

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MODELADO DINÂMICO DE UN VEHÍCULO AUTÓNOMO ARTICULADO
TODOTERRENO

por

Francisco Puignau

Disertación para obtención de Título de
Máster en Ingeniería

Porto Alegre, Mayo de 2017

MODELADO DINÁMICO DE UN VEHÍCULO AUTÓNOMO ARTICULADO
TODOTERRENO

por

Francisco Puignau
Ingeniero Industrial Mecánico

Tesis sometida al Programa de Postgraduación en Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Federal de Rio Grande do Sul, como parte de los requisitos para obtener el título

Máster en Ingeniería

Área de Desarrollo: Procesos de Fabricación

Orientador: Prof. Dr. Rafael A. C. Laranja

Co - orientador: Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Aprobada por:

Prof. Dr. Flávio José Lorini PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Fabiano Disconzi Wildner. DEMEC / UFRGS

Prof. Dr. Heraldo José de Amorim DEMEC / UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 30 de Mayo de 2017

RESUMEN

Facultad de Ingeniería en conjunto con el Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria desarrolla una plataforma móvil de bajo costo capaz de enfrentar los retos impuestos por la actividad agrícola, más específicamente, asistencia en el transporte de fruta. Es en este contexto que el presente trabajo se enfoca en desarrollar un modelo dinámico de un vehículo autónomo articulado todoterreno para ser aplicado en la mencionada plataforma. El estudio comprende el análisis de la cinemática y dinámica del vehículo. Una vez obtenidos los modelos cinemáticos y dinámicos, se compara los mismos con los obtenidos para un brazo biarticulado sin vínculo a tierra. Finalmente se adaptan los resultados para simulación computacional la cual fue realizada utilizando el ambiente Gazebo del sistema operativo robótico ROS. A través de esta simulación se pudo comprobar la validez del modelo desarrollado para la plataforma robótica autónoma en operación.

Palabras clave: Robot Móvil; Robot Articulado; Robot Todoterreno.

ABSTRACT

Faculty of Engineering in collaboration with the National Agricultural and Livestock Investigation Institute is developing a low cost platform capable of dealing with challenges imposed by agricultural activities, specifically, fruit transportation inside fields. In this context, the consequent dissertation focuses on the development of a dynamic model of an all terrain articulated autonomous vehicle to be applied in the aforementioned platform. The study includes the kinematic and dynamic analysis of the vehicle. Once those models are deducted, they are put together against the ones obtained for a biarticulated robot arm without ground fixation. To sum up, results will be adapted for computational simulation which was done via Gazebo, an ambience of the robot operating system ROS. Through this simulations it was possible to determine the model validity for the autonomous operating robotic platform.

Keywords: Mobile Robot; Articulated Robot; All Terrain Robot.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	Motivación Del Trabajo	2
1.2	Desarrollo De Plataformas Móviles Y Antecedentes Locales	3
1.3	Desarrollo de Vehículos Todoterreno.....	7
1.4	Trabajos Previos	8
1.5	Objetivos del Trabajo	9
1.6	Organización del Trabajo	9
2	MODELADO DINÁMICO	11
2.1	Descripción del Sistema	11
2.1.1	Chasis	13
2.1.2	Ruedas	13
2.1.3	Plataforma	14
2.1.4	Comunicación	14
2.1.5	Articulación	14
2.1.6	Dirección	17
2.1.7	Configuración	17
2.1.8	Motor y Controladora	17
2.1.9	Generalidades	19
2.2	Modelos	20
2.3	Cinemática	21
2.4	Dinámica	30
2.5	Modelo de la plataforma DM3	34
2.6	Ecuacionamiento basado en brazo biarticulado sin vínculo a tierra	38
3	ANÁLISIS DE LOS MODELOS.....	43
3.1	Sistema operativo de Robots	45
3.2	Aplicación de sistema operativo robótico	45
3.3	Software de Simulación Gazebo	47
3.4	Modelo de la Plataforma	48

3.5	Ensayos en la Plataforma dm3.....	50
4	CONCLUSIONES	51
	4.1 Trabajos Futuros	51
5	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Robot Elsie	4
Figura 1.2	Robomower	5
Figura 1.3	Fotografía de prototipo de Robot Agrícola de Siembra Sinaaprose ..	5
Figura 1.4	Fotografía de la plataforma Monster Butiá	6
Figura 1.5	Pala cargadora frontal	7
Figura 2.1	Dos módulos articulados centralmente (vista superior y lateral)	9
Figura 2.2	Chasis del DM3.....	13
Figura 2.3	Rueda del DM3.....	13
Figura 2.4	Plataformas delantera y trasera	14
Figura 2.5	Croquis general de la articulación entre módulos	15
Figura 2.6	Detalle de la articulación	16
Figura 2.7	(a) Chasis articulado	16
Figura 2.7	(b) Articulación y soporte para encoder	16
Figura 2.8	(a) Fotografía de Motor y controladora	18
Figura 2.8	(b) Fotografía de la plataforma	18
Figura 2.9	Fotografía de la plataforma	19
Figura 2.10	Esquema de robot SCARA	22
Figura 2.11	Tipo de parametrización Denavit – Hartenberg	23
Figura 2.12	Esquema de la plataforma de pruebas	36
Figura 2.13	Modelo de biarticulado sin vínculo a base fija	39
Figura 3.1	Plataforma dm3 en entorno de visualización Gazebo	48
Figura 3.2	Brazo Biarticulado	49
Figura 3.3	Robot SCARA	49
Figura 3.4	Plataforma dm3	49

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1	Valores de Parámetros de Denavit – Hartenberg	23
Tabla 2.2	Interpretación de parámetros D-H	23
Tabla 2.3	Nuevos valores de Parámetros de Denavit – Hartenberg	36

LISTA DE SIGLAS Y ABREVIATURAS

ELSIE	Electro-Light-Sensitive Internal-External
SRI	Stanford Research Institute
MINA	Network Management - Artificial Intelligence
IIMPI	Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial
IMFIA	Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental
IIMPI	Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial
UdelaR	Universidad de la República
PID	Proporcional Integral Derivativo
GPS	Global Positioning System
SLAM	Simultaneous Localization And Mapping
DH	Denavit – Hartenberg
SCARA	Selective Compliant Articulated Robot Arm
GdL	Grados de Libertad
E-L	Euler – Lagrange
CM	Centro de Masa
ROS	Sistema Operativo Robótico
URDF	Formato Unificado de Descripción Robótica

LISTA DE SÍMBOLOS

(Unidades en sistema internacional)

P_x	Coordenada x del frente del robot	M
P_y	Coordenada y del frente del robot	M
l_1	Longitud del eslabón 1	M
l_2	Longitud del eslabón 2	M
θ_1	Ángulo de referencia del eslabón 1	Rad
θ_2	Ángulo de referencia del eslabón 2	Rad
θ	Ángulo de junta	Rad
d	Offset de Barra	M
a	Longitud de la barra	M
α	Ángulo entre ejes Z	Rad
H_i	Matriz Homogénea de Transformación	
Z	Velocidad en la punta del robot	m/s
J	Matriz Jacobiana	
Q	Vector posición en coordenadas polares	
F	Fuerza	N
T	Momento angular	Nm
I_0	Tensor de Inercia	m^4
m	Masa	Kg
v	Velocidad	m/s
a	Aceleración	m/s^2
ω	Velocidad angular	Rad/s
r_G	Vector posición	

1 INTRODUCCIÓN

Las dificultades de la industria agrícola hacen de la robótica móvil una alternativa para las necesidades actuales de la misma. Existen en el presente varias asistencias tecnológicas disponibles, sin embargo, el transporte en terrenos complicados sigue siendo un desafío para la creación de plataformas robóticas autónomas. Son varios los enfoques para tratar el problema dentro de las plataformas rodantes, los mismos se pueden resumir en tres corrientes principales: los vehículos articulados, los vehículos con trenes direccionales y los vehículos tipo deslizantes (direccionado por deslizamiento). En el caso a tratar se decantó por el tipo articulado por su mayor maniobrabilidad y buenas habilidades todoterreno [Messenger, B. et al, 2003].

En conjunto con las complicaciones del terreno a superar, el diseño de la plataforma debe enfrentar un diverso número de dificultades. En primer lugar se consideró fundamental el ser un proyecto de bajo costo y fácil fabricación, logrando de esta forma ampliar el posible número de usuarios. Además, se buscó un diseño que utilice tecnologías limpias y sea amigable con el ambiente. Conjuntamente se buscó generar posibilidades de modularización, flexibilizando las dimensiones y capacidades de la plataforma integrando o quitando elementos. Del mismo modo se decidió racionalizar las dimensiones de cada módulo permitiendo un uso extendido de la plataforma en varias áreas de la industria agrícola del país. Finalmente, se buscó una interfaz amigable con el usuario y en esta misma línea elementos de bajo mantenimiento y fácil reparación.

Las características y dificultades anteriormente mencionadas son parte de la motivación para el estudio y desarrollo de esta tecnología con el objetivo de proporcionar una mejor calidad y eficiencia del trabajo agrícola.

En una primera instancia se enfocará el trabajo en elaborar un modelo dinámico computacional con el objetivo de colaborar en el desarrollo de sistemas de control continuo.

Dividiremos el siguiente capítulo como sigue: en la Sección 1.1 serán presentadas las principales motivaciones para la realización del presente trabajo. En segundo lugar - Sección 1.2 - se realizará un marco histórico de la temática. A continuación revisaremos los trabajos previos realizados en el área en la Sección 1.3.

Seguidamente en 1.4 serán descriptos los objetivos de este trabajo. Finalmente se presenta la estructura organizativa del trabajo.

1.1 Motivación del Trabajo

En la actualidad, la mano de obra calificada para las actividades relacionadas con la cosecha y el manejo de ésta, es un recurso crítico. El auge en el sector de la construcción generado a partir de las políticas públicas en los últimos años, y las condiciones laborales adversas en las actividades agropecuarias (p.e. clima, actividades zafrales, contacto con agrotóxicos, contexto geográfico), ha generado una migración del personal calificado del campo a la ciudad, poniendo en riesgo la correcta realización de las actividades agropecuarias. A esto hay que sumar el alto peso que hoy los salarios tienen sobre el sector frutícola haciéndolo menos competitivo, y el desplazamiento de mano de obra del sector frutícola hacia otras actividades agropecuarias con mayor rentabilidad en busca de mejores salarios [Aguirre, 2010].

Por otro lado, la maquinaria local tiene como base un tractor (plataforma móvil) a la cual se le acoplan distintas herramientas, adecuadas a la tarea que se debe realizar. Este tipo de maquinaria depende, al menos, de un operador humano encargado de controlar la movilidad del tractor y el movimiento de la herramienta. La necesidad de un operador humano tiene principalmente los siguientes inconvenientes: limita la cantidad de herramientas o tareas que pueden realizarse simultáneamente, genera fatiga cognitiva en el operador humano, condiciona las características de la plataforma móvil e impone limitaciones en cuanto a las horas del día aprovechables [Cohen, 1981].

Estos aspectos conducen a reflexionar sobre la factibilidad de introducir tecnología robótica autónoma en el agro como forma de mitigar el problema de la falta de mano de obra calificada y, concomitantemente, lograr una mejor solución que tome en cuenta aspectos como ser: uso de combustible, cubrimiento del área geográfica, tiempo invertido, plazos e indicadores de calidad.

Algunas de las tareas que esta tecnología puede llevar adelante son: poda, conducción, raleo, aplicación de herbicidas, recolección, medición de la calidad de los frutos, detección de plagas, monitoreo del suelo, siembra o transporte.

A nivel mundial existe maquinaria agrícola autónoma capaz de realizar - con diferente grado de eficacia - algunas de las tareas mencionadas, sin embargo, su costo,

porte y requerimientos sobre la plantación no permiten su implantación directamente en nuestras plantaciones. [Grothaus, 2014]

Dada la complejidad del problema, se requerirá un trabajo teórico en el desarrollo de modelos, uso de simulaciones (como herramienta para estudiar la escalabilidad y mitigar riesgos) y desarrollo de prototipos (que prueben las funcionalidades esperadas). Asimismo, dado que el proyecto abarca muchas disciplinas, se trabajará en aspectos parciales del problema en paralelo, con integraciones incrementales a medida que se vayan resolviendo y probando distintos componentes.

Concretamente, buscaremos en esta disertación resolver el problema de desplazamientos dentro de zonas de cultivo de frutales, desarrollando para ello una plataforma móvil robusta y versátil con habilidades todoterreno.

Con el fin de lograr un comportamiento adecuado de la plataforma deberemos desarrollar un modelo dinámico complejo el cual será utilizado por un sistema de control de abordaje logrando de esta forma las trayectorias deseadas con el menor error posible.

1.2 Desarrollo de Plataformas Móviles y Antecedentes Locales

Cuando se habla de robótica es necesario distinguir entre la robótica industrial, centrada en el estudio de robots manipuladores, y la robótica enfocada al diseño de robots móviles, con diferentes grados de autonomía. La primera lleva estudiándose desde los años 50 y forma actualmente parte del tejido industrial de los países desarrollados principalmente en cadenas de montaje, fábricas de automóviles, etc [Craig, 2004]. La segunda es a la cual dedicaremos este capítulo y a la cual está abocado el siguiente trabajo.

Entendemos por sistemas móviles autónomos, a aquellos capaces de desenvolverse por sí mismos en entornos desconocidos y parcialmente cambiantes sin necesidad de supervisión. El primer robot móvil de la historia, pese a sus muy limitadas capacidades, fue ELSIE (Electro-Light-Sensitive Internal-External) mostrado en la Figura 1.1, construido en Inglaterra en 1953, [Boden et al., 2010]. ELSIE se limitaba a seguir una fuente de luz utilizando un sistema mecánico realimentado sin incorporar inteligencia adicional.

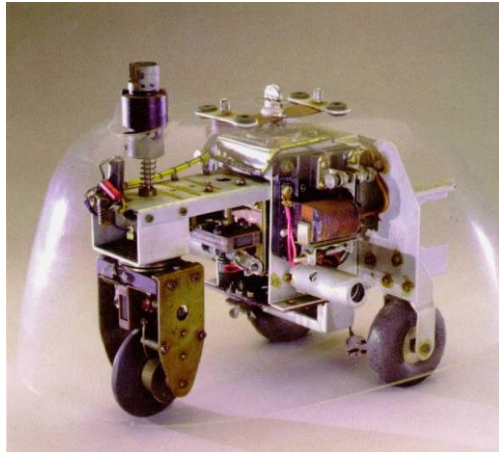


Figura 1.1 – Robot Elsie

En 1968 apareció SHACKY del SRI (Stanford Research Institute), que estaba provisto de una diversidad de sensores así como una cámara de visión y sensores táctiles y podía desplazarse por el suelo. El proceso se llevaba en dos computadores conectados por radio, uno de ellos a bordo.

En los años setenta, la NASA inicio un programa de cooperación con el Jet Propulsión Laboratory para desarrollar plataformas capaces de explorar terrenos hostiles. El primer fruto de esta alianza sería el MARS-ROVER [Thompson, 1977], que estaba equipado con un brazo mecánico tipo STANFORD, un dispositivo telemétrico láser, cámaras estéreo y sensores de proximidad.

En los años ochenta aparece el Cart del SRI que trabaja con procesado de imagen estéreo, más una cámara adicional acoplada en su parte superior. También en la década de los ochenta, el CMU-ROVER de la Universidad Carnegie Mellon incorporaba por primera vez una rueda timón, lo que permite cualquier posición y orientación del plano.

A partir de aquí son varias las Universidades e instituciones gubernamentales que se lanzan en proyectos de robótica móvil generando un conocimiento muy amplio de la materia e incluyendo sofisticaciones cada vez mayores [Mataric, 2008].

Finalmente en una última etapa de desarrollo, se debe mencionar la existencia de productos ya disponibles en el mercado como ser: cortadores de césped automáticos, vehículos utilitarios de tareas o vehículos de guiado automático, siendo su uso muy extenso en la actualidad. A modo de ejemplo podemos destacar la Robomower®, la cual podemos apreciar en la Figura 1.2.



Figura 1.2 – Robomower (Fuente: Robomower.com)

En el ámbito local la investigación comienza en la primera década del siglo de la mano del Grupo MINA (Network Management - Artificial Intelligence). Éste es un grupo de investigación perteneciente al Instituto de Computación de la Facultad de Ingeniería (Universidad de la República), que realiza docencia, investigación y extensión en diversos temas relacionados con el Gerenciamiento de Redes e Inteligencia Artificial aplicada a la Robótica.

El objetivo principal en el área de Inteligencia Artificial (Romina) consiste en construir una criatura artificial capaz de realizar tareas de forma autónoma. En general las tareas que se desean resolver son peligrosas o aburridas para las personas. Este problema es atacado desde la perspectiva de la Inteligencia Artificial aplicando aprendizaje, planificación, razonamiento, resolución de problemas, representación de conocimiento y visión por computador, de acuerdo a lo expresado por su coordinador Grampín Castro, 2017.

Específicamente, en robótica agropecuaria se ha llevado adelante un proyecto de investigación para estudiantes [Andrade, 2009] el cual se ilustra en la Figura 1.3, un proyecto de iniciación a la investigación [Llofriú, 2012] y se realizó un proyecto de grado [Delgado, 2012].



Figura 1.3 – Fotografía de prototipo de Robot Agrícola de Siembra Sinaaprose

En lo vinculado a plataformas móviles en terrenos difíciles es de destacar el primer proyecto de este tipo en Uruguay realizado también por estudiantes [Sisto et al., 2012], el cual se muestra en la Figura 1.4.



Figura 1.4 – Fotografía de la plataforma Monster Butiá

Tradicionalmente el Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial (IIMPI) enseña y actúa en el diseño de máquinas enfocando las soluciones desde el punto de vista mecánico. Su búsqueda se enfoca además en impulsar fuertemente la investigación, entendida como la resolución de problemas reales del medio productivo con incorporación de conocimientos actualizados, de acuerdo a Hernández, 2014. IIMPI utiliza este proyecto como oportunidad de creación de nuevo conocimiento, y de realización y perfeccionamiento docente.

Es en el año 2007 que se genera el vínculo entre el grupo MINA, el IIMPI y el IMFIA (Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental) mediante el cual se comienzan a llevar adelante distintos prototipos robóticos, actividades de extensión y enseñanza.

Como resultado de este vínculo se crea un plan estratégico institucional enmarcado en la convocatoria “Línea 3” perteneciente al Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria.

Dicho plan genera el proyecto titulado “Navegación autónoma en plantaciones para apoyo a tareas de recolección”.

Es en el marco de este proyecto que se encuentra funcionando el grupo en la actualidad, creando hasta la fecha una plataforma móvil autónoma con sus correspondientes sistemas de software y hardware.

1.3 Desarrollo de Vehículos Todoterreno

Un vehículo todo terreno es un tipo de vehículo diseñado para ser conducido en cualquier terreno. Estos vehículos surgieron como necesidad en las colonias europeas en África muy a principios del siglo XX y fueron adaptados para uso militar y civil y aprovechados para realizar travesías, vigilar zonas protegidas y moverse en terrenos ásperos o resbaladizos. Casi todos los vehículos todo terreno actuales incorporan tracción a las cuatro ruedas. Hoy en día son imprescindibles en zonas rurales, de alta montaña, desiertos y en general en cualquier lugar de difícil acceso para los vehículos tradicionales. [Arias Paz, 1990].

En cuanto a capacidades técnicas los vehículos todoterreno han evolucionado enormemente en los últimos años y junto con este avance se han logrado aplicaciones específicas muy puntuales. Es por esta razón que encontramos diversas configuraciones de construcción para cada aplicación [Gillieri, 1995].

Para el caso puntual de nuestra plataforma se decidió la utilización de una configuración articulada. Se buscó mediante la introducción de una articulación lograr tres objetivos principales: pequeños radios de giro, contacto de las ruedas con el suelo en todo momento y disminución en el consumo de energía por no ser necesario el deslizamiento lateral de las ruedas para doblar. Como contrapartida este tipo de configuración posee algunas desventajas, como ser: Menor rigidez, mayor cantidad de piezas móviles, mantenimiento mas dificultoso, confiabilidad reducida y por sobre todo, dificultad en el control de operaciones.

El caso mas representativo de este tipo de configuración es el de las palas cargadoras frontales como la que se puede ver en la Figura 1.5.



Figura 1.5 - Pala cargadora frontal

1.4 Trabajos Previos

Como mencionamos anteriormente, a nivel local, en robótica agropecuaria se ha llevado adelante un proyecto de investigación para estudiantes [Andrade, 2010], un proyecto de iniciación a la investigación [Llofriu, 2012] y se realizó un proyecto de grado [Delgado, 2012].

Existen a nivel mundial distintas máquinas capaces de realizar algunas de las tareas planteadas de manera autónoma o negociada. Esta actividad puede dividirse en tres grandes subactividades: navegación autónoma, visión artificial y manipulación [Siegwart et al., 2011].

Las actividades de visión y manipulación han sido ampliamente estudiadas en las últimas dos décadas. Algunos ejemplos incluyen un cosechador de frutillas de invernadero [Hayashi, 2010], un cosechador de berenjenas [Shigehiko, 2003], un cosechador de manzanas basado en un actuador de succión [Baeten, 2008] y un cosechador de repollos basado en actuadores neumáticos [Foglia, 2006].

Ninguno de estos trabajos abarcan los aspectos de navegación necesarios para el desarrollo de un cosechador autónomo. Sin embargo, también se han observado algunos avances en este campo. Una revisión del trabajo realizado puede encontrarse en [Reid, 2000] y [Hadsell, 2006]. Las primeras aproximaciones constan de segmentación de imágenes para distinguir la plantación de las rutas navegables. Luego, un sistema de aceleración diferencial es utilizado para mantener un tractor sobre una línea de cosecha.

Otras implementaciones más sofisticadas delegan la localización del vehículo a un sistema de GPS. Si bien estos sistemas son confiables para algunas tareas de navegación, su precisión, precio y disponibilidad no cumplen con los requerimientos de algunos escenarios agrícolas [Andrade, 2010].

Finalmente, existen proyectos que intentan implementar sistemas de navegación basados en localización y mapeo simultáneo – SLAM, para sus siglas en inglés-. Estas técnicas tienen un mayor grado de generalidad. Sin embargo, varios desafíos deben superarse antes de que la implementación de estos sistemas se vuelva factible. Algunos de estos desafíos y trabajos que los abarcan incluyen el problema de sensado en ambientes abiertos con pocos obstáculos [Abbas, 2012], identificación de estructura en ambientes principalmente desestructurados (ausencia de ángulos o líneas rectas) y homogéneos [Cole, 2005][Guivant, 2000], estimación de la distancia de objetos lejanos

[Bailey, 2002], estimación de la navegabilidad del suelo [Zhou, 2012] y la contemplación de navegación en 6 dimensiones (suelos no planos) [Surmann, 2003].

Estos aspectos conducen a reflexionar sobre la factibilidad de introducir tecnología robótica autónoma en el agro, como forma de mitigar el problema de la falta de mano de obra calificada y, concomitantemente, lograr una mejor solución que tome en cuenta aspectos como ser: uso de combustible, cubrimiento del área geográfica, tiempo invertido, plazos e indicadores de calidad.

Finalmente y referido a esta plataforma en particular es de destacar que se encuentra en pleno proceso de desarrollo. En la actualidad la misma utiliza dos modelos de movimiento, uno cinemático y otro dinámico para recorrer las rutas elegidas. En ambos casos dichas rutas son determinadas mediante filtros de Kalman utilizando como insumos medidas de GPS, odometría de imagen, unidades de medición inercial, visión artificial, etc. Para el caso de control de velocidades se encuentra en desarrollo un controlador tipo PID. Para el caso de movimiento basado en control de potencia, el mismo se encuentra en etapa de creación.

En este momento trabajan diversos equipos en el desarrollo de la plataforma divididos en las áreas de: Navegación, Comportamiento, Sensores y Diseño Mecánico. El objetivo general de esta disertación será el de colaborar con el equipo de Diseño Mecánico. Los objetivos específicos se desarrollarán en el siguiente punto.

1.5 Objetivos Del Trabajo

Este trabajo busca alcanzar los siguientes objetivos:

- Proponer un modelo matemático que describa los principales fenómenos dinámicos involucrados en el movimiento de la plataforma.
- Comparar el modelo matemático con resultados experimentales para su validación.
- Generar un modelo capaz de ser utilizado como insumo para las herramientas de control.

1.6 Organización Del Trabajo

En el siguiente capítulo se describirán las hipótesis elegidas para realizar el modelo físico de la plataforma junto con la descripción de la misma. En esta instancia se

enumerarán las simplificaciones asumidas. Junto con dichas simplificaciones se estudiará el problema como una analogía con un brazo biarticulado donde el par de cada motor se asimila a la diferencia de fuerzas entre cada par de ruedas. Se discutirán luego las ecuaciones matemáticas obtenidas, llegando al conjunto de ecuaciones que representan al sistema en su configuración actual y finalmente a su implementación computacional.

Asimismo se presentarán todos los conceptos teóricos involucrados en el desarrollo matemático.

En el tercer capítulo se realizarán ensayos del modelo obtenido mediante aplicaciones de software. Describiremos los ensayos realizados así como los programas e hipótesis utilizados. Finalmente discutiremos los resultados.

En el Capítulo 4 se exponen las conclusiones del trabajo.

En el último capítulo se sugieren nuevas líneas de investigación.

2 MODELADO DINÁMICO

En este capítulo son presentados los fundamentos físicos utilizados para el ecuacionamiento del sistema. Serán descritas además todas las simplificaciones usadas y los modelos matemáticos ya existentes en la literatura, en los cuales basaremos el estudio posterior.

En una primera instancia estudiaremos los modelos utilizados en un brazo biarticulado los cuales son comparables con la cinemática en dos dimensiones de la plataforma. Esta analogía se basa en el hecho de que el comportamiento de la plataforma es asimilable al de un brazo funcionando en un plano. Los torques de los motores se toman como semejantes a la diferencia de fuerzas entre las ruedas las cuales pueden ser controladas mediante la entrega de par a cada motor. Las barras del brazo corresponderían con cada módulo de la plataforma. El último paso de la equivalencia es el de convertirlo en un robot móvil, trasladando la referencia fija del brazo a través de la trayectoria de la plataforma.

Los resultados del brazo biarticulado serán luego adaptados a la geometría y restricciones que aplican en una plataforma móvil. Estas adaptaciones, como mencionamos anteriormente, serán principalmente la de convertir el torque de los motores en una diferencia de fuerzas generadas por los motores de las ruedas de la plataforma así como de generar un nuevo sistema de coordenadas móviles. Dicho sistema de coordenadas referencial se desplazará solidariamente con el vehículo.

Utilizaremos esta analogía por el extenso estudio de dicho robot lo cual nos permitirá desarrollos más sólidos y confiables. Asimismo, se utilizarán modelos ya existentes los cuales nos permitirán validar los nuevos modelos.

Es de destacar que este enfoque para robótica móvil, es utilizado por primera vez y esperamos resultados positivos del mismo.

2.1 Descripción del Sistema

La principal característica que destaca a los vehículos articulados es como su nombre lo indica la capacidad de articular su chasis de manera de adaptar su configuración a cualquier tipo de terreno. Esta articulación no sólo genera una gran

capacidad para sortear obstáculos sino que también permite radios de giro muy pequeños, cualidades muy útiles en los ambientes que se va a desempeñar.

Concretamente, el vehículo de pruebas de la UdelaR es una plataforma robótica de cuatro ruedas de tipo articulado central con dos grados de libertad permitiendo a los trenes trasero y delantero diferentes ángulos de alabeo y de guiñada. El objetivo de esta configuración es el de mejorar sus habilidades todo terreno posibilitando el contacto de las cuatro ruedas con la superficie en todo momento. En la Figura 2.1 se presenta un esquema del chasis articulado con dos módulos.

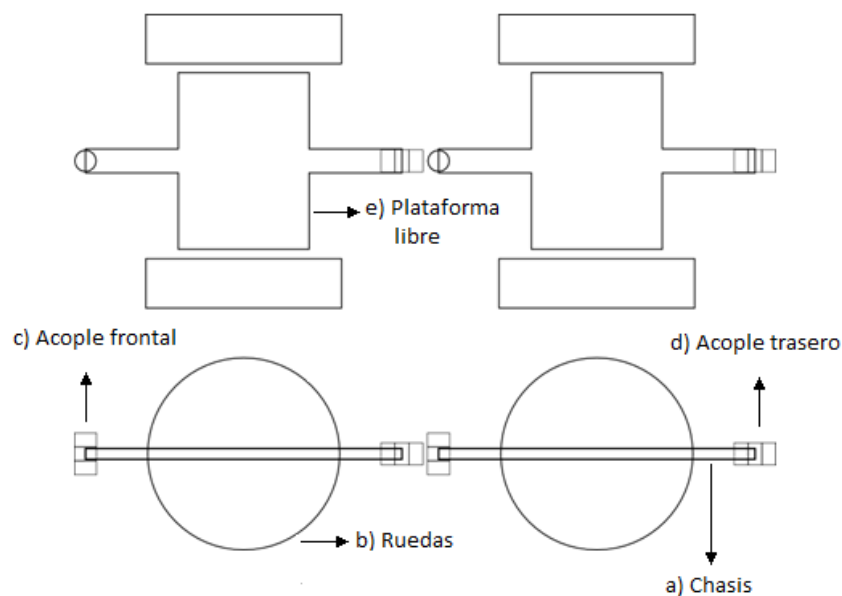


Figura 2.1 - Dos módulos articulados centralmente (vista superior y lateral)

Como se ve en la Figura 2.1 cada módulo está compuesto por:

- a) Chasis: Elemento estructural que contiene el resto de los componentes
- b) 2 ruedas con motores independientes (control diferencial)
- c) Acople frontal: Del tipo perno pasante con eje de rotación perpendicular al plano de la plataforma
- d) Acople trasero: Similar al frontal con rotación horizontal en sentido longitudinal.
- e) Plataforma libre: La cual dispondrá de los elementos mínimos de control y será configurable para cada servicio (carga, visión, medición, etc.)

2.1.1 Chasis

Referente al chasis, y como se puede ver en la Figura 2.2, el mismo fue construido con perfiles conformados “L” de lados iguales con 1” de vuelo disponibles en los talleres de la Universidad. La configuración del mismo es de tipo escalera transversal y no incluye ningún tipo de suspensión ni freno mecánico adicional. El chasis se ubica a la misma altura que los ejes de las ruedas logrando un buen compromiso entre estabilidad y despeje del suelo.



Figura 2.2 - Chasis del DM3

2.1.2 Ruedas

Las ruedas son de 12” de diámetro con cubiertas similares a una bicicleta con cámara tal como se ve en la Figura 2.3.

Al poseer el motor integrado a la rueda no existe una llanta en el sentido clásico sino que es el propio motor quien hace de interface entre la cubierta y el chasis.



Figura 2.3- Rueda del DM3

2.1.3 Plataforma

La plataforma que proporciona el espacio de trabajo está construida en madera compensada. Dicha plataforma se encuentra unida al chasis mediante tornillos pasantes con tuerca. Asimismo, la articulación se encuentra en la actualidad unida al chasis, evitando posibles fallas, a diferencia de la Figura 2.4, en la cual la articulación aun se encontraba unida a la plataforma.



Figura 2.4 - Plataformas delantera y trasera

2.1.4 Comunicación

Los módulos pueden ser de distintos tipos: de carga, de baterías, con cámaras, herramientas, estación meteorológica, etc. Los mismos se combinan para distintas tareas. Todos los módulos se conectan con un bus de datos (p.e. CAN, método utilizado actualmente) y alimentación. Cada módulo tiene como mínimo el cómputo necesario para controlar sus motores. La alimentación y control de alto nivel puede ir/venir por los buses.

2.1.5 Articulación

Los acoples se unen entre ellos para combinar dos módulos logrando una unión tipo cardánica con 2 grados de libertad. Dichos grados de libertad corresponden a los ángulos de alabeo y guiñada. En un futuro el diseño de las juntas permitirá combinar la cantidad de módulos que se deseen.

En las figuras 2.5 y 2.6 se muestra el diseño actual de la articulación construido para unir los módulos de la plataforma bautizada DM3. Por contar en la actualidad con solo 2 módulos, los mismos fueron específicamente diseñados para ocupar una única posición. La misma fue construida con una barra rígida que atraviesa el chasis del segundo módulo en su totalidad montada sobre cojinetes. Esta barra permite el movimiento de alabeo (roll). En el extremo de dicha barra se soldó un caño vertical para permitir el pasaje del perno de sujeción. Dicho perno es el que permite el desmontaje de los módulos así como la transmisión del ángulo al encoder. El mismo es fijado mediante prisioneros al módulo delantero. Este módulo a su vez posee también un barra soldada la cual hace de anclaje al caño que contiene al perno pasador. De esta forma se construye una articulación sólida y resistente con holguras mecánicas mínimas. Como se mencionó anteriormente, el diseño de esta articulación contempla el anclaje de un sensor de posicionamiento angular propioceptivo (p.e. encoder o potenciómetro), este sensor será utilizado para conocer el ángulo formado entre dos segmentos consecutivos del robot.

En la Figura 2.7 a) se observa una de las posiciones que puede lograr el chasis mientras que en la Figura 2.7 b) vemos un detalle de la articulación en su configuración actual.

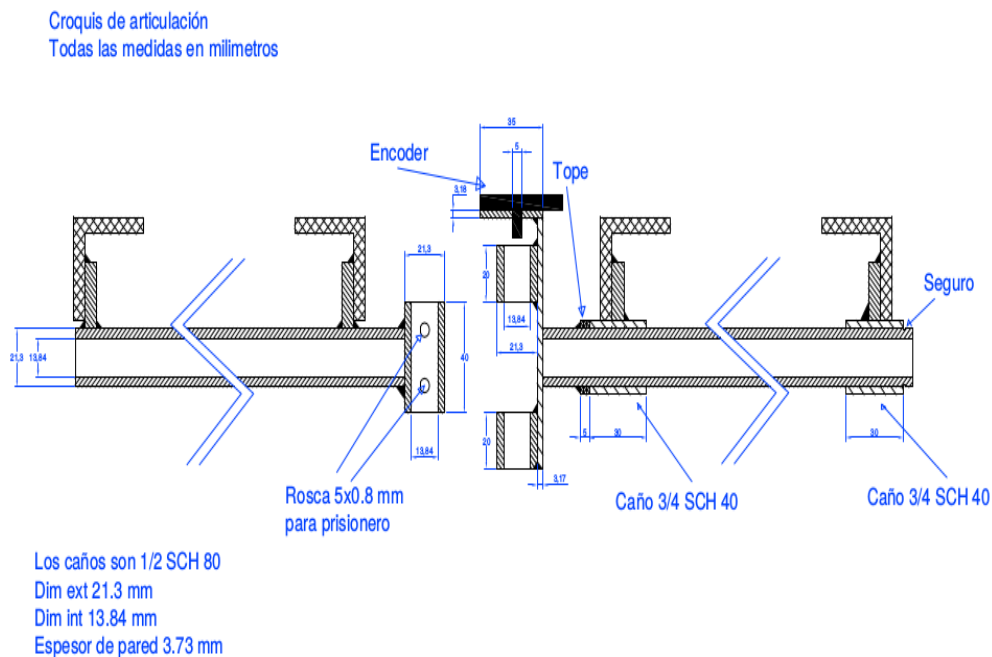


Figura 2.5 – Croquis general de la articulación entre módulos.

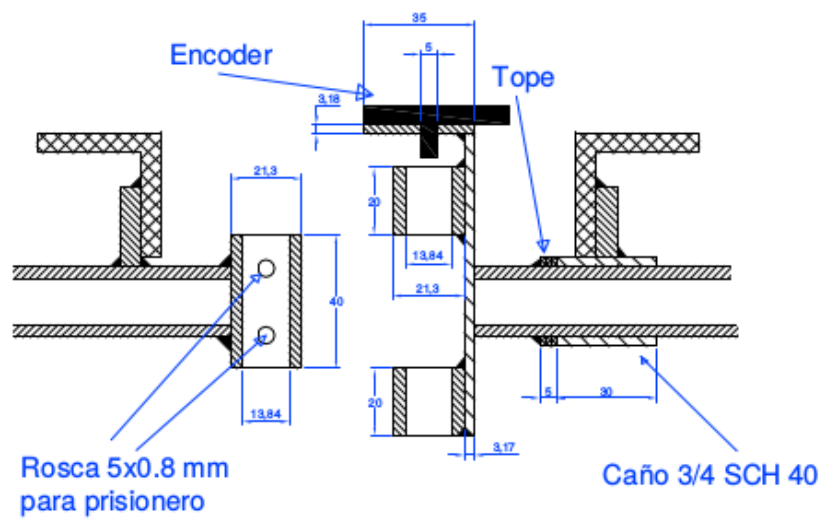


Figura 2.6 – Detalle de la articulación



(a) Chasis articulado.



(b) Articulación y soporte para encoder (indicado en amarillo).

Figura 2.7 – (a) Chasis articulado y (b) Articulación y soporte para encoder.

Este diseño nos permitió evaluar la posibilidad de realizar una analogía con un brazo biarticulado, robot ampliamente estudiado en la literatura del área.

Esta analogía se fundamenta en el hecho de que cada par de ruedas puede ser modelado como un par de fuerzas, similar al par hecho en las articulaciones del brazo. Dicha analogía será introducida formalmente en capítulos posteriores.

2.1.6 Dirección

Se decidió llevar adelante la construcción de una arquitectura robótica de construcción modular con articulaciones pasivas (no actuadas). El control de cada rueda se realiza de forma independiente. La diferencia de velocidades en cada rueda será la responsable de la trayectoria de la plataforma. El chasis del frente es el maestro y los comandos de movimiento se refieren siempre a él, el resto de los chasis se denominan esclavos. Se dispondrá de un encoder en cada articulación de forma de poder medir el ángulo formado entre dos segmentos consecutivos y así poder controlar los chasis esclavos.

2.1.7 Configuración

El mínimo necesario para funcionar son 2 módulos. Al moverse, cada módulo tiene que seguir la trayectoria del módulo inmediatamente anterior. Dicha condición afectará nuestro modelo cinemático y será posible mediante lecturas de sensores en los ejes de las articulaciones. La trayectoria de todo el conjunto será definida por el primer módulo (“cabeza”).

2.1.8 Motor y Controladora

La selección de los motores se basó en los requerimientos del proyecto. Estos exigían que cada módulo fuera capaz de transportar medio bin de manzanas, el cual tiene un peso de 200 kgs. Es decir, cada par de motores debe ser capaz de transportar 100 kgs de carga además del peso de la plataforma y los componentes de funcionamiento. Para esto luego de realizar los cálculos se obtuvo como resultado que la potencia mínima necesaria debía de ser de aproximadamente 150 w por motor. A partir de éste cálculo se decantó por un motor construido dentro de rueda para así simplificar su construcción evitando incluir reductores o elementos de transmisión pasibles de falla. Concretamente el estator se fija al chasis y es el rotor del motor quien oficia de llanta.

Además de poseer la mínima cantidad de piezas móviles, estos motores se caracterizan por su elevado torque a bajas RPM, cualidad que los destaca para el uso en todoterreno, además de para condiciones de alta carga. La decisión final, por ser este un proyecto de bajo costo, se vio afectada también por el precio del motor seleccionado.

Finalmente, los elementos motrices utilizados para controlar cada rueda son los siguientes:

- a) 1 motor smart pie de 12''
- b) 1 controladora de potencia

En la Figura 2.8 se muestran imágenes del motor utilizado y su correspondiente controladora. Este equipamiento fue comprado a la empresa Golden Motor. Se adquirieron cuatro kits completos para bicicletas eléctricas, cada kit incluye además del motor y la controladora otros elementos (cables de interconexión, acelerador y freno manual, y sirena) que facilitaron las pruebas y el análisis de los motores. Sin embargo, por tratarse de un proyecto de robótica, se decidió utilizar solamente la controladora, generando los comandos mediante software.



(a) Motor Smart Pie.



(b) Controladora de potencia.

Figura 2.8 – Fotografía de Motor y controladora.

Es así que la propulsión está a cargo de motores en rueda de 250 W cada uno funcionando a 24 V. La energía es provista por una batería de 6 celdas de Litio Polímero de 24 V y 20 Ah.

Cada motor posee una controladora provista por el fabricante de los mismos. Dicha controladora no posee código abierto y las posibilidades de programarla se limitan a las definidas en el Software del fabricante (aceleración, velocidad máxima, potencia de frenos regenerativos, habilitar o no sensor Hall, medidas de protección de la batería y previsión de sobrecargas, etc.).

Dichos motores cuentan con sensores hall de fábrica, de los cuales se está obteniendo información para realizar el control de velocidad eventualmente mediante un controlador PID.

2.1.9 Generalidades

Por ser una plataforma de trabajo se buscó flexibilidad para ubicar la carga, facilidad de acceso a los sistemas de abordo y periféricos de E/S reconfigurables. Por su simplicidad se espera además mínimos costos de mantenimiento y reducida tasa de fallos mecánicos. Estas características de diseño pueden verse en la Figura 2.9. Específicamente para este prototipo se decidió por materiales de fabricación de bajo costo. Finalmente se buscará protección mínima en todos los componentes de nivel IP64.



Figura 2.9 – Fotografía de la plataforma

2.2 Modelos

Para efectuar el análisis de un sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podemos conocer el comportamiento del mismo. Es necesario comentar que el modelo matemático que se desarrolla a partir de un sistema no es único, debido a lo cual se pueden lograr representaciones diferentes del mismo proceso. Estas diferentes representaciones no contradicen una a la otra. Ambas contienen información complementaria por lo que se debe encontrar aquella que proporcione la información de interés para cada problema en particular. Asimismo, por tratarse de fenómenos muy complejos se deberán adoptar simplificaciones para lograr representar el mundo real mediante ecuaciones matemáticas. La verificación a través de experimentos de los modelos matemáticos garantiza su validez y aumenta su factibilidad para previsiones que no se puedan comprobar e incluso extrapolación de resultados [Siciliano et al., 2009].

Como ya fue anticipado el presente trabajo tiene por objetivo principal el de proponer un modelo matemático que describa los principales fenómenos dinámicos involucrados en el movimiento de la plataforma buscando generar insumos para la lógica de control de la plataforma.

Características como orden del sistema, no linealidades, grados de libertad, tiempos de respuesta, amortiguamiento y perturbaciones son fundamentales para la definición del control a ser implementado. Para ser una herramienta eficaz para el desarrollo de las técnicas de control, el modelo matemático debe permitir una implementación computacional que posibilite simular rápidamente el comportamiento del sistema. Por esta razón, en esta primer etapa, decidimos adoptar ciertas simplificaciones, las cuales serán descritas a seguir:

- rodadura sin deslizar,
- 2 dimensiones;
- eficiencia 1 de los motores (no hay pérdidas mecánicas);
- no rozamiento en articulaciones;
- inercias constantes.

Dichas simplificaciones serán revisadas luego de validado el modelo mas simple. Esto se debe a que en condiciones reales de funcionamiento nos encontramos lejos de rodar sin deslizar por tratarse de un vehículo todoterreno, así como del funcionamiento en un plano, ya que a campo traviesa, la principal característica es la no uniformidad del terreno.

2.3 Cinemática

La configuración de la plataforma robótica permite una representación esquemática como una cadena cinemática conectada mediante una junta cardánica. Dicha cadena debería estar confinada a una base fija. En el desarrollo de esta tesis se explicará la transformación de ésta base en una base fija a un sistema de referencia móvil. Mediante esta hipótesis se podrá extrapolar los desarrollos vinculados al brazo biarticulado – trabajando exclusivamente en un plano - con la plataforma local. Es decir, se utilizarán solamente los movimientos en el plano perpendicular a los ejes de acción, obteniendo finalmente el ecuacionamiento de un brazo biarticulado. Al suponer que la posición del extremo frontal del vehículo es comparable con la de una herramienta en un brazo robótico, el movimiento total de la misma puede ser estudiado como la composición de los movimientos de cada módulo. En el caso de esta tesis y por utilizar las hipótesis anteriormente mencionadas, estaremos interesados exclusivamente en la posición del vehículo ya que no es posible definir una postura.

La semejanza se fundamenta en el hecho de que de acuerdo a nuestras hipótesis, tanto la plataforma como el brazo robótico trabajan en un plano – sin contar la herramienta -. Conjuntamente, cada barra del brazo es comparable con un módulo de la plataforma, donde un módulo está compuesto por un semi-chasis, dos motores y sus respectivas articulaciones. Finalmente, la diferencia de fuerzas impuesta por los motores del módulo puede ser modelada de forma análoga a un motor del brazo robótico. La única diferencia en esta etapa radica en el punto de aplicación de los momentos, ya que en el caso del brazo biarticulado se aplica directamente en la articulación y en el caso de la plataforma se ve desplazado al eje de las ruedas. Para lograr una analogía óptima, situaremos los ejes de las ruedas sobre las articulaciones.

En la Figura 2.10 se sobreponen los dos modelos de robot para mejor comprensión de la analogía, viendo en gris claro el modelo de brazo biarticulado y en gris oscuro un esquema de la plataforma sobrepuesto. En esta imagen se modifica la

plataforma real, incluyendo una única articulación plana en el eje del tren de potencia delantero.

Se comienza estudiando el brazo biarticulado a través de la cinemática directa, la cual por tratarse de una construcción geoméricamente simple analizaremos de forma analítica. A través de este análisis lograremos expresar la posición del extremo frontal (P_x y P_y) como función de las variables de las articulaciones con respecto a un sistema de referencia [Spong et al., 2005].

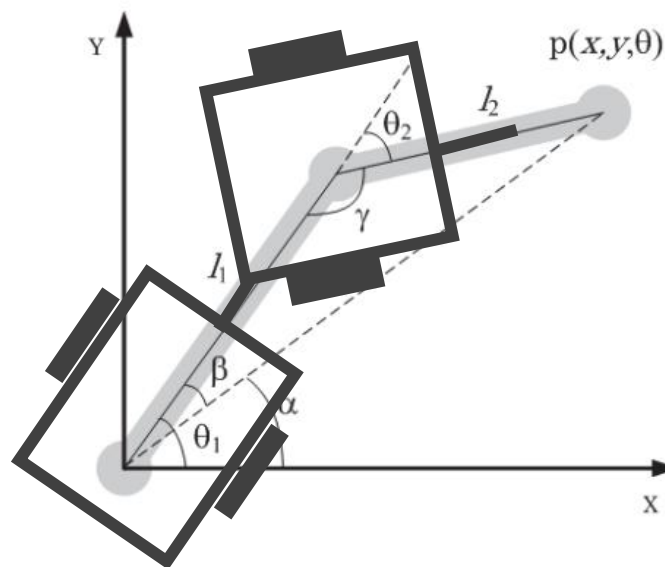


Figura 2.10 – Esquema de brazo biarticulado, superpuesto al modelo de la plataforma.

Operando a partir de la Figura 2.10 y analizando la geometría del modelo obtenemos las siguientes ecuaciones, las cuales definen P_x y P_y , extremos del robot brazo y análogamente de la plataforma:

$$P_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad (2.1)$$

$$P_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2). \quad (2.2)$$

De forma de computar las ecuaciones de la cinemática directa de acuerdo a las expresiones más comúnmente usadas en la robótica se utilizará la convención de Denavit - Hartenberg, la cual define la orientación y la posición relativa de dos módulos consecutivos. En esta convención, cada transformación homogénea H_i se representa

como un producto de cuatro transformaciones básicas como se ilustra en la Ecuación 2.3. Dichos parámetros son representados en la Figura 2.11 [Spong et al., 2005].

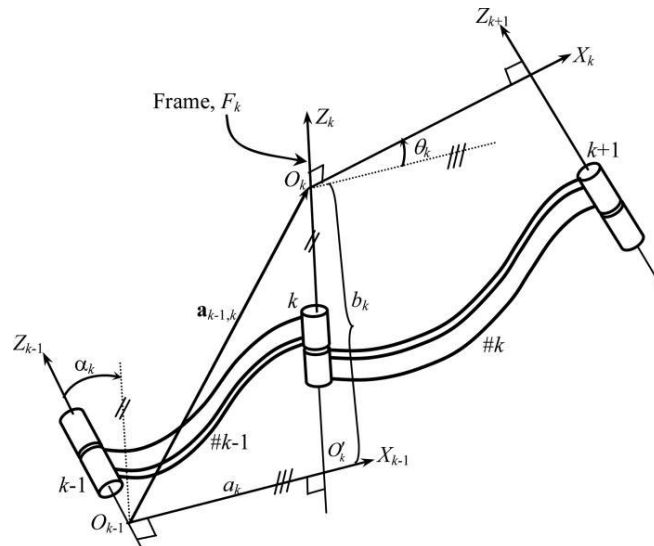


Figura 2.11 – Parametrización Denavit – Hartenberg [Fuente: Spong et al., 2005]

Puesto que la matriz H_i es una función de una sola variable, resulta que tres de las cuatro cantidades anteriores son constantes para un enlace dado, mientras que el cuarto parámetro, θ_i para una articulación revoluta y d_i para una articulación prismática, es la variable conjunta. Logramos de esta forma representar una matriz de transformación homogénea con sólo cuatro parámetros [Spong et al., 2005].

Utilizando dicha convención se obtiene la tabla de parámetros 2.1, los cuales son descritos en la tabla 2.2:

Tabla 2.1 – Valores de Parámetros de Denavit – Hartenberg

Barra	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	l_1	0	0	θ_1
2	l_2	0	0	θ_2

Tabla 2.2 – Interpretación de parámetros D-H

Valor	Interpretación
θ	Ángulo de junta
d	Offset de Barra
a	Longitud de la barra
α	Ángulo entre ejes Z

Utilizando la convención D-H definiremos la matriz homogénea de transformación la cual expresará una transformación compacta de coordenadas entre dos sistemas. Dicha matriz se compondrá de la siguiente manera:

$$H_i = \text{Rotación}_{z,\theta_i} \text{Traslación}_{z,d_i} \text{Traslación}_{x,d_i} \text{Rotación}_{x,\alpha_i} \quad (2.3)$$

Aplicando lo anteriormente mencionado al caso del brazo biarticulado se obtienen las siguientes matrices:

$$H_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Como vemos en la Ecuación 2.5, se aprecia en la intersección de las primeras tres filas y las primeras tres columnas una sub matriz de 3 x 3 la cual se denomina matriz de orientación (Matriz R) y en las primeras tres filas de la última columna un vector que determina la posición (Vector P).

$$H_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Sustituyendo los valores de la tabla 2.1 obtenemos los siguientes resultados:

- Para la primera barra:

$$H_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & l_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

- Para la segunda barra:

$$H_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Conjugaremos ambas ecuaciones para obtener la composición de ambas barras de la siguiente forma, utilizando notación robótica, donde el superíndice representa el origen de la transformación y el subíndice el final:

$$H_2^0 = H_1^0 \times H_2^1 \quad (2.8)$$

Operando se obtiene el siguiente resultado, el cual evidencia nuevamente en la ecuación 2.9 la existencia de una sub-matriz de orientación y un vector posición.

$$H_2^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

En las ecuaciones anteriores se estableció la relación funcional entre las variables de las articulaciones y la posición del extremo de la plataforma. Buscaremos ahora trabajar con la cinemática inversa la cual se enfoca en determinar las variables de las articulaciones para una posición definida.

Este paso es de vital importancia ya que nos permitirá transformar las especificaciones del movimiento asignadas en el espacio de operaciones en los correspondientes movimientos al espacio de las articulaciones permitiendo la realización del movimiento deseado.

Este problema acarrea por su naturaleza las siguientes complicaciones:

- las ecuaciones aquí obtenidas serán no lineales, por lo que no será siempre posible obtener una solución tipo cerrada;
- existirán varias soluciones posibles;
- la estructura de la plataforma hará de algunas de las soluciones inadmisibles.

Es por lo anteriormente mencionado que la cantidad de soluciones posibles no dependerá solamente de la cantidad de grados de libertad (GdL) sino también de la cantidad de parámetros DH distintos de 0 [Stadler, 1995].

Definiremos para nuestro estudio las posiciones del extremo frontal de la plataforma, las cuales son conocidas por pertenecer a la ecuación de la trayectoria y obtendremos así los valores de θ_1 y θ_2 mediante operaciones geométricas.

Utilizando el teorema de coseno:

$$P_x^2 + P_y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos(180 - \theta_2) \quad (2.10)$$

Operando en la ecuación 2.10 obtenemos la representación de θ_2

$$\cos \theta_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \quad (2.11)$$

Trabajamos de forma análoga para θ_1 definiéndolo como la suma de los ángulos $\alpha + \beta$.

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{l_2 \sin(\theta_2)}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right) + \arctan \frac{P_y}{P_x} \quad (2.12)$$

Para evitar problemas que puedan surgir de la ubicación del robot en diferentes cuadrantes, utilizaremos la función matemática atan2, la cual entrega como resultados valores entre $-\pi$ y π . La función atan2 es la función arco-tangente con dos argumentos. El propósito de utilizar dos argumentos en lugar de uno es recopilar información sobre los signos de las entradas para devolver el cuadrante apropiado del ángulo calculado, lo cual no es posible para la función arco-tangente de un solo argumento. De esta forma los resultados se expresan así:

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\frac{\sqrt{1 - (\cos \theta_2)^2}}{\cos \theta_2}\right) \quad (2.13)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\frac{l_2 \sin(\theta_2)}{l_1 + l_2 \cos \theta_2}\right) + \text{atan2} \frac{P_x}{P_y} \quad (2.14)$$

Donde:

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & x > 0 \\ \pi + \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & y \geq 0, x < 0 \\ -\pi + \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & y < 0, x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ \text{indefinido} & y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Buscaremos ahora obtener la relación entre la velocidad angular de las articulaciones y la velocidad final del frente de la plataforma tal cual sugiere Stadler, 1995. Esta relación es descrita por una matriz denominada Jacobiano (Ecuación (2.16)), la cual depende de cada configuración particular.

Dicha matriz es altamente versátil y nos permitirá además encontrar singularidades, redundancias, algoritmos para cinemática inversa así como describir la relación entre fuerzas aplicadas al supuesto actuador y los torques en las articulaciones. [Spong et al., 2005]

$$J = \begin{bmatrix} Z_0 \times (O_2 - O_0) & Z_1 \times (O_2 - O_1) \\ Z_0 & Z_1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Operando en la Ecuación (2.16) se obtiene:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Se introduce ahora el concepto de velocidad del robot, la cual en este caso está dada por la velocidad lineal del extremo frontal del robot y se representará con la letra ζ . Por lo anteriormente mencionado, dicha velocidad puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\zeta = J \cdot \dot{q} = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Donde:

$$\mathbf{q} = (\theta_1, \theta_2) \quad (2.19)$$

y, por lo tanto, $\dot{\mathbf{q}}$ representa la velocidad de las juntas. Finalmente los vectores asociados \mathbf{v} y \mathbf{w} se expresan de la siguiente manera:

$$\mathbf{v}_2^0 = \begin{bmatrix} (-l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))\dot{\theta}_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\dot{\theta}_2 \\ (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))\dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{w}_2^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Para el caso inverso, podemos trabajar con la matriz jacobiana para determinar posiciones y velocidades de las juntas para una trayectoria dada. Es decir:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \zeta \quad (2.22)$$

Por propiedades intrínsecas al Jacobiano el mismo no es invertible por lo que definiremos una pseudo-inversa \mathbf{J}^* la cual utilizaremos para operar.

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \quad (2.23)$$

Por lo tanto:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^* \cdot \zeta \quad (2.24)$$

$$J \cdot J^T = \begin{bmatrix}
l_1^2 \sin^2 \theta_1 + 2l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2l_2^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) & & & & \\
-l_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - l_1 l_2 \cos \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) - 2l_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
-l_1 \sin \theta_1 - 2l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & & & & \\
\\ \\ \\ \\ \\
-l_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 l_2 \cos \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & 0 & 0 & -l_1 \sin \theta_1 - 2l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
l_1^2 \cos^2 \theta_1 + 2l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2l_2^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) & 0 & 0 & 0 & -l_1 \cos \theta_1 - 2l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-l_1 \cos \theta_1 - 2l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & 0 & 0 & 2
\end{bmatrix}$$

(2.25)

Operaremos de la misma manera para las aceleraciones angulares derivando la Ecuación 2.18:

$$\dot{\zeta} = J \ddot{q} + \left(\frac{dJ}{dt}\right) \dot{q} \quad (2.26)$$

Despejando la aceleración en las juntas se obtiene:

$$\ddot{q} = J^* \left[\dot{\zeta} - \left(\frac{dJ}{dt}\right) \dot{q} \right] \quad (2.27)$$

Analizaremos singularidades y redundancia.

Las singularidades se originan cuando el determinante del jacobiano es igual a 0.

Encontrar estas singularidades nos permitirá:

- encontrar las configuraciones geométricas en las cuales la movilidad es reducida;
- encontrar configuraciones en las cuales las soluciones a la cinemática inversa sean infinitas;
- definir zonas cercanas a las singularidades en las cuales pequeñas velocidades de la plataforma generen grandes velocidades en las juntas.

La redundancia refiere a la relación entre grados de libertad y la cantidad de variables necesarias para determinar una tarea [Spong et al., 2005].

Para determinar las redundancias debemos calcular el determinante de la matriz jacobiana e igualarlo a 0 de la siguiente manera:

$$\det(J) = l_1 l_2 \sin \theta_2 = 0 \quad (2.28)$$

De la Ecuación (2.27) se deduce entonces que las singularidades se encuentran (como era esperable) para los valores de $\theta_2 = 0$ y $\theta_2 = 180$.

2.4 Dinámica

La obtención del modelo dinámico nos permitirá simular el movimiento de la plataforma, analizar los esfuerzos estructurales y desarrollar los algoritmos de control. La simulación del movimiento del robot nos permitirá testear estrategias de control y

técnicas de planeamiento de trayectorias sin necesidad de utilizar los sistemas físicos. Asimismo, el cálculo de fuerzas y torques necesarios para la operación de la plataforma nos permitirá una mejor selección de actuadores.

Utilizaremos el método Euler-Lagrange como herramienta para encontrar una forma estándar de expresar las ecuaciones del modelo dinámico. Dicho método comienza con las ecuaciones cardinales, las cuales expresamos de la siguiente forma:

$$F = \frac{dmv}{dt} \quad (2.29)$$

$$T = \frac{dI_0\omega_0}{dt} \quad (2.30)$$

$$I_0 = RIR^T \quad (2.31)$$

donde F representa la fuerza, m la masa, v la velocidad, t el tiempo, T el torque, I el tensor de inercia y ω la velocidad angular. El subíndice 0 hace referencia a un sistema de coordenadas fijo

Combinando las ecuaciones 2.30 y 2.31 obtenemos una expresión genérica para la segunda cardinal:

$$T = I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) \quad (2.32)$$

Aplicamos las condiciones de equilibrio para obtener las ecuaciones que definan al modelo dinámico:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2.33)$$

$$F - R = m \cdot a \quad (2.34)$$

$$\sum M = \alpha + \omega(I_m\omega) \quad (2.35)$$

donde R es el conjunto de fuerzas de reacción, a es la aceleración, M el momento y α la aceleración angular.

A partir de aquí definiremos un vector de coordenadas generalizadas $q = [\theta_1, \theta_2]^T$, el cual nos permitirá proceder con el método E-L. Llamaremos lc_1 y lc_2 a la distancia desde el centro de masa de las plataformas respecto a los ejes de giro. Establecemos los momentos de inercia relativos a las juntas como I_{M_1} e I_{M_2} , así como los momentos de inercia referidos a los centros de masa, I_{l_1} e I_{l_2} . Utilizando variables de junta como coordenadas globales se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$v_{CM_1} = J_{v_{CM_1}} \dot{q} \quad (2.36)$$

Donde el subíndice CM refiere al centro de masa.

$$J_{v_{CM_1}} = \begin{bmatrix} -lc_1 \sin \theta_1 & 0 \\ lc_1 \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$v_{CM_2} = J_{v_{CM_2}} \dot{q} \quad (2.38)$$

$$J_{v_{CM_2}} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - lc_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -lc_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + lc_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & -lc_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Combinaremos ahora las anteriores ecuaciones con la ecuación que define la energía cinética:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{C_1}^T v_{C_1} + \frac{1}{2} m_2 v_{C_2}^T v_{C_2} = \frac{1}{2} \dot{q} \left(m_1 J_{v_{C_1}}^T J_{v_{C_1}} + m_2 J_{v_{C_2}}^T J_{v_{C_2}} \right) \dot{q} \quad (2.40)$$

Finalmente incluimos los términos referidos a la velocidad angular ω , la cual puede ser simplificada como veremos a continuación:

$$\omega_i^T I_i \omega_i = (I_{33})_i \omega^2 \quad (2.41)$$

Por lo tanto, la energía cinética rotacional puede ser expresada simplemente de la siguiente manera:

$$E_{CinRot} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \left\{ I_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + I_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \dot{q} \quad (2.42)$$

Donde:

$$I_i = (I_{33})_i \quad (2.43)$$

Podemos montar entonces la matriz de inercia:

$$D(q) = m_1 J_{v_{c_1}}^T J_{v_{c_1}} + m_2 J_{v_{c_2}}^T J_{v_{c_2}} + \begin{bmatrix} I_1 + I_2 & I_2 \\ I_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Operando en la ecuación anterior y utilizando propiedades trigonométricas:

$$d_{11} = m_1 l_{c_1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2 \quad (2.45)$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2 (2l_1 l_{c_2} \cos \theta_2) + I_2 \quad (2.46)$$

$$d_{22} = m_2 l_2^2 + I_2 \quad (2.47)$$

Computamos ahora los símbolos de Cristoffel de la forma utilizada por Spong et al., 2005:

$$C_{111} = \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} = 0 \quad (2.48)$$

$$C_{121} = C_{211} = \frac{\partial d_{11}}{\partial \theta_1} = -m_2 l_1 l_{c_2} \sin \theta_2 = h \quad (2.49)$$

$$C_{221} = \frac{\partial d_{12}}{\partial \theta_2} - \frac{\partial d_{22}}{\partial \theta_2} = h \quad (2.50)$$

$$C_{112} = \frac{\partial d_{21}}{\partial \theta_1} - \frac{\partial d_{11}}{\partial \theta_2} = -h \quad (2.51)$$

$$C_{122} = C_{212} = \frac{\partial d_{22}}{\partial \theta_1} = 0 \quad (2.52)$$

$$C_{222} = \frac{\partial d_{22}}{2\partial\theta_2} = 0 \quad (2.53)$$

Queda definida la matriz $C(q, \dot{q})$ del espacio dinámico de las juntas:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} h\dot{\theta}_2 & h\dot{\theta}_2 + h\dot{\theta}_1 \\ -h\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Sustituyendo los resultados anteriores en las ecuaciones de Euler – Lagrange obtendremos las ecuaciones de T_1 y T_2 .

$$T_1 = d_{11}\ddot{\theta}_1 + d_{12}\ddot{\theta}_2 + C_{121}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + C_{121}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + C_{121}\dot{\theta}_2^2 \quad (2.55)$$

$$T_2 = d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 + C_{112}\dot{\theta}_1^2 \quad (2.56)$$

2.5 Modelo de la plataforma DM3

Adaptaremos ahora los resultados anteriores a nuestra plataforma. La estrategia consiste en desplazar el sistema de referencia móvil al extremo anterior del vehículo y transformarlo luego a un sistema global de coordenadas tal como explicamos al comienzo del capítulo. A pesar de existir extenso trabajo en sistemas de referencia móviles [Beer et al., 1998; Synge, 1965; Alonso, 1986], la idea aquí propuesta es novedosa en robótica ya que no se encuentran trabajos de este tipo enfocados en esta solución puntual. Es decir, no fueron encontrados antecedentes de aplicación de modelos tanto cinemáticos como dinámicos del robot SCARA en robótica móvil. Por tratarse de una innovación buscaremos probar la efectividad del método, o en caso de encontrarlo ineficiente, analizar por qué se debe descartar la idea.

A continuación transformaremos las coordenadas globales del sistema fijo al robot en coordenadas universales. Es decir, el robot se trasladará por una trayectoria discreta de puntos donde cada punto generará un sistema de coordenadas local para cada tren del robot. Para dichos puntos se vinculará el sistema global fijo con el sistema global universal X^0, Y^0 . Denominaremos x_j^i e y_j^i a los sistemas de coordenadas solidarios a cada módulo, donde el subíndice indica el módulo (link) y el superíndice la

posición del robot. La distancia máxima entre puntos será equivalente a 2 módulos del robot y la mínima de 1.

Tal como menciona Craig, 2005, la utilización del desplazamiento del sistema de referencia para seguimiento de trayectoria puede ser utilizada dentro del esquema de espacios cartesianos. Otros métodos de aproximación a la generación de trayectorias, presentados por Spong, 2005, serían el de mapeo del espacio de configuración optimizado por descenso de gradiente, combinable con movimientos aleatorios para evadir mínimos locales y finalmente la utilización de mapeo probabilístico.

Estamos en condiciones de definir una matriz homogénea que combine las coordenadas X^0, Y^0 con los sistemas x_j^i, y_j^i de la siguiente forma:

$$A_{i_{REF}}^0 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{i_{REF}} & -\sin \varphi_{i_{REF}} & 0 & x_{i_{REF}} \\ \sin \varphi_{i_{REF}} & \cos \varphi_{i_{REF}} & 0 & y_{i_{REF}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Donde:

$$\varphi_{i_{REF}} = \arctan\left(\frac{x_{i_{REF}}}{y_{i_{REF}}}\right) \quad (2.58)$$

y $x_{i_{REF}}$ e $y_{i_{REF}}$ representan la posición de la punta del robot referida al sistema de coordenadas universal. Debemos definir entonces una matriz homogénea para cada posición de la punta del robot de la siguiente forma:

$$H_{i_{REF}}^0 = T_i^{i_{REF}} A_0^i \quad (2.59)$$

Definiremos ahora las matrices A del modelo D-H para el robot trabajando desde el extremo frontal hacia atrás como se ve en la Figura 2.12:

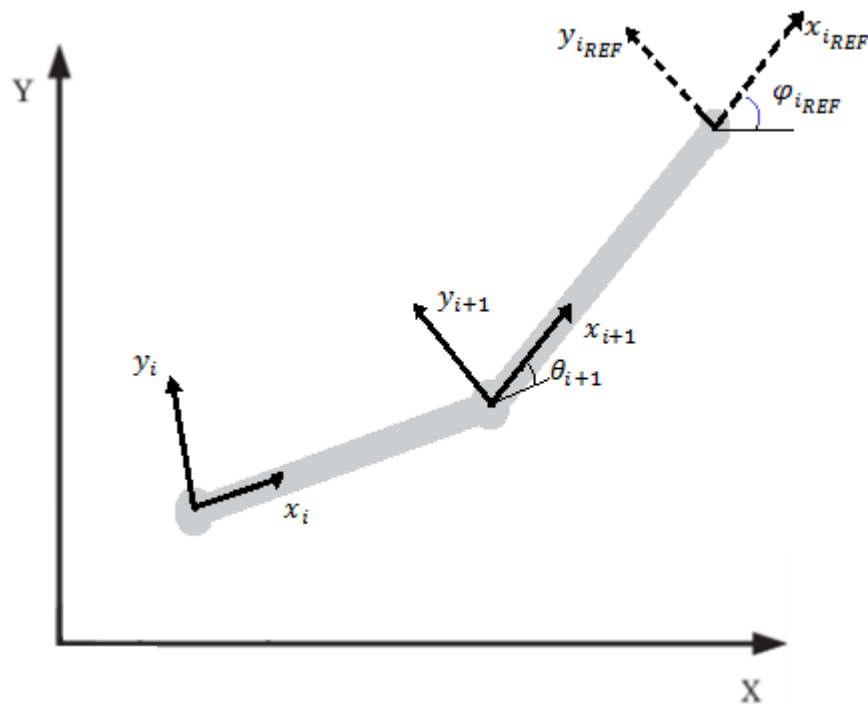


Figura 2.12 – Esquema de la plataforma de pruebas

Como vemos en la Figura 2.12 el sistema en línea punteada es el llamado sistema de coordenadas global fijo, el cual varía para cada punto. Dicho sistema nos permite referenciar al resto de la plataforma. De acuerdo a la Figura 2.12 podemos generar una nueva tabla de parámetros de D-H, donde el Link $i + 1$ representa al link anterior y el Link i es el Link posterior.

Tabla 2.3 – Nuevos valores de Parámetros de Denavit – Hartenberg

Barra	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	$-l_2$	0	0	0
2	$-l_1$	0	0	$-\theta_{i+1}$

Estamos en condiciones de calcular las nuevas matrices A_i y A_{i+1} con las cuales se obtiene la matriz T_i^{iREF} la cual nos permitirá encontrar la matriz homogénea que traslade nuestro sistema de coordenadas desde el extremo anterior de la plataforma hacia un sistema de coordenadas globales. Debemos recordar que dicha matriz cambia con la posición por lo que se deberá calcular una nueva para cada punto de la trayectoria.

$$T_i^{i_{REF}} = A_{i+1} \cdot A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_{i+1} & \sin \theta_{i+1} & 0 & -l_2 - l_1 \cos \theta_{i+1} \\ -\sin \theta_{i+1} & \cos \theta_{i+1} & 0 & l_1 \sin \theta_{i+1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Operando obtenemos la transformación homogénea final, la cual convertirá las ecuaciones al sistema de coordenadas universales la cual expresaremos de la siguiente forma:

$$H_{i_{REF}}^0 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{i+1} + \theta_{i+1}) & \sin(\varphi_{i+1} - \theta_{i+1}) & 0 & x_{i_{REF}} - l_2 - l_1 \cos \theta_{i+1} \\ \sin(\varphi_{i+1} - \theta_{i+1}) & \cos(\varphi_{i+1} + \theta_{i+1}) & 0 & y_{i_{REF}} + l_1 \sin \theta_{i+1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Se construye ahora la última herramienta matemática para el ensamblaje final del modelo. Dicha herramienta consiste en realizar un trabajo análogo al del robot SCARA desarrollado anteriormente pero trabajando en el sistema de referencia de la Figura 2.12. Definimos para esto la distancia de los extremos anteriores de cada módulo del robot a su centro de masa como l_{c_1} y l_{c_2} respectivamente. Aplicando el método de Euler – Lagrange se obtienen finalmente d_{11} , d_{12} , d_{21} y d_{22} para formar la matriz de inercia:

$$d_{11} = m_1(l_{c_1}^2 + 2l_2l_{c_1} \cos \theta_{i+1} + l_2^2) + m_2l_{c_2}^2 + I_1 \quad (2.62)$$

$$d_{12} = d_{21} = m_1(l_{c_1}^2 + l_{c_1}l_2 \cos \theta_{i+1}) \quad (2.63)$$

$$d_{22} = m_1l_{c_1}^2 \quad (2.64)$$

Se computan nuevamente los símbolos de Cristoffel de la forma utilizada por Spong et al., 2005, los cuales se utilizan para escribir las ecuaciones de Euler – Lagrange y se definen de la siguiente forma:

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad (2.65)$$

$$C_{111} = \frac{\partial d_{11}}{2\partial\theta_{i+2}} = 0 \quad (2.66)$$

$$C_{121} = C_{211} = \frac{\partial d_{11}}{2\partial\theta_{i+1}} = -m_1 l_2 l c_1 \sin \theta_{i+1} =: h \quad (2.67)$$

$$C_{221} = \frac{\partial d_{12}}{\partial\theta_{i+2}} - \frac{\partial d_{22}}{2\partial\theta_{i+2}} = m_1 l_2 l c_1 \sin \theta_{i+1} = h \quad (2.68)$$

$$C_{112} = \frac{\partial d_{21}}{\partial\theta_{i+2}} - \frac{\partial d_{11}}{2\partial\theta_{i+1}} = -h \quad (2.69)$$

$$C_{122} = C_{212} = \frac{\partial d_{22}}{2\partial\theta_{i+2}} = 0 \quad (2.70)$$

$$C_{222} = \frac{\partial d_{22}}{2\partial\theta_{i+1}} = 0 \quad (2.71)$$

Finalmente obtenemos los valores de T_1 y T_2 para el sistema anteriormente descrito.

$$T_1 = d_{12}\ddot{\theta}_{i+1} + C_{221}\dot{\theta}_{i+1}^2 \quad (2.72)$$

$$T_2 = d_{22}\ddot{\theta}_{i+1} \quad (2.73)$$

A partir de aquí se debe trabajar en el ensamblaje de los torques calculados con la matriz homogénea H_{iREF}^0 y la trayectoria de forma de poder calcularlo para cada posición del robot referido a un sistema de coordenadas universal o en su defecto explorar las posibilidades de basarse plenamente en un brazo biarticulado, teoría que trataremos a continuación.

2.6 Ecuacionamiento basado en brazo biarticulado sin vínculo a tierra

Basado en trabajos de Slotine, 1988, tomamos las ecuaciones referidas a brazos biarticulados retirando el vínculo de dicho brazo con una base fija. Tratamos esta hipótesis por la similitud de dicho brazo con la plataforma de trabajo. En una primera etapa esta similitud se basa simplemente en que ambos casos están construidos en dos

módulos con una articulación central. Se realizará en este capítulo el estudio del brazo biarticulado sin sujeción para verificar el comportamiento del mismo al someterlo a cargas simples. Es de destacar que por haber desvinculado el brazo de su base tomaremos los torques de las articulaciones como actuados por un elemento externo a los módulos.

A partir de este conocimiento profundizaremos en la tarea de perfeccionar las ecuaciones para acercar el modelo a la plataforma real.

Para comenzar generamos un modelo a partir del cual desarrollaremos las ecuaciones de dinámica. Dicho modelo se encuentra expresado en la Figura 2.13.

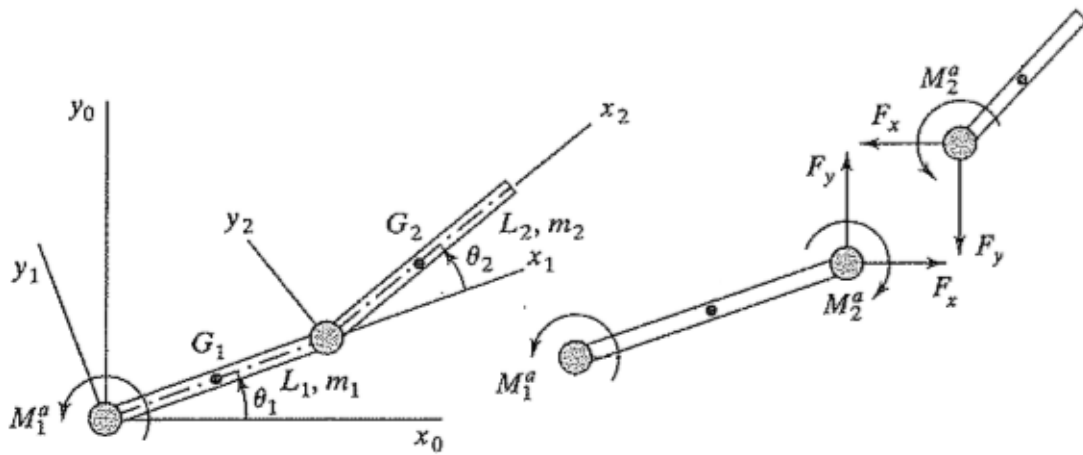


Figura 2.13 – Modelo de biarticulado sin vínculo a base fija, Figura adaptada de Spong et al. 2005.

Con el modelo armado plantemos las ecuaciones cardinales para generar nuestro modelo de control. Para la primera barra se obtiene:

$$F_x \hat{i}_0 + F_y \hat{j}_0 = m_1 a_{G_1} \quad (2.74)$$

Donde los versores \hat{i}_0 y \hat{j}_0 corresponden a las orientaciones de los ejes x_0 e y_0 respectivamente. Asimismo m_1 refiere a la masa de la barra izquierda (o barra 1) y a_{g1} a la aceleración de su centro de masa.

Trabajando la segunda cardinal en la primera barra obtenemos:

$$M_1^a - M_2^a - \frac{1}{2}L_1F_x \sin \theta_1 + \frac{1}{2}L_1F_y \cos \theta_1 = I_{G_1}\ddot{\theta}_1 \quad (2.75)$$

donde I_{G_1} corresponde a la inercia de la barra 1.

Desarrollamos las mismas ecuaciones para la segunda barra:

$$-F_x\hat{i}_0 - F_y\hat{j}_0 = m_2a_{G_2} \quad (2.76)$$

$$M_2^a - \frac{1}{2}L_2F_x \sin \gamma + \frac{1}{2}L_2F_y \cos \gamma = I_{G_2}\ddot{\gamma} \quad (2.77)$$

Donde m_2 refiere a la masa de la barra derecha (barra dos), a_{G_2} representa la aceleración del centro de masa de dicha barra e I_{G_2} su inercia. Asimismo llamamos γ a la suma de los ángulos θ_1 y θ_2 .

Para obtener las reacciones de la articulación (internas) deberemos calcular las aceleraciones de los centros de masa por métodos cinemáticos. Para hacerlo comenzaremos utilizando los vectores de posición de cada centro de masa y se derivarán hasta definir su aceleración.

$$r_{G_1} = \frac{1}{2}(L_1\hat{i}_1) \quad (2.78)$$

Donde r_{G_1} define al vector posición del centro de masa de la barra 1. Operamos análogamente para el centro de masa 2.

$$r_{G_2} = L_1\hat{i}_1 + \frac{1}{2}(L_2\hat{i}_2) \quad (2.79)$$

Donde r_{G_2} define al vector posición del centro de masa de la barra 2. Y los versores \hat{i}_1 y \hat{i}_2 corresponden a las direcciones axiales de los ejes 1 y 2.

Derivando dos veces se obtiene:

$$a_{G_1} = \frac{1}{2}L_1 \left[-\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2 \hat{i}_1 + \frac{d^2\theta_1}{dt^2} \hat{j}_1 \right] \quad (2.80)$$

$$a_{G_2} = \frac{1}{2}L_1 \left[-\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2 \hat{i}_1 + \frac{d^2\theta_1}{dt^2} \hat{j}_1 \right] + \frac{1}{2}L_2 \left[-\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 \hat{i}_2 + \frac{d^2\gamma}{dt^2} \hat{j}_2 \right] \quad (2.81)$$

Para obtener las ecuaciones en un sistema global expresaremos los versores de cada sistema de referencia respecto del sistema de referencia fijo.

$$\hat{i}_1 = \cos(\theta_1) \hat{i}_0 + \sin(\theta_1) \hat{j}_0 \quad (2.82)$$

$$\hat{j}_1 = -\sin(\theta_1) \hat{i}_0 + \cos(\theta_1) \hat{j}_0 \quad (2.83)$$

$$\hat{i}_2 = \cos(\gamma) \hat{i}_0 + \sin(\gamma) \hat{j}_0 \quad (2.84)$$

$$\hat{j}_2 = -\sin(\gamma) \hat{i}_0 + \cos(\gamma) \hat{j}_0 \quad (2.85)$$

Ya estamos en condiciones de expresar las fuerzas de la articulación:

$$F_x = m_1 \frac{L_1}{2} (-\dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1) \quad (2.86)$$

$$F_y = m_1 \frac{L_1}{2} (-\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1) \quad (2.87)$$

Sustituyendo en (2.74) y (2.76) obtenemos los resultados para los momentos en las articulaciones:

$$\begin{aligned} M_{1a} = & I_{G_1} \ddot{\theta}_1 + I_{G_2} \ddot{\gamma} + \frac{1}{4} m_1 L_1 (-\dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1) (L_2 \sin \gamma + L_1 \sin \theta_1) \\ & - \frac{1}{4} m_1 L_1 (-\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1) (L_2 \cos \gamma + L_1 \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} M_{2a} = & I_{G_2} \ddot{\gamma} + \frac{1}{4} m_1 L_1 L_2 (-\dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1) (\sin \gamma) \\ & - \frac{1}{4} m_1 L_1 L_2 (-\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1) (\cos \gamma) \end{aligned} \quad (2.89)$$

Es en esta etapa que se cierra el desarrollo de modelos matemático, para evaluar en el próximo capítulo del trabajo, el comportamiento de cada uno de ellos mediante simulaciones informáticas.

3 ANALISIS DE LOS MODELOS

En este capítulo se evaluarán de manera simulada los resultados obtenidos en capítulos anteriores. Para el caso de este trabajo se usará simulación por computadora con el fin de someter a análisis los modelos matemáticos obtenidos. Por tratarse de modelos no lineales y de cierto grado de complejidad, se entiende que es la mejor forma de evaluar los resultados. Para esto utilizaremos el Sistema Operativo Robótico (ROS), herramienta aplicada que permite trabajar nuestro modelo por computadora y dentro del mismo utilizaremos la aplicación Gazebo, simulador de motor físico de alto desempeño.

En una primera instancia verificaremos los modelos más simples como ser brazo biarticulado, para luego evaluar los modelos de la plataforma en su totalidad. Como se comentó anteriormente la simulación, en general, pretende tratar algo real cuando realmente trabaja con una recreación de la realidad.

Para poder decidir correctamente es necesario saber cómo responderá el sistema ante una determinada acción. Esto podría hacerse por experimentación con el sistema mismo; pero factores de costos, seguridad y otros hacen que esta opción generalmente no sea viable en los estados iniciales de un producto. A fin de superar estos inconvenientes, se reemplaza el sistema real por otro sistema que en la mayoría de los casos es una versión simplificada. Este último sistema es el modelo a utilizar para llevar a cabo las experiencias necesarias sin los inconvenientes planteados anteriormente. Al proceso de experimentar con un modelo teórico o computacional se lo denomina simulación [Tarifa, 2001].

En este punto, es conveniente plantear las siguientes definiciones:

- Sistema: Conjunto de objetos o ideas que están interrelacionados entre sí como una unidad para la consecución de un fin [Shannon, 1988]. También se puede definir como la porción del Universo que será objeto de la simulación.
- Modelo: Un objeto X es un modelo del objeto Y para el observador Z, si Z puede emplear X para responder cuestiones que le interesan acerca de Y [Minsky, 1991].
- Simulación: Simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a cabo experiencias con él, con la finalidad de aprender el comportamiento del sistema o de evaluar diversas estrategias para el funcionamiento del sistema [Shannon, 1988].

La simulación será conveniente cuando:

- No existe una formulación matemática analíticamente resoluble. Muchos sistemas reales no pueden ser modelados matemáticamente con las herramientas actualmente disponibles, por ejemplo la conducta de un cliente de un banco [Banks, 1996].

- Existe una formulación matemática, pero es difícil obtener una solución analítica. Los modelos matemáticos utilizados para modelar un reactor nuclear o una planta química son imposibles de resolver en forma analítica sin realizar serias simplificaciones [Banks, 1996].

- No existe el sistema real. Es problema del ingeniero que tiene que diseñar un sistema nuevo. El diseño del sistema mejorará notablemente si se cuenta con un modelo adecuado para realizar experimentos [Ogunnaike, 1994].

- Los experimentos son imposibles debido a impedimentos económicos, de seguridad, de calidad o éticos. En este caso el sistema real está disponible para realizar experimentos, pero la dificultad de los mismos hace que se descarte esta opción. Un ejemplo de esto es la imposibilidad de provocar fallas en un avión real para evaluar la conducta del piloto, tampoco se puede variar el valor de un impuesto a para evaluar la reacción del mercado [Banks, 1996].

- El sistema evoluciona muy lentamente o muy rápidamente. Un ejemplo de dinámica lenta es el problema de los científicos que estudian la evolución del clima. Ellos deben predecir la conducta futura del clima dadas las condiciones actuales, no pueden esperar a que un tornado arrase una ciudad para luego dar el mensaje de alerta. Por el contrario, existen fenómenos muy rápidos que deben ser simulados para poder observarlos en detalles, por ejemplo una explosión [Kelton, 1998].

Entre las posibles desventajas de la simulación se pueden citar:

- El desarrollo de un modelo puede ser costoso, laborioso y lento [Banks, 1996].

- Existe la posibilidad de cometer determinados errores. No se debe olvidar que la experimentación se lleva a cabo con un modelo y no con el sistema real; entonces, si el modelo está mal o se cometen errores en su manejo, los resultados también serán incorrectos [Banks, 1996].

- No se puede conocer el grado de imprecisión de los resultados. Por lo general el modelo se utiliza para experimentar situaciones nunca planteadas en el sistema real, por lo tanto no existe información previa para estimar el grado de correspondencia entre la respuesta del modelo y la del sistema real [Kelton, 1998].

- Imprecisiones causadas por las simplificaciones adoptadas en el desarrollo del modelo.

3.1 Sistema Operativo de Robots

El Sistema Operativo de Robots (ROS) es un marco flexible para escribir software de robot. Es una colección de herramientas, bibliotecas y convenciones que tienen como objetivo simplificar la tarea de crear un comportamiento robótico complejo y robusto en una amplia variedad de plataformas robóticas.

Debido a que la creación de un software de simulación de propósito general realmente robusto es difícil, es que nace la motivación de un sistema flexible y global. Desde la perspectiva del robot, los problemas que parecen triviales para los seres humanos a menudo varían enormemente entre instancias de tareas y entornos. Tratar con estas variaciones es tan difícil que ningún individuo, laboratorio o institución puede esperar hacerlo por sí mismo.

Como resultado, ROS fue construido desde cero para fomentar el desarrollo de software de robótica colaborativa. Por ejemplo, un laboratorio podría tener expertos en la cartografía de ambientes interiores, y podría contribuir con un sistema de clase mundial para la producción de mapas. Otro grupo podría tener expertos en el uso de mapas para navegar, y otro grupo podría haber descubierto un enfoque de visión por computadora que funciona bien para reconocer objetos pequeños en el desorden. ROS fue diseñado específicamente para grupos como estos para colaborar y construir sobre el trabajo de cada uno [Foote, 2017].

Por lo anteriormente mencionado y por la larga trayectoria de colaboración del INCO con la comunidad científica es que se decide desarrollar conocimiento en esta plataforma para así enriquecer al acervo.

3.2 Aplicación de sistema operativo robótico

Los requerimientos de software para la operación en exteriores son muy vastos. Un robot inteligente es una máquina automática capaz de extraer información de su entorno y utilizar su conocimiento del mundo para moverse de forma segura cumpliendo un propósito y sentido. Los robots disponen de sensores y actuadores para interactuar con el entorno. Los actuadores le permiten al robot efectuar acciones -

desplazamiento y manipulación -, y los sensores le permiten percibir la situación actual del entorno. Funcionar autónomamente implica que un robot puede operar, autocontenido, en variadas condiciones y sin necesidad de supervisión humana [Niku, 2010].

La navegación es una colección de algoritmos que permiten resolver las dificultades que aparecen al tratar de responder a las siguientes preguntas:

- ¿A dónde debo ir? Este problema es usualmente determinado por un humano o el planificador de misión de la arquitectura de control del robot.

- ¿Cuál es la mejor forma de llegar? Este problema es denominado planificación de trayectorias y es el aspecto que ha recibido más atención dentro de la navegación.

- ¿Dónde he estado? La construcción de mapas es uno de los aspectos de la navegación que se ha pasado por alto. En entornos desconocidos es obligatorio construir mapas pero aún en entornos conocidos es posible mejorar el rendimiento, tanto si las cosas cambian como teniendo en cuenta aspectos del uso de los espacios de navegación.

- ¿Dónde estoy? El robot debe saber donde está para seguir un camino o construir un mapa. Este aspecto de la navegación se denomina localización [Barrera, 2010].

Dada la complejidad y necesidad de la navegación como capacidad fundamental para los robots móviles, ésta ha sido estudiada desde 1960 sobre simuladores. Recién en 1990 la capacidad de sensado y procesamiento en el robot se hizo accesible. Los primeros trabajos asumieron que el robot era capaz de localizarse de manera precisa y que los sensores entregan una representación precisa del entorno, lo cual al trabajar con robots reales no ocurre debido a varias fuentes de incertidumbre. Los métodos más difundidos para lidiar con la incertidumbre en los sensores son en su naturaleza matemáticos, si bien existen algunas alternativas basadas en modelos biológicos [Cook, 2011].

El problema de navegación suele desarrollarse e investigarse en entornos cerrados, planares y estructurados, por lo que su aplicación al aire libre (ambiente abierto) requiere de la adaptación de ciertos componentes a nuevos desafíos [Cook, 2011].

Una pregunta natural que surge al momento de revisar la aplicabilidad de navegación robótica en el ámbito agropecuario es cuál es la relación de la navegación con los sistemas de GPS. Los GPS complementan a los sistemas de navegación, no siendo una sustitución completa a otros sensores incluidos en el robot, debido a

restricciones como requerimientos de precisión, disponibilidad y coste [Martínez et al., 2009].

En el ámbito agropecuario presenta problemas adicionales al problema de navegación, en comparación con las condiciones en las que este problema suele investigarse. En particular, los ambientes abiertos presentan problemas variados como cambios de iluminación, temperatura y viento que afectan los procesos de sensado del robot [Llofriú, 2012].

Además, este ámbito no cumple con una hipótesis usualmente asumida en el problema de navegación, la de operación del robot en un plano; esto presenta un desafío no menor para la aplicación de navegación en entornos abiertos.

Es por la gran complejidad de problemas que genera la navegación autónoma que el sistema operativo robótico ROS se presenta como una de las mejores soluciones posibles. Dicho sistema posee bibliotecas enteras dedicadas a la temática facilitando el desarrollo local y permitiendo la incorporación de gran cantidad de sensores y actuadores conservando robustez en el control y en la operación. Asimismo dicho software permitirá mantener bajo control los tiempos computacionales por su forma de operar mediante nodos, servicios y tópicos.

Aprovechando el conocimiento que se posee en dicho Software se decidió no solamente controlar el comportamiento del robot sino también utilizar ROS como plataforma para desarrollo de modelos computacionales de la plataforma. Para esto se desarrolló en el Formato Unificado de Descripción Robótica (URDF, por sus siglas en inglés) la descripción global de la plataforma dm3. Dicha descripción contiene toda la información referente a parámetros físicos de la plataforma, como ser, masa de cada uno de los componentes, inercias, materiales, coeficientes de rozamiento, etc. Utilizando dicha descripción se recreó en el programa Gazebo, aplicación que describiremos en el siguiente capítulo.

3.3 Software de Simulación Gazebo

La simulación de robots es una herramienta esencial en la caja de herramientas de cada robotista. Un simulador bien diseñado hace posible probar rápidamente algoritmos, diseñar robots, realizar pruebas de regresión y entrenar el sistema de inteligencia artificial usando escenarios realistas. Gazebo ofrece la capacidad de simular de forma precisa y eficiente poblaciones de robots en entornos complejos de interior y

exterior. El mismo posee un robusto motor de física, gráficos de alta calidad y cómodas interfaces gráficas y programáticas. Finalmente, Gazebo es gratis y es parte del desarrollo colaborativo mundial [Warner, 2017].

Levantando el código URDF desarrollado, Gazebo genera a través de una interfaz gráfica y un motor de física una imagen del robot sobre un plano representando la superficie del suelo. En la Figura 3.1 se puede ver la interfaz del programa así como el modelo de la plataforma dm3 sobre el suelo.

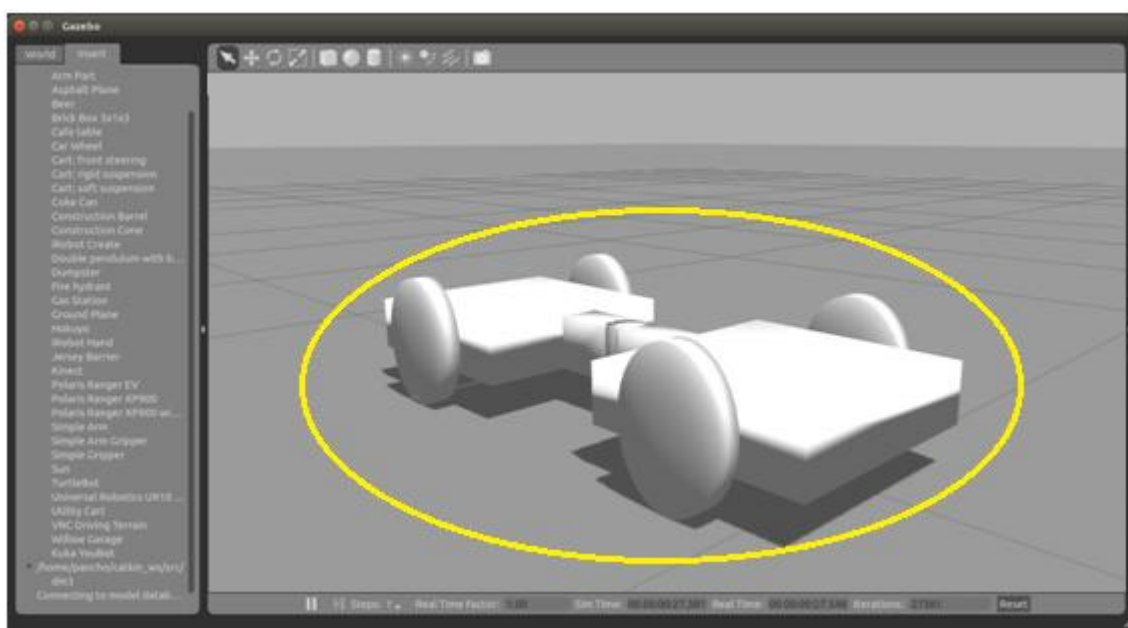


Figura 3.1 Plataforma dm3 en entorno de visualización Gazebo.

3.4 Modelo de la Plataforma

El desarrollo del modelo comenzó como un modelo tipo físico en el cual implementar las ecuaciones de control ya desarrolladas.

En una primera etapa se evaluó el comportamiento de dicho modelo a través de simulaciones simples, en las cuales se trató de establecer los parámetros que lo gobiernan como ser rozamiento entre superficies, coeficientes de amortiguamiento, inercias, etc.

A partir de ahí se buscó comparar mediante el trazado de trayectorias el funcionamiento de los modelos matemáticos.

En las figuras 3.2, 3.3 y 3.4 se muestran ejemplos de la interfaz del software Gazebo. En la Figura 3.2 se observa un modelo de brazo simple, donde el primer

eslabón fijo al suelo oficia de soporte a un brazo biarticulado. En la Figura 3.3 se muestra el modelo de un SCARA y en la Figura 3.4 se aprecia el modelo de la plataforma de trabajo.



Figura 3.2 Brazo Biarticulado

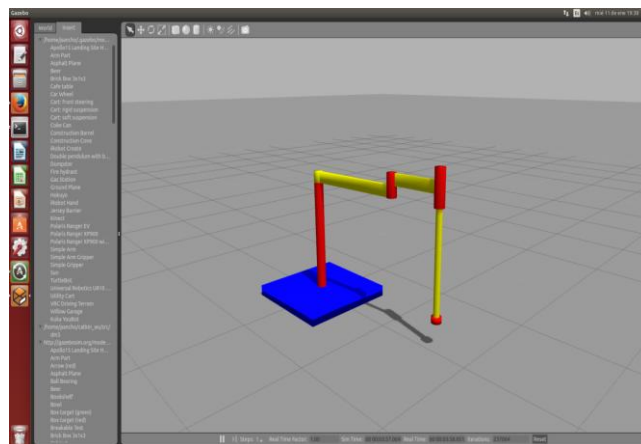


Figura 3.3 Robot SCARA

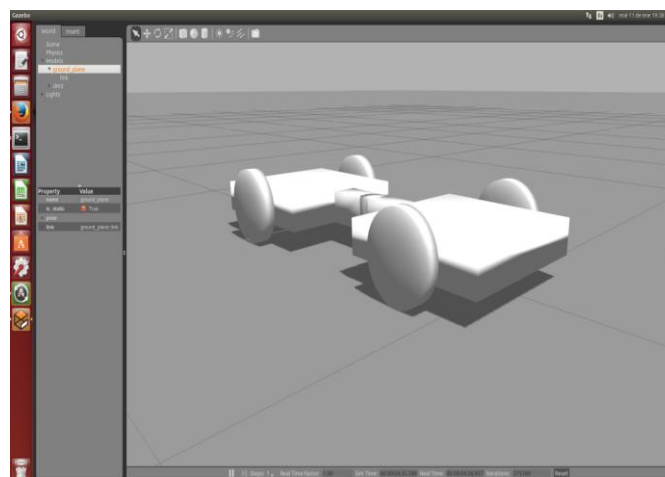


Figura 3.4 Plataforma dm3

3.5 Ensayos en la Plataforma dm3

Habiendo realizado las simulaciones con robots conocidos y ya en condiciones de establecer los parámetros de nuestra plataforma se pasó a la realización de la simulación en el dm3.

En primer lugar se debió determinar los valores de las propiedades físicas involucradas en el simulador. A pesar de ser este un simulador que permite modificar todo tipo de variables, decidimos trabajar con las mas influyentes, como ser, coeficientes de rozamiento, masas, inercias y amortiguamiento. Para fijar los valores de masas e inercias, se decidió tomar como referencia la plataforma existente sin ningún componente electrónico, es decir, solamente chasis y ruedas (incluidos los motores). En el caso del rozamiento, se partió de la base de un coeficiente similar al de metal con metal, probando ser bastante certero en el caso de la articulación central pero debiendo ser ajustado para el caso de las ruedas. En las ruedas, las cuales contienen los motores y así fueron modeladas, el rozamiento se tomó cercano a cero, asumiendo que éstas se encuentran montadas en rodamientos. Finalmente los coeficientes de amortiguamiento utilizados fueron los determinados por el software por defecto, no necesitando ser aumentado para lograr resultados satisfactorios.

Fueron varias las pruebas realizadas en la plataforma, siendo divididas en dos etapas principales, los ensayos dinámicos y los ensayos cinemáticos. Esta división se debe a que es posible comandar tanto las velocidades como las fuerzas de forma independiente, logrando así evaluar tanto las ecuaciones cinemáticas como las dinámicas respectivamente.

Las pruebas elegidas para testear la eficiencia de los modelos fueron las siguientes: arranque y frenada en línea recta y realización de trayectorias circulares. Dentro de cada prueba se estudió también los efectos de la velocidad en las trayectorias.

4 CONCLUSIONES

De acuerdo a lo expresado en el cuerpo de este trabajo, es posible afirmar que el objetivo principal del presente trabajo, o sea, desarrollar un modelo dinámico de un vehículo autónomo articulado todoterreno con el fin de ser utilizado en la simulación del movimiento de la plataforma dm3 fue logrado. El resultado fue expresado en las ecuaciones (2.88) y (2.89) del Capítulo 2.

Como resultado del estudio de la bibliografía se confirmó la no existencia de antecedentes en plataformas similares, debiendo analizar otro tipo de robots y vehículos autónomos con el objetivo de adaptar los resultados a nuestro caso particular. En esta etapa se encontraron varios problemas siendo el principal el de adaptar sistemas fijos a contextos móviles.

En este marco, una vez obtenido el modelo, se ensayó mediante las herramientas computacionales disponibles. Fueron varios los ensayos realizados donde se probaron las principales características de funcionamiento con resultados satisfactorios.

Por lo anteriormente mencionado, se puede concluir que el comportamiento del modelo es satisfactorio en el contexto de su aplicación en plataformas robóticas autónomas para tareas agrícolas.

Finalmente el modelo desarrollado en este trabajo generó insumos para los sistemas de control de la plataforma, aportando un conjunto de ecuaciones que permiten controlar el torque aplicado en las ruedas para definir los movimientos de la plataforma en su conjunto.

4.1 Trabajos futuros

Por haberse tratado de un trabajo mayoritariamente teórico es natural proponer que los siguientes esfuerzos se centren en la implementación de los modelos obtenidos en la plataforma real.

Para esto se deberán sincronizar los esfuerzos entre varios trabajos realizados, como ser instrumentación, control, navegación, sensores, etc. Se buscará en esta etapa la sinergia de dichos estudios para lograr resultados satisfactorios.

Asimismo, se deberá analizar con mayor profundidad la interacción entre rueda y superficie de forma de introducir en el modelo dinámico las alteraciones que dicho contacto pueda generar.

Conjuntamente se sugiere realizar un estudio tridimensional del problema, incluyendo así la influencia del terreno en el comportamiento de la plataforma.

Es de esperar que combinando las tres sugerencias realizadas se logre un modelo de la plataforma capaz de ser utilizado en producción.

Finalmente se puede sugerir la evaluación del diseño global de la plataforma, buscando alternativas no solo a la arquitectura sino también en cuanto a propulsión (combustión interna por ejemplo), interfaz con el usuario entre otros.

5 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbas, S. M., Abubakr M., **Outdoor RGB-D SLAM Performance in Slow Mine Detection**, 7th German Proceedings of ROBOTIK, 2012

Aguirre, A., Andrade, F., Puignau, F., Sisto, R., **MonsterButiá, an All-terrain can Collector for the IEEE Open competition**. Fortaleza, 2012

Aguirre, M. **Las migraciones internas de los jóvenes en el Uruguay del siglo XXI**, IX Jornadas de Investigación de la Facultad de Ciencias Sociales, UdelaR, Montevideo, 2010.

Alonso, M., Finn, E. J. **Física**, Vol. I, Addison Wesley, Massachusetts, 1986.

Andrade, F., Tejera, G. **Agrobot: Robótica Agropecuaria, Reporte Técnico**, Proyecto CSIC de Investigación Estudiantil, Montevideo, 2009

Arias Paz, G. **Manual de Automóviles**. Madrid, 1990

Baeten, W., **Autonomous Fruit Picking Machine: A Robotic Apple Harvester**. Field and Service Robotics, 2008.

Bailey, T., **Mobile Robot Localization and mapping in extensive outdoor environments**, PhD Thesis, 2002

Banks, J., Carson, J.S., Nelson, B.L. **Discrete-Event System Simulation. Second Edition**. Prentice-Hall, New Jersey, 1996

Barrera, A. **Mobile Robots Navigation**. InTech, under CC BY-NC-SA 3.0 license, 2010.

Beer, F. P., Johnston, E. R. **Mecánica Vectorial para Ingenieros**, Vol. 2 Dinámica, McGraw-Hill, Lehigh, 1998.

Biagiotti, L., Melchiorri, C. **Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots**. Springer-Verlag, Berlin, 2008

Boden, Margaret, Grey Walter and the Ratio Club, The Rutherford Journal, 2010. Disponible en: <http://www.rutherfordjournal.org/article020101.html>

Cohen, D. **On Holy War and a Plea for Peace**. IEEE Computer, 1981.

Cole, M., **Using Naturally Salient Regions for SLAM with 3D Laser Data**, ICRA Workshop on SLAM. IEE, 2005.

Conrad, K. L., Shiakolas P.S., Yih T.C., **Robotic calibration issues: Accuracy, Repetability and Calibration**, Proceedings of the 8th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED 2000), Rio, Patras, Grecia, 17-19 July 2000

Cook, G. **Mobile Robots: Navigation, Control and Remote Sensing**. Wiley-IEEE Press, Nueva Jersey, 2011

Delgado, S., Dotta, G., Gonzalez, M., **Recolección y Transmisión de datos para la detección automática de eventos en la crianza de animales**, Reporte técnico, Proyecto de grado, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, UdelaR. 2012.

Foglia, M. M., Giulio, R., **Agricultural Robot for Radicchio Harvesting**, Journal of Field Robotics, 2006

Foote, T. **About ROS**, ROS Web, 2017 - www.ros.org -

Gilleri, S. **Vehículos Todo Terreno**. Barcelona, 1995.

Grampín Castro, E. **Grupo Mina, Network Management/Artificial Intelligence**. 2017. Disponible en <https://www.fing.edu.uy/inco/grupos/mina/>

Guivant J., et al., **Autonomous Navigation and Map Building Using Laser Range Sensors in outdoor Applications**, Journal of Robotic Systems, 2000

Hans-Peter, G., **CLAAS Annual Report**, 2014.

Hasieh, M., **Adaptive Teams of Autonomous Aerial and Ground Robots for Situational Awareness**, Journal of field robotics, Vol. 4 No. 11-12, pp. 991-1014, 2007

Hayashi, K., et al. **Evaluation of a Strawberry harvesting robot in a field test**, Biosystems Engineering, 2010

Hernández, S., 2014. **Estructura**. Disponible en <https://www.fing.edu.uy/iimpi/estructura>, última visita 10/05/2017.

Craig, J. J., **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**, Pearson, Londres, 2004

Kelton, W.D., Sadowski, R.P., Sadowski, D.A. **Simulation with Arena**. Mc Graw Hill, Boston, 1998.

Llofriú, M., **SLAM: Relevamiento Del Estado Del Arte y Sus Aplicaciones em la Actividad Agropecuaria**, Reporte Técnico, Proyecto ANII de Iniciación a la Investigación, 2012.

Martínez, S., Sisto, R., **Posicionamiento y Sensor Data Fusion**, Trabajo de fin de Carrera, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, 2009.

Matarit, M. J., **The Robotics Primer**, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2008

Messenger, B.; Mullins, P. **The ultimate all-terrain vehicle**, Diesel Progress International Edition, 2003.

Minsky, M. L., **Computation: Finite and Infinite Machines**, Massachusetts, 1972.

Ogunnaike, B.A., Harmon Ray, W. **Process Dynamics, Modeling and Control**. Oxford, New York, 1994.

Reid, J.F., **Agricultural Automatic Guidance Research in North America**. Computers and Electronics in Agriculture, 2000

Saeed, B. **Introduction to Robotics: Analysis, Control, Applications**. Wiley; 2nd edition, Nueva Jersey, 2010.

Shannon, R.E. **Simulación de Sistemas. Diseño, desarrollo e implementación**. Trillas, México, 1988.

Shigeniko, L., **Robotic Harvesting System for Eggplants Trained in V-Shape (Part 2) – Harvesting Experiment for Eggplants**. Journal of Society of High Technology in Agriculture, 2003

Siciliano, B., **Robotics. Modeling, Planning and Control**, Springer, Londres, Inglaterra, 2009

Spong, M. W., **Robot Modeling and Control**, John Wiley and Sons, Inc. Estados Unidos, 2005.

Stadler, W., **Analytical Robotics and Mechatronics**, Mc-Graw Hill, Estados Unidos, 1995

Surmann, H., **An autonomous Mobile robot with 3d laser range finder for 3d exploration and digitalization of indoor environments**, Robotics and autonomous systems, 2003.

Synge y Griffiths, **Principios de Mecánica**, Mc Graw-Hill, 1965.

Tarifa, E. E., **Teoría de Modelos y Simulación**. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Jujuy, 2001.

Thompson, D. **Robots de exploración espacial**, Computers and Geoscience, 1977.

Warner, M., **Gazebo, Robot Simulation Made Easy**, 2017.

Zhou, S., **Self supervised learning to visually detect terrain surfaces for autonomous robots operating in forested terrain**, Journal of field robotics, 2012