

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD FEDERAL DE RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE POST-GRADUACIÓN EN INGENIERÍA MECÁNICA

DISEÑO CONSTRUCTAL DE CONDUCTOS ELÍPTICOS DE REFRIGERACIÓN EN
ÁLABES DE TURBINAS DE GAS

por

Cristian Bosc

Disertación para obtención de Título de
Máster en Ingeniería

Porto Alegre, Junio de 2017

DISEÑO CONSTRUCTAL DE CONDUCTOS ELÍPTICOS DE REFRIGERACIÓN EN
ÁLABES DE TURBINAS DE GAS

por

Cristian Bosc
Ingeniero Mecánico

Tesis (Disertación) sometida al Programa de Post Graduación en Ingeniería Mecánica,
de la Escuela de Ingeniería de la Universidad federal de Rio Grande do Sul, como parte de los
requisitos necesarios para la obtención del Título de

Máster en Ingeniería

Área de estudio: Fenómenos de transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprobada por:

Prof. Dr. Felipe R. Centeno, DEMEC/EE/ UFRGS

Prof. Dra. Leticia Jenisch Rodrigues, UFRGS

Prof. Dr. Flavia Zinani, UNISINOS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler.

Coordinador de PROMEC

Porto Alegre, 07 de junio de 2017

RESUMEN

Las turbinas de gas son máquinas térmicas utilizadas para transformar la energía liberada en la combustión de un hidrocarburo en potencia o trabajo. La parte crítica en el diseño de una TG recae en las secciones expuestas a condiciones mecánicas y térmicas extremas como son los primeros álabes de la turbina. La eficiencia de las TG está limitada por la máxima temperatura que pueden soportar los materiales de los álabes sin ablandamiento o fluencia. En la actualidad, la temperatura máxima de operación se encuentra por encima de la temperatura de ablandamiento del material gracias a técnicas de recubrimientos cerámicos de baja conductividad térmica, Thermal Barrier Coating (TBC) y a técnicas de refrigeración de los álabes. La refrigeración interna de los álabes, se realiza por medio de conductos internos por los cuales circula aire proveniente de una extracción desde el compresor, el cual ronda entre 3 a 5 % del caudal principal. Debido a que este aire no es utilizado para generar potencia, es necesario optimizar las técnicas de refrigeración. El presente trabajo mejora el nivel de refrigeración interna de un álabe de TG, mediante la optimización del diseño de los conductos utilizando Teoría Constructal. Se analiza una configuración con 2 conductos elípticos de diferentes geometrías, con el objetivo de optimizar su posición, tamaño y relación de aspecto, logrando obtener la menor temperatura máxima sobre el metal. Las conclusiones generales del trabajo establecen que los requerimientos de máxima eficiencia de evacuación de calor y mínima temperatura sobre el sólido, pueden generar diseños ligeramente diferentes. Sin embargo, ambos indicadores del desempeño térmico se encuentran muy relacionados entre sí, no existiendo una gran variación de un diseño óptimo con respecto al otro, y por ende, tampoco una gran variación en la magnitud de \tilde{T}_{max} y la ξ entre ambos diseños. El diseño que ofrece la mínima temperatura máxima sobre el metal está compuesto por conductos elípticos achatados de mínima relación de aspecto e igual tamaño, distribuyendo el aire refrigerante en la mayor cantidad de conductos posibles. La aplicación del diseño Constructal a los conductos internos de refrigeración de TG, ha demostrado reducir sensiblemente la temperatura máxima sobre el metal, pudiendo significar una mejora en la vida útil de los álabes.

Palabras-clave: Refrigeración interna de álabes, Diseño Constructal, Optimización, Difusión de calor.

RESUMO

As turbinas a gás (TG) são máquinas usadas para transformar a energia térmica liberada na combustão de um hidrocarboneto em trabalho. A parte crítica para a concepção das TG encontra-se nas secções expostas a condições mecânicas e térmicas extremas, tais como as primeiras pás da turbina. A eficiência das TG é limitada pela temperatura máxima que podem suportar os materiais das pás sem escoamento ou deformação. Atualmente, a temperatura máxima de operação encontra-se acima da temperatura de escoamento do material, permitido pelo uso de técnicas de revestimentos cerâmicos com uma baixa condutividade térmica, (revestimento de proteção térmica, TBC) e técnicas de arrefecimento das pás. O arrefecimento interno é realizado com canais internos através dos quais escorre ar que é extraído do compressor principal. Como esse ar não é utilizado para gerar trabalho, é necessário otimizar as técnicas de arrefecimento. O presente trabalho melhora o nível de arrefecimento interno de uma pá de TG, através da otimização do desenho dos canais de arrefecimento mediante a utilização da Teoria Constructal. Uma configuração com dois canais elípticos de diferentes geometrias é analisado, com o objetivo de otimizar a sua posição, área e razão de aspecto, procurando gerar uma redução da temperatura máxima no metal. São desenvolvidos quatro modelos com diferentes condições de contorno, incluindo no terceiro modelo a transferência de calor por convecção e radiação e um revestimento de barreira térmica. As conclusões gerais do trabalho estabelecem que os requisitos de máxima eficiência de dissipação de calor e mínima temperatura máxima no metal podem gerar modelos levemente diferentes. No entanto, ambos indicadores do desempenho térmico da pá estão intimamente relacionados, porem, sem grande variação de um design ótimo com relação ao outro, nem uma grande variação nas magnitudes da temperatura máxima ou da eficiência. O design que fornece a mínima temperatura máxima no metal é composto por canais elípticos achatados com a menor razão de aspecto e de igual área, distribuindo o ar de arrefecimento na maior quantidade de canais possíveis. A aplicação do Design Constructal nos canais internos de arrefecimento em TG reduz a temperatura máxima no metal, podendo constituir uma melhoria na vida útil das pás.

Palavras-chave: Pás com arrefecimento interno, design Constructal, otimização, difusão de calor.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Revisión Bibliográfica	4
1.2. Objetivo general	5
1.3. Objetivos específicos	5
1.4. Organización de la disertación	6
2. CONSIDERACIONES PRELIMINARES	7
3. MODELO I: “Álabe elemental con calor neto constante y temperatura impuesta”	10
3.1. Condiciones de Borde	11
3.2. Adimensionalización	11
3.3. Restricción	12
3.4. Variables a optimizar	13
3.5. Metodología	13
3.6. Verificación del modelo numérico I	16
3.7. Resultados del modelo I	16
4. MODELO II “Álabe elemental con flujo de calor constante y temperatura impuesta”	25
4.1. Verificación del modelo numérico II	26
4.2. Resultados del modelo II	27
5. MODELO III: “Álabe elemental con TBC, convección y radiación”	36
5.1. Condiciones de Borde	40
5.2. Adimensionalización	40
5.3. Metodología	42
5.4. No linealidad	42
5.5. Verificación del modelo numérico III	43
5.6. Resultados del modelo III	44
6. Modelo IV: Álabe elemental con TBC, convección y radiación y dimensiones externas preestablecidas	57
6.1. Resultados del modelo IV	60
7. Capitalización del Diseño Constructal	65

8. VALIDACION DE RESULTADOS	67
8.1. Ensayo experimental	67
8.2. Configuración del ensayo experimental	68
8.3. Condiciones del ensayo experimental	70
8.4. Modelado Numérico del ensayo.....	71
8.5. Convergencia y exactitud de resultados	74
8.6. Similaridad geométrica, dinámica y térmica.....	76
8.7. Simulación del diseño Constructal.....	78
8.8. Comparación de resultados	80
9. CONCLUSIONES	83
9.1. Conclusiones del Modelo I:	83
9.2. Conclusiones del Modelo II:	84
9.3. Conclusiones del Modelo III:	85
9.4. Conclusiones del Modelo IV:.....	88
9.5. Conclusiones generales	88
9.6. Propuestas de trabajos futuros.....	90

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Esquema de un álabe C3X (vane) con 10 conductos de refrigeración.....	1
Figura 1.2 Evolución de la RIT con los años y la tecnología según Je Chin Han, 2012.....	2
Figura 1.3 Álabe con diferentes técnicas de refrigeración interna y externa. Adaptada de Je- Chin Han, 2012.....	3
Figura 1.4 Álabe elemental de escala simple (izquierda) y escalas múltiples (derecha) según Bejan y Lorente, 2008.....	4
Figura 2.1 Perfil radial de temperatura media de gases. Adaptada de Je Chin Han, 2012.....	7
Figura 2.2 Sección central de un álabe rectangular de largo 4L y altura 2H con conductos elípticos internos.....	8
Figura 3.1 Dominio a optimizar con dimensiones y condiciones de borde.....	10
Figura 3.2 Comparación de soluciones en Matlab y Comsol de: $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi=0.1$; $\phi_0 = 0.034$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$	16
Figura 3.3 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	16
Figura 3.4 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	17
Figura 3.5 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$	17
Figura 3.6 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes ϕ_0 constantes, con $\phi=0.1$, $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$	18
Figura 3.7 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$	19
Figura 3.8 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$	20
Figura 3.9 $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$	20

Figura 3.10 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes $\phi_0 = \text{cte.}$ con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.	21
Figura 3.11 Ampliación del recuadro de la figura 3.10.	22
Figura 3.12 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 para diferentes ϕ con $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	23
Figura 3.13 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ y su valor óptimo de ϕ_0 , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	23
Figura 3.14 Perfil de temperaturas constantes para cada Diseño Constructal de la Tabla 3.3.	24
Figura 4.1 Dominio elemental con condiciones de borde del modelo II.	26
Figura 4.2 Comparación de resultados con Matlab [®] y Comsol [®] de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi = 0.1$; $\phi_0 = 0.034$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.	26
Figura 4.3 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.3$; y $\tilde{H}_2=0.1$.	28
Figura 4.4 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	28
Figura 4.5 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=2$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	29
Figura 4.6 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\phi_0 = 1$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	29
Figura 4.7 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.	30
Figura 4.8 Ampliación del recuadro de la figura 4.7 en el mínimo relativo de $\tilde{T}_{\text{máx}}$.	30
Figura 4.9 Isotermas para configuración con $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$; $\phi_0 = 0.033$; $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=2$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	31
Figura 4.10 Curvas de eficiencia de evacuación de calor (ξ) en función de \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = \text{cte.}$ con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.	33

Figura 4.11 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 para diferentes ϕ con $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$	34
Figura 4.12 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ y su valor óptimo de ϕ_0 , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$	34
Figura 4.13 Perfiles de temperatura constante para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con geometrías óptimas referidas a la Tabla 4.2.....	35
Figura 5.1 Dominio de estudio con dimensiones y condiciones de borde del modelo III.....	36
Figura 5.2 Representación de conductos internos de refrigeración sobre la geometría del álabo.....	38
Figura 5.3 Comparación de soluciones en Matlab [®] y Comsol [®] de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = 0.033$; $\phi=0,1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0,4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0,4$; y $\tilde{H}_2=0.1$	44
Figura 5.4 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	45
Figura 5.5 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	45
Figura 5.6 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$	46
Figura 5.7 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes valores de ϕ_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$	46
Figura 5.8 ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	47
Figura 5.9 ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$	47
Figura 5.10 ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$	48
Figura 5.11 ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes valores de ϕ_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$	48
Figura 5.12 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 . para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.2$	49

Figura 5.13 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.2$	50
Figura 5.14 ξ vs. ϕ_0 para diferentes valores de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; $\tilde{H}_2=0.1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$	51
Figura 5.15 ξ vs. ϕ_0 para diferentes valores de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_2=0.1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$	51
Figura 5.16 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; y $\tilde{H}_2=0.1$	52
Figura 5.17 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; y $\tilde{H}_2=0.1$	52
Figura 5.18 Curvas de eficiencia de evacuación de calor en función de \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = \text{cte}$. con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$	53
Figura 5.19 Ampliación de figura 5.18 en la zona recuadrada.....	54
Figura 5.20 Isotermas sobre configuraciones de Máxima eficiencia y Mínima Temperatura máxima. Modelo III.....	55
Figura 6.1 Región central de álabe elemental rectangular de dimensiones preestablecidas H^* y L^*	57
Figura 6.2 Curvas de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ en función de H/L para diferentes $\phi = \text{cte}$ para $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$	60
Figura 6.3 Diseños de diferentes configuraciones de conductos e igual $\tilde{T}_{\text{máx}}$, referidos a la Tabla 6.1: izq. Primera fila. Der. Segunda fila.....	61
Figura 6.4 Curvas de eficiencia en función de H/L para diferentes $\phi = \text{cte}$ para $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$	62
Figura 6.5 Perfil de temperaturas de cada diseño Constructural referido a la Tabla 6.2.....	63
Figura 6.6 $\tilde{T}_{\text{máx}}$ y la ξ en función del área de la sección central del álabe en $[\text{dm}^2]$ para $\phi = 0.1$, $H/L = 2$, $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$	64
Figura 7.1 Comparación de perfiles de álabes de TG referidos a la Tabla 7.1.....	65
Figura 7.2 Comparación de perfiles de álabes de TG referidos a la Tabla 7.2.....	66

Figura 7.3 Comparación de perfiles de álabes de TG referidos a la Tabla 7.3.....	66
Figura 8.1 Sección de ensayo y posicionamiento de instrumentos.....	68
Figura 8.2 Dimensiones principales del álabe C3X y posicionamiento en la cascada.....	69
Figura 8.3 Geometría de conductos internos en álabe C3X.....	69
Figura 8.4 Determinación de los bordes del dominio fluido.....	72
Figura 8.5 Mallado sobre el dominio y condiciones de borde.....	72
Figura 8.6 T/811 vs. % de cuerda axial, para diferentes refinamientos de malla.....	75
Figura 8.7 Valores experimentales y de simulación de P/3.217 en función del porcentaje de la cuerda axial del perfil.....	77
Figura 8.8 Valores experimentales y de simulación de temperatura de pared T/811 en función del porcentaje de la cuerda axial del perfil.....	77
Figura 8.9 Definición del límite externo para el nuevo posicionamiento del los conducto....	79
Figura 8.10 Arriba: Contraste del diseño original y nuevo arreglo de conductos elípticos. Abajo: Arreglo de nuevos conductos elípticos de refrigeración.....	80
Figura 8.11 Curvas de P/3.217 vs. porcentaje de cuerda axial del perfil C3X para conductos circulares y elípticos.....	81
Figura 8.12 Curvas de T/811 vs. porcentaje de cuerda axial del perfil C3X para conductos circulares y elípticos.....	81
Figura 8.13 Isotermas sobre perfil C3X para conductos circulares.....	82
Figura 8.14 Isotermas sobre perfil C3X para conductos elípticos.....	82

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1	Tabla de independencia de malla modelo I.....	14
Tabla 3.2	Rangos de variación de las variables a optimizar.....	15
Tabla 3.3	Diseño Constructal para diferentes relaciones de material (\emptyset). Modelo I.....	23
Tabla 4.1	Diferentes configuraciones que generan una misma $\tilde{T}_{\text{máx}}$	31
Tabla 4.2	Diseño de mínima relativa $\tilde{T}_{\text{máx}}$ para diferentes relaciones de material (\emptyset).....	34
Tabla 5.1	Comparación de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ para diferentes relaciones de material (\emptyset) mediante resolución con Matlab [®] y Comsol [®]	44
Tabla 5.2	Diseños de Máxima eficiencia y Mínima Temperatura máxima. Modelo III.....	55
Tabla 6.1	Ejemplo de misma temperatura máxima reduciendo el área de conductos.....	61
Tabla 6.2	Diseño Constructal para diferentes relaciones de material (\emptyset). Modelo IV.....	62
Tabla 7.1	Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\emptyset = 0.04$	65
Tabla 7.2	Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\emptyset^* = 0.1$	65
Tabla 7.3	Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\emptyset = 0.18$	66
Tabla 8.1	Condiciones del flujo externo para el ensayo del caso 4422.....	70
Tabla 8.2	Condiciones del flujo interno sobre los 10 conductos del ensayo #4422.....	71
Tabla 8.3	Características principales del mallado	75

LISTA DE SIGLAS Y ABREVIATURAS

CHT	Conjugate Heat Transfer
C3X	Álabe de estator de TG desarrollado por la NASA
MINTER	Mestrado Inter-institucional
PROMECA	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
RIT	Rotor Inlet Temperature
TBC	Thermal Barrier Coating
TG	Turbinas de gas
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNLP	Universidad Nacional de La Plata

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área, dm^2
Cr	factor de corrección para capa límite no totalmente desarrollada
Dh	diámetro hidráulico
f	coeficiente de fricción de Darcy.
H	altura del álabe elemental, dm
h	coeficiente de convección, $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$
H_0	semieje vertical de la elipse 0, dm
H_1	semieje vertical de la elipse 1, dm
H_2	espesor de pared de elipse 1, dm
j	cantidad de dominios elementales horizontalmente
k	coeficiente de conductividad térmica, W/mK
L	ancho del álabe elemental, dm
L_0	semieje horizontal de la elipse 0, dm
L_1	semieje horizontal de la elipse 1, dm
Ma	número de Mach
Nu	número de Nusselt
P	presión
Pe	Número de Peclet
Pr	número de Prandtl
q	calor neto, W
\dot{q}	flujo de calor por unidad de área, $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$
R	resistencia térmica, $\text{m}^2 \text{K}/\text{W}$
Re	número de Reynolds
S	término fuente
T	temperatura, K
\tilde{T}	temperatura adimensional
TU	intensidad de turbulencia
V	velocidad, m/s
W	dimensión perpendicular al plano
x	coordenada de abscisas, dm
y	coordenada de ordenadas, dm

ε	emisividad radiante
μ	viscosidad dinámica [kg/m.s]
ν	viscosidad cinemática, m ² /s
ξ	indicador de eficiencia de evacuación de calor
ρ	densidad, kg/m ³
σ	constante de Stefan-Boltzmann ,W/ K ⁴ *m ²
\emptyset	relación material cavidad/sólido del dominio
\emptyset_0	área adimensional de ¼ de elipse 0
\emptyset_1	área adimensional de ½ elipse 1

Sub-índices:

0	elipse 0
1	elipse 1
máx	máximo
min	mínimo
m	metal
c	cerámico
∞	Estancamiento de gases de combustión
e	externo
i	interno
D	basado en el diámetro
T	turbulento

Supra-índices:

~	adimensional
*	estimación o iteración previa
+	predefinido

1. INTRODUCCIÓN

Las turbinas de gas (en adelante TG), son máquinas térmicas utilizadas para transformar la energía liberada en la combustión de un hidrocarburo, en potencia o trabajo. Sus aplicaciones más comunes se encuentran en las centrales termoeléctricas para generación de energía eléctrica, en la industria aeronáutica para impulso de aeronaves, o para accionamiento de maquinarias en industrias. La parte crítica en el diseño de una TG, recae en las secciones expuestas a condiciones extremas, como son los primeros álabes fijos de la tobera, vanes (Figura 1.1) y los álabes móviles de la primera turbina (blades), los cuales se encuentran sometidos a un conjunto de condiciones desfavorables como ser, ambiente altamente corrosivo, elevadas temperaturas, tensiones mecánicas, vibraciones y en ocasiones choque térmico, provenientes de la interacción con los gases de combustión. Todas estas acciones limitan la performance y la durabilidad (vida útil) de las TG [Je Chin Han, 1012]



Figura 1.1 - Esquema de un álabes C3X (vane) con 10 conductos circulares de refrigeración

La temperatura de entrada al rotor (RIT, por sus siglas en inglés, “rotor inlet temperature”) es la variable crítica que limita la eficiencia y la durabilidad. La eficiencia está limitada por la máxima temperatura que pueden soportar los materiales de los álabes sin ablandamiento o fluencia, mientras que la durabilidad, debido a que a mayor RIT la probabilidad de falla por fatiga se incrementa, [Majid RezazadehReyhani, et al. 2013]. Numerosos esfuerzos para aumentar la RIT, han logrado con el correr de los años, un incremento prácticamente lineal de la misma con el avance de las técnicas de refrigeración, tal como se expone Je Chin Han, 1012 en la figura 1.2.

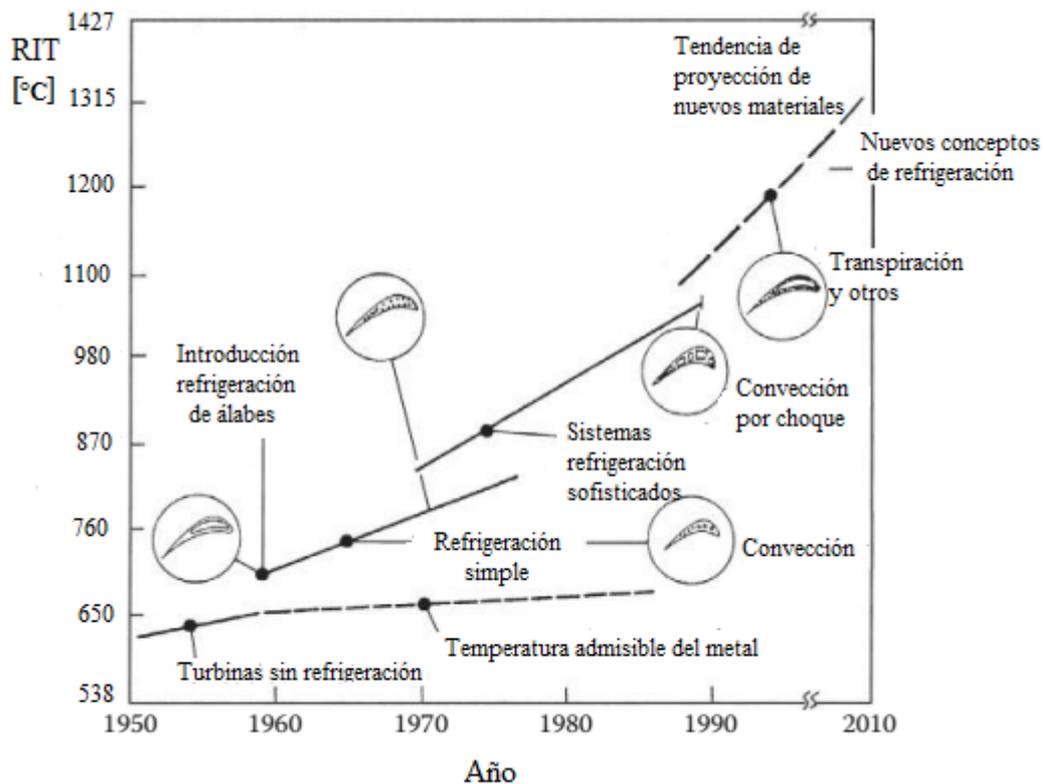


Figura 1.2 - Evolución de la RIT con los años y la tecnología según Je Chin Han, 2012.

En la actualidad la RIT está por encima de la temperatura de ablandamiento del material (softening point material), gracias a técnicas de recubrimientos cerámicos de baja conductividad térmica, Thermal Barrier Coating (TBC) y a refrigeración interna y externa de los álabes, llegando en turbinas modernas a superar los 1400 °C [Materials Research Society Bulletin, October 2012]. Debido a que el calor transferido al aire de refrigeración no es utilizado para generar potencia, el mismo representa una pérdida de energía y una disminución de la eficiencia de operación de la TG, por lo que es deseado transferir la menor cantidad de calor posible al refrigerante asegurando la integridad de los componentes.

La refrigeración externa consiste en la dilución de los gases de combustión a elevada temperatura en contacto con el álabe, por medio de la inyección del propio aire de refrigeración en la corriente externa de gases de combustión (film cooling), mientras que la refrigeración interna, se realiza por medio de conductos internos sobre la geometría del álabe, los cuales deben evacuar el calor proveniente desde la superficie externa. Las nuevas técnicas de refrigeración utilizan refrigeración por impacto (jet impingement) principalmente en el borde de ataque donde el punto de estancamiento posee la máxima temperatura, y refrigeración por pines de aletas (pin fins) en el borde de fuga del álabe. Además dentro de los conductos de refrigeración se utilizan nervaduras generadoras de turbulencia (ribs) con el fin de romper la capa límite laminar y generar un coeficiente de transferencia de calor por convección más elevado (Figura 1.3), [Je Chin Han, 1012].

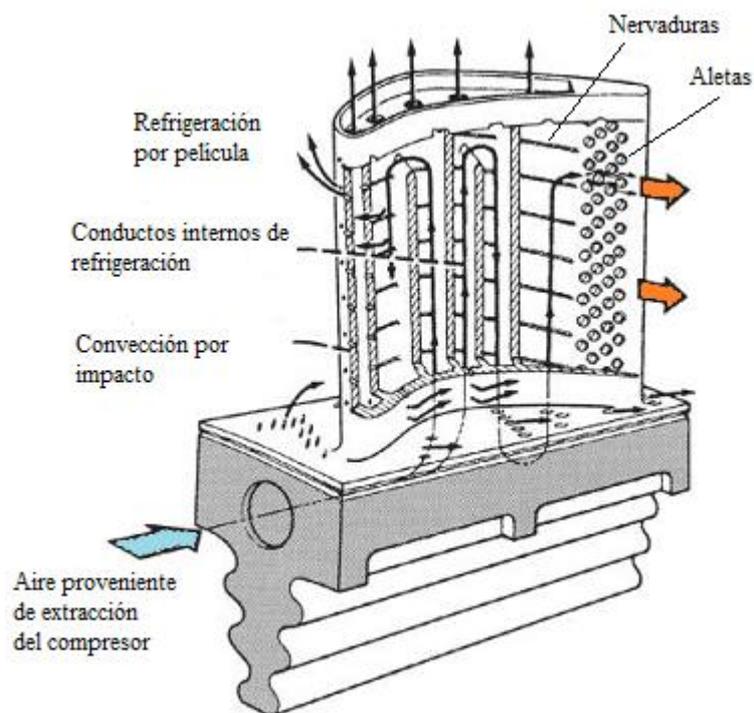


Figura 1.3 - Álabe con diferentes técnicas de refrigeración interna y externa.

Adaptada de Je Chin Han, 2012.

Por los conductos circula un fluido refrigerante, el cuál generalmente es aire proveniente de una extracción del compresor. La extracción de aire desde el compresor usualmente ronda entre 3 a 5 % del caudal principal, debido a que este no es utilizado para generar potencia, es necesario optimizar las técnicas de refrigeración con el fin de utilizar la menor cantidad posible de extracción de aire y no incurrir en una baja en la eficiencia global de la TG [Je Chin Han, 1012].

1.1. Revisión Bibliográfica

La teoría Constructal fue acuñada por Adrian Bejan en 1996, y establece que "Para que un sistema de tamaño finito persista en el tiempo, es necesario que se desarrolle de tal forma que facilite el exceso de las corrientes que lo atraviesan", instaurando que el diseño de los sistemas naturales no es aleatorio, sino determinístico y responde a la optimización de los fenómenos físicos preponderantes.

La teoría Constructal en sistemas naturales capaces de evolucionar, gobernados por los fenómenos térmicos, predice que el diseño responderá con aquél, que logre la optimización de la transferencia de calor.

Tal optimización puede ser llevada a cabo por diferentes métodos, tanto analíticos como numéricos, en sistemas de configuración simple con un sólo tipo de conducto (escala simple), o más de un tipos de conductos (múltiples escalas), tal como se muestran en la Figura 1.4.

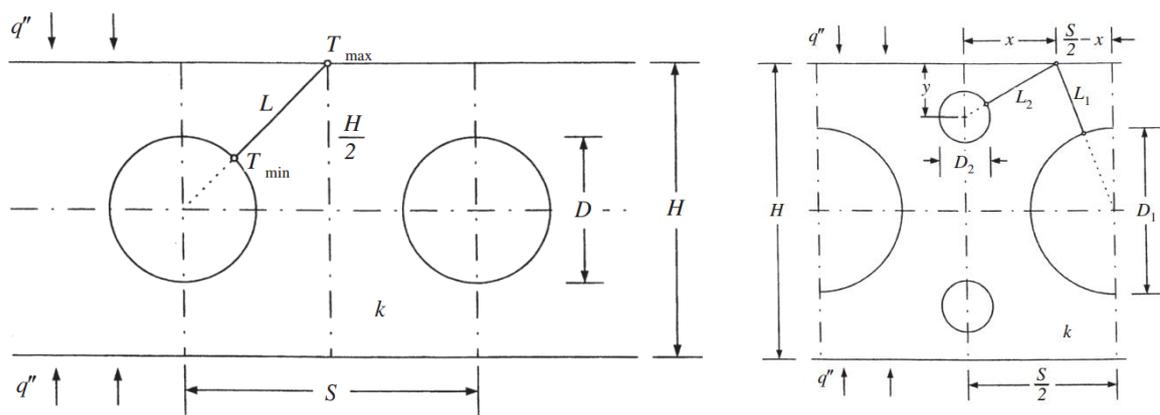


Figura 1.4 - Álabe elemental de escala simple (izquierda) y escalas múltiples (derecha) según Bejan y Lorente, 2008.

La optimización del diseño de conductos de refrigeración en turbinas de gas, usando teoría Constructal, fue estudiado por Bejan y Lorente, 2008, usando un modelo rectangular del álabe y conductos circulares de 1 y 2 escalas (Figura 1.4), llevando a cabo la optimización por medio de métodos analíticos de minimización de la distancia recorrida por el flujo de calor, cuyos resultados son válidos bajo suposición de que la minimización de la temperatura es análogo a minimizar la distancia recorrida por el flujo de calor L (Ver Figura 1.4 izquierda), y que en diseños de múltiples escalas, el diseño óptimo es aquel que divide equitativamente el calor desde el exterior q'' , lo cual es análogo a decir que $L_1 = L_2$ (ver Figura 1.4, derecha).

Huijun Feng et al. 2015, ha estudiado idénticos perfiles buscando el diseño Constructal por métodos de resolución numérica, minimizando la máxima resistencia térmica. Sus resultados establecen que es posible optimizar para una relación fija de área de conductos sobre área de dominio, los tamaños de los conductos D_1 y D_2 y la relación de aspecto del dominio H/s indicando que la posición vertical del conducto D_2 no es posible de optimizar. La configuración de múltiples escalas con 2 tamaños de conductos diferentes, arroja una sensible mejora en la eficiencia de refrigeración con respecto al diseño de escala simple de único conducto, reduciendo la resistencia térmica en 51.3% con la consecuente reducción en la temperatura máxima.

1.2. Objetivo general

El presente trabajo, tiene como objetivo general mejorar la eficiencia de refrigeración interna de un álabe elemental de TG alcanzada por Huijun Feng et al. 2015 para configuración de múltiples escalas con conductos circulares, reemplazando los conductos circulares por elípticos de relación de aspecto variable, significando 2 grados de libertad adicionales al modelo.

1.3. Objetivos específicos

El objetivo específico es optimizar la configuración de conductos elípticos de refrigeración, de forma que minimice la temperatura máxima sobre el metal (local hot-spot overheating) asegurando se encuentre por debajo del punto de ablandamiento del material (softening point material).

Se establecen objetivos específicos para los 4 modelos diferentes:

- Para el primer modelo se pretende mejorar el nivel de refrigeración alcanzada por Huijun Feng et al. mediante la utilización de conductos elípticos en vez de circulares.

- En el modelo II, la condición de borde de flujo de calor constante proveniente desde los gases de combustión, pretende modelar físicamente de forma más representativa lo ocurrido en condiciones reales.

- Para el modelo III, continuando con la búsqueda de modelos más representativos de la realidad, se incorpora en la condiciones de borde modelos de transferencia de calor por convección y radiación, además de un recubrimiento cerámico. El objetivo específico es verificar si los resultados obtenidos para el modelo II continúan siendo válidos para este nuevo modelo.

- Para el modelo IV, el objetivo es verificar si los resultados obtenidos en modelos previos siguen siendo validos cuando las dimensiones externas del álabe son fijas, variando únicamente la cantidad de conductos que se dispondrán sobre el álabe.

1.4. Organización de la disertación

El texto del presente trabajo está organizado de la siguiente forma:

Capitulo 2: Se definen conceptos mínimos necesarios para el abordaje de los modelos analizados en el presente trabajo.

Capitulo 3: Desarrollo del modelo I: Álabe elemental con calor neto constante desde el borde externo y temperatura impuesta sobre los bordes elípticos. Se detalla el modelo matemático, metodología de resolución, verificación de resultados y se presentan los resultados del modelo.

Capitulo 4: Desarrollo del modelo II: Álabe elemental con flujo calor neto constante en el borde externo y temperatura impuesta en bordes elípticos. Se detalla el modelo matemático, metodología de resolución, verificación de resultados y se presentan los resultados del modelo.

Capitulo 5: Desarrollo del modelo III: Álabe elemental con TBC, convección y radiación en el borde externo y convección en bordes elípticos. Se detalla el modelo matemático, metodología de resolución, verificación de resultados y se presentan los resultados del modelo.

Capitulo 6: Desarrollo del modelo IV: Álabe elemental con TBC, convección y radiación en borde externo y convección en bordes elípticos, con dimensiones externas de la sección central del álabe preestablecidas. Se detalla el modelo matemático, metodología de resolución, verificación de resultados y se presentan los resultados del modelo.

Capitulo 7: Capitalización del Diseño Constructal. Se exponen ejemplos numéricos que permiten capitalizar la importancia de los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Capitulo 8: Validación de los resultados. Se aplica el diseño Constructal al diseño de los conductos internos de refrigeración sobre un álabe con conductos circulares ensayado experimentalmente. Mediante el reemplazo de conductos circulares por un diseño óptimo con conductos elípticos se expone la importancia de los resultados en el campo de aplicación específico.

Capitulo 9: Conclusiones generales y específicas. Se realizan conclusiones y una sugerencia de trabajos futuros.

2. CONSIDERACIONES PRELIMINARES

En la Figura 2.1 se ha graficado la temperatura promedio típica de los gases entrantes a una primera etapa de rotor de turbina en función del porcentaje de altura del álabe (span). La rotación de los mismos genera un desplazamiento de la temperatura máxima hacia la punta del álabe, existiendo una única sección posicionada aproximadamente a 2/3 de la altura del álabe (medido desde la base a la punta), que debe soportar la máxima temperatura [Je Chin Han, 1012]. Por tratarse de la condición térmicamente más desfavorable, los modelos del presente trabajo se enfocan únicamente en dicha sección (mayor temperatura de gases). Además se desprecia la transferencia de calor por conducción en sentido longitudinal del mismo, permitiendo trabajar en un modelo plano del alabe en 2 dimensiones.

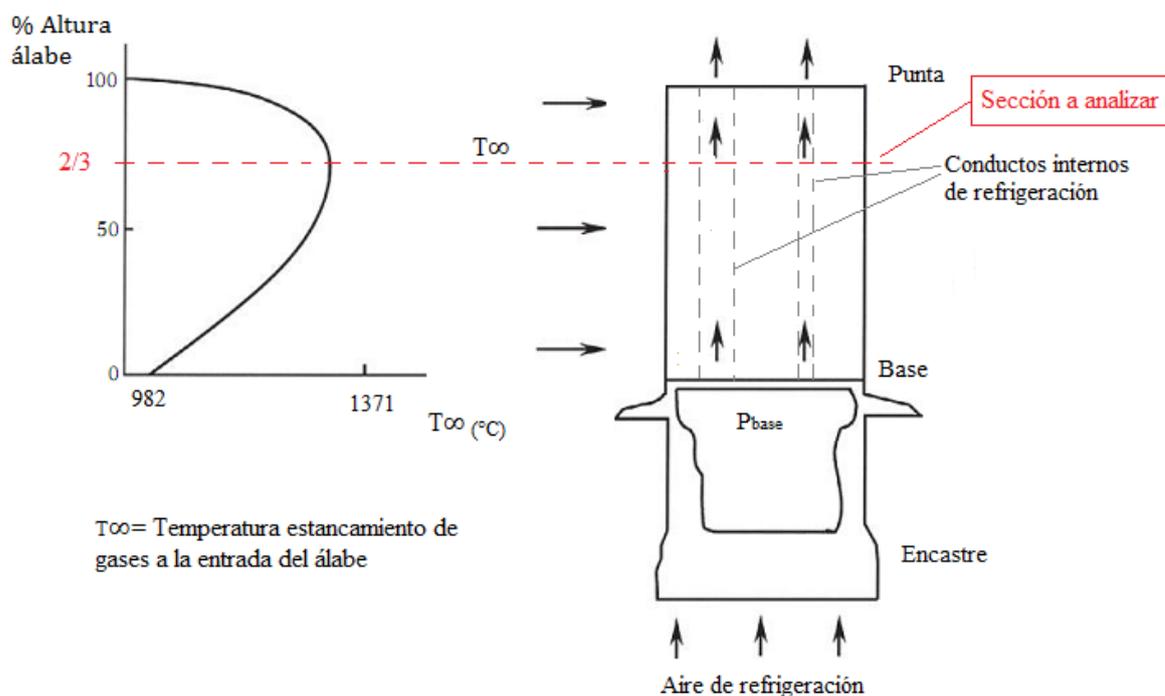


Figura 2.1 - Perfil radial de temperatura media de gases. Adaptada de Je Chin Han, 2012.

El presente trabajo se enfoca en la optimización del diseño de los conductos de refrigeración, que minimiza la máxima temperatura sobre el metal de un álabe elemental con condiciones de borde diferentes en los 4 modelos desarrollados. El análisis se realiza en régimen estacionario, con propiedades termo-físicas constantes. La superficie externa del álabe es completamente mojada por la corriente de gases de combustión a elevada temperatura,

mientras que el álabe es refrigerado internamente mediante el paso de aire por los conductos elípticos internos que recorren radialmente la longitud del álabe.

El fluido refrigerante es aire, que proviene de una extracción intermedia desde el compresor, transfiriéndose el calor desde el sólido hacia el aire principalmente por mecanismos de convección.

El diseño de las superficies externas del álabe, borde de ataque, borde de fuga, y caras de presión y succión, responde a una especialidad, siendo definida por consideraciones de dinámica de fluidos, intentando maximizar la sustentación (lift) con el menor arrastre (drag). No es el objetivo del presente trabajo diseñar la superficie externa, sino el diseño de los conductos internos sobre una geometría definida. Procurando simplicidad en el análisis de transferencia de calor, se considera la sección central de un álabe de geometría rectangular con conductos internos elípticos que siguen el patrón indicado en la Figura 2.2. A los fines de poder analizar únicamente la sección central del mismo, sin considerar el efecto de los bordes se considera que la sección central está lo suficientemente alejada de los mismos.

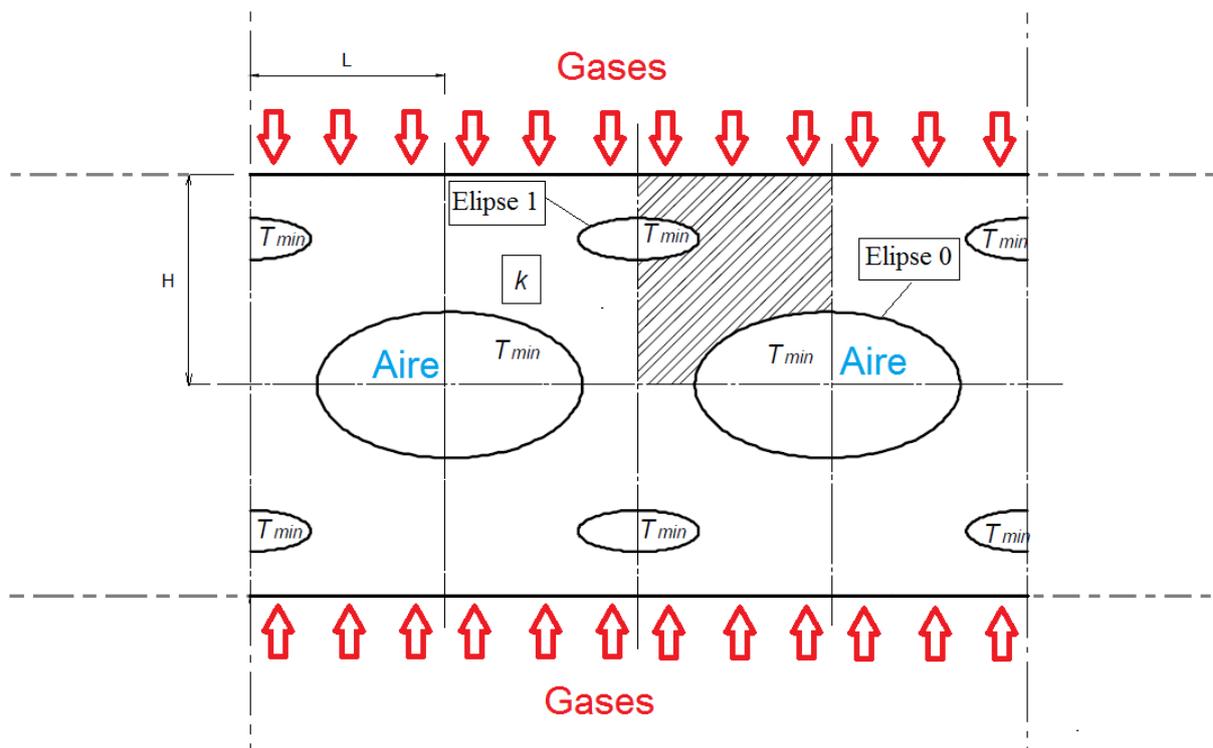


Figura 2.2 - Sección central de un álabe rectangular de largo $4L$ y altura $2H$ con conductos elípticos internos.

En la Figura 2.2 se observan dos tipos de conductos elípticos, unos fijados en el centro del álabe en dirección vertical, cuyo perímetro define la elipse 0 y otros conductos emplazados

a media distancia de dos elipses 0 consecutivas, cuya posición en el eje vertical "y" puede variar, elipse 1. Debido a la existencia de simetría vertical y horizontal sobre el patrón de los conductos, se estudia un octavo de la sección central de altura H y base L, tal como la sección rayada de la Figura mencionada.

La conducción de calor sobre el dominio bajo las condiciones descritas, es enteramente por difusión, siendo la ecuación gobernante:

$$\nabla(k\nabla T) = 0 \quad (2.1)$$

3. MODELO I: “ÁLABE ELEMENTAL CON CALOR NETO CONSTANTE Y TEMPERATURA IMPUESTA”

El dominio de estudio se muestra en la Figura 3.1 con sus variables dimensionales y condiciones de borde correspondientes. Las variables geométricas a optimizar son, la relación de aspecto del dominio (H/L), tamaño de la elipse menor de semiejes (H_1, L_1), relación de aspecto de la elipse menor (H_1/L_1), Tamaño de la elipse mayor de semiejes (H_0, L_0), relación de aspecto de la elipse mayor (H_0/L_0) y espesor de pared entre la elipse 1 y la superficie externa (H_2).

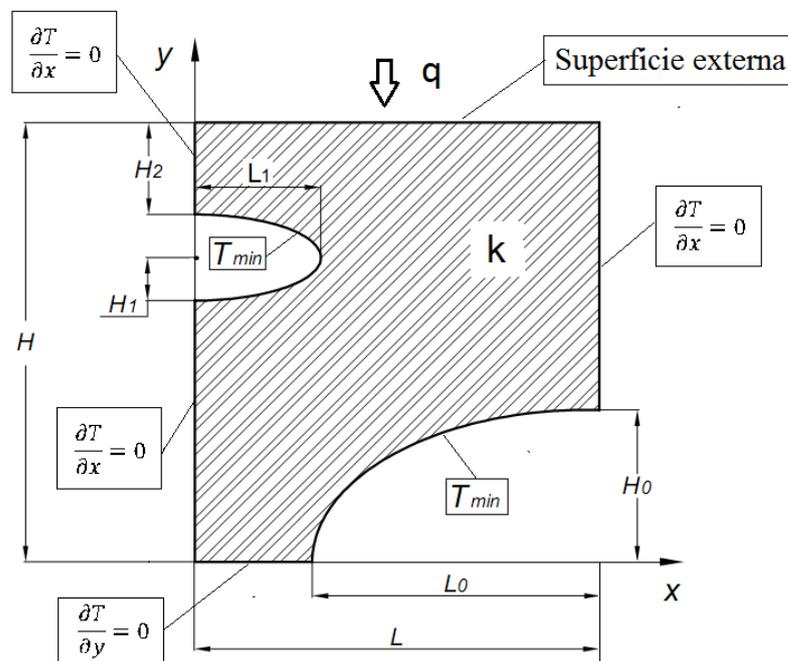


Figura 3.1 - Dominio elemental a optimizar con dimensiones y condiciones de borde

La transferencia de calor sobre el sólido ocurre por conducción térmica. El material es considerado isotrópico y con conductividad térmica constante, k . Es asumido que la superficie exterior es uniformemente calentada con un calor neto constante q . Las superficies internas de los conductos son isotérmicas con temperatura T_{min} . Los bordes derecho, izquierdo e inferior del dominio son considerados adiabáticos. En el dominio de estudio, se encuentra $\frac{1}{4}$ de elipse “0” de semiejes H_0 y L_0 , cuya posición se encuentra fija, siendo el centro de la misma correspondiente al vértice inferior derecho del dominio. Y una mitad de elipse 1 de semiejes H_1 y L_1 , cuyo centro se encuentra emplazado sobre el borde izquierdo del dominio, pudiendo variar su posición vertical sobre el eje “y”. La distancia desde el borde de la elipse 1 a la

superficie externa del álabe, se denomina H_2 representando el espesor de pared hasta el conducto, la cuál será una variable a optimizar. Variando la relación de aspecto del dominio H/L es posible variar la posición relativa de los conductos en sentido vertical y horizontal.

3.1. Condiciones de Borde

Las condiciones de borde del dominio de la Figura 3.1 son:

$$\text{“Adiabático”} \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{para } x = 0; & 0 \leq y \leq H - 2H_1 - H_2 \quad \text{y} \quad H - H_2 \leq y \leq H \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \text{para } y = 0; & 0 \leq x \leq L - L_0 \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{para } x = L; & H_0 \leq y \leq H \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{“Calor neto constante”} \quad q = k L w \frac{\partial T}{\partial y} = cte. \quad \left\{ \text{para } y = H; \quad 0 \leq x \leq L \right. \quad (3.2)$$

(Tomando unitaria la distancia perpendicular al plano, $w = 1$)

$$\text{“Superficies isotérmicas”} \quad T = T_{min}; \quad \left\{ \text{perímetro de los conductos elípticos} \right. \quad (3.3)$$

3.2. Adimensionalización

La temperatura es adimensionalizada como sigue:

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{(q/k w)} \quad (3.4)$$

Cabe destacar que \tilde{T} no representa la temperatura física del sólido, sino que puede ser interpretado como la inversa de una eficiencia de evacuación de calor, donde la configuración más eficiente generará la mínima temperatura física T y por ende la mínima \tilde{T} por ser el resto de las variables fijas en el presente modelo.

$$\text{Siendo el área del dominio de la Figura 3.1,} \quad A = H \cdot L \quad (3.5)$$

Las áreas transversales de los conductos que definen las elipses 0 y 1 respectivamente son:

$$\begin{cases} A_0 = \pi L_0 H_0 \\ A_1 = \pi L_1 H_1 \end{cases} \quad (3.6)$$

Las longitudes son adimensionalizadas con las raíz del área del dominio

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}_2) = \frac{(x, y, H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2)}{\sqrt[2]{A}} \quad (3.7)$$

A partir de las ecs. 3.4 a 3.7, la ecuación de difusión de calor, ec. 2.1 es adimensionalizada como sigue:

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial y^2}\right) = 0 \quad (3.8)$$

Las correspondientes condiciones de borde adimensionales son:

$$\text{“Adiabático”} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = 0; \quad 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} - \tilde{H}_1 - \tilde{H}_2 \quad \text{y} \quad \tilde{H} - \tilde{H}_2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 & \text{para } \tilde{y} = 0; \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} - \tilde{L}_0 \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = \tilde{L}; \quad \tilde{H}_0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

$$\text{“Calor neto constante”} \quad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{L}}; \quad \left\{ \text{para } \tilde{y} = \tilde{H}; \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} \right. \quad (3.10)$$

$$\text{“Superficies isotérmicas”} \quad \tilde{T} = 0; \quad \left\{ \text{perímetro de conductos elípticos} \right. \quad (3.11)$$

3.3. Restricción

A partir de la adimensionalización, se generan las siguientes identidades:

$$\text{El dominio rectangular dimensional se vuelve unitario:} \quad 1 = \tilde{H} \cdot \tilde{L} \quad (3.12)$$

$$\text{El área adimensional de } 1/4 \text{ de la elipse 0 es:} \quad \Phi_0 = \frac{\pi}{4} \tilde{L}_0 \tilde{H}_0 \quad (3.13)$$

$$\text{El área adimensional de } 1/2 \text{ de la elipse 1 es:} \quad \Phi_1 = \frac{\pi}{2} \tilde{L}_1 \tilde{H}_1 \quad (3.14)$$

Se define la relación de material (Φ) al cociente entre el área que resulta de la suma de los conductos elípticos y el área de dominio.

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 \quad (3.15)$$

Esta relación simboliza el porcentaje de cavidad que existe en el dominio sólido rectangular y representa una restricción de diseño, la cual tomará valores fijos establecidos por el autor. Es esperable, que en etapas de diseño, la cantidad mínima de material sólido en el álabe, sea definida por requerimientos de resistencia estructural. Sin embargo, es de interés también, analizar la variación de (Φ) y su incidencia en el comportamiento térmico.

Siendo el tamaño y relación de aspecto de ambos conductos elípticos variables a optimizar, se estudian los valores de Φ_0 que corresponden al área del conducto 0 mayor o igual al área del conducto 1. Siendo, las áreas adimensionales de los conductos elípticos:

$$\tilde{A}_0 = A_0/A = 4 \Phi_0 \quad \text{y} \quad \tilde{A}_1 = A_1/A = 2 \Phi_1 \quad (3.16)$$

Se debe cumplir la desigualdad $\tilde{A}_0 \geq \tilde{A}_1$, por lo tanto:

$$\Phi_0^{min} = 1/3 \Phi \quad (3.17)$$

Es decir, para que el área del conducto 0 sea mayor al conducto 1, el valor de $[\phi_0/\phi]_{\min} = 0.33$

Luego se define un límite máximo para el tamaño del área del conducto 0, tal que signifique el 90% de la relación de material asignada.

$$\text{Es decir, } [\phi_0/\phi]_{\max} = 0.9 \quad (3.18)$$

El cociente de las áreas adimensionales de los conductos elípticos, ec. 3.19 representa el tamaño relativo entre ambos conductos de refrigeración.

$$\frac{\tilde{A}_0}{\tilde{A}_1} = \frac{2 \phi_0}{\phi_1} \quad (3.19)$$

3.4. Variables a optimizar

Por conveniencia para la manipulación de las variables geométricas a optimizar, se toman algunos grupos de cocientes de variables adimensionales, que representan parámetros y grados de libertad a optimizar $\langle \phi_0; \tilde{H}/\tilde{L}; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1; \tilde{H}_2 \rangle$ para diferentes valores fijos predefinidos de relación material.

$$\{[\tilde{T}_{\max}]_{\min}; \phi\} = f\langle \phi_0, \tilde{H}/\tilde{L}; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1; \tilde{H}_2 \rangle \quad (3.20)$$

3.5. Metodología

La función objetivo es obtener la mínima temperatura máxima sobre el sólido del álabe, lo cual sucederá, cuando la resistencia térmica adimensional de la sección central del álabe de la Figura 2.2 sea mínima.

$$[\tilde{R}_t]_{\min} = \left(\frac{(T_{\max} - T_{\min})}{4q} \right) k w = \left[\frac{\tilde{T}_{\max}}{4} \right]_{\min} \quad (3.21)$$

El campo de temperaturas adimensionales sobre el sólido es obtenido mediante la resolución de la ecuación 3.8 con las condiciones de borde determinadas por las ecs. 3.9 a 3.11, mediante el método de elementos finitos, utilizando software Matlab (Matlab, 2016).

La malla es generada con elementos triangulares y es refinada gradualmente hasta asegurar independencia de la solución respecto al tamaño de los triángulos (o análogamente a la cantidad de los mismos), ver Tabla 3.1.

Se define que se ha alcanzado la independencia de malla cuando la diferencia entre dos soluciones con sucesivos incrementos en la cantidad de elementos es menor al 0,5%, es decir:

$$\left| (\tilde{T}_{\max}^i - \tilde{T}_{\max}^{i-1}) / \tilde{T}_{\max}^{i-1} \right| * 100 < 0.5 \quad (3.22)$$

Tabla 3.1 - Tabla de independencia de malla modelo I

N° refinación	N° triángulos	\tilde{T}_{max}^i	$(\tilde{T}_{max}^i - \tilde{T}_{max}^{i-1})/\tilde{T}_{max}^{i-1}$
Inicio	142	0.3645	-
1°	568	0.3666	0.58
2°	2272	0.3668	0.05
3°	9088	0.3669	0.03

Fuente: Base propia

En el caso expuesto en la Tabla 3.1 la independencia de malla es alcanzada con el segundo refinamiento.

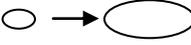
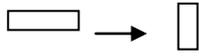
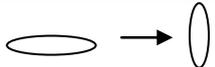
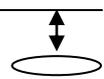
La herramienta PDETOOL de Matlab[®] (Matlab, 2016) posee una función denominada "adaptmesh" que genera el refinamiento únicamente de aquellos triángulos donde el error estimado es mayor, no siendo posible por ejemplo, realizar un refinamiento local definido por el usuario.

Los rangos de variación de las variables fueron establecidos según limitaciones estructurales (limitar concentración de tensiones en bordes demasiado agudos de elipses, espesores mínimos de pared, etc.), y limitaciones geométricas básicas que debe cumplir el diseño del dominio elemental de la Figura 3.1.

La relación de material \emptyset toma valores que fueron definidos también atendiendo a limitaciones geométricas del dominio elemental, considerando que el área de los conductos varíe entre un 10 y 30% del área del dominio.

La Tabla 3.2, resume los extremos del rango de variación de cada una de las variables consideradas en el análisis.

Tabla 3.2 - Rangos de variación de las variables a optimizar

Rangos	Indicaciones
$\phi = [0.1 - 0.3]$	relación material (cavidad/sólido)
$\phi_0 = [\frac{\phi}{3} - 0.9\phi]$	tamaño de la elipse "0" 
$\tilde{H}/\tilde{L} = [0.3 - 2]$	relación de aspecto del dominio 
$\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = [0.4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "0" 
$\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = [0.4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "1" 
$\tilde{H}_2 = [0.1 - (H - 2H_1)]$	espesor de pared entre elipse "1" y superficie externa 

Fuente: Base propia

La optimización es llevada adelante por el método de búsqueda exhaustiva mediante la resolución del problema numérico para cada configuración posible, atendiendo a todas las combinaciones de las 6 variables en los rangos establecidos en la Tabla 3.2

Tomando valores de la relación de material ϕ fijos de 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 y 0.3, se asignan valores a las 5 variables restantes de forma tal, de generar un mínimo de 6 puntos por cada rango de variación (intervalo fijo), generando aproximadamente $5^6 = 15625$ combinaciones geométricas a resolver para cada valor de ϕ fijo.

Una vez identificadas las zonas de mínimos relativos o absolutos, se procede a realizar, en el rango de interés, refinamientos sucesivos del incremental, hasta obtener la convergencia del método iterativo establecido con una precisión de milésima de unidad de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, es decir entre dos resultados de geometrías diferenciadas por un incremental tendiendo a cero, se debe cumplir $(\tilde{T}_{m\acute{a}x}^i - \tilde{T}_{m\acute{a}x}^{i-1}) < 0.001$

La optimización es alcanzada cuando se obtiene el mínimo valor de la máxima temperatura adimensional $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ sobre el dominio, correspondiéndose con el diseño Constructual.

Debido al gran número de variables a analizar, la presentación de las curvas de variación de las variables respecto de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se lleva a cabo siguiendo sistemáticamente la secuencia que se detalla a continuación:

- Se mantiene una relación de material fija ϕ (se inicia con $\phi = 0.1$)
- Primer paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de \tilde{H}_2 con relación a las 4 variables restantes.
- Segundo paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 ; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y ϕ_0 manteniendo constante \tilde{H}/\tilde{L} y \tilde{H}_2 .
- Tercer paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de \tilde{H}/\tilde{L} y ϕ_0 manteniendo constante el resto de las variables.
- Cuarto paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de la relación material ϕ , mediante la repetición de los pasos 1, 2 y 3 para diferentes valores de ϕ .

3.6. Verificación del modelo numérico I

La verificación del modelo numérico desarrollado en Matlab[®] (Matlab, 2016) se obtiene por comparación frente a soluciones del mismo problema, desarrollado en un software comercial de transferencia de calor. Se utiliza para tal fin, el software Comsol[®] (Comsol, 2016).

Las soluciones obtenidas mediante Comsol[®] presentan, en todos los casos, valores de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ idénticos hasta la milésima de unidad, con los obtenidos en Matlab[®]. La Figura 3.2 representa soluciones para la misma configuración con Matlab[®] y Comsol[®] demostrando lo expuesto anteriormente.

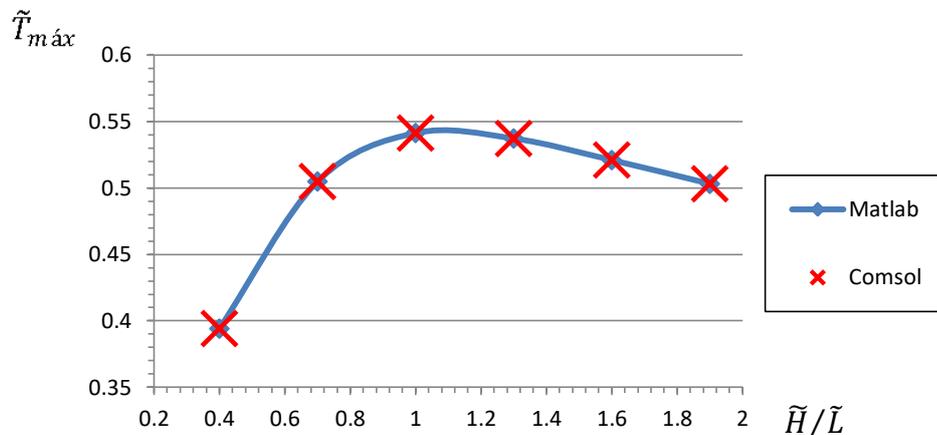


Figura 3.2 - Comparación de soluciones en Matlab y Comsol de: $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi=0.1$; $\phi_0 = 0.034$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

3.7. Resultados del modelo I

Los resultados del primer paso, arrojan que la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ crece monótonamente a medida que \tilde{H}_2 es incrementado, para diferentes valores de \tilde{H}/\tilde{L} ; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 ; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , tal como se expone en las Figuras 3.3 a 3.5 respectivamente.

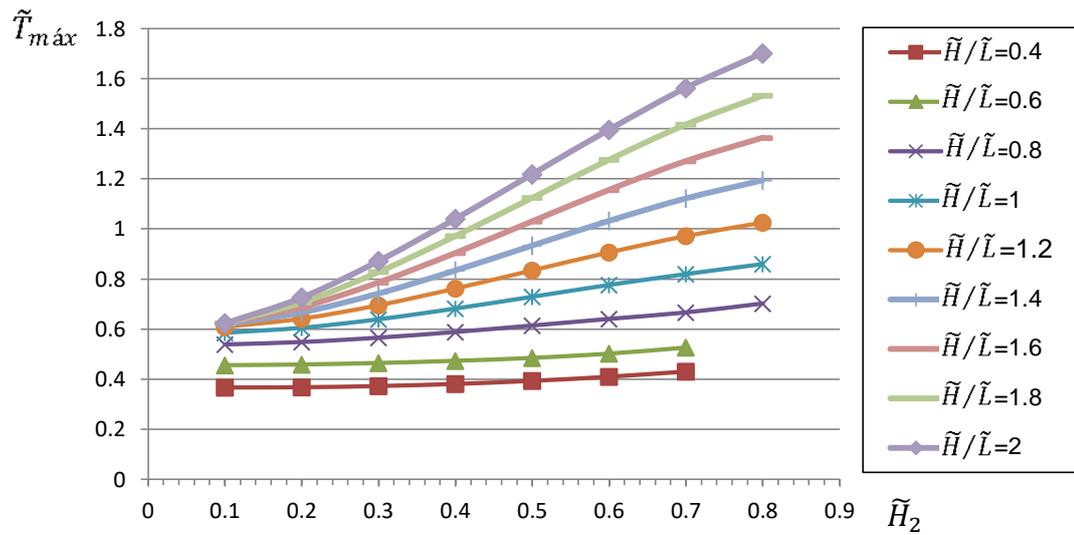


Figura 3.3 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$

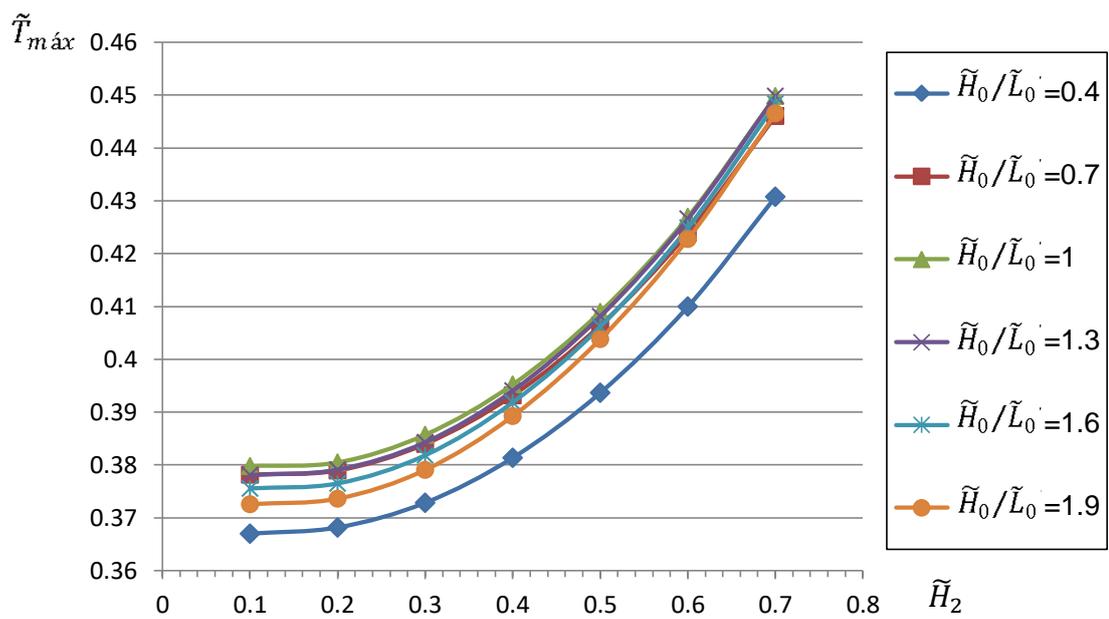


Figura 3.4 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$

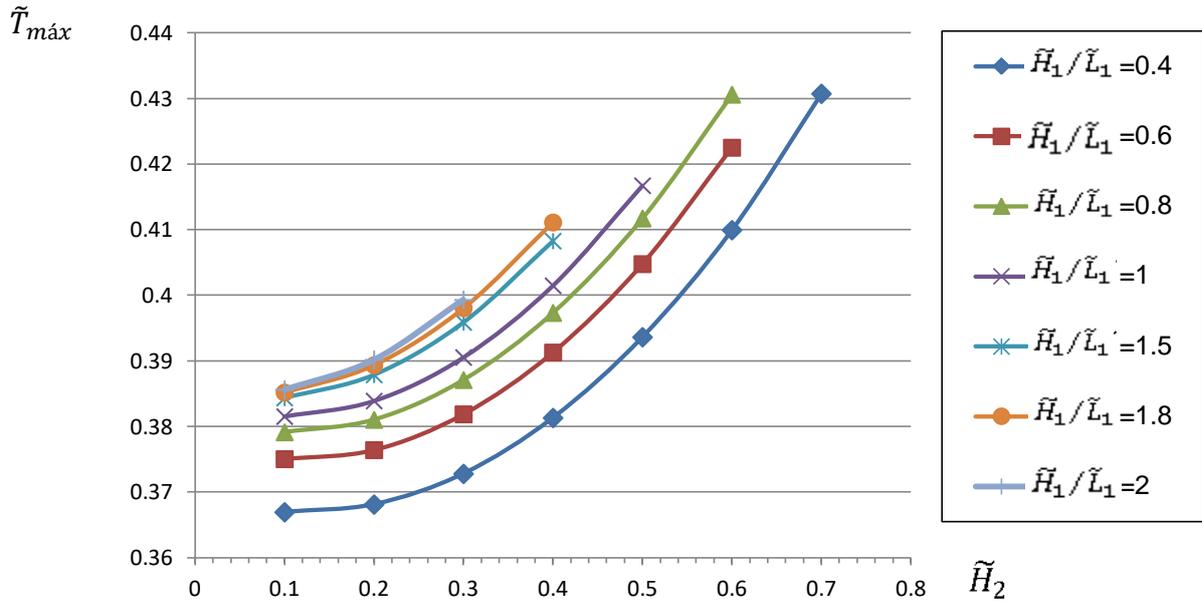


Figura 3.5 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$.

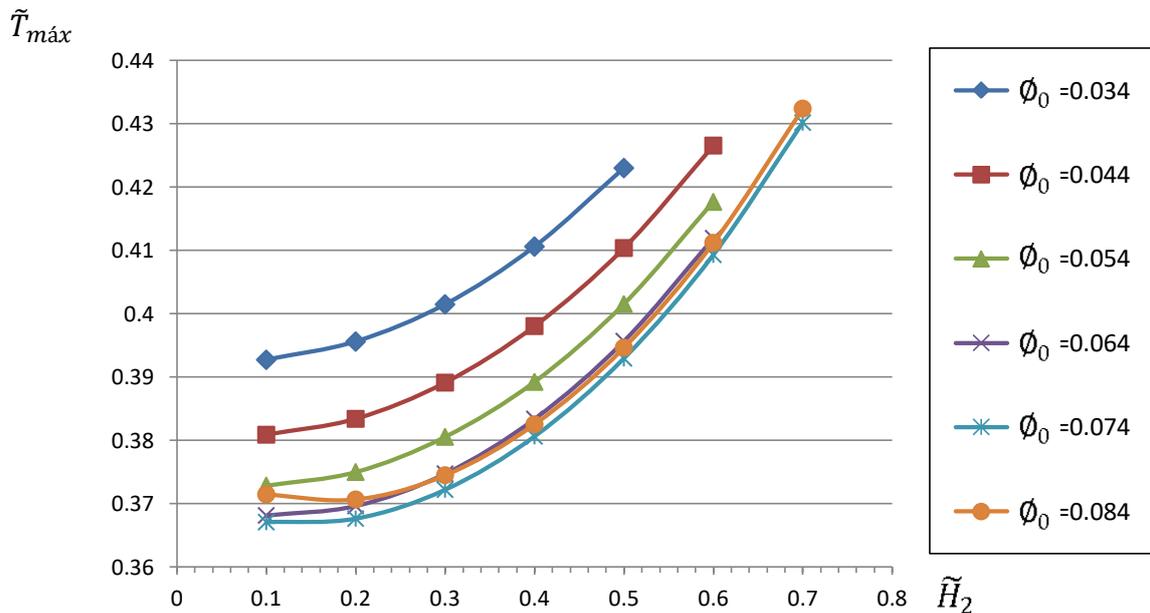


Figura 3.6 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes ϕ_0 constantes, con $\phi=0.1$, $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$.

Al analizar la variación de \tilde{H}_2 con respecto a ϕ_0 , para valores constantes del resto de las variables, se observan dos cuestiones las cuales se evidencian en la Figura 3.6. La curva de $\phi_0 = 0.074$ es la que genera menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para todos los valores de \tilde{H}_2 , lo que evidencia la existencia de un ϕ_0 óptimo que no corresponde al extremo del rango de variación. Además, se

observa un decrecimiento en la máxima temperatura monótonamente con la reducción de \tilde{H}_2 para todos los valores de ϕ_0 , salvo para $\phi_0 = 0.084$, donde aparece un mínimo absoluto próximo a $\tilde{H}_2 = 0.2$. Debido a que la curva de $\phi_0 = 0.084$ no genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, no resulta de interés para este trabajo profundizar el análisis del comportamiento particular en dicha configuración geométrica.

Después de analizar el comportamiento de \tilde{H}_2 con el resto de las variables, se concluye que el valor óptimo absoluto corresponde a $[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt} = 0.1$.

Los resultados del segundo paso, manteniendo constante el valor óptimo hallado en el paso 1, arrojan la existencia de un único valor óptimo de ϕ_0 para cada valor de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 , tal como se muestra en la Figura 3.7 para valores constantes de ϕ : \tilde{H}/\tilde{L} y \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . El valor mínimo de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se logra con la menor relación de aspecto de la elipse 0, es decir, $[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\acute{o}pt} = 0.4$ en un valor próximo a $\phi_0 = 0.07$.

Siendo que se ha mantenido constante $\phi = 0.1$ de la ec. 3.15 se obtiene $\phi_1 = 0.03$, resultando el área total de la elipse 0, 4.6 veces superior al área de la elipse 1, es decir $\tilde{A}_0/\tilde{A}_1 = 4.6$.

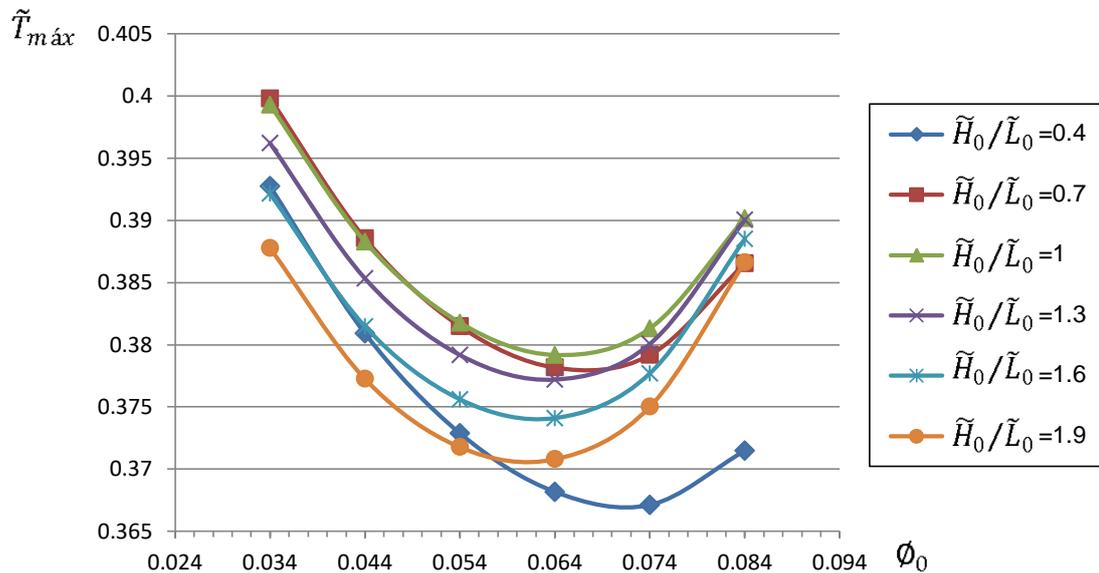


Figura 3.7 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

De la Figura 3.8, es inferido que para todas las curvas de ϕ_0 constante, $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ decrece a medida que \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 es reducido. Nuevamente valores de $\phi_0 \geq 0.074$ no representan curvas de mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, por lo cual el análisis de su comportamiento no es realizado. Resulta entonces

que el valor óptimo de relación de aspecto de la elipse 1 corresponde al extremo inferior del rango de variación $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\text{ópt}} = 0.4$

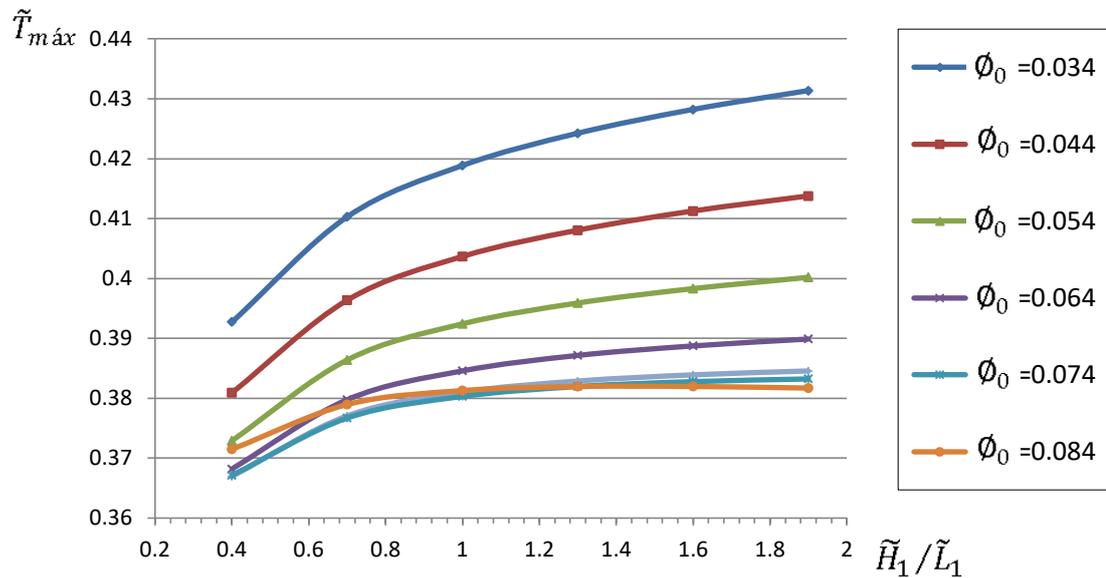


Figura 3.8 - $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

La Figura 3.9 muestra una gráfica de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes valores constantes de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 donde se evidencia que la mínima $\tilde{T}_{\text{máx}}$ se alcanza en los extremos del rango de variación, siendo el mínimo absoluto, cuando ambas elipses poseen la mínima relación de aspecto, es decir $[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\text{ópt}} = 0.4$ y $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\text{ópt}} = 0.4$.

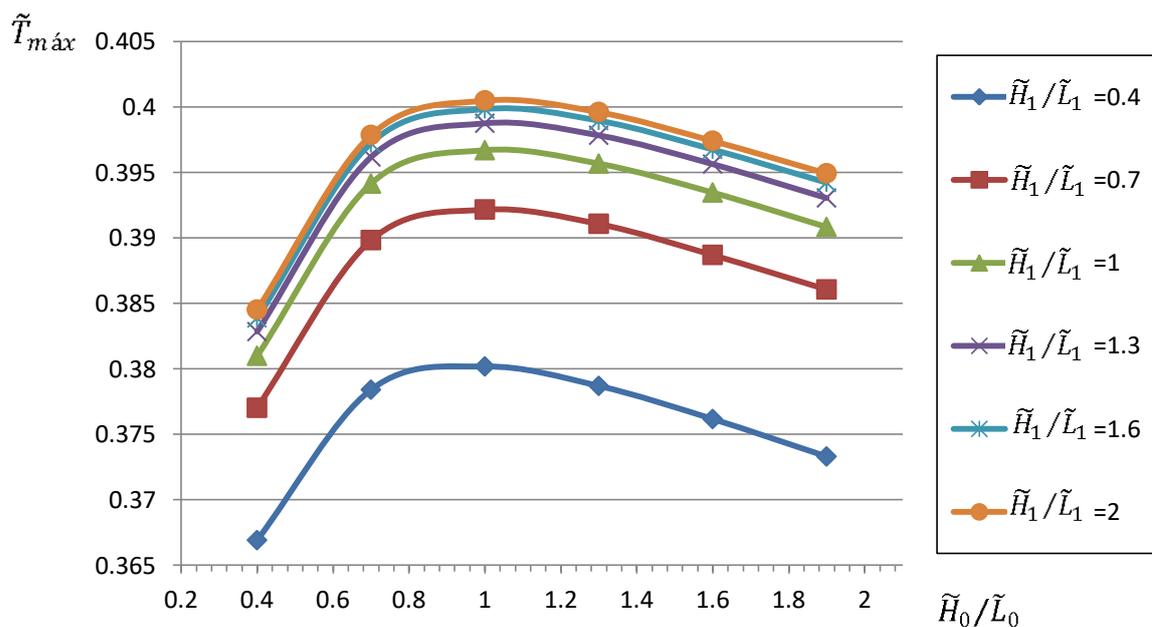


Figura 3.9 - $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.07$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

Para el tercer paso de análisis se mantienen constante los valores óptimos $[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\text{opt}} = 0.4$; $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\text{opt}} = 0.4$; $[\tilde{H}_2]_{\text{opt}} = 0.1$. Al analizar el comportamiento de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ respecto de la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} y del tamaño relativo de las elipses, para una relación de material fija $\phi = 0.1$, tal como se representa en la Figura 3.10, las curvas de ϕ_0 constante evidencian gran sensibilidad respecto de \tilde{H}/\tilde{L} , especialmente en el rango de 0.4 a 1 donde el comportamiento es prácticamente lineal con una elevada pendiente. Según la misma Figura, con una adecuada selección de \tilde{H}/\tilde{L} y ϕ_0 sería posible, a priori, reducir a la mitad la máxima temperatura. En la Figura 3.11 se ha realizado una ampliación del gráfico de la Figura 3.10 en el rango de \tilde{H}/\tilde{L} de 0.3 a 0.5. A simple vista, se evidencia la existencia de un mínimo absoluto para cada curva de $\phi_0 = \text{cte.}$ cuyo valor óptimo de \tilde{H}/\tilde{L} ocurre entorno de 0.3 a 0.4, en todos los casos. A su vez, también se puede concluir que para cada valor de \tilde{H}/\tilde{L} , existe un único valor óptimo de ϕ_0 . Luego de realizar refinamientos sucesivos hasta alcanzar la convergencia del método, el mínimo absoluto de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ se obtiene para $[\phi_0]_{\text{opt}} = 0.069$ y $[\tilde{H}/\tilde{L}]_{\text{opt}} = 0.36$.

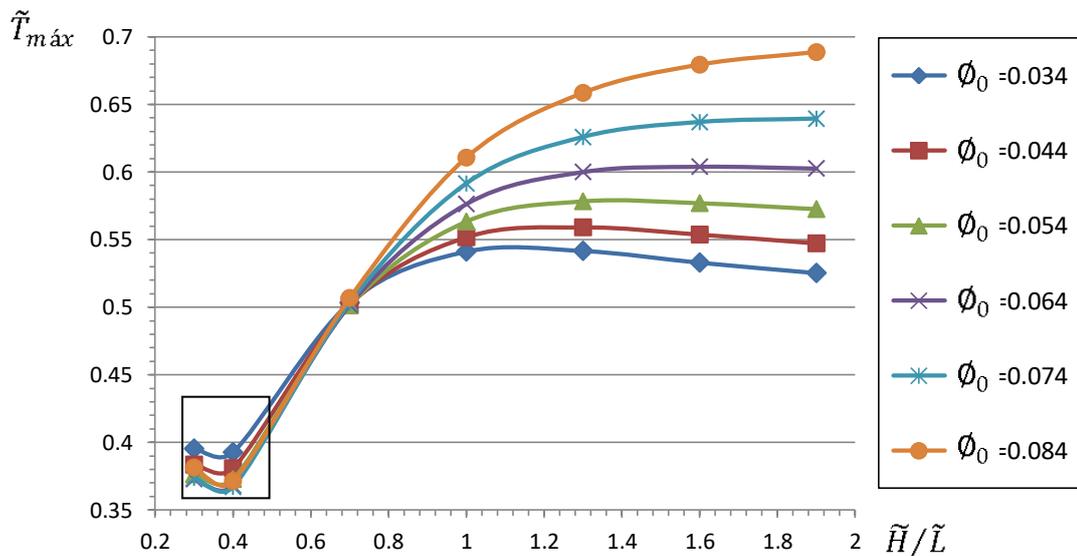


Figura 3.10 - $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes $\phi_0 = \text{cte.}$ con $\phi = 0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

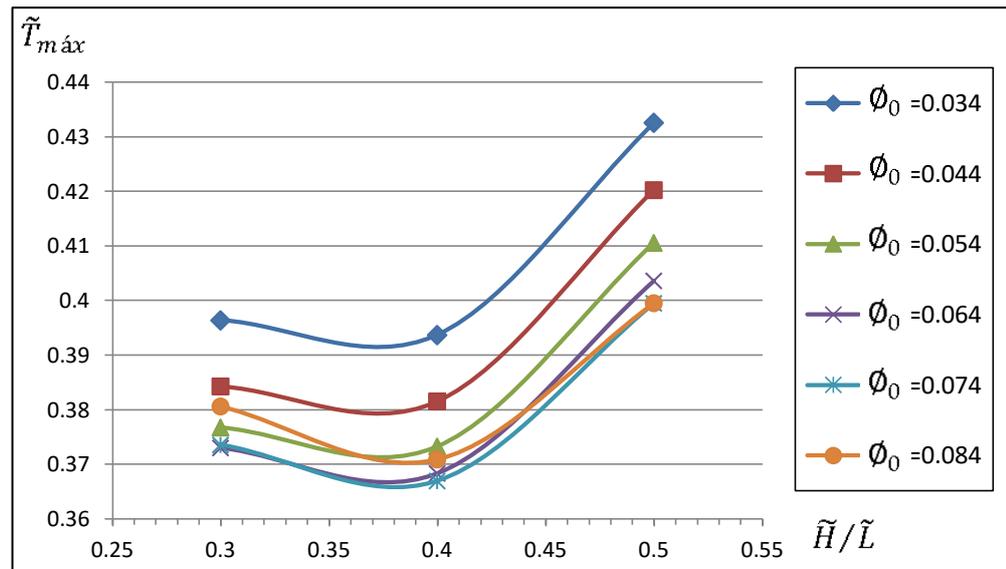


Figura 3.11 - Ampliación del recuadro de la Figura 3.10

Cuarto paso: hasta aquí se ha encontrado el diseño Constructural para una relación de material fija $\phi = 0.1$. Se repiten los 3 pasos de análisis sistemáticamente para diferentes valores de ϕ . Los resultados establecen que los valores óptimos de relación de aspecto de ambas elipses y espesor de pared continúan siendo óptimos para los valores inferiores de escala, es decir $[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\text{ópt}} = 0.4$; $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\text{ópt}} = 0.4$ y $[\tilde{H}_2]_{\text{ópt}} = 0.1$ para diferentes valores de ϕ . Sin embargo, el tamaño relativo de las elipses ϕ_0 y la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} , continúan mostrando que existe un único valor óptimo fuera de los extremos del rango de variación, que minimiza $\tilde{T}_{\text{máx}}$, tal como se observa en las Figuras 3.12 y 3.13.

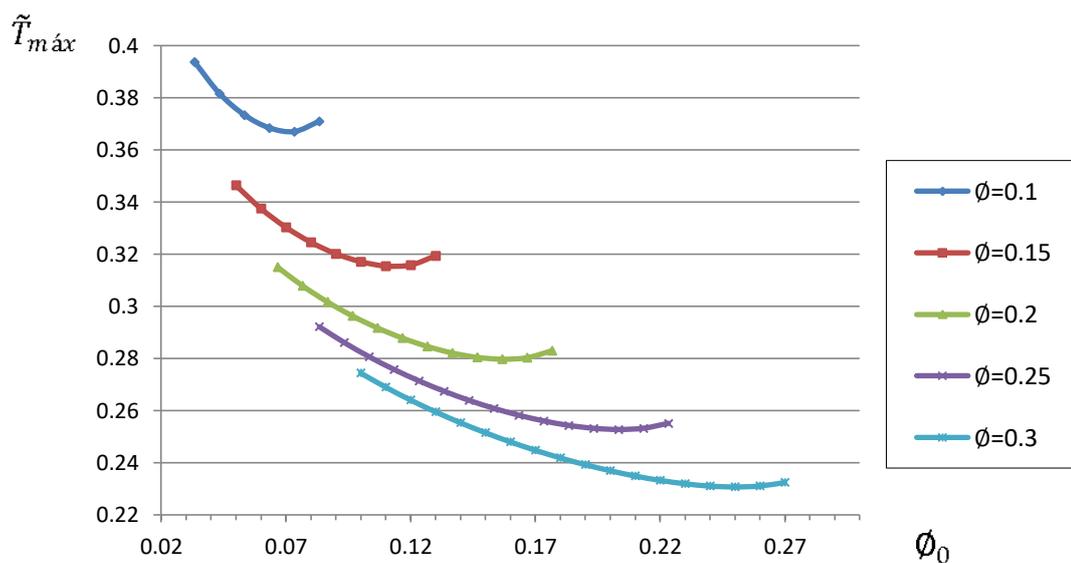


Figura 3.12 - $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. ϕ_0 para diferentes ϕ con $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

Localizadas las zonas de las variables que generan mínimos absolutos de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se realizan refinamientos sucesivos hasta alcanzar la convergencia. La Tabla 3.3 resume los resultados del dise˜no Constructual para diferentes valores de \emptyset , donde ademas indica la correspondiente relaci3n entre áreas adimensionales de los conductos \tilde{A}_0/\tilde{A}_1 . En la Figura 3.14 se muestran las isotermas sobre los perfiles de las Tabla 3.3.

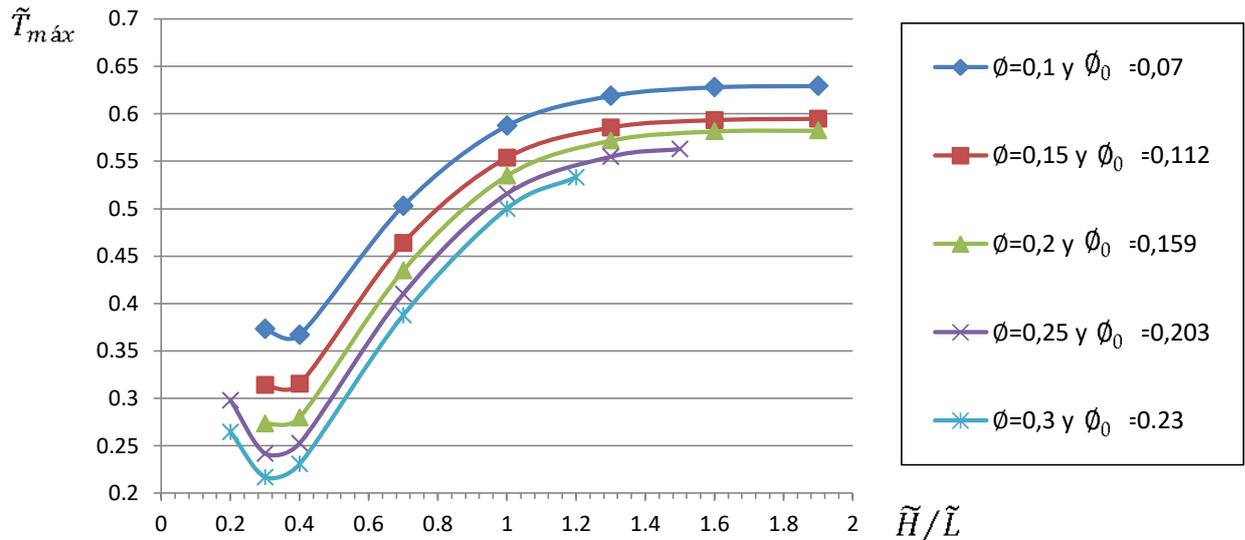


Figura 3.13 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes \emptyset y su valor 3ptimo de \emptyset_0 , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Tabla 3.3 - Dise˜no Constructual para diferentes relaciones de material (\emptyset). Modelo I

\emptyset	$[\emptyset_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}/\tilde{L}]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt}$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$\tilde{R}_{m\acute{i}n}$	$[\tilde{A}_0/\tilde{A}_1]_{\acute{o}pt}$	Figura 3.14
0.1	0.069	0.36	0.4	0.4	0.1	0.363	0.091	4.5	(a)
0.15	0.109	0.34	0.4	0.4	0.1	0.308	0.077	5.3	(b)
0.2	0.149	0.33	0.4	0.4	0.1	0.270	0.067	5.8	(c)
0.25	0.19	0.32	0.4	0.4	0.1	0.240	0.060	6.3	(d)
0.3	0.23	0.31	0.4	0.4	0.1	0.215	0.054	6.6	(e)

Fuente: Base propia

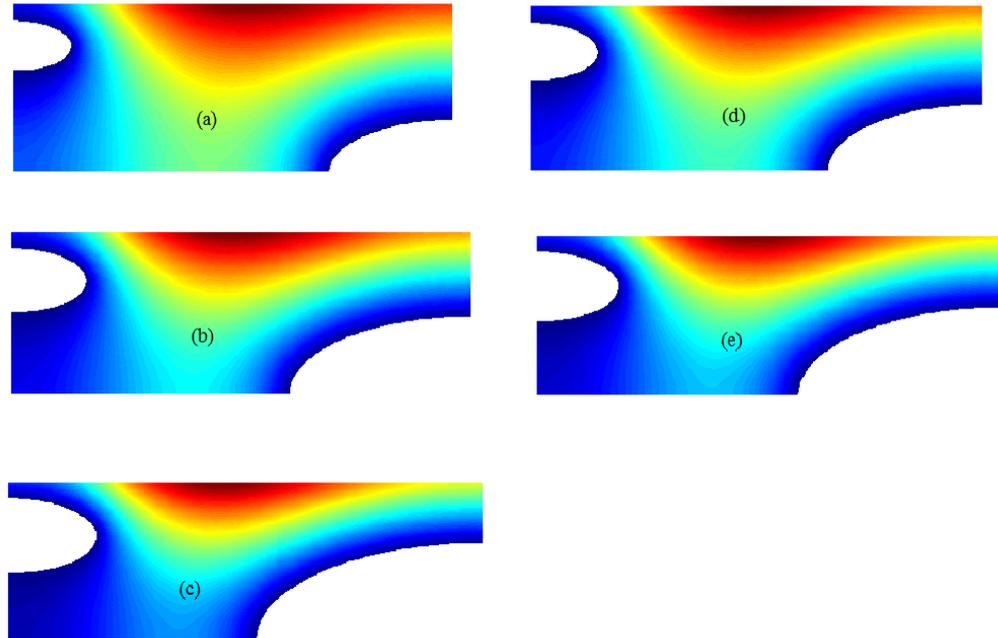


Figura 3.14 - Perfiles de temperatura constante para cada diseño Constructual referentes a la Tabla 3.3

El área externa por donde ingresa el calor neto q es $w \cdot L$, por lo tanto para diferentes relaciones de aspecto del dominio H/L , variará el área externa. Si se pretende que q se mantenga constante deberá variar el flujo de calor por unidad de área, lo cual implicaría diferentes estados de carga de la turbina para cada relación de aspecto diferente. Este hecho motivó a estudiar un nuevo modelo con flujo de calor por unidad de área constante \bar{q} en el borde externo el cual se desarrolla en el modelo II.

4. MODELO II “ÁLABE ELEMENTAL CON FLUJO DE CALOR CONSTANTE Y TEMPERATURA IMPUESTA”

El modelo físico y matemático es mantenido según el modelo I en todos sus definiciones tanto como en su metodología de análisis, salvo en las definiciones que siguen:

La condición de borde de calor neto constante ec. 3.3 es reemplazada por:

Flujo de calor por unidad de área constante:

$$\ddot{q} = k \frac{\partial T}{\partial y} = cte [W/dm^2] \quad para \quad y = H; \quad 0 \leq x \leq L \quad (4.0)$$

Esta nueva condición de borde conlleva a que el calor neto "q" que ingresa al dominio elemental a través de la superficie $w \cdot L$ no sea constante para diferentes relaciones de aspecto del dominio:

$$q = \frac{\ddot{q} w \sqrt{A}}{\sqrt{H/L}} \quad (4.1)$$

El calor adimensional se define como:

$$\tilde{q} = \frac{q}{\ddot{q} w \sqrt{A}} = \frac{1}{\sqrt{H/L}} \quad (4.2)$$

Es conveniente redefinir la temperatura adimensional de forma de poder mantener un cociente fijo, para las diferentes relaciones de aspecto del dominio:

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{(\ddot{q} w) / k} \quad (4.3)$$

Al adimensionalizar la nueva condición de borde ec. 4.0 queda:

$$\text{“Flujo de calor constante”} \quad \left\{ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\sqrt{A}}{w} = 1; \quad para \quad \tilde{y} = \tilde{H}; \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} \right. \quad (4.4)$$

La Figura 4.1 ilustra el dominio de análisis y las condiciones de borde del modelo II.

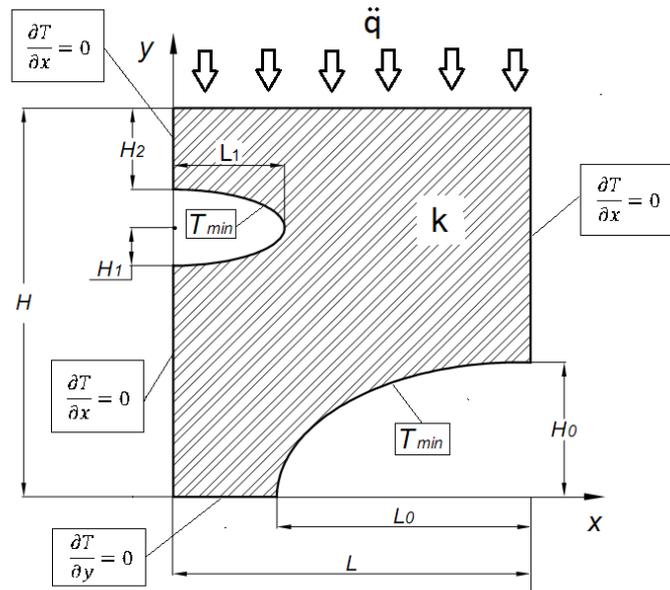


Figura 4.1 - Dominio elemental con condiciones de borde del modelo II

4.1. Verificación del modelo numérico II

La verificación del modelo numérico desarrollado en Matlab[®] (Matlab, 2016) se obtiene por comparación frente a soluciones del mismo problema, desarrollado en un software comercial de transferencia de calor. Se utiliza para tal fin, el software Comsol[®] (Comsol, 2016)

Las soluciones obtenidas mediante el software Comsol[®] presentan, en todos los casos, valores de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ idénticos hasta la milésima de unidad, con los obtenidos en Matlab[®]. A modo de ejemplo, la Figura 4.2 representa las soluciones para idénticas condiciones con Matlab[®] y Comsol[®] demostrando lo expuesto anteriormente.

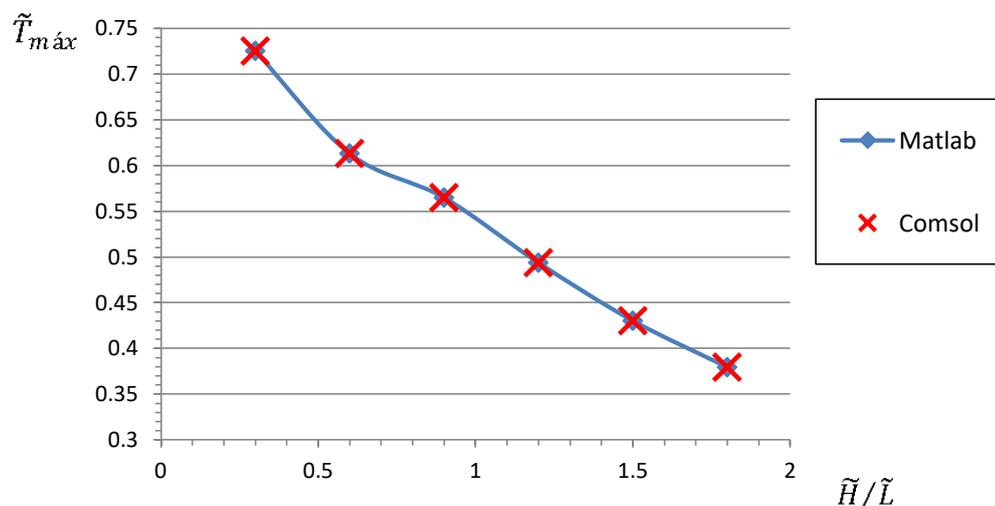


Figura 4.2 - Comparación de resultados con Matlab[®] y Comsol[®] de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi = 0.1$; $\phi_0 = 0.034$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

4.2. Resultados del modelo II

Los resultados del primer paso, arrojan que la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ decrece monótonamente a medida que \tilde{H}_2 es reducido, para diferentes valores de \tilde{H}/\tilde{L} ; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 ; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y ϕ_0 análogamente se puede afirmar en el modelo I. Por esto, se concluye que el valor óptimo absoluto corresponde a $[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt} = 0.1$ que se corresponde con el mínimo espesor de pared (menor resistencia térmica).

Los resultados del segundo paso, manteniendo constante el valor $[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt} = 0.1$, revelan que la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se alcanza para todas las curvas de $\phi_0 = cte$ cuando \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 se encuentra en los extremos opuestos de su rango de variación, dependiendo del valor de \tilde{H}/\tilde{L} . Es decir, \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 óptimo pasa de 0.4 a 2 a medida que \tilde{H}/\tilde{L} se incrementa. En las Figuras 4.3, 4.4 y 4.5 se ha graficado la variación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con respecto a \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para valores de \tilde{H}/\tilde{L} iguales a 0.3, 1 y 2 respectivamente. Mientras que para $\tilde{H}/\tilde{L}=0.3$ el valor óptimo de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 se encuentra en el extremo inferior del rango de variación, para $\tilde{H}/\tilde{L}=1$, el valor óptimo de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 pasa a encontrarse en el extremo superior del rango de variación. La Figura 4.6 resume lo expuesto donde para $\tilde{H}/\tilde{L} < 0.4$ la curva de $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$ genera menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, mientras que para $\tilde{H}/\tilde{L} > 0.4$ la curva de $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 2$ genera la menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. A su vez, a partir de $\tilde{H}/\tilde{L} = 1.3$ en adelante la variación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ es inferior a 1% entre ambas curvas. Este comportamiento demuestra que para valores de $\tilde{H}/\tilde{L} < 0.4$, la proximidad de la elipse 0 con el borde exterior, permite que a menor relación de aspecto de la elipse 0, el área de transferencia de calor del conducto próxima al borde exterior sea maximizado, evacuando mayor calor, generando una menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. Por otro lado, para valores de $1.3 < \tilde{H}/\tilde{L} < 0.4$ la lejanía de la elipse 0 con el borde exterior, permite que a mayor relación de aspecto de la elipse 0, el borde del conducto se aproxime a la superficie externa, reduciendo la distancia recorrida por el flujo calor y la resistencia térmica, generando una Menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. A partir de $\tilde{H}/\tilde{L} > 1.3$, la lejanía de la elipse 0 con el borde externo toma tal magnitud, que su participación en la transferencia de calor se vuelve cada vez menos significativa, por ende, su relación de aspecto se vuelve irrelevante respecto de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, lo cual es inferido a partir de las curvas visiblemente planas de la Figura 4.5.

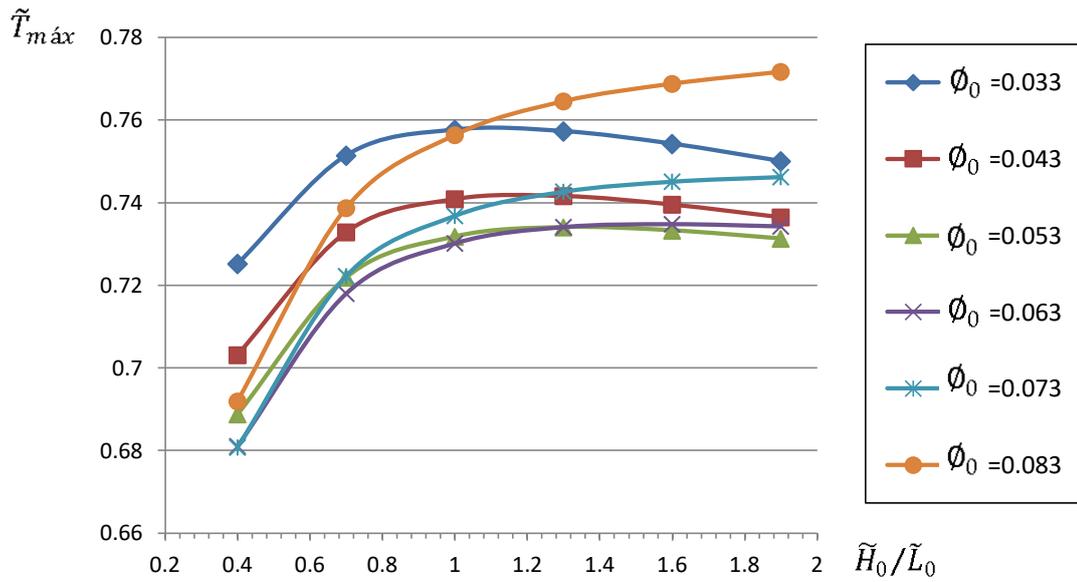


Figura 4.3 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 com $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.3$; y $\tilde{H}_2=0.1$

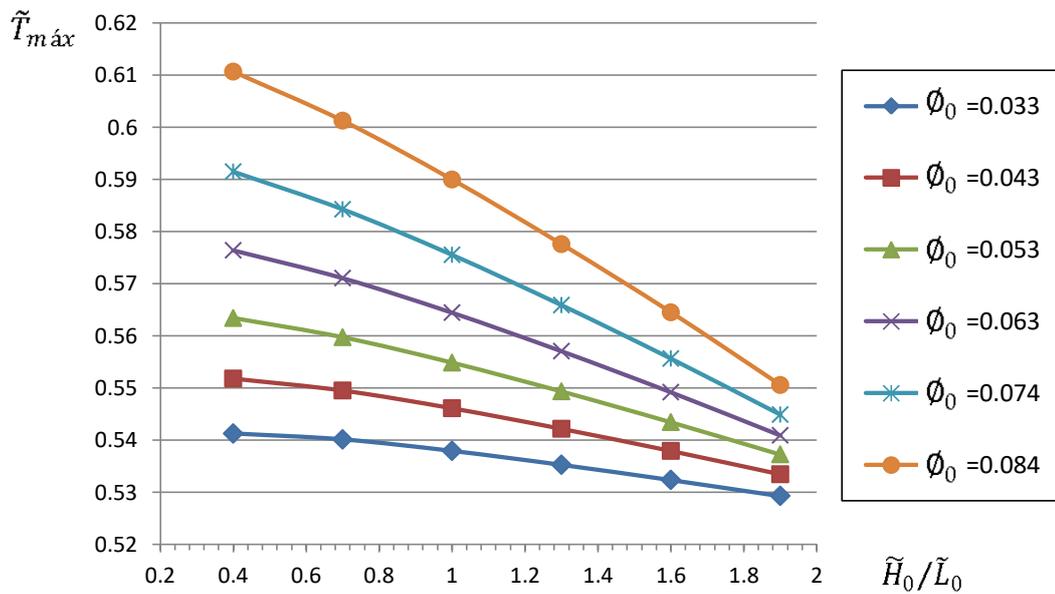


Figura 4.4 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 com $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

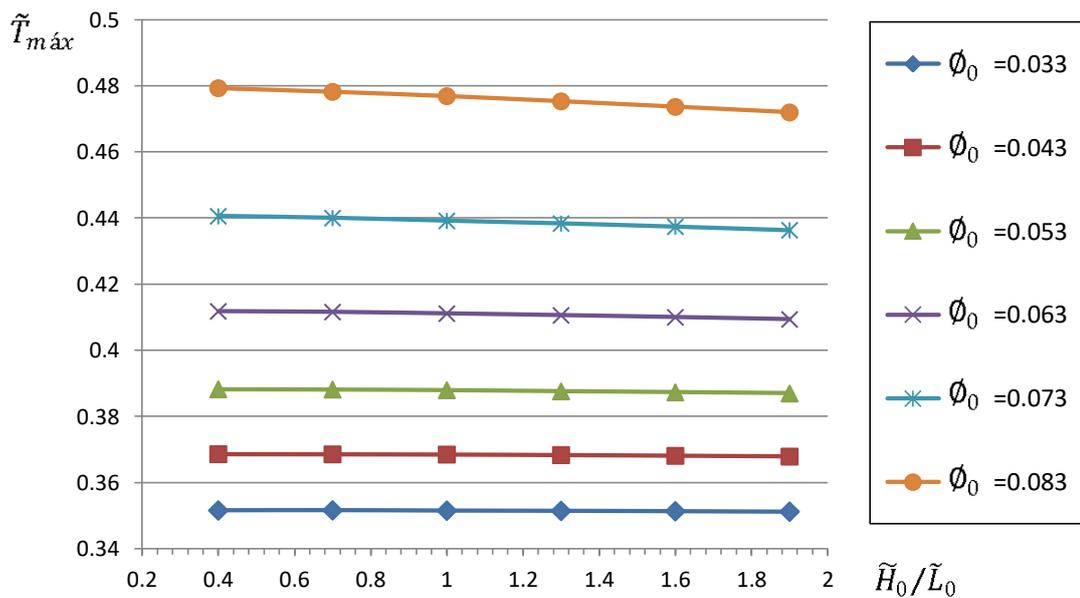


Figura 4.5 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=2$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

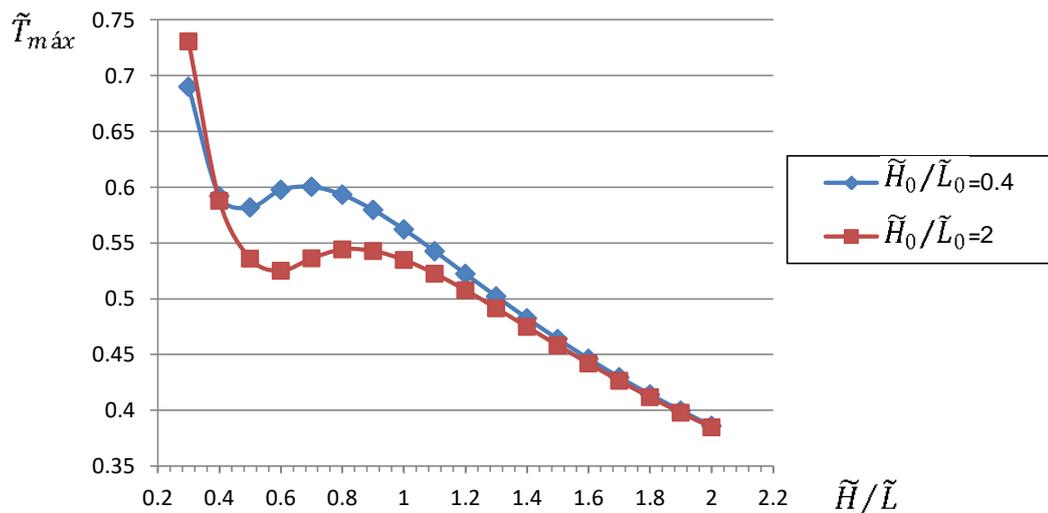


Figura 4.6 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\phi_0 = 0.053$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Al analizar el comportamiento de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , se observa que para todas las curvas de ϕ_0 constante decrece la temperatura máxima a medida que \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 es reducido independiente del valor del resto de las variables. Se concluye entonces, que el valor óptimo de relación de aspecto de la elipse 1 corresponde al extremo inferior del rango de variación $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\acute{o}pt} = 0.4$.

Tercer paso: el comportamiento de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ respecto a la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} y el tamaño relativo de las elipses ϕ_0 , tal como se representa en la Figura 4.7, revela gran sensibilidad respecto de \tilde{H}/\tilde{L} en los rangos de [0.3 a 0.5] y [1 a 2] donde el comportamiento es

prácticamente lineal con elevada pendiente. Las curvas de ϕ_0 constante evidencian en todos los casos, existencia de un mínimo relativo próximo a $\tilde{H}/\tilde{L}=0.5$ y un mínimo absoluto en el extremo superior del rango de variación ($\tilde{H}/\tilde{L}=2$).

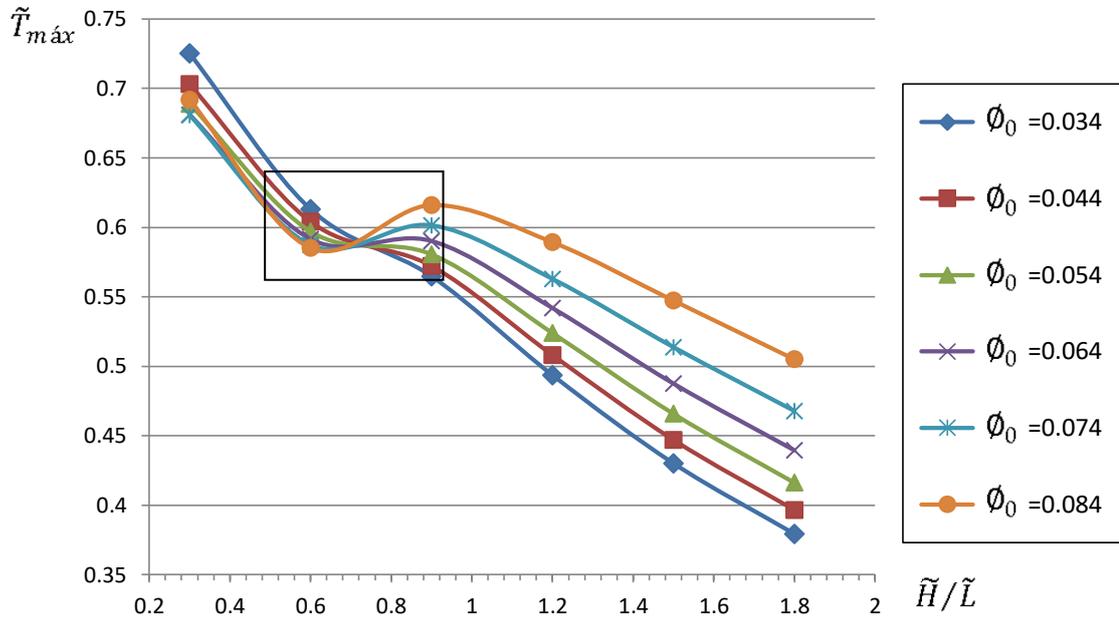


Figura 4.7 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

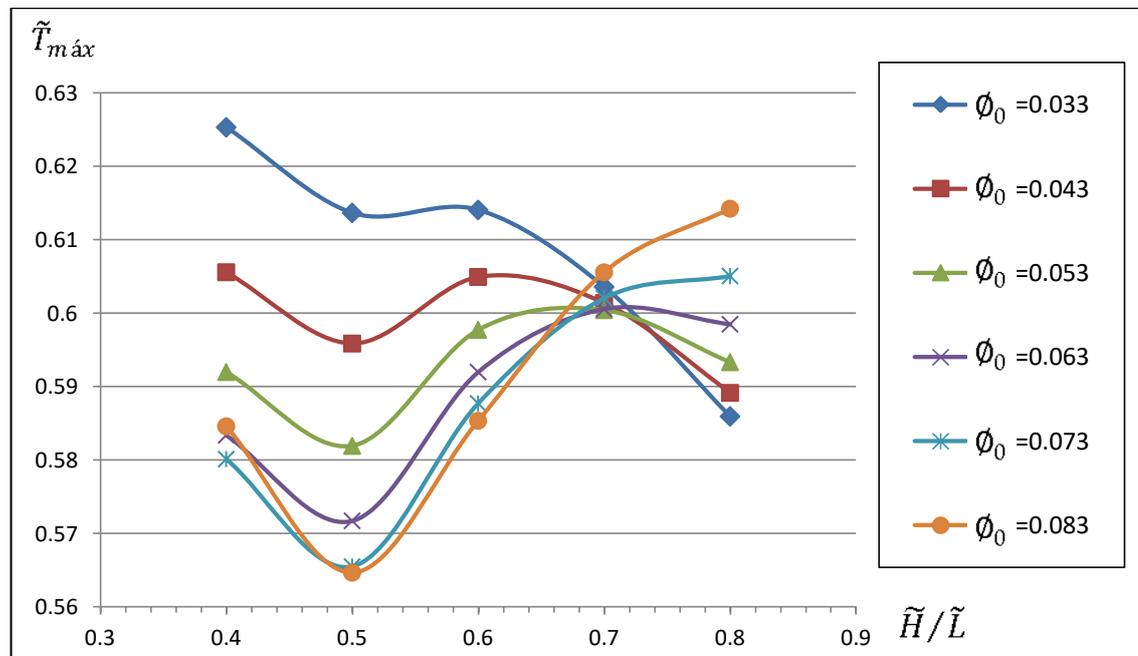


Figura 4.8 - Ampliación del recuadro de la Figura 4.7 en el mínimo relativo de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$

Recordando que el flujo de calor por unidad de área proveniente desde el exterior es constante, a medida que \tilde{H}/\tilde{L} aumenta, el calor neto ingresado al dominio disminuye, pues el borde exterior (L) se reduce. La mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se alcanza para $\phi_0 = 0.033$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=2$ lo cual significa, elipses de igual tamaño y menor calor neto ingresado respectivamente (Figura 4.9).

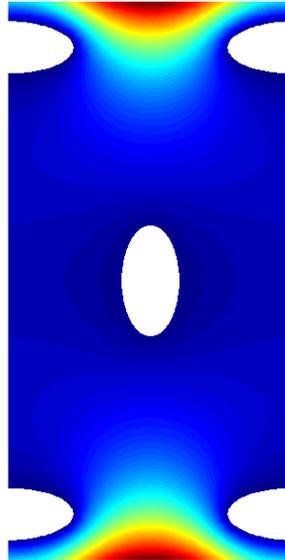


Figura 4.9 - Isotermas para configuración con $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$; $\phi_0 = 0.033$; $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=2$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Sin bien el requerimiento en el diseño de un álabe, es obtener la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con esta configuración, ocurre a expensas de un menor calor neto ingresado debido a la menor área de transferencia de calor. Además, en la misma Figura 4.9 se evidencia prácticamente una reducción significativa en la participación de la evacuación de calor de la elipse 0 (isotermas de alta temperatura, de color cian, verdes, amarillos y rojas distantes de la elipse 0). Por lo expuesto, se establece que para el presente modelo, resulta de mayor interés los valores de $\tilde{H}/\tilde{L} < 0.8$ donde se localiza un mínimo relativo de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ (fig 4.8). A modo de ejemplificar la importancia de lo expuesto, en la Tabla 4.1 para $\phi_0 = 0.083$, es posible lograr la misma $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ reduciendo 63% el valor de \tilde{H}/\tilde{L} , lo cual significa un 40% más calor ingresado, significando una mayor evacuación de calor en el segundo caso.

Tabla 4.1 - Diferentes configuraciones que generan una misma $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$

ϕ	ϕ_0	\tilde{H}/\tilde{L}	\tilde{H}_0/\tilde{L}_0	\tilde{H}_1/\tilde{L}_1	\tilde{H}_2	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	\tilde{q}
0.1	0.083	0.5	0.4	0.4	0.1	0.565	1.41
0.1	0.083	1.35	0.4	0.4	0.1	0.565	0.86

Fuente: Base propia

Un refinamiento en el rango de interés de \tilde{H}/\tilde{L} , ha permitido realizar la Figura 4.8 donde se evidencia la existencia de un único valor mínimo para todas las curvas de Φ_0 constante, en $\tilde{H}/\tilde{L}=0.5$, siendo la curva de $\Phi_0 = 0.083$ la que genera la menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

Debido a que el área por donde se transfiere calor desde el exterior, se ve modificada para diferentes valores de relación de aspecto del dominio, modificando el calor neto ingresado, resulta de interés definir un indicador de eficiencia de la evacuación de calor, que permita comparar diferentes configuraciones de relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} y permita distinguir aquella configuración que maximiza la transferencia de calor, generando la mínima temperatura máxima sobre el metal. Para ello, se define la eficiencia de evacuación de calor como:

$$\xi = \frac{q/kw}{(T_{m\acute{a}x}-T_{m\acute{i}n})} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{T}_{m\acute{a}x}} \quad (4.5)$$

Siendo,

$$k = 1 \left[\frac{kJ}{mK} \right] \quad y \quad w = 1 [dm]$$

La eficiencia de evacuación de calor en función de las variables adimensionales se determina como:

$$\xi = \frac{1/\sqrt{\tilde{H}/\tilde{L}}}{\tilde{T}_{m\acute{a}x}} \quad (4.6)$$

La configuración más eficiente tendrá el mayor valor de ξ , pues representa mayor calor neto que ingresa al dominio y menor temperatura máxima sobre el metal.

Cabe destacar que la eficiencia de evacuación de calor presentará resultados diferentes a aquellos obtenidos para mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, únicamente para diferentes valores de relación de aspecto \tilde{H}/\tilde{L} (si $\tilde{H}/\tilde{L} = cte.$ entonces $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ es inversamente proporcional a ξ , ec. 4.6) motivo por el cual, no se analizan el resto de las variables geométricas respecto de ξ .

En la Figura 4.10 se ha representado ξ en función de \tilde{H}/\tilde{L} dejando en evidencia que todas las curvas de $\Phi_0 = cte.$ poseen un máximo absoluto. Luego de realizar un refinamiento sucesivo, la configuración de mayor eficiencia corresponde a $\Phi_0 = 0.069$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=0.36$ logrando una temperatura máxima de $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.606$.

Tal gráfica, según como es definido ξ , representa la inversa de la temperatura adimensional del modelo I (Figura 3.10), por lo cual, resulta en geometrías óptimas idénticas al minimizar $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ o al maximizar ξ .

Siendo el objetivo principal en el diseño de los conductos de refrigeración de un álabe de TG, reducir los puntos de alta temperatura, minimizando la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y no, evacuar la mayor cantidad de calor, ya que es perjudicial para la eficiencia global del equipo (el calor evacuado

es una pérdida de energía), se remarca que los valores de \tilde{H}/\tilde{L} y ϕ_0 que maximizan la eficiencia, no coinciden con aquellos valores que minimizan la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

Sucesivos refinamientos, han permitido encontrar que la configuración de mínima relativa $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, se logra con $\tilde{H}/\tilde{L}=0.48$, $\phi_0 = 0.078$, siendo $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.563$, lo cual representa una reducción de 7.6 % en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ respecto de la configuración de máxima eficiencia.

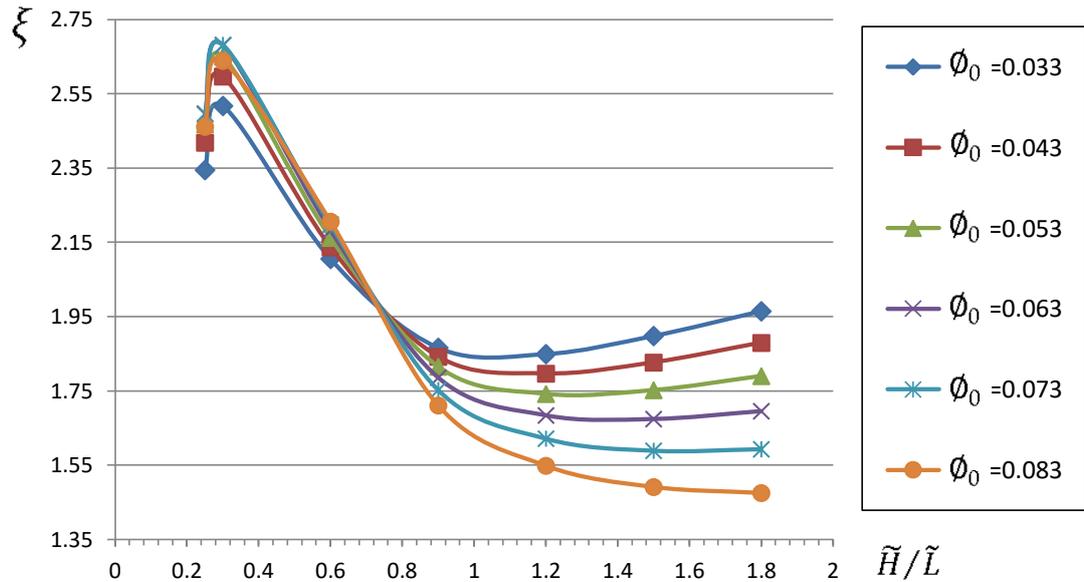


Figura 4.10 - Curvas de eficiencia de evacuación de calor (ξ) en función de \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = \text{cte.}$ con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Cuarto paso: hasta aquí se ha encontrado el diseño para una relación de material fija $\phi = 0.1$. Los resultados establecen que para diferentes valores de ϕ los valores de relación de aspecto de ambas elipses, y espesor de pared, continúan siendo óptimos en los extremos inferiores de escala, es decir $[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\acute{o}pt} = 0.4$; $[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\acute{o}pt} = 0.4$ y $[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt} = 0.1$

Respecto del tamaño relativo de las elipses ϕ_0 , existe un único valor óptimo para cada curva de ϕ constante, que minimiza la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ como se observa en la Figura 4.10. Sumado a que también existe un único valor óptimo de \tilde{H}/\tilde{L} que genera un mínimo relativo como se representa en la Figura 4.11.

La Tabla 4.2 resume los resultados del diseño Constructal definido como aquel que genera un mínimo relativo $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, para diferentes valores de ϕ , donde además, indica la correspondiente relación entre áreas adimensionales de conductos. En la Figura 4.12 se muestran las isotermas sobre los perfiles de la Tabla 4.2.

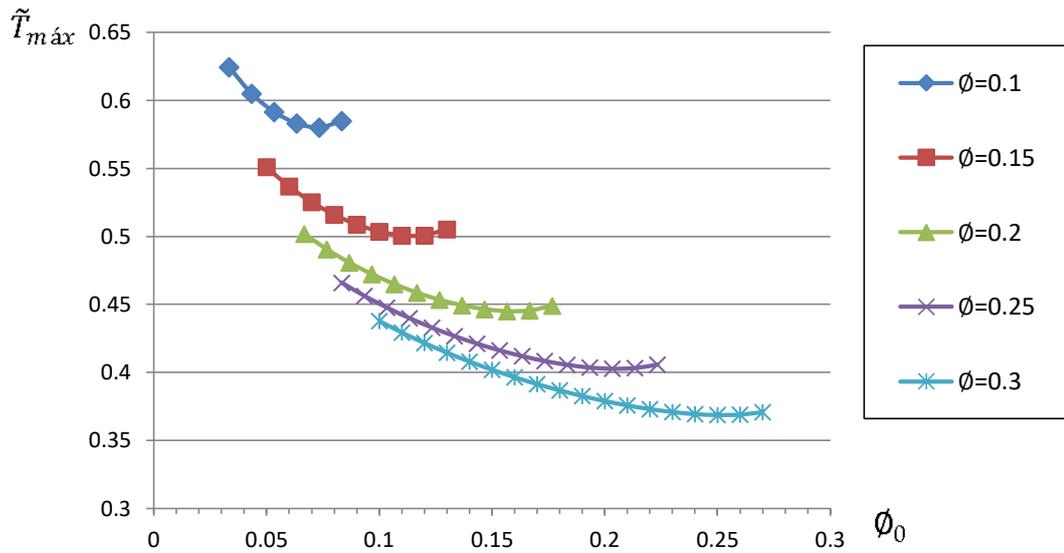


Figura 4.11 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes ϕ con $\tilde{H}/\tilde{L}=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

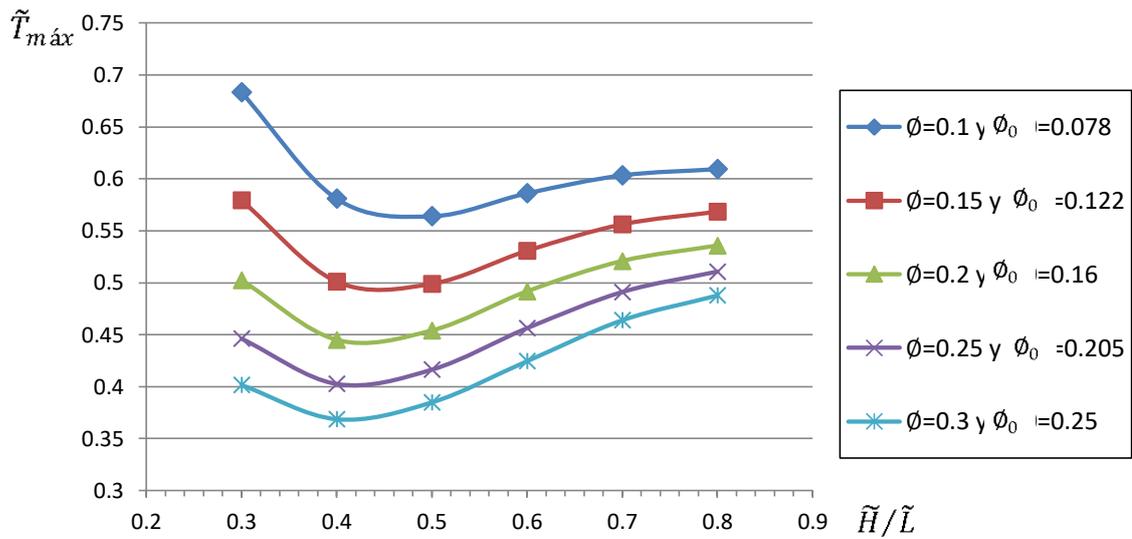


Figura 4.12 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ y su valor óptimo de ϕ_0 , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Tabla 4.2 - Diseño de mínima relativa $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para diferentes relaciones de material (ϕ)

ϕ	$[\phi_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}/\tilde{L}]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt}$	\tilde{T}	\tilde{q}	ξ	$[\tilde{A}_0/\tilde{A}_1]_{\acute{o}pt}$	Figura 4.12
0.1	0.078	0.48	0.4	0.4	0.1	0.563	1.44	2.56	7.1	(a)
0.15	0.122	0.46	0.4	0.4	0.1	0.494	1.47	2.98	8.7	(b)
0.2	0.16	0.4	0.4	0.4	0.1	0.445	1.58	3.55	8.0	(c)
0.25	0.205	0.4	0.4	0.4	0.1	0.403	1.58	3.93	9.1	(d)
0.3	0.25	0.4	0.4	0.4	0.1	0.369	1.58	4.29	10.0	(e)

Fuente: Base propia

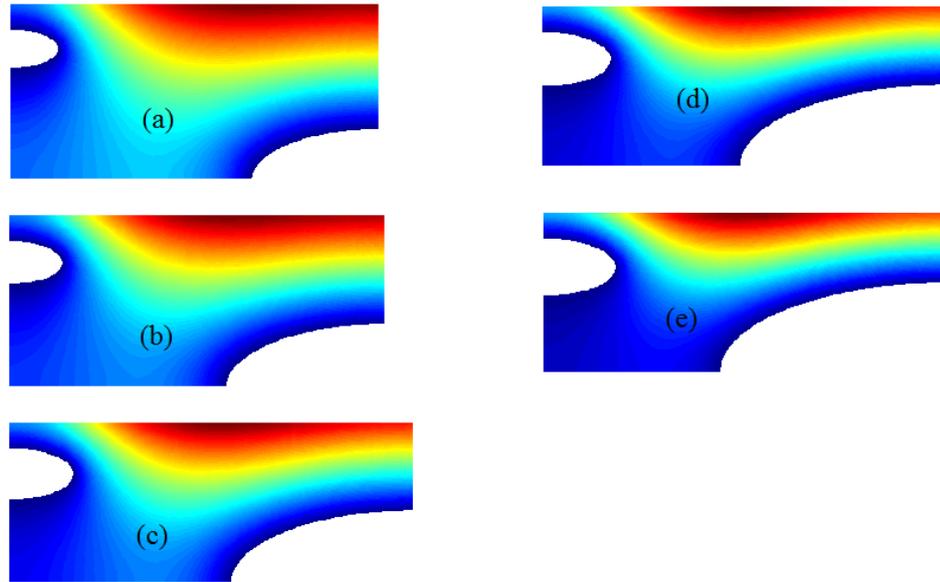


Figura 4.13 - Perfiles de temperatura constante para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con geometrías óptimas referidas a la Tabla 4.2

Observando que los resultados de los modelos I y II no son coincidentes, se realiza un nuevo modelo con mayor grado de representatividad del fenómeno físico, a los fines de intentar obtener conclusiones valederas.

5. MODELO III: “ÁLABE ELEMENTAL CON TBC, CONVECCIÓN Y RADIACIÓN”

Procurando alcanzar un modelo físico más representativo de las condiciones reales a las que se encuentra sometido un álabe de TG, en este tercer modelo se mantiene el dominio elemental, al cual se le adiciona un recubrimiento de barrera térmica (TBC) construida con cerámico 7YSZ de espesor constante de 1 mm (valores típicos de TG estacionarias*). El material metálico utilizado es NIMONIC 90 también usualmente utilizado en piezas de TG*. Además se reemplazan las condiciones de borde, incorporando la transferencia de calor por convección y radiación en el borde externo en contacto con productos de la combustión y convección en los conductos por los cuales circula aire (Figura 5.1).

* Según Thermal-barrier coatings for more efficient gas-turbine engines, Materials Research Society Bulletin, October 2012)

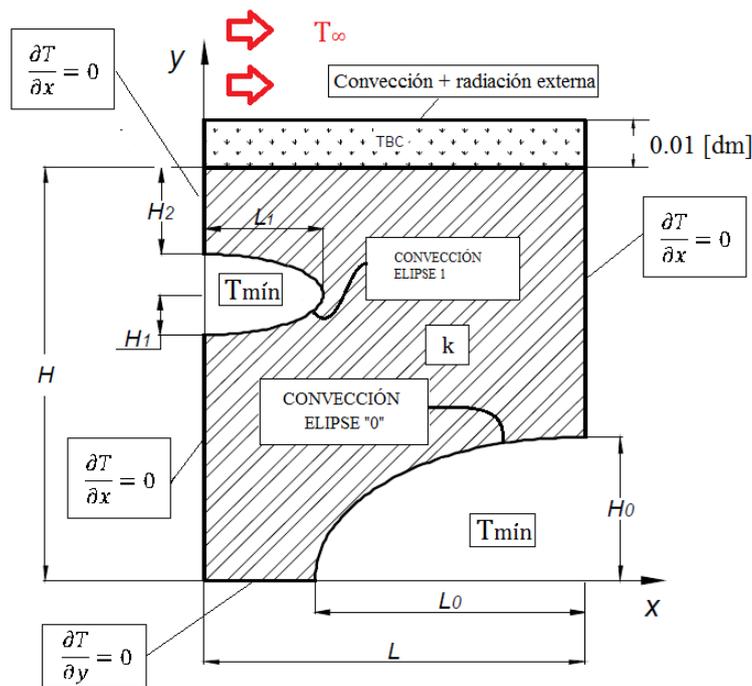


Figura 5.1 - Dominio de estudio con dimensiones y condiciones de borde del modelo III

En el borde externo la superficie es mojada por la corriente de gases de combustión, cuya temperatura de estancamiento es T_∞ . El coeficiente de convección externo (h_e) es obtenido a partir del número de Nusselt promedio en régimen turbulento para una placa plana de distancia 4 [dm] (Çengel, 2010).

$$N_u = 0.037 Re^{0.8} Pr^{1/3} = (he \ 0.4)/k_{\infty} \quad (5.1)$$

Las magnitudes físicas utilizadas para los gases son:

$k_{\infty}=0.07868$; conductividad térmica de gases de combustión @ 1473 K, [W/m*K]

$Re = 500000$; Número de Reynolds global de gases

$Pr=0.726^*$; Número de Prandtl de gases @ 1473 [K]

Nota:* Los gases a elevada temperatura se modelan como aire a la misma temperatura a los fines de obtener el número de Prandtl, debido a que en los gases de combustión los compuestos predominantes son nitrógeno molecular el cual permanece inalterado, y dióxido de carbono cuyo número de Prandtl es similar al del aire. Adicionalmente, en TG es esperable que la combustión ocurra con un gran exceso de aire.

En el borde de los conductos, la superficie es mojada por una corriente de aire proveniente desde una extracción del compresor, cuya temperatura media es $T_{mín}$. Los coeficientes de convección internos h_{i0} y h_{i1} para el conducto 0 y el conducto 1 respectivamente, son obtenidos a partir del número Nusselt para tubos lisos en régimen turbulento con un diámetro hidráulico equivalente (Çengel, 2010).

$$N_u = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} = (hi \ D_h)/k \quad (5.2)$$

El diámetro hidráulico de cada conducto elíptico es:

$$D_{h1} = \frac{4 L_1 H_1}{3(L_1 + H_1) - \sqrt{(3L_1 + H_1)(L_1 + 3H_1)}} \quad (5.3)$$

$$D_{h0} = \frac{4 L_0 H_0}{3(L_0 + H_0) - \sqrt{(3L_0 + H_0)(L_0 + 3H_0)}} \quad (5.4)$$

Nota: Para la determinación del perímetro de las elipses se utiliza la aproximación de Ramanujan.

El número de Reynolds para cada conducto, es obtenido a partir de su definición, ecuación 5.5

$$Re = \frac{V D_h}{\nu} \quad (5.5)$$

La Figura 5.2 permite visualizar la disposición de los conductos internos de refrigeración del álabe, donde se observa que las presiones en los extremos de los conductos internos de refrigeración de largo S y diámetro hidráulico D_h , son definidas por la presión en la

base, P_{base} y la presión en la punta P_{punta} , las cuales se fijan, permitiendo que al variar los diámetros de los conductos, generen una variación en la velocidad del aire que circula por ellos, influyendo en el coeficiente de transferencia de calor del mismo.

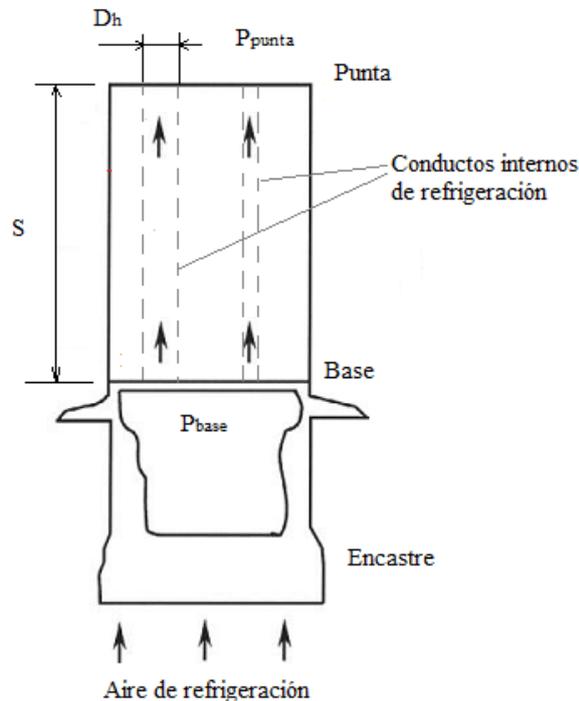


Figura 5.2 - Representación de conductos internos de refrigeración sobre la geometría del álabe

La velocidad media del aire (V) que circula por los conductos es obtenida a partir de la ecuación que cuantifica la caída de presión para flujo viscoso totalmente desarrollado circulando por dentro de tubos en régimen estacionario, ec. 5.6 (Çengel, 2010). Si se fija la diferencia de presiones entre los extremos del conducto, base del álabe y la punta del mismo, tal como se muestra en la Figura 5.2, es posible determinar la velocidad media sobre el mismo:

$$V = \left(\frac{2 D_h (P_{base} - P_{punta})}{\rho f S} \right)^{1/2} \quad (5.6)$$

De donde f es el factor de fricción de Darcy, S es el largo del conducto, y ρ es la densidad del aire. La densidad del aire es determinada con la ecuación de estado de gases ideales a una presión promedio y temperatura de 873 [K].

El factor de fricción de Darcy para tubos lisos en régimen turbulento es determinado según la primera ecuación de Petukhov explícita (Çengel, 2010), válida para Reynolds entre 3000 y 5×10^6

$$f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad (5.7)$$

Debido a que el coeficiente de fricción depende también de la velocidad, el Reynolds es determinado por un método iterativo, cuya convergencia es alcanzada cuando la diferencia entre dos soluciones es inferior a 10, es decir $(Re^i - Re^{i-1}) < 10$.

Las magnitudes físicas utilizadas para la determinación del coeficiente de convección interna son:

$k=0.006093$; conductividad del aire @ 873 K en [W/m*K]

$Pr=0.7037$; Número de Prandtl del aire @ 873 [K]

$\nu = 7.806 \text{ e-}5$, viscosidad cinemática del aire @ 500 °C en [m/s²]

$P_{\text{punta}}:200.1$, presión en la punta del álabe en, [kPa]

$P_{\text{base}}:200$, presión en la base del álabe en [kPa]

$\rho= 0.7984$, densidad del aire @ 873 K y 200,05 kPa en [kg/m³]

$S= 2$ [dm]

Cabe mencionar que el coeficiente de convección de cada conductos es determinado en función del Reynolds de cada conducto. Siendo el Reynolds dependiente de la velocidad y del diámetro. Además la velocidad es dependiente de la raíz del diámetro. Como resultado, si se considera constante el coeficiente de fricción, el Reynolds de cada conducto es dependiente del diámetro elevado al exponente 3/2 ($Re \sim D_h^{3/2}$) y el coeficiente de convección es dependiente de diámetro elevado al exponente 1/5 ($h_i \sim D_h^{1/5}$). Resultando por ejemplo, al reducir el diámetro a la mitad, una disminución del Re de 65 % y aproximadamente 13 % en el coeficiente de convección h_i sin considerar la variación de f .

Nuevamente se busca la optimización del diseño, que optimiza la evacuación de calor y minimiza la máxima temperatura sobre el sólido.

La transferencia de calor sobre el sólido ocurre por conducción térmica. El material cerámico y metálico son considerados isotrópicos y con conductividad térmica constante k_m y k_c respectivamente. La superficie exterior en contacto directo con los gases de combustión, transfiere energía térmica (calor) por mecanismos de convección y radiación. Los conductos internos, por donde circula aire, transfieren calor por convección.

5.1. Condiciones de Borde

Las condiciones de borde del dominio definido en la Figura 5.1 son:

En los bordes de simetría, se define condiciones de borde adiabática:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{para } x = 0; & 0 \leq y \leq H - 2H_1 - H_2 \quad \text{y} \quad H - H_2 \leq y \leq H \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \text{para } y = 0; & 0 \leq x \leq L - L_0 \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{para } x = L; & H_0 \leq y \leq H \end{array} \right. \quad (5.8)$$

Los gases de combustión poseen moléculas que participan activamente en la radiación, absorbiendo y emitiendo radiación en bandas específicas de longitud de onda. A los fines únicamente de representar un calor neto ingresado al dominio por radiación, el intercambio de calor por radiación entre los gases de combustión a elevada temperatura T_∞ y la superficie del recubrimiento cerámico a temperatura T , es modelada como un intercambio de radiación entre una pequeña superficie a temperatura T en una cavidad de gran dimensión a la temperaturas del gas T_∞ . Permitiendo escribir el calor neto que ingresa al álabe según la ecuación 5.9. (Çengel, 2010).

La superficie externa a temperatura T , expuesta al contacto con gases de combustión a temperatura T_∞ , intercambian calor por mecanismos de convección y radiación.

$$k A \frac{\partial T}{\partial y} = h_e A (T_\infty - T) + \sigma \varepsilon A (T_\infty^4 - T^4) \quad \text{para } y = H; 0 \leq x \leq L \quad (5.9)$$

En la superficies internas de los conductos a temperatura T expuestas al contacto con aire a temperatura media T_{min} , intercambian calor por mecanismos de convección.

$$\text{“Convección conducto 0” } kA \frac{\partial T}{\partial r} = h_i A (T - T_{min}) \quad \text{para } H_0 \leq r \leq L_0; \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \quad (5.10)$$

$$\text{“Convección conducto 1” } kA \frac{\partial T}{\partial r} = h_i A (T - T_{min}) \quad \text{para } H_1 \leq r \leq L_1; -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.11)$$

5.2. Adimensionalización

Las variables son adimensionalizadas como sigue:

$$\text{Temperatura relativa del álabe} \quad \tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{T_\infty - T_{min}} \quad (5.12)$$

Tomando unitaria la distancia perpendicular al plano, $w = 1$

Las longitudes son adimensionalizadas con las raíz del área del dominio $A=H.L$

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}_2) = \frac{(x,y,H,L,H_0,L_0,H_1,L_1,H_2)}{\sqrt{A}} \quad (5.13)$$

La ecuación de difusión de calor adimensionalizada es análoga a la definida previamente en ec. 3.8:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (5.14)$$

Las correspondientes condiciones de borde adimensionales son:

$$\text{Adiabático} \begin{cases} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = 0; \quad 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} - \tilde{H}_1 - \tilde{H}_2 \text{ y } \tilde{H} - \tilde{H}_2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 & \text{para } \tilde{y} = 0; \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} - \tilde{L}_0 \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = \tilde{L}; \quad \tilde{H}_0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \end{cases} \quad (5.15)$$

Convección + radiación externa:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = -\alpha_e \tilde{T}^4 - \beta_e \tilde{T}^3 - \gamma_e \tilde{T}^2 - \delta_e \tilde{T} + \epsilon_e \quad (5.16)$$

Siendo las constantes:

$$\alpha_e = \frac{\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (\Delta T)^3}{k_e} \quad (5.17)$$

$$\beta_e = \frac{4\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (\Delta T)^2 T_{min}}{k_e} \quad (5.18)$$

$$\gamma_e = \frac{6\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} \Delta T T_{min}^2}{k_e} \quad (5.19)$$

$$\delta_e = \frac{h_e \sqrt{A}}{k_e} + \frac{4\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} T_{min}^3}{k_e} \quad (5.20)$$

$$\epsilon_e = \frac{h_e \sqrt{A}}{k_e} e + \frac{\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (T_{\infty}^4 - T_{min}^4)}{k_e \Delta T} \quad (5.21)$$

Convección interna:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} = -\beta_i \tilde{T} \quad (5.22)$$

Siendo β_i el número de Biot

$$\beta_i = \frac{h_i \sqrt{A}}{k_m} \quad (5.23)$$

Las magnitudes termo-físicas utilizadas son:

$k_c=2.5$; conductividad de recubrimiento cerámico 7YSZ @ 1473 K en [W/m K]

$k_m=21$; conductividad del metal Nimonic 90 @ 873 K en [W/m K]

$\varepsilon_c=0.6$; emisividad del recubrimiento cerámico @ 1473 [K]

$\sigma=5.670373e-08$; constante de Stefan-Boltzmann [W/K⁴ m²]

$T_\infty=1473$; temperatura de estancamiento de gases de combustión, [K]

$T_{min}=873$; Temperatura media del aire refrigerante, [K]

$\Delta T=T_\infty-T_{min}$; diferencia de Temperatura máxima, [K]

5.3. Metodología

Las definiciones establecidas sobre restricciones, variables a optimizar y metodología definidos para el modelo I, son mantenidos para este nuevo modelo.

El indicador ξ de eficiencia de la evacuación de calor definido en ec. 4.5 es analizado para este nuevo modelo (ec 5.24), con el objetivo de poder determinar la configuración más eficiente en cuanto a la evacuación de calor, y ser comparada con aquella configuración que minimiza la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

$$\xi = \frac{q/kw}{(T_{m\acute{a}x}-T_{min})} \quad (5.24)$$

Siendo, $k = 1 \left[\frac{kJ}{mK}\right]$ y $w = 1 [dm]$

La eficiencia de evacuación de calor en función de las variables adimensionales queda:

$$\xi = \frac{\tilde{q}}{\tilde{T}_{m\acute{a}x}*(600)} \quad (5.25)$$

Donde el calor neto ingresado al dominio q debe ser determinado numéricamente.

5.4. No linealidad

La no linealidad en las condiciones de borde radioactivas, es resuelta mediante el método iterativo de Gauss-Newton (Patankar, 1980), siguiendo el algoritmo descrito a continuación:

1. Se estima un campo de temperaturas T^*
2. Se obtienen los coeficientes ecs. 5.17 a 5.21
3. Se resuelve el campo de temperaturas, que pasa a ser la próxima estimación.
4. Repetir 1,2 y 3 hasta convergencia según criterio adoptado previamente.

El criterio de convergencia adoptado es:

$$0.001 < \left| \frac{T-T^*}{T} \right| \quad (0.1\% \text{ para todos los casos}) \quad (5.26)$$

“Convección + radiación externa:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = -\alpha_e \tilde{T}^4 - \beta_e \tilde{T}^3 - \gamma_e \tilde{T}^2 - \delta_e \tilde{T} + \epsilon_e = S_e \quad (5.27)$$

El término fuente S_e es linealizado respecto a una iteración previa, de la siguiente forma:

$$\frac{S_e - S_e^*}{\tilde{T} - \tilde{T}^*} = \frac{dS_e^*}{d\tilde{T}^*} \quad (5.28)$$

Quedando la ecuación de borde linealizada de la forma:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} + Q_e \tilde{T} = G_e \quad (5.29)$$

Siendo las constantes únicamente función de la temperatura adimensional en la iteración previa:

$$Q_e = -4\alpha_e \tilde{T}^{*3} - 3\beta_e \tilde{T}^{*2} - 2\gamma_e \tilde{T}^* - \delta_e \quad (5.30)$$

$$G_e = 3\alpha_e \tilde{T}^{*4} + 2\beta_e \tilde{T}^{*3} + \gamma_e \tilde{T}^{*2} + \epsilon_e \quad (5.31)$$

5.5. Verificación del modelo numérico III

La verificación del modelo numérico en Matlab[®] (Matlab, 2016) se obtiene por comparación con soluciones del mismo problema desarrollado en un software comercial de transferencia de calor. Se utiliza para tal fin, el software Comsol[®] (Comsol, 2016).

Las soluciones obtenidas mediante el software Comsol[®] presentan, en todos los casos, valores de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ levemente inferiores a los obtenidos con Matlab[®]. En la Tabla 5.1 se muestra la solución $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para idénticas configuraciones obtenida con ambos software, arrojando una diferencia en torno de 0.023 a 0.033 %. En la Figura 5.3 se han trazado las líneas de tendencia de la Tabla 5.1 evidenciando el mismo comportamiento a medida que la geometría es alterada.

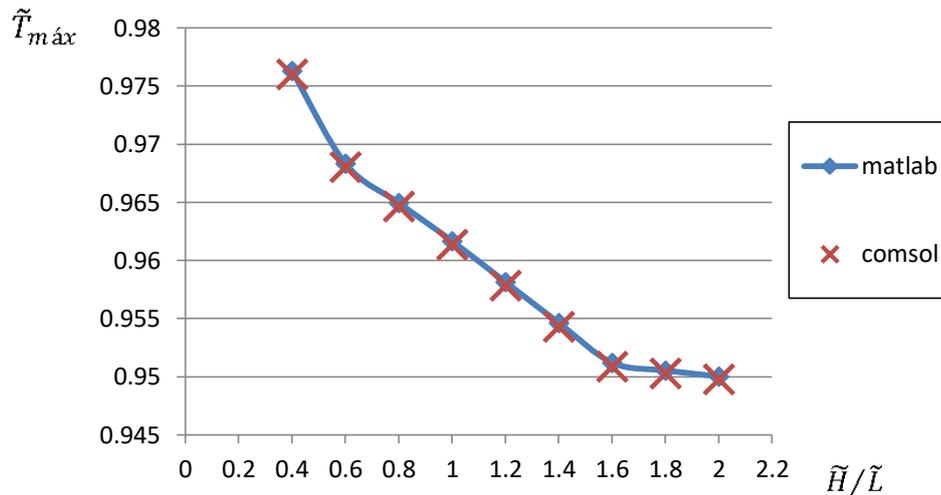


Figura 5.3 - Comparación de soluciones en Matlab[®] y Comsol[®] de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = 0.0333$; $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

Tabla 5.1 - Comparación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} mediante resolución con Matlab[®] y Comsol[®].

ϕ	ϕ_0	\tilde{H}/\tilde{L}	\tilde{H}_0/\tilde{L}_0	\tilde{H}_1/\tilde{L}_1	\tilde{H}_2	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}Matlab$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}Comsol$	Diferencia [%]
0.1	0.0333	0.4	0.4	0.4	0.1	0.97586148	0.97557634	0.029%
0.1	0.0333	0.6	0.4	0.4	0.1	0.96865768	0.96836596	0.029%
0.1	0.0333	0.8	0.4	0.4	0.1	0.96435095	0.96404817	0.030%
0.1	0.0333	1	0.4	0.4	0.1	0.95975634	0.95944476	0.031%
0.1	0.0333	1.2	0.4	0.4	0.1	0.95511816	0.95479964	0.032%
0.1	0.0333	1.4	0.4	0.4	0.1	0.95057332	0.9502479	0.033%
0.1	0.0333	1.6	0.4	0.4	0.1	0.94711033	0.94687107	0.024%
0.1	0.0333	1.8	0.4	0.4	0.1	0.94660378	0.94636598	0.024%
0.1	0.0333	2	0.4	0.4	0.1	0.94610321	0.94587155	0.023%

Fuente: Base propia

5.6. Resultados del modelo III

El valor óptimo de \tilde{H}_2 , que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ contrario a lo podría suponerse por intuición o por los resultados de los modelo previos, no se encuentra en el extremo inferior del rango de variación, sino que existe un valor óptimo de espesor de pared \tilde{H}_2 que minimiza la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para diferentes valores de \tilde{H}/\tilde{L} ; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 ; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y ϕ_0 tal como se puede afirmar analizando las Figuras 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7 respectivamente. En las Figuras mencionadas se observa que el valor óptimo de \tilde{H}_2 no toma un valor único, lo cual infiere que es dependiente del valor que tomen el resto de las variables, no pudiendo ser determinado en esta instancia.

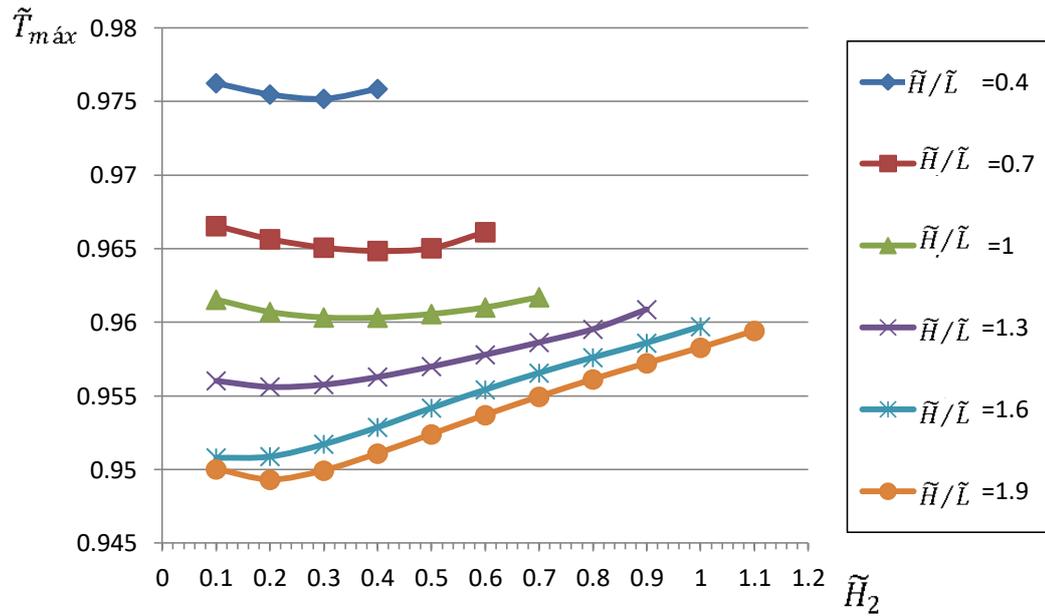


Figura 5.4 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$.

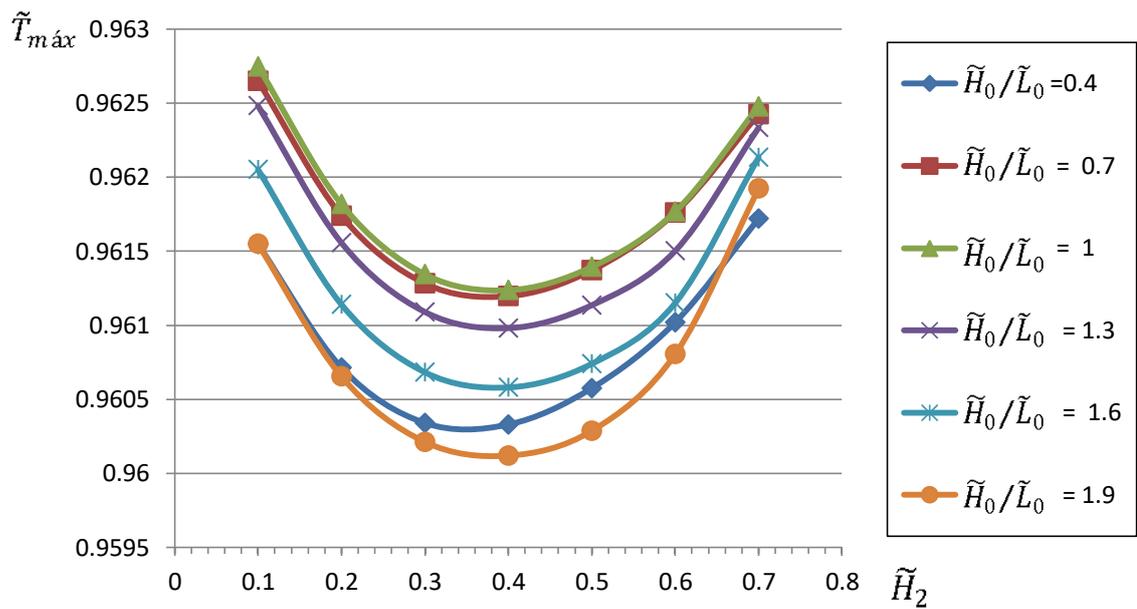


Figura 5.5 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$.

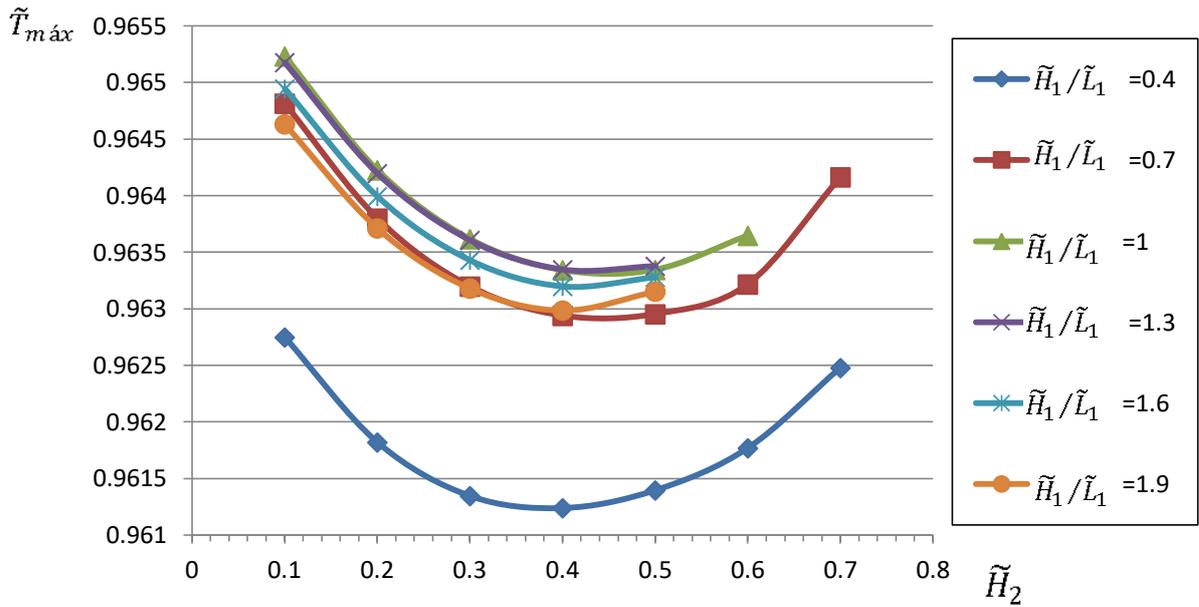


Figura 5.6 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$

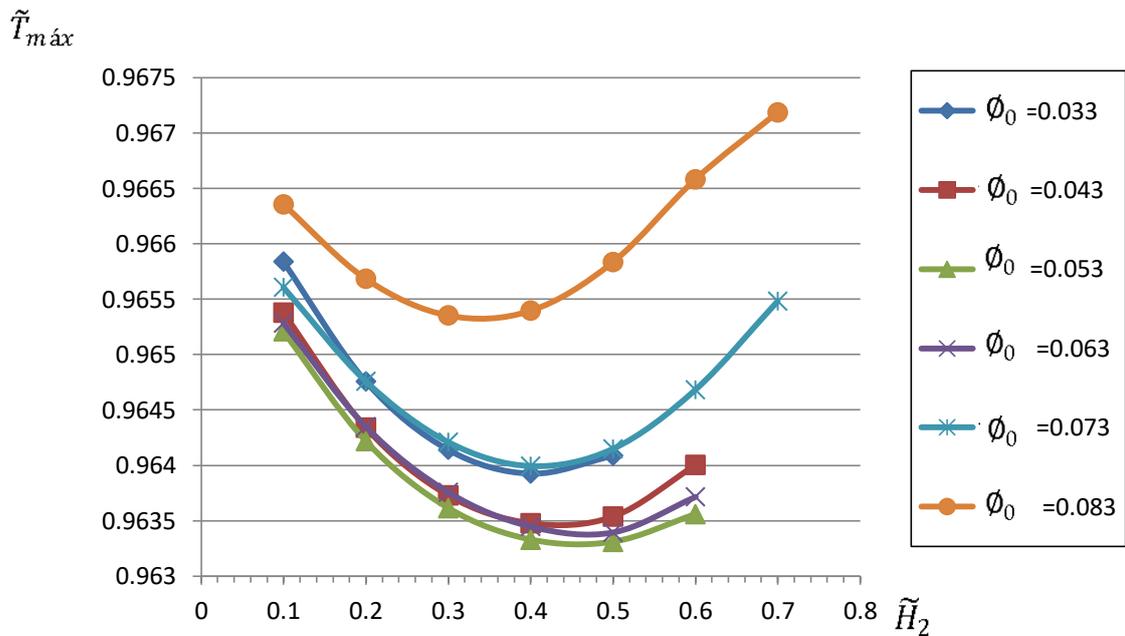


Figura 5.7 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}_2 para diferentes valores de ϕ_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$.

Respecto de la eficiencia de evacuación de calor, el espesor de pared \tilde{H}_2 , genera un aumento en la eficiencia de forma prácticamente lineal a medida que \tilde{H}_2 es disminuido para diferentes curvas de \tilde{H}/\tilde{L} , \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 , \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y ϕ_0 , como se puede evidenciar en la Figuras 5.8, 5.9, 5.10 y 5.11.

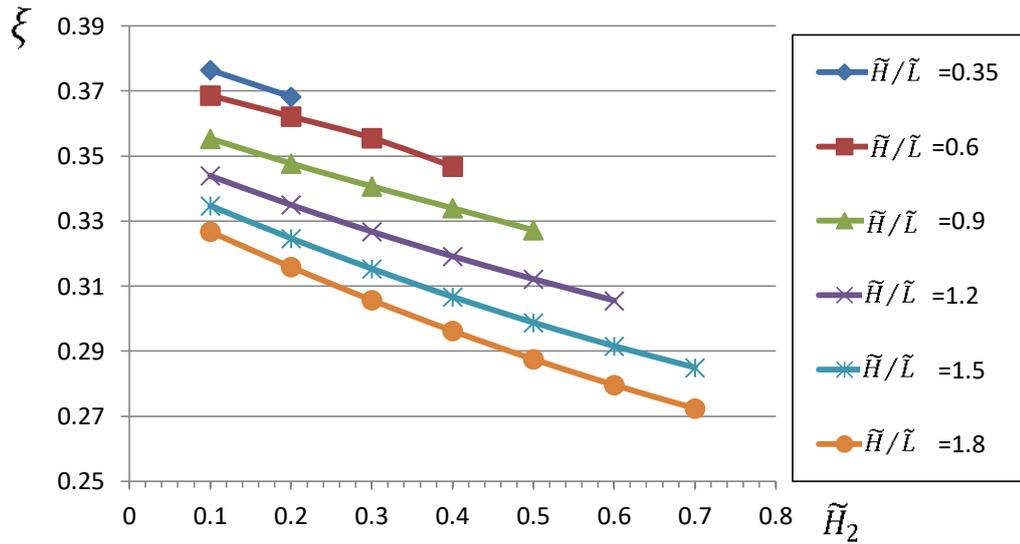


Figura 5.8 - ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\emptyset=0.1$; $\emptyset_0=0.05$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$.

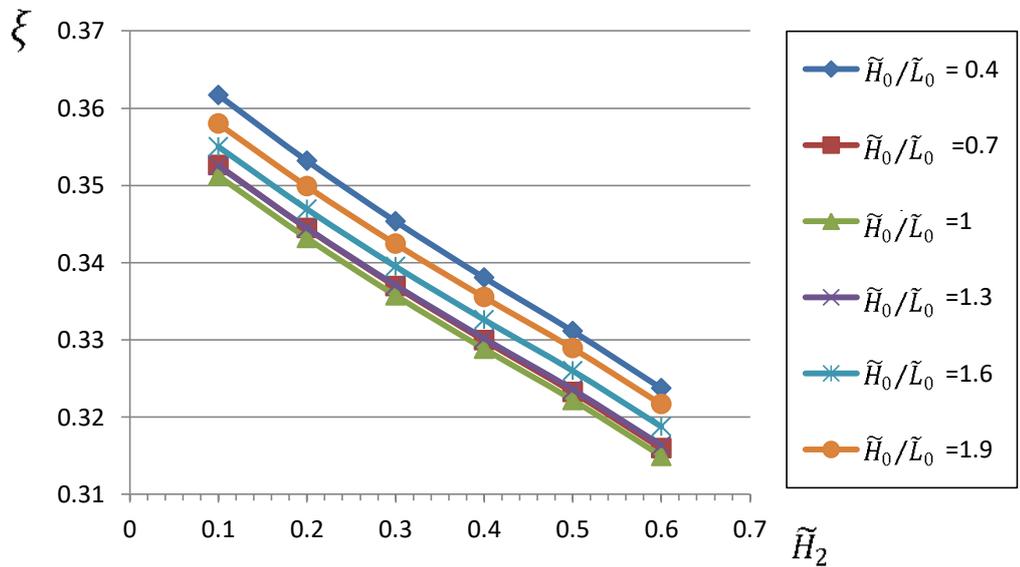


Figura 5.9 - ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 . con $\emptyset=0.1$; $\emptyset_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$

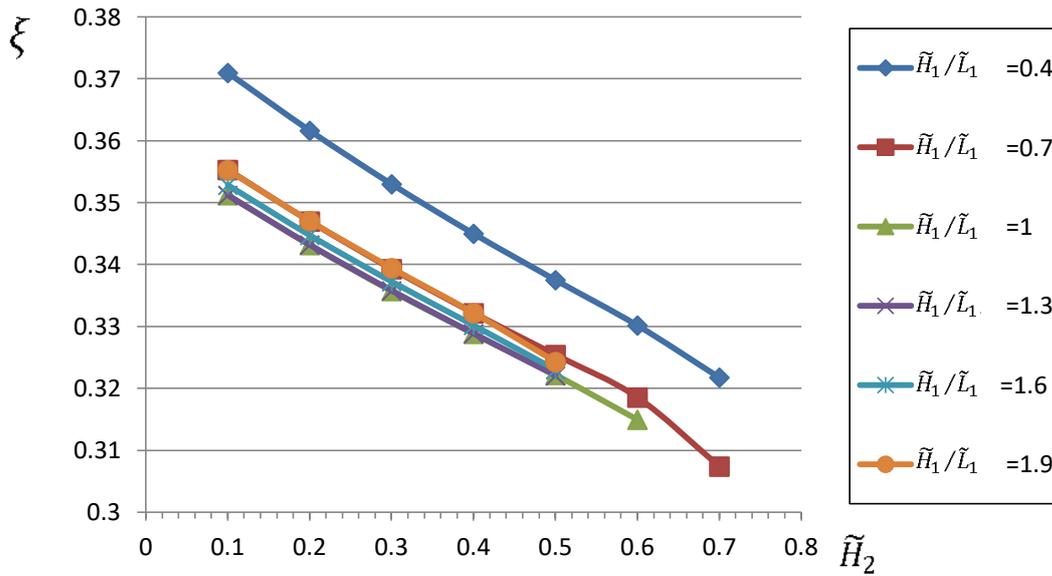


Figura 5.10 - ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . con $\phi=0.1$; $\phi_0=0.05$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$

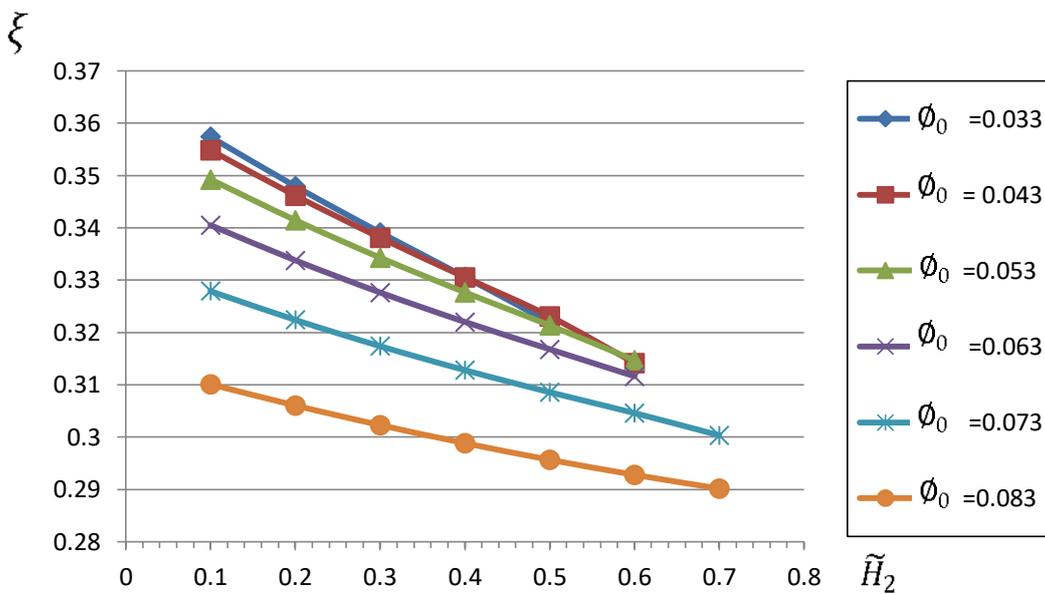


Figura 5.11 - ξ vs. \tilde{H}_2 para diferentes valores de ϕ_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$.

Segundo paso: En la Figura 5.12 representa la variación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con respecto a ϕ_0 para curvas de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 constantes. En la Figura se observa para todas la curvas un valor óptimo de ϕ_0 que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. Es decir, cada relación de aspecto de la elipse 0, posee un único tamaño de conductos que es óptimo y genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. De todas las curvas existentes, la de $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$ genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para valores de $\phi_0 < 0.043$, mientras que para valores de $\phi_0 > 0.043$, la curva de $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 2$ es la que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

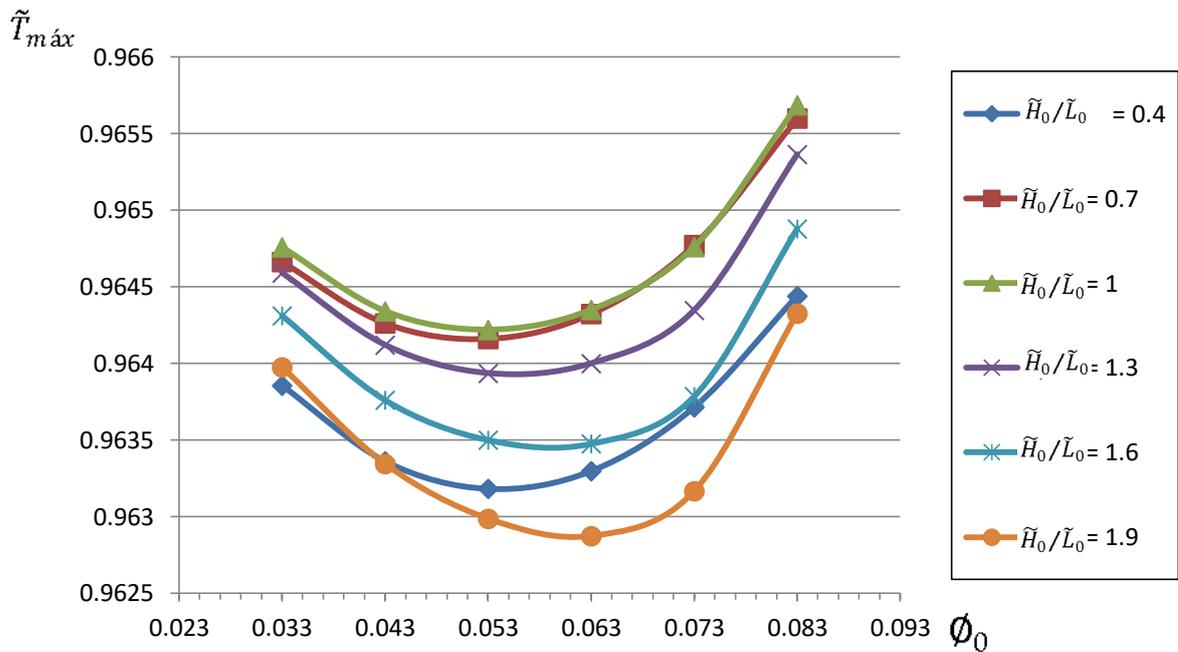


Figura 5.12 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.2$.

En la Figura 5.13 se representa la variación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con respecto a ϕ_0 para curvas constantes de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 . Nuevamente, existe un valor óptimo para todas las curvas, salvo para el caso de $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$, donde la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ decrece monótonamente a medida que ϕ_0 es reducido. Esto se explica ya que para $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ representa una elipse 1 de menor relación de aspecto (aplanada o achatada), que al reducir ϕ_0 aumenta de tamaño progresivamente, propagándose sobre gran parte del dominio de espesor \tilde{L} fijo, reduciendo notablemente la temperatura máxima en comparación con el resto de las curvas. La mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se alcanza entonces para la mínima relación de aspecto de la elipse 1 para todo el rango de variación de ϕ_0 , válido únicamente cuando $\tilde{H}/\tilde{L}=1$. Luego de numerosos análisis se observa que el comportamiento, y por ende el valor óptimo de ϕ_0 , es fuertemente dependiente del valor de \tilde{H}/\tilde{L} tal como sucede en el modelo I.

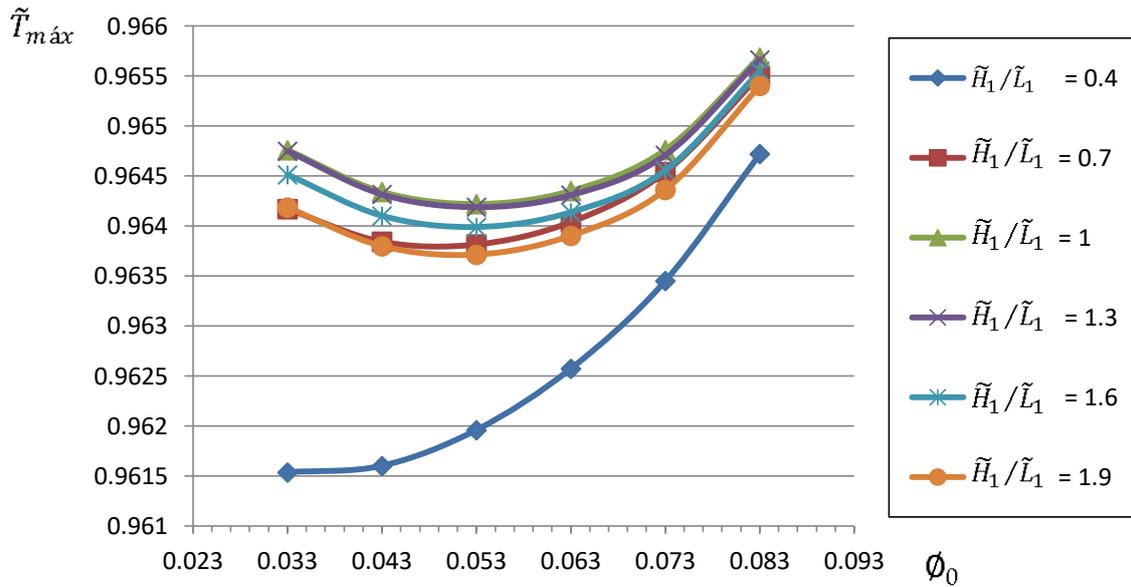


Figura 5.13 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$
 $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.2$.

La eficiencia de evacuación de calor se incrementa de forma sostenida a medida que ϕ_0 es reducido, para curvas constantes de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 tal como se expone en las Figura 5.14 y 5.15. Analizando las Figuras mencionadas resulta que la máxima eficiencia es alcanzada con la menor relación de aspecto en ambas elipses y tamaños iguales.

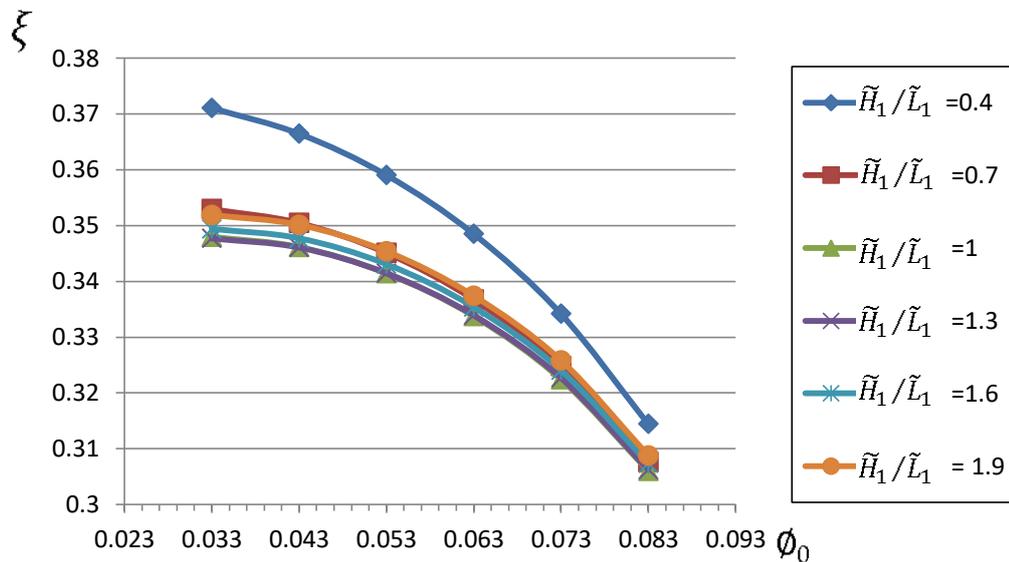


Figura 5.14 - ξ vs. ϕ_0 para diferentes valores de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; $\tilde{H}_2=0.1$
y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$.

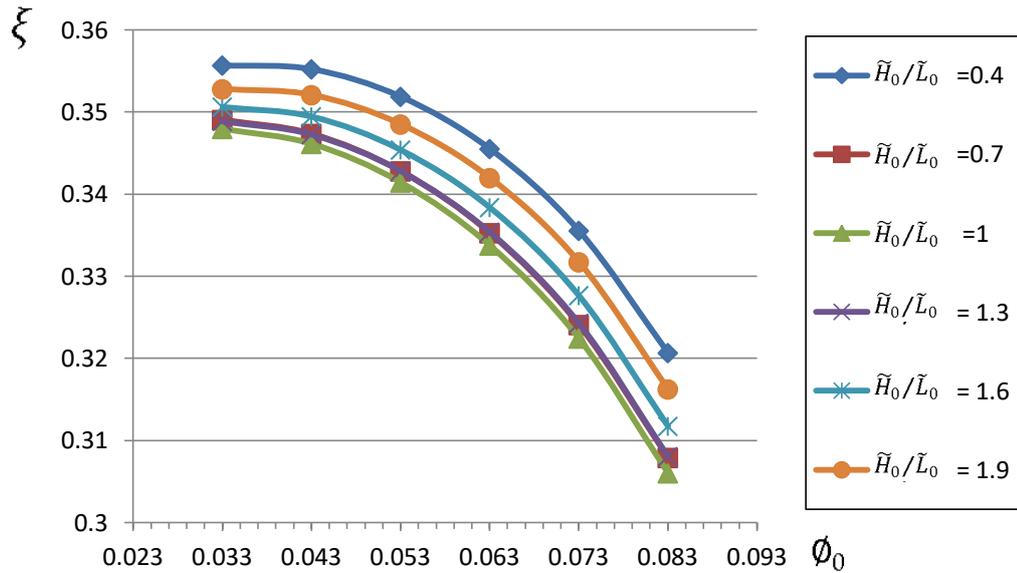


Figura 5.15 - ξ vs. Φ_0 para diferentes valores de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 , con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_2=0.1$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=1$.

Tercer paso: El comportamiento de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con Φ_0 y la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} se muestra en las Figuras 5.16 y 5.17. En 5.16 se distingue que la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ es reducida de forma sostenida a medida que \tilde{H}/\tilde{L} se incrementa para todos los valores de Φ_0 constante, (sin mínimo relativo como en el modelo II) mostrando gran influencia de \tilde{H}/\tilde{L} en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

En la Figura 5.17 se evidencia que para curvas de $\tilde{H}/\tilde{L} \leq 1$ existe un valor óptimo de Φ_0 fuera de los extremos del rango de variación. Sin embargo para valores de $\tilde{H}/\tilde{L} > 1$ existe un único valor óptimo de Φ_0 , en 0.033, es decir conductos de igual tamaño. Este comportamiento demuestra que el valor óptimo del tamaño de los conductos Φ_0 es dependiente del valor de \tilde{H}/\tilde{L} . La mínima absoluta $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se alcanza con la mayor relación de aspecto del dominio, $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$, y conductos de igual tamaño $\Phi_0 = 0.033$, tal como sucedía en el modelo II.

De todas las variables analizadas hasta el momento, la que presenta mayor incidencia en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ es la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} , permitiendo mediante su correcta elección reducir $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en hasta 3 centésimas (de 0.95 a 0.98, Figura 5.16).

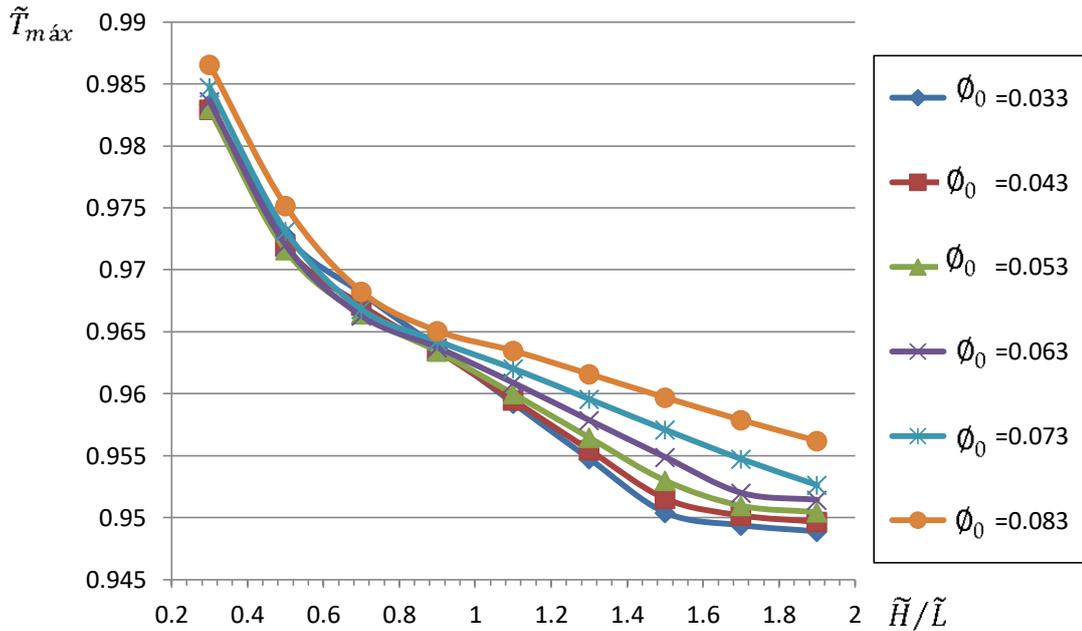


Figura 5.16 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

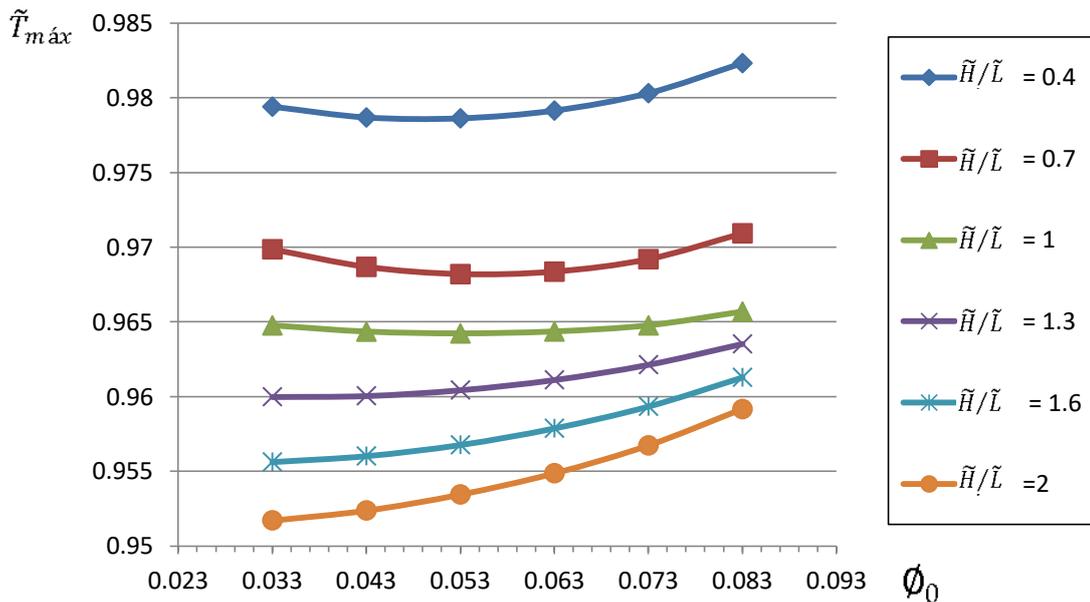


Figura 5.17 - $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}/\tilde{L} con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=1$; y $\tilde{H}_2=0.1$.

En este nuevo modelo el flujo de calor neto que ingresa al dominio es función entre otras cosas, de la temperatura de la superficie externa (que no es impuesta) y del área de transferencia de calor, de largo \tilde{L} y profundidad unitaria (w), por lo tanto, a medida que \tilde{H}/\tilde{L} aumenta, el borde exterior se reduce, y el calor neto ingresado al dominio disminuye. El

mínimo valor absoluto de $\tilde{T}_{máx}$, se alcanza con $\phi_0 = 0.033$ y $\tilde{H}/\tilde{L}=2$ lo cual significa, de la misma forma que en el modelo II, elipse 1 del mayor tamaño posible (iguales tamaños de conductos según los límites del rango de variación establecidos) y menor calor neto ingresado, necesitando disponer de mayor cantidad de dominios elementales para una longitud total de álabe fija.

En la Figura 5.18 representa ξ en función de \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes curvas de $\phi_0 = cte$.

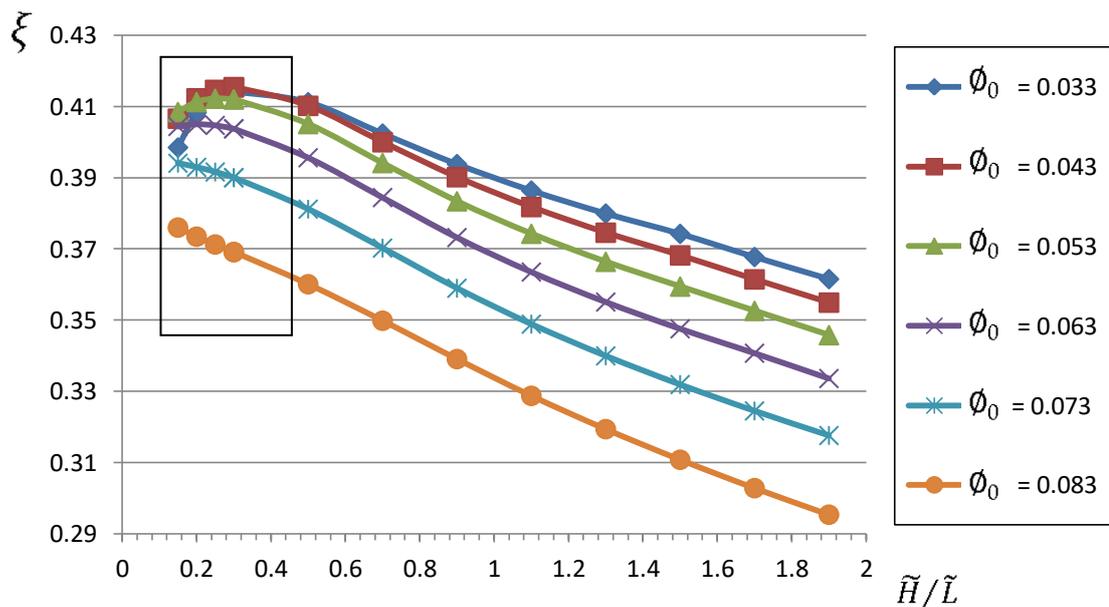


Figura 5.18 - Curvas de eficiencia de evacuación de calor en función de \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = cte$. con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

En la Figura 5.18 se evidencia un incremento prácticamente lineal en la eficiencia de evacuación de calor, a medida \tilde{H}/\tilde{L} es reducido para el rango [0.5 - 2]. La mínima eficiencia se obtiene para todas las curvas de $\phi_0 = cte$, con la máxima relación de aspecto del dominio, es decir, $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$, geometría que también genera la mínima $\tilde{T}_{máx}$, debido a que el calor ingresado al dominio es mínimo. A medida que la relación de aspecto se reduce, el área de transferencia externa se incrementa, por ende, el calor ingresado y la eficiencia de evacuación de calor se incrementan de forma prácticamente lineal hasta $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.5$. La máxima eficiencia es alcanzada para la curva de $\phi_0 = 0.033$ en el rango de \tilde{H}/\tilde{L} [0.4-2]. Mientras que para valores inferiores a 0.4, la curva de $\phi_0 = 0.043$ pasa a generar la máxima eficiencia.

Una ampliación de la zona recuadrada es representada en la Figura 5.19.

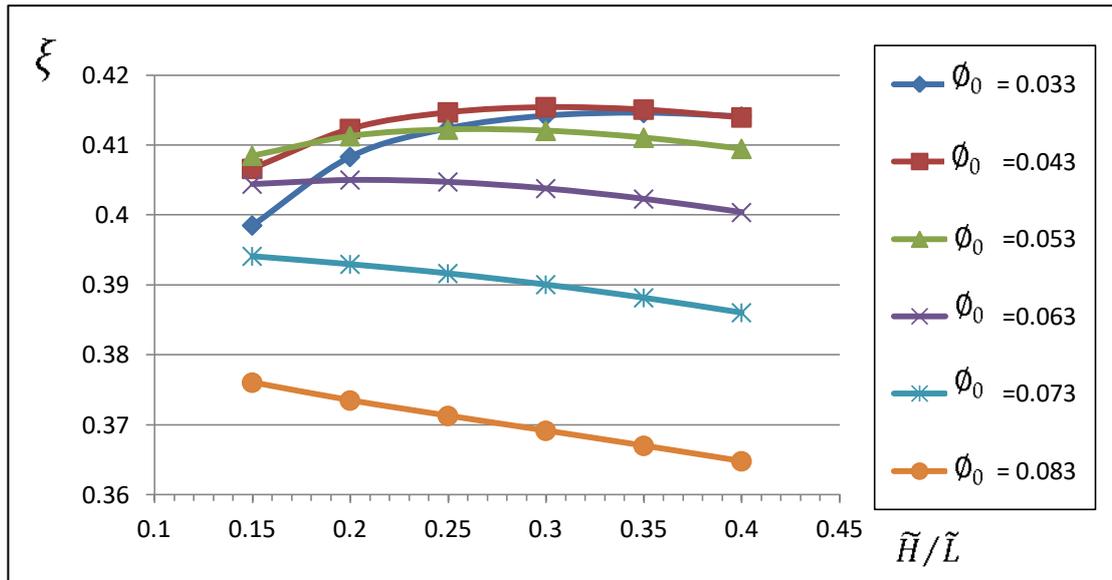


Figura 5.19 - Ampliación de Figura 5.18 en la zona recuadrada.

La Figura 5.19 representa una ampliación de la zona donde las curvas presentan la máxima eficiencia observándose diferentes características a saber:

- Para curvas de $\phi_0 \geq 0.063$ existe un máximo absoluto de eficiencia.
- Para curvas de $\phi_0 < 0.063$ la eficiencia continúa aumentando a medida que \tilde{H}/\tilde{L} es reducido.

Es decir, sólo existe un máximo absoluto de eficiencia para curvas de $\phi_0 \geq 0.063$, mientras que el resto de las curvas, no presentan tal característica. Contrario de lo que ocurre en el modelo II, donde todas las curvas poseían un máximo absoluto (Figura 4.9).

Luego de realizar refinamientos sucesivos, la máxima eficiencia absoluta se alcanza para $\phi_0 = 0.043$, $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.3$ y $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

El valor de \tilde{H}/\tilde{L} que minimiza la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ no presenta un mínimo relativo, tal como sucedía en el modelo II (Figura 4.7). Este hecho, no hace posible optimizar la relación de aspecto del dominio, siendo reducida la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ de forma prácticamente lineal a medida que \tilde{H}/\tilde{L} se incrementa (Figura 5.16). Por ello el valor óptimo de \tilde{H}/\tilde{L} se toma igual al extremo superior del rango de variación, es decir $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$ y se optimizan el resto de las variables en función de esta relación de aspecto del dominio.

Cuarto paso: para diferentes valores de ϕ el comportamiento es análogo al analizado hasta el momento para $\phi = 0.1$, permitiendo encontrar la configuración de las 5 variables que maximizan la eficiencia o que minimizan la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, siendo estas variables óptimas únicamente coincidentes en las relaciones de aspecto de ambas elipses.

La siguiente Tabla (Tabla 5.2) resume los diseños de mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y máxima ξ , para $\phi = 0.1$. La Figura 5.20 representa las isotermas de las configuraciones óptimas de la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 - Diseños de Máxima eficiencia y Mínima Temperatura máxima. Modelo III

ϕ	$[\phi_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}/\tilde{L}]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{\acute{o}pt}$	$[\tilde{H}_2]_{\acute{o}pt}$	\tilde{T}	\tilde{q}	ξ
0.1	0.043	0.3	0.4	0.4	0.1	0.983	244.9	0.42
0.1	0.033	2	0.4	0.4	0.2	0.948	195.4	0.34

Fuente: Base propia

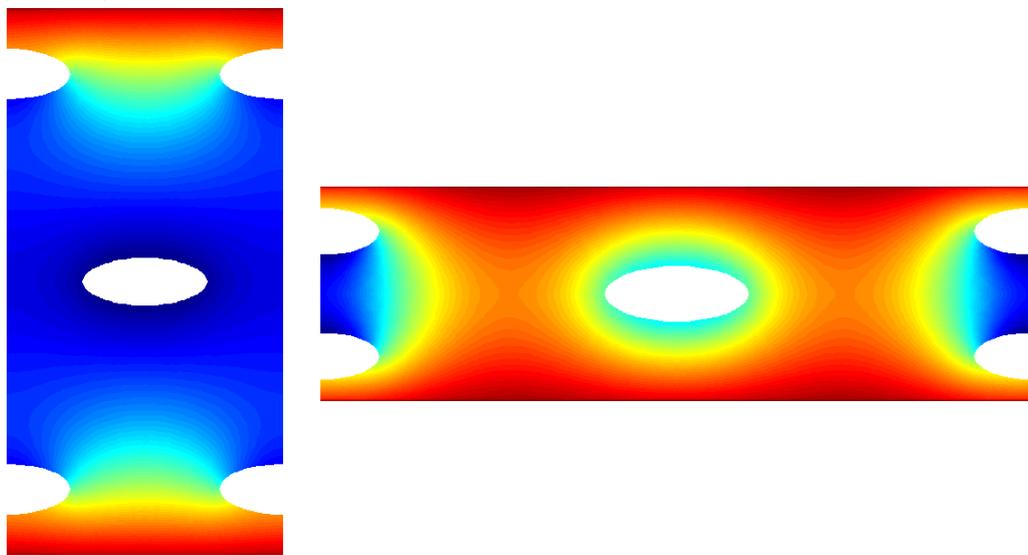


Figura 5.20 - Isotermas sobre configuraciones de Máxima eficiencia y Mínima Temperatura máxima. Modelo III

Como puede observarse en la Figura 5.20 la configuración de máxima eficiencia presenta una mayor penetración de las isotermas de alta temperatura (color rojo) sobre el dominio del álabe, transfiriendo mayor cantidad de calor. Por el contrario, la configuración de mínima temperatura máxima, mantiene las isotermas de alta temperatura próximas al borde externo, donde las elipses 1 se transfieren la mayor parte del calor que ingresa al dominio.

Para este nuevo modelo el desempeño térmico no presenta el mismo comportamiento al encontrado en el modelo II. Los valores óptimos de ϕ_0 y \tilde{H}/\tilde{L} , y en este nuevo modelo de \tilde{H}_2 , que maximizan la eficiencia de evacuación de calor, no son coincidentes con aquellos que minimizan la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. Por el contrario, respecto de las relaciones de aspecto de las elipses \tilde{H}_1/\tilde{L}_1

y \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 , los valores óptimos son coincidentes tanto para mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ como para máxima ξ encontrándose en el extremo inferior del rango de variación.

Como puede observarse los diseños de máxima eficiencia y mínima temperatura máxima requieren diferentes relaciones de aspecto de la sección central del álabe (fig. 2.2). Este hecho motiva a estudiar el modelo IV, donde las dimensiones totales de la sección central son predefinidas.

6. MODELO IV: ÁLABE ELEMENTAL CON TBC, CONVECCIÓN Y RADIACIÓN Y DIMENSIONES EXTERNAS PREESTABLECIDAS.

En este nuevo modelo se pretende analizar la optimización de diseño de un dominio elemental con condiciones de borde idénticas a las del modelo III, fijando las dimensiones totales de la sección central del álabe compuesto por múltiples dominios elementales. Esta nueva restricción permite salvar la problemática ocasionada en los modelos previos de que al variar la relación de aspecto del dominio, las dimensiones totales del álabe no permanecen constantes. La Figura 6.1 define la región central del álabe, donde las dimensiones externas L^+ y H^+ se encuentran predefinidas a un valor fijo. Variando la longitud L del dominio elemental permitirá variar la cantidad de dominios que se extienden hasta completar el largo L^+ .

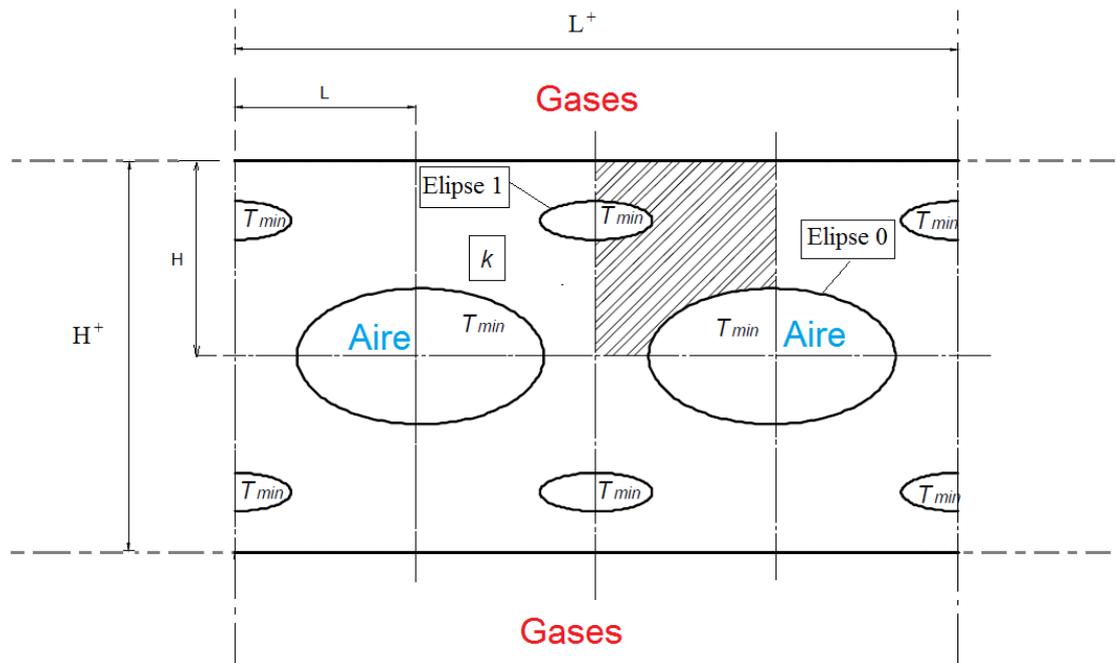


Figura 6.1 - Región central de álabe elemental rectangular con dimensiones preestablecidas L^+ y H^+ .

Se fija el área total del álabe A^+ mediante las dimensiones externas del álabe a los siguientes valores:

$$\begin{cases} H^+ = 1 [dm] \\ L^+ = 2 [dm] \end{cases} \quad (6.1)$$

Del análisis de las dimensiones de la Figura 6.1 se desprenden las siguientes relaciones:

La cantidad de dominios elementales "j" sobre el largo del álabe L^+ esta dado por:

$$j = L^+ / L \quad (6.2)$$

Siendo el área total del álabe: $A^+ = H^+ L^+ = 2 \quad (6.3)$

Y el área del dominio elemental $A = H L = \frac{A^+}{2j} = \frac{1}{j} \quad (6.4)$

El ancho del dominio elemental es fijo y vale:

$$H = 1/2 \quad (6.5)$$

La relación de material total del álabe es:

$$\phi^+ = \frac{2j(A_0 + A_1)}{A^+} = \frac{2jA\phi}{2} = jA\phi = \phi \quad (6.6)$$

La igualdad 6.6 establece que la relación de material total del álabe debe ser idéntica a la del dominio elemental.

Diferentes valores de L , definirán cada vez, una cantidad "j" de dominios elementales que quepan sobre el álabe. A medida que L es reducido, j aumentará al igual que la cantidad de conductos totales sobre el álabe, requiriendo que el tamaño de los mismos se reduzca, con el fin de que la relación de material total del álabe se mantenga constante.

Este nuevo modelo pretende dilucidar cual geometría generará una mínima temperatura máxima sobre el metal, si aquella con mayor cantidad de conductos de menor tamaño, o aquella con menos conductos de un tamaño mayor.

Cabe destacar que el tamaño de los conductos tal como sucede en el modelo III altera el coeficiente de convección, reduciendo la capacidad de extraer calor a medida que el diámetro es reducido.

Si se pretende que el valor de L^+ sea mantenido para los diferentes valores de H/L , es estrictamente necesario que el valor de j sea un número entero. Por el contrario si el requerimiento de L^+ puede ser flexible, j puede tomar valores fraccionales.

Las áreas asignadas a los conductos elípticos se vuelven dependientes de j según las siguientes relaciones:

$$A_0 + A_1 = \frac{\phi}{j} \quad (6.7)$$

Siendo el tamaño de cada conducto:

$$A_0 = \frac{\phi_0}{j} \quad (6.8)$$

$$A_1 = \frac{\phi_1}{j} \quad (6.9)$$

Nota: Todas las unidades son derivadas de las distancias en dm.

Para variar el tamaño relativo de los conductos, se fija el porcentaje de área que ocupan respecto del área asignada a conductos, cuyos extremos del rango de variación, son idénticos a los definidos para los modelos previos, es decir, variando entre 33% y 90%.

$$\frac{A_0}{A_0 + A_1} = \frac{\phi_0}{\phi} \quad (6.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\phi_0}{\phi} \right]_{\min} = 0.33 \\ \left[\frac{\phi_0}{\phi} \right]_{\max} = 0.9 \end{array} \right. \quad (6.11)$$

La temperatura adimensional tal como fue definida en el modelo III es mantenida para este nuevo modelo.

Le eficiencia de evacuación de calor para este nuevo modelo es obtenida para las dimensiones totales de la sección del álabe de la Figura 6.1. A los fines de no obtener valores de eficiencia superiores a la unidad, para este nuevo modelo el numerador de la eficiencia es modificado respecto a la definición de la ecuación 4.5, representando la diferencia entre la temperatura máxima del metal y la temperatura del aire que la refrigera, en una placa plana de dimensiones $L^+ = 2$ [dm] y $w = 1$ [dm], conductividad térmica k y espesor constante de 1 [dm], cuando ingresa sobre una de las caras un calor total igual a "j" veces el calor ingresado sobre un dominio elemental q y por la otra cara es refrigerada por aire a temperatura T_{\min} . En consecuencia la eficiencia de evacuación de calor compara la temperatura máxima generada sobre la geometría con conductos elípticos y la que se generaría sobre una placa plana con idénticas dimensiones y condiciones.

$$\xi = \frac{q j / k L^+}{(T_{\max} - T_{\min})} \quad (6.12)$$

Siendo, $k = 21 \left[\frac{kJ}{mK} \right]$ y $L^+ = 2$ [dm]

Nota: q es el calor transferido sobre 1 dominio elemental en [W] y las distancias para este nuevo modelo son dimensionales en [dm].

6.1. Resultados del modelo IV

El análisis de H_2 , H_0/L_0 , H_1/L_1 , y ϕ_0 para valores constantes de H/L , para este nuevo modelo es coincidente con el análisis realizado en el modelo III, pues no se ha modificado el dominio elemental, ni las condiciones de borde. Por lo tanto, existen valores óptimos de H_2 , y ϕ_0 , tanto para mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ o máxima eficiencia. Mientras que los valores óptimos de H_0/L_0 y H_1/L_1 se encuentran en el extremo inferior del rango de variación.

La Figura 6.2 expone la variación de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, respecto de H/L , para diferentes valores de ϕ constante. En dicha Figura no todas las curvas se extienden en los mismos rangos de H/L , pues para valores de ϕ reducidos el aumento de la relación de aspecto H/L disminuye el diámetro de los conductos generando un número de Reynolds inferior al crítico para ductos. ($Re_{critico} = 2100$). Para los valores de ϕ en que fue posible, las curvas se han extendido hasta valores superiores a $H/L=2$ demostrando que el comportamiento se extiende sin presencia de un mínimo absoluto. Todas las curvas son monótonamente decrecientes, observándose un decrecimiento prácticamente lineal de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ a medida que ϕ es aumentando.

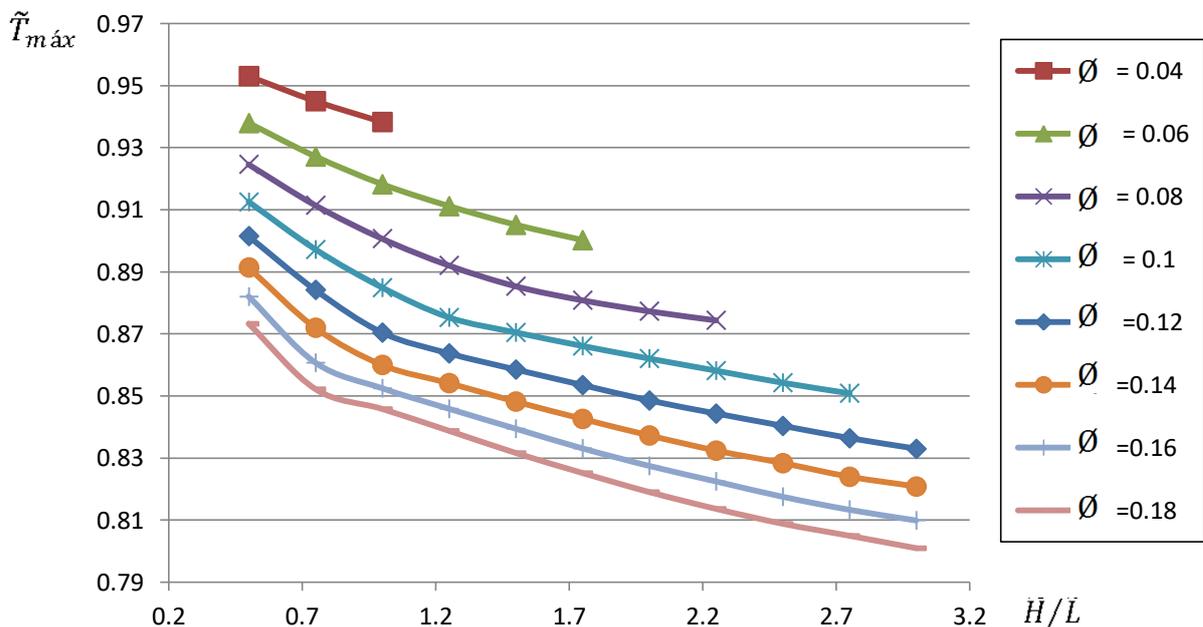


Figura 6.2 - Curvas de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en función de H/L para diferentes $\phi = cte$ para $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$.

De la Figura 6.2 se pueden extraer interesantes resultados, por ejemplo los volcados en la Tabla 6.1 donde se observa que es posible obtener la misma $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, con $\phi = 0.08$ y $\phi = 0.18$, mediante una adecuada selección de H/L , es decir, optimizando la cantidad de conductos sobre

el álabe, significando una reducción de aprox. 60% en el área asignada a conductos, con la consiguiente reducción en el consumo de aire para refrigeración y el aumento en la eficiencia global de la TG. Las geometrías de la Tabla 6.1 se muestran en la Figura 6.3.

Tabla 6.1 - Misma temperatura máxima reduciendo el área de conductos

ϕ^+	$(A_0 + A_1)[dm^2]$	ϕ_0/ϕ	j	H/L	H_0/L_0	H_1/L_1	$H_2[dm]$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$q [W]$	ξ
0.08	0.0089	0.333	9	2.25	0.4	0.4	0.1	0.8743	7816	0.3548
0.18	0.09	0.333	2	0.5	0.4	0.4	0.1	0.8732	8343	0.3794

Fuente: Base propia.

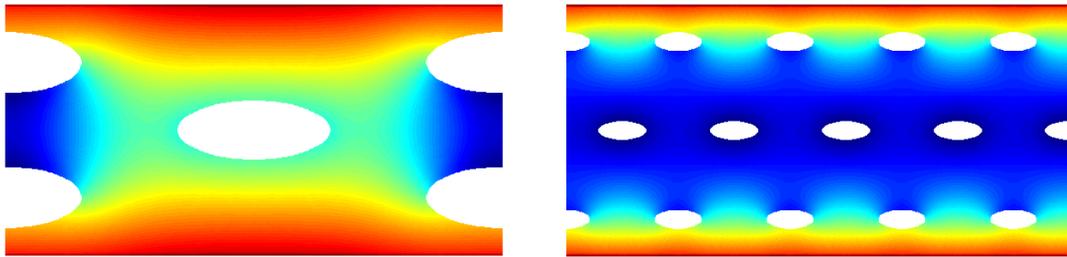


Figura 6.3 - Diseños de diferentes configuraciones de conductos e igual $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, referidos a la Tabla 6.1: izq. Primera fila. Der. Segunda fila.

La Figura 6.4 expone, la eficiencia de evacuación de calor global del álabe para diferentes valores de ϕ . La comparación entre las curvas de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y eficiencia, evidencian un comportamiento inversamente proporcional, o muy próximo a él. El mínimo absoluto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se encuentra en el extremo superior del rango de variación de H/L (tal como sucedía en el modelos II y III) generando una múltiple distribución de los conductos de refrigeración, aumentando el área de transferencia en contacto con el aire, a expensas de una reducción en el coeficiente de convección (menor diámetro de conductos reducen la velocidad y el Reynolds), transfiriendo mayor cantidad de conductos hacia el borde externo (mayor cantidad de elipses 1) generando una distribución más uniforme de las isothermas. Del mismo modo, la eficiencia máxima absoluta se obtiene también para el mayor valor de H/L , opuesto a lo que sucede en los modelos II y III donde la máxima eficiencia se alcanza con valores reducidos de H/L .

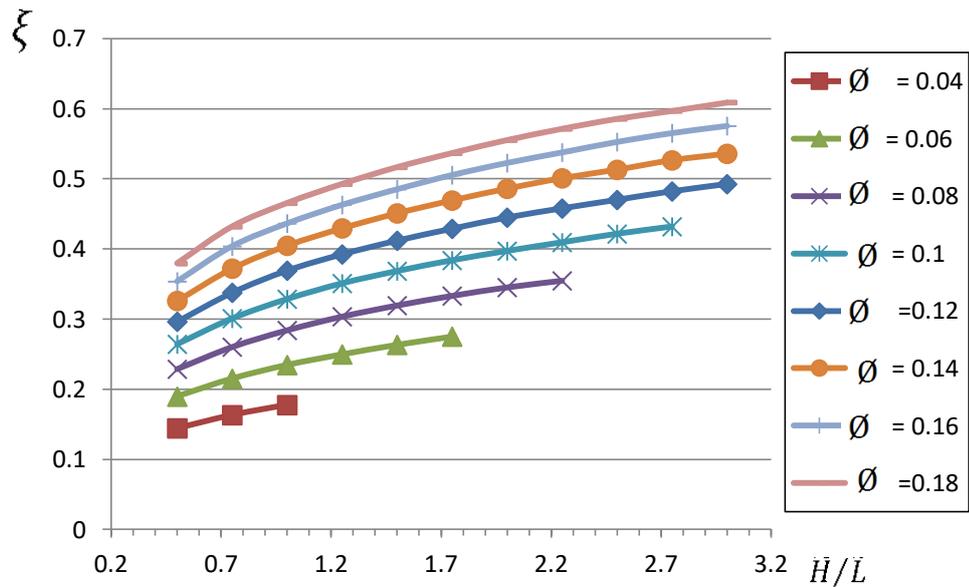


Figura 6.4 - Curvas de eficiencia en función de H/L para diferentes $\phi = \text{cte}$ para $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$.

Luego de una búsqueda exhaustiva con refinamientos sucesivos, la siguiente Tabla (Tabla 6.2) resume las geometrías óptimas que generan la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ para diferentes relaciones de material, donde en la Figura 6.5 se observa el diseño de los conductos sobre el álabe con las curvas isoterma.

Tabla 6.2 - Diseño Constructual para diferentes relaciones de material (ϕ). Modelo IV

ϕ	$(A_0 + A_1)[dm^2]$	ϕ_0/ϕ	j	H/L	H_0/L_0	H_1/L_1	$H_2[dm]$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$q [W]$	ξ
0.04	0.01	0.33	4	1	0.4	0.4	0.31	0.9357	4087	0.17
0.06	0.008571	0.33	7	1.75	0.4	0.4	0.1	0.9002	6243	0.275
0.1	0.0125	0.33	8	2	0.4	0.4	0.1	0.8620	8628	0.395
0.14	0.0175	0.33	8	2	0.4	0.4	0.1	0.8372	10255	0.485
0.18	0.0225	0.33	8	2	0.4	0.4	0.1	0.8190	11463	0.555

Fuente: Base propia

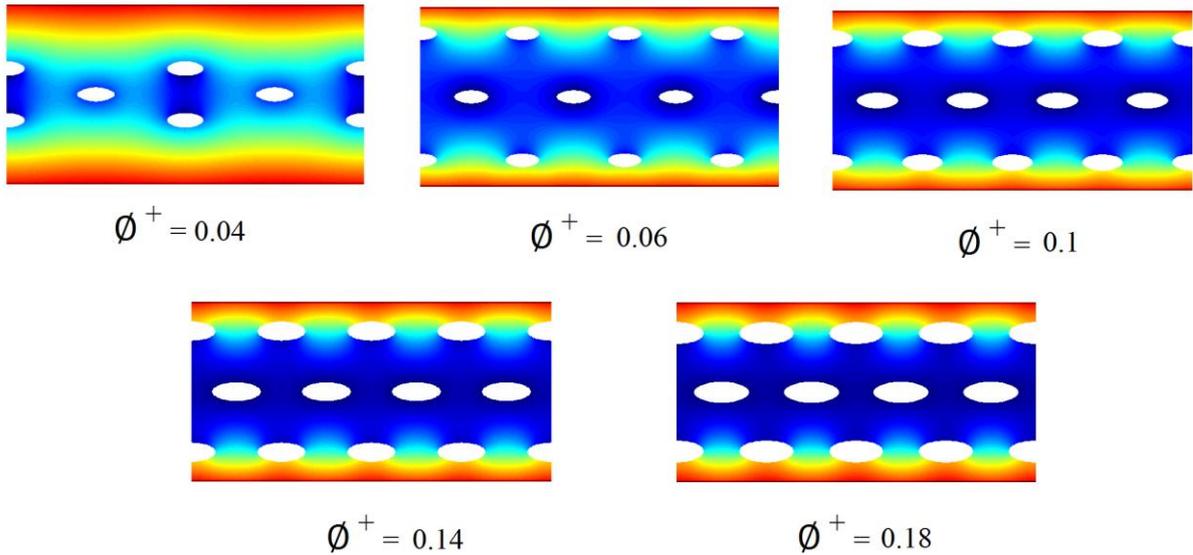


Figura 6.5 - Perfil de temperaturas de cada diseño Constructual referido a la Tabla 6.2

Para este nuevo modelo, el valor de H/L óptimo que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y la máxima ξ son coincidentes, a diferencia de los que ocurre en los modelo II y III. Siendo óptimo cuando dispone de mayor cantidad de conductos sobre el álabe.

También continúan siendo coincidentes los valores óptimos de las relaciones de aspecto de las elipses, H_0/L_0 y H_1/L_1 que generan la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y máxima ξ , siendo óptimos en el extremo inferior del rango de variación.

Los valores óptimos de H_2 y ϕ_0/ϕ son fuertemente dependientes del resto de las variables, H/L , H_0/L_0 y H_1/L_1 demostrando que existen ciertas combinaciones de variables donde los valores óptimos son coincidentes para mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y máxima ξ , mientras que otras configuraciones muestran no serlo.

Para concluir con el análisis, la Figura 6.6 expone el comportamiento de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y la ξ a medida que el área total de la sección central A^+ es incrementada. Para ello, se mantiene fija la relación de aspecto de la sección central del álabe al valor que se ha analizado en el presente modelo, es decir $H^+/L^+ = 0.5$, manteniéndose también fijas las 6 variables geométricas analizadas ϕ , H/L , H_0/L_0 ; ϕ_0/ϕ ; H_1/L_1 y H_2 .

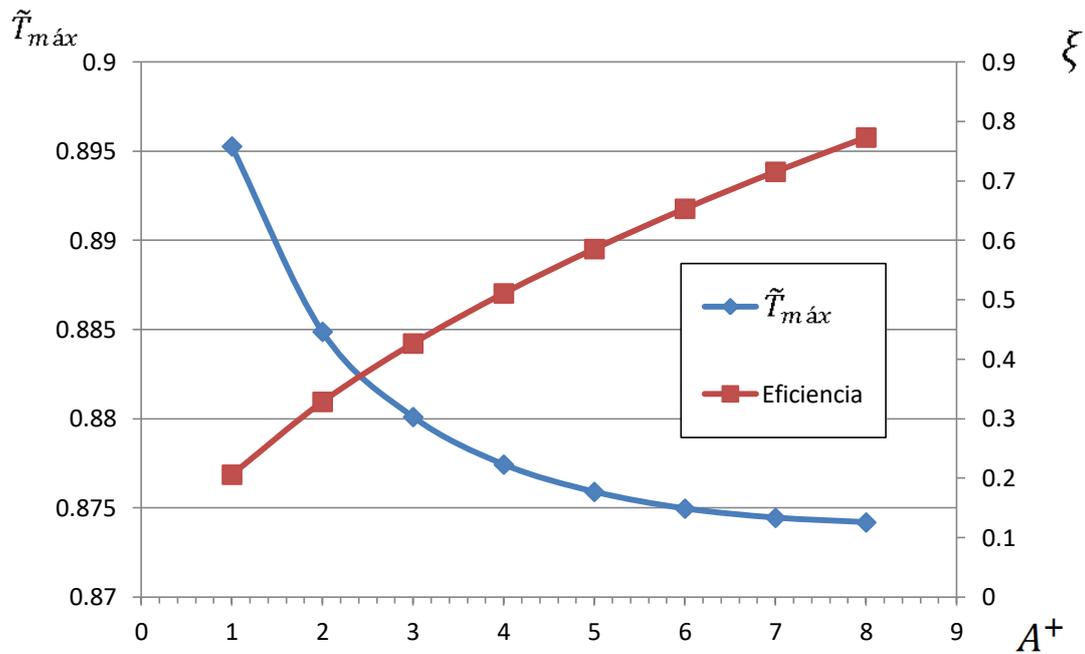


Figura 6.6 - $\tilde{T}_{máx}$ y ξ en función del área de la sección central del álabe en $[\text{dm}^2]$ para $\phi = 0.1$, $H/L = 2$, $H_0/L_0=0.4$; $\phi_0/\phi = 0.33$; $H_1/L_1=0.4$ y $H_2=0.1$.

Como se evidencia en la Figura, la eficiencia de evacuación de calor se ve acrecentada de forma prácticamente lineal junto con el área del álabe. Por otro lado, la $\tilde{T}_{máx}$, presenta un comportamiento que se aproxima a inversamente proporcional ($\tilde{T}_{máx} \approx 1/A^+$), volviéndose una curva prácticamente plana entre 6 a 8 $[\text{dm}^2]$.

7. CAPITALIZACIÓN DEL DISEÑO CONSTRUCTAL

Para capitalizar los diseños óptimos encontrados con teoría Constructal del modelo IV, se realizan comparaciones frente a diseños no optimizados con relación de aspecto unitaria, conductos circulares del mismo tamaño y distancia de la elipse 1 al borde exterior H_2 fija en 0.1, sobre un álabe de dimensiones $H^+ = 1$, y $L^+ = 2$.

Para $\emptyset = 0.04$ la Tabla 7.1 resume ambos diseños. Para este valor reducido de \emptyset no es posible aumentar más la cantidad de conductos sobre el álabe, pues el Reynolds se vuelve inferior a 2100. Se observa una reducción de 0.8 % en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y un aumento de 5.5% en la eficiencia de evacuación de calor. La Figura 7.1 ilustra ambas secciones del álabe.

Tabla 7.1 - Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\emptyset^+ = 0.04$

\emptyset	$(A_0 + A_1)[dm^2]$	\emptyset_0/\emptyset	j	H/L	H_0/L_0	H_1/L_1	$H_2[dm]$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$q [W]$	ξ
0.04	0.005	0.33	4	1	1	1	0.1	0.9429	3891	0.173
0.04	0.0025	0.33	4	1	0.4	0.4	0.31	0.9357	4087	0.164

Fuente: Base propia.

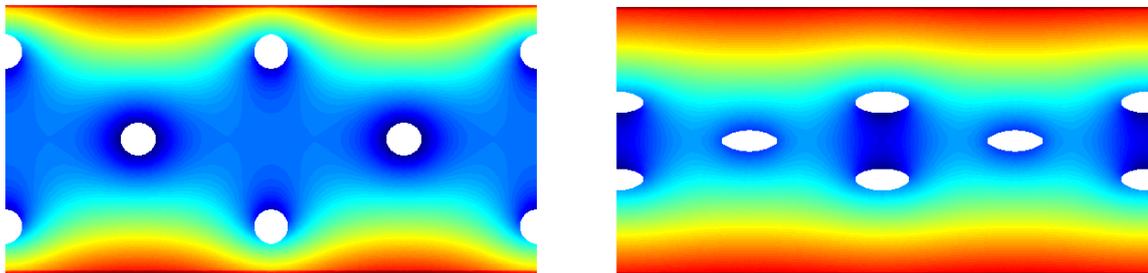


Figura 7.1 - Comparación de perfiles de álaves de TG referidos a la Tabla 7.1

Para $\emptyset = 0.1$ la Tabla 7.2 resume ambos diseños donde se observa una reducción de 11.7 % en la $T_{m\acute{a}x}$ y un aumento de 113 % en la eficiencia de evacuación de calor. La Figura 7.2 ilustra ambos perfiles.

Tabla 7.2 - Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\emptyset^+ = 0.1$

\emptyset	$A_0 + A_1 [dm^2]$	\emptyset_0/\emptyset	j	H/L	H_0/L_0	H_1/L_1	$H_2[dm]$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$q [W]$	ξ
0.1	0.025	0.33	4	1	1	1	0.1	0.895	6816.7	0.30
0.1	0.0125	0.33	8	2	0.4	0.4	0.1	0.791	12832.2	0.64

Fuente: Base propia

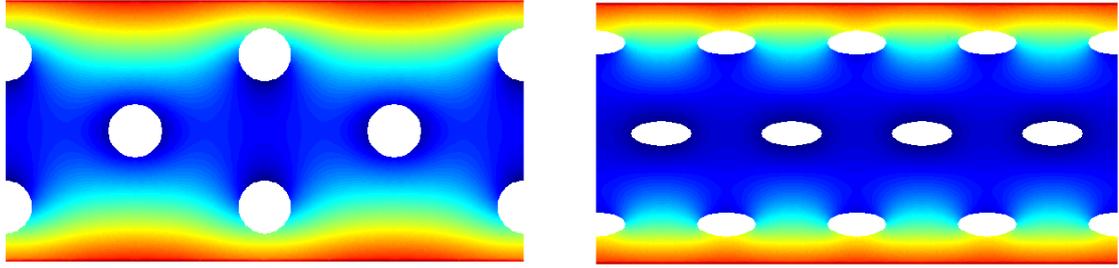


Figura 7.2 - Comparación de perfiles de álabes de TG referidos a la Tabla 7.2

Para $\phi = 0.18$ la Tabla 7.3 resume ambos diseños donde se observa una reducción de 11.8 % en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y un aumento de 88 % en la eficiencia de evacuación de calor. La Figura 7.3 ilustra ambos perfiles.

Tabla 7.3 - Comparación de diseño Constructal y diseño no optimizado para $\phi^+ = 0.18$

ϕ	$(A_0 + A_1)[dm^2]$	ϕ_0/ϕ	j	H/L	H_0/L_0	H_1/L_1	$H_2[dm]$	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	$q [W]$	ξ
0.18	0.045	0.33	4	1	1	1	0.1	0.851	9316.1	0.43
0.18	0.0225	0.33	8	2	0.4	0.4	0.1	0.751	15448.5	0.82

Fuente: Base propia. Dimensiones en [dm]

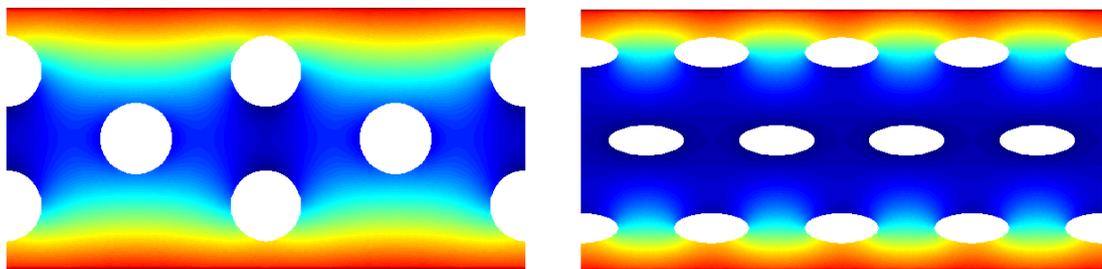


Figura 7.3 - Comparación de perfiles de álabes de TG referidos a la Tabla 7.3

8. VALIDACION DE RESULTADOS

De los 4 modelos estudiados, el modelo IV es el más representativo de las condiciones reales de operación de un álabe de TG, debido a que involucra los fenómenos de convección y radiación sobre un álabe de dimensiones fijas preestablecidas. Por ello, la validación se realiza sobre tales resultados. Se pretende aplicar el diseño Constructal a la configuración de conductos internos de refrigeración en un perfil de álabe real, el cual fue analizado en condiciones de operación mediante ensayos experimentales. El álabe original posee 10 conductos internos circulares de refrigeración que lo recorren radialmente desde la base a la punta. Se prevé mediante simulación numérica, replicar tales resultados experimentales del ensayo experimental. La simulación se realiza con modelado numérico en un software comercial (Comsol, 2016) reproduciendo geometría, condiciones dinámicas y térmicas del ensayo original. Una vez lograda la similaridad geométrica, dinámica y térmica, sobre el mismo perfil externo del álabe, se reemplazan los conductos circulares por un diseño Constructal de conductos elípticos manteniendo la relación de material total del álabe ϕ^+ .

Es esperable que la nueva configuración de los conductos de refrigeración, arroje una disminución en la temperatura sobre el borde exterior del perfil del álabe, lo cual significa una optimización respecto de la evacuación de calor, validando los resultados obtenidos en el presente trabajo.

8.1. Ensayo experimental

Fuera del dominio sólido del álabe, coexisten dos escurrimientos de flujos diferentes. Por fuera de la superficie externa, los gases de combustión a elevada temperatura inciden sobre la superficie del álabe generando diferentes perfiles de velocidad, presión y temperatura. A su vez, por dentro de los conductos de refrigeración, el escurrimiento del aire nuevamente genera perfiles de velocidad, presión y temperatura a lo largo de su recorrido.

La combinación de ambos escurrimientos fluidos intercambiando energía térmica a través una superficie sólida, determina un problema de transferencia de calor conjugado (CHT, Conjugate Heat Transfer, por sus siglas en Inglés)

D. Hylton et al. [5] en su reporte "Analytical and Experimental Evaluation of the Heat Transfer Distribution Over the Surfaces of Turbine Vanes", NASA 1983, ha realizado un análisis experimental sobre un perfil de álabe de TG refrigerado por 10 conductos internos circulares, el perfil se denomina C3X. Tal reporte es el único de dominio público, el cual

contiene suficiente información de las condiciones y las variables dinámicas y térmicas de ambos fluidos de forma de poder ser reproducido.

8.2. Configuración del ensayo experimental

El ensayo fue realizado en un dispositivo que consiste principalmente de un quemador, una sección convergente, una sección de corriente libre con instrumentación y acceso visual, una sección de ensayo con instrumentación, una zona de enfriamiento con regulación de presión de descarga y un sistema de escape.

La sección de ensayo con su instrumentación es esquematizada en la Figura 8.1 junto con las dimensiones principales. El ensayo se realiza sobre una cascada de 3 álabes, siendo el álabe del medio, el utilizado para realizar las mediciones de presión y temperatura sobre la cuerda de su perfil. Fueron utilizadas más de 80 termocuplas y 30 medidores de presión adecuadamente emplazados sobre la cuerda del perfil en un plano 2D próximo a media altura del álabe (mid span).

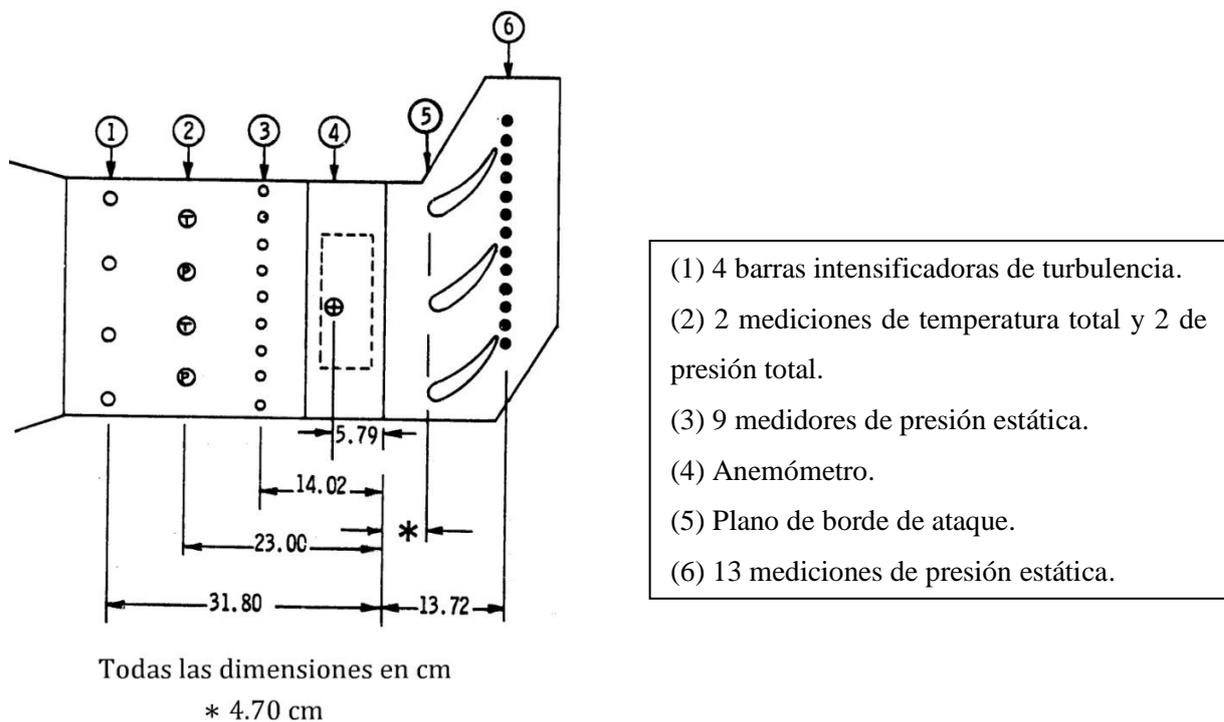


Figura 8.1 - Sección de ensayo y posicionamiento de instrumentos

La geometría de la cascada es esquematizada en la Figura 8.2, donde se muestran las dimensiones principales.

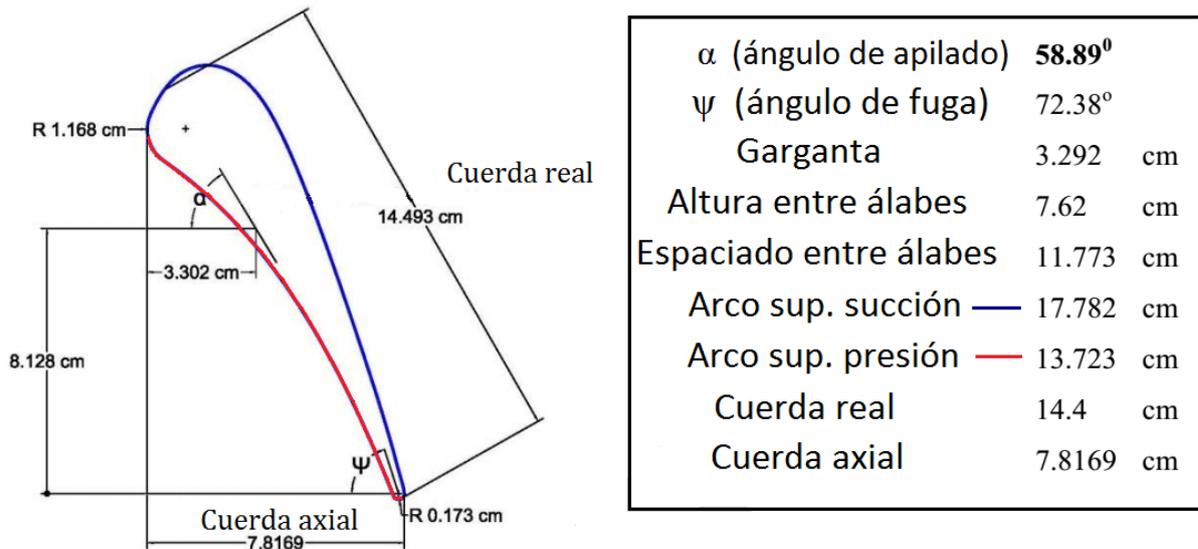


Figura 8.2 - Dimensiones principales del álabe C3X y posicionamiento en la cascada.

El álabe es denominado C3X y forma parte del estator (vane) de turbinas de la época. El borde de ataque al igual que el de fuga son circulares, y el material con el que fue construido es Acero Inoxidable ASTM 310 de relativa baja conductividad térmica. La cuerda del perfil es establecido mediante 78 puntos sobre un plano, cuyas coordenadas se encuentran en anexo A. El perfil es constante sobre toda la altura del álabe.

El álabe contiene 10 conductos circulares de refrigeración dispuestos radialmente, por los que circula aire, cuya geometría se describe en la Figura 8.3.

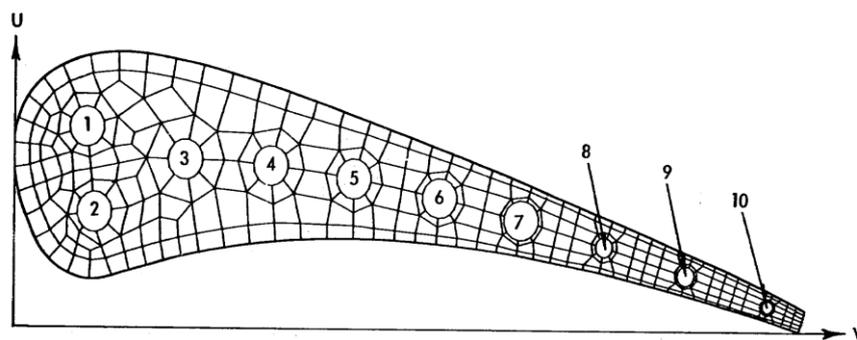


Figura 8.3 - Geometría de conductos internos en álabe C3X

8.3. Condiciones del ensayo experimental

Las condiciones del ensayo que se pretende reproducir, corresponden al caso 4422 (run 112) del citado reporte, cuyas condiciones del flujo externo (gases de combustión) se resumen en la Tabla 8.1.

Tabla 8.1 - Condiciones del flujo externo para el ensayo del caso 4422

Caso N°	Run	P_{01} [bar]	T_{01} [K]	Ma_1	$Re_1 \times 10^{-6}$	I_T [%]	Ma_2	$Re_2 \times 10^{-6}$
4422	112	3.217	783	0.17	0.53	8.3	0.9	2.01

Fuente: ref [5]

P_{01} : presión total de entrada

T_{01} : temperatura total de entrada

Ma_1 : número de Mach en la entrada

Re_1 : número de Reynolds en la entrada

I_T : intensidad de turbulencia en la entrada en %

Ma_2 : número de Mach de salida

Re_2 : número de Reynolds de salida.

Según D. Hylton et. al, el número de Mach a la salida fue obtenido en función de la medición de la presión estática de salida P_2 y la presión total en la entrada P_{01} . Esto es posible bajo la suposición de conservación del escalar P_0 (presión total) , lo cual ocurre despreciando la transferencia de calor, flujo sin irreversibilidades e incompresible (Bernoullí).

Luego, a partir de la relación de expansión con flujo compresible ec. 6.1, se obtiene la presión estática de salida, $P_{02}=1.902$ [bar].

$$\frac{P_{02}}{P_2} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (8.1)$$

Las condiciones dinámicas y térmicas de los conductos se resumen en la Tabla 8.2 donde la temperatura promedio de cada conducto fue calculada considerando un incremento lineal desde la base a la punta. El número de Reynolds (Re) es determinado para cada conducto a partir de la medición del caudal másico, el diámetro del conducto y la viscosidad basada en la temperatura promedio del aire. El número de Prandtl para el aire también es determinado a partir de la temperatura media. El número de Nusselt es calculado a partir de la siguiente relación para tubos lisos:

$$Nu_D = Cr(0.022 Pr^{0.5} Re_D^{0.8}) \quad (8.2)$$

Cr corrige el número de Nu para la región de entrada, para capa límite no totalmente desarrollada. El valor de Cr se encuentra tabulado también en la Tabla 8.2.

El coeficiente de convección promedio a media altura del álabe de cada conducto es obtenido a partir del Nusselt con el diámetro y la conductividad térmica del aire refrigerante, el cual se encuentra en la Tabla 8.2.

Tabla 8.2 - Condiciones del flujo interno sobre los 10 conductos del ensayo #4422

N° conducto Fig 8.3	Cr	D [cm]	Pr	k [W/m K]	Nusselt	h [W/m ² K]	Temp media [K]	Re _D	Caudal másico [kg/s]
1	1.118	0.63	0.7037	0.06093	151.3	1463.5	409.08	67870	0.00779
2	1.118	0.63	0.7037	0.06093	132.2	1278.8	409.37	57340	0.00658
3	1.118	0.63	0.7037	0.06093	131.7	1273.5	391.54	57040	0.00634
4	1.118	0.63	0.7037	0.06093	135.7	1312.6	397.15	59240	0.00666
5	1.118	0.63	0.7037	0.06093	137.6	1330.5	376.91	60250	0.00652
6	1.118	0.63	0.7037	0.06093	129.9	1256.3	434.86	56080	0.00672
7	1.118	0.63	0.7037	0.06093	131.4	1271.2	391.49	56910	0.00633
8	1.056	0.31	0.7037	0.06093	93.5	1837.4	407.58	39920	0.00226
9	1.056	0.31	0.7037	0.06093	58.2	1144.9	466.43	22100	0.00138
10	1.025	0.198	0.7037	0.06093	43.9	1351.1	516.21	16110	0.00068

Fuente: base datos ref [5]

8.4. Modelado Numérico del ensayo

El perfil externo del álabe se encuentra definido en anexo A. Para la definición del dominio del fluido externo al álabe, y las condiciones de borde del mismo, se utilizó la ayuda de un software de diseño paramétrico reproduciendo la cascada de 3 álabes apilados y determinando los bordes exactos que delimitan periodicidad en sentido vertical, tal como se observa en la Figura 8.4.

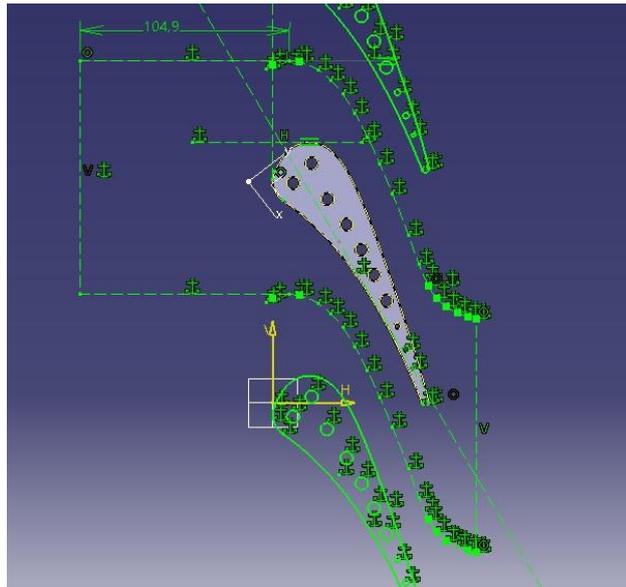


Figura 8.4 - Determinación de los bordes del dominio fluido

Las secciones de entrada y salida del flujo, fueron establecidas respetando las distancias de ubicación de las termocuplas y sensores de presión en la configuración del ensayo original. La elección del dominio correspondiente al fluido permite la utilización de las condiciones de borde periódica, entrada y salida en las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía. La Figura 8.5 muestra las condiciones de bordes del dominio correspondiente al fluido externo.

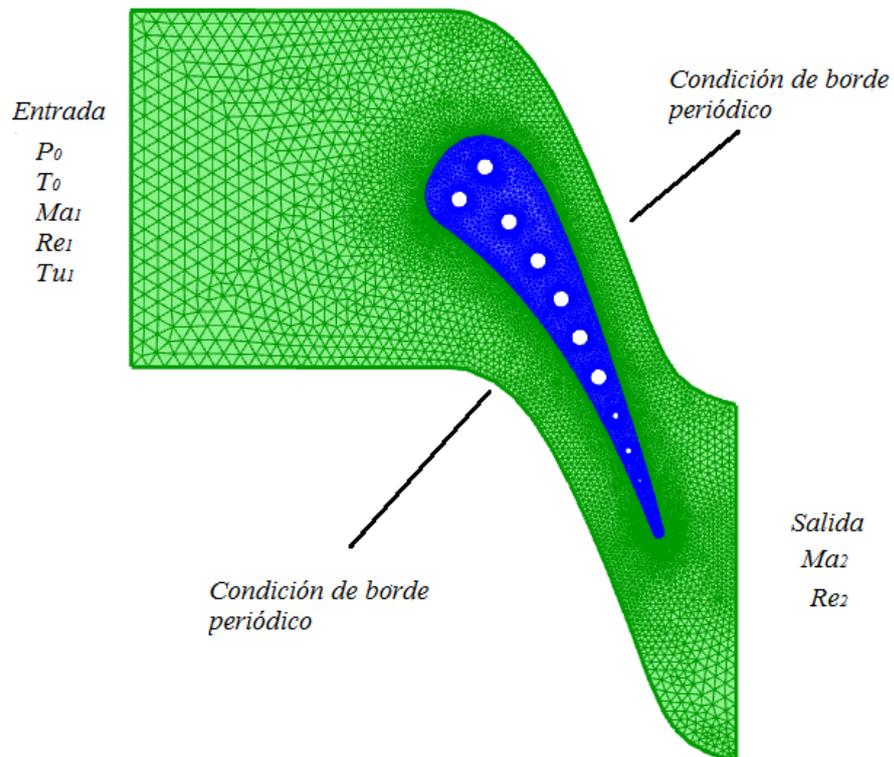


Figura 8.5 - Mallado sobre el dominio y condiciones de borde.

El flujo de gases (dominio color verde en Figura 8.5) es modelados mediante las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento, masa y energía para flujo compresible en régimen estacionario:

Balance de masa:

$$\nabla \cdot (\rho u) = 0$$

Balance de cantidad de Movimiento:

$$\rho u \cdot \nabla u = -\nabla p + \nabla \left((\mu + \mu_T)(\nabla u + (\nabla u)^T) \right) - \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\nabla \cdot u)I$$

*Donde μ es viscosidad dinámica y μ_T la viscosidad turbulenta

Balance de energía:

$$\rho C_p u \nabla T = \nabla(k \nabla T)$$

El modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$. Este modelo está basado en la ecuación de Navier Stokes promediada, consistente en la resolución de 2 ecuaciones de transporte, el transporte de la energía cinética turbulenta k y la disipación turbulenta ε (CFD, Module User Guides, Comsol, 2016). Dichas ecuaciones a resolver son:

Transporte de energía cinética turbulenta k es:

$$\rho u \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \varepsilon$$

Siendo

$$P_k = \mu_T \left(\nabla u : (\nabla u + (\nabla u)^T) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot u)^2 \right) - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot u$$

Transporte de disipación turbulenta ε :

$$\rho u \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

u : Velocidad en la dirección principal

μ_T : Viscosidad dinámica turbulenta.

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Donde el ajuste de las curvas se realiza con la determinación de constantes por medio de experimentación:

$$C_\mu = 0.09; \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92; \quad \sigma_k = 1 \quad \text{y} \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Para la condición de borde de entrada de presión sin tensiones de corte (Pressure no viscous stress) es necesario definir:

I_T : Intensidad de turbulencia: definida en Tabla 8.1

L_T : Longitud escala de turbulencia = 0.0082 [m]

U_{ref} : Velocidad de referencia de escala de turbulencia = 1 [m/s]

Donde los valores de U_{ref} y L_T fueron tomados según recomendaciones de "Tabla 4-3: "Turbulent Length Scales For Two-dimensional Flows", CFD Module User Guides, Comsol 2016.

Estas últimas variables están relacionadas con la energía cinética turbulenta k y la disipación turbulenta ε según:

$$k = \frac{3}{2} (I_T U_{ref})^2 \quad \text{y} \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4}}{L_T} \left(\frac{3(I_T U_{ref})^2}{2} \right)^{3/2}$$

El acoplamiento de la ecuación de energía se realiza a través del modelo Kays Crowfort a través de la determinación del número de Prandtl Turbulento (CFD Model User Guides Comsol, 2016).

$$Pr_T = \left(\frac{1}{2 Pr_{T\infty}} + \frac{0.3 Pe_T}{\sqrt{Pr_{T\infty}}} - (0.3 Pe_T)^2 \left(1 - e^{-1/0.3 Pe_T \sqrt{Pr_{T\infty}}} \right) \right)^{-1}$$

El Prandtl en el infinito vale $Pr_{T\infty} = 0.85$ y $Pe_T = Pr(\mu_t/\nu)$ es el número de Peclet turbulento.

8.5. Convergencia y exactitud de resultados

La independencia de malla se logra mediante el aumento progresivo en la cantidad de elementos hasta lograr una diferencia entre dos soluciones sucesivas menor al 1%. La variable

de salida para analizar la independencia de malla es la temperatura sobre la cuerda del perfil del álabe. La Figura 8.6 demuestra que la independencia es alcanzada para 222.000 elementos.

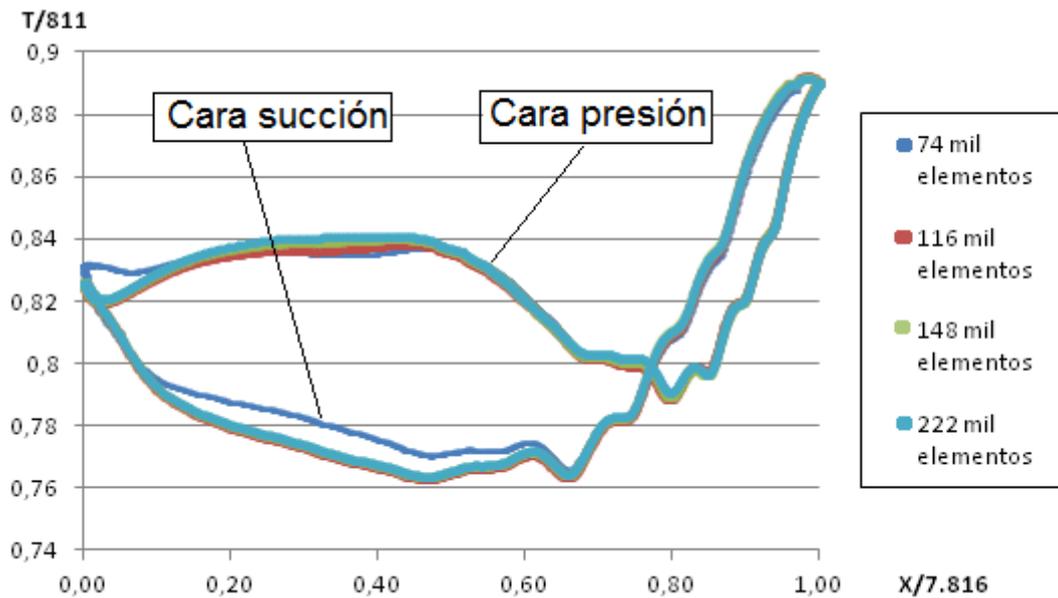


Figura 8.6 - $T/811$ vs. % de cuerda axial, para diferentes refinamientos de malla

Además de la independencia de malla, para asegurar la estabilidad del modelo y exactitud de resultados, es preciso contemplar 2 parámetros adicionales, la calidad de elementos y el desprendimiento de pared en unidades de viscosidad.

El resultado está altamente ligado a la calidad de elementos de la malla, por ello es necesario asegurar que la calidad de elemento mínima sobre todo el mallado, sea superior a 0.1. En la Tabla 8.3 se presentan las características del mallado final del modelo.

Tabla 8.3 - Características principales del mallado

Propiedad	Valor
Calidad de elemento Mínima	0.1968
Calidad de elemento Promedio	0.9003
Elementos triangulares	206899
Elementos rectangulares	16060
Elementos de borde	3815
Elementos de vértice	148
Cantidad total de elementos	222959

Fuente: Base propia

La utilización de funciones de pared utilizadas por el modelo $k-\epsilon$, para representar analíticamente la subcapa viscosa y la capa de amortiguamiento, hace preciso que el dominio computacional comience al inicio de la región de ley logarítmica sobre la capa límite fluidodinámica. Esta característica del mallado es asegurada cuando el desprendimiento de pared en unidades de viscosidad es inferior a 11.06 sobre las paredes del modelo, en este caso sobre todo el contorno del álabe.

8.6. Similaridad geométrica, dinámica y térmica

La similaridad geométrica (Schlichting H. 1979 Boundary-Layer Theory) es lograda mediante la creación de un modelo numérico que presta exacta relación con las magnitudes geométricas del ensayo experimental, mientras que la similaridad dinámica y térmica es alcanzada una vez sea reproducido el comportamiento de las variables presión y temperatura sobre la cuerda del perfil.

En las Figuras 8.7 y 8.8 respectivamente, ilustran la presión y temperatura sobre la pared de la cuerda del perfil de forma normalizada como $P/3.217$ y $T/811$ en función del porcentaje de la cuerda axial. Estas curvas contrastan los valores obtenidos mediante simulación numérica y los valores experimentales obtenidos bajo ensayo por D. Hylton, demostrando sobre la mayor parte de la cuerda del perfil una reproducción aceptable del ensayo original. La mayor diferencia tanto en la presión como en la temperatura se observa aguas abajo del punto de estancamiento sobre la cara de succión, debido a que el modelo de turbulencia utilizado no refleja resultados exactos con flujos de presión adversa, siendo además, incapaz de reproducir la transición a capa límite turbulenta, subestimando la presión y sobre estimando la temperatura en tal región.

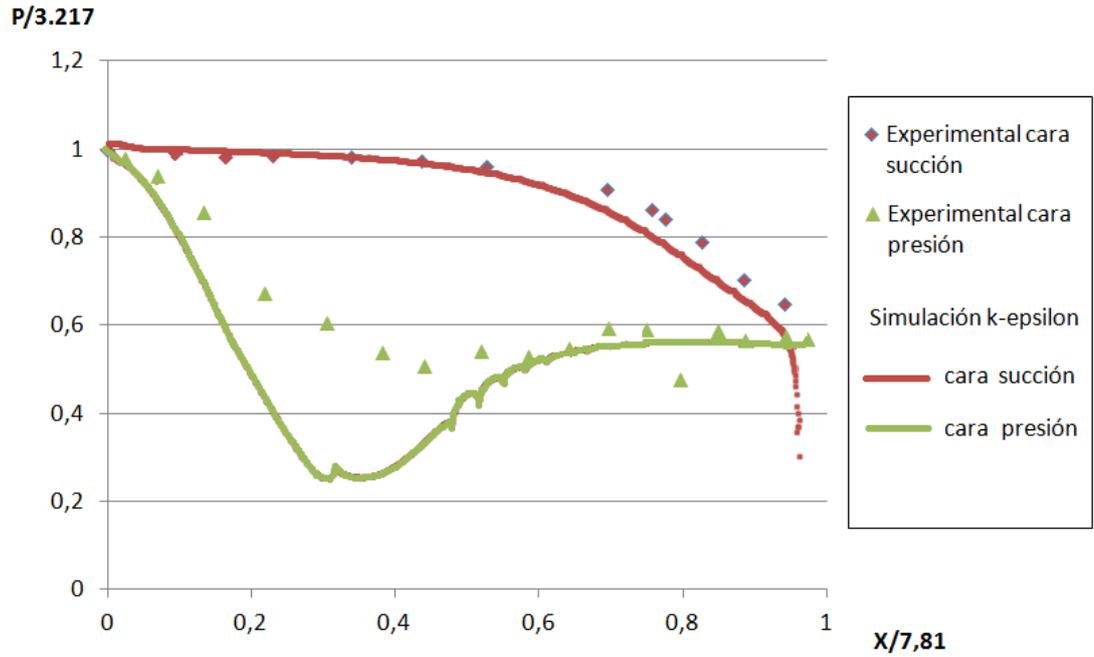


Figura 8.7 - Valores experimentales y de simulación de P/3.217 en función del porcentaje de la cuerda axial del perfil.

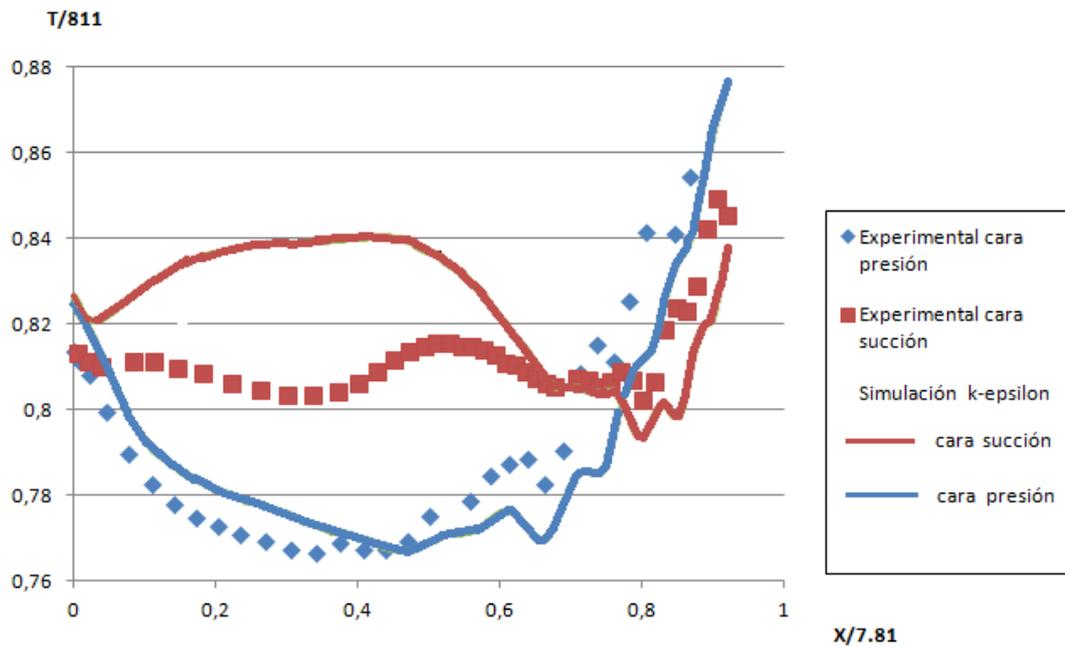


Figura 8.8 - Valores experimentales y de simulación de temperatura de pared T/811 en función del porcentaje de la cuerda axial del perfil.

8.7. Simulación del diseño Constructal

Alcanzada la similaridad geométrica, dinámica y térmica sobre el modelo numérico, se reemplazan los conductos circulares de refrigeración originales por conductos elípticos, con un diseño que contemple los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Para que la validación de los resultados sea justificada, el diseño de los nuevos conductos, debe asegurar una mejora en el desempeño térmico del álabe, reduciendo la temperatura máxima sobre el mismo, basado únicamente en la optimización de la geometría de los conductos de refrigeración, sin incurrir a modificaciones de caudal o temperatura del flujo externo, ni en el flujo de aire de refrigeración. Además se pretende mantener la distancia original entre los conductos y el borde externo, pues acercar los conductos hacia los bordes externos constituye una solución trivial, cuyo resultado no representaría una optimización del diseño de los conductos. El flujo externo es mantenido tal cual fue simulado con los conductos circulares.

La conclusión general de los modelos III y IV del presente informe establecen que la eficiencia de refrigeración y la temperatura máxima, son mejorados cuando:

- 1) Se aumenta el número de conductos (aumento de j).
- 2) Conductos prácticamente de igual tamaño.
- 3) Menor relación de aspecto de las elipses de los conductos.

Haciendo uso de estas características para el diseño de los nuevos conductos de refrigeración, se define:

1) Utilizar conductos elípticos de igual tamaño al conducto N° 9 de los conductos circulares originales, con idéntica temperatura media, y Número de Reynolds. Por ende, mismo coeficiente de transferencia de calor por convección h . (Tabla 8.2)

2) Menor relación de aspecto de las elipses $H/L= 0.4$

3) Manteniendo la relación de material total de álabe ϕ^+ , se define la cantidad j de conductos para la nueva configuración.

$$\phi^+ = \frac{\text{Área total 10 conductos}}{\text{Área del álabe}} = 0.08$$

La cantidad de conductos elípticos es:

$$x = \frac{\text{Área total 10 conductos}}{\text{Área del conducto \# 9}} \approx 31$$

Por lo tanto se posicionan 31 conductos elípticos sobre el dominio del álabe de semiejes:

$$\begin{cases} H = 0.063 \text{ [dm]} \\ L = 0.0315 \text{ [dm]} \end{cases}$$

La temperatura y el número de Reynolds para los 31 nuevos conductos, se toman idénticos a los valores del aire de refrigeración del conducto N° 9 de la Tabla 8.2, los cuales son respectivamente 466 [K] y 22100. Cabe destacar que tal temperatura media del aire es la segunda más alta de los 10 conductos originales, superando aproximadamente en 50 grados a la temperatura media de los conductos 1 al 8 originales. Por otro lado, el número de Reynolds del aire por dentro del conducto es el segundo más bajo de los 10 conductos originales siendo duplicado y hasta triplicado en los conductos del 1 al 7.

Al utilizar un Número de Reynolds constante e inferior al promedio de los 10 conductos originales, el caudal total de refrigeración con la nueva configuración de conductos elípticos se ve disminuido en 17 % respecto del caudal original.

4) Se mantendrá la distancia original entre los conductos y el borde externo a los fines de no incurrir en una mejora trivial de la transferencia de calor. Para ello, se trazan líneas rectas tangencialmente entre los 10 conductos originales, formando el límite externo para el posicionamiento de los nuevos conductos (Figura 8.9)

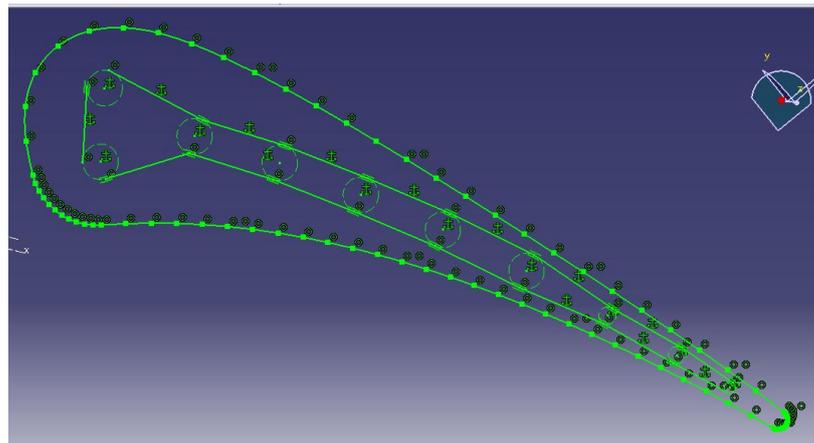


Figura 8.9 - Definición del límite externo para el nuevo posicionamiento de los conductos

El diseño final es expuesto en la Figura 8.10 que consta de 31 conductos elípticos distanciados de forma uniforme dentro del área asignada por la Figura 8.9.

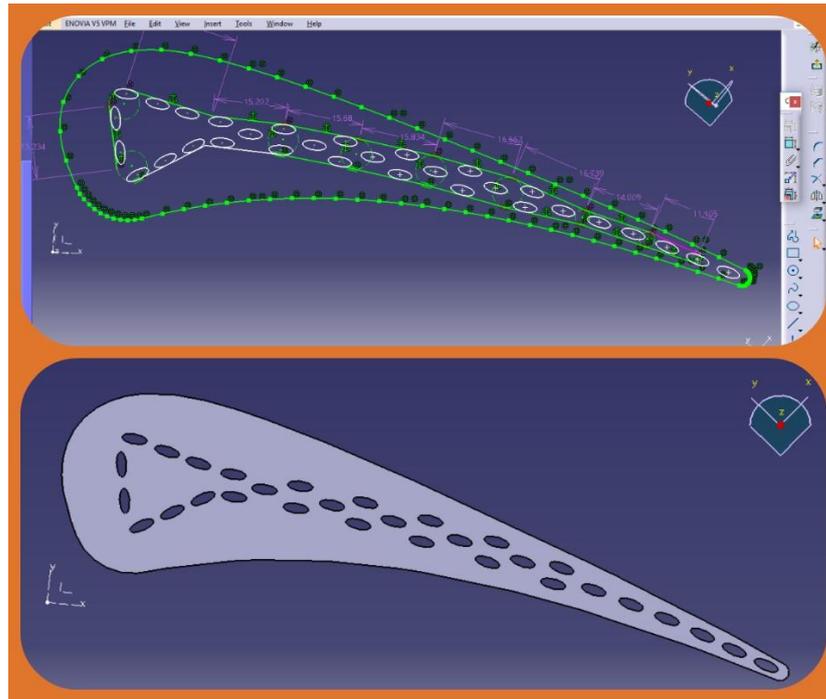


Figura 8.10 - Arriba: Contraste del diseño original y nuevo arreglo de conductos elípticos.
Abajo: Arreglo de nuevos conductos elípticos de refrigeración.

8.8. Comparación de resultados

Los resultados de la simulación del nuevo diseño con conductos elípticos de refrigeración, se exponen en las Figuras 8.11 y 8.12 en contraste con los valores simulados para los conductos circulares. Los valores de presión sobre la cuerda del perfil no han sufrido modificaciones. Los valores de temperatura sobre la cuerda del perfil con conductos elípticos se han reducido sobre toda la cuerda del perfil. El análisis de los resultados muestra una reducción de 13.23% (107.3 °C) en la temperatura máxima, y un promedio de 5.73% (46.5 °C) sobre toda la cuerda del perfil. Esta reducción de la temperatura sobre toda la cuerda del perfil ocurre a expensas de una reducción en el caudal de refrigeración de 17 % y de una temperatura media del aire de refrigeración, en promedio de 50 grados más elevada respecto del diseño original.

Estos resultados señalan la importancia que presenta la optimización del diseño de los conductos de refrigeración mediante la utilización de conductos elípticos resultando en una mejora sobre el desempeño térmico del álabe y una reducción notable de la temperatura a lo largo de toda la cuerda del perfil a expensas de la utilización de menor caudal de aire de refrigeración a mayor temperatura.

Sería posible continuar con la optimización de los conductos, realizando una mas adecuada distribución de los conductos y una homogenización de la temperatura sobre el perfil,

de forma de reducir la temperatura máxima, la cual ocurre para el nuevo arreglo de conductos sobre la cara de succión, mientras que en el modelo original ocurría en el borde de fuga (Figura 8.12). Otra alternativa para reducir la temperatura sería la implementación de técnicas de refrigeración adicionales como la mencionadas en la Figura 1.3.

Las Figuras 8.13 y 8.14 trazan las isotermas sobre el perfil del álabe, tanto para el diseño original como para el diseño de conductos elípticos.

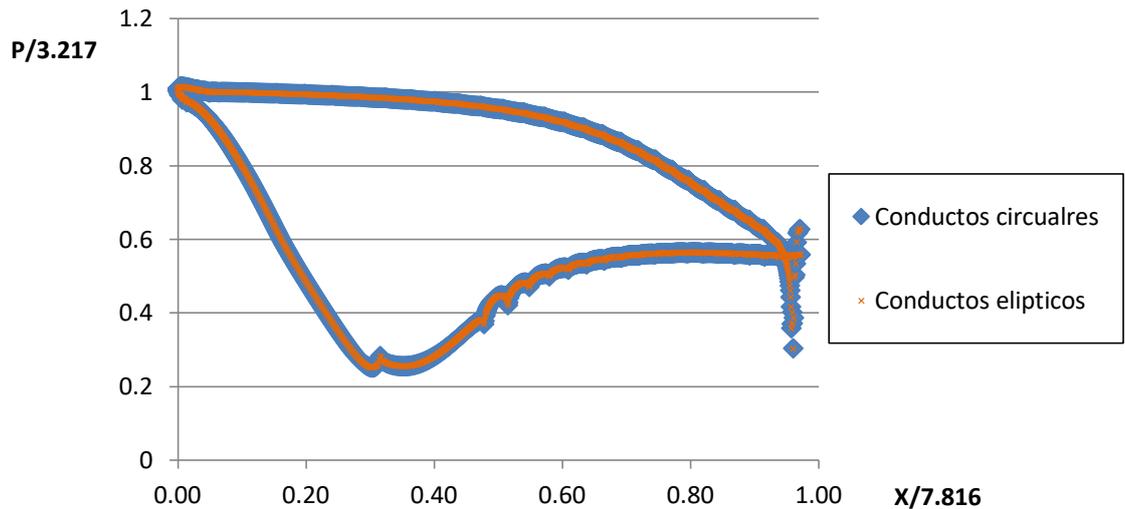


Figura 8.11 - Curvas de P/3.217 vs. porcentaje de cuerda axial del perfil C3X para conductos circulares y elípticos.

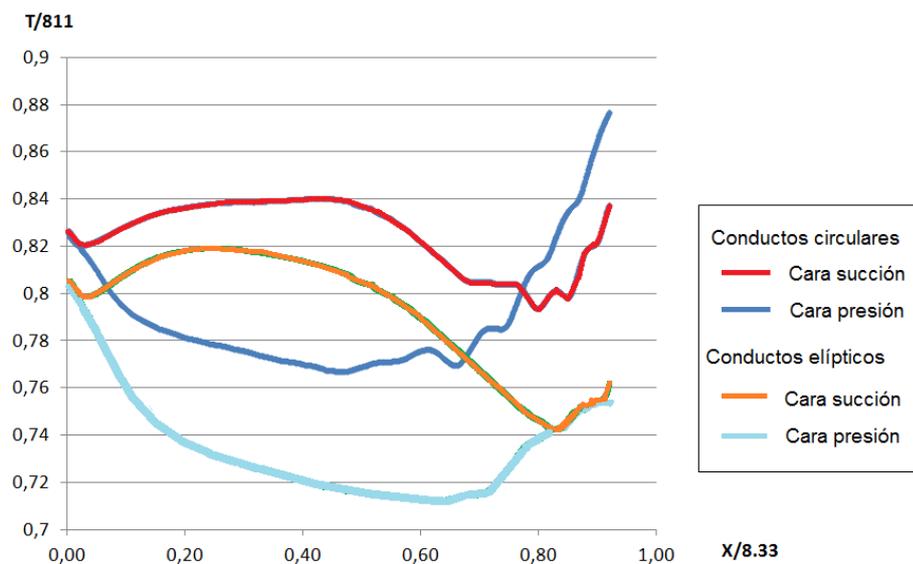


Figura 8.12 - Curvas de T/811 vs. porcentaje de cuerda axial del perfil C3X para conductos circulares y elípticos.

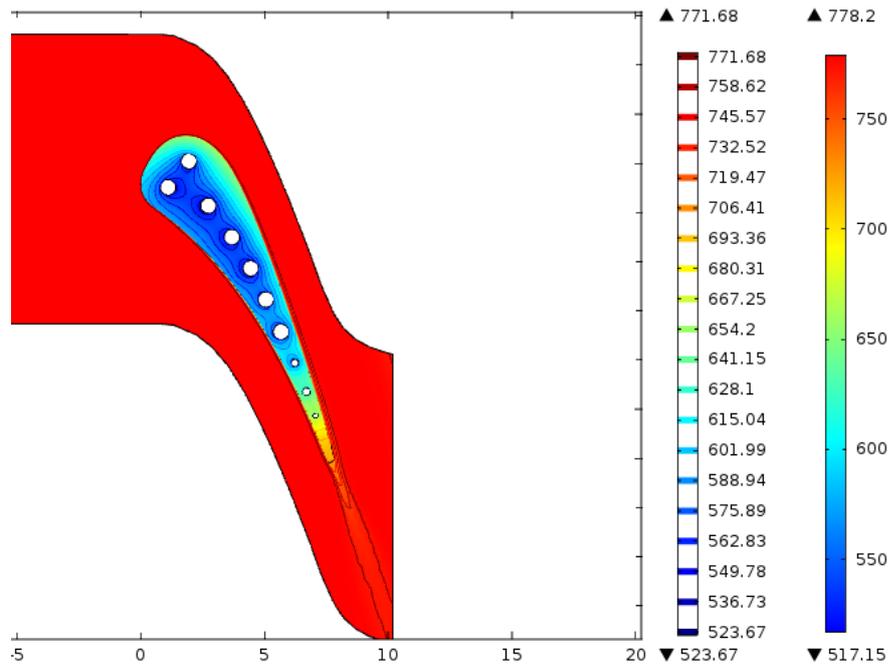


Figura 8.13 - Isotermas sobre perfil C3X para conductos circulares.

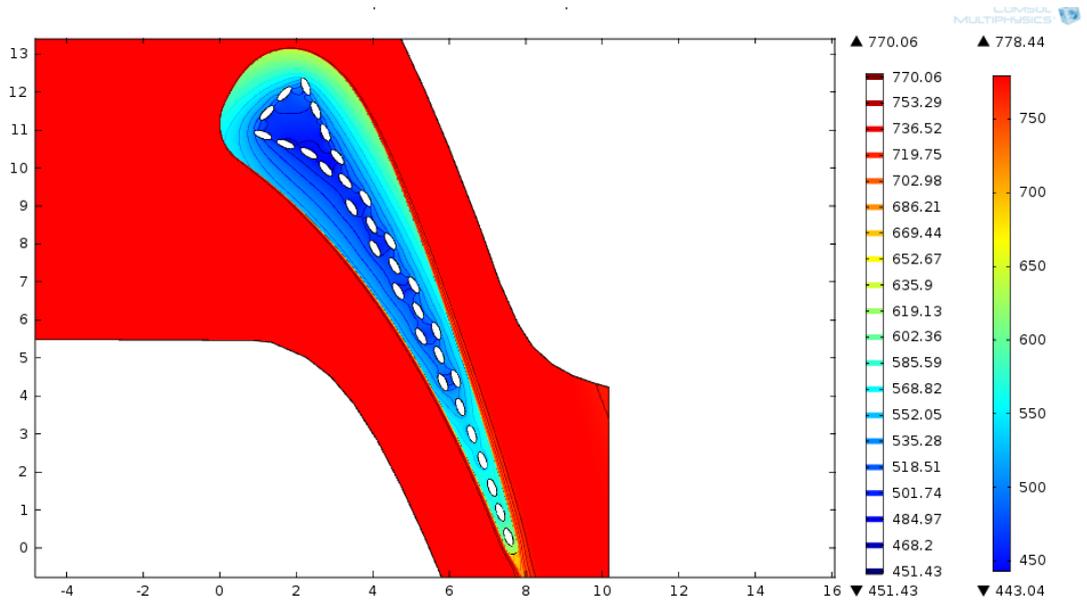


Figura 8.14 - Isotermas sobre perfil C3X para conductos elípticos.

9. CONCLUSIONES

9.1. Conclusiones del Modelo I:

El comportamiento de \tilde{H}_2 respecto de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, resultó tal como podría esperarse, tomando valores óptimos en los extremos inferiores de los rangos de variación.

El comportamiento de las relaciones de aspecto de las elipses, \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 y \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 respecto de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, también es optimizado cuando adopta valores del extremo inferior del rango de variación, lo cual se explica ya que es incrementado el perímetro de la elipse y por ende el área involucrada en la transferencia de calor hacia el aire de refrigeración.

Sin embargo, se concluye que existe para cada relación de material (\emptyset), una única relación óptima de áreas de conductos elípticos (\tilde{A}_0/\tilde{A}_1), y una única relación de aspecto del dominio (\tilde{H}/\tilde{L}) que no coinciden con los extremos del rango de variación. Es decir, existe una única combinación entre distancia relativa y tamaño relativo de los conductos generando la mínima temperatura máxima sobre el sólido, tal como la teoría Constructal predice.

En la Figura 3.12 establece que para diferentes relaciones de material se puede reducir hasta un 16% la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con la adecuada selección de la relación de áreas de los conductos elípticos \emptyset_0 . Es posible reducir en más de 50 % la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ con la adecuada selección de la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} como así lo indica la Figura 3.13.

La Tabla 3.3 resume el diseño Constructal para diferentes relaciones de material, donde se puede concluir la significativa influencia de la relación de material en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, pudiendo reducirse un 46% la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ al pasar de una relación de 10% ($\emptyset = 0.1$) a 35% ($\emptyset = 0.35$). En la misma Tabla, se observa además un incremento sostenido de la relación de áreas óptima de los conductos (\tilde{A}_0/\tilde{A}_1) a medida que (\emptyset) es aumentado, pasando de 4.5 a 6.8, significando un aumento de 33%.

Después de analizar la influencia de las 5 variables a optimizar y de la restricción (relación de material), se concluye que existe un único diseño que optimiza la evacuación de calor y por ende, desarrolla la menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ sobre la superficie del mismo.

Tomando de referencia el trabajo realizado por Huijun Feng et al. [4], donde se ha encontrado el diseño Constructal para conductos circulares, fue posible mediante la transformación de conductos circulares a conductos elípticos, para $\emptyset = 0.1$ una reducción de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ de 9.3% al pasar de $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.4$ a $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.363$. Mientras que para $\emptyset = 0.3$, se ha logrado pasar de $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.27$ a $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.215$, significando una reducción de 20% en la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. Tal comparación es posible ya que la definición de \tilde{T} es idéntica.

Si bien el modelo matemático utilizado por Huijun Feng et al. [4], representado es correcto, la condición de frontera de calor neto impuesto en el borde externo, no es representativo del fenómeno físico real que sucede en las TG, puesto que si se pretende que el calor neto se mantenga constante para diferentes relaciones de aspecto del dominio, deberá variar el flujo de calor por unidad de área, lo cual implicaría diferentes estados de carga de la turbina para cada relación de aspecto diferente. Este hecho motivó a estudiar el modelo con flujo de calor constante en el borde externo en el modelo II.

9.2. Conclusiones del Modelo II:

El comportamiento de \tilde{H}_2 ; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 y \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 respecto de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y de ξ , resultó tal como podría esperarse, tomando valores óptimos en los extremos inferiores de los rangos de variación, al igual que en el modelo I.

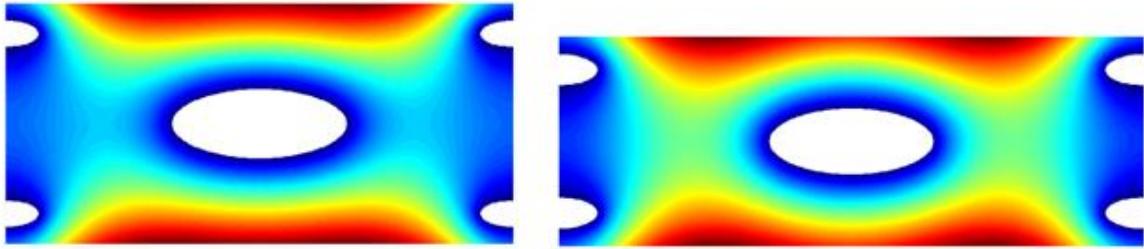
Respecto de la relación de áreas de los conductos (\tilde{A}_0/\tilde{A}_1), y la relación de aspecto \tilde{H}/\tilde{L} , existe una única combinación de ambas variables que maximizan la eficiencia de evacuación de calor, que no coincide con los valores que minimizan la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

La configuración que maximiza la eficiencia es coincidente con la encontrada en el modelo I, debido a la relación que prestan \tilde{T} y la eficiencia de evacuación de calor, siendo inversamente proporcionales.

En el modelo I existe un único valor óptimo de \tilde{H}/\tilde{L} próximo al extremo inferior del rango de variación, sin embargo en este nuevo modelo, la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ se logra para el mayor valor de \tilde{H}/\tilde{L} y conductos de igual tamaño. Pudiendo significar una gran variación en el comportamiento térmico o una incorrecta elección de la función objetivo. Siendo el objetivo principal del diseño de los conductos, obtener la mínima temperatura máxima, a partir del modelo I no podría obtenerse la configuración que minimiza la máxima temperatura "física" sobre el sólido, sino la de máxima eficiencia de evacuación de calor, concluyendo que la función objetivo del modelo I no resulta conveniente.

La siguiente Tabla muestra la comparación del diseño de máxima eficiencia y el de mínima relativa temperatura máxima (con $\tilde{H}/\tilde{L} < 0.8$) para $\phi = 0.1$, seguido de la representación de las isotermas sobre las geometrías óptimas de la Tabla.

ϕ	\tilde{A}_0/\tilde{A}_1	\tilde{H}/\tilde{L}	\tilde{H}_0/\tilde{L}_0	\tilde{H}_1/\tilde{L}_1	\tilde{H}_2	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	ξ
0.1	4.5	0.48	0.4	0.4	0.1	0.565	2.58
0.1	7.1	0.36	0.4	0.4	0.1	0.606	2.75



La Figura de la derecha representa el diseño de máxima eficiencia donde se observa una mayor separación horizontal entre las elipses 0 y 1, generando una mayor penetración de las isotermas de alta temperatura sobre el sólido, tal como evidencian las isotermas de color rojo y amarillo y cian más próximas a la elipse central, significando un 33.5 % mayor evacuación de calor, un 7.6 % mayor temperatura máxima, representando un 6.71% mayor eficiencia de evacuación de calor respecto a la configuración de mínima temperatura máxima representada en la Figura de la izquierda.

Según la Tabla 3.3 al aumentar la relación de material ϕ de 0.1 a 0.3 sería posible reducir un 35% la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

9.3. Conclusiones del Modelo III:

Nuevamente \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 y \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y de ξ , toman valores óptimos en los extremos inferiores del rangos de variación $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$, presentando una mejora en el desempeño térmico respecto a conductos circulares. La influencia de estas variables sobre $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y ξ es considerablemente inferior frente a la influencia de las variables \tilde{H}/\tilde{L} y (ϕ_0) .

Los requerimientos de mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ sobre el metal, y máxima eficiencia de evacuación de calor ξ , para este nuevo modelo, tampoco resultan en diseños concurrentes respecto de \tilde{H}_2 , \tilde{H}/\tilde{L} y ϕ_0 .

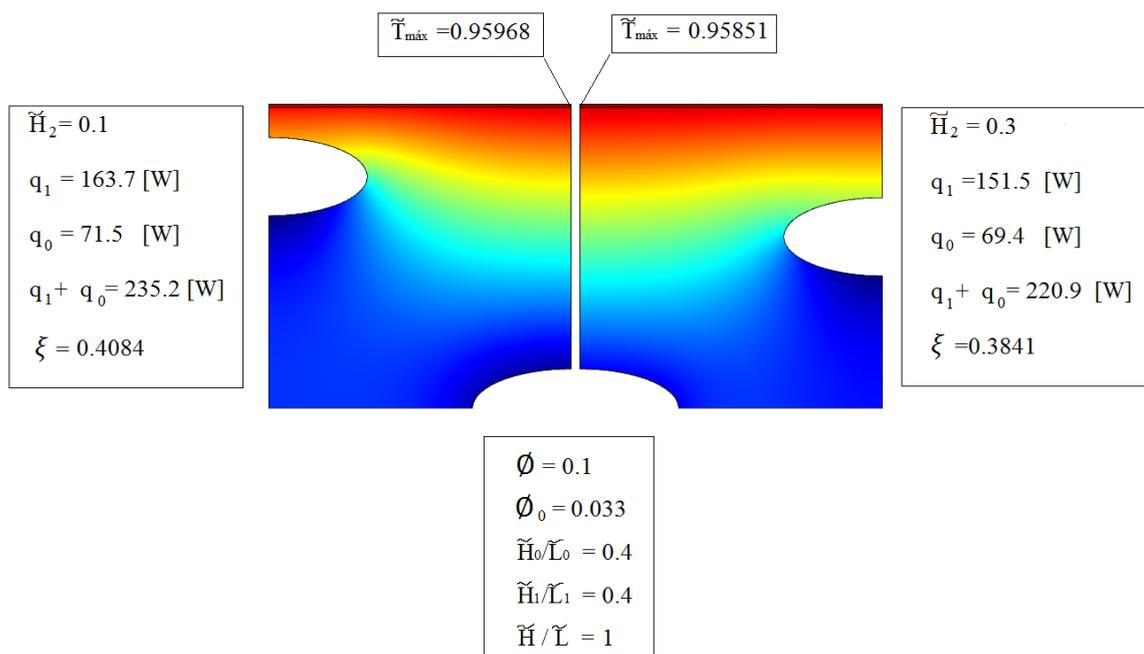
Los valores de \tilde{H}/\tilde{L} óptimos para $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y ξ se encuentran bien distantes en el rango de variación, tal como se manifiesta en la Tabla 5.2 y las Figuras 5.20. La relación de aspecto del dominio elemental de mayor eficiencia es aquella que permite una mayor penetración de las isotermas de elevada temperatura, mientras que la relación de aspecto del dominio que genera la menor temperatura máxima es aquella que minimiza la distancia entre dos elipses 1 consecutivas, manteniendo las isotermas de alta temperatura sobre el borde del dominio.

La mínima absoluta $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ respecto de \tilde{H}/\tilde{L} se encuentra para la mayor relación de aspecto del dominio $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$, y conductos de igual tamaño $\phi_0 = 0.033$, semejante lo que

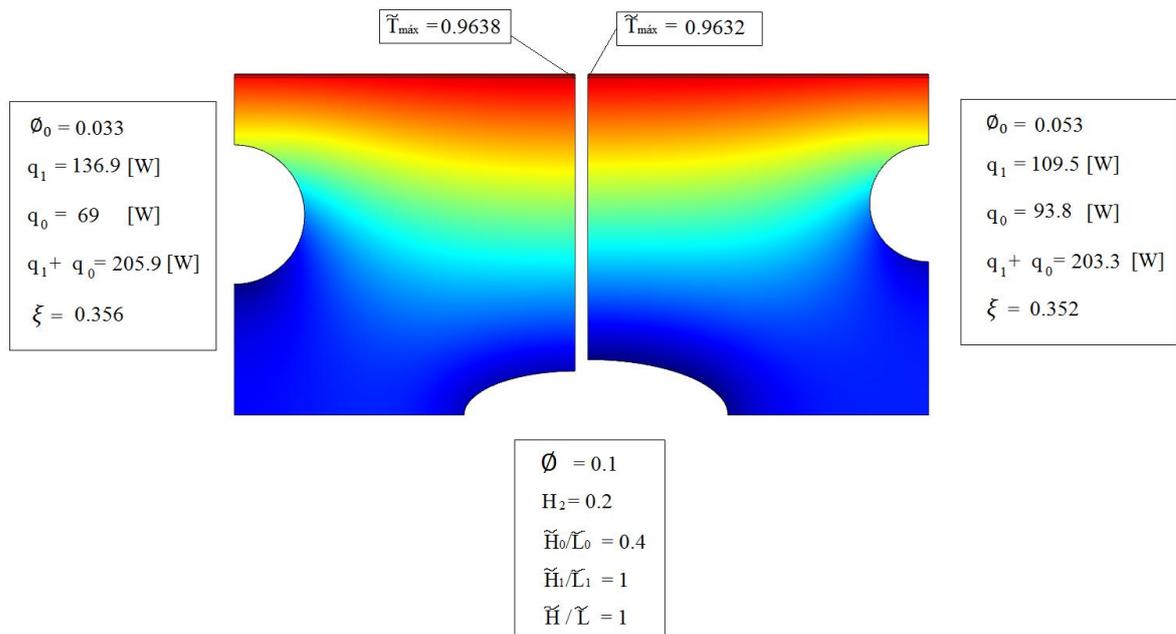
sucede en el modelo II. Sin embargo, la zona de mínimo relativo para este nuevo modelo no se presenta (Figura 5.16).

Desde el punto de vista de la eficiencia ξ con \tilde{H}/\tilde{L} , en el modelo II todas las curvas poseían un máximo absoluto, mientras que en el modelo III sólo existe máximo absoluto para curvas de $\Phi_0 \geq 0.063$ (Figuras 4.9 y 5.17). La máxima eficiencia absoluta ocurre para $\Phi_0 = 0.043$ y $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.3$.

Para explicar el comportamiento de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y de ξ respecto de \tilde{H}_2 se ha generado los perfiles de temperatura constante sobre dos geometrías idénticas, donde sólo se ha variado el espesor de pared. La Figura que sigue ilustra ambas geometrías, donde la Figura de la izquierda corresponde a $\tilde{H}_2 = 0.1$ y a la derecha a $\tilde{H}_2 = 0.3$. El punto de máxima temperatura esta situado en ambos casos, sobre la esquina superior del lado de la elipse 0, correspondido con el punto sobre el domino más alejado de ambas elipses. Como se puede evidenciar, el caso de la derecha presenta una mayor penetración de las isotermas de mayor temperatura hacia dentro del dominio, generando isotermas mas planas y aumentando la participación en la transferencia de calor de la elipse 0, en aprox. 3%, lo cual reduce la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en 0.12 %. Por otro lado, al alejarse la elipse 1 del borde externo, genera un disminución en la transferencia de calor de la elipse 1, reduciéndose también en 3% el calor evacuado por la elipse 1. Esta distribución óptima de las isotermas reduce el calor neto que ingresa al dominio en 6%, lo cual resulta altamente beneficioso ya que representa menor de energía extraída a los gases de combustión y una menor temperatura máxima sobre el metal.



Para explicar la diferencia en los resultados de los valores óptimos del tamaño relativo de los conductos \varnothing_0 que generan la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y la máxima ξ se ha generado la Figura que sigue, donde muestra los perfiles de temperatura constante sobre dos geometrías idénticas, donde sólo se ha variado el tamaño relativo de los conductos. La Figura de la izquierda representa conductos del mismo tamaño, es decir misma área (lo cual ocurre cuando la elipse 0 ocupa el 33% del área asignada a conductos), mientras que la Figura de la derecha representa una configuración donde la elipse 0 utiliza el 53% del área asignada a conductos.



Se puede observar como la Figura de la derecha al poseer un tamaño de elipse 0 de mayor tamaño, genera una mayor evacuación de calor, pasando de 69 a 93.8 watts la energía disipada. Este aumento en la transferencia de calor de la elipse 0, se debe a que el aumento del diámetro hidráulico de la elipse 0, incrementó el coeficiente de convección, reduciendo la temperatura en la vecindad de la elipse 0 (evidenciado por colores azul profundo sobre el borde de la elipse 0), generando un mayor gradiente de temperaturas entre el borde de la elipse 0 y el borde exterior. A su vez, la reducción en el tamaño de la elipse 1, genera una disminución en la energía evacuada por ella. El calor total evacuado por ambas elipses es superior en la configuración de conductos de igual tamaño (Figura izquierda) generando una temperatura máxima levemente más elevada sobre el dominio metálico. Por otro lado, la Figura de la derecha presenta menor $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y también menor calor evacuado hacia los conductos. Este ejemplo expone claramente que la configuración de mayor eficiencia (Figura de la izquierda) no es coincidente con aquella que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ respecto del tamaño relativo de los conductos.

Resulta de gran importancia mencionar que el diseño óptimo de Φ_0 y de \tilde{H}_2 tanto para mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ como para máxima ξ resultan altamente dependiente del valor de la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} .

Como resultado de la diferencia en el comportamiento térmico entre el modelo II y III, con concluye que el modelo II presenta limitaciones a la hora de realizar el diseño de conductos de refrigeración pudiendo conllevar a resultados erróneos.

9.4. Conclusiones del Modelo IV:

La comparación entre las curvas de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y eficiencia de la evacuación de calor ξ , evidencian un comportamiento lineal e inversamente proporcional, o muy próximo a él respecto de \tilde{H}/\tilde{L} . Es decir, para este nuevo modelo con dimensiones externas fijas, la relación de aspecto del dominio que genera la mínima $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ es aquella que también maximiza la eficiencia de evacuación de calor, a diferencia de lo acontecido en los modelos II y III.

El mínimo absoluto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ y máximo absoluto de eficiencia se encuentra en el extremo superior del rango de variación de H/L (tal como sucede en el modelo III) generando una múltiple distribución de los conductos de refrigeración, aumentando el área de transferencia en contacto con el aire, posicionando además, mayor cantidad de conductos hacia el borde externo (mayor cantidad de elipses 1), generando una distribución más uniforme de las isoterms sobre el álabe.

Se concluye que el aumento del área de transferencia generado al aumentar el número de conductos tiene mayor preponderancia en el desempeño térmico del álabe, que la disminución de los coeficientes convectivos al reducirse el diámetro.

9.5. Conclusiones generales

En el inciso 6 "Capitalización del Diseño Constructal" se comparan los diseños encontrados con Teoría Constructal contra perfiles de relación de aspecto unitaria y conductos circulares de igual tamaño. Se observa que para $\Phi = 0.04$ es posible reducir la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, un 0.8 % únicamente cambiando de conductos circulares a elípticos, y aumentando el espesor de pared H_2 . Este ejemplo resulta notablemente importante pues deja en evidencia que no siempre es beneficioso posicionar los conductos lo más cercano posible al borde externo, sino que existe una distribución óptima de los conductos que facilita la evacuación de calor minimizando la temperatura máxima.

A medida que el área asignada a conductos es aumentada (\emptyset), los beneficios de la optimización se vuelven más importantes en magnitud, siendo para $\emptyset = 0.1$, posible reducir un 11.7 % y, para $\emptyset = 0.18$ un 11.8 % la temperatura máxima sobre el metal. Los porcentajes de reducción de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, parecen acotarse a medida que \emptyset se incrementa. Para una diferencia de temperatura entre gases de combustión a alta temperatura y aire de 600 [°C], los porcentajes mencionados representan una reducción de la temperatura física sobre el metal de 4, 70 y 71 [°C] respectivamente, lo cual podría significar operativamente que la TG sufra una falla catastrófica o no.

Luego del análisis de diferentes modelos, se concluye:

- Los requerimientos de máxima eficiencia de evacuación de calor y mínima temperatura sobre el sólido, arrojan diseños que pueden ser coincidentes o no dependiendo de la combinación de las 6 variables geométricas, el espesor de pared H_2 , las relaciones de aspecto de ambas elipses H_0/L_0 y H_1/L_1 , la relación de aspecto del dominio H/L , el tamaño relativo de los conductos $A_0/(A_0 + A_1)$ y la relación de material \emptyset .

El comportamiento de la temperatura máxima sobre el metal, a través de las 6 variables en general muestra el siguiente comportamiento:

- Respecto de la relación de material, el aumento del área asignada a conductos \emptyset , genera una disminución de la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ debido al aumento del área de transferencia de los conductos de refrigeración independiente del valor del resto de las variables.

- Las relaciones de aspecto de ambas elipses H_0/L_0 y H_1/L_1 toman valores óptimos absolutos en el extremo inferior del rango de variación, 0.4.

- La relación de aspecto del dominio decrece la temperatura máxima de forma prácticamente lineal a medida que H/L aumenta. Para dimensiones externas del álabe fijas, el aumento de H/L significa una múltiple distribución de los conductos de refrigeración, mayor área de transferencia de calor en contacto con el aire de refrigeración, y posicionamiento de mayor cantidad de conductos próximos al borde externo acercándose entre ellos.

- El tamaño relativo de los conductos $A_0/(A_0 + A_1)$ y el espesor de pared H_2 óptimos pueden encontrarse en cualquier valor del rango de variación dependiendo del valor que tomen el resto de las variables, debiendo ser optimizado, una vez definidas estas.

Deberá prestarse atención, pues un aumento desmedido de la cantidad de conductos cuando la relación de material es fija, puede generar sobre los conductos, valores de Reynolds inferiores a 2100, lo cual generaría un flujo laminar, con la consecuente reducción del coeficiente de transferencia de calor por convección.

El calor transferido al aire tanto como el aire proveniente de una extracción desde el compresor, no son utilizados para generar trabajo o potencia en la turbina, por lo que significan globalmente una pérdida de energía. Con el objetivo de no generar una disminución de la eficiencia global de la TG, el objetivo principal del diseño de los conductos internos de refrigeración de álabes de TG, es minimizar los puntos calientes (los cuales son potencialmente motivo de falla de la estructura), con el menor gasto de aire posible y el menor calor transferido al mismo. Los resultados demuestran que la utilización de conductos elípticos internos de refrigeración optimizando su posicionamiento, tamaño y relación de aspecto, presenta una mejora que puede resultar significativa tanto en la temperatura máxima sobre el metal, como en el calor evacuado y en la eficiencia de evacuación de calor.

Se han presentado en el modelo III, ejemplos que demuestran que el diseño de máxima eficiencia y mínima temperatura máxima pueden no resultar coincidentes. Sin embargo, ambos indicadores del desempeño térmico se encuentran muy relacionados entre sí, no existiendo una gran variación de un diseño óptimo con respecto al otro, y por ende, tampoco una gran variación de la mínima \tilde{T}_{max} y máxima ξ entre ambos diseños.

Se concluye que la utilización de conductos elípticos de refrigeración optimizados reduce la temperatura máxima sobre el metal del álabe, generando una geometría que facilita la evacuación de calor hacia los conductos distribuyendo de forma óptima las imperfecciones, tal como predice la teoría Constructal.

9.6. Propuestas de trabajos futuros

En el modelo IV se propone ampliar el estudio para un análisis en 3D, definiendo una longitud transversal del álabe, e incluyendo la transferencia de calor en sentido longitudinal del mismo, el cual puede no resultar despreciable. Este análisis permitiría considerar el efecto del aumento de la temperatura media que sufre el aire, desde que ingresa al álabe por la base, hasta su egreso por la punta y la difusión de calor en sentido longitudinal del mismo, esperando que el calor de la punta se transfiera por difusión hacia la base a menor temperatura.

En el modelo de validación de los resultados sobre el álabe C3X, se propone utilizar modelos de turbulencia adecuados para el tipo de escurrimiento de flujo sobre álabes con gradientes de presiones adversos, con el fin de generar curvas de presión y temperatura aguas abajo del punto de estancamiento sobre la cara de succión, que reflejen los valores experimentales. Se proponen modelos $k - \omega$, modelos $k - \omega$ SST o, Spallart Allmaras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Je Chin Han, S. Dutta, S. Ekkad. **Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology**. Taylor & Francis, New York, 2nd edition November 2012.

Bejan, A. Lorente, S. **Design with Constructal Theory**. Jhon Wiley and sons, 2008.

Rocha, L.A.O. Bejan, A. Lorente, S. **Constructal Law and the Unifying Principle of design**. Springer-Verlag. New York, 2013.

Huijun Feng, Lingen Chen, Zhihui Xie, Fengrui Sun. **Constructal design for gas-turbine blade based on minimization of maximum thermal resistance**. Elsevier. Applied Thermal Engineering, 2015.

D. Hylton, M.S. Mihelc, E. R. Turner, D. A. Nealy, R. E. York. **Analytical and Experimental Evaluation of the Heat Transfer Distribution Over the Surfaces of Turbine Vanes**. NASA, 1983

Majid Rezazadeh Reyhani, Mohammad Alizadeh, Alireza Fathi, Hiwa Khaledi. **Turbine blade temperature calculation and life estimation, a sensitivity analysis**. Propulsion and Power Research, 2013.

Thermal-barrier coatings for more efficient gas-turbine engines. Materials Research Society Bulletin. Vol. 37 No. 10. October 2012.

Je Chin Han. **Recent Studies in Turbine Blade Cooling**. International Journal of Rotating Machinery. Taylor & Francis, 2004.

Je Chin Han, Lesley M. Wright. **Enhanced Internal Cooling of Turbine Blades and Vanes**. Turbine Heat Transfer Laboratory. Department of Mechanical Engineering. University College Station Texas, USA, 2013.

Ron S. Bunker. **Cooling Design Analysis**. GE Global Research One Research Circle and US Department of Energy. New York, 2006

Jenny Sundberg. **Heat Transfer Correlations for Gas Turbine Cooling**”, <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:21321/FULLTEXT01.pdf>// página consultada el 06/06/16.

A. Ahmed J. Al-Luhaibi, M. Tariq. **Thermal analysis of cooling effect on gas turbine blade**. IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology, 2014.

H. Iacovides, Mehrdad Raisee. **Flow and heat transfer in straight cooling passages with inclined ribs on opposite walls: An experimental and computational study.** Experimental Thermal and Fluid Science, 2003.

Majid Rezazadeh Reyhani, Mohammad Alizadeh, AlirezaFathi, Hiwa Khaledi. **Turbine blade temperature calculation and life estimation - a sensitivity analysis.** Propulsion and Power Research, 2013.

T. Ravi Teja, S. Krishna Chaitanya. **Case study on Turbine Blade Internal Cooling.** International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), Vol. 2 Issue 3, March 2013.

Hasan Nasir. **Turbine blade tip cooling and heat transfer.** Doctoral thesis, B.S., Bangladesh University of Engineering and Technology, December 2004.

Je Chin Han, Srinath Ekkad. **Recent Development in Turbine Blade Film Cooling.** International Journal of Rotating Machinery Vol. 7, No. 1, 2001.

Rui Xu, Jinliang Hou, Li Wang, Yanfei Yu, Jiaxing Wei, Changfeng Li. **Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics in a 180-deg Round Turned Channel with a Perforated Divider.** Journal of Applied Mathematics and Physics, 2014.

Masanori Yuri, Junichiro Masada, Keizo Tsukagoshi, Eisaku Ito, satoshi Hada, **Development of 1600°C-Class High-efficiency Gas Turbine for Power Generation Applying J-Type Technology.** Mitsubishi Heavy Industries Technical Review Vol. 50 No. 3. September 2013.

Jaeyong Ahn, M.T. Schobeiri, Je-Chin Han, Hee-Koo Moon. **Effect of rotation on leading edge region film cooling of a gas turbine blade with three rows of film cooling holes.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007.

Waseem Siddique. **Design of Internal Cooling Passages: Investigation of Thermal Performance of Serpentine Passages.** Doctoral Thesis. Division of Heat and Power Technology, Department of Energy Technology, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden 2011.

Michele Ferlauto. **An Inverse Method of Designing the Cooling Passages of Turbine Blades Based on the Heat Adjoint Equation.** Institution of Mechanical Engineers, Part A Journal of Power and Energy.

M. H. Alhajeri, H. Alhamad Alhajeri; Jasem Alrajhi, Mohsen Alardhi, Sulaiman Alshaye. **Numerical Analysis of Fluid Flow in Turbine Blade Cooling Passage**. International Journal of Science and Advanced Technology. Volume 1 No 8 October 2011.

Comsol Multiphysics. www.comsol.com. Acceso en 01/04/2017

Matlab 2017. www.mathworks.com/products/Matlab. Acceso en 01/04/2017

Schlichting H. **Boundary-Layer Theory**. 1979.

Cengel, Yunus A. **Transferencia de calor y masa**. McGraw-Hill 3a. edition, 2007.

Partial Differential Equation Toolbox. User's guide. Matlab 2017, www.mathworks.com/products/matlab, acceso en 01/04/2017.

Introduction to LiveLink for Matlab. Comsol Multiphysics. www.comsol.com. Acceso en 01/04/2017.

Heat transfer Module. Comsol Multiphysics. www.comsol.com. Acceso en 01/04/2017

ANEXO I – Tabla de coordenadas del álabe C3X

<i>Cara de succión</i>		<i>Cara de presión</i>	
0,0650	10,79200	7,718	-0,1542
0,0264	10,93420	7,6736	-0,1681
0,0064	11,08020	7,6269	-0,1699
0,0046	11,22780	7,5816	-0,1588
0,0216	11,37410	7,5408	-0,1356
0,0569	11,51710	7,5077	-0,1026
0,1097	11,6548	7,4849	-0,0617
0,3894	12,189	7,3188	0,35590
0,7658	12,6764	7,1483	0,77370
1,2723	13,0233	6,9736	1,18950
1,8743	13,1376	6,7950	1,60350
2,4707	12,9939	6,6116	2,01550
2,9835	12,6538	6,4237	2,42540
3,3985	12,1976	6,2309	2,83290
3,7376	11,6817	6,0328	3,23800
4,0272	11,1364	5,8296	3,64060
4,2885	10,5766	5,6203	4,04010
4,5326	10,0094	5,4051	4,43640
4,7648	9,4369	5,1834	4,82900
4,987	8,8605	4,9548	5,21770
5,2019	8,2814	4,7191	5,60200
5,411	7,7003	4,4760	5,98170
5,6157	7,1176	4,2248	6,35640
5,8171	6,5336	3,9654	6,72490
6,016	5,9487	3,6975	7,08740
6,2126	5,3632	3,4204	7,44300
6,4074	4,7767	3,1339	7,79090
6,5997	4,1897	2,8374	8,13080
6,7894	3,6015	2,5314	8,46150
6,9756	3,0122	2,2149	8,78260
7,1575	2,4221	1,8885	9,09350
7,3335	1,8301	1,5519	9,39320
7,5024	1,2357	1,2052	9,68150
7,6624	0,6391	0,8494	9,95780
7,8115	0,04115	0,4999	10,21160
7,8161	-0,0053	0,3848	10,30350
7,8082	-0,0516	0,2822	10,40940
7,7879	-0,0935	0,1938	10,52730
7,7572	-0,1288	0,1212	10,65560
7,718	-0,1542	0,0650	10,79200

Fuente: D. Hylton et al. ref [5]

ANEXO II – Script de Matlab para los modelos I y II

```

%UNLP-FI-La Plata Marzo 2017
%Cristian Bosc
%////DISEÑO CONSTRUCTAL DE ALABES REFRIGERADOS DE TURBINAS DE GAS////
%Driver para variar la geometria del archivo elipse3
%VERSION Temperatura y calor impuesto/flujo de calor impuesto

%-----
%Limites máximos y mínimos de relaciones de aspecto de la geometría

    clc;
    clear;
%== Area de la cavidades/ Area del rectangulo de dominio H x L==
    fimax=0.1;
    fimin=0.1;
    deltafi=0.05;
%== Tamaño área de la cavidad "0"/ Area del rectangulo de dominio H x L==
    fi0max=0.034;
    fi0min=0.034;
    deltafi0=0.01;
%== Rectángulo Area de dominio H x L ===
    HdLmax=1.8;
    HdLmin=0.3;
    deltaHdL=0.3;
%==Elipse mayor==
    H0dL0max=0.4;
    H0dL0min=0.4;
    deltaH0dL0=0.3;
%==Elipse menor==
    H1dL1max=0.4;
    H1dL1min=0.4;
    deltaH1dL1=0.3;
%==Distancia elipse menor al borde superior==
    H2max=0.1; % lo calcula en cada iteracion ya que depende de H y H1
    H2min=0.1; %representa el espesor de pared mínimo
    deltaH2=0.1;

    a=round((fimax-fimin)/deltafi)+1;
    b=round((fi0max-fi0min)/deltafi0)+1;
    c=round((HdLmax-HdLmin)/deltaHdL)+1;
    d=round((H0dL0max-H0dL0min)/deltaH0dL0)+1;
    e=round((H1dL1max-H1dL1min)/deltaH1dL1)+1;
    f=round((H2max-H2min)/deltaH2)+1;

    g=(a*b*c*d*e*f);
    g1=g*3/60;

    if (g>=2)
        fprintf('se realizarán %2.0d iteraciones...\n',g);
        fprintf('====Tiempo estimado de cálculo: %4.2f
minutos=====\n',g1);

        x=input('Presione 1 si desea continuar, 0 si desea salir...\n');
        if (x~=1)
            break

        end
    end
end

```



```

        disp('      fi      fi0      HdL      H0dL0      H1dL1      H2      y
N°nod   N° tria');
        disp(s(f,:))
        close (untitled1);
        %plot
        x=s(:,3)';
        y=s(:,7)';
        plot(x,y,'r:');
        grid;

```

```
%UNLP-FI-La Plata Marzo 2017
```

```
%Cristian Bosc
```

```
%////DISEÑO CONSTRUCTAL DE ALABES REFRIGERADOS DE TURBINAS DE GAS////
```

```
%Función ellipse3
```

```
%VERSION Temperatura y calor neto impuesto/flujo de calor impuesto
```

```

%-----
function y=ellipse3(fi,fi0,H2,H1dL1,H0dL0,HdL)

```

```
%DIMENSIONS
```

```
% //Rectangle of material//
```

```
L = (1/HdL)^0.5;
```

```
H = 1/L;
```

```
% //Ellipse menor//
```

```
L1=((2*(fi-fi0))/(pi*H1dL1))^0.5;
```

```
H1=L1*H1dL1;
```

```
H3=H-H2-H1; %center of ellipse on "y" axes
```

```
if H2 >=(H-2*H1)
```

```
    disp('valor de H2 fuera de rango')
```

```
end
```

```
% //Ellipse mayor//
```

```
L0=((4*fi0)/(pi*H0dL0))^0.5;
```

```
H0=L0*H0dL0;
```

```
% // BOUNDARY //
```

```
% g = num2str(1/L); %condición de borde para calor neto fijo (activar según
%sea modelo I o II y colocar en última condición de borde)
```

```
%CONFIGURATION OF PROGRAM
```

```
[pde_fig,ax]=pdeinit;
```

```
pdetool('appl_cb',9);
```

```
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
```

```
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[710.4000000000009 473.54666666666668
473.54666666666668]);
```

```
set(ax,'XLimMode','auto');
```

```
set(ax,'YLim',[-0.5 1.5]);
```

```
set(ax,'XTickMode','auto');
```

```
set(ax,'YTickMode','auto');
```

```

% Geometry description:
pderect([0 L 0 H], 'R1');
pdeellip(L,0,L0,H0,...
0, 'E1');
pdeellip(0,H3,L1,H1,...
0, 'E2');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String', 'R1-E1-E2')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(8,...
'dir',...
1,...
'1',...
'0')
pdesetbd(7,...
'dir',...
1,...
'1',...
'0')
pdesetbd(6,...
'dir',...
1,...
'1',...
'0')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'1')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
%pdetool('jiggle')

```

```

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
' 1',...
'0',...
'(0)+(0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
[' 1';...
'1.0';...
'1.0';...
'0 ';...
'0 ';...
'0.0'])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
char('0','13056','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')

%Obtener las temperaturas de cada nodo
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
'UserData');

%obtengo la maxima temp sobre el dominio
[y] = max(T);

```

ANEXO III – Script de Matlab para el modelo III

```

%UNLP-FI-La Plata Marzo 2017
%Cristian Bosc
%////DISEÑO CONSTRUCTAL DE ALABES REFRIGERADOS DE TURBINAS DE GAS////
%Driver para variar la geometria del archivo elipse3
%VERSION III "se agrega un recubrimiento cerámico externo al modelo,
%conceccion y radiacion.

%-----
clc;
clear;

%Limites máximos y mínimos de relaciones de aspecto de la geometría
%== Area de la cavidades/ Area del rectangulo de dominio H x L==
fimax=0.05;
fimin=0.05;
deltafi=0.05;
%== Tamaño área de la cavidad "0"/ Area del rectangulo de dominio H x L==
fi0max=0.033;
fi0min=0.033;
deltafi0=0.017;
%== Rectángulo Area de dominio H x L ==
HdLmax=2;
HdLmin=2;
deltaHdL=0.2;
%==Elipse mayor==
H0dL0max=0.4;
H0dL0min=0.4;
deltaH0dL0=0.3;
%==Elipse menor==
H1dL1max=0.4;
H1dL1min=0.4;
deltaH1dL1=0.3;
%==Distancia elipse menor al borde superior==
H2max=0.1; % lo calcula en cada iteracion ya que depende de H y H1
H2min=0.1; %representa el espesor de pared mínimo
deltaH2=0.1;

a=round((fimax-fimin)/deltafi)+1;
b=round((fi0max-fi0min)/deltafi0)+1;
c=round((HdLmax-HdLmin)/deltaHdL)+1;
d=round((H0dL0max-H0dL0min)/deltaH0dL0)+1;
e=round((H1dL1max-H1dL1min)/deltaH1dL1)+1;
f=round((H2max-H2min)/deltaH2)+1;

g=(a*b*c*d*e*f);
g1=g*3.7/60;

if (g>=2)
    fprintf('se realizarán %2.0d iteraciones...\n',g);
    fprintf('====Tiempo estimado de cálculo: %4.2f
minutos====\n',g1);

x=input('Presione 1 si desea continuar, 0 si desea salir...\n');
if (x~=1)
    break

```



```

disp(s(f,:))

disp('====el gradiente máximo es: ===='),disp(v)
disp('====La Geometría correspondiente es:====')
disp('      fi      fi0      HdL      H0dL0      H1dL1      H2
mmt      mg      N°t      N°n');

close (gasturbineblade);

```

Script base de pdetool

```
function [Y1,Y3,M,N]=ellipse3(fi,fi0,H2,H1dL1,H0dL0,HdL)
```

```

%DIMENSIONS
% //Rectangle of material//
L = (1/HdL)^0.5;
H = 1/L;

% //Ellipse menor//
L1=((2*(fi-fi0))/(pi*H1dL1))^0.5;
H1=L1*H1dL1;

%distance to upper edge on "y" axes
H3=H-H2-H1; %center of ellipse on "y" axes

if H2 >=(H-2*H1)
    disp('valor de H2 fuera de rango')
end

% //Ellipse mayor//
L0=((4*fi0)/(pi*H0dL0))^0.5;
H0=L0*H0dL0;

savefile='vari.mat';
save(savefile,'H','L','H0','L0','H1','L1')

%CONFIGURATION OF PROGRAM

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',1);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[710 473 473]);
set(ax,'XLimMode','auto');
%set(ax,'YLimMode','auto');
set(ax,'YLim',[-0.5 1.5]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pderect([0 L 0 H],'R1');
pdeellip(L,0,L0,H0,...
0,'E1');
pdeellip(0,H3,L1,H1,...
0,'E2');

bo=H+0.01; %posicion extremo del recubrimiento cerámico

```

```

pderect([0 L bo H], 'R2');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String', 'R1-E1-E2+R2')

% Boundary conditions:

pdetool('changemode', 0)

%condicion de frontera de convección+radiación en canales elípticos
[Bi0, Bi1]=biotcanales;
Bi00=num2str(Bi0);
Bi11=num2str(Bi1);

pdesetbd(11, ...
'neu', ...
1, ...
Bi11, ...
'0')
%=====
pdesetbd(10, ...
'neu', ...
1, ...
Bi11, ...
'0')
%=====
pdesetbd(9, ...
'neu', ...
1, ...
Bi00, ...
'0')
%=====
pdesetbd(8, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(7, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(6, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(5, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(4, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(2, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')

```

```

%condicion de borde de radiacion + conveccion en borde "1"
[a1,be,ga,de,ep]=conrad;
a1=num2str(a1);
bee=num2str(be);
gaa=num2str(ga);
dee=num2str(de);
epp=num2str(ep);

pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
strcat(a1,'*4*u.^3+',bee,'*3*u.^2+',gaa,'*2*u+',dee),...
strcat(a1,'*3*u.^4+',bee,'*2*u.^3+',gaa,'*u.^2+',epp))

% Mesh generation: dos criterios de generacion de malla

% The Hmax property controls the size of the triangles on the mesh. initmesh
% creates a mesh where no triangle side exceeds Hmax.
% The Hgrad property determines the mesh growth rate away from a small part
of
% the geometry. The default value is 1.3, i.e., a growth rate of 30%. Hgrad
must
% be between 1 and 2.

%setappdata(pde_fig,'Hmax','estimate');

setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);

setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
%pdetool('jiggle')
%pdetool('adaptmesh')
%pdetool('refine')
%pdetool('jiggle')

% PDE coefficients:

%k1=1.0; conductividad adimensional del metal Km/Km=1
%k2=0.1190; conductividad adimensional del cerámico K(7YSZ)=2.5/21=0.119

pdeseteq(1,...
'0.1190!1',...
'0.0!0.0',...
' 0.0!0',...
'1.0!1.0',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['0.1190!1      ';...
'0.0!0.0      ';...
' 0.0!0      ';...
'1.0!1.0      '])

```

```

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
char('0','13056','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','1','1E-3','0.5','full','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')

%Obtener las temperaturas de cada nodo
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
'UserData');

%le pido la informacion de cantidad de nodos y triangulos
pde_fig=findobj(allchild(0),'flat','Tag','PDETool');
meshhdl=findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEMeshMenu');

O=get(findobj(get(meshhdl,'Children'),'flat','Tag','PDEInitMesh'),...
'UserData');
P=get(findobj(get(meshhdl,'Children'),'flat','Tag','PDEMeshParam'),...
'UserData');

[N]=size(O,2)/1000; %cantidad de nodos por mil
[M]=size(P,2)/1000; %cantidad de triangulos por mil

%obtengo la máxima temp sobre el borde metalico externo (no en el
%recubrimiento cerámico)
%a veces el valor de la coordenada "y" del nodo no coincide exactamente
%con H debido al mallado, por lo cual busco el valor más próximo...
[~,k]=min(abs(O(2,:)-H));
p=O(2,:)==O(2,k);
g=T(p');
[Y1]=max(g);

%calculo el gradiente de T evaluado en cada centro de triángulo.
[ux,uy]=pdegrad(O,P,T);
%hago la suma vectorial de dT/dx + dT/dy
Y2=sqrt((ux.^2)+(uy.^2));
Y3=max(Y2);
end

```

Scripts adicionales de cálculo de variables

```

%====cálculo del coeficiente de convección externo en régimen turbulento====
function [he]=cconvext
k=0.07868; %conductividad térmica de aire a 1400 K [W/m*K] Cengel
Rei=500000;
Pr=0.726; %numero de Prandtl a 1100 °C Cengel
%tomado de Libro Çengel de Transferencia de calor, considerando que el
%flujo es reactivo con un alto número de reynolds (turbulento) es esperable

```

```

%que las condiciones de borde se aproximen a isotérmicas.(pag 424)
% Para convección externa forzada en placas...

Nu=0.037*(Rei^(0.8))*(Pr^(1/3)); % para Reynolds > 5e05 y pr>0.6
load('vari','L');

%calculo de coeficiente convección externo medio para un largo de álabes
"4*L"
he=(Nu*k)/(4*0.1); %en [W/m^2 K]
end

function [al,be,ga,de,ep]=conrad
% Scrip para determinar la condicion de borde de convección mas radiación
%===== $k \cdot A \cdot dT/dy = h_e \cdot A (T_{max} - T) + A \cdot \sigma \cdot \epsilon \cdot (T_{max}^4 - T^4)$ ====
%===== $\text{Cristian Bosc 2016 IAME, FI-UNLP}$ ====
%El termino fuente es linealizado con respecto a una iteracion previa
% resuelve la ecuacion:
%===  $dT/dy + QT = R$  ===
%===== $\text{calculo R y Q}$ ====

%  $Q = (4 \cdot al \cdot (T^3) + 3 \cdot be \cdot (T^2) + 2 \cdot ga \cdot T + de);$ 
%  $R = (3 \cdot al \cdot (T^4) + 2 \cdot be \cdot (T^3) + ga \cdot (T^2) + ep);$ 

%===== $\text{defino coeficeintes y variables}$ 
%conocidas=====

Tmax=1473; %temperatura de corriente libre de gases calientes
Tmin=873; %Temperatura de corriente libre de fluido refrigerante
dtm=Tmax-Tmin; % delta T máximo

[he]=cconvext; %calcula el coeficeinte convección de gases calientes
sig=5.670373e-8; %constante de Stefan-Boltzmann [W/K^4*m^2]
epsi=0.6; %emisividad del TBC @ 1473 [K]
load('vari','H','L');

ra=0.1*sqrt(H*L); %raiz del area del dominio HxL
k=2.5; %conductividad térmica K(7YSZ)=2.5; [W/m*K]

%===== $\text{calculo alfa, beta, gama, delta, epsilon}$ ====

al=(sig*epsi*(dtm^3)*ra)/k; %====alfa===
be=(4*sig*epsi*ra*(dtm^2)*Tmin)/k; %====beta===
ga=(6*sig*epsi*ra*dtm*(Tmin^2))/k; %====gama===
de=((he*ra)+(4*sig*epsi*ra*(Tmin^3)))/k; %====delta===
ep=(sig*epsi*ra*((Tmax^4)-(Tmin^4))/(k*dtm)+(he*ra)/k; %====epsilon===
end

function [hi0,hi1]=cconvint
k=0.06093; %conductividad del aire @ 600 °C en [W/m*K]
Pr=0.7037;

[Rey0,Rey1]=reyconduct;

%(tomado de Libro Çengel "transferencia de calor 4ta ed. pag 488
Nu0=0.023*(Rey0^(0.8))*(Pr^(0.4));

```

```

Nu1=0.023*(Rey1^(0.8))*(Pr^(0.4));
[Dh0,Dh1]=Diamh;

%calculo de coeficiente convección interno promedio
hi0=(Nu0*k)/(Dh0*0.1); %en [W/m^2 K]
hi1=(Nu1*k)/(Dh1*0.1); %en [W/m^2 K]
end

function [Bi0,Bi1]=biotcanales
% Scrip para determinar los biot de los canales 0 y 1
% en canales elipticos internos
%=====k*A*dT/dr=hi*A(T-Tmin)=====

%===== Cristian Bosc 2016 IAME, FI-UNLP =====
%=====defino coeficeintes y variables
conocidas=====

[hi0,hi1]=cconvint; %coeficiente convección de fluido refrigerante en
canales

load('vari','H','L');

ra=0.1*sqrt(H*L); %raiz del área del dominio HxL que en realidad es unitaria
k=21; %conductividad térmica Nimonic 90 @ 600 °C; [W/m*K]

%=====cálculo Biots=====

Bi0=(hi0*ra)/(k);
Bi1=(hi1*ra)/(k);

end

function [Dh0,Dh1]=Diamh

load('vari','H0','L0','H1','L1');

%calculo los diametros hidraulicos 4* área/perimetro
Dh1=(4*(L1*H1))/((3*(L1+H1)-sqrt((3*L1+H1)*(L1+3*H1))));
Dh0=(4*(L0*H0))/((3*(L0+H0)-sqrt((3*L0+H0)*(L0+3*H0))));

end

function [Rey0,Rey1]=reyconduct
L=2;
dP=100;
ro=(dP/2+200000)/(287*873);
viscoc=7.806e-5; % viscosidad dinámica del aire @ 500 C

[Dh0,Dh1]=Diamh;

for R0=5600:100:1000000

f0=(0.790*log(R0)-1.64)^-2;

```

```
vel0=(2*dP*(Dh0/L)/(ro*f0))^0.5;
Rey0=vel0*Dh0*0.1/viscoc;
err0= abs(Rey0-R0);

    if    err0<100;
        break
    end
end
for R1=5600:100:1000000

f1=(0.790*log(R1)-1.64)^-2;
vel1=(2*dP*(Dh1/L)/(ro*f1))^0.5;
Rey1=vel1*Dh1*0.1/viscoc;
err1= abs(Rey1-R1);
    if    err1<100;
        break
    end
end

end

end
```

ANEXO IV – Script de Matlab para el modelo IV

```

%UNLP-FI-La Plata Junio 2017
%Cristian Bosc
%////DISEÑO CONSTRUCTAL DE CONDUCTOS DE REFRIGERACION EN ALABES DE
TURBINAS DE GAS////
%Driver para variar la geometria del archivo elipse3
%MODELO IV:
%conveccion y radiacion, y dimensiones del álabe variable.

%-----
----
    clc;
    clear;
    fit=0.04;
    %Amas=0.5; %decimetros cuadros de area del alabe total;

    %Limites máximos y mínimos de relaciones de aspecto de la geometría
    %== Area de la cavidades/ Area del rectangulo de dominio H x L==
        Amasmax=2;
        Amasmin=2;
        deltaAmas=0.2;
    %== Tamaño área de la cavidad "0"/ Area del rectangulo de dominio H x
    L==
        fi0max=0.333;    % % porcentaje de area asignada al conducto 0
        fi0min=0.333;
        deltafi0=0.1;
    %== cantidad de veces que el dominio entra en el álabe ==
        xmax=4;
        xmin=4;
        deltax=1;
    %==Elipse mayor==
        H0dL0max=0.4;
        H0dL0min=0.4;
        deltaH0dL0=0.3;
    %==Elipse menor==
        H1dL1max=0.4;
        H1dL1min=0.4;
        deltaH1dL1=0.3;
    %==Distancia elipse menor al borde superior==
        H2max=0.31; % lo calcula en cada iteracion ya que depende de H y H1
        H2min=0.31; %representa el espesor de pared mínimo
        deltaH2=0.1;

    %   a=round((fimax-fimin)/deltafi)+1;
    b=round((fi0max-fi0min)/deltafi0)+1;
    c=round((xmax-xmin)/deltax)+1;
    d=round((H0dL0max-H0dL0min)/deltaH0dL0)+1;
    e=round((H1dL1max-H1dL1min)/deltaH1dL1)+1;
    f=round((H2max-H2min)/deltaH2)+1;

    g=(b*c*d*e*f);
    g1=g*3.7/60;

    if (g>=2)
        fprintf('se realizarán %2.0d iteraciones...\n',g);
        fprintf('====Tiempo estimado de cálculo: %4.2f
minutos=====\n',g1);

```

```

x=input('Presione 1 si desea continuar, 0 si desea salir...\n');
if (x~=1)
    break

end

end

s=zeros(g,12);

gasturbineblade;
i=1;

for Amas=Amasmin:deltaAmas:Amasmax;

    Lmas=(2*Amas)^0.5;
    Hmas=Lmas/2;

    for x= xmin:deltax:xmax;

        %valor de fi
        fi=fit*Amas/(2*x);

        for fi0= fi0min:deltafi0:fi0max;

            A0=fi0*fi;

            for H0dL0= H0dL0min:deltaH0dL0:H0dL0max;

                for H1dL1= H1dL1min:deltaH1dL1:H1dL1max;
                    % H2max=((1/HdL)^0.5)*HdL-2*((2*(fi-
                    fi0))/(pi*H1dL1))^0.5)*H1dL1;

                    for H2 = H2min:deltaH2:H2max;

                        [Y1,Y3,M,N,HdL] =
                        ellipse3(fi,A0,H2,H1dL1,H0dL0,x,Hmas,Lmas);

                        %Armo la matriz de variables y temp. máxima "y"

                        s(i,:)=[fit fi A0 HdL x H0dL0 H1dL1 H2 Y1 Y3 M
                        N];

                        i=i+1;

                    end

                end

            end

        end

    end

end

```

```

end

end
end

%Muestra la matriz al finalizar la iteración
disp(' | fit | A0+A1 | A0 | HdL | x | H0dL0 | H1dL1 |
H2 | mmt | mg | N°t | N°n');
% Busco la Mínima temperatura en la matriz "s" y su geometría
[u,f]=min(s(:,9));
% Busco el minimo gradiente en la matriz "s" y su geometría
[v,z]=min(s(:,10));

disp('====Mínima Máxima Temperatura Es: ===='),disp(u)
disp('====La Geometría correspondiente es:====')
disp(' | fit | A0+A1 | A0 | HdL | x | H0dL0 | H1dL1 | H2
| mmt | mg | N°t | N°n');
disp(s(f,:))

disp('====el gradiente minimo es: ===='),disp(v)
disp('====La Geometría correspondiente es:====')
disp(' | fit | A0+A1 | A0 | HdL | x | H0dL0 | H1dL1 | H2
| mmt | mg | N°t | N°n');
disp(s(z,:))

close (gasturbineblade);

```

Scripts base de cálculo: (los coeficientes de convección y radiación son idénticos a los utilizados en el modelo III)

```

function [Y1,Y3,M,N,HdL] =
ellipse3(fi,A0,H2,H1dL1,H0dL0,x,Hmas,Lmas)

%DIMENSIONS

% //Rectangle of material//

H = Hmas/2;
L = Lmas/x;

HdL=H/L;

% //Ellipse menor//
L1=(2*(fi-A0)/(pi*H1dL1))^0.5;
H1=L1*H1dL1;

%distance to upper edge on "y" axes
H3=H-H2-H1; %center of ellipse on "y" axes

if H2 >=(H-2*H1)
disp('valor de H2 fuera de rango')
end

```

```

% //Ellipse mayor//
L0=((4*A0)/(pi*H0dL0))^0.5;
H0=L0*H0dL0;

savefile='vari.mat';
save(savefile,'H','L','H0','L0','H1','L1')

%CONFIGURATION OF PROGRAM

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',1);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[710 473 473]);
% set(ax,'XLimMode','auto');
% set(ax,'YLimMode','auto');
set(ax,'YLim',[-0.4 1.1]);
set(ax,'XLim',[-0.5 1.5]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pderect([0 L 0 H],'R1');
pdeellip(L,0,L0,H0,...
0,'E1');
pdeellip(0,H3,L1,H1,...
0,'E2');

bo=H+0.01; %posicion extremo del recubrimiento cerámico

pderect([0 L bo H],'R2');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','R1-E1-
E2+R2')

% Boundary conditions:

pdetool('changemode',0)

%condicion de frontera de convección+radiación en canales elípticos
[Bi0, Bi1]=biotcanales;
Bi00=num2str(Bi0);
Bi11=num2str(Bi1);

pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
Bi11,...
'0')
%=====
pdesetbd(10,...
'neu',...
1,...
Bi11,...
'0')
%=====
pdesetbd(9,...
'neu',...
1,...
Bi00,...

```

```

'0')
%=====
pdesetbd(8,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

%condicion de borde de radiacion + conveccion en borde "1"
[al,be,ga,de,ep]=conrad;
all=num2str(al);
bee=num2str(be);
gaa=num2str(ga);
dee=num2str(de);
epp=num2str(ep);

pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
strcat(all,'*4*u.^3+',bee,'*3*u.^2+',gaa,'*2*u+',dee),...
strcat(all,'*3*u.^4+',bee,'*2*u.^3+',gaa,'*u.^2+',epp))

% Mesh generation: dos criterios de generacion de malla

% The Hmax property controls the size of the triangles on the mesh.
initmesh
% creates a mesh where no triangle side exceeds Hmax.
% The Hgrad property determines the mesh growth rate away from a small
part of
% the geometry. The default value is 1.3, i.e., a growth rate of 30%.
Hgrad must
% be between 1 and 2.

%setappdata(pde_fig,'Hmax','estimate');

```

```

setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);

setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('jiggle')
%pdetool('adaptmesh')
%pdetool('refine')
pdetool('jiggle')

% PDE coefficients:

%k1=1.0; conductividad adimensional del metal Km/Km=1
%k2=0.1190; conductividad adimensional del cerámico
K(7YSZ)=2.5/21=0.119

% PDE coefficients:
% PDE coefficients:
pdeseteq(1, ...
'2.5!21', ...
'0.0!0.0', ...
' 0.0!0', ...
'1.0!1.0', ...
'0:10', ...
'0.0', ...
'0.0', ...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig, 'currparam', ...
['2.5!21 ']; ...
'0.0!0.0 ']; ...
' 0.0!0 ']; ...
'1.0!1.0 '])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig, 'solveparam', ...
char('0', '13056', '10', 'pdeadworst', ...
'0.5', 'longest', '1', '1E-3', '0.5', 'full', 'Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig, 'plotflags', [1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig, 'colstring', '');
setappdata(pde_fig, 'arrowstring', '');
setappdata(pde_fig, 'deformstring', '');
setappdata(pde_fig, 'heightstring', '');

% Solve PDE:
pdetool('solve')

%Obtener las temperaturas de cada nodo
T=get(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEPlotMenu'), ...
'UserData');

%le pido la informacion de cantidad de nodos y triangulos
pde_fig=findobj(allchild(0), 'flat', 'Tag', 'PDETool');
meshhdl=findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEMeshMenu');

```

```

O=get(findobj(get(meshhdl,'Children'),'flat','Tag','PDEInitMesh'),...
      'UserData');
P=get(findobj(get(meshhdl,'Children'),'flat','Tag','PDEMeshParam'),...
      'UserData');

[N]=size(O,2)/1000; %cantidad de nodos por mil
[M]=size(P,2)/1000; %cantidad de triangulos por mil

%obtengo la máxima temp sobre el borde metalico externo (no en el
%recubrimiento cerámico)
%a veces el valor de la coordenada "y" del nodo no coincide
exactamente
%con H debido al mallado, por lo cual busco el valor más próximo...
[~,k]=min(abs(O(2,:)-H));
p=O(2,:)==O(2,k);
g=T(p');
[Y1]=max(g);

%calculo el gradiente de T evaluado en cada centro de triángulo.
[ux,uy]=pdegrad(O,P,T);
%hago la suma vectorial de dT/dx + dT/dy
Y2=sqrt((ux.^2)+(uy.^2));
Y3=max(Y2);
end

```