

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALINE THAÍS KÄFER

**ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
MICRO-REDES INTEGRANDO
CONTROLE DE TENSÃO DISTRIBUÍDO
E PROGRAMAÇÃO DE GANHOS**

Porto Alegre
2017

ALINE THAÍS KÄFER

**ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
MICRO-REDES INTEGRANDO
CONTROLE DE TENSÃO DISTRIBUÍDO
E PROGRAMAÇÃO DE GANHOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Alexandre Sanfelici
Bazanella**

Porto Alegre
2017

ALINE THAÍS KÄFER

**ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
MICRO-REDES INTEGRANDO
CONTROLE DE TENSÃO DISTRIBUÍDO
E PROGRAMAÇÃO DE GANHOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Alexandre Sanfelici Bazanella, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Lucíola Campestrini,
Doutor pela UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Prof. Dr. Mauro Augusto da Rosa,
Doutor pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal

Prof. Dr. Aguinaldo Silveira e Silva,
Doutor pela UMIST - University of Manchester Institute of Science and Technology, Reino Unido

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Valner João Brusamarello

Porto Alegre, outubro de 2017.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, em especial pela dedicação e apoio em todos os momentos difíceis. Também ao meu namorado, parceiro para todos os momentos, a minha irmã, colega de vida.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos colegas do PPGEE pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho.

À CAPES pela provisão da bolsa de mestrado.

Ao Me Salva! pelo reconhecimento e oportunidade na área acadêmica.

RESUMO

Este trabalho apresenta maneiras de trabalhar com o controle de potência reativa e estabilidade de tensão em *microgrids*. A estratégia de controle utilizada é o Controle por Tensão Distribuída (*Distributed Voltage Control - DVC*), ou controle por tensões distribuídas, um laço integral que considera as potências reativas em todas as barras como entradas e as tensões respectivas como sinais de controle. Diferentes estratégias de controle para distribuição de potência foram propostas e analisadas, sempre enfatizando seus aspectos conceituais. O cálculo dos ganhos do controlador, embora fundamental para o sucesso de qualquer estratégia de controle, geralmente não é discutido, e não são dados métodos ou linhas gerais para esta tarefa. Neste trabalho, apresentamos e discutimos diferentes metodologias para o projeto de ganhos de controle em DVC. Além disso, sendo o sistema não-linear, grandes variações de performance podem ser observadas se os mesmos ganhos de controle são usados para todos os pontos de operação, o que motiva a proposta de uma estratégia de programação de ganhos, também apresentada neste trabalho.

Palavras-chave: Geração distribuída, *Distributed Voltage Control*, *Linear Quadratic Control*, *microgrids*, Programação de ganhos.

ABSTRACT

This text deals with the control of reactive power distribution and voltage stability in microgrids. The control strategy studied is the Distributed Voltage Control (DVC), an integral loop considering entries as reactive in every bus and the bus voltages as control signals. Different control strategies for power distribution have been proposed and analysed, always emphasising its conceptual aspects; design of the controller's gains, however fundamental for the success of any control strategy, is usually not discussed, and no methods or guideline are given for this task. In this text we present and discuss different methodologies for tuning the control gains in DVC. Moreover, since power systems are nonlinear, large variations in performance can be observed if the same control gains are used for all operating points, which motivates the proposal of a gain scheduling strategy, also presented in here.

Keywords: Distributed Generation, Distributed Voltage Control, Linear Quadratic Control, microgrids, Gain Scheduling.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	11
LISTA DE ABREVIATURAS	12
LISTA DE SÍMBOLOS	13
1 INTRODUÇÃO	16
2 REVISÃO DA LITERATURA	19
3 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA	24
3.1 Geração	24
3.1.1 Geradores não-controláveis	24
3.1.2 Geradores controláveis	25
3.2 Cargas	26
3.3 Rede	27
3.4 Linearização da rede	28
4 PROJETO DE CONTROLE	31
4.1 Droop Control	31
4.2 <i>Distributed Voltage Control</i>	32
4.2.1 Lei da conservação	35
4.2.2 Linearização	35
4.2.3 Mudança de variáveis	37
4.2.4 Ponderações na potência	39
4.3 Cálculo do Ponto de Equilíbrio	40
4.3.1 Equilíbrio no Droop Control	40
4.3.2 Ponto de equilíbrio em DVC	41
4.4 Projetos de controle aplicados	42
4.4.1 Alocação de autovalores	43
4.4.2 <i>Linear Quadratic Control</i>	45
4.5 Programação de ganhos	48
5 ESTUDO DE CASO	49
5.1 Dados da rede	49
5.2 Redução de <i>Kron</i>	51
5.3 Pontos de Operação	53

5.4	Simulações	53
5.4.1	Utilizando Controle <i>Droop</i>	54
5.4.2	DVC com alocação de autovalores: ganhos iguais	56
5.4.3	DVC com alocação de autovalores: ganhos independentes	61
5.4.4	DVC com LQR modificado	65
5.5	Ponderação de potências reativas	72
5.5.1	Ganhos iguais e ponderações de potência	72
5.5.2	Ganhos independentes e ponderação de potência	73
5.5.3	LQR com as ponderações de potência	75
5.6	Aplicação da programação de ganhos	81
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	85
	REFERÊNCIAS	87
	APÊNDICE A ALGORITMOS	90
A.1	Código Matlab do cálculo do ponto de equilíbrio do <i>Droop Control</i>	90
A.2	Código para simulação dinâmica do <i>Droop Control</i>	91
A.3	Cálculo da Redução de Kron	93
A.4	Cálculo da matriz de admitâncias	93
A.5	Informações de impedância da rede e inserção de uma linha	94
A.6	Código que calcula a matriz de admitâncias Y	95
A.7	Código para simulação dinâmica da rede	96
A.8	Algoritmo para calcular os ganhos do método proporcional	100
A.9	Algoritmo para calcular os ganhos no método de ganhos independentes	102
A.10	Algoritmo para calcular os ganhos com LQR modificado	104
A.11	Código com todas as informações dos pontos de operação	106
A.12	Código para aplicar a variação da admitância	109
	APÊNDICE B MATRIZES	111
B.1	Matrizes de admitância dos pontos de operação	111
	ANEXO A PROVA MATEMÁTICA	112
A.1	Prova da consideração utilizada no controle LQR	112

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Esquema do controle de tensão.	21
Figura 2:	Esquema do controle de frequência.	21
Figura 3:	Esquema do controle de frequência.	26
Figura 4:	Representação do DC, adaptada de (KLONARI et al., 2015).	31
Figura 5:	Esquema do controle DC, para a tensão.	32
Figura 6:	Esquema do controle DC, para o ângulo.	32
Figura 7:	Esquema do controle DVC, com as variáveis definidas na equação 25 e k conforme a equação 24.	33
Figura 8:	Esquema da rede estudada, retirada de (RUDION et al., 2006).	49
Figura 9:	Esquema do sistema de comunicação.	53
Figura 10:	Potência reativa em todas as barras.	55
Figura 11:	Tensões em todas as barras.	55
Figura 12:	Lugar das raízes do sistema.	56
Figura 13:	Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 1.	57
Figura 14:	Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 2.	58
Figura 15:	Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 3.	58
Figura 16:	Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 4.	59
Figura 17:	Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 5.	59
Figura 18:	Posição dos autovalores do ponto 3, com $K = kI$	60
Figura 19:	Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 1.	62
Figura 20:	Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 2.	63
Figura 21:	Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 3.	63
Figura 22:	Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 4.	64
Figura 23:	Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 5.	64
Figura 24:	Localização dos autovalores com ganhos independentes para o ponto 3.	65
Figura 25:	Localização dos polos do ponto 1 com LQR modificado.	66
Figura 26:	Localização dos polos do ponto 2 com LQR modificado.	67
Figura 27:	Localização dos polos do ponto 3 com LQR modificado.	67
Figura 28:	Localização dos polos do ponto 4 com LQR modificado.	68
Figura 29:	Localização dos polos do ponto 5 com LQR modificado.	68
Figura 30:	Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 1.	69
Figura 31:	Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 2.	69
Figura 32:	Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 3.	70

Figura 33:	Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 4.	70
Figura 34:	Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 5.	71
Figura 35:	Lugar das raízes com ganhos iguais e ponderações do ponto 3.	72
Figura 36:	Potência e tensão, com ganhos iguais e ponderações do ponto 3.	73
Figura 37:	Potência e tensão, com ganhos mantidos e ponderações, para o ponto 3.	74
Figura 38:	Potência e tensão, com ganhos recalculados e ponderações, para o ponto 3.	75
Figura 39:	Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 1.	76
Figura 40:	Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 2.	77
Figura 41:	Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 3.	77
Figura 42:	Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 4.	78
Figura 43:	Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 5.	78
Figura 44:	Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 1.	79
Figura 45:	Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 2.	79
Figura 46:	Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 3.	80
Figura 47:	Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 4.	80
Figura 48:	Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 5.	81
Figura 49:	Variando o ponto de operação, mas mantendo o K do ponto 3.	82
Figura 50:	Variando o ponto de operação e K.	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Cargas acopladas a rede, em pu.	50
Tabela 2:	Dados das linhas.	50
Tabela 3:	Gerações acopladas a rede, em kW	51
Tabela 4:	Valor encontrado para os ganhos utilizando lugar das raízes.	57
Tabela 5:	Critérios de desempenho para os 5 pontos, com ganhos iguais.	60
Tabela 6:	Ganhos para cada um dos pontos, com controle distribuído.	61
Tabela 7:	Medidas de desempenho para o controle distribuído	62
Tabela 8:	Ganhos para cada um dos pontos, com controle LQR modificado.	66
Tabela 9:	Medidas de desempenho para LQR modificado	71
Tabela 10:	Ponderações nas barras.	72
Tabela 11:	Ganhos para cada um dos pontos, com controle distribuído.	73
Tabela 12:	Ganhos para cada um dos pontos, com controle LQR modificado	75
Tabela 13:	Medidas de desempenho para LQR modificado, mantendo ganhos calculados sem ponderações.	76
Tabela 14:	Medidas de desempenho para LQR modificado, recalculando ganhos para ponderações.	76
Tabela 15:	Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3	83
Tabela 16:	Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3	83
Tabela 17:	Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3	83
Tabela 18:	Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3	84

LISTA DE ABREVIATURAS

AC	<i>Alternate Current</i> (Corrente Alternada)
DG	<i>Distributed Generation</i>
DORPC	<i>Decentralized Optimal Reactive Power Control</i>
DVC	<i>Distributed Voltage Control</i> (Controle de Tensão Distribuído)
GCAR	Grupo de Controle, Automação e Robótica
GD	<i>Geração Distribuída</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Control</i> (Regulador Quadrático Linear)
MIMO	Multiple Inputs - Multiple Outputs (múltiplas entradas e múltiplas saídas)
PG	Programação de Ganhos
PPGEE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
SG	<i>Smart Grid</i> (Rede Inteligente)
SISO	Single Input- Single Output (única entrada e única saída)
VVC	<i>Volt/Var Control</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

V_i	Tensão real na barra i
V_i^d	Tensão desejada na barra i
V	Vetor com as tensões reais das barras 1 a N
V^l	Vetor com as tensões linearizadas das barras 1 a N
V_r	Vetor das tensões reescritas após mudança de variáveis
ΔV^l	Vetor com as variações das tensões em torno das tensões linearizadas das barras 1 a N
k_i^V	Ganho de controle de tensão na barra i
Q_i	Potência reativa real na barra i
Q_i^m	Potência reativa medida na barra i
Q_i^d	Potência reativa desejada na barra i
Q_i^l	Potência reativa real linearizada na barra i
Q	Vetor com as potências reativas reais das barras 1 a N
Q^m	Vetor com as potências reativas medidas das barras 1 a N
Q^d	Vetor com as potências reativas desejadas das barras 1 a N
Q^l	Vetor com as potências reativas linearizadas das barras 1 a N
ΔQ^l	Vetor com as variações das potências reativas em torno das potências linearizadas das barras 1 a N
$Q^{m,s}$	Vetor com a potências reativas medidas em estado estacionário
Q_r	Vetor de potências reativas reescrito após mudança de variáveis
ΔQ^{ml}	Vetor com as variações das potências reativas medidas em torno das potências linearizadas das barras 1 a N
ω_i	Frequência real na barra i
ω_i^d	Frequência desejada na barra i
k_i^ω	Ganho de controle de frequência na barra i
P_i	Potência ativa real na barra i
P_i^m	Potência ativa medida na barra i

P_i^d	Potência ativa desejada na barra i
θ_i	ângulo da tensão na barra i
θ_{ik}	diferença entre ângulos da tensão na barra i e na barra k
Z_{eq}	Impedância equivalente
n	Índice que significa "nominal"
V_n	Tensão nominal da rede, gerador ou carga
S_n	Potência aparente nominal do gerador ou carga
b	Índice que significa "base"
V_b	Tensão de base da rede
S_b	Potência aparente de base da rede
Z_b	Impedância de base da rede
Z_{eqpu}	Impedância equivalente em "por unidade = p.u."
u_i^V	sinal de controle de tensão na barra i
u_i^θ	sinal de controle de frequência na barra i
τ	Constante do filtro passa baixas do inversor de frequência
τ_Q	Constante do filtro passa baixas do inversor de frequência em relação à potência reativa
τ_P	Constante do filtro passa baixas do inversor de frequência em relação à potência ativa
N	Índice que representa a dimensão da rede
I_i	corrente na barra i
Y	matriz de admitâncias da rede
G	parte real da matriz de admitâncias
B	parte imaginária da matriz de admitâncias
b	parcela de desvio de tensão no DC
e_i	erro de potências reativas
γ_c	conjunto das barras com as quais a barra i tem contato
C	matriz de comunicação entre barras
K	matriz diagonal composta pelos ganhos de 1 a N
U^V	vetor composto pelos sinais de controle de tensão de 1 a N
$\beta 1_N$	autovetor da matriz C
σ	constante dependente das tensões iniciais
R	Matriz auxiliar para reescrita de modelo após mudança de variáveis
O	Matriz de derivadas parciais após mudança de variáveis

C_τ	Matriz de comunicação após mudança de variáveis
T	Matriz cuja diagonal é composta por τ
x	Vetor de estados, concatenando ΔV e ΔQ^{ml}
A	Matriz da relação entre \dot{x} e x
A_c	Matriz para o projeto de controle
C_c	Vetor contendo a matriz de comunicação para o projeto de controle
K_c	Matriz de ganhos para o projeto de controle
$f(Q^j)$	Função a zerar para o cálculo do equilíbrio
D	Matriz do LQR
E	Matriz do LQR
M	Matriz do LQR
α	Matriz do LQR
I_d	Matriz Identidade
S	Matriz do LQR
L	Matriz a ser minimizada para a compensação estrutural da matriz de ganhos
K_{LQR}	Matriz de ganhos que o algoritmo LQR retorna
ϵ	fator de correção para LQR
m_{calc}	média do módulo dos autovalores
m_{alvo}	média alvo dos autovalores
ζ_i	ponderação de potência reativa na barra i

1 INTRODUÇÃO

O sistema de geração e distribuição de energia vigente atualmente está em operação há pelo menos 50 anos. Nesse sistema, há grandes fontes geradoras, e centros consumidores distribuídos a longas/médias distâncias, exigindo assim uma rede de transmissão, que basicamente realiza o transporte de energia, e uma rede de distribuição, que fornece tal energia ao consumidor final. Neste modelo, o controle da tensão e da frequência da rede é feito pelos maiores geradores, ou seja, o controle é realizado por algumas poucas unidades geradoras, enquanto que os demais geradores entregam energia à rede de forma passiva.

No entanto, nos últimos anos, tem sido crescente a inclusão de pequenas gerações de energia nas redes tradicionais, distribuídas no espaço e também no tempo. Estas Gerações Distribuídas (GDs), a exemplo da Geração Fotovoltaica, Geração Eólica, Pequenas Centrais Hidrelétricas, Geração a Combustão, etc, têm exigido da rede um comportamento diferente do habitual. Isto acontece pois o modelo atual não garante a eficiente distribuição desta nova energia inserida na rede, e não garante a estabilidade do sistema frente a esta nova topologia, visto que as fontes podem não ser constantes, a exemplo da fotovoltaica, que depende da presença do sol, e da eólica, que varia conforme as correntes de vento. A título de exemplo em relação ao crescimento destas novas fontes, as GDs devem ser 15% do total da geração de energia na Califórnia, EUA, em 2017, 20% de toda a geração da China em 2020 e, no mesmo ano, a geração eólica na Alemanha alcançará cerca de 60% (PAGANI; AIELLO, 2016). No Brasil, a geração hidrelétrica em grandes centrais representa atualmente cerca de 60% da energia consumida no país inteiro e, mesmo que seja crescente a implementação de gerações eólicas e fotovoltaicas, representam juntas menos de 1% da geração do país. De acordo com (FARIA; TRIGOSO; CAVALCANTI, 2017), os desafios de implementação das novas tendências de gerações distribuídas são principalmente o alto custo de implementação e a grande área do país, mesmo que a incidência de sol seja muito favorável.

Junto desta tendência de DGs vem também tantas outras em termos de informação, conectividade e controle distribuído, caracterizando o que se tem chamado de *Smart Grids* (SG), ou "Redes Inteligentes". De acordo com (ZHANG; CHEN; GAO, 2017), o surgimento das SG foi motivado, em primeiro lugar, pela necessidade mundial por utilizar energias limpas e fontes eficientes. Além disso, tem sido possibilitado pelos recentes avanços tecnológicos, que permitem melhores medidas, atuação mais ágil e, por consequência, melhor uso da energia. O termo "Rede Inteligente" representa, conforme (BAYINDIR et al., 2016), sistemas auto-suficientes, que podem encontrar soluções para problemas rapidamente, reduzindo força de trabalho, e que objetiva um fornecimento de energia elétrica sustentável, confiável, seguro e de qualidade para todos os consumidores.

A sustentabilidade é um fator positivo desta tendência porque valorizam-se as fontes de energia chamadas "renováveis", como a fotovoltaica e a eólica, ou seja, cujo combustível

não seja finito, e por consequência que gera menos impacto ao meio ambiente. Ainda, a sustentabilidade é propiciada pela própria descentralização da geração pois, não havendo a necessidade de transporte de uma grande quantidade de energia a grandes distâncias, diminui a necessidade de uma rede de transmissão de energia, a qual representa grande uso de material, centrais de redução de tensão e perdas em termos de eficiência. A confiabilidade resulta desta mesma redução da necessidade de transmissão, pois a geração estaria muito mais perto do consumo, havendo menor chance de cortes ou falhas na transmissão da energia. Também sem precisar de transmissão se aumenta a segurança, até porque a elevação da tensão em grandes centros geradores, um grande fator de risco, é feita justamente com o intuito de transmitir a energia a grandes distâncias reduzindo perdas. Por fim, a redução do custo da energia para o consumidor final, por todos os fatores já citados: o próprio consumidor pode produzir a energia consumida, a estrutura utilizada para garantir seu consumo seria bem mais simples, mais eficiente e mais segura, como dizem os autores em (PAGANI; AIELLO, 2016). No entanto, observa-se que todos estes critérios se aplicam somente se a energia gerada localmente for capaz de suprir as necessidades da rede. Para grandes consumidores, como indústrias, pode-se ainda haver a necessidade de conexão da rede local com uma rede externa. Ainda assim, levar toda a geração para perto dos grandes consumidores apresenta significativas dificuldades, tanto em termos de investimentos, quanto em alocação de espaço, tempo de implementação e tecnologias a serem desenvolvidas (NAAMANE; MSIRDI, 2015).

É importante destacar que as *Smart Grids* possuem uma vulnerabilidade menos presente em sistemas tradicionais: segurança de informação. Com milhares de dispositivos eletrônicos interconectados por grandes sistemas de comunicação permeando instalações de potência críticas, há diversas possibilidades de ataques que teriam consequências sérias tanto para os usuários quanto para os fornecedores de energia. Portanto, estudos estão sendo desenvolvidos em paralelo ao avanço das *Smart Grids*, como o desenvolvido em (WANG; LU, 2013), para prever possíveis ataques e criar estratégias de segurança.

Em termos de controle, pode-se dizer que *Redes Inteligentes* são então aquelas em que pode ou não haver um controle centralizado operando sobre as variáveis de interesse, mas que apresenta, essencialmente, um controle descentralizado, operando pontualmente em diversas partes da rede. Ainda, para que seja possível um controle descentralizado, é necessário haver bons instrumentos de medida, lendo as informações pertinentes dos nós de controle, assim como atuadores confiáveis e, dependendo da topologia utilizada, sistemas de comunicação entre as barras que compõem a rede.

Assim, os desafios para a implementação de SGs permeiam diversas áreas, e entre elas pode-se ressaltar a área de controle. Diversas estratégias já foram propostas e testadas visando um controle eficiente em uma SG. Pode-se citar as estratégias de inteligência artificial, como utilização de agentes, entidades inteligentes que são inseridas em certos ambientes para tomar decisões baseadas em conhecimentos prévios, conforme em (MALIK; LEHTONEN, 2016). Ou estratégias de controle não-linear, visto que uma rede elétrica é um sistema não-linear multivariável, como a estratégia citada em (YANG; ZHANG; MA, 2016), cujo objetivo é a redução do preço da energia.

Como já mencionado, a grande mudança nas redes de energia atualmente tem sido a inclusão de geração distribuída. Portanto, esta diferença está localizada espacialmente nas redes de distribuição, ou seja, em redes de baixa/média tensão, nas quais as gerações distribuídas são alocadas. A partir deste arranjo surge o conceito de micro-redes (do inglês *microgrids*), pequenas redes nas quais se encontra geração distribuída e consumo de cargas. As micro-redes podem operar de forma conectada a uma rede maior, através de uma barra

que será a principal fonte de energia, ou de forma isolada, quando toda a energia consumida é produzida internamente, como em (SCHIFFER et al., 2016). Há trabalhos realizados focando nesses dois tipos de conexão, projetando controladores que atuem tanto quando há uma barra de geração central (sistema conectado) como quando não há, garantindo que o sistema não desestabilize em transições, como em (MEHRASA et al., 2015).

Neste trabalho, o foco será em sistemas operando desconectados de grandes gerações, ou seja, nos quais a geração interna é suficiente para manter todas as cargas e manter a estabilidade do sistema. Esta abordagem permite o cálculo dos ganhos de controle considerando somente fatores locais, o que possibilita projetá-los com base nos dados da rede em que atuará.

O capítulo 2 faz a revisão propriamente dita da área de controle acerca do assunto de *Redes Inteligentes*, mais especialmente sobre *micro-redes*. O capítulo 3 apresenta detalhadamente o modelo da rede utilizada, as simplificações e todas as suas partes componentes, enquanto que o capítulo 4 apresenta os modelos de controle que serão utilizados. Já no capítulo 5 pode-se ver o resultado de simulações com o modelo de controle aplicado, enquanto que em 6 serão discutidas as conclusões e os trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

As redes de energia têm diversas características que determinam diferentes desafios dos sistemas de controle. Em primeiro lugar, por serem compostas por um número N de barras, geram sistemas multivariáveis. As barras podem conectar-se de diferentes maneiras umas às outras, sendo que tanto potência ativa quanto reativa são resultado do produto entre tensões e ângulos, o que resulta em um sistema não-linear. Dependendo da escala de potência em uma determinada rede, ela assume funções diferentes, e certas simplificações podem ou não ser consideradas na modelagem. Sistemas de grande potência, por exemplo, representam grandes fontes geradoras, que alimentam consumidores a certas distâncias por meio de redes de transmissão. Já redes de baixa tensão são aquelas em que a energia é distribuída para o consumidor final, e na qual se conectam as GDs, como já citado. As cargas conectadas à rede de distribuição podem ter perfis dos mais variados: intermitentes e concentrados em horários do dia, como em áreas residenciais, ou relativamente contínuos, com alto consumo de potência reativa, em centros industriais (SINGH; GAUTAM; FULWANI, 2017). As cargas ainda podem ser modeladas assim como funções do horário do dia, ou como impedâncias constantes, dependendo de quão relevantes são as alterações de carga. Ainda, os requisitos de operação são exigentes: as tensões devem ficar entre limites de + 10% a -10%, as potências ativa e reativa preferencialmente distribuídas proporcionalmente entre as barras, frequência praticamente constante, com margens de operação de +1% a -1%.

É importante destacar que uma das estruturas de controle vigentes atualmente em controle distribuído de sistemas de potência é baseada em ações do tipo relé (PAGANI; AIELLO, 2016), ou seja, constatado um desvio de tensão maior do que o permitido, fontes de energia são cortadas. No entanto, essa técnica, mesmo que seja a mais simples e fácil de ser aplicada, tem por consequência desperdícios de energia gerada que não é consumida pela rede. Assim, um dos principais desafios do controle é atingir uma qualidade de distribuição de energia garantindo a estabilidade da rede.

Considerando os desafios de não-linearidade do sistema multivariável, em (MELLO; PFITSCHER; BERNARDON, 2017) é desenvolvida uma estratégia chamada de VVC (*Volt/Var Control*), que objetiva controlar tanto tensão quanto potência reativa na rede. O controle proposto é centralizado e on-line, requerendo assim um eficiente sistema de comunicação, que permita levar informações de todas as barras para o supervisor central, com o mínimo de atraso, para garantir a confiabilidade dos cálculos. O supervisor estipula quais geradores serão conectados à rede através de sistema de inferência *Fuzzy*, capaz de resolver problemas não-lineares e associar informações qualitativas às ações binárias (liga-desliga, por exemplo). Percebe-se que esta estratégia mantém a característica de desligamento de fontes e controle centralizado, duas situações que reduzem a eficiência do sistema.

Como alternativa ao controle centralizado, são propostas diversas técnicas de controle descentralizado em *Smart Grids*. Uma delas é descrita em (ANSARI; GHOLAMI; KAZEMI, 2016). Os autores propõem um Controle Ótimo Descentralizado de Potência Reativa (*decentralized optimal reactive power control - DORPC*), atuando através de multi-agentes, uma aplicação de inteligência artificial que permite que cada barra atue nas suas próprias variáveis. A atuação de cada agente é baseada não só na sua percepção dos seus arredores, mas também em conhecimento prévio, obtido na fase de treinamento da rede neural artificial. Ainda, ao conceito de sistema multi-agentes, é inserido o conceito de *Holon*, um conceito de sociedade que determina o papel de cada barra, a interação entre elas e a organização como um todo.

Em (SAYARI; CHILIP; BARARA, 2016) é proposto um algoritmo adaptativo, para conectar uma série de gerações à rede via inversores. O algoritmo pode operar em duas maneiras: geração básica de potência ou modo de compensação de harmônicos. Ou seja, se propõe controlar tanto a potência entregue à rede por uma barra, tendo esta uma ou mais gerações, quanto corrigir a frequência do inversor de forma a não afetar o restante da rede. O algoritmo de controle é composto de um laço proporcional-integral para controlar a potência entregue à rede. No entanto, este projeto não é uma proposta de controle descentralizado, mas sim uma proposta de controle para uma única barra, sendo que a referência de tensão que ela deve seguir pode ser dada por outro algoritmo.

Da rede de distribuição de energia das *Smart Grids* forma-se o conceito de *microgrids*, onde estão conectadas as gerações distribuídas e onde acontece a maior modificação topológica. Por isto, o controle de *microgrids* é uma área de importante desenvolvimento. *Microgrids* são definidos em (RAJESH et al., 2017) como sistemas de potência que incluem cargas, geração distribuída, armazenamento de energia e que são gerenciadas como uma unidade, de forma a permutar energia com uma rede maior através de um único ponto de ligação. No mesmo trabalho, desenvolve-se uma pesquisa acerca das principais estratégias de controle em *microgrids* AC (de corrente alternada). O controle $V - f$ é citado como um controle mestre-escravo, estratégia em que uma barra comanda e as outras seguem ordens, utilizado quando a rede está operando isolada, já que no modo desconectado a rede fica mais sensível a alterações de potência, enquanto que o controle P-Q se aplica com a rede conectada. São citadas também as estratégias envolvendo o *Droop Control*, que será descrito adiante.

Uma *microgrid* pode estar funcionando conectada a uma rede maior, na qual existem um ou mais grandes geradores, que acaba sendo a sua principal fonte de energia, mas pode também estar agindo independentemente, com sua geração interna sendo suficiente para atender a todas as demandas de cargas a ela conectadas. Esta configuração independente é possível apenas se o sistema cumprir uma série de requisitos, como geração suficiente, além de elementos de armazenamento de energia, para que seja possível gerenciar a quantidade de potência inserida ou retirada da rede, essencial para o sistema de controle. Operando em modo isolado, a rede se torna muito sensível a flutuações na geração e variações de carga, por causa da baixa inércia do sistema (NIKKHAJOEI; LASSETER, 2009) e, por isso, é necessária uma fonte de potência confiável para sustentar a rede isolada. Assim, há uma abordagem de controle para redes conectadas, e outra diferente para redes independentes. Pode-se considerar somente uma configuração para o controle, como é o caso deste trabalho, em que será utilizada uma rede desconectada, ou considerar ambas as configurações, como em (MEHRASA et al., 2015). Em (MEHRASA et al., 2015) os autores discorrem sobre um controle que alterna com sucesso entre as configurações "conectada" e "desconectada" de uma rede.

Outro conjunto de técnicas de controle descentralizado se desenvolveu acerca do conceito de *Droop Control* - DC, ou controle inclinado. O DC tem ganho vasta visibilidade por ser um controle descentralizado que não precisa de um sistema de comunicação, já que os ganhos de cada barra baseiam-se somente em dados da própria barra. Este método utiliza conceitos do controle clássico, pois baseia o sinal de controle em ganhos iguais em relação ao erro, tanto de tensão quanto de frequência, conforme pode-se encontrar em (KLONARI et al., 2015). Neste artigo os autores propõem uma estrutura probabilística para efetuar os cálculos dos ganhos de controle, em vez de uma estrutura determinística, que considera o pior cenário possível. Objetiva-se assim evitar soluções super-dimensionadas ou tecnicamente custosas, para com isso atingir o melhor controle possível em uma rede real.

Ainda em (GHASEMI; PARNIANI, 2016), o *Droop Control* é utilizado em conjunto com um controle adaptativo, que objetiva distribuir igualmente os cortes de fornecimento por todas as unidades geradoras de uma rede, em vez de cortar somente uma, evitando assim maiores distúrbios. Já em (MADHU; SASIDHARAN; SINGH, 2016), propõe-se técnicas para melhorar o desempenho do *Droop Control*, utilizando um modelo de rede CC (corrente contínua). Com este modelo, utilizado para redes de baixa e média tensão, não são necessárias as premissas utilizadas na análise de fluxos de potência AC. O artigo mostra como resultados redução das perdas de potência, perfil de tensões melhorado, sensibilidade às impedâncias das linhas e mudanças nos valores máximos de cargas aceitáveis.

O controle inclinado é análogo ao realizado por geradores síncronos em redes onde são a principal geração, pois corrige a tensão baseado no erro de potência reativa e a frequência na potência ativa. Este controle pode ser aplicado em correção de frequência e de tensão de forma independente, como pode-se ver nas Equações 1 e 2.

$$V_i = V_i^d - k_i^V (Q_i^m - Q_i^d) \quad (1)$$

$$\omega_i = \omega_i^d - k_i^\omega (P_i^m - P_i^d) \quad (2)$$

As Equações 1 e 2 são representadas pelos esquemáticos nas Figuras 1, para controle de tensão, e 2, para controle de frequência.

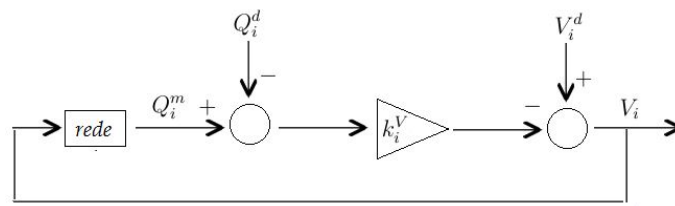


Figura 1: Esquema do controle de tensão.

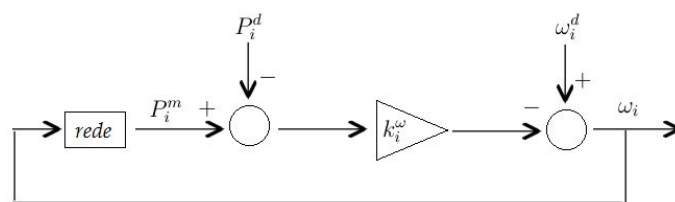


Figura 2: Esquema do controle de frequência.

Nas Equações 1 e 2, V_i^d e ω_i^d são os valores desejados de tensão e frequência, respectivamente. V_i é a tensão na barra i , e ω_i a frequência. Já Q_i^d e P_i^d são os objetivos de potência reativa e ativa, enquanto que Q_i^m e P_i^m são os valores medidos, que podem ou não ser iguais aos reais, dependendo do sensor utilizado. Por fim, k_i^V é o ganho de tensão e k_i^ω o ganho de frequência. Percebe-se que a tensão é corrigida pela variação da potência reativa, e que a frequência pela potência ativa. Esta estratégia tem bom resultado em termos de evitar cortes bruscos de fontes geradoras, gerenciando melhor a energia do sistema. Mas tanto em relação ao controle de frequência quanto ao controle de tensão, apresenta limitações.

Em questão de controle de frequência, o controle ideal estabilizaria com a frequência exatamente na ideal. Mas esta estratégia apresenta acomodação em um valor de frequência diferente da nominal. Isto acontece porque a frequência em cada barra é o próprio sinal de controle, e é uma função da sua potência ativa na própria barra. Idealmente, a potência medida no ponto de acomodação seria igual à potência desejada, levando sua subtração a zero e, conseqüentemente, a frequência da barra à desejada. Mas nada garante que os valores P_i^d são possíveis na rede. Na verdade, não é possível escolher exatamente qual será o perfil de potências em uma rede, pois este é dado pela relação entre as barras. Assim, a frequência atingida em regime permanente será sempre em certo grau diferente da desejada. Com a intenção de corrigir estes problemas já foram realizados outros trabalhos, como em (SIMPSON-PORCO; DÖRFLER; BULLO, 2013) e (CHEN; XIAO, 2018). O termo *sincronização* no título se refere a esta correção da frequência, que é feita por meio de um laço secundário com integração.

Em termos de tensão, há o mesmo problema de não ser possível garantir o perfil de tensões desejadas e, além disso, esta estratégia não garante a distribuição proporcional de potência reativa entre as fontes, ou seja, as razões entre as potências reativas de cada barra e sua potência nominal não são iguais. Nas redes em que há distribuição proporcional de potência reativa, os geradores operam em uma condição mais eficiente, o que melhora o desempenho da rede e o perfil de tensões. Mas, mesmo que os valores desejados de potência reativa fossem tais que essa condição fosse satisfeita, nada garante que este será o valor em regime permanente das potências reativas.

Unindo os conceitos de *microgrids* e de *Droop Control*, (TAYAB et al., 2017) mostra um estudo dos principais métodos de controle. De acordo com o artigo, aumentar os ganhos de controle k_i^V melhora a distribuição de potências, mas piora o perfil de tensões. Ainda, o controle inclinado tradicional (conforme Equações 1 e 2) tem outras desvantagens, como resposta lenta no transiente, pobre compartilhamento de harmônicos com cargas não-lineares, incompatibilidade de impedâncias com inversores operando em paralelo, afetando potência ativa e reativa, etc. Assim surgem estratégias de DC visando suprir estes problemas, como *Virtual Impedance-Loop Based Droop*, *Adaptive Droop* e *Robust Droop*. Em *Virtual Impedance-Loop Based Droop* adiciona-se um laço de controle que emula a impedância da linha, adequando o sinal de controle à posição na rede em que a barra está inserida. Alternativamente, em (OUREILIDIS; DEMOULIAS, 2016), os ganhos k_i^V são calculados a partir da impedância medida da rede, perdendo a necessidade de emulá-las.

Ainda conforme (TAYAB et al., 2017), o *Adaptive Droop* adiciona um termo à equação do DC para corrigir a potência reativa de referência Q_i^d . Ou seja, se o erro de potência reativa manter-se grande, a potência reativa desejada é modificada para um valor relativo a dados medidos no próprio inversor. O *Robust Droop* é uma estratégia semelhante em termos de modificar a referência mas, em vez alterar Q_i , altera V_i^d . A tensão de referência é corrigida iterativamente de acordo com um ganho proporcional em relação à potência

ativa, em vez de a reativa. No entanto, por mais que os métodos melhorem características do *Droop Control*, nenhum deles garante a distribuição igualitária da potência reativa.

Por isso, outros trabalhos focam na distribuição proporcional de potência reativa, propondo uma ação alternativa ao *Droop Control*. Essa ação pode ser um laço adicional com indutância virtual, como em (MOSLEMI; MOHAMMADPOUR, 2015), um controle distribuído baseado em comunicação entre inversores vizinhos ((CHANG; ZHANG, 2016)), ou substituir um controle proporcional por um integral, levando em consideração a diferença de potência reativa entre um inversor e seus vizinhos imediatos. Esta última é a ideia central da proposta de (SCHIFFER et al., 2016), utilizar uma comunicação simples, em que cada inversor só conhece informações de seus vizinhos, sem uma rede central, e utilizar um laço integral para corrigir a potência reativa gerada por cada inversor. A esta estratégia de controle, os autores chamam de Controle de Tensão Distribuído (do inglês *Distributed Voltage Control - DVC*). Para analisar a estabilidade sistema com o DVC, os autores utiliza um modelo de rede simplificada, e para comprovar a efetividade, utiliza dados reais de uma *microgrid*. Com base neste artigo são desenvolvidos os modelos do Capítulo 3, e no Capítulo 4 são apresentadas as estratégias de projeto de controle, alternativas ao método epírico utilizado no artigo.

3 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

As redes de potência são modeladas classicamente por um conjunto de equações que relaciona as principais variáveis do sistema, considerando a frequência constante para todos os pontos: módulo da Tensão (V), ângulo de tensões entre as barras (θ_{ik}), potência ativa (P) e reativa (Q). Além disso, as cargas acopladas à rede podem ser modeladas como funções do tempo, lineares ou não, ou como impedâncias constantes. Da mesma maneira, as gerações podem ser controláveis, quando possuem armazenamento de energia acoplado, ou não-controláveis, caso contrário. Neste capítulo serão apresentados tanto os modelos clássicos assim como as simplificações e considerações para a modelagem do sistema. Estas considerações são feitas conforme em (SCHIFFER et al., 2016), a fonte do modelo de controle DVC.

Um modelo simplificado do sistema de potência é necessário para que se possa calcular analiticamente os ganhos do controlador, com base em informações do próprio sistema. Para simular o sistema de controle com os ganhos calculados, utiliza-se um modelo de rede sem as simplificações que serão descritas a seguir, em posse de um software que emule com precisão as características do sistema. No caso deste trabalho, as considerações utilizadas tanto para o cálculo quanto para a simulação são descritas nas Seções 3.1 e 3.2. As demais considerações, nas Seções 3.3 e 3.4, são utilizadas somente para o projeto dos controles.

3.1 Geração

Como já citado, neste trabalho será considerada uma micro-rede desconectada, ou seja, uma rede de baixa/média tensão, sem contato com grandes unidades geradoras, ou seja, sem uma barra *slack*, a barra de referência, cuja tensão é constante para simulações de redes de potência. Assim, as gerações serão consideradas conectadas à rede por meio de inversores de frequência, como por exemplo a geração fotovoltaica. Serão considerados dois tipos de inversores: aqueles em que há um armazenamento de energia acoplado e aqueles em que não há. A diferença entre eles então está em serem controláveis ou não, pois sem uma bateria ou alguma forma de armazenamento não é possível controlar a energia entregue à rede.

3.1.1 Geradores não-controláveis

Assim como em (SCHIFFER et al., 2016), todas as gerações não conectadas por meio de inversores, como por exemplo as gerações síncronas, e também os inversores não-controláveis, são modelados como impedâncias constantes negativas, fornecedoras de energia. O cálculo da impedância equivalente Z_{eq} parte da relação básica entre potência,

tensão e impedância:

$$Z_{eq} = -\frac{V_n^2}{S_n} \quad (3)$$

V_n é a tensão do gerador e S_n sua potência nominal, enquanto que Z_{eq} é sua impedância equivalente obtida a partir desta relação. Ou seja, essa impedância representa como o gerador seria visto pela rede se fornecesse sempre sua potência nominal, na tensão especificada. Dado que todas as variáveis em sistemas de potência são dadas em "por unidade", é necessário dividir esta impedância pela de base da rede Z_b , que é dada pela mesma relação.

$$Z_b = -\frac{V_b^2}{S_b} \quad (4)$$

Dado que V_b é a tensão de base da rede, e S_b a potência aparente de base. Assim, a impedância equivalente, em p.u., é dada por:

$$Z_{eqpu} = -\frac{V_n^2 S_b}{S_n V_b^2} \quad (5)$$

Como via de regra a tensão nominal das barras será igual à tensão de base da rede ($V_n = V_b$), a impedância equivalente pode ser simplificada para a razão entre a potência de base pela nominal.

$$Z_{eqpu} = -\frac{S_b}{S_n} \quad (6)$$

Desta maneira, as informações de geração podem ser acopladas às características das linhas quando for feita uma redução da dimensão do sistema. Ou seja, retira-se um grau de complexidade, que permite analisar somente as barras controláveis. No entanto, esta simplificação retira da rede a dinâmica destas gerações. A geração síncrona, por exemplo, tem inércia maior do que as gerações via inversores, de forma que modificaria o tempo de acomodação do sistema. Ainda, considerando essas gerações como impedâncias constantes, se perde sua variação ao longo de um período, como por exemplo para a geração fotovoltaica, que tem picos de geração durante o dia e geração nula durante a noite, ou como a fotovoltaica que varia conforme a intensidade dos ventos. Assim, utilizando esta hipótese, teremos implicações na dinâmica da rede utilizada, que serão mais suaves e mais rápidas do que sem a hipótese.

3.1.2 Geradores controláveis

A partir das equações que serão dadas na Equação 13 percebe-se que a potência reativa em uma barra é função das tensões em todas as barras. Assim, a potência reativa em uma dada barra pode ser corrigida pela sua própria tensão, o que é a proposta de controle dada em DVC. Por consequência, a tensão é utilizada como sinal de controle, que irá corrigir a potência reativa na barra i conforme o cálculo do controlador. Então, o inversor é modelado como uma fonte DC. O modelo completo do inversor, além de conter uma fonte de tensão, tem um filtro passa baixas, que representa a relação entre a potência medida e a real, conforme Equações 7 e 8. A relação do filtro é dada conforme o esquema na figura 3, para a potência reativa.

$$\begin{aligned} V_i &= u_i^V \\ \tau_Q \dot{Q}_i^m &= -Q_i^m + Q_i \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= u_i^\theta \\ \tau_P \dot{P}_i^m &= -P_i^m + P_i \end{aligned} \quad (8)$$

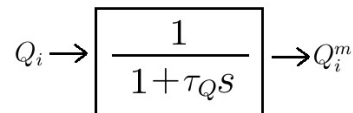


Figura 3: Esquema do controle de frequência.

Nessas equações, o índice i representa a barra i , tal que $i=1, \dots, N$ de todas as N barras da rede, Q_i^m representa a potência reativa medida, Q_i a potência reativa real, V_i a tensão, u_i^V o sinal de controle de tensão, θ_i o ângulo da tensão, u_i^θ o controle de frequência, P_i^m a potência ativa medida e P_i a real. Ainda, os inversores reais possuem uma impedância de transformação de tensão. Essa impedância será considerada constante e será incluída como parte da impedância de todas as linhas conectadas a este inversor. As perdas geradas por esta hipótese são as variações de impedâncias que podem ser encontradas entre inversores reais, mas que nesse trabalho serão consideradas todas iguais, e componentes das linhas de transmissão. Considerando inversores do mesmo fabricante, a diferença entre as impedâncias de transformação podem ser consideradas nulas sem prejuízo ao modelo.

Considerando as equações matriciais dos geradores controláveis, ou seja, considerando $U^V = [u_1^V \ u_2^V \ \dots \ u_N^V]$, $V = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_N]$, $Q^m = [Q_1^m \ Q_2^m \ \dots \ Q_N^m]$ e $Q = [Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_N]$, temos

$$\begin{aligned} V &= U^V \\ \tau_Q \dot{Q}^m &= -Q^m + Q \end{aligned} \quad (9)$$

3.2 Cargas

Da mesma maneira que os geradores não-controláveis, as cargas são modeladas como impedâncias conectadas à rede. Em posse de suas potências ativa e reativa padrão, é possível encontrar uma impedância equivalente que represente esta carga, utilizando a Equação 10. Neste caso, S_b representa a potência de base da rede, e S_n a potência nominal da carga, ou seja, a potência média que a carga consome.

$$Z_{eqpu} = \frac{S_b}{S_n} \quad (10)$$

Em relação ao modelo da Equação 6, a diferença é que as potências das cargas são consideradas positivas, pois representam a retirada de energia da rede, enquanto que as dos geradores são negativas, fornecendo energia à rede. Dessa forma, todos os dispositivos conectados à rede, com exceção dos inversores controláveis, podem ser representados por impedâncias.

De acordo com (JU et al., 2011), o modelo de cargas mais aceito por pesquisadores na área de sistemas de potência é o modelo composto, em que cargas são modeladas como motores de indução conectados a impedâncias constantes. O motor representa a dinâmica característica de cargas industriais, enquanto que as impedâncias constantes representam a base de consumo de uma certa carga. Modelando cargas como impedâncias constantes, perde-se a dinâmica dos motores, o que representa uma perda em precisão das simulações. Ainda assim, como as simulações deste trabalho baseiam-se em dados descritos (RUDION et al., 2006), onde as cargas são todas descritas por seu consumo em potência ativa e reativa e que, em um dado período de 1h, podem ser consideradas constantes, a consideração de cargas como impedâncias constantes não deve prejudicar o andamento das simulações.

3.3 Rede

Já foram descritas nas Seções anteriores as cargas e as gerações, faltando então a descrição de como estas se comunicam. Esse é o papel da rede, formada por um conjunto de linhas e os pontos de conexão entre elas, as barras. Cada barra possui pelo menos uma conexão com alguma outra e, no máximo, está conectada a todas as outras. Assim, as possibilidades de diferentes configurações de rede são muito numerosas.

Para o cálculo dos ganhos de controle, é necessário que se tenha um modelo reduzido e linearizado da rede e de seus componentes. O sistema será reduzido de forma a remover as equações algébricas geradas pelas cargas e gerações consideradas constantes, restando apenas as barras cuja dinâmica será controlada. As informações contidas nas equações algébricas serão então inseridas na matriz de admitâncias, sem que se perca nenhum dado.

Para isso considera-se o terra como uma barra adicional à rede, na qual todos os geradores e cargas constantes estão conectados. Assim, estes, que foram modelados como impedâncias, são considerados para o modelo como linhas, conectando sua barra à barra terra. Com essa abordagem, a rede é composta por três elementos: linhas (considerando aqui também as impedâncias equivalentes de cargas e geradores não-controláveis), barras (elementos de conexão entre linhas) e geradores controláveis. Assim, as únicas barras com algum componente conectado são aquelas em que estão os inversores controláveis.

Todas as informações de impedâncias e conexões da rede podem ser concentradas na matriz de admitâncias. Ela é obtida pelo conjunto de relações entre tensões e correntes de uma rede:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{N1} & \dots & Y_{N,N-1} & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (11)$$

Nesta matriz, as linhas e colunas são as barras, e os valores fora das diagonais são a admitância entre a linha i e a coluna j . Caso não haja linha entre duas barras, a admitância é nula. Nas diagonais, está a informação de todas as impedâncias conectadas à barra i . Dessa maneira quando falarmos em variação de carga, o que realmente acontece é uma variação de valores dentro da matriz de admitâncias Y , já que cargas foram modeladas como linhas.

Como nos interessa, para o cálculo do controle, somente o comportamento das barras controláveis, pode-se utilizar a redução de Kron (CALISKAN; TABUADA, 2014), uma ferramenta que permite reduzir a dimensão da rede sem perda de informação, de forma que as admitâncias de uma linha e de uma coluna que forem eliminadas estejam distribuídas

nos outros elementos da matriz. Isto é realizado calculando admitâncias equivalentes barra a barra, algebricamente, de forma que para cada linha e coluna retiradas da matriz de admitâncias, os valores remanescentes sejam acrescidos de um fator relativo a elas. Assim, uma rede de qualquer dimensão pode ser reduzida à dimensão M , sendo este o número de inversores controláveis.

Dado que $Y = G + jB$, as potências ativas e reativas são definidas na Equação 12:

$$\begin{aligned} P_i &= G_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1, k \neq i}^N V_i V_k (G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})) \\ Q_i &= -B_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1, k \neq i}^N V_i V_k (G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})) \end{aligned} \quad (12)$$

Para *micro-redes* atuando de forma isolada de uma rede maior, e ainda sendo redes de baixa ou média tensão, os ângulos das tensões são muito semelhantes, com diferenças da ordem de $(10^{-2})^\circ$, (PAGANI; AIELLO, 2016). De acordo com os autores, normalmente *Smart Grids* possuem um grande razão X/R , impedância sobre resistência de cada linha. Mas, dado que a impedância dos inversores é adicionada às linhas, esta razão aumenta, possibilitando utilizar a simplificação $\theta_{ik} = 0$. Assim, a diferença entre os ângulos das barras i e k é considerada nula.

Como $\sin(0) = 0$ e $\cos(0) = 1$, as equações podem ser simplificadas conforme a Equação 13. Pode-se perceber então que, com as equações simplificadas, a potência ativa depende apenas da parte real da matriz de admitâncias e que a reativa depende apenas da imaginária.

$$\begin{aligned} P_i &= G_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1, k \neq i}^N V_i V_k G_{ik} \\ Q_i &= -B_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1, k \neq i}^N V_i V_k (-B_{ik}) \end{aligned} \quad (13)$$

Destaca-se que a simplificação utilizada não torna todos os ângulos iguais a zero, mas sim considera que a diferença entre eles é muito pequena. A desvantagem da consideração do ângulo é perder-se a relação entre as potências, ativa e reativa, e os ângulos das tensões. Esta perda de generalidade gera um fator de erro de $1,7 * 10^{-4}$, o que seria o $\sin(10^{-2}^\circ)$, na consideração de senos nulos, e da mesma magnitude na aproximação dos cossenos, considerados todos iguais a 1. No entanto, a simplificação permite que se utilize uma estrutura matemática mais palpável para o projeto dos ganhos do controlador e para a própria linearização da rede, descrita na Seção 3.4.

Em posse destas simplificações, o fluxo de potência é calculado somente com base nas alterações de tensão, que serão utilizadas como os sinais de controle do sistema.

3.4 Linearização da rede

Para as simulações dinâmicas da rede, o sistema de equações utilizado será o não-linearizado, descrito pelas Equações 13. No entanto, no intuito de calcular ganhos de controle em relação a um dado ponto, é conveniente linearizar as equações da rede em

relação a este. O ponto de operação em torno do qual o sistema será linearizado é caracterizado por um perfil de tensões V^l .

Das Equações da rede (13), percebe-se que o cálculo da potência reativa, assim como da ativa, não é linear, pois se dá pela soma das multiplicações entre tensões da barra i com cada uma das outras barras k . Para a linearização, utiliza-se o método da expansão por série de *Taylor*.

$$Q_i^l(V_1, V_2, \dots, V_N) = Q_i(V^l) - \frac{Q_i(V^l)}{dV} (V - V^l) \quad (14)$$

Em que V^l é o vetor das tensões de 1 a N em que o sistema é linearizado, e Q_i^l é a potência reativa linearizada em torno do ponto V^l na barra i . V é o vetor formado pelas tensões das barras de 1 a N . Percebe-se que, para obter o sistema linearizado, é necessário obter as derivadas de cada Q_i em relação aos V_k . Derivando Q_i em relação a V_i , ou seja, a derivada da potência da barra relativamente à própria tensão, obtém-se a função dada pela Equação 15. Já derivando Q_i em relação à V_k (todas as barras tal que $k \neq i$), obtém-se a função 16:

$$\frac{d}{dV_i} Q_i = -2B_{ii}V_i - \sum_{k=1, k \neq i}^N B_{ij}V_k \quad (15)$$

$$\frac{d}{dV_k} Q_i = -B_{ik}V_i \quad (16)$$

Estes valores podem ser alocados em uma matriz $i \times k$, em que i é o índice a potência reativa e k da tensão em relação à qual será derivada. Assim temos a matriz:

$$\frac{dQ}{dV} = \begin{bmatrix} \frac{dQ_1}{dV_1} & \frac{dQ_1}{dV_2} & \dots & \frac{dQ_1}{dV_N} \\ \frac{dQ_2}{dV_1} & \frac{dQ_2}{dV_2} & \dots & \frac{dQ_2}{dV_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{dQ_N}{dV_1} & \frac{dQ_N}{dV_2} & \dots & \frac{dQ_N}{dV_N} \end{bmatrix}$$

O somatório de produtos que representa a potência reativa pode ser reescrito como uma multiplicação de matrizes, de forma que, no ponto de linearização $V = V^l$, esta seria conforme abaixo

$$Q = [Q_1 \quad Q_2 \quad \dots \quad Q_i \quad \dots \quad Q_N]^T \quad (17)$$

$$Q(V^l) = \begin{bmatrix} V_1^l & 0 & \dots & 0 \\ 0 & V_2^l & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & V_N^l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{N1} & \dots & B_{N,N-1} & B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^l \\ V_2^l \\ \dots \\ V_N^l \end{bmatrix} \quad (18)$$

A representação linear da potência reativa é então:

$$Q^l = Q(V^l) - \frac{dQ}{dV}|_{V=V^l} (V - V^l) \quad (19)$$

No entanto, em vez de utilizar uma representação da potência reativa linearizada, pode-se utilizar como variáveis da Equação a variação das incógnitas, conforme Equações 20 e 21.

$$\Delta Q^l = Q^l - Q(V^l) \quad (20)$$

$$\Delta V = V - V^l \quad (21)$$

Assim, a representação simplifica-se para a Equação 22. Essa representação é válida somente para pontos próximos o suficiente de $V = V^l$. Isto significa que os ganhos de controle calculados para este ponto de linearização perdem a efetividade se o sistema estiver em outros pontos de operação. Essa situação é o que motiva a utilização de programação de ganhos, ou seja, que os ganhos sejam recalculados em diferentes pontos de operação e que se obtenha assim o melhor desempenho possível.

$$\Delta Q^l = \left. \frac{dQ}{dV} \right|_{V=V^l} \Delta V \quad (22)$$

4 PROJETO DE CONTROLE

O controle proposto em (SCHIFFER et al., 2016) é uma proposta de melhorar o controle *Droop* (DC), de forma a distribuir proporcionalmente a potência reativa entre os geradores controláveis. No entanto, a proposta não se atém aos possíveis métodos de projeto de controladores que podem ser adotados visando atingir diferentes objetivos. Portanto, neste capítulo serão descritos os modelos de controle citados no artigo, assim como as estratégias para projeto de ganhos de controladores que serão avaliadas em conjunto com o DVC, como lugar das raízes e *Linear Quadratic Control* (LQR).

4.1 Droop Control

O *Droop Control* é uma estratégia de controle vastamente utilizada em sistemas de potência conforme (TAYAB et al., 2017). O DC surge da necessidade de se controlar as potências ativa e reativa, mas sem ser possível agir em cima das próprias variáveis. Graças às relações dadas pela Equação 13, ou seja, como as potências são função das tensões e dos ângulos, é possível corrigi-las atuando sobre de V_i e θ_i .

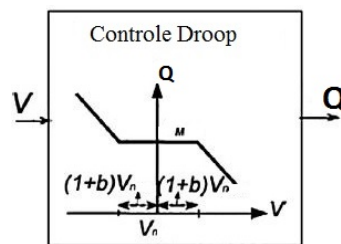


Figura 4: Representação do DC, adaptada de (KLONARI et al., 2015).

$$\begin{aligned} u_i^\theta &= \omega_i^d - k_i^\theta (P_i^m - P_i^d) \\ u_i^V &= V_i^d - k_i^V (Q_i^m - Q_i^d) \end{aligned} \quad (23)$$

Portanto, essa estratégia consiste em calcular tensão e frequência em função das medidas de potência ativa e reativa feitas na rede. O DC pode ser aplicado de diferentes maneiras: pode ser um controle proporcional, conforme a Equação 23, ou proporcional com zona-morta, conforme a Figura 4. Nesta figura, é possível verificar a estratégia utilizada em (KLONARI et al., 2015), em que existe uma margem de operação em que a ação de controle não age, sendo ativada somente em caso de subtensão ou sobretensão.

Nas Equações 23, ω_i^d , P_i^d , V_i^d e Q_i^d são os valores desejados de frequência, potência ativa, tensão e potência reativa na barra i . u_i^θ e u_i^V são os controles de fase e de tensão,

k_i^θ e k_i^V são os ganhos de controle de fase e tensão, respectivamente. Destaca-se que é utilizada a frequência desejada como referência no controle de fase, o que é possível dado que $\omega = \dot{\theta}$. As Equações 23 são equivalentes à relação dada pela Figura 4, mas com $b = 0$.

Como percebe-se pelas equações, as tensões e frequências na barra i são corrigidas somente pelas medidas de potências da própria barra, não sendo necessário um sistema de comunicação para obter informações de outras barras. Conforme (MADHU; SASIDHARAN; SINGH, 2016), essa é a principal vantagem da estratégia DC em relação a outras estratégias de controle distribuído, como em (ANSARI; GHOLAMI; KAZEMI, 2016) e (SAYARI; CHILUPI; BARARA, 2016), por exemplo.

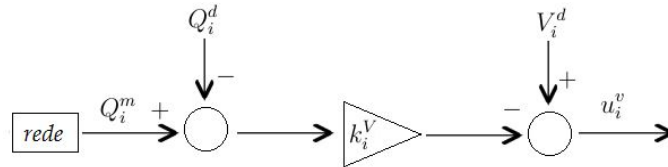


Figura 5: Esquema do controle DC, para a tensão.

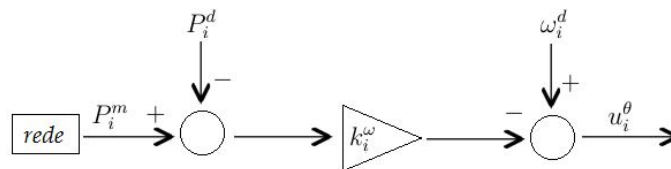


Figura 6: Esquema do controle DC, para o ângulo.

Nas Figuras 5 e 6 pode-se ver o esquema representado pelas Equações 23. O esquema é o mesmo tanto para potência reativa quanto para ativa, sendo que a primeira é sinal de entrada para o cálculo da tensão e a segunda para o cálculo da fase.

Os controles proporcionais tem a vantagem de simples aplicação e cálculo, mas a desvantagem de apresentar erro não nulo em regime permanente. Dessa forma, não é possível garantir que as potências reativas alcançadas sejam iguais às desejadas. Assim, não se garante que o ponto de equilíbrio será dado por $Q_i = Q_i^d$. Por consequência, não é possível garantir que a potência reativa esteja distribuída igualmente por todas as barras. A distribuição uniforme da energia reativa é importante visto que otimiza o perfil de tensões da rede e o fator de potência dos geradores envolvidos.

O controle de frequência, por outro lado, garante a distribuição de potência ativa. Isto acontece por que a correção não é feita diretamente na frequência, mas sim no ângulo θ , que é a integral da frequência. Assim o "controle *Droop* de frequência" é na verdade um controle integral, o que garante erro nulo, mesmo que com um leve prejuízo da frequência em que o sistema estabiliza, que fica diferente da sua frequência nominal. Para corrigir esta deficiência, existem diversos outros métodos, como (SIMPSON-PORCO; DÖRFLER; BULLO, 2013) e (CHEN; XIAO, 2018), os quais não são tema deste trabalho, que focará na parcela do controle da tensão em relação à potência reativa, visando a distribuição proporcional desta.

4.2 Distributed Voltage Control

Dadas as limitações do *Droop Control*, (SCHIFFER et al., 2016) propõe um método alternativo ao DC, na qual em vez de um controle proporcional, é aplicado um controle

integral, conforme dado em 24. Esta estratégia é baseada no controle de frequência também em sistemas de potência, que por possuir um laço integral, garante erro nulo (SIMPSON-PORCO; DÖRFLER; BULLO, 2013).

$$u_i^V = V_i^d - k_i^V \int_0^t e_i dt$$

$$e_i = \sum_{k \in \gamma_c} (Q_i^m - Q_k^m)$$
(24)

Em relação ao *Droop Control*, nesta estratégia se adiciona a integral e a variável e_i , que representa o somatório dos erros de potências reativas em relação à potência da barra i .

A relação matemática significa que a tensão dos inversores será corrigida de acordo com a diferença entre a potência reativa da própria barra em relação às vizinhas, com as quais tenha comunicação (a barra k pertence a γ_c , conjunto das barras k com as quais a barra i se comunica). Além disso, a correção se dá com uma integral, que garante a distribuição uniforme da potência reativa. Enquanto houver diferença entre duas barras que se comuniquem, a tensão será corrigida.

O sistema de comunicação deve ser definido então de modo que entre quaisquer dois inversores, haja algum caminho direto ou indireto (passando por N outros inversores). Esta condição equivale, na *teoria dos Grafos*, a dizer que o sistema é conexo, conforme (BIYIKOGLU et al., 2004). Dada esta característica, pode-se substituir a expressão do erro na Equação 24 por uma multiplicação, em que C é uma matriz que carrega as informações de conexão entre as barras i e k , e Q é o vetor contendo todas as potências reativas de 1 a N .

$$u_i^V = V_i^d - k_i^V \int_0^t e_i dt$$

$$e_i = CQ^m$$
(25)

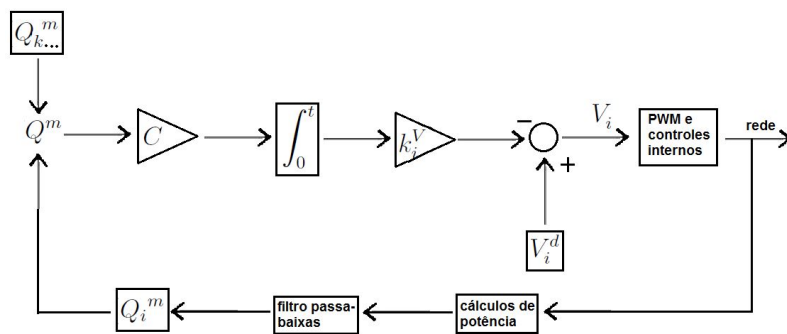


Figura 7: Esquema do controle DVC, com as variáveis definidas na equação 25 e k conforme a equação 24.

Na Figura 7 pode-se ver o esquema representado pelas equações 25.

Definindo os vetores $U^V = [u_1^V \ u_2^V \ \dots \ u_N^V]$, $V^d = [V_1^d \ V_2^d \ \dots \ V_N^d]$ e

$$K = \begin{bmatrix} k_1^V & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2^V & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_N^V \end{bmatrix}$$
(26)

o sistema de equações se resume a uma só, conforme a Equação matricial:

$$U^V = V^d - K \int_0^t CQ^m dt \quad (27)$$

Derivando dos dois lados da Equação 27, temos uma expressão sem o termo integral:

$$\dot{U}^V = -KCQ^m \quad (28)$$

O regime permanente é atingido quando as derivadas do sistema forem nulas, inclusive aquelas relativas ao sinal de controle U^V . Assim, em estado estacionário temos:

$$0 = -KCQ^{ms} \quad (29)$$

em que Q^{ms} é o vetor de potências reativas medidas em estado estacionário. Por representar um caminho fechado, a matriz C por definição tem um autovalor nulo, com um autovetor correspondente $\beta 1_N$, com 1_N sendo um vetor de dimensão $1 \times N$ em que todos os valores são iguais a 1, conforme provado em (SCHIFFER et al., 2016), baseado na teoria dos Grafos. Esta característica de C é equivalente a dizer que C tem posto incompleto, ou seja, $N - 1$. Ou seja, o produto da matriz C por um vetor em que todos os componentes são iguais é igual a zero:

$$0 = C\beta 1_N \quad (30)$$

Multiplicando a Equação 29 nos dois lados por K^{-1} , lembrando que K é uma matriz diagonal de valores positivos:

$$K^{-1}0 = -K^{-1}KCQ^{ms} \quad (31)$$

$$0 = -CQ^{ms} \quad (32)$$

Conforme a Equação 30, o vetor que multiplica C levando o produto a zero é seu autovalor e, por consequência:

$$Q^{ms} = \beta 1_N \quad (33)$$

Se o vetor com as potências reativas medidas é igual a um vetor em que todos os valores são iguais entre si, conclui-se que todas as potências reativas são iguais entre si, no estado estacionário:

$$Q^{ms}_i = Q^{ms}_k \quad (34)$$

Ou seja, todas as potências reativas medidas em estado estacionário da barra i serão iguais às da barra k , para quaisquer barras i e k .

Assim, prova-se que o sistema de controle garante a distribuição uniforme de potência reativa.

4.2.1 Lei da conservação

(SCHIFFER et al., 2016) desenvolve a chamada "Lei da conservação", que surge da característica da matriz de comunicação ter posto $N - 1$. Essa lei prova que, partindo de um ponto de equilíbrio, existe uma relação que se mantém para todos os pontos de uma determinada resposta do sistema. Pode-se reescrever a Equação 28 multiplicando os dois lados pela inversa da matriz de ganhos:

$$K^{-1}\dot{U}^V = -CQ^m \quad (35)$$

Multiplicando esta Equação dos dois lados pela esquerda por $\beta 1_N$, obtém-se que:

$$\beta 1_N K^{-1}\dot{U}^V = -\beta 1_N CQ^m \quad (36)$$

Lembrando que $\beta 1_N C = 0$, tem-se por consequência

$$\beta 1_N K^{-1}\dot{U}^V = 0 \quad (37)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{U_i(t)}{k_i} = \sigma(U(0)) \quad (38)$$

Ou seja, o somatório das razões de U_i por k_i é constante para qualquer instante, e depende dos valores iniciais.

Como no sistema em malha fechada, o sinal de controle é a própria tensão, ou seja, então pode-se substituir U^V por V e assim, ter-se uma relação entre as tensões. Sendo que a função σ tem relação com os valores das tensões desejadas V_i^d e dos ganhos. Ou seja, obtém-se que, no instante 0:

$$\sum_{i=1}^N \frac{V_i^d}{k_i} = \sigma(V(0)) \quad (39)$$

A lei da conservação garante que, dado um σ finito no início de uma transição, o somatório final também será finito.

4.2.2 Linearização

Nesta Seção, será apresentado o modelo linearizado unindo as equações linearizadas da rede (Equação 22), dos inversores (Equação 9) e do controle DVC (Equação 28). Lembrando que a linearização é utilizada somente para o cálculo dos ganhos do controle, e não para simulações.

Levando em conta a representação linear da rede dada na Equação 22, é possível obter uma representação do sistema em malha fechada por espaço de estados. A expressão de ΔQ^l , a variação de potência reativa linearizada, será usada na equação dos inversores, considerando então $\Delta Q^{ml} = Q^m - Q^m(V^l)$:

$$\begin{aligned} V_i &= U^V_i \\ \tau \Delta \dot{Q}^{ml}_i &= \Delta Q^{ml}_i + \Delta Q^l_i \end{aligned} \quad (40)$$

Unindo então a equação do controle DVC:

$$\begin{aligned}
V_i &= V_i^d - \int_0^t KCQ^m dt \\
\tau \Delta \dot{Q}^{ml}_i &= \Delta Q^{ml}_i + \Delta Q^l_i
\end{aligned} \tag{41}$$

Considerando então a representação matricial, com $V = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_N]$, e as demais variáveis também representadas com seus valores vetoriais da mesma maneira da tensão:

$$\begin{aligned}
V &= V^d - \int_0^t KCQ^m dt \\
T \Delta \dot{Q}^{ml} &= \Delta Q^{ml} + \Delta Q^l
\end{aligned} \tag{42}$$

em que K é uma matriz em cuja diagonal estão os valores de k_1 a k_N , os ganhos dos integradores, com o restante dos valores nulos, e T contém em sua diagonal os valores de τ_{Q1} a τ_{QN} , as constantes dos filtros passa-baixa para os inversores de 1 a N . Esses valores são considerados todos iguais a τ em (SCHIFFER et al., 2016), sem perda de generalidade, já que na prática esses filtros são utilizados para remover a principal harmônica da potência. Além disso, considera-se aqui a matriz C , a matriz de comunicação, responsável por determinar quais barras tem a informação de potência reativa de outras barras.

$$\begin{aligned}
V &= V^d - \int_0^t KCQ^m dt \\
T \Delta \dot{Q}^{ml} &= \Delta Q^{ml} + \Delta Q^l
\end{aligned} \tag{43}$$

Serão utilizadas as variações das variáveis em vez de seus valores absolutos: a variação da tensão e variação da potência medida. Para tal, considera-se $\Delta V = V - V^l$ e $\Delta Q^{ml} = Q^m - Q^m(V^l)$. Além disso, deriva-se a primeira equação, e se insere a relação da rede linearizada, conforme Equação 22 obtendo:

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{V} &= -KC \Delta Q^{ml} \\
\Delta \dot{Q}^{ml} &= -T^{-1} \Delta Q^{ml} + T^{-1} \frac{\delta Q}{\delta V} \Big|_{V=V^l} \Delta V
\end{aligned} \tag{44}$$

Considerando uma função do ponto de linearização, e $dQ(V^l) = \frac{\delta Q}{\delta V} \Big|_{V=V^l}$ obtém-se:

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{V} &= -KC \Delta Q^{ml} \\
\Delta \dot{Q}^{ml} &= -T^{-1} \Delta Q^{ml} + T^{-1} dQ(V^l) \Delta V
\end{aligned} \tag{45}$$

Considerando os primeiros N estados dados pelas tensões V , e os últimos N estados pelo vetor Q^{ml} .

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ \Delta \dot{Q}^{ml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -KC \\ T^{-1} dQ(V^l) & -T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta Q^{ml} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x} = Ax \tag{46}$$

$$x = \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta Q^{ml} \end{bmatrix} \quad (47)$$

Esta representação em espaço de estados pode ser reescrita fazendo $A = A_c - C_c K_c$, permitindo isolar uma matriz com os valores dos ganhos, ou seja:

$$\dot{x} = (A_c - C_c K_c)x \quad (48)$$

$$A_c = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ dQ(V^l) & -1 \end{bmatrix}, C_c = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, K_c = [0 \ K] \quad (49)$$

Essa representação em espaço de estados não representa uma relação de entrada-saída, dado que as saídas são os próprios estados, e as entradas são os saltos que podem ser aplicados no sistema do tipo perturbação por condição inicial. Essa perturbação ocorre em modificações na matriz de impedâncias do sistema, já que as cargas e gerações são modeladas como impedâncias. Como Q^{ml} é função dos valores de B , parte imaginária da matriz Y de impedâncias, esse conjunto de valores será alterado quando B for alterado, gerando um salto de perturbação.

Percebe-se que os autovalores em malha aberta são dados por 0 e $-1/T$, e em malha fechada, o lugar das raízes se encontrará entre estes dois pontos. Um estudo de caso com os detalhes do sistema de comunicação e do modelo da rede pode ser visto no Capítulo 5, Seção 5.4.

4.2.3 Mudança de variáveis

A lei da conservação apresentada na Seção 4.2.1 prova uma relação entre todas as N tensões das barras sendo consideradas. Portanto, pode-se escrever uma das tensões em função das demais, por exemplo, V_N :

$$V_N = k_N \sigma - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{k_N}{k_i} V_i \quad (50)$$

Essa relação faz sentido dado que a matriz C que representa a comunicação do sistema não tem posto completo, ou seja, permite escrever uma de suas linhas como combinação linear das demais. Como V_N é função das demais tensões, pode-se reescrever as potências reativas dos sistema como função das tensões V_1, V_2, \dots, V_{n-1} . Assim, substituindo 50 em 13, as potências reativas de $i = 1, 2, \dots, N - 1$ podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} Q_{r_i} &= -B_{ii} V_i^2 + \sum_{k=1, k \neq i}^N V_i V_k (-B_{ik}) \\ Q_{r_N} &= -B_{ii} V_N^2 + \sum_{k=1, k \neq n}^{N-1} V_N V_k (-B_{ik}) \end{aligned} \quad (51)$$

Dessa forma, Q_{r_i} é função tanto de V_i quanto de V_N , que por sua vez é função das outras $N - 1$ tensões do sistema.

$$Q_{r_i} = Q_i(V_i, V_N(V_i)) \quad (52)$$

Por isto, a linearização de Q_r será diferente daquela realizada na Seção 3.4, porque devemos considerar a tensão N como função das demais na derivação da potência reativa. Assim, a derivada parcial da potência reativa k em relação a tensão da barra i fica como a seguir:

$$\frac{\delta Q_{rk}}{\delta V_i} = \frac{\delta Q_k}{\delta V_N} + \frac{\delta Q_k}{\delta V_N} \frac{\delta V_N}{\delta V_i} \quad (53)$$

Derivando a Equação 50 em relação à V_i , descobre-se que

$$\frac{\delta V_N}{\delta V_i} = -\frac{k_N}{k_i} \quad (54)$$

Assim, pode-se escrever

$$\frac{\delta Q_{rk}}{\delta V_i} = \frac{\delta Q_k}{\delta V_N} - \frac{k_N}{k_i} \frac{\delta Q_k}{\delta V_N} \quad (55)$$

As componentes da matriz $\frac{\delta Q}{\delta V}$ são dadas na Seção 3.4 pelas Equações 15 e 16. No ponto de linearização V^l , definimos:

$$O = \left. \frac{\delta Q}{\delta V} \right|_{V=V^l} \quad (56)$$

Ainda, para representar a matriz de derivadas parciais da potência reativa com relação à tensão, definimos ainda a matriz R :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\frac{k_N}{k_1} & -\frac{k_N}{k_2} & \dots & -\frac{k_N}{k_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Assim, a Equação 55 pode ser reescrita para todas as barras $k = 1, 2, \dots, N$ como:

$$\left. \frac{\delta Q_r}{\delta V_r} \right|_{V=V^l} = OR \quad (58)$$

Verifica-se que a matriz dada por O tem dimensões $N \times N$, enquanto que a matriz R tem dimensões $N \times N - 1$, fazendo com que a matriz resultante de seu produto tenha dimensões $N \times N - 1$. Essa mudança prova que o sistema em malha fechada não possui autovalores em zero.

A nova matriz de comunicação C_r é igual a:

$$C_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} KC \quad (59)$$

Levando em conta a representação linear da rede dada na Equação 22, é possível obter uma representação do sistema em malha fechada por espaço de estados. K é uma matriz em cuja diagonal estão os valores de k_1 a k_N , os ganhos dos integradores, com o restante dos valores nulos, e T contém em sua diagonal os valores de τ_{Q1} a τ_{QN} . Esses valores são considerados todos iguais a τ em (SCHIFFER et al., 2016), sem perda de generalidade. Além disso, considera-se aqui a matriz C , a matriz de comunicação, responsável por

determinar quais barras tem a informação de potência reativa de outras barras. Assim, obtém-se o seguinte modelo com as respectivas derivadas:

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= -C_r Q^m \\ \dot{Q}^m &= -T^{-1}(Q^m + Q_r(V_r^l) - \frac{\delta Q_r}{\delta V_r} \Big|_{V_r=V_r^l} V_r^l + \frac{\delta Q_r}{\delta V_r} \Big|_{V_r=V_r^l} V_r) \end{aligned} \quad (60)$$

A mudança de variáveis utilizada nesta Seção resulta em um sistema linearizado da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_r \\ \Delta \dot{Q}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -C_r \\ T^{-1}OR & -T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta Q^m \end{bmatrix} \quad (61)$$

A representação linearizada nessa Seção é padrão em controle de potência. No entanto, neste trabalho não será usada, pois não permite isolar os valores k_1 a k_N para o cálculo dos ganhos de controle, que estarão inseridos em R e em C_r . Esse isolamento é necessário para que se possa aplicar os procedimentos da Seção 4.4. Assim, as variáveis utilizadas serão as mesmas tensões e potências reativas sem a mudança de variáveis.

O artifício utilizado para suprir esta limitação de C será deslocar a matriz A_c de uma unidade para a esquerda, subtraindo-a de uma identidade, como pode ser visto no Anexo A.1.

4.2.4 Ponderações na potência

Em (SCHIFFER et al., 2016) é desenvolvida também a possibilidade de que as potências reativas não estabilizem em um mesmo valor para todas as barras, mas sim proporcionalmente entre elas. Essa aplicação é útil na medida em que as gerações possam ter diferentes potências nominais, ou até que se possa escolher qual é a distribuição que se deseja entre fornecedores diferentes. Essa adaptação é feita dividindo cada potência i por um parâmetro ζ a escolher. Assim, as equações ficam da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} u_i^V &= V_i^d - k_{Qi} \int_0^t e_i dt \\ e_i &= \sum_{k \in \gamma_c} \left(\frac{Q_i}{\zeta_i} - \frac{Q_k}{\zeta_k} \right) \end{aligned} \quad (62)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{\zeta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\zeta_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\zeta_N} \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V} &= -KCD \Delta Q^m \\ \Delta \dot{Q}^m &= -T^{-1}Q_m + T^{-1}dQ(V^l) \Delta V \end{aligned} \quad (64)$$

A inclusão destes pesos no cálculo da potência reativa adiciona um fator que multiplica Q^m , conforme a Equação 63. Assim, o conjunto de equações que rege o sistema linearizado é modificado, conforme a Equação 64.

(SCHIFFER et al., 2016) garante a existência e a unicidade do ponto de equilíbrio para este caso mais genérico, sendo que até aqui estava sendo considerada a simplificação $D = I$, sendo I a identidade com a mesma dimensão que D . Como as potências reativas estão ponderadas, a matriz C_c é modificada pois a matriz de comunicação é multiplicada pelas ponderações. Assim, também os autovalores serão modificados.

$$C_c = \begin{bmatrix} CD \\ 0 \end{bmatrix} \quad (65)$$

Como este fator influencia no cálculo dos ganhos de controle pode ser visto no capítulo referente ao estudo de caso, na Seção 5.5.

4.3 Cálculo do Ponto de Equilíbrio

Por definição, o ponto de equilíbrio é aquele em todas as derivadas do sistema são nulas. Conhecer os pontos de equilíbrio do sistema permite prever em que estado chega-se após uma perturbação ou modificação de qualquer tipo, seja na entrada do processo ou nas próprias variáveis internas.

4.3.1 Equilíbrio no Droop Control

A partir das equações que regem esta estratégia de controle, descritas em 66, é possível encontrar o ponto de equilíbrio fazendo as derivadas nulas:

$$\begin{aligned} Q_i &= -B_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1}^N V_i V_k (-B_{ik}) \\ V_i &= V_i^d - k_{Q_i}(Q_i^m - Q_i^d) \\ \tau_Q \dot{Q}_i^m &= -Q_i^m + Q_i = 0 \end{aligned} \quad (66)$$

A partir da Equação 66, pode-se concluir que no ponto de equilíbrio a potência medida será igual à potência real ($Q_i^m = Q_i$). Assim, teremos duas equações para determinar o ponto de equilíbrio. Mas, nestas equações, temos as potências reativas em função das tensões em todas as barras k , e cada tensão em cada barra k em função da potência reativa correspondente. Assim, é possível substituir os V_i por sua relação com Q_i nestas equações para ter como incógnitas somente as potências reativas:

$$Q_i = -B_{ii}(V_i^d - k_{Q_i}(Q_i^m - Q_i^d))^2 + \sum_{k=1}^N (V_i^d - k_{Q_i}(Q_i^m - Q_i^d))(V_k^d - k_{Q_k}(Q_k^m - Q_k^d))(-B_{ik}) \quad (67)$$

Como já dito, tem-se uma função não-linear, da qual se deseja conhecer os pontos de solução Q_i . Assim, o método utilizado para resolver este conjunto de equações foi o método de Newton-Raphson, um método numérico iterativo, em que o valor de Q_i em uma iteração j pode ser calculado seguindo Equação 68.

$$Q_i^{j+1} = Q_i^j + f(Q_i^j)(f'(Q_i^j))^{-1} \quad (68)$$

Sendo que $f(Q_i^j)$ é a função da qual se deseja encontrar o ponto nulo. Esta função é dada por uma manipulação da Equação 67:

$$\begin{aligned}
f(Q^j) &= -Q_i - B_{ii}(V_i^d - k_{Qi}(Q_i^m - Q_i^d))^2 + \\
&+ \sum_{k=1}^N (V_i^d - k_{Qi}(Q_i^m - Q_i^d))(V_k^d - k_{Qk}(Q_k^m - Q_k^d))(-B_{ik}) \\
f(Q^j) &= 0
\end{aligned} \tag{69}$$

E $(f'(Q_i^j))^{-1}$ é a inversa da matriz de derivadas de f em função de cada Q_i . Esta matriz é dada por 70:

$$f'(Q^j) = \begin{bmatrix} \frac{f_1(Q^j)}{dQ_1^j} & \frac{f_1(Q^j)}{dQ_2^j} & \cdots & \frac{f_1(Q^j)}{dQ_k^j} & \cdots & \frac{f_1(Q^j)}{dQ_N^j} \\ \frac{f_2(Q^j)}{dQ_1^j} & \frac{f_2(Q^j)}{dQ_2^j} & \cdots & \frac{f_2(Q^j)}{dQ_k^j} & \cdots & \frac{f_2(Q^j)}{dQ_N^j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{f_i(Q^j)}{dQ_1^j} & \frac{f_i(Q^j)}{dQ_2^j} & \cdots & \frac{f_i(Q^j)}{dQ_k^j} & \cdots & \frac{f_i(Q^j)}{dQ_N^j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{f_j(Q^j)}{dQ_1^j} & \frac{f_j(Q^j)}{dQ_2^j} & \cdots & \frac{f_j(Q^j)}{dQ_k^j} & \cdots & \frac{f_j(Q^j)}{dQ_N^j} \end{bmatrix} \tag{70}$$

A derivada $\frac{f_i(Q^j)}{dQ_k^j}$ é dada por:

$$\begin{aligned}
\frac{f_i(Q^j)}{dQ_k^j} &= -1 + 2B_{ii}k_{Qi}(1 + k_{Qi}Q_i^d) - k_{Qi}Q_i + \sum_{h=1}^N (B_{ih}(-k_{Qi}(1 + k_{Qh}Q_h^d) + k_{Qi}k_{Qh}Q_h)) \\
& \quad k = i, \\
\frac{f_i(Q^j)}{dQ_k^j} &= (B_{ik}(-k_{Qk}(1 + k_{Qi}Q_i^d) + k_{Qi}k_{Qk}Q_i)) \\
& \quad k \neq i,
\end{aligned} \tag{71}$$

Assim, depois de calcular a matriz de derivadas da função f na iteração j , deve-se invertê-la e seguir a Equação 68 para encontrar a potência reativa na iteração $j + 1$, até que se atinja um certo erro entre os valores encontrados em duas iterações. Como será visto no capítulo do estudo de caso, na Seção 5.4, o método encontra os valores das potências e tensões no ponto de equilíbrio, podendo assim provar que não há distribuição uniforme da potência reativa.

4.3.2 Ponto de equilíbrio em DVC

Seguindo a mesma lógica que para o *Droop Control*, temos três equações que regem o sistema no DVC:

$$\begin{aligned}
Q_i &= -B_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1}^N V_iV_k(-B_{ik}) \\
V_i &= V_i^d - k_{Qi} \int_0^t CQ^m dt \\
\tau_Q Q_i^m &= -Q_i^m + Q_i
\end{aligned} \tag{72}$$

Dado que o método DVC garante a distribuição da potência reativa, no ponto de equilíbrio, ou seja, o erro entre duas potências será levado a zero. Assim, no regime permanente, CQ^m será nulo, e integrando um valor nulo obtemos zero como resultado. No entanto, enquanto o sistema se encaminha para o estado estacionário, a integral armazena valores não nulos e, quando estabiliza, resulta em um valor constante. Esse valor depende somente de o quão diferentes são as potências reativas no ponto inicial de simulação e quanto tempo levaram para se igualar. Assim, diferente do DC, no DVC as tensões no equilíbrio não dependem somente do valor numérico que as potências reativas obtiveram no equilíbrio, mas também do histórico armazenado pela integral.

Não há como calcular via método de *Newton-Raphson* o valor destes pontos de equilíbrio, os quais serão somente observados a partir de simulações com os valores das constantes determinados. Isto acontece por que para encontrar os pontos de equilíbrio, deve-se igualar as derivadas do sistema a zero, e assim encontrar as soluções da Equação resultante. Levando a derivada da potência reativa a zero, encontramos $Q_i^m = Q_i$. A segunda derivada, se obtém derivando a Equação 2 de 72, obtendo:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -KCQ \\ f(Q) &= KCQ\end{aligned}\tag{73}$$

No entanto, por C não ter posto completo, o produto KCQ não é inversível e, portanto, não é possível aplicar *Newton-Raphson* para encontrar uma solução. Uma alternativa a ser utilizada somente para encontrar os pontos de equilíbrio em DVC é calcular uma aproximação para os valores de Q_i considerando que os valores de tensão variarão muito pouco com relação ao valor desejado, que geralmente se estipula em 1 p.u.. Depois disso, inicializar as simulações a partir dos pontos estimados para garantir que será encontrado o ponto de equilíbrio.

4.4 Projetos de controle aplicados

Como projeto de controle serão consideradas duas abordagens: alocação de autovalores e *Linear Quadratic Control*. A primeira consiste em alterar os ganhos de controle de forma a posicionar os autovalores de A_c , definida na Equação 49, posições previamente escolhidas no plano complexo. Como o objetivo é melhorar o desempenho do controle em relação à seleção empírica de ganhos, o local escolhido deve levar em consideração critérios de desempenho como sobrepasso, tempo de acomodação e tempo de subida.

Dentro da alocação de autovalores, os ganhos serão calculados de duas maneiras diferentes: a primeira fazendo $K = kI$, ou seja, com todos os ganhos iguais (modo seguido em (SCHIFFER et al., 2016)), e a segunda calculando cada k_i independentemente dos demais, considerando todos os outros nulos. Em cada um destes métodos é necessário determinar previamente um ponto de referência no qual serão alocados os autovalores do sistema, ou sua média, já que não é possível alocar um por um.

O método alternativo à alocação de autovalores é o Regulador Quadrático Linear (*Linear Quadratic Control* ou simplesmente LQR). Mas a estrutura do sistema com o qual estamos lidando requer uma modificação no método, o que é melhor explicado na Seção 4.4.2.

A proposta de utilizar a programação de ganhos, ou *Gain Scheduling*, para a determinação dos ganhos do controlador DVC é baseada no fato de que o sistema é não-linear e que, por consequência, não terá o mesmo comportamento para um mesmo controle em todos os seus pontos de operação, conforme (LIU; YAO, 2016). A programação de

ganhos, no entanto, pode ser aplicada de diversas maneiras, tanto modificando os ganhos em função do tempo, quanto em função de mudanças no ponto de operação. Neste caso, em que o sistema em questão é uma rede elétrica, os intervalos de tempo em que acontecem modificações no sistema são de escala muito pequena, da ordem dos milisegundos. Ou seja, não seria viável recalculer os valores de ganhos em tempo hábil de realmente atingir uma melhora de desempenho, visto que o próprio recálculo pode levar mais tempo que a transição. Propõe-se uma aplicação, então, de forma a modificar os ganhos dos controles dada uma certa transição relevante no sistema, acima de um patamar pré-determinado.

Para aplicar o controle com programação de ganhos, é necessário encontrar uma relação entre os ganhos e os pontos de operação do sistema, nesse caso, os pontos de linearização da rede. Assim, a operação do sistema é modelada por diversos pontos de operação possíveis, escolhidos por critérios como distância entre eles, e para cada um desses se calcula, por um projeto de controle, quais serão os ganhos que possibilitam o melhor desempenho.

4.4.1 Alocação de autovalores

A alocação dos autovalores será aplicada como método alternativo ao utilizado em (SCHIFFER et al., 2016), em que os ganhos são determinados via tentativa-e-erro.

$$A_c = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ dQ(V^l) & -1 \end{bmatrix}, C_c = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, K_c = [0 \ K] \quad (74)$$

O método consiste em calcular numericamente os autovalores de $A = (A_c - C_c K_c)$, definida na Equação 74, e alterar a matriz $K_c = [0 \ K]$ de forma a obter o melhor desempenho possível. São testadas duas estruturas de controle diferentes: na primeira, todos os ganhos das barras são considerados iguais, e na segunda, são calculados independentemente.

$$K = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (75)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_N \end{bmatrix} \quad (76)$$

Nas Equações 75 e 76 verifica-se, respectivamente, K do método 1 e K do método 2. Abaixo encontram-se os procedimentos utilizados para o cálculo dos K .

Procedimento 1 : ganhos iguais Modelagem

1. Obtém-se os valores de B (matriz correspondente à parte imaginária de Y), $V(0)$, $Q^m(0)$ relativos ao ponto de operação utilizado. B é obtida a partir dos dados da rede, cargas e gerações, enquanto que $V(0)$, $Q^m(0)$ são obtidos via simulação, até que se apresente o equilíbrio, conforme a Subseção 4.3.2;
2. Calcula-se a matriz de derivadas de Q^m em relação à V ;

3. Define-se a matriz A como função do ganho k : $A = A_c - C_c K_c$, com $K_c = [0 \quad K]$, e K conforme a Equação 75;

Projeto pelo LGR

1. Define-se k para a primeira iteração do algoritmo;
2. Calcula-se o ponto m_{alvo} , ponto em que se deseja alocar a média dos autovalores. O cálculo é feito de forma a atender critérios de desempenho: tempo de acomodação < tempo de acomodação máximo e sobrepasso < sobrepasso máximo;
3. Calculam-se os autovalores de A ;
4. Calcula-se $m_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^N |\text{autovalores}|}{N}$, a média do módulo dos autovalores;
5. Se $m_{calc} > m_{alvo}$: calcula-se $k = k - 0,1|(m_{calc} - m_{alvo})|$. Se não, $k = k + 0,1|(m_{calc} - m_{alvo})|$
6. Define-se $K = k * I_d^N$, sendo I_d^N a matriz identidade de dimensão N ;
7. Se $|m_{calc} - m_{alvo}| > tol$ e $cont < limite$, volta para o passo 3. Se não, para.

Na primeira estratégia, todos os valores k_i serão escritos em função de uma única constante k , a qual será modificada com o objetivo de conseguir os mesmos autovalores de uma certa resposta desejada. Dessa forma, experimentalmente, com base em critérios como acomodação e sobrepasso, em um certo ponto de operação, é escolhido o conjunto de autovalores relativos a este desempenho.

Para outros pontos de operação, o valor dos ganhos de controle é variado na mesma proporção, até que se obtenham os mesmos autovalores, e o desempenho do sistema com o conjunto de constantes é avaliado. Assim, trata-se de uma alocação de autovalores multivariável, a qual não tem a mesma eficiência de uma alocação de sistemas uni-variáveis. Isso acontece por que, em sistemas SISO (single-input, single-output), é necessário alocar somente um autovalor, o que é feito com uma relação direta do ganho de controle com a posição desejada deste autovalor. Em sistemas MIMO (multiple-input, multiple-output), não é possível estabelecer essa relação direta, para saber que ganhos atuam sobre quais autovalores, sendo possível somente determinar uma relação com a média dos autovalores.

Como o primeiro método não permite modificar a posição relativa dos autovalores, somente sua média, é testado também um método alternativo à esse, de natureza semelhante, considerando os valores de K conforme a Equação 76.

Procedimento 2: ganhos independentes

Modelagem

1. Obtém-se os valores de B (matriz com a parte imaginária de Y), $V(0)$, $Q^m(0)$ relativos ao ponto de operação utilizado. B é obtida a partir dos dados da rede, cargas e gerações, enquanto que $V(0)$, $Q^m(0)$ são obtidos via simulação, até que se apresente o equilíbrio, conforme a Subseção 4.3.2;
2. Calcula-se a matriz de derivadas de Q^m em relação à V ;

Projeto pelo LGR

1. Define-se k para a primeira iteração do algoritmo;
2. Calcula-se o ponto m_{alvo} , ponto em que se deseja alocar a média dos autovalores. O cálculo é feito de forma a atender critérios de desempenho: tempo de acomodação < tempo de acomodação máximo e sobrepasso < sobrepasso máximo;
3. Para cada p , começando de 1 até N faz:
 - a) Define-se K uma matriz de dimensão $N \times N$, com todos os elementos nulos;
 - b) Calcula-se $K_{aux}(p, p) = k$
 - c) Calcula-se a matriz $A = A_c - C_c K_c$, e os autovalores de A ;
 - d) Calcula-se $m_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^N |\text{autovalores}|}{N}$, a média do módulo dos autovalores;
 - e) Se $m_{calc} > m_{alvo}$, então $k = k - 0,1|(m_{calc} - m_{alvo})|$. Se não, $k = k + 0,1|(m_{calc} - m_{alvo})|$
 - f) Se $|m_{calc} - m_{alvo}| > tol$ e $cont < limite$, volta para o passo b); se não, próximo passo.
 - g) Define-se $K(p, p) = k$;
4. Em posse de K com todas as diagonais, utiliza-se o Procedimento 1 para alocar a média dos autovalores de A_c no ponto alvo m_{alvo}

As duas estratégias utilizadas então não alocam cada autovalor independentemente, mas sim sua média. Isso ocorre por que não é possível determinar qual dos ganhos é mais influente sobre cada um dos autovalores. Conclui-se então que os ganhos obtidos com essas estratégias não são os que garantem o melhor desempenho possível para o sistema em malha fechada. Assim, como alternativa à alocação de autovalores utiliza-se o LQR, *Linear Quadratic Regulator*, que otimiza a função custo para encontrar o melhor conjunto de ganhos para o sistema em malha fechada. O método será discutido na próxima subseção, Subseção 4.4.2.

4.4.2 Linear Quadratic Control

O controle ótimo é aquele que visa operar um sistema dinâmico ao menor custo possível. Conforme (HERMOSILLA; WOLENSKI, 2017), caso o sistema seja descrito por uma série de equações diferenciais lineares e o custo descrito por uma função quadrática, chama-se problema de LQ. Uma das principais soluções deste problema é o *linear-quadratic Regulator* (LQR), um controlador com realimentação.

Considerando o sistema em espaço de estados descrito pela relação

$$\dot{x} = A_c x - C_c u \quad (77)$$

em que x é o vetor de estados do sistema e u é o vetor de entradas. A função custo é dada pela equação

$$Custo = \int_{t_0}^{\infty} (x^T E x + u^T S u) dt \quad (78)$$

A lei de controle que minimiza a função custo é dada por:

$$u = -K_c x \quad (79)$$

Resultando no sistema linear já tratado:

$$\dot{x} = (A_c - C_c K_c)x \quad (80)$$

onde K_c é dado por K_{LQR} :

$$K_{LQR} = S^{-1}(C_c^T D + M^T) \quad (81)$$

D é encontrado resolvendo a Equação diferencial de *Riccati*:

$$A_c^T D + D A_c - (D C_c + M) S^{-1} (C_c^T D + M^T) + E = 0 \quad (82)$$

Essas são as equações clássicas do controlador LQR, utilizadas em (HERMOSILLA; WOLENSKI, 2017) e (BEMPORAD et al., 2002). Em primeiro lugar, neste trabalho, M será considerada zero, ou seja, não serão levadas em consideração relações entre estados e entradas.

No entanto, a matriz de ganhos obtida por este método não satisfaz às restrições da matriz K_c que deve ser obtida para o controle do sistema por *Distributed Voltage Control*, deve seguir o formato: $K_c = [0 \quad K]$ em que K é uma matriz em cuja diagonal estão os valores das constantes k_1 a k_N , e 0 é uma matriz $N \times N$ com todos os valores nulos. Se os outros valores da matriz K fossem não nulos, isto representaria a presença de ganhos cruzados e a necessidade de comunicação de cada barra com diversas outras, o que não é desejável em termos de estrutura, já que se considera a topologia de comunicação igual à topologia de conexão entre as barras. Ainda, se os termos nulos das N primeiras linhas e colunas de K_c fossem não nulos, representariam uma correção da tensão pela própria tensão, medidas que muitas vezes não estão disponíveis, e o que não foi previsto no projeto de controle.

Para que seja possível aplicar o método LQR, é suficiente que o sistema seja controlável, ou seja, que se possa alocar todos os autovalores em qualquer local, e necessário que o sistema seja estabilizável. Devido à restrição estrutural de K_c , não é possível alocar os autovalores em qualquer lugar, resultando em um sistema não-controlável. Ainda, o modo fixo em zero deixaria o sistema na margem de estabilidade, impossibilitando qualquer aplicação do método LQR. Para sanar este problema, é realizado um deslocamento de todos os autovalores para a esquerda, retirando o modo fixo de zero e tornando o sistema estabilizável. O deslocamento não altera a relação entre os autovalores e permite que se realize sem modificações o projeto dos ganhos de controle.

Por causa dessa limitação estrutural do sistema, em que K_c não pode assumir os valores calculados pelo método LQR, são pesquisados métodos de LQR com restrições. Em (HERMOSILLA; WOLENSKI, 2017) desenvolve-se um método de resolução de LQR com limitações nos estados e nas entradas, que possuem restrições de valores. Já em (BEMPORAD et al., 2002), desenvolve-se uma solução para LQR com as mesmas restrições de amplitude em entradas e em estados, mas considerando um sistema discreto no qual não seja possível recalculer os ganhos com o sistema operante.

Em (BAZANELLA, 1997) propõe-se um método em que a limitação considerada seja na estrutura da matriz de ganhos. Como existe essa limitação estrutural na matriz de ganhos, é adicionado um termo à Equação de *Riccati* que iterativamente representará uma correção no formato da K_{LQR} obtida como resposta, de forma que ela se aproxime o máximo possível de K_c . Considerando $M = 0$, e o termo acrescentado à equação de *Riccati* conforme (BAZANELLA, 1997) é $L^T(R + \alpha I_d)L$, resultando assim na equação de *Riccati* modificada:

$$A_c^T D + D A_c - D C_c R^{-1} C_c^T D + E + L^T (R + \alpha I_d) L = 0 \quad (83)$$

$$K_{LQR} = -R^{-1} B^T D + L \quad (84)$$

Sendo que a solução da nova equação de *Ricatti* é dada por K_{LQR} . Percebe-se que essa nova solução é determinada somando à solução clássica o fator L . O fator L é determinado de forma atender iterativamente à restrição estrutural de K_c . Nesta matriz L são colocados todos os valores "indesejados" de K_{LQR} .

Segue o Procedimento responsável pela solução iterativa:

Procedimento 3

Modelagem

1. Obtém-se os valores de B (parte imaginária da matriz de admitâncias), $V(0)$, $Q^m(0)$ relativos ao ponto de operação utilizado;
2. Calcula-se a matriz de derivadas de Q^m em relação à V ;
3. Definem-se: A_c , C_c , K_c (conforme a Equação 49), l como o contador de iterações, L como a matriz auxiliar para correção estrutural, $E = I_d^{2N}$ e $S = I_d^N$ (Identidades de dimensão $2N \times 2N$ e $N \times N$, respectivamente)

Projeto por LQR

1. Calcula-se $\gamma = E + L[l - 1](S + 0, 1I_d^N)L[l - 1]$
2. Utiliza-se o algoritmo para cálculo do LQR definido no software *Matlab*, utilizando-se γ em vez de E em sua definição. Como resultado, obtém-se uma matriz K_c com todos os elementos não nulos;
3. Calcula-se $L(l) = K_c - [0N \times N \quad diagonal(K_c)]$, a matriz de erros, que se deseja minimizar
4. Calcula-se $mod(l) = \frac{|L(l) - L(l-1)|}{|L(l)|}$
5. $l = l + 1$
6. Se $|mod(l) - mod(l - 1)| > tol$ e $l < limite$ volta para o passo 4. Se não, continua para o próximo passo;
7. $K_c = K_c - L(l)$

Por fim, com a convergência do procedimento, a matriz K_c que será utilizada no sistema será dada pela própria estrutura K_c subtraída da L encontrada, somente nos valores não nulos de K_c , como pode-se ver na Equação 76. Todos os outros valores de K_c serão considerados nulos, visto que não é possível, por causa da comunicação, como já falado, que sejam diferentes de zero.

Ainda, o presente procedimento não utiliza dois graus de liberdade que o LQR possui: as matrizes E e S . Essas matrizes representam a liberdade do projetista do controle de dar pesos maiores para estados que considerar mais importantes, e obter assim ganhos tendenciosos. Como dito, essa possibilidade não será avaliada neste trabalho, considerando E e S matrizes identidade dentro do procedimento.

4.5 Programação de ganhos

A programação de ganhos é um método que usa um conjunto de controles lineares, cada um calculado para fornecer um controle satisfatório para um ponto de operação diferente do sistema. É um método que pode também ser utilizado quando os parâmetros do sistema variam com o tempo, como no caso de um resistor, cuja resistividade varia com a temperatura. A teoria envolvendo o método é obtida de (LIU; YAO, 2016).

Assim, a programação de ganhos tem dois pré-requisitos: um projeto de controle linear, que pode ser PID (controlador Proporcional-Integral-Derivativo), ou alocação de autovalores, ou LQR; e um modelo linearizado do sistema a ser controlado, que será utilizado para calcular os ganhos do controle em cada ponto de operação.

Para que a programação de ganhos opere, é necessário que se calculem previamente os ganhos dos pontos de operação que serão considerados. No caso de um sistema MIMO, como é o caso deste trabalho, a quantidade de pontos de operação pode ser muito grande, principalmente se comparada a um sistema SISO. Isso ocorre por que cada ponto é uma combinação linear de todas as barras, com todas as suas margens de operação próprias. Por exemplo, se considera-se que para determinar um ponto de operação, deva-se variar a tensão em parcelas de 0,02 a 0,02 pu, considerando que a operação não saia das faixas de 0,9 a 1,1 pu, temos 10 faixas de operação para cada barra. Com 5 barras, todos os pontos de operação possíveis seriam uma combinação de todas as faixas de operação determinadas, pelas 5 barras, o que daria 10^5 pontos de operação. Assim, uma das desvantagens de programar-se os ganhos é determinar os pontos de operação e seus respectivos ganhos previamente.

Um *programador de ganhos* - PG monitora o processo e decide quando deve-se aplicar a mudança de ganhos. Tal mudança pode ser determinada por diferentes critérios, como por exemplo, distância dos pontos de operação cujos ganhos se conhece. No caso deste trabalho, com um sistema multivariável, a distância entre dois pontos deve ser calculada como a distância entre duas matrizes, e o trabalho do programador de ganhos seria minimizar essa distância de forma que sempre atuem os ganhos do ponto de operação mais próximo do ponto atual. Tal atuação requer um bom processamento para atuar nos cálculos.

Por fim, é necessário que o projeto de controle linear forneça ao PG ganhos suficientemente diferentes entre si para cada ponto de operação, para que se justifique a utilização da programação de ganhos.

5 ESTUDO DE CASO

5.1 Dados da rede

Para obter dados de um sistema real, foi utilizada a rede descrita em (RUDION et al., 2006). Este artigo descreve uma rede de média tensão com 11 barras, que pode operar em modo isolado, considerando então o transformador TR1 desconectado, ou seja, sem inserção de energia externa à rede, ou conectado, com esta inserção. A rede possui então variadas cargas (residenciais e industriais) e variados tipos de geração: eólica, fotovoltaica, geração a Diesel, etc.

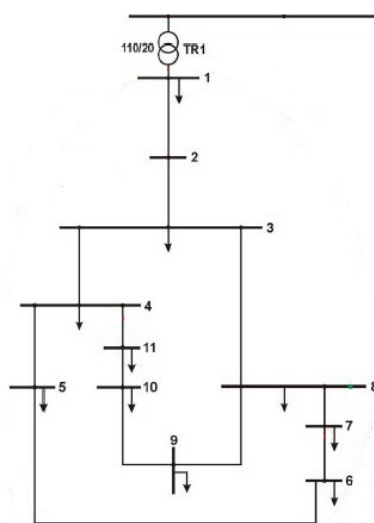


Figura 8: Esquema da rede estudada, retirada de (RUDION et al., 2006).

O artigo disponibiliza os dados das linhas necessários para o cálculo da matriz de admitâncias: impedâncias, capacitâncias e conexões entre barras. Fornece também as informações necessárias de cargas e geradores, como potência nominal, ativa e reativa, e também indica quais geradores possuem uma célula de armazenamento conectada. A tensão nominal da rede é de 20 kV e a potência nominal é considerada 4,75 MVA, para que as gerações possam fornecer potência suficiente para todas as cargas. A constante de tempo da medição da potência (τ , definida na Equação 7) é igual 0,2 s.

Como já citado, os inversores possuem uma impedância de transformação de tensão, que deve ser considerada para os cálculos da matriz de admitâncias. O valor considerado para esta impedância será de 0,015 pu, para todos os inversores controláveis da rede, os das barras 3, 5, 8, 10, 11. Para simplificação de notação, estas barras serão chamadas daqui por diante de barras 1,2,3,4 e 5, respectivamente. Isto será possível por que a matriz de

Tabela 1: Cargas acopladas a rede, em pu.

Barra	Tipo de carga	P_{max} [pu]	Q_{max} [pu]
1	Residencial	0.15000	0.03100
1	Industrial	0.05000	0.01000
3	Residencial	0.00276	0.00069
3	Industrial	0.00224	0.00139
4	Residencial	0.00432	0.00108
5	Residencial	0.00725	0.00182
6	Residencial	0.00550	0.00138
7	Industrial	0.00077	0.00048
8	Residencial	0.00588	0.00147
9	Industrial	0.00574	0.00356
10	Industrial	0.00068	0.00042
10	Residencial	0.00477	0.00120
11	Residencial	0.00331	0.00083

Tabela 2: Dados das linhas.

De	Para	R[pu]	L[pu]	$B/2$ [pu]
1	2	0.019389383	0.01228998	0.0008357464
2	3	0.008608003	0.00593112	0.0544814319
3	4	0.001897874	0.00087649	0.0073732855
4	5	0.002354114	0.00085785	0.0047633125
5	6	0.006144638	0.00230423	0.0157648932
6	7	0.000729604	0.00037050	0.0016832758
7	8	0.005830423	0.00243925	0.0174445876
8	9	0.001288208	0.00049400	0.0026072868
9	10	0.003648379	0.00121612	0.0069402299
10	11	0.001438190	0.00052119	0.0028069520
11	4	0.002461346	0.00077971	0.0045335036
3	8	0.002655266	0.00177532	0.0159463527

Tabela 3: Gerações acopladas a rede, em kW

Barra	Tipo de geração	P_{max} [kW]
1	Fotovoltaica	20
1	Fotovoltaica	20
3	Fotovoltaica	30
3	Bateria	600
4	Célula de Combustível	33
5	Fotovoltaica	30
5	Bateria	100
6	Turbina Eólica	1500
7	Fotovoltaica	30
8	Bateria	70
8	Fotovoltaica	30
9	CHP Diesel	310
10	CHP Célula de Combustível	212
10	Bateria	300
10	Fotovoltaica	40
11	Bateria	200
11	Célula de Combustível	40
11	Célula de Combustível	10

admitâncias será reduzida para uma matriz de dimensão 5, na qual cada uma das linhas será uma das barras controláveis. Como pode-se verificar na Tabela 3, estas são as barras em que há alguma forma de armazenamento conectada que, no caso, é do tipo bateria.

Outras considerações utilizadas são: a célula de combustível da célula 11 é substituída por uma célula fotovoltaica com inversor, para que seja o mesmo tipo de gerador que as outras barras controláveis. Percebe-se também que as baterias têm uma capacidade limitada de armazenamento de energia. No entanto, como será visto mais adiante, a amplitude das alterações de potência encontradas são cerca de 10 vezes menores que a capacidade das baterias. Assim, essa limitação não será considerada nas simulações.

Pela Tabela 1 percebe-se que as barras apresentam dois tipos de cargas: industriais e residenciais. Como falado na Seção 3.2, as industriais possuem uma característica diferente das cargas residenciais, o que é retratado na tabela pelos valores de potência ativa e reativa. Ainda, as cargas são todas consideradas acopladas à mesma tensão, 20kV, se não diretamente, por meio de transformadores, como é o caso das cargas residenciais.

5.2 Redução de *Kron*

A redução de *Kron*, como já citado, é um algoritmo que reduz a dimensão de uma rede removendo as barras nas quais não há geração ou carga acoplada, o que não é o caso da rede com a qual lidamos. Mas como dito no capítulo 3, todas as gerações não controláveis e todas as cargas são "transformadas" em indutâncias equivalentes, que são como linhas conectando cada uma das barras à barra de terra. Assim, eliminam-se todos os elementos das barras não controláveis, inserindo suas impedâncias equivalentes no cálculo da matriz de admitâncias da rede, o que permite realizar a redução de *Kron*.

Dos dados da rede se conhecem as potências ativas e reativas consumidas pelas cargas,

assim como a potência fornecida pela geração. Assim, como todos estes valores são dados nas tabelas em p.u., tanto para a transformação de cargas quanto de gerações em impedâncias, utiliza-se a mesma fórmula, dada na Equação 3.

Cada uma destas impedâncias funciona como uma linha, conectando a barra de terra á barra a qual a carga e/ou geração estava conectada anteriormente. Assim, a dimensão da matriz de admitâncias aumenta em uma unidade, por que considera-se a barra terra como uma barra extra, que também será reduzida do sistema.

$$Y_{ik}^{novo} = Y_{ik} - \frac{Y_{ip}Y_{pk}}{Y_{pp}} \quad (85)$$

A Equação 85 mostra a relação utilizada no algoritmo de Kron para a redução da rede. Nesse algoritmo, objetivando a eliminação da linha p e da coluna p do sistema, todos os elementos Y_{ik} da matriz de admitâncias da rede são substituídos por uma combinação deste próprio elemento corrigido pela multiplicação dos valores fora da diagonal, conforme 85, dividido pelo valor considerado na diagonal. O algoritmo é o seguinte:

1. Define a matriz de impedâncias Y , de dimensão $N \times N$, e também uma matriz Y^{novo} , de dimensão $H \times H$;
2. Define as H barras não reduzidas
3. Para p , começando de 1 até $N - H$ iterações, considerando a linha i e a coluna k , faz:
 - $Y^{novo}[i, k] = Y[i, k] - \frac{Y[i,p]Y[p,k]}{Y[p,p]}$
 - Remove a coluna p e a linha p da matriz Y^{novo}
4. Define Y^{novo} como a nova matriz de admitâncias do sistema

Para aplicar a redução de *Kron* é necessário que, em primeiro lugar, se tenha a matriz de admitâncias da rede, o que é obtido seguindo o algoritmo dado em (GLOVER; SARMA, 2001). Mas mesmo antes de calcular a matriz de admitâncias, é necessário obter os valores das resistências equivalentes de todas as cargas e gerações, para então unir estas informações como uma relação entre cada barra i , em que se encontra a carga ou geração, e a barra de terra. Feitos estes cálculos, em posse da matriz de admitâncias, roda-se o algoritmo dado pela Equação 85 e obtém-se o seguinte resultado lembrando que $Y = G + Bi$:

$$G = \begin{bmatrix} 5,352 & -1,383 & -2,602 & 0,0002 & -1,366 \\ -1,383 & 3,234 & -0,677 & 0 & -1,173 \\ -2,602 & -0,677 & 5,088 & -1,809 & 0 \\ 0,0002 & 0 & -1,809 & 7,954 & -6,146 \\ -1,367 & -1,173 & 0 & -6,146 & 8,686 \end{bmatrix} \quad (86)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2,879i & 0,608i & 1,740i & 0 & 0,532i \\ 0,608i & -1,229i & 0,273i & 0 & 0,348i \\ 1,740i & 0,273i & -2,639i & 0,626i & 0 \\ 0 & 0 & 0,627i & -2,854i & 2,227i \\ 0,533i & 0,348i & 0 & 2,227i & -3,108i \end{bmatrix} \quad (87)$$

A matriz da Equação 87 é utilizada para as posteriores simulações da rede com os diferentes projetos de controle.

5.3 Pontos de Operação

Os pontos de operação foram selecionados de forma a representar uma série de estados plausíveis para o sistema: alterações nas cargas ou nas gerações, isoladas ou distribuídas. Todas as modificações são feitas em relação aos valores na matriz da Equação 87. Assim, 5 foram os pontos escolhidos, e suas matrizes de admitância foram calculadas da seguinte maneira:

1. : todas as gerações e cargas conforme (RUDION et al., 2006).
2. : incremento de 5% nas barras 1, 3 e 5, decréscimo de 5% nas barras 2 e 4.
3. : grande decréscimo de carga (10%) na barra 4.
4. : grande decréscimo de geração (10%) na barra 2, representando a desconexão do gerador síncrono.
5. : decréscimo de carga de 5% em todas as barras.

As matrizes de admitância de cada um destes pontos podem ser vistas no apêndice B.1.

5.4 Simulações

As simulações são divididas em diversas partes, de modo a avaliar diferentes estratégias de controle utilizadas em conjunto com a aplicação do DVC.

- a) Controle *Droop* (DC): o objetivo desta parte é comprovar o esperado de não distribuição de potência reativa;
- b) Controle de Tensão Distribuído (DVC): utilizando esta estratégia conforme a bibliografia, considerando os ganhos constantes.
- c) DVC com alocação de autovalores;
- d) DVC com LQR modificado

Em cada estratégia considera-se também diferentes pontos de operação, cada um representado por uma matriz de admitâncias diferente, que traz um perfil de cargas e gerações distinto dos demais. No entanto, em cada um dos pontos, foi utilizado um mesmo salto de carga para comparar o desempenho de cada estratégia frente a uma alteração da mesma magnitude. Esse salto é representado pela alteração de um termo na matriz de admitâncias: decréscimo de 5% na barra 4.

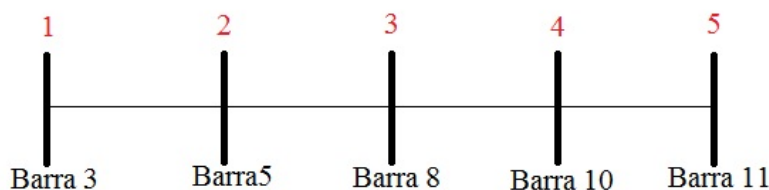


Figura 9: Esquema do sistema de comunicação.

Para as simulações com DVC, considera-se a matriz de comunicação C descrita pela Figura 9. Considerando que o sistema de comunicação é tal que cada barra se comunica com seus dois vizinhos, com exceção das barras 1 e 5, das extremidades, que só se comunicam com um vizinho, a matriz de comunicação é dada pela Equação 88. Na Figura 9 o esquema de comunicação entre as barras, considerando que os números de 1 a 5 representam as 5 barras controláveis, equivalentes às barras 3,5,8,10 e 11 do sistema original não reduzido, respectivamente.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (88)$$

A matriz C de comunicação é uma matriz com posto 4, enquanto que sua dimensão é 5, pois uma linha é combinação linear das demais. Como na representação em espaço de estados a matriz C é componente da matriz C_c (Equação 49), calculando a matriz de controlabilidade do sistema, obtém-se posto 8, ou seja, existe um par de autovalores que não poderá ser alocado com nenhuma combinação de valores de K , o modo fixo do sistema. Lembrando que o posto é 8 por que a matriz de espaço de estados é composta pela concatenação dos estados de tensões e de potências reativas, totalizando dimensão 10.

Como critérios de desempenho, foram avaliados principalmente o sobrepasso, o "sub-passo", no caso de uma alteração do tipo salto negativa, e o tempo de acomodação. Sobrepasso é considerado como a parcela que a resposta passa de seu valor de acomodação, relativa ao tamanho do salto. O sub-passo é o equivalente ao sobrepasso para quando o salto é negativo. O tempo de acomodação é considerado o tempo em que a resposta não oscila mais do que 4% em torno do ponto de acomodação.

5.4.1 Utilizando Controle *Droop*

Como desenvolvido na Seção 4.1, relativa ao *Droop Control*, considerando que será realizado somente o controle de tensão, o conjunto de equações que rege o sistema é:

$$\begin{aligned} V_i &= u_i^V = V_i^d - k_{Q_i}(Q_i^m - Q_i^d) \\ \tau_Q \dot{Q}_i^m &= -Q_i^m + Q_i \\ Q_i &= -B_{ii}V_i^2 + \sum_{k=1}^N V_i V_k (-B_{ik}) \end{aligned} \quad (89)$$

Pode-se determinar de antemão quais serão os pontos de equilíbrio em que o sistema se estabilizará, utilizando a formulação e o procedimento determinados na Seção 4.3.1. Os pontos de equilíbrio fornecem um ponto inicial de simulação, fazendo o sistema partir de um ponto estático, para que todo o movimento do sistema seja devido a alguma alteração feita com o intuito de avaliar sua resposta. Dessa forma, utilizando a rede obtida após a redução de *Kron*, pode-se simular o comportamento da rede frente a uma modificação da matriz de admitâncias.

Depois de encontrado o ponto de equilíbrio, para certos valores de B_{ik} , K , Q_i^d e V_i^d , é simulado um salto de carga na barra 2. Ainda, para termos de simplificação, considera-se que todos os inversores tem a mesma potência nominal. Tal salto leva ao resultados de potência reativa e tensão das Figuras 10 e 11, respectivamente.

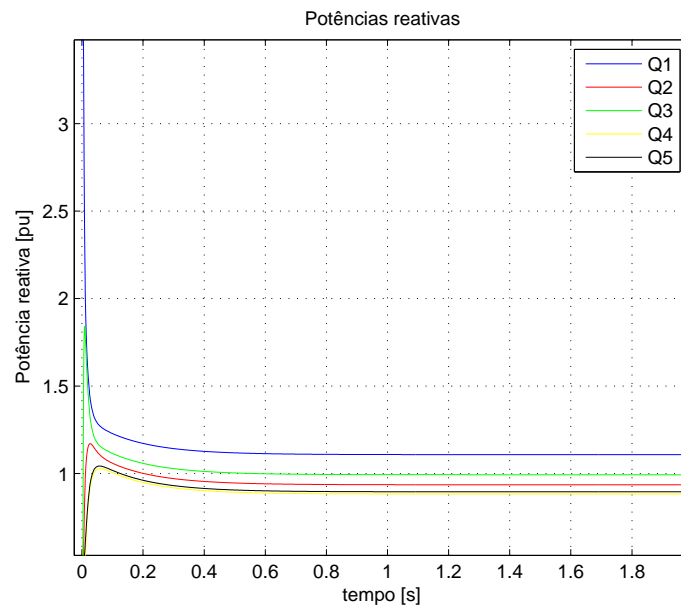


Figura 10: Potência reativa em todas as barras.

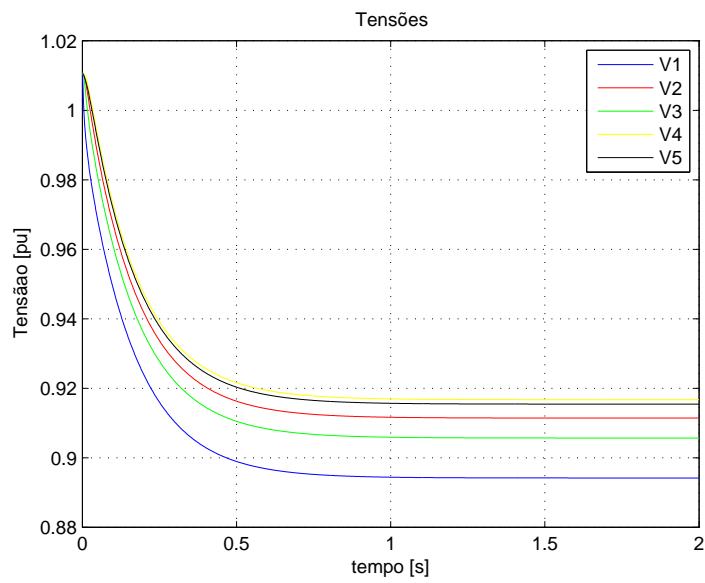


Figura 11: Tensões em todas as barras.

O que pode-se perceber pela Figura 10 é que realmente não é atingido o compartilhamento de potência reativa pois, assim que o equilíbrio é restabelecido, os valores das potências são diferentes. Pode-se notar também que algumas curvas apresentam características suaves, sem oscilações, típicas de um sistema em que todos os autovalores tem parte imaginária nula. Já as tensões (Figura 11) não apresentam oscilações, tem comportamento puramente de primeiro grau.

5.4.2 DVC com alocação de autovalores: ganhos iguais

Da mesma maneira que o utilizado nas simulações com o *Droop Control*, aqui é necessário um ponto de equilíbrio para ser o ponto inicial da simulação. No entanto, este ponto de equilíbrio não é obtido por meio das equações que regem o sistema, conforme descrito na subseção 4.3.2. Assim, é necessário realizar simulações preliminares de um ponto de operação possível, e verificar em que ponto o sistema entra em estado estacionário. Como já dito na Subseção 4.2.1, o equilíbrio é garantido para qualquer combinação de parâmetros, desde que a simulação não inicie de um ponto instável, tornando possível encontrar este ponto por simulação.

$$A_c = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ dQ(V^l) & -1 \end{bmatrix}, C_c = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, K_c = k[0 \ I] \quad (90)$$

Considerando que todos os ganhos k_i serão iguais, o sistema da rede linearizada incluindo o modelo de controle DVC é dado conforme a Equação 90.

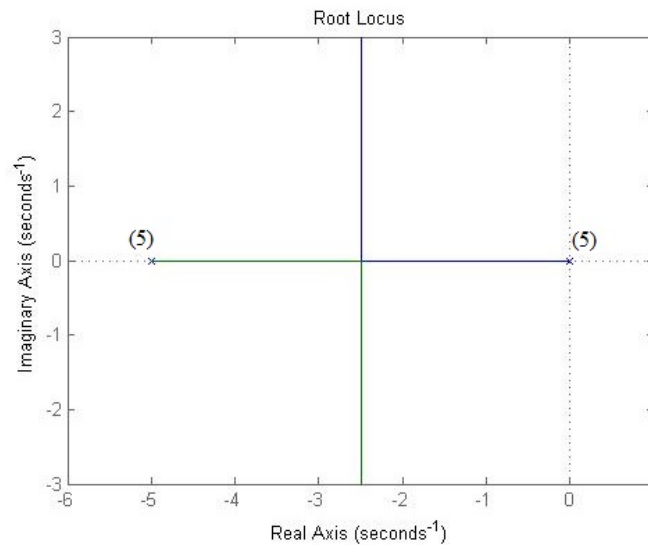


Figura 12: Lugar das raízes do sistema.

Retomando o modelo linearizado, verifica-se que o lugar das raízes é dado na Figura 12, considerando que na origem e em -5 encontram-se todos os autovalores. Pode-se confirmar o lugar das raízes a partir da matriz A, pois em suas diagonais, estão os valores 0 e $-T^{-1}$, que determinam o lugar das raízes para $K = 0$, ou seja, para o sistema em malha aberta.

A estratégia aqui será adotar as equações do controle DVC, considerando $K = kI$, variando o escalar k de forma a alocar os autovalores do sistema em malha fechada em torno de um ponto escolhido, a dizer $-2.5 \pm 4i$. Este ponto foi escolhido com base nos autovalores da matriz $(A_c - C_c K_c)$, os quais estão distribuídos no lugar das raízes do sistema com uma certa distância entre uns e outros, de forma que se há muitos pontos com

Tabela 4: Valor encontrado para os ganhos utilizando lugar das raízes.

ponto	1	2	3	4	5
k	0,01247639	0,01230984	0,012655	0,012344	0,012579

parte imaginária não-nula, isso torna o sistema oscilatório, e os com pequena parte real tornam o sistema lento. Assim, o ponto escolhido para alocar a média dos autovalores é tal que se encontra um meio termo entre oscilações e lentidão.

Assim, os ganhos finais serão aqueles em que a média dos autovalores for tão próxima da média escolhida quanto a tolerância tol . Com estes critérios, os autovalores são todos deslocados na mesma proporção, de forma que sua posição relativa não se modifica. Então, alguns terão uma característica mais oscilatória (grande parte imaginária) e outros uma característica mais lenta (parte real com módulo menor que 2,5). As respostas, no entanto, são dadas por uma combinação dos autovalores, podendo apresentar tanto a característica de lentidão quanto a de oscilação.

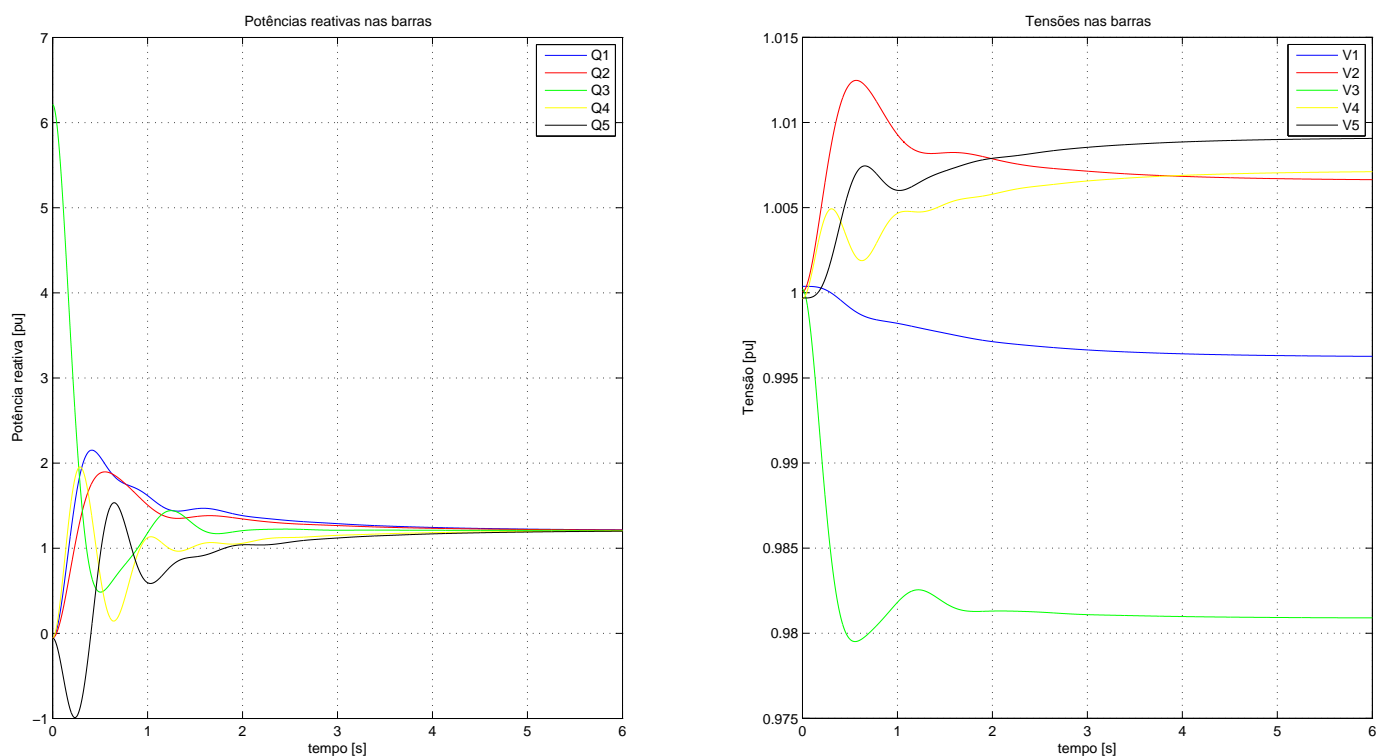


Figura 13: Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 1.

Para cada um dos 5 pontos escolhidos, obteve-se um valor de k , conforme a Tabela 4, utilizando o Procedimento 1 dado na Subseção 4.4.1. Percebe-se que os ganhos tem valores muito parecidos para todos os pontos, havendo mudanças somente na quarta casa decimal. Os gráficos das respostas a um salto de carga podem ser vistas nas Figuras 13 a 17. Pela pequena diferença entre os valores de k , presume-se que as respostas serão bastante semelhantes.

Na Tabela 5, observam-se os critérios de desempenho e seus respectivos valores. De

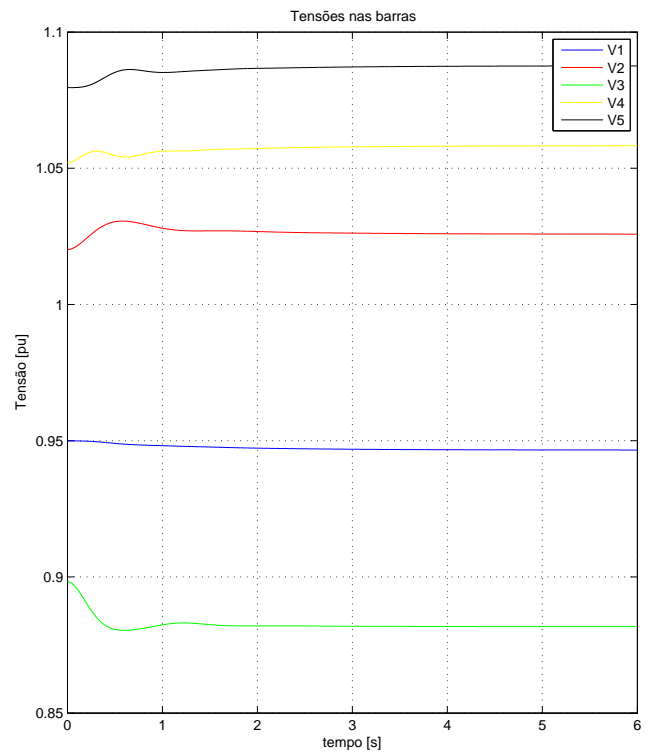
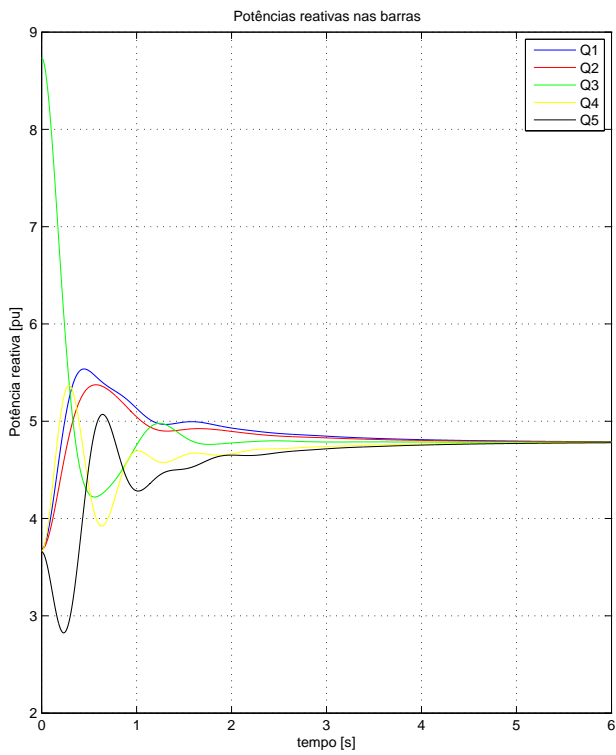


Figura 14: Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 2.

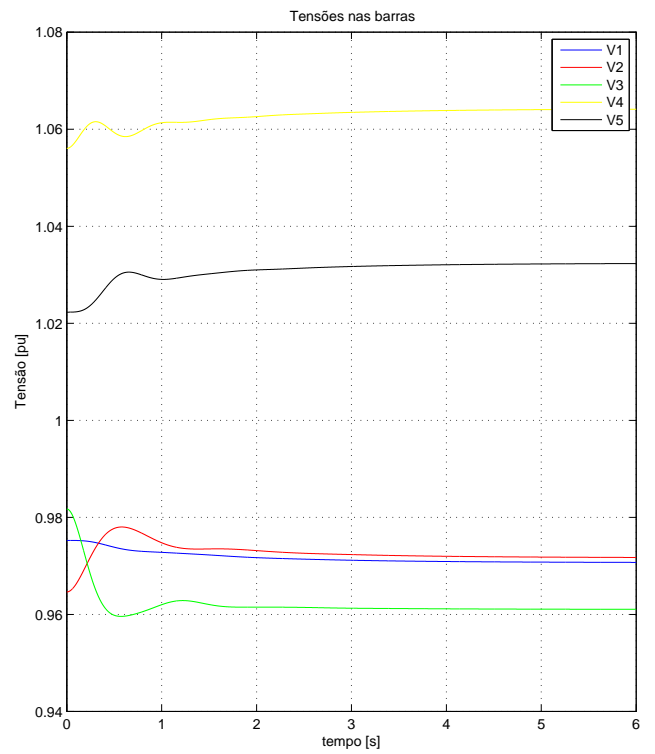
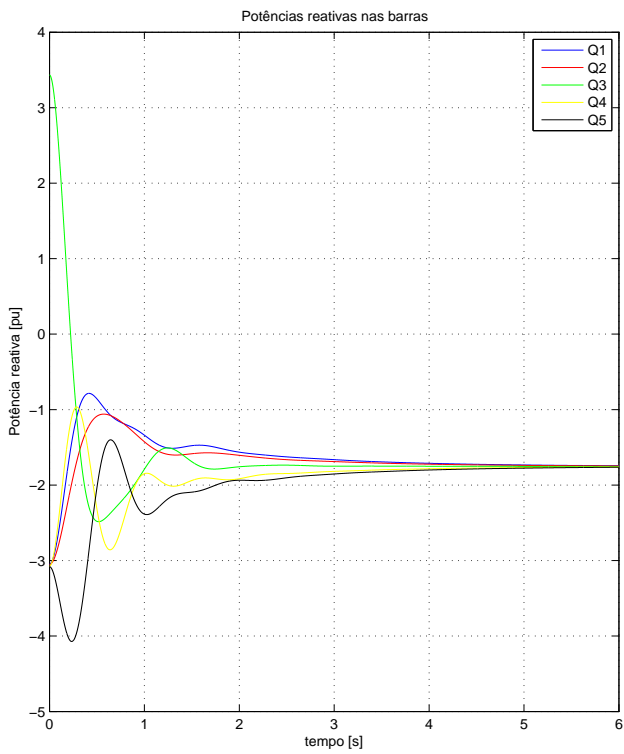


Figura 15: Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 3.

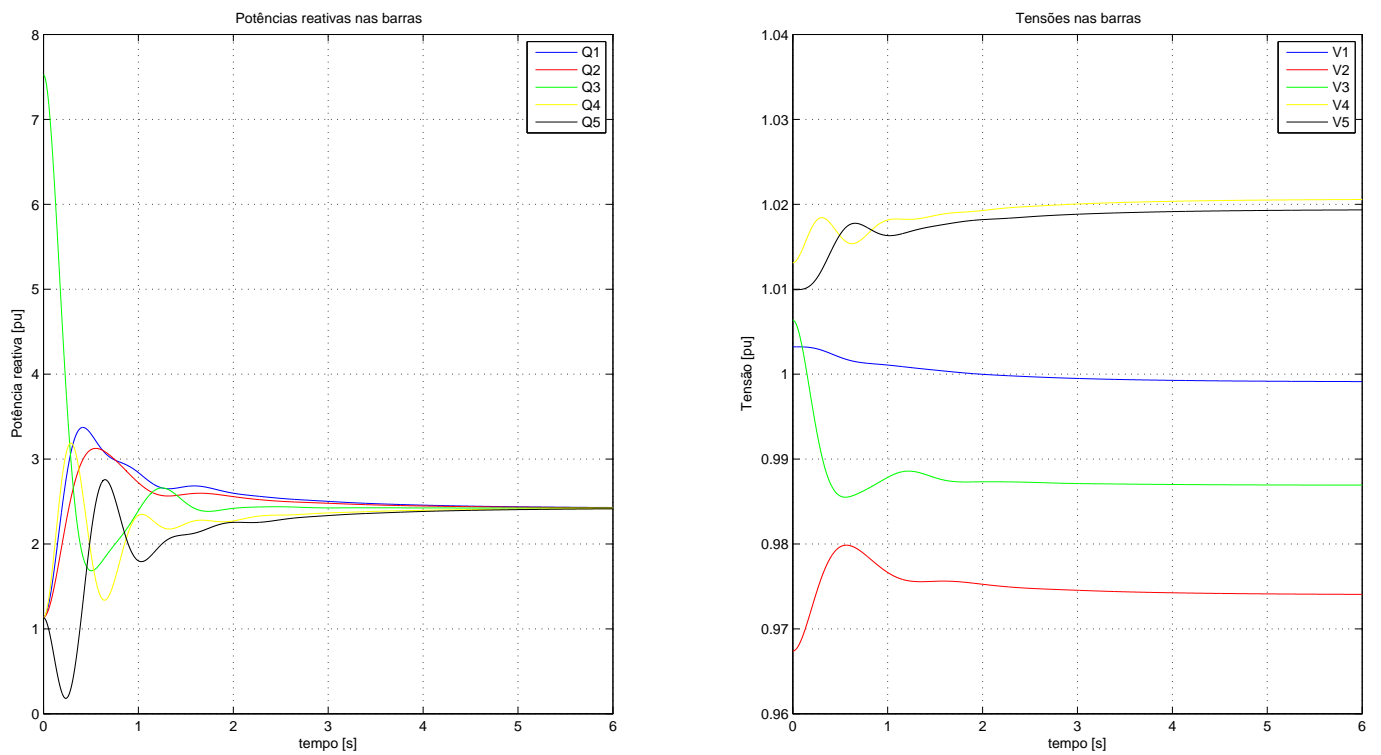


Figura 16: Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 4.

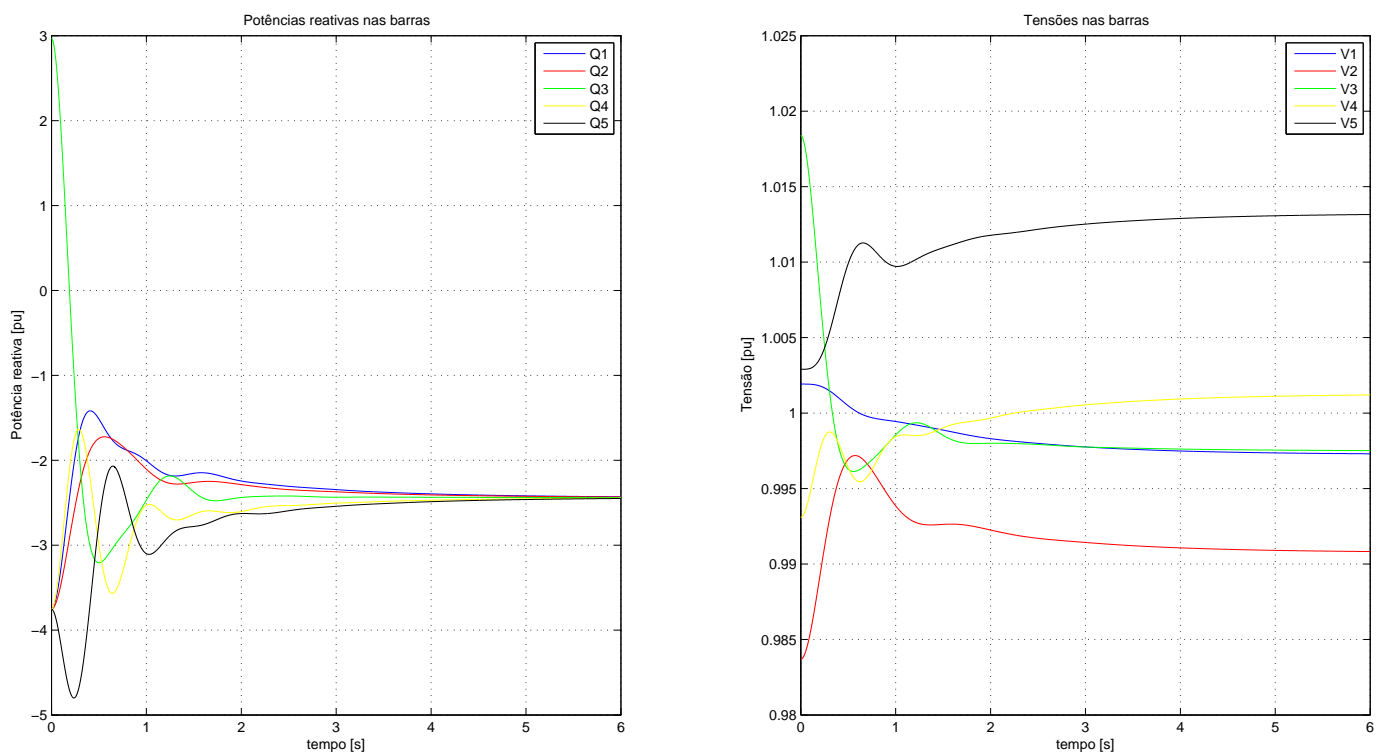


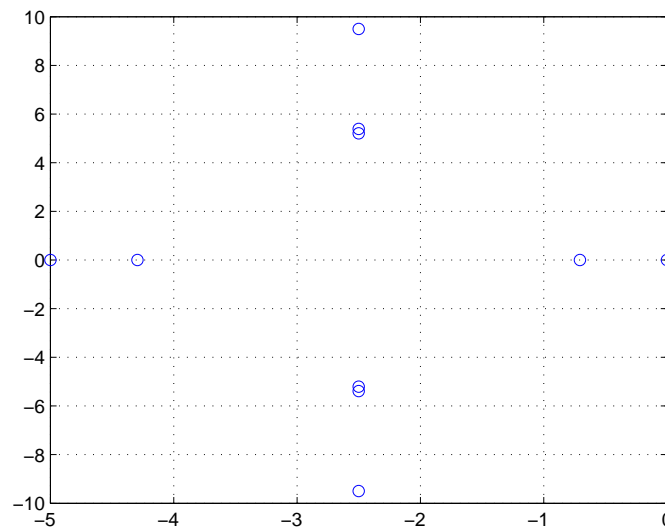
Figura 17: Resultado de simulações com ganhos iguais para o ponto 5.

Tabela 5: Critérios de desempenho para os 5 pontos, com ganhos iguais.

ponto	sobrepasso Q^m [%]	acomodação Q^m [s]	sobrepasso V [%]	acomodação V [s]
1	56,8442	3,3692	5,918	3,9443
2	40,6668	3,2829	5,384	3,7490
3	67,9871	3,4463	6,531	4,0531
4	64,8777	3,3393	5,950	3,8987
5	67,9148	3,4654	6,395	4,0753

fato, sobrepastos e tempos de acomodação ficam semelhantes para todos os pontos, na média de 60% e 3,4 segundos, para a potência reativa, e 6,1% e 3,8s para a tensão.

Os sobrepastos e tempos de acomodação apresentados nas Tabelas 5, 6 e 9 serão sempre dados pela média entre as 5 barras, ou seja, todas as barras tem o mesmo peso na avaliação do critério de desempenho.

Figura 18: Posição dos autovalores do ponto 3, com $K = kI$

Percebe-se pela Figura 12 que o melhor tempo de acomodação possível seria se todos os polos estivessem no ponto $-2,5$. Considerando que a resposta se acomoda quando oscilações com menos de 2% de amplitude, o tempo de acomodação é dado pela Equação 91:

$$t_{acom} = 4/|p| \quad (91)$$

sendo p o autovalor mais lento do sistema. Isso resultaria em um tempo de acomodação de $4/2,5 = 1,6s$.

No entanto, dos autovalores do sistema alguns se encontram mais próximos a -5 e 0, e outros mais distantes, como pode-se observar pela posição dos autovalores do ponto 3, na Figura 18, por exemplo. Três pares de autovalores tem parte imaginária não-nula, o que torna as respostas oscilatórias, e outro par tem parte real menor que 1 (em módulo) o que torna as respostas lentas.

Tabela 6: Ganhos para cada um dos pontos, com controle distribuído.

ponto	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	0,0183	0,0191	0,0103	0,0075	0,0120
2	0,0183	0,0190	0,0105	0,0073	0,0116
3	0,0186	0,0197	0,0105	0,0076	0,0119
4	0,0183	0,0185	0,0103	0,0074	0,0119
5	0,0185	0,0196	0,0104	0,0074	0,0120

Como percebe-se pela figura 18, os autovalores estão dispersos no plano Real x Imaginário, inserindo na resposta tanto lentidão quanto oscilação. Entende-se então que uma boa alternativa a utilizar todos os k_i iguais, é calculá-los de forma que sejam diferentes, para possibilitar que se aproximem os valores dos autovalores.

Isto será feito de duas maneiras diferentes: calculando cada um dos ganhos independentemente, considerando todos os outros nulos, e calculando os ganhos a partir de um procedimento de otimização de custo, o LQR. As duas estratégias podem ser vistas nas próximas seções.

5.4.3 DVC com alocação de autovalores: ganhos independentes

Conforme se cita na seção anterior, todos os autovalores estarão alocados entre $-1/\tau$ e 0. Assim, dependendo das alterações de K o sistema poderá ter diferentes respostas, mas a partir de certos valores, não é possível melhorar ainda mais o tempo de acomodação. Ainda, uma certa tensão pode ser combinação de um autovalor lento e outro oscilatório. Quanto mais próximos forem os autovalores, melhores as características das respostas. Assim, presume-se que uma boa alternativa aos ganhos iguais, é variá-los independentemente. Como primeira técnica, escolheu-se calcular cada ganho de uma vez, zerando os demais. O procedimento dessa técnica é o Procedimento 2, dado na Subseção 4.4.1.

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 \end{bmatrix} \quad (92)$$

A partir da matriz K encontrada utilizando o Procedimento 2, em que as diagonais são os ganhos calculados independentemente, se aplica novamente o Procedimento 1 (Subseção 4.4.1), de forma a alocar a média dos autovalores no ponto escolhido. Mas então, em vez de utilizar $K_c = k[0 \ I]$, substitui-se a identidade pela matriz com os ganhos recém-calculados pelo Procedimento 2, obtendo $K_c = k[0 \ K]$. Isso é feito porque, calculados isoladamente, a média dos autovalores não é o ponto desejado, sendo necessário esse ajuste fino para alocar exatamente onde se propõe.

Após a aplicação do Procedimento 1, obtém-se os ganhos conforme a Tabela 6, um conjunto de cinco ganhos diferentes para cada ponto de operação, resultando em 25 valores diferentes.

A diferença entre ganhos dos 5 pontos de operação está somente na quarta casa decimal, o que indica que o ponto de operação não foi realmente relevante para o cálculo dos ganhos. Ou seja, um conjunto de ganhos calculados para um ponto pode ser usado para todos os outros. Nas Figuras 19 a 23 pode-se verificar os gráficos de resposta para cada um dos

Tabela 7: Medidas de desempenho para o controle distribuído

ponto	sobrepasso Q^m [%]	acomodação Q^m [s]	sobrepasso V [%]	acomodação V [s]
1	82,5903	3,5162	6,878	4,0758
2	56,9847	3,4131	6,253	3,9337
3	78,6333	3,5947	7,642	4,1794
4	62,4859	3,4793	6,907	4,0311
5	57,4221	3,6267	7,513	4,2197

pontos de operação com os ganhos calculados. Na Tabela 7 encontram-se os critérios de desempenho para o método e seus respectivos valores, calculados como a média das 5 barras.

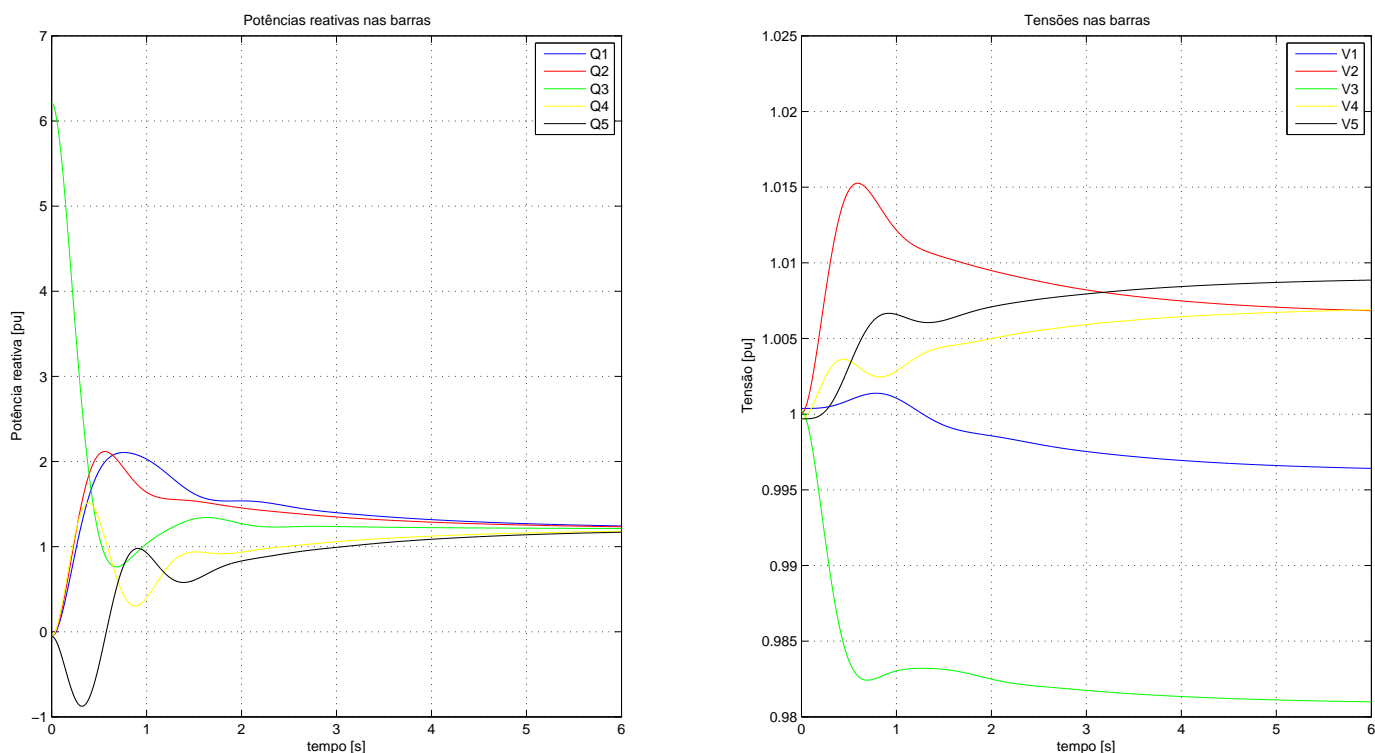


Figura 19: Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 1.

Percebe-se que, mesmo que os ganhos sejam diferentes, tempo de acomodação e sobrepasso continuam no mesmo patamar. Uma vantagem desta metodologia é poder alocar o esforço de controle em diferentes tensões. Por exemplo, os ganhos na barra 4 tem cerca de 40% da magnitude dos ganhos da barra 1, para todos os pontos. Como a própria tensão é o sinal de controle, isto significa que a variação da tensão 4 será muito menor do que a da barra 1. Assim, pode-se utilizar esta estratégia para corrigir a potência reativa sem alterar alguma das tensões.

Houve uma mudança da posição relativa dos autovalores, ainda que pequena (Figura 24), de forma que todos os critérios de desempenho tiveram seus valores elevados: sobrepasso em Q^m aumentou 12% em média, o tempo de acomodação em Q^m em 4%,

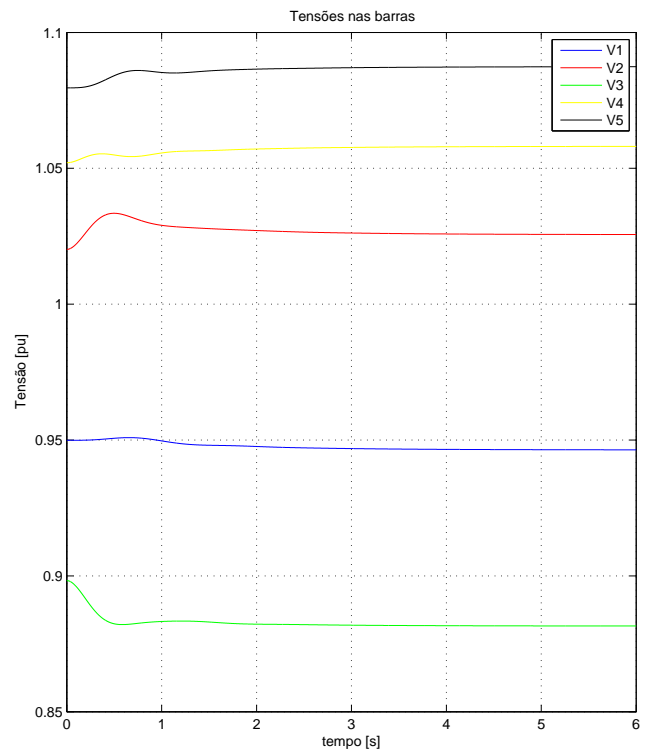
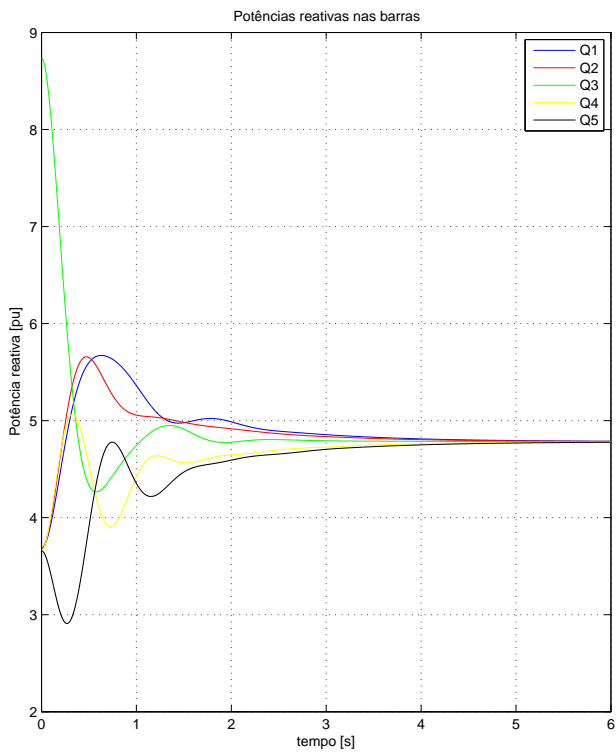


Figura 20: Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 2.

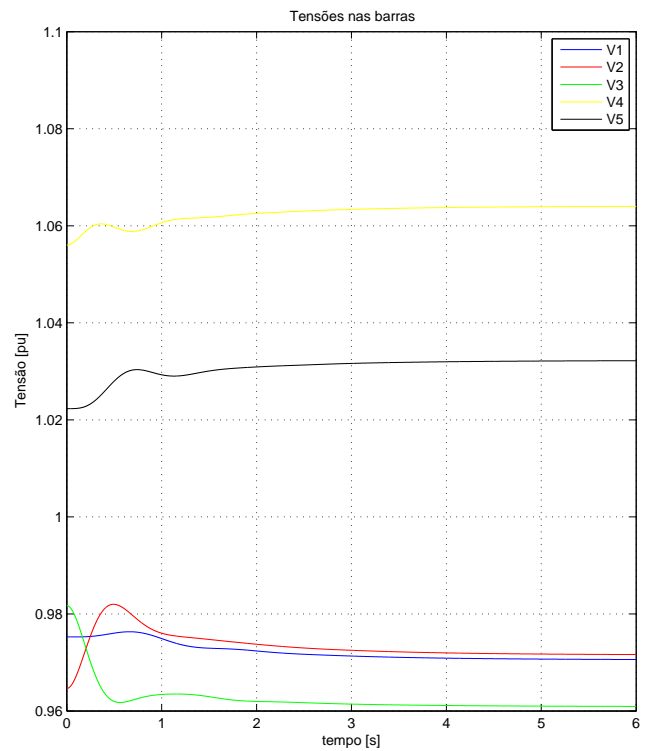
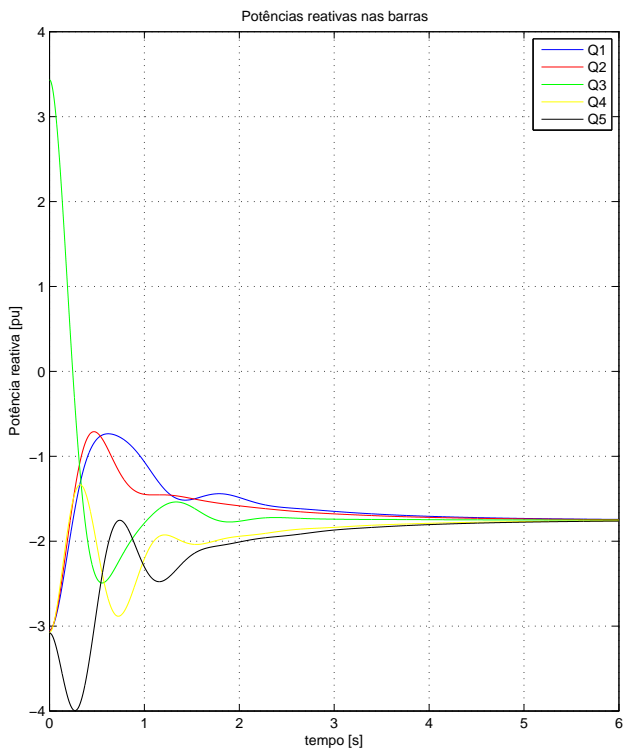


Figura 21: Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 3.

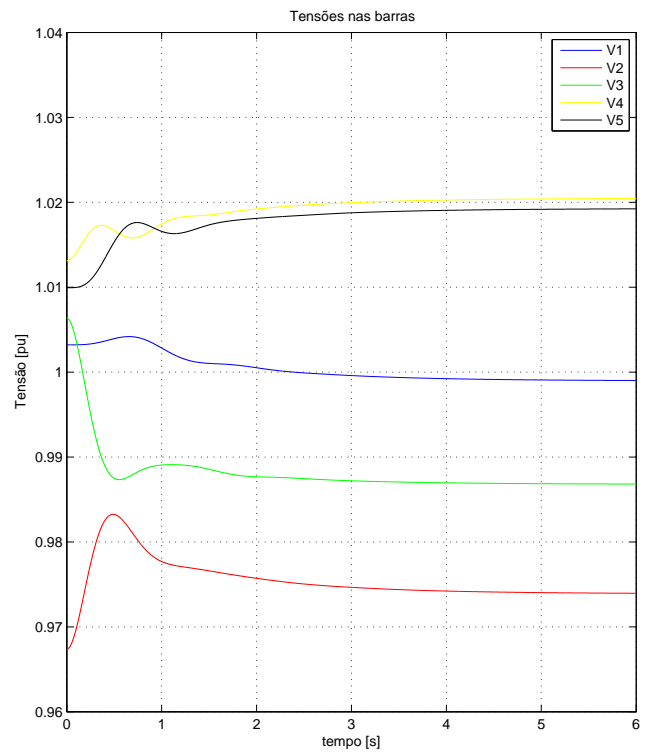
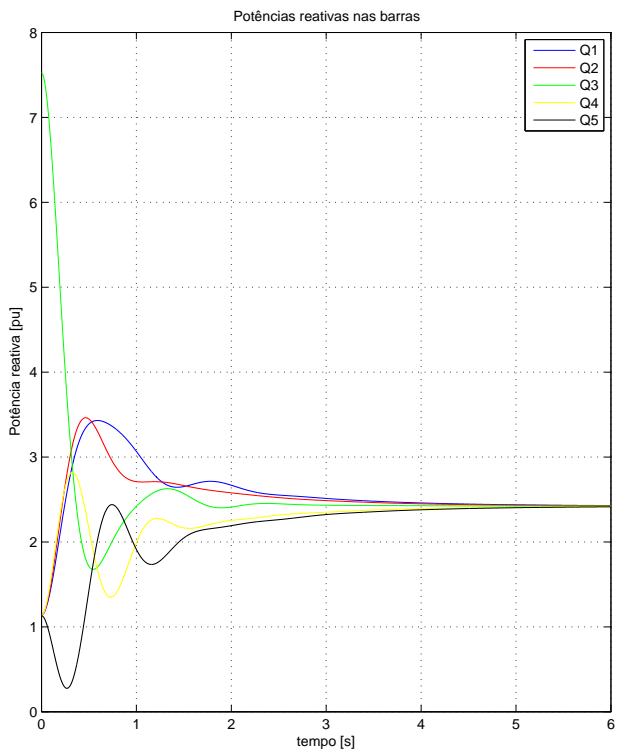


Figura 22: Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 4.

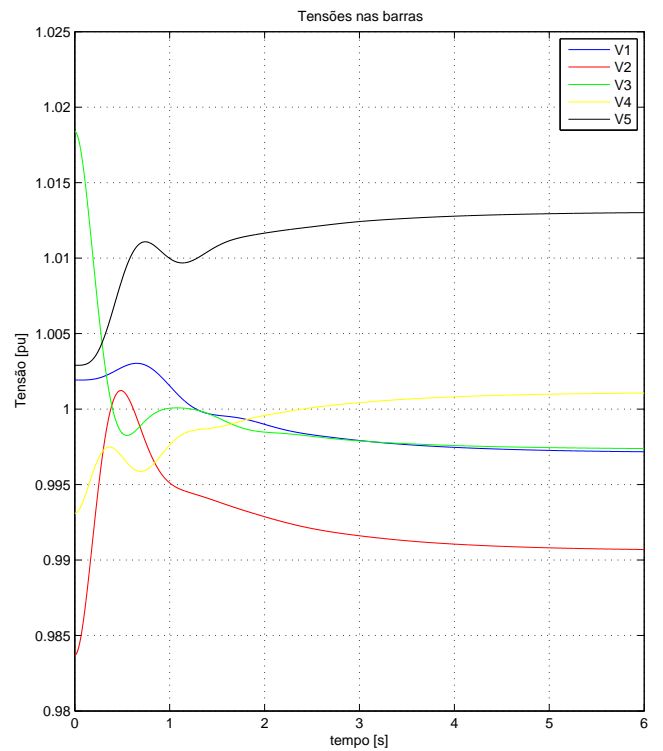
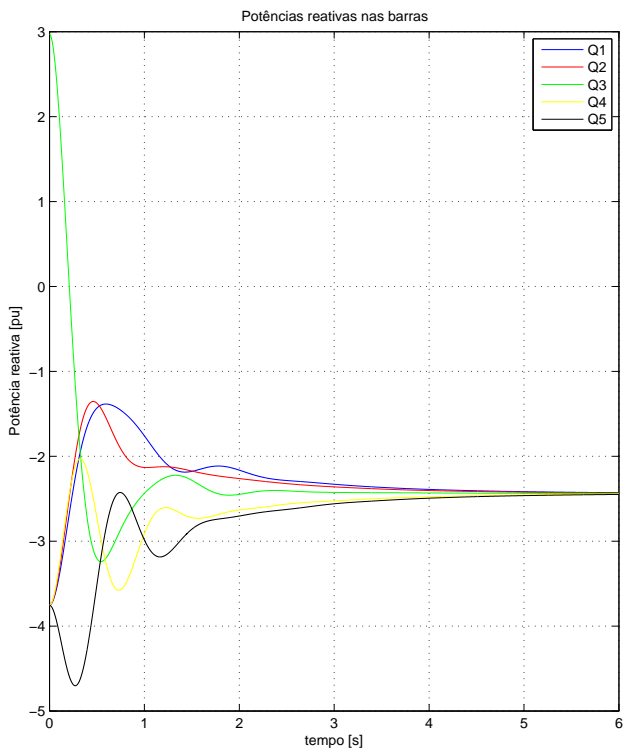


Figura 23: Resultado de simulações com ganhos independentes para o ponto 5.

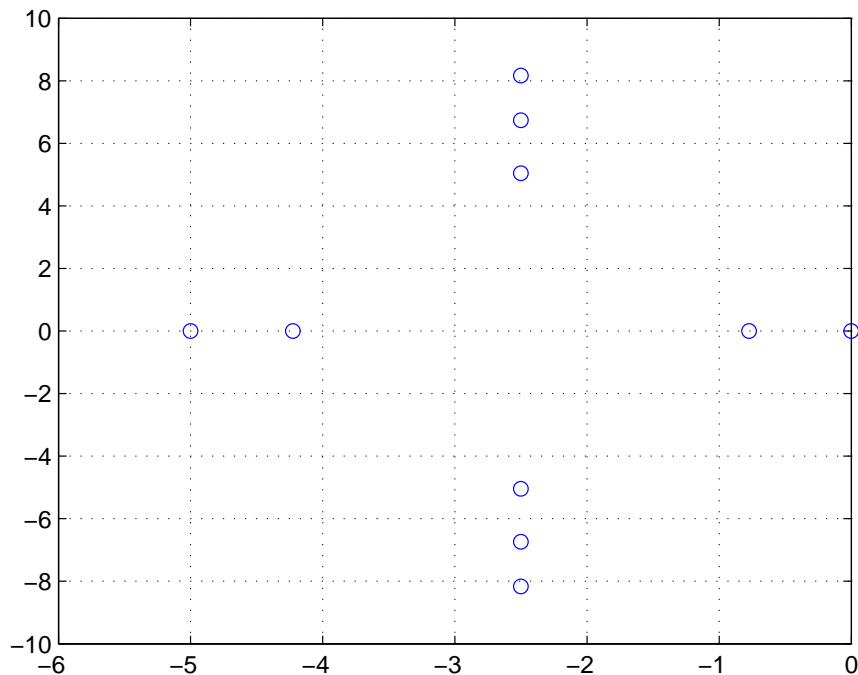


Figura 24: Localização dos autovalores com ganhos independentes para o ponto 3.

sobrepasse em V 14% e a acomodação em V em 4%. Assim, verifica-se que calcular os ganhos de maneira independente não garante melhor desempenho em todas as medidas utilizadas. De qualquer maneira, o critério utilizado para calcular os ganhos pode ser otimizado, utilizando um algoritmo de minimização de custo, o que será feito na Subseção 5.4.4 a seguir.

5.4.4 DVC com LQR modificado

Conforme descrito na Seção 4.4.2, o *Linear Quadratic Control* calcula um conjunto de ganhos ótimos, dado um sistema estabilizável. O sistema em questão não é controlável, por causa do posto incompleto da matriz de comunicação, mas é estabilizável. Uma alternativa que removeria o par de modos fixos seria realizar a mudança de variáveis, conforme dado em (SCHIFFER et al., 2016) e reproduzido na Subseção 4.2.3. Contudo, esta mudança faz com que uma tensão seja descrita por combinações ponderadas das outras tensões, em que a ponderação é o ganho k_i de cada barra, o que faz com que não seja possível isolar a matriz K_c contendo todos esses ganhos.

A alternativa encontrada então é deslocar todos os autovalores da matriz A_c uma unidade para a esquerda, retirando o par de autovalores de 0. Isto é feito somando a A_c uma matriz identidade. É provado no Anexo A.1 que esta modificação não altera o comportamento relativo dos demais autovalores, realocando o lugar das raízes entre os pontos -1 e $-1 - T^{-1}$.

Feita a modificação, pode-se aplicar o procedimento do LQR modificado, considerando a restrição estrutural da matriz K_c , descrito na Subseção 4.4.2.

Esse algoritmo corrige K_c garantindo as restrições estruturais dos ganhos. Os valores encontrados para cada ponto são conforme a Tabela 8. Percebe-se que os ganhos 1 a 3 tem valores muito inferiores aos ganhos 4 e 5 para todos os pontos. Ainda, há uma diferença

Tabela 8: Ganhos para cada um dos pontos, com controle LQR modificado.

ponto	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	0,0063	0,0057	0,0042	0,0131	0,0143
2	0,0043	0,0029	0,0051	0,0133	0,0221
3	0,0001	0,0033	0,0028	0,0128	0,0154
4	0,0039	0,0041	0,0024	0,0112	0,0127
5	0,0031	0,0042	0,0023	0,0118	0,0119

em grandes proporções entre os diferentes pontos.

Assim, ao contrário dos outros dois métodos, desta vez a localização dos autovalores mostra um comportamento diferente para cada ponto de operação (Figuras 25 a 29). Graças a essa diferença, o procedimento realmente encontra o melhor ajuste de ganhos para cada ponto indicado, o que pode ser verificado nas Figuras de 30 a 34.

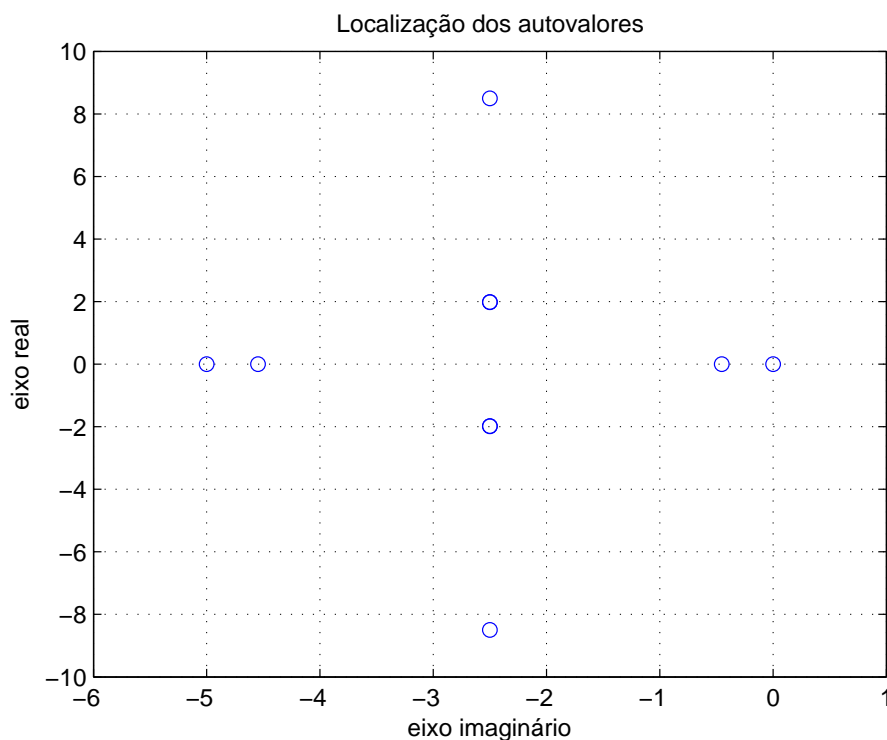


Figura 25: Localização dos polos do ponto 1 com LQR modificado.

Este cálculo dos ganhos propiciou um melhor desempenho, tanto em tempo de acomodação, quanto em sobrepasso, os dois critérios considerados.

Conforme a Tabela 9, o sobrepasso de Q_m é de 11,84% na média dos 5 pontos, tempo de acomodação de Q_m é na média de 2,9s, sendo que para a tensão as médias de sobrepasso e tempo de acomodação são 3,6% e 3,07s, respectivamente. Todas as medidas são melhores (menores sobrepassos e tempos de acomodação) se comparadas às Tabelas 5 e 6.

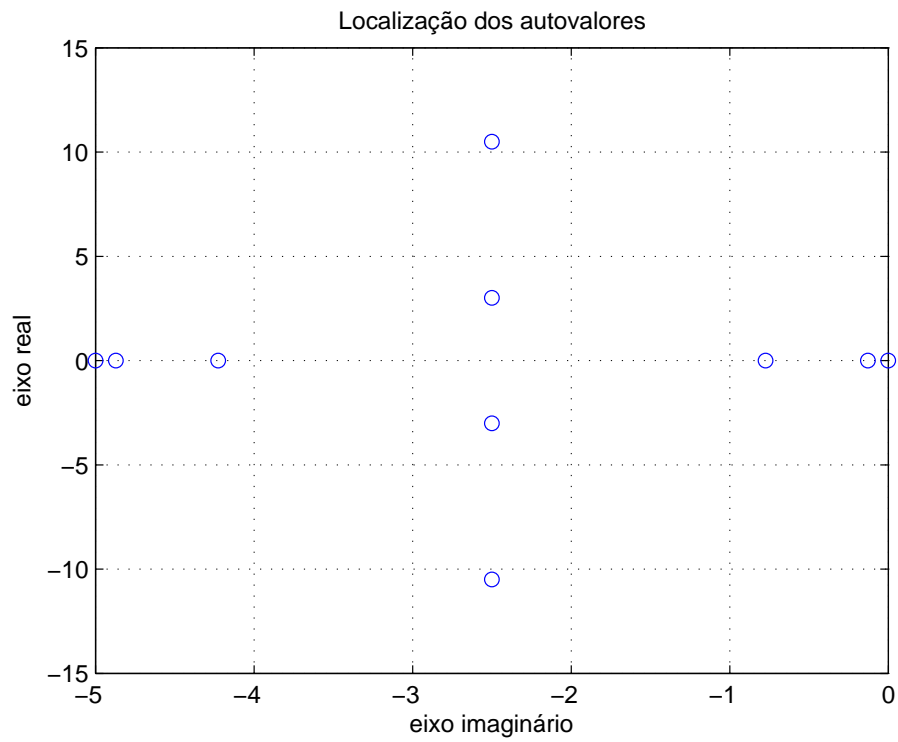


Figura 26: Localização dos polos do ponto 2 com LQR modificado.

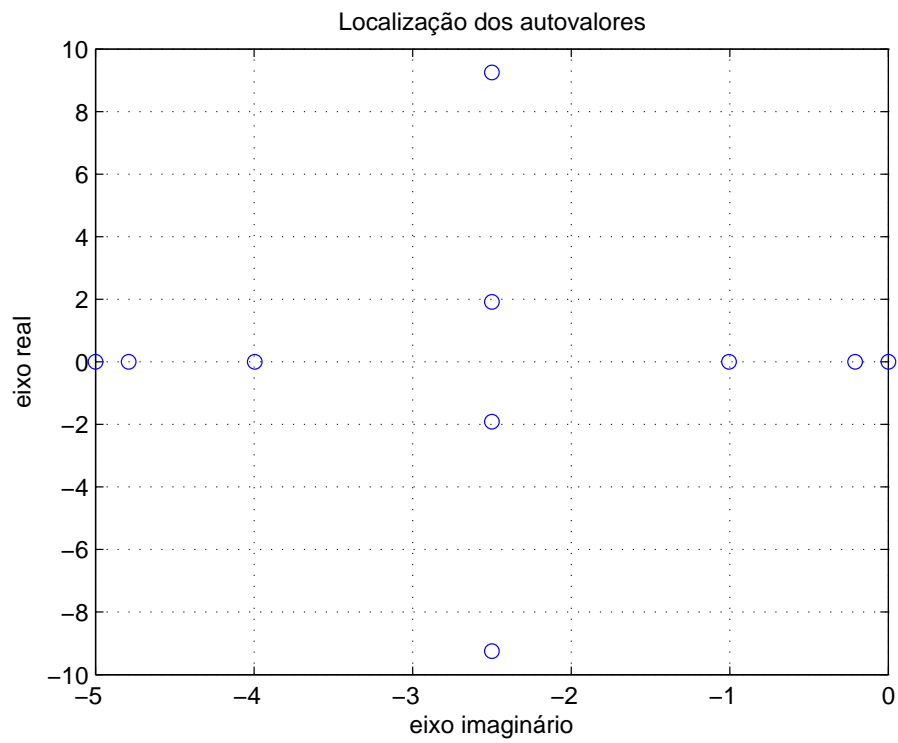


Figura 27: Localização dos polos do ponto 3 com LQR modificado.

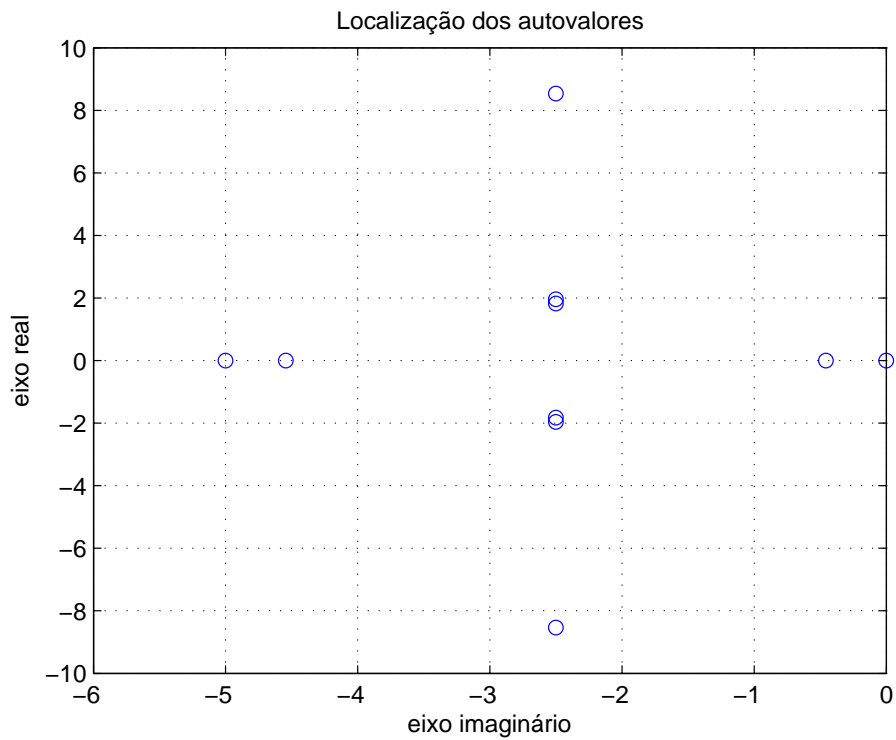


Figura 28: Localização dos polos do ponto 4 com LQR modificado.

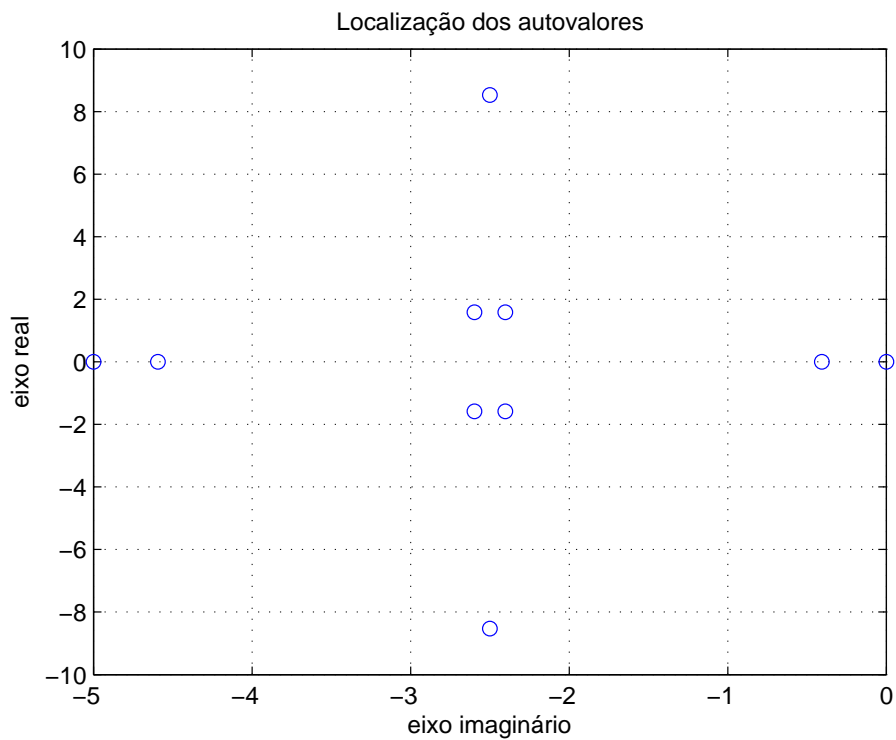


Figura 29: Localização dos polos do ponto 5 com LQR modificado.

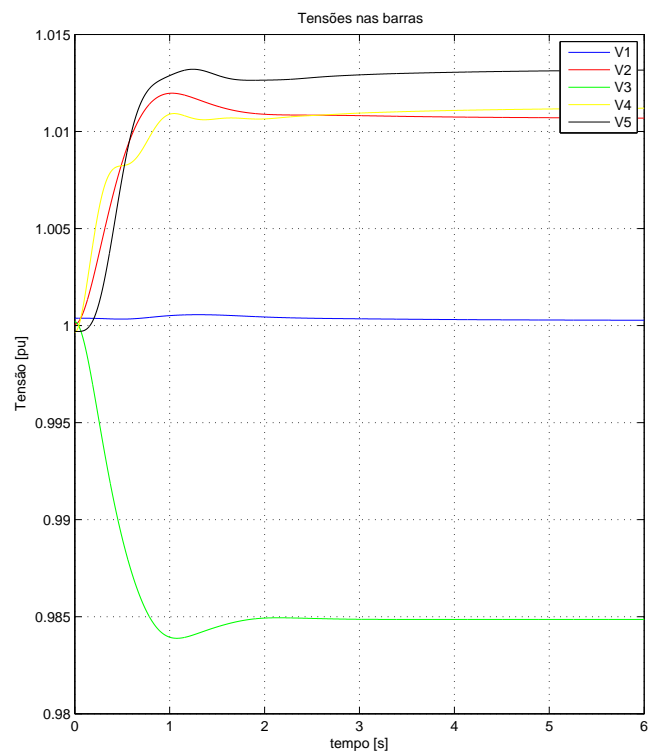
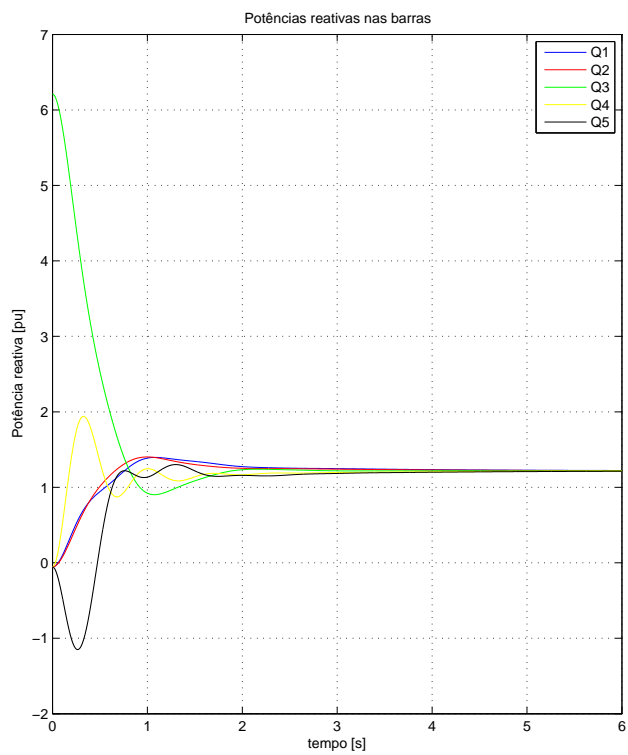


Figura 30: Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 1.

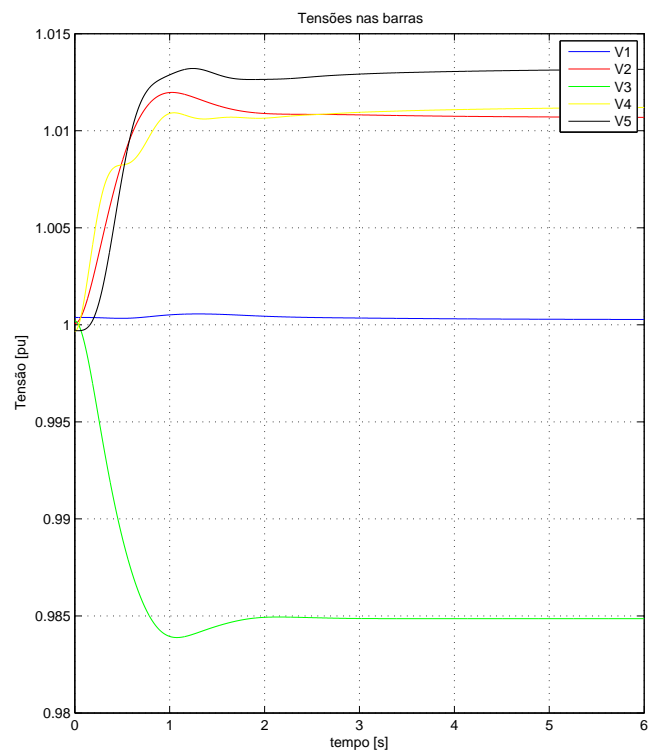
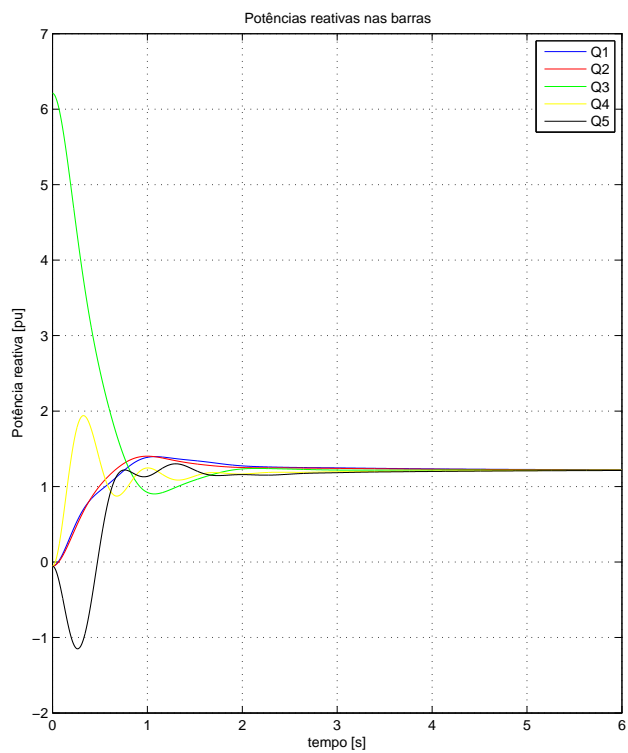


Figura 31: Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 2.

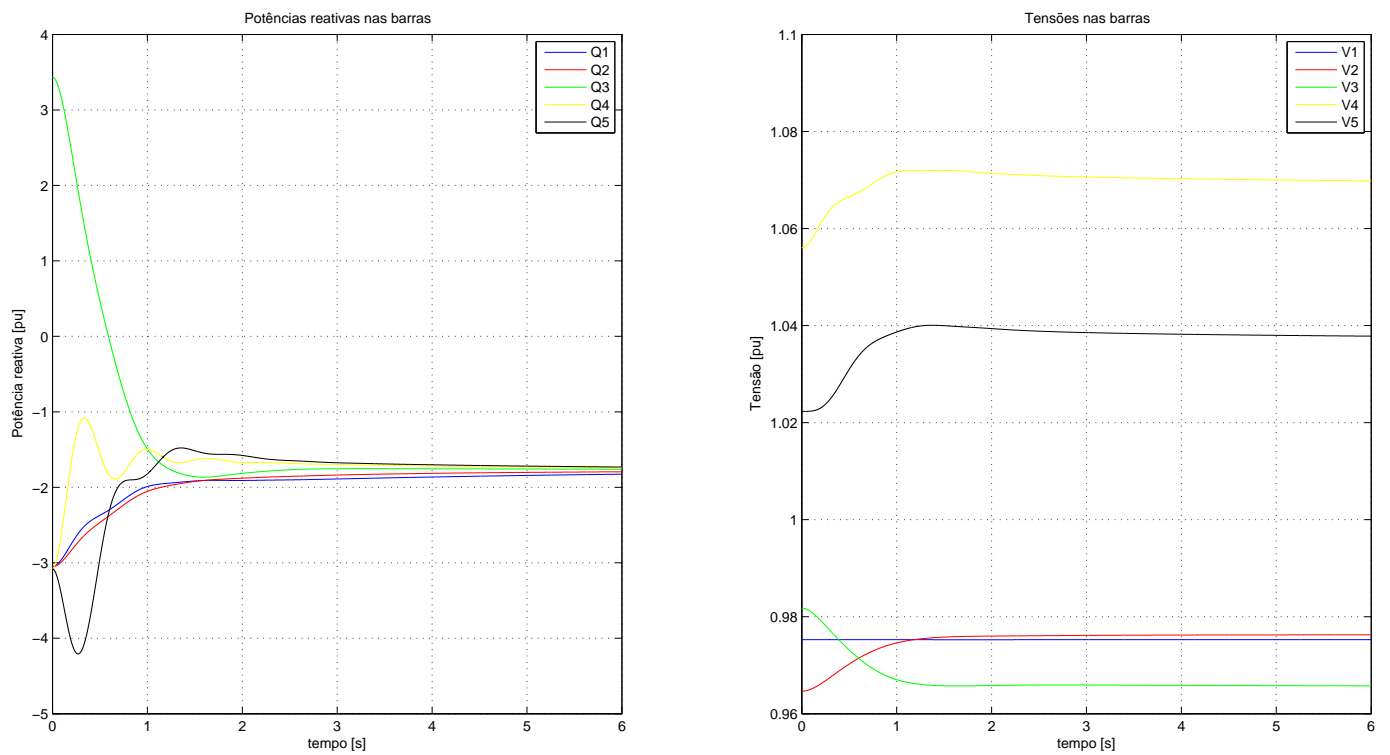


Figura 32: Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 3.

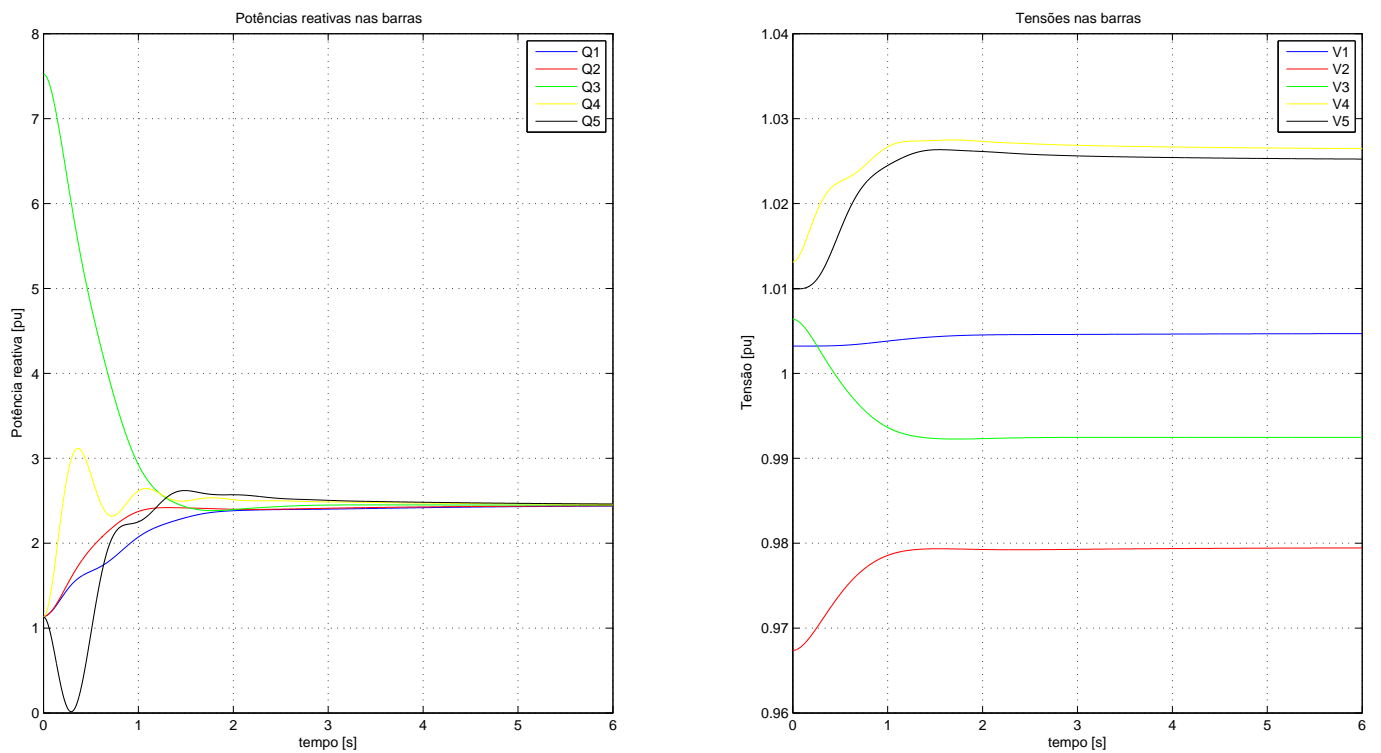


Figura 33: Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 4.

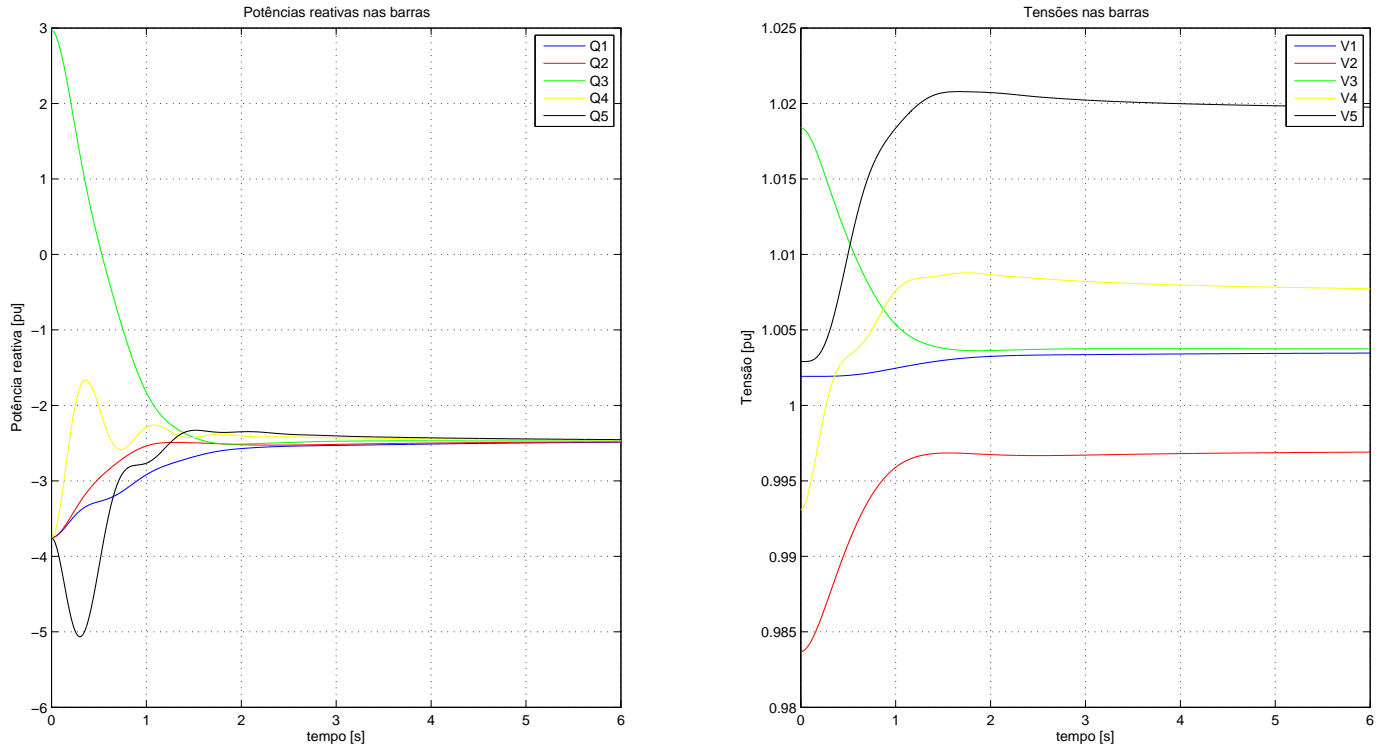


Figura 34: Potência reativa e tensão em todas as barras com LQR modificado, ponto 5.

Tabela 9: Medidas de desempenho para LQR modificado

ponto	sobrepasse Q^m [%]	acomodação Q^m [s]	sobrepasse V [%]	acomodação V [s]
1	21,3958	2,4348	3,437	2,9883
2	20,5010	2,9014	4,853	3,0526
3	13,7502	3,3876	4,147	3,6453
4	0,1360	2,8119	3,218	2,7726
5	0,1451	3,0020	3,327	2,9036

Tabela 10: Ponderações nas barras.

ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
0.85	0.9	1	1.05	0.95

5.5 Ponderação de potências reativas

As ponderações aqui consideradas serão aquelas apresentadas no Capítulo 4, Subseção 4.2.4.

Como as características do sistema são diferentes do sistema sem ponderações estudado até agora, é necessário encontrar um novo ponto de equilíbrio ao início das simulações. Esse ponto terá também a característica de distribuição da potência conforme determinado pelos diferentes pesos. Esta possibilidade será avaliada com cada uma das estratégias de controle citadas anteriormente, nas próximas seções. As ponderações que serão utilizadas são dadas pela Tabela 10.

As ponderações consideradas são tal que se altere em pequenas proporções os valores das potências reativas, em no máximo 10% em relação ao ζ_3 , que será considerado igual a 1. Esta estratégia é utilizada por que na prática, alterações de grandes dimensões causariam um fluxo maior entre as barras, o que necessitaria uma rede diferenciada, invalidando as considerações feitas acerca do sistema de transmissão e distribuição.

5.5.1 Ganhos iguais e ponderações de potência

O ponto utilizado para alocar a média dos autovalores foi novamente $-2.5 \pm 4i$, havendo uma melhora na resposta tanto no sobrepasso quanto no tempo de acomodação. Aqui também é utilizado o Procedimento 1, encontrando um conjunto de 5 ganhos, tão semelhantes quanto os descritos na Tabela 4. Assim, o ganho k selecionado para as simulações é de 0,0123.

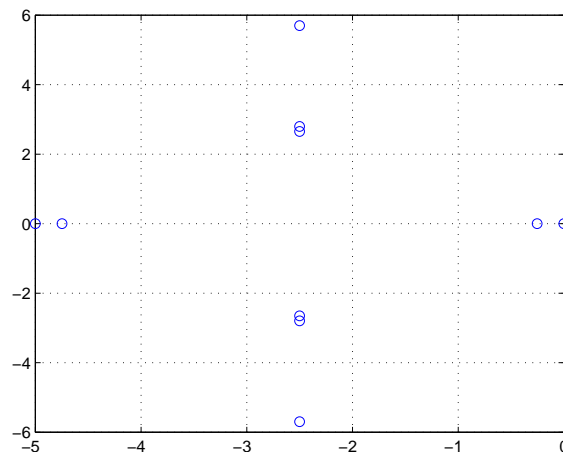


Figura 35: Lugar das raízes com ganhos iguais e ponderações do ponto 3.

Na Figura 35 pode-se notar a distribuição dos autovalores para o ponto 3, assim como na Figura 36 pode-se ver a resposta tem potência reativa e tensão para o mesmo ponto, com as ponderações e $k = 0,123$. Comparando o lugar das raízes da Figura 35 com a Figura 12 percebe-se semelhança em termos de posição relativa entre os autovalores. No

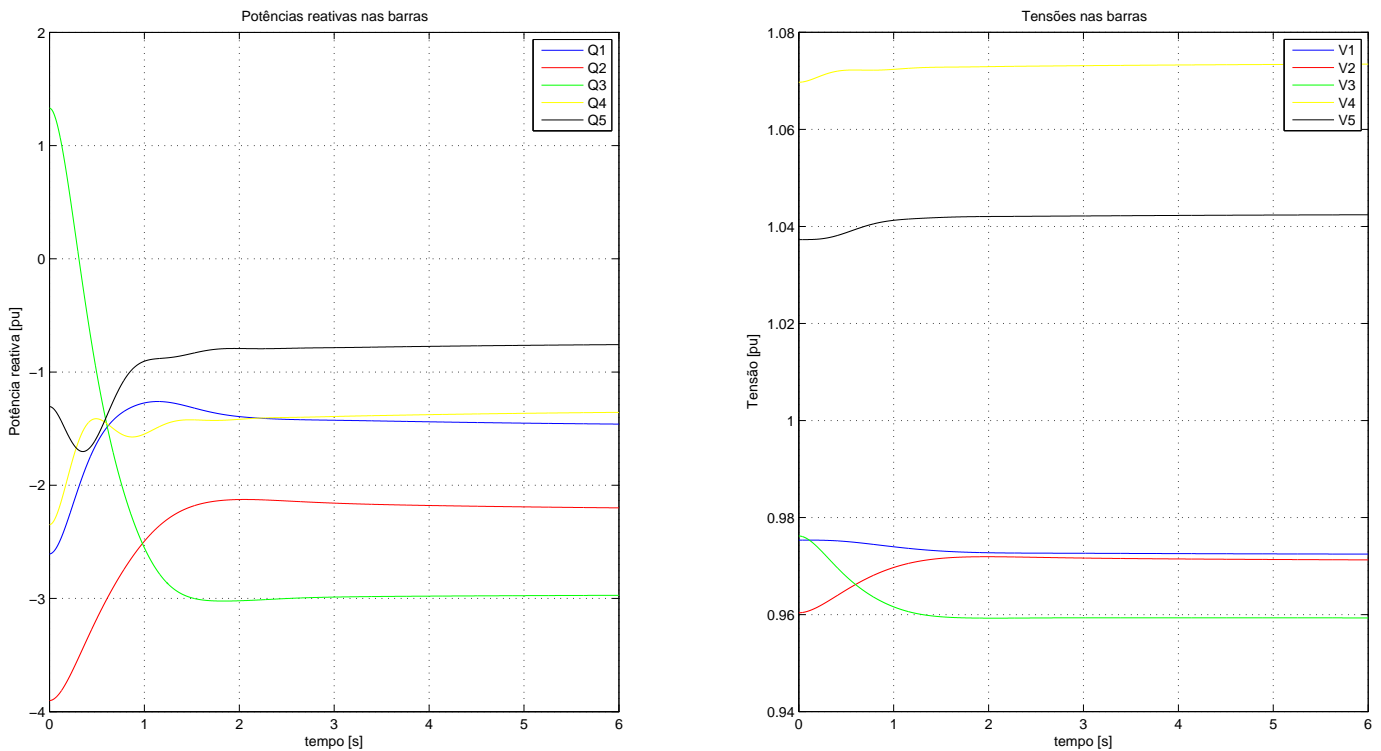


Figura 36: Potência e tensão, com ganhos iguais e ponderações do ponto 3.

Tabela 11: Ganhos para cada um dos pontos, com controle distribuído.

ponto	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	0,0190	0,0197	0,0107	0,0080	0,0125
2	0,0187	0,0194	0,0109	0,0077	0,0119
3	0,0189	0,0199	0,0110	0,0079	0,0123
4	0,0186	0,0188	0,0109	0,0081	0,0124
5	0,0189	0,0202	0,0107	0,0081	0,0126

entanto, analisando os critérios de desempenho, verifica-se sobrepasso médio de 12,5% de Q^m , tempo de acomodação de 1,6s, sobrepasso em V de 2%, e acomodação de 1,7s, todas medidas melhores se comparadas às respostas sem ponderações.

Para justificar o melhor desempenho, verifica-se que as ponderações permitem que as potências estabilizem em pontos diferentes, exigindo assim um esforço menor de controle.

5.5.2 Ganhos independentes e ponderação de potência

Considerando a aplicação dos ganhos independentes juntamente com a ponderação de potência, foram feitos dois experimentos:

1. utilizando os ganhos calculados anteriormente, sem considerar a ponderação
2. recalculando os ganhos, considerando a nova matriz C_c

Isso é feito por que os ganhos encontrados inserindo as ponderações no Procedimento

2 são semelhantes aos encontrados na Tabela 6, conforme pode-se verificar na Tabela 11. Percebe-se que esses últimos são todos maiores do que os ganhos da Tabela 6.

Verificou-se que os resultados foram melhores mantendo os ganhos anteriores do que usando ganhos recalculados. Neste caso também o desempenho geral foi melhor com os ganhos anteriores. Ou seja, as ponderações não compensaram o que seriam os ganhos de controle, piorando o desempenho geral do sistema.

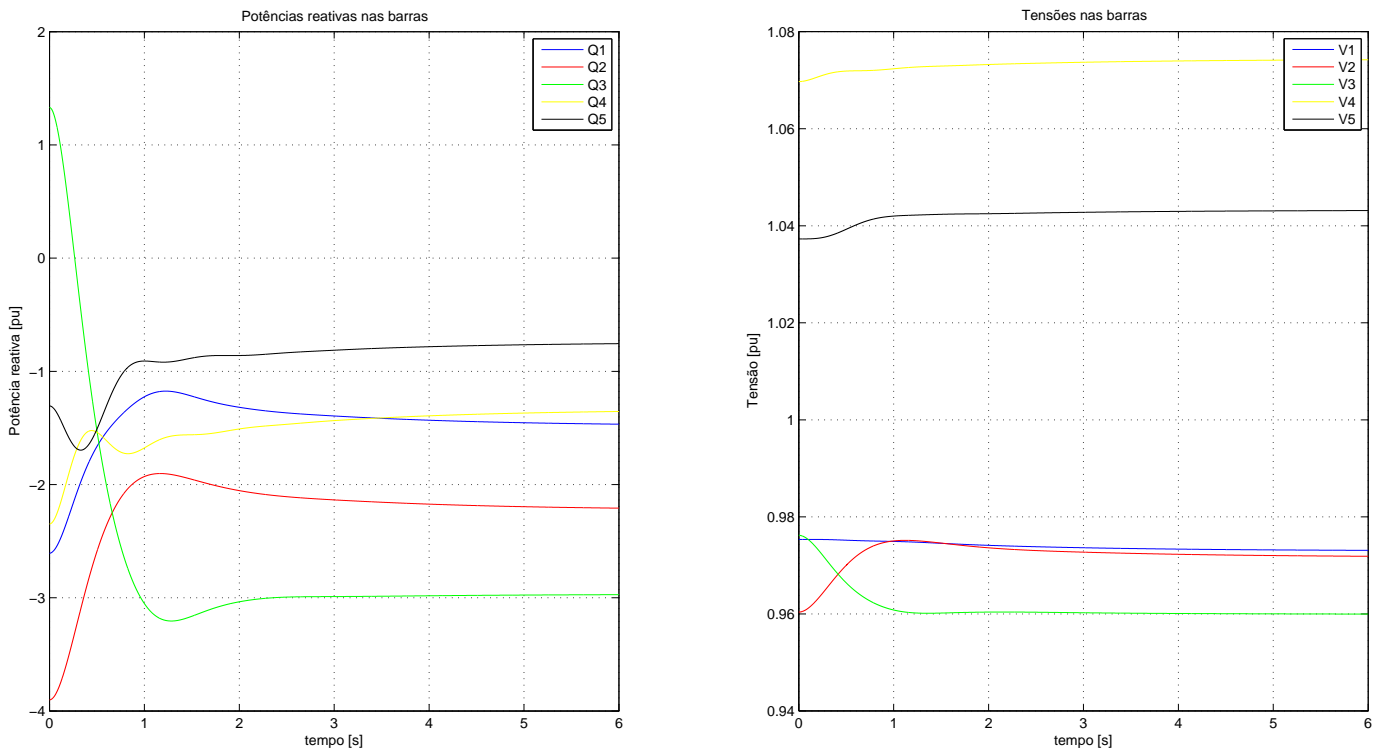


Figura 37: Potência e tensão, com ganhos mantidos e ponderações, para o ponto 3.

Nas Figuras 37 e 38 pode-se verificar a queda de desempenho no ponto 3, para ganhos mantidos e recalculados, respectivamente. O desempenho médio para os dois casos foi:

1. mantendo ganhos: sobrepasso em Q^m em média de 15%, tempo de acomodação de 1,9 s; sobrepasso em V de 1%, acomodação de 1,5s
2. recalculando ganhos: sobrepasso em Q^m em média de 21%, tempo de acomodação de 2,0 s; sobrepasso em V de 5%, acomodação de 1,85s

Verifica-se melhor desempenho mantendo os ganhos calculados sem considerar-se as ponderações. Isso pode ter ocorrido visto que as ponderações adicionam um fator no cálculo que aumenta o valor dos ganhos (Tabela 11). Além disso, com a comparação realizada nessa Seção verifica-se que a melhora de desempenho em relação ao verificado na Tabela 7 está ligado a redução do esforço de controle em levar as potências todas ao mesmo patamar.

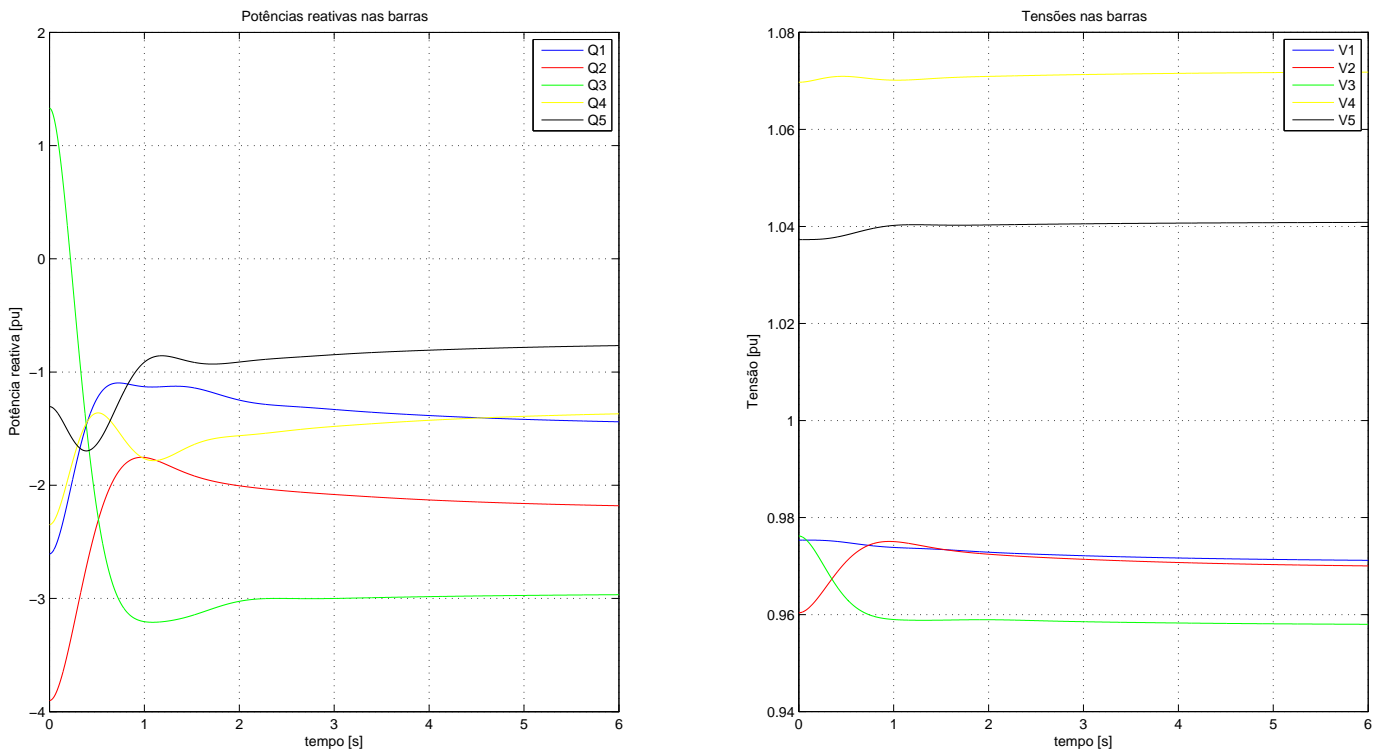


Figura 38: Potência e tensão, com ganhos recalculados e ponderações, para o ponto 3.

Tabela 12: Ganhos para cada um dos pontos, com controle LQR modificado

ponto	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	0.0049	0.0058	0.0026	0.0116	0.0104
2	0.0003	0.0041	0.0048	0.0137	0.0184
3	0.0003	0.0032	0.0026	0.0128	0.0154
4	0.0036	0.0039	0.0022	0.0110	0.0124
5	0.0028	0.0040	0.0020	0.0118	0.0116

5.5.3 LQR com as ponderações de potência

Foram recalculados os ganhos utilizando o Procedimento LQR, considerando agora nova matriz em malha fechada, incluindo então as ponderações de potência determinadas em D . Em suma, as simulações tiveram um desempenho levemente inferior àquele obtido sem ponderar as potências. De qualquer maneira, o desempenho é superior se comparado aos outros dois métodos.

Comparando valores das Tabelas 13 e 14, verifica-se que o desempenho com recálculo de ganhos é sutilmente superior ao desempenho sem recálculo. Isso justifica-se visto que o Procedimento de LQR sempre procura o melhor conjunto de ganhos possível.

A semelhança entre os valores de ganhos encontrados e os descritos na Tabela 8 abre a possibilidade de não serem levadas em conta as ponderações no projeto do controle.

Nas Figuras de 39 a 43 estão as respostas da aplicação dos ganhos da Tabela 5.5.3, nos pontos de 1 a 5. Já nas Figuras de 44 a 48 observa-se as respostas utilizando os mesmos ganhos sem ponderação, conforme a Tabela 8.

Tabela 13: Medidas de desempenho para LQR modificado, mantendo ganhos calculados sem ponderações.

ponto	sobrepasso Q^m [%]	acomodação Q^m [s]	sobrepasso V [%]	acomodação V [s]
1	9,1938	2,5921	5,1298	3,2566
2	30,0138	2,2314	3,2634	2,1456
3	8,8482	3,3555	3,3421	2,6143
4	8,2452	2,8123	1,4525	1,6211
5	10,6714	2,9914	3,5153	2,4124

Tabela 14: Medidas de desempenho para LQR modificado, recalculando ganhos para ponderações.

ponto	sobrepasso Q^m [%]	acomodação Q^m [s]	sobrepasso V [%]	acomodação V [s]
1	5,3276	2,3348	3,2362	2,8755
2	27,5150	2,5164	3,2634	1,7526
3	8,6582	3,1076	3,2471	2,5346
4	8,1809	2,7890	1,2185	1,5267
5	10,4511	2,8020	3,4261	2,5066

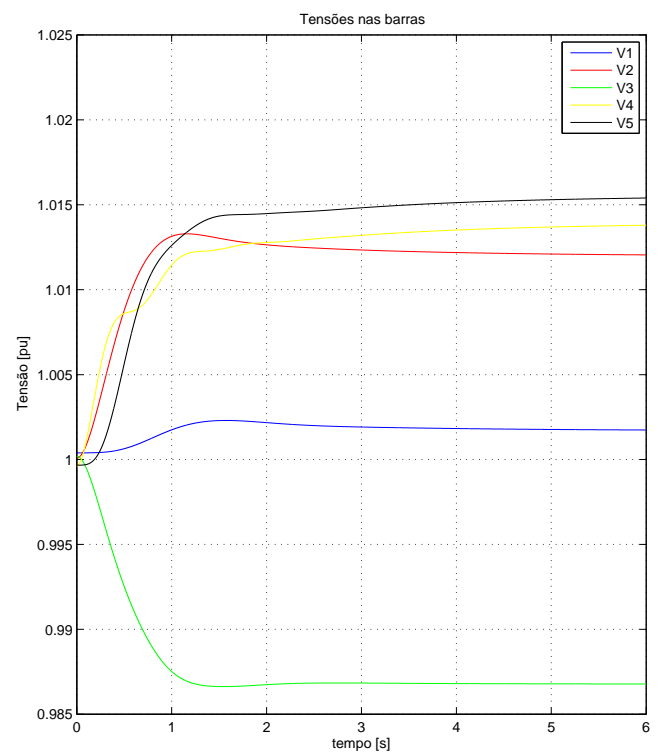
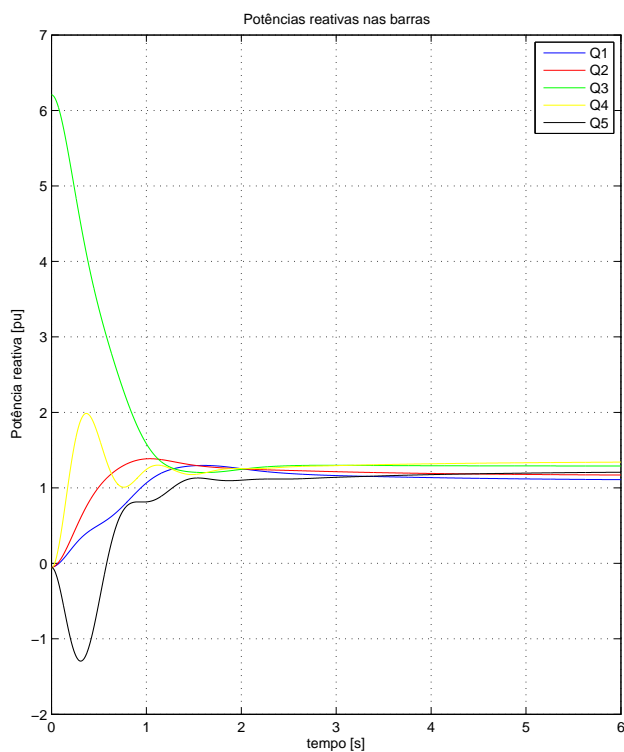


Figura 39: Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 1.

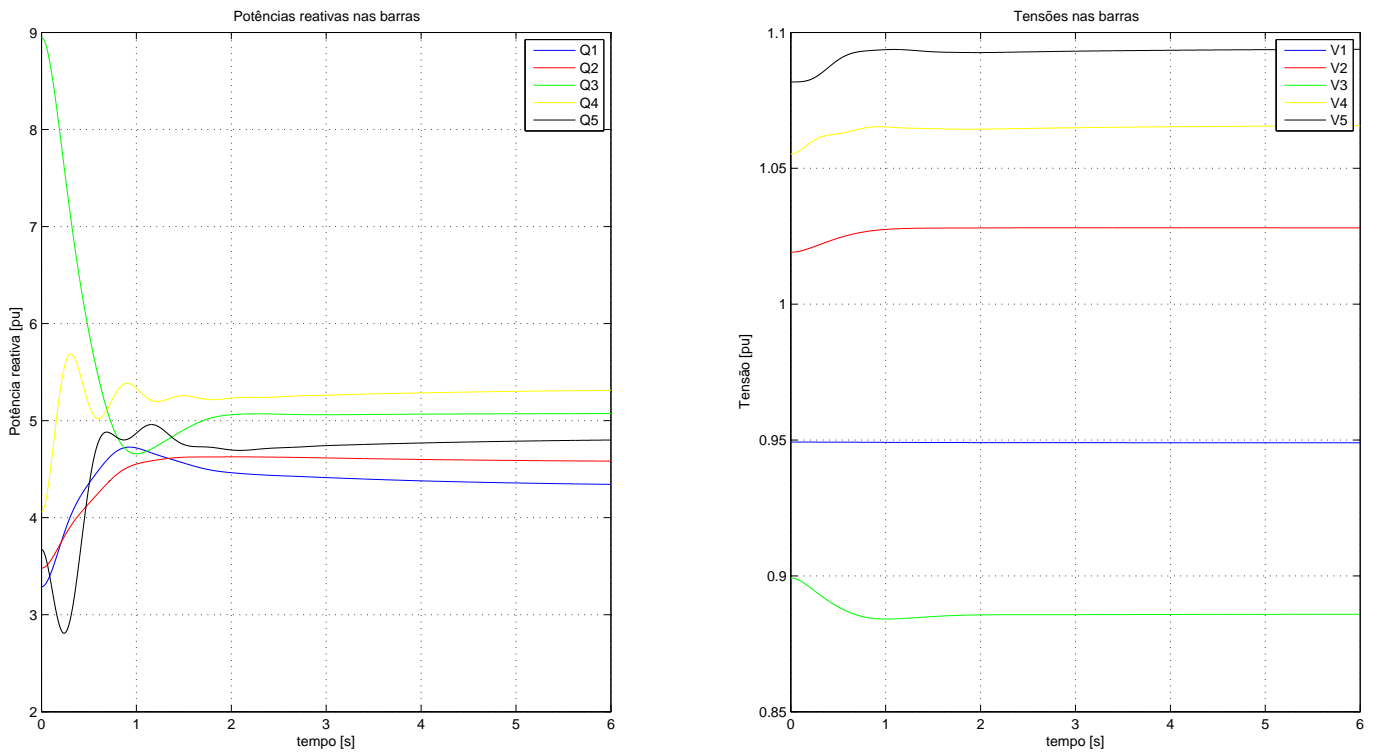


Figura 40: Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 2.

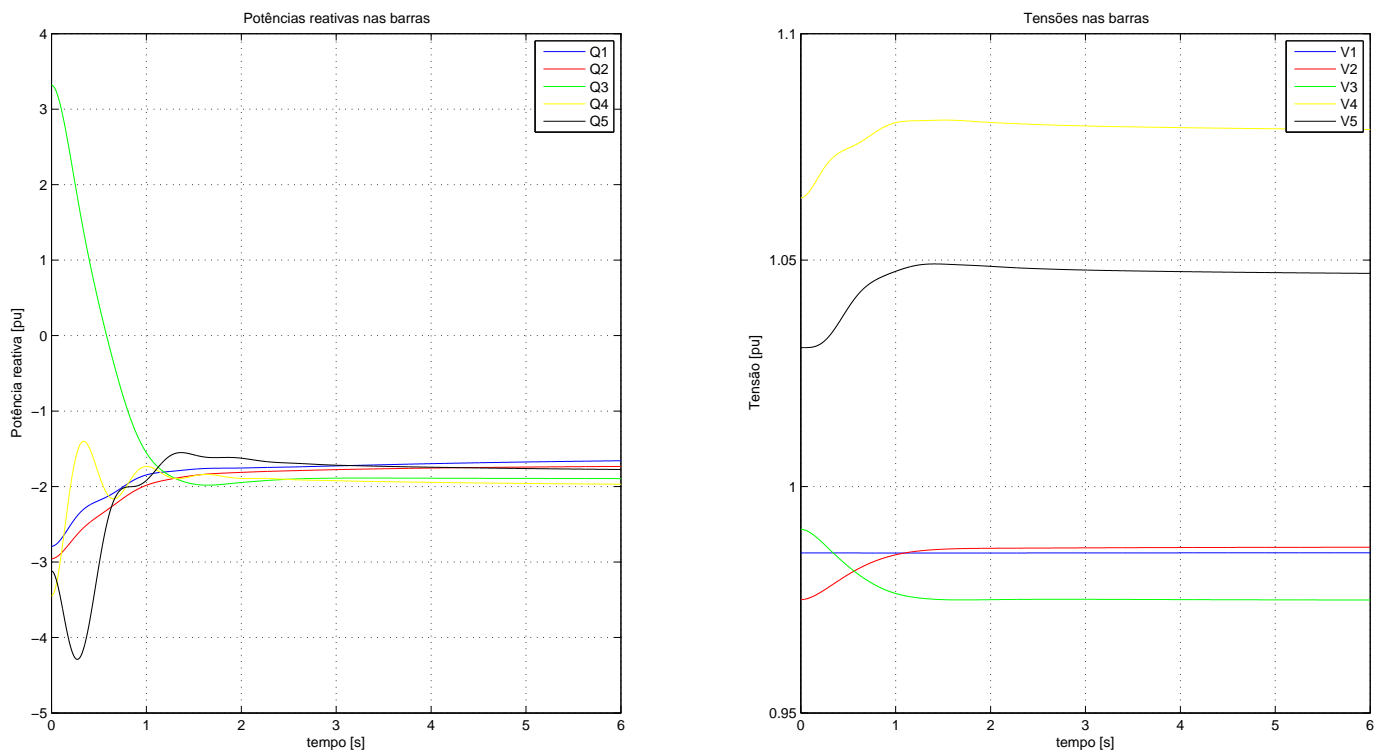


Figura 41: Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 3.

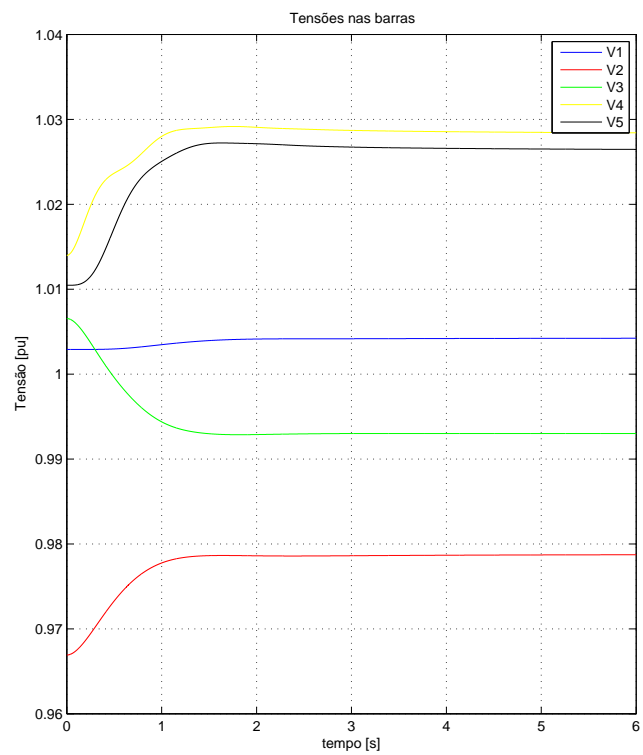
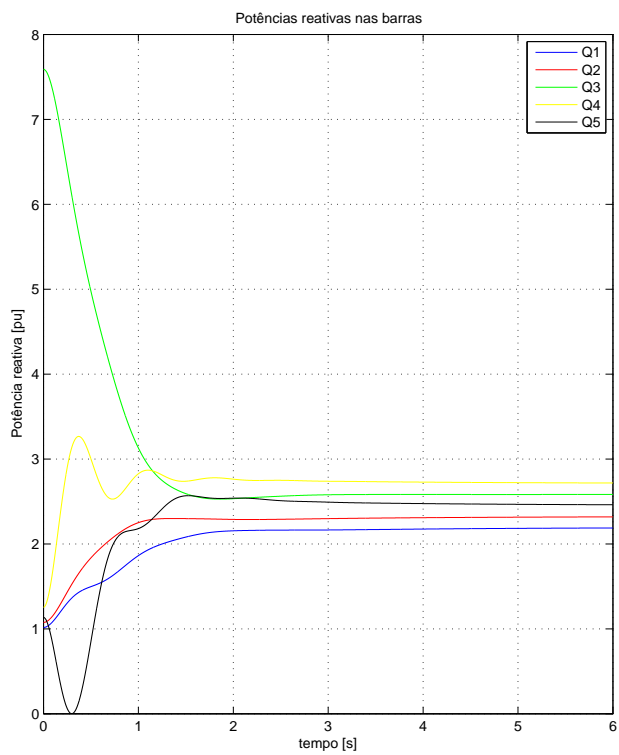


Figura 42: Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 4.

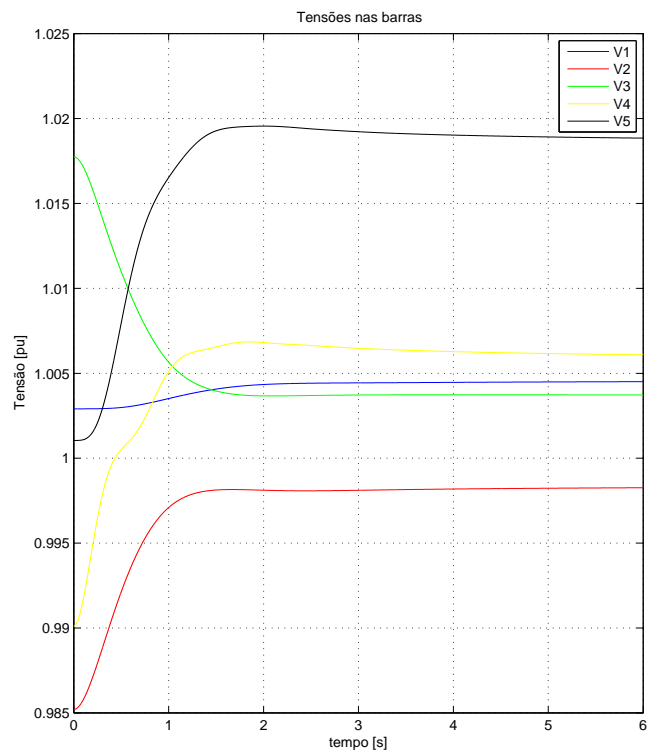
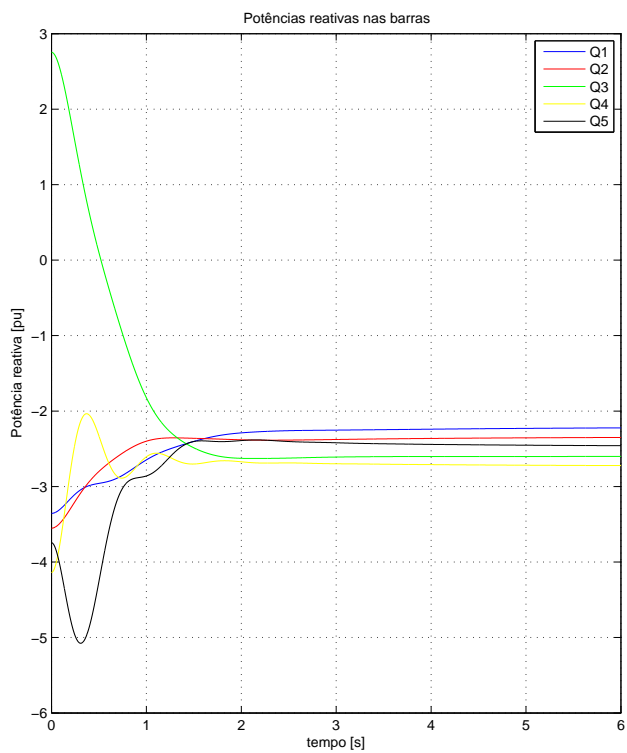


Figura 43: Resultado com as ponderações e ganhos recalculados para o ponto 5.

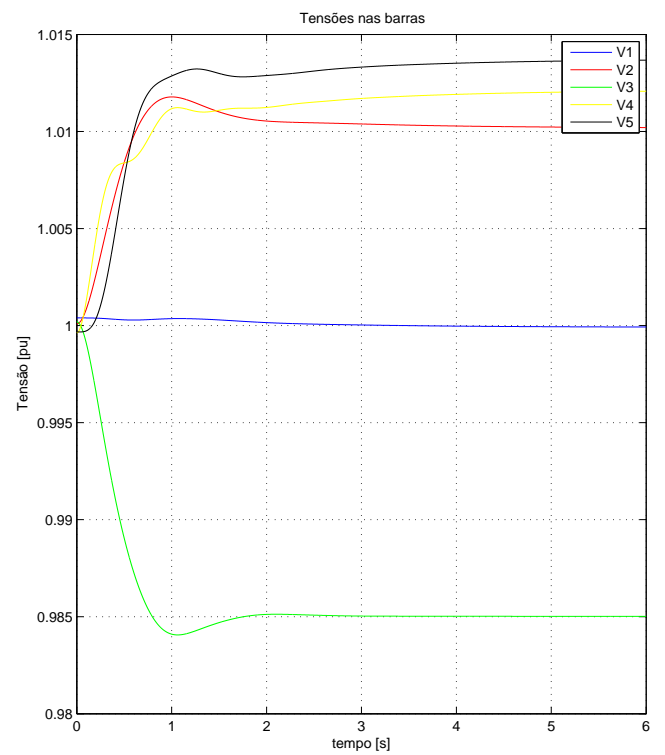
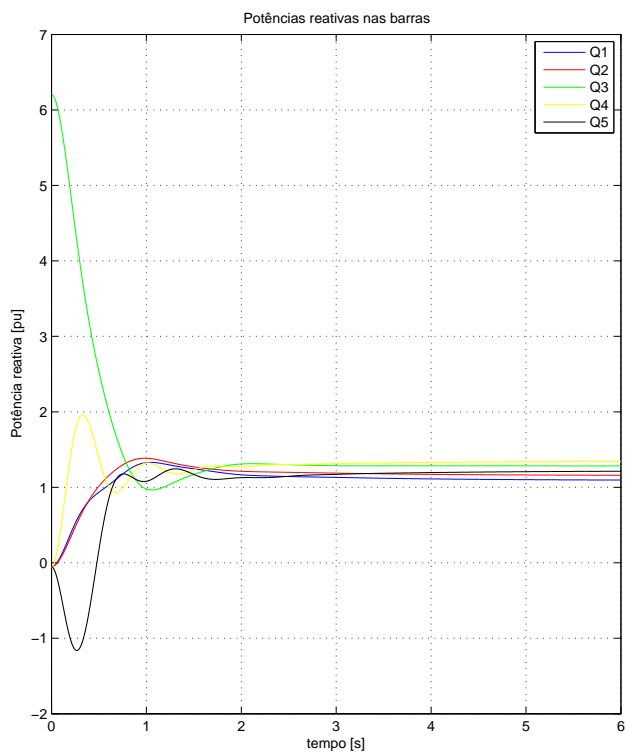


Figura 44: Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 1.

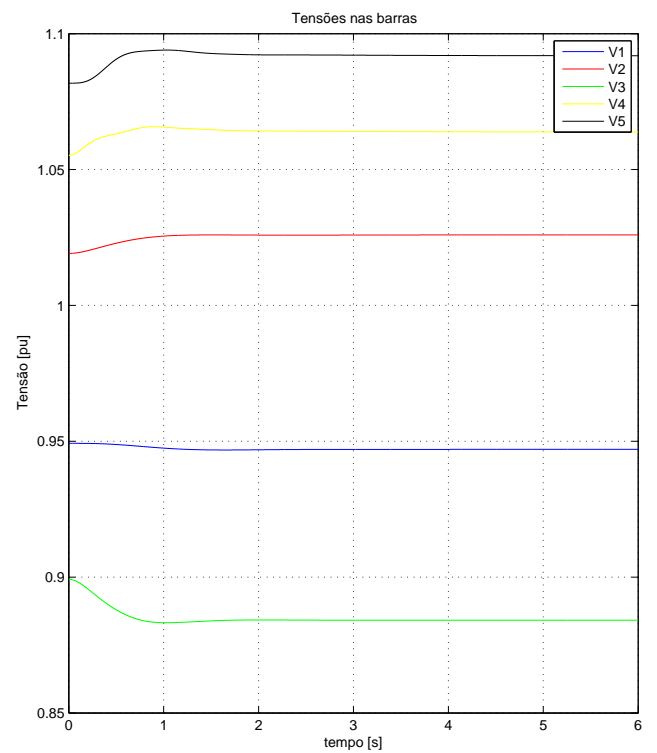
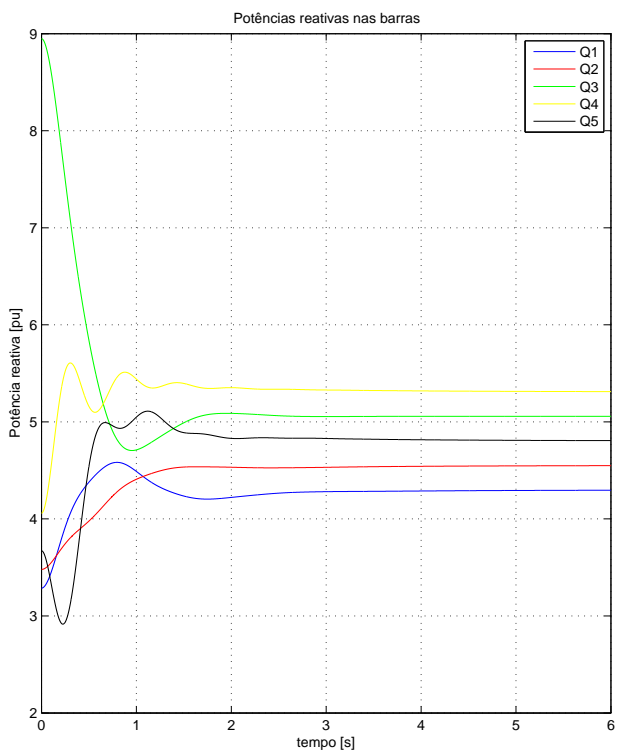


Figura 45: Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 2.

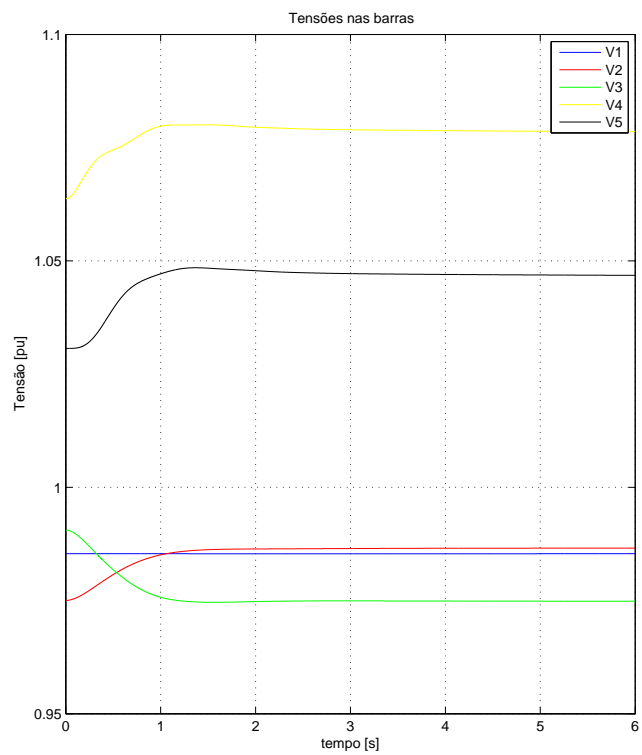
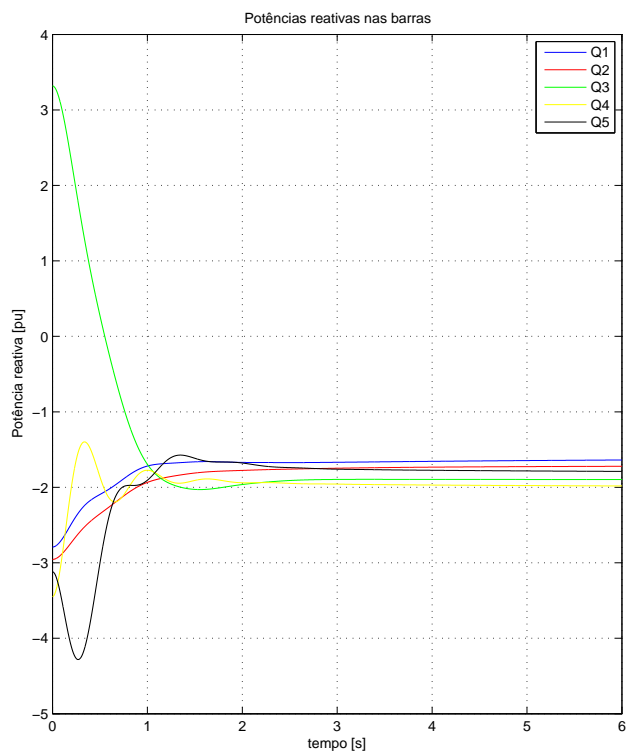


Figura 46: Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 3.

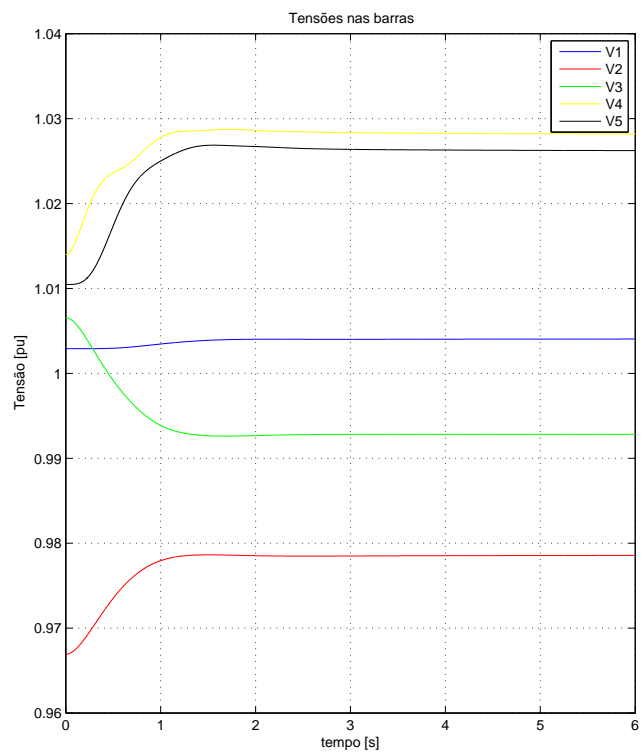
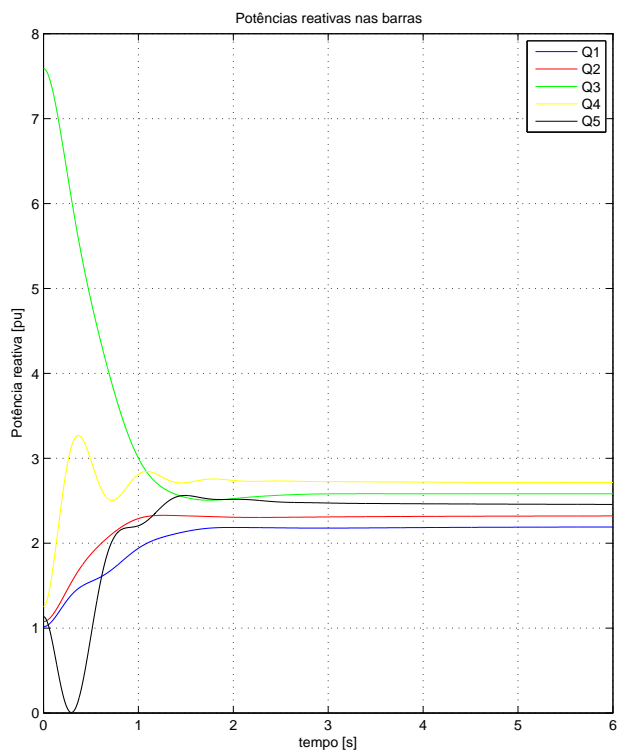


Figura 47: Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 4.

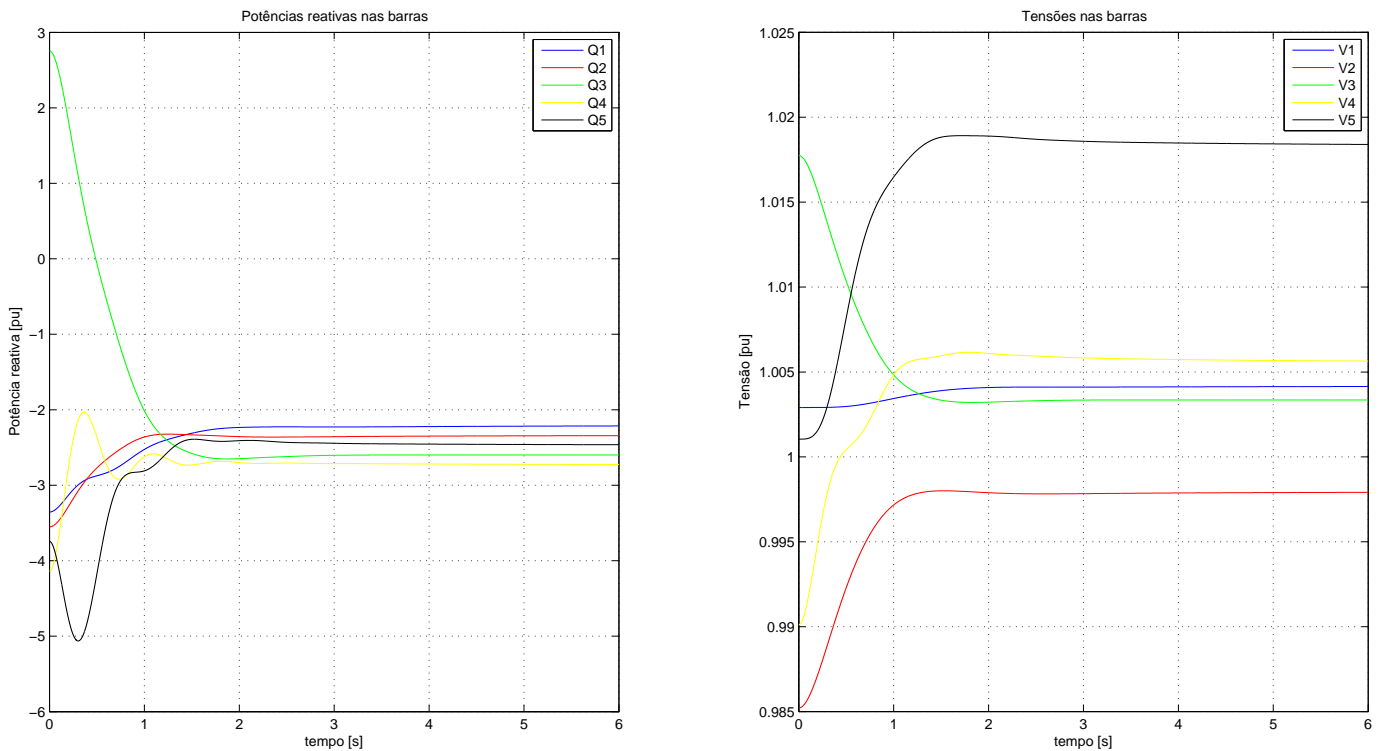


Figura 48: Resultado com as ponderações e ganhos mantidos para o ponto 5.

Percebe-se que de fato, o recálculo dos ganhos não é necessário, já que se mantém o mesmo desempenho que na Seção 5.4.4. Lembrando que esta afirmativa é válida para as ponderações de pequena dimensão (no máximo 10%), já que grandes alterações podem invalidar as considerações.

5.6 Aplicação da programação de ganhos

Como mencionado na Seção 4.5, a programação de ganhos é uma estratégia para selecionar os melhores ganhos possíveis em cada ponto de operação, com o objetivo de melhorar o desempenho de um sistema não-linear como um todo. Para que seja possível então a utilização desta estratégia, é necessário que o projeto de controle apresente ganhos diferentes para pontos distintos do sistema. Conforme descreve a Seção 5.4, das três estratégias testadas, a única que resulta em ganhos significativamente distintos é o LQR modificado.

Em relação aos pontos de operação, o caso estudado é tal que a rede original possui 11 barras, e as alterações possíveis de configuração podem ser tanto inclusão e retirada de carga, quanto modificações de geração. Assim, as possibilidades de transições para diferentes pontos de operação são infinitas. Se forem considerados 3 diferentes configurações de carga, por exemplo cargas baixa, média e alta, e ainda 2 configurações de geração, conectada e desconectada, teríamos 6 possibilidades diferentes por barra. Com 11 barras então, $6^{11} = 36.2797.056$ diferentes pontos de operação, para englobar todas as possibilidades.

Pela quantidade de possibilidades, será testada somente a variação entre os 5 pontos

estudados, avaliando a vantagem de utilizar os ganhos calculados para cada um dos pontos em comparação a usar somente um conjunto pré-determinado de ganhos.

As simulações da Seção 5.4 são feitas sempre em degraus de mudança de carga mas, na prática, exceto quando uma geração é cortada bruscamente, as transições de cargas são suaves, com aumento ou diminuição gradual. Ainda, para testar a possibilidade do uso de programação de ganhos, é necessário comparar uma transição com ganhos fixos a outra com a variação em função do ponto de operação.

São realizadas então duas simulações: a primeira mantendo o conjunto de ganhos calculados para o ponto 3, e a segunda alterando os ganhos conforme o ponto de operação. Ambas as simulações seguiram a mesma sequência: partindo do ponto de operação 3, passando pelos pontos 1, 2, 4 e 5, respectivamente, sendo que as transições ocorrem em de 0 a 20s, de 30s a 50s, de 60s a 80s e de 90s a 110s, mantendo-se constante nos intervalos intermediários. No caso da alternância de ganhos, a sequência é: começando em 0s com os K_3 , em 10s para os K_1 , em 40s para K_2 , em 70s para K_4 e em 100s para K_5 . Assim, na metade da transição entre dois pontos, os ganhos eram alterados para os correspondentes ao próximo ponto.

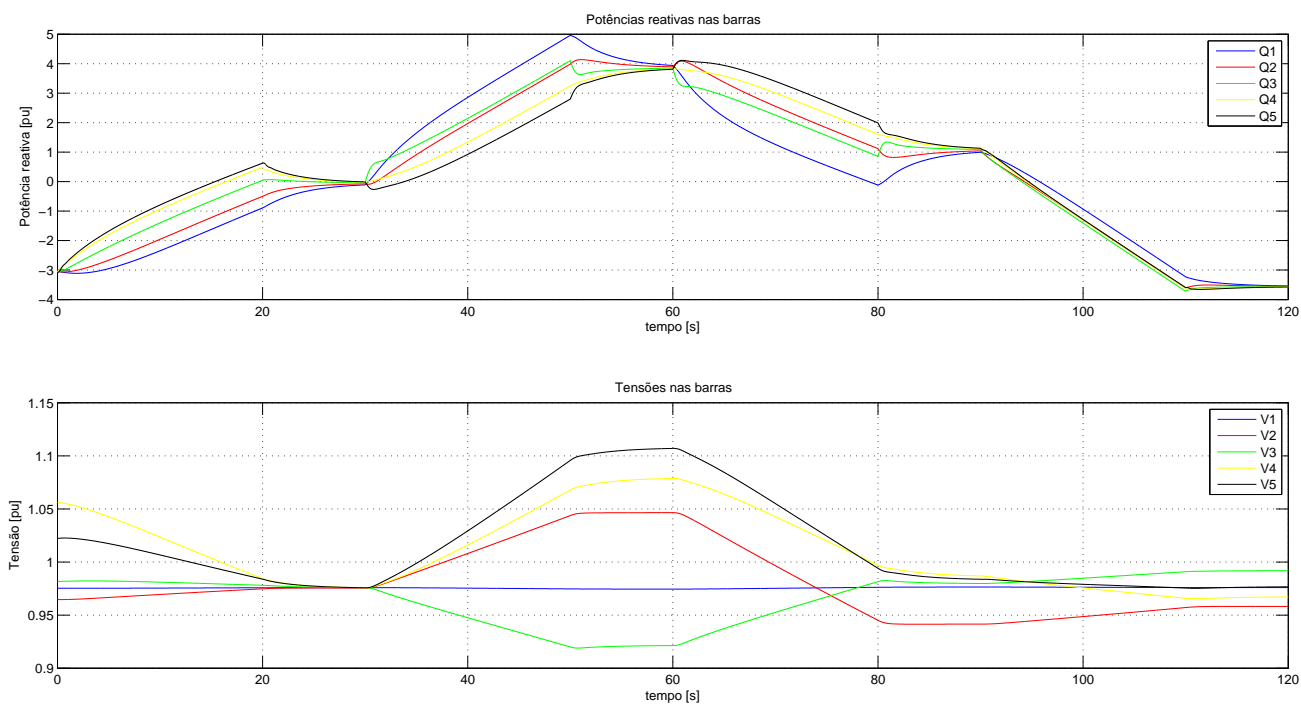


Figura 49: Variando o ponto de operação, mas mantendo o K do ponto 3.

Como os pontos são distantes entre eles, ou seja, uma transição representa uma grande mudança da rede, até mesmo transições suaves podem apresentar oscilações grandes e tempos de acomodação maiores. Utilizando a sequência descrita, o resultado obtido foi conforme dado nas Figuras 49 e 50. Percebe-se que na simulação 1, as potências reativas com maior distância da referência foram as das barras 1 e 5, justamente as barras das extremidades de comunicação, enquanto que a potência mais próxima foi a da barra 3, a barra central. Além disso, as curvas relativas a barras vizinhas são sempre as mais próximas. Esse resultado condiz com a estratégia, visto que a correção das potências reativas se dá sempre na vizinhança.

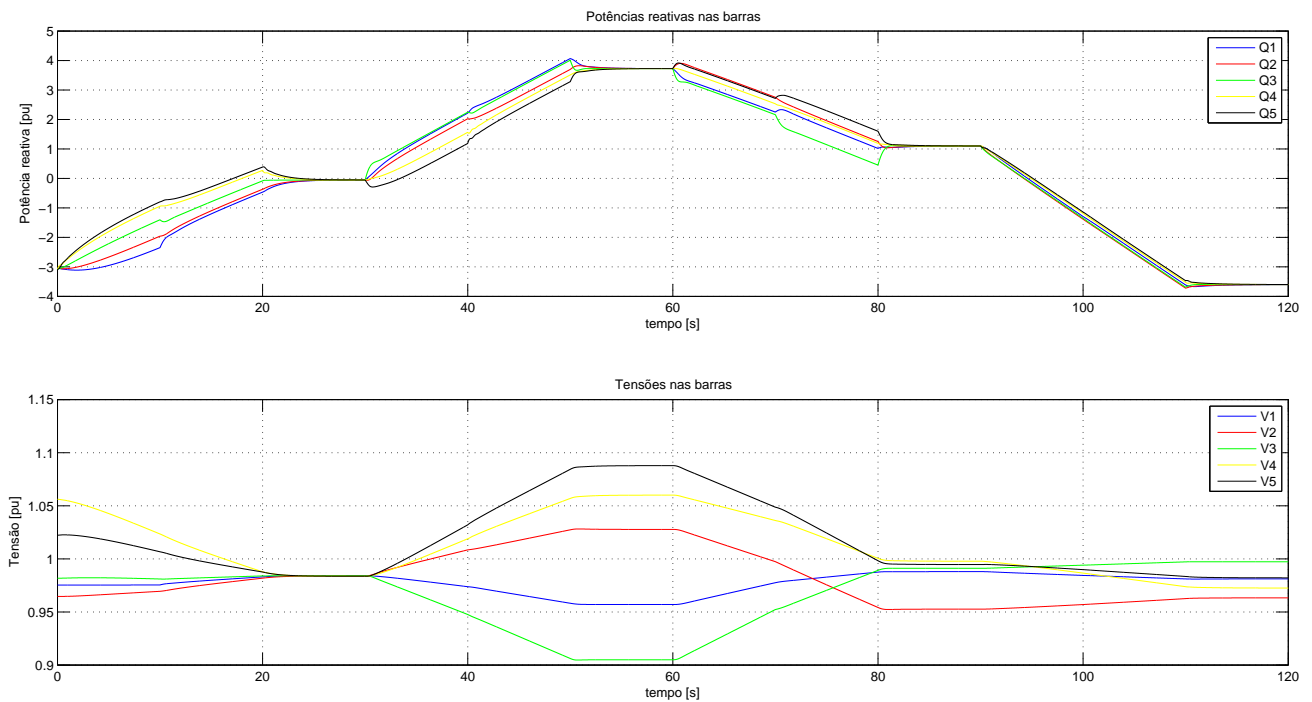


Figura 50: Variando o ponto de operação e K.

Tabela 15: Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3 .

pontos de transição	distância Q^m [pu]	distância V [pu]
3-1	0,5428	0,0038
1-2	0,5142	0,0029
2-4	0,5021	0,0027
4-5	0,1191	0,0012

Tabela 16: Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3 .

pontos estabilidade	acomodação Q^m [s]	acomodação V [s]
1	7,3421	4,1059
2	8,124	6,1536
4	7,4711	5,336
5	5,1245	2,915

Tabela 17: Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3 .

pontos de transição	distância Q^m [pu]	distância V [pu]
3-1	0,4166	0,0018
1-2	0,3811	0,0008
2-4	0,3510	0,0013
4-5	0,0256	0,0005

Tabela 18: Medidas de desempenho para as transições em rampa, com ganhos K_3 .

pontos estabilidade	acomodação Q^m [s]	acomodação V [s]
1	3,2452	1,1059
2	2,3849	0,467
4	2,1214	0,336
5	1,5135	0,307

Para analisar a simulação 2, pode-se avaliar uma série de critérios de desempenho além do gráfico. Por se tratar de uma transição em forma de rampa, não é possível avaliar o desempenho em sobrepasso e tempo de acomodação da mesma maneira que a resposta ao salto, mas pode-se avaliar em distância da reta de referência e o tempo de acomodação após entrar em estado estacionário. As medidas de desempenho médias para a simulação 1 podem ser vistas nas Tabela 15 e 16, mostrando distância e tempo de acomodação, respectivamente. Nas Tabelas 17 e 18 verificam-se as medidas de desempenho para a simulação 2.

Todas as medidas apresentam menores valores para a simulação 2, ou seja, melhor resultado. Em termos de aproximação entre as potências reativas, as distâncias reduziram em 39% em relação à simulação 1, e o tempo de acomodação reduziu em 52%. Já na tensão, se observa 42% de redução da distância das retas em relação à referência, e acomodação 60% mais rápida, novamente em relação à simulação 1. Dessa forma, garante-se uma melhor desempenho da rede durante as transições, que ocorrem grande parte do tempo em uma rede de potência.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Considerando as abordagens acerca do controle *Droop*, o método DVC garante a distribuição da potência reativa, assim como provado em (SCHIFFER et al., 2014), dadas as hipóteses e limitações assumidas. O método DVC aplica um laço integral para ajustar tensões em relação às medidas de potência reativa, levando em consideração a malha de comunicação que liga as diversas barras, e garantindo a estabilidade e robustez do sistema. Não é prevista no entanto pelos autores, a possibilidade de calcular os ganhos de controle a partir de dados da rede em vez de utilizar tentativa-e-erro, o que é testado nesse trabalho.

São usados três métodos para tal. Nos dois primeiros métodos é utilizada alocação de autovalores e conclui-se, pelos experimentos e respectivas conclusões dados no Capítulo 5, que são estratégias simples, sistemáticas e aplicáveis em controles DVC. Parecem, contudo, pouco sensíveis ao ponto de operação, o que torna uso de programação de ganhos não justificável. Além disso, não asseguram o melhor desempenho possível para o sistema, como mostrado pelas medidas de tempo de acomodação e sobrepasso.

No entanto, dependendo das ponderações das barras, como visto na Subseção 5.5.3, os controles com alocação de autovalores podem ser suficientemente satisfatórios, caso as potências estabilizem em pontos diferentes e exijam menos esforço de controle. Ainda assim, um método para cálculo dos ganhos ótimos é a melhor opção.

O terceiro método, o LQR, por outro lado, mostra significativa melhora em desempenho transiente, e também diferença significativa entre os ganhos encontrados para cada ponto de operação, o que sustenta a possibilidade de programação de ganhos. Esta situação é testada, mostrando que, em regime transitório, calcular os ganhos por ponto possibilita melhor desempenho que mantê-los constantes, como discutido na Seção 5.6.

O controle LQR modificado também mostrou-se eficiente em calcular a otimização das respostas com as ponderações de potência. Mas, dada a proximidade dos ganhos de controle encontrados entre estas duas situações, pode-se aplicar os ganhos de LQR sem as ponderações inclusive para casos em que elas existam.

Para trabalhos futuros, pode-se utilizar a lógica difusa para aplicar os ganhos em padrões de carga. Por exemplo, pode-se considerar as cargas em três níveis distintos: baixa, média e alta, com sua fronteira difusa, utilizar o controle LQR para determinar os ganhos em cada um dos pontos de operação e, a lógica difusa para determinar o melhor ponto de alternância de ganhos.

Em função de obter-se um modelo de rede mais próximo da realidade, tanto para as simulações quanto para o projeto de controle, pode-se também relaxar algumas das premissas. Por exemplo, a hipótese de rede desconectada, o modelo de cargas e geradores como impedâncias, a redução de $\theta_{ik} = 0$, estudando redes com a presença da dinâmica de geradores síncronos, com cargas de diferentes comportamentos e com redes de maiores dimensões.

REFERÊNCIAS

ANSARI, J.; GHOLAMI, A.; KAZEMI, A. Multi-agent systems for reactive power control in smart grids. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Amsterdã, Holanda, v.83, n.Supplement C, p.411 – 425, 2016.

BAYINDIR, R. et al. Smart grid technologies and applications. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.66, n.Supplement C, p.499 – 516, 2016.

BAZANELLA, A. S. **Métodos Analíticos para Síntese de Controladores em Sistemas de Potência**. 1997. 181 p. Tese (Doutorado em engenharia) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 1997.

BEMPORAD, A. et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.38, n.1, p.3 – 20, 2002.

BIYIKOGLU, T. et al. Graph Laplacians, nodal domains, and hyperplane arrangements. **Linear Algebra and its Applications**, Amsterdã, Holanda, v.390, n.Supplement C, p.155 – 174, 2004.

CALISKAN, S. Y.; TABUADA, P. Towards Kron reduction of generalized electrical networks. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.50, n.10, p.2586 – 2590, 2014.

CHANG, C.-Y.; ZHANG, W. Distributed control of inverter-based lossy microgrids for power sharing and frequency regulation under voltage constraints. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.66, p.85 – 95, 2016.

CHEN, M.; XIAO, X. Hierarchical frequency control strategy of hybrid droop/VSG-based islanded microgrids. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.155, n.Supplement C, p.131 – 143, 2018.

FARIA, H. de; TRIGOSO, F. B.; CAVALCANTI, J. A. Review of distributed generation with photovoltaic grid connected systems in Brazil: challenges and prospects. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.75, n.Supplement C, p.469 – 475, 2017.

GHAZEMI, M. A.; PARNIANI, M. Prevention of distribution network overvoltage by adaptive droop-based active and reactive power control of PV systems. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.133, n.Supplement C, p.313 – 327, 2016.

GLOVER, J. D. D.; SARMA, M. S. **Power System Analysis and Design**. 3rd.ed. Pacific Grove, CA, USA: Brooks/Cole Publishing, 2001.

HERMOSILLA, C.; WOLENSKI, P. Constrained and impulsive Linear Quadratic control problems. **IFAC-PapersOnLine**, [S.l.], v.50, n.1, p.1637 – 1642, 2017. 20th IFAC World Congress.

JU, P. et al. Load modeling for wide area power system. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Amsterdã, Holanda, v.33, n.4, p.909 – 917, 2011.

KLONARI, V. et al. Probabilistic framework for evaluating droop control of photovoltaic inverters. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.129, p.1 – 9, 2015.

LIU, K.-Z.; YAO, Y. **Gain-Scheduled Control**. Singapura: John Wiley and Sons Singapore, 2016. 407–435 p.

MADHU, N.; SASIDHARAN, N.; SINGH, J. G. A droop control incorporated dc equivalent power flow method for distribution and low voltage systems. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.134, p.56 – 65, 2016.

MALIK, F. H.; LEHTONEN, M. A review: agents in smart grids. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.131, p.71 – 79, 2016.

MEHRASA, M. et al. A control plan for the stable operation of microgrids during grid-connected and islanded modes. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.129, p.10 – 22, 2015.

MELLO, A. P. C. de; PFITSCHER, L. L.; BERNARDON, D. P. Coordinated Volt/VAr control for real-time operation of smart distribution grids. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.151, n.Supplement C, p.233 – 242, 2017.

MOSLEMI, R.; MOHAMMADPOUR, J. Accurate reactive power control of autonomous microgrids using an adaptive virtual inductance loop. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, Holanda, v.129, p.142 – 149, 2015.

NAAMANE, A.; MSIRDI, N. Towards a Smart Grid Communication. **Energy Procedia**, Amsterdã, Holanda, v. 151, p.428 – 433, 2015. Sustainability in Energy and Buildings: Proceedings of the 7th International Conference SEB-15.

NIKKHAJOEI, H.; LASSETER, R. H. Distributed Generation Interface to the CERTS Microgrid. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Nova Jersey, EUA, v.24, n.3, p.1598–1608, July 2009.

OUREILIDIS, K. O.; DEMOULIAS, C. S. A decentralized impedance-based adaptive droop method for power loss reduction in a converter-dominated islanded microgrid. **Sustainable Energy, Grids and Networks**, Amsterdã, Holanda, v.5, n.Supplement C, p.39 – 49, 2016.

PAGANI, G. A.; AIELLO, M. From the grid to the smart grid, topologically. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Amsterdã, Holanda, v.449, p.160 – 175, 2016.

- RAJESH, K. et al. A review on control of ac microgrid. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.71, n.Supplement C, p.814 – 819, 2017.
- RUDION, K. et al. Design of benchmark of medium voltage distribution network for investigation of DG integration. Em: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006, Montreal. **Procedimentos...** New York: IEEE, 2006. p. 1-6
- SAYARI, N. A.; CHILUPI, R.; BARARA, M. An adaptive control algorithm for grid-interfacing inverters in renewable energy based distributed generation systems. **Energy Conversion and Management**, Amsterdã, Holanda, v.111, p.443 – 452, 2016.
- SCHIFFER, J. et al. Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.50, n.10, p.2457 – 2469, 2014.
- SCHIFFER, J. et al. A survey on modeling of microgrids: from fundamental physics to phasors and voltage sources. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.74, p.135 – 150, 2016.
- SCHIFFER, J. et al. Voltage Stability and Reactive Power Sharing in Inverter-Based Microgrids With Consensus-Based Distributed Voltage Control. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, Nova Jersey, EUA, v.24, n.1, p.96 – 109, 2016.
- SIMPSON-PORCO, J. W.; DÖRFLER, F.; BULLO, F. Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids. **Automatica**, Amsterdã, Holanda, v.49, n.9, p.2603 – 2611, 2013.
- SINGH, S.; GAUTAM, A. R.; FULWANI, D. Constant power loads and their effects in {DC} distributed power systems: a review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.72, p.407 – 421, 2017.
- TAYAB, U. B. et al. A review of droop control techniques for microgrid. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.76, n.Supplement C, p.717 – 727, 2017.
- WANG, W.; LU, Z. Cyber security in the Smart Grid: survey and challenges. **Computer Networks**, Amsterdã, Holanda, v.57, n.5, p.1344 – 1371, 2013.
- YANG, J.; ZHANG, G.; MA, K. A nonlinear control method for price-based demand response program in smart grid. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Amsterdã, Holanda, v.74, p.322 – 328, 2016.
- ZHANG, Y.; CHEN, W.; GAO, W. A survey on the development status and challenges of smart grids in main driver countries. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Amsterdã, Holanda, v.79, n.Supplement C, p.137 – 147, 2017.

APÊNDICE A ALGORITMOS

Todos os algoritmos desenvolvidos neste trabalho utilizaram o software Matlab e sua extensão, Simulink.

A.1 Código Matlab do cálculo do ponto de equilíbrio do *Droop Control*

Neste algoritmo, é utilizado o método de Newton-Rapson para calcular o ponto de equilíbrio do método *Droop Control*.

```

B = 1e-3*[-151.331016905700 101.331016905700 0 0 0;
101.331016905700 -244.398700000000 54.2765604716282 0 0;
0 54.2765604716282 -328.774661405510 200.562430610628 0;
0 0 200.562430610628 -394.160016297329 136.649073740326;
0 0 0 136.649073740326 -190.133101690570];
nbus = length(B);

Qd = 0.05*ones(nbus,1);
Kq = 0.1*ones(nbus,1);
K = Kq;

Qnovo = zeros(nbus,1);
Tol = 1;
Iter = 0;

while (Tol > 1e-5 && Iter<1000)
Q = Qnovo;

df = zeros(nbus, nbus);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
if k == i
for n = 1:nbus
if n ~= i
df(i,k) = df(i,k) + B(i,n)*(-K(i)*(1+K(n)*Qd(n))+K(i)*K(n)*Q(n));
end
end
end

```

```

df(i,k) = -df(i,k) -1 + 2*B(i,i)*K(i)*((1+K(i)*Qd(i))-K(i)*Q(i));

dQ = inv(df)*f;
Tol = max(abs(dQ));
Qnovo = Q - dQ;
Iter = Iter+1;
end else
df(i,k) = - B(i,k)*(-K(k)*(1+K(i)*Q(i))+K(i)*K(k)*Q(i));
end
end
end

f = zeros(nbus,1);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
f(i) = f(i) + B(i,k)*((1+K(i)*Qd(i) - K(i)*Q(i))*(1+K(k)*Qd(k)
- K(k)*Q(k)));
end
f(i) = -f(i)- Q(i);
end
V = 1 - K.*(Q-Qd);
|

```

A.2 Código para simulação dinâmica do *Droop Control*

```

% Simulação "dinâmica"
clear all;
clc;

Y = OPinfo(1);
B = imag(Y);
B(1,2) = B(1,2)*0.9;

dt = 0.001;
numSim = 2000;
simTime = numSim*dt;
nbus = length(B);
V = ones(nbus,numSim);
V(:,1) = [1.01088548665687;
1.01057364535694;
1.01071318590048;
1.01020292980710;
1.01023508298137];

Q = zeros(nbus, numSim);
Q(:,1) = [-0.0588548665686673;
-0.0557364535693920;
-0.0571318590048249;

```

```

-0.0520292980710324;
-0.0523508298136847];

Qm = Q;
Qd = 0.05*ones(nbus,1);
Kq = 0.1*ones(nbus,1);

for t = 2:numSim+1

for i = 1:nbus

sum = 0;
for k = 1:nbus
if i ~= k
sum = sum + (B(i,k))*V(i,t-1)*V(k,t-1);
end
end

Q(i,t) = -(B(i,i))*V(i,t-1)^2 - sum;

Qm(i,t) = Qm(i,t-1)+(Q(i,t-1) - Qm(i,t-1))*dt/0.2;

V(i,t) = 1 - Kq(i)*(Qm(i,t)-Qd(i));

end
end

t = (1:numSim)*dt;

plot(t, Q(1,2:numSim+1));
title('Potências reativas');
xlabel('tempo [s]');
ylabel('Potência reativa [pu]');
grid on;
hold on;

plot(t, Q(2,2:numSim+1),'red');
plot(t, Q(3,2:numSim+1),'green');
plot(t, Q(4,2:numSim+1),'yellow');
plot(t, Q(5,2:numSim+1),'black');

legend('Q1','Q2','Q3','Q4','Q5');
hold off;

figure(2)
plot(t, V(1,2:numSim+1));
title('Tensões');
xlabel('tempo [s]');

```

```

ylabel('Tensão [pu]');
grid on;
hold on;

plot(t, V(2,2:numSim+1),'red');
plot(t, V(3,2:numSim+1),'green');
plot(t, V(4,2:numSim+1),'yellow');
plot(t, V(5,2:numSim+1),'black');

legend('V1','V2','V3','V4','V5');
hold off;

```

A.3 Cálculo da Redução de Kron

```

%barras que não são reduzidas: 3,5,8,10,11
Y= ybusppg(12);
[row,col]=size(Y);

for cont = 1:12
p = 13-cont;
if p~=3 & p~=5 & p~=8 & p~=10 & p~=11

[row,col]=size(Y);
Y_new=zeros(row,col);

%In this loop all p column and row is replaced by 0 and
%other by respective value
for k=1 :row
for l=1 : col
if k==p || l==p
Y_new(k,l)=0;
else
Y_new(k,l)=Y(k,l)-((Y(k,p)*Y(p,l))/(Y(p,p)));
end
end
end

% To remove p row and colum
Y_new(:, p) = [];
Y_new(p, :) = [];
Y = Y_new;
end
end

```

A.4 Cálculo da matriz de admitâncias

```

function Y = ybusppg(num) % Returns Y

linedata = linedatas(num); % Calling Linedatas...
fb = linedata(:,1); % From bus number...
tb = linedata(:,2); % To bus number...
r = linedata(:,3); % Resistance, R...
x = linedata(:,4); % Reactance, X...
b = linedata(:,5); % Ground Admittance, B/2...
a = linedata(:,6); % Tap setting value..
z = r + i*x; % z matrix...
y = 1./z; % To get inverse of each element...
b = i*b; % Make B imaginary...

nb = max(max(fb),max(tb)); % No. of buses...
nl = length(fb); % No. of branches...
Y = zeros(nb,nb); % Initialise YBus...

% Formation of the Off Diagonal Elements...
for k = 1:nl
Y(fb(k),tb(k)) = Y(fb(k),tb(k)) - y(k)/a(k);
Y(tb(k),fb(k)) = Y(fb(k),tb(k));
end

% Formation of Diagonal Elements....
for m = 1:nb
for n = 1:nl
if fb(n) == m
Y(m,m) = Y(m,m) + y(n)/(a(n)^2) + b(n);
elseif tb(n) == m
Y(m,m) = Y(m,m) + y(n) + b(n);
end
end
end
%Y; % Bus Admittance Matrix
%Z = inv(Y); % Bus Impedance Matrix

```

A.5 Informações de impedância da rede e inserção de uma linha

O seguinte código foi utilizado como uma função para fornecer as informações das linhas para o cálculo das admitâncias

```

function linedt = linedatas(impEq)

%      | From | To   | R      | X      | B/2   | X'mer |
%      | Bus  | Bus  | pu     | pu     | pu    | TAP (a) |
linedat12 = [1      2  0.019389383  0.01228998  0.0008357464      1
2      3  0.008608003  0.00593112  0.0544814319      1

```

```

3      4  0.001897874  0.00087649  0.0073732855      1
4      5  0.002354114  0.00085785  0.0047633125      1
5      6  0.006144638  0.00230423  0.0157648932      1
6      7  0.000729604  0.00037050  0.0016832758      1
7      8  0.005830423  0.00243925  0.0174445876      1
8      9  0.001288208  0.00049400  0.0026072868      1
9     10  0.003648379  0.00121612  0.0069402299      1
10    11  0.001438190  0.00052119  0.0028069520      1
11     4  0.002461346  0.00077971  0.0045335036      1
3      8  0.002655266  0.00177532  0.0159463527      1];

```

```
%com carga e geração
```

```
New = impEq;
```

```
%adicionar as impedâncias das cargas e geradores
```

```
re = real(New);
```

```
im = imag(New);
```

```
%loop para adicionar
```

```
for i = 1:length(New)
```

```
if New(i) ~= 0
```

```
linedat12 = [linedat12
```

```
i 12 re(i) im(i) 0 1];
```

```
end
```

```
end
```

```
linedt = linedat12;
```

```
end
```

A.6 Código que calcula a matriz de admitâncias Y

```
% Program to for Admittance And Impedance Bus Formation....
```

```
function Y = ybusppg(impEq) % Returns Y
```

```
linedata = linedatas(impEq); % Calling Linedatas...
```

```
fb = linedata(:,1); % From bus number...
```

```
tb = linedata(:,2); % To bus number...
```

```
r = linedata(:,3); % Resistance, R...
```

```
x = linedata(:,4); % Reactance, X...
```

```
b = linedata(:,5); % Ground Admittance, B/2...
```

```
a = linedata(:,6); % Tap setting value..
```

```
z = r + i*x; % z matrix...
```

```
y = 1./z; % To get inverse of each element...
```

```
b = i*b; % Make B imaginary...
```

```
nb = max(max(fb),max(tb)); % No. of buses...
```

```
n1 = length(fb); % No. of branches...
```



```

Y = zeros(nb,nb); % Initialise YBus...

% Formation of the Off Diagonal Elements...
for k = 1:nl
Y(fb(k),tb(k)) = Y(fb(k),tb(k)) - y(k)/a(k);
Y(tb(k),fb(k)) = Y(fb(k),tb(k));
end

% Formation of Diagonal Elements....
for m = 1:nb
for n = 1:nl
if fb(n) == m
Y(m,m) = Y(m,m) + y(n)/(a(n)^2) + b(n);
elseif tb(n) == m
Y(m,m) = Y(m,m) + y(n) + b(n);
end
end
end

```

A.7 Código para simulação dinâmica da rede

Este código é utilizado para calcular a resposta dinâmica da rede dependendo do ponto de operação e do tipo de simulação. Também são calculados os critérios de desempenho em cada situação.

```

% Simulação "dinâmica"
clear all;
clc;

pt = 3;
simulation = 3;
[ B, V0, Qm0, int ] = OPinfo(pt);
%B(3,4) = B(3,4)*0.9;

dt = 0.0001;
numSim = 1200000; %
simTime = numSim*dt;
nbus = length(B);
V = ones(nbus,numSim+1);
Vd = ones(1,nbus);
tal = 0.2;
% steady-state voltage
V(:,1) = V0;
Qm(:,1) = Qm0;
Q = zeros(nbus, numSim+1);
e = zeros(nbus, numSim+1);

switch simulation

```

```

case 1 %proporcional
gains = [0.0124763971586567;
0.0123098469473628;
0.0126557740159486;
0.0123449990985024;
0.0125795265065153]';
K = gains(pt)*ones(1,5);
case 2 %distribuído
gains = [0.0183      0.0191      0.0103      0.0075      0.0120
0.0183      0.0190      0.0105      0.0073      0.0116
0.0186      0.0197      0.0105      0.0076      0.0119
0.0183      0.0185      0.0103      0.0074      0.0119
0.0185      0.0196      0.0104      0.0074      0.0120];
K = gains(pt,:);
case 3
gains = [0.00629764020819090 0.00573553965838425
0.00419545308753300 0.0131333130450173 0.0142815921651120;
0.00429928558446591 0.00289808512435741
0.00511223072589928 0.0133461148670904 0.0221392398804028;
7.50928653161509e-05 0.00332082710030690
0.00282221583927367 0.0127843211207050 0.0153853073676373;
0.00392861915682996 0.00406939977432330
0.00242447023936165 0.0112120127099615 0.0126645855160064;
0.00308933436736314 0.00416289994220165
0.00231482751121348 0.0118096384699697 0.0119499500188454];
K = gains(pt,:);
end

for t = 2:numSim+1

%calcula o valor de Q em função de V
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
Q(i,t) = Q(i,t) - (B(i,k))*V(i,t-1)*V(k,t-1);
end

%realizando a integral:
Qm(i,t) = Qm(i,t-1)+(Q(i,t-1) - Qm(i,t-1))*dt/tal;
end

for i = 1:nbus
if i>1 && i<nbus
e(i,t) = Qm(i,t)-Qm(i-1,t)+Qm(i,t)-Qm(i+1,t);
elseif i == 1
e(i,t) = Qm(i,t)-Qm(i+1,t);
else
e(i,t) = Qm(i,t)-Qm(i-1,t);
end
end

```

```

%fazendo a integral:
int(i) = int(i) + K(i)*e(i,t)*dt;
V(i,t) = Vd(i) - int(i);
end

%parte para variar B. Sequencia: 3 1 2 4 5
B = rampB(t);
if t<=100000
K = [7.50928653161509e-05 0.00332082710030690
0.00282221583927367 0.0127843211207050 0.0153853073676373];
elseif t > 100000 && t<= 400000
K = [0.00629764020819090 0.00573553965838425
0.00419545308753300 0.0131333130450173 0.014281592165112];
elseif t>400000 && t <= 700000
K = [0.00429928558446591 0.00289808512435741
0.00511223072589928 0.0133461148670904 0.0221392398804028];
elseif t>700000 && t<=1000000
K = [ 0.00392861915682996 0.00406939977432330
0.00242447023936165 0.0112120127099615 0.0126645855160064];
else
K = [0.00308933436736314 0.00416289994220165
0.00231482751121348 0.0118096384699697 0.0119499500188454];
end

end

t = (1:numSim)*dt;

subplot(2,1,1);
plot(t, Q(1,2:numSim+1));
title('Potências reativas nas barras');
xlabel('tempo [s]');
ylabel('Potência reativa [pu]');
grid on;
hold on;

plot(t, Q(2,2:numSim+1),'red');
plot(t, Q(3,2:numSim+1),'green');
plot(t, Q(4,2:numSim+1),'yellow');
plot(t, Q(5,2:numSim+1),'black');
legend('Q1','Q2','Q3','Q4','Q5');
hold off;

subplot(2,1,2);
plot(t, V(1,2:numSim+1));

```

```

title('Tensões nas barras');
xlabel('tempo [s]');
ylabel('Tensão [pu]');
grid on;
hold on;
plot(t, V(2,2:numSim+1),'red');
plot(t, V(3,2:numSim+1),'green');
plot(t, V(4,2:numSim+1),'yellow');
plot(t, V(5,2:numSim+1),'black');
legend('V1','V2','V3','V4','V5');
hold off;

%% critérios de desempenho

for s = 1:5
Sq(s) = stepinfo(Q(s,2:numSim+1),t);
Sv(s) = stepinfo(V(s,2:numSim+1),t);
end

overshootQ = 0;
overshootV = 0;
setQ = 0;
setV = 0;
for s = 1:5
overshootQ = overshootQ + Sq(s).Overshoot;
overshootV = overshootV + Sv(s).Overshoot;
setQ = setQ + Sq(s).SettlingTime;
setV = setV + Sv(s).SettlingTime;
end

overshootQ = overshootQ/s;
overshootV = overshootV/s;
setQ = setQ/s;
setV = setV/s;

%% Calcular a matriz de derivadas de Q em relação a V
%(utilizando a V final de simulação!)

dQ = zeros(nbus, nbus);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
if k == i
soma = 0;
for n = 1:nbus
soma = soma + B(i,n)*V(i)*V(n);
end
soma = soma - B(i,i)*V(i,1)*V(i,1);

```

```

dQ(i,k) = -2*B(i,i)*V(i,1)-soma;
else
dQ(i,k) = - B(i,k)*V(k,1);
end
end
end
end

```

```

T = tal*eye(5,5);
%matriz de comunicação
C = [1 -1 0 0 0;
-1 2 -1 0 0;
0 -1 2 -1 0;
0 0 -1 2 -1;
0 0 0 -1 1];

```

```
Tinv = inv(T);
```

```

Kmatriz = [K(1) 0 0 0 0;
0 K(2) 0 0 0;
0 0 K(3) 0 0;
0 0 0 K(4) 0 ;
0 0 0 0 K(5)];

```

```

A1 = zeros(nbus,nbus);
A2 = - Kmatriz*C;
A3 = Tinv*dQ;
A4 = -Tinv;

```

```

A = [A1 A2; A3 A4];
polosDVC = eig(A);

```

A.8 Algoritmo para calcular os ganhos do método proporcional

```

%% para variar k até aproximar os autovalores da matriz aos autovalores
clear all;
clc;

gains = zeros(1,5);

for num = 1:5

[ B, V, Q, int ] = OPinfo(num);

nbus = length(B);
tal = 0.2;
const = 0.4;
K = const*ones(5,1);

```

```

med = 4;

%% Calcular a matriz de derivadas de Q em relação a V:
dQ = zeros(nbus, nbus);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
if k == i
soma = 0;
for n = 1:nbus
soma = soma + B(i,n)*V(i)*V(n);
end
soma = soma - B(i,i)*V(i,1)*V(i,1);
dQ(i,k) = -2*B(i,i)*V(i,1)-soma;
else
dQ(i,k) = - B(i,k)*V(k,1);
end
end
end

T = tal*eye(5,5);
%matriz de comunicação
C = [1 -1 0 0 0;
-1 2 -1 0 0;
0 -1 2 -1 0;
0 0 -1 2 -1;
0 0 0 -1 1];
Tinv = inv(T);

cont = 0;
media = 1;
while abs(media-med) > 0.01 && cont<200

K = const*ones(5,1);
Kmatriz = [K(1) 0 0 0 0;
0 K(2) 0 0 0;
0 0 K(3) 0 0;
0 0 0 K(4) 0 ;
0 0 0 0 K(5)];

A1 = zeros(nbus,nbus);
A2 = - Kmatriz*C;
A3 = Tinv*dQ;
A4 = -Tinv;

A = [A1 A2; A3 A4];
polos = eig(A);

```

```

media = mean(abs(imag(polos)));
cont = cont+1;

if media > med
const = abs(const - abs(media-med)/1000);
else const = const + abs(media-med)/1000;
end

end

gains(num) = const

end

```

A.9 Algoritmo para calcular os ganhos no método de ganhos independentes

```

%% para variar k até aproximar os autovalores
%da matriz aos autovalores descritos por polos
clear all;
clc;

gains = zeros(1,5);

for num = 1:5

[ B, V, Q, int ] = OPinfo(num);

nbus = length(B);
tal = 0.2;
const = 0.4;
K = const*ones(5,1);
med = 4;

%% Calcular a matriz de derivadas de Q em relação a V:
dQ = zeros(nbus, nbus);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
if k == i
soma = 0;
for n = 1:nbus
soma = soma + B(i,n)*V(i)*V(n);
end
soma = soma - B(i,i)*V(i,1)*V(i,1);
dQ(i,k) = -2*B(i,i)*V(i,1)-soma;
else
dQ(i,k) = - B(i,k)*V(k,1);
end

```

```

end
end

T = tal*eye(5,5);
%matriz de comunicação
C = [1 -1 0 0 0;
     -1 2 -1 0 0;
       0 -1 2 -1 0;
       0 0 -1 2 -1;
       0 0 0 -1 1];
Tinv = inv(T);

cont = 0;
media = 1;
while abs(media-med) > 0.01  && cont<200

K = const*ones(5,1);
Kmatriz = [K(1) 0 0 0 0;
           0 K(2) 0 0 0;
           0 0 K(3) 0 0;
           0 0 0 K(4) 0 ;
           0 0 0 0 K(5)];

A1 = zeros(nbus,nbus);
A2 = - Kmatriz*C;
A3 = Tinv*dQ;
A4 = -Tinv;

A = [A1 A2; A3 A4];
polos = eig(A);

media = mean(abs(imag(polos)));
cont = cont+1;

if media > med
const = abs(const - abs(media-med)/1000);
else const = const + abs(media-med)/1000;
end

end

gains(num) = const

end

```


A.10 Algoritmo para calcular os ganhos com LQR modificado

```

%% aplicar algoritmo para calcular K usando LQR modificado
% LQR controle
clear all;
clc;

gains = zeros(10,5);

for num = 7:11

[ B, V0, Qm0, int ] = OPinfo(num);

nbus = length(B);
% steady-state voltage considering the stability
%spot as when applied the line 7->(1,2) = B(1,2)*0.9;
V(:,1) = V0;

%steady state measured reactive power
Qm(:,1) = Qm0;
tal = 0.2;

% Calcular a matriz de derivadas de Q em relação a V:

dQ = zeros(nbus, nbus);
for i = 1:nbus
for k = 1:nbus
if k == i
soma = 0;
for n = 1:nbus
soma = soma + B(i,n)*V(i)*V(n);
end
soma = soma - B(i,i)*V(i,1)*V(i,1);
dQ(i,k) = -2*B(i,i)*V(i,1)-soma;
else
dQ(i,k) = - B(i,k)*V(k,1);
end
end
end

T = tal*eye(5,5);
%matriz de comunicação
C = [1 -1 0 0 0;
-1 2 -1 0 0;
0 -1 2 -1 0;
0 0 -1 2 -1;
0 0 0 -1 1];
Tinv = inv(T);

```

```

A1 = zeros(nbus,nbus);
A2 = zeros(nbus,nbus);
A3 = Tinv*dQ;
A4 = -Tinv;

A = [A1 A2; A3 A4];
polos1 = eig(A);
A = A - eye(2*nbus,2*nbus);
polos2 = eig(A);

if num == 6
D =[1.0000      0      0      0      0
0    0.6667      0      0      0
0      0    0.5000      0      0
0      0      0    1.1111      0
0      0      0      0    2.0000];
B = [C*D;zeros(nbus,nbus)];
elseif num == 7 || num == 8
D =[1.1765      0      0      0      0
0    1.1111      0      0      0
0      0    1.0000      0      0
0      0      0    0.9524      0
0      0      0      0    1.0526];
B = [C*D;zeros(nbus,nbus)];
else
B = [C;zeros(nbus,nbus)];
end
%gamma = P*A + A'*P - P*(B*inv(R)*B')P;

%passo 1
Q = eye(nbus*2,nbus*2);

beta = 0.1;%mudar o beta para 0.1
tol = 10;
tol2 = 0.00001;
%L = [zeros(nbus,nbus) zeros(nbus,nbus)];
fim = 1;
l = 2;
dif = 10;
mod = 10*ones(1000,1);
mod(2) = 5;
L = zeros(5,10,500);

%lgr(A,B);

%%
while l<500 && dif>5e-10

```

```

R = eye(nbus,nbus);
j = j+1;
%passo 2
gama = (Q+L(:, :, l-1)' * (R+beta*eye(nbus)) * L(:, :, l-1));
[K, S, e] = lqr(A, B, gama, R);
%passo 3

%passo 8
matriz2 = [K(1,6) 0 0 0 0; 0 K(2,7) 0 0 0;
0 0 K(3,8) 0 0 ; 0 0 0 K(4,9) 0 ; 0 0 0 0 K(5,10)];
L(:, :, l) = K - [zeros(nbus,nbus) matriz2];

if l == 2
mod(l) = norm(L(:, :, l));
else
mod(l) = norm(L(:, :, l) - L(:, :, l-1))/norm(L(:, :, l));
end
dif2(num) = norm(L(:, :, l));
dif = abs(mod(l-1) - mod(l));
%passo 10
L(:, :, l);
l = l+1;
end
l
%passo 12
K = K-L(:, :, l);
gains(num, :) = [K(1,6) K(2,7) K(3,8) K(4,9) K(5,10)];

end

Kmatriz = [gains(num,1) 0 0 0 0;
0 gains(num,2) 0 0 0;
0 0 gains(num,3) 0 0;
0 0 0 gains(num,4) 0 ;
0 0 0 0 gains(num,5)];
A2 = - Kmatriz*C;
A = [A1 A2; A3 A4];

polos = eig(A);
plot(polos, 'o');
grid on;

```

A.11 Código com todas as informações dos pontos de operação

```

function [ B, V, Qm, int ] = OPinfo( num )
%função para devolver à simulação as informações dos pontos de operação
Y = KronReduction();
B = imag(Y);

```

```

switch num
case 1
%B(3,4) = B(3,4)*0.9; %valor de step a ser aplicado, diminuição de carga
V = [1.00037941892220;1.00006228369202;
1.00020463562162;0.999659595209661;0.999694066554498];
Qm = [-0.0541079294726215;-0.0541025853011109;
-0.0540900562086783;-0.0540748038669979;-0.0540673337951640];
int = [-0.000379418922200755;-6.22836920244295e-05;
-0.000204635621615809;0.000340404790339155;0.000305933445501811];
case 2
B(3,4) = B(3,4)*0.9;%step aplicado
B(1,2) = B(1,2)*0.9;
B(5,4) = B(5,4)*1.05;
B(3,4) = B(3,4)*0.95;
B(2,5) = B(2,5)*1.05;
B(3,1) = B(3,1)*0.9;
B(4,2) = B(4,2)*0.95;
V = [0.949913589399446;1.02016058629334;
0.898275740459329;1.05204166947127;1.07960841437662];
Qm = [3.68625516894338;3.68215595806595;
3.67275158221573;3.66131456004391;3.65567208864456];
int = [0.0500864106005544;-0.0201605862933355;
0.101724259540671;-0.0520416694712677;-0.0796084143766217];
case 3
B(4,4) = B(4,4)*0.95; %mexer na diagonal
V = [0.975264115708902;0.964632946764703;
0.981752827442651;1.05604438470101;1.02230572538274];
Qm = [-3.04481134569383;-3.04995706730388;
-3.06214677248830;-3.07694202013034;-3.08406731336060];
int = [0.0247358842910984;0.0353670532352966;
0.0182471725573489;-0.0560443847010071;-0.0223057253827363];
case 4
B(2,2) = B(2,2)*1.05; % mexer na diagonal para cima
V = [1.00321401103206;0.967369546837148;
1.00636793894020;1.01311239217860;1.00993611101199];
Qm = [1.13881577432883;1.13767350613098;
1.13502383422355;1.13179303103477;1.13020890184904];
int = [-0.00321401103205660;0.0326304531628518;
-0.00636793894020452;-0.0131123921785995;-0.00993611101199069];
case 5
B(3,4) = B(3,4)*1.03;%aumentar várias
B(1,2) = B(1,2)*1.03;
B(5,4) = B(5,4)*1.03;
B(3,4) = B(3,4)*1.03;
B(2,5) = B(2,5)*1.03;
B(3,1) = B(3,1)*1.03;
B(4,2) = B(4,2)*1.03;

```

```

V = [1.00192115931531;0.983691399837146;
1.01839033743856;0.993096871355532;1.00290023205345];
Qm = [-3.75247068436715;-3.75279549377533;
-3.75355992057829;-3.75449268044903;-3.75495114762600];
int = [-0.00192115931531488;0.0163086001628545;
-0.0183903374385564;0.00690312864446855;-0.00290023205345164];
case 6 %com as ponderações
B(4,4) = B(4,4)*0.95; %mexer na diagonal
V =[0.975354471052319;0.960379075476650;
0.976205799666860;1.06971469710223;1.03728952443432];
Qm = [-2.60698340536264;-3.90016071522918;
-5.21244499959797;-2.34916726700939;-1.30586933361055];
int = [0.0246455289476811;0.0396209245233497;
0.0237942003331402;-0.0697146971022327;-0.0372895244343211];
case 7 % ponto 1 novamente
int = [-0.000395163623397607;-8.50291351394107e-05;
-0.000197117991385643;0.000380290579606335;0.000329311729163613];
V = [1.00039516362340;1.00008502913514;
1.00019711799139;0.999619709420394;0.999670688270836];
Qm = [-0.0483995096751357;-0.0512452669153589;
-0.0569349886632751;-0.0597770395188206;-0.0540820066063361];
case 8 %ponto 2 novamente
B(3,4) = B(3,4)*0.9;
B(1,2) = B(1,2)*0.9;
B(5,4) = B(5,4)*1.05;
B(3,4) = B(3,4)*0.95;
B(2,5) = B(2,5)*1.05;
B(3,1) = B(3,1)*0.9;
B(4,2) = B(4,2)*0.95;
Qm = [3.28622963389163;3.47947871567424;
3.86576810586730;4.05876904669270;3.67212451670048];
V = [0.949237518809449;1.01910861385182;
0.899210706143871;1.05522804328995;1.08179142027116];
int = [0.0507624811905507;-0.0191086138518167;
0.100789293856129;-0.0552280432899532;-0.0817914202711639];
case 9 %ponto 3 novamente
B(4,4) = B(4,4)*0.95; %mexer na diagonal
int = [0.0146576147955784;0.0249723118449086;
0.00944181565248468;-0.0637353579669402;-0.0306684481727310];
Qm = [-2.79111266936928;-2.95526832083612;
-3.28355783639896;-3.44764107999887;-3.11925336567293];
V = [0.985342385204422;0.975027688155091;
0.990558184347515;1.06373535796694;1.03066844817273];
case 10
B(2,2) = B(2,2)*1.05; %ponto 4 de novo!
int = [-0.00290056222462187;0.0330869599373930;
-0.00654481948813585;-0.0139803449873827;-0.0104629228649856];
V = [1.00290056222462;0.966913040062607;

```

```

1.00654481948814;1.01398034498738;1.01046292286499];
Qm = [1.01610620835974;1.07574417848228;
1.19485158419199;1.25417378446028;1.13455537063351];
case 11
B(3,4) = B(3,4)*1.03;%aumentar várias
B(1,2) = B(1,2)*1.03;
B(5,4) = B(5,4)*1.03;
B(3,4) = B(3,4)*1.03;
B(2,5) = B(2,5)*1.03;
B(3,1) = B(3,1)*1.03;
B(4,2) = B(4,2)*1.03;
int = [-0.00291020464988292;0.0147917496308738;
-0.0177493397558423;0.00988831732427241;-0.00104994017692575];
V = [1.00291020464988;0.985208250369126;
1.01774933975584;0.990111682675728;1.00104994017693];
Qm = [-3.35530408256785;-3.55176087684340;
-3.94394503455091;-4.13875835974014;-3.74354362603708];

end

end

```

A.12 Código para aplicar a variação da admitância

Este código foi utilizado para simular uma variação de admitância no sistema, transitando entre os 5 pontos de operação estudados.

```

function [ Bout ] = rampB( t )
%UNTITLED Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
time = t/10000;
B =[-288.0336   60.8793  174.0230    0.0035   53.2681
60.8793 -122.9178   27.2726   -0.0005   34.8101
174.0230   27.2726 -263.8901   62.6557    0.0005
0.0035   -0.0005   62.6557 -285.3743   222.7279
53.2681   34.8101    0.0005   222.7279 -310.7942];

B3 = B;
B3(4,4) = B3(4,4)*0.95; %mexer na diagonal

B4 = B;
B4(2,2) = B4(2,2)*1.05; % mexer na diagonal para cima

B5 = B;
B5(3,4) = B5(3,4)*1.03;%aumentar várias
B5(1,2) = B5(1,2)*1.03;
B5(5,4) = B5(5,4)*1.03;
B5(3,4) = B5(3,4)*1.03;
B5(2,5) = B5(2,5)*1.03;

```

```

B5(3,1) = B5(3,1)*1.03;
B5(4,2) = B5(4,2)*1.03;

B1 = B;
B(3,4) = B(3,4)*0.9;%define B2
B(1,2) = B(1,2)*0.9;
B(5,4) = B(5,4)*1.05;
B(3,4) = B(3,4)*0.95;
B(2,5) = B(2,5)*1.05;
B(3,1) = B(3,1)*0.9;
B(4,2) = B(4,2)*0.95;
B2 = B;

%entre 0 e 5
m01 = (B1 - B3)/20;
c01 = B1 - 20*m01;

%entre 5 e 10
m12 = (B2 - B1)/20;
c12 = B2 - 50*m12;

%entre 10 e 15
m23 = (B4 - B2)/20;
c23 = B4 - 80*m23;

%entre 15 e 20
m34 = (B5 - B4)/20;
c34 = B5 - 110*m34;

if time <= 20
Bout = m01*time + c01;
elseif time > 20 && time <= 30
Bout = m01*20 + c01;
elseif time > 30 && time <= 50
Bout = m12*time + c12;
elseif time > 50 && time <= 60
Bout = m12*50 + c12;
elseif time > 60 && time <= 80
Bout = m23*time + c23;
elseif time > 80 && time <= 90
Bout = m23*80 + c23;
elseif time > 90 && time <= 110
Bout = m34*time + c34;
else
Bout = B5;
end
end

```

APÊNDICE B MATRIZES

B.1 Matrizes de admitância dos pontos de operação

A seguir, as matrizes B para os 5 pontos de simulação:

$$B_1 = \begin{bmatrix} -288.0336 & 60.8793 & 174.0230 & 0.0035 & 53.2681 \\ 60.8793 & -122.9178 & 27.2726 & -0.0005 & 34.8101 \\ 174.0230 & 27.2726 & -263.8901 & 62.6557 & 0.0005 \\ 0.0035 & -0.0005 & 62.6557 & -285.3743 & 222.7279 \\ 53.2681 & 34.8101 & 0.0005 & 222.7279 & -310.7942 \end{bmatrix} \quad (93)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -288.0336 & 54.7914 & 174.0230 & 0.0035 & 53.2681 \\ 60.8793 & -122.9178 & 27.2726 & -0.0005 & 36.5506 \\ 156.6207 & 27.2726 & -263.8901 & 53.5706 & 0.0005 \\ 0.0035 & -0.0004 & 62.6557 & -285.3743 & 222.7279 \\ 53.2681 & 34.8101 & 0.0005 & 233.8643 & -310.7942 \end{bmatrix} \quad (94)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} -288.0336 & 60.8793 & 174.0230 & 0.0035 & 53.2681 \\ 60.8793 & -122.9178 & 27.2726 & -0.0005 & 34.8101 \\ 174.0230 & 27.2726 & -263.8901 & 62.6557 & 0.0005 \\ 0.0035 & -0.0005 & 62.6557 & -271.1056 & 222.7279 \\ 53.2681 & 34.8101 & 0.0005 & 222.7279 & -310.7942 \end{bmatrix} \quad (95)$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} -288.0336 & 60.8793 & 174.0230 & 0.0035 & 53.2681 \\ 60.8793 & -129.0637 & 27.2726 & -0.0005 & 34.8101 \\ 174.0230 & 27.2726 & -263.8901 & 62.6557 & 0.0005 \\ 0.0035 & -0.0005 & 62.6557 & -285.3743 & 222.7279 \\ 53.2681 & 34.8101 & 0.0005 & 222.7279 & -310.7942 \end{bmatrix} \quad (96)$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} -288.0336 & 62.7057 & 174.0230 & 0.0035 & 53.2681 \\ 60.8793 & -122.9178 & 27.2726 & -0.0005 & 35.8544 \\ 179.2437 & 27.2726 & -263.8901 & 66.4714 & 0.0005 \\ 0.0035 & -0.0005 & 62.6557 & -285.3743 & 222.7279 \\ 53.2681 & 34.8101 & 0.0005 & 229.4098 & -310.7942 \end{bmatrix} \quad (97)$$

ANEXO A PROVA MATEMÁTICA

A.1 Prova da consideração utilizada no controle LQR

Essa prova é utilizada na seção 5.4.4. Considerando duas matrizes quaisquer M e N , I a matriz identidade, λ_M e λ_N os autovalores das matrizes M e N , respectivamente, e v_M e v_N seus autovetores, tem-se as propriedades:

$$(M - \lambda_M I)v_M = 0 \quad (98)$$

$$(N - \lambda_N I)v_N = 0 \quad (99)$$

Se $N = M - I$, então a segunda Equação 99 pode ser reescrita como:

$$(M - I - \lambda_N I)v_N = 0 \quad (100)$$

ou

$$[M - (1 + \lambda_N)I]v_N = 0 \quad (101)$$

Como as duas expressões são nulas, pode-se igualar:

$$[M - (1 + \lambda_N)I] = (M - \lambda_M I) \quad (102)$$

Daí tem-se que $1 + \lambda_N = \lambda_M$, ou seja:

$$\lambda_N = \lambda_M - 1 \quad (103)$$

Isto prova que, na matriz modificada N , os autovalores serão os mesmos que os da matriz original M , mas deslocados de uma unidade para a esquerda. Ainda, a posição relativa dos autovalores não é modificada, de forma que os ganhos calculados para N podem ser aplicados da mesma maneira para M .