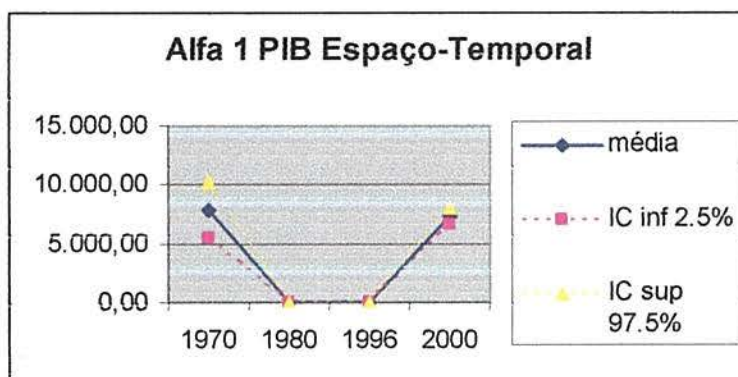


Figura 13: Alfa 1 nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

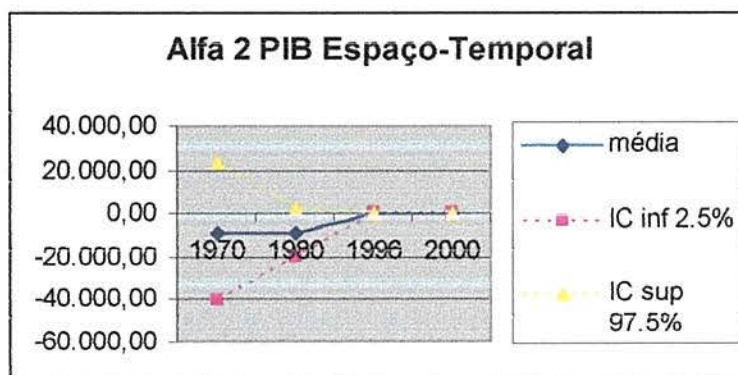


Figura 14: Alfa 2 nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

De forma análoga ao Capítulo 3, foram testados diversos modelos combinando os parâmetros a cada um deles. Só foi obtido um modelo com todos os parâmetros

significativos para cada ano do estudo, portanto, o critério DIC de ajuste de modelos será dispensado neste capítulo. O modelo espaço-temporal descrito abaixo é o modelo saturado, pois incorpora as candidatas promissoras a covariáveis (neste caso P1 e P6).

**1º estágio:**

$$PY_{it} = \mu_{it} + \varepsilon_{it}, i = 1, \dots, 232 \text{ e } t = 1, \dots, 4$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$**

$$\mu_{it} = \alpha_{0t} + \alpha_{1t}P1_{it} + \alpha_{2t}P6_{it} + b_{it} + u_{it}$$

$$b_{it} \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2)$$

$$u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas**

$$\alpha_p[1] \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$\alpha_p[t] \sim N(\alpha_i[t-1], \sigma_a^2), t = 2, 3, 4 \text{ e } p = 0, 1, 2$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

A seguir podemos observar a evolução da estrutura espacial ( $B_i$ 's) e das estimativas a posteriori ( $M_i$ 's) para o PIB na Figura 15 e Figura 16 respectivamente para os Modelos Lineares Hierárquicos Espaço-Temporais. Na Figura 15 podemos perceber que no ano de 1970 os municípios de maior influência de PIB mais alto concentravam-se na Região Noroeste do Estado, nos anos 1980 e 1996 no Nordeste do Estado e no ano de 2000 na Região Nordeste e Metropolitana do RS.



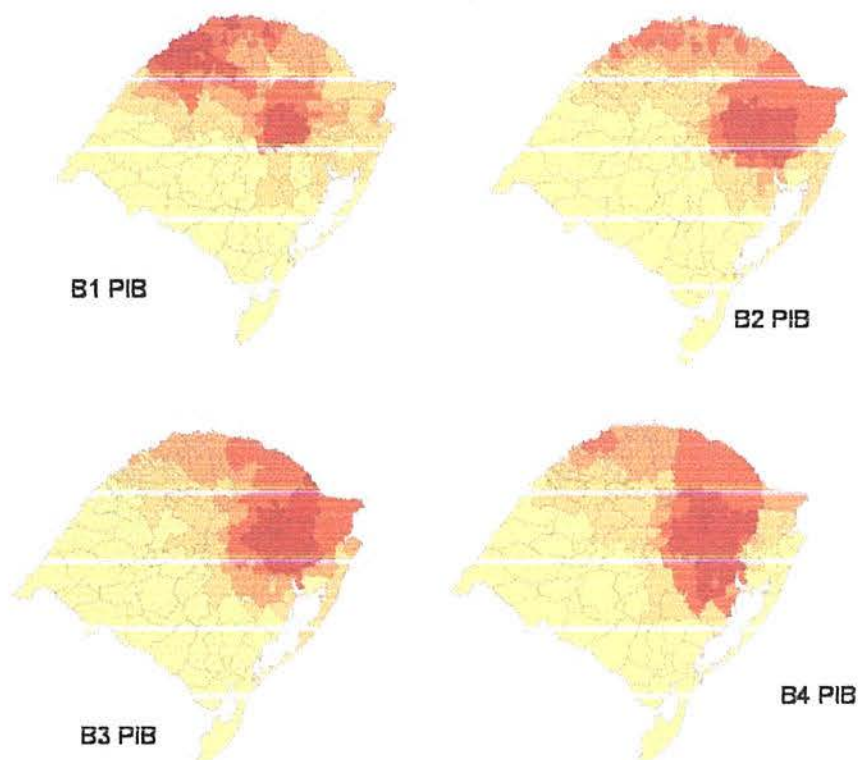


Figura 15: Estrutura espacial ( $B_i$ 's) nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

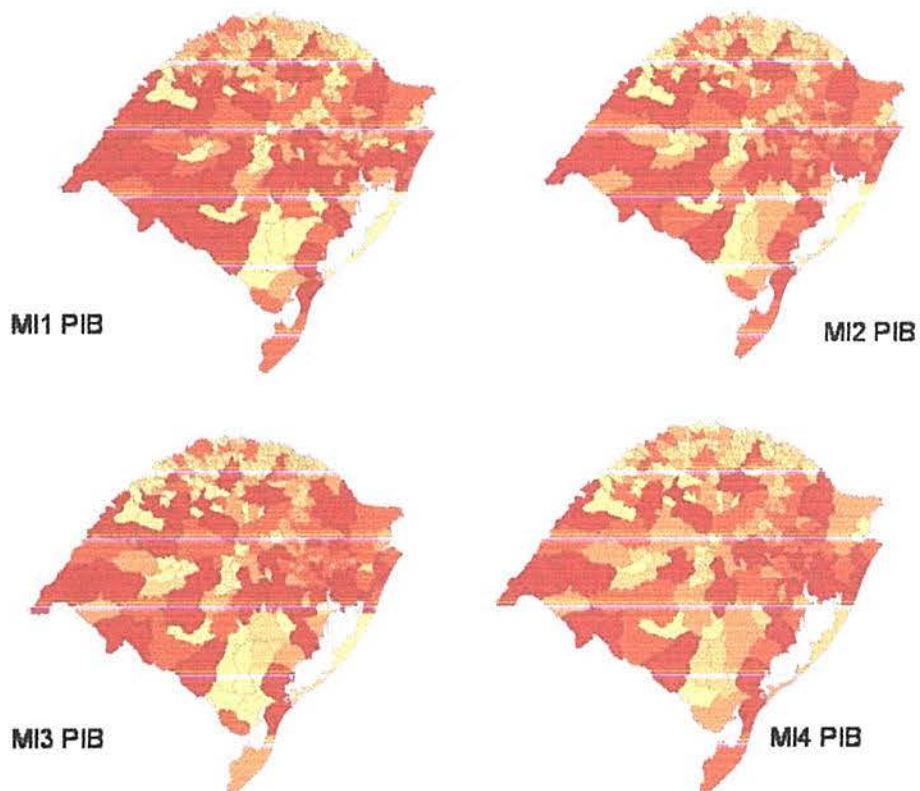


Figura 16: Estimativas a posteriori para o PIB dos municípios nos anos de 1970, 1980, 1996 e 2000.

### 4.3. Comparação entre o Modelo Espacial e o Modelo Espaço-Temporal

No Capítulo 3 foram apresentados os resultados da análise do PIB considerando um modelo espacial para cada um dos quatro anos de dados. Neste Capítulo a utilização do modelo espaço-temporal analisa a influência espacial conjuntamente com a influência espacial. Afim de ilustrar as diferenças dos resultados dos dois enfoques, a Figura 17 apresenta os mapas com as estimativas para os efeitos de vizinhança (bi).

Os mapas do lado esquerdo são as estimativas dos modelos espaciais para cada ano. Os mapas do lado direito são as estimativas do modelo espaço-temporal.

É possível observar-se através destes mapas que a estrutura dinâmica do modelo espaço-temporal que utiliza a informação a posteriori do passado dos  $\alpha_{pt-1}$  como priori dos  $\alpha_{pt}$  presentes, suaviza ainda mais os efeitos dos municípios sobre seus vizinhos. O modelo espaço-temporal linear hierárquico dinâmico captou influências de vizinhanças diferentes do modelo espacial linear hierárquico ao considerar as influências dos parâmetros dos outros anos.

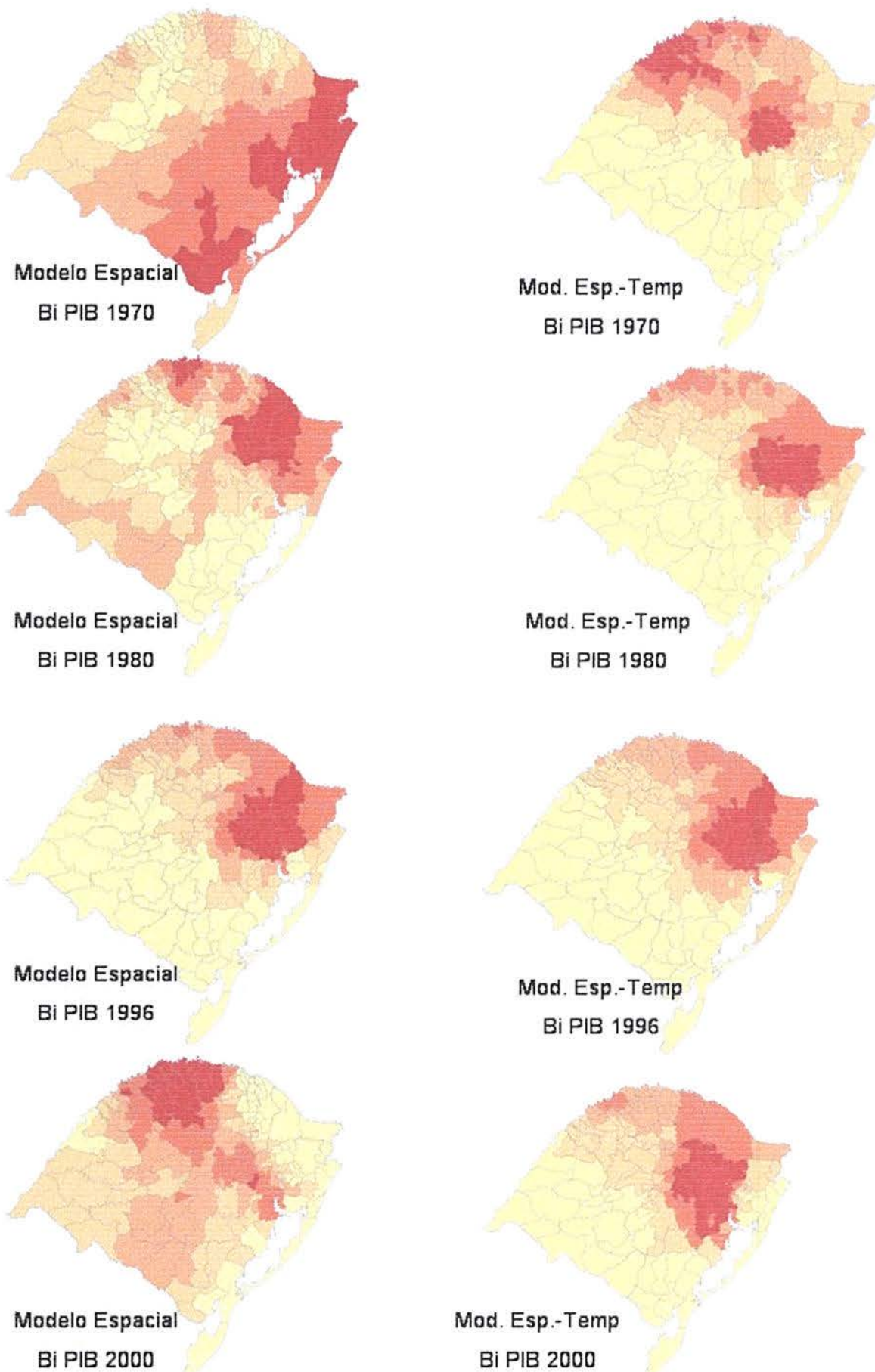


Figura 17: Estimativas a posteriori para o efeito espacial. No lado esquerdo utilizando o modelo espacial para os anos 1970, 1980, 1996 e 2000. No lado direito utilizando o modelo espaço-temporal para o mesmo período.

## Capítulo 5

### Modelo Espacial para a Renda Mensal Total Municipal

#### 5.1. Dados Utilizados

O capítulo anterior utilizou modelos para analisar o PIB, o presente capítulo tem como objetivo analisar a variável resposta Renda Mensal Total Municipal do RS medida em R\$ de 1 de set de 2000 nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000, que são os anos em que foram realizados os censos demográficos no Brasil.

Para um estudo mais detalhado da variável de interesse, é conveniente inserir covariáveis no modelo que está sendo analisado. As possíveis candidatas a covariáveis do modelo são:

- r1: população total
- r2: ocupação em indústrias de transformação e construção civil
- r3: ocupação em comércio e atividades auxiliares
- r4: ocupação em prestação de serviços
- r5: número de pessoas que vivem em domicílios com + de 2 pessoas/dormitório
- r6: número de pessoas com 5 anos ou mais que não sabem ler

As análises deste capítulo utilizam a mesma metodologia do capítulo anterior, portanto, a preocupação estará mais em analisar os resultados e menos na metodologia das análises.

A Tabela 9, a Tabela 10, a Tabela 11 e a Tabela 12 trazem as correlações entre as variáveis candidatas a entrarem nos modelos juntamente com a variável dependente renda mensal total para os anos de 1970, 1980, 1991 e 2000 respectivamente. Analisando-se estas correlações, as variáveis r1, r3 e r4 foram inicialmente escolhidas como covariáveis por apresentarem maior correlação com a variável resposta renda mensal total municipal do modelo Linear Hierárquico Espacial.

1970	r1	r2	r3	r4	r5	r6	ry
r1	1						
r2	0,963854	1					
r3	0,98211	0,95908	1				
r4	0,981046	0,949086	0,99793	1			
r5	0,990965	0,942189	0,959188	0,958381	1		
r6	0,962209	0,899627	0,904223	0,905588	0,983458	1	
ry	0,974318	0,948224	0,995752	0,996842	0,94581	0,888517	1

Tabela 9: Correlações entre as covariáveis r1, r2, r3, r4, r5 e r6 e a variável resposta renda mensal total municipal (ry) no ano de 1970.

1980	r1	r2	r3	r4	r5	r6	ry
r1	1						
r2	0,924027	1					
r3	0,993353	0,903839	1				
r4	0,990398	0,884619	0,996972	1			
r5	0,992075	0,921387	0,981316	0,977768	1		
r6	0,970571	0,906279	0,945767	0,942292	0,985866	1	
ry	0,978495	0,870405	0,990286	0,991622	0,953296	0,909382	1

Tabela 10: Correlações entre as covariáveis r1, r2, r3, r4, r5 e r6 e a variável resposta renda mensal total municipal (ry) no ano de 1980.

2000	r1	r2	r3	r4	r5	r6	ry
r1	1						
r2	0,887009	1					
r3	0,996757	0,866881	1				
r4	0,995201	0,856425	0,995822	1			
r5	0,98732	0,850814	0,985894	0,991353	1		
r6	0,920449	0,781215	0,908308	0,915442	0,919356	1	
ry	0,964502	0,793932	0,972986	0,962818	0,938762	0,869466	1

Tabela 11: Correlações entre as covariáveis r1, r2, r3, r4, r5 e r6 e a variável resposta renda mensal total municipal (ry) no ano de 1991.

2000	r1	r2	r3	r4	r5	r6	ry
r1	1						
r2	0,887009	1					
r3	0,996757	0,866881	1				
r4	0,995201	0,856425	0,995822	1			
r5	0,98732	0,850814	0,985894	0,991353	1		
r6	0,920449	0,781215	0,908308	0,915442	0,919356	1	
ry	0,964502	0,793932	0,972986	0,962818	0,938762	0,869466	1

Tabela 12: Correlações entre as covariáveis r1, r2, r3, r4, r5 e r6 e a variável resposta renda mensal total municipal (ry) no ano de 2000.

## 5.2. Modelo Proposto

Utilizaremos o seguinte modelo linear hierárquico espacial inicial com priori de convolução para a renda mensal total:

### 1º estágio:

$$RY_i = \mu_i + e_i$$

$$e_i \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$** 

$$\mu_i = \alpha_0 + b_i + u_i$$

$$b_i \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2)$$

$$u_i \sim \text{N}(0, \sigma_u^2)$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas não-informativas**

$$\alpha_0 \sim \text{N}(0.0, 1.0\text{E-}5)$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

A Tabela 13 traz informações sobre a média e intervalos de 95% de credibilidade para  $\alpha_0$  (média geral) e os parâmetros relacionados às covariáveis,  $\alpha_1$  (coeficiente da primeira covariável: população total) e  $\alpha_2$  (coeficiente da segunda covariável do modelo: ocupação em comércio e atividades auxiliares) e  $\alpha_3$  (ocupação em prestação de serviços) para a verificação da justificção da a inclusão destes parâmetros (e, conseqüentemente, das covariáveis relacionadas a eles). As células em cinza identificam os parâmetros que não incluem o zero em seu intervalo de credibilidade no modelo, significando que não possuem baixa probabilidade de explicação da variação da variável resposta renda.

A Tabela 14 traz informações sobre a média e os intervalos de 95% de credibilidade para outros Modelos Lineares Hierárquicos Espaciais a fim de escolher-se o melhor modelo para cada ano do estudo. O melhor modelo será aquele que apresentar o menor DIC, isto é, o modelo com melhor ajuste segundo o Deviance Information Criterion (DIC) apresentado na Seção 2.9, e não conter variáveis que não influam na variação da renda mensal total municipal, o que pode ser verificado através do intervalo de credibilidade para os parâmetros do modelo. As células em cinza são aquelas significativas no modelo e as células vazias representam os parâmetros que não foram incluídos no modelo. Como o objetivo aqui é analisar um modelo bem ajustado, isto é, sem parâmetros que não apresentem influência nos valores de renda dos municípios, não testaremos outros possíveis modelos para o ano de 1980, pois neste ano o Modelo inicialmente apresentado

teve um bom ajuste. Já para os demais anos, na Tabela 12 são mostrados os resultados das análises dos parâmetros e foi encontrado apenas um modelo sem parâmetros não significativos para os anos de 1970, 1991 e 2000, portanto, não será preciso testar o DIC para encontrar o modelo mais bem ajustado, pois não existe mais de um modelo bem ajustado para algum ano para fazer esta comparação.

ren	alfa 0			alfa 1			alfa 2			alfa 3		
	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC 2.5%	IC 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC 97.5%
70	96.090	-122.400	311.000	-6.946	-17.720	4.258	1.879	1.389	2.360	3.059	2.731	3.385
80	-9x10(9)	-11x10(9)	-7x10(9)	609,80	554,20	665,3	643,2	18,41	1.257	1.270	651,10	1.893
91	-10x10(9)	-12x10(9)	-8x10(9)	531,30	475,80	587,3	577,6	-44,37	1.186	478	-121,50	1.079
00	-11x10(9)	-14x10(9)	-9x10(9)	591,40	530,50	652,9	386,4	-236	993	119,10	-487,10	726,6

Tabela 13: Médias e intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  do Modelo Linear Hierárquico Inicial para a renda mensal total municipal.

ren	alfa 0			alfa 1			alfa 2			alfa 3		
	média	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	média	IC 2.5%	IC 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC 97.5%	média	IC inf 2.5%	IC 97.5%
70							1814	1354	2272	2962	2664	3264
70	-7826	-144200	128100				1809	1343	2272	2966	2659	3272
70				-3,241	-9,999	3,297	1838	1372	2301	3013	2691	3336
91	-10250000	-12220000	-8290000	593,3	571,8	615,3						
91	-10040000	-11950000	-8090000	564,9	524,9	604,8	586,3	-24,78	1196			
91	-10150000	-12040000	-8221000	565,9	521,1	611,1				486,6	-116,5	1086
00	-11630000	-14010000	-9272000	622,9	599,3	646,3						
00	-11400000	-13750000	-8962000	599,7	555,7	643,6	390,2	-226,1	1004			
00	-11580000	-13920000	-9176000	614,6	565,1	663,9				123,7	-479	731,2

Tabela 14: Médias e intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  dos Modelos Lineares Hierárquicos para a renda mensal total municipal.

A evolução da contribuição das covariáveis ao longo do tempo pode ser visualizada através dos gráficos dos seus respectivos  $\alpha_i$  apresentados na Figura 18, Figura 19, Figura 20 e Figura 21.

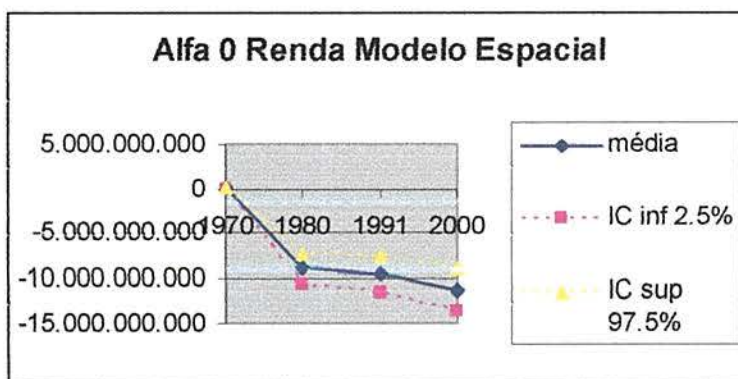


Figura 12: Alfa 0 nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

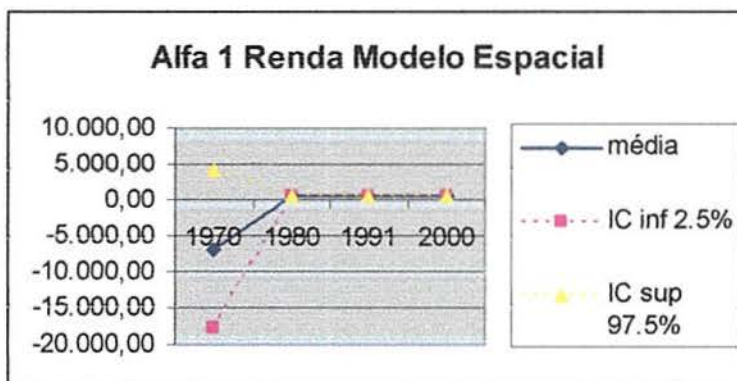


Figura 13: Alfa 1 nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

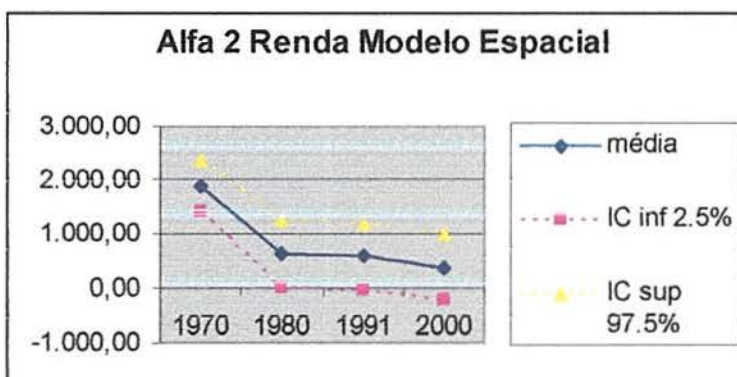


Figura 14: Alfa 2 nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

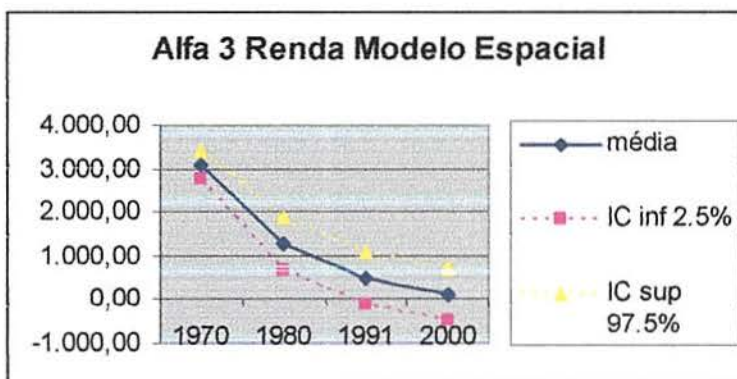


Figura 15: Alfa 3 nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

Observando-se a Figura 18 percebemos que a média geral alfa 0 só não influenciou a renda dos municípios no ano de 1970, tendo uma influência negativa na renda dos demais anos.

A Figura 19 nos permite analisar que a população total influenciava na renda dos municípios dos anos 1980, 1991 e 2000.



Na Figura 20 e Figura 20 percebemos que a ocupação em comércio, atividades auxiliares e a ocupação em prestação de serviços influenciaram muito a renda mensal total dos municípios em 1970, tiveram alguma influência na renda de 1980 e não influenciaram a variação da renda mensal total dos municípios em 1991 e 2000.

A fim de avaliar o ajuste dos modelos, seria adequado apresentar uma tabela com os valores do DIC para a comparação de cada modelo apresentado na seção anterior, porém, como não existem dois ou mais modelos bem ajustados para qualquer ano do estudo, faz-se desnecessária a apresentação de tal tabela, que teria o objetivo ajudar na escolha do modelo mais bem ajustado a ser utilizado nas análises.

O Modelo Linear Hierárquico Espacial Saturado para a variável resposta renda mensal total municipal dos anos 1970, 1980, 1991 e 2000 é apresentado a seguir:

**1º estágio:**

$$RY_i = \mu_i + e_i$$

$$e_i \sim N(0, \sigma^2)$$

**2º estágio: Priori para  $\mu_i$**

$$\mu_i = \alpha_0 + \alpha_1 R1_i + \alpha_2 R3_i + \alpha_3 R4_i + b_i + u_i$$

$$b_i \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2)$$

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$$

**3º estágio: Hiper-prioris conjugadas não-informativas**

$$\alpha_0 \sim U(-\infty, +\infty)$$

$$\alpha_1 \sim N(0.0, 1.0E-5)$$

$$\alpha_2 \sim N(0.0, 1.0E-5)$$

$$\alpha_3 \sim N(0.0, 1.0E-5)$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

Analogamente ao Capítulo 3, a Figura 22, a Figura 23, a Figura 24 e a Figura 25 mostram mapas contendo a renda mensal total municipal (RENDA), as covariáveis utilizadas em cada modelo escolhido para as análises (R1, R3 e R4), os efeitos espaciais (B) e os efeitos aleatórios (U) dos modelos para os anos de 1970, 1980, 1991 e 2000 permitindo uma visualização espacial das influências de cada um desses parâmetros nas estimativas a posteriori para a renda mensal total municipal.

Observando-se a estrutura espacial ( $B_i$ 's) ao longo do tempo na Figura 22, Figura 23, Figura 24 e Figura 25, percebe-se uma alta concentração de municípios com vizinhos de renda alta na Região Norte do Estado. Em 1980 este padrão ainda pode ser visto na Região Norte e direcionando-se a Região Central. Em 1991 há uma alta concentração de municípios com vizinhos de renda muito alta no norte do Estado e municípios de renda relativamente alta na Região Central do Estado. Em 2000 já aparece uma heterogeneidade em relação à renda dos municípios vizinhos.

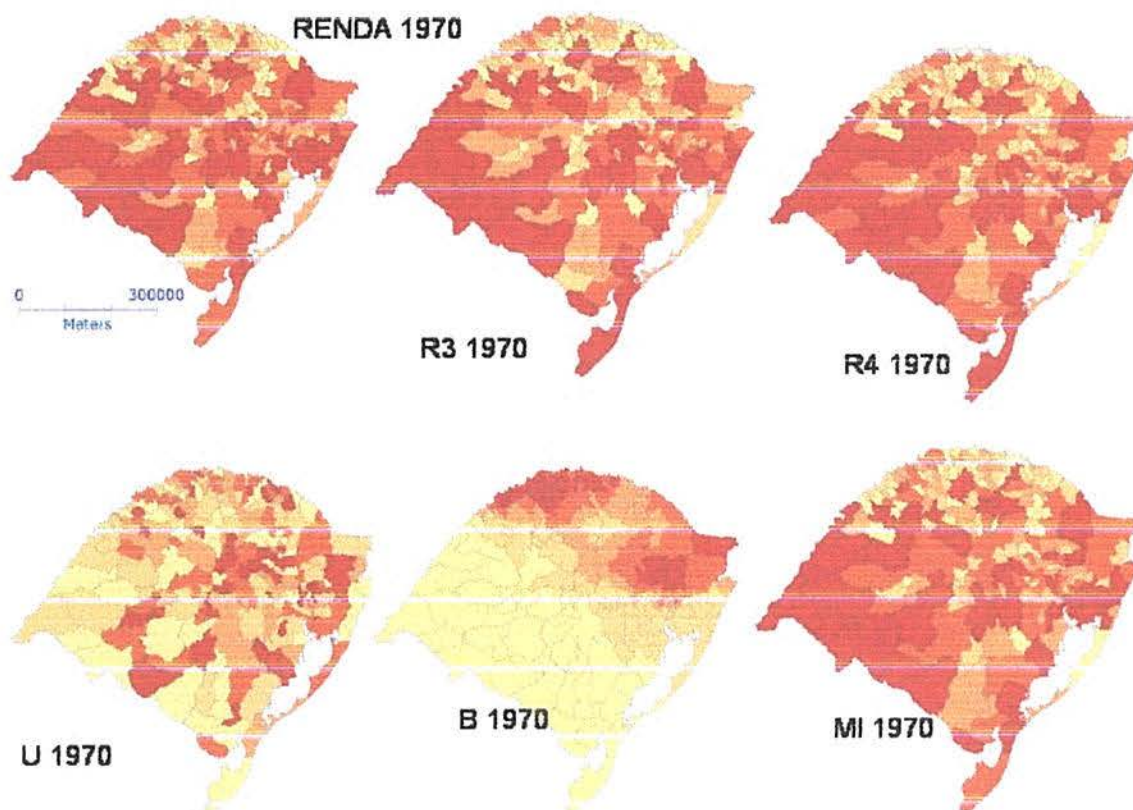


Figura 22: Mapas da renda mensal total municipal, das covariáveis R3 e R4, dos efeitos aleatórios  $U_i$ , dos efeitos espaciais  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1970.

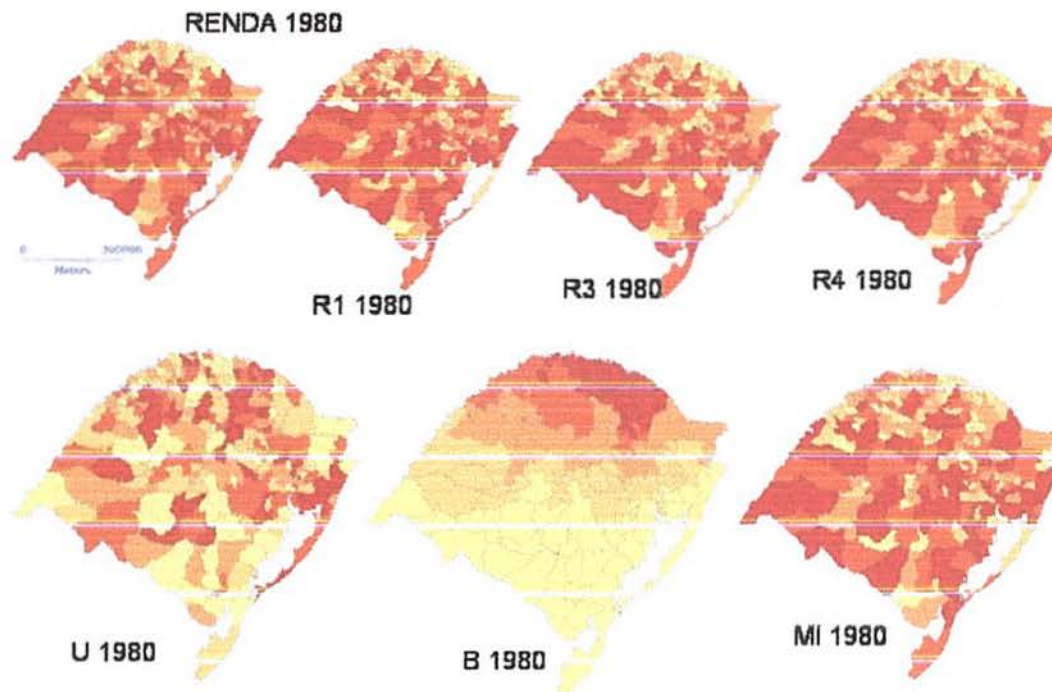


Figura 23: Mapas da renda mensal total municipal, das covariáveis R1, R3 e R4 dos efeitos aleatórios  $U_i$ , dos efeitos espaciais  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1980.

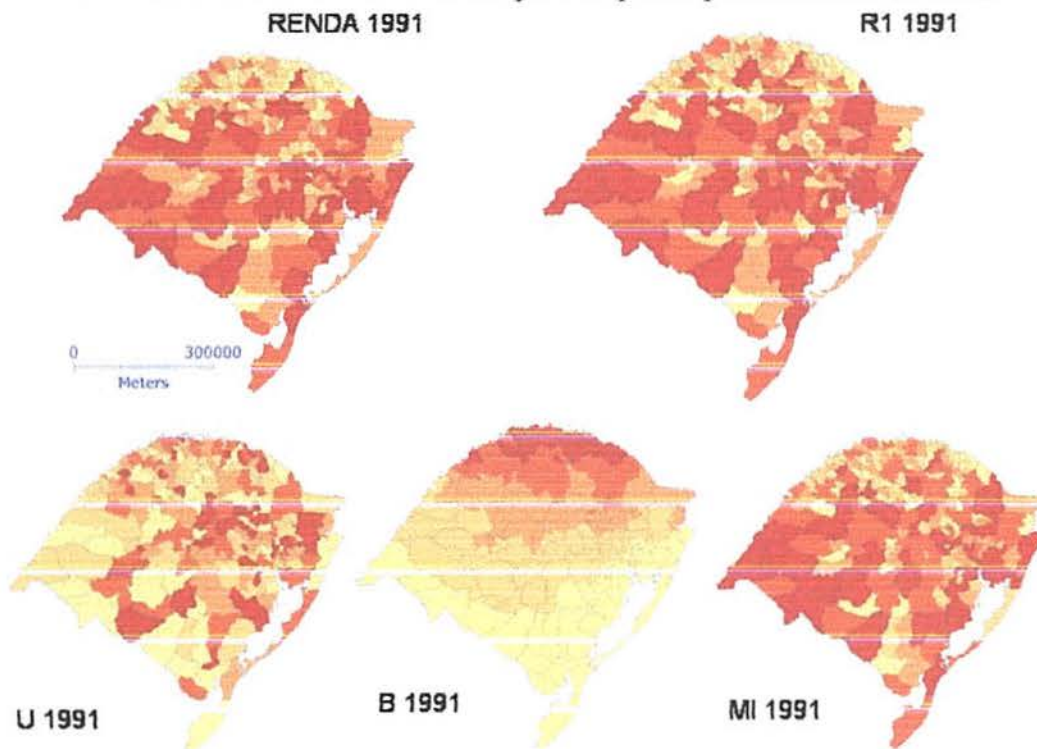


Figura 24: Mapas da renda mensal total municipal, da covariável R1, dos efeitos aleatórios  $U_i$ , dos efeitos espaciais  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 1991.

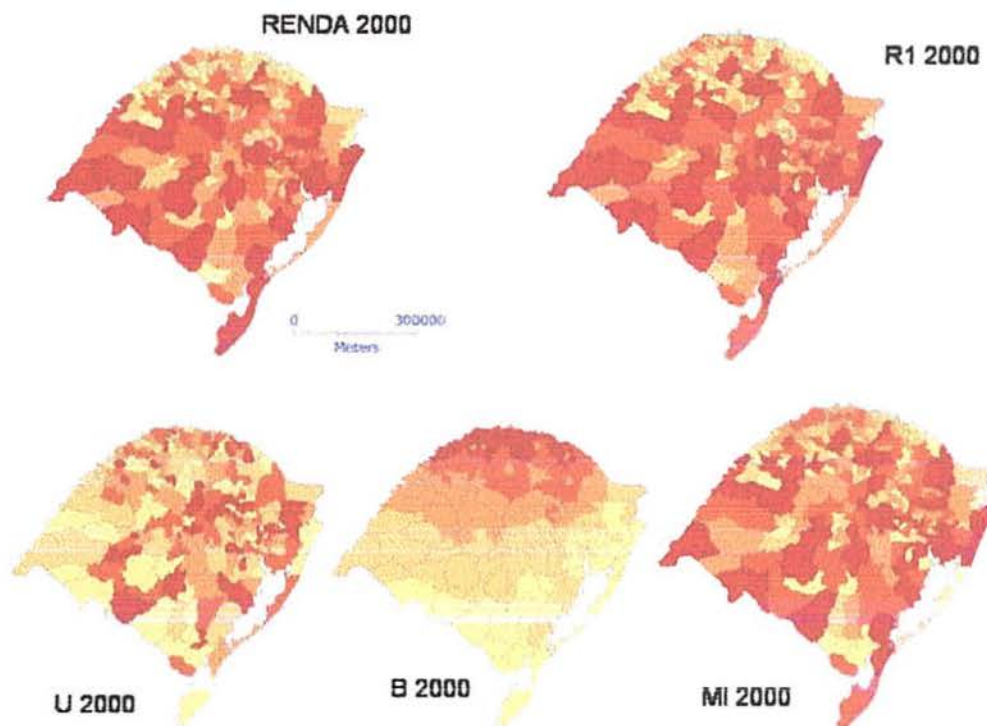


Figura 25: Mapas da renda mensal total municipal, da covariável R1, dos efeitos aleatórios  $U_i$ , dos efeitos espaciais  $B_i$  e das estimativas a posteriori para o PIB utilizando o Modelo Linear Hierárquico Espacial para os dados de 2000.

Observando-se a Figura 22, pode ser vista a alta relação à renda mensal total municipal tem com a ocupação da população em prestação de serviços no ano de 1970.

A Figura 23 mostra que a população total e a ocupação em comércio, atividades auxiliares e prestação de serviços têm forte correlação com as estimativas a posteriori para a renda mensal total municipal, sendo a ocupação em prestação de serviços a variável que mais influencia na variação das rendas municipais no ano de 1980.

A Figura 24 e a Figura 25 mostram que a população urbana é a variável que mais influencia na variação da renda dos municípios nos anos de 1991 e 2000. Pode-se interpretar que, ao longo do tempo, as grandes concentrações urbanas começaram a agregar renda aos municípios que as receberam. Este fenômeno começou entre os anos de 1970 e 1980 e continuou sendo verificado nos anos 1991 e 2000.

A Tabela 15 mostra o ordenamento dos 10 municípios com estimativas a posteriori mais baixas para a renda mensal total municipal e os 10 com as mais altas.

Na Figura 26 pode-se observar que em 1970 os municípios de renda baixa concentravam-se nas Regiões Centro e Noroeste do Estado e ao longo do tempo a Região Sul que começou a aparecer como a região detentora dos municípios de renda mais baixa do Estado. Na Figura 27 observa-se que os municípios com maior renda foram migrando

ao longo do tempo da Região Centro-Oeste para a Região Leste do Estado. A Região Metropolitana destaca-se por conter municípios de alta renda mensal total nos quatro anos de estudo.

ORDEM	1970	1980	1996	2000
1	Santana da Boa Vista	Dona Francisca	Herval	Herval
2	Dom Feliciano	Nova Araçá	Dona Francisca	Dona Francisca
3	Mostardas	Pejuçara	Santana da Boa Vista	Santana da Boa Vista
4	Bossoroca	Herval	Mata	Lavras do Sul
5	São Nicolau	Ilópolis	Lavras do Sul	Cambará do Sul
6	Nova Palma	Victor Graeff	Victor Graeff	Barra do Ribeiro
7	Mata	Mariano Moro	Pejuçara	Mata
8	Liberato Salzano	Colorado	Cambará do Sul	Formigueiro
9	Caibaté	Mata	Nova Araçá	Pedro Osório
10	Dona Francisca	Parai	Barra do Ribeiro	São Vicente do Sul
223	Cruz Alta	São Leopoldo	Passo Fundo	Passo Fundo
224	São Leopoldo	Bagé	São Leopoldo	São Leopoldo
225	Cachoeira do Sul	Gravataí	Rio Grande	Viamão
226	Uruguaiana	Viamão	Viamão	Novo Hamburgo
227	Passo Fundo	Passo Fundo	Gravataí	Gravataí
228	Caxias do Sul	Novo Hamburgo	Novo Hamburgo	Santa Maria
229	Canoas	Rio Grande	Santa Maria	Canoas
230	Santa Maria	Caxias do Sul	Canoas	Pelotas
231	Pelotas	Canoas	Caxias do Sul	Caxias do Sul
232	Porto Alegre	Porto Alegre	Porto Alegre	Porto Alegre

Tabela 15: Municípios ordenados de forma crescente pelo valor das estimativas a posteriori da renda mensal total municipal para os anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

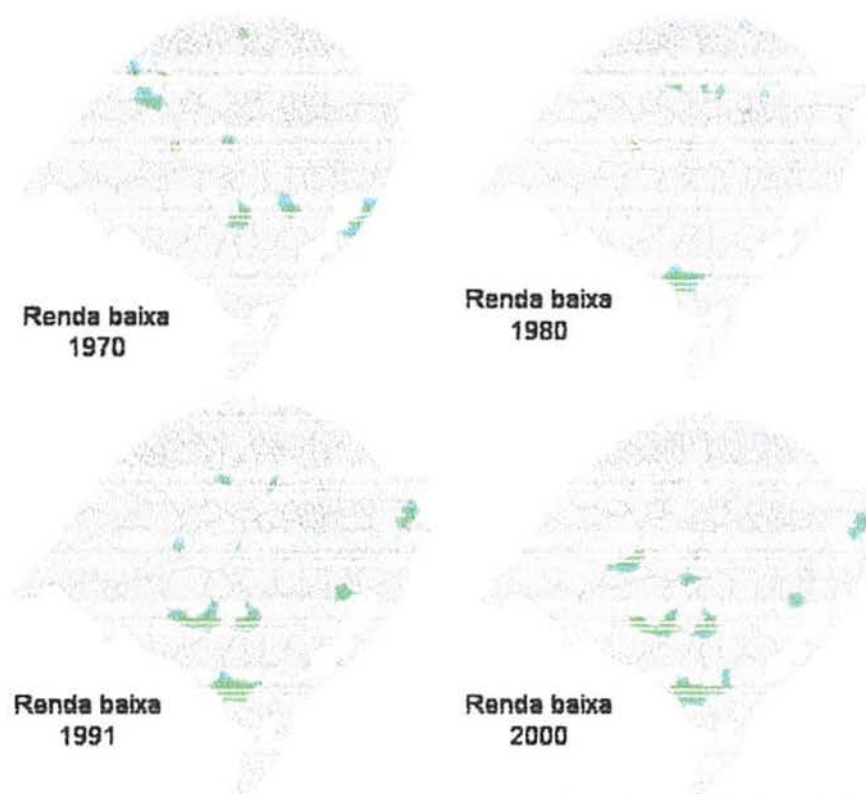


Figura 26: Os dez municípios com renda mensal total municipal mais baixa nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

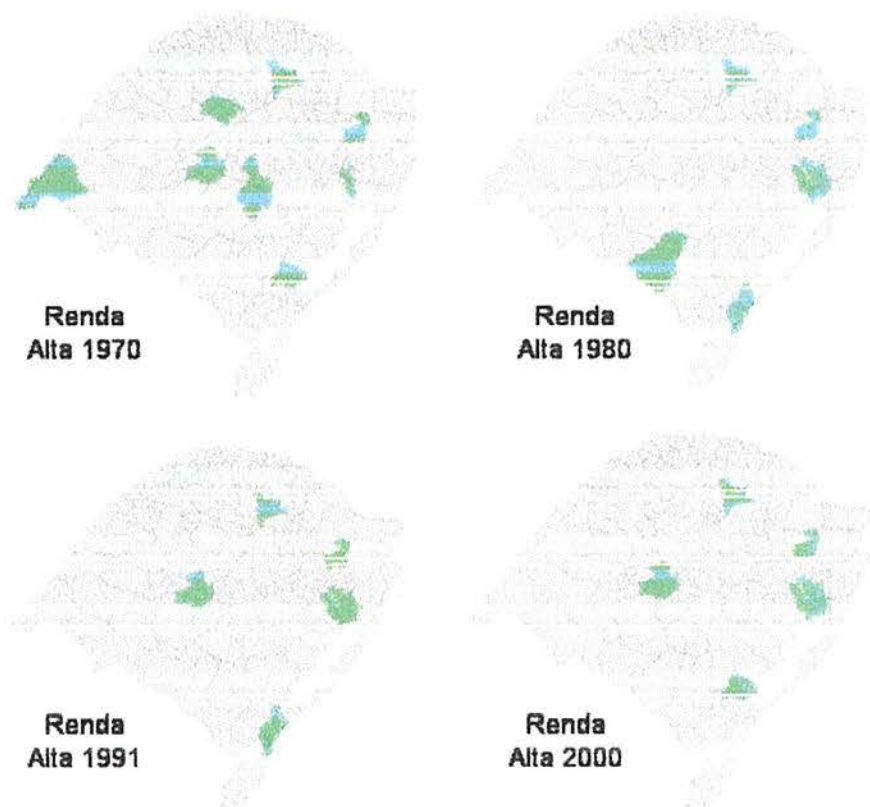


Figura 27: Os dez municípios com renda mensal total municipal mais alta nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

## Capítulo 6

### Modelo Espaço-Temporal para a Renda Mensal Total Municipal

#### 6.1. Dados Utilizados

Este Capítulo incorpora a informação temporal ao Modelo Linear Hierárquico descrito no Capítulo 4. As variáveis e covariáveis utilizadas no modelo espaço-temporal são as mesmas vistas na análise espacial. São elas:

- r1: população total
- r3: ocupação em comércio e atividades auxiliares
- r4: ocupação em prestação de serviços
- yr: renda mensal 1970 (em R\$ de 1 set 2000)

#### 6.2. Modelo Proposto

O modelo espaço-temporal utilizado incorpora um efeito temporal  $t$  em cada um dos parâmetros do modelo espacial. Nosso efeito temporal serão os anos 1970, 1980, 1991 e 2000. Modelo espaço-temporal inicial para a renda:

**1º estágio:**

$$RY_{it} = \mu_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, 232 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$$

## 2º estágio: Priori para $\mu_i$

$$\mu_{it} = \alpha_{0t} + b_{it} + u_{it}$$

$$b_{it} \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2)$$

$$u_{it} \sim \text{N}(0, \sigma_u^2)$$

## 3º estágio: Hiper-prioris conjugadas

$$\alpha_p[1] \sim \text{N}(0, \sigma_a^2)$$

$$\alpha_p[t] \sim \text{N}(\alpha_i[t-1], \sigma_a^2), t = 2, 3, 4 \text{ e } p = 0, 1, \dots$$

$$\text{onde } \tau = 1 / \sigma^2, \tau_b = 1 / \sigma_b^2 \text{ e } \tau_u = 1 / \sigma_u^2.$$

A Tabela 16 traz informações sobre as médias e os intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros do modelo espacial da Renda Mensal Total Municipal. As células em cinza identificam os parâmetros que tem alta probabilidade de explicar a variação na renda dos municípios.

ren	alfa 0			alfa 1			alfa 2			alfa 3		
	méd	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	méd	IC 2.5%	IC 97.5	méd	IC inf 2.5%	IC sup 97.5%	méd	IC inf 2.5%	IC 97.5%
70	300	-605	646	138	104	172	483	-117	1.081	745	174	1.318
80	4.555	-5.371	14.430	-211	-295	-130	9.992	5.170	14.370	7.126	4.751	9.788
91	5.753	-5.255	16.960	-331	-421	-236	19.470	16.950	21.810	-2.205	-4.325	-110
00	5.542	-18.810	30.140	-451	-561	-330	23.500	21.280	25.740	-4.580	-6.348	-2.717

Tabela 16: Médias e intervalos de 95% de credibilidade para os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  do Modelo Linear Hierárquico Espaço-Temporal para a Renda Mensal Total Municipal.

Analisando-se a evolução dos parâmetros do modelo ao longo do tempo podemos perceber que as variáveis que melhor explicaram a variação de renda mensal total dos municípios foram a população total do município e a ocupação em prestação de serviços, sendo significativas para todos os anos em estudo. Já a ocupação em comércio e atividades auxiliares só não foi significativa para o ano de 1970. Algumas das outras variáveis também foram testadas nos modelos, mas não foram significativas e por este motivo não serão apresentadas em tabelas neste trabalho.



As médias gerais  $\alpha_0$  dos modelos espaço-temporais não foram significativas para nenhum ano estudado.

A seguir são apresentados gráficos que mostram a evolução da contribuição dos parâmetros ao longo dos quatro períodos estudados nas Figuras 28, 29, 30 e 31.

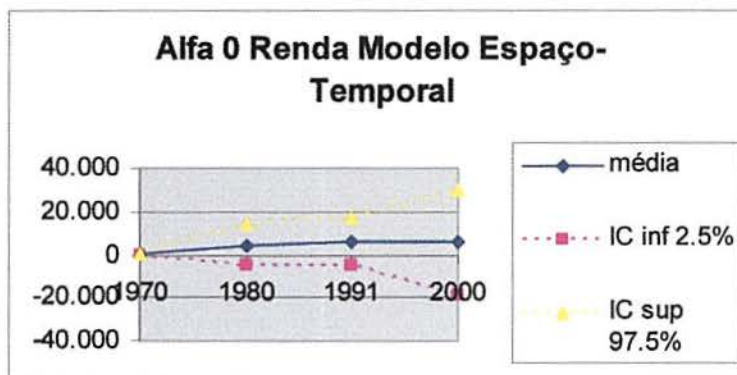


Figura 28: Alfa 0 nos anos 1970, 1980, 1991 e 2000.

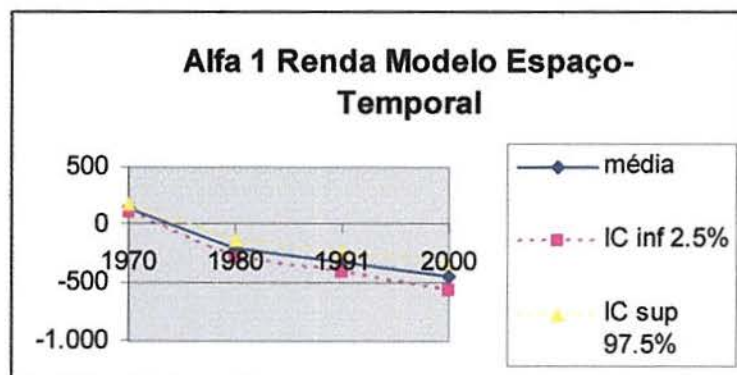


Tabela 29: Alfa 1 nos anos 1970, 1980, 1991 e 2000.

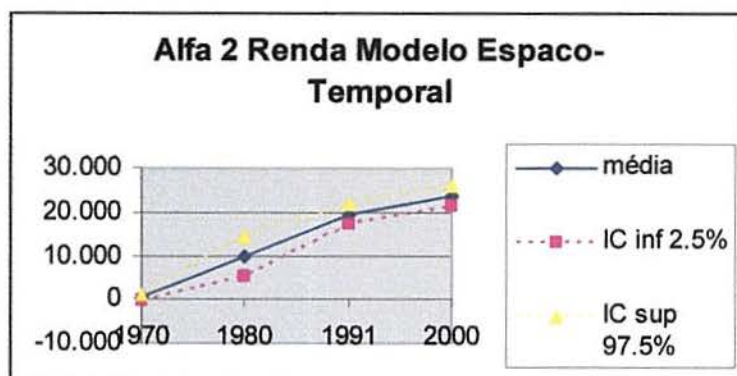


Tabela 30: Alfa 2 nos anos 1970, 1980, 1991 e 2000.

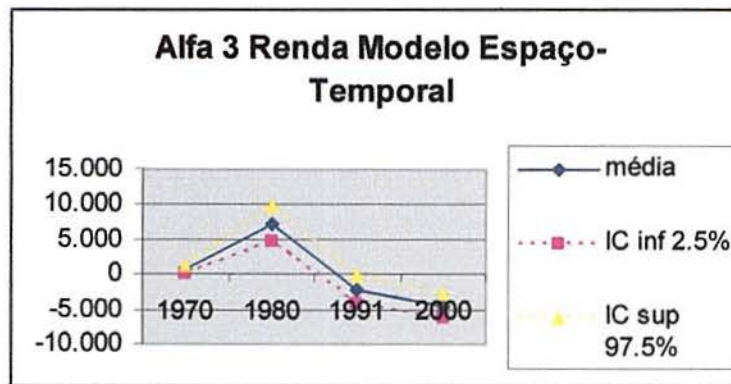


Tabela 31: Alfa 31 nos anos 1970, 1980, 1991 e 2000.

De forma análoga aos Capítulos anteriores, foram testados diversos modelos combinando os parâmetros a cada um deles. Só foi obtido um modelo com todos os parâmetros significativos para cada ano do estudo. Os Modelos Lineares Hierárquicos Dinâmicos Espaço-Temporais Saturados estão descritos a seguir.

### 1º estágio:

$$RY_{i,t} = \mu_{i,t} + \varepsilon_{i,t}$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma^2)$$

### 2º estágio: Priori para $\mu_i$

$$\mu_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_{1,t}R1_{i,t} + \alpha_{2,t}R3_{i,t} + \alpha_{3,t}R4_{i,t} + b_{i,t} + u_{i,t}$$

$$b_{i,t} \sim \text{CAR}(0, \sigma_b^2) \quad \text{efeito espacial dos vizinhos}$$

$$u_{i,t} \sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{efeito aleatório}$$

### 3º estágio: Hiper-prioris conjugadas

$$\alpha_p[1] \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$\alpha_p[t] \sim N(\alpha_i[t-1], \sigma_a^2), t = 2, 3, 4 \quad \text{e} \quad p = 0, 1, 2, 3$$

$$\tau \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_b \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

$$\tau_u \sim \text{Gamma}(0.5, 0.0005)$$

onde  $\tau = 1 / \sigma^2$ ,  $\tau_b = 1 / \sigma_b^2$  e  $\tau_u = 1 / \sigma_u^2$ .

A seguir podemos observar a evolução da estrutura espacial ( $B_i$ 's) e das estimativas a posteriori ( $M_i$ 's) para a renda mensal total municipal na Figura 32 e Figura 33, respectivamente, para os Modelos Lineares Hierárquicos Espaço-Temporais. A Figura 32 mostra que a Região Central do Estado em 1970 continha municípios de grande influência de baixa renda e ao longo do tempo demonstrou um considerável aumento neste fator. Na Figura 33 podemos perceber que os municípios com influência de baixa renda foram concentrando-se ao longo do tempo na Região Sul.

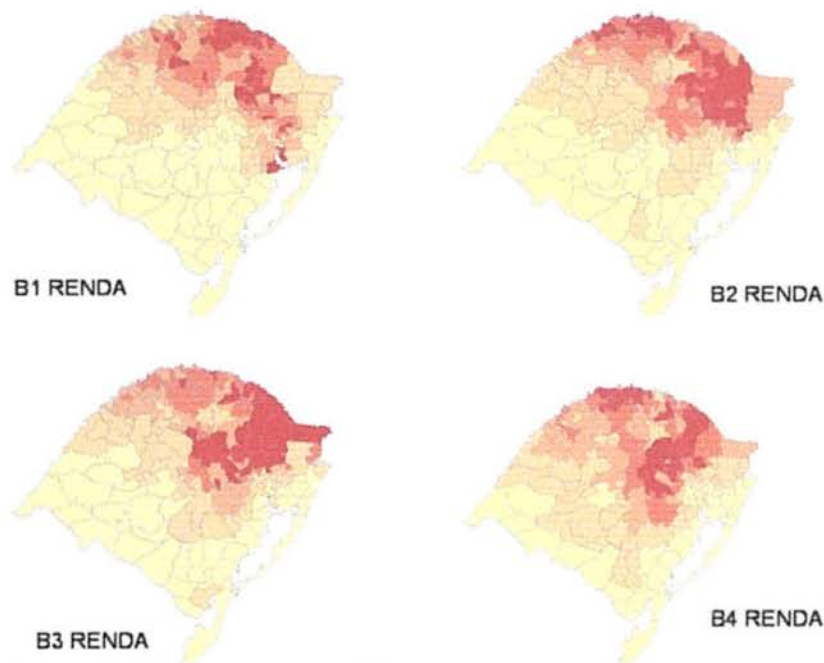


Figura 32: Estrutura espacial ( $B_i$ 's) nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

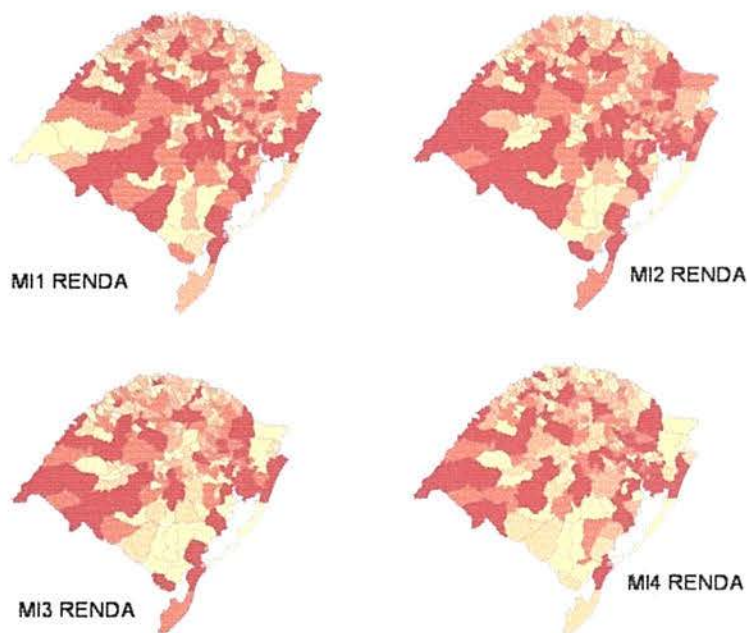


Figura 33: Estimativas a posteriori para a Renda Mensal Total Municipal nos anos de 1970, 1980, 1991 e 2000.

### 6.3. Comparação entre o Modelo Espacial e o Modelo Espaço-Temporal

A Figura 34 permite fazer-se uma comparação dos efeitos de vizinhança (b<sub>i</sub>) dos Modelos Lineares Hierárquicos Espaciais com os Modelos Lineares Hierárquicos Dinâmicos Espaço-Temporais. É possível observar-se que a estrutura dinâmica do modelo espaço-temporal que utiliza a informação a posteriori do passado dos  $\alpha_{pt-1}$  como priori dos  $\alpha_{pt}$  presentes, suaviza ainda mais os efeitos dos municípios sobre seus vizinhos.

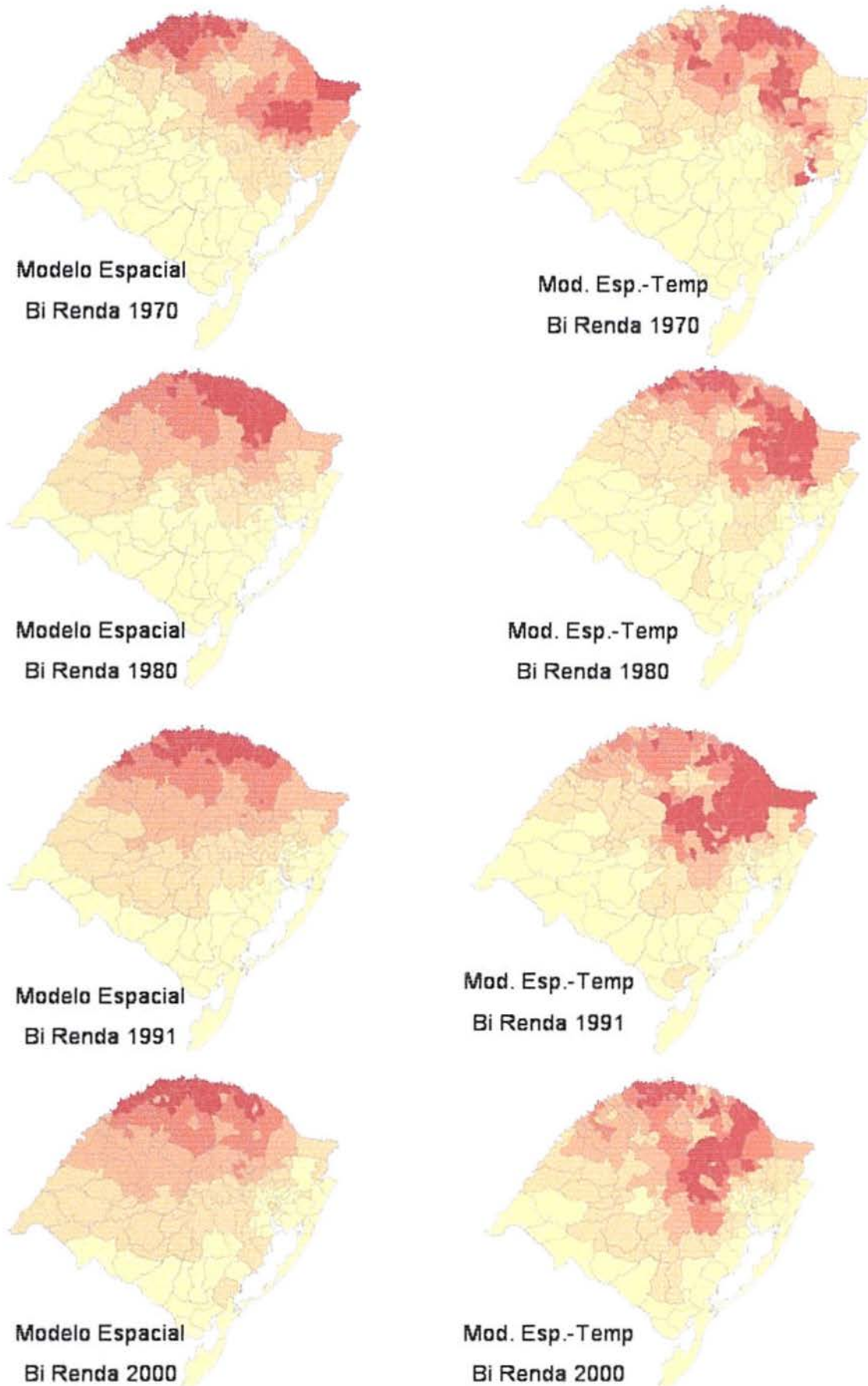


Figura 34: Estimativas a posteriori para o efeito espacial. No lado esquerdo utilizando o modelo espacial para os anos 1970, 1980, 1991 e 2000. No lado direito utilizando o modelo espaço-temporal para o mesmo período.

## Capítulo 7

### Considerações Finais

Neste estudo analisou-se a distribuição espacial e espaço-temporal do PIB e da renda mensal total municipal dos municípios do Rio Grande do Sul no período 1970-2000 a partir de uma abordagem bayesiana.

Utilizando-se as idéias de Modelos Lineares Hierárquicos Bayesianos, analisou-se a influência de covariáveis relacionadas aos fatores sócio-econômicos dos municípios e chegou-se a várias conclusões, entre as quais destacam-se: a variável população urbana foi a que mais influenciou a variação de PIB municipal de acordo com os modelos espaciais nos anos de 1980, 1996 e 2000; analisando-se o modelo espaço-temporal para o PIB percebe-se que a população urbana foi a mais significativa para os anos 1970, 1980 e 2000, sendo que para o ano de 1996 ela também foi significativa, porém a covariável relacionada à ocupação em indústrias de transformação e construção civil apresentou probabilidade mais alta de explicar o comportamento da variação do PIB nos municípios gaúchos e uma relação inversa com o PIB; em 1970 a covariável que mais relacionou-se com o PIB foi a ocupação em indústrias de transformação e construção civil de acordo com as análises dos modelos espaciais; a população total dos municípios foi responsável por boa parte da variação da renda mensal total entre os municípios nos anos de 1991 e 2000 de acordo com as análises dos modelos espaço-temporais; para o ano de 1970 no modelo espaço-temporal, a variável mais explicativa da variação da renda mensal dos municípios era a ocupação em prestação de serviços, enquanto que para os anos 1980, 1991 e 2000 era a covariável ocupação em comércio e atividades auxiliares.

As priors condicionais auto-regressivas (CAR) com estrutura de vizinhança binária foram utilizadas e posteriormente estes modelos foram generalizados para serem utilizados na análise espaço-temporal.

Para um próximo estudo nesta área de desenvolvimento regional, fica a sugestão de avaliar-se novas covariáveis para os modelos espaciais e espaço-temporais propostos, a fim de explicar-se uma maior parte da variação das variáveis dependentes em estudo (que podem ser diversas além do PIB e da Renda Mensal Total Municipal) e utilizar-se o critério DIC de ajuste de modelagem.

Uma idéia para estudos futuros que não foi analisada neste trabalho seria testar-se transformações nos dados a fim de obter-se melhores estimativas a posteriori para os parâmetros dos modelos estudados. Outra idéia seria utilizar o cálculo de taxas de crescimento para as análises do desenvolvimento dos municípios ao longo dos anos.

Para um próximo trabalho também fica a sugestão de fazer-se predições e testar-se outros tipos de modelagem espacial e espaço-temporal.

Por escassez de tempo, este trabalho não pôde abranger todas as discussões que estavam em seu objetivo, mas as análises feitas já possibilitaram a identificação de facilidades e vantagens ao estudar-se o desenvolvimento regional através de modelagem bayesiana.

## Referências Bibliográficas

ALONSO, J.A. (1984). *Evolução das desigualdades inter-regionais de renda interna*

ALONSO, J.A.; BANDEIRA, P.; BENETTI, M. (1994) *Crescimento econômico da Região Sul do Rio Grande do Sul: causas e perspectivas*. Porto Alegre: Fundação de Economia e Estatística.

ANDREOLI, D. (1989). “As desigualdades regionais do Rio Grande do Sul”. In: *Indicadores FEE*. v.17 n.2. Porto Alegre: FEE.

AREND, M. e CÁRIO, S. (2004). “Origens e determinantes dos desequilíbrios no Rio Grande do Sul: uma análise a partir da teoria institucional de Douglass North”. In: *Anais do II Encontro de Economia Gaúcha*. Porto Alegre: FEE/PUCRS. Disponível em: <[www.fee.tche.br](http://www.fee.tche.br)>.

BANDEIRA, P.; CESAR, B.T. (Coords.) (2001). *Desenvolvimento regional, cultura política e capital social*. Porto Alegre: FAURGS/LABORS – Assembléia Legislativa do Rio Grande do Sul

BERNI, D.; MARQUES, A; MARQUETTI, A. (2004). “Determinantes dos diferenciais das taxas de crescimento sub-regionais do Rio Grande do Sul nos Anos 90”. In: *Anais do II Encontro de Economia Gaúcha*. Porto Alegre: FEE/PUCRS. Disponível em: <[www.fee.tche.br](http://www.fee.tche.br)>.

CAUMO, RAFAEL BASSEGIO. (2006). “Estatística Espacial em Dados de Área: Uma Modelagem Inteiramente Bayesiana para o Mapeamento de Doenças Aplicada à Dados Relacionados com a Natalidade em Mulheres Jovens de Porto Alegre.” Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

ELLIOT, P.; WAKEFIELD, J. C.; BEST, N. G.; BRIGGS, D. J. (2000). “Spatial Epidemiology: Methods and Applications”. Oxford: University Press.

ENGEVIX (1997). *Plano de reestruturação econômica para a Metade Sul do Rio Grande do Sul – Relatório Final*. Porto Alegre: Engevix (mimeo.)

FERREIRA, GUSTAVO DA S. (2004). “Análise Espaço-Temporal da Distribuição dos Casos de Dengue na Cidade do Rio de Janeiro no Período de 1986 a 2002”. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.



FERREIRA, M.A.R. e GAMERMAN, D. (1998). "Análise Bayesiana de Séries Epidemiológicas de Contagem via Modelos Dinâmicos Bayesianos Generalizados". *Cadernos de Saúde Coletiva*, 6(2).

GAMERMAN, DANI (1997). "Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference". London: Chapman & Hall.

GELMAN, A. e RUBIN, D. B. (1992). "Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences." *Statistical Science*, 7, 457-472.

GELMAN, ANDREW; CARLIN, J. B.; STERN, H. S.; RUBIN, D. B. (1997). "Bayesian data analysis". Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

GEWEKE, J. (1992). "Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to Calculating Posterior Moments. Em Bayesian Statistics 4, 169-193 (Editors Bernardo, J. M., Berger, J. O., Dawid, A.P. e Smith, A.F.M.).

HERRLEIN Jr. R.; CARRAVETTA, F. (2004). "Produto industrial municipal e regional no Rio Grande do Sul (1999-2001): procedimentos metodológicos para homogeneização de estatísticas e análise preliminar". In: *Anais do II Encontro de Economia Gaúcha*. Porto Alegre: FEE/PUC-RS. Disponível em: <[www.fee.tche.br](http://www.fee.tche.br)>.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (1999). *Contas regionais do Brasil 1985-1997*. Rio de Janeiro: IBGE.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2003). *Contas regionais do Brasil 2001*. Rio de Janeiro: IBGE. Disponível em: <[www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br)>.

LAUTERT, V. (2004). "A dinâmica da concentração geográfica da indústria no Rio Grande do Sul: 1872 a 2000". In: *Anais do II Encontro de Economia Gaúcha*. Porto Alegre: FEE-PUCRS. Disponível em: <[www.fee.tche.br](http://www.fee.tche.br)>.

LAWSON, ANDREW B. (2001). "Statistical Methods in Spatial Epidemiology". Chichester: John Wiley & Sons, LTD.

MARQUETTI, A; RIBEIRO, E.P. (2002a). "Análise Estatística de Dados Temporais Seleccionados" In: PAIVA, C. e CAMPREGHER, G. (Orgs.) *Marco Referencial do Plano Plurianual 2004-2007*. Porto Alegre: SCP.

MARQUETTI, A; RIBEIRO, E.P. (2002b). "Determinantes do desempenho econômico dos municípios do Rio Grande do Sul – 1991/2000". In: PAIVA, C. e CAMPREGHER, G. (Orgs.) *Marco Referencial do Plano Plurianual 2004-2007*. Porto Alegre: SCP

MIGON, H. S. e GAMERMAN, D. (1999). "Statistical Inference – an integrated approach". *Arnould*.

MOLLÍE, A. (1996). Bayesian Mapping of Disease. Em Monte Carlo Markov Chain in Practice. W. R. Gilks, S. Richardson and D. J. Spiegelhalter (editors).

MONASTERIO, L. (2002). *Capital social e a região sul do Rio Grande do Sul*. Tese de Doutorado. Curitiba: UFPR.

PAIVA, C. A. (2002). “O que são Sistemas Locais de Produção (e porque eles são tão importantes na estratégia de desenvolvimento do Governo Democrático e Popular no Rio Grande do Sul)”. In: *Anais do I Encontro de Economia Gaúcha*. Porto Alegre: FEE. Disponível em: <<http://www.fee.tche.br/ceeg/>>.

PAIVA, C. A. (2004) *Como identificar e mobilizar o potencial de uma região para o desenvolvimento endógeno*. Porto Alegre: FEE (Documentos FEE, N 59).

PAIVA, C. e CAMPREGHER, G. (Orgs.) (2002). *Marco Referencial do Plano Plurianual 2004-2007*. Porto Alegre: SCP. Disponível em: <[www.campregher-paiva.com.br](http://www.campregher-paiva.com.br)>.

RICHARDSON, S.; SPIEGELHALTER, D.J. (1996). “Markov chain Monte Carlo in practice: Interdisciplinary statistics”. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

RS EM MAPAS E DADOS: bases georreferenciadas para a comparação do desempenho socioeconômico dos municípios gaúchos entre 1966 e 2006 / Coordenador Carlos Águedo Nagel Paiva. – Porto Alegre, 2007. Cd-Rom : il., tab., mapa. ISBN 978-85-7173-073-1

SINGER, P. (1977). *Desenvolvimento econômico e evolução urbana*. São Paulo: Companhia Editora Nacional.

*Sul 1939-70*. Porto Alegre: Fundação de Economia e Estatística (Teses).

TEJO, L. (1941). “Contribuição à Crítica da Economia Rio Grandense”. *Província de São Pedro* (1): 81-90, jun.; (3): 74-91, dez. Porto Alegre. Republicado em *Ensaios: FEE* vol. 3 n.1. Porto Alegre: FEE, 1982.

VIVAR-ROJAS, JUAN CARLOS. (2004). “Uma Nova Classe de Modelos Espaço-Temporais para Dados de Área”. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.

WEST, M. e HARRISON, P.J. (1997). “Bayesian Forecasting and Dynamic Models”. 2nd ed. Springer Verlag, New York.

## Apêndice

### Código winbugs para o modelo espacial do PIB 1970

```

model
{
  for (i in 1 : N)
  {
    y[i] ~ dnorm(mi[i],tau)
    mi[i] <- alfa0 + alfa1*p1[i] + alfa2*p6[i] + b[i] + u[i]
  }

  tau ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  sigma <- sqrt(1/tau)

  for (i in 1 : N)
  {
    u[i] ~ dnorm(0, tau.u)
  }

  b[1:N] ~ car.normal(adj[], weights[], num[], tau.b)
  for(k in 1:totalvizi)
  {
    weights[k] <- 1
  }

  alfa0 ~ dflat()
  alfa1 ~ dnorm(0.0, 1.0E-5)
  alfa2 ~ dnorm(0.0, 1.0E-5)

  tau.u ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  tau.b ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  sigma.u <- sqrt(1/tau.u)
  sigma.b <- sqrt(1/tau.b)
}

```

## Código winbugs para o modelo espaço-temporal do PIB

```

model{
  for (i in 1 : N)
  {
    for (t in 1 : K)
    {
      y[i,t] ~ dnorm(mi[i,t],tau)
    }
  }
  for (i in 1 : N) {
    mi[i,1] <- alfa0[1] + alfa1[1]*p1[i,1] + alfa2[1]*p6[i,1] + b1[i] + u1[i]
    mi[i,2] <- alfa0[2] + alfa1[2]*p1[i,2] + alfa2[2]*p6[i,2] + b2[i] + u2[i]
    mi[i,3] <- alfa0[3] + alfa1[3]*p1[i,3] + alfa2[3]*p6[i,3] + b3[i] + u3[i]
    mi[i,4] <- alfa0[4] + alfa1[4]*p1[i,4] + alfa2[4]*p6[i,4] + b4[i] + u4[i]
  }

  tau ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  sigma <- sqrt(1/tau)

  for (i in 1 : N)
  {
    u1[i] ~ dnorm(0, tau.u)
    u2[i] ~ dnorm(0, tau.u)
    u3[i] ~ dnorm(0, tau.u)
    u4[i] ~ dnorm(0, tau.u)
  }
  b1[1:N] ~ car.normal(adj[], weights[], num[], tau.b)
  b2[1:N] ~ car.normal(adj[], weights[], num[], tau.b)
  b3[1:N] ~ car.normal(adj[], weights[], num[], tau.b)
  b4[1:N] ~ car.normal(adj[], weights[], num[], tau.b)

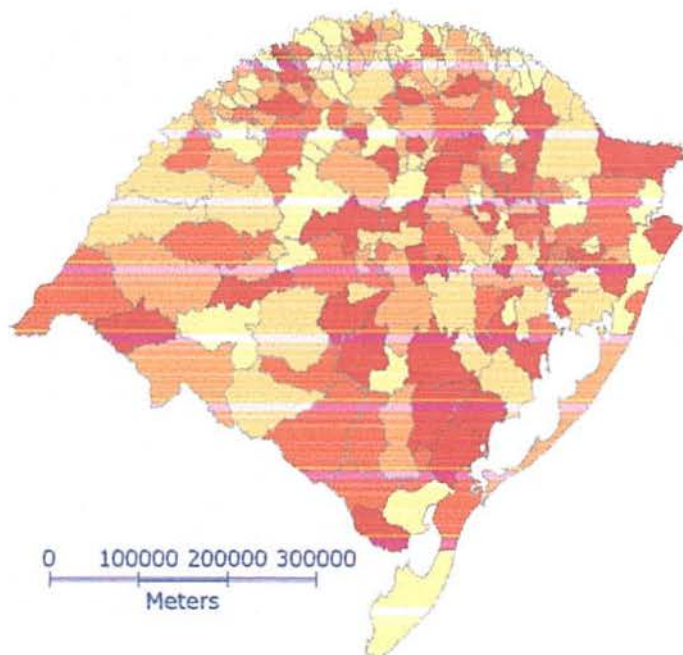
  alfa0[1] ~ dnorm(0.0, 1.0E-5)
  alfa1[1] ~ dnorm(0.0, 1.0E-5)
  alfa2[1] ~ dnorm(0.0, 1.0E-5)
  for (t in 2 : K) {
    alfa0[t] ~ dnorm(alfa0[t-1],tau.a)
    alfa1[t] ~ dnorm(alfa1[t-1],tau.a)
    alfa2[t] ~ dnorm(alfa2[t-1],tau.a)
  }

  for(w in 1:JV)
  {
    weights[w] <- 1
  }

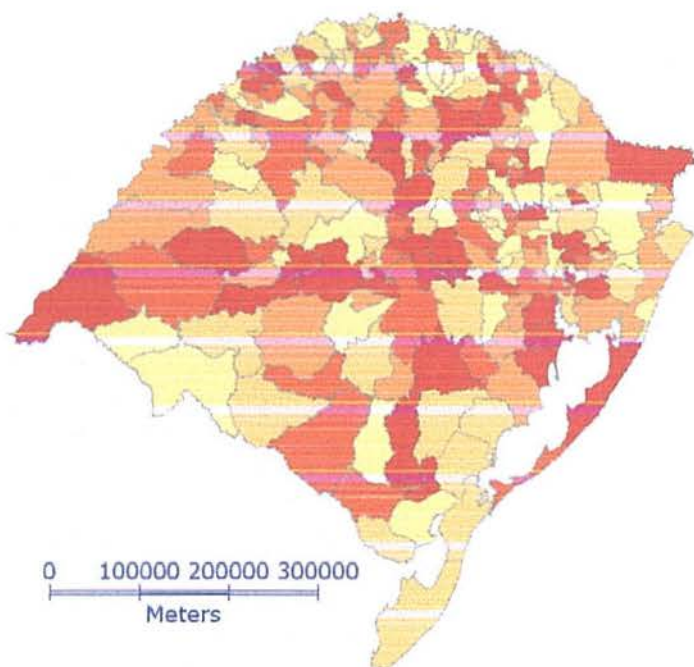
  tau.a ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  tau.u ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  tau.b ~ dgamma(0.5, 0.0005)
  sigma.u <- sqrt(1/tau.u)
  sigma.b <- sqrt(1/tau.b)
  sigma.a <- sqrt(1/tau.a)
}

```

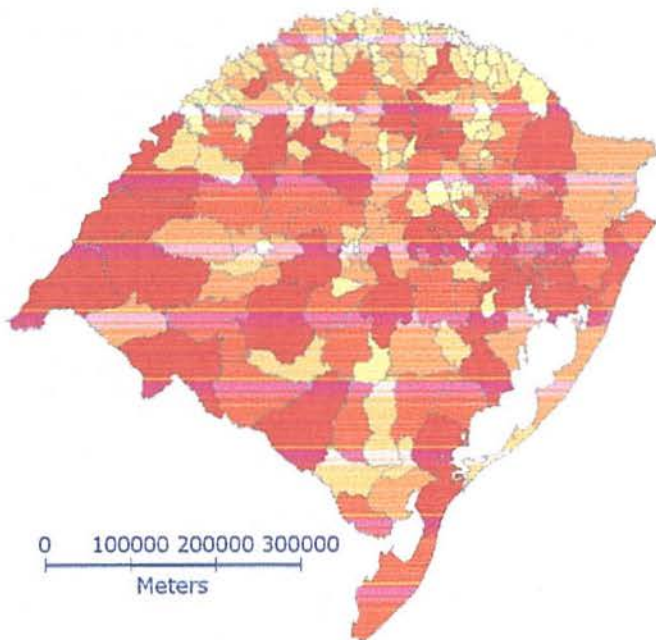
## Mapas dos dados brutos do PIB e da renda mensal total dos municípios



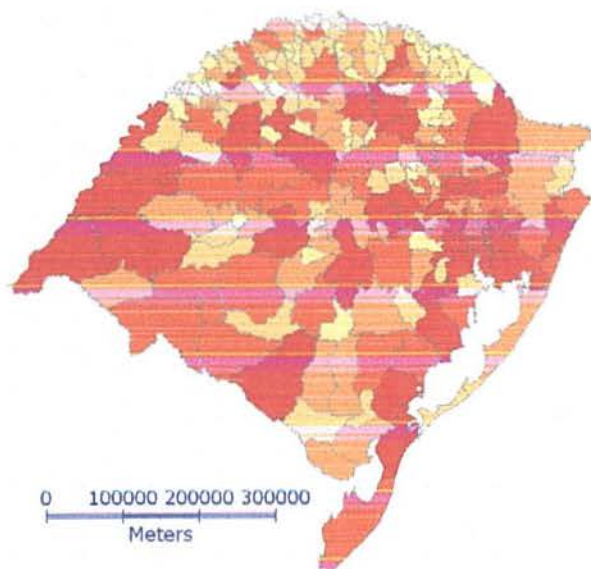
PIB 1970



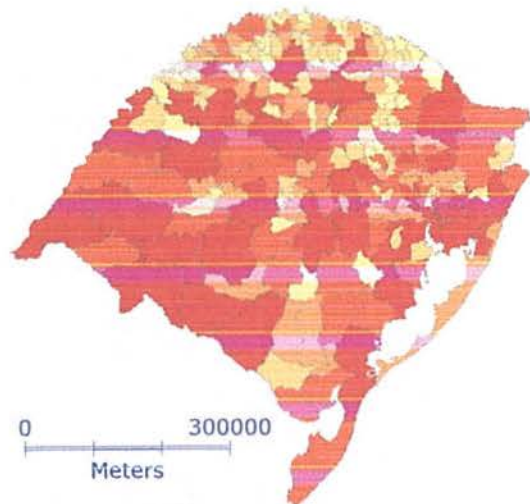
PIB 1980



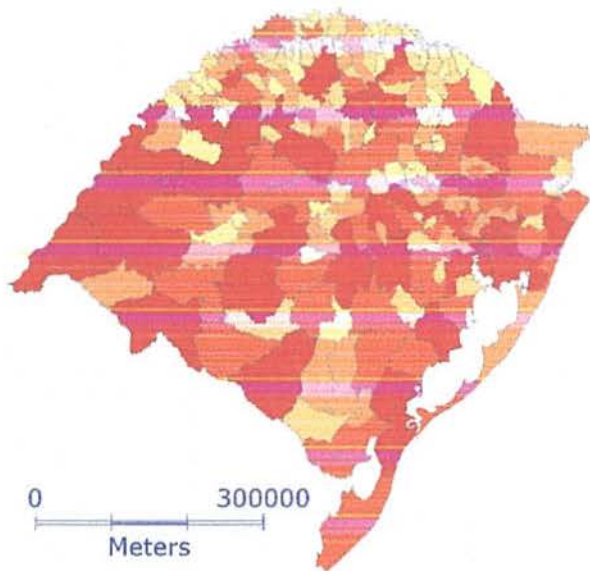
PIB 1996



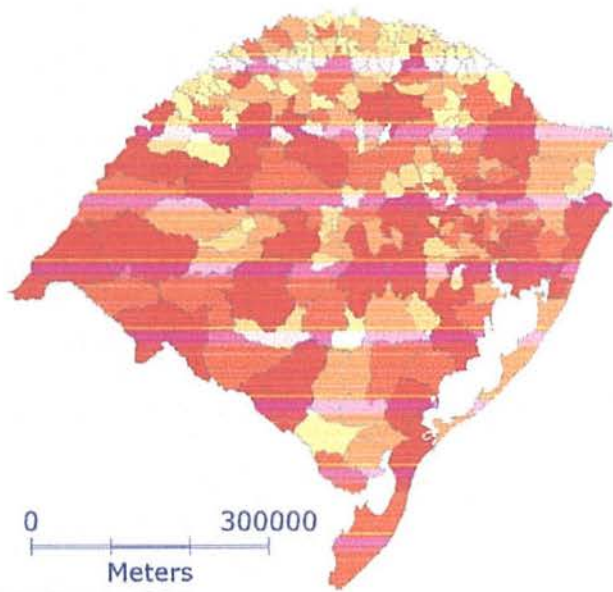
PIB 2000



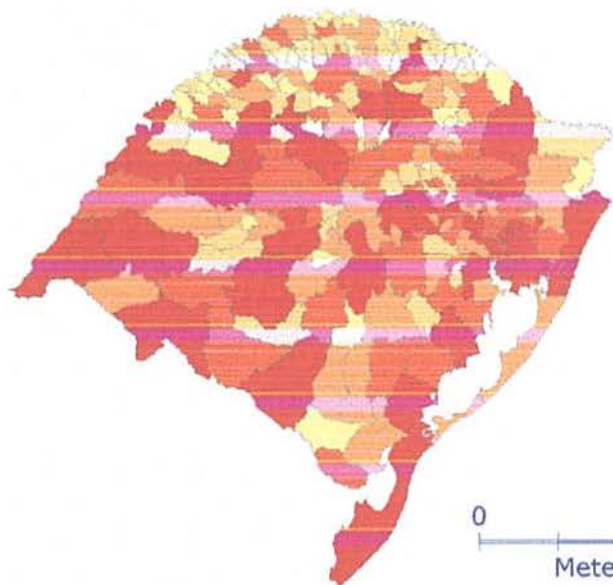
RENDA 1970



RENDA 1980

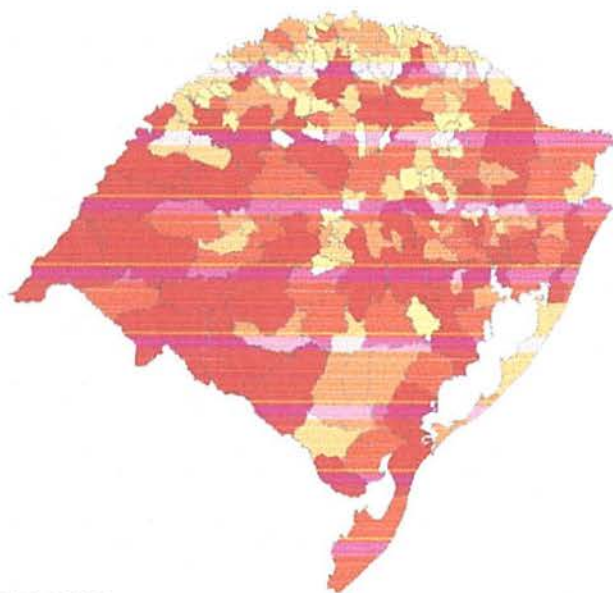


RENDA 1991

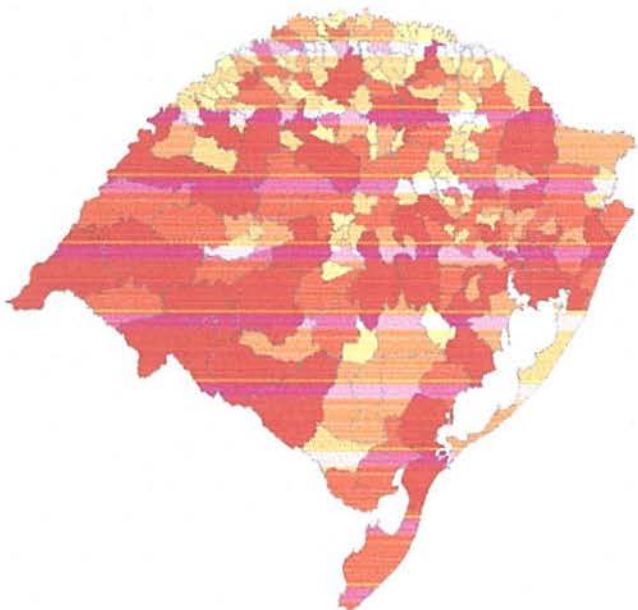


RENDA 2000

## Mapas dos dados brutos das covariáveis dos modelos

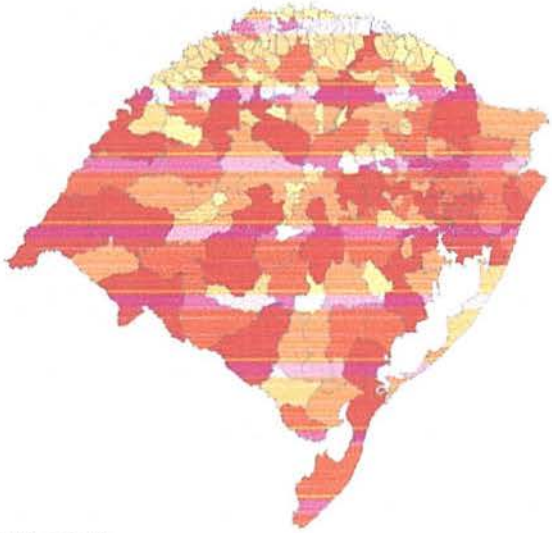


P1 1970

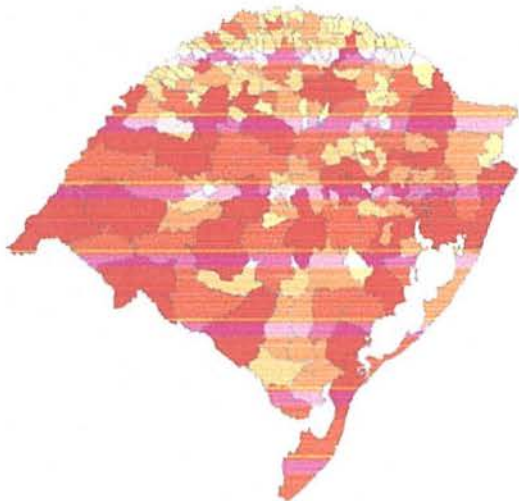


P1 1980

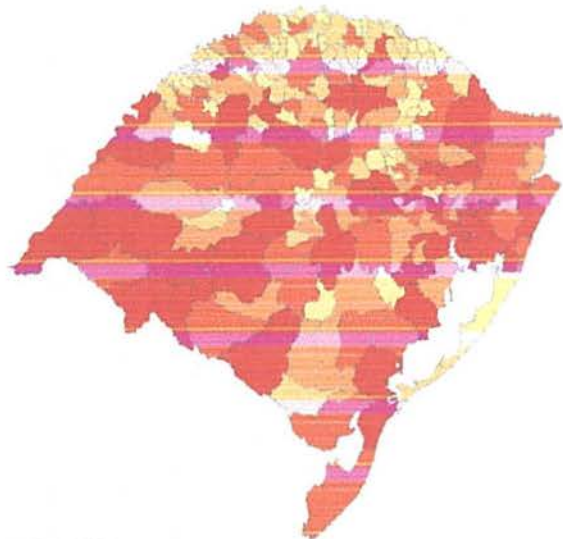




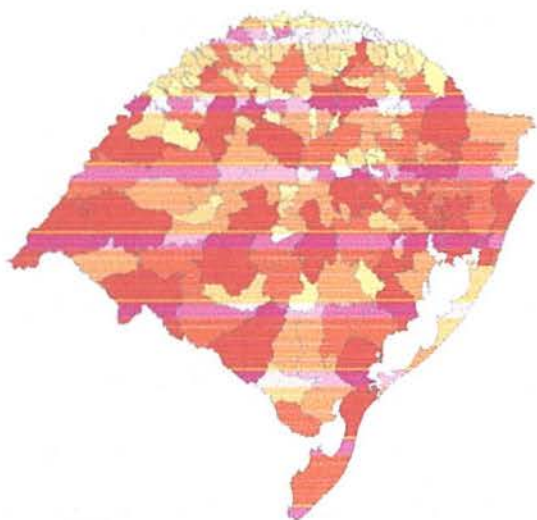
P1 1996



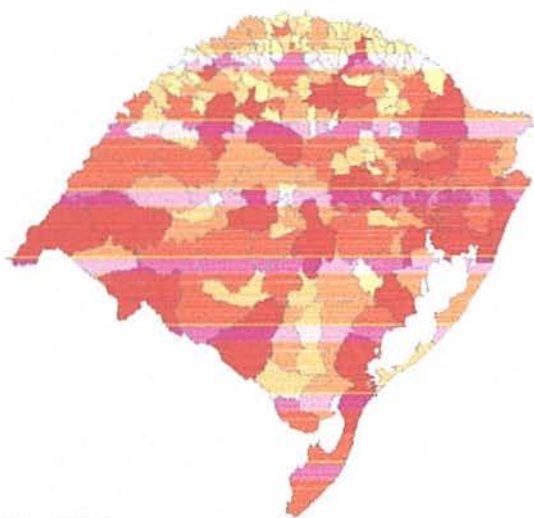
P1 2000



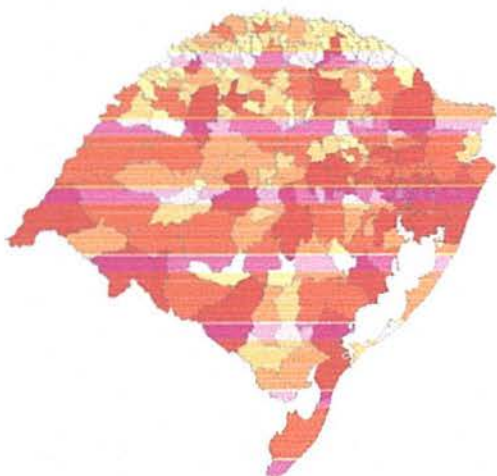
P6 1970



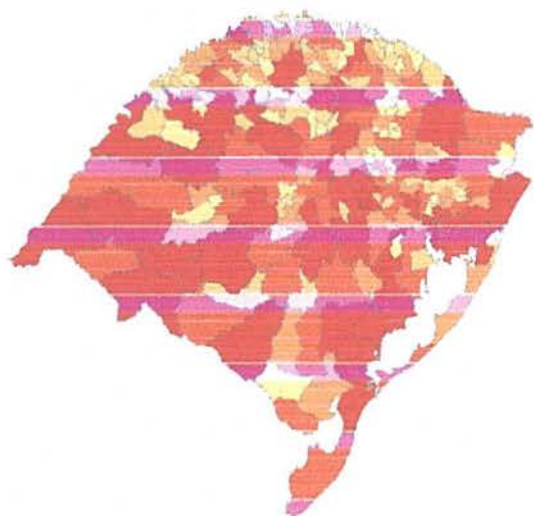
P6 1980



P6 1996



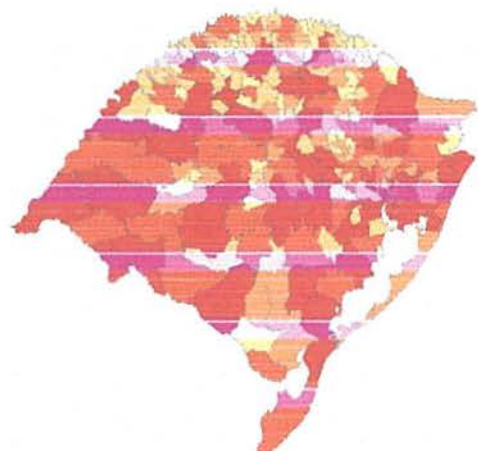
P6 2000



R1 1970



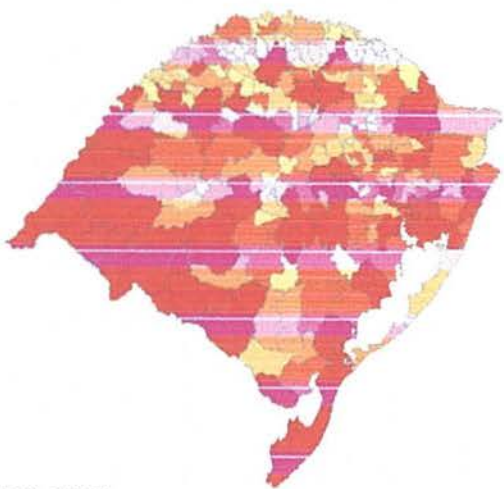
R1 1980



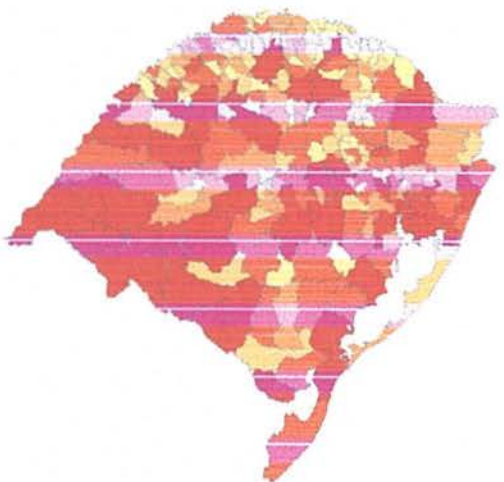
R1 1991



R1 2000



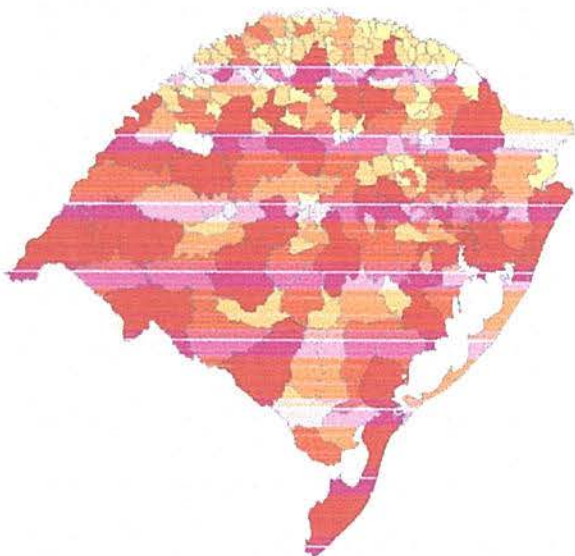
R3 1970



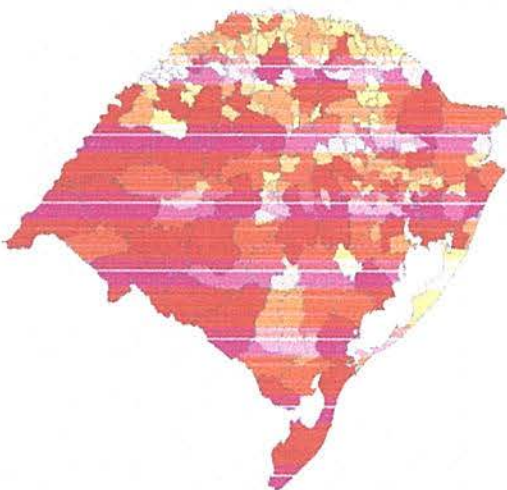
R3 1980



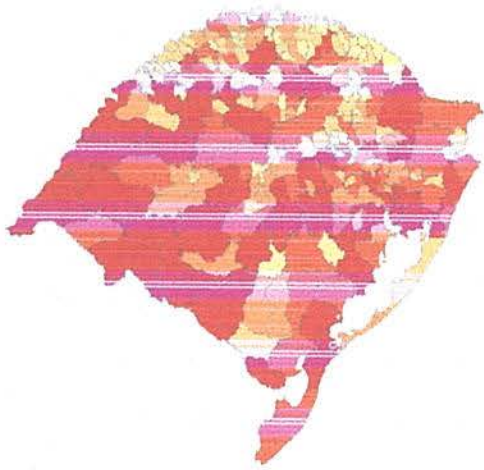
R3 1991



R3 2000



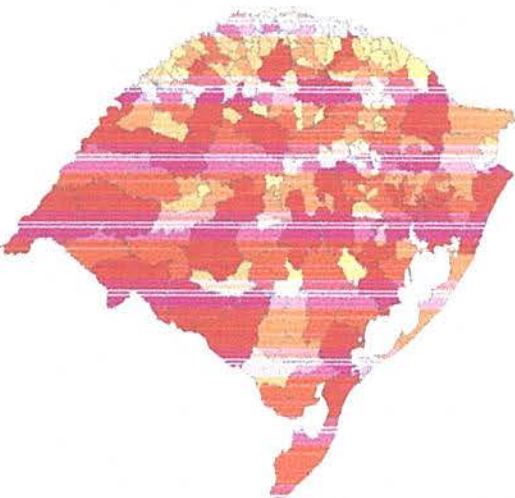
R4 1970



R4 1980



R4 1991



R4 2000