

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Análise probabilística de pilares de concreto armado através do
método dos elementos finitos**

Paulo Renato de Oliveira Barbosa

Porto Alegre
2017

PAULO RENATO DE OLIVEIRA BARBOSA

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre
2017

CIP - Catalogação na Publicação

Barbosa, Paulo Renato de Oliveira
Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos / Paulo Renato de Oliveira Barbosa. -- 2017.
197 f.

Orientador: Américo Campos Filho.
Coorientador: Mauro de Vasconcellos Real.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2017.

1. elementos finitos. 2. concreto armado. 3. ansys . 4. confiabilidade estrutural. I. Campos Filho, Américo , orient. II. Real, Mauro de Vasconcellos, coorient. III. Título.

PAULO RENATO DE OLIVEIRA BARBOSA

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, na área de ESTRUTURAS, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 14 de julho de 2017.

Prof. Américo Campos Filho
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo
orientador

Prof. Mauro de Vasconcellos Real
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul
coorientador

Prof. Nilo Cesar Consoli
Ph.D. pela Concordia University/Canada
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Ruy Carlos Ramos de Menezes (UFRGS)
Dr. techn pela Universität Innsbruck

Prof. Marcelo Maia Rocha (UFRGS)
Dr. techn pela Universität Innsbruck

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, ao meu orientador, professor Américo Campos Filho pela disponibilidade para orientação, pela paciência e motivação e pelo enorme conhecimento transmitido, sempre com orientações precisas e objetivas, fundamentais para a condução desta dissertação, e ao meu coorientador, professor Mauro de Vasconcellos Real, que, além de ter sido um dos maiores incentivadores para a realização deste curso de pós-graduação, contribuiu imensamente para a elaboração do presente trabalho e, desde os dias de graduação, vem sendo um grande professor, amigo e exemplo de profissional.

Agradeço também a todos os demais professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelo ensino e pela colaboração para a realização deste curso de mestrado. Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela oportunidade estudar em uma instituição de ensino pública, de qualidade e altamente qualificada tanto em seu corpo docente quanto em sua estrutura de ensino e pesquisa.

Agradeço à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro que permitiu minha dedicação integral à realização deste estudo.

Agradeço a todos os colegas e amigos do PPGEC/UFRGS, pelos conhecimentos compartilhados, pelas horas de estudo em conjunto, pelo apoio nas horas difíceis e pelos momentos de descontração pós-prova, que contribuíram imensamente para suavizar a tortuosidade do caminho trilhado durante estes anos. Agradeço, em especial, ao colega Gustavo Ribeiro da Silva, que me auxiliou substancialmente no desenvolvimento do modelo computacional empregado neste estudo.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a toda a minha família, em especial aos meus pais Alcebiades e Rosa Maria pelo constante apoio e incentivo durante os anos de estudo, e também pelo carinho e compreensão em todos os momentos da minha vida. Obrigado por terem me ensinado o amor.

RESUMO

BARBOSA, P. R de O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

Com a crescente evolução tecnológica dos materiais empregados na construção civil, como o concreto estrutural, que hoje atinge resistências características bastante superiores às utilizadas tradicionalmente pelos projetistas, surge a necessidade de atualização da literatura técnica que fundamenta o tema. Em 2014, a norma brasileira que regulamenta os procedimentos para projeto de estruturas de concreto armado, NBR 6118:2014, passou a incluir os concretos de alta resistência, com resistência característica à compressão simples superior a 50 MPa. Isto posto, o presente estudo objetivou analisar a confiabilidade no projeto de pilares de concreto armado conforme a referida norma. Para tal, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos para a análise de pilares de concreto armado através do *software* ANSYS, sendo o comportamento não-linear do concreto representado através da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*), que possibilita a introdução de um novo modelo constitutivo de material programado pelo usuário ao sistema. Este modelo foi representado por uma rotina de cálculo externa, estruturada em linguagem *FORTRAN*, e teve como base as equações constitutivas apresentadas no Código Modelo *fib* 2010. Para a validação deste modelo numérico, foram reproduzidas as condições de ensaios experimentais envolvendo pilares de concreto armado. Finalmente, foram modelados pilares projetados de acordo com a norma brasileira, submetidos à flexo compressão normal e oblíqua e, a partir da aplicação do Método de Monte Carlo, através da ferramenta *Probabilistic Design* do ANSYS, foram determinados os índices de confiabilidade de cada caso, bem como a influência dos diversos parâmetros de projeto nestes índices. Em relação aos pilares submetidos a flexo-compressão normal, a grande maioria apresentou resultados satisfatórios em termos de confiabilidade estrutural, entretanto, tratando-se dos pilares em flexo-compressão oblíqua, quase metade dos projetos não atingiram os índices de confiabilidade alvo estabelecidos neste estudo.

Palavras-chave: *elementos finitos; concreto armado; ANSYS; confiabilidade estrutural.*

ABSTRACT

BARBOSA, P. R de O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos.** 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

With the increasing technological evolution of the materials used in civil construction, such as structural concrete, which nowadays much higher compressive strengths than those traditionally used by structural designers, there is a need to update the technical literature that underlies the theme. In 2014, the Brazilian standard that regulates the procedures for the design of concrete armament structures, NBR 6118: 2014, introduced considerations concerning high strength concretes, with compressive strength above 50 MPa. Therefore, the present study aimed to analyze the reliability of the design of reinforced concrete columns according to the guidelines presented in the mentioned standard. For this, a finite element model was developed for the analysis of reinforced concrete columns through the software ANSYS, with the non-linear behavior of concrete represented by the software customization tool named UPF (User Programmable Features), which allows the introduction of a new material constitutive model programmed by the user to the main system. This model was represented by an external calculation routine, structured in FORTRAN language, and was based on the constitutive equations presented in *fib* Model Code 2010. For the validation and calibration of this numerical model, the conditions of experimental tests involving reinforced concrete columns have been reproduced. Finally, models have been created to represent columns designed according to the guidelines of the Brazilian Standard NBR 6118:2014, submitted to normal and oblique flexion-compression and, through the application of the Monte Carlo method using the Probabilistic Design tool of ANSYS, the reliability indexes for each design were determined such as the influence of the various design parameters in these indices. Regarding the abutments submitted to normal flexion-compression, the great majority presented satisfactory results in terms of structural reliability, however, in the case of oblique flexion-compression abutments, almost half of the projects didn't achieve the target reliability indices established in this study.

Keywords: *finite elements; reinforced concrete; ANSYS; structural reliability.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Museu de Arte de São Paulo – MASP. São Paulo, SP	33
Figura 2.2 – Banco de Tóquio. Salvador, BA	34
Figura 2.3 – Edifício PREVINOR. Salvador, BA	34
Figura 2.4 – Suarez Trade Center. Salvador, BA	34
Figura 2.5 – Edifício E-Tower. São Paulo, SP	35
Figura 2.6 – Seção transversal sob flexo-compressão normal	40
Figura 2.7 – Seção transversal sob flexo-compressão oblíqua	41
Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido	50
Figura 3.2 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado não fissurado	52
Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado após a fissuração	53
Figura 3.4 – Diagrama tensão-deformação para o aço	54
Figura 4.1 – Ilustração do processo iterativo de Newton-Raphson para um sistema com um grau de liberdade	57
Figura 4.2 – Geometria, sistema de coordenadas e posições dos nós para o elemento BEAM189	59
Figura 4.3 – Indicação dos nós e pontos de integração na seção transversal do elemento	60
Figura 4.4 – Coordenada local do elemento finito linear BEAM 189	60
Figura 4.5 – Sistema de coordenadas e geometria do elemento REINF264	62
Figura 4.6 – Representação do elemento REINF264 associado a um elemento BEAM189	63
Figura 4.7 – Opção a ser ativada para instalação das ferramentas de customização do ANSYS	65
Figura 4.8 – Mensagens exibidas indicando linkagem do sistema com USERMAT	66
Figura 4.9 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a compressão	67
Figura 4.10 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a tração	67
Figura 4.11 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a compressão com descarga	68

Figura 4.12 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a tração com descarga	69
Figura 4.13 – Exemplo de script para inserção de dados no ANSYS para o material programado pelo usuário	70
Figura 4.14 – Exemplo de script e diagrama constitutivo para material elastoplástico perfeito	71
Figura 4.12 – Exemplo de script e diagrama constitutivo para material elastoplástico com endurecimento	71
Figura 5.1 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Goyal e Jackson (1971)	73
Figura 5.2 – Configurações geométricas dos pilares de Claeson e Gylltoft	74
Figura 5.3 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Claeson e Gylltoft (1998)	75
Figura 5.4 – Dimensões em mm dos pilares de Araújo (2004)	76
Figura 5.5 – Disposição das armaduras para os pilares de Araújo (2004)	77
Figura 5.6 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Araújo (2004)	78
Figura 5.7 – Detalhe da seção central dos pilares de Dantas (2006)	78
Figura 5.8 – Configuração geométrica dos pilares de Dantas (2006)	79
Figura 5.9 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Dantas (2006)	80
Figura 5.10 – Configuração geométrica dos pilares de Melo (2009)	81
Figura 5.11 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Melo (2009)	82
Figura 5.12 – Disposições das armaduras dos pilares de Tsao (1992)	83
Figura 5.13 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1991) – seção quadrada	84
Figura 5.14 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1991) – seção em “L”	84
Figura 6.1 – Função densidade de probabilidade dos esforços solicitantes e resistentes	88
Figura 6.2 – Variável aleatória margem de segurança padronizada m de distribuição normal e índice de confiabilidade β	89

Figura 6.3 – Esquema de funcionamento do método de Monte Carlo	91
Figura 6.4 – Definição das variáveis aleatórias de entrada do modelo no sistema <i>Probabilistic Design</i>	93
Figura 6.5 – Definição do método estatístico e do número de simulações a serem empregadas	93
Figura 6.6 – Distribuição de probabilidade da resistência à compressão do concreto	95
Figura 6.7 – Distribuição de probabilidade da tensão de escoamento do aço	96
Figura 6.8 – Distribuição de probabilidade da largura da seção transversal de um pilar	97
Figura 6.9 – Distribuição de probabilidade para o carregamento permanente	98
Figura 6.10 – Carregamento acidental segundo a distribuição de Gumbel	99
Figura 6.11 – Carregamento acidental segundo a distribuição lognormal	99
Figura 6.12 – Histograma da estimativa de erro do modelo	101
Figura 7.1 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 MPa$	102
Figura 7.2 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 MPa$	103
Figura 7.3 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 MPa$	103
Figura 7.4 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 MPa$	104
Figura 7.5 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 MPa$	104
Figura 7.6 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 MPa$	105
Figura 7.7 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 MPa$	105
Figura 7.8 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 MPa$	106
Figura 7.9 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 MPa$	106
Figura 7.10 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 MPa$	107

Figura 7.11 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$	107
Figura 7.12 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$	108
Figura 7.13 – Disposições geométricas dos pilares em flexo-compressão normal	114
Figura 7.14 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	116
Figura 7.15 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	116
Figura 7.16 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	116
Figura 7.17 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	117
Figura 7.18 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	117
Figura 7.19 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	117
Figura 7.20 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	118
Figura 7.21 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	118
Figura 7.22 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	118
Figura 7.23 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	119
Figura 7.24 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	119
Figura 7.25 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	119
Figura 7.26 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	120
Figura 7.27 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	120

Figura 7.28 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	120
Figura 7.29 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	121
Figura 7.30 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	121
Figura 7.31 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	121
Figura 7.32 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	123
Figura 7.33 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	123
Figura 7.34 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	123
Figura 7.35 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	124
Figura 7.36 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	124
Figura 7.37 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	124
Figura 7.38 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	125
Figura 7.39 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	125
Figura 7.40 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	125
Figura 7.41 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	126
Figura 7.42 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	126
Figura 7.43 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	126
Figura 7.44 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	127

Figura 7.45 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	127
Figura 7.46 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	127
Figura 7.47 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	128
Figura 7.48 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	128
Figura 7.49 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	128
Figura 7.50 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	129
Figura 7.51 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	130
Figura 7.52 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	130
Figura 7.53 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	130
Figura 7.54 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	131
Figura 7.55 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	131
Figura 7.56 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	131
Figura 7.57 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	132
Figura 7.58 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	132
Figura 7.59 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	132
Figura 7.60 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	133
Figura 7.61 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	133

Figura 7.62 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA	133
Figura 7.63 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA	134
Figura 7.64 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA	134
Figura 7.65 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA	134
Figura 7.66 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA	135
Figura 7.67 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA	135
Figura 7.68 – Disposições geométricas dos pilares em flexo-compressão oblíqua.....	136
Figura 7.69 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MCA	137
Figura 7.70 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MRA	138
Figura 7.71 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	138
Figura 7.72 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	138
Figura 7.73 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	139
Figura 7.74 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	139
Figura 7.75 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MCA	139
Figura 7.76 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MRA	140
Figura 7.77 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	140
Figura 7.78 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60\text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	140

Figura 7.79 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	141
Figura 7.80 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	141
Figura 7.81 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MCA	141
Figura 7.82 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MRA	142
Figura 7.83 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	142
Figura 7.84 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	142
Figura 7.85 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	143
Figura 7.86 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	143
Figura 7.87 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	144
Figura 7.88 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	144
Figura 7.89 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	145
Figura 7.90 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	145
Figura 7.91 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	145
Figura 7.92 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	146
Figura 7.93 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	146
Figura 7.94 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	146
Figura 7.95 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	147

Figura 7.96 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	147
Figura 7.97 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	147
Figura 7.98 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	148
Figura 7.99 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA	148
Figura 7.100 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA	148
Figura 7.101 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA	149
Figura 7.102 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA	149
Figura 7.103 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA	149
Figura 7.104 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA	150
Figura 7.105 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MCA	151
Figura 7.106 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MRA	151
Figura 7.107 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	152
Figura 7.108 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	152
Figura 7.109 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MCA	152
Figura 7.110 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e1_x/h = 0,2$ e $e1_y/h = 0,2$ pelo MRA	153
Figura 7.111 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MCA	153
Figura 7.112 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e1_x/h = 0,1$ e $e1_y/h = 0,1$ pelo MRA	153

Figura 7.113 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA	154
Figura 7.114 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA	154
Figura 7.115 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60, e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA	154
Figura 7.116 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60, e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA	155
Figura 7.117 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA	155
Figura 7.118 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA	155
Figura 7.119 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA	156
Figura 7.120 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA	156
Figura 7.121 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA	156
Figura 7.122 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90, e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA	157

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$	38
Quadro 2.2 – Classes de agressividade ambiental (CAA)	39
Quadro 3.1 – Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade	49
Quadro 3.2 – Módulos, deformações e número plástico k para concretos C12 a C50	50
Quadro 3.3 – Módulos, deformações e número plástico k para concretos C55 a C120 ..	50
Quadro 6.1 – Índices de confiabilidade alvo para um período de 50 anos	90
Quadro 6.2 – Relação entre índice de confiabilidade β e probabilidade de falha P_f	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Goyal e Jackson (1971)	73
Tabela 5.2 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Claeson e Gylltoft (1998)	75
Tabela 5.3 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Araújo (2004)	77
Tabela 5.4 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Dantas (2006)	79
Tabela 5.5 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Melo (2009)	81
Tabela 5.6 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1992)	83
Tabela 7.1 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 0,5$	110
Tabela 7.2 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 1,0$	110
Tabela 7.3 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 2,0$	111

Tabela 7.4 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 0,5$	112
Tabela 7.5 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 1,0$	112
Tabela 7.6 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 2,0$	113

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANSYS – *Analysis Systems Incorporated*
APDL – *Ansys Parametric Design Language*
BISO – *Bilinear Isotropic Hardening*
CAA – Classe de agressividade ambiental
FIB – *Fédération internationale du béton*
FORTRAN – *Formula Translation System*
MCA – Método da curvatura aproximada
MRA – Método da rigidez aproximada
UPF – *User Programmable Features*
USERMAT – *User Material Routine*

LISTA DE SÍMBOLOS

I – LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A_c – Área de concreto da seção transversal
 A_s – Área de aço da armadura longitudinal
 $A_s, máx$ – Área de aço máxima da armadura longitudinal
 $A_s, mín$ – Área de aço mínima da armadura longitudinal
 E_c – Módulo de elasticidade do concreto
 E_{c1} – Módulo secante da origem até o pico da tensão de compressão do concreto
 E_{ci} – Módulo de elasticidade inicial do concreto
 E_s – Módulo de elasticidade do aço
 E_{ts} – Módulo de elasticidade tangente do aço
 $F_R(s)$ – Função de distribuição acumulada da variável esforço resistente
 $F_{u,exp}$ – Carga de ruptura obtida experimentalmente
 $F_{u,modelo}$ – Carga de ruptura obtida através do modelo matemático
 G_k – Valor característico do carregamento permanente
 L – Comprimento do pilar
 M – Margem de segurança

M_a e M_b – Momentos de primeira ordem nos extremos do pilar
 $M_{d,tot}$ ou $M_{sd,tot}$ – Momento total máximo
 Md – Momento fletor de cálculo
 Nd – Força normal de cálculo
 $M_{1d,mín}$ – Momento de primeira ordem mínimo
 $M_{Rd,tot}$ – Momento total resistente de cálculo
 P_f – Probabilidade de falha
 P_u – Carga de ruptura do pilar
 $P_{u,cor}$ – Carga de ruptura do pilar corrigida a partir da estimativa de erro do modelo
 $P_{u,mod}$ – Carga de ruptura do pilar obtida a partir do modelo numérico
 Q_k – Valor característico do carregamento acidental
 $V_{exp/mod}$ – Coeficiente de variação da razão entre as cargas de ruptura
 V_{ensaio} – Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios
 V_{f_c} – Coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto
 V_{lote} – Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios de laboratório
 V_{modelo} – Coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo

II – LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

b – Base da seção transversal de concreto
 $c_{mín}$ – Cobrimento mínimo da armadura de pilares
 c_{nom} – Cobrimento nominal da armadura de pilares
 d – Altura útil da seção transversal
 e – Excentricidade de aplicação da força normal
 e_i – Excentricidade inicial
 e_{modelo} – Estimativa do erro proporcionado pelo modelo
 e_1/h - Excentricidade relativa de primeira ordem
 f_{cd} – Resistência à compressão de cálculo do concreto
 f_{ck} – Resistência característica à compressão do concreto
 f_{cm} – Resistência média à compressão do concreto
 $f_{ctk,mín}$ – Resistência característica à tração mínima
 $f_{ctk,máx}$ – Resistência característica à tração máxima
 f_{ctm} – Resistência média à tração do concreto

$f_S(s)$ – Função densidade de probabilidade da variável esforço solicitante
 f_{yd} – Tensão de escoamento de cálculo do aço
 f_{yk} – Tensão de escoamento característica do aço
 h – Altura da seção transversal de concreto
 i – Raio de giração mínimo da seção transversal do pilar
 k – Número plástico
 l_0 – Distância entre as faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar
 l_e – Comprimento equivalente do pilar
 m – Variável normal padronizada para a margem de segurança
 u – Deslocamento na direção do eixo x
 v – Deslocamento na direção do eixo y
 w – Deslocamento na direção do eixo z
 $1/r$ – Curvatura na seção crítica do pilar

III – LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ_c – Tolerância de execução para o cobrimento

IV – LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α_E – Coeficiente em função da natureza do agregado
 α_b – Coeficiente para determinação do índice de esbeltez limite
 β – Índice de confiabilidade
 γ_n – Coeficiente de majoração dos esforços solicitantes de cálculo
 $\varepsilon_{c,lim}$ – Deformação máxima de compressão no concreto
 ε_c – Deformação de compressão no concreto
 ε_{c1} – Deformação na máxima tensão de compressão
 ε_{ct} – Deformação de tração
 ε_s – Deformação no aço
 ε_y – Deformação correspondente à tensão de escoamento do aço
 θ_x – Rotação em torno do eixo x
 θ_y – Rotação em torno do eixo y
 θ_z – Rotação em torno do eixo z
 κ – Rigidez adimensional do pilar

λ – Índice de esbeltez

λ_1 – Índice de esbeltez limite

μ_{f_c} – Valor médio da resistência à compressão do concreto

μ_{f_y} – Valor médio da tensão de escoamento do aço

μ_M – Valor médio da margem de segurança

μ_R – Valor médio da variável que representa o esforço resistente

μ_S – Valor médio da variável que representa o esforço solicitante

μ_{modelo} – Valor médio da estimativa de erro do modelo

ν – Força normal adimensional

ν_c – Coeficiente de Poisson do concreto

σ_{f_c} – Desvio padrão da resistência à compressão do concreto

σ_{f_y} – Desvio padrão da tensão de escoamento do aço

σ_M – Desvio padrão da margem de segurança

σ_R – Desvio padrão da variável que representa o esforço resistente

σ_S – Desvio padrão da variável que representa o esforço solicitante

σ_c – Tensão de compressão no concreto

σ_{ct} – Tensão de tração

σ_s – Tensão no aço

ρ – Taxa de armadura longitudinal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	26
1.1 JUSTIFICATIVA.....	28
1.2 OBJETIVOS.....	29
1.2.1 Objetivo geral.....	29
1.2.1 Objetivos específicos	29
1.3 ESTRUTURAÇÃO DA PESQUISA.....	30
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	32
2.1 HISTÓRICO DOS CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA.....	32
2.2 VIABILIDADE TÉCNICA E ECONÔMICA DA UTILIZAÇÃO DE CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA	35
2.3 PROJETO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO CONFORME A NBR 6118:2014.....	37
2.3.1 Dimensões mínimas e disposições construtivas	37
2.3.2 Pilares em flexo-compressão normal e oblíqua	40
2.3.3 Determinação dos efeitos locais de segunda ordem	43
2.3.3.1 Método geral	44
2.3.3.2 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.....	44
2.3.3.3 Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada	45
2.3.3.4 Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M , N , $1/r$	46
2.3.3.5 Método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua.....	46
3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	47
3.1 MODELO CONSTITUTIVO PARA O CONCRETO	47
3.1.1 Modelo para o concreto comprimido	48
3.1.2 Modelo para o concreto tracionado.....	51
3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO	54

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL	55
4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	55
4.2 O SISTEMA ANSYS.....	58
4.3 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS.....	59
4.3.1 Elemento para o concreto.....	59
4.3.2 Elemento para a armadura.....	61
4.4 MODELAGEM DO CONCRETO	63
4.5 MODELAGEM DO AÇO.....	70
5 VALIDAÇÃO DO MODELO.....	72
5.1 PILARES DE GOYAL E JACKSON.....	72
5.2 PILARES DE CLAESON E GYLLTOFT.....	74
5.3 PILARES DE ARAÚJO	76
5.4 PILARES DE DANTAS	78
5.5 PILARES DE MELO	80
5.6 PILARES DE TSAO.....	82
5.7 AVALIAÇÃO GERAL DO MODELO.....	84
6 CONFIABILIDADE EM ENGENHARIA	85
6.1 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE	86
6.2 O MÉTODO DE MONTE CARLO.....	90
6.3 CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	94
6.3.1 Resistência à compressão do concreto	94
6.3.2 Tensão de escoamento do aço.....	95
6.3.3 Dimensões da seção transversal.....	97
6.3.4 Carregamento	98
6.4 ESTIMATIVA DE ERRO DO MODELO	100

7 ANÁLISES PARAMÉTRICAS	102
7.1 PILARES EM FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL	114
7.1.1 Variação de β com o índice de esbeltez	115
7.1.2 Variação de β com a excentricidade relativa de primeira ordem	122
7.1.3 Variação de β com a resistência à compressão do concreto.....	129
7.2 PILARES EM FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA	136
7.2.1 Variação de β com o índice de esbeltez	137
7.2.2 Variação de β com as excentricidades relativas de primeira ordem	144
7.2.3 Variação de β com a resistência à compressão do concreto.....	151
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	158
REFERÊNCIAS	165
APÊNDICE A – Rotina de cálculo <i>USERMATBM</i>	169
APÊNDICE B – Scripts de pilares em linguagem APDL	179
APÊNDICE C – Tabelas resumo dos índices de confiabilidade	187

1 INTRODUÇÃO

Os elementos estruturais de concreto armado apresentam grande importância dentro da construção civil e da engenharia de estruturas, fato pelo qual diversos estudos têm sido conduzidos acerca do tema no meio acadêmico. A larga utilização do concreto como material estrutural encontra sua justificativa em diversos fatores, como sua durabilidade, facilidade de moldagem, impermeabilidade, resistência ao fogo e às influências atmosféricas, dentre outros. Sendo assim, é fundamental que o comportamento deste material seja amplamente estudado, para que se possibilite o aprimoramento dos procedimentos de projeto e dimensionamento de estruturas.

Por ser um material heterogêneo, composto por vários outros, o concreto estrutural apresenta um comportamento bastante complexo. Além da grande diferença entre a resistência a tração e compressão e dos fenômenos relacionados ao tempo, como fluência e retração, o concreto ainda apresenta uma relação entre tensão e deformação extremamente não-linear quando submetido a solicitações externas. Dessa forma, torna-se essencial o desenvolvimento de ferramentas que possibilitem a compreensão deste comportamento e conduzam a processos de dimensionamento seguros e confiáveis. Para tal, o método dos elementos finitos tem sido largamente utilizado para analisar estruturas de maneira bastante precisa. Este método consiste na discretização de uma estrutura em um número finito de elementos com comportamento conhecido, sendo possível, através de processos matemáticos realizados computacionalmente, analisar o comportamento da estrutura como um todo.

Além dos estudos acerca do comportamento mecânico do concreto armado como material estrutural, é necessário avaliar os avanços tecnológicos relativos aos materiais que o compõem. Conforme Torrico (2010, p.2) nas últimas duas décadas, diversas pesquisas relativas à composição do cimento e dos aditivos para o concreto vem permitindo a confecção de concretos com resistências cada vez maiores. Isso, naturalmente, implica o projeto e execução de estruturas mais esbeltas e ousadas sob o ponto de vista arquitetônico.

Entretanto, para que seja possível tal desenvolvimento de forma segura, surge a necessidade de adaptação da literatura técnica a esta realidade. Em 2014, a norma brasileira que regulamenta o dimensionamento de estruturas de concreto armado, *NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas*

de concreto – Procedimento (ABNT, 2014) sofreu diversas alterações, dentre as quais a abrangência de concretos de alta resistência. Até então, a aplicabilidade da norma era restrita a concretos com resistência característica à compressão simples (f_{ck}) igual ou inferior a 50 MPa, e, com a alteração, passa a englobar também os concretos com resistência até 90 MPa.

Dentre os elementos estruturais usuais, os pilares são impactados de forma mais significativa por essa alteração. Isto porque, ao utilizar concretos de resistências inferiores, o dimensionamento, na grande maioria dos casos, conduz a seções transversais bastante robustas, de forma que os problemas relativos à instabilidade são pouco usuais. Entretanto, com concretos de resistências maiores, torna-se possível a execução de pilares mais esbeltos, com seções menores, o que pode acarretar em situações de instabilidade lateral pouco comuns até então. Dentro desse contexto, o presente estudo objetivou analisar a confiabilidade de pilares de concreto de alta resistência dimensionados de acordo com as diretrizes apresentadas na referida norma.

Para tal, foi proposto um modelo numérico utilizando-se o método dos elementos finitos através da plataforma ANSYS, versão 15.0. O comportamento não-linear do concreto foi representado através da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) desse software, que permite a introdução de um novo modelo de material, programado pelo usuário. Assim sendo, foi adicionada uma rotina de cálculo, programada em linguagem FORTRAN ao ANSYS, contendo as equações constitutivas do concreto apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012). Em relação aos elementos finitos utilizados, para discretização dos pilares foi empregado um elemento de barra quadrático com 3 nós e 6 graus de liberdade por nó (BEAM 189), com armadura incorporada (REINF 264). Este elemento da armadura simula fibras de reforço na seção transversal com orientações indicadas pelo usuário (ANSYS, 2016).

Tendo sido validado este modelo matemático através de resultados experimentais apresentados na bibliografia técnica acerca do tema, foi desenvolvido o estudo probabilístico, com o objetivo de determinar o nível de confiabilidade obtido com os procedimentos de projeto apresentados na norma brasileira e a influência dos principais parâmetros de projeto nesse índice. Essa análise foi realizada utilizando-se o método de simulações de Monte Carlo. Neste método, os principais parâmetros que influenciam o comportamento da estrutura devem ser representados por distribuições de probabilidade matematicamente definidas, de forma a obter-se, através de numerosas simulações, os parâmetros de resposta da estrutura também como variáveis aleatórias (REAL, 2000). De acordo com Araújo (2001, p.1), este método destaca-se por

apresentar respostas bastante realistas, a despeito de sua simplicidade e facilidade de implementação computacional.

Além disso, objetivou-se dar continuidade a diversos estudos que vem sendo realizados no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, tanto no campo de confiabilidade de estruturas de concreto armado, a exemplo dos trabalhos de Magalhães (2014), San Martins (2014) e Damas (2015), quanto na questão da utilização do ANSYS como ferramenta para análise de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos, seja customizando-o a partir de rotinas de cálculo externas, a exemplo da dissertação de Lazzari (2015) ou adaptando os modelos existentes conforme realizado por Kunzler (2013).

1.1 JUSTIFICATIVA

Este trabalho encontra sua justificativa na necessidade da comprovação, através de processos de cálculo suficientemente precisos, das condições de segurança proporcionadas pelos métodos de dimensionamento de estruturas de concreto armado apresentados na norma brasileira. Tendo em vista que o dimensionamento de pilares de concreto de alta resistência representa uma situação relativamente complexa e, até então, pouco usual na prática de projeto estrutural, especialmente tratando-se de pilares esbeltos, é fundamental que se conduzam estudos aprofundados acerca do tema, de forma a verificar e consolidar os procedimentos apresentados na NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para que tal investigação seja possível, surge a importância do emprego de métodos que contemplem as incertezas relativas às estruturas. Em uma análise determinística usual, são utilizados os valores médios entre uma série de valores obtidos experimentalmente para as propriedades dos materiais, enquanto para as dimensões das estruturas, utilizam-se os valores especificados em projeto. Entretanto, sempre existe certo grau de incerteza em relação a estes parâmetros (REAL, 2000). Além disso, o carregamento ao longo da vida útil da estrutura também tende a variar expressivamente, representando mais um fator de incerteza na análise estrutural. Isto posto, resulta fundamental abordar estes dados através de uma análise probabilística, tratando-os como variáveis aleatórias, para que sejam obtidos resultados também aleatórios. Dessa forma, torna-se possível analisar o quanto a variabilidade destas propriedades

influencia a resposta da estrutura e, por isso, a análise de confiabilidade apresenta-se como o método mais adequado para validar as diretrizes indicadas na referida norma.

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos desta pesquisa podem ser divididos em geral e específicos, conforme descrito a seguir.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo principal do presente estudo foi investigar as condições de segurança de pilares de concreto armado proporcionadas pelos procedimentos de projeto apresentados na norma brasileira para concretos de alta resistência, aplicando um modelo probabilístico de análise de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos.

1.2.1 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) implementar um novo modelo de material, através de uma rotina de cálculo externa para representar o comportamento não-linear do concreto;
- b) validar o modelo computacional implementado através da comparação com resultados experimentais apresentados na literatura técnica a respeito do tema;
- c) modelar e realizar simulações numéricas de diversos casos de pilares de concreto armado, de forma a obter suas cargas de ruptura e determinar os respectivos índices de confiabilidade;
- d) investigar a influência dos principais parâmetros de projeto nos índices de confiabilidade obtidos;
- e) identificar os casos de pilares, calculados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) com menores índices de confiabilidade.

1.3 ESTRUTURAÇÃO DA PESQUISA

Para a realização do presente trabalho, primeiramente, foi desenvolvida uma ampla revisão bibliográfica, que se estendeu durante toda a elaboração desta dissertação. Inicialmente, foram estudados os principais aspectos relativos à análise de estruturas através do método dos elementos finitos, bem como as diretrizes apresentadas na norma brasileira relativas ao dimensionamento de pilares de concreto armado. Após, foi desenvolvido o modelo computacional empregado nas análises deste estudo. Para tal, foram investigadas as funcionalidades do *software* utilizado (ANSYS v15.0), em particular as ferramentas de customização por parte do usuário (UPF), que permitem a introdução de novos modelos constitutivos de materiais ou elementos finitos ao sistema principal. Assim sendo, através do estudo e compreensão dos modelos a serem atribuídos aos materiais envolvidos na análise (concreto e aço), foi possível a criação de uma sub-rotina externa para representar o comportamento não-linear do concreto, que foi vinculada ao sistema principal do *software*, bem como a definição de um modelo de material já presente em sua biblioteca interna para a representação do comportamento do aço.

Após esta implementação de um novo modelo de material, e com o intuito de validar a sub-rotina empregada neste estudo, foram modelados os pilares de concreto armado ensaiados por Goyal e Jackson (1971), Claeson e Gylltoft (1998), Araújo (2004), Dantas (2006), Melo (2009) e Tsao (1992), totalizando 88 pilares de concreto simples e armado submetidos a flexo-compressão normal e flexo-compressão oblíqua. Após, passou-se à análise probabilística, onde foram modelados 162 casos de pilares em flexo-compressão normal e 162 casos em flexo-compressão oblíqua, com o intuito de obter suas cargas de ruptura e, conseqüentemente, seus índices de confiabilidade, sendo observados os principais parâmetros influentes nestes índices. Finalmente, tais resultados foram analisados e discutidos, de forma a elaborar as considerações finais desta pesquisa.

Assim sendo, este trabalho foi dividido em nove capítulos. Neste primeiro capítulo, foram abordados os aspectos introdutórios referentes ao tema em estudo, bem como sua importância e justificativa. O capítulo 2 apresenta alguns conceitos relativos ao concreto de alta resistência, além de seu histórico de utilização no Brasil e sua viabilidade técnica e econômica. O capítulo 3 versa acerca das diretrizes apresentadas pela norma brasileira para o projeto de pilares de concreto armado, enquanto no capítulo 4 são descritos os modelos constitutivos dos materiais

utilizados na criação do modelo computacional. Após, no capítulo 5, são descritos os aspectos da implementação computacional do modelo, como seus elementos finitos e modelos de materiais, destacando-se o procedimento de criação de uma sub-rotina externa para representar o comportamento de um material e sua respectiva vinculação com o sistema principal do *software* ANSYS. O capítulo 6 refere-se à validação do modelo, apresentando dados comparativos dos resultados teóricos (obtidos através do modelo) com os resultados dos ensaios experimentais. No capítulo 7 são abordados os principais aspectos teóricos acerca da análise de confiabilidade, além da caracterização das variáveis aleatórias envolvidas nas simulações elaboradas neste trabalho. Já o capítulo 8 destina-se à apresentação dos dados referentes às análises paramétricas, onde é analisada a influência do índice de esbeltez, da excentricidade relativa de primeira ordem, da resistência característica à compressão do concreto e da razão entre as cargas permanente e acidental dos pilares nos índices de confiabilidade. Finalmente, o capítulo 9 apresenta as considerações finais sobre o trabalho realizado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 HISTÓRICO DOS CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA

O crescente avanço tecnológico das últimas décadas vem permitindo que os materiais empregados na construção civil e na engenharia de estruturas sejam cada vez mais desenvolvidos, de forma a possibilitar a execução de estruturas mais arrojadas e esbeltas. Um dos principais materiais a ser impactado por uma evolução a partir deste aspecto foi o concreto estrutural. Nos últimos vinte anos, estudos intensivos sobre concretos de alta resistência vem sendo conduzidos em diversos países a fim de fornecer aos engenheiros, arquitetos e construtores maiores informações em relação às suas propriedades e aprimorar os processos de dimensionamento de estruturas. Com isso, o conceito de concreto de alta resistência foi evoluindo juntamente com o desenvolvimento do material propriamente dito.

Segundo Mendes (2002, p. 8), na década de 50, concretos com resistência superior a 35 MPa eram considerados de alta resistência, ao passo que na década de 60, já se produziam concretos com resistências entre 40 e 50 MPa. Nos anos 70 foram alcançadas resistências da ordem de 60 MPa, e a partir dos anos 80 e 90, com o desenvolvimento de aditivos superplastificantes e com a utilização regular da sílica, os concretos passaram a atingir resistências em torno de 100 MPa (TORRICO, 2010, p.15). O autor afirma ainda que, atualmente, os concretos podem ser empregados com resistências de até 150 MPa.

No Brasil também é possível observar essa evolução conceitual que cerca os concretos de alta resistência. Queiroga (1999, p. 11) comenta que, em obras de edificações convencionais no Brasil, as resistências características do concreto se situam entre os valores de 25 e 30 MPa, de forma que concretos com resistências superiores a 30 MPa já poderiam ser considerados de alta resistência, para essas situações, à época. O autor conclui tal posicionamento afirmando que, em virtude de a norma brasileira vigente no momento da publicação apresentar procedimentos de dimensionamento e detalhamento apenas para concretos com resistência inferior a 40 MPa, a maioria dos especialistas considera este o valor limite para a caracterização do concreto de alta resistência para situações gerais. Entretanto, desde o momento desta publicação, a norma em questão, NBR 6118 (ABNT, 2014), passou por duas alterações significativas, em 2003 e 2014. A última, amplia a aplicabilidade dos procedimentos de cálculo e detalhamento nela apresentados para concretos com resistência à compressão simples de até 90 MPa. Além disso,

a referida norma ainda propõe uma divisão dos concretos em dois grupos, de acordo com sua resistência – concretos do grupo I, com valores de resistência entre 20 e 50 MPa, e concretos do grupo II, cuja resistência se situa no intervalo de 55 a 90 MPa. A partir desta publicação, passou-se a caracterizar, no Brasil, os concretos do grupo II como concretos de alta resistência.

Entretanto, ainda que a norma tenha passado a apresentar diretrizes para o dimensionamento de estruturas utilizando concreto com resistência acima de 50 MPa apenas em 2014, existem diversos registros da utilização de concretos de alta resistência anteriores a isso no Brasil. De acordo com Vanderlei (1999, p. 4), o prédio que abriga a atual sede do Museu de Arte de São Paulo - MASP (figura 2.1), datado de 1968, foi pioneiro nesse quesito, com resistências em torno de 45 MPa. Cabe ressaltar que a norma vigente à época limitava-se a 40 MPa.



Figura 2.1 – Museu de Arte de São Paulo – MASP. São Paulo, SP

Disponível em: <http://www.guiabrasilweb.com.br/wp-content/uploads/2016/03/036-2.jpg>

Além disso, cabe ressaltar que, conforme Queiroga (1999, p. 18), o concreto de alta resistência possivelmente tenha tido sua maior aplicação na cidade de Salvador, BA. O autor apresenta os casos do Banco de Tóquio (figura 2.2), datado de 1990, do edifício PREVINOR (figura 2.3), de 1992 e do prédio comercial Suarez Trade Center (figura 2.4), concluído em 1994, dentre outros exemplos. Todos estes localizados na cidade supracitada e com estruturas de concreto armado com resistência igual a 60 MPa.



Figura 2.2 – Banco de Tóquio. Salvador, BA.
Fonte: Queiroga, 1999, p. 18



Figura 2.3 – Edifício PREVINOR. Salvador, BA.
Disponível em: <http://farm6.static.flickr.com/>



Figura 2.4 – Suarez Trade Center. Salvador, BA.
Disponível em: <http://www.ccpa.com.br/>

Atualmente no Brasil, o principal exemplo de utilização de concreto de alta resistência em uma obra civil é o edifício comercial “E-Tower”, localizado na cidade de São Paulo, SP (figura 2.5). O edifício de 42 andares e 148m de altura foi concluído em 2005 e, segundo Mendes (2002, p. 13), foi executado em sua maior parte com concreto de resistência igual a 80 MPa, tendo alguns pilares sido projetados com f_{ck} igual a 125 MPa. Este fator acarretou na redução da seção transversal dos pilares no subsolo, possibilitando um aumento no número de vagas na garagem. Além disso, alguns ensaios realizados com corpos de prova extraídos na obra apresentaram valor máximo de f_{ck} igual a 149,9 MPa aos 28 dias. Estes números representam um marco histórico na engenharia de estruturas brasileira.



Figura 2.5 – Edifício E-Tower. São Paulo, SP.
Disponível em: <http://www.spcorporate.com.br/>

2.2 VIABILIDADE TÉCNICA E ECONÔMICA DA UTILIZAÇÃO DE CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA

É fundamental compreender que a resistência elevada não é a única característica do concreto de alta resistência. Além disso, diversas propriedades são alteradas, o que contribui de maneira significativa para viabilizar a sua utilização, tanto sob o ponto de vista técnico como também econômico. Segundo Queiroga (1999, p.15), este material também apresenta boa trabalhabilidade, apesar do baixo fator/água cimento. Isto se deve, em geral, à utilização de aditivos superplastificantes. O concreto de alta resistência apresenta também baixa porosidade, o que reduz a permeabilidade das estruturas, aumenta a resistência à abrasão e a durabilidade,

pois o torna menos sensível a ataque de cloretos e sulfatos. O autor ainda destaca que este material apresenta significativa redução na exsudação e na segregação de materiais.

Ademais, de maneira natural, a utilização de concretos com resistência elevada, proporciona um aumento na capacidade resistente dos elementos estruturais, possibilitando a execução de estruturas com dimensões e peso próprio reduzido. Este fato acarreta em redução das cargas nas fundações, o que, aliado à redução do volume de concreto e da área de formas na estrutura, tende a conduzir a soluções mais econômicas para o projeto estrutural em sua totalidade.

Um estudo de impacto econômico e ambiental da utilização de concretos de alta resistência foi conduzido por Peinado *et al.* (2012), onde os autores compararam a solução para um projeto estrutural utilizando concretos de 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 MPa. Em relação à produção de concreto no projeto, a solução utilizando concreto de 50 MPa apresentou um custo 37% inferior se comparado ao concreto de 20 MPa. Já para a confecção das fôrmas, esta redução foi ainda maior: 41% ao comparar o C50 com C20. Entretanto, para a produção de armaduras, em virtude das condições de projeto (redução na seção transversal dos elementos estruturais), houve um acréscimo de custo – a solução calculada com o concreto de 50MPa conduziu a um aumento de 99% em relação ao custo das armaduras para o concreto de 20MPa. Neste quesito, o “campeão”, foi o C40, que teve uma economia de 7,8% em relação ao C20. Ainda assim, mesmo com o aumento no custo das armaduras, o C50 apresentou redução de 16% no custo total de cada pilar em relação ao C20. Finalmente, os autores apresentam a solução mais econômica para o caso, considerando o custo total final do projeto de pilares, sendo o C40 a situação mais econômica, com uma redução de custos de aproximadamente 25% em relação ao C20.

Campos (1999, *apud* MENDES, 2002, p. 16), apresenta dados semelhantes, porém para um estudo de caso real. Foram comparados os projetos de dois edifícios de características semelhantes, um executado integralmente com concreto de 20 MPa e outro com resistência variável de 25, 30, 40 e 50 MPa ao longo de seus elementos estruturais. Na edificação em que houve esta variação, a redução de custo real foi de 17,38%. O autor ainda apresenta o caso do estudo de Mendonça (1998, *apud* MENDES, 2002, p.16), que comparou a solução para a estrutura de um edifício de 16 andares utilizando concreto de 20 e 50 MPa. Neste caso, houve a redução de 55 vigas e 28 pilares no pavimento tipo para 23 vigas e 20 pilares, o que acarretou na redução de 18% no custo total da estrutura. Tais estudos evidenciam a importância da investigação profunda deste material, de forma a proporcionar, além de melhor desempenho, comprovação de sua viabilidade técnica e econômica.

2.3 PROJETO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO CONFORME A NBR 6118:2014

Conforme a norma brasileira *NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento* (ABNT, 2014, p.84), pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Para o dimensionamento de pilares, de acordo com Scadelai (2004, p.2), é fundamental a análise da estabilidade do pilar. Para tal, além das solicitações iniciais devidas às cargas externas aplicadas à estrutura (efeitos de 1ª ordem), é necessária a consideração dos esforços decorrentes dos deslocamentos sofridos pela estrutura por ação desse carregamento externo (efeitos de 2ª ordem).

Em certas situações, pode-se ter uma região da estrutura que apresenta não retilineidade maior do que a do eixo do pilar como um todo, surgindo assim, nessas regiões, efeitos de 2ª ordem maiores, chamados de efeitos de 2ª ordem localizados. Estes efeitos, além de aumentarem a flexão longitudinal na região em questão, aumentam também a flexão transversal, havendo a necessidade de uma análise cautelosa nessas regiões.

A norma brasileira aborda esta consideração no item 15.4.2 (ABNT, 2014, p. 103), explicitando que quando os efeitos globais de 2ª ordem forem inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem, a estrutura pode ser considerada, para efeito de cálculo, de nós fixos, sendo desprezíveis os efeitos de 2ª ordem globais. Nessas estruturas, basta a consideração dos efeitos de 2ª ordem localizados (quando for o caso). Já, quando os efeitos globais de 2ª ordem forem superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem, a estrutura é dita de nós móveis e devem ser considerados tanto os esforços de 2ª ordem localizados quanto os globais.

2.3.1 Dimensões mínimas e disposições construtivas

De maneira geral, os pilares de concreto armado de estruturas usuais tem seções transversais constantes entre os pavimentos, podendo apresentar forma quadrada, retangular, circular ou composta (seções L, U, entre outras). O item 13.2.3 da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 73) determina que seção transversal de pilares não pode apresentar dimensão menor que 19 cm, sendo permitida, em casos especiais, a utilização de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento sejam majorados

por um coeficiente adicional γ_n , dado pela equação (1). Além disso, em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \cdot b \geq 1 \quad (1)$$

Sendo b , a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros.

Além disso, o item 7.4.7 da norma (ABNT, 2014, p. 19) refere-se ao cobrimento da armadura de pilares, afirmando que, para garantir o cobrimento mínimo (c_{min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δ_c). O cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser sempre maior ou igual ao seu próprio diâmetro, e tanto os cobrimentos nominais quanto os mínimos referem-se sempre à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. Em relação à tolerância de execução, a norma indica que para obras correntes, $\Delta_c \geq 10mm$. O cobrimento nominal é apresentado no quadro 2.1:

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV (c)
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje (b)	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo (d)	30		40	50
Concreto protendido (a)	Laje	25	30	40	50
	Viga/Pilar	30	35	45	55

(a) Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado

(b) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal $\geq 15mm$.

(c) Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

(d) No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal $\geq 45 mm$.

Quadro 2.1 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta_c = 10 mm$. Fonte: NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 20)

As classes de agressividade ambiental estão relacionadas às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente dos esforços externos mecânicos previstos no dimensionamento. Deste modo, as estruturas devem ser projetadas e construídas de forma a conservar suas características de segurança, estabilidade e serviço sob as condições ambientais previstas. A classificação em relação a esta condição pode ser observada no quadro 2.2:

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana (a,b)	Pequeno
III	Forte	Marinha (a) Industrial (a,b)	Grande
IV	Muito forte	Industrial (a,c) Respingos de maré	Elevado

(a) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

(b) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

(c) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Quadro 2.2 – Classes de agressividade ambiental (CAA).

Fonte NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 17)

Em relação às armaduras longitudinais, devem ser respeitados os valores-limites estabelecidos no item 17.3.5.3 da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 132). A armadura longitudinal mínima é determinada pela equação (2):

$$A_s, \text{mín} = \left(0,15 \frac{Nd}{f_{yd}} \right) \geq 0,004. A_c \quad (2)$$

Sendo Nd a força normal de cálculo, f_{yd} , a tensão de escoamento do aço de cálculo e A_c a área de concreto da seção transversal. Já a armadura longitudinal máxima deve respeitar o limite indicado pela equação (3):

$$A_s, máx = 0,08. A_c \quad (3)$$

Por fim, para as armaduras transversais, a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) indica que os estribos não devem ter diâmetro inferior a 5 mm e nem a um quarto do diâmetro das barras de armadura longitudinal. Além disso, o espaçamento entre os estribos não deve ser maior do que 20 cm, a menor dimensão da seção da peça e nem doze vezes o diâmetro da armadura longitudinal.

2.3.2 Pilares em flexo-compressão normal e oblíqua

O dimensionamento de pilares de estruturas usuais se dá, de maneira geral, à flexo-compressão (normal ou oblíqua), sendo estas as situações abordadas no presente estudo. Segundo Araújo (2014, p. 21), a flexo-compressão é uma sollicitação composta por um momento fletor e por um esforço normal. Quando esta flexão se dá em um plano que contém os eixos de simetria das seções transversais, a sollicitação é denominada flexo-compressão normal, ao passo que a flexo-compressão oblíqua ocorre com o esforço normal agindo fora dos eixos de simetria da seção transversal, ou ainda quando o esforço normal atua em um eixo de simetria da seção de concreto, mas o arranjo das barras de armadura não é simétrico em relação a esse eixo. Em ambos os casos, a profundidade da linha neutra, medida em relação a uma borda da seção transversal, é uma incógnita. Entretanto, no dimensionamento à flexo-compressão normal, a orientação da linha neutra é conhecida, uma vez que ela sempre será perpendicular ao plano de ação do momento fletor. Já na flexo-compressão oblíqua, tanto a profundidade quanto a orientação da linha neutra são desconhecidas. Em geral, a linha neutra não é perpendicular ao plano de ação do momento fletor, aumentando a complexidade da solução. As figuras 2.6 e 2.7 indicam, respectivamente, seções transversais submetidas a flexo-compressão normal e oblíqua.

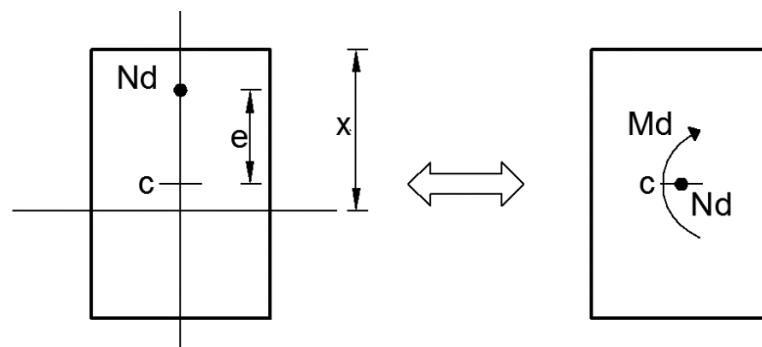


Figura 2.6 – Seção transversal sob flexo-compressão normal.
Fonte: Adaptado de Araújo (2014).

Na figura 2.6, c representa o centroide da seção de concreto e x , a profundidade da linha neutra. A força de compressão Nd atua em um eixo de simetria da seção, sendo aplicada a uma distância e do centroide. A sollicitação representada pela força Nd e pela excentricidade e pode ser substituída pelo par de esforços (Nd, Md) , onde Nd é a força normal de cálculo e Md , o momento fletor de cálculo, dado pelo produto da força normal com a excentricidade.

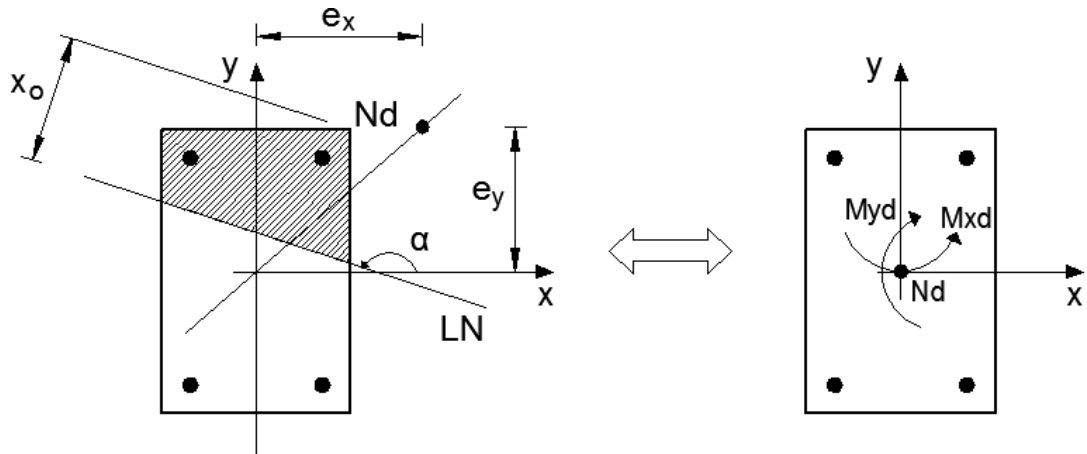


Figura 2.7 – Seção transversal sob flexo-compressão oblíqua.
Fonte: Adaptado de Araújo (2014).

Conforme se observa na figura 2.7, a linha neutra está inclinada de um ângulo α em relação ao eixo x , e não é perpendicular ao plano de ação do momento fletor. Portanto, a caracterização da linha neutra deve ser feita através de sua profundidade x_o e sua inclinação α . Neste caso, a sollicitação dá-se, além da força normal Nd , por excentricidades nas duas direções (ex e ey). Assim sendo, é possível substituir esta sollicitação pelos esforços (Nd, Mxd, Myd) , onde Nd é a força normal de cálculo, Mxd , o momento fletor de cálculo segundo a direção x , dado pelo produto da força normal com a excentricidade na direção x (ex) e Myd o momento fletor de cálculo segundo a direção y , dado pelo produto da força normal com a excentricidade na direção y (ey).

Segundo o item 17.2.5 da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 124), para as situações de flexo-compressão (normal ou oblíqua), pode ser adotada a aproximação pela expressão de interação dada pela equação (4):

$$\left[\frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}} \right]^\alpha = 1 \quad (4)$$

Onde:

$M_{Rd,x}$ e $M_{Rd,y}$ = Componentes do momento resistente de cálculo em flexão oblíqua composta, segundo os dois eixos principais de inércia x e y , da seção bruta, com um esforço normal resistente de cálculo N_{Rd} igual à força normal solicitante N_{Sd} . Esses são os valores que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$ e $M_{Rd,yy}$ = Momentos resistentes de cálculo segundo cada um dos referidos eixos em flexão composta normal, com o mesmo valor de N_{Rd} . Esses valores são calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo;

α = Expoente cujo valor depende de vários fatores, entre eles o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura em suas porcentagens. Em geral pode ser adotado igual a 1,0, a favor da segurança. No caso de seções retangulares, pode-se utilizar $\alpha = 1,2$.

Portanto, para o dimensionamento, em primeiro lugar, deve-se determinar os esforços solicitantes no pilar. O item 15.8 da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p.107) apresenta os procedimentos a serem adotados para a análise estrutural de elementos isolados. Estas diretrizes são aplicáveis apenas a elementos de seção constante e armadura constante ao longo de seu eixo, submetidos a flexo-compressão (normal ou oblíqua). Para fins de verificação local, os elementos isolados devem ser formados pelas barras comprimidas retiradas da estrutura, com comprimento equivalente l_e , estabelecido nas equações (6) e (7), porém aplicando-se às suas extremidades os esforços obtidos através da análise global de 2ª ordem.

Primeiramente, a norma indica que os pilares devem ter índice de esbeltez (λ) inferior ou igual a 200, salvo em casos especiais com força normal reduzida. O índice de esbeltez deve ser calculado pela equação (5):

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (5)$$

Onde:

l_e = Comprimento equivalente do pilar, dado pelas equações (6) e (7);

i = Raio de giração mínimo da seção transversal, segundo a equação (8).

O comprimento equivalente do pilar deve ser o menor dos seguintes valores:

$$l_e = l_0 + h \quad (6)$$

$$l_e = l \quad (7)$$

Sendo:

l_0 = Distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

h = Altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

l = Distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Para seções retangulares, determina-se o raio de giração da seção por:

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (8)$$

2.3.3 Determinação dos efeitos locais de segunda ordem

Os efeitos locais de 2ª ordem devem ser determinados a partir dos procedimentos que serão descritos a seguir. Porém, em elementos isolados cujo índice de esbeltez for inferior ao limite λ_1 , são dispensados os esforços locais de 2ª ordem. O valor de λ_1 pode ser calculado pela equação (9):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e1/h}{\alpha_b}, \quad \text{sendo } 35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (9)$$

Onde:

$e1/h$ = Excentricidade relativa de primeira ordem na direção a ser considerada;

α_b = Coeficiente determinado a partir da equação (10).

Para pilares biapoiados sem cargas transversais, o valor de α_b é determinado por:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{Mb}{Ma}, \quad \text{sendo } 0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0 \quad (10)$$

Na equação (10), Ma e Mb são os valores relativos aos momentos de primeira ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para Ma o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para Mb o sinal positivo, se tracionar a mesma face que Ma e negativo, em caso contrário. Se o pilar apresentar momentos menores que o momento mínimo ($M_{1d,min}$), explicitado na equação (11), o valor de α_b deve ser tomado como igual a 1,0. O momento mínimo é dado por:

$$M_{1d,min} = Nd \cdot (0,015 + 0,03h) \quad (11)$$

Sendo Nd a força normal de cálculo e h a altura da seção transversal na direção considerada. Nos casos em que o índice de esbeltez (λ) do pilar supera o valor-limite para índice de esbeltez (λ_1), os efeitos locais de 2ª ordem devem ser obtidos através do método geral ou de métodos aproximados, conforme apresentados no item 15.8.3 da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014, p. 108) e descritos a seguir.

2.3.3.1 Método geral

O método geral consiste na análise não linear de 2ª ordem efetuada com discretização da barra, consideração da relação momento-curvatura real em cada seção e considerando a não linearidade geométrica de maneira exata. Desta forma, considerando-se o efeito da não linearidade geométrica de forma não aproximada, através de processos computacionais, possibilita-se a obtenção precisa dos esforços decorrentes das deformações provenientes das ações externas iniciais.

2.3.3.2 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Este método pode ser empregado no cálculo de pilares com índice de esbeltez (λ) não superior a 90. A não linearidade geométrica é considerada aproximadamente através da suposição de que a deformação da barra seja senoidal, e a não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. O momento total máximo ($M_{d,tot}$) no pilar deve ser calculado pela equação (12):

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + Nd \cdot \frac{le^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (12)$$

Na equação acima, o coeficiente α_b apresenta a mesma definição estabelecida na equação (10), e o momento $M_{1d,A}$ é dado pelo valor de cálculo de 1ª ordem do momento Ma . Nd é o valor de cálculo da força normal e le , o comprimento equivalente dado pelas equações (6) e (7). Finalmente, $1/r$ representa a curvatura na seção crítica, dada pela equação (13):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \cdot (v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (13)$$

Onde h é a altura da seção na direção considerada e v é a força normal adimensional, que depende da força normal de cálculo (Nd), da área da seção de concreto (Ac) e do valor da resistência à compressão de cálculo do concreto (f_{cd}), segundo a equação (14):

$$v = \frac{Nd}{Ac \cdot f_{cd}} \quad (14)$$

2.3.3.3 Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Assim como o método da curvatura aproximada, o método da rigidez aproximada pode ser utilizado no cálculo de pilares com índice de esbeltez (λ) não superiores a 90, e a não linearidade geométrica também é considerada supondo-se que a deformação da barra seja senoidal, enquanto a não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar deve ser calculado pela equação (15):

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/v}} \geq M_{1d,A} \quad (15)$$

A rigidez adimensional κ pode ser determinada através da equação (16):

$$\kappa_{approx} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h \cdot Nd} \right) \cdot v \quad (16)$$

Onde $M_{Rd,tot}$ representa o momento total resistente de cálculo. Em um processo de dimensionamento, deseja-se obter um momento resistente igual ao momento solicitante, ou seja, $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$, de forma que o processo descrito acima torna-se iterativo, podendo ser resolvido pela formulação direta dada pelas equações (17) a (20):

$$M_{Sd,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} \quad (17)$$

Onde:

$$a = 5 \cdot h \quad (18)$$

$$b = h^2 \cdot Nd - \frac{Nd \cdot l e^2}{120} - 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (19)$$

$$c = -Nd \cdot h^2 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (20)$$

2.3.3.4 Método do pilar-padrão acoplado a diagramas $M, N, I/r$

Para casos em que o índice de esbeltez é superior a 90, torna-se inadequada a utilização dos métodos da curvatura e da rigidez aproximada. Assim sendo, para $\lambda \leq 140$, a norma brasileira recomenda a determinação dos esforços locais de segunda ordem através do método do pilar-padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica os valores obtidos de diagramas momento curvatura, $M, N, I/r$ específicos para o caso. Além disso, se $\lambda > 90$, é obrigatória a consideração dos efeitos de fluência. Este fator não será abordado no presente estudo, tendo em vista que os casos aqui apresentados limitam-se a um índice de esbeltez igual a 90.

2.3.3.5 Método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua

Na análise de pilares submetidos à flexão composta oblíqua (flexo-compressão oblíqua) com índice de esbeltez (λ) inferior ou igual a 90 nas duas direções principais, podem ser aplicados os métodos aproximados (método da curvatura aproximada ou método da rigidez aproximada), para as duas direções de atuação dos momentos fletores. Ou seja, todos os procedimentos indicados pelo método com o qual optou-se por trabalhar serão aplicados duas vezes, uma para cada direção principal.

Os momentos de 2ª ordem serão distintos em cada direção, uma vez que este depende de valores diferentes de rigidez e esbeltez. Uma vez obtida a distribuição de momentos totais (1ª e 2ª ordens) em cada direção, deve-se verificar se a composição destes momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida. Esta verificação pode ser feita em apenas três seções: as duas extremidades e em um ponto intermediário onde se admite atuar concomitantemente os momentos $M_{d,tot}$ nas duas direções.

3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Para que seja possível analisar o comportamento de uma estrutura, é fundamental conhecer as equações constitutivas dos materiais que a compõem. Estas equações definem a relação entre a tensão aplicada no material e sua correspondente deformação, possibilitando a criação de modelos computacionais de forma a traduzir a resposta da estrutura em estudo sob determinadas condições de carregamento. Tratando-se do concreto estrutural, material componente das estruturas analisadas neste trabalho, estas equações tendem a ser não-lineares, ou seja, há uma relação complexa entre tensão e deformação que deve ser definida precisamente para o bom funcionamento do modelo computacional. Esta não-linearidade se dá, principalmente pelo fato de o concreto ser um material altamente heterogêneo, resultante da mistura de um aglomerante (cimento) com materiais inertes (agregados miúdo e graúdo) e água.

Assim sendo, no presente estudo, foi utilizado um modelo constitutivo elastoplástico para o concreto, que trabalha com incrementos de carregamento e corresponde ao comportamento da estrutura para aplicação de cargas de curta duração. Este incremento é aplicado até o ponto em que as forças externas aplicadas não são mais equilibradas pelos esforços internos que surgem no material, o que caracteriza ruptura por esmagamento do concreto ou abertura excessiva de fissuras. Cabe ressaltar que, tendo em vista que as análises propostas nesta pesquisa foram realizadas utilizando um elemento finito de barra (cujas particularidades serão apresentadas ao longo deste trabalho), todos os modelos constitutivos empregados nas análises são uniaxiais, conforme descrito a seguir.

3.1 MODELO CONSTITUTIVO PARA O CONCRETO

O modelo utilizado para o concreto neste trabalho foi baseado nas equações apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012). As diretrizes indicadas neste documento abrangem concretos de resistência característica à compressão simples (f_{ck}) de até 120 MPa, classificando os concretos de f_{ck} menor ou igual a 50 MPa como *normal strenght concrete*, ou concretos de resistência normal e os concretos com resistência entre 50 e 120 MPa, como *high strenght concrete*, concretos de alta resistência.

3.1.1 Modelo para o concreto comprimido

A resistência característica à compressão simples (f_{ck}), a não ser nos casos especificados, é tomada como aquela obtida para o concreto aos 28 dias. Este valor deriva do ensaio à compressão de corpos-de-prova cilíndricos através do critério de que apenas 5% de todas as medidas de resistência sejam inferiores àquela especificada no projeto. Ou seja, o f_{ck} pode ser traduzido como o valor da resistência que tem apenas 5% de probabilidade de não ser alcançado. Na maioria dos casos, este valor é um parâmetro de projeto a partir do qual diversas outras propriedades do concreto serão determinadas.

Além disso, define-se a resistência média à compressão do concreto a partir da equação (21).

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (21)$$

Onde:

$$\Delta f = 8 \text{ MPa}.$$

O módulo de elasticidade para o concreto aos 28 dias (E_{ci}) pode ser calculado através da equação (22) e representa o módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama tensão-deformação. Este valor é aproximadamente igual à inclinação da secante do ramo de descarga para uma descarga rápida e não inclui as deformações plásticas iniciais, sendo utilizado para a descrição dos diagramas tensão-deformação para compressão e tração uniaxiais. Para a condução de uma análise elástica linear, deve ser empregado um coeficiente redutor para o módulo de elasticidade, a fim de levar em consideração as deformações plásticas iniciais. Este coeficiente não foi utilizado neste trabalho por tratar-se de um conjunto de análises elastoplásticas não-lineares.

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3} \quad (22)$$

Sendo:

$$E_{c0} = 21,5 \cdot 10^3 \text{ MPa};$$

α_E = Coeficiente em função da natureza do agregado, conforme o quadro 3.1.

Tipo de agregado	α_E	$E_{c0} \cdot \alpha_E$ [MPa]
Basalto, calcário denso	1,2	25800
Quartzito	1,0	21500
Calcário	0,9	19400
Arenito	0,7	15100

Quadro 3.1 – Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade.
Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 125).

Em relação ao coeficiente de Poisson (ν_c), o Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) indica que, para uma faixa de tensões entre $(-0,6 \cdot f_{ck})$ e $(0,8 \cdot f_{ctk})$, este coeficiente varia de 0,14 a 0,26. Entretanto, um valor de $\nu_c = 0,2$ atende com precisão suficiente a influência deste coeficiente na análise de estruturas, especialmente em relação à abertura de fissuras no Estado Limite Último.

A relação entre tensão e deformação para cargas de compressão uniaxial de curta duração é descrita pela equação (23), sendo os valores de η e k determinados pelas equações (24) e (25), respectivamente. A figura 3.1 indica o diagrama correspondente a esta equação.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (23)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (24)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (25)$$

Onde:

$\sigma_c < 0$ = Tensão de compressão;

f_{cm} = Resistência média à compressão do concreto;

k = Número plástico;

ε_c = Deformação de compressão;

$\varepsilon_{c,lim}$ = Deformação de compressão máxima para a qual a equação é válida (quadros 3.2 e 3.3);

ε_{c1} = Deformação na máxima tensão de compressão, indicada nos quadros 3.2 e 3.3;

E_{ci} = Módulo de elasticidade inicial do concreto;

E_{c1} = Módulo secante da origem até o pico da tensão de compressão (quadros 3.2 e 3.3).

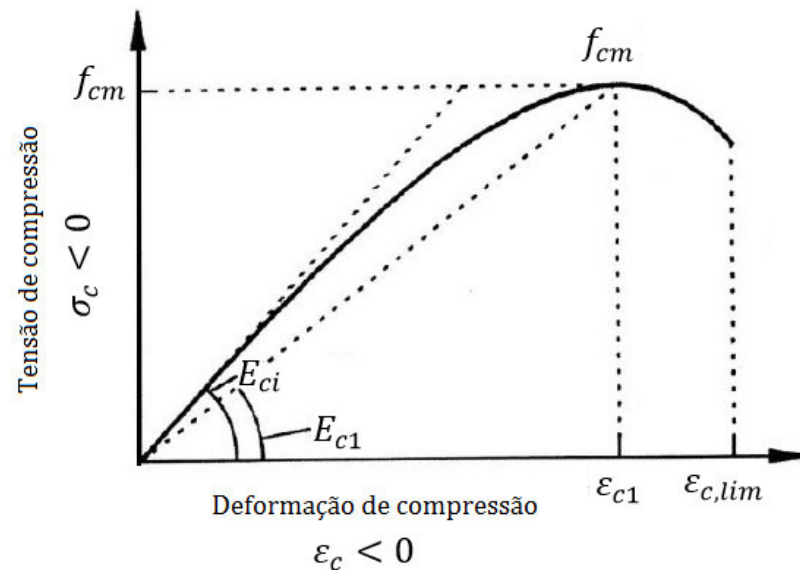


Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido.

Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p.127).

Classe do concreto	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{ci} [GPa]	27,1	28,8	30,3	32,0	33,6	35,0	36,3	37,5	38,6
E_{c1} [GPa]	11,1	12,2	13,3	14,9	16,5	18,2	20,0	21,6	23,2
ϵ_{c1} [‰]	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,3	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\epsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,4
k	2,44	2,36	2,28	2,15	2,04	1,92	1,82	1,74	1,66

Quadro 3.2 – Módulos, deformações e número plástico k para concretos C12 a C50.

Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 128).

Classe do concreto	C55	C60	C70	C80	C90	C100	C110	C120
E_{ci} [GPa]	39,7	40,7	42,6	44,4	46,0	47,5	48,9	50,3
E_{c1} [GPa]	24,7	26,2	28,9	31,4	33,8	36,0	39,3	42,7
ϵ_{c1} [‰]	-2,6	-2,7	-2,7	-2,8	-2,9	-3,0	-3,0	-3,0
$\epsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-3,0	-3,0	-3,0
k	1,61	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

Quadro 3.3 – Módulos, deformações e número plástico k para concretos C55 a C120.

Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 128).

O ramo descendente do diagrama constitutivo (figura 3.1), representa a perda de resistência devido à microfissuração no concreto, e é fortemente dependente da geometria do elemento estrutural, das condições de contorno e possibilidades de redistribuição de carga na estrutura.

3.1.2 Modelo para o concreto tracionado

Na ausência de dados experimentais, o valor médio da resistência a tração (f_{ctm}) pode ser estimado a partir da resistência característica à compressão, de acordo com as equações (26), para concretos de $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ e (27) para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$:

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} \quad (26)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln[1 + 0,1 \cdot (f_{ck} + 8)] \quad (27)$$

Os valores mínimo ($f_{ctk,min}$) e máximo ($f_{ctk,máx}$) para a resistência característica à tração são determinados através das equações (28) e (29), respectivamente:

$$f_{ctk,min} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (28)$$

$$f_{ctk,máx} = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (29)$$

Cabe ressaltar que as equações (26) e (27) foram desenvolvidas a partir de dados referentes a testes de tração e compressão uniaxiais, sem considerar os testes de flexão, evitando incertezas relativas aos resultados obtidos com ensaios indiretos.

A fim de descrever o comportamento do concreto sob tração, é necessário definir um diagrama tensão-deformação para o concreto não fissurado, e outro para as seções onde já há fissuração, que possa representar a relação entre a tensão aplicada e a abertura das fissuras. Para o concreto não fissurado, utiliza-se uma relação constitutiva bilinear descrita pelas equações (30) e (31), cujo diagrama corresponde à figura 3.2.

$$\sigma_{ct} = E_{ci} \cdot \varepsilon_{ct} \quad \text{para } \sigma_{ct} \leq 0,9 \cdot f_{ctm} \quad (30)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{0,00015 - \varepsilon_{ct}}{0,00015 - 0,9 \cdot \frac{f_{ctm}}{E_{ci}}} \right) \quad \text{para } 0,9 \cdot f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \quad (31)$$

Sendo:

σ_{ct} = Tensão de tração;

ε_{ct} = Deformação de tração;

E_{ci} = Módulo de elasticidade do concreto;

f_{ctm} = Resistência média à tração do concreto.

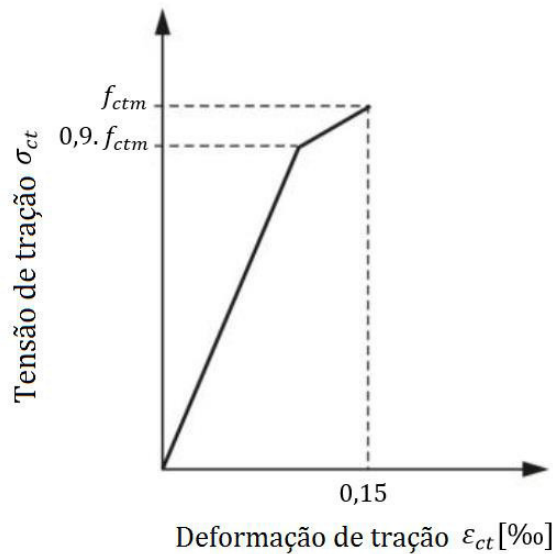


Figura 3.2 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado não fissurado.
Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 130).

A um nível de tensão de aproximadamente 90% da resistência à tração média do concreto, a microfissuração começa a reduzir a rigidez em pequenas zonas de falha. As microfissuras tendem a crescer e formar uma abertura discreta em níveis de tensões próximos ao valor da resistência à tração média. Dessa forma, um valor máximo para a deformação de tração igual a $0,15\%$ pode ser admitido para uma análise dentro destas condições. A partir daí, torna-se necessária a definição de uma outra relação que considere o concreto fissurado para deformações acima deste valor.

Após a fissuração, o concreto entre as fissuras continua resistindo a um certo nível de esforços de tração, fenômeno conhecido como *tension stiffening*, ou enrijecimento à tração. Alguns modelos constitutivos desconsideram esta resistência, zerando as tensões de tração após a fissuração do concreto, o que conduz a resultados equivocados devido à subestimação da capacidade resistente da estrutura para níveis de serviço de carregamento. Neste trabalho, a contribuição do concreto entre fissuras é modelada introduzindo-se um ramo descendente no diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado em níveis de deformação acima de $0,15\%$. Desta forma, considera-se que a perda de resistência ocorre de maneira gradual após a fissuração.

A equação apresentada pelo Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) para esta situação determina que as tensões e deformações sejam obtidas a partir de relações com um valor fictício para a

abertura de fissuras, w . Entretanto, nesta pesquisa, optou-se por utilizar uma relação empírica apresentada na literatura técnica devido ao fato de este valor fictício para a abertura não ser possível de obter a partir da análise realizada no ANSYS. Desta forma, a equação (32) indica a relação utilizada no presente estudo para representar este fenômeno, tendo sido proposta por Hinton (1988) e ajustada por Martinelli (2003, p. 55).

$$\sigma_{ct} = \alpha \cdot f_{ctm} \cdot \left(1,0 - \frac{\varepsilon_{ct}}{\beta}\right) \text{ para } \sigma_{ct} > f_{ctm} \quad (32)$$

Onde:

σ_{ct} = Tensão de tração;

α = Parâmetro que define a inclinação do ramo descendente no diagrama;

f_{ctm} = Resistência à tração média do concreto;

ε_{ct} [‰] = Deformação de tração;

β = Deformação limite para consideração da contribuição do concreto entre fissuras.

A exemplo do utilizado pela autora supracitada, os valores aqui adotados para α e β foram 0,6 e 1‰, respectivamente. Este comportamento é ilustrado na figura 3.3, onde observa-se que o primeiro trecho corresponde exatamente ao diagrama apresentado no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), sendo acrescentado um ramo linear descendente de acordo com as equações apresentadas por Hinton (1988).

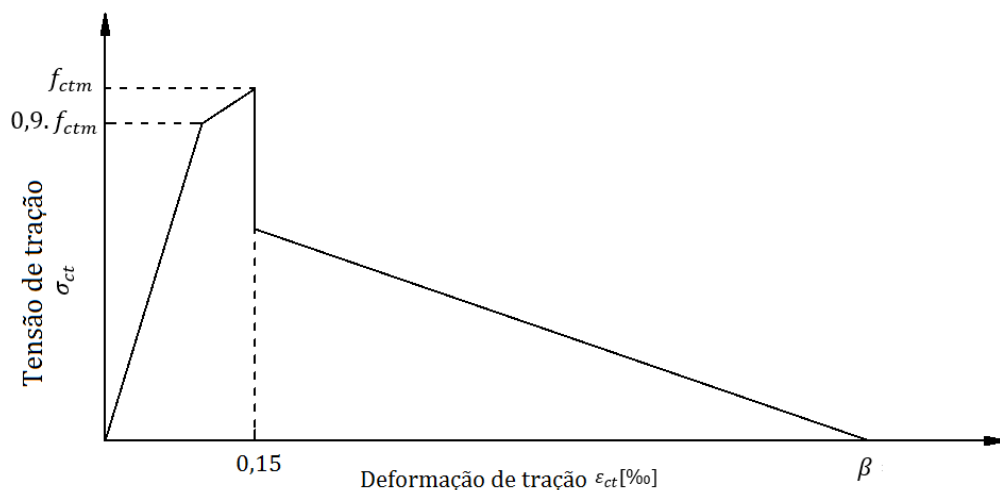


Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado após a fissuração. Fonte: Adaptado do Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), com base em Hinton (1988).

3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO

No presente trabalho foi utilizado um modelo elastoplástico com diagrama tensão-deformação bilinear para representar o comportamento do aço. No modelo de elementos finitos para armadura incorporada, considera-se que as barras de armadura resistem apenas a esforços normais na direção tangente de seu eixo e, portanto, deve ser utilizado um modelo constitutivo uniaxial para este material. Para os aços do tipo A, com patamar de escoamento bem definido, adota-se um modelo elastoplástico perfeito, de forma que o primeiro trecho do diagrama tem inclinação igual ao módulo de elasticidade do aço, E_s , até atingir a tensão de escoamento f_y , tendo o segundo trecho, inclinação nula. Já para os aços do tipo B, o modelo é elastoplástico com endurecimento linear, e o segundo trecho apresenta inclinação de acordo com o módulo tangente E_{ts} , cujo valor é igual a 5% do módulo E_s , conforme indicado por Real (2000, p.82). Este comportamento é definido pelas equações (33) e (34) e está representado na figura 3.4.

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (33)$$

$$\sigma_s = E_{ts} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \text{ para } \varepsilon_s > \varepsilon_y \quad (34)$$

Sendo:

σ_s = Tensão no aço;

ε_s = Deformação no aço;

ε_y = Deformação correspondente à tensão de escoamento;

E_s = Módulo de elasticidade do aço;

E_{ts} = Módulo de elasticidade tangente do aço.

Nestas equações, para aços do tipo A, adota-se $E_{ts} = 0$, enquanto para o tipo B, $E_{ts} = 0,05 \cdot E_s$.

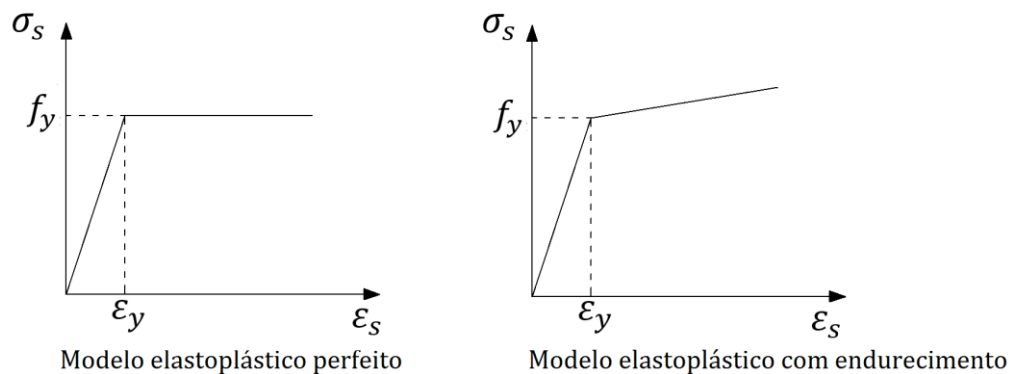


Figura 3.4 – Diagrama tensão-deformação para o aço.

Fonte: Elaboração do autor, 2016.

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é uma das ferramentas mais utilizadas atualmente para resolver problemas físicos em análises de engenharia. Estes problemas, em geral, envolvem uma estrutura real ou componentes estruturais submetidos a um carregamento, e sua solução requer que sejam admitidas algumas premissas a fim de possibilitar a tradução em equações que governem o modelo matemático (BATHE, 1996).

O princípio básico deste método consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de elementos interligados entre si por nós em suas extremidades, de maneira a formar uma malha de elementos que se comporte de forma semelhante ao meio contínuo original. No modelo de deslocamentos, arbitra-se o campo de deslocamentos de cada elemento em função dos deslocamentos nodais para que, desta forma, a interação das componentes de tensão seja substituída pela interação de forças nodais entre os elementos. Assim, substitui-se o equilíbrio infinitesimal que se consideraria para o meio contínuo pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, o que implica na resolução de equações de equilíbrio algébricas, e não mais diferenciais. A partir destas equações, escritas para cada elemento, obtém-se um sistema de equações para a malha de elementos finitos, que, através da introdução das condições de contorno, permite a solução do problema em termos de deslocamentos nodais (SORIANO e LIMA, 2003, p. 4). Assim, de posse do vetor de deslocamentos nodais são calculados os deslocamentos em pontos genéricos dos elementos finitos, através de polinômios interpoladores, obtendo-se o vetor de deslocamentos dos elementos. Com este vetor, torna-se possível obter as tensões e deformações no interior dos elementos, através da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

Este tipo de análise permite a consideração do comportamento não-linear dos materiais. Como afirmado anteriormente, o concreto, devido à sua natureza heterogênea, entre outros fatores, apresenta uma resposta em termos de relação tensão-deformação altamente não-linear quando submetido a um carregamento externo. Assim sendo, a aplicação do método dos elementos finitos para análise de estruturas de concreto resulta em um sistema de equações não-lineares, fazendo-se necessário lançar mão de um método numérico para solução.

Um dos métodos numéricos mais eficientes para esta situação é o Método de Newton-Raphson. Este método apresenta convergência bastante eficaz e foi utilizado nas análises realizadas neste trabalho por já estar implementado no software ANSYS. Sua formulação consiste em um processo iterativo e incremental – aplica-se em cada etapa um incremento de carga, sendo calculado o respectivo incremento de deslocamento de maneira iterativa, até que seja atingida a convergência dos deslocamentos. Verificada esta convergência, um novo incremento de carga é feito, repetindo-se o processo iterativo até que não seja mais possível equilibrar as forças aplicadas com os esforços internos no material, não havendo convergência e caracterizando assim a ruptura da estrutura. As equações (35) a (38) representam sua formulação, conforme apresentado por Stramandinoli (2007, p. 91), sendo a equação (35) aquela que representa o princípio fundamental do método dos elementos finitos.

Para uma determinada iteração “i”, calcula-se:

$$[K]_{i-1}\{\Delta U\}_i = \{\Psi\}_{i-1} \quad (35)$$

$$\{\Psi\}_{i-1} = \{F_e\} - \{R\}_{i-1} \quad (36)$$

Onde:

$[K]_{i-1}$ = Matriz de rigidez da iteração “i-1”;

$\{\Delta U\}_i$ = Vetor de incremento de deslocamentos;

$\{\Psi\}_{i-1}$ = Vetor de forças residuais;

$\{F_e\}$ = Vetor de forças externas;

$\{R\}_{i-1}$ = Vetor de esforços internos.

Ao final do processo iterativo, calcula-se o vetor de deslocamentos para a respectiva iteração, $\{U\}_i$, através da equação:

$$\{U\}_i = \{U\}_{i-1} + \{\Delta U\}_i \quad (37)$$

Com os deslocamentos, calculam-se as deformações, tensões, o vetor de esforços internos, $\{R\}_i$, e a nova matriz de rigidez, $[K]_i$. O novo vetor de forças residuais, $\{\Psi\}_i$, é determinado a partir do vetor de esforços internos, $\{R\}_i$, a partir da equação (18):

$$\{\Psi\}_i = \{F_e\} - \{R\}_i \quad (38)$$

A solução do processo tem por finalidade reduzir o vetor de forças residuais e, conseqüentemente, o vetor $\{\Delta U\}$ a um valor muito próximo de zero (de acordo com uma determinada tolerância). Na primeira iteração de cada etapa, adota-se:

$[K]_0$ = Matriz de rigidez da última iteração da etapa anterior;

$\{\Psi\}_0 = \{\Delta F_e\}$ = Incremento de carregamento externo;

$\{U\}_0$ = Vetor de deslocamentos da última iteração da etapa anterior;

E o vetor de forças externas é dado pela equação (39):

$$\{F_e\} = \{F_{e-1}\} + \{\Delta F_e\} \quad (39)$$

Como é possível observar na equação (35), a matriz de rigidez é atualizada a cada iteração, o que caracteriza o Método de Newton-Raphson puro (padrão). Esta situação demanda maior esforço computacional, porém conduz a uma convergência bastante rápida. Como alternativa, existe o Método de Newton-Raphson modificado onde a matriz de rigidez é mantida constante para todas as etapas, ou seja, utiliza-se a matriz de rigidez elástica. Esta situação também está implementada no software ANSYS, porém conduz a um número significativamente superior de iterações necessárias para que se atinja o equilíbrio. Nas análises realizadas no presente estudo, foi empregado o Método de Newton-Raphson puro. Este processo está ilustrado graficamente, para um caso genérico de um grau de liberdade, na figura 4.1.

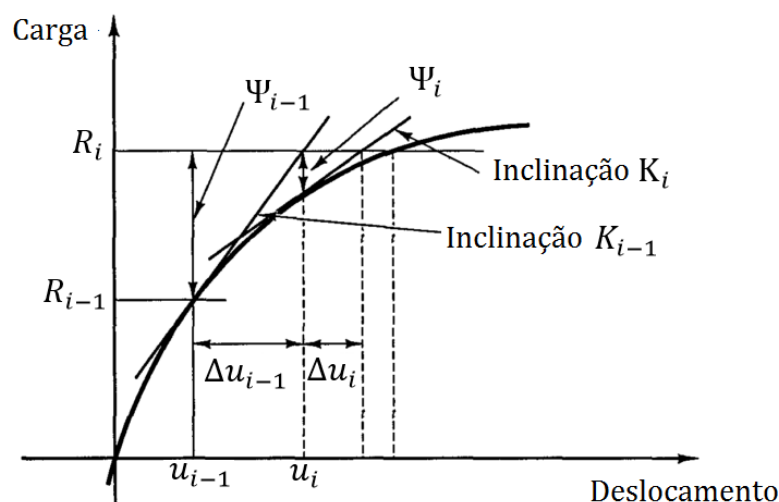


Figura 4.1 – Ilustração do processo iterativo de Newton-Raphson para um sistema com um grau de liberdade. Fonte: Adaptado de Bathe (1996).

4.2 O SISTEMA ANSYS

O software ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*) tem sua origem na década de 1970 e representa uma plataforma de cálculo para simulação numérica através do método dos elementos finitos. Este sistema, que tem sido largamente utilizado em pesquisas e publicações acadêmicas, permite que sejam feitas análises estáticas e dinâmicas no campo estrutural, de fluidos, transferência de calor, eletromagnetismo, entre outros. Para análises estruturais, o programa apresenta duas interfaces, o sistema *workbench*, mais intuitivo e desenvolvido sob o ponto de vista gráfico, e o sistema APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que, apesar de sua simplicidade gráfica, possibilita maior controle do usuário sobre a simulação numérica.

Assim sendo, devido à sua larga aceitação entre o meio acadêmico, o programa ANSYS, versão 15.0, foi utilizado no presente trabalho para a criação dos modelos numéricos, através do sistema APDL. De maneira simplificada, uma análise estrutural através deste software é dividida em três etapas – *Preprocessor*, *Solution* e *Postprocessor*, que correspondem ao pré-processamento, solução e pós-processamento, respectivamente. Na primeira etapa, a estrutura é modelada e discretizada, sendo definida sua geometria, os elementos finitos a serem utilizados, as constantes envolvidas no problema e os materiais associados à estrutura. Já na parte de solução, são definidas as cargas atuantes na estrutura, suas condições de contorno e o tipo de análise a ser realizada, seja ela estática, dinâmica, linear, não-linear, etc. Finalmente, na etapa de pós-processamento, são apresentados os resultados obtidos através da análise.

Além disso, o sistema ANSYS apresenta duas ferramentas fundamentais para o desenvolvimento deste estudo. A primeira, denominada UPF (*User Programmable Features*), trata-se de uma ferramenta de customização que permite a introdução de um novo modelo de material ou de um novo elemento finito no sistema, programado pelo usuário em linguagem FORTRAN (*Formula Translation System*). Essa rotina de cálculo deve ser compilada e associada ao sistema principal para que seja possível realizar análises através do ANSYS utilizando os modelos programados, e foi utilizada aqui para a modelagem do comportamento do concreto. A segunda é relativa à análise probabilística de estruturas, denominada *Probabilistic Design*. Este recurso permite que o usuário realize tal análise através de dois métodos – o Método de Monte Carlo, aplicado neste estudo, e o Método da Superfície de Resposta. A principal vantagem da utilização desta ferramenta é a automatização do processo

de execução das simulações de Monte Carlo e de geração de valores aleatórios para as variáveis envolvidas nos problemas.

4.3 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

4.3.1 Elemento para o concreto

Para a modelagem do concreto foi utilizado o elemento finito BEAM189, um elemento de viga quadrático com três nós e seis graus de liberdade por nó, sendo translações nas direções x , y e z , e rotações em torno dos mesmos eixos. Além destes, um sétimo grau de liberdade pode ser ativado, que representa o empenamento da seção transversal. Este elemento é adequado para estruturas de barras finas e moderadamente grossas, podendo ser utilizado tanto para análises lineares quanto para análises não-lineares que envolvam grandes deslocamentos e rotações. Além disso, baseia-se na teoria da viga de Timoshenko, de forma que os efeitos de deformação por cisalhamento são considerados (ANSYS, 2016). A geometria, o sistema de coordenadas e as posições dos nós para este elemento são exibidas na figura 4.2.

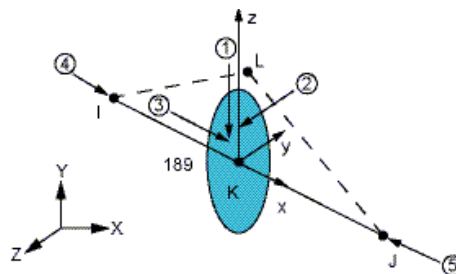


Figura 4.2 – Geometria, sistema de coordenadas e posições dos nós para o elemento BEAM189. Fonte: ANSYS, 2016.

O elemento em questão permite a caracterização exata da seção transversal, cujos detalhes devem ser fornecidos pelo usuário através dos comandos SECTYPE e SECDATA, podendo inclusive ser especificado mais de um material para a seção transversal do elemento. Um dado importante que deve ser especificado pelo usuário é o número de regiões de integração em que a seção transversal será dividida. Cada elemento finito conta com duas seções de integração, e cada região apresenta quatro pontos de integração. Por padrão, as seções de integração são divididas em quatro regiões com quatro pontos de integração cada, de forma que cada seção conta com 16 pontos de integração, e cada elemento, com 32, conforme indicado na figura 4.3. Entretanto, um maior refinamento na discretização da seção transversal conduz a um número

maior de pontos de integração e, conseqüentemente, maior precisão na solução. Neste trabalho, foi utilizada a opção padrão do ANSYS, ou seja, quatro regiões de integração por seção, de forma a obter 16 pontos de integração por seção e 32 pontos de integração em cada elemento.

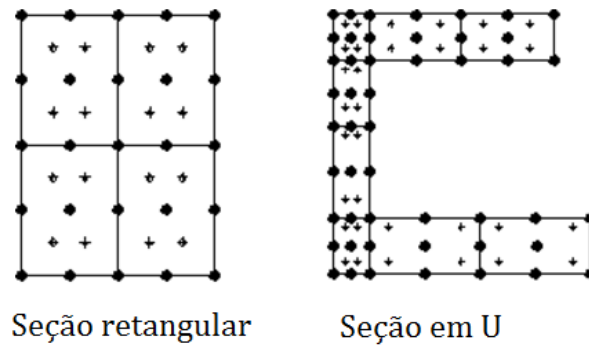


Figura 4.3 – Indicação dos nós e pontos de integração na seção transversal do elemento.

Fonte: Adaptado de ANSYS, 2016.

Além disso, este elemento considera a possibilidade da variação nas propriedades de inércia da seção transversal como uma função da deformação longitudinal. Por padrão, a área da seção varia dentro de um limite a preservar o volume da estrutura, mesmo após a deformação, e este padrão é adequado para análises elastoplásticas, tendo sido utilizado no presente estudo. Entretanto, a seção transversal pode ser considerada rígida através do comando KEYOPT(2).

As equações (40) a (46) representam as funções que fornecem os deslocamentos, rotações e variações de temperatura no elemento BEAM189 (ANSYS, 2016), sendo "s" a coordenada local conforme indicado na figura 4.4.

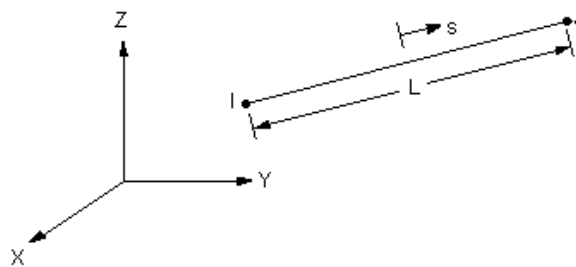


Figura 4.4 – Elemento finito linear BEAM 189.

Fonte: Adaptado de ANSYS, 2016.

$$u = \frac{1}{2} [u_i \cdot (-s + s^2) + u_j (s + s^2)] + u_k (1 - s^2) \quad (40)$$

$$v = \frac{1}{2} [v_i \cdot (-s + s^2) + v_j (s + s^2)] + v_k (1 - s^2) \quad (41)$$

$$w = \frac{1}{2} [w_l \cdot (-s + s^2) + w_j(s + s^2)] + w_k(1 - s^2) \quad (42)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} [\theta_{x_l} \cdot (-s + s^2) + \theta_{x_j}(s + s^2)] + \theta_{x_k}(1 - s^2) \quad (43)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2} [\theta_{y_l} \cdot (-s + s^2) + \theta_{y_j}(s + s^2)] + \theta_{y_k}(1 - s^2) \quad (44)$$

$$\theta_z = \frac{1}{2} [\theta_{z_l} \cdot (-s + s^2) + \theta_{z_j}(s + s^2)] + \theta_{z_k}(1 - s^2) \quad (45)$$

$$T = \frac{1}{2} [T_l(-s + s^2) + T_j(s + s^2)] + T_k(1 - s^2) \quad (46)$$

A equação (46) representa a variável utilizada para representar um gradiente de temperatura, que pode variar tanto na seção transversal quanto ao longo do comprimento do elemento finito. Este parâmetro não foi utilizado nas análises realizadas neste trabalho, visto que não houve consideração da variação de temperatura nos pilares estudados. Por fim, destaca-se que elemento BEAM189 é compatível com o elemento REINF264, que será descrito na seção a seguir e funciona como um reforço na seção transversal, tendo sido utilizado no presente estudo para representar as barras de armadura incorporada nas estruturas de concreto armado.

4.3.2 Elemento para a armadura

Em uma análise por elementos finitos de estruturas de concreto armado, a armadura pode ser introduzida através de três modelos distintos: distribuído, discreto ou incorporado. No modelo distribuído, considera-se a armadura uniformemente distribuída no elemento de concreto, com aderência perfeita entre o aço e o concreto. No caso discreto, a armadura é representada por elementos unidimensionais, como barras de treliça plana, conectadas à malha de elementos finitos de concreto através de seus nós de extremidade. Portanto, para que haja compatibilidade total de deslocamentos, o elemento finito usado para o concreto deve ser linear, pois o campo de deslocamentos do elemento tipo treliça é linear. Finalmente, no modelo incorporado, a armadura é introduzida como uma linha de material mais rígido no interior do elemento de concreto, que resiste apenas a esforços axiais e considera-se aderência perfeita entre o aço e o concreto. Assim, os deslocamentos da armadura coincidem com os do elemento de concreto que o envolve, resultando em um único campo de deslocamentos (REAL, 2000).

A grande dificuldade na utilização do modelo discreto reside no fato de a disposição da armadura estar limitada pela malha de elementos de concreto, pois os nós das barras devem coincidir com os nós dos elementos de concreto. Este fator conduz a malhas muito mais refinadas, acarretando em maior custo computacional para a solução dos problemas. De maneira oposta, no modelo incorporado, a possibilidade de as barras de aço assumirem posições arbitrárias dentro do elemento de concreto representa um grande atrativo a sua utilização, pois desta forma não há a necessidade de maior refinamento da malha para introdução da armadura.

Assim sendo, no presente estudo, optou-se por utilizar a armadura em um modelo incorporado. No ANSYS, o elemento finito compatível com o elemento BEAM189 que representa armadura incorporada é o REINF264. Este elemento pode ser utilizado como reforço para elementos de viga (BEAM), sólidos (SOLID) e de casca (SHELL). Como mencionado anteriormente, admite-se aderência perfeita entre o aço e o concreto, não havendo movimento relativo entre os elementos.

O elemento REINF264 deve ser inserido em todos os elementos de concreto que possuam barras de armadura, e apresenta apenas rigidez uniaxial, resistindo a esforços de tração ou compressão. Além disso, admite a utilização de modelos de plasticidade para grandes deformações e deflexões. A figura 4.5 apresenta o sistema de coordenadas para o REINF264 e sua geometria, quando o elemento base é do tipo BEAM de três nós. Já a figura 4.6 indica a representação gráfica, no software ANSYS, de um elemento BEAM189 com a utilização do REINF264 como reforço, simulando barras de armadura em um elemento de concreto.

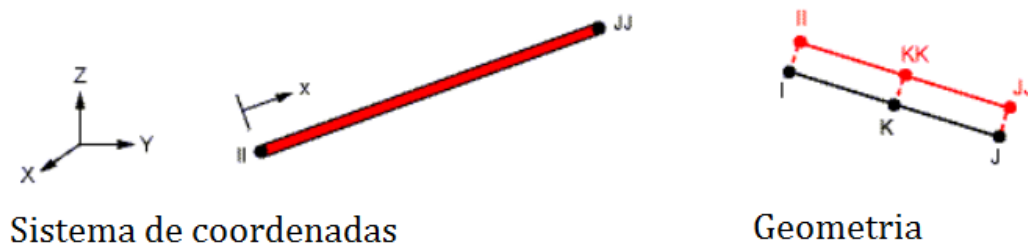


Figura 4.5 – Sistema de coordenadas e geometria do elemento REINF264.

Fonte: Adaptado de ANSYS, 2016.

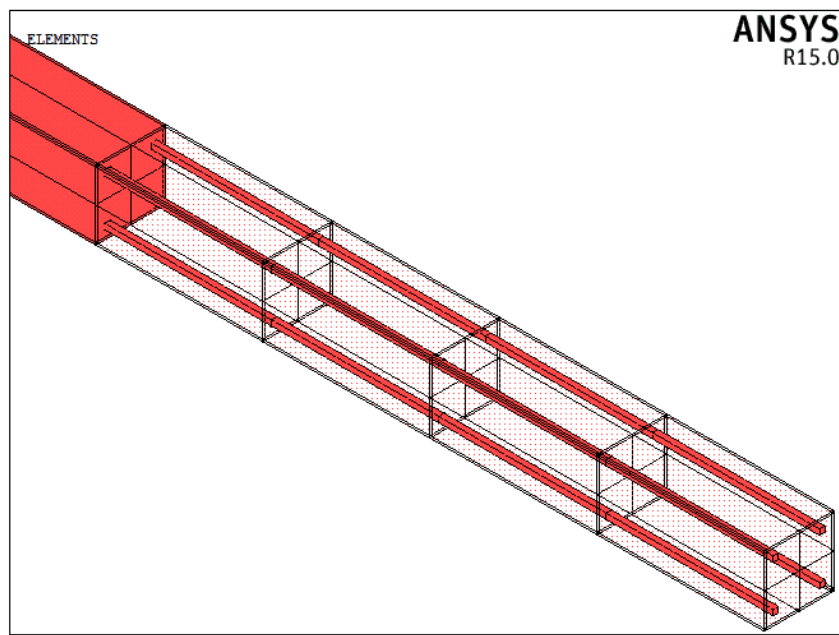


Figura 4.6 – Representação do elemento REINF264 associado a um elemento BEAM189.
 Fonte: *Print screen* do software ANSYS a partir de programação do autor, 2016.

4.4 MODELAGEM DO CONCRETO

Como mencionado anteriormente, para introdução do modelo constitutivo do concreto, foi utilizada a ferramenta UPF (*User Programmable Features*) do ANSYS. Dentro da biblioteca interna do ANSYS, além dos elementos finitos, existem também alguns modelos constitutivos de materiais já programados que o usuário pode utilizar na sua análise. Dentre estes, o *software* disponibiliza um modelo para o concreto, baseado no critério de ruptura de Willam-Warnke. Entretanto, este material só é compatível com o elemento do tipo SOLID65 (ANSYS, 2016), que, por sua vez, não permite a utilização de armadura incorporada, sendo necessária a utilização de um modelo discreto para representar as barras de aço, resultando em modelagem mais complexa, malhas mais refinadas e, conseqüentemente, maior custo computacional.

Por conseguinte, para possibilitar a análise de estruturas de concreto armado utilizando elementos BEAM em conjunto com elementos REINF para representar a armadura incorporada, é necessário introduzir um novo modelo de material ao sistema ANSYS. Assim, através do recurso UPF, foi possível desenvolver uma rotina de cálculo baseada no modelo constitutivo elastoplástico apresentado no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) para o concreto. Esta implementação é feita através da rotina USERMAT (*User Material Routine*), que integra o

sistema de customização do ANSYS e utiliza a linguagem de programação FORTRAN (*Formula Translation System*).

A rotina de cálculo USERMAT é dividida em quatro sub-rotinas, USERMAT1D para elementos de barra de treliça, do tipo LINK, USERMAT3D para elementos tridimensionais (SOLID), USERMATBM para elementos de viga (BEAM) e USERMATPS para elementos sob estado plano de tensão, tipo PLANE. A rotina principal apenas identifica o caso em que o modelo analisado se enquadra, chamando sua sub-rotina correspondente (ANSYS, 2016).

No presente estudo, a programação foi realizada dentro da USERMATBM, por ser esta sub-rotina utilizada para o elemento adotado para representar o concreto (BEAM189). A USERMAT é chamada pelo ANSYS para cada ponto de integração do elemento, em cada processo de iteração de Newton-Raphson, e sua interação com o ANSYS pode ser dada de duas formas principais. Na primeira, que foi a forma adotada neste trabalho, a USERMAT recebe os valores de tensões e deformações, atualiza de acordo com o modelo constitutivo programado e devolve os valores atualizados para a continuidade do processamento do modelo. Neste caso, a integração de tensões na seção transversal é feita dentro do próprio ANSYS. A segunda forma de interação se dá com o software principal fornecendo à rotina externa os valores de deformações generalizadas na seção (curvaturas e deformação axial), sendo papel da USERMAT devolver as tensões generalizadas (momentos e esforço normal resistente da seção). Neste caso, a integração de tensões deve ser realizada dentro da rotina externa programada pelo usuário.

Para que o sistema UPF esteja disponível ao usuário, no momento da instalação do software ANSYS, deve ser ativada a opção de instalação dos arquivos de customização, *ANSYS Customization Files*, que, por padrão, está desativada, conforme indica a figura 4.7. Com isso, são adicionados à instalação todos os arquivos necessários à customização do sistema, incluindo uma rotina USERMAT já programada com o modelo elastoplástico bilinear, que corresponde ao modelo BISO já incluído na biblioteca do programa. Esta rotina, em geral, serve de base para o usuário compreender sua estrutura e representa um ponto de partida para a programação de um novo modelo.

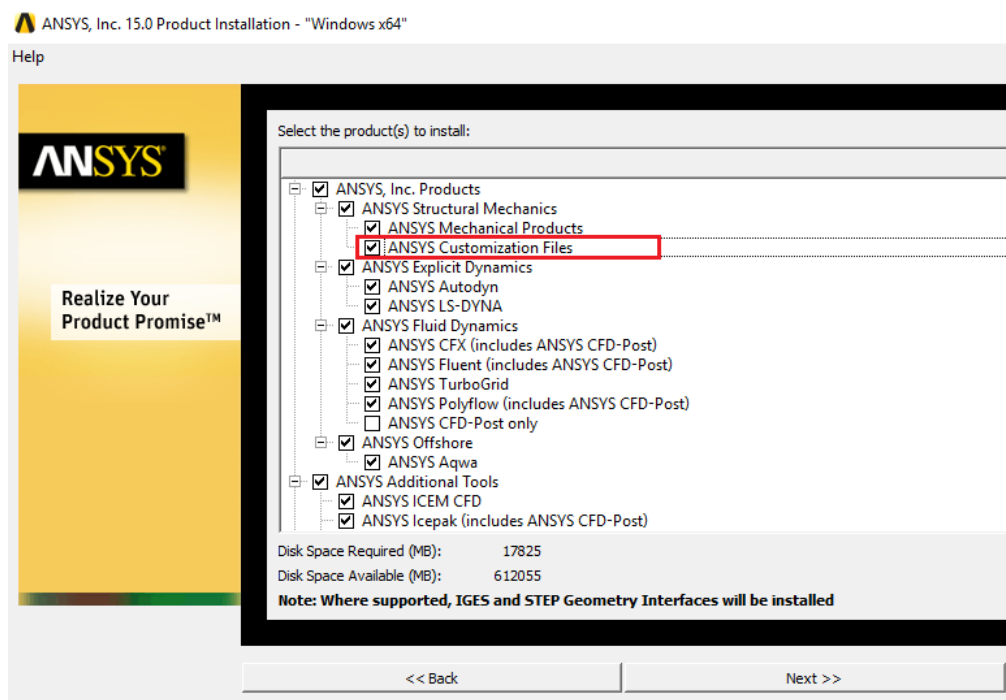


Figura 4.7 – Opção a ser ativada para instalação das ferramentas de customização do ANSYS.
 Fonte: *Print screen* da aplicação no sistema Windows 10, 2016.

Além disso, feita a programação da USERMAT, para que esta rotina se comunique de maneira adequada com o ANSYS, é necessário que seja adicionada uma variável de ambiente ao sistema operacional, denominada `ANS_USER_PATH`, contendo o diretório da rotina programada. Neste diretório, além da rotina USERMAT, deve ser incluído o arquivo `ANSUSERSHARED.bat`, que faz parte da biblioteca de arquivos incluída na instalação quando é ativada a opção de customização do sistema. Este arquivo, por padrão, encontra-se no caminho `C:\Program Files\ANSYS Inc\v150\ansys\custom\user\winx64`. Após, a rotina USERMAT deve ser compilada através de um compilador correspondente à linguagem de programação utilizada (neste caso, FORTRAN). Para tal, deve-se executar o compilador e acessar o diretório que contém os arquivos a serem compilados. Dentro do compilador, deve ser executado o arquivo `ANSUSERSHARED.bat`, a partir do qual será inserido o nome da rotina a ser compilada (USERMAT). Desta forma, são criados diversos arquivos dentro do respectivo diretório que servirão para a configuração do sistema ANSYS com a rotina externa. Feito isso, ao executar o software, devem ser exibidas as mensagens “*This ANSYS version was linked by Licensee*” e “*User Link path (ANS_USER_PATH): (diretório)*”, onde (diretório) corresponde ao caminho da pasta contendo os arquivos compilados. Isto indica que a conexão entre o sistema principal e a rotina programada foi feita sucessivamente, conforme exibido na figura 4.8.

```

Mechanical APDL 15.0 Output Window
STOP FILE MODE           = READ
GRAPHICS DEVICE REQUESTED = win32
GRAPHICAL ENTRY          = YES
LANGUAGE                  = en-us
INITIAL DIRECTORY = C:\Mestrado\Dissertaçãõ\TESTES\2016-06-13 - Teste comportamento uniaxial

User Link path (ANS_USER_PATH): C:\UsermatPR

00575084      VERSION=WINDOWS x64      RELEASE= 15.0.7 Maintenance Release UP20140420
CURRENT JOBNAME=teste 12:01:23  AUG 12, 2016 CP=      0.906
Note - This ANSYS version was linked by Licensee

/SHOW SET WITH DRIVER NAME= WIN32      , RASTER MODE, GRAPHIC PLANES = 8

RUN SETUP PROCEDURE FROM FILE= C:\Program Files\ANSYS Inc\v150\ANSYS\apdl\start150.ans

/INPUT FILE= menust.tmp  LINE=      0

/INPUT FILE= C:\Program Files\ANSYS Inc\v150\ANSYS\apdl\start150.ans  LINE=      0
ACTIVATING THE GRAPHICAL USER INTERFACE (GUI). PLEASE WAIT...

CUTTING PLANE SET TO THE WORKING PLANE

PRODUCE NODAL PLOT IN DSYS= 0
TURN OFF WORKING PLANE DISPLAY

```

Figura 4.8 – Mensagens exibidas indicando linkagem do sistema com USERMAT.
 Fonte: *Print screen* da aplicação no sistema Windows 10, 2016.

Tendo sido feita a programação da rotina, conforme o modelo constitutivo elastoplástico apresentado no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), e realizados os procedimentos descritos acima, a rotina foi testada, para verificação do comportamento uniaxial do concreto através da criação de modelos simplificados no ANSYS. Primeiramente, foi modelada uma barra, utilizando o material programado, com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ (portanto, $f_{cm} = 38 \text{ MPa}$) engastada em uma extremidade e submetida à compressão centrada na outra, traçando-se um gráfico cujo eixo vertical corresponde à tensão aplicada no material, e o eixo horizontal, ao deslocamento na extremidade livre. Após, a mesma barra foi submetida à tração, traçando-se gráfico semelhante. O resultado para a barra comprimida corresponde à figura 4.9, enquanto a figura 4.10 indica o gráfico para a barra tracionada.

No gráfico correspondente à barra comprimida, o ramo linear descendente final representa o trecho a partir do qual a deformação no concreto superou o valor máximo para a deformação de compressão, $\varepsilon_{c,lim}$. Nesse momento, as tensões são zeradas e a solução passa a não convergir mais, pois o modelo não possui condições de equilibrar as forças externas. Já no gráfico que indica tração, o ramo linear descendente final representa o fenômeno de enrijecimento à tração (*tension stiffening*). Neste caso, a tensão vai sendo reduzida até atingir zero, correspondendo ao valor máximo de deformação para o qual ainda é considerada a contribuição do concreto entre as fissuras para a resistência à tração.

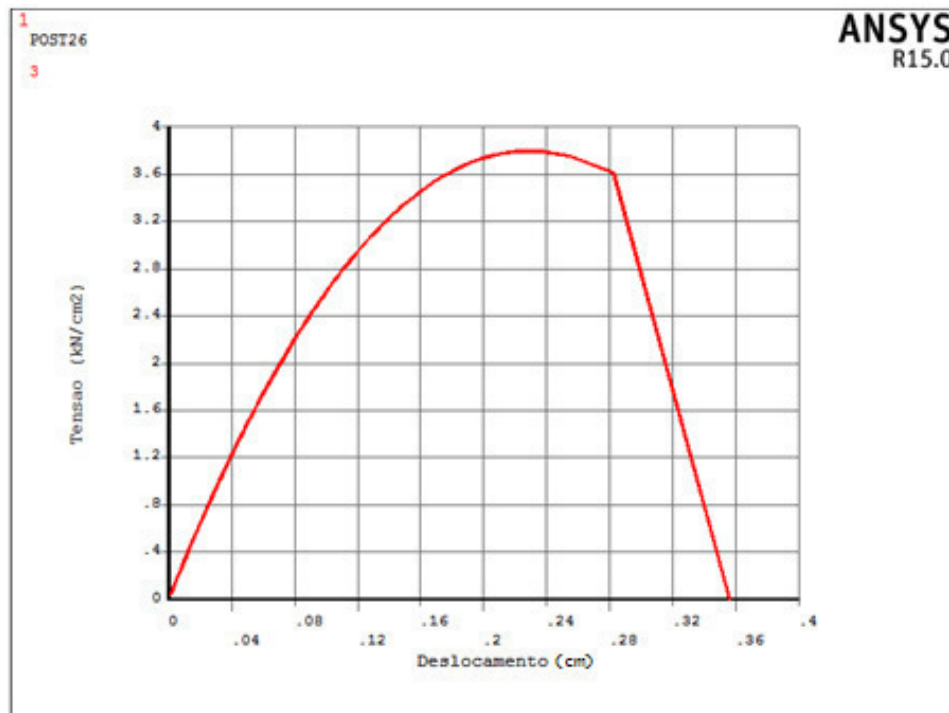


Figura 4.9 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a compressão.
Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

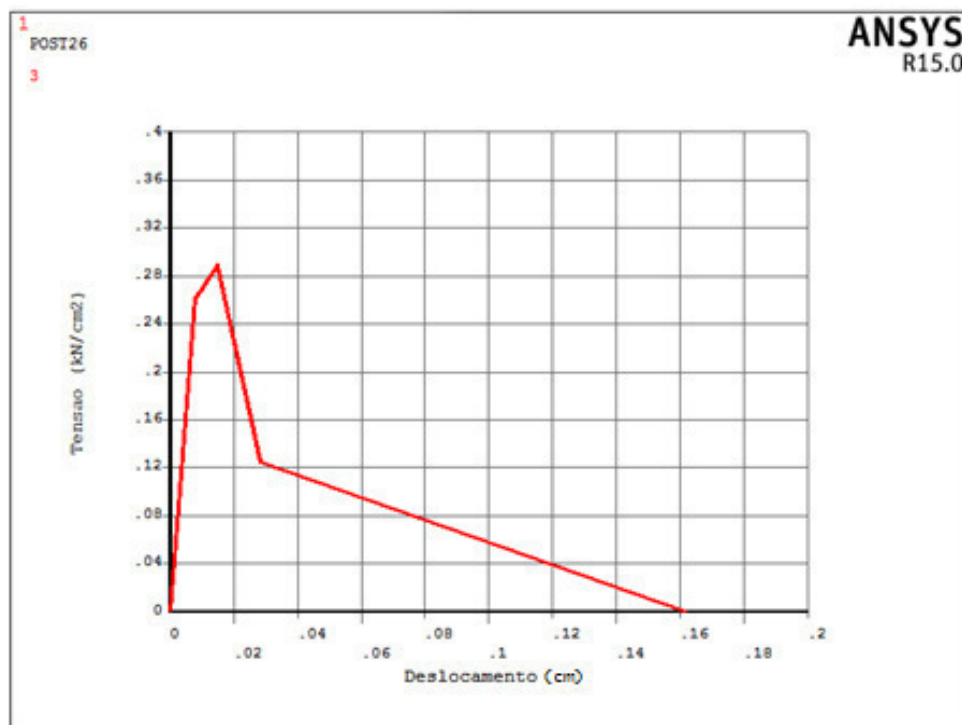


Figura 4.10 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a tração.
Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

Embora as figuras 4.9 e 4.10 representem gráficos tensão-deslocamento e não tensão-deformação, é possível compará-los com os diagramas constitutivos apresentados no Código

Modelo *fib* 2010 (2012) para o comportamento do uniaxial do concreto (figuras 3.1 e 3.3). Desta forma, observa-se que o formato dos gráficos coincide de forma satisfatória, o que representa um indício de uma programação adequada.

Ademais, para caracterizar a natureza elastoplástica do concreto, foi também implementado na programação do modelo constitutivo o comportamento para o material submetido à descarga, tanto no caso da compressão quanto na tração. Para a compressão, foi considerado que o processo de descarga se dá através de uma reta cuja inclinação é o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}). Desta forma, mesmo após a descarga, observa-se que o concreto apresenta deformações plásticas irreversíveis. Esta situação pode ser analisada no gráfico tensão-deslocamento apresentado na figura 4.11. Já para o comportamento elastoplástico relativo à tração foi estabelecido que a reta de descarga atinge a origem do gráfico, conforme o proposto por Hinton (1988). O gráfico tensão-deslocamento da figura 4.12 indica esta condição.

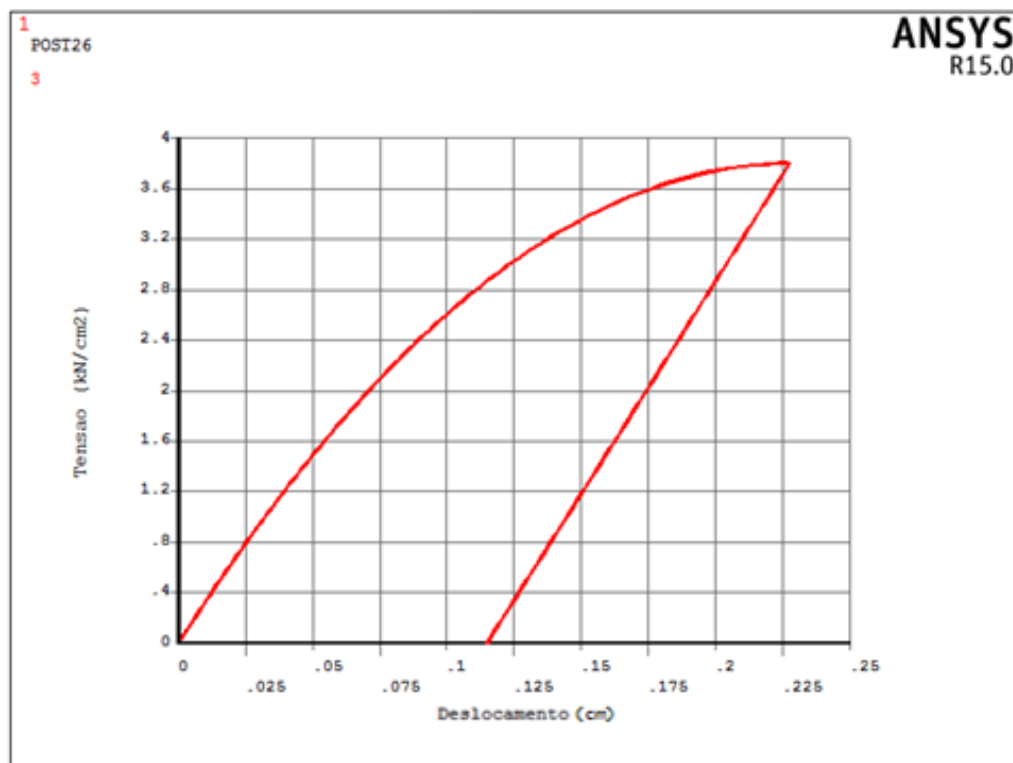


Figura 4.11 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a compressão com descarga. Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

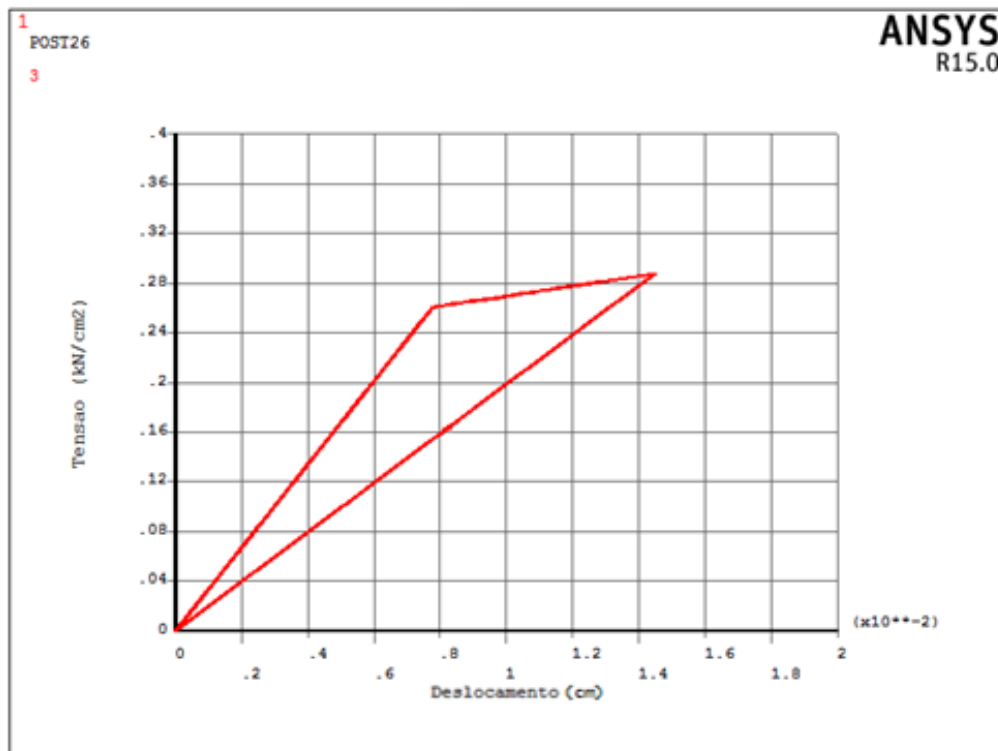


Figura 4.12 – Gráfico tensão x deslocamento para a barra submetida a tração com descarga.
Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

Para a utilização do material programado pelo usuário, é necessário que os dados sejam fornecidos ao ANSYS através de scripts. Os comandos utilizados a fim de atribuir o material programado pelo usuário são TB,USER; TB,TEMP e TB,DATA. O primeiro, informa ao programa o número de identificação do material, o número de temperaturas para as quais serão fornecidas as propriedades do material e o número de constantes que serão atribuídas a cada temperatura. O comando TB,TEMP informa para qual temperatura se está fornecendo os dados, e finalmente, TB,DATA é utilizado para atribuir as propriedades do material para a temperatura em questão. Na rotina programada no presente trabalho, as constantes que devem ser informadas para a utilização do material são: f_{ck} do concreto em MPa; ν_c (coeficiente de Poisson do concreto) e α_E (constante indicando o tipo de agregado utilizado). Todas as demais propriedades do material são determinadas partir destas três. A figura 4.13 ilustra um exemplo de script para introdução destas informações.


```

!-----
! CONCRETO - MATERIAL 1
!-----
! MATERIAL DEFINIDO PELO USUÁRIO
!-----
tb,user,1,1,3          !Definido material 1, 1 temperatura e 3 constantes por temperatura
tbtemp,1.0            !Primeira (e unica) temperatura
tbdata,1,30,0.2,1     !3 constantes do material para a primeira temperatura:
                      !Sendo: fck (MPa); v (Poisson) e alfae (Constante agregado)

```

Figura 4.13 – Exemplo de script para inserção de dados no ANSYS para o material programado pelo usuário. Fonte: *Print screen* de script elaborado pelo autor, 2016.

4.5 MODELAGEM DO AÇO

Neste trabalho, foi utilizado um modelo uniaxial para o comportamento do aço, tendo em vista que em peças de concreto armado, as barras de armadura têm a finalidade de absorver apenas esforços axiais. Para as análises aqui realizadas, foram modeladas apenas as barras correspondentes à armadura longitudinal, devido à natureza das situações estudadas. Portanto, o modelo elasto-plástico bilinear BISO já disponível na biblioteca interna do ANSYS foi empregado para representar este material. Este modelo corresponde de maneira satisfatória ao modelo constitutivo apresentado para o aço no item 3.2, tendo sido utilizado tanto para os aços cujo patamar de escoamento é bem definido (caso elasto-plástico perfeito), quanto para os aços com tensão de escoamento convencional (modelo elasto-plástico com endurecimento).

Este comportamento também pode ser introduzido no ANSYS através dos comandos TB,BISO; TB,TEMP e TB,DATA. De maneira análoga ao caso do material programado pelo usuário, o TB,BISO informa ao programa o número de identificação do material e o número de temperaturas, enquanto TB,TEMP identifica a temperatura para a qual estão sendo indicadas as propriedades do material e, finalmente, TB,DATA tem por finalidade fornecer ao sistema as propriedades do material, sendo estas, a tensão de escoamento (f_y) e o módulo de elasticidade tangente (E_{ts}). A figura 4.14 representa um exemplo de script para introdução de um modelo elasto-plástico perfeito ($E_{ts} = 0$) e seu correspondente diagrama constitutivo.

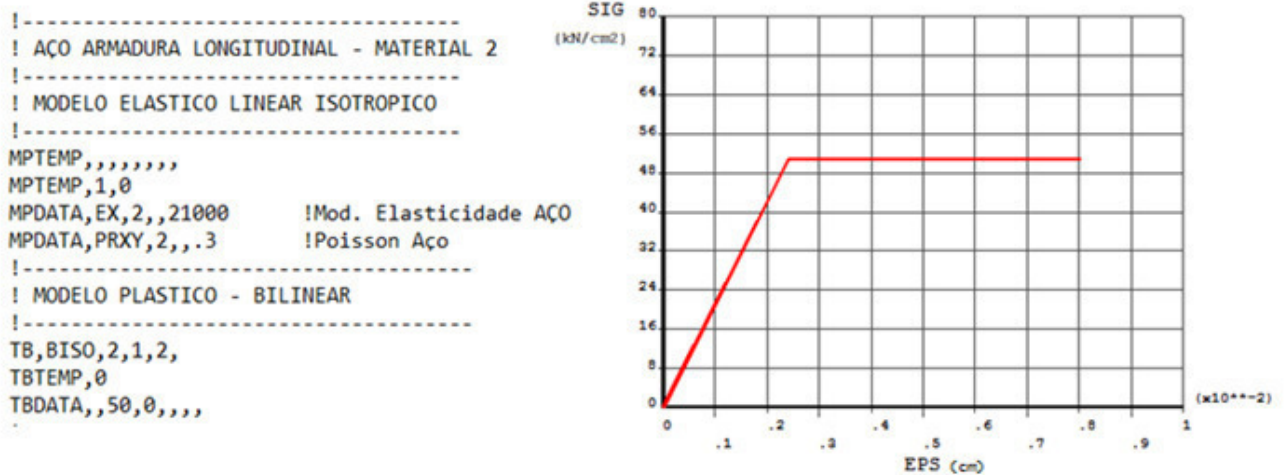


Figura 4.14 – Exemplo de script e diagrama constitutivo para material elastoplástico perfeito. Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

De maneira análoga, a figura 4.15 indica um exemplo de script de entrada de dados de um modelo elastoplástico com endurecimento ($E_{ts} \neq 0$) e seu respectivo diagrama. No caso apresentado na figura, o módulo de elasticidade tangente para consideração do segundo ramo linear ascendente, corresponde a 5% do módulo de elasticidade do aço, em conformidade com o apresentado por Real (2000).

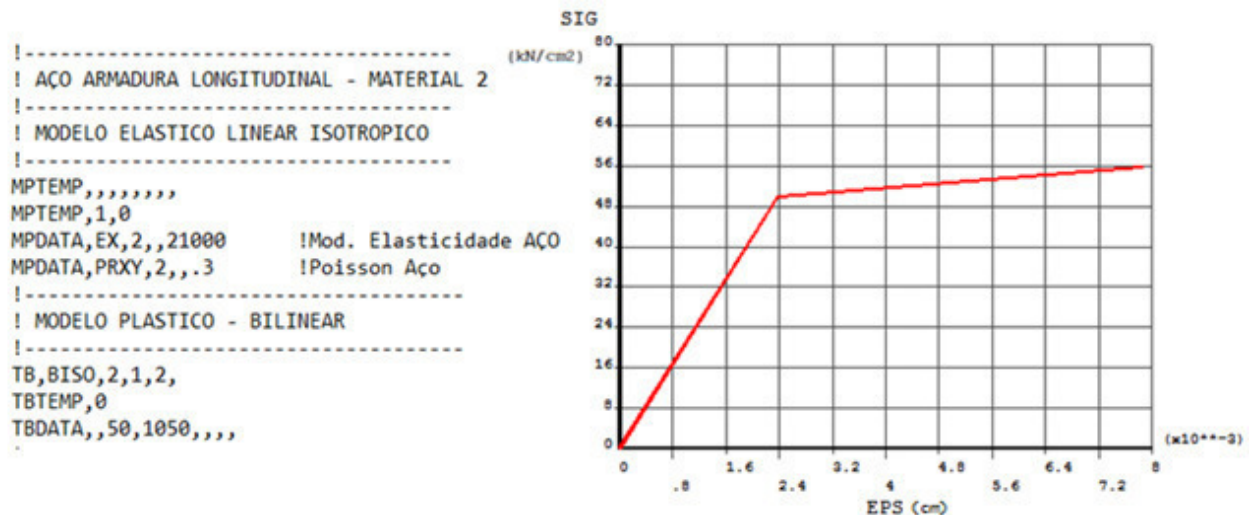


Figura 4.15 – Exemplo de script e diagrama constitutivo para material elastoplástico com endurecimento. Fonte: *Print screen* de resultados obtidos através do software ANSYS, 2016.

Através dos diagramas apresentados, torna-se possível visualizar que o comportamento programado para o aço, utilizando-se material BISO da biblioteca interna do ANSYS, corresponde adequadamente ao modelo constitutivo que foi adotado para o aço, conforme indicado no item 3.2 deste trabalho.

5 VALIDAÇÃO DO MODELO

Com o intuito de verificar a eficiência deste modelo para análise não-linear de pilares de concreto armado, foram reproduzidas as condições de ensaios experimentais apresentados na literatura técnica, possibilitando a comparação dos resultados obtidos. Ao todo, foram modelados 88 pilares, apresentados por 6 autores diferentes, cujos resultados são exibidos a seguir.

5.1 PILARES DE GOYAL E JACKSON

Goyal e Jackson (1971) realizaram ao todo 26 ensaios de pilares esbeltos de concreto armado, birrotulados e de seção transversal quadrada, com 7,62 *cm* de lado. Os pilares foram divididos em quatro grupos, variando o índice de esbeltez (λ), a área de armadura e/ou a tensão de escoamento do aço. Dentro dos grandes grupos, foram ensaiados pilares com diferentes valores de excentricidade de aplicação da carga, área de aço, tensão de escoamento do aço e resistência à compressão do concreto.

Todos os pilares foram armados com uma barra longitudinal em cada quina, com altura útil de 6,35 *cm*. Além disso, os autores, visando melhor controle dos resultados, ensaiaram pares de pilares com os mesmos valores nominais para as propriedades dos materiais e dimensões das estruturas. Assim, foi necessário modelar 13 pilares neste estudo, pois, embora nas análises experimentais tenham sido obtidos valores diferentes para os pares de pilares com a mesma propriedade, isto não ocorre em uma análise numérica determinística.

A tabela 5.1 apresenta a comparação dos valores de carga de ruptura experimental ($F_u, \text{exp.}$) com aqueles obtidos através do modelo numérico aqui empregado (F_u, modelo), bem como a relação entre estes valores. Estes dados também são apresentados graficamente na figura 5.1. As propriedades de cada pilar, como resistência média à compressão do concreto (f_{cm}), tensão de escoamento do aço (f_y), da mesma forma que o comprimento (L), o índice de esbeltez (λ), a área de aço (A_s) e o valor da excentricidade da carga (e_i) também são indicados na referida tabela.

Tabela 5.1 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Goyal e Jackson (1971).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e_i [cm]	F_u, exp [kN]	$F_u, modelo$ [kN]	$F_u, mod/F_u, exp$
<i>L=182,88 cm; As=As'=0,71 cm²; f_y=35,16 kN/cm²; λ=83</i>					
A1	1,99	3,81	33,14	35,03	1,06
A2	1,99	3,81	33,36	35,03	1,05
C1	2,33	2,54	44,48	47,29	1,06
C2	2,33	2,54	46,80	47,29	1,01
E1	2,19	1,27	66,72	65,29	0,98
E2	2,19	1,27	65,39	65,29	1,00
G1	2,22	1,91	55,38	56,84	1,03
G2	2,22	1,91	53,02	56,84	1,07
<i>L=182,88 cm; As=As'=0,5 cm²; f_y=31,02 kN/cm²; λ=83</i>					
I1	2,27	1,27	60,05	62,54	1,04
I2	2,27	1,27	57,38	62,54	1,09
K1	2,28	1,91	46,57	49,27	1,06
K2	2,28	1,91	45,59	49,27	1,08
M1	2,29	2,54	37,14	40,16	1,08
M2	2,29	2,54	37,01	40,16	1,08
<i>L=121,92 cm; As=As'=0,5 cm²; f_y=31,02 kN/cm²; λ=55</i>					
O1	2,36	1,27	82,29	91,17	1,11
O2	2,36	1,27	92,39	91,17	0,99
P1	2,36	1,91	64,50	71,50	1,11
P2	2,36	1,91	72,73	71,50	0,98
Q1	1,99	2,54	51,38	52,86	1,03
Q2	1,99	2,54	48,93	52,86	1,08
<i>L=274,32 cm; As=As'=0,5 cm²; f_y=31,02 kN/cm²; λ=125</i>					
R1	2,14	1,27	33,45	30,10	0,90
R2	2,14	1,27	31,14	30,10	0,97
S1	2,09	1,91	23,00	26,24	1,14
S2	2,09	1,91	24,33	26,24	1,08
T1	2,07	2,54	19,44	21,14	1,09
T2	2,07	2,54	20,55	21,14	1,03

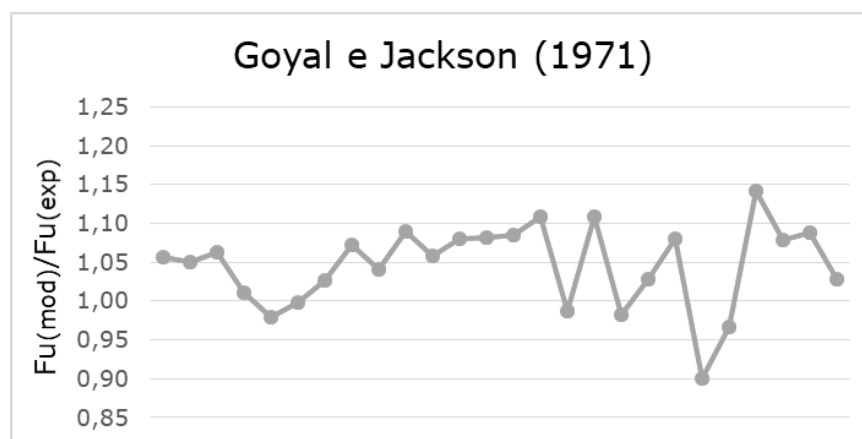
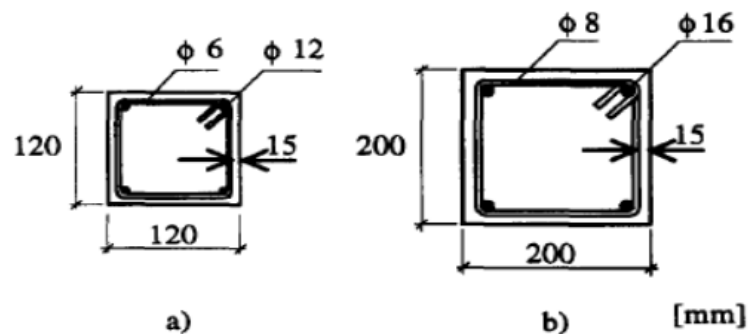


Figura 5.1 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Goyal e Jackson (1971). Fonte: Elaboração do autor, 2016.

Para este conjunto de pilares, o valor médio para a relação entre a carga de ruptura determinada pelo modelo numérico (teórica) e a carga de ruptura experimental foi de 1,046, com desvio padrão igual a 0,053. O valor mínimo foi de 0,90, e o máximo, 1,14.

5.2 PILARES DE CLAESON E GYLLTOFT

O estudo apresentado por Claeson e Gylltoft (1998) tem como foco principal os pilares de concreto de alta resistência, embora os autores apresentem dados experimentais referentes também a concretos de resistência normal, objetivando comparar os resultados. Estes pilares, sendo todos birrotulados, foram divididos em três grupos, A, B e C, variando as dimensões da seção transversal, a resistência à compressão do concreto, a área de aço e o comprimento destravado (L_e), variando assim o índice de esbeltez (λ), conforme apresentado na figura 5.2.



Grupo	Comprimento	Configuração	Excentricidade (cm)
A	240	a	2
B	300	b	2
C	400	b	2

Figura 5.2 – Configurações geométricas dos pilares de Claeson e Gylltoft.

Fonte: Adaptado de Damas (2015).

Assim como nos pilares de Goyal e Jackson (1971), neste estudo também foram modelados pares de pilares com a mesma configuração. A tabela 5.2 apresenta os resultados obtidos para estes pilares através do modelo numérico, juntamente com as principais características de cada pilar e a relação entre a carga de ruptura experimental ($F_{u, exp.}$) com aquela obtida a partir do modelo ($F_{u, modelo}$). A figura 5.3 destina-se à apresentação destes dados de forma gráfica.

Tabela 5.2 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Claeson e Gylltoft (1998).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e_i [cm]	$F_{u, exp}$ [kN]	$F_{u, modelo}$ [kN]	$F_{u, mod}/F_{u, exp}$
Grupo A - $A_s=A_s'=2,26$ cm ² ; $f_y=68,4$ kN/cm ² ; $\lambda=69$					
#23	4,30	2,00	320,00	284,66	0,89
#24	4,30	2,00	280,00	284,66	1,02
#25	8,60	2,00	370,00	338,12	0,91
#26	8,60	2,00	330,00	338,12	1,02
Grupo B - $A_s=A_s'=4,02$ cm ² ; $f_y=63,6$ kN/cm ² ; $\lambda=52$					
#27	3,30	2,00	990,00	1057,81	1,07
#28	3,30	2,00	990,00	1057,81	1,07
#29	9,10	2,00	2310,00	2402,98	1,04
#30	9,10	2,00	2350,00	2402,98	1,02
Grupo C - $A_s=A_s'=4,02$ cm ² ; $f_y=63,6$ kN/cm ² ; $\lambda=69$					
#31	3,70	2,00	900,00	1079,91	1,20
#32	3,70	2,00	920,00	1079,91	1,17
#33	9,30	2,00	1530,00	1906,15	1,25
#34	9,30	2,00	1560,00	1906,15	1,22

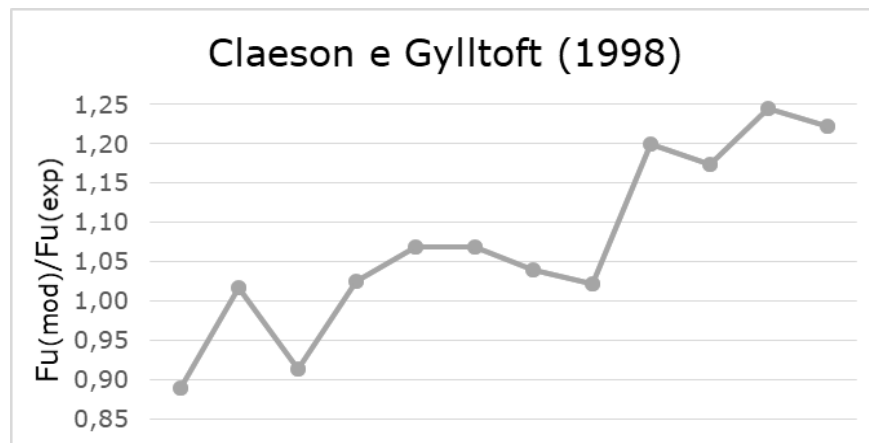


Figura 5.3 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Claeson e Gylltoft (1998). Fonte: Elaboração do autor, 2016.

Neste caso, a média obtida para a relação entre a carga de ruptura determinada pelo modelo e a experimental foi de 1,074, e o desvio padrão, 0,110. Os valores mínimo e máximo foram iguais a 0,89 e 1,25, respectivamente.

5.3 PILARES DE ARAÚJO

Araújo (2004) publicou um estudo contendo resultados experimentais de pilares de concreto simples e armado submetidos à flexo-compressão normal. Estes pilares foram divididos em três séries: PSA, PCA4 e PCA6, a primeira compreendendo os pilares de concreto simples, e as outras duas, os pilares de concreto armado. Ao todo foram ensaiados nove pilares, sendo três de cada grupo. Todos os pilares são birrotulados, possuem seção transversal de $12 \times 25 \text{ cm}$ e comprimento destravado de 200 cm , conforme indicado na figura 5.4. A excentricidade de aplicação da carga é introduzida na direção de menor inércia.

A armadura dos pilares da série PCA4 é composta por quatro barras longitudinais de 10 mm de diâmetro nas extremidades, com distância de cobrimento de 2 cm , já os pilares da série PCA6 foram armados com seis barras de aço, também de diâmetro igual a 10 mm e distância de cobrimento igual à dos pilares da série PCA4. A disposição das armaduras das duas séries pode ser observada na figura 5.5.

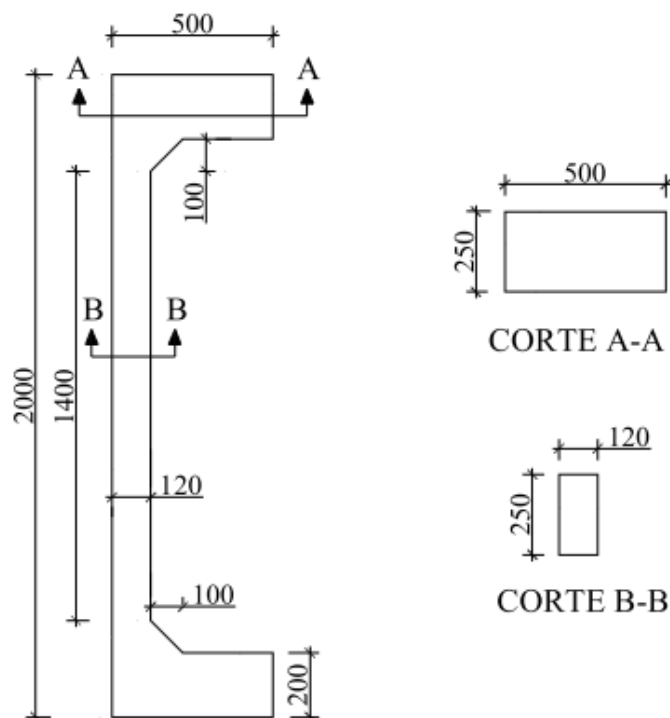


Figura 5.4 – Dimensões em mm dos pilares de Araújo (2004).
Fonte: Adaptado de Melo (2009).

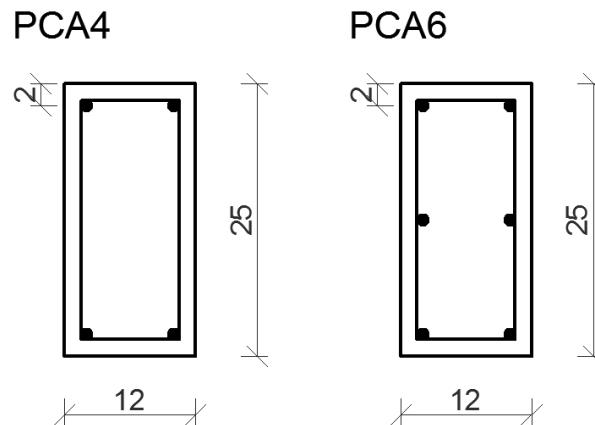


Figura 5.5 – Disposição das armaduras para os pilares de Araújo (2004).
Fonte: Adaptado de Melo (2009).

Neste caso não foram ensaiados pares de pilares, de forma que cada pilar apresenta características distintas. Tanto as propriedades de cada pilar quanto as cargas de ruptura teórica e experimental são apresentadas na tabela 5.3, juntamente com a relação entre estes valores. Estas relações são exibidas graficamente na figura 5.6.

Considerando os pilares deste estudo, a média obtida para a relação entre as cargas de ruptura foi de 1,03, com desvio padrão de 0,036, valor mínimo igual a 0,98 e máximo, 1,08.

Tabela 5.3 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Araújo (2004).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e_i [cm]	F_u, exp [kN]	$F_u, modelo$ [kN]	$F_{u,mod}/F_{u,exp}$
Pilares de concreto simples - $A_s=A_s'=0$; $\lambda=58$					
PSA-40	4,27	4,0	217	217,42	1,00
PSA-50	4,27	5,0	120	128,68	1,07
PSA-60	4,27	6,0	90	90,61	1,01
Pilares de concreto armado - $A_s=A_s'=1,57$ cm ² ; $\lambda=58$					
PCA4-40	4,58	4,0	277	298,38	1,08
PCA4-50	4,58	5,0	217	227,36	1,05
PCA4-60	4,58	6,0	210	209,14	1,00
Pilares de concreto armado - $A_s=A_s'=2,36$ cm ² ; $\lambda=58$					
PCA6-40	4,27	4,0	320	329,48	1,03
PCA6-50	4,27	5,0	280	274,31	0,98
PCA6-60	4,27	6,0	210	226,60	1,08

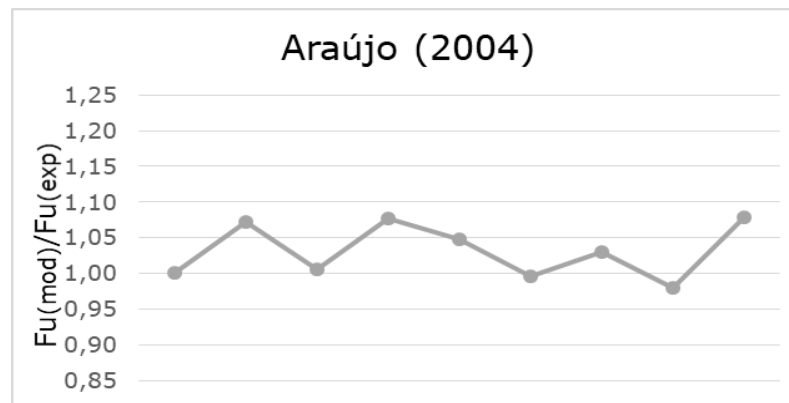


Figura 5.6 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Araújo (2004). Fonte: Elaboração do autor, 2016.

5.4 PILARES DE DANTAS

Em sua dissertação de mestrado, Dantas (2006) desenvolveu um estudo experimental de seis pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal. A variável considerada foi a excentricidade de aplicação da carga, tendo sido mantidos constantes os demais parâmetros como a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura longitudinal e as dimensões das peças estruturais. Entretanto, o autor apresenta a resistência à compressão obtida nos corpos de prova de cada pilar, de forma que os pilares foram modelados considerando a variação neste parâmetro. Os pilares foram armados com seis barras de aço de diâmetro igual a 10 mm, como pode ser observado na figura 5.7, e possuem seção constante de 12 x 25 cm na região central e comprimento de 202 cm. Nas extremidades a seção é variável, como mostra a figura 5.8.

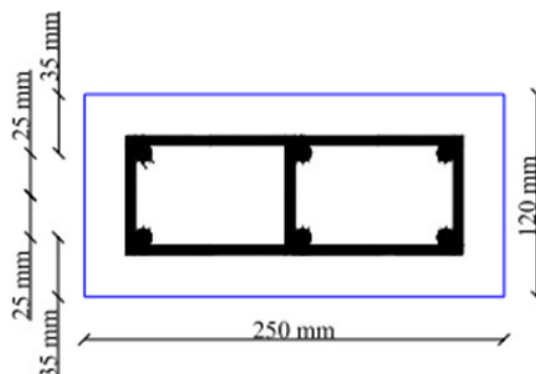


Figura 5.7 – Detalhe da seção central dos pilares de Dantas (2006).
Fonte: Adaptado de Dantas (2006).

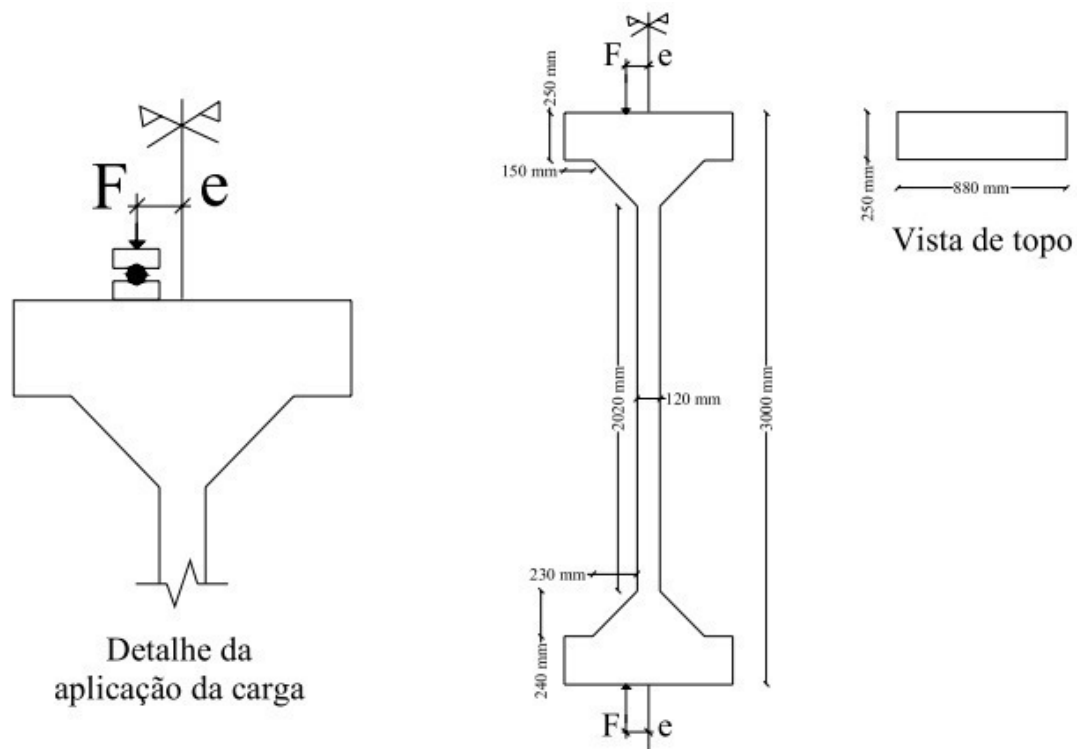


Figura 5.8 – Configuração geométrica dos pilares de Dantas (2006).
Fonte: Dantas (2006).

Os pilares foram submetidos a carregamentos incrementais até atingir a ruptura. A carga de ruptura experimental de cada pilar está indicada na tabela 5.4, juntamente com a carga de ruptura teórica, a relação entre estes valores e os parâmetros característicos de cada pilar. Esta relação também pode ser analisada graficamente na figura 5.9.

Tabela 5.4 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Dantas (2006).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	ei [cm]	F_u, exp [kN]	$F_u, modelo$ [kN]	$F_{u,mod}/F_{u,exp}$
$A_s=A_s'=2,36 \text{ cm}^2; \lambda=58$					
PFN 0-3	3,60	0,0	1053	1079,82	1,03
PFN 15-3	3,60	1,5	447	479,61	1,07
PFN 30-3	3,40	3,0	255	270,33	1,06
PFN 40-3	3,40	4,0	170	174,64	1,03
PFN 50-3	3,80	5,0	155	168,48	1,09
PFN 60-3	3,80	6,0	131	148,76	1,14

Para os pilares que integram o estudo do autor citado, a média obtida para relação entre a carga de ruptura teórica e a experimental foi de 1,07. O desvio padrão, para este conjunto de dados foi de 0,038, enquanto os valores mínimo e máximo correspondem a 1,03 e 1,14, respectivamente.

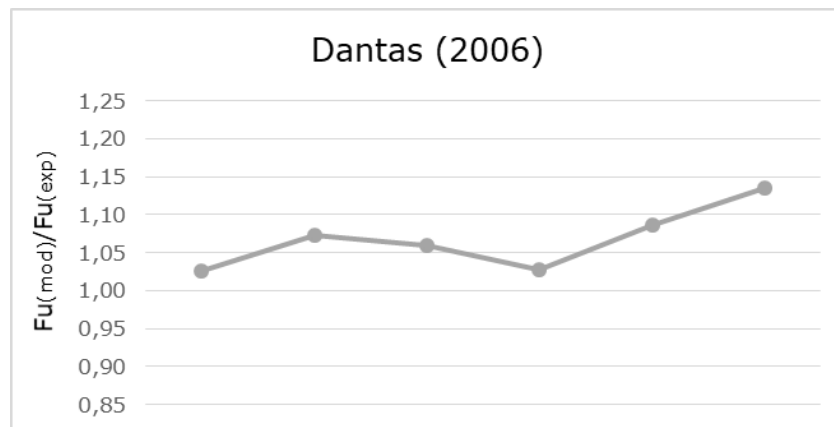


Figura 5.9 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Dantas (2006). Fonte: Elaboração do autor, 2016.

5.5 PILARES DE MELO

O trabalho de Melo (2009) consiste na análise de 24 pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, tendo sido este programa experimental dividido em três séries, a primeira com dez pilares, a segunda e a terceira com sete. Porém, apenas 22 pilares foram modelados no presente trabalho, visto que, de acordo com o autor, os pilares PFN 24-3 e PFN 24-2 apresentaram problemas relativos à obtenção da carga de ruptura. As variáveis da análise são a excentricidade de aplicação da força normal e o índice de esbeltez do pilar, sendo mantidos constantes a seção transversal, a taxa de armadura longitudinal, a resistência à compressão do concreto e a configuração geométrica da armadura. Assim como nos pilares de Dantas (2006), são indicados os valores de resistência à compressão obtida nos corpos de prova de cada pilar, de forma que os pilares foram modelados considerando a variação neste parâmetro.

Todos os pilares possuem seção transversal retangular de $12 \times 25 \text{ cm}$ e foram armados com seis barras de aço CA-50 de 10 mm de diâmetro, sendo a excentricidade introduzida na direção da menor inércia. Os comprimentos são de 300 cm para a série 1, 250 cm para série 2 e 200 cm para a série 3, resultando na variação do índice de esbeltez (λ), conforme exibido na figura 5.10.

As siglas apresentadas para os pilares indicam o esforço ao qual o pilar está submetido, acompanhado do valor da excentricidade (em milímetros) e do comprimento do pilar (em metros). Por exemplo, o pilar PFN 15-3 refere-se ao pilar em flexo-compressão normal, com 15 mm de excentricidade e 3 m de comprimento. A tabela 5.5 tem por finalidade exibir as cargas de ruptura teórica e experimental, sua relação e as propriedades de cada pilar. Estes dados também são indicados de forma gráfica na figura 5.11.

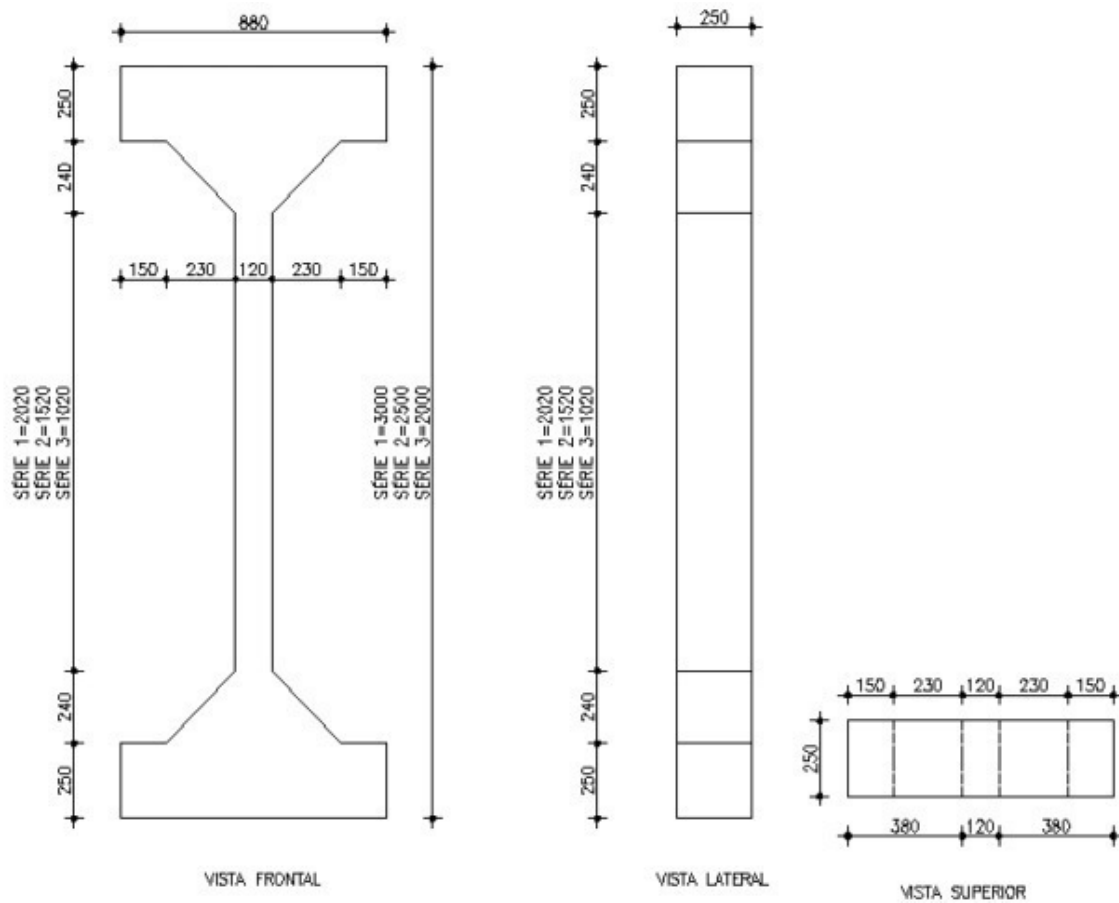


Figura 5.10 – Configuração geométrica dos pilares de Melo (2009).

Fonte: Melo (2009).

Tabela 5.5 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Melo (2009).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e_i [cm]	$F_{u, exp}$ [kN]	$F_{u, modelo}$ [kN]	$F_{u, mod}/F_{u, exp}$
$A_s=A_s'=2,36 \text{ cm}^2$; $L=300\text{cm}$; $\lambda=87$					
PFN 0-3	3,58	0,0	1053,0	1059,87	1,01
PFN 6-3	3,96	0,6	652,0	687,95	1,06
PFN 12-3	3,96	1,2	535,0	551,55	1,03
PFN 15-3	3,58	1,5	446,5	464,28	1,04
PFN 18-3	3,97	1,8	460,5	448,05	0,97
PFN 30-3	3,39	3,0	254,8	263,23	1,03
PFN 40-3	3,39	4,0	170,2	189,90	1,12
PFN 50-3	3,76	5,0	155,0	167,57	1,08
PFN 60-3	3,76	6,0	131,0	144,10	1,08
$A_s=A_s'=2,36 \text{ cm}^2$; $L=250\text{cm}$; $\lambda=72$					
PFN 0-2.5	4,58	0,0	1078,0	1286,16	1,19
PFN 15-2.5	4,31	1,5	670,4	656,16	0,98
PFN 24-2.5	4,58	2,4	360,8	421,73	1,17
PFN 30-2.5	4,16	3,0	336,0	353,13	1,05
PFN 40-2.5	4,16	4,0	246,0	259,48	1,05
PFN 50-2.5	4,16	5,0	201,2	220,24	1,09
PFN 60-2.5	4,31	6,0	164,8	183,59	1,11

As=As'=2,36 cm ² ; L=250cm; λ=58					
PFN 0-2	4,58	0,0	1255,0	1479,31	1,18
PFN 15-2	3,85	1,5	662,0	699,06	1,06
PFN 30-2	3,72	3,0	317,0	369,70	1,17
PFN 40-2	3,72	4,0	294,4	310,17	1,05
PFN 50-2	3,72	5,0	232,0	252,53	1,09
PFN 60-2	3,85	6,0	198,4	213,11	1,07

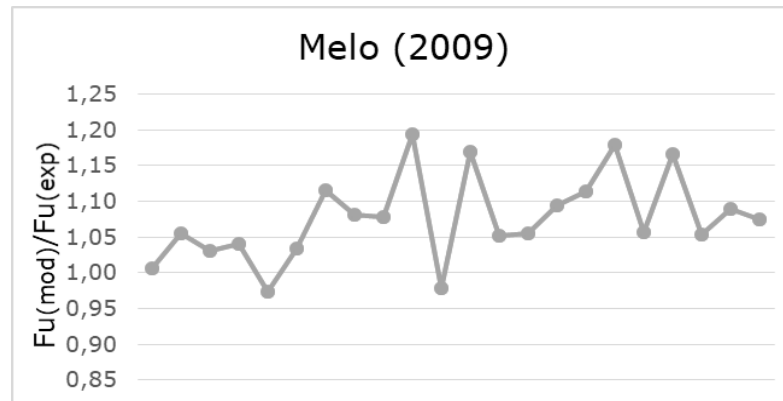


Figura 5.11 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Melo (2009). Fonte: Elaboração do autor, 2016.

Neste conjunto de dados, a média obtida para a relação entre as cargas de ruptura do modelo e experimental foi de 1,08, enquanto seu desvio padrão, 0,059. Já o valor mínimo foi de 0,97, e o máximo, de 1,19.

5.6 PILARES DE TSAO

A fim de verificar a adequação do modelo para análise de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão oblíqua, foram reproduzidos os ensaios realizados por Tsao (1992). Nesta publicação, o autor ensaiou numérica e experimentalmente 15 pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão oblíqua, sendo oito pilares com seção em “L” (série B) e seis com seção quadrada (série C). Diferentes excentricidades foram utilizadas para examinar o comportamento dos pilares esbeltos de concreto armado, e todos os pilares foram modelados utilizando-se a resistência à compressão obtida pelo autor através de corpos de prova.

Além da seção transversal, a armadura também difere nos pilares das séries B e C, de acordo com o indicado na figura 5.12. Os pilares com seção em “L” apresentam oito barras de aço #2, que corresponde a um diâmetro de 0,25 in, ou ainda, 0,635 cm, com uma área de aço igual a

aproximadamente $0,32 \text{ cm}^2$ cada barra. Já os pilares da série C são armados com quatro barras de aço #3, cujo diâmetro é de $0,375 \text{ in}$, que é igual a $0,9525 \text{ cm}$ e resulta em uma área de aço em torno de $0,71 \text{ cm}^2$ para cada barra. Em relação ao comprimento, ambas as séries são projetadas com $L = 4ft$, ou seja, $121,92 \text{ cm}$.

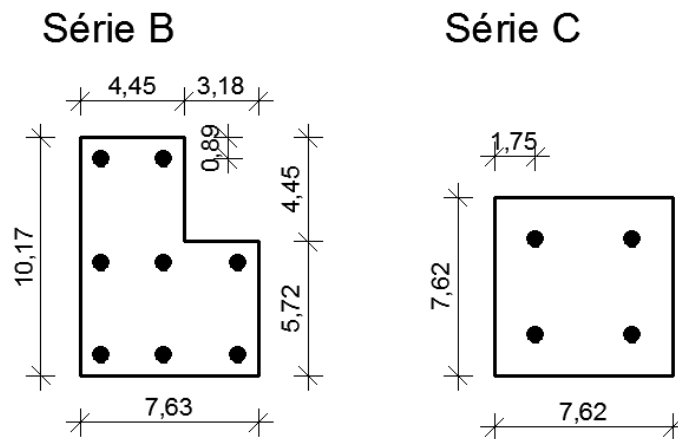


Figura 5.12 – Disposições das armaduras dos pilares de Tsao (1992).
Fonte: Elaboração do autor com base no apresentado por Tsao (1992).

Todos os pilares apresentados pelo autor foram modelados neste estudo, com exceção do pilar B1, que, segundo o autor, representa um modelo de teste. Assim sendo, a tabela 5.6 contém os dados relativos aos pilares, assim como as cargas de ruptura teórica e experimental e a relação entre elas, dados que também podem ser observados graficamente nas figuras 5.13 e 5.14.

Tabela 5.6 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1992).

Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e_x [cm]	e_y [cm]	F_u, exp [kN]	$F_u, mod.$ [kN]	$F_u, mod/F_u, exp$
Seção em "L"; $\lambda_x=58,06$; $\lambda_y=15,33$; $A_{s, total}=2,56\text{cm}^2$						
B2	2,51	2,15	4,61	45,59	49,89	1,09
B3	2,68	2,69	2,69	57,04	59,53	1,04
B4	2,68	3,59	3,59	45,00	47,04	1,05
B5	2,93	0,90	0,90	128,21	147,48	1,15
B6	2,93	1,80	1,80	71,49	79,90	1,12
B7	2,92	1,55	2,01	71,45	79,86	1,12
B8	2,92	3,09	4,03	46,80	52,02	1,11
Seção quadrada; $\lambda_x=\lambda_y=55,43$; $A_{s, total}=2,84\text{cm}^2$						
C1	1,91	0,97	2,35	69,04	69,65	1,01
C2	1,86	1,80	1,80	57,03	61,94	1,09
C3	2,90	3,59	3,59	39,99	45,43	1,14
C4	2,55	1,80	1,80	84,78	78,87	0,93
C5	2,55	1,94	4,69	47,64	47,84	1,00
C6	2,55	0,97	2,35	83,23	80,65	0,97

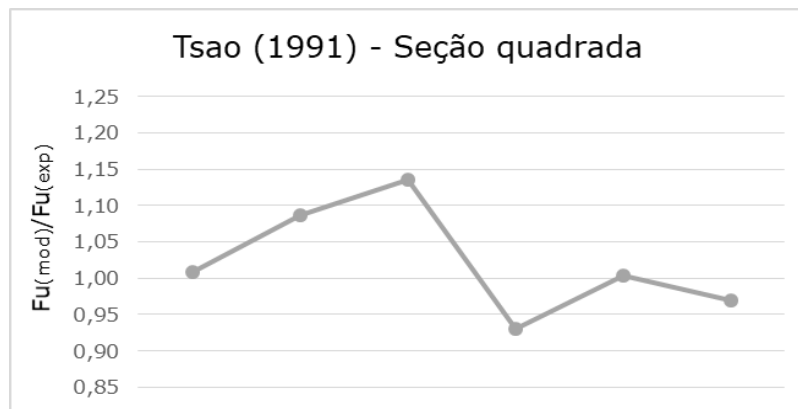


Figura 5.13 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1991) – seção quadrada. Fonte: Elaboração do autor, 2016.

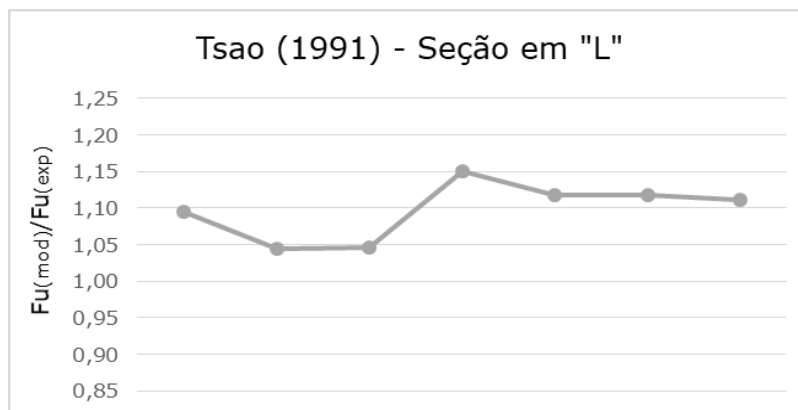


Figura 5.14 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a obtida pelo modelo para os pilares de Tsao (1991) – seção em “L”. Fonte: Elaboração do autor, 2016.

Considerando os dados apresentados segundo o estudo de Tsao (1992), a média obtida para a relação entre as cargas de ruptura teórica e experimental foi de 1,06, enquanto o desvio padrão resultou 0,066. Os valores mínimos e máximos foram de 0,93 e 1,15, respectivamente.

5.7 AVALIAÇÃO GERAL DO MODELO

Por fim, considerando-se todas as estruturas analisadas com o intuito de comprovar experimentalmente o modelo desenvolvido neste trabalho, a média da relação entre a carga de ruptura determinada através do modelo e a carga de ruptura experimental foi de 1,06, com desvio padrão de 0,067. O menor valor encontrado, dentre todos os pilares estudados, foi de 0,89, enquanto o maior foi 1,25. Estes resultados se assemelham àqueles apresentados por Damas (2015) e San Martins (2014), e indicam que o modelo se adequa de forma satisfatória à análise de pilares de concreto armado.

6 CONFIABILIDADE EM ENGENHARIA

Na prática usual de projeto de estruturas, a segurança dos elementos é garantida a partir da utilização de coeficientes baseados na experiência em projeto e execução de sistemas estruturais semelhantes. A própria norma brasileira, NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) utiliza como critério de segurança o método dos estados limites, ou método semi-probabilístico, onde as resistências são minoradas e, as solicitações, majoradas através de coeficientes ajustados a fim de garantir a segurança dos sistemas. Entretanto, com o surgimento de materiais, sistemas estruturais, ou técnicas construtivas novas, não é possível se basear na experiência, sendo necessário o desenvolvimento de métodos de cálculo seguros para o projeto de estruturas. Como exemplo, tem-se o concreto de alta resistência, que tende a gerar uma grande economia em termos de projeto, especialmente quando se trata de pilares, conforme exposto no capítulo 2 deste trabalho. Porém, para tal, é necessário avaliar se os processos de cálculo e coeficientes de segurança apresentados nas normas conduzem a projetos satisfatoriamente seguros, para que tais materiais e sistemas possam ser utilizados com segurança. Esta avaliação pode ser feita a partir de uma análise probabilística de confiabilidade.

Em geral, por mais sofisticado que seja o modelo matemático desenvolvido para a análise de estruturas de concreto armado, tais análises são realizadas considerando valores determinísticos para as variáveis envolvidas no problema, isto é, consideram-se valores fixos para as dimensões da estrutura, para o carregamento aplicado e para as propriedades mecânicas dos materiais. Entretanto, sempre existe uma certa variabilidade nestes parâmetros. Não há certeza plena acerca das condições de carregamento a que a estrutura está submetida, bem como as grandezas relativas aos materiais envolvidos (em especial do concreto) também apresentam certa dispersão em relação aos valores médios utilizados no projeto. Além disso, as dimensões finais da estrutura tendem a variar em relação àquelas nominais especificadas. Desta forma, é possível afirmar que a resposta de uma estrutura é, na verdade, função de várias variáveis aleatórias, ou campos estocásticos (carregamento, propriedades dos materiais e dimensões da estrutura), com distribuições de probabilidade conhecidas ou possíveis de serem estimadas (REAL, 2000).

As teorias de confiabilidade têm por objetivo quantificar as incertezas presentes em uma análise e avaliar a probabilidade de um sistema estrutural atingir um determinado estado limite, que pode ser o Estado Limite de Serviço, referente à situação em que há prejuízo à utilização da estrutura (no caso de deformações excessivas ou abertura de fissuras), ou o Estado Limite

Último, que corresponde à ruptura propriamente dita do elemento estrutural. De acordo com Melcher (1987, *apud* GOMES, 2001), estas incertezas podem ser caracterizadas como:

- a) incertezas físicas: geralmente presentes nas avaliações de dimensões, valores de propriedades dos materiais, etc.;
- b) incertezas estatísticas: provenientes da extrapolação de parâmetros estatísticos extraídos de populações finitas do modelo empregado;
- c) incertezas devido a fatores humanos: provenientes de ações do homem, quer seja intencional ou não, no comportamento do sistema estrutural;
- d) incertezas de cunho fenomenológico: provenientes da existência de eventos não previsíveis e levados em consideração;
- e) incertezas de modelamento: provenientes das simplificações e das hipóteses adotadas para o modelamento do comportamento estrutural, o emprego de novos materiais, de novas técnicas construtivas, etc.

6.1 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

Conforme Ang & Tang (1975), a principal finalidade de uma análise de confiabilidade em engenharia é assegurar que os esforços resistentes (R) sejam superiores aos esforços solicitantes (S) durante toda a vida útil da estrutura, dentro das condições especificadas para o seu funcionamento. Entretanto, levando-se em consideração que, tanto os esforços atuantes na estrutura, quanto os esforços de resistência são funções de variáveis aleatórias, esta análise só pode ser garantida em termos probabilísticos, como $P(R > S)$, ou seja, a probabilidade de os esforços resistentes serem superiores aos esforços solicitantes. Esta condição indica, portanto, a confiabilidade do sistema, enquanto seu evento complementar $P(R < S)$ representa a probabilidade de falha da estrutura.

Para tal, assume-se que as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas são conhecidas. Ainda segundo os autores, considerando-se R e S como variáveis contínuas e estatisticamente independentes, é possível definir a probabilidade de falha [$P_f = P(R < S)$] a partir da equação 47 (ANG & TANG, 1975):

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (47)$$

Sendo:

$F_R(s)$ = Função de distribuição acumulada da variável R;

$f_S(s)$ = Função densidade de probabilidade da variável S.

A equação (47) é conhecida como integral de convolução em relação à variável s . De acordo com o apresentado por Ribeiro (2009, p. 51), se $s = S$, então a probabilidade condicional de falha é dada pela função de distribuição acumulada de R, $F_R(s)$. Porém, a probabilidade de que S esteja dentro do intervalo $[s, s + ds]$ é igual a $f_S(s)$. Portanto, para a determinação da probabilidade de falha, a probabilidade condicional $F_R(s)$ deve ser ponderada por $f_S(s)$ e integrada para todos os valores de S .

Segundo Real (2000, p. 172), quando o sistema pode ser resumido a duas variáveis, esforços resistentes, R e solicitações S , a solução do problema de confiabilidade pode ser formulada em termos da função margem de segurança (M). Esta variável aleatória pode ser definida como a diferença entre a resistência (carga de ruptura), R , e a ação, S , à qual a estrutura é submetida, conforme a equação (48):

$$M = R - S \quad (48)$$

Neste caso, a falha ocorre quando a margem de segurança inferior a zero. Porém, conforme já afirmado, estas variáveis dependem de parâmetros aleatórios, de forma que não podem ser consideradas valores fixos. Ang e Tang (1975) afirmam que, se as variáveis R e S forem variáveis contínuas, com distribuição de probabilidade Gaussiana (normal) e estatisticamente independentes (conforme apresentado na figura 6.1), é possível definir o valor esperado para a margem de segurança (μ_M) em função dos valores médios para as variáveis R e S , (μ_R e μ_S), de acordo com a equação (49).

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (49)$$

A região de sobreposição das curvas $f_S(s)$ e $f_R(r)$ na figura 6.1 representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha. Ademais, o desvio padrão para a margem de segurança

(σ_M) também pode ser definido em função dos valores de desvio padrão para os esforços resistente e solicitante (σ_R e σ_S , respectivamente), segundo a equação (50).

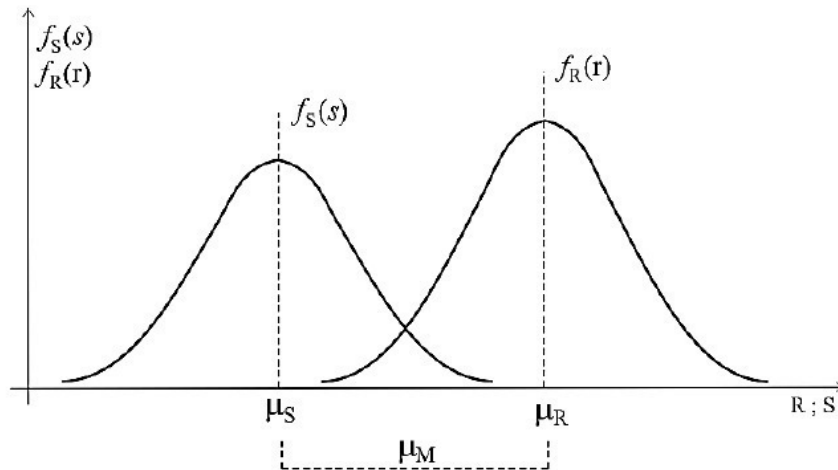


Figura 6.1 – Função densidade de probabilidade dos esforços solicitantes e resistentes.
Fonte: Ang e Tang (1984).

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (50)$$

Também pode ser definida uma variável normal padronizada para a margem de segurança (m), com média zero e desvio padrão unitário, através da equação (51).

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (51)$$

O início da região de ruptura ocorre quando a margem de segurança é igual a zero ($M = 0$). Assim, a margem de segurança padronizada pode ser descrita pela equação (52).

$$m = -\frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (52)$$

Com isso, torna-se possível a definição do índice de confiabilidade (β), um dos principais parâmetros para a avaliação do nível de segurança atingido com o projeto de um elemento estrutural, e representa a distância da margem de segurança padronizada no início da região de falha (quando $M = 0$) e o valor médio de m (também igual a zero). Este índice pode ser determinado pela equação (53).

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (53)$$

A probabilidade de falha de uma estrutura (P_f), com margem de segurança padronizada de distribuição normal, é determinada a partir da equação (54) e é representada graficamente na figura 6.2.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (54)$$

Sendo Φ a função distribuição normal de probabilidade acumulada da variável m .

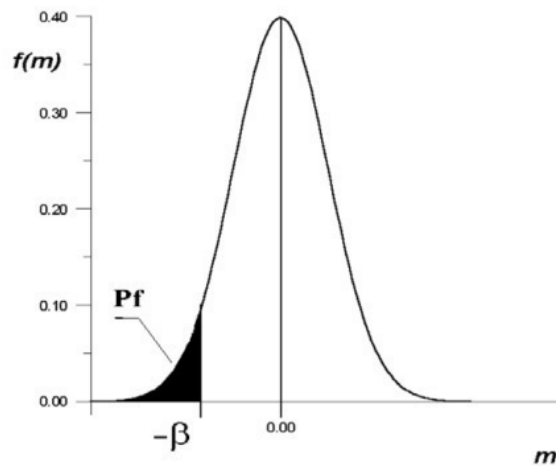


Figura 6.2 – Variável aleatória margem de segurança padronizada m de distribuição normal e índice de confiabilidade β . Fonte: Real (2000).

A partir da figura 6.2, observa-se que um aumento no valor de β implica em uma redução da área hachurada, concluindo-se que, quanto maior for o índice de confiabilidade de uma estrutura em relação a um certo Estado Limite, menor será sua probabilidade de falha em relação a esta situação, o que caracteriza este como um parâmetro útil para comparar o nível de segurança atingido no projeto de diversas estruturas (REAL, 2000).

O Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012) versa que o índice de confiabilidade alvo para uma estrutura deve ser escolhido com base nas possíveis consequências da falha, em termos de risco à vida, possíveis perdas econômicas e no grau de inconveniência social. Além disso, também deve ser considerado o custo e o esforço requeridos para a medida de segurança necessária para reduzir o risco de falha. Assim sendo, é apresentado o quadro 6.1, que indica os índices de confiabilidade para um período de referência de 50 anos:

Custo relativo da medida de segurança	Consequência da falha			
	Pequena	Reduzida	Moderada	Alta
Alto	0	1,5	2,3	3,1
Moderado	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

Quadro 6.1 – Índices de confiabilidade alvo para um período de 50 anos.
Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 41).

Diniz e Frangopol (1998, p. 535), em um estudo acerca de pilares de concreto de alta resistência, consideram como índices de confiabilidade insatisfatórios aqueles inferiores a 3,3. Este valor está associado a uma probabilidade de falha igual a 0,05% e foi adotado como índice alvo neste estudo para todos os casos. O quadro 6.2 indica alguns valores de probabilidade de falha conforme os índices de confiabilidade.

Pf	10%	1,0%	0,1%	0,01%	0,0001%
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,75

Quadro 6.2 – Relação entre índice de confiabilidade β e probabilidade de falha Pf.
Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012, p. 40).

Para a determinação da probabilidade de falha (ou probabilidade de sobrevivência) de uma estrutura através das equações aqui apresentadas, é necessário que as funções densidade de probabilidade $f_S(s)$ e $f_R(r)$ sejam conhecidas. Na prática, R e S dependem de diversas outras variáveis aleatórias, dificultando o processo de obtenção da probabilidade de falha de forma exata, o que motivou o desenvolvimento de diversos métodos de aproximação numérica e de simulação para a solução do problema. O presente estudo limitar-se-á à apresentação do Método de Monte Carlo, por ter sido este o método empregado nas análises paramétricas deste trabalho.

6.2 O MÉTODO DE MONTE CARLO

O processo de simulação numérica, de acordo com Ribeiro (2009, p. 61), tem por finalidade representar o mundo real baseado em um conjunto de hipóteses e modelos concebidos da realidade. No caso da simulação teórica, técnica que fundamenta o método de Monte Carlo, esse processo é executado numericamente, através de ferramentas computacionais e com o intuito de obter dados que representem uma situação do mundo real. Em uma análise estrutural, a simulação produz uma estimativa do desempenho da estrutura, a partir de um conjunto de

valores prescritos para as variáveis de projeto, possibilitando o desenvolvimento de melhores alternativas de projeto.

Segundo Araújo (2001), o método de Monte Carlo destaca-se por sua simplicidade, facilidade de implementação e realismo da resposta obtida. Conforme Real (2000, p. 121), o método de Monte Carlo fundamenta-se no desenvolvimento de um modelo analítico, baseado em um programa de computador, capaz de reproduzir o comportamento de um determinado sistema. Então, a análise deste sistema é realizada várias vezes, com um ou mais parâmetros do sistema sendo variáveis aleatórias. Assim, cada análise (denominada ciclo de simulação) é baseada em um conjunto de parâmetros obtidos de maneira aleatória, conforme as respectivas distribuições de probabilidade, resultando em um conjunto de dados de resposta. Após, são empregados métodos estatísticos para determinar o tipo de distribuição de probabilidade destas variáveis de resposta. Esta sequência de procedimentos está ilustrada na figura 6.3.

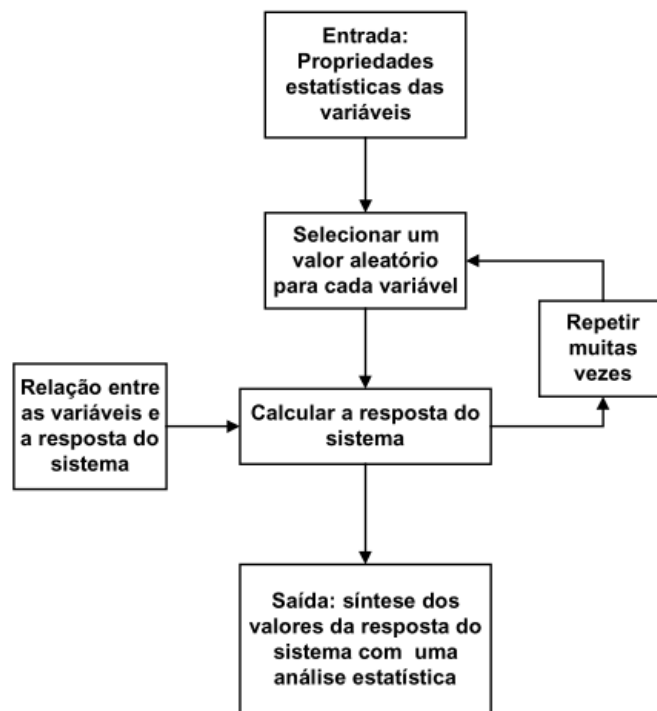


Figura 6.3 – Esquema de funcionamento do método de Monte Carlo.

Fonte: Real (2000).

Ayyub e Mccuen (1995, *apud* REAL, 2000) ainda apresentam as etapas necessárias para a realização de simulações de Monte Carlo como:

- a) definição do sistema;
- b) geração das variáveis aleatórias do sistema;

- c) realização da análise do sistema através do modelo matemático elaborado;
- d) análise estatística da resposta obtida;
- e) estudo da eficiência e convergência do método.

O sistema a ser utilizado para a análise em questão deve incluir as condições de contorno, parâmetros de entrada e saída, e o modelo que relaciona os dados de entrada com os resultados. Para que seja definido um sistema adequado, devem ser conhecidas as distribuições de probabilidade e os momentos estatísticos dos parâmetros de entrada, para, assim, serem gerados os valores e fornecidos ao modelo, a fim de obter os dados de resposta. Esse processo, ao ser repetido várias vezes, gera um conjunto de resultados, possibilitando, através de métodos estatísticos, a determinação dos momentos estatísticos de saída, bem como sua distribuição de probabilidade.

No presente trabalho, o método de Monte Carlo de simulações diretas foi empregado para analisar pilares de concreto armado submetidos aos esforços de flexo-compressão normal e oblíqua e projetados de acordo com a norma brasileira *NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento* (ABNT, 2014). Neste caso, os parâmetros de entrada do sistema correspondem às propriedades geométricas da estrutura (dimensões, disposição da armadura, condições de apoio), as propriedades mecânicas dos materiais que compõem a estrutura (concreto e aço) e as condições de carregamento. O modelo analítico consiste na aplicação do método dos elementos finitos para análise não-linear de estrutura de concreto armado, através do software ANSYS e o principal parâmetro de resposta do sistema consiste na carga de ruptura dos pilares analisados.

Tal procedimento foi realizado através do sistema *Probabilistic Design* do software ANSYS. Esta ferramenta está totalmente integrada ao sistema principal do software, utilizando a mesma interface gráfica e permitindo aos usuários a construção de um modelo de elementos finitos, sua solução e a obtenção de resultados e parâmetros específicos do modelo (REH *et al.*, 2006). Para isso, são introduzidos um conjunto de variáveis aleatórias, como as propriedades dos materiais envolvidos na análise, o carregamento aplicado na estrutura e suas disposições geométricas. Estas variáveis são caracterizadas através da distribuição de probabilidade, da média e do desvio-padrão.

Para a aplicação do método de Monte Carlo, o sistema gera automaticamente um conjunto de valores aleatórios para as variáveis envolvidas no processo, com base nas informações

fornecidas pelo usuário e executa a solução do modelo de elementos finitos, obtendo a resposta do sistema de maneira determinística. Este processo representa um ciclo de simulação e é repetido de maneira automática pelo *software* pelo número de vezes que for informado pelo usuário, de forma a resultar em um conjunto de dados de resposta do sistema. Estas definições podem ser observadas nas figuras 6.4 e 6.5.

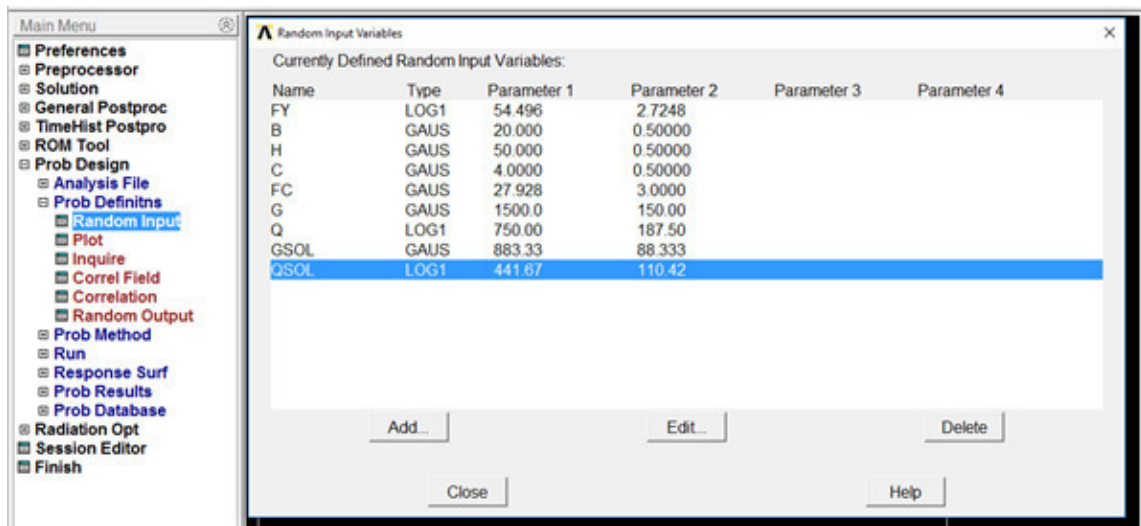


Figura 6.4 – Definição das variáveis aleatórias de entrada do modelo no sistema *Probabilistic Design*. Fonte: *Print screen* da aplicação no sistema Windows 10, 2017.

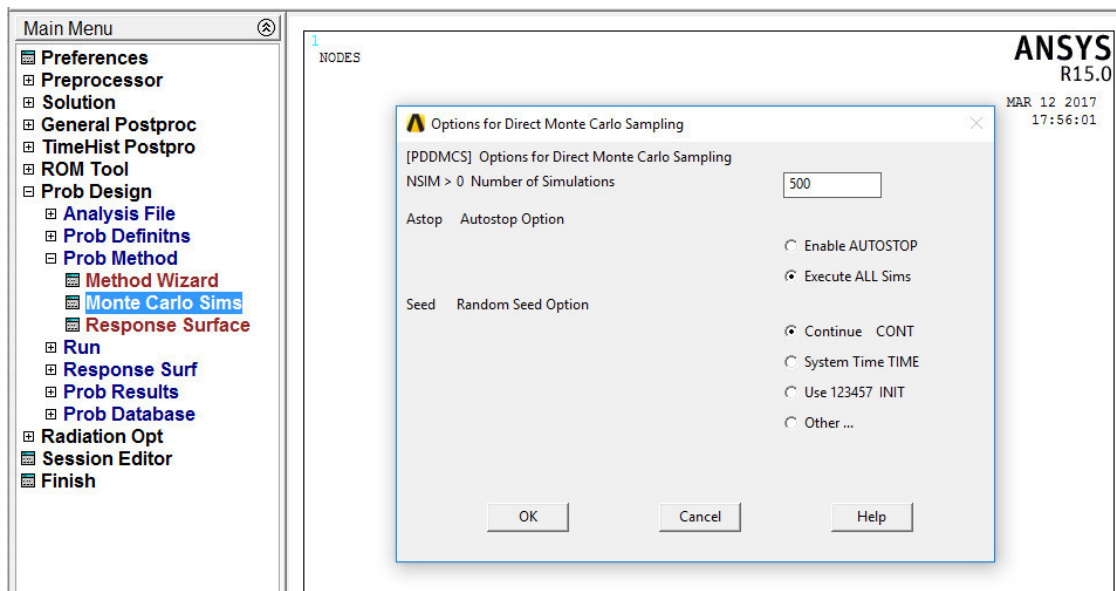


Figura 6.5 – Definição do método estatístico e do número de simulações a serem empregadas. Fonte: *Print screen* da aplicação no sistema Windows 10, 2017.

A figura 6.4 apresenta a definição das variáveis aleatórias a serem utilizadas na análise e a forma de introdução no *software* mencionado, enquanto a figura 6.5 indica a definição do método probabilístico que será aplicado ao modelo (simulações diretas pelo método de Monte

Carlo), bem como o número de ciclos a serem realizados automaticamente pelo software. Todas estas definições e parâmetros serão abordadas nos itens a seguir.

6.3 CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Como mencionado anteriormente, em um processo de análise probabilística através do método de Monte Carlo, os parâmetros envolvidos na análise são tomados como variáveis aleatórias caracterizadas por suas distribuições de probabilidade e momentos estatísticos. Tendo-se em vista que estes parâmetros influenciam diretamente na resposta da estrutura, para que seja possível realizar uma análise de confiabilidade precisa, é fundamental a estimativa adequada do comportamento destas variáveis, de forma a traduzir o comportamento da estrutura da maneira mais próxima a realidade.

Neste trabalho são consideradas como propriedades aleatórias dos pilares em análise os seguintes parâmetros: resistência à compressão do concreto (f_c), tensão de escoamento do aço (f_y), largura da seção transversal (b), altura da seção transversal (h), altura útil da seção transversal (d) e os valores de carregamento, carga permanente (G) e carga acidental (Q). Cabe ressaltar que, conforme a programação do modelo constitutivo para o concreto empregado nas análises, todos os outros parâmetros de resistência do concreto são calculados a partir da resistência à compressão. Portanto, ao variar f_c , variam também a resistência à tração do concreto (f_{ct}) e seu módulo de elasticidade longitudinal (E_c).

6.3.1 Resistência à compressão do concreto

No presente estudo, foi adotada a distribuição de probabilidade normal para a representação da resistência à compressão do concreto, em conformidade com o apresentado por Gomes (2001). Além disso, a média (μ_{f_c}) e o desvio padrão (σ_{f_c}) são determinados, respectivamente, através das equações (55) e (56):

$$\mu_{f_c} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,65 \cdot V_{f_c}} \quad (55)$$

$$\sigma_{f_c} = \mu_{f_c} \cdot V_{f_c} \quad (56)$$

Onde V_{fc} representa o coeficiente de variação da resistência à compressão do concreto. Este coeficiente está diretamente ligado ao controle de qualidade na confecção do concreto. É sabido que as propriedades mecânicas do concreto tendem a apresentar maior variabilidade, uma vez que este trata-se de um material heterogêneo, composto por vários outros. Assim sendo, diversos estudos determinam expressões para relacionar o coeficiente de variação com a resistência característica à compressão, de forma que concretos mais resistentes (confeccionados através de processos mais controlados) apresentem menor variabilidade, a exemplo do apresentado por Gomes (2001, p. 99). Entretanto, segundo Ribeiro (2009, p. 71), pesquisas mais recentes indicam que a constante evolução dos processos de controle de qualidade em todo o mundo permitem a adoção de um coeficiente de variação igual a 0,10 para uma ampla faixa de resistências, tendo sido, portanto, este o valor adotado para as análises presentes neste trabalho. A figura 6.6 apresenta esta variável como indicada na ferramenta *Probabilistic Design* do software ANSYS.

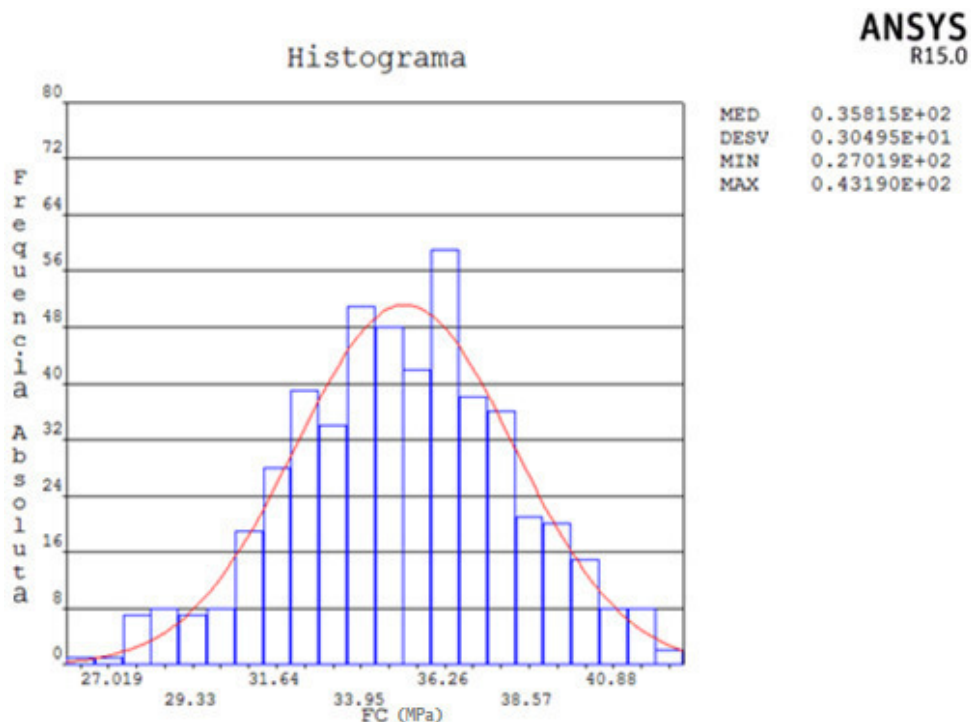


Figura 6.6 – Distribuição de probabilidade da resistência à compressão do concreto.
Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

6.3.2 Tensão de escoamento do aço

De acordo com o exposto no item 4.5 deste trabalho, a única armadura considerada nestas análises foi a armadura longitudinal, em virtude da não influência das armaduras transversais

nos resultados para as situações estudadas. Assim sendo, o aço aqui utilizado foi o aço CA-50, que apresenta tensão de escoamento característica (f_{yk}) igual a 50 kN/cm^2 . Muito embora grande parte dos autores trabalhe com uma distribuição de probabilidade normal para esta situação, Machado (2001, *apud* NOGUEIRA, 2006, p. 61) indica que a distribuição lognormal se adequa de maneira mais satisfatória para a situação, sendo esta a distribuição de probabilidade adotada para a tensão de escoamento do aço. De acordo com Real (2000) e Gomes (2001), foram admitidos os valores apresentados nas equações (57) e (58) para a média (μ_{f_y}) e para o desvio padrão (σ_{f_y}) da tensão de escoamento do aço.

$$\mu_{f_y} = 1,09. f_{yk} \quad (57)$$

$$\sigma_{f_y} = 0,05. \mu_{f_y} \quad (58)$$

Conforme Gomes (2001, p. 102), devido ao processo industrial de fabricação das armaduras de aço, a tensão de escoamento tende a apresentar pequena variabilidade, o que justifica o valor utilizado na equação (58). Além disso, o módulo de elasticidade longitudinal do aço foi considerado um parâmetro determinístico com valor $E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$. A figura 6.7 representa esta distribuição de probabilidade como apresentada no ANSYS.

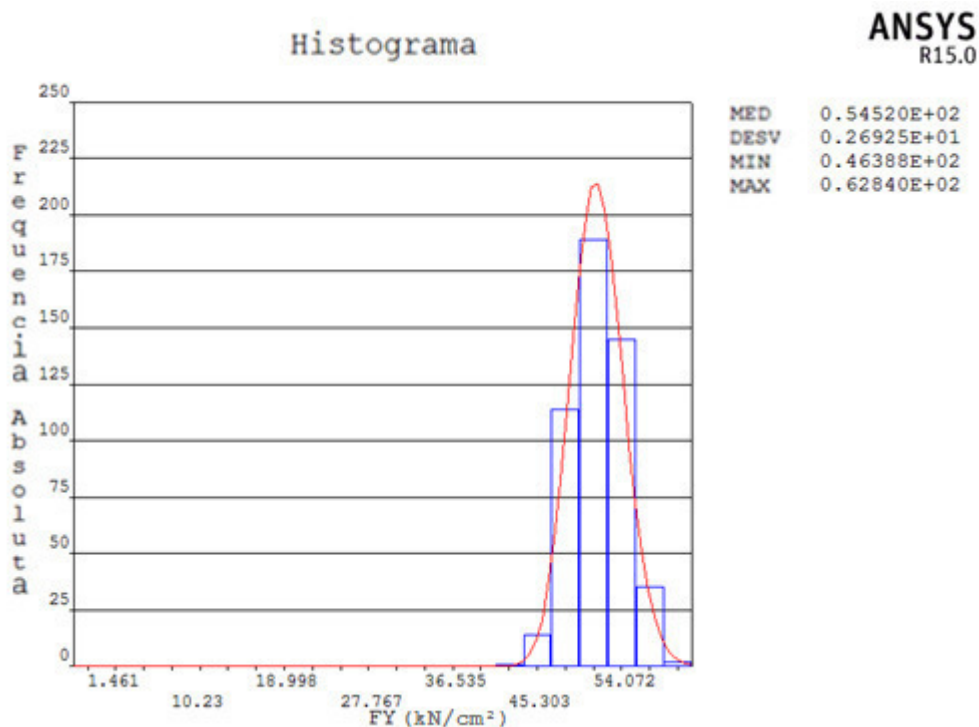
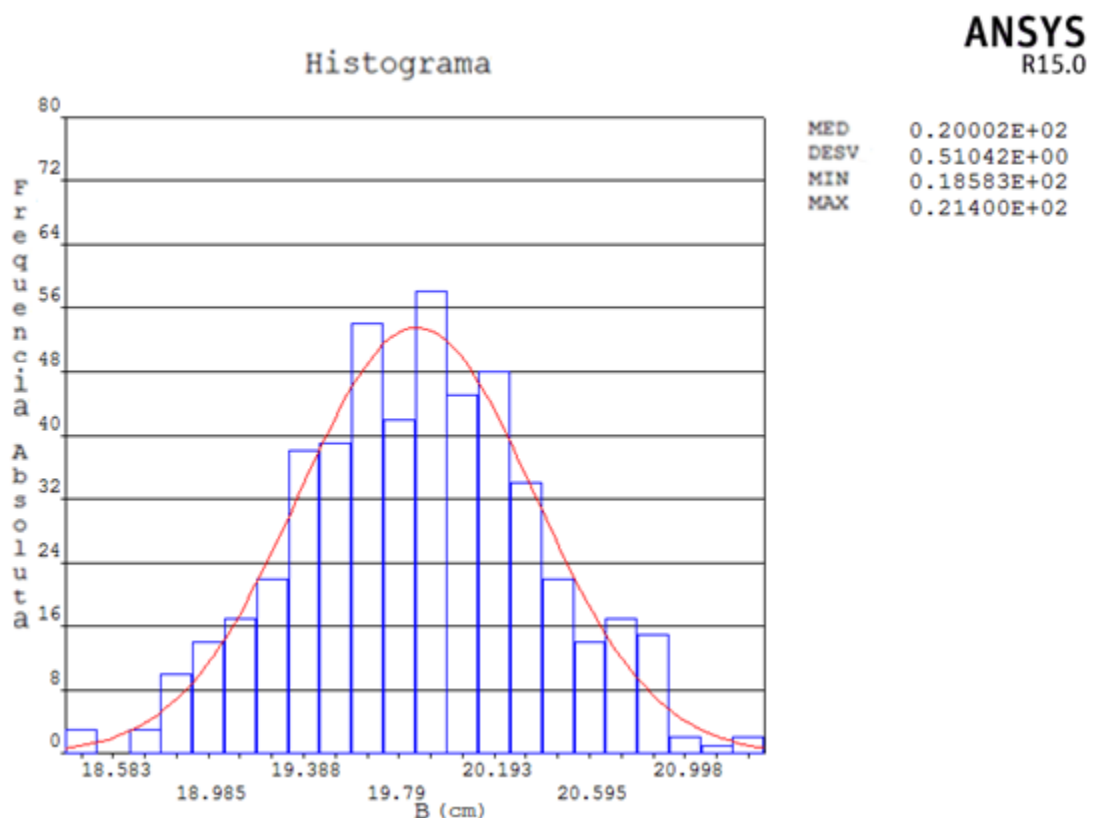


Figura 6.7 – Distribuição de probabilidade da tensão de escoamento do aço.
Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

6.3.3 Dimensões da seção transversal

De maneira geral, as variações nas dimensões de um elemento estrutural de concreto armado decorrem de eventuais problemas durante a construção. Estes problemas podem ser oriundos de diversos fatores, como a má qualidade de formas e estruturas de escoramento, falta de controle na concretagem e ineficiência no processo de vibração do concreto. Portanto, esta variabilidade está relacionada ao nível de controle de qualidade na execução das estruturas, aumentando as incertezas presentes na análise.

No presente estudo, foi considerada uma distribuição normal de probabilidade para a largura e para a altura da seção transversal dos pilares (b e h), bem como para a altura útil (d), que relaciona a posição da armadura longitudinal ao bordo. Além disso, para todos os parâmetros, foi adotada média igual ao valor nominal de projeto e desvio padrão igual a $0,5\text{ cm}$, de forma análoga ao apresentado por Damas (2015). Um exemplo desta distribuição de probabilidade apresentada no *software* ANSYS pode ser observado na figura 6.8.



6.3.4 Carregamento

As ações consideradas para o projeto dos pilares analisados neste estudo são oriundas da soma de um carregamento permanente com uma carga acidental. Em relação à carga permanente, suas ações decorrentes apresentam pequena variabilidade ao longo da vida útil da estrutura e, portanto, neste trabalho, foi considerada uma distribuição de probabilidade normal, com média igual ao valor característico da ação e coeficiente de variação igual a 0,10, em conformidade com o apresentado por Galambos *et al.* (1982). Esta situação pode ser observada na figura 6.9.

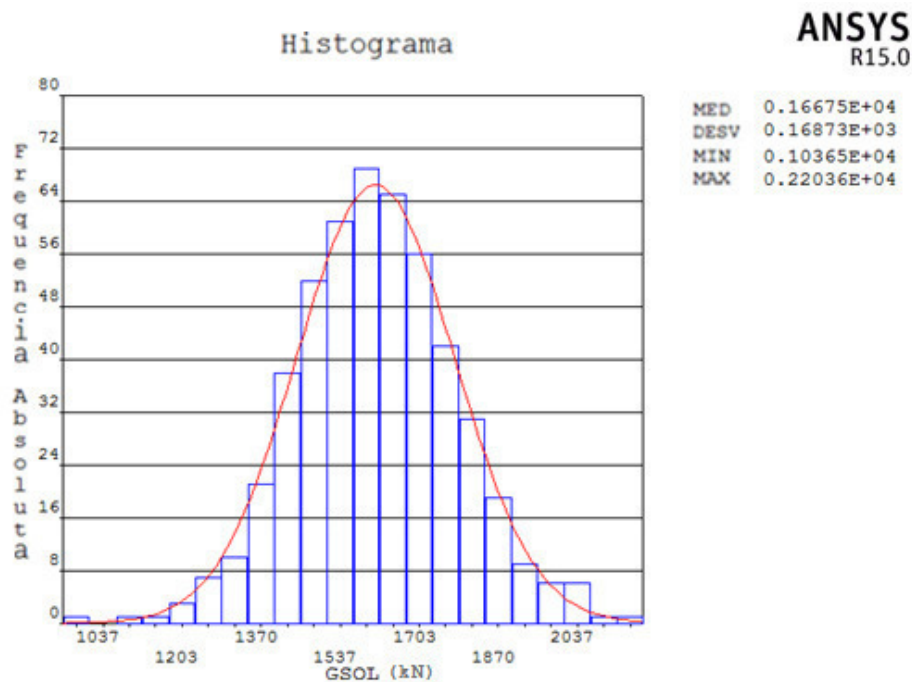


Figura 6.9 – Distribuição de probabilidade para o carregamento permanente.

Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

Já o carregamento acidental apresenta maiores incertezas, variando de forma mais acentuada durante a vida útil da estrutura. Portanto, Galambos *et al.* (1982) indicam que para esta situação, a distribuição de probabilidade mais adequada é a de valores extremos máximos do tipo I (Gumbel), com valor médio igual ao valor característico da ação e coeficiente de variação igual a 0,25. Entretanto, neste trabalho, a geração dos parâmetros aleatórios envolvidas na análise foi realizada através da ferramenta *Probabilistic Design* do software ANSYS, que não apresenta a opção de geração de valores para uma distribuição do tipo Gumbel. Portanto, para a representação do carregamento acidental, foi utilizada a distribuição de probabilidade lognormal, com média igual ao valor característico da ação e coeficiente de variação igual a 0,25. A distribuição lognormal se aproxima de maneira satisfatória da distribuição de Gumbel para os dados correspondentes às análises presentes neste estudo. Para verificar tal condição,

foi modelada uma distribuição de probabilidade do tipo Gumbel no *software* MATLAB, conforme pode ser observado na figura 6.10. Já a figura 6.11 representa a mesma situação, modelada no *software* ANSYS, e distribuída de acordo com uma distribuição lognormal, indicando que as curvas se aproximam de maneira bastante satisfatória. Este caso corresponde a um carregamento acidental com média igual a 833,33 kN e desvio padrão de 208,33 kN.

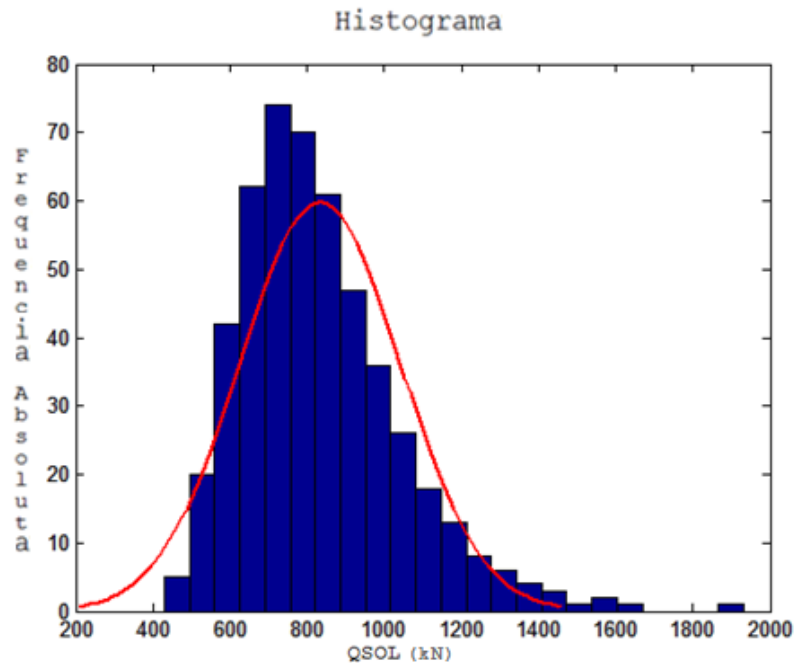


Figura 6.10 – Carregamento acidental segundo a distribuição de Gumbel.
Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software MATLAB, 2017.

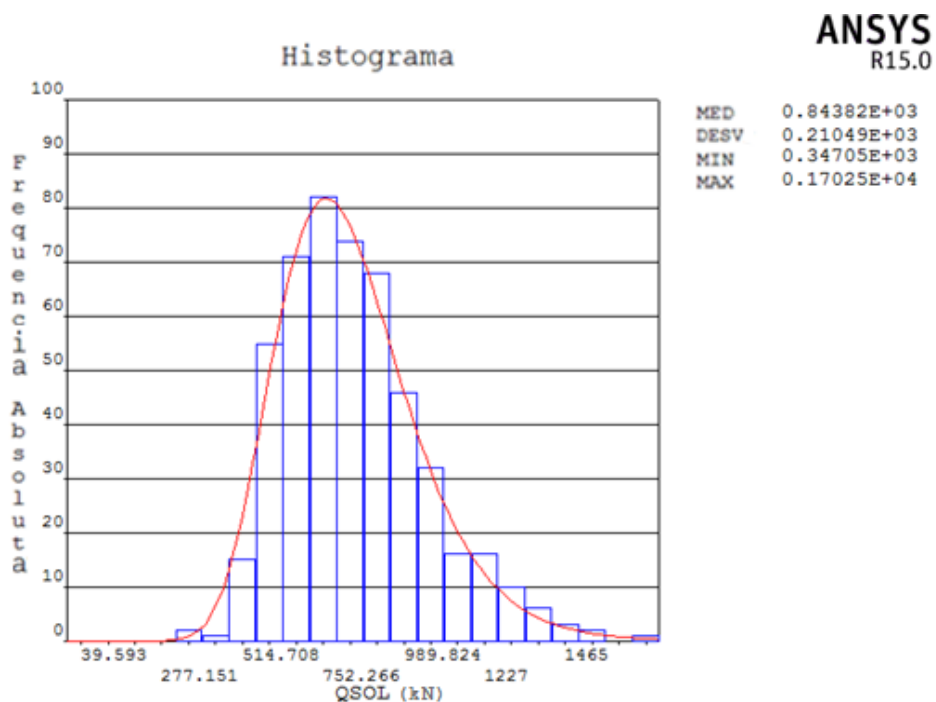


Figura 6.11 – Carregamento acidental segundo a distribuição lognormal.
Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

6.4 ESTIMATIVA DE ERRO DO MODELO

Em uma análise de confiabilidade, além da variabilidade dos parâmetros envolvidos na análise, há que se considerar as incertezas relativas ao modelo numérico empregado. Esta consideração foi realizada conforme as diretrizes apresentadas por Magalhães (2014), utilizando-se a comparação entre os resultados experimentais estudados e os resultados teóricos obtidos através do modelo, conforme apresentado no item 5 deste trabalho.

O coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo (V_{modelo}) é determinado através da equação (59):

$$V_{modelo} = \sqrt{\left(V_{exp/mod}\right)^2 - (V_{lote})^2 - (V_{ensaio})^2} \quad (59)$$

Onde:

$V_{exp/mod}$ = Coeficiente de variação da razão entre as cargas de ruptura experimental e teórica;

V_{lote} = Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios de laboratório, em virtude das variáveis do sistema, como dimensões e resistências;

V_{ensaio} = Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios oriundo das condições dos experimentos realizados.

O primeiro valor, $V_{exp/mod}$ foi obtido com a validação do modelo, através da comparação dos resultados teóricos e experimentais, resultando em $V_{exp/mod} = 0,0623$. O valor correspondente ao coeficiente V_{lote} foi adotado com base no exposto pelo autor (MAGALHÃES, 2014, p. 122), onde são considerados os coeficientes de variação da resistência à compressão do concreto e da tensão de escoamento do aço, correspondendo a $V_{lote} = 0,044$. Por fim, ainda conforme o sugerido pelo autor, foi adotado para o coeficiente de variação que considera as condições de laboratório, o valor de $V_{ensaio} = 0,04$.

Através destes valores, foi possível obter $V_{modelo} = 0,0186$. O erro propriamente dito associado ao modelo numérico segue uma distribuição de probabilidade normal, com valor médio unitário e coeficiente de variação estabelecido na equação (59). Assim, foram gerados aleatoriamente 500 resultados de estimativa de erro (e_{modelo}), utilizando-se a média unitária

($\mu_{modelo} = 1,0$) e o valor obtido para o coeficiente de variação do modelo ($V_{modelo} = 0,0186$), através da equação (60). A figura 6.12 apresenta o histograma da estimativa de erro gerada aleatoriamente. Como é possível observar, a curva se aproxima de forma satisfatória à curva da distribuição normal de probabilidade.

$$e_{modelo} = \mu_{modelo} \cdot (1 + z \cdot V_{modelo}) \quad (60)$$

Sendo z uma variável aleatória gaussiana, com média zero e desvio padrão unitário.

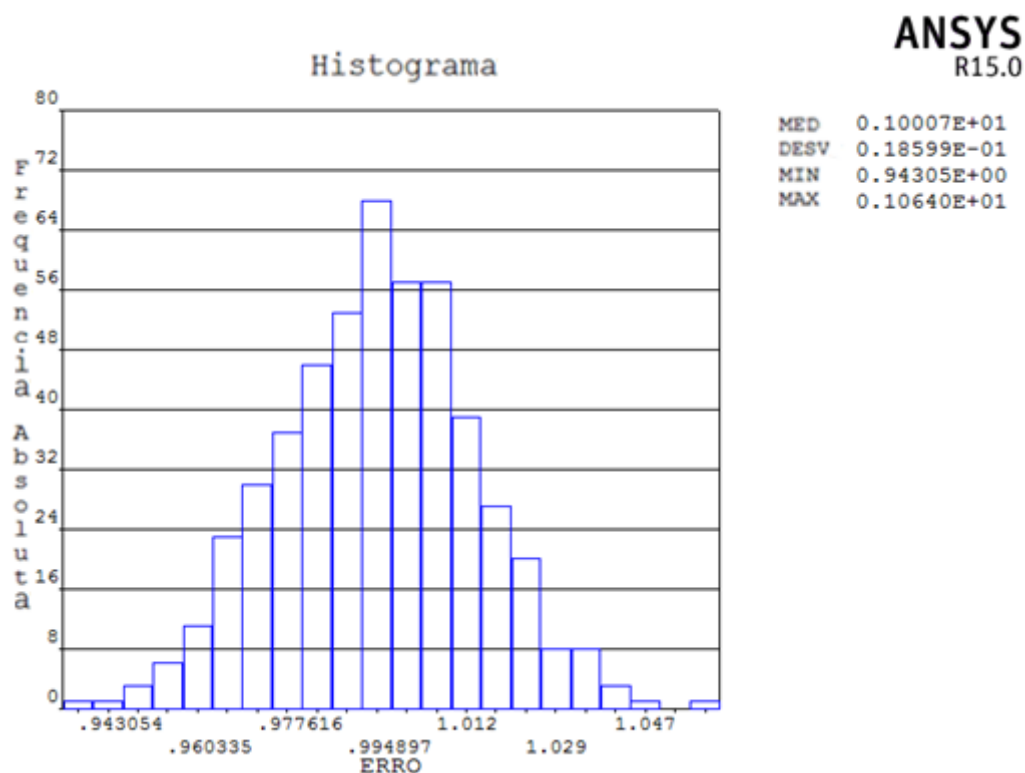


Figura 6.12 – Histograma da estimativa de erro do modelo.

Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

Assim sendo, os valores obtidos para a carga de ruptura dos pilares através do modelo numérico (Pu_{mod}) foram corrigidos a partir da estimativa de erro do modelo, através da equação (61), de forma que, na análise de confiabilidade, todas as cargas de ruptura dos pilares já correspondem aos valores corrigidos (Pu_{cor})

$$Pu_{cor} = e_{modelo} \cdot Pu_{mod} \quad (61)$$

7 ANÁLISES PARAMÉTRICAS

Neste capítulo são apresentados os resultados relativos à análise de confiabilidade de pilares de concreto armado projetados de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Para avaliar a influência dos parâmetros de projeto nos índices de confiabilidade dos pilares, foram modeladas 162 situações de pilares em flexo-compressão normal e 162 situações de pilares em flexo-compressão oblíqua, cujas características e disposições geométricas serão apresentadas a seguir.

Como mencionado anteriormente, todas as simulações foram realizadas utilizando-se o *software* ANSYS, com os modelos constitutivos dos materiais conforme descritos no capítulo 3 deste trabalho e através da ferramenta *Probabilistic Design*, que possibilita a geração de um conjunto de valores de carga de ruptura para cada pilar através do Método de Monte Carlo. No presente estudo, verificou-se que a realização de 500 simulações foi suficiente para a convergência estatística tanto da média quanto do desvio padrão dos pilares de todas as resistências analisadas, em flexo-compressão normal e em flexo-compressão oblíqua, como pode ser observado nas figuras a seguir.

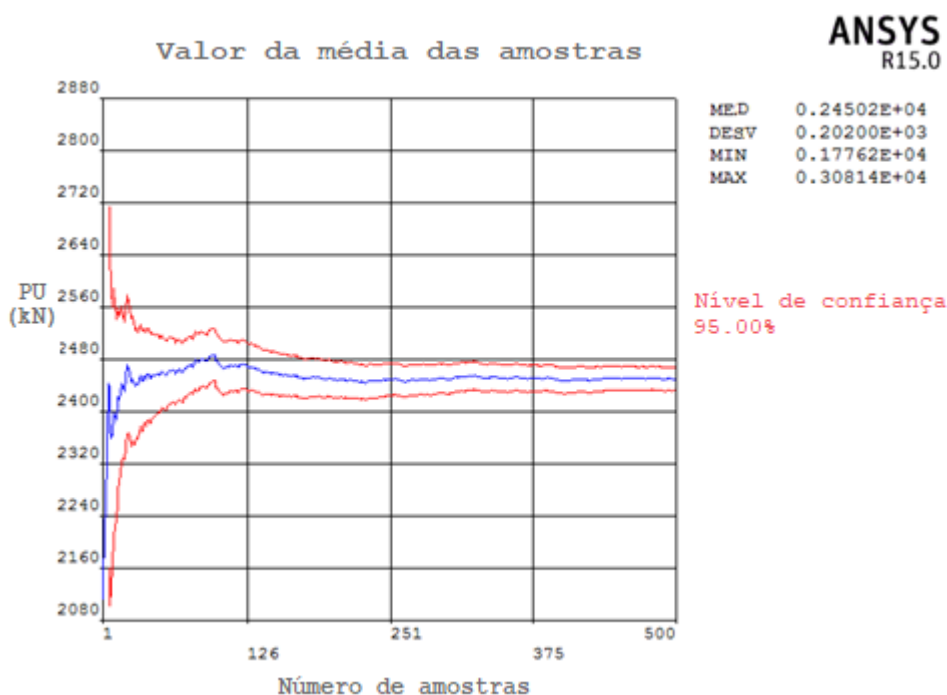


Figura 7.1 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

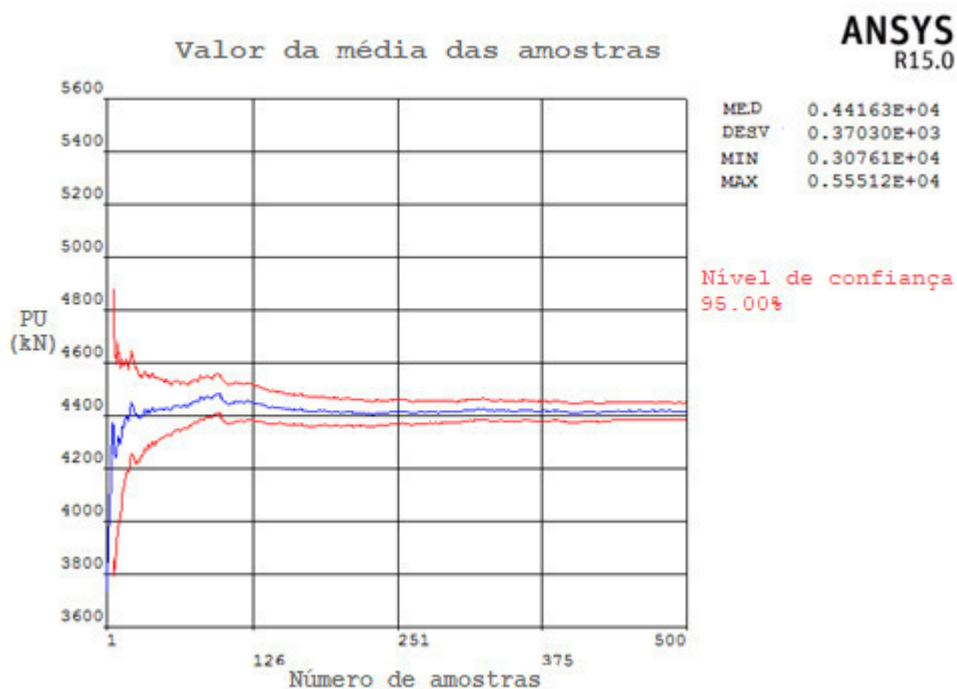


Figura 7.2 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

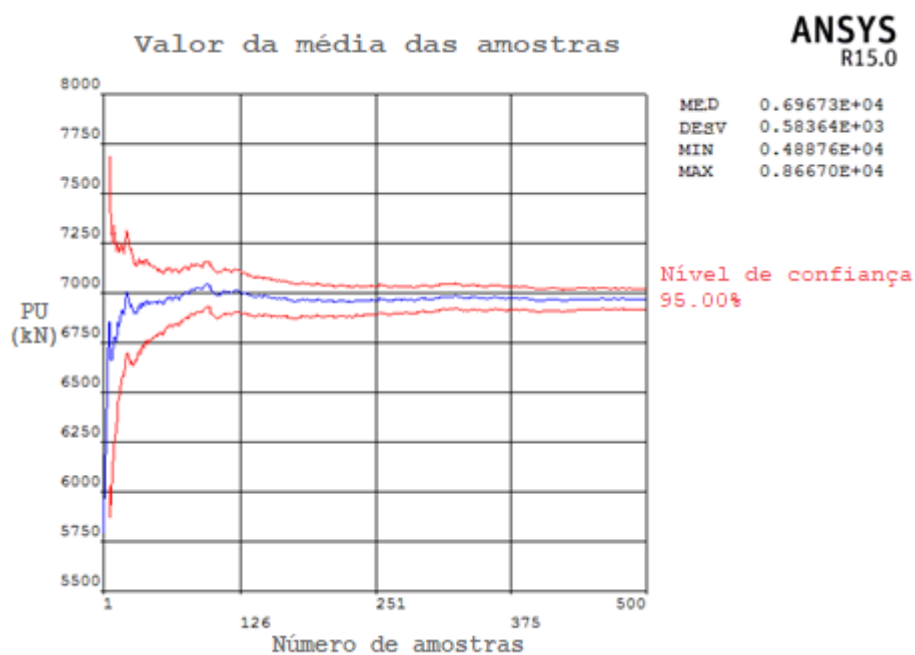


Figura 7.3 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

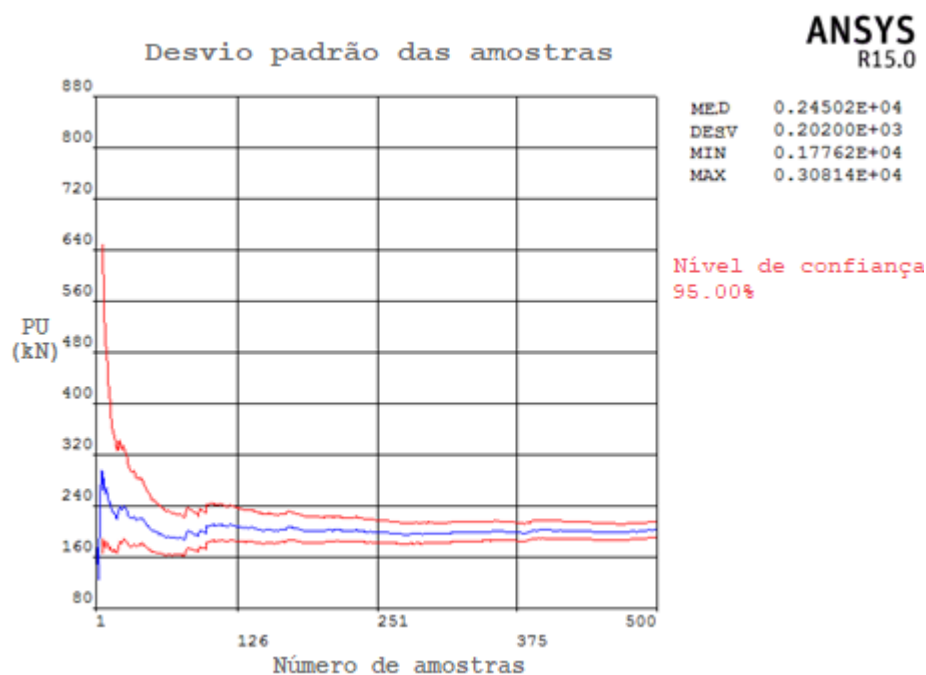


Figura 7.4 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

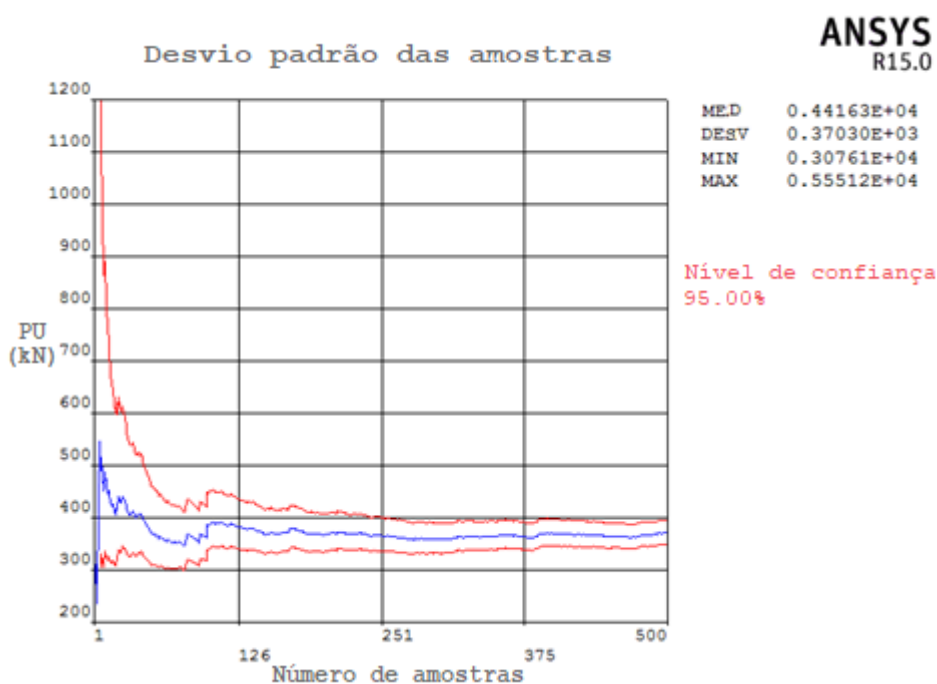


Figura 7.5 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

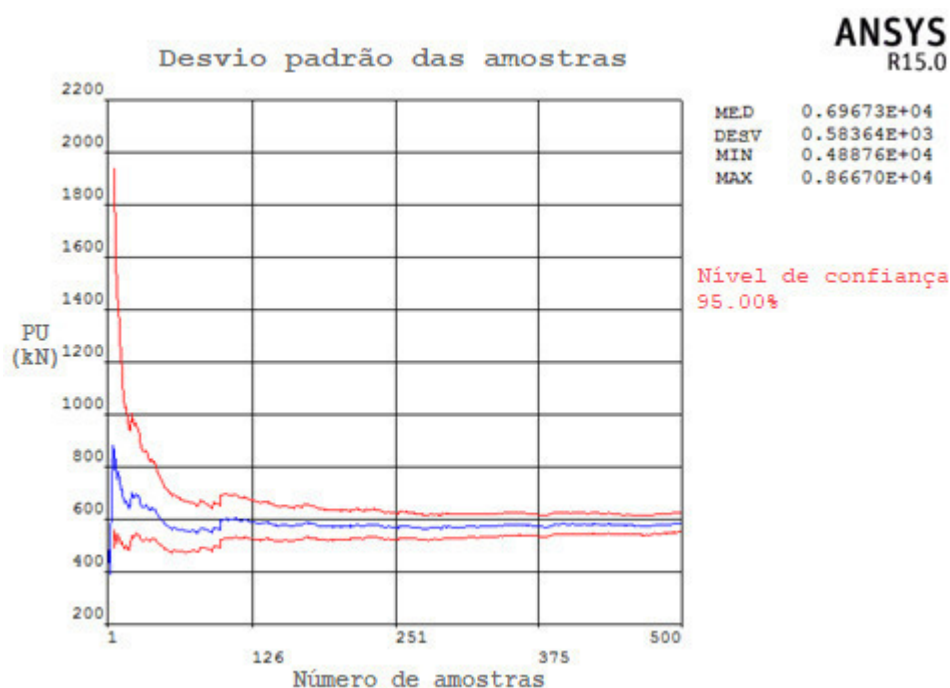


Figura 7.6 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

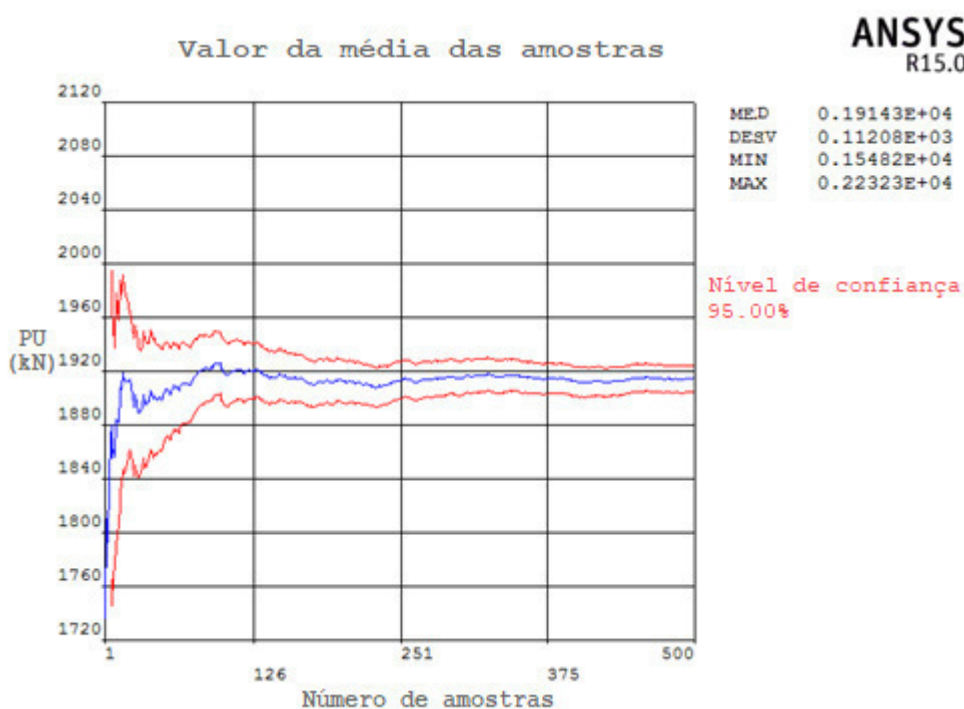


Figura 7.7 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

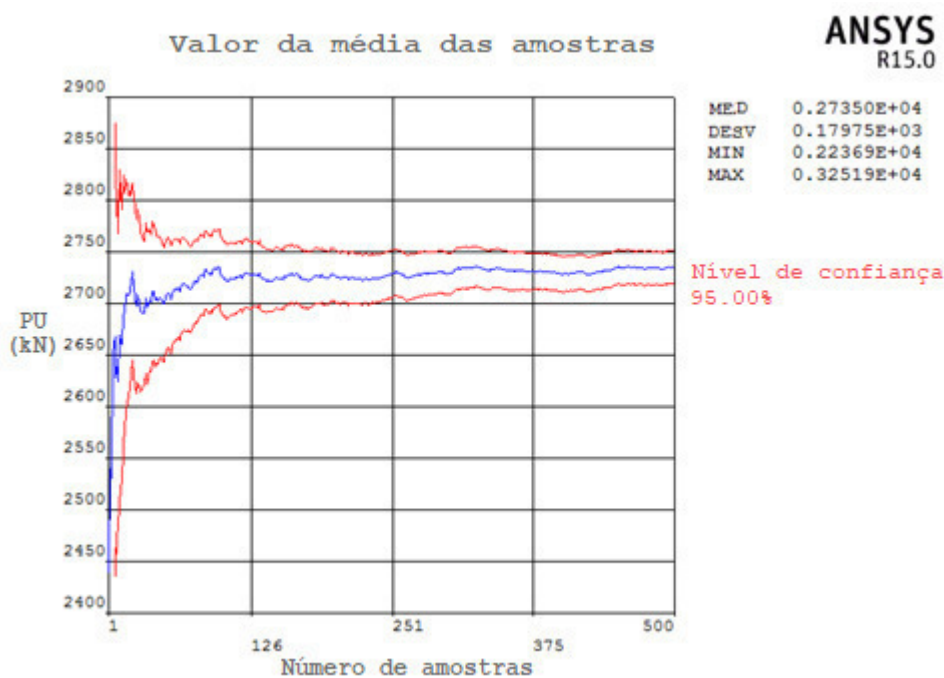


Figura 7.8 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

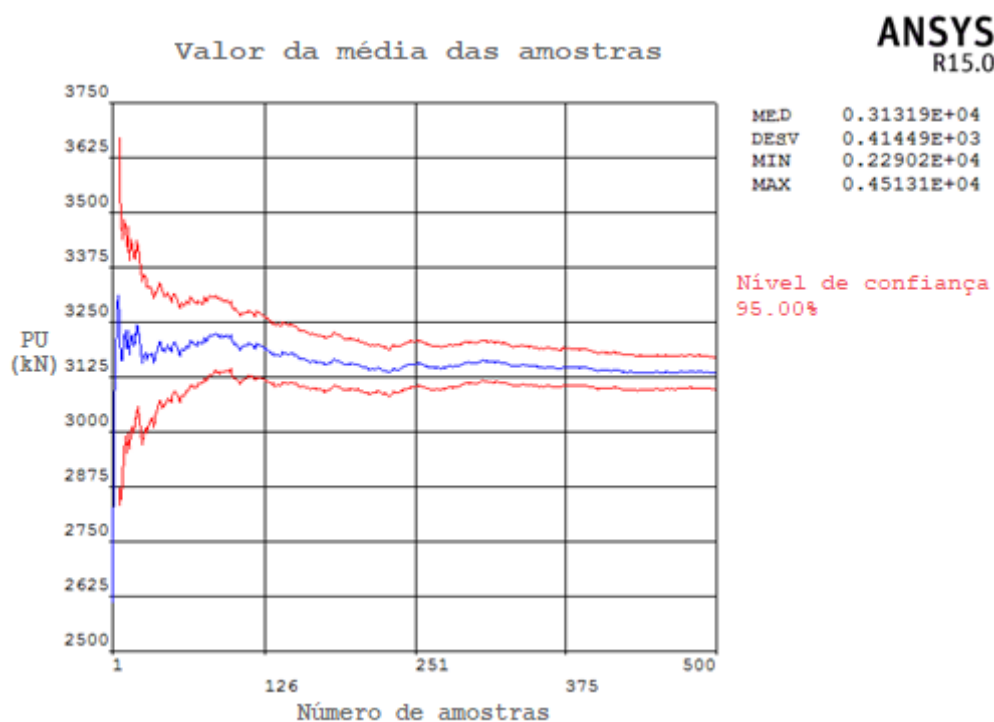


Figura 7.9 – Variação da média da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

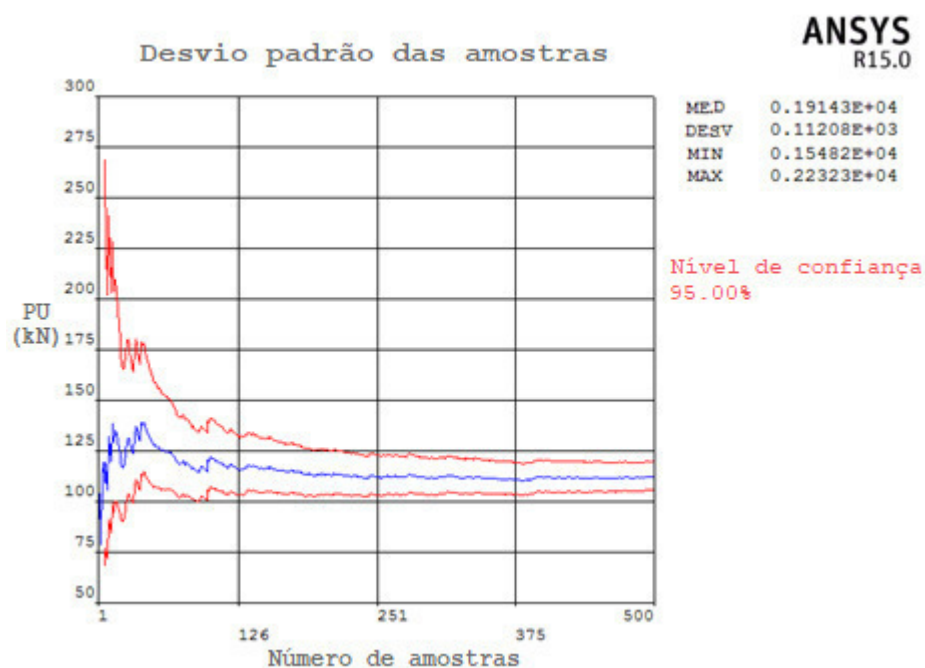


Figura 7.10 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

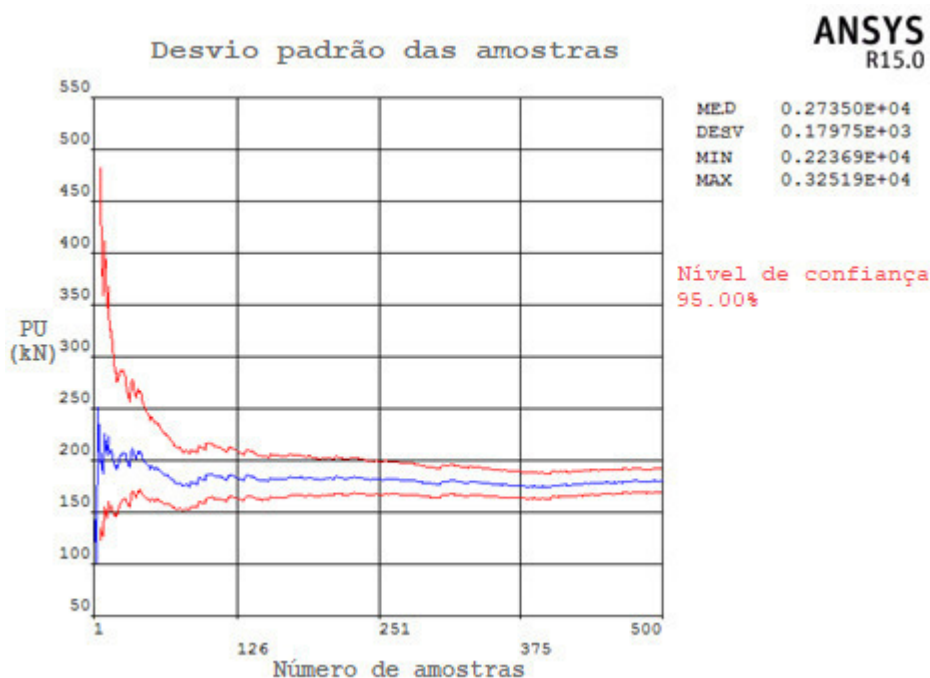


Figura 7.11 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

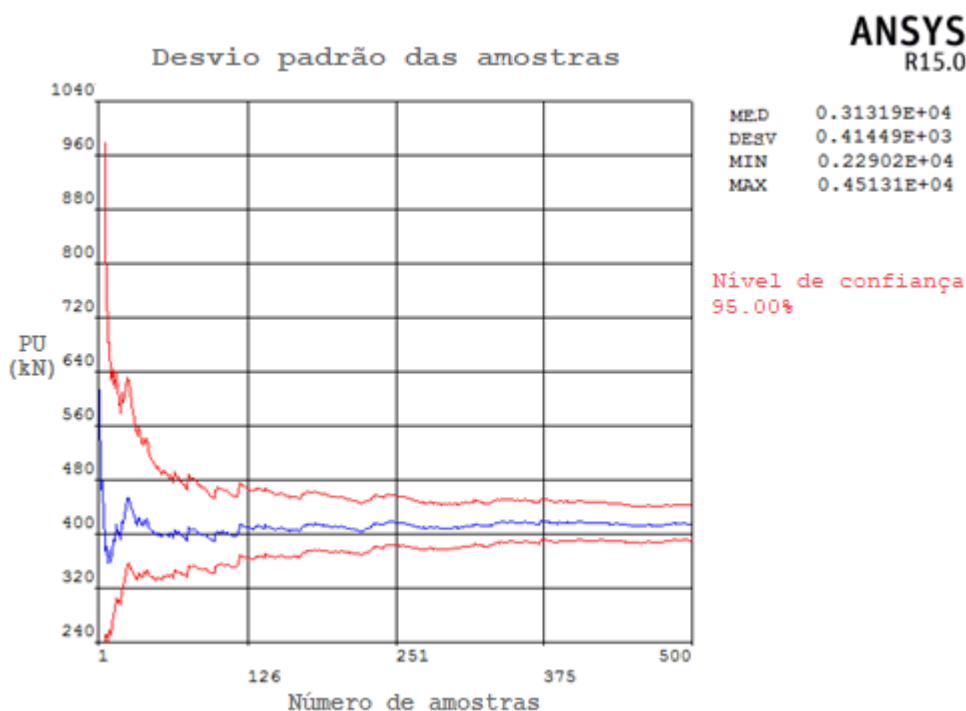


Figura 7.12 – Variação do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações para um pilar em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$. Fonte: *Print screen* adaptado de resultados obtidos através do software ANSYS, 2017.

As figuras 7.1 a 7.3 indicam a variação da média da carga de ruptura em relação ao número de simulações para pilares de f_{ck} igual a 30, 60 e 90 MPa, respectivamente, submetidos a flexo-compressão normal, e as figuras 7.4 a 7.6 apresentam a variação do desvio padrão da carga de ruptura em relação ao número de simulações para os mesmos pilares. De maneira análoga, as figuras 7.7 a 7.9 indicam a variação da média com o número de simulações para pilares submetidos a flexo-compressão oblíqua, enquanto as figuras 7.10 a 7.12 exibem a variação do desvio padrão da carga de ruptura em relação ao número de simulações para estas situações. Todos os pilares tem índice de esbelteza, $\lambda = 60$ e excentricidade relativa de primeira ordem ($e1/h$) igual a 0,1 (no caso da flexo-compressão oblíqua, nas duas direções).

Como mencionado anteriormente, e indicado na equação (53) apresentada neste trabalho, o índice de confiabilidade corresponde a uma relação entre a média da margem de segurança e seu desvio padrão. Para tal, portanto, é necessário obter a média e o desvio padrão tanto da carga de ruptura quanto da solicitação em cada pilar. Assim sendo, além da obtenção da carga de ruptura dos pilares, as simulações numéricas realizadas através do *software* ANSYS permitiram a criação de uma variável para representar a solicitação nos pilares, dada pela soma entre as cargas permanente e variável (variáveis aleatórias conforme exibido no item 6.3.4).

Então, desta forma, cada ciclo de 500 simulações fornece a média e o desvio padrão da carga de ruptura e da força de sollicitação em cada pilar, possibilitando a obtenção do índice de confiabilidade (β) associado a cada pilar. Porém, há que se destacar que a utilização da referida equação pressupõe que a margem de segurança se aproxima de uma distribuição de probabilidade normal. Entretanto, nas análises realizadas no presente estudo, foram considerados diferentes valores para a relação entre os carregamentos permanente e acidental, conforme será apresentado nos itens a seguir. Tendo-se em vista que o carregamento acidental apresenta maior variabilidade e está associado a uma distribuição de probabilidade lognormal, de acordo com o exibido no item 6.3.4, existe uma tendência de que a sollicitação no pilar se afaste da distribuição normal com o aumento da influência da carga acidental. Portanto, para verificar a aderência destes dados à distribuição de probabilidade normal, foi aplicado o teste de Kolmogorov-Smirnov para um caso de pilar em flexo-compressão normal e outro em flexo-compressão oblíqua, através de 500 simulações de Monte Carlo e envolvendo as três relações entre os carregamentos acidental e permanente empregadas nas análises deste trabalho.

O teste de Kolmogorov-Smirnov tem por finalidade determinar a maior diferença absoluta entre a função de distribuição acumulada assumida para os dados (neste caso, a distribuição Normal) e a função de distribuição empírica dos dados. Este valor então é comparado com um valor crítico, para um dado nível de significância. Neste trabalho, as amostras foram divididas em 19 faixas de frequência, de forma que, adotando-se um nível de significância igual a 5%, tem-se um valor crítico para a estatística do teste, $D_{crit} = 0,30$. Esta estatística é determinada através das equações (62) a (64):

$$D_n = \text{máx}(D_n^+; D_n^-) \quad (62)$$

Sendo:

$$D_n^+ = \text{máx}[F_n(x_i) - F(x_i)] \quad (63)$$

$$D_n^- = \text{máx}[F(x_i) - F_n(x_{i-1})] \quad (64)$$

Onde:

$F_n(x)$ = Função de distribuição acumulada empírica dos dados;

$F(x)$ = Função de distribuição acumulada assumida para os dados (Normal).

Para D_n^+ e D_n^- são assumidos os maiores valores absolutos (em módulo) das diferenças expressas nas equações (63) e (64), e D_n é tomado como o maior entre estes dois valores. Assim, para que seja válida a afirmação de que o conjunto de dados se aproxima satisfatoriamente a uma distribuição normal de probabilidade, D_n deve ser inferior a $D_{crít}$. De maneira análoga, quando D_n resulta em um valor superior ao crítico ($D_{crít}$), rejeita-se a hipótese de que os dados se ajustam à distribuição de probabilidade normal.

As tabelas 7.1 a 7.3 apresentam a aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para as margens de segurança de um pilar submetido à flexo-compressão normal com $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ e considerando respectivamente, $Q_k/G_k = 0,5; 1,0$ e $2,0$.

Tabela 7.1 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 0,5$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	F _n (x)	F(x)	F _n (x)-F(x)	F(x)-F _n (x-1)
850	1	1	0,002	0,0002	0,0018	0,0002
1022	0	1	0,002	0,0008	0,0012	0,0012
1194	0	1	0,002	0,0028	0,0008	0,0008
1366	4	5	0,010	0,0082	0,0018	0,0062
1538	8	13	0,026	0,0217	0,0043	0,0117
1710	16	29	0,058	0,0502	0,0078	0,0242
1882	25	54	0,108	0,1029	0,0051	0,0449
2054	38	92	0,184	0,1874	0,0034	0,0794
2226	58	150	0,300	0,3050	0,0050	0,1210
2400	72	222	0,444	0,4491	0,0051	0,1491
2572	68	290	0,580	0,5985	0,0185	0,1545
2744	76	366	0,732	0,7347	0,0027	0,1547
2916	58	424	0,848	0,8425	0,0055	0,1105
3088	38	462	0,924	0,9166	0,0074	0,0686
3260	22	484	0,968	0,9608	0,0072	0,0368
3432	11	495	0,990	0,9837	0,0063	0,0157
3604	2	497	0,994	0,9940	0,0000	0,0040
3776	1	498	0,996	0,9981	0,0021	0,0041
3950	2	500	1,000	0,9995	0,0005	0,0035
					Dteste	0,1547
					Dcrítico	0,3

Tabela 7.2 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 1,0$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	F _n (x)	F(x)	F _n (x)-F(x)	F(x)-F _n (x-1)
850	1	1	0,0020	0,0005	0,0015	0,0005
1022	1	2	0,0040	0,0017	0,0023	0,0003
1194	4	6	0,0120	0,0050	0,0070	0,0010
1366	6	12	0,0240	0,0131	0,0109	0,0011

1538	7	19	0,0380	0,0306	0,0074	0,0066
1710	16	35	0,0700	0,0642	0,0058	0,0262
1882	24	59	0,1180	0,1213	0,0033	0,0513
2054	38	97	0,1940	0,2070	0,0130	0,0890
2226	50	147	0,2940	0,3209	0,0269	0,1269
2400	72	219	0,4380	0,4564	0,0184	0,1624
2572	73	292	0,5840	0,5957	0,0117	0,1577
2744	72	364	0,7280	0,7237	0,0043	0,1397
2916	54	418	0,8360	0,8278	0,0082	0,0998
3088	37	455	0,9100	0,9027	0,0073	0,0667
3260	24	479	0,9580	0,9504	0,0076	0,0404
3432	12	491	0,9820	0,9773	0,0047	0,0193
3604	5	496	0,9920	0,9907	0,0013	0,0087
3776	3	499	0,9980	0,9966	0,0014	0,0046
3950	1	500	1,0000	0,9989	0,0011	0,0009
					Dteste	0,1624
					Dcrítico	0,3

Tabela 7.3 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão normal com $Q_k/G_k = 2,0$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	F _n (x)	F(x)	F _n (x)-F(x)	F(x)-F _n (x-1)
850	4	4	0,0080	0,0016	0,0064	0,0016
1022	3	7	0,0140	0,0044	0,0096	0,0036
1194	5	12	0,0240	0,0106	0,0134	0,0034
1366	3	15	0,0300	0,0233	0,0067	0,0007
1538	15	30	0,0600	0,0471	0,0129	0,0171
1710	13	43	0,0860	0,0873	0,0013	0,0273
1882	32	75	0,1500	0,1488	0,0012	0,0628
2054	34	109	0,2180	0,2340	0,0160	0,0840
2226	38	147	0,2940	0,3411	0,0471	0,1231
2400	56	203	0,4060	0,4643	0,0583	0,1703
2572	92	295	0,5900	0,5896	0,0004	0,1836
2744	58	353	0,7060	0,7063	0,0003	0,1163
2916	58	411	0,8220	0,8047	0,0173	0,0987
3088	37	448	0,8960	0,8800	0,0160	0,0580
3260	25	473	0,9460	0,9320	0,0140	0,0360
3432	15	488	0,9760	0,9646	0,0114	0,0186
3604	6	494	0,9880	0,9831	0,0049	0,0071
3776	4	498	0,9960	0,9926	0,0034	0,0046
3950	2	500	1,0000	0,9971	0,0029	0,0011
					Dteste	0,1836
					Dcrítico	0,3

Da mesma forma, as tabelas 7.4 a 7.6 exibem os dados referentes à aplicação do referido teste para as margens de segurança de um pilar com características de esbeltez e resistência semelhantes, porém submetido a esforços de flexo-compressão oblíqua. Analogamente, foram

considerados os mesmos valores para a relação entre os carregamentos acidental e permanente, $Q_k/G_k = 0,5; 1,0$ e $2,0$.

Tabela 7.4 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 0,5$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	F _n (x)	F(x)	F _n (x)-F(x)	F(x)-F _n (x-1)
150	0	0	0,000	0,0002	0,0002	0,0002
217	2	2	0,004	0,0007	0,0033	0,0007
284	3	5	0,010	0,0023	0,0077	0,0017
351	1	6	0,012	0,0069	0,0051	0,0031
418	11	17	0,034	0,0182	0,0159	0,0061
485	6	23	0,046	0,0424	0,0037	0,0083
552	17	40	0,080	0,0880	0,0078	0,0419
619	38	78	0,156	0,1627	0,0064	0,0826
686	55	133	0,267	0,2699	0,0033	0,1135
750	50	183	0,367	0,3975	0,0308	0,1310
817	78	261	0,523	0,5439	0,0209	0,1772
884	78	339	0,679	0,6845	0,0052	0,1615
951	60	399	0,800	0,8025	0,0029	0,1231
1018	53	452	0,906	0,8889	0,0169	0,0893
1085	26	478	0,958	0,9441	0,0138	0,0383
1152	17	495	0,992	0,9750	0,0169	0,0171
1219	2	497	0,996	0,9901	0,0059	0,0019
1286	0	497	0,996	0,9965	0,0005	0,0005
1350	2	499	1,000	0,9989	0,0011	0,0029
					Dteste	0,1772
					Dcrítico	0,3

Tabela 7.5 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 1,0$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	F _n (x)	F(x)	F _n (x)-F(x)	F(x)-F _n (x-1)
150	4	4	0,008	0,0008	0,0072	0,0008
217	1	5	0,010	0,0024	0,0076	0,0056
284	6	11	0,022	0,0064	0,0157	0,0036
351	2	13	0,026	0,0153	0,0108	0,0068
418	11	24	0,048	0,0332	0,0150	0,0071
485	8	32	0,064	0,0656	0,0013	0,0174
552	24	56	0,112	0,1184	0,0060	0,0542
619	39	95	0,191	0,1959	0,0052	0,0835
686	41	136	0,273	0,2982	0,0251	0,1074
750	51	187	0,376	0,4139	0,0383	0,1408
817	63	250	0,502	0,5434	0,0414	0,1679
884	75	325	0,653	0,6684	0,0158	0,1664
951	69	394	0,791	0,7770	0,0142	0,1244
1018	47	441	0,886	0,8619	0,0237	0,0707
1085	34	475	0,954	0,9215	0,0323	0,0360

1152	14	489	0,982	0,9592	0,0227	0,0054
1219	6	495	0,994	0,9807	0,0133	0,0012
1286	2	497	0,998	0,9917	0,0063	0,0023
1350	1	498	1,000	0,9966	0,0034	0,0014
					Dteste	0,1679
					Dcrítico	0,3

Tabela 7.6 – Aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov para a margem de segurança de um pilar em flexo-compressão oblíqua com $Q_k/G_k = 2,0$

Mseg	Frequência	Freq. Acumulada	Fn(x)	F(x)	Fn(x)-F(x)	F(x)-Fn(x-1)
150	11	11	0,022	0,0037	0,0184	0,0037
217	2	13	0,026	0,0083	0,0179	0,0139
284	1	14	0,028	0,0171	0,0111	0,0091
351	6	20	0,040	0,0330	0,0073	0,0048
418	15	35	0,071	0,0595	0,0110	0,0192
485	19	54	0,109	0,1003	0,0086	0,0297
552	20	74	0,149	0,1585	0,0093	0,0496
619	26	100	0,202	0,2352	0,0336	0,0861
686	49	149	0,300	0,3290	0,0286	0,1274
750	45	194	0,391	0,4301	0,0390	0,1297
817	50	244	0,492	0,5410	0,0491	0,1499
884	62	306	0,617	0,6488	0,0318	0,1568
951	64	370	0,746	0,7457	0,0002	0,1288
1018	57	427	0,861	0,8264	0,0345	0,0805
1085	32	459	0,925	0,8886	0,0368	0,0277
1152	21	480	0,968	0,9330	0,0348	0,0076
1219	12	492	0,992	0,9622	0,0297	0,0055
1286	3	495	0,998	0,9801	0,0179	0,0118
1350	1	496	1,000	0,9899	0,0101	0,0081
					Dteste	0,1568
					Dcrítico	0,3

Como é possível observar nos dados exibidos acima, todos os casos aqui abordados apresentaram D_n inferior a D_{crit} , indicando que, mesmo com o aumento da influência do carregamento acidental, ainda é válida a consideração de que a margem de segurança aproxima-se de maneira satisfatória à distribuição de probabilidade normal, possibilitando o emprego da referida equação para o cálculo do índice de confiabilidade dos pilares.

7.1 PILARES EM FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

Para a análise da flexo-compressão normal, foram modelados 162 casos de pilares birrotulados, com seção transversal retangular de $20 \times 50 \text{ cm}$ e altura útil $d = 16 \text{ cm}$, conforme a figura 7.13. A excentricidade da carga foi aplicada na direção da menor inércia e todos os pilares foram dimensionados utilizando-se os efeitos de segunda ordem calculados tanto pelo método da curvatura aproximada (MCA) quanto pelo método da rigidez aproximada (MRA).

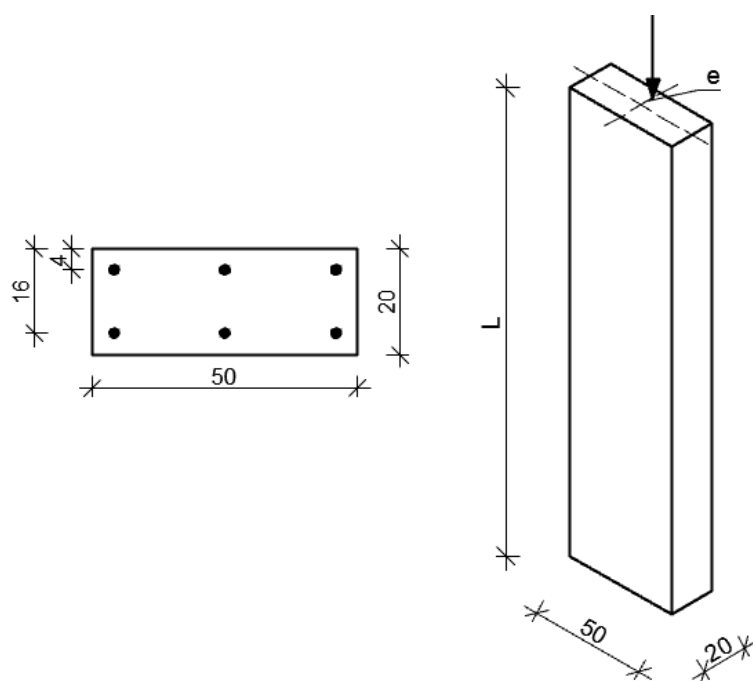


Figura 7.13 – Disposições geométricas dos pilares em flexo-compressão normal.
Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Visando a determinação das cargas de projeto, foram fixadas a excentricidade de primeira ordem e a taxa de armadura para cada pilar. Desta forma, através de um processo iterativo, calculou-se a carga de projeto que, considerando os efeitos de segunda ordem determinados através do método da rigidez aproximada, resultaria na taxa de armadura desejada. Esta então, corresponderia à carga de projeto do pilar. Após, esta mesma carga de projeto foi utilizada para determinar uma nova armadura, com os efeitos de segunda ordem calculados através do método da curvatura aproximada. Assim, o mesmo pilar foi dimensionado com os esforços determinados através dos dois métodos, utilizando-se a mesma carga de projeto, de forma a obter (na maior parte dos casos) diferentes áreas de aço para a mesma carga de projeto através dos dois métodos. Este procedimento foi adotado a fim de possibilitar a comparação das soluções obtidas através dos dois métodos apresentados na norma brasileira em uma situação

de projeto, onde tem-se o carregamento a ser suportado e o objetivo é determinar a área de aço necessária. Em alguns casos, como pode ser observado nos itens a seguir, a solução adotada para o projeto é a mesma pelos dois métodos, gerando o mesmo índice de confiabilidade para os dois casos. Todas as cargas de projeto, bem como a taxa de armadura de cada pilar e o correspondente índice de confiabilidade podem ser verificadas no Apêndice C deste trabalho.

Para estudar a variação do índice de confiabilidade com os diferentes parâmetros envolvidos no projeto de pilares, estes foram variados da seguinte forma:

- a) Índice de esbeltez (λ): foram modelados pilares com índices de esbeltez igual a 30, 60 e 90. Para tal, foi mantida a seção transversal, variando-se o comprimento (L) do pilar. Este índice influencia diretamente na importância dos efeitos de segunda ordem;
- b) Excentricidade relativa de primeira ordem (e_1/h): para os pilares em flexo-compressão normal, foram utilizados três valores para este parâmetro - 0,1; 0,2 e 0,3. Estes valores determinam o momento de primeira ordem nas extremidades dos pilares;
- c) Resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}): foram utilizados os valores de 30, 60 e 90 MPa para este parâmetro. O primeiro representa um valor amplamente utilizado em projetos estruturais, e os outros dois, representam concretos do grupo II, incluídos recentemente na norma brasileira;
- d) Relação entre as cargas acidental e permanente ($r = Q_k/G_k$): para este parâmetro foram adotados os valores de 0,5; 1,0 e 2,0. No primeiro caso, tem-se a situação de carga permanente predominante em relação ao carregamento acidental, que corresponde à maioria das situações usuais em projetos de edifícios de concreto armado. Já o segundo caso indica equilíbrio entre carregamento permanente e acidental. Por fim, com $r = 2,0$, tem-se a carga acidental superior ao carregamento permanente, o que seria o caso de uma estrutura leve sob carregamento acidental pesado.

7.1.1 Variação de β com o índice de esbeltez

Este item destina-se à avaliação da variação do índice de confiabilidade (β) com o índice de esbeltez (λ) para pilares de mesmo f_{ck} e excentricidade relativa de primeira ordem (e_1/h). Nas figuras 7.14 a 7.19, observa-se esta variação para pilares de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$.

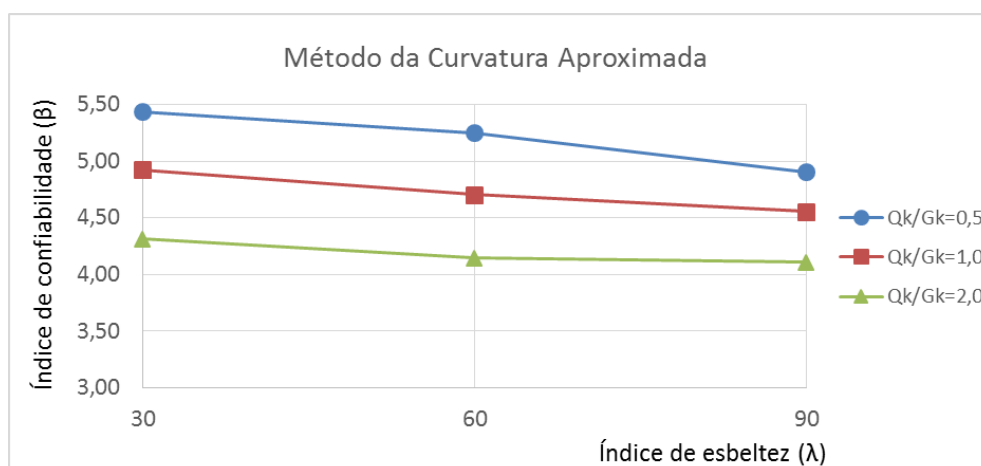


Figura 7.14 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

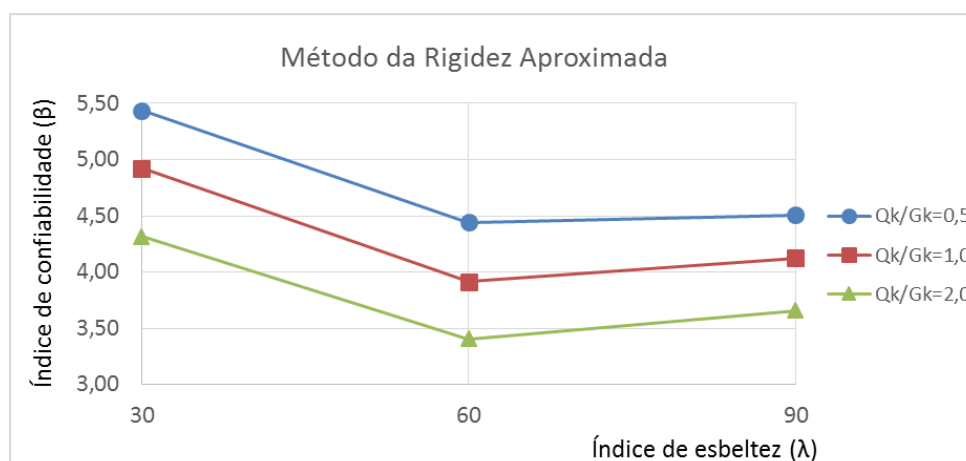


Figura 7.15 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

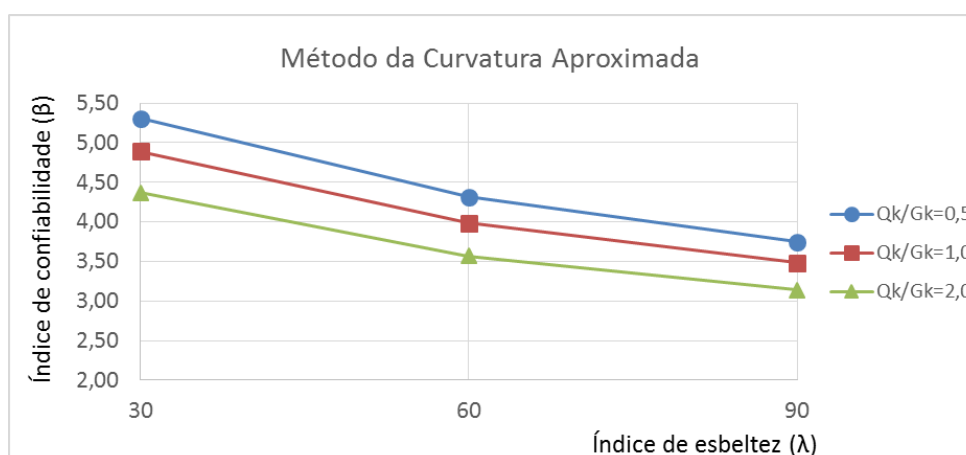


Figura 7.16 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

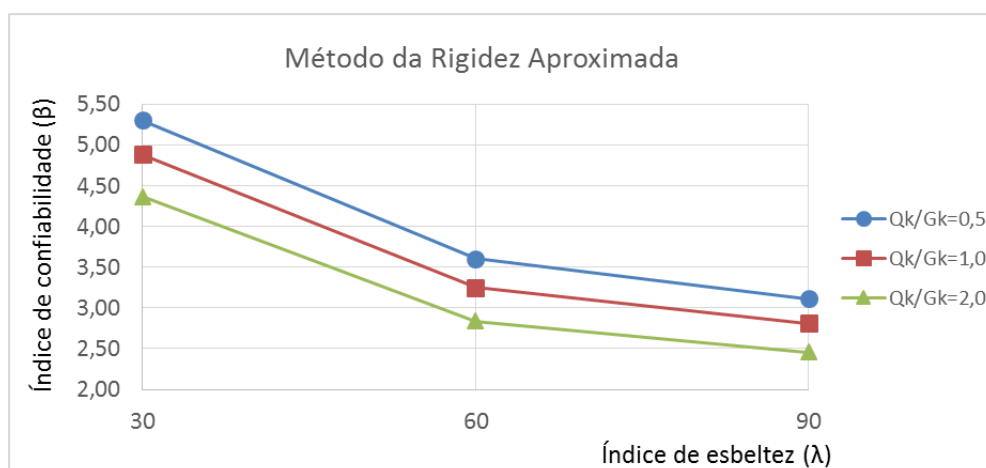


Figura 7.17 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

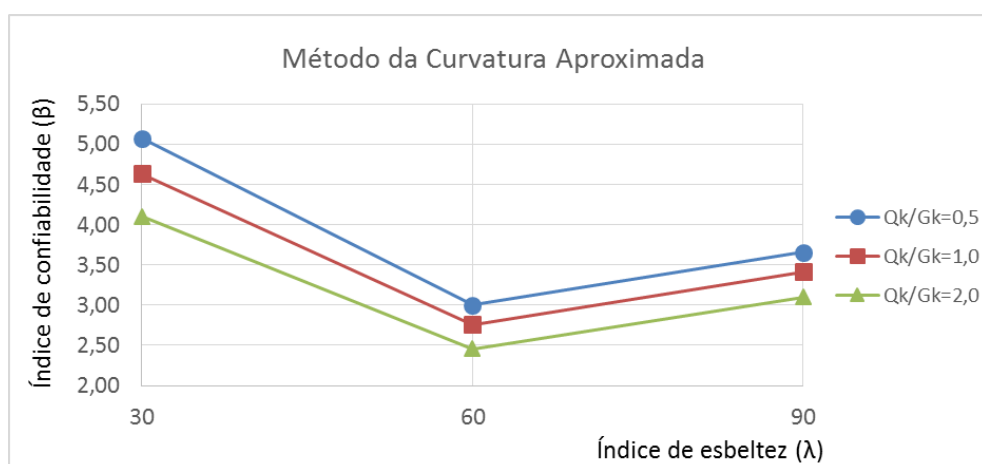


Figura 7.18 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

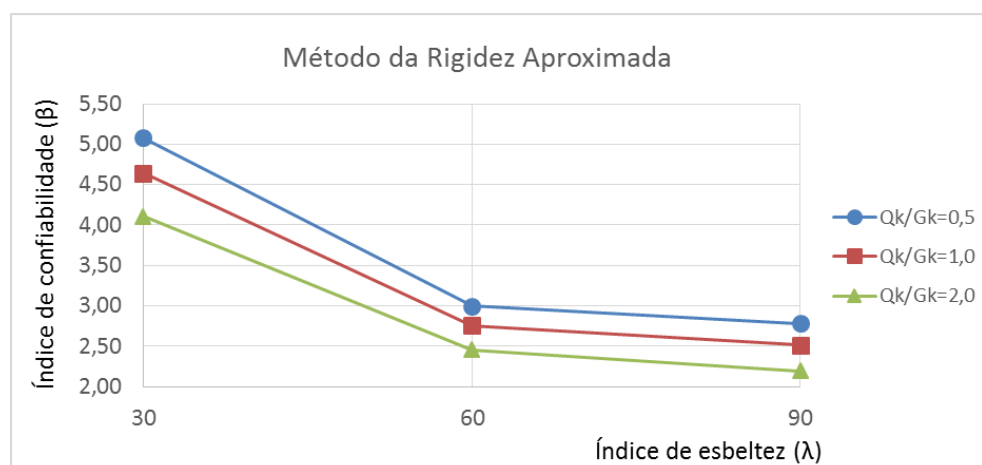


Figura 7.19 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nas figuras 7.20 a 7.25, indica-se a variação de β com λ para pilares de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$.

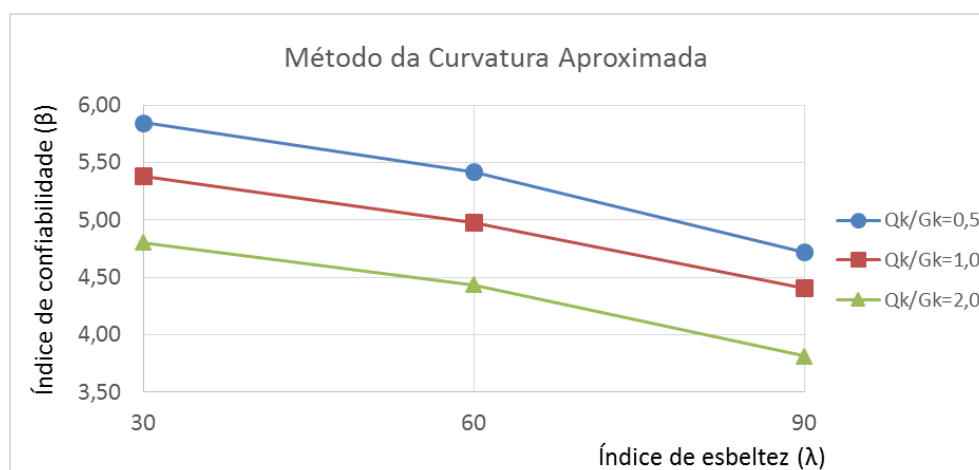


Figura 7.20 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

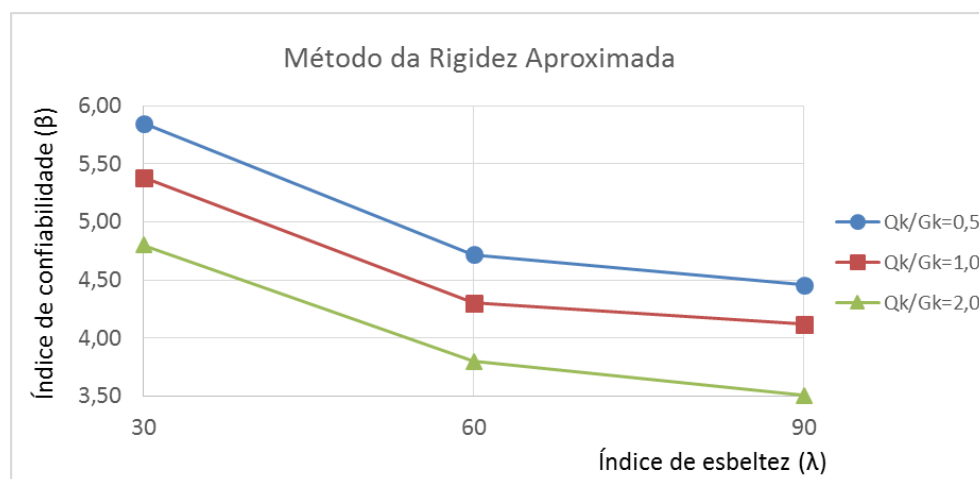


Figura 7.21 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

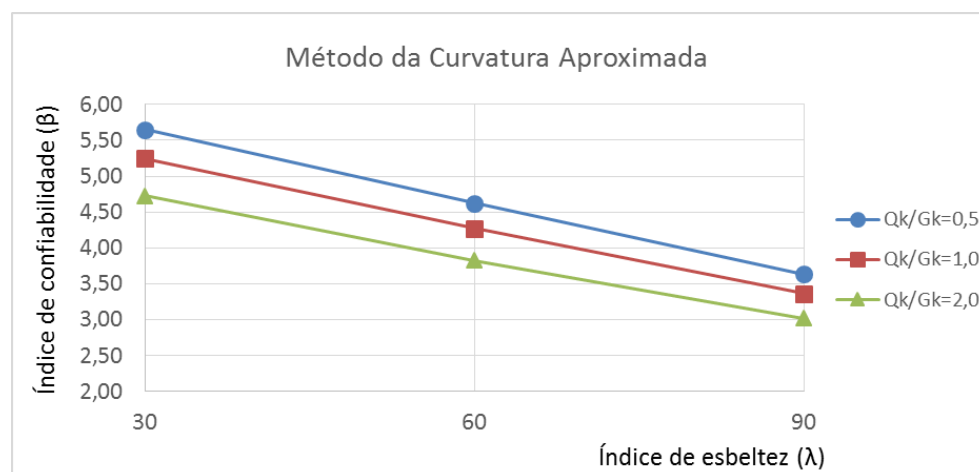


Figura 7.22 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

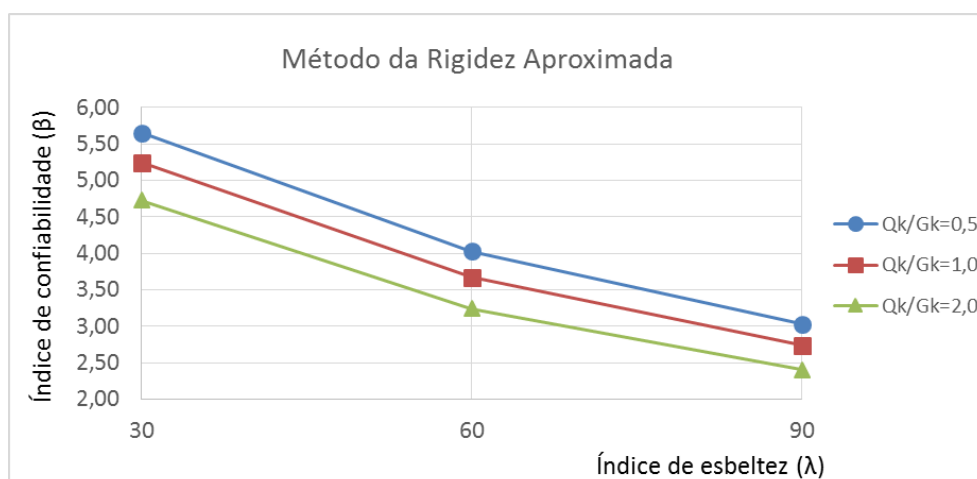


Figura 7.23 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

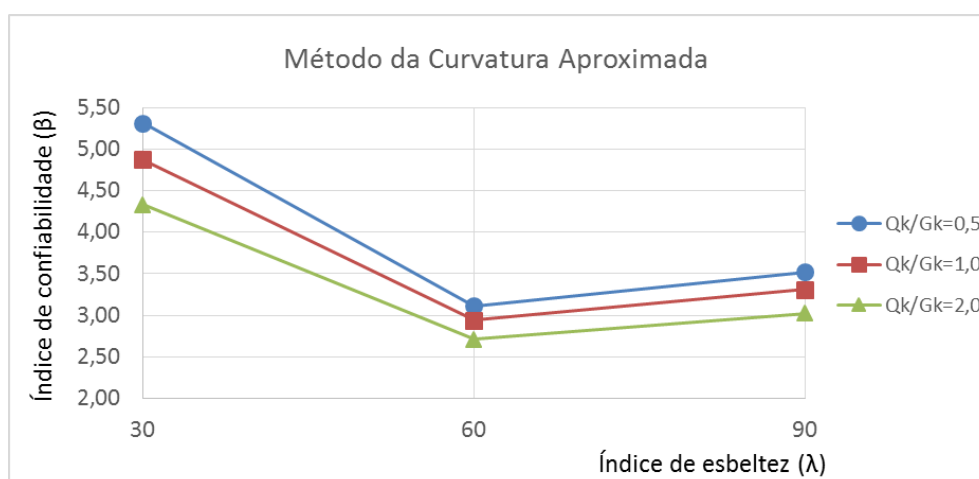


Figura 7.24 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

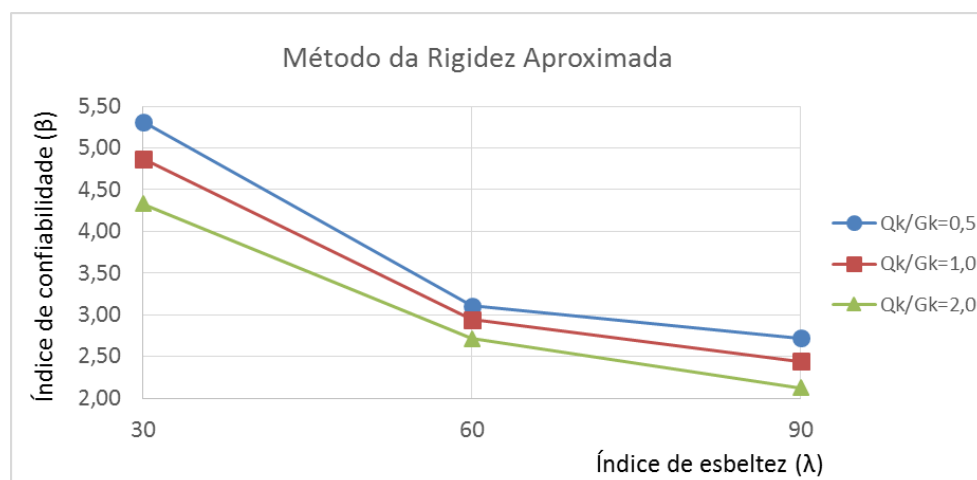


Figura 7.25 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Por fim, as imagens 7.26 a 7.31 exibem a variação do índice de confiabilidade com o índice de esbeltez para pilares de $f_{ck} = 90$.

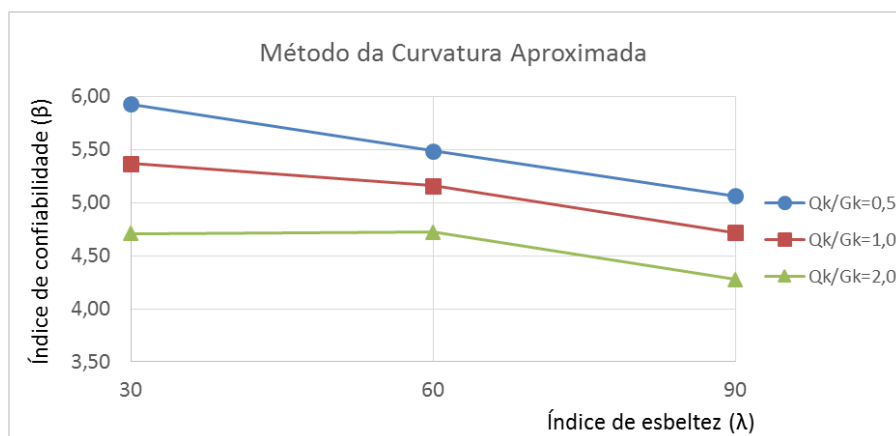


Figura 7.26 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

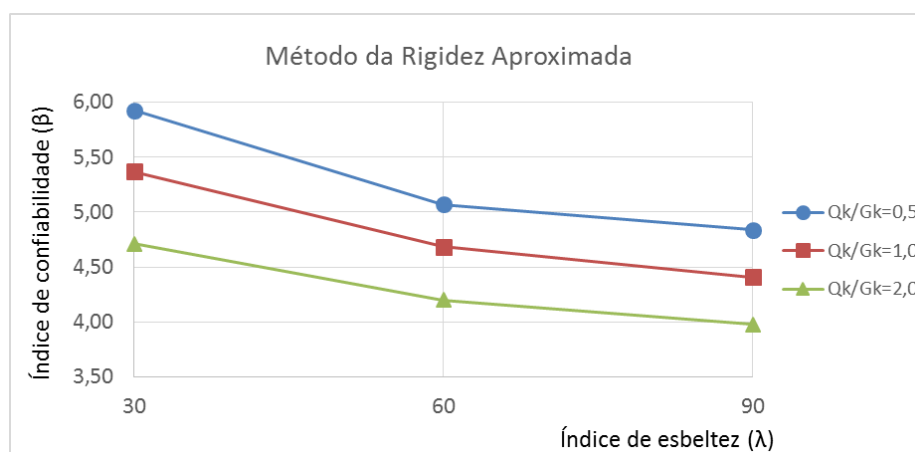


Figura 7.27 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

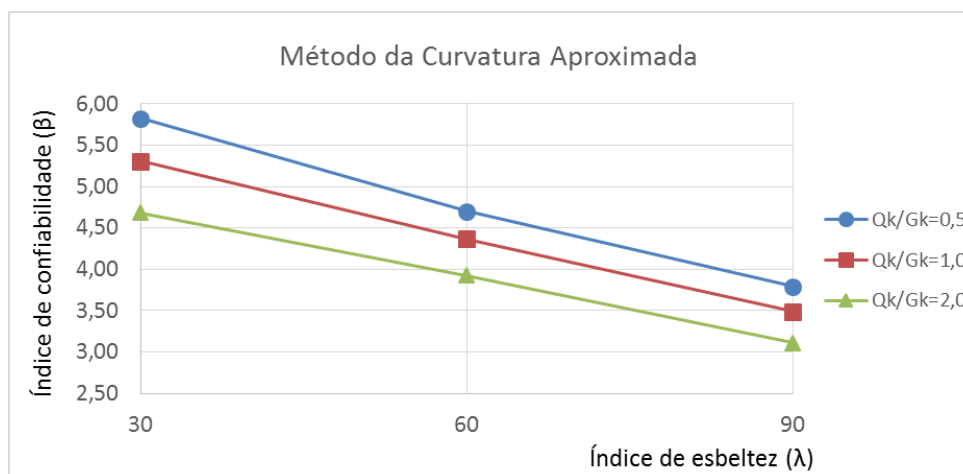


Figura 7.28 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

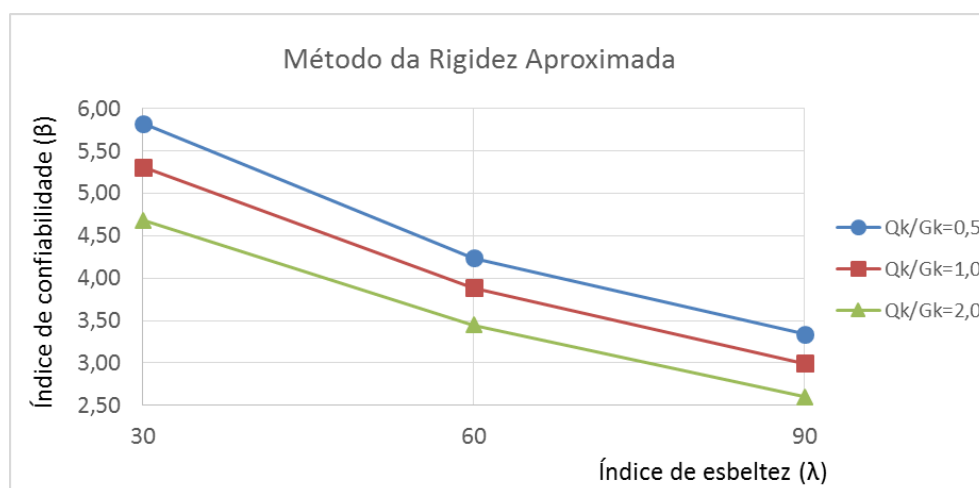


Figura 7.29 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

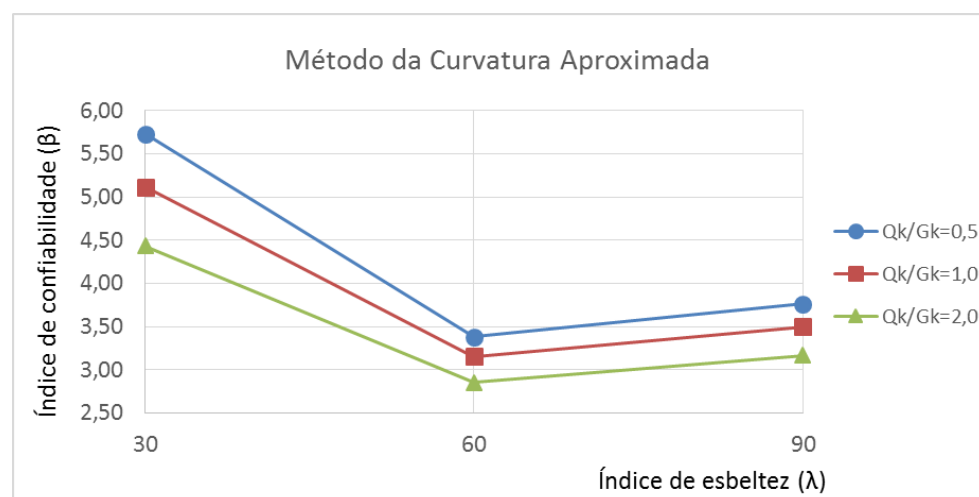


Figura 7.30 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

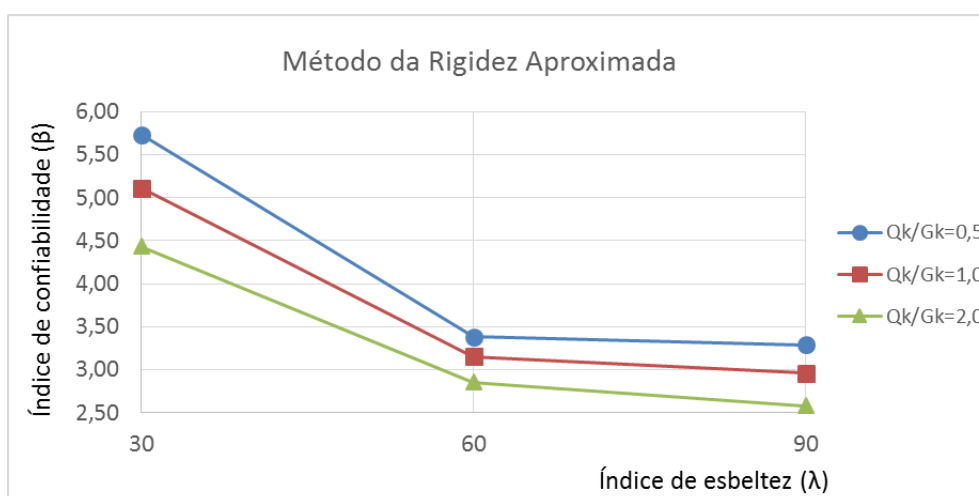


Figura 7.31 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Observa-se que, em todas as situações o índice de confiabilidade reduz ao aumentar a relação entre as cargas acidental e permanente. Isto ocorre pois o carregamento acidental apresenta maior variabilidade, traduzida matematicamente em um maior coeficiente de variação. Assim sendo, para uma mesma carga de ruptura, um aumento no desvio padrão da solicitação implica em uma redução no índice de confiabilidade. Ademais, é possível identificar que os pilares cujos efeitos de segunda ordem foram determinados a partir do método da curvatura aproximada, de maneira geral, apresentam maior índice de confiabilidade, com exceção dos casos em que os dois métodos conduzem à mesma solução de armadura.

Outro aspecto importante a ser destacado é o fato de que, em praticamente todos os casos, β diminui com o aumento do índice de esbeltez, à exceção dos pilares com excentricidade inicial relativa $e1/h = 0,3$ cujos efeitos de segunda ordem foram determinados através do método da curvatura aproximada. Nestes casos, o índice β decresce para valores de esbeltez entre 30 e 60, porém apresenta ligeiro acréscimo quando λ varia entre 60 e 90. Cabe ressaltar que, mesmo com este acréscimo, β ainda resulta inferior àquele obtido para os pilares de menor esbeltez, em todos os casos.

Tal comportamento ocorre pois há um aumento na taxa de armadura dos pilares com $e1/h = 0,3$ quando λ cresce de 60 para 90 e considerando-se os esforços de segunda ordem calculados através do método da curvatura aproximada. Nos casos de $\lambda = 60$, devido ao elevado valor da excentricidade inicial, os momentos finais de dimensionamento, calculados tanto pelo MCA quanto pelo MRA, resultam inferiores aos momentos de primeira ordem. Assim sendo, utiliza-se o momento de primeira ordem para o dimensionamento da armadura, de forma que os dois métodos conduzem à mesma solução ($\rho = 2\%$). Porém, para $\lambda = 90$, os esforços de segunda ordem são mais significativos e, portanto, os momentos de dimensionamento resultam distintos em cada método. Com isso, o método da curvatura aproximada conduz a uma taxa de armadura superior ($\rho = 3\%$) àquela obtida com os esforços de segunda ordem determinados pelo método da rigidez aproximada ($\rho = 2\%$). Portanto, verifica-se que o aumento no índice de confiabilidade para esta situação está relacionado diretamente ao aumento na taxa de armadura.

7.1.2 Variação de β com a excentricidade relativa de primeira ordem

Neste item, a variação do índice de confiabilidade (β) com a excentricidade relativa de primeira ordem ($e1/h$) é analisada, comparado pilares com mesmos valores de resistência característica

à compressão (f_{ck}) e índices de esbeltez (λ). As figuras 7.32 a 7.37, objetivam exibir esta variação para pilares de $f_{ck} = 30$.

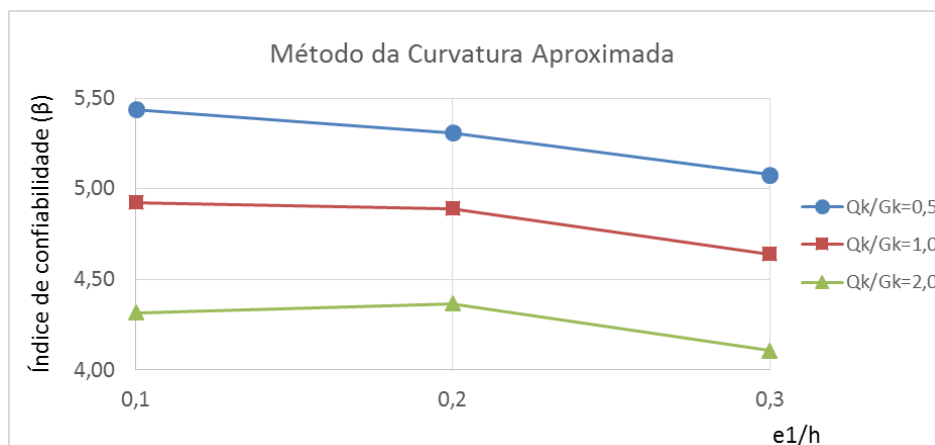


Figura 7.32 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30$ MPa e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

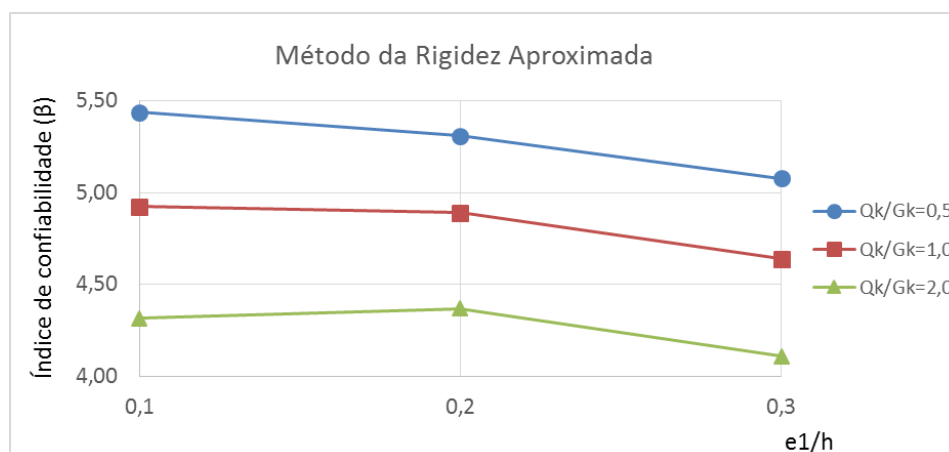


Figura 7.33 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30$ MPa e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

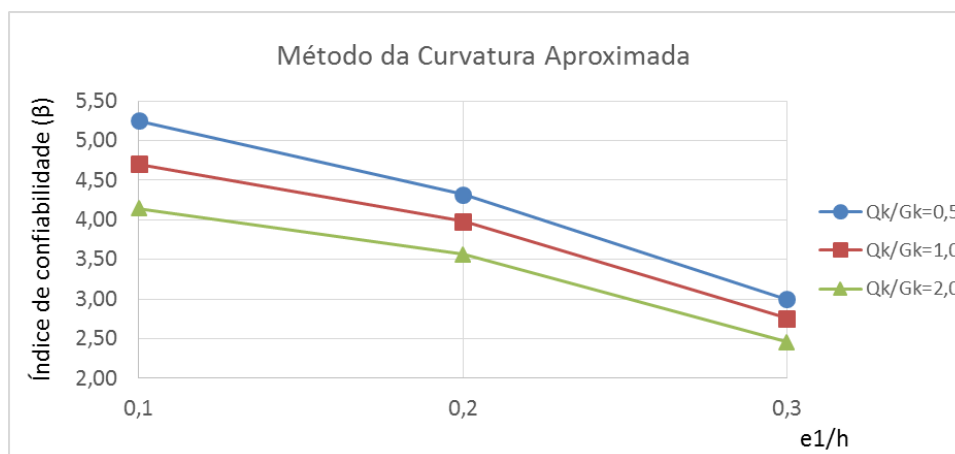


Figura 7.34 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30$ MPa e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

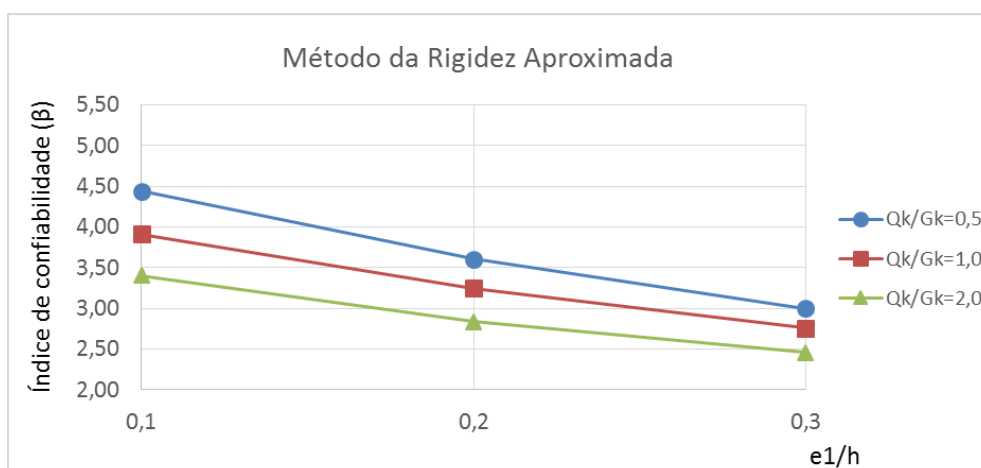


Figura 7.35 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

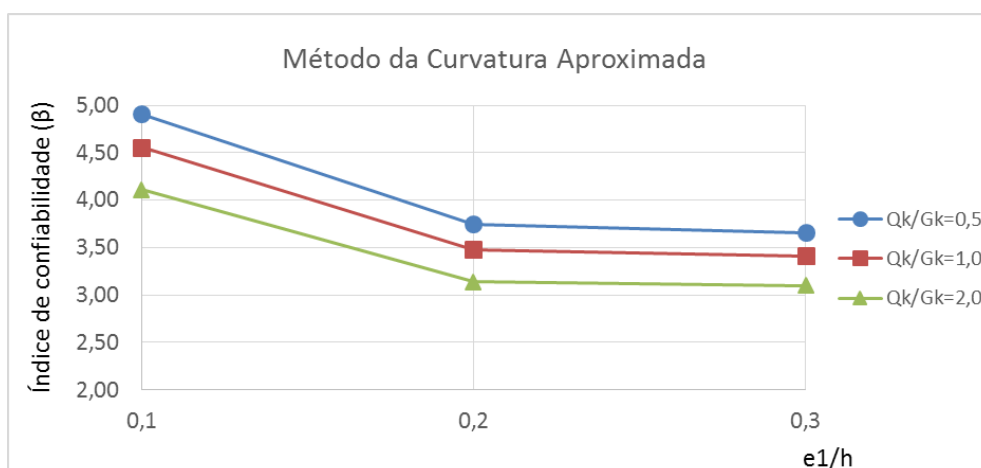


Figura 7.36 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

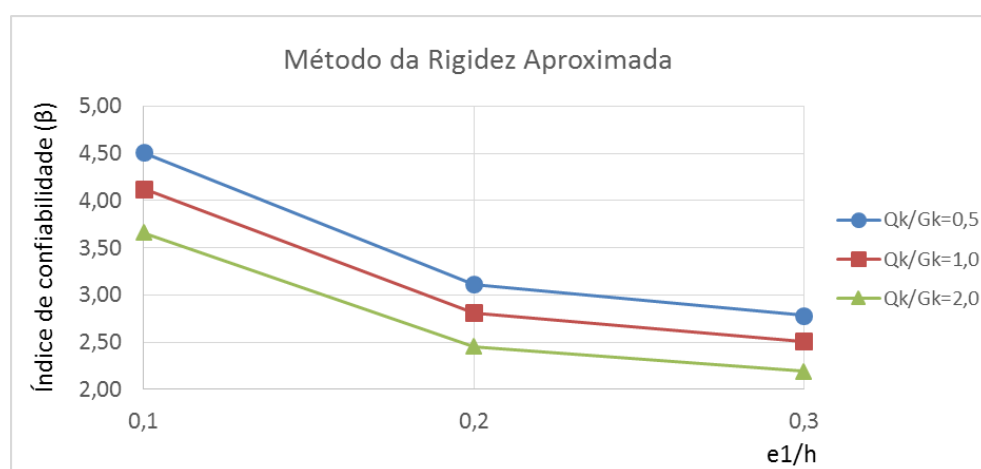


Figura 7.37 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nas figuras 7.38 a 7.43, são exibidas as variações de β com $e1/h$ para pilares de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$.

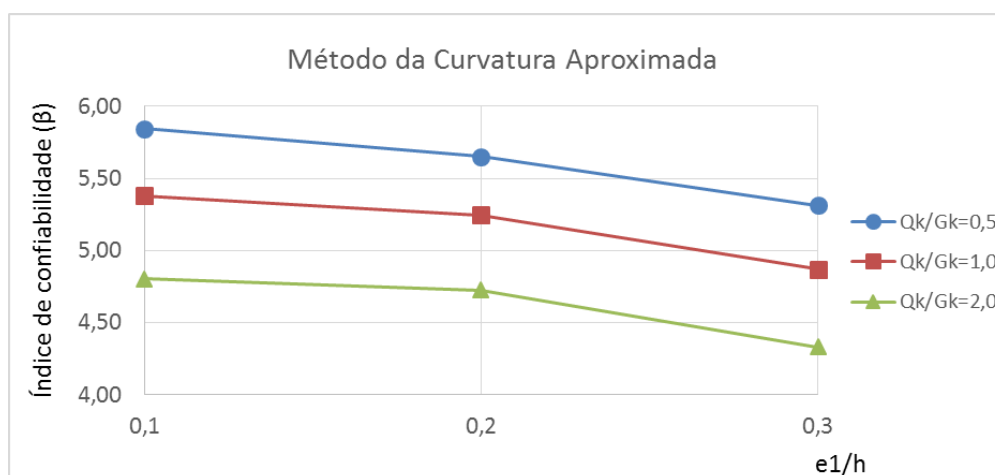


Figura 7.38 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

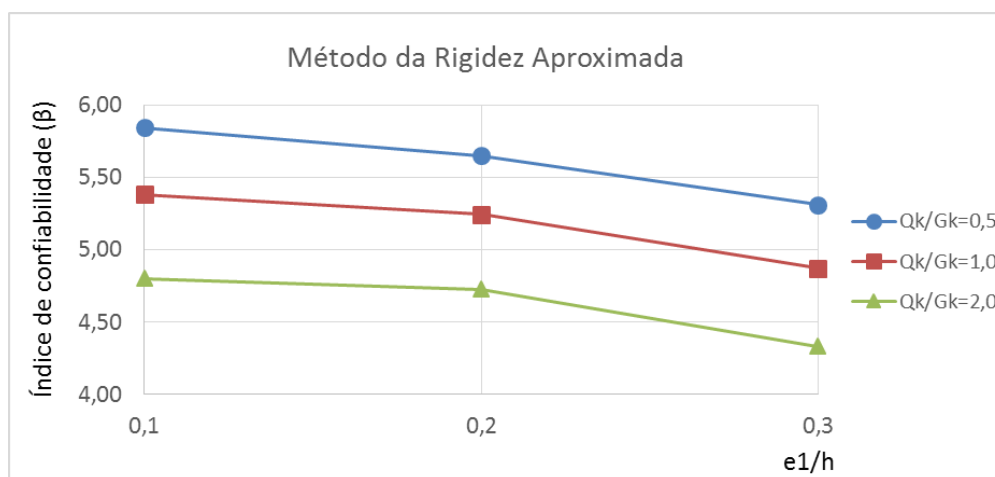


Figura 7.39 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

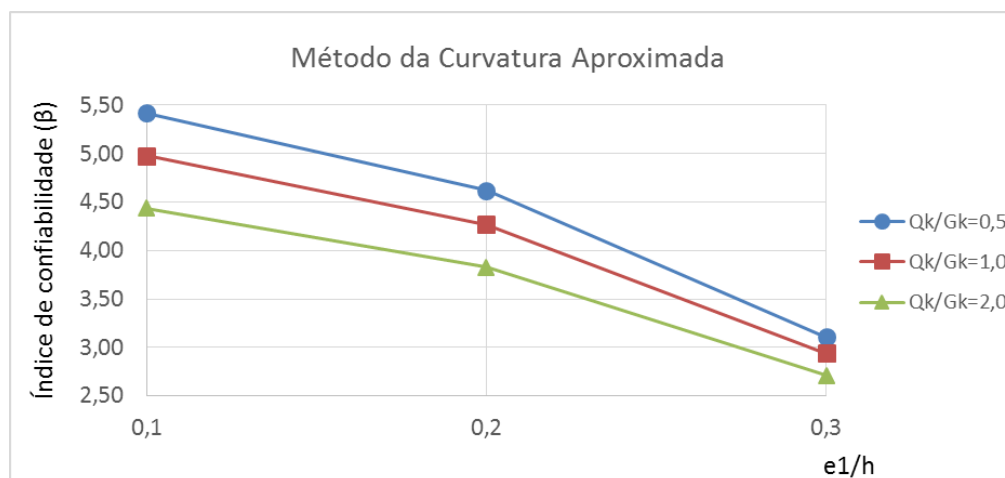


Figura 7.40 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

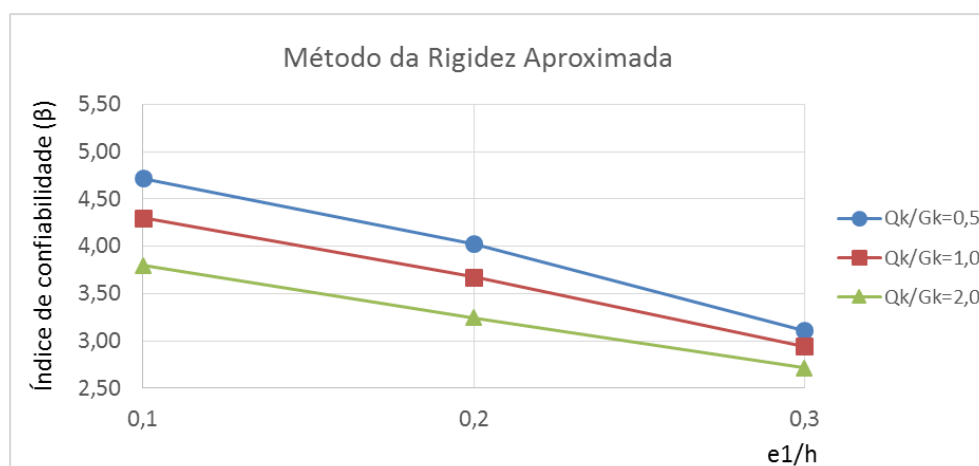


Figura 7.41 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

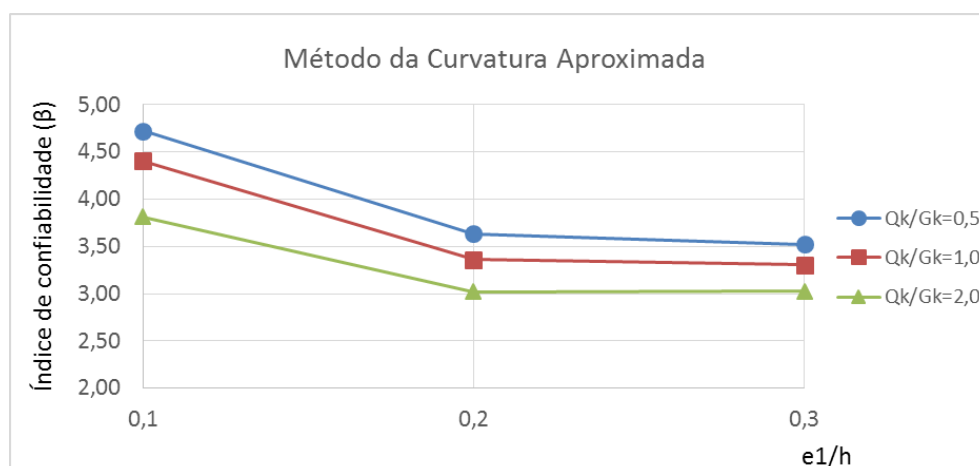


Figura 7.42 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

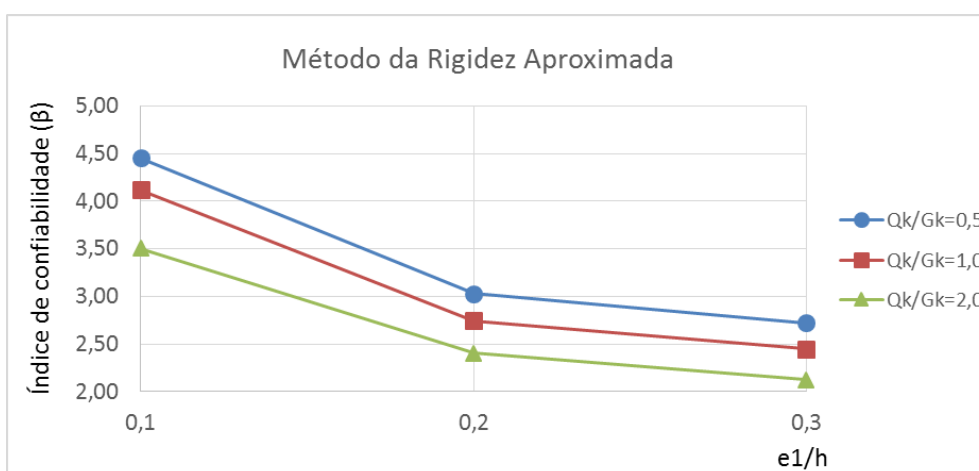


Figura 7.43 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

As figuras 7.44 a 7.49, indicam as variações de β com $e1/h$ para pilares de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$.

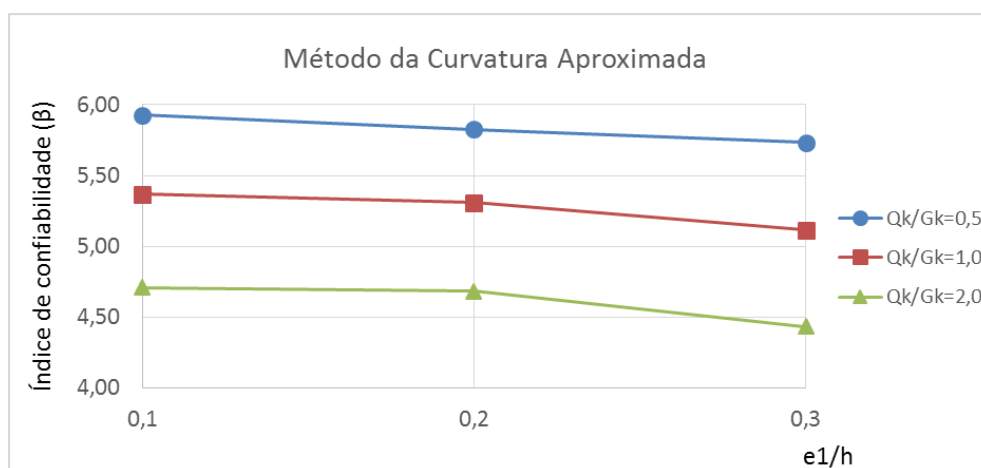


Figura 7.44 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

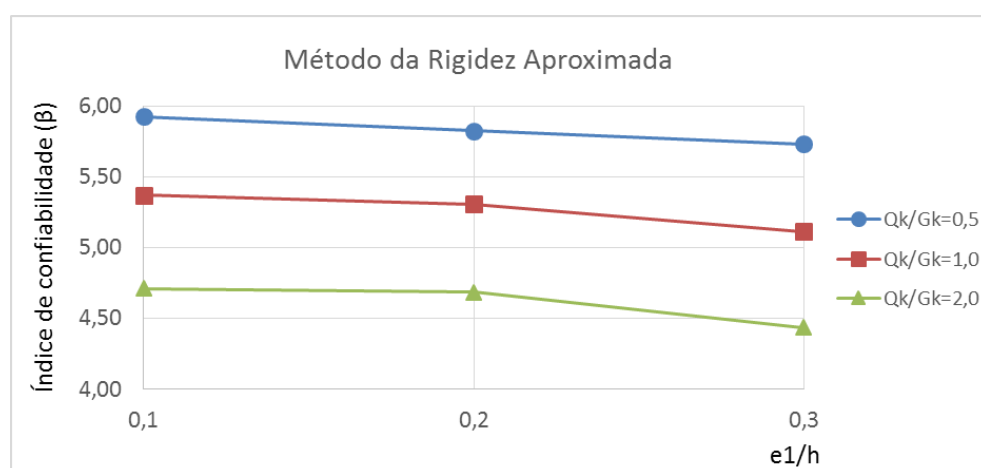


Figura 7.45 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

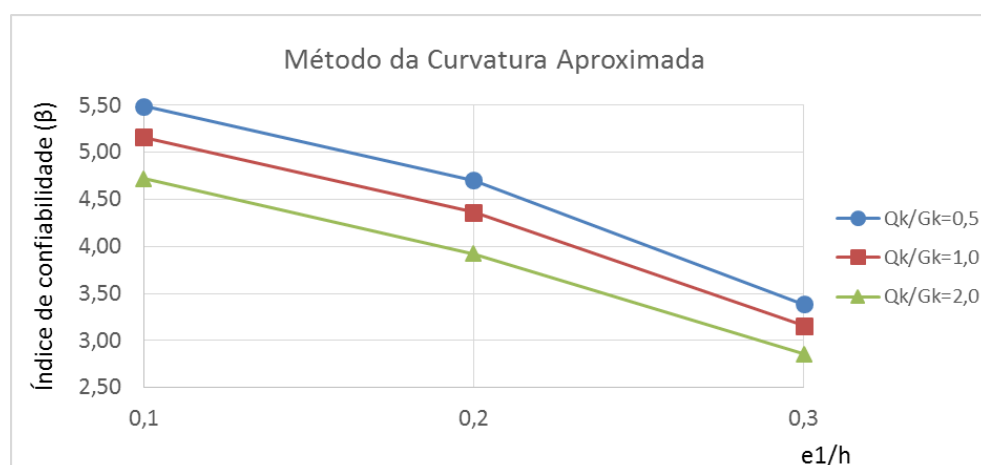


Figura 7.46 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

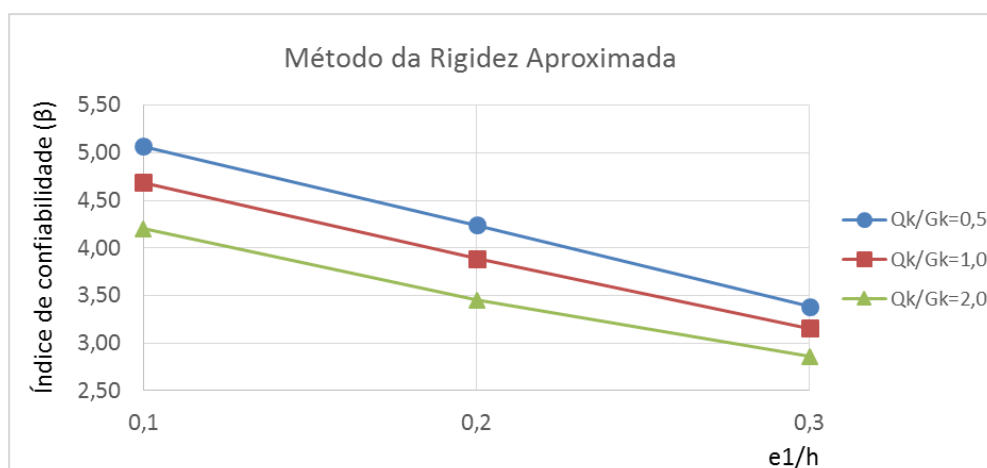


Figura 7.47 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

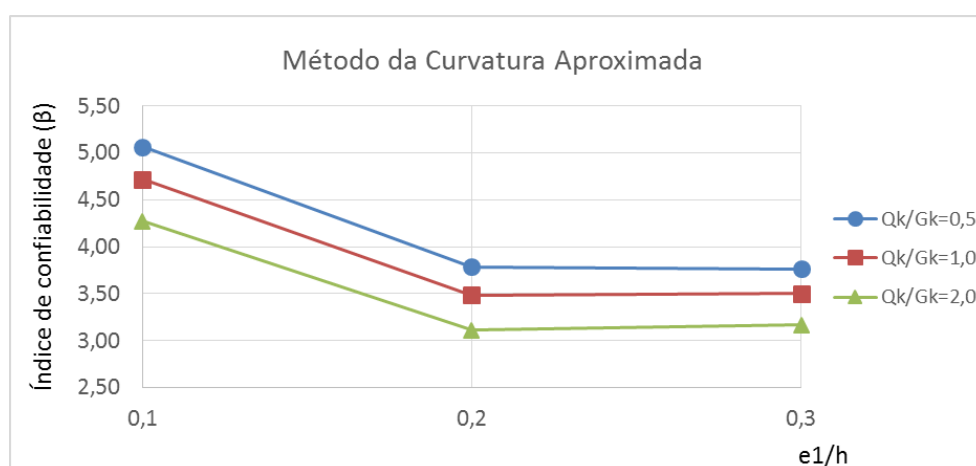


Figura 7.48 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

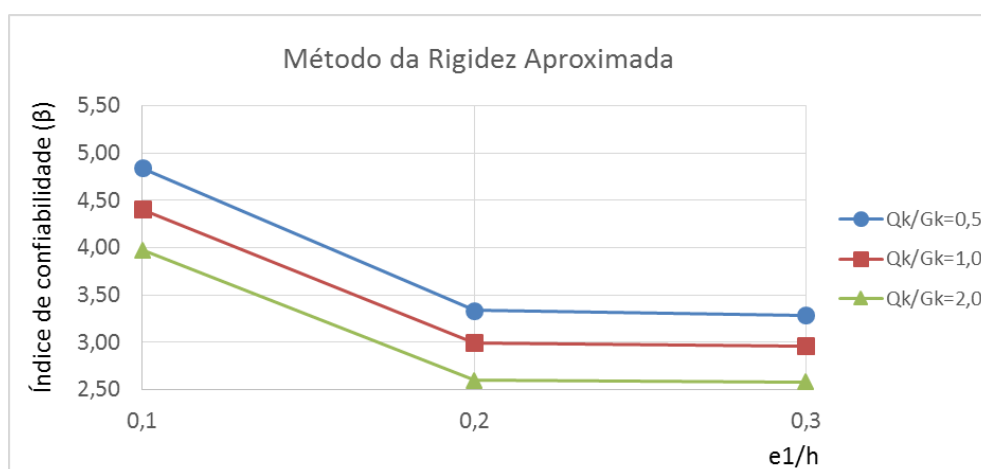


Figura 7.49 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão normal de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Bem como no item anterior, é possível identificar que, para os casos em que os dois métodos (curvatura aproximada e rigidez aproximada) conduzem a soluções de armadura diferentes, o primeiro apresenta índices de confiabilidade superiores àqueles obtidos quando os pilares são dimensionados utilizando-se os esforços de segunda ordem determinados a partir do segundo método.

Também se verifica que em praticamente todos os casos o índice de confiabilidade decresce com o aumento da excentricidade relativa de primeira ordem, exceto em algumas situações, de pilares menos esbeltos ($\lambda = 30$), onde este índice se mantém praticamente inalterado. Além disso, ressalta-se também que, para os pilares com índice de esbeltez $\lambda = 90$, a redução no índice β ocorre de maneira mais acentuada quando a excentricidade relativa de primeira ordem $e1/h$ varia entre 0,1 e 0,2, apresentando declínio menos intenso entre $e1/h = 0,2$ e $e1/h = 0,3$. Para os outros casos, esta diminuição ocorre de maneira mais uniforme, com os dois trechos da reta apresentando inclinação semelhante.

7.1.3 Variação de β com a resistência à compressão do concreto

Este item apresenta a análise da variação do índice de confiabilidade (β) com a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). Nos gráficos, são comparados pilares de mesmo índice de esbeltez (λ) e excentricidade relativa de primeira ordem ($e1/h$). As figuras 7.50 a 7.55, exibem tal variação para pilares de $\lambda = 30$.

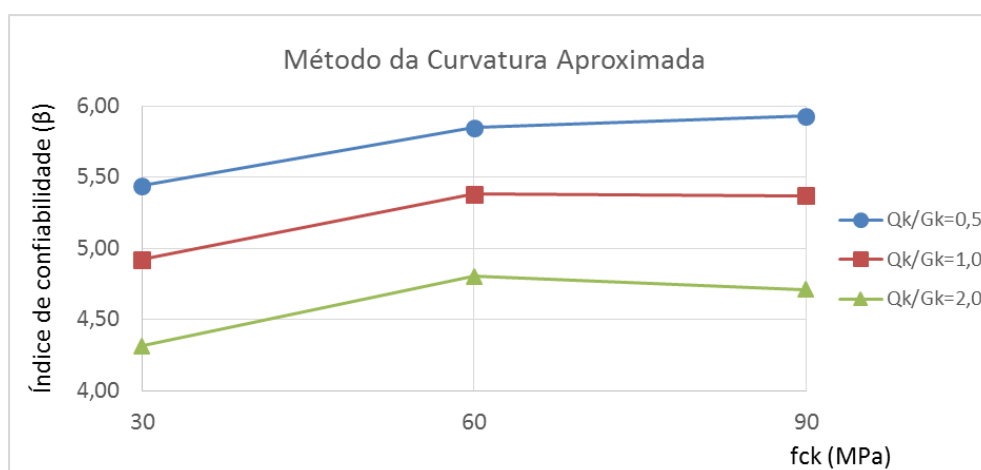


Figura 7.50 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

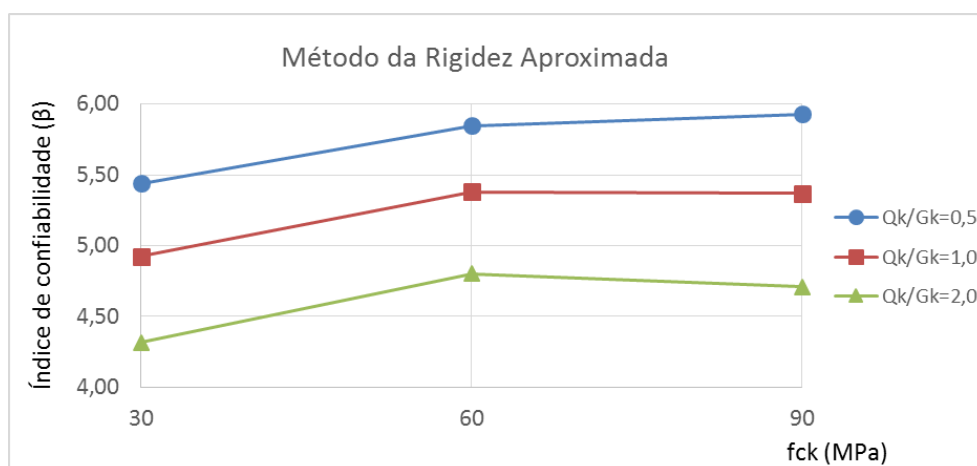


Figura 7.51 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

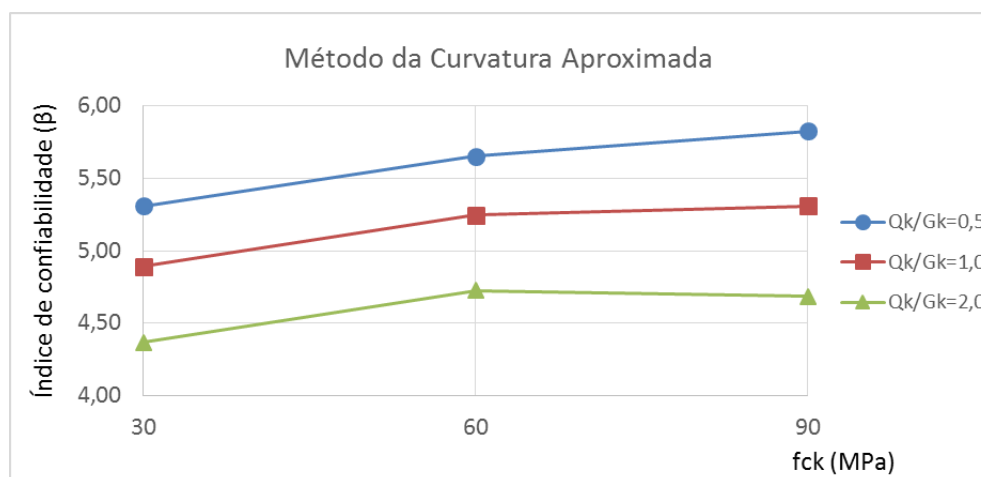


Figura 7.52 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

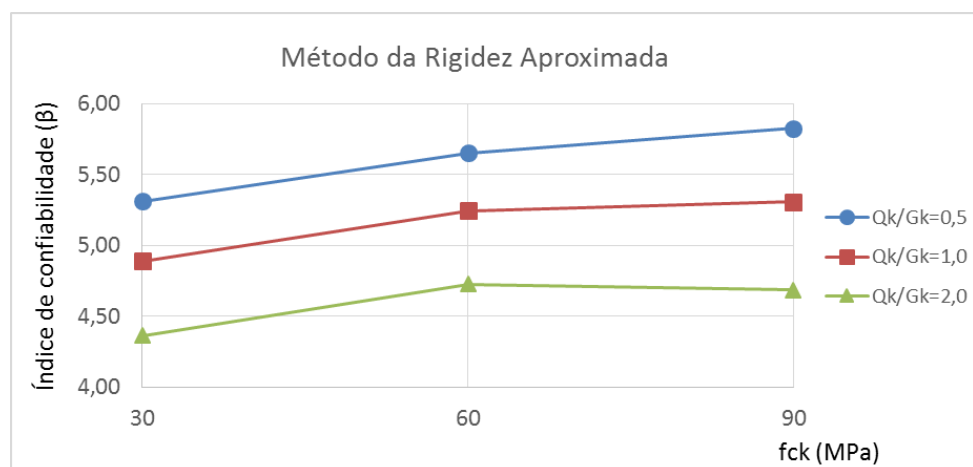


Figura 7.53 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

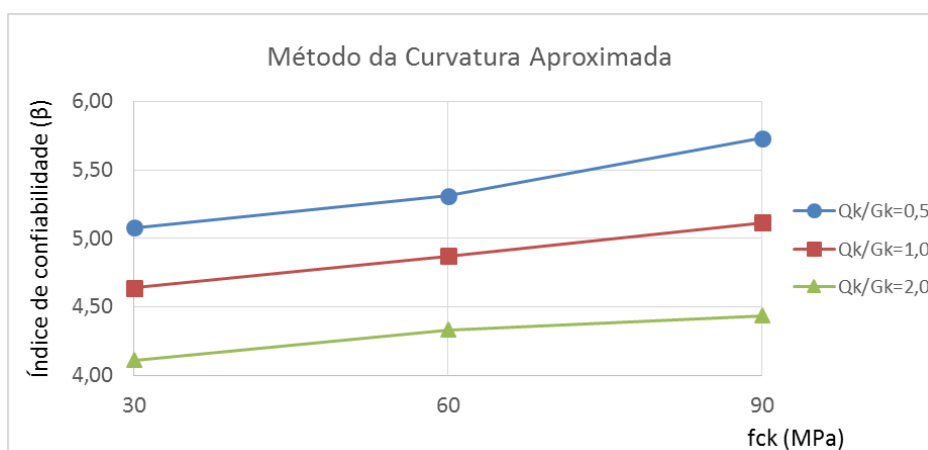


Figura 7.54 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

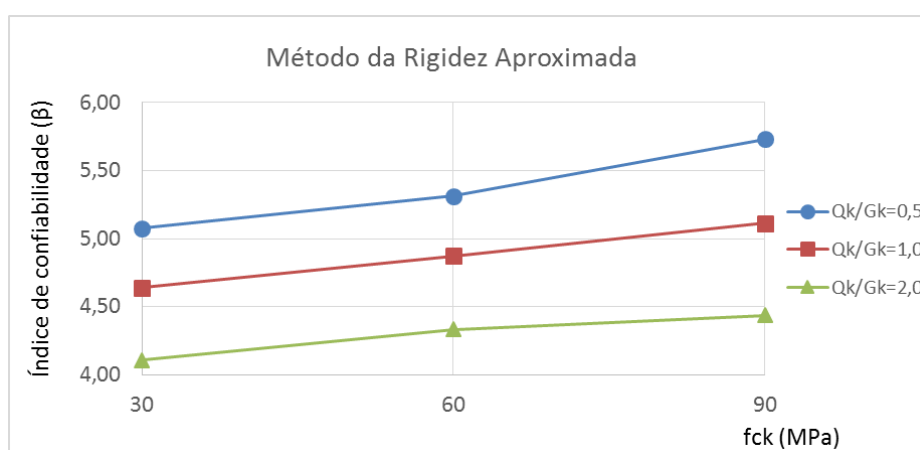


Figura 7.55 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 30$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nas figuras 7.56 a 7.61, são apresentadas as variações dos índices de confiabilidade com a resistência à compressão do concreto para pilares de $\lambda = 60$.

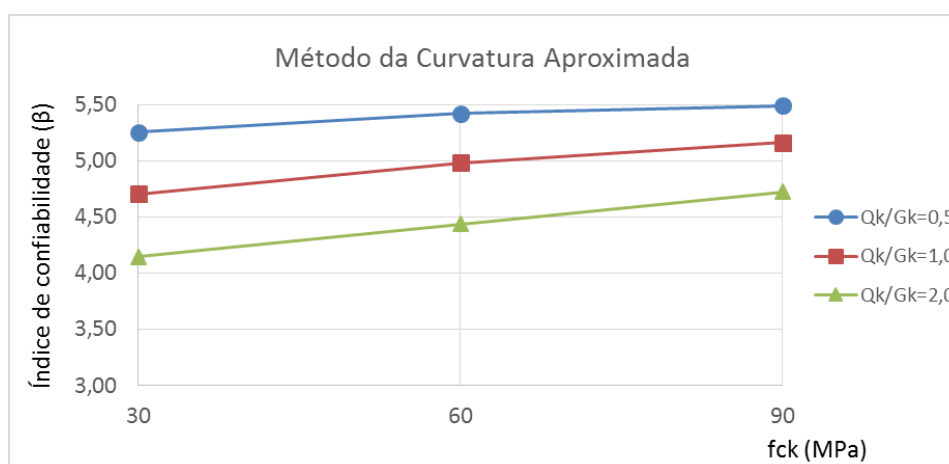


Figura 7.56 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

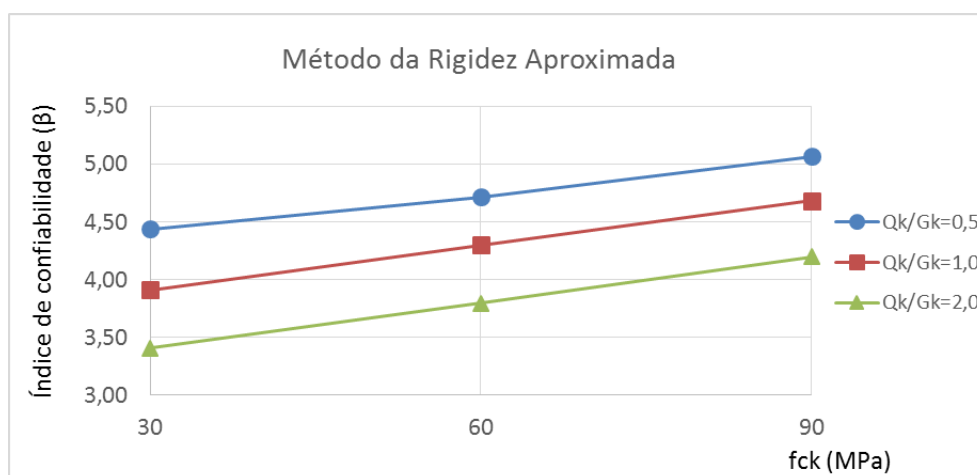


Figura 7.57 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

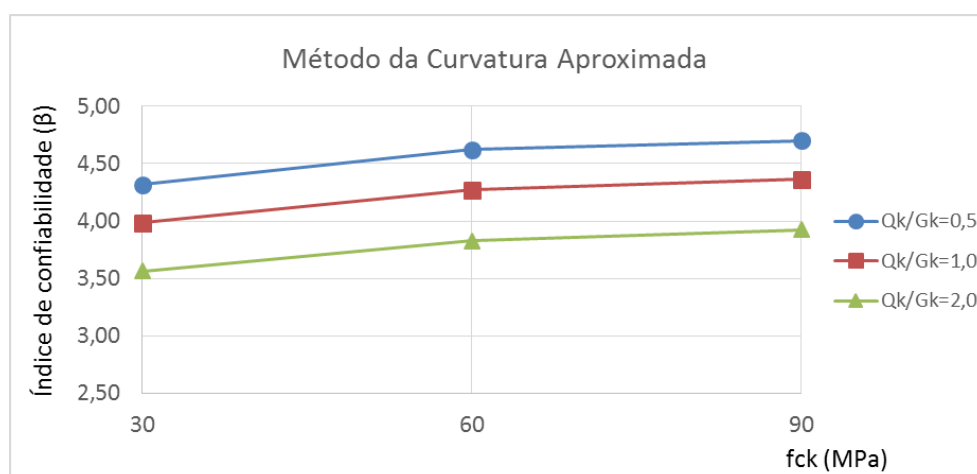


Figura 7.58 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

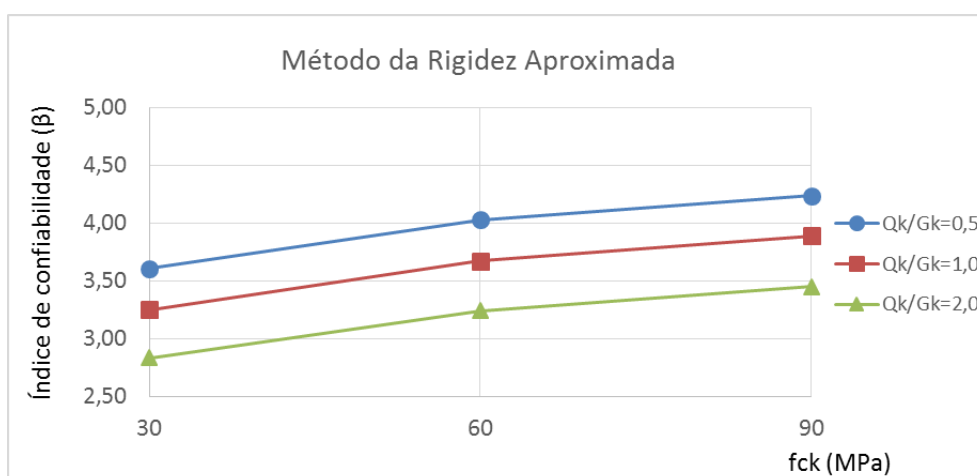


Figura 7.59 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

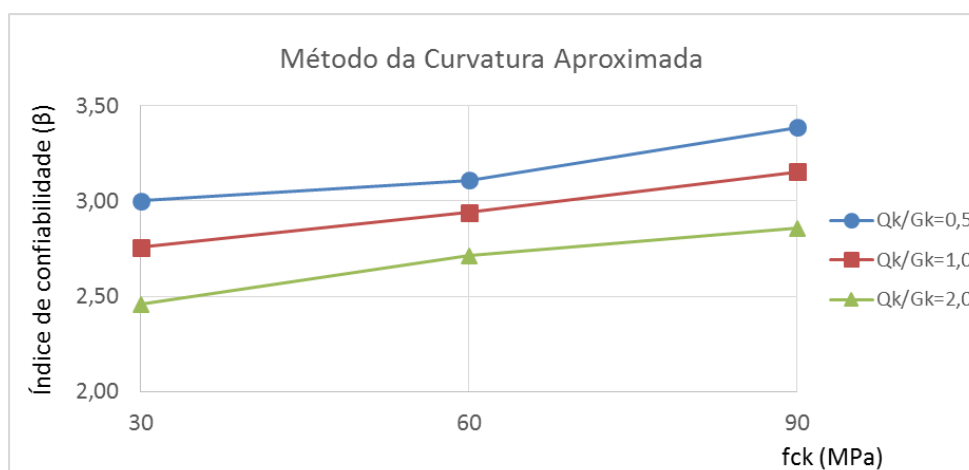


Figura 7.60 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

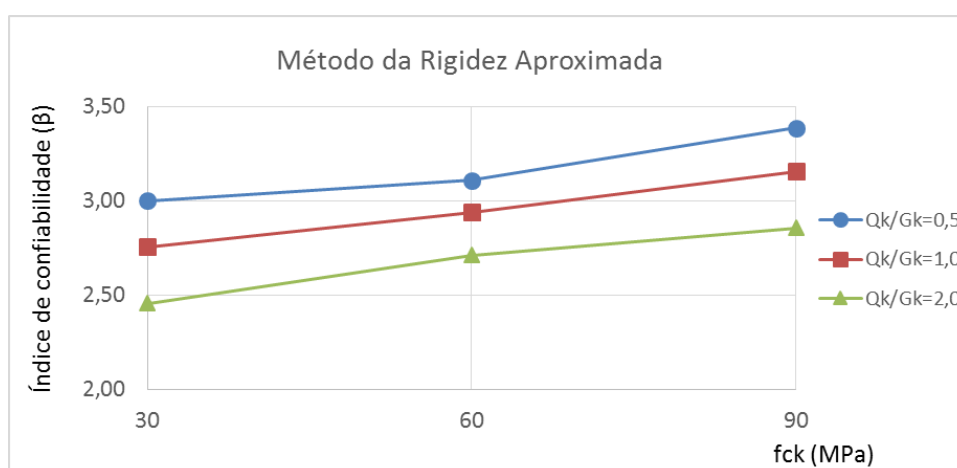


Figura 7.61 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 60$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Por fim, as figuras 7.62 a 7.67 exibem a variação de β com f_{ck} para pilares de $\lambda = 90$.

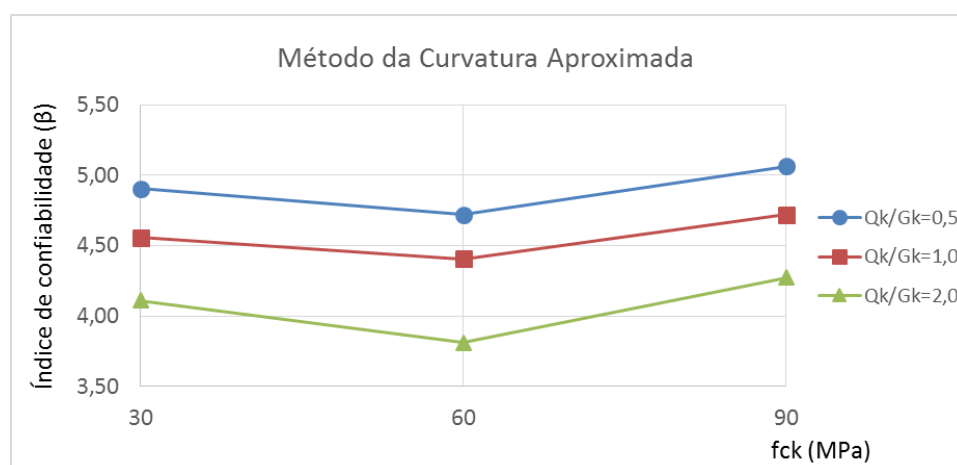


Figura 7.62 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

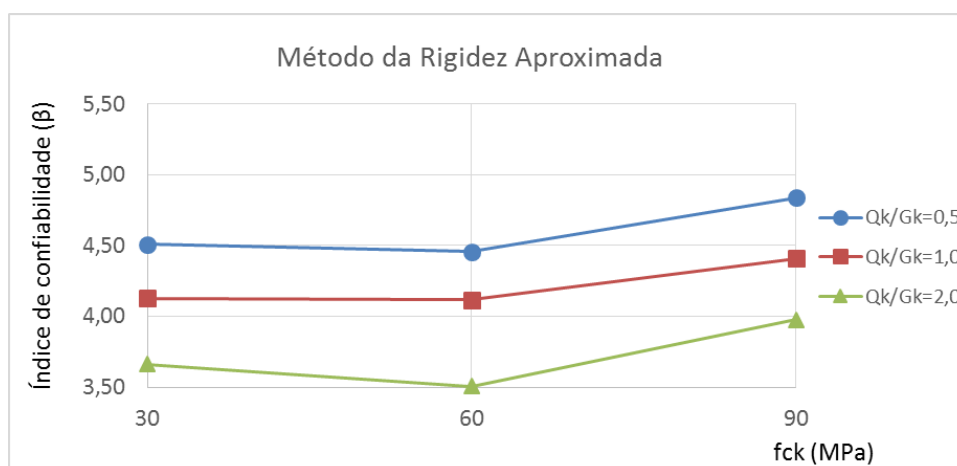


Figura 7.63 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

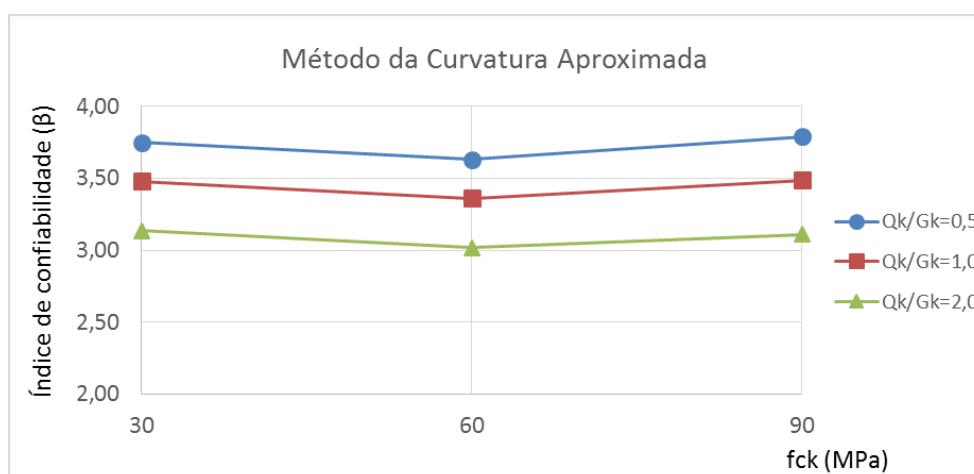


Figura 7.64 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

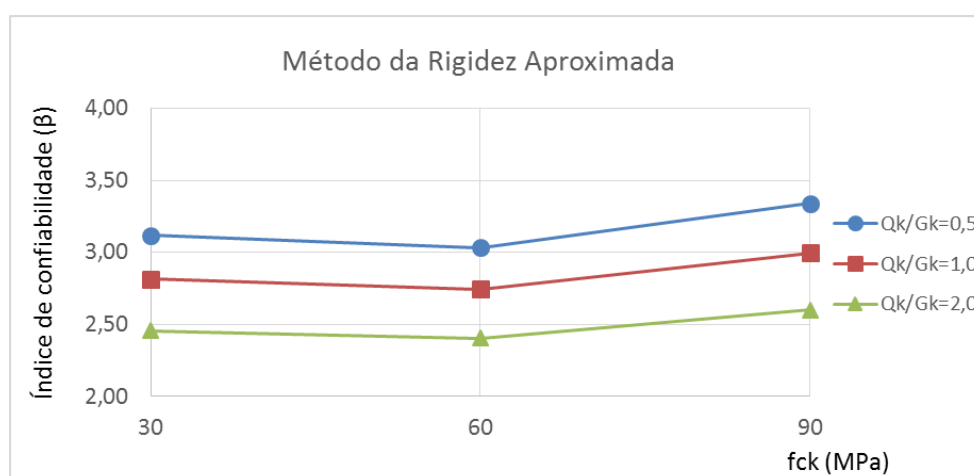


Figura 7.65 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

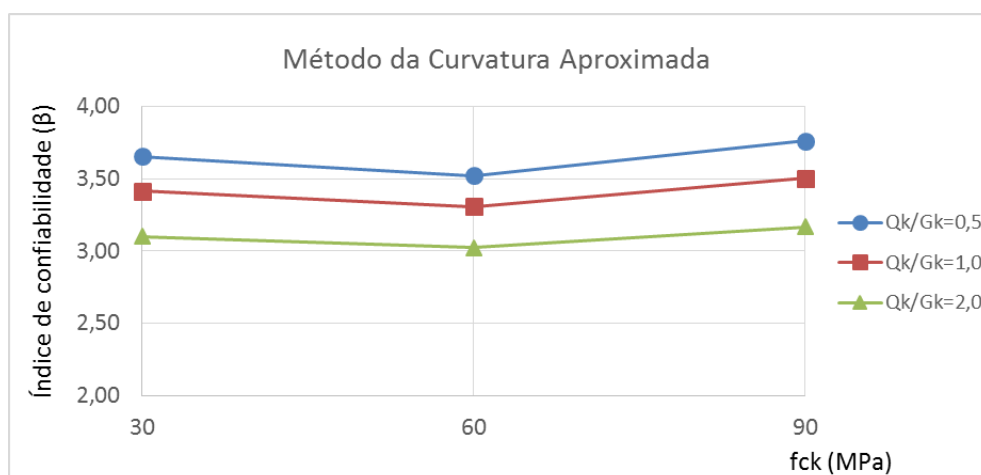


Figura 7.66 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,3$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

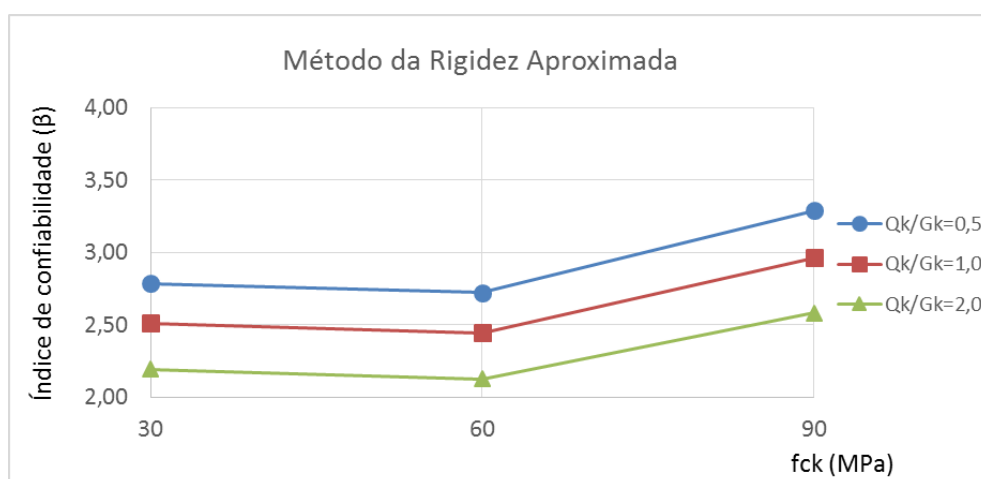


Figura 7.67 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão normal de $\lambda = 90$ e $e1/h = 0,3$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Novamente, neste caso observa-se que os índices de confiabilidade são sempre inferiores quanto maior for a relação entre as cargas acidental e permanente. Além disso, fica evidente que os pilares cujos esforços de segunda ordem foram determinados através do método da curvatura aproximada, quando este conduz a uma solução de armadura diferente daquela obtida através do método da rigidez aproximada, apresentam índices de confiabilidade superiores em relação àqueles analisados através do método da rigidez aproximada.

Em relação à resistência característica à compressão simples do concreto (f_{ck}), observa-se que, para todos os casos, o índice de confiabilidade β foi maior para os pilares de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$. Em tratando-se dos pilares com $\lambda = 30$ e $\lambda = 60$, o índice β cresceu com o aumento do f_{ck} , para todos os casos. Já para os pilares mais esbeltos, com $\lambda = 90$, observa-se que o índice de confiabilidade apresenta leve declínio quando o f_{ck} cresce de 30 para 60, aumentando no trecho

final do gráfico para um valor de $f_{ck} = 90$. Este declínio dá-se de maneira menos acentuada que o aumento no trecho final, de forma que, em todos os casos, o maior β corresponde à situação de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$.

7.2 PILARES EM FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA

A fim de analisar a influência dos diferentes parâmetros de projeto nos índices de confiabilidade de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão oblíqua, foram modelados 162 casos de pilares birrotulados, de seção transversal quadrada, de 32 cm de lado, e considerando uma altura útil de 29 cm nas duas direções, como é possível observar na Figura 7.68. Neste caso, por tratar-se de flexão composta, foram aplicadas excentricidades para o carregamento nas duas direções, sendo os pilares novamente dimensionados utilizando-se os esforços de segunda ordem determinados através dos dois métodos apresentados no capítulo 3 deste trabalho (MCA e MRA). As cargas de projeto para cada pilar foram determinadas de maneira análoga àquela descrita no item 7.2, para pilares em flexo-compressão normal, e podem ser observadas, juntamente com a taxa de armadura e o correspondente índice de confiabilidade, no Apêndice C deste trabalho.

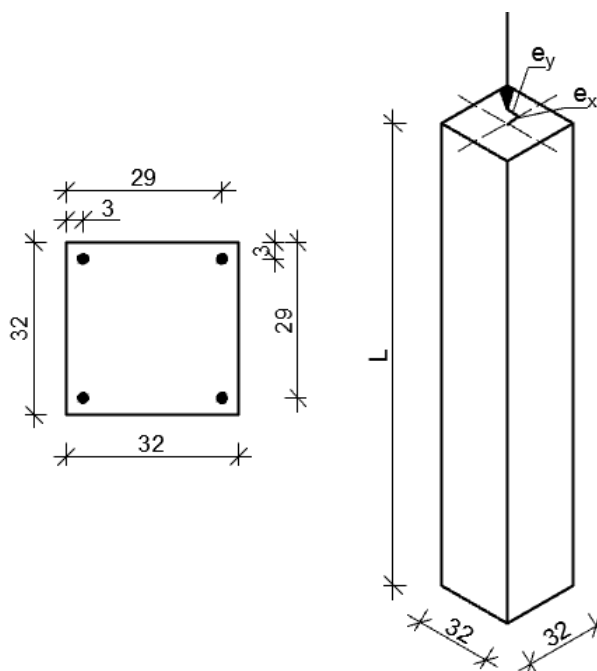


Figura 7.68 – Disposições geométricas dos pilares em flexo-compressão oblíqua.

Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Os parâmetros variados nesta análise foram exatamente os mesmos daqueles apresentados no item 7.2 para flexo-compressão normal, à exceção das excentricidades relativas de primeira ordem. Como este caso trata de pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua, existem duas excentricidades a serem consideradas, uma em cada direção (e_{1_x} e e_{1_y}). Para estas análises, optou-se por trabalhar com três combinações de excentricidades iniciais relativas, sendo estas:

- a) $e_{1_x}/h = 0,1$ e $e_{1_y}/h = 0,1$;
- b) $e_{1_x}/h = 0,1$ e $e_{1_y}/h = 0,2$;
- c) $e_{1_x}/h = 0,2$ e $e_{1_y}/h = 0,2$.

Nota-se que, devido ao fato de a seção transversal dos pilares ser quadrada, não há necessidade de se considerar uma terceira combinação, com $e_{1_x}/h = 0,2$ e $e_{1_y}/h = 0,1$, pois resultaria idêntica à segunda combinação.

7.2.1 Variação de β com o índice de esbeltez

Aqui são apresentados os dados referentes à variação do índice β em relação ao índice de esbeltez λ . Os gráficos destinam-se à comparação de pilares com o mesmo valor para a resistência característica à compressão do concreto e mesmas excentricidades relativas de primeira ordem. As figuras 7.69 a 7.74 indicam esta situação para pilares de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$.

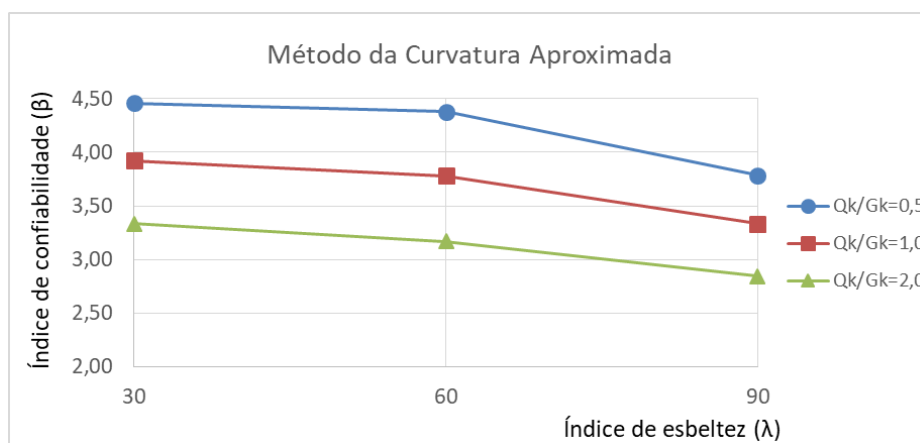


Figura 7.69 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1_x}/h = 0,1$ e $e_{1_y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

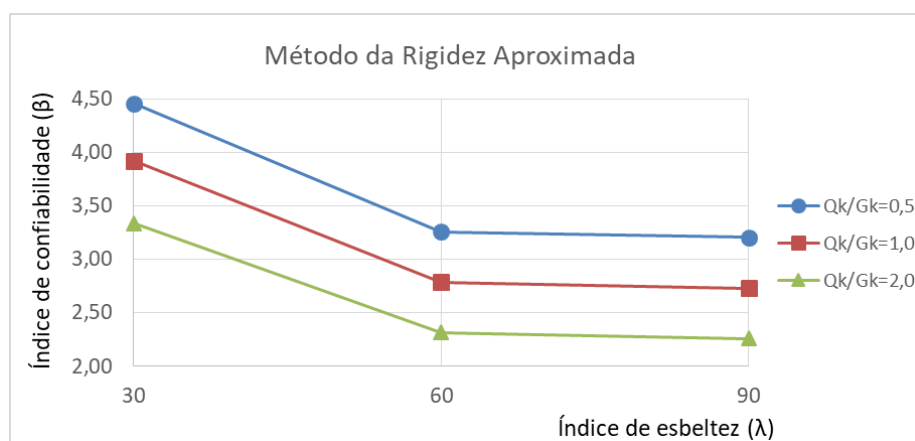


Figura 7.70 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

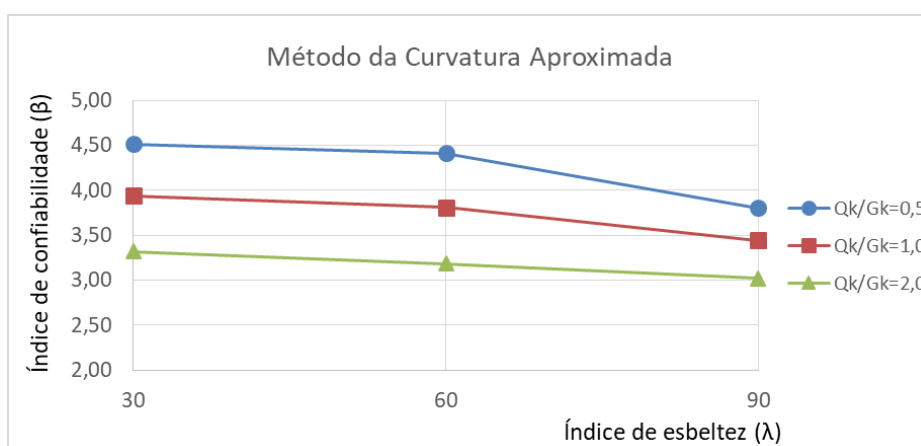


Figura 7.71 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

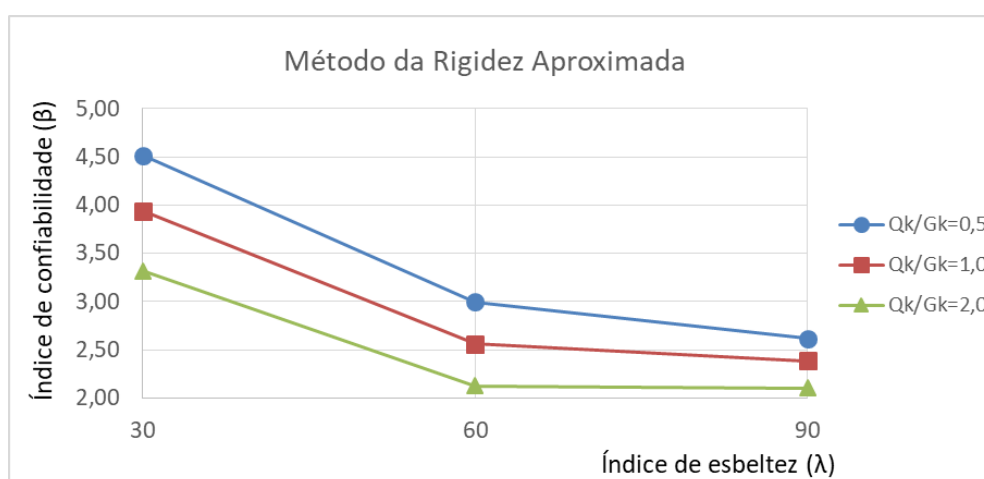


Figura 7.72 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

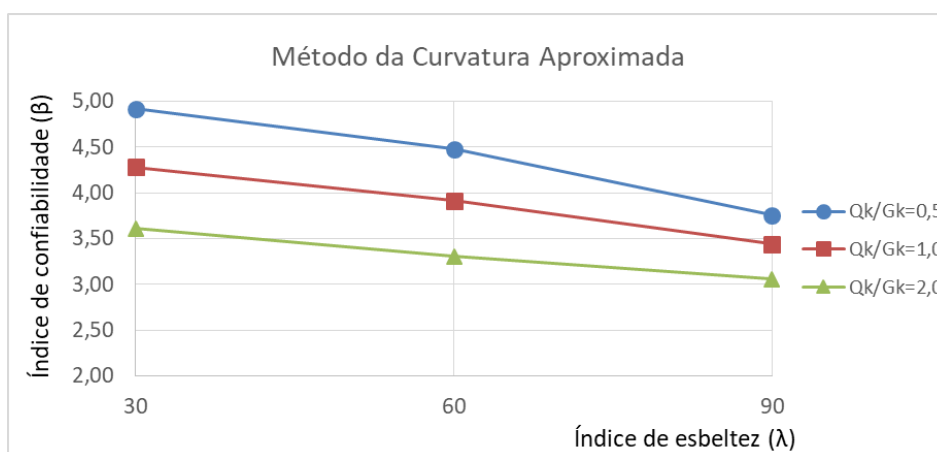


Figura 7.73 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

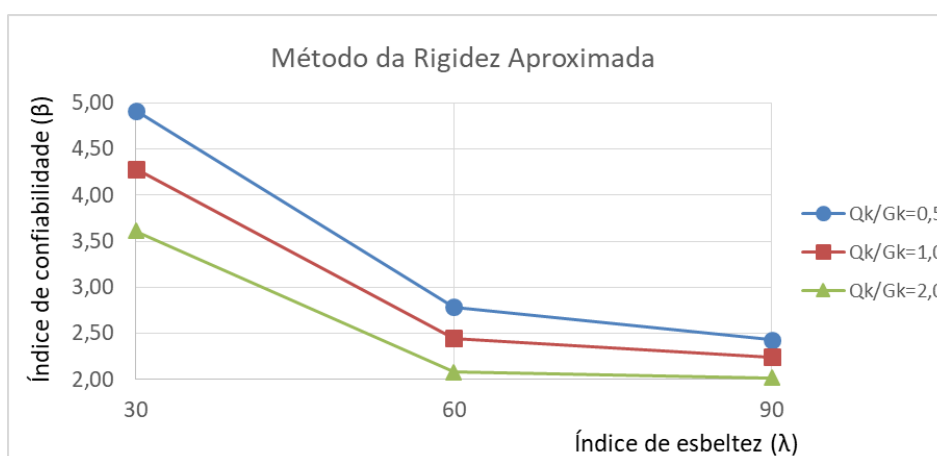


Figura 7.74 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nas figuras 7.75 a 7.80, são exibidos os gráficos referentes à variação do índice de confiabilidade β em relação ao índice de esbeltez λ para pilares com $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$.

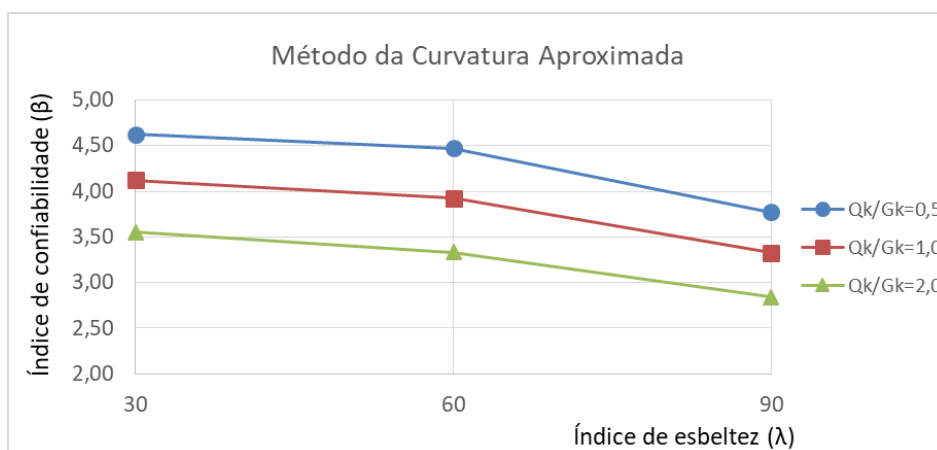


Figura 7.75 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

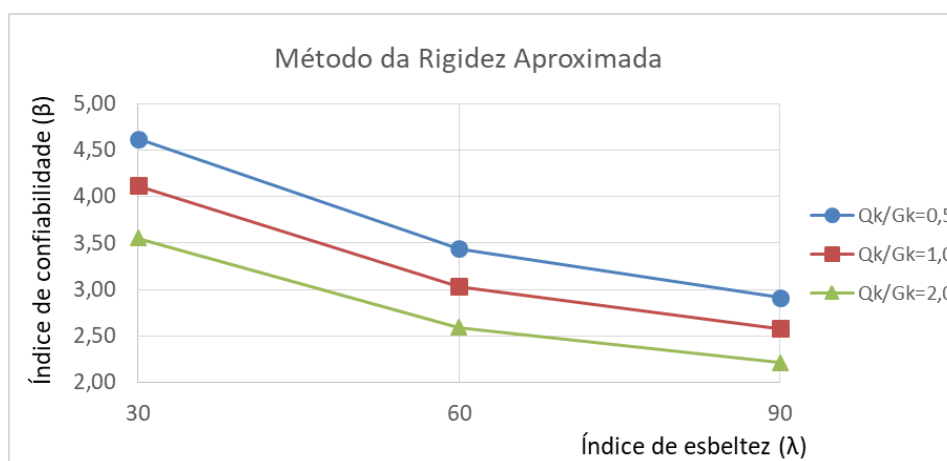


Figura 7.76 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

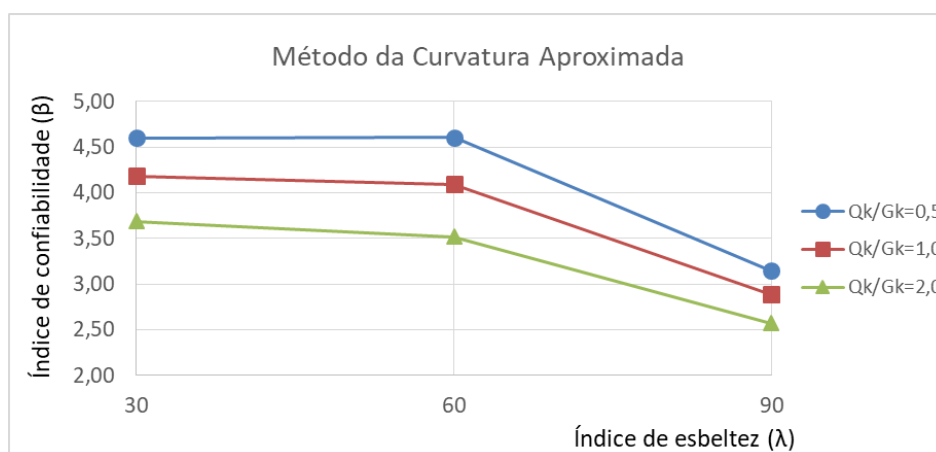


Figura 7.77 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

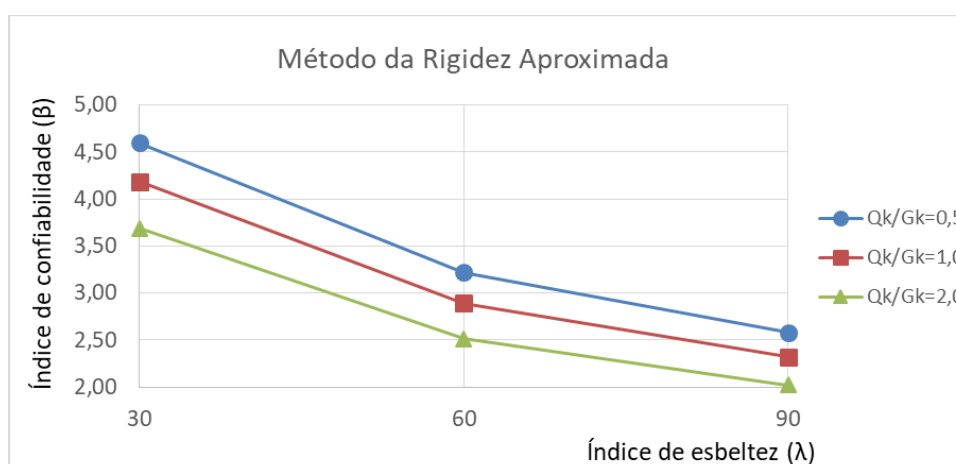


Figura 7.78 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

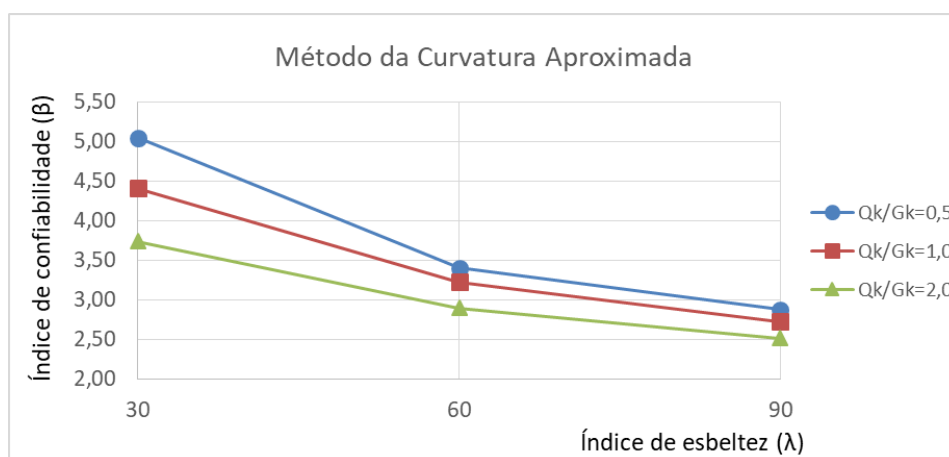


Figura 7.79 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

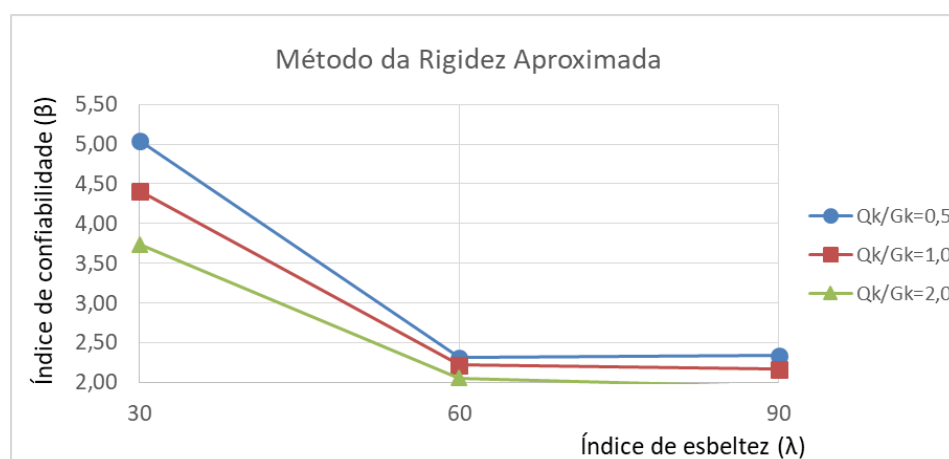


Figura 7.80 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

As figuras 7.81 a 7.96 destinam-se à indicação da variação de β com λ para pilares de concreto com resistência característica à compressão simples igual a 90 MPa .

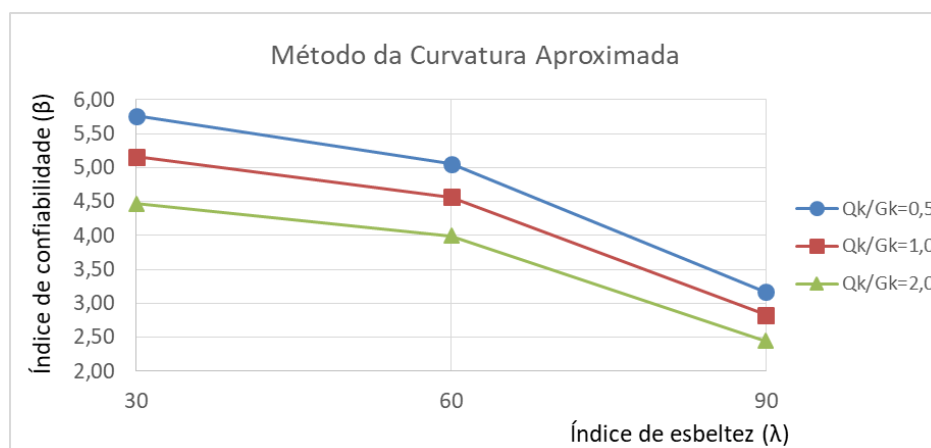


Figura 7.81 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

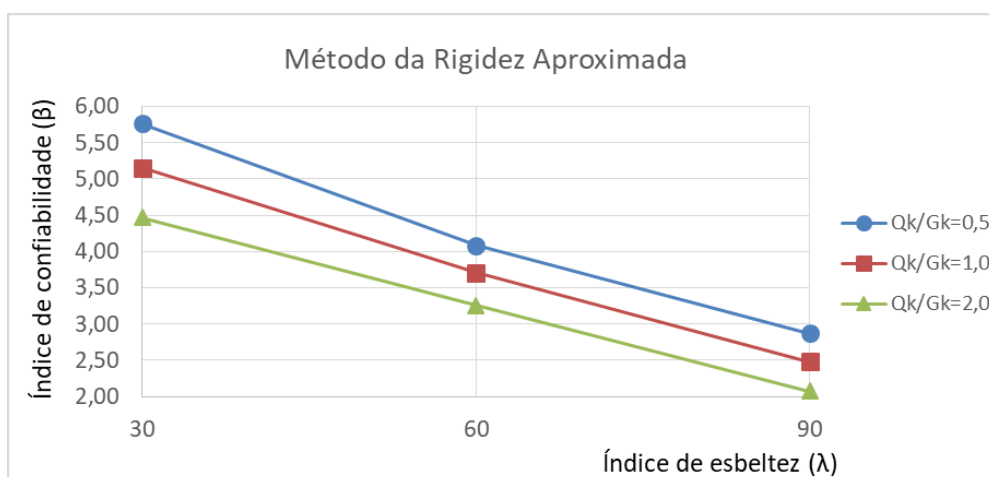


Figura 7.82 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

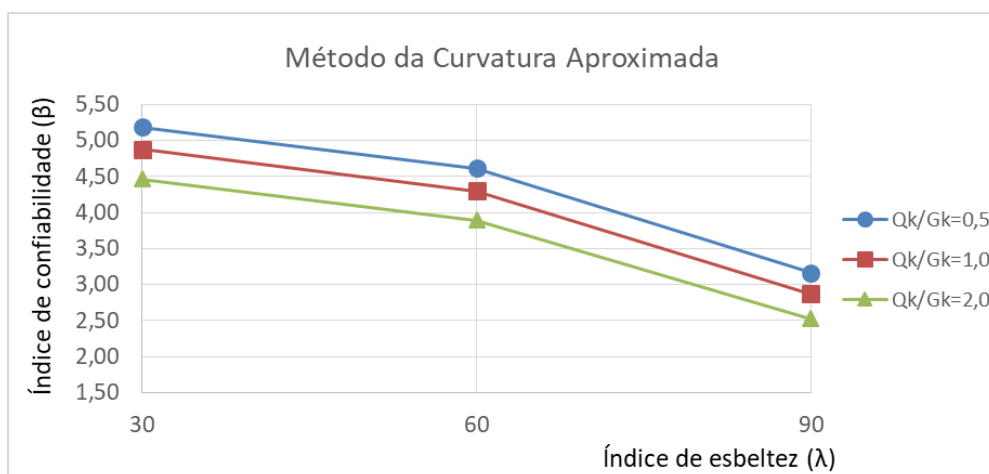


Figura 7.83 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

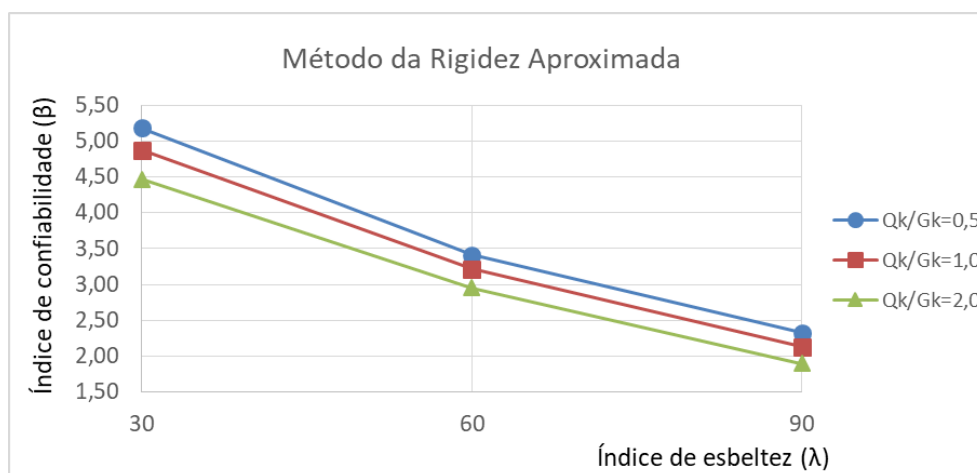


Figura 7.84 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

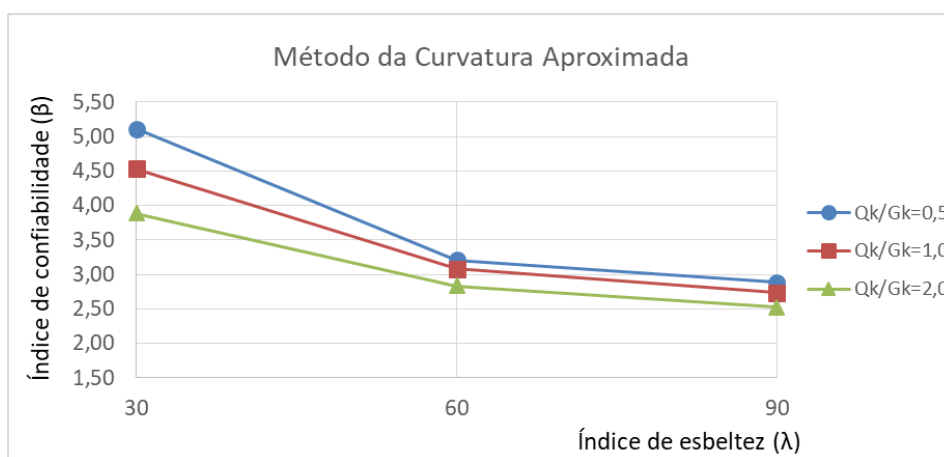


Figura 7.85 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

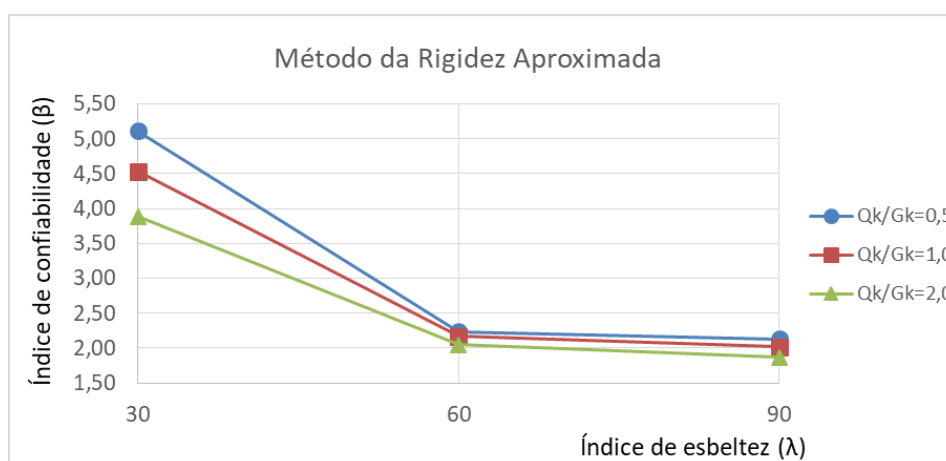


Figura 7.86 – Variação de β com λ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Analisando os gráficos exibidos, nota-se que, para todos os casos, o índice de confiabilidade diminui com o aumento da esbeltez do pilar, assim como este índice diminui com o aumento da relação entre os carregamentos acidental e permanente, de maneira análoga ao que ocorre com os pilares submetidos à flexo-compressão normal, conforme apresentado no item anterior deste trabalho.

Ademais, de maneira geral, o decréscimo no índice de confiabilidade entre os valores de $\lambda = 30$ e $\lambda = 60$ é superior à diminuição observada quando λ varia de 60 para 90, e isso pode ser constatado através da maior inclinação do gráfico no primeiro trecho. Uma possível explicação para esta tendência reside na introdução dos efeitos de segunda ordem apenas para o dimensionamento de pilares a partir de $\lambda = 60$. Conforme apresentado no item 3 deste trabalho, quando o índice de esbeltez resulta inferior ao limite λ_1 , a consideração dos efeitos locais de segunda ordem é dispensada, sendo utilizados os momentos iniciais para o dimensionamento

da armadura do pilar, e os pilares com $\lambda = 30$ se enquadram nesta situação. Entretanto, quando λ varia de 30 para 60, os momentos empregados no dimensionamento não são mais os momentos iniciais, mas sim aqueles calculados através da equação (15), de forma que a armadura é dimensionada através de um procedimento ligeiramente distinto, gerando um maior impacto no índice de confiabilidade. Assim sendo, quando o índice de esbeltez cresce de 60 para 90, o dimensionamento da armadura continua sendo realizado através do mesmo procedimento, e portanto, a diminuição no índice β resulta inferior àquela observada entre $\lambda = 30$ e $\lambda = 60$.

7.2.2 Variação de β com as excentricidades relativas de primeira ordem

Aqui são avaliadas as variações nos índices de confiabilidade variando-se as excentricidades iniciais de primeira ordem, e os gráficos ilustram pilares com mesmo f_{ck} e índices de esbeltez. Nas figuras 7.87 a 7.92, observa-se esta variação para pilares de $f_{ck} = 30$.

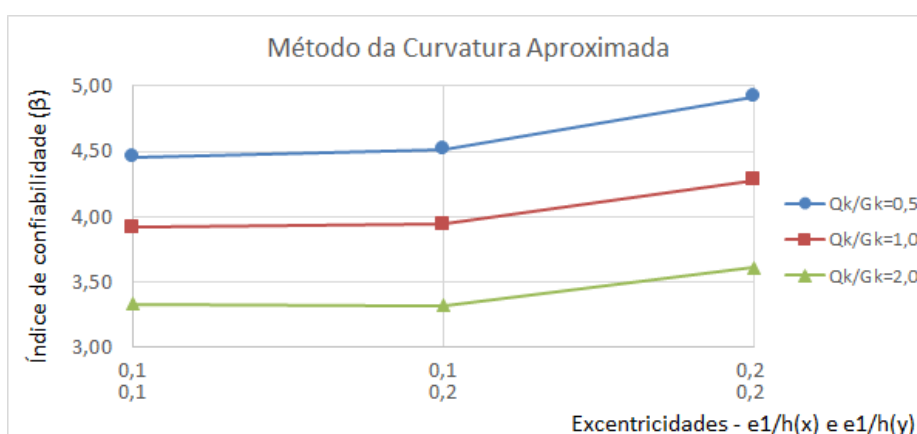


Figura 7.87 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30$ MPa e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

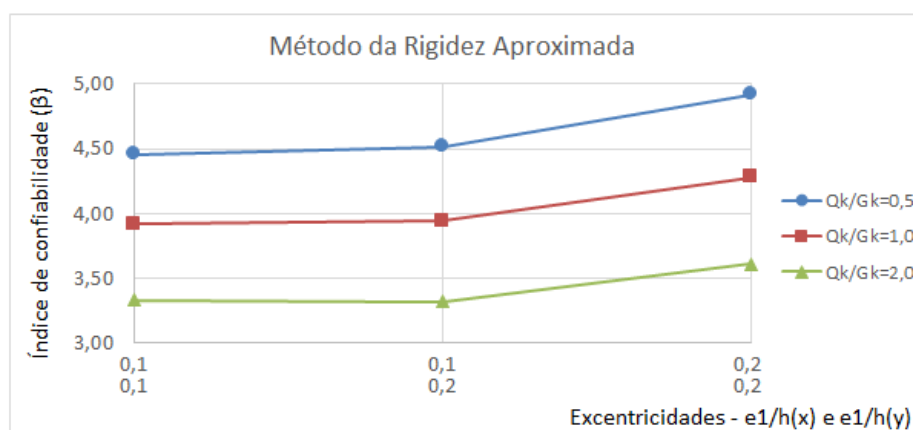


Figura 7.88 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30$ MPa e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

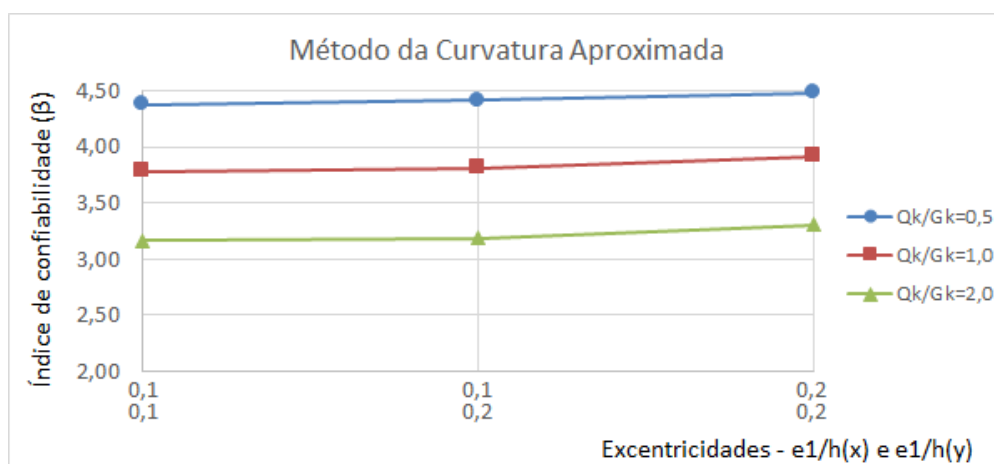


Figura 7.89 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

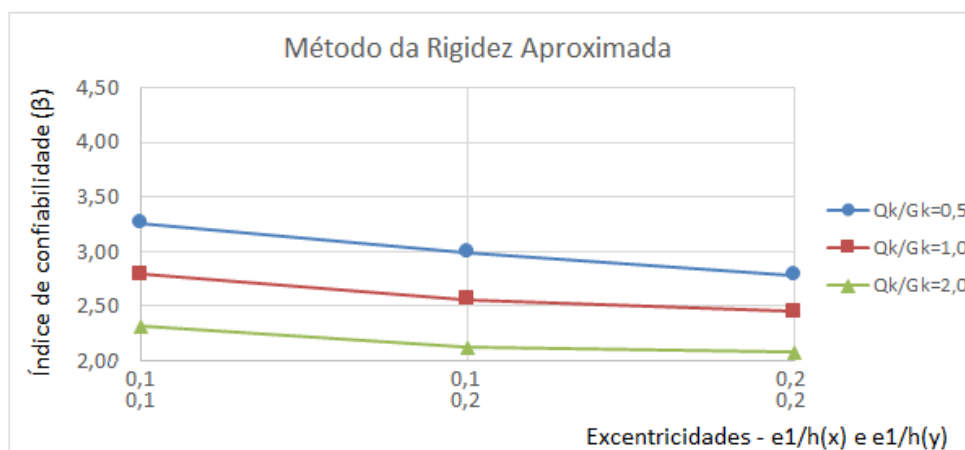


Figura 7.90 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

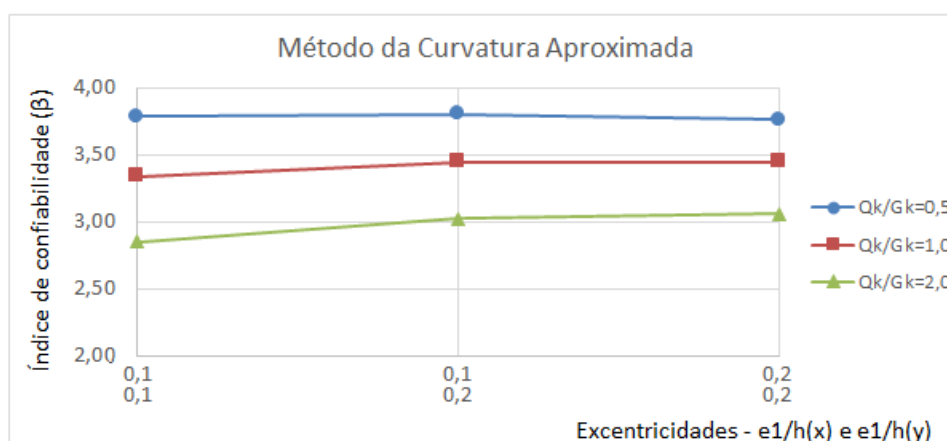


Figura 7.91 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

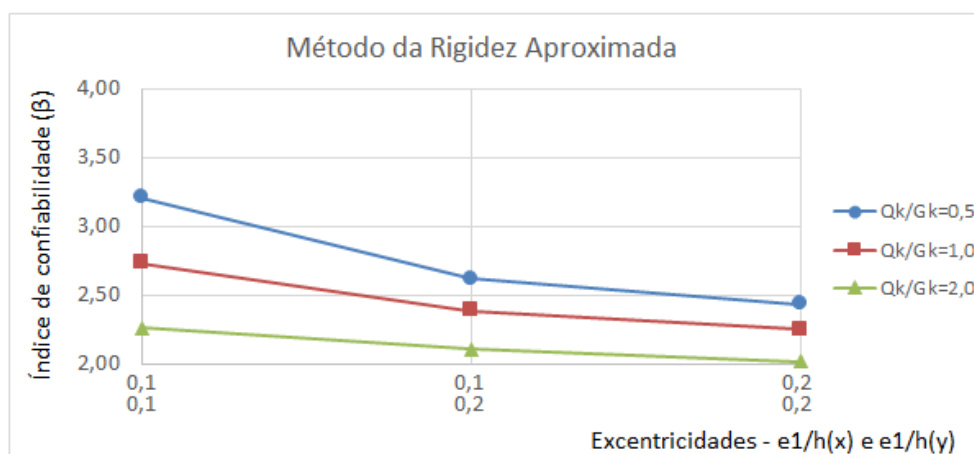


Figura 7.92 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

As figuras 7.93 a 7.98 exibem esta variação para os pilares de concreto com resistência característica à compressão simples igual a 60 MPa .

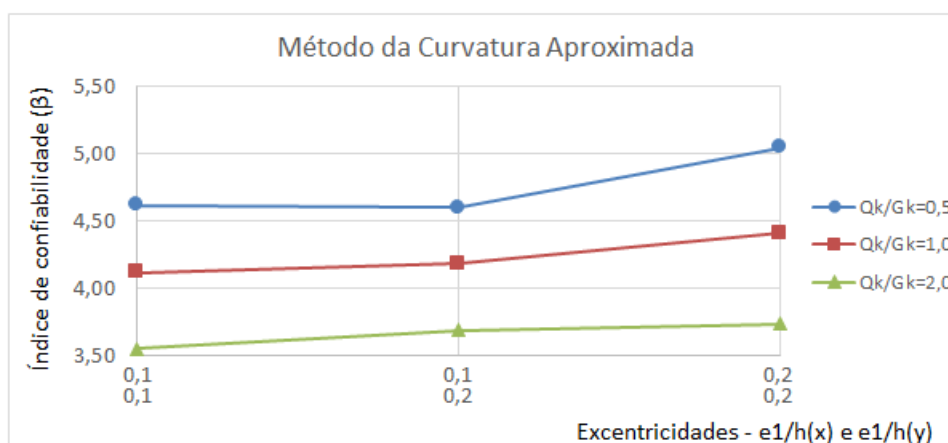


Figura 7.93 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

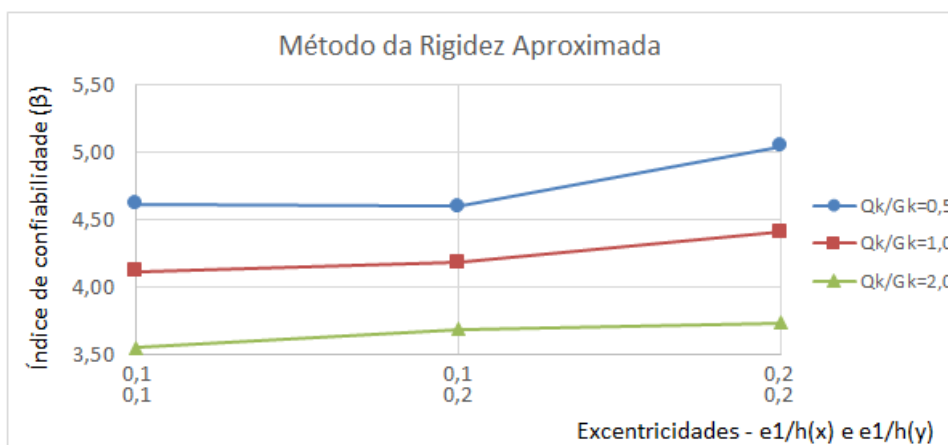


Figura 7.94 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

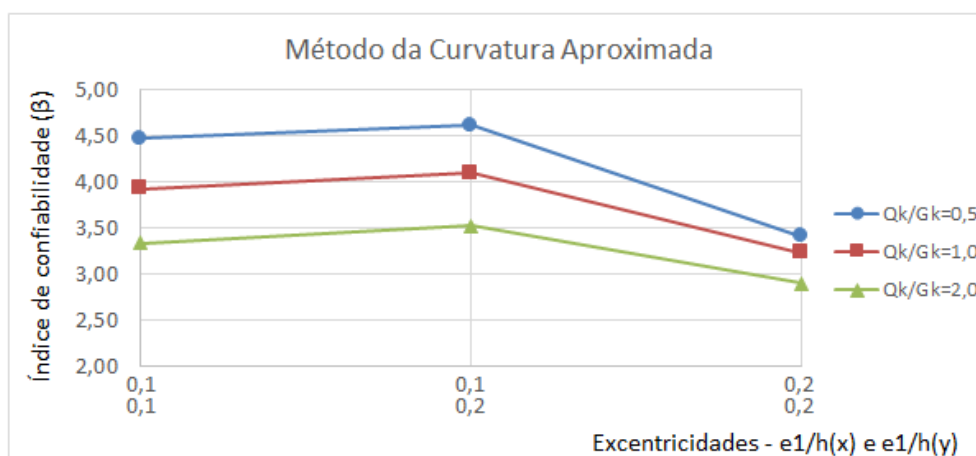


Figura 7.95 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

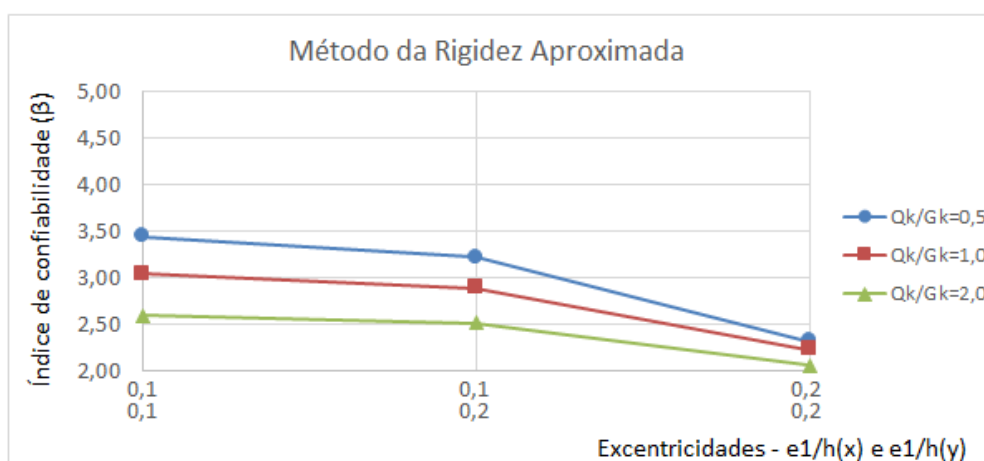


Figura 7.96 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

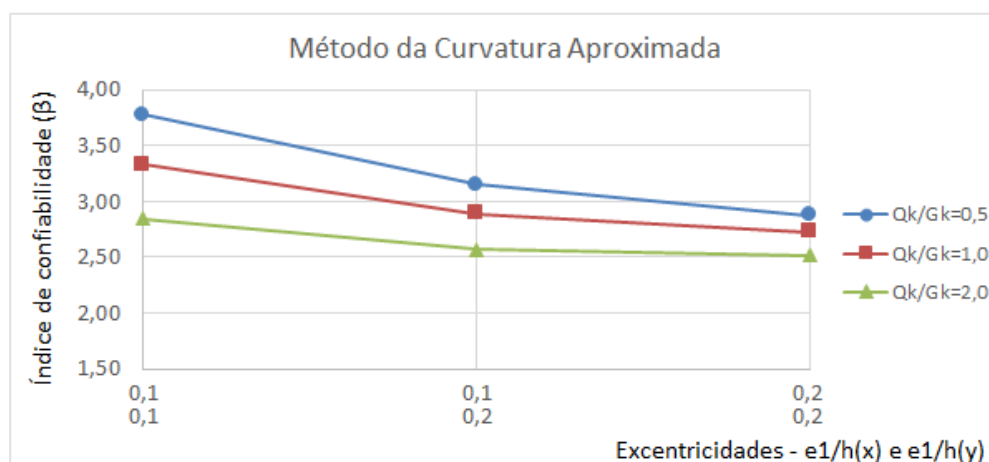


Figura 7.97 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

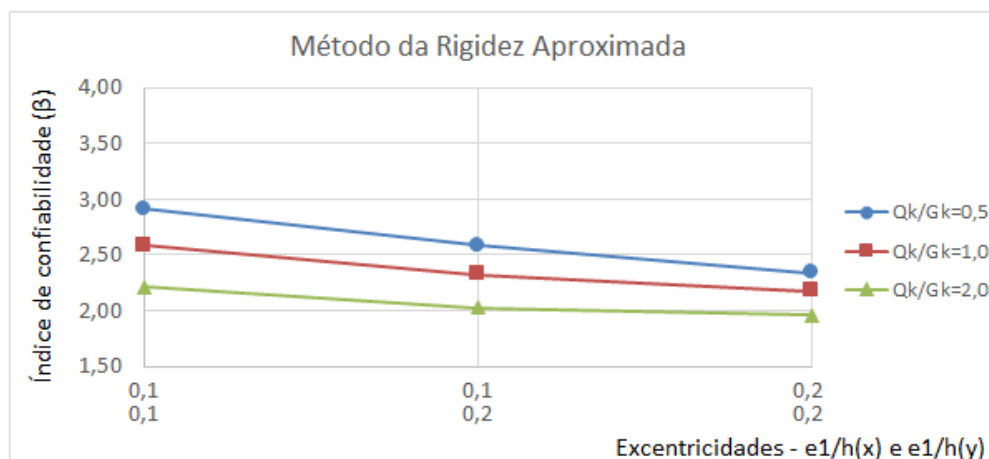


Figura 7.98 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

A variação do índice de confiabilidade em relação às excentricidades relativas de primeira ordem para pilares de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ pode ser visualizada nas figuras 7.99 a 7.104.

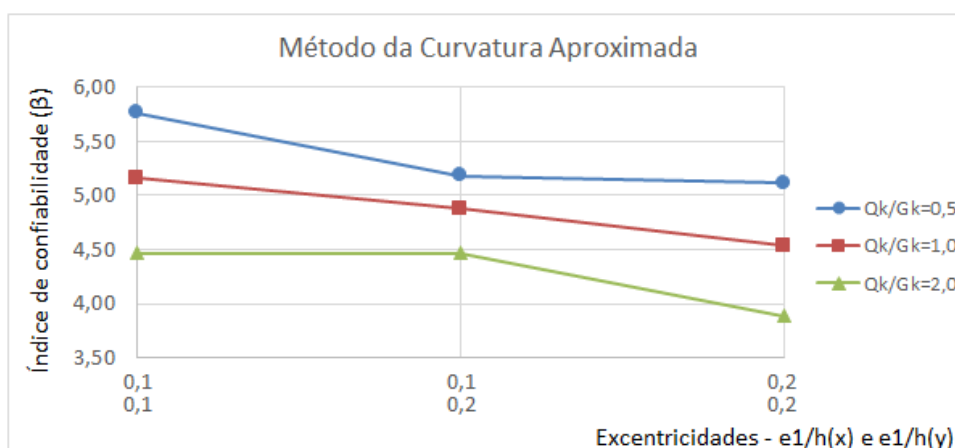


Figura 7.99 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

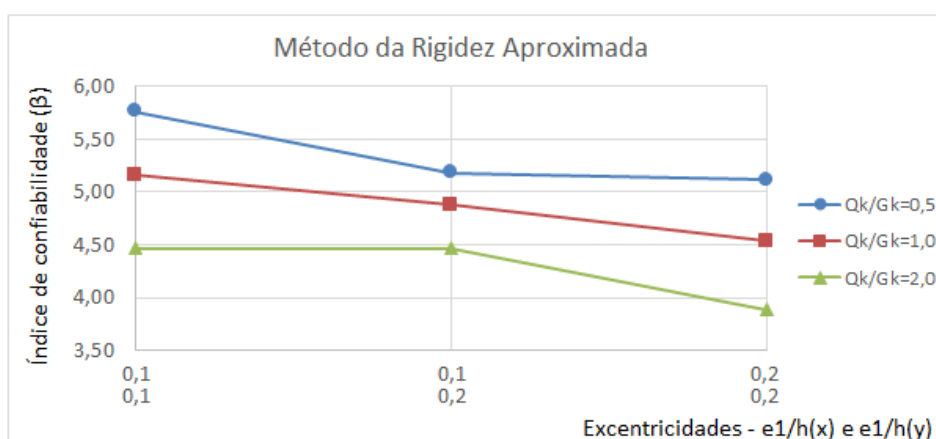


Figura 7.100 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 30$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

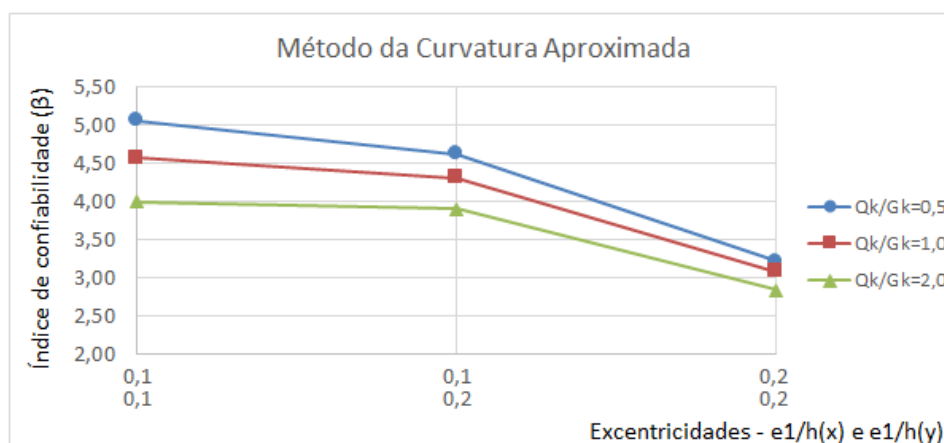


Figura 7.101 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

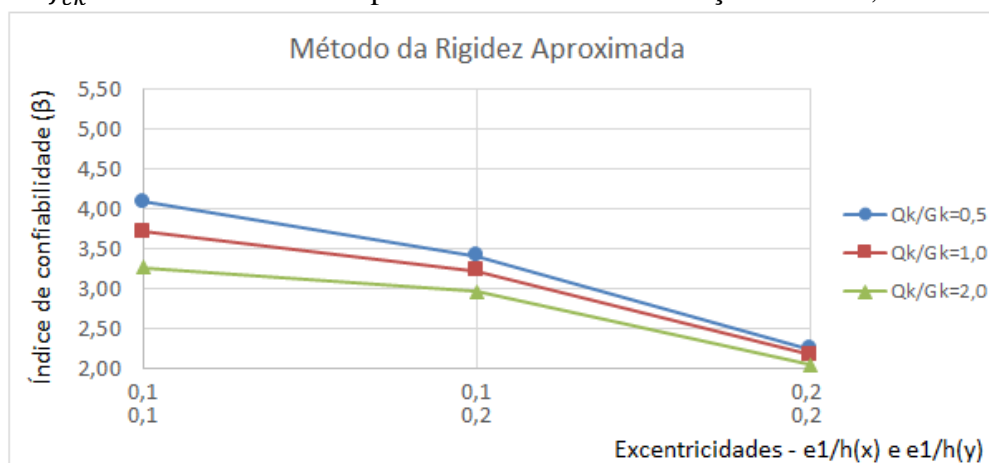


Figura 7.102 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 60$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

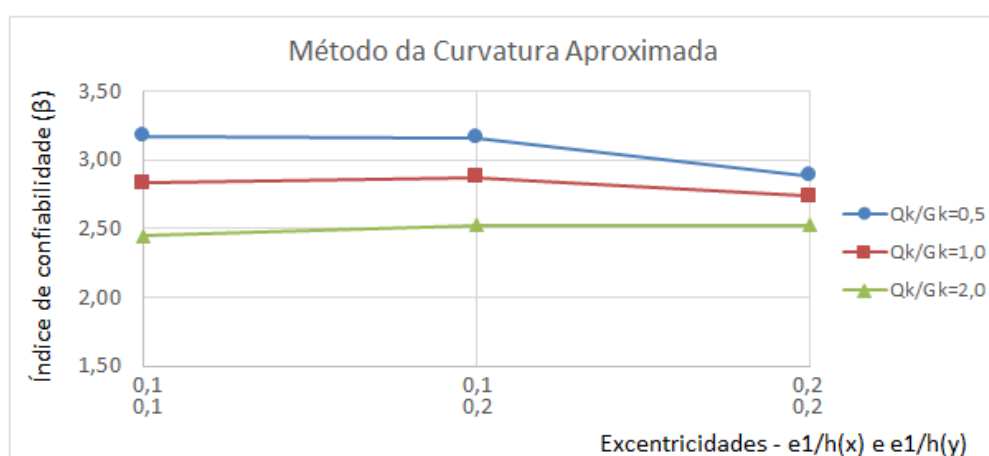


Figura 7.103 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

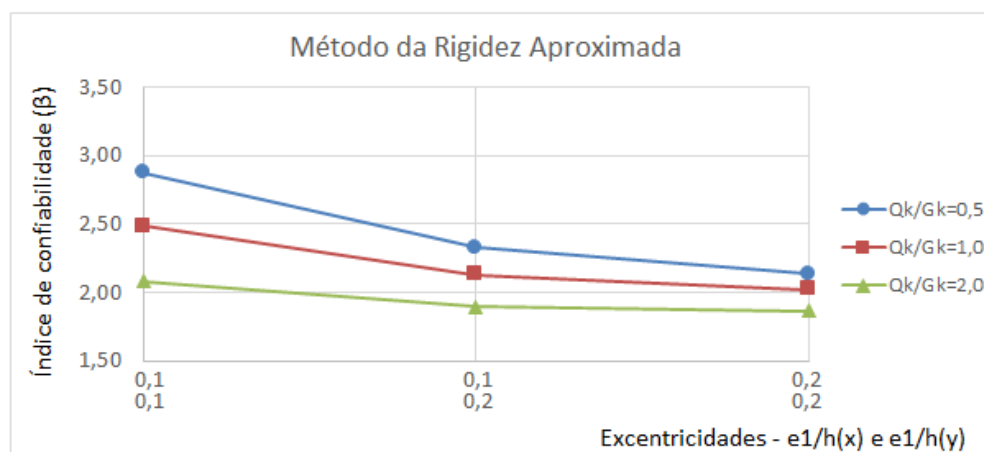


Figura 7.104 – Variação de β com $e1/h$ para pilares em flexo-compressão oblíqua de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ e $\lambda = 90$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nesta situação, torna-se possível constatar que os índices de confiabilidade dos pilares de concreto armado em flexo-compressão oblíqua não são tão sensíveis à variação nas excentricidades relativas iniciais quanto à variação nos índices de esbelteza, sendo que os pilares com maior f_{ck} foram aqueles que se apresentaram mais sensíveis a esta variação. Uma hipótese que pode justificar esta tendência encontra-se na forma de obtenção dos esforços locais de segunda ordem. Ao observarmos as equações (12) e (15), é possível verificar que em ambos os casos os parâmetros que representam a esbelteza do pilar (comprimento equivalente na primeira, e índice λ na segunda) são elevados ao quadrado, enquanto as excentricidades iniciais influenciam apenas na obtenção dos momentos de primeira ordem. Assim sendo, a esbelteza acaba tornando-se um parâmetro mais influente nas condições de dimensionamento do pilar do que a excentricidade de primeira ordem.

Outro aspecto interessante a ser frisado é que, de maneira geral, os índices de confiabilidade tendem a diminuir com o aumento das excentricidades iniciais relativas, porém, para alguns casos de pilares com índices de esbelteza inferiores ($\lambda = 30$), houve um aumento nos índices β com o aumento das excentricidades. Uma possível explicação para este comportamento reside nas condições de ruptura dos pilares. Nestes casos, o dimensionamento é feito utilizando-se os momentos iniciais, tendo-se em vista que os índices de esbelteza são inferiores ao valor-limite λ_1 , conforme já elucidado anteriormente. Deste modo, com o aumento da excentricidade inicial, há um aumento nos momentos de dimensionamento, reduzindo a carga de projeto que se obtém para a mesma taxa de armadura. Esta redução na carga de projeto é bastante sensível ao aumento nas excentricidades. Porém, para estes pilares de menor índice de esbelteza, observou-se que a carga de ruptura obtida através do modelo não segue esta tendência, ou seja, não diminui tão

drasticamente com o aumento dos momentos iniciais quanto a carga de projeto. Assim sendo, com uma redução maior na carga de projeto do que na carga de ruptura, o índice de confiabilidade acaba aumentando com o aumento das excentricidades relativas iniciais.

7.2.3 Variação de β com a resistência à compressão do concreto

Neste último item, analisa-se a influência da variação da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} nos índices de confiabilidade obtidos, sendo traçados os gráficos com pilares de mesmos valores para índices de esbeltez e excentricidades relativas de primeira ordem para comparação. As figuras 7.105 a 7.110 destinam-se à exibição destas análises para pilares de $\lambda = 30$.

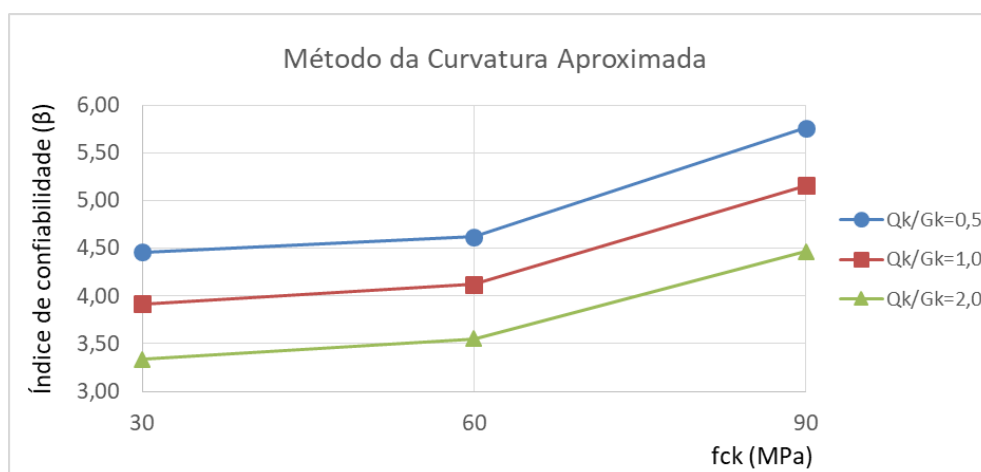


Figura 7.105 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

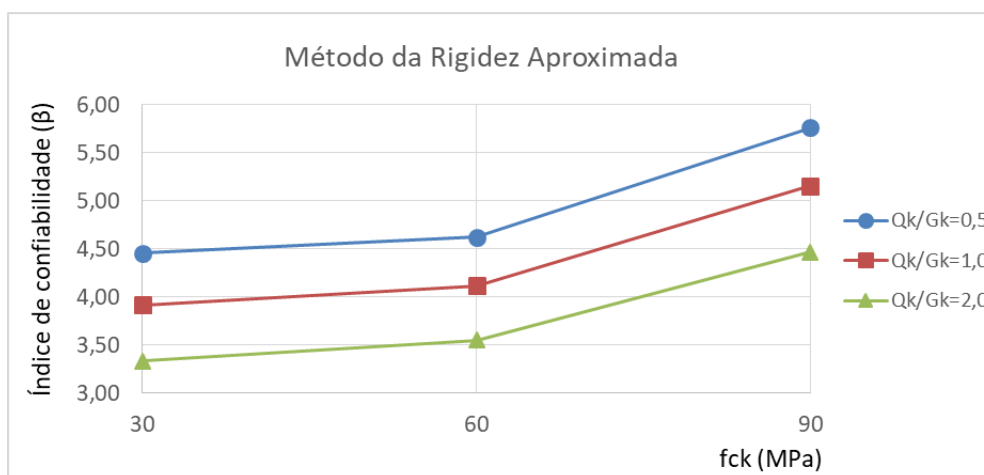


Figura 7.106 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

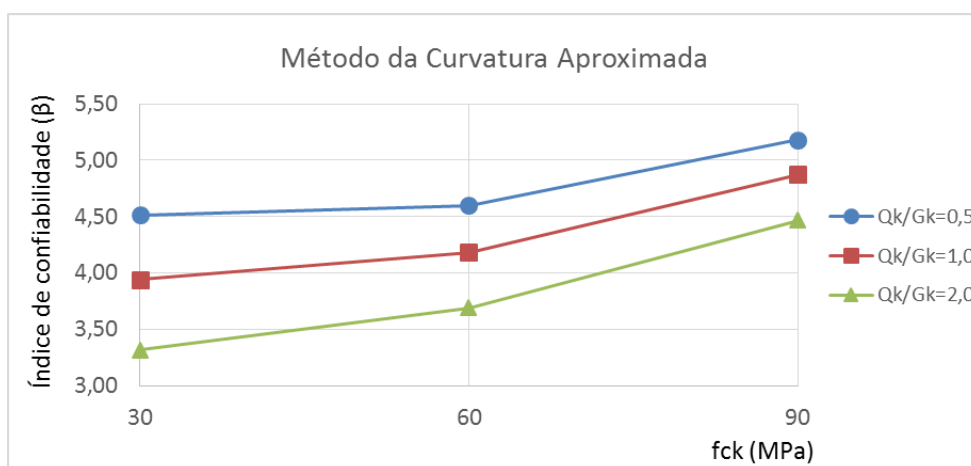


Figura 7.107 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

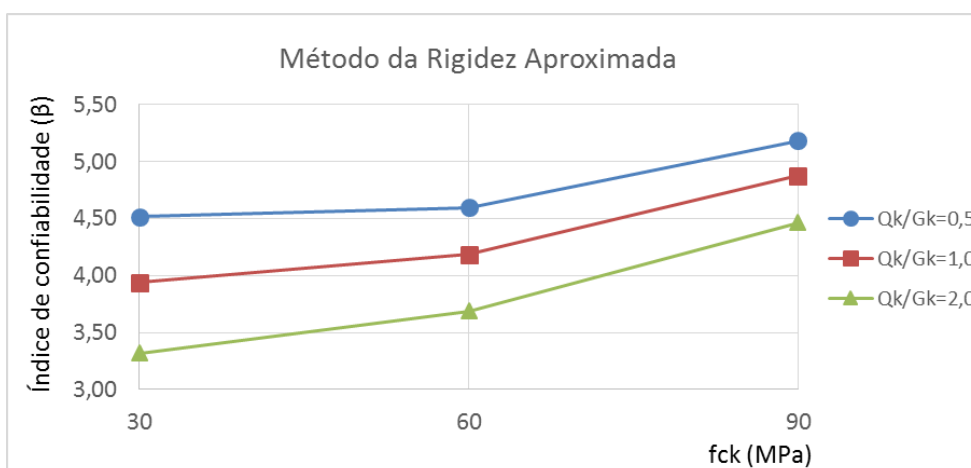


Figura 7.108 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

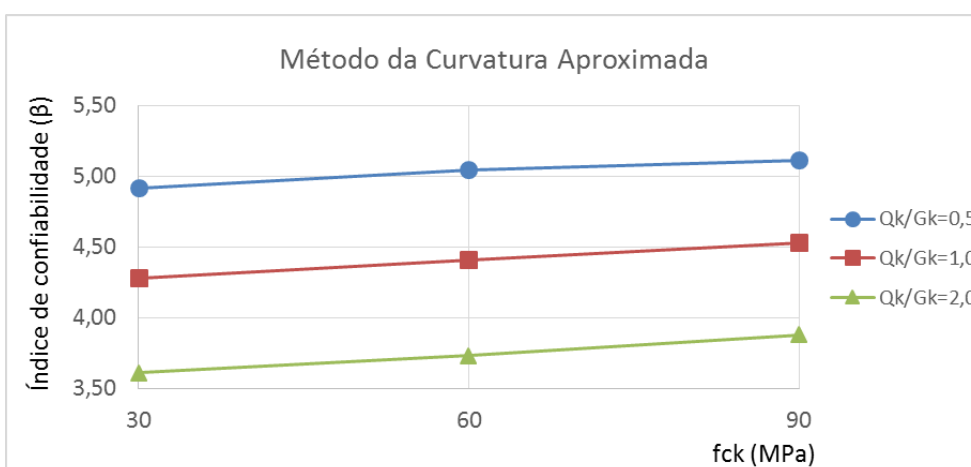


Figura 7.109 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

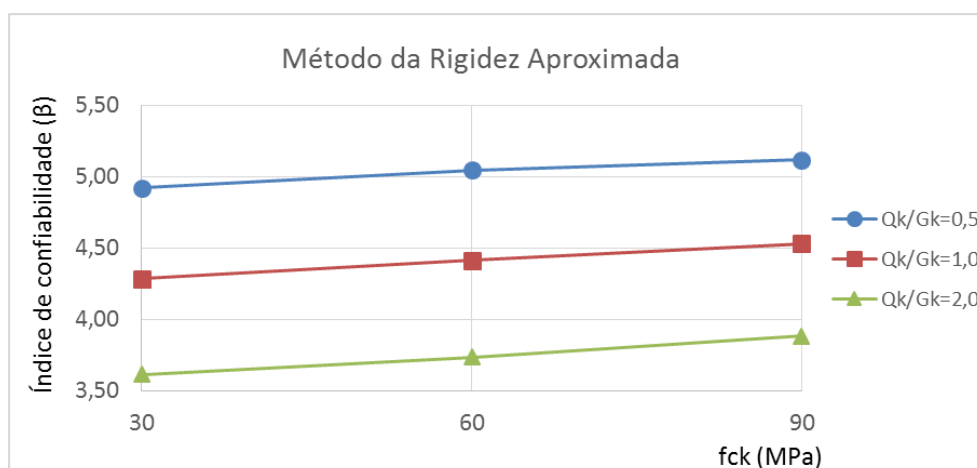


Figura 7.110 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 30$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Nas figuras 7.111 a 7.116, observa-se esta variação para pilares de $\lambda = 60$.

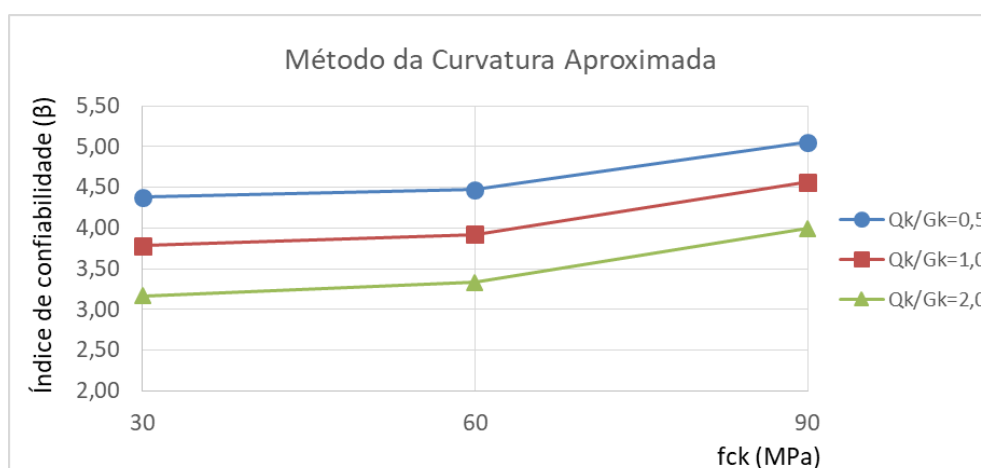


Figura 7.111 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

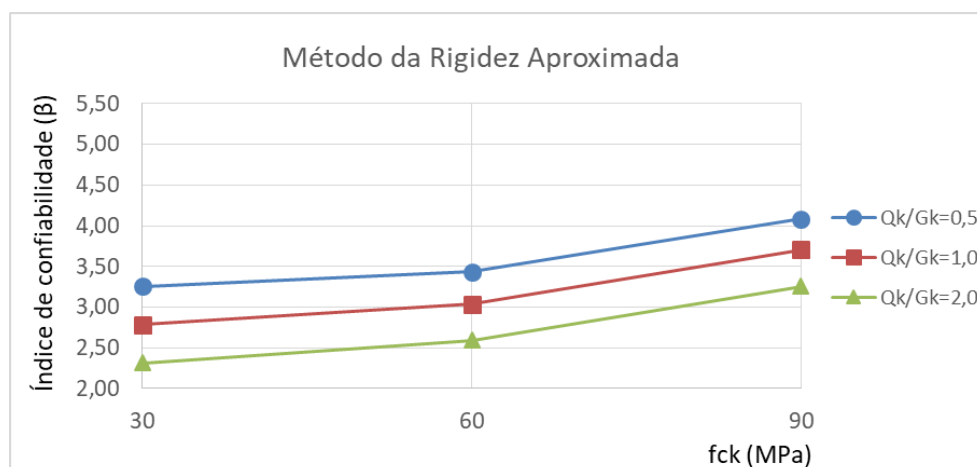


Figura 7.112 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

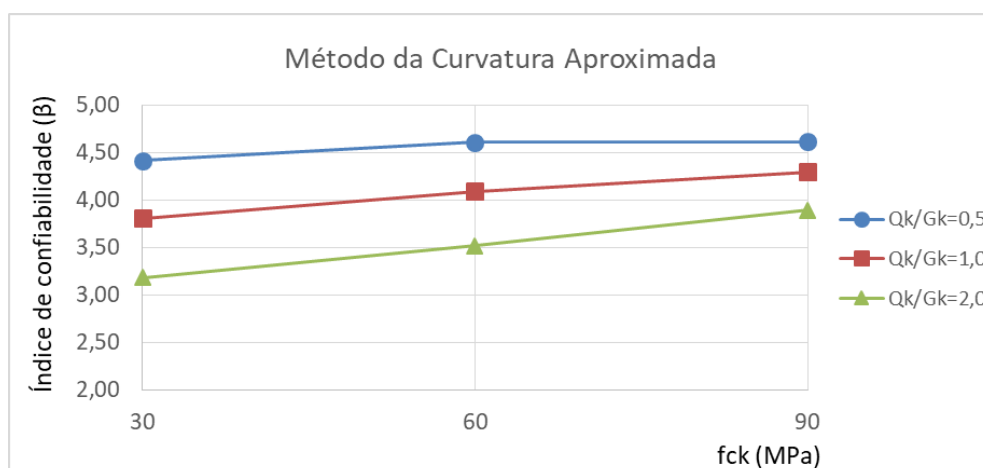


Figura 7.113 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

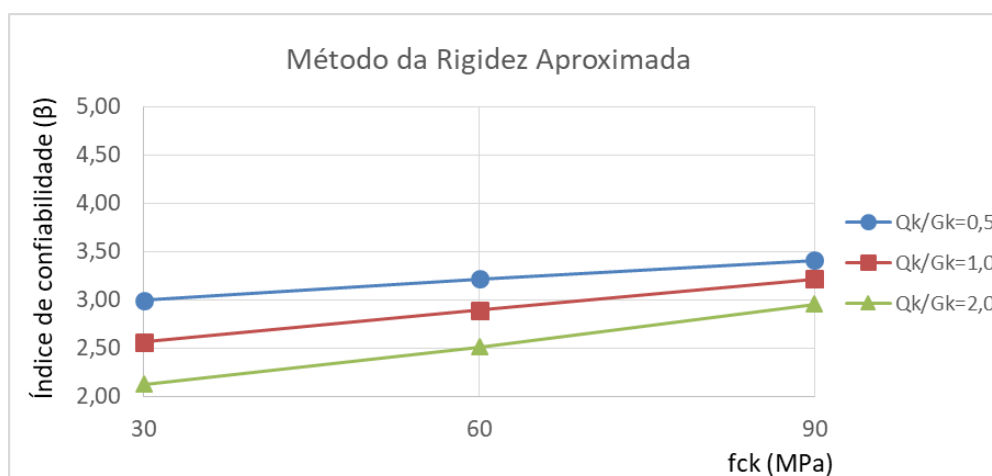


Figura 7.114 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

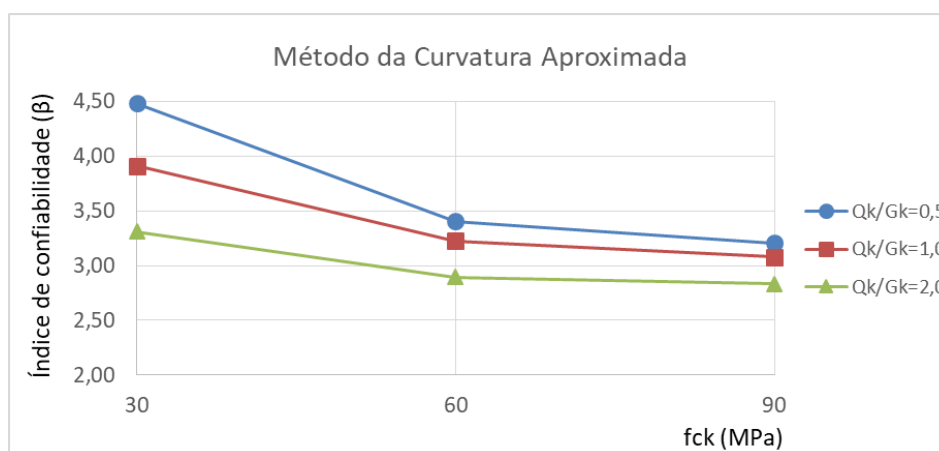


Figura 7.115 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

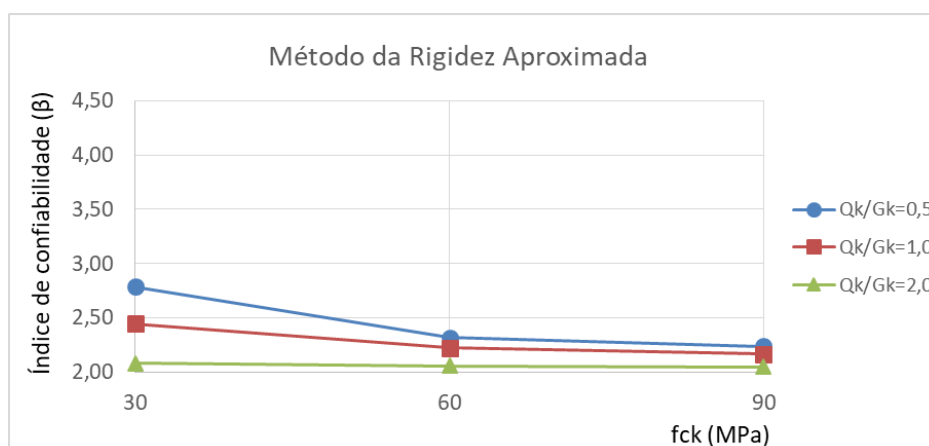


Figura 7.116 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Finalmente, as figuras 7.117 a 7.122 exibem a variação do índice de confiabilidade β com a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) para pilares com $\lambda = 90$.

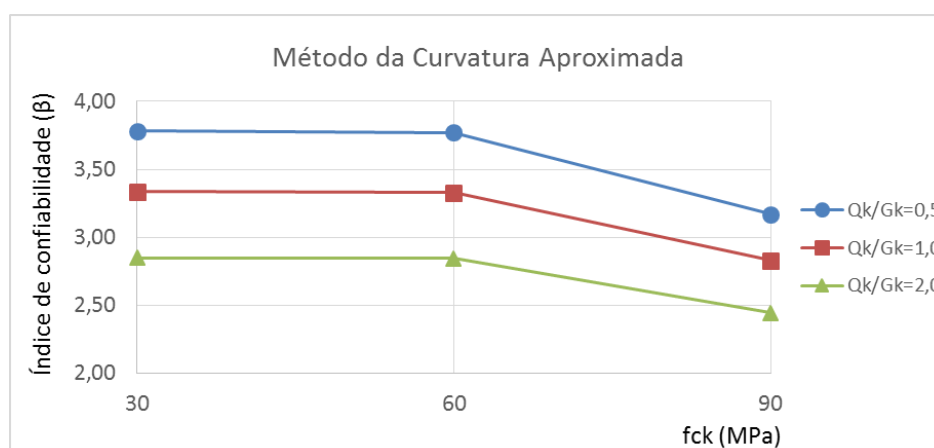


Figura 7.117 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

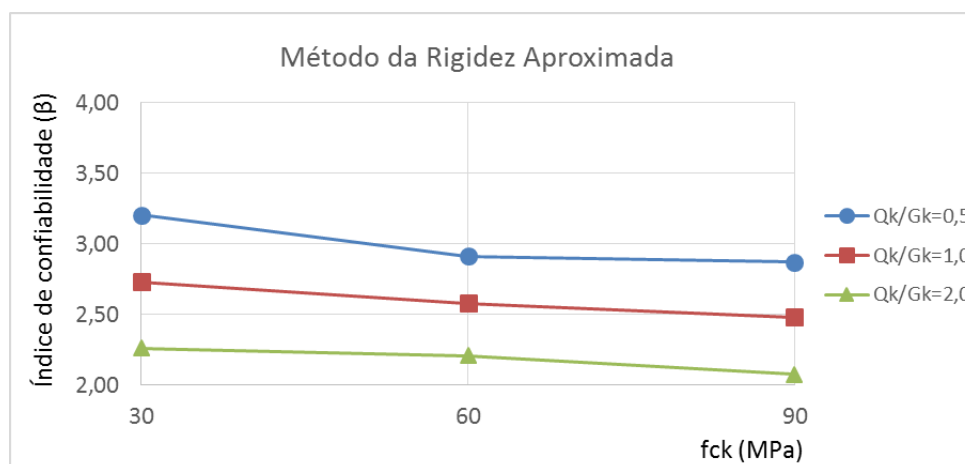


Figura 7.118 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,1$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

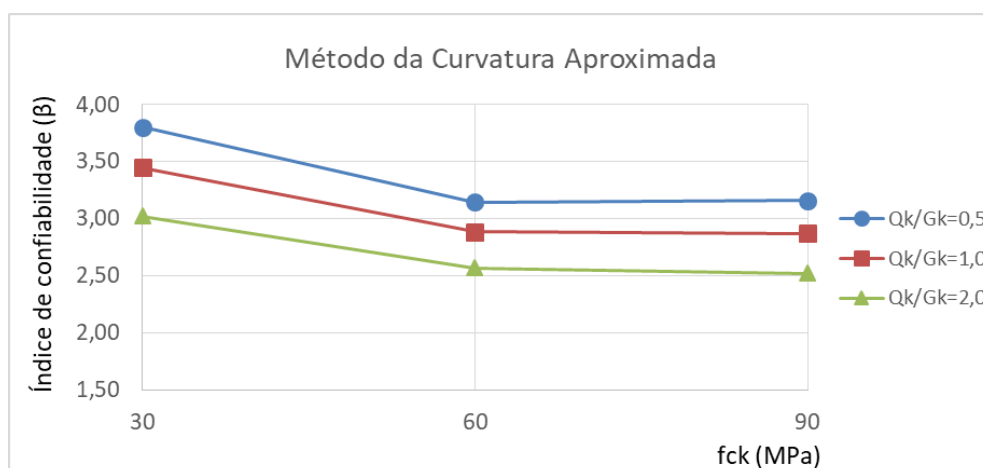


Figura 7.119 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

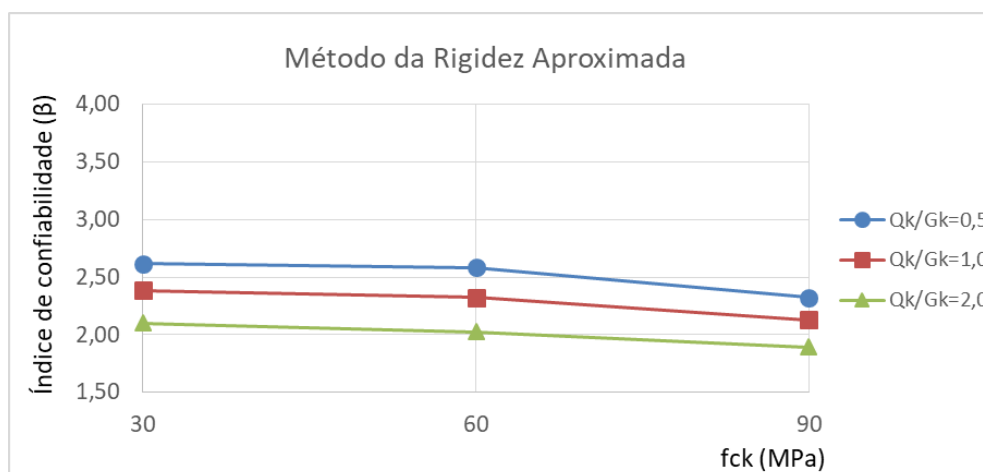


Figura 7.120 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,1$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

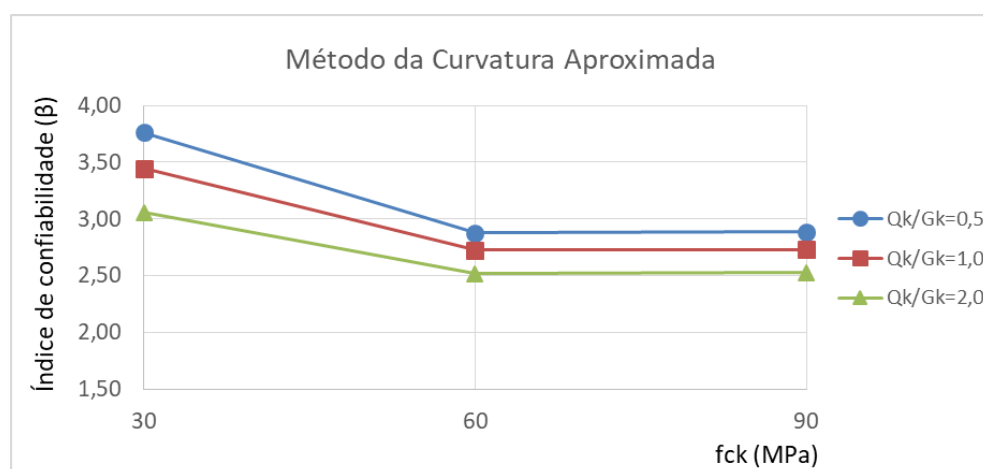


Figura 7.121 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MCA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

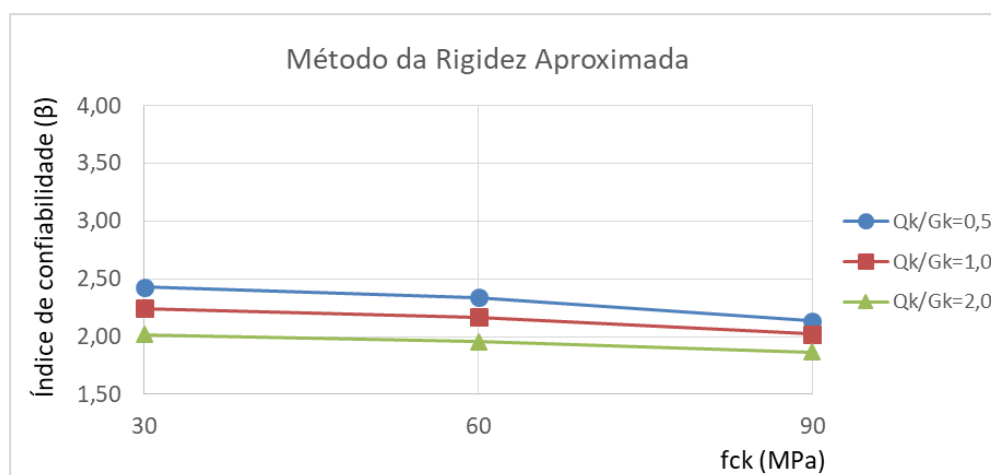


Figura 7.122 – Variação de β com f_{ck} para pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 90$, $e_{1x}/h = 0,2$ e $e_{1y}/h = 0,2$ pelo MRA. Fonte: Elaboração do autor, 2017.

Através da observação dos resultados apresentados acima, identifica-se que o índice de confiabilidade também não se mostra tão sensível às variações no f_{ck} quanto às variações no índice de esbeltez. Além disso, é possível observar que, para pilares com índices de esbeltez $\lambda = 30$ e $\lambda = 60$, os índices de confiabilidade aumentam com o aumento do f_{ck} (à exceção dos pilares com $\lambda = 60$ e ambas excentricidades iniciais relativas $e_{1/h} = 0,2$). Entretanto, para os pilares mais esbeltos ($\lambda = 90$), em todos os casos, o índice de confiabilidade diminui com o aumento do f_{ck} . Esta tendência difere daquela observada nos pilares submetidos à flexo-compressão normal, onde todos os casos apresentam aumento nos índices de confiabilidade com o aumento da resistência do concreto.

Uma hipótese que pode explicar este caso está relacionada com o modo de ruptura destas estruturas. Os pilares com concretos de maior resistência, em especial aqueles com índices de esbeltez elevado, tendem a atingir a ruína, em sua maioria, por instabilidade lateral, uma vez que a resistência à compressão centrada é bastante elevada. Assim sendo, o dimensionamento dos pilares conduz a uma alta carga de projeto, em virtude da elevada resistência atribuída ao concreto. Entretanto, através da simulação numérica, verifica-se que, especialmente na flexo-compressão oblíqua, o aumento na carga de ruptura não é proporcional ao aumento na resistência do concreto, ou seja, em decorrência dos fenômenos ligados à instabilidade lateral, o esforço resistente no pilar não resulta tão superior ao que se esperaria obter com o aumento da resistência do concreto, o que impacta diretamente nos índices de confiabilidade.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo objetivou avaliar as condições de segurança e confiabilidade atingidas no projeto de pilares de concreto armado, bem como observar a influência dos diferentes parâmetros de projeto nestes índices, especialmente no que se refere a pilares esbeltos de concreto de alta resistência. Tendo em vista que estes casos representam situações relativamente complexas e, até então, pouco usuais na prática corriqueira do projeto estrutural no Brasil, torna-se necessária a avaliação dos procedimentos e diretrizes apresentados nas normas que servem como base para o dimensionamento de tais estruturas, e o estudo de confiabilidade apresenta-se como uma das ferramentas mais adequadas para esta análise.

Portanto, para tal, foi desenvolvido um modelo elastoplástico para análise de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos utilizando-se o *software* ANSYS. Este modelo, que se destina à análise de elementos submetidos a esforços de flexão composta oriundos de cargas de curta duração, foi programado em linguagem FORTRAN com base nas equações apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), e integrado ao sistema principal do ANSYS através de suas ferramentas de customização. A principal vantagem do emprego de um modelo de material programado pelo usuário é a possibilidade da utilização de elementos de armadura incorporada aos elementos de concreto armado, o que facilita a modelagem das estruturas e reduz de maneira substancial o custo computacional da solução. Além disso, a plataforma ANSYS apresenta diversos recursos de pós-processamento e visualização gráfica de resultados, o que torna sua utilização bastante atraente em relação a outros programas de elementos finitos.

Para a comprovação da validade do modelo, foram reproduzidas as condições de 88 ensaios experimentais de pilares de concreto simples e armado, submetidos a esforços de flexo-compressão normal e oblíqua, apresentados por seis autores diferentes. Como exibido no item 5 deste trabalho, os resultados numéricos se aproximaram dos resultados experimentais de forma bastante satisfatória, indicando que o modelo representa adequadamente o comportamento das estruturas em questão, apresentando-se como uma ferramenta válida para a análise de pilares de concreto armado.

Assim sendo, com o modelo numérico experimentalmente calibrado, foi possível a utilização das ferramentas de análise probabilística do próprio *software* para a condução do estudo de

confiabilidade de pilares de concreto armado projetados de acordo com as diretrizes da norma brasileira NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Tais recursos possibilitaram a realização de uma análise paramétrica, onde foram modelados pilares submetidos aos esforços de flexo-compressão normal e flexo-compressão oblíqua, sendo determinados os índices de confiabilidade (β) associados a cada situação, a fim de observar a influência dos diversos parâmetros de projeto na confiabilidade de cada pilar.

No caso dos pilares submetidos à flexo-compressão normal, a análise paramétrica foi executada considerando-se a variação de quatro parâmetros: o índice de esbeltez do pilar (30, 60 e 90), a excentricidade relativa de primeira ordem (0,10; 0,20 e 0,30), a resistência característica à compressão simples do concreto (30, 60 e 90 MPa) e a relação entre as cargas acidental e permanente (0,5; 1,0 e 2,0). A flexo-compressão oblíqua foi abordada de maneira semelhante, porém, por existirem excentricidades nas duas direções nesta situação, optou-se por trabalhar com três combinações diferentes de excentricidades iniciais de primeira ordem (0,10/0,10; 0,10/0,20 e 0,20/0,20). Por tratar-se de uma seção transversal quadrada, não houve a necessidade de uma quarta combinação (0,20/0,10), pois resultaria idêntica à segunda. Ademais, todos os pilares foram projetados considerando-se dois métodos distintos para a obtenção dos esforços de segunda ordem – o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

Para os pilares em flexo-compressão normal, observou-se que, de maneira geral, o índice de confiabilidade diminui com o aumento da esbeltez. Esta diminuição, na maior parte das situações, dá-se de maneira mais acentuada nos pilares de menor esbeltez, ou seja, quando o índice λ aumenta de 30 para 60. Além disso, observou-se que, para todos os casos de pilares com excentricidade inicial relativa $e_1/h = 0,3$ e com efeitos de segunda ordem determinados através do método da curvatura aproximada, o índice β diminui quando o índice de esbeltez aumenta de 30 para 60, porém apresenta ligeiro crescimento quando λ varia entre 60 e 90, devido a um aumento que ocorre na taxa de armadura para esta situação, conforme elucidado no item 7.1.1.

Na quase totalidade dos casos em flexo-compressão normal, β diminui com o aumento da excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h , e esta diminuição foi mais significativa entre 0,1 e 0,2 do que entre 0,2 e 0,3, especialmente nos pilares com maiores índices de esbeltez. Esta situação ocorre possivelmente devido às condições de dimensionamento, pois a maior

excentricidade conduz a uma redução mais significativa na carga de projeto para uma mesma taxa de armadura do que se observa nas excentricidades menores. Ademais, cabe ressaltar que, em todos os casos a influência da excentricidade é maior para pilares de maior esbeltez, o que decorre do fato da esbeltez elevada implicar em efeitos de segunda ordem mais expressivos.

Em relação à resistência à compressão do concreto, todos os pilares em flexo-compressão normal obtiveram o maior índice de confiabilidade para o maior f_{ck} . No caso dos pilares menos esbeltos ($\lambda = 30$ e $\lambda = 60$), o índice β aumentou com o aumento do f_{ck} para todas as situações. No entanto, os pilares com índice de esbeltez igual a 90 apresentaram pequeno decréscimo no índice de confiabilidade com o aumento do f_{ck} entre 30 MPa e 60 MPa, voltando a crescer (e resultando no maior dos três valores) para o caso de $f_{ck} = 90$ MPa. Este comportamento indica que a norma brasileira, por ter incluído os concretos do grupo II (de resistências características superiores a 50 MPa) apenas em sua última revisão (2014), ainda adota procedimentos mais conservadores para estas situações.

Em se tratando de pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua, o comportamento em relação ao índice de esbeltez foi semelhante à flexo-compressão normal. Entretanto, os pilares dimensionados utilizando-se os esforços de segunda ordem calculados por métodos diferentes apresentaram comportamento ligeiramente distintos. Na plenitude dos casos em que os esforços de segunda ordem foram determinados pelo método da rigidez aproximada, observou-se maior declínio no índice de confiabilidade entre $\lambda = 30$ e $\lambda = 60$, resultado das condições de dimensionamento em relação aos esforços de segunda ordem, conforme apresentado no item 7.2.1. Ademais, em todos os casos, o menor β corresponde ao maior λ , e isso resulta de um forte aumento da influência dos efeitos de segunda ordem com o aumento da esbeltez (especialmente no que se refere aos esforços de flexo-compressão oblíqua).

Foi verificado também que os índices de confiabilidade dos pilares em flexo-compressão oblíqua resultaram menos sensíveis às variações nas excentricidades iniciais do que ao índice de esbeltez, em virtude das equações utilizadas para a obtenção dos momentos finais de dimensionamento, de acordo com o exposto no item 7.2.2. Além disso, de maneira geral, β decresce com o aumento de e_1/h , à exceção da maioria dos casos de pilares menos esbeltos ($\lambda = 30$), onde β resultou crescente com o aumento das excentricidades de primeira ordem. Conforme elucidado no item supracitado, esta tendência resulta das condições de ruptura dos

pilares, onde a carga de ruptura obtida através do modelo não diminui tão drasticamente com o aumento dos momentos iniciais quanto a carga de projeto.

Adicionalmente, identificou-se também que, para pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua, a resistência à compressão do concreto foi o parâmetro que resultou menos influente nos índices de confiabilidade. Em termos gerais, para os pilares menos esbeltos ($\lambda = 30$ e 60), o comportamento em relação ao f_{ck} resultou semelhante àquele observado nos pilares em flexo-compressão normal, ou seja, os índices de confiabilidade aumentaram com o aumento deste parâmetro. Entretanto, no caso dos pilares esbeltos ($\lambda = 90$), os índices β diminuíram com o aumento do f_{ck} . Uma possível explicação para tal comportamento encontra-se na forma de ruptura destes pilares, onde os efeitos de instabilidade lateral são preponderantes, como exibido no item 7.2.3, aumentando a ocorrência de situações de ruína por instabilidade lateral.

Esta tendência pode ser considerada indesejável, tendo-se em vista que os procedimentos apresentados pela norma para concretos de alta resistência são bastante recentes. Além disso, devido ao fato de o emprego de concretos com f_{ck} elevado ainda ser prática pouco usual no Brasil, ainda existem certas incertezas relativas a este material, que exige maior controle tecnológico e de qualidade na produção. Assim sendo, o esperado seria a obtenção de maiores índices de confiabilidade com o aumento do f_{ck} para todos os casos (como ocorre na flexo-compressão normal), resultado da adoção de procedimentos mais conservadores para o dimensionamento destas estruturas.

Tanto os pilares submetidos a flexo-compressão normal, quanto a flexo-compressão oblíqua apresentaram melhores resultados, em termos de confiabilidade, quando os esforços de segunda ordem foram determinados através do método da curvatura aproximada (MCA). De maneira geral, o dimensionamento realizado com os esforços obtidos através deste método conduziu a taxas de armaduras superiores àquelas obtidas quando os esforços foram determinados pelo método da rigidez aproximada (MRA), resultando em maiores índices β para uma mesma carga de projeto. Como discutido anteriormente, em alguns casos, o dimensionamento pelos dois métodos conduziu à mesma solução de armadura, devido à natureza do processo de obtenção da carga de ruptura, gerando os mesmos índices de confiabilidade. Todavia, em todas as situações onde houve diferença entre os dois métodos, o MCA apresentou melhores resultados. Assim sendo, torna-se evidente, que, em uma situação de projeto, onde deseja-se obter a solução

de armadura para um carregamento conhecido, este método apresenta-se como a alternativa mais interessante em termos de confiabilidade estrutural.

Finalmente, constatou-se que, para todos os casos, tanto em flexo-compressão normal quanto oblíqua, o aumento na relação entre as cargas acidental e permanente implica em uma diminuição no índice de confiabilidade. Isso deve-se ao fato de o carregamento acidental apresentar maiores incertezas que, em termos matemáticos, traduz-se em um maior coeficiente de variação do esforço solicitante no pilar. Portanto, para um pilar cujas características são mantidas (permanecendo inalterado o esforço resistente), o aumento no desvio padrão do esforço solicitante implica na diminuição do índice de confiabilidade, devido à consideração da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) que utiliza o mesmo valor de coeficiente de segurança para as cargas permanente e acidental, que possuem coeficientes de variação bastante diferentes.

Dentre todos os 162 casos de pilares submetidos a flexo-compressão normal aqui analisados, 42 não atingiram o índice de confiabilidade alvo ($\beta = 3,3$). Estes casos apresentam-se grifados na tabela resumo que compreende o Apêndice C.1 deste trabalho. Aquele que apresentou maior índice de confiabilidade, foi o pilar de $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$; $\lambda = 30$; $e_1/h = 0,1$ e $Qk/Gk = 0,5$, cujo dimensionamento pelos dois métodos (MCA e MRA) resultou na mesma solução de armadura, com $\beta = 5,93$, correspondendo a uma probabilidade de falha inferior a 0,00001%. O pior caso, com menor índice de confiabilidade foi o pilar de $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$; $\lambda = 90$; $e_1/h = 0,3$ e $Qk/Gk = 2,0$, com $\beta = 2,13$ e $Pf = 1,66\%$.

Nos pilares em flexo-compressão oblíqua, os índices de confiabilidade, de maneira geral, resultaram inferiores àqueles obtidos para a flexo-compressão normal. Para esta situação, 76 dos 162 pilares apresentaram índices β inferiores ao alvo, e estas situações estão grifadas na tabela apresentada no Apêndice C.2 deste trabalho. O caso de maior confiabilidade foi o pilar com $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$; $\lambda = 30$; $e_{1x}/h = 0,1$; $e_{1y}/h = 0,1$ e $Qk/Gk = 0,5$, que apresentou $\beta = 5,71$ correspondendo também a uma probabilidade de falha inferior a 0,00001%. Já o caso mais crítico foi o pilar com $f_{ck} = 90$; $\lambda = 90$; $e_{1x}/h = 0,2$; $e_{1y}/h = 0,2$ e $Qk/Gk = 2,0$, com $\beta = 1,87$. Neste caso, a probabilidade de falha é bastante significativa, $Pf = 3,07\%$. Em ambos os casos (flexo-compressão normal e oblíqua), os piores resultados estão associados aos casos mais extremos, ou seja, pilares com índices de esbeltez bastante elevados ($\lambda = 90$) e com forte influência do carregamento acidental (superior ao carregamento permanente).

Analisando o conjunto de resultados, verifica-se que, para a maior parte dos pilares submetidos apenas a flexo-compressão normal, os procedimentos descritos na NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) conduzem a soluções satisfatórias sob o ponto de vista da confiabilidade estrutural, resultando em apenas 26% dos pilares abaixo do índice de confiabilidade alvo. Entretanto, no caso da flexo-compressão oblíqua, aproximadamente 47% dos pilares analisados apresentaram índices de confiabilidade abaixo do alvo, ou seja, quase metade dos pilares não correspondem aos níveis de confiabilidade desejados para este estudo.

Porém, cabe ressaltar que os índices de confiabilidade mais baixos foram obtidos para as situações mais extremas, ou seja, pilares de índices de esbeltez elevada ($\lambda = 60$ e $\lambda = 90$) submetidos a uma forte influência do carregamento permanente. Para melhor elucidar a questão, um parâmetro que permite melhor compreensão da situação é o comprimento dos pilares. Para os pilares em flexo-compressão normal, o índice de esbeltez $\lambda = 90$ corresponde a um pilar de $L = 5,20 m$, comprimento que pode ser considerado elevado para estruturas usuais na construção civil. Já para os pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua, o índice $\lambda = 90$ está associado a um comprimento $L = 8,3m$, ou seja, representa uma situação que pode ser considerada ainda mais rara na prática de projeto estrutural. Até mesmo os pilares em flexo-compressão oblíqua de $\lambda = 60$, que correspondem a $L = 5,5m$, podem ser ditos não usuais. Somando-se a isso a consideração de um carregamento acidental igual ao dobro do carregamento permanente, as situações que resultam nos piores índices de confiabilidade se afastam cada vez mais da prática comum de projeto dentro da construção civil.

Além disso, é importante destacar que, nem todas as situações onde o índice de confiabilidade alvo ($\beta = 3,3$) não é atingido apresentam probabilidades de falha extremamente elevadas. Por exemplo, um pilar com $\beta = 2,8$ está associado a uma probabilidade de falha de 0,25%, ou seja, ainda proporciona condições aceitáveis de segurança. Entretanto, observa-se que para pilares com índices de esbeltez elevada ($\lambda = 90$ e, em algumas situações, $\lambda = 60$), em muitos casos, principalmente para concretos de alta resistência e com maior influência do carregamento acidental, tem-se de fato uma probabilidade de falha acima do que seria o ideal, em especial nos pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua.

Desta forma, para estes casos, recomenda-se a adoção de uma abordagem mais criteriosa por parte do projetista de estruturas, com o intuito de conduzir a soluções mais conservadoras e com menor risco sob o ponto de vista estrutural. Além disso, ressalta-se que a abordagem de

concretos de alta resistência ainda é bastante recente na norma brasileira, de forma que existe a possibilidade da atualização destas diretrizes em um futuro próximo, com base em diversos estudos que vem sendo conduzidos no país com o intuito de ampliar o conhecimento acerca do comportamento deste material.

Finalmente, objetivando a continuação desta linha de pesquisa, sugere-se, para trabalhos futuros, um maior desenvolvimento da rotina de cálculo programada para representar o comportamento do concreto, com a implementação de modelos de viscosidade, a fim de originar um modelo elasto-viscoplástico que possibilite a análise dos fenômenos relacionados ao tempo e carregamentos de longa duração. Além disso, sugere-se também a adequação do modelo para elementos estruturais com predominância de esforços de cisalhamento, tendo-se em vista que este modelo se adapta satisfatoriamente a estruturas submetidas a cargas normais e esforços de flexão. A partir deste aspecto, possibilitar-se-ia a realização de um estudo acerca de vigas de concreto armado e protendido através do *software* ANSYS utilizando-se o modelo constitutivo programado nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ANG, A. H-S; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design. Volume I: basic principles.** New York, John Wiley & Sons, 1975.
- ANSYS, Inc. **Theory reference** (Version 15.0), 2016.
- ARAÚJO, J. M. de. A confiabilidade no projeto de pilares de concreto armado. **Teoria e prática na engenharia civil**, 2001. n. 2, p. 1–8.
- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de Concreto Armado vol. 3.** Rio Grande: Editora Dunas, 2014.
- ARAÚJO, L. M. B. de. **Análise teórico-experimental de pilares de concreto submetidos a flexão normal composta.** 2004. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - procedimento.** 2014.
- BATHE, K.-J. **Finite element procedures.** Prentice-Hall Inc. New Jersey, USA, 1996.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. Slender high-strength concrete columns subjected to eccentric loading. **Journal of Structural Engineering.** v124, p.1375-1381, 1998.
- DAMAS, A. P. **Estudo de confiabilidade no projeto de pilares esbeltos de concreto de alta resistência.** 2015. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2015.
- DANTAS, A. B. **Estudo de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta.** 2006. 233 f. Dissertação (Mestrado em estruturas e construção civil) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Brasília. 2006.
- DINIZ, S.M.C.; FRANGOPOL, D.M. Reliability assessment of high-strength concrete columns. **Journal of Engineering Mechanics.** v124, p. 529-536, 1998.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETÓN, *fib*. **Model code 2010.** Final draft. 2 vol (Bulletins 65-66), 2012.
- GALAMBOS, T.V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A. Probability-based load criteria: assessment of current design practice. **Journal of Structural Engineering.** v108, p. 959-977, 1982.
- GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado.** 2001. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2001.
- GOYAL, B. B.; JACKSON N. Slender concrete columns under sustained load. **Journal of the Structural Division.** v.97, p. 2729-2750, 1971.

- HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells.** Swansea, U.K.: Pineridge Press, 1988.
- KUNZLER, P. S. **Análise paramétrica por elementos finitos de vigas de concreto armado e protendido pré-tracionadas com abertura na alma.** 2013. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2013.
- LAZZARI, B. M. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão.** 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2015.
- MAGALHÃES, F.C. **A problemática dos concretos não conformes e sua influência na confiabilidade de pilares de concreto armado.** 2014. 262 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.
- MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos.** 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2003.
- MELO, C. E. L. De. **Análise experimental e numérica de pilares birrotulados de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal.** 2009. 415 f. Tese (Doutorado em estruturas e construção civil) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília, Brasília. 2009.
- MENDES, S. E. Da S. **Estudo experimental de concreto de alto desempenho utilizando agregados graúdos disponíveis na região metropolitana de Curitiba.** 2002. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Curso de Pós-Graduação em Construção Civil. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2002.
- NOGUEIRA, H. A. T. **Avaliação da confiabilidade de pilares curtos em concreto armado projetados segundo a NBR 6118:2003.** 2006. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2006.
- PEINADO, H. S. *et al.* A utilização de concreto de alta resistência na produção de pilares: estudo de impacto econômico e ambiental. In: **III Simpósio de Pós-Graduação em Engenharia Urbana.** 2012, Maringá. *Anais.* 2012. p. 1–11.
- QUEIROGA, M. V. M. De. **Análise experimental de pilares de concreto de alto desempenho submetidos à compressão simples.** 1999. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Paulo. 1999.
- REAL, M. D. V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos.** 2000. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2000.

REH, S. *et al.* Probabilistic finite element analysis using ansys. **Structural safety**, 2006. v. 28, n. April, p. 17–43.

RIBEIRO, S. E. C. **Análise da confiabilidade de vigas de concreto armado com plástico reforçado por fibras**. 2009. 152 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2009.

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**. 2014. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de pilares de acordo com a nbr 6118:2003**. 2004. 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade Federal de São Paulo, São Carlos. 2004.

SORIANO, H. L.; LIMA, S.S. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

STRAMANDINOLI, R. S. B. **Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado**. 2007. 238 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2007.

TORRICO, F. A. **Análise teórica e experimental do comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência, considerando a ductilidade**. 2010. 311 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2010.

TSAO, W. H. **Behavior of square and l-shaped slender reinforced concrete columns under combined biaxial bending and axial compression**. 1992. 179 f. Tese (Ph.D. in Civil Engineering) - Faculty of the Graduate Studies. New Jersey Institute of Technology, New Jersey, USA. 1992.

VANDERLEI, R. D. **Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo compressão reta**. 1999. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Paulo. 1999.

APÊNDICE A – Rotina de cálculo *USERMATBM*

```

subroutine usermatbm(
    matId, elemId, kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
    ldstep, isubst, keycut,
    nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp,
    Time, dTime, Temp, dTemp,
    stress, ustatev, dsdePl, sedEl, sedPl, epseq,
    Strain, dStrain, epsPl, prop, coords,
    var0, defGrad_t, defGrad,
    tsstif, epsZZ, cutFactor,
    var1, var2, var3, var4, var5,
    var6, var7)
c*****
c    *** primary function ***
c
c    user defined material constitutive model
c
c    Attention:
c    User must define material constitutive law properly
c    according to the stress state such as 3D, plane strain
c    and axisymmetry, plane stress and beam.
c
c    a 3D material constitutive model can use for
c    plane strain and axisymmetry cases.
c
c    When using shell elements, a plane stress algorithm
c    must be use.
c
c                                gal July, 1999
c
c    The following demonstrates a USERMAT subroutine for
c    a plasticity model in 3D beam(188, 189). The plasticity
c    model is the same as TB, BISO.
c    See "ANSYS user material subroutine USERMAT" for detailed
c    description of how to write a USERMAT routine.
c*****
c
c    input arguments
c    =====
c    matId      (int,sc,i)          material #
c    elemId     (int,sc,i)          element #
c    kDomIntPt  (int,sc,i)          "k"th domain integration point
c    kLayer     (int,sc,i)          "k"th layer
c    kSectPt    (int,sc,i)          "k"th Section point
c    ldstep     (int,sc,i)          load step number
c    isubst     (int,sc,i)          substep number
c    nDirect    (int,sc,in)         # of direct components
c    nShear     (int,sc,in)         # of shear components
c    ncomp      (int,sc,in)         nDirect + nShear
c    nStatev    (int,sc,l)         Number of state variables
c    nProp      (int,sc,l)         Number of material ocnstants
c
c    Temp       (dp,sc,in)          temperature at beginning of
c                                   time increment
c    dTemp      (dp,sc,in)          temperature increment
c    Time       (dp,sc,in)          time at beginning of increment (t)
c    dTime      (dp,sc,in)          current time increment (dt)
c
c    Strain     (dp,ar(ncomp),i)    Strain at beginning of time increment
c    dStrain    (dp,ar(ncomp),i)    Strain increment
c    prop       (dp,ar(nprop),i)    Material constants defined by TB,USER
c    coords     (dp,ar(3),i)        current coordinates

```

```

c      defGrad_t(dp,ar(3,3),i)          Deformation gradient at time t
c      defGrad  (dp,ar(3,3),i)          Deformation gradient at time t+dt
c
c      input output arguments
c      =====
c      stress    (dp,ar(nTesn),io)      stress
c      ustatev   (dp,ar(nStatev),io)    statev
c          ustatev(1)                   - equivalent plastic strain
c          ustatev(2) - ustatev(1+ncomp) - plastic strain vector
c          ustatev(nStatev)             - von-Mises stress
c      sedEl     (dp,sc,io)             elastic work
c      sedPl     (dp,sc,io)             plastic work
c      epseq     (dp,sc,io)             equivalent plastic strain
c      tsstif    (dp,ar(2),io)          transverse shear stiffness
c                                          tsstif(1) - Gxz
c                                          tsstif(2) - Gyz
c                                          tsstif(1) is also used to calculate
hourglass
c                                          stiffness, this value must be defined when
low
c                                          order element, such as 181, 182, 185 with
uniform
c                                          integration is used.
c      var?      (dp,sc,io)            not used, they are reserved arguments
c                                          for further development
c
c      output arguments
c      =====
c      keycut    (int,sc,io)           loading bisect/cut control
c                                          0 - no bisect/cut
c                                          1 - bisect/cut
c                                          (factor will be determined by ANSYS solution
control)
c      dsdePl    (dp,ar(ncomp,ncomp),io) material jacobian matrix
c      epsZZ     (dp,sc,o)             strain epsZZ for plane stress,
c                                          define it when accounting for thickness
change
c                                          in shell and plane stress states
c      cutFactor(dp,sc,o)              time step size cut-back factor
c                                          define it if a smaller step size is wished
c                                          recommended value is 0~1
c
c*****
c
c      ncomp    6   for 3D
c      ncomp    4   for plane strain, axisymmetric (nShear = 1)
c      ncomp    3   for plane stress (nShear = 1)
c      ncomp    3   for 3D beam (nShear = 2), beam188/189
c      ncomp    1   for 1D beam, link180
c
c      stresss and strains, plastic strain vectors
c          11, 22, 33, 12, 23, 13      for 3D
c          11, 22, 33, 12              for Plane strain and axisymmetry
c          11, 22, 12                  for Plane stress
c          11, 13, 12                  for 3d beam
c          11                           for 1D
c
c      material jacobian matrix
c      3D
c          dsdePl  | 1111  1122  1133  1112  1123  1113 |
c          dsdePl  | 2211  2222  2233  2212  2223  2213 |
c          dsdePl  | 3311  3322  3333  3312  3323  3313 |

```

```

c      dsdePl | 1211 1222 1233 1212 1223 1213 |
c      dsdePl | 2311 2322 2333 2312 2323 2313 |
c      dsdePl | 1311 1322 1333 1312 1323 1313 |
c      plane strain, axisymmetric
c      dsdePl | 1111 1122 1133 1112 |
c      dsdePl | 2211 2222 2233 2212 |
c      dsdePl | 3311 3322 3333 3312 |
c      dsdePl | 1211 1222 1233 1212 |
c      plane stress
c      dsdePl | 1111 1122 1112 |
c      dsdePl | 2211 2222 2212 |
c      dsdePl | 1211 1222 1212 |
c      3d beam plasticity
c      dsdePl | 1111 1113 1112 |
c      dsdePl | 1311 1313 1312 |
c      dsdePl | 1211 1213 1212 |
c      1d
c      dsdePl | 1111 |
c
c*****
c#include "impcom.inc"
c
c      INTEGER
c      matId, elemId, itc, iteste,
c      kDomIntPt, kLayer, kSectPt,
c      ldstep, isubst, keycut,
c      nDirect, nShear, ncomp, nStatev, nProp
c      DOUBLE PRECISION
c      Time, dTime, Temp, dTemp,
c      sedEl, sedPl, epeq, epsZZ, cutFactor
c      DOUBLE PRECISION
c      stress (ncomp ), ustatev (nStatev),
c      dsdePl (ncomp,ncomp), sigi(ncomp),
c      Strain (ncomp ), dStrain (ncomp ),
c      epsPl (ncomp ), prop (nProp ),
c      coords (3),
c      defGrad (3,3), defGrad_t(3,3),
c      tsstif (2)
c
c***** User defined part *****
c
c --- parameters
c
c      INTEGER          NEWTON, mcomp, melem, mgauss
c      DOUBLE PRECISION HALF, ONE, TWO, SMALL, SQTWOTHIRD,
c      ZERO, TWOTHIRD, ONEDM02, ONEDM05, sqTiny
c      PARAMETER
c      (ZERO           = 0.d0,
c      HALF            = 0.5d0,
c      ONE             = 1.d0,
c      TWO             = 2.d0,
c      SMALL           = 1.d-08,
c      sqTiny          = 1.d-20,
c      ONEDM02         = 1.d-02,
c      ONEDM05         = 1.d-05,
c      TWOTHIRD        = 2.0d0/3.0d0,
c      SQTWOTHIRD      = 0.816496580927726030d0,
c      NEWTON          = 20,
c      mcomp           = 3,
c      melem           = 1000,
c      mgauss          = 800)
c
c --- local variables

```

```

c
c   sigElp   (dp,ar(3 ),1)           trial stress
c   dsdeEl   (dp,ar(3,3),1)         elastic moduli
c   pleq_t   (dp,sc   ,1)           equivalent plastic strain at beginnig of
time increment
c   pleq     (dp,sc   ,1)           equivalent plastic strain at end of time
increment
c   dpleq    (dp,sc   ,1)           incremental equivalent plastic strain
c   gamma    (dp,sc   ,1)           variable for solving incremental equivalent
plastic strain
c   dgamma   (dp,sc   ,1)           correction of gamma
c   sigy_t   (dp,sc   ,1)           yield stress at beginnig of time increments
c   sigy     (dp,sc   ,1)           yield stress at end of time increment
c   young    (dp,sc   ,1)           Young's modulus
c   posn     (dp,sc   ,1)           Poiss's ratio
c   sigy0    (dp,sc   ,1)           initial yield stress
c   dsigdep  (dp,sc   ,1)           plastic slop
c   twoG     (dp,sc   ,1)           two time of shear moduli
c   funcf    (dp,sc   ,1)           nonlinear function to be solved for gamma
c   dFdep    (dp,sc   ,1)           derivative of nonlinear function over gamma
c
c --- temporary variables for solution purpose
c   i, j
c   c1, c2, c3, fratio
c   wk1(3), wk2(3), wk3(3), wk4(3) vector working arrays
c
EXTERNAL      vmove, vzero, vapb1, vamb1, get_ElmData
DOUBLE PRECISION sigElp(mcomp), dsdeEl(mcomp,mcomp),
█            wk1(3), wk2(3), wk3(3), wk4(3)

DOUBLE PRECISION var0, var1, var2, var3, var4, var5,
█            var6, var7

INTEGER      i, j, k
DOUBLE PRECISION pleq_t, sigy_t , sigy,
█            cpleq, dpleq, pleq, twoG, et,
█            young, posn, sigy0, dsigdep,
█            gamma, dgamma, dfdga, dplga, fratio,
█            funcFb, funcFb2, funcf, dFdep,
█            fck, alfae, ec1, epsc1, epsclim, epsmax,
█            fcm, fctm, kapa, limtracinf, limtracsup,
█            eta, sigc1, sigt1, sigt2, sigt3,
█            sigdc, sigdt, etamax, sigcmax, sigtmax,
█            sigt1m, sigt2m, sigt3m,
█            c1, c2, c3, c4, c5
DOUBLE PRECISION pv(3)
!real, dimension(3) :: deform
DOUBLE PRECISION deform(melem, mgauss, 1)
data pv/TWOTHIRD, TWO, TWO/
common/diagrama/deform, iteste

c*****
c
! OPEN(1, FILE='verificacao_pr.txt')
keycut = 0

if (time .eq. 0) then
  iteste=0.d0
endif

if (iteste .ne. 9999) then

```



```

        deform=0.d0
        epsmax=0.d0
    endif

    iteste = 9999

C
c *** informacoes fornecidas pelo usuario: fck (MPa); poison; alfae(tipo de agregado)
    fck    = prop(1)
    posn   = prop(2)
    alfae  = prop(3)

c *** calculo das propriedades do concreto
c *** Tabela 5.1-8 CEB - Modulo Ec1 e deformacoes epslonc1 e epslonc,lim
    if (fck .LT. 16) then
        ec1=11100.d0
        epsc1=-0.0019d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 20) then
        ec1=12200.d0
        epsc1=-0.0020d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 25) then
        ec1=13300.d0
        epsc1=-0.0021d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 30) then
        ec1=14900.d0
        epsc1=-0.0022d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 35) then
        ec1=16500.d0
        epsc1=-0.0023d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 40) then
        ec1=18200.d0
        epsc1=-0.0023d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif (fck .LT. 45) then
        ec1=20000.d0
        epsc1=-0.0024d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif(fck .LT. 50) then
        ec1=21600.d0
        epsc1=-0.0025d0
        epsclim=-0.0035d0
    elseif(fck .LT. 55) then
        ec1=23200.d0
        epsc1=-0.0026d0
        epsclim=-0.0034d0
    elseif(fck .LT. 60) then
        ec1=24700.d0
        epsc1=-0.0026d0
        epsclim=-0.0034d0
    elseif(fck .LT. 70) then
        ec1=26200.d0
        epsc1=-0.0027d0
        epsclim=-0.0033d0
    elseif(fck .LT. 80) then
        ec1=28900.d0
        epsc1=-0.0027d0
        epsclim=-0.0032d0

```

```

elseif(fck .LT. 90) then
    ec1=31400.d0
    epsc1=-0.0028d0
    epsclim=-0.0031d0
elseif(fck .LT. 100) then
    ec1=33800.d0
    epsc1=-0.0029d0
    epsclim=-0.003d0
elseif(fck .LT. 110) then
    ec1=36000.d0
    epsc1=-0.003d0
    epsclim=-0.003d0
elseif(fck .LT. 120) then
    ec1=39300.d0
    epsc1=-0.003d0
    epsclim=-0.003d0
else
    ec1=42700
    epsc1=-0.003d0
    epsclim=-0.003d0
endif

c *** Modulo de elasticidade, resistencia a compressao media e resistencia a tracao
young = 21500.d0*alfae*((fck+8.d0)/10.d0)**(1.0d0/3.0d0)
fcm=fck+8.d0
if (fck .LE. 50) THEN
    fctm=0.3d0*(fck)**(2.0d0/3.0d0)
else
    fctm=2.12d0*log(1.d0+0.1d0*fcm)
endif
kapa=young/ec1

!Verificacao do intervalo onde se encontra a tensao de tracao
limtracinf=0.9d0*(fctm/10.d0)
limtracsup=fctm/10.d0

c *** calculate plastic slope
twoG      = young / (ONE+posn)
c
c *** define tsstif(1) since it is used for calculation of hourglass stiffness
tsstif(1) = HALF * twoG
c
c *** calculate elastic stiffness matrix
call vzero(dsdeEl(1,1), ncomp * ncomp)
c1 = twoG * HALF
dsdeEl (1,1) = young/10
dsdeEl (2,2) = c1/10
dsdeEl (3,3) = c1/10
DO i = 1, ncomp
    wk3(i) = dsdeEl(i,i)
END DO
c *** calculate elastic strain
call vmove(Strain(1), wk1(1), ncomp)
call vapb1(wk1(1), dStrain(1), ncomp)
c
c *** calculate elastic moduli dsdeEl to material Jacobian matrix
call vmove(dsdeEl(1,1), dsdePl(1,1), ncomp * ncomp)
do i=1+1,ncomp
    sigElp(i) = wk3(i) * wk1(i)
end do

!Se compressao - itc =2, se tracao, itc =1

```

```

if (wk1(1) .lt. 0) then
  itc=2
else
  itc=1
endif
epsmax=deform(elemId,kDomIntPt,1)
if (itc .eq. 2) then
  if (wk1(1) .lt. epsmax) then
    epsmax=wk1(1)
  else
    continue
  endif
elseif (wk1(1) .gt. epsmax) then
  epsmax=wk1(1)
  else
    continue
  endif
deform(elemId,kDomIntPt,1)=epsmax
c *** Determinacao das tensoes

! tensoes diagrama elastico nao linear
eta=wk1(1)/epsc1
sigc1=- (fcm/10.d0)*((kapa*eta)-(eta*eta))/(1.d0+(kapa-2.d0)*eta)
sigt1=(young/10.d0)*wk1(1)
sigt2=(fctm/10.d0)*(1-((0.1d0*(0.00015d0-wk1(1)))/
& (0.00015d0-0.9d0*(fctm/young))))
sigt3=0.6d0*(fctm/10.d0)*(1.d0-(wk1(1)/0.001d0))

! tensao na maxima deformacao de compressao
etamax=epsmax/epsc1
sigcmax=- (fcm/10.d0)*((kapa*etamax)-(etamax*etamax))/
& (1.d0+(kapa-2.d0)*etamax)

! tensao na maxima deformacao de tracao
sigt1m=(young/10.d0)*epsmax
sigt2m=(fctm/10.d0)*(1-((0.1d0*(0.00015d0-epsmax))/
& (0.00015d0-0.9d0*(fctm/young))))
sigt3m=0.6d0*(fctm/10.d0)*(1.d0-(epsmax/0.001d0))
if (sigt1m .LE. limtracinf) then
  sigtmax=sigt1m
elseif (sigt2m .LE. limtracsup) then
  sigtmax=sigt2m
elseif (epsmax .LE. 0.001) then
  sigtmax=sigt3m
else
  sigtmax=0
endif

! tensoes na descarga
sigdc=sigcmax-young/10*(epsmax-wk1(1))
sigdt=(sigtmax/epsmax)*wk1(1)

c *** Identificacao do caso
!Se for compressao - itc = 2
if (itc .eq. 2) then
  if (epsmax .lt. wk1(1)) then !DESCARGA - Deformacao maxima maior (em
modulo) que deformacao atual
    if (sigdc .LE. 0) then
      sigElp(1)=sigdc
    else
      sigElp(1)=0
    endif
  endif
endif

```

```

        endif
    else          !CARGA - Deformacao maxima igual a deformacao atual

        if (sigc1 .LE. 0) then
            if(wk1(1) .GE. epsclim) then
                sigElp(1)=sigc1
            else
                sigElp(1)=0
            endif
        else
            sigElp(1)=0
        endif
    endif

else          !itc diferente de 2 - TRACAO

    if (epsmax .gt. wk1(1)) then          !DESCARGA - Deformacao maxima maior que
deformacao atual
        if (sigdt .ge. 0) then
            sigElp(1)=sigdt
        else
            sigElp(1)=0
        endif

    else          ! CARGA - Deformacao maxima igual a deformacao atual

        !Se sigt1 <= 0,9*fctm, sigma=sigmat1
        if (sigt1 .LE. limtracinf) then
            sigElp(1)=sigt1
        !Se 0,9*fctm < sigt2 <= fctm, sigma=sigmat2
        elseif (sigt2 .LE. limtracsup) then
            sigElp(1)=sigt2
        !Se sigmat2 > fctm e sigmat3>=0 (RAMO DESCENDENTE - TENSAO VAI REDUZINDO
ATE ZERO), sigma=sigmat3 - CONCRETO FISSURADO
        elseif (wk1(1) .LE. 0.001) then
            sigElp(1)=sigt3
        else
            sigElp(1)=0
        endif
    endif
endif

c *** Update stress
call vmove(sigElp(1),stress(1),ncomp)

!impressão dos resultados para conferencia
!write(1,*)'fck',fck
!write(1,*)'alfae',alfae
!write(1,*)'posn',posn
!write(1,*)'ec1',ec1
!write(1,*)'epsc1',epsc1
!write(1,*)'epsclim',epsclim
!write(1,*)'E',young
!write(1,*)'fcm',fcm
!write(1,*)'fctm',fctm
!write(1,*)'k',kapa
!write(1,*)'eta',eta
!write(1,*)'sigc',sigc1
!write(1,*)'sigt1',sigt1
!write(1,*)'sigt2',sigt2
!write(1,*)'sigt3',sigt3

```

```

!write(1,*)'-----'
!write(1,*)'epsmax',epsmax
!write(1,*)'wk1(1)',wk1(1)
!write(1,*)'sigmadc',sigdc
!write(1,*)'-----'
! write(1,*)'matId',matId           !identificacao do material
!write(1,*)'elemId',elemID!       !identificacao do elemento
!write(1,*)'kDomIntPt',kDomIntPt   !numero do pto de integracao
! write(1,*)'kLayer',kLayer        !numero da camada
! write(1,*)'kSectPt',kSectPt      !numero do pto de integracao dentro da
camada (4 secp/camada)
!write(1,*)'itc',itc
!do i=1,ncomp
    !write(1,*)'deform(',i,')',wk1(i) !componentes de deformacao
    !write(1,*)'tensao(1)',stress(1) !componentes de tensao
!end do

return
deform=0.d0
iteste=0.d0
wk1(1)=0.d0
epsmax=0.d0
sigElp(1)=0.d0

end

```

APÊNDICE B – Scripts de pilares em linguagem APDL

B.1 Exemplo de *script* do pilar PFN 40-3 (DANTAS, 2006)

```

!-----
! PILARES DE DANTAS 2006
! PFN 40-3
! MATERIAL PROGRAMADO PELO USUÁRIO PARA O CONCRETO (USERMAT)
! MATERIAL BILINEAR PARA O AÇO (BISO)
!-----
! PAULO RENATO BARBOSA
! 12/07/2016
! UNIDADES - kN, cm
!-----
/NOPR
FINISH
/CLEAR,NOSTART
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
/PREP7
!*
!-----
! DEFINIÇÃO DO ELEMENTO - BEAM189
!-----
ET,1,189
!*
!-----
! CONSTANTES ESCALARES DO MODELO
!-----
*SET,b,12      !base da seção
*SET,h,25      !altura da seção
*SET,fck,26    !fck concreto
*SET,v,.2      !poison concreto
*SET,alfae,1   !Constante agregado
*SET,es,21000 !Módulo Elasticidade - Aço
*SET,vs,.3     !Poison - Aço
*SET,fy,50     !Tensão Escoamento - Aço
*SET,ets,0000  !Módulo Tangente - AÇO
*SET,P,220     !Carregamento aplicado
*SET,e,4       !Excentricidade
*SET,c,2.5     !Cobrimento
!-----
! DEFINIÇÃO DOS MATERIAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE
!-----
! CONCRETO - MATERIAL 1
!-----
! MATERIAL DEFINIDO PELO USUÁRIO
!-----
tb,user,1,1,3      !Definido material 1, 1 temperatura e 3 constantes por temperatura
tbtemp,1,0        !Primeira (e unica temperatura)
tbdata,1,fck,v,alfae !3 constantes do material para a primeira temperatura
tb,state,1,,6,
!-----
! AÇO ARMADURA LONGITUDINAL - MATERIAL 2
!-----
! MODELO ELASTICO LINEAR ISOTROPICO
!-----
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,es

```

```

MPDATA,PRXY,2,,vs
!-----
! MODELO PLASTICO VON MISES - BILINEAR
!-----
TB,BISO,2,1,2,
TBTEMP,0
TBDATA,,fy,ets,,,,
!-----
!DEFINIÇÃO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO
!-----
SECTYPE, 1, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,b,h,4,4,0,0,0,0,0,0,0,0 !4 secoes em cada sentido
!-----
! MODELAGEM DA BARRA - GEOMETRIA (KEYPOINTS E LINHAS)
!-----
K,1,,,,
K,2,,150,,
K,3,,300,,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
!-----
! DEFINIÇÃO E GERAÇÃO DA MALHA
!-----
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,5, , , , ,1
!*
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
LMESH,P51X
!-----
! DEFINIÇÃO DAS ARMADURAS - REINF
!-----
/PREP7
!-----
! ARMADURA LONGITUDINAL
!-----
sect,2,reinf,discrete,
secdata, 2,0.785,beam,-((b/2)-c), ((h/2)-c)
secdata, 2,0.785,BEAM,-((b/2)-c), -((h/2)-c)
secdata, 2,0.785,beam, ((b/2)-c), ((h/2)-c)
secdata, 2,0.785,BEAM, ((b/2)-c), -((h/2)-c)
secdata, 2,0.785,beam, ((b/2)-c), 0
secdata, 2,0.785,BEAM, -((b/2)-c), 0
esel,all
secn,2,
ereinf
!-----
! DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE ANÁLISE
!-----
/SOL
!*
ANTYPE,0 !Tipo de análise - Estática
SOLCONTROL,ON !Padrão otimizado para conjunto de comandos
NSUBST,100,200,100
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,ON

```



```

NLGEOM,ON
TIME,1
CNVTOL,F, ,0.05,2      !Parâmetros de convergência
CNVTOL,U, ,0.05,2
!*
!-----
! CONDIÇÕES DE CONTORNO
!-----
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UX, , , , ,
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY, ,
!-----
! APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO
!-----
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
FK,P51X,FY, -p
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
FK,P51X,MZ,p*e
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
FK,P51X,MZ, -p*e
!-----
! SOLUÇÃO!
!-----
! /STATUS,SOLU
SOLVE
!-----
! PLOTAGEM DO GRÁFICO - CARGA X DESLOCAMENTO
!-----
/post26
/axlab,y,Carga
/axlab,x,Deslocamento
nsol,2,2,u,x
rforce,3,1,F,y
PROD,2,,,,,1.000000
PROD,3,,,,,1.000000
xvar,2
plvar,3
/GROPTS,VIEW,1

```

B.2 Exemplo de *script* do pilar P30_23 utilizado na análise probabilística

```

!-----
! PILAR P30_23
! fck = 30 MPa; e1/h = 0,2; Qk/Gk = 0,5; LAMBDA=90
! METODO DA CURVATURA APROXIMADA
! MATERIAL PROGRAMADO PELO USUÁRIO (USERMAT)
! MATERIAL BILINEAR PARA O AÇO (BISO)
!-----
! PAULO RENATO BARBOSA
! UNIDADES - kN, cm
!-----
/NOPR
FINISH
/CLEAR,NOSTART
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
/PREP7
!*
!-----
! DEFINIÇÃO DO ELEMENTO - BEAM189
!-----
ET,1,189
!*
!-----
! CONSTANTES ESCALARES DO MODELO
!-----
*SET,b,20          !base da seção
*SET,h,50          !altura da seção
*SET,L,499.6152    !Comprimento pilar
*SET,fck,30        !fck concreto (MPa)
*SET,Asbarra,4.91 !Area de aco de cada barra
*SET,v,.2         !poison concreto
*SET,alfae,1      !Constante agregado
*SET,es,21000     !Módulo Elasticidade - Aço
*SET,vs,.3        !Poison - Aço
*SET,fy,50        !Tensão Escoamento - Aço
*SET,ets,000      !Módulo Tangente - AÇO
*SET,REL,.5       !Relacao entre carga permanente e variavel
*SET,P,(b*h*0.1*(fck+8))+(6*Asbarra*42) !Carregamento - carga ruptura comp. centrada
*SET,e,.2*b       !Excentricidade
*SET,c,4          !Cobrimento armadura
*SET,Pu,.         !Carga de ruptura
*SET,ns,100       !Numero de substeps
*DIM,reacoes,array,ns !Array para armazenar carga ruptura
*SET,proj,1065    !Carga de projeto
*SET,gsol,proj/(1.4*(1+rel)) !Carga permanente de solicitacao
*SET,qsol,REL*gsol !Carga variavel de solicitacao
*SET,Fsol,gsol+qsol !Solicitacao
!-----
! DEFINIÇÃO DOS MATERIAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE
!-----
! CONCRETO - MATERIAL 1
!-----
! MATERIAL DEFINIDO PELO USUÁRIO
!-----
tb,user,1,1,3     !Definido material 1, 1 temperatura e 3 constantes por temperatura
tbtemp,1.0       !Primeira (e unica temperatura)

```

```

tbdata,1,fck,v,alfae !3 constantes do material para a primeira temperatura
tb,state,1,,6,
!-----
! AÇO ARMADURA LONGITUDINAL - MATERIAL 2
!-----
! MODELO ELASTICO LINEAR ISOTROPICO
!-----
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,es
MPDATA,PRXY,2,,vs
!-----
! MODELO PLASTICO VON MISES - BILINEAR
!-----
TB,BISO,2,1,2,
TBTEMP,0
TBDATA,,fy,ets,,,,
!-----
!DEFINIÇÃO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO
!-----
SECTYPE, 1, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,b,h,4,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0 !4 camadas em cada sentido (padrao)
!-----
! MODELAGEM DA BARRA - GEOMETRIA (KEYPOINTS E LINHAS)
!-----
K,1,,,,
K,2,,L*.5,,
K,3,,L,,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
!-----
! DEFINIÇÃO E GERAÇÃO DA MALHA
!-----
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,5, , , , ,1
!*
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
LMESH,P51X
!-----
! DEFINIÇÃO DAS ARMADURAS - REINF
!-----
/PREP7
!-----
! ARMADURA LONGITUDINAL
!-----
sect,2,reinf,discrete,
secdata, 2,Asbarra,beam,-((b/2)-c), ((h/2)-c)
secdata, 2,Asbarra,BEAM,-((b/2)-c), -((h/2)-c)
secdata, 2,Asbarra,beam, ((b/2)-c), ((h/2)-c)
secdata, 2,Asbarra,BEAM, ((b/2)-c), -((h/2)-c)
secdata, 2,Asbarra,beam, ((b/2)-c), 0
secdata, 2,Asbarra,BEAM, -((b/2)-c), 0
esel,all
secn,2,
ereinf

```

```

!-----
! DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE ANÁLISE
!-----
/SOL
!*
ANTYPE,0      !Tipo de análise - Estática
SOLCONTROL,ON !Padrão otimizado para conjunto de comandos
NSUBST,ns,ns*2,ns
ncnv,2,100,,,
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,ON
NLGEOM,ON
TIME,1
CNVTOL,F, ,0.05,2      !Parâmetros de convergência
CNVTOL,U, ,0.05,2
!*
!-----
! CONDIÇÕES DE CONTORNO
!-----
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UX, , , , ,
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY, ,
!-----
! APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO
!-----
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
FK,P51X,FY, -p
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
FK,P51X,MZ,p*e
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
FK,P51X,MZ, -p*e
!-----
! SOLUÇÃO!
!-----
! /STATUS,SOLU
SOLVE
!-----
! PLOTAGEM DO GRÁFICO - CARGA X DESLOCAMENTO
!-----
/post26
/axlab,y,Carga
/axlab,x,Deslocamento
nsol,2,2,u,x
rforce,3,1,F,y
!PROD,2,,,,,1.000000
!PROD,3,,,,,1.000000
xvar,2
plvar,3
vget,reacoes,3

```

```

*vscfun,Pu,max,reacoes
!-----
! DEFINICOES PARA ANALISE PROBABILISTICA
!-----
/PDS
!*
PDANL,'1','mac',' '
!-----
! Variaveis aleatorias de entrada
!-----
PDVAR,FY,LOG1,54.4959,2.7248,0,0
PDVAR,B,GAUS,b,.5,0,0
PDVAR,H,GAUS,h,.5,0,0
PDVAR,C,GAUS,c,.5,0,0
PDVAR,FCK,GAUS,(fck/(1-1.65*0.1))-8,.1*fck,0,0
PDVAR,gsol,GAUS,proj/(1.4*(1+rel)),.1*gsol,0,0
PDVAR,qsol,LOG1,REL*gsol,.25*REL*gsol,0,0
!-----
! Variaveis aleatorias de saida
!-----
PDVAR,PU,RESP
PDVAR,FSOL,RESP
!-----
! Definicao do Metodo e numero de simulacoes
!-----
PDMETH,MCS,DIR
PDDMCS,500,'ALL',,,INIT
!-----
! EXECUCAO
!-----
PDEXE,,SER,0,

```

APÊNDICE C – Tabelas resumo dos índices de confiabilidade

C.1 Pilares em flexo-compressão normal

Pilar	f_{ck} (MPa)	$e1/h$	Q_k/G_k	λ	Método	ρ	Pd (kN)	β
P30_01	30	0,1	0,5	30	Curvatura	2%	2300	5,44
P30_02	30	0,1	0,5	30	Rigidez	2%	2300	5,44
P30_03	30	0,1	0,5	60	Curvatura	3%	2100	5,25
P30_04	30	0,1	0,5	60	Rigidez	2%	2100	4,44
P30_05	30	0,1	0,5	90	Curvatura	3%	1400	4,91
P30_06	30	0,1	0,5	90	Rigidez	2%	1400	4,51
P30_07	30	0,1	1,0	30	Curvatura	2%	2300	4,92
P30_08	30	0,1	1,0	30	Rigidez	2%	2300	4,92
P30_09	30	0,1	1,0	60	Curvatura	3%	2100	4,70
P30_10	30	0,1	1,0	60	Rigidez	2%	2100	3,91
P30_11	30	0,1	1,0	90	Curvatura	3%	1400	4,56
P30_12	30	0,1	1,0	90	Rigidez	2%	1400	4,13
P30_13	30	0,1	2,0	30	Curvatura	2%	2300	4,31
P30_14	30	0,1	2,0	30	Rigidez	2%	2300	4,31
P30_15	30	0,1	2,0	60	Curvatura	3%	2100	4,14
P30_16	30	0,1	2,0	60	Rigidez	2%	2100	3,41
P30_17	30	0,1	2,0	90	Curvatura	3%	1400	4,11
P30_18	30	0,1	2,0	90	Rigidez	2%	1400	3,66
P30_19	30	0,2	0,5	30	Curvatura	2%	1650	5,31
P30_20	30	0,2	0,5	30	Rigidez	2%	1650	5,31
P30_21	30	0,2	0,5	60	Curvatura	3%	1525	4,32
P30_22	30	0,2	0,5	60	Rigidez	2%	1525	3,61
P30_23	30	0,2	0,5	90	Curvatura	3%	1065	3,75
P30_24	30	0,2	0,5	90	Rigidez	2%	1065	3,12
P30_25	30	0,2	1,0	30	Curvatura	2%	1650	4,89
P30_26	30	0,2	1,0	30	Rigidez	2%	1650	4,89
P30_27	30	0,2	1,0	60	Curvatura	3%	1525	3,98
P30_28	30	0,2	1,0	60	Rigidez	2%	1525	3,25
P30_29	30	0,2	1,0	90	Curvatura	3%	1065	3,48
P30_30	30	0,2	1,0	90	Rigidez	2%	1065	2,81
P30_31	30	0,2	2,0	30	Curvatura	2%	1650	4,37
P30_32	30	0,2	2,0	30	Rigidez	2%	1650	4,37
P30_33	30	0,2	2,0	60	Curvatura	3%	1525	3,57
P30_34	30	0,2	2,0	60	Rigidez	2%	1525	2,84
P30_35	30	0,2	2,0	90	Curvatura	3%	1065	3,14
P30_36	30	0,2	2,0	90	Rigidez	2%	1065	2,46
P30_37	30	0,3	0,5	30	Curvatura	2%	1300	5,08
P30_38	30	0,3	0,5	30	Rigidez	2%	1300	5,08
P30_39	30	0,3	0,5	60	Curvatura	2%	1150	3,00

P30_40	30	0,3	0,5	60	Rigidez	2%	1150	3,00
P30_41	30	0,3	0,5	90	Curvatura	3%	835	3,66
P30_42	30	0,3	0,5	90	Rigidez	2%	835	2,78
P30_43	30	0,3	1,0	30	Curvatura	2%	1300	4,64
P30_44	30	0,3	1,0	30	Rigidez	2%	1300	4,64
P30_45	30	0,3	1,0	60	Curvatura	2%	1150	2,76
P30_46	30	0,3	1,0	60	Rigidez	2%	1150	2,76
P30_47	30	0,3	1,0	90	Curvatura	3%	835	3,41
P30_48	30	0,3	1,0	90	Rigidez	2%	835	2,51
P30_49	30	0,3	2,0	30	Curvatura	2%	1300	4,11
P30_50	30	0,3	2,0	30	Rigidez	2%	1300	4,11
P30_51	30	0,3	2,0	60	Curvatura	2%	1150	2,46
P30_52	30	0,3	2,0	60	Rigidez	2%	1150	2,46
P30_53	30	0,3	2,0	90	Curvatura	3%	835	3,10
P30_54	30	0,3	2,0	90	Rigidez	2%	835	2,19
P60_01	60	0,1	0,5	30	Curvatura	2%	3700	5,85
P60_02	60	0,1	0,5	30	Rigidez	2%	3700	5,85
P60_03	60	0,1	0,5	60	Curvatura	3%	3300	5,42
P60_04	60	0,1	0,5	60	Rigidez	2%	3300	4,72
P60_05	60	0,1	0,5	90	Curvatura	3%	2075	4,72
P60_06	60	0,1	0,5	90	Rigidez	2%	2075	4,46
P60_07	60	0,1	1,0	30	Curvatura	2%	3700	5,38
P60_08	60	0,1	1,0	30	Rigidez	2%	3700	5,38
P60_09	60	0,1	1,0	60	Curvatura	3%	3300	4,98
P60_10	60	0,1	1,0	60	Rigidez	2%	3300	4,30
P60_11	60	0,1	1,0	90	Curvatura	3%	2075	4,41
P60_12	60	0,1	1,0	90	Rigidez	2%	2075	4,12
P60_13	60	0,1	2,0	30	Curvatura	2%	3700	4,80
P60_14	60	0,1	2,0	30	Rigidez	2%	3700	4,80
P60_15	60	0,1	2,0	60	Curvatura	3%	3300	4,43
P60_16	60	0,1	2,0	60	Rigidez	2%	3300	3,80
P60_17	60	0,1	2,0	90	Curvatura	3%	2075	3,81
P60_18	60	0,1	2,0	90	Rigidez	2%	2075	3,51
P60_19	60	0,2	0,5	30	Curvatura	2%	2700	5,65
P60_20	60	0,2	0,5	30	Rigidez	2%	2700	5,65
P60_21	60	0,2	0,5	60	Curvatura	3%	2300	4,62
P60_22	60	0,2	0,5	60	Rigidez	2%	2300	4,03
P60_23	60	0,2	0,5	90	Curvatura	3%	1500	3,63
P60_24	60	0,2	0,5	90	Rigidez	2%	1500	3,03
P60_25	60	0,2	1,0	30	Curvatura	2%	2700	5,25
P60_26	60	0,2	1,0	30	Rigidez	2%	2700	5,25
P60_27	60	0,2	1,0	60	Curvatura	3%	2300	4,27

P60_28	60	0,2	1,0	60	Rigidez	2%	2300	3,67
P60_29	60	0,2	1,0	90	Curvatura	3%	1500	3,36
P60_30	60	0,2	1,0	90	Rigidez	2%	1500	2,74
P60_31	60	0,2	2,0	30	Curvatura	2%	2700	4,73
P60_32	60	0,2	2,0	30	Rigidez	2%	2700	4,73
P60_33	60	0,2	2,0	60	Curvatura	3%	2300	3,83
P60_34	60	0,2	2,0	60	Rigidez	2%	2300	3,24
P60_35	60	0,2	2,0	90	Curvatura	3%	1500	3,02
P60_36	60	0,2	2,0	90	Rigidez	2%	1500	2,40
P60_37	60	0,3	0,5	30	Curvatura	2%	2050	5,31
P60_38	60	0,3	0,5	30	Rigidez	2%	2050	5,31
P60_39	60	0,3	0,5	60	Curvatura	2%	1400	3,11
P60_40	60	0,3	0,5	60	Rigidez	2%	1400	3,11
P60_41	60	0,3	0,5	90	Curvatura	3%	1075	3,52
P60_42	60	0,3	0,5	90	Rigidez	2%	1075	2,72
P60_43	60	0,3	1,0	30	Curvatura	2%	2050	4,87
P60_44	60	0,3	1,0	30	Rigidez	2%	2050	4,87
P60_45	60	0,3	1,0	60	Curvatura	2%	1400	2,94
P60_46	60	0,3	1,0	60	Rigidez	2%	1400	2,94
P60_47	60	0,3	1,0	90	Curvatura	3%	1075	3,31
P60_48	60	0,3	1,0	90	Rigidez	2%	1075	2,45
P60_49	60	0,3	2,0	30	Curvatura	2%	2050	4,33
P60_50	60	0,3	2,0	30	Rigidez	2%	2050	4,33
P60_51	60	0,3	2,0	60	Curvatura	2%	1400	2,71
P60_52	60	0,3	2,0	60	Rigidez	2%	1400	2,71
P60_53	60	0,3	2,0	90	Curvatura	3%	1075	3,02
P60_54	60	0,3	2,0	90	Rigidez	2%	1075	2,13
P90_01	90	0,1	0,5	30	Curvatura	2%	5275	5,93
P90_02	90	0,1	0,5	30	Rigidez	2%	5275	5,93
P90_03	90	0,1	0,5	60	Curvatura	3%	4250	5,49
P90_04	90	0,1	0,5	60	Rigidez	2%	4250	5,07
P90_05	90	0,1	0,5	90	Curvatura	3%	2500	5,07
P90_06	90	0,1	0,5	90	Rigidez	2%	2500	4,84
P90_07	90	0,1	1,0	30	Curvatura	2%	5275	5,37
P90_08	90	0,1	1,0	30	Rigidez	2%	5275	5,37
P90_09	90	0,1	1,0	60	Curvatura	3%	4250	5,16
P90_10	90	0,1	1,0	60	Rigidez	2%	4250	4,69
P90_11	90	0,1	1,0	90	Curvatura	3%	2500	4,72
P90_12	90	0,1	1,0	90	Rigidez	2%	2500	4,41
P90_13	90	0,1	2,0	30	Curvatura	2%	5275	4,71
P90_14	90	0,1	2,0	30	Rigidez	2%	5275	4,71
P90_15	90	0,1	2,0	60	Curvatura	3%	4250	4,72

P90_16	90	0,1	2,0	60	Rigidez	2%	4250	4,20
P90_17	90	0,1	2,0	90	Curvatura	3%	2500	4,27
P90_18	90	0,1	2,0	90	Rigidez	2%	2500	3,98
P90_19	90	0,2	0,5	30	Curvatura	2%	3875	5,83
P90_20	90	0,2	0,5	30	Rigidez	2%	3875	5,83
P90_21	90	0,2	0,5	60	Curvatura	3%	2900	4,70
P90_22	90	0,2	0,5	60	Rigidez	2%	2900	4,24
P90_23	90	0,2	0,5	90	Curvatura	3%	1825	3,79
P90_24	90	0,2	0,5	90	Rigidez	2%	1825	3,34
P90_25	90	0,2	1,0	30	Curvatura	2%	3875	5,31
P90_26	90	0,2	1,0	30	Rigidez	2%	3875	5,31
P90_27	90	0,2	1,0	60	Curvatura	3%	2900	4,36
P90_28	90	0,2	1,0	60	Rigidez	2%	2900	3,89
P90_29	90	0,2	1,0	90	Curvatura	3%	1825	3,49
P90_30	90	0,2	1,0	90	Rigidez	2%	1825	3,00
P90_31	90	0,2	2,0	30	Curvatura	2%	3875	4,69
P90_32	90	0,2	2,0	30	Rigidez	2%	3875	4,69
P90_33	90	0,2	2,0	60	Curvatura	3%	2900	3,92
P90_34	90	0,2	2,0	60	Rigidez	2%	2900	3,45
P90_35	90	0,2	2,0	90	Curvatura	3%	1825	3,11
P90_36	90	0,2	2,0	90	Rigidez	2%	1825	2,60
P90_37	90	0,3	0,5	30	Curvatura	2%	2800	5,73
P90_38	90	0,3	0,5	30	Rigidez	2%	2800	5,73
P90_39	90	0,3	0,5	60	Curvatura	2%	1625	3,39
P90_40	90	0,3	0,5	60	Rigidez	2%	1625	3,39
P90_41	90	0,3	0,5	90	Curvatura	3%	1250	3,76
P90_42	90	0,3	0,5	90	Rigidez	2%	1250	3,29
P90_43	90	0,3	1,0	30	Curvatura	2%	2800	5,11
P90_44	90	0,3	1,0	30	Rigidez	2%	2800	5,11
P90_45	90	0,3	1,0	60	Curvatura	2%	1625	3,15
P90_46	90	0,3	1,0	60	Rigidez	2%	1625	3,15
P90_47	90	0,3	1,0	90	Curvatura	3%	1250	3,50
P90_48	90	0,3	1,0	90	Rigidez	2%	1250	2,96
P90_49	90	0,3	2,0	30	Curvatura	2%	2800	4,43
P90_50	90	0,3	2,0	30	Rigidez	2%	2800	4,43
P90_51	90	0,3	2,0	60	Curvatura	2%	1625	2,86
P90_52	90	0,3	2,0	60	Rigidez	2%	1625	2,86
P90_53	90	0,3	2,0	90	Curvatura	3%	1250	3,17
P90_54	90	0,3	2,0	90	Rigidez	2%	1250	2,58

C.2 Pilares em flexo-compressão oblíqua

Pilar	f_{ck} (MPa)	$e1/h$ (x)	$e1/h$ (y)	Q_k/G_k	λ	Método	ρ	P_d (kN)	β
P30_01	30	0,1	0,1	0,5	30	Curvatura	1%	2075	4,46
P30_02	30	0,1	0,1	0,5	30	Rigidez	1%	2075	4,46
P30_03	30	0,1	0,1	0,5	60	Curvatura	2%	1250	4,38
P30_04	30	0,1	0,1	0,5	60	Rigidez	1%	1250	3,26
P30_05	30	0,1	0,1	0,5	90	Curvatura	2%	672	3,78
P30_06	30	0,1	0,1	0,5	90	Rigidez	1%	672	3,21
P30_07	30	0,1	0,1	1,0	30	Curvatura	1%	2075	3,92
P30_08	30	0,1	0,1	1,0	30	Rigidez	1%	2075	3,92
P30_09	30	0,1	0,1	1,0	60	Curvatura	2%	1250	3,78
P30_10	30	0,1	0,1	1,0	60	Rigidez	1%	1250	2,79
P30_11	30	0,1	0,1	1,0	90	Curvatura	2%	672	3,34
P30_12	30	0,1	0,1	1,0	90	Rigidez	1%	672	2,73
P30_13	30	0,1	0,1	2,0	30	Curvatura	1%	2075	3,34
P30_14	30	0,1	0,1	2,0	30	Rigidez	1%	2075	3,34
P30_15	30	0,1	0,1	2,0	60	Curvatura	2%	1250	3,17
P30_16	30	0,1	0,1	2,0	60	Rigidez	1%	1250	2,32
P30_17	30	0,1	0,1	2,0	90	Curvatura	2%	672	2,85
P30_18	30	0,1	0,1	2,0	90	Rigidez	1%	672	2,26
P30_19	30	0,1	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	1720	4,51
P30_20	30	0,1	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	1720	4,51
P30_21	30	0,1	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	1123	4,41
P30_22	30	0,1	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	1123	2,99
P30_23	30	0,1	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	585	3,80
P30_24	30	0,1	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	585	2,62
P30_25	30	0,1	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	1720	3,94
P30_26	30	0,1	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	1720	3,94
P30_27	30	0,1	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	1123	3,81
P30_28	30	0,1	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	1123	2,56
P30_29	30	0,1	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	585	3,45
P30_30	30	0,1	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	585	2,38
P30_31	30	0,1	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	1720	3,32
P30_32	30	0,1	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	1720	3,32
P30_33	30	0,1	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	1123	3,19
P30_34	30	0,1	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	1123	2,13
P30_35	30	0,1	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	585	3,02
P30_36	30	0,1	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	585	2,10
P30_37	30	0,2	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	1315	4,92
P30_38	30	0,2	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	1315	4,92
P30_39	30	0,2	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	840	4,48

P30_40	30	0,2	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	840	2,79
P30_41	30	0,2	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	442	3,76
P30_42	30	0,2	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	442	2,43
P30_43	30	0,2	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	1315	4,28
P30_44	30	0,2	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	1315	4,28
P30_45	30	0,2	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	840	3,91
P30_46	30	0,2	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	840	2,45
P30_47	30	0,2	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	442	3,44
P30_48	30	0,2	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	442	2,25
P30_49	30	0,2	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	1315	3,61
P30_50	30	0,2	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	1315	3,61
P30_51	30	0,2	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	840	3,31
P30_52	30	0,2	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	840	2,08
P30_53	30	0,2	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	442	3,06
P30_54	30	0,2	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	442	2,02
P60_01	60	0,1	0,1	0,5	30	Curvatura	1%	3350	4,62
P60_02	60	0,1	0,1	0,5	30	Rigidez	1%	3350	4,62
P60_03	60	0,1	0,1	0,5	60	Curvatura	2%	1650	4,47
P60_04	60	0,1	0,1	0,5	60	Rigidez	1%	1650	3,44
P60_05	60	0,1	0,1	0,5	90	Curvatura	2%	845	3,77
P60_06	60	0,1	0,1	0,5	90	Rigidez	1%	845	2,91
P60_07	60	0,1	0,1	1,0	30	Curvatura	1%	3350	4,12
P60_08	60	0,1	0,1	1,0	30	Rigidez	1%	3350	4,12
P60_09	60	0,1	0,1	1,0	60	Curvatura	2%	1650	3,92
P60_10	60	0,1	0,1	1,0	60	Rigidez	1%	1650	3,03
P60_11	60	0,1	0,1	1,0	90	Curvatura	2%	845	3,33
P60_12	60	0,1	0,1	1,0	90	Rigidez	1%	845	2,58
P60_13	60	0,1	0,1	2,0	30	Curvatura	1%	3350	3,55
P60_14	60	0,1	0,1	2,0	30	Rigidez	1%	3350	3,55
P60_15	60	0,1	0,1	2,0	60	Curvatura	2%	1650	3,33
P60_16	60	0,1	0,1	2,0	60	Rigidez	1%	1650	2,59
P60_17	60	0,1	0,1	2,0	90	Curvatura	2%	845	2,84
P60_18	60	0,1	0,1	2,0	90	Rigidez	1%	845	2,21
P60_19	60	0,1	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	2640	4,60
P60_20	60	0,1	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	2640	4,60
P60_21	60	0,1	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	1420	4,61
P60_22	60	0,1	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	1420	3,22
P60_23	60	0,1	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	762	3,15
P60_24	60	0,1	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	762	2,58
P60_25	60	0,1	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	2640	4,19
P60_26	60	0,1	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	2640	4,19
P60_27	60	0,1	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	1420	4,09

P60_28	60	0,1	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	1420	2,89
P60_29	60	0,1	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	762	2,89
P60_30	60	0,1	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	762	2,32
P60_31	60	0,1	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	2775	3,69
P60_32	60	0,1	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	2775	3,69
P60_33	60	0,1	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	1420	3,52
P60_34	60	0,1	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	1420	2,51
P60_35	60	0,1	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	762	2,57
P60_36	60	0,1	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	762	2,02
P60_37	60	0,2	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	2000	5,05
P60_38	60	0,2	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	2000	5,05
P60_39	60	0,2	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	1090	3,40
P60_40	60	0,2	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	1090	2,32
P60_41	60	0,2	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	550	2,88
P60_42	60	0,2	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	550	2,34
P60_43	60	0,2	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	2000	4,41
P60_44	60	0,2	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	2000	4,41
P60_45	60	0,2	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	1090	3,22
P60_46	60	0,2	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	1090	2,22
P60_47	60	0,2	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	550	2,72
P60_48	60	0,2	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	550	2,17
P60_49	60	0,2	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	2000	3,74
P60_50	60	0,2	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	2000	3,74
P60_51	60	0,2	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	1090	2,90
P60_52	60	0,2	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	1090	2,06
P60_53	60	0,2	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	550	2,52
P60_54	60	0,2	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	550	1,96
P90_01	90	0,1	0,1	0,5	30	Curvatura	1%	3980	5,76
P90_02	90	0,1	0,1	0,5	30	Rigidez	1%	3980	5,76
P90_03	90	0,1	0,1	0,5	60	Curvatura	2%	1760	5,06
P90_04	90	0,1	0,1	0,5	60	Rigidez	1%	1760	4,09
P90_05	90	0,1	0,1	0,5	90	Curvatura	2%	1010	3,17
P90_06	90	0,1	0,1	0,5	90	Rigidez	1%	1010	2,87
P90_07	90	0,1	0,1	1,0	30	Curvatura	1%	3980	5,16
P90_08	90	0,1	0,1	1,0	30	Rigidez	1%	3980	5,16
P90_09	90	0,1	0,1	1,0	60	Curvatura	2%	1760	4,57
P90_10	90	0,1	0,1	1,0	60	Rigidez	1%	1760	3,71
P90_11	90	0,1	0,1	1,0	90	Curvatura	2%	1010	2,83
P90_12	90	0,1	0,1	1,0	90	Rigidez	1%	1010	2,48
P90_13	90	0,1	0,1	2,0	30	Curvatura	1%	3980	4,47
P90_14	90	0,1	0,1	2,0	30	Rigidez	1%	3980	4,47
P90_15	90	0,1	0,1	2,0	60	Curvatura	2%	1760	3,99

P90_16	90	0,1	0,1	2,0	60	Rigidez	1%	1760	3,26
P90_17	90	0,1	0,1	2,0	90	Curvatura	2%	1010	2,45
P90_18	90	0,1	0,1	2,0	90	Rigidez	1%	1010	2,08
P90_19	90	0,1	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	2950	5,18
P90_20	90	0,1	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	2950	5,18
P90_21	90	0,1	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	1480	4,61
P90_22	90	0,1	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	1480	3,41
P90_23	90	0,1	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	886	3,16
P90_24	90	0,1	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	886	2,32
P90_25	90	0,1	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	2950	4,88
P90_26	90	0,1	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	2950	4,88
P90_27	90	0,1	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	1480	4,30
P90_28	90	0,1	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	1480	3,22
P90_29	90	0,1	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	886	2,87
P90_30	90	0,1	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	886	2,13
P90_31	90	0,1	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	2950	4,47
P90_32	90	0,1	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	2950	4,47
P90_33	90	0,1	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	1480	3,89
P90_34	90	0,1	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	1480	2,96
P90_35	90	0,1	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	886	2,52
P90_36	90	0,1	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	886	1,89
P90_37	90	0,2	0,2	0,5	30	Curvatura	1%	2475	5,11
P90_38	90	0,2	0,2	0,5	30	Rigidez	1%	2475	5,11
P90_39	90	0,2	0,2	0,5	60	Curvatura	2%	1210	3,21
P90_40	90	0,2	0,2	0,5	60	Rigidez	1%	1210	2,24
P90_41	90	0,2	0,2	0,5	90	Curvatura	2%	615	2,89
P90_42	90	0,2	0,2	0,5	90	Rigidez	1%	615	2,13
P90_43	90	0,2	0,2	1,0	30	Curvatura	1%	2475	4,53
P90_44	90	0,2	0,2	1,0	30	Rigidez	1%	2475	4,53
P90_45	90	0,2	0,2	1,0	60	Curvatura	2%	1210	3,08
P90_46	90	0,2	0,2	1,0	60	Rigidez	1%	1210	2,17
P90_47	90	0,2	0,2	1,0	90	Curvatura	2%	615	2,73
P90_48	90	0,2	0,2	1,0	90	Rigidez	1%	615	2,02
P90_49	90	0,2	0,2	2,0	30	Curvatura	1%	2475	3,88
P90_50	90	0,2	0,2	2,0	30	Rigidez	1%	2475	3,88
P90_51	90	0,2	0,2	2,0	60	Curvatura	2%	1210	2,83
P90_52	90	0,2	0,2	2,0	60	Rigidez	1%	1210	2,05
P90_53	90	0,2	0,2	2,0	90	Curvatura	2%	615	2,53
P90_54	90	0,2	0,2	2,0	90	Rigidez	1%	615	1,87