

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Estudo sobre a Aplicação da Não Linearidade Geométrica na
Análise de Vigas Mistas de Aço e Concreto**

Luiz Carlos Mittelstadt Júnior

Porto Alegre
2017

LUIZ CARLOS MITTELSTADT JÚNIOR

**ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE
GEOMÉTRICA NA ANÁLISE DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre

2017

CIP - Catalogação na Publicação

Mittelstadt Júnior, Luiz Carlos

Estudo sobre aplicação da não linearidade geométrica na análise de vigas mistas de aço e concreto / Luiz Carlos Mittelstadt Júnior. -- 2017. 201 f.

Orientador: Inácio Benvegnu Morsch.

Coorientador: Felipe Schaedler de Almeida.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2017.

1. Vigas mistas. 2. Análise não linear. 3. Flambagem. 4. Elementos finitos. I. Benvegnu Morsch, Inácio, orient. II. Schaedler de Almeida, Felipe, coorient. III. Título.

LUIZ CARLOS MITTELSTADT JÚNIOR

**ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE
GEOMÉTRICA NA ANÁLISE DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 13 de outubro de 2017

Prof. Inácio Benvegno Morsch
Dr pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul
orientador

Prof. Felipe Schaedler de Almeida
Dr pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul
co-orientador

de Prof. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica/ USP

Prof. Herbert Martins Gomes (UFRGS)
Dr. pelo PPGEC/ UFRGS

Prof. Alexandre Luis Braun (UFRGS)
Dr. pelo PPGEC/ UFRGS

Dedico este trabalho a minha mãe e meu pai pela
compreensão e apoio durante o período de seu
desenvolvimento.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo eu agradeço aos meus pais, por estarem presentes em todos os momentos da minha vida, por me apoiarem e se doarem por inteiros para a realização dos meus sonhos, me ajudando a superar todas as dificuldades e sempre acreditando em mim.

Agradeço a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC/UFRGS por todo o conhecimento compartilhado. Em especial, agradeço aos professores Inácio Benvegnu Morsch, Felipe Schaedler de Almeida e Jorge Luis Palomino Tamayo, pelos auxílios na orientação, as conversas e conselhos das quais foram fundamentais para o desenvolvimento do presente trabalho.

A minha namorada Daiane, que esteve presente em todos os momentos difíceis e me ajudou a superar as dificuldades e seguir em frente.

Agradeço a Professora Marcelle Engler Bridi por acreditar em mim e me incentivar a buscar mais conhecimentos e a me inscrever na pós-graduação.

Agradeço também a minha colega de mestrado Rebeca, por toda a sua ajuda durante o período do trabalho.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas da área de Estruturas, sempre nos estudos em conjunto e buscando, apoio e compartilhamento de experiências.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pela bolsa de estudos fornecida.

Por fim agradeço a todas as pessoas que contribuíram, de alguma forma, para meu crescimento pessoal e me ajudaram a vencer mais essa etapa em minha vida.

RESUMO

MITTELSTADT JÚNIOR, L.C. **Estudo sobre a Aplicação da Não Linearidade Geométrica na Análise de Vigas Mistas de Aço e Concreto.** 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

As vigas mistas de aço e concreto, por empregarem cada um desses materiais dentro de suas melhores características mecânicas, são uma boa solução estrutural para vários problemas de engenharia. Em função da geometria, carregamento e restrições de deslocamentos essas vigas apresentam vários modos de falhas que precisam ser verificados no seu dimensionamento. Nesse contexto, esse trabalho tem como objetivo estudar o comportamento das vigas mistas em situações onde a aplicação da não linearidade geométrica pode a priori ser importante. Em vigas simplesmente apoiadas, com a linha neutra localizada no perfil de aço e em vigas contínuas na região de momentos negativos, o perfil de aço está sujeito à compressão. Nessas situações os modos de falha de flambagem local, flambagem lateral por torção e flambagem distorcional (no caso de perfis I enrijecidos) podem ocorrer principalmente quando o perfil de aço é do tipo não compacto. Em vigas mistas com aberturas no perfil de aço, por exemplo, para passagem de tubulações, também há modos de falhas adicionais que devem ser investigados. O trabalho em questão foi conduzido empregando-se o código desenvolvido no CEMACOM com pequenas alterações para a priori permitir analisar problemas com pequenas não linearidades geométricas. Em paralelo empregou-se o software ANSYS customizado para analisar problemas com não linearidades geométricas significativas. Vários exemplos foram analisados empregando-se ambos os softwares e os resultados obtidos mostram o bom funcionamento do ANSYS customizado e do script para modelar vigas mistas. Por outro lado, algumas vigas analisadas demonstraram a carência de alguns recursos do programa desenvolvido no CEMACOM.

Palavras-chave: vigas mistas; análise não linear; flambagem; elementos finitos.

ABSTRACT

MITTELSTADT JÚNIOR, L.C. Study on the Application of Geometric Nonlinearity in the Analysis of Steel – Concrete Composite Beams. 2017. Thesis (Civil Engineering Master) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The steel - concrete composite beams are a good structural solution to various engineering problems. The main advantage of steel - concrete composite beams is to employ each of these materials within their best mechanical characteristics, which results in a more efficient stiffness/ weight ratio. Due to the geometry, loading and displacement constraints, these beams present several failure modes that need to be verified in their design. In simply supported beams, the steel profile is subjected to compression when the neutral line is located in the steel profile. In continuous beams, the steel profile is subject to compression in the hogging moment region. In these situations, local buckling, lateral - torsional buckling, and distortional buckling failure modes (in the case of I stiffened profiles) may occur. Local buckling becomes important when the steel profile is of the non-compact type. In several practical situations it is also common to use composite beams with openings in the steel profile, for example, for passage of pipes. This solution also introduces failure modes that must be investigated. A priori these problems require the use of a nonlinear geometric analysis to be studied. The work in question was conducted using the code developed in CEMACOM with small changes to a priori allow analyzing problems with small geometric nonlinearities. In parallel, the customized ANSYS software was used to analyze problems with significant geometric nonlinearities. Several examples were analyzed using both software and the results obtained show the proper functioning of the customized ANSYS and the script to model mixed beams. On the other hand, some analyzed beams demonstrated the lack of some resources of the program developed in CEMACOM.

Keywords: composite beam; nonlinear analysis; buckling; finite element.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS E JUSTIFICATIVA	19
1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA	23
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS NUMÉRICOS	30
2.1 MODELO 1	30
2.1.1 Concreto	30
2.1.1.1 Concreto em compressão.....	30
2.1.1.2 Concreto em tração.	32
2.1.2 Aço da armadura	34
2.1.3 Aço Protendido Externamente ao Perfil de Aço	35
2.1.4 Aço Estrutural	35
2.1.5 Conectores	36
2.1.6 Modelo de elementos finitos	37
2.2 MODELO 2.....	38
2.2.1 Concreto	38
2.2.2 Aço da armadura	43
2.2.3 Aço Estrutural	43
2.2.4 Conectores	44
2.2.5 Elementos Finitos	44
3 ANÁLISE DE INSTABILIDADE	46
3.1 FLAMBAGEM ELÁSTICA.....	46
3.2 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS.....	49
3.3 ANÁLISE DE FLAMBAGEM PELO ANSYS	52
3.4 EXEMPLOS.....	53
3.4.1 Casca fina:	53
3.4.1.1 Análise não linear geométrica:	54
4 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA	61

4.1 PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA PELO ANSYS	61
4.1.1 Teoria.....	62
4.2 ATUALIZAÇÃO DE COORDENADAS	64
4.2.1 Processo de Modelagem.....	65
4.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS	68
4.2.1 Vigas Mistas Contínuas.....	68
5 ANÁLISE DE VIGAS MISTAS COM ABERTURAS.....	80
5.1 EXEMPLOS NUMÉRICOS	80
5.1.1 Viga CCB1	84
5.1.2 Viga CCB2	89
5.1.3 Vigas CCB3 e CCB4.....	96
5.1.4 Vigas CCB5 e CCB6.....	102
5.1.5 Discussão.....	108
6 ANÁLISE DE VIGAS MISTAS ESBELTAS.....	111
6.1 EXEMPLOS NUMÉRICOS	111
6.1.1 Viga G1C20.....	115
6.1.2 Viga G1C30.....	136
6.1.3 Viga G2C30.....	144
6.1.4 Viga G3C30.....	152
6.1.5 Viga G4C20.....	159
6.1.6 Viga G4C30.....	167
6.1.7 Viga G5C30.....	174
6.1.8 Viga G6C30.....	180
7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	189
7.1 VIGAS MISTAS COM ABERTURA	190
7.2 VIGAS MISTAS COMPOSTAS POR PERFIS DE AÇO ESBELTOS	191
7.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	195
REFERÊNCIAS	196

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo de uma viga mista do tipo aço-concreto. (Dias, 2013)	19
Figura 2 - Conectores de cisalhamento "Stud, (SWUK, 2016). Fonte: http://swuk.net/straight-to-steel-shear-stud-welding/	20
Figura 3 - Superfícies de plastificação no plano das tensões principais (Fonte: baseado em Tamayo, 2011)	31
Figura 4 - Diagrama unidimensional tensão-deformação para concreto submetido à compressão (Fonte: Dias, 2013).....	32
Figura 5 - Definição dos eixos de referência da fissura (Fonte: Tamayo, 2011).	33
Figura 6 - Configurações admitidas para o concreto fissurado (Fonte: Tamayo, 2011).	33
Figura 7 - Diagrama de retenção de tensões para o concreto fissurado a) Zonas com influência da armadura b) Zonas sem influência da armadura (Fonte: Tamayo, 2011).	34
Figura 8 - Diagrama tensão-deformação para o aço a) Tri-linear b) Bi-linear (Fonte: Tamayo, 2011).....	35
Figura 9 - Critério de escoamento em tração e compressão para o aço (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	36
Figura 10 - Rigidez tangente e rigidez secante do conector (Fonte: baseado em Dias, 2013).....	37
Figura 11 - Montagem do modelo numérico para a viga mista. (Fonte: REGINATO, 2017)	38
Figura 12 – Superfície de plastificação e de ruptura. (Fonte: Schmitz, 2017).	38
Figura 13 – Relação constitutiva para o concreto em compressão uniaxial (Fonte: Schmitz, 2017).	39
Figura 14 – Curva tensão-deformação para concreto tracionado (SCHMITZ, 2017).	42
Figura 15 - Comportamento para o aço estrutural (Fonte: Schmitz, 2017).	44
Figura 16 - a) Curva Carga-Deslocamento não linear, b) Curva Carga-Deslocamento Linear.	46
Figura 17 - Modelagem das imperfeições geométricas equivalentes. Adaptado de CEN (2006).	51
Figura 18 - Modos de flambagem da casca com análise linear	53
Figura 19 - Deslocamentos em Y da casca.	55
Figura 20 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 1º modo de flambagem. [mm]	56
Figura 21 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 3 modos de flambagem. [mm]	57
Figura 22 – Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 5 modos de flambagem.	58
Figura 23 - Variação dos modos de deformação para um fator de imperfeição igual a 0,1.....	59
Figura 24 - Variação do fator de imperfeição.....	59
Figura 25 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 5 modos de flambagem - fator de imperfeição igual a 5. [mm]	60
Figura 26 - Movimento de uma fibra diferencial. Fonte. Baseado em “HELP” - ANSYS	62
Figura 27 - Cinemática do movimento da fibra. Fonte (HELP - ANSYS).	63
Figura 28 – Fluxograma do processo de modelagem.	66
Figura 29 - Fluxograma geral do programa.	66
Figura 30 - Fluxograma do processo de análise de carga última.	67
Figura 31 - Seção transversal das vigas mistas contínuas [mm].	68
Figura 32 - Esquema da geometria e layout da viga mista com protensão externa.	69
Figura 33 - Modelo da viga mista CCB1. Adaptado de Wayar (2016).	71
Figura 34 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga mista CCB1.	72

Figura 35 - Modelo de elementos finitos para a viga PCCB1. Adaptado de Wayar (2016).....	72
Figura 36 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga PCCB1.....	73
Figura 37 - Força no cabo de protensão.	74
Figura 38 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga mista PCCB2.	75
Figura 39 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga PCCB3.....	76
Figura 40 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga mista PCCB2.	76
Figura 41 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga PCCB4.....	77
Figura 42 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga mista PCCB5.	77
Figura 43 - Dimensões geométricas da viga mista contínua. Adaptado de Li <i>et al.</i> (2015).	81
Figura 44 - Seção transversal da viga mista contínua. Adaptado de Li <i>et al.</i> (2015).	81
Figura 45 - Malha de elementos para viga mista CCB1.	84
Figura 46 – Modelo físico da viga CCB1 com as áreas e volumes.	85
Figura 47 - Malha de elementos finitos da Viga Mista CCB1 pelo ANSYS.....	86
Figura 48 - Gráfico de carga-deslocamento da viga mista CCB1.	87
Figura 49 – Curva carga-deslocamento para viga CCB1 com atualização de coordenadas para os dois conjuntos de dados.....	88
Figura 50 - Deflexão da Viga CCB1 para modelo do programa Vmis.....	88
Figura 51 - Deflexão da Viga Mista CCB1 para o modelo do programa ANSYS.	89
Figura 52 – Comparação do deslocamento máximo no centro da viga ao longo do incremento de carga para viga CCB1.....	89
Figura 53 – Malha de elementos finitos para viga mista contínua CCB2.....	90
Figura 54 – Detalhe da malha na abertura.	91
Figura 55 - Malha de elementos para a Viga CCB2 pelo ANSYS.	91
Figura 56 – Curva carga-deslocamento da viga mista CCB2.....	92
Figura 57 – Curva carga-deslocamento para viga mista CCB2 com atualização de coordenadas para o conjunto 1 de dados.....	93
Figura 58 - Deflexão ao longo da viga CCB2 - Programa Vmis.	94
Figura 59 – Deflexão ao longo da viga CCB2 - ANSYS.	94
Figura 60 - Deslocamento máximo no centro da viga ao longo do incremento de carga para viga CCB2.....	95
Figura 61 – Deslocamento máximo no centro da abertura ao longo do incremento de carga para viga CCB2.	96
Figura 62 – Curva carga-deslocamento para viga mista CCB3 pelo programa Vmis.	97
Figura 63 - Curva carga-deslocamento para viga CCB3 - Atualização de coordenadas – Conjunto de dados 1... 98	98
Figura 64 – Curva carga-deslocamento para viga CCB4.	99
Figura 65 – Curva carga-deslocamento - Viga CCB4 - Atualização de coordenadas.	100
Figura 66 - Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB3 e CCB4 - Programa Vmis.....	101
Figura 67 – Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB3 e CCB4 - Programa ANSYS.	101
Figura 68 – Curva carga-deslocamento para viga CCB5.	103
Figura 69 – Tensões σ_{xx} para a carga de ruptura do programa Vmis.....	103
Figura 70 - Tensões σ_{xy} para a carga de ruptura do programa Vmis.	104
Figura 71 – Curva carga-deslocamento para viga CCB5 - Atualização de coordenadas.....	105

Figura 72 – Curva carga-deslocamento para viga CCB6.	105
Figura 73 – Curvas carga-deslocamento para viga CCB6 - Atualização de coordenadas.	106
Figura 74 – Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB5 e CCB6 - Programa Vmis.	107
Figura 75 – Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB5 e CCB6 - ANSYS.	107
Figura 76 – Geometria do perfil de aço e posição dos conectores.	112
Figura 77 – Geometria da viga mista.	113
Figura 78 - Malha de elementos finitos pelo GiD para viga G1C20.	116
Figura 79 - Malha de elementos finitos pelo ANSYS - viga G1C20.	117
Figura 80 – Curva carga-deslocamento para a viga G1C20.	118
Figura 81 – Modos de flambagem da viga G1C20.	121
Figura 82 - Curva carga-deslocamento para viga G1C20 alterando o fator de imperfeição.	122
Figura 83 – Tensão de von Mises para viga G1C20 – carga de ruptura experimental.	123
Figura 84 – Curva carga-deslocamento da viga G1C20 considerando o aço como elastoplástico perfeito.	125
Figura 85 - Comparação entre os modelos constitutivos para o perfil de aço, armaduras e conectores.	126
Figura 86 – Tensões na seção transversal para o início de escoamento da viga G1C20.	127
Figura 87 – Tensão na viga G1C20 - início do esmagamento do concreto, modelo elastoplástico perfeito. a – Tensão σ_x , b – Tensão de von Mises.	127
Figura 88 - Tensão σ_x nas mesas da viga G1C20 para o início do esmagamento. a – Mesa superior – b- Mesa inferior.	128
Figura 89 - Tensão na viga G1C20 - início do esmagamento do concreto, modelo elastoplástico com endurecimento. a – Tensão σ_x , b – Tensão de von Mises.	128
Figura 90 – Tensões na viga G1C20 na carga de ruptura do modelo experimental. a) modelo elastoplástico com endurecimento. b) modelo elastoplástico perfeito.	129
Figura 91 – Tensões de von Mises da viga G1C20 na carga de ruptura do modelo experimental. a) modelo elastoplástico com endurecimento. b) modelo elastoplástico perfeito.	130
Figura 92 – Escorregamento na viga mista G1C20 ao longo do comprimento - modelo elastoplástico com endurecimento.	131
Figura 93 – Escorregamento na viga G1C20 ao longo do comprimento – modelo elastoplástico perfeito.	131
Figura 94 - Comparação da rigidez dos conectores.	132
Figura 95 – Escorregamento ao longo da viga G1C20 – Conectores com rigidez maior.	134
Figura 96 – Comparativo das curvas carga-deslocamento para viga G1C20.	134
Figura 97 – Deformações plásticas de von Mises para a viga G1C20 no ultimo incremento de carga.	135
Figura 98 - Deformada da viga mista G1C20.	136
Figura 99 – Modos de deformação para viga G1C30.	137
Figura 100 – Curva carga-deslocamento para viga G1C30.	138
Figura 101 – Tensões na alma da viga G1C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	139
Figura 102 – Tensões de von Mises nas mesas da viga G1C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.	139
Figura 103 – Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G1C30.	140

Figura 104 - Tensões na alma da viga G1C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	140
Figura 105 – Escorregamento da laje de concreto e o perfil de aço para viga G1C30 considerando o modelo elastoplástico com endurecimento.	141
Figura 106 – Escorregamento da laje de concreto e o perfil de aço para viga G1C30 considerando o modelo elastoplástico perfeito.	141
Figura 107 – Escorregamento no final da viga G1C30.	142
Figura 108 – Deformações plásticas de von Mises para a viga G1C30.	143
Figura 109 – Deformações da viga G1C30.	143
Figura 110 - Deformada da viga G1C30.	144
Figura 111 –Malha de elementos finitos para viga mista G2C30.	144
Figura 112 – Modos de flambagem da viga G2C30.	145
Figura 113 – Curva carga-deslocamento para viga G2C30.	146
Figura 114 - Interpenetração da malha de elementos do perfil de aço na laje de concreto para viga G2C30.	147
Figura 115 - Início da interpenetração da malha de elementos finitos.	147
Figura 116 - Tensões na alma da viga G2C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	148
Figura 117 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G2C30 - início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.	149
Figura 118 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G2C30.	149
Figura 119 - Tensões na alma da viga G2C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	150
Figura 120 - Escorregamento numa extremidade da viga G2C30.	150
Figura 121 – Deformações plásticas de von Mises – viga G2C30.	151
Figura 122 - Deformada da viga G2C30.	151
Figura 123 - Malha de elementos finitos para a viga mista G3C30.	152
Figura 124 - Modos de flambagem da viga G3C30.	153
Figura 125 – Curva carga-deslocamento para a viga mista G3C30.	154
Figura 126 – Interpenetração da malha para a viga G3C30.	154
Figura 127 - Curva carga-deslocamento para viga G3C30 com o conector fictício.	155
Figura 128 - Tensões na alma da viga G3C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	156
Figura 129 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G3C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.	156
Figura 130 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G3C30.	157
Figura 131 – Tensão na viga G3C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.	157
Figura 132 – Escorregamento final da viga mista G3C30.	158
Figura 133 - Deformações plásticas de von Mises – viga G3C30.	158
Figura 134 - Deformada da viga mista G3C30.	159

Figura 135 – Malha de elementos finitos da viga G4C20.	160
Figura 136 - Modos de flambagem da viga G4C20.....	161
Figura 137 – Curva carga-deslocamento para a viga mista G4C20.....	162
Figura 138 – Interpenetração da malha de elementos da viga G4C20.....	162
Figura 139 – Curva carga-deslocamento para a viga G4C20 com o conector fictício.....	163
Figura 140 - Tensões na alma da viga G4C20 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	164
Figura 141 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G4C20 para carga de ruptura experimental. a) Superior – b) Inferior.	164
Figura 142 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G4C20.....	165
Figura 143 – Escorregamento ao longo da viga mista G4C20.	165
Figura 144 - Deformações plásticas de von Mises – viga G4C20.....	166
Figura 145 – Deformada da viga G4C20.....	166
Figura 146 - Modos de flambagem da viga G4C20.....	168
Figura 147 – Curva carga-deslocamento para viga G4C30.	168
Figura 148 – Interpenetração da malha de elementos finitos da viga G4C30.	169
Figura 149 – Curva carga-deslocamento para a viga G4C30 com o conector fictício.....	170
Figura 150 - Tensões na alma da viga G4C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	170
Figura 151 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G4C30 - início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.	171
Figura 152 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G4C30.....	171
Figura 153 - Tensão na viga G4C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.....	172
Figura 154 - Escorregamento ao longo da viga G4C30.....	172
Figura 155 – Escorregamento ao final da viga G4C30.....	173
Figura 156 - Deformada da viga mista G4C30.....	174
Figura 157 – Malha de elementos finitos da viga G5C30.	174
Figura 158 - Modos de flambagem da viga G5C30.....	175
Figura 159 – Gráfico carga-deslocamento para viga G5C30.....	176
Figura 160 – Tensão σ_x na laje no início da fissuração – vista inferior.	177
Figura 161 - Tensões na alma da viga G5C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	177
Figura 162 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G5C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.	178
Figura 163 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G5C30.....	178
Figura 164 - Tensões na alma da viga G5C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.	179
Figura 165 – Escorregamento final da viga mista G5C30.....	179
Figura 166 - Deformações plásticas de von Mises – viga G5C30.....	180

Figura 167 – Deformada da viga mista G5C30.....	180
Figura 168 –Malha de elementos finitos para viga mista G6C30.....	181
Figura 169 - Modos de flambagem da viga G6C30.....	182
Figura 170 – Curva carga-deslocamento para viga G6C30.....	183
Figura 171 - Interpenetração da malha para a viga G6C30.....	183
Figura 172 – Curva carga-deslocamento para viga G6C30 com conector fictício adicional.....	184
Figura 173 - Tensões na alma da viga G6C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.....	185
Figura 174 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G6C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.....	185
Figura 175 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G6C30.....	186
Figura 176 - Tensão na viga G6C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.....	186
Figura 177 –Escorregamento em uma das extremidades da viga G6C30.....	187
Figura 178 - Deformações na seção da chapa de reforço central para viga G6C30.....	187
Figura 179 – Deformada da viga mista G6C30.....	188
Figura 180 – Comparação das curvas carga-deslocamento para a viga mista G1C30 alterando a discretização malha de elementos finitos da armadura da laje de concreto.....	193

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Imperfeições geométricas equivalentes. Adaptado de CEN (2006).....	50
Tabela 2 - Carga crítica de Euler para a casca.....	54
Tabela 3 - Características dos materiais.	70
Tabela 4 – Número de cabos e sua tensão por viga mista.	71
Tabela 5 - Carga última da viga PCCB1	74
Tabela 6 – Comparação dos valores críticos das vigas mistas com protensão.....	78
Tabela 7 - Relação entre deslocamento máximo e comprimento do vão.	79
Tabela 8 - Diferenças das coordenadas iniciais para as finais em nós de controle das vigas mistas.....	79
Tabela 9 - Parâmetros das vigas mistas contínuas com aberturas.	80
Tabela 10 - Propriedades mecânicas dos corpos de prova do aço de do concreto.	82
Tabela 11 – Conjunto de propriedade do concreto.....	83
Tabela 12 - Comparativo entre as cargas últimas dos modelos numéricos.	109
Tabela 13 - Características das vigas mistas não compactas.....	111
Tabela 14 - Propriedades do concreto das vigas mistas esbeltas.....	113
Tabela 15 – Propriedades do perfil de aço para as vigas mistas esbeltas.....	114
Tabela 16 – Carga crítica de flambagem elástica para a viga G1C20.....	119
Tabela 17 – Análises de estudo sobre os fatores e modos.....	120
Tabela 18 - Carga critica de flambagem para a viga mista G1C20 – modelo constitutivo elastoplastico perfeito - perfil de aço, armadura e conectores.....	124
Tabela 19 - Relação entre a rigidez dos conectores.....	133
Tabela 20 – Rigidez do conector variando seu parâmetro ξ	133
Tabela 21 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G1C30.....	137
Tabela 22 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G2C30.....	145
Tabela 23 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G3C30.....	153
Tabela 24 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G4C20.....	160
Tabela 25 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G4C30.....	167
Tabela 26 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G5C30.....	175
Tabela 27 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G6C30.....	182

LISTA DE SIMBOLOS

σ_c = tensão no concreto

f_{cm} = resistência média à compressão uniaxial do concreto

η = relação entre deformações atual e para máxima tensão

k = número plástico

ε_c = deformação do concreto

ε_{cu} = deformação de compressão limite para o concreto

ε_{c1} = deformação observada na máxima tensão de compressão

E_{ci} = módulo de elasticidade aos 28 dias

E_{c1} = módulo de elasticidade secante ao ponto de máxima tensão de compressão

$\dot{\varepsilon}_{vp}$ = taxa de deformação viscoplástica

γ = parâmetro de viscosidade do concreto

$\phi(F)$ = função de escoamento

$\frac{\partial f}{\partial \sigma}$ = vetor fluxo plástico

A, B, C – coeficientes da equação de segundo grau

ε_{c1} – deformação observada na máxima tensão de compressão

E_{ci} – módulo de elasticidade tangente aos 28 dias

C, C_2, C_3, C_4 – variáveis auxiliares para o cálculo do vetor fluxo plástico

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$ = componentes do tensor de tensões.

$I_1, J_2, \cos 3\theta$ – invariantes de tensão

ε_t – deformação nominal de tração na zona fissurada

σ_t – tensão de tração na região fissurada

ε_{ref} – deformação máxima de tração transversal à fissura

σ_{ref} – tensão calculada pela interpolação da curva de comportamento, através da deformação ε_{ref}

β_f – fator de redução do módulo de elasticidade transversal devido a fissuração

ε_T – deformação de tração fictícia perpendicular à fissura

k_1 = parâmetro ente 0,3 e 1

σ_s = tensão em um ponto qualquer após o patamar de escoamento e antes da ruptura

f_{sy} = tensão de escoamento

E_{sh} = módulo de elasticidade tangente do trecho plástico com endurecimento

ε_s = deformação para tensão σ_s

ε_{sh} = deformação no início do trecho plástico

f_{su} = tensão de ruptura

Q_u = resistência ao cisalhamento do conector

A_s = área do conector

f_c = resistência a compressão do concreto

E_c = módulo de elasticidade do concreto

K_{si} = rigidez tangente inicial

d_{sh} = diâmetro do conector

ξ = parâmetro de ajuste – varia entre 0,08 e 0,24

f_{ck} = resistência à compressão característica do concreto

E_{cm} = módulo de elasticidade médio do concreto

γ_V = Fator Parcial, dado pelo Anexo Nacional do Eurocode, valor recomendado igual a 1,25

d = É o diâmetro do conector

f_u = é a tensão última do material do conector stud bolt

h_{sc} = é a altura nominal do conector

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS E JUSTIFICATIVA

Com o crescimento das obras civis durante os últimos 70 anos, iniciou-se uma busca para encontrar soluções para problemas estruturais de forma mais atrativa possível, com rapidez na construção e baixo custo. Dessa forma, a utilização de estruturas mistas se tornou uma das maneiras encontradas para suprir essa necessidade buscando, assim, além de outras qualidades, um aprimoramento de desempenho.

Estruturas mistas buscam empregar os seus materiais dentro de suas melhores características mecânicas. Utilizando assim as propriedades individuais de cada material de maneira conjunta obtendo uma relação de benefício mútuo. Alguns exemplos de estruturas mistas bastante utilizadas são Vigas Mistas de Aço-Concreto, Pilares mistos, Lajes mistas, pavimentos e pisos mistos e muitos outros.

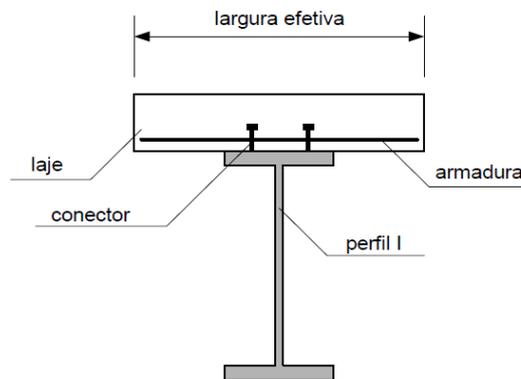


Figura 1 - Modelo de uma viga mista do tipo aço-concreto. (Dias, 2013)

Uma das estruturas mistas largamente utilizadas são as vigas mistas de aço-concreto, que são formadas por uma laje de concreto apoiada sobre um perfil de aço, normalmente um perfil tipo I, como mostra a Figura 1. Devido ao fato dos materiais apresentarem características distintas, o concreto apresenta boa resistência à compressão e o aço apresenta boa resistência à tração, quando utilizados de maneira conjunta podem apresentar uma melhora estrutural. Esse resultado é obtido quando há uma conexão eficiente entre a laje e o perfil de aço de modo a permitir a transferência de forças entre ambos. (OEHLERS e BRADFORD, 1995).

Essa conexão eficiente entre a laje de concreto e o perfil de aço é realizada por conectores de cisalhamento que têm como objetivo a transmissão de forças entre a laje e a viga, bem como prevenir sua separação quando a viga for solicitada. Com essa montagem, normalmente em pontes com vigas simplesmente apoiadas, a laje de concreto está sujeita a forças de compressão e o perfil de aço a forças de tração. Existem muitos tipos de conectores que podem ser utilizados, entre esses o mais comum é o conector de cisalhamento “stud”, que está ilustrado na Figura 2.

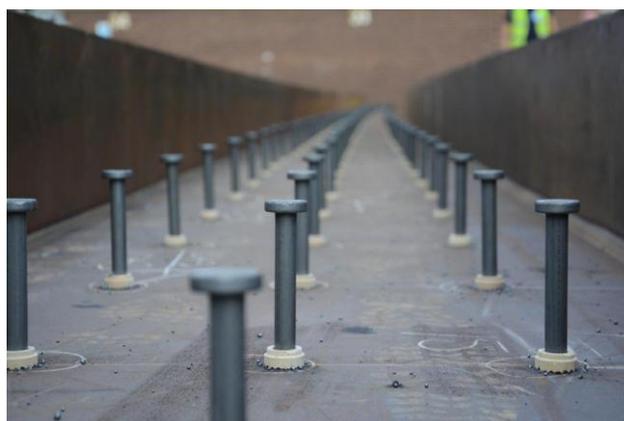


Figura 2 - Conectores de cisalhamento "Stud, (SWUK, 2016). Fonte: <http://swuk.net/straight-to-steel-shear-stud-welding/>

Situações como a descrita acima, onde a viga mista está simplesmente apoiada e tanto o concreto como o aço estão sendo solicitados em suas melhores propriedades (compressão para o concreto e tração para o aço), é uma situação ideal. Dos modos de falha na qual a viga mista está exposta, é o de flexão, na qual o perfil de aço está sendo solicitado por um momento fletor positivo, que ocasiona a plastificação da seção. Cabe destacar que cálculos baseados numa seção totalmente plastificada apresentam resultados adequados e preveem com precisão a capacidade de flexão da viga.

Quando se faz uma análise de estruturas mistas, existem vários modos de falha que precisam ser verificados para descobrir se estas estruturas resistem aos esforços solicitantes e qual o modo de falha que ocasionará o colapso da mesma. Quando se tem essas informações é possível ajustar o projeto para melhor atender as solicitações atuantes na viga mista.

Além do modo de falha comentado anteriormente, devem ser verificados os demais modos de falha correspondentes ao Estado Limite Último (ELU). Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o ELU é definido como um “estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura”. O mesmo relaciona a

segurança da estrutura quando sujeita às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em sua vida útil. Também devem ser verificados os modos de falha correspondentes ao Estado limite de Serviço (ELS). Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), um ELS é definido caso sua ocorrência possa prejudicar a aparência, a possibilidade de manutenção, a funcionalidade, o conforto, a durabilidade da estrutura. O mesmo está relacionado ao desempenho da estrutura a condições normais de utilização.

Como se trata de uma estrutura mista, além dos modos de falha individuais, que precisam ser verificados, são adicionados alguns a mais em virtude da existência da ligação entre a laje de concreto e o perfil de aço.

Quanto ao ELU, os modos de falha que devem ser verificados são os seguintes:

- a) Falha devido à flexão, como já comentado anteriormente;
- b) Flambagem ou plastificação da seção da alma devido à força cortante;
- c) A falha dos conectores de cisalhamento, que servem para transferir os esforços de cisalhamento entre a viga;
- d) Ruptura da laje por cisalhamento;
- e) Flambagem do perfil de aço, podendo ser local da mesa, da alma ou por distorção;
- f) Excesso de rotação nos apoios de vigas semicontínuas.

Quanto ao ELS devem ser verificados os seguintes modos de falha:

- a) Quanto a Flecha. Toda estrutura mista pode sofrer uma deformação, que é delimitada por norma. Esse valor não pode ser ultrapassado, sob pena da estrutura perder suas características de uso normal;
- b) Vibrações. Em estruturas servindo como pisos, que apresentam amortecimentos reduzidos e grandes vãos, o ELS está associado com vibrações excessivas, que podem causar desconforto aos usuários;
- c) Fissuração do concreto. O concreto quando está sofrendo sobrecarga tende a formar fissuras, que podem ocasionar uma grande perda de resistência e problemas à estrutura, uma vez que estas aberturas permitem a entrada de agentes agressivos.

Dependendo do tipo de viga mista que está sendo analisada e do tipo de carregamento aplicado, nem todos os modos de falha precisam ser verificados. Por exemplo, em vigas mistas com perfis compactos bi-apoiados, o modo de falha principal que ocorre é o de plastificação por flexão. Os outros modos de falha, como o de flambagem lateral por torção, estão impedidos de acontecer devido ao travamento da laje de concreto ou da posição da linha neutra, que faz com que apenas a laje de concreto sofra compressão e o perfil de aço tração.

Mesmo uma viga mista tendo como principal modo de falha à flexão, para a análise ser bem feita, existem outras verificações necessárias para poder garantir a estabilidade da estrutura. Entre estas se pode citar a flecha máxima permitida, a fissuração do concreto, a ruptura da laje e do perfil de aço pelo esforço de cisalhamento. Estes critérios, mesmo não sendo o modo de falha principal, às vezes podem diminuir os esforços máximos permitidos pela viga.

A partir do momento que se analisa vigas mistas com perfis não compactos, os quais podem apresentar um alto nível de esbeltez do perfil de aço (a espessura da alma é muito fina em relação a sua altura), os modos de falha de flambagem também devem ser verificados. Esta verificação se deve à posição da linha neutra da seção estar no perfil de aço, submetendo parte deste a esforços de compressão, o que pode ocasionar a flambagem.

Essa flambagem pode ser tanto local, lateral por torção ou distorcional. A flambagem pode ocorrer subitamente e ocasionar às vezes falhas catastróficas na estrutura. Sua ocorrência também existe em vigas mistas contínuas, tanto compactas como não compactas. Isso se deve ao fato dos apoios intermediários apresentarem momento negativo, realizando a compressão do perfil de aço, que quando solicitado pode apresentar flambagem.

Para o dimensionamento dessas vigas mistas não compactas, a NBR 8800 (2008) em seu anexo O, diz que as estas devem ser dimensionadas utilizando as propriedades elásticas da seção, mas apenas para estruturas biapoiadas. Para a determinação dos esforços solicitantes em vigas mistas contínuas ou semicontínuas é explicado, no item 4.10, que pode ser feita uma análise rígido-plástica ou elástica, sem a redistribuição de momentos. Em situações na qual não se aplica a norma, esta recomenda a utilização do Eurocode 4 part 1-1, utilizando a análise elástica com redistribuição de momento. Assim, uma análise de vigas mistas não compactas, empregando análise não linear geométrica através do método dos elementos finitos, é necessária para realizar um estudo mais aprofundado sobre os casos antes descritos, principalmente a flambagem do perfil de aço.

Com o emprego deste tipo de análise, também se torna possível realizar estudos em outros tipos de problemas, como é o caso de vigas mistas nas quais há aberturas na viga de aço. Esta abertura pode ser única, por exemplo, para a passagem de uma tubulação, ou podem ser sistemáticas como no caso de uma viga alveolar. É importante indicar que nestes casos há outros modos de falha em jogo, como a falha por cisalhamento nas regiões das aberturas, a falha pela formação do mecanismo de Vierendeel e outros modos (BRINKHUS, 2015). Também podem ser melhor estudadas vigas mistas com protensão externa, que apresentam um comportamento não linear devido às deformações sofridas pela viga causarem efeitos de excentricidade nos cabos de protensão. Isso ocorre em consequência dessas deformações não serem acompanhadas pelo cabo, que se mantém retilíneo, fixado apenas nas ancoragens e nos desviadores. (PERLINGEIRO, 2006)

Neste contexto, empregar uma análise não linear geométrica permite em tese a obtenção de conhecimentos mais aprofundados sobre os problemas relacionados aos modos de falha de vigas mistas, principalmente em relação à flambagem do perfil de aço.

1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA

O programa Vmis disponível no CEMACOM é resultado dos trabalhos de Tamayo (2011), Dias (2013), Wayar (2016) e Moreno (2016). O mesmo tem condições de analisar estruturas de vigas mistas considerando cargas de curta e longa duração, com ou sem protensão externa e interna. No entanto esse código não permite a análise de vigas mistas considerando não linearidade geométrica do perfil de aço.

Nesse contexto, o objetivo principal desse trabalho é modelar numericamente vigas mistas, através do método dos elementos finitos, considerando a não linearidade geométrica do perfil de aço, de modo a permitir um estudo mais amplo de vigas mistas. O trabalho em questão é desenvolvido empregando o código computacional do CEMACOM para análise de vigas mistas e o software ANSYS customizado.

São objetivos secundários deste trabalho os seguintes itens:

- a) Estudar a importância do uso de irregularidades em uma análise não linear geométrica;
- b) Analisar perfis com aberturas e realizar comparações com perfis de alma cheia;

- c) Analisar vigas mistas contínuas na região dos apoios internos, onde estão submetidas a momento negativo;
- d) Empregar o software GID e ANSYS como ferramentas de pré e pós-processamento;

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um modelo numérico em elementos finitos para representar adequadamente o comportamento de vigas mistas, para pontes ou edificações, vem sendo desenvolvido ao longo dos anos no CEMACOM em linguagem computacional Fortran 90.

Tamayo (2011) desenvolveu o código computacional base, que serviu de ponto de partida para os demais trabalhos. Este código faz a análise de vigas mistas submetidas a cargas de curta duração em regime de serviço e colapso, no qual é considerado o comportamento não linear dos materiais envolvidos. É aplicada a teoria da plasticidade associada em adição com um algoritmo de retorno explícito para o aço e o concreto. A laje de concreto foi modelada por um elemento de placa espessa, baseado na teoria de placas de Reissner-Midlin. O perfil de aço foi modelado com um elemento de casca plana. Os conectores de cisalhamento foram modelados por elementos de barra. Foi utilizado o método de Newton Raphson modificado para realizar o processo incremental iterativo de solução.

Dias (2013) implementou os efeitos de longa duração, fluência e retração, no código computacional desenvolvido. Foi adicionado ao programa o pré-processamento e pós-processamento através do software GID, que é empregado na geração da malha de elementos finitos e para fazer a apresentação dos resultados obtidos. Observou-se que o modelo reológico do concreto apresentou bons resultados quando é utilizado elementos de Kelvin em séries com cadeias de 4 a 6 elementos. Foram adicionados ao código os modelos de fluência e retração com base no código modelo CEB-FIP 90. Também foi adicionada uma formulação alternativa para os conectores, baseada numa abordagem de rigidez secante.

Moreno (2016) complementou o trabalho de modelagem dos efeitos de longa duração no concreto, implementando mais modelos de predição dos parâmetros relacionados aos fenômenos de fluência e retração. Além disso, também foi implementado no código um procedimento para modelar protensão interna do tipo aderente na laje de concreto. Foram implementados seis modelos para a predição de fluência e retração que permitiram obter resultados confiáveis quando comparados a valores experimentais.

Wayar (2016) acrescentou ao código computacional desenvolvido por Dias (2013) e Tamayo (2011), a possibilidade de modelar uma protensão externa na viga mista. A protensão externa pode ser analisada com a utilização de desviadores internos ou sem os mesmos. O cabo de protensão foi modelado através dois tipos de elementos finitos: o elemento catenária e o elemento treliça.

Não seguindo diretamente as pesquisas desenvolvidas pelos autores acima, mas complementando o estudo sobre vigas mistas, Brinkhus (2015), desenvolveu uma pesquisa sobre o dimensionamento de vigas casteladas e vigas mistas casteladas, tendo como base as normas brasileiras e estrangeiras. Verificou-se uma carência de normas para o dimensionamento de vigas mistas com perfil de aço castelado. Foram desenvolvidas planilhas que realizam os cálculos necessários para o dimensionamento destas vigas, verificando assim os critérios de escoamento, formação do mecanismo plástico, flambagem da alma, flambagem lateral com torção entre outros.

Também em busca de conhecimentos em relação a vigas mistas, Linhares (2015) fez uma pesquisa em relação aos procedimentos de cálculo e verificação de estruturas mistas utilizadas em obras de arte, principalmente em pontes e passarelas. Seu enfoque foi no procedimento de cálculo da capacidade em Estado limite Último à flexão positiva e também a flexão negativa em vigas mistas com seção caixão. Também foram abordados outros assuntos importantes como a verificação dos conectores aos efeitos de cisalhamento, esforços cortantes, perdas por protensão.

Portanto na condição atual, o código computacional desenvolvido no CEMACOM para análise de vigas mistas não tem os recursos necessários para realizar uma análise não linear geométrica.

A análise não linear geométrica é um tema que é pesquisado há anos. Brebbia e Connor (1969) foram um dos primeiros pesquisadores a adicionarem a não linearidade geométrica para elementos de placa e casca fina através de uma formulação para elementos finitos. Wood e Zienkiewicz (1977) realizaram uma análise não linear geométrica para elementos de viga, pórticos, arcos e cascas axissimétricas. Utilizaram uma abordagem do meio contínuo e uma descrição lagrangeana total para desenvolver as equações de equilíbrio não lineares. Empregaram o algoritmo de Newton-Raphson e obtiveram resultados excelentes para vários tipos de estruturas testadas. Nos trabalhos de Nagy e Konig (1978, 1979) fez-se uma análise não linear geométrica de estruturas de paredes finas através do método dos elementos finitos. Para tratar o problema da não linearidade geométrica fez-se necessário uma análise de

flambagem linear, resolvida por uma solução em autovalores. A análise não linear geométrica foi desenvolvida com base na sobreposição dos modos de flambagem. Esse procedimento foi adotado para introduzir uma perturbação inicial na geometria do problema.

Um ponto fundamental na análise não linear geométrica, principalmente quando se deseja verificar o comportamento de flambagem e pós flambagem da estrutura, é introduzir uma perturbação na estrutura de modo a permitir que a análise seja realizada. Há maneiras consagradas de fazer isso. Uma destas é a introdução de excentricidades de carga, como mostra o trabalho de Novoselac *et al.* (2012), que analisaram o comportamento de flambagem e pós flambagem em uma barra com influência de imperfeições. Essas imperfeições foram aplicadas através de três tipos de excentricidade de carga. Os autores concluíram que a resposta em pós flambagem da barra para pequenas excentricidades, considerando comportamento elastoplástico do material, apresenta grandes diminuições nas cargas críticas de flambagem e a resposta em pós flambagem da estrutura se torna instável.

Outra forma de introduzir uma perturbação inicial é através da introdução de irregularidades na estrutura, o que pode ser feita de várias formas, desde uma combinação de modos de deformação multiplicada por um ponderador a ser estabelecido, como aplicando uma configuração geométrica inicial arbitrária. Segundo Chodraui (2006) ainda não existe um consenso entre os pesquisadores sobre qual a melhor forma de se adicionar as irregularidades iniciais na estrutura, tanto quanto sua magnitude, como forma e modo de aplicação. Assim, este trabalho estudou várias formas de adicionar as irregularidades, através de medições em laboratórios das imperfeições geométricas de alguns perfis de aço, modos de deformação senoidais já propostos, superposição de modos de instabilidade da estrutura e outros. Foi utilizada como irregularidade inicial para o modo de flambagem global uma curva senoidal proposta na literatura e para os modos de flambagem local e distorcional uma superposição dos modos de flambagem lineares.

Grigoletti (2008) adotou como irregularidades iniciais uma combinação linear dos modos de instabilidade do perfil estudado, determinados previamente em uma análise linear de flambagem do perfil. Essa análise foi feita pelo software ANSYS e foram escolhidos os modos puros de flambagem da estrutura. Com os mesmos foi alterada a geometria inicial da estrutura, as coordenadas dos nós da malha de elementos finitos, antes de realizar a análise não linear. Tanto Chodraui (2006) quanto Grigoletti (2008) notaram que pequenas imperfeições geométricas iniciais alteram relativamente a resistência das barras,

principalmente quando estão submetidas a cargas de compressão sendo necessária a sua consideração para obter resultados adequados a problemas reais.

A análise não linear geométrica em vigas mistas também vem sendo bastante estudada, principalmente em vigas mistas submetidas a esforços de compressão ou contínuas, nas quais há inversão do diagrama de momentos nas regiões próximas aos apoios internos. Dekker *et al.* (1995) estudaram os fatores que influenciam o comportamento e resistência máxima de vigas mistas submetidas a momento negativo, apresentando um modelo teórico para fornecer a influência da restrição da laje de concreto no perfil de aço quando este apresenta condições de flambagem. A partir de análises experimentais, os autores apresentaram uma abordagem que também considera flambagem da alma e da mesa. Alguns pontos verificados:

- a) Quantidade de armadura na laje de concreto: A posição da linha neutra no perfil de aço é controlado pela quantidade de armadura existente na laje de concreto, assim a flambagem local e a mesa do perfil comprimida limitam a quantidade de armadura na laje.
- b) Flambagem lateral com distorção do perfil de aço: A resistência do perfil de aço a flambagem lateral com distorção é dependente do quanto a alma do perfil pode transmitir uma ação de restrição para a mesa instável do perfil de aço comprimido.
- c) Flambagem local da alma e da mesa comprimida: A geometria da seção é suficientemente esbelta para permitir que a flambagem local ocorra em níveis de cargas menores que os momentos de flambagem lateral com distorção.

Kemp *et al.* (1995) determinaram que em flambagem inelástica, a resistência do perfil de aço à flexão é determinado pela flambagem lateral com distorção, e em casos de flambagem plástica, a resistência a flexão é controlada pela combinação das flambagens locais da alma e mesa com a flambagem lateral com distorção. A restrição à distorção do perfil dada pela laje de concreto é reduzida à medida que aumenta a quantidade do perfil de aço comprimido (linha neutra mais afastada da laje de concreto). Estes autores fizeram uma análise analítica e numérica de vigas mistas contínuas submetidas a momentos negativos. Compararam a norma Eurocode 4 com resultados experimentais em vigas mistas e propuseram uma melhora na análise descrita baseado em conceito de mecanismos plásticos. Também empregaram um modelo numérico em elementos finitos para realizar uma melhor investigação do problema. Entre os perfis utilizados, um é considerado com classe 3, quase classe 4, pelo Eurocode 4, o

que é definido como perfil no qual a tensão na fibra mais comprimida atinge o escoamento, mas a flambagem local impede o desenvolvimento do momento plástico. Esses autores concluíram que a flambagem local não tem um efeito drástico nas cargas máximas suportadas por vigas mistas no ELU. Nas vigas mistas classificadas como 2 pelo Eurocode, vigas mistas compactas, esses efeitos são muito limitados, mesmo que uma interação entre flambagem local e flambagem por cisalhamento ocorra na alma do perfil.

Também realizando uma análise não linear de vigas mistas submetidas a momentos negativos e esforços cortantes, Baskar *et al.* (2002) estudaram vários modelos possíveis para representar vigas mistas e por fim criaram um modelo tridimensional no software ABAQUS para realizar a análise não linear. Para iniciar o processo não linear consideraram apenas o primeiro modo de flambagem da alma do perfil de aço como imperfeição inicial. Foram testados vários tipos de modelos para os elementos constituintes da viga e por fim foram adotados os que melhor representam o elemento para uma análise final da estrutura. Os resultados dos exemplos numéricos apresentaram valores próximos dos obtidos experimentalmente.

Pi *et al.* (2006a) desenvolveram um modelo inelástico de 2ª ordem em elementos finitos para ser aplicado em vigas mistas e colunas mistas. Foi utilizada a descrição lagrangeana total para o desenvolvimento das equações de equilíbrio e os tensores de Piola-Kirchhoff e Green-Lagrange para fazer as medições de tensão e deformação. Na continuação deste trabalho, Pi *et al.* (2006b) aplicaram numericamente o modelo previamente desenvolvido com a utilização do método de Newton-Raphson para resolver as equações de equilíbrio não lineares. Foram testados muitos exemplos, como compressão axial de colunas mistas, flambagem de colunas esbeltas, vigas mistas biapoiadas, vigas mistas contínuas e outros. Os resultados encontrados mostraram que o método fornece resultados excelentes e precisos quando comparados a análises experimentais. Cabe destacar que os autores descobriram que utilizar o módulo da matriz tangente padrão no processo incremental iterativo pode ocasionar erros de acumulação que levam a desvios da superfície de escoamento e esse critério pode ser violado e a convergência do Newton-Raphson é perdida. Isso foi resolvido através da utilização do módulo da matriz tangente consistente.

Vários ensaios experimentais e comparações com modelos em elementos finitos foram realizados em pesquisas sobre vigas mistas. Vasdravellis *et al.* (2012) ensaiaram seis vigas mistas sujeitas à combinação dos efeitos de momento negativo e compressão axial e realizaram uma modelagem em elementos finitos no Software ABAQUS, calibrado com os resultados experimentais realizados nos materiais e nas vigas mistas. Sobre os elementos

finitos usados deve-se comentar que o escolhido para o perfil de aço não necessita da adição de imperfeições na alma devido a sua eficiência em capturar os efeitos e instabilidades locais e globais. Alguns de seus resultados principais são que a capacidade da viga mista em resistir a momentos negativos diminui significativamente quando essa sofre simultaneamente compressão axial, que acelera a flambagem local nas zonas de compressão do perfil.

Liu *et al.* (2013) desenvolveram um modelo numérico para vigas mistas curvadas no plano, com usos principais em pontes e viadutos. O modelo proposto considera a não linearidade geométrica, dos materiais e a flexibilidade da conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço na direção radial e tangencial. Esse modelo apresentou resultados bastante precisos quando comparados aos resultados experimentais. Descobriram que quando a curvatura inicial da viga mista aumenta, o perfil amolece e a plastificação da seção transversal acontece antes. Concluíram que a flexibilidade e a resistência da conexão de cisalhamento deve ser levada em conta para uma análise precisa de vigas mistas curvadas no plano.

Shanmugam *et al.* (2014) investigaram experimentalmente vigas mistas esbeltas de aço-concreto simplesmente apoiadas com aberturas na alma do perfil de aço. Foram modeladas 10 vigas e se estudou a influência que a abertura tem sobre a capacidade última da viga.

Li *et al.* (2015) investigaram a performance e capacidade de carga de vigas mistas contínuas com abertura. Seus resultados demonstram que as aberturas diminuem a rigidez e capacidade de carga das vigas mistas e elevam a redistribuição do esforço cortante vertical entre as seções do perfil de aço e laje de concreto na região da abertura. O modo de falha é por cisalhamento da laje de concreto na região da abertura no perfil de aço. Também foi modelada a viga em elementos finitos e os resultados obtidos apresentam boa aproximação dos ensaios experimentais.

Yatim *et al.* (2015) realizou um estudo experimental e numérico em vigas mistas esbeltas, onde foram modeladas experimentalmente oito vigas mistas com diferentes graus de interação entre o perfil de aço e a laje de concreto para estudar a capacidade de carga e comportamento para diferentes tipos de interação. Também realizou um estudo numérico pelo *software* LUSAS e um modelo analítico e os resultados obtidos apresentam boa aproximação com os resultados experimentais.

As dissertações de mestrado desenvolvidas no CEMACOM sobre o tema “Vigas Mistas” resultaram em várias publicações: Tamayo *et al.* (2014), Dias *et al.* (2015), Wayar *et al.* (2017), demonstrando a atualidade desse tema de pesquisa.

2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS NUMÉRICOS

Este capítulo aborda as características de ambos os modelos numéricos empregados nas análises, comentando sobre seus modelos constitutivos e os tipos de elementos finitos empregados. O modelo 1 de elementos finitos é baseado nos trabalhos de Tamayo (2011), Dias (2013), Wayar (2016). O modelo 2 é baseado no trabalho de Schmitz (2017), sendo nesse utilizado o *software* comercial ANSYS® Academic Research, Release 17.1. Vale aqui ressaltar que o modelo desenvolvido foi amplamente testado e validado pelos autores em várias publicações, Tamayo *et al.* (2014), Wayat *et al.* (2017), mostrando-se uma valiosa ferramenta para a análise comportamental de vigas mistas de aço e concreto. Para informações mais detalhadas recomenda-se consultar as referidas pesquisas.

2.1 MODELO 1

2.1.1 Concreto

2.1.1.1 Concreto em compressão.

Para modelar o comportamento do concreto foi utilizada a Teoria da Plasticidade Associada, considerando um modelo elastoplástico com endurecimento não linear, com as relações constitutivas do tipo incremental estando estabelecidas por meio de três leis.

A 1ª lei estabelece o critério de plastificação elastoplástico, que é definido por duas superfícies de plastificação, a que determina o início da deformação plástica e a que separa o estado com endurecimento não linear do estado com comportamento elastoplástico perfeito. Ambas as superfícies são determinadas pela função de plastificação, escrita em termos dos componentes de tensão, considerando que a tensão normal ao plano é nula ($\sigma_z = 0$):

$$f(\sigma) = \left\{ 1.355 \left[(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y) + 3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2) \right] + 0.355 \sigma_o (\sigma_x + \sigma_y) \right\}^{1/2} = \sigma_o \quad (2.1)$$

sendo σ_o a tensão efetiva equivalente considerada como a tensão de compressão de um ensaio uniaxial. Quando a superfície que caracteriza o critério de plastificação inicial é atingida e a carga é incrementada, deformações plásticas ocorrem. Essas deformações ocasionam o início da expansão da superfície conforme a lei de endurecimento adotada, até chegar à superfície limite de escoamento, onde se inicia o comportamento elastoplástico perfeito, até que a condição de esmagamento do concreto à compressão seja verificada.

Na Figura 3 são apresentadas as superfícies de plastificação definidas no espaço das tensões principais (σ_1 e σ_2), com f_c sendo a resistência média do concreto à compressão uniaxial.

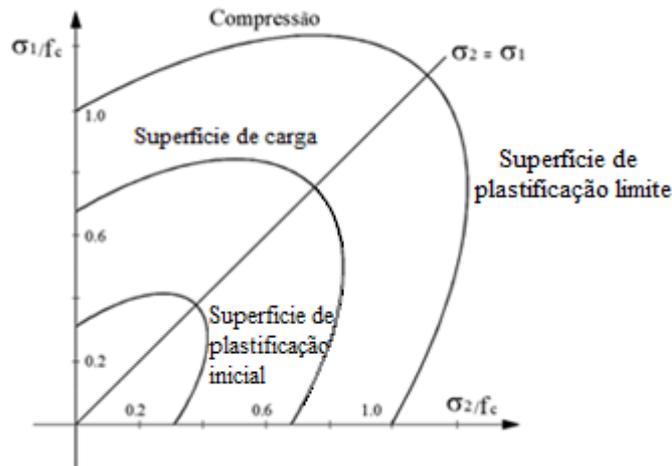


Figura 3 - Superfícies de plastificação no plano das tensões principais (Fonte: baseado em Tamayo, 2011)

A 2ª lei refere-se ao escoamento plástico, na qual o incremento da deformação plástica é definido de acordo com a Equação (2.2), na qual $d\lambda$ é a constante de proporcionalidade que determina a magnitude da deformação plástica, e $\partial f(\sigma) / \partial \sigma_{ij}$ define a direção perpendicular à superfície de escoamento atual.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.2)$$

A 3ª lei define o movimento da superfície de plastificação conforme a deformação plástica aumenta. O concreto é considerado como um material de endurecimento isotrópico, cuja superfície de plastificação evolui conforme a deformação plástica aumenta:

$$F(\sigma, k) = f(\sigma) - \sigma_y(k) = 0 \quad (2.3)$$

na qual $f(\sigma)$ é a função de escoamento e $\sigma_y(k)$ representa a tensão de escoamento relacionada ao parâmetro de endurecimento k , que para essa formulação corresponde à deformação plástica efetiva. Rescrevendo-se o critério de plastificação em termos de deformações tem-se:

$$1.355(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y) + 1.01625(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2) + 0.355\varepsilon_u(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \varepsilon_u^2 \quad (2.4)$$

quando é alcançada a deformação última ξ_u , o material perde todas suas características de rigidez e resistência. O amolecimento do material é considerado quando o concreto atinge o valor máximo de f_c , sendo o patamar de escoamento substituído por uma reta descendente até o valor de deformação última, $\xi_u = 0,01$. A Figura 4 ilustra o diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido.

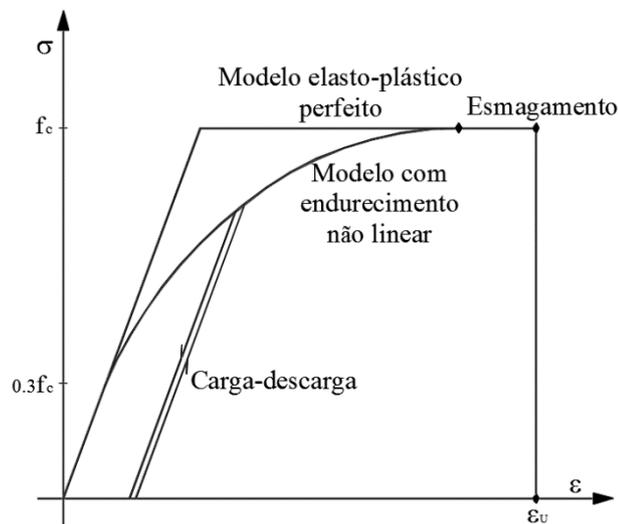


Figura 4 - Diagrama unidimensional tensão-deformação para concreto submetido à compressão (Fonte: Dias, 2013).

2.1.1.2 Concreto em tração.

O comportamento a tração do concreto é baseado no trabalho de Póvoas (1991), que emprega o conceito de fissuração distribuída, o qual apresenta bons resultados na caracterização da influência da fissuração em lajes e cascas. Esta aproximação considera a fissuração distribuída na zona de influência associada ao ponto representativo do material (ponto pertencente ao esquema de integração adotado). Assim, se atualiza a relação tensão-deformação nesse ponto após a ocorrência da fissuração, sem ser necessária a modificação da malha de elementos finitos.

Admite-se que, quando é excedida a tensão de fratura do concreto pela tensão principal máxima, forma-se então uma fissura na direção perpendicular à referida tensão principal. Isso faz com que o concreto se transforme em um material ortótropo, com eixos locais de ortotropia coincidentes com as direções das tensões principais. A Figura 5 ilustra os eixos de referência da fissura.

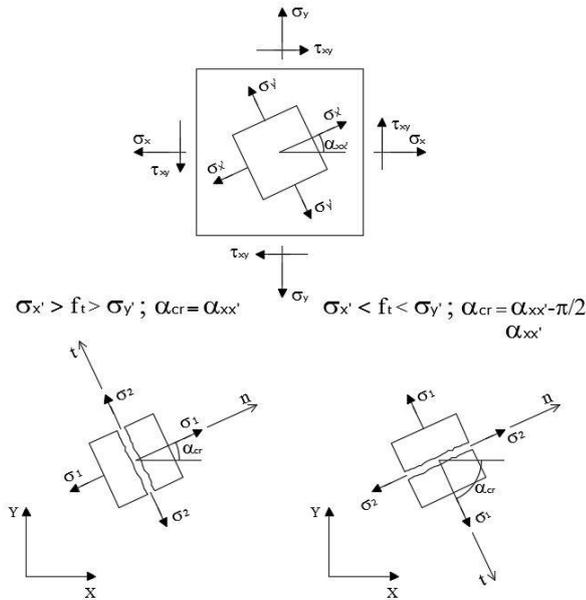


Figura 5 - Definição dos eixos de referência da fissura (Fonte: Tamayo, 2011).

Esse modelo de fissuração também permite a formação de duas fissuras mutuamente ortogonais em cada ponto, mantendo-se suas direções fixas ao longo de todo o processo de carga. As fissuras são estabelecidas devido ao valor da extensão instalada segundo a direção do plano da fissura e o seu fechamento é associado a valores negativos de extensão. As diferentes configurações de fissuração são mostradas na Figura 6.

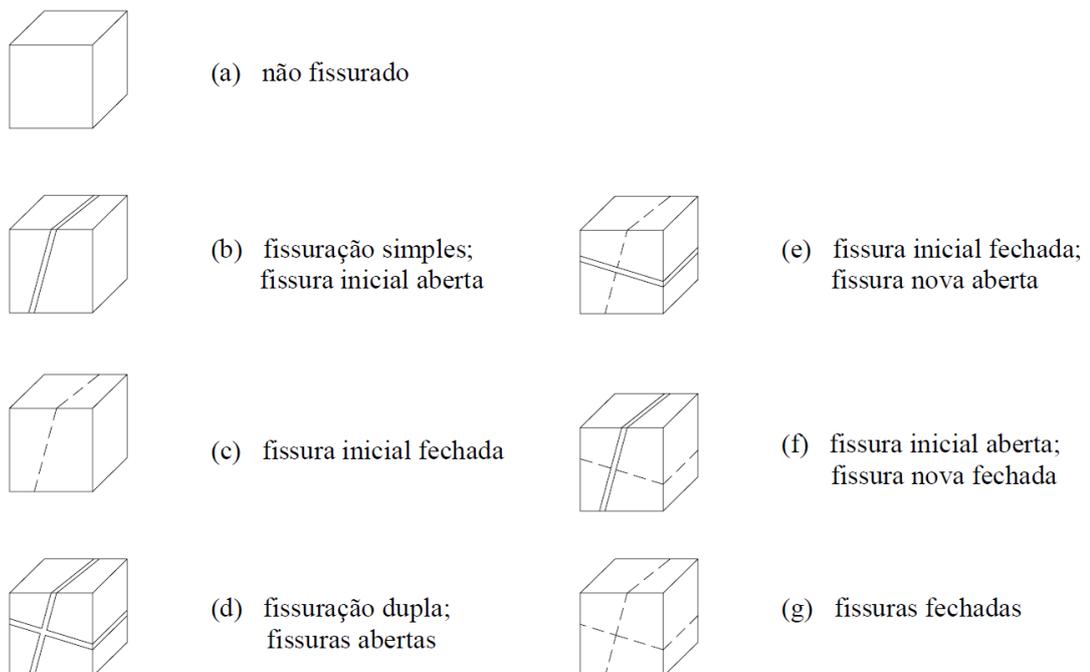


Figura 6 - Configurações admitidas para o concreto fissurado (Fonte: Tamayo, 2011).

É considerada uma redução gradual do módulo de elasticidade transversal para os diferentes fenômenos tais como: o engrenamento entre as faces das fissuras, a presença de armaduras e a rigidez ao corte e à flexão das armaduras que as atravessam. Caso se verifique o fechamento total da fissura, emprega-se novamente o módulo de elasticidade transversal para o concreto não fissurado.

A aderência que se estabelece entre o aço da armadura e o concreto é responsável pela capacidade de retenção das tensões normais de tração atribuída ao concreto fissurado (GILBERT e WARNER, 1978). Esse efeito é modelado pela relação entre as componentes normais dos estados de tensão e de deformação coincidentes com a direção do plano da fissura, adotando os diagramas apresentados na Figura 7, na qual f_t é a resistência máxima à tração do concreto, E_c é o módulo de elasticidade do concreto, e ε_{ct} é a deformação correspondente à máxima tração. Na Figura 7, no gráfico a, ε_{tm} é a máxima deformação em função do grau do mecanismo de aderência considerado entre o concreto e a armadura tomando para α valores entre 0.5 e 1.0. Já no gráfico b, ε_{tm} é calculado em função da energia de fratura G_f e da espessura h da peça de concreto.

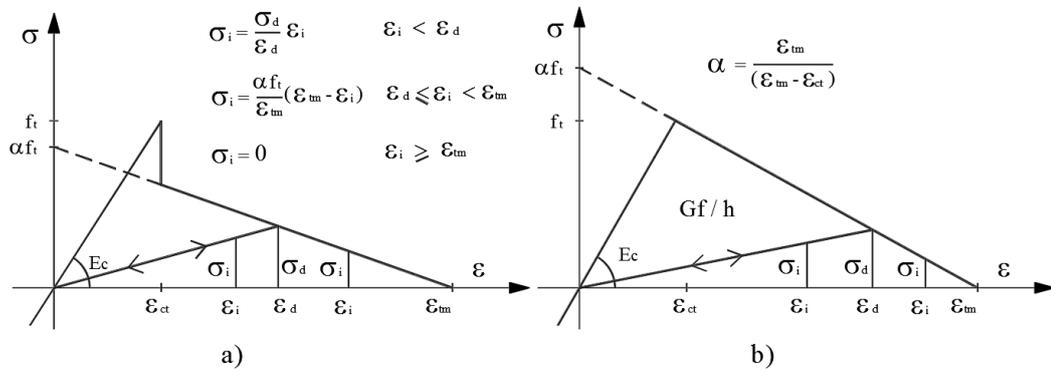


Figura 7 - Diagrama de retenção de tensões para o concreto fissurado
a) Zonas com influência da armadura b) Zonas sem influência da armadura (Fonte: Tamayo, 2011).

2.1.2 Aço da armadura

O aço da armadura é modelado mediante um modelo uniaxial elastoplástico com endurecimento (apenas resiste às forças axiais). A Figura 8 ilustra as curvas tensão – deformação que podem ser empregadas, em que E_s é o módulo de elasticidade do aço, $E_{s'}$ é a inclinação no 2º tramo da curva e $E_{s''}$ é a inclinação no 3º tramo. Quando a descarga ocorre, esta segue a inclinação inicial E_s .

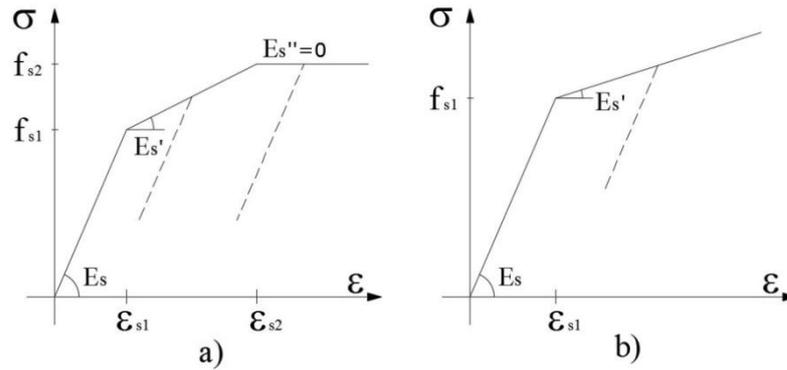


Figura 8 - Diagrama tensão-deformação para o aço a) Tri-linear b) Bi-linear (Fonte: Tamayo, 2011).

2.1.3 Aço Protendido Externamente ao Perfil de Aço

O cabo de protensão externa tem comportamento uniaxial, deste modo, adota-se um modelo constitutivo semelhante ao aço da armadura. O parâmetro de endurecimento é definido com base nas parcelas de rigidezes elástica e plástica. A partir dos carregamentos externos atuantes é realizado o cálculo do incremento de tensão axial do aço no cabo. Obtidos esses incrementos de tensões, um algoritmo predictor-corretor elastoplástico é usado para satisfazer a lei constitutiva mostrada na Figura 8.

2.1.4 Aço Estrutural

Para modelar a deformação elastoplástica com endurecimento do aço são necessários três requerimentos. O primeiro é o critério de escoamento, sendo tal a lei de Huber-von Mises. A função de escoamento, tanto para tração quanto para compressão, é expressa em termos das tensões no plano estrutural conforme Equação (2.5). A representação em duas dimensões desse critério de escoamento no espaço das tensões principais σ_1 e σ_2 está apresentada na Figura 9.

$$f(\sigma) = \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2 \right)^{1/2} = \sigma_o \quad (2.5)$$

O segundo é a lei de escoamento, que relaciona os incrementos das deformações plásticas com as tensões do material, conforme a Equação (2.2), de maneira igual ao concreto.

O terceiro é a lei de endurecimento, que define o movimento da superfície de escoamento conforme a deformação plástica aumenta. Considerando o aço como um material isotrópico, a evolução da superfície de escoamento é monitorada extrapolando as tensões multiaxiais ao

campo uniaxial. De acordo com Owen *et al.* (1984) apud Tamayo (2011) essa relação uniaxial define-se conforme a Equação (2.6):

$$\sigma_y^k = \sigma_y^{k-1} + H'(\Delta\varepsilon_p^k) \quad (2.6)$$

em que σ_y^{k-1} é a tensão de escoamento correspondente ao incremento de carga $k-1$, σ_y^k e $\Delta\varepsilon_p^k$ são a tensão de escoamento e o incremento da deformação plástica no incremento de carga k e H' é o módulo de endurecimento do material.

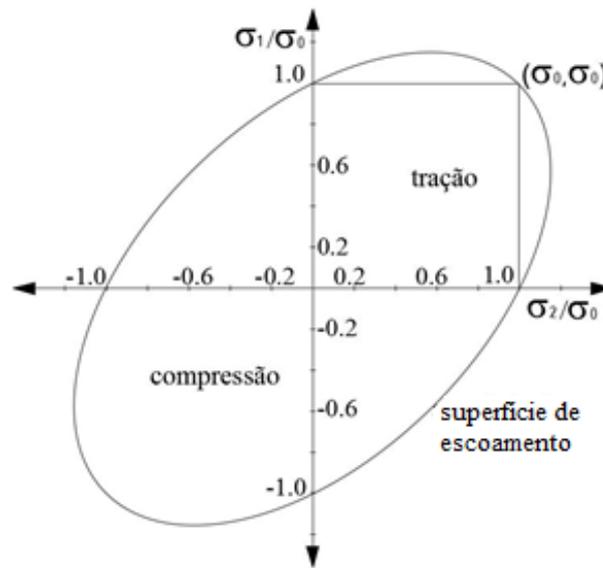


Figura 9 - Critério de escoamento em tração e compressão para o aço (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

2.1.5 Conectores

A variação de rigidez do conector com o incremento da força de corte é simulada conhecendo-se a curva força cortante-deslocamento relativo. É possível realizar um ajuste destas curvas através de uma equação exponencial dependente dos parâmetros a e b propostos por Yam e Chapman (1968).

$$F_\alpha = a(1 - e^{-bs_\alpha}) \quad (2.7)$$

Nessa equação F_α é a força de corte atuante no conector na direção α , a e b são constantes que definem o tamanho e forma da curva e s_α é o deslocamento relativo associado à direção α . Para determinar a rigidez do conector disponibilizam-se duas abordagens diferentes: a rigidez secante e a rigidez tangente, tal qual ilustrado na Figura 10. No caso da rigidez tangente, por

conveniência, a letra α é retirada e supõe-se que uma direção qualquer é considerada, determinando a rigidez de k conforme a Equação (2.8).

$$k = \frac{dF}{ds} = abe^{-bs} \quad (2.8)$$

Já para a rigidez secante emprega-se a Equação (2.9):

$$k = F / s \quad (2.9)$$

em que F_α é aquele determinado na Equação (2.7) e s_α é o deslocamento relativo atual.

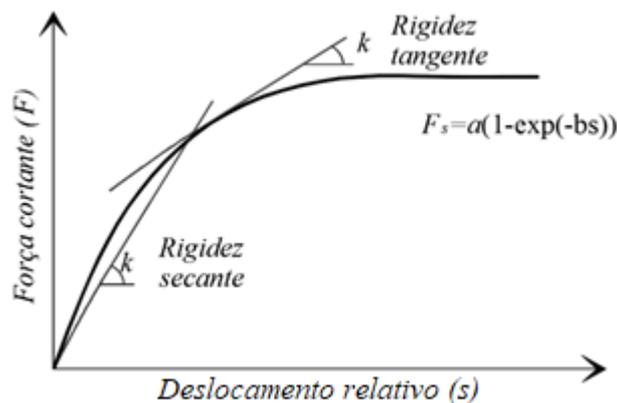


Figura 10 - Rigidez tangente e rigidez secante do conector (Fonte: baseado em Dias, 2013).

2.1.6 Modelo de elementos finitos

Resumidamente, o modelo numérico empregado para simular o comportamento de vigas mistas foi desenvolvido por Tamayo (2011), Dias (2013) e Wayar (2016). A laje de concreto é modelada com elementos de placa delgada de oito nós, o perfil de aço é modelado com elementos de casca fina de quatro nós. Os conectores de cisalhamento do tipo *stud bolt*, que ligam os planos médios dos dois tipos de elementos anteriormente apresentados são modelados por um elemento de viga-coluna tridimensional de dois nós, que permite a ligação rígida ou flexível entre os nós de cada parte. Os cabos de protensão externa são representados por elementos unidimensionais de dois nós, sendo usualmente apresentados em configuração retilínea entre as chapas dos desviadores. A Figura 11 representa o sistema de coordenadas local da laje de concreto que coincide com o sistema cartesiano global.

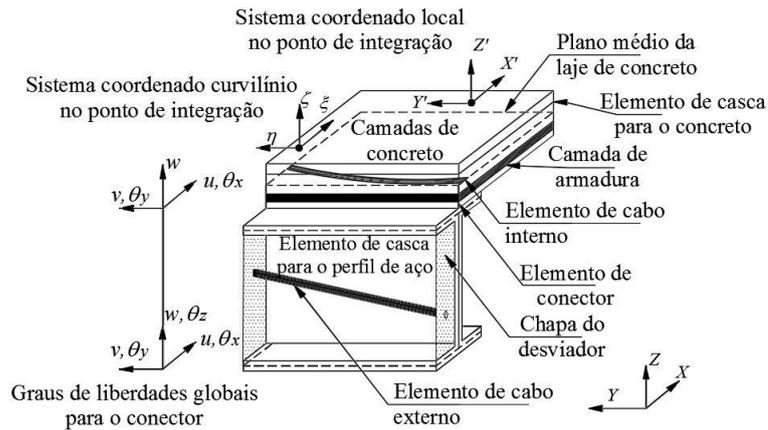


Figura 11 - Montagem do modelo numérico para a viga mista. (Fonte: REGINATO, 2017)

2.2 MODELO 2

2.2.1 Concreto

O comportamento do concreto foi baseado nos modelos desenvolvidos nos trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari *et al.* (2016) e Schmitz (2017). O critério de ruptura adotado foi o critério de Ottosen e o critério de plastificação adotado foi o de von Mises. (Lazzari *et al.*, 2016).

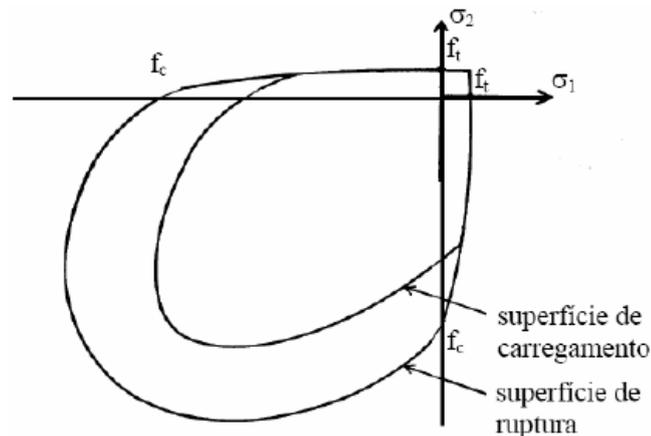


Figura 12 – Superfície de plastificação e de ruptura. (Fonte: Schmitz, 2017).

2.2.1.1 Concreto em compressão: plastificação

Quando o concreto está sobre compressão, a deformação por plastificação é calculada conforme Hinton (1988), de modo que o vetor fluxo plástico é definido pelo critério de von Mises e o módulo da deformação plástica equivalente é definido pela relação constitutiva do

concreto - Código Modelo *fib* 2010. Não é considerada uma superfície de plastificação explícita, entretanto o valor do módulo da deformação plástica só passa a ter valor não nulo quando a curva tensão *versus* deformação tiver comportamento não linear. (Schmitz, 2017)

O comportamento uniaxial do concreto é definido pelo Código Modelo *fib*2010 (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012) conforme expressões (2.10), (2.11) e (2.12). O gráfico tensão *versus* deformação está apresentado na Figura 13.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu}| \quad (2.10)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.11)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (2.12)$$

Sendo:

σ_c = tensão no concreto;

f_{cm} = resistência média à compressão uniaxial do concreto;

η = relação entre deformações atual e para máxima tensão;

k = número plástico;

ε_c = deformação do concreto;

ε_{cu} = deformação de compressão limite para o concreto;

ε_{c1} = deformação observada na máxima tensão de compressão;

E_{ci} = módulo de elasticidade aos 28 dias;

E_{c1} = módulo de elasticidade secante ao ponto de máxima tensão de compressão.

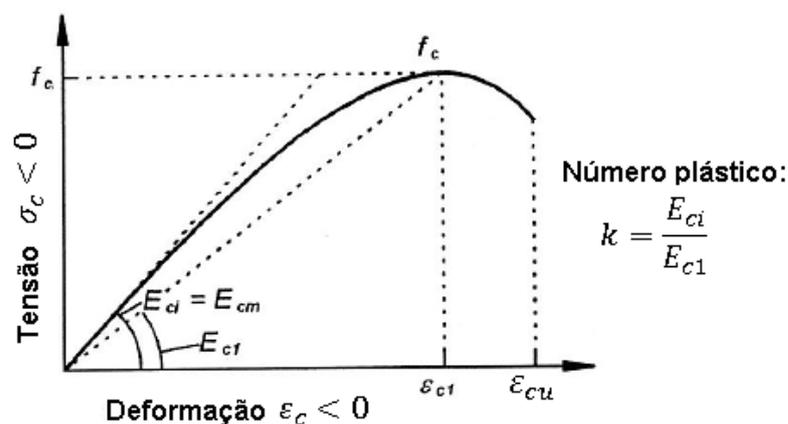


Figura 13 – Relação constitutiva para o concreto em compressão uniaxial (Fonte: Schmitz, 2017).

A relação dada pela expressão (2.10) pode ser alterada para que fique em função da deformação plástica, ao invés da deformação total, conforme equação (2.13), cujos coeficientes A, B, C estão apresentados em (2.14) (Lazzari, 2015).

$$A \cdot \sigma_c^2 + B \cdot \sigma_c + C = 0 \quad (2.13)$$

$$A = \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left(\frac{k-2}{f_{cm}} + \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \right)$$

$$B = \frac{1}{f_{cm}} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_p \cdot (k-2)}{\varepsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left(k - \frac{2\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right); C = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(k - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (2.14)$$

O vetor fluxo plástico é determinado conforme Hinton (1988), considerando o critério de plastificação de von Mises. A deformação total é dada pela soma da deformação elástica e viscoplástica, sendo a taxa de deformação viscoplástica dada pela expressão (2.15). Como considerou-se um intervalo de tempo de um dia, a deformação viscoplástica, na verdade é uma deformação elastoplástica. Dessa forma está sendo considerada a plasticidade através da adaptação de um modelo viscoplástico.

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma \cdot \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2.15)$$

Sendo:

$\dot{\varepsilon}_{vp}$ = taxa de deformação viscoplástica;

γ = parâmetro de viscosidade do concreto;

$\phi(F)$ = função de escoamento;

$\frac{\partial f}{\partial \sigma}$ = vetor fluxo plástico.

O valor da função de plastificação só é considerado para valores positivos, caso contrário é igualada a zero, e esta representa a diferença entre a tensão calculada pelo critério adotado e a tensão calculada pela regra de endurecimento apresentada pelo Código Modelo *fib2010*. O vetor fluxo plástico é normal à superfície de plastificação, pois está sendo considerada a plasticidade associada. A expressão (2.16) apresenta o cálculo do vetor fluxo plástico, extraído da subrotina “Flowp” fornecida em Hinton (1988), baseado no critério de von Mises ($\sigma = \sqrt{3J_2}$):

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = C \cdot \begin{bmatrix} 2C_2 & C_3 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ C_3 & 2C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_3 & C_3 & 2C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$C = \frac{1}{2 \sqrt{C_2(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2) + C_3(\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{zz}) + C_4(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)}}$$

$$C_2 = 1; \quad C_3 = -1 \quad C_4 = 3$$

Sendo:

C, C_2, C_3, C_4 = variáveis auxiliares para o cálculo do vetor fluxo plástico;

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$ = componentes do tensor de tensões.

No modelo de Lazzari (2015) tem-se o critério de esmagamento relacionado com a não convergência da análise: quando as deformações atingem níveis elevados, as forças internas não são capazes de equilibrar as forças externas, o que representaria a ruptura da peça.

Schmitz (2017) estabelece a ruptura por esmagamento conforme o Código Modelo *fib2010*, que define uma deformação limite para o comportamento de amolecimento, trecho descendente do gráfico tensão-deformação, Figura 13. Já a transformação das deformações tridimensionais em uma deformação equivalente é feita de acordo com Lazzari (2015), onde se considera a norma do vetor de deformação dividida pela norma do vetor de fluxo plástico.

2.2.1.2 Concreto tracionado: modelo para fissuração

A representação da fissuração é realizada conforme sugerido por Hinton (1988), onde durante o processo de fissuração não acontece nenhum tipo de alteração na malha de elementos finitos, assim, a fissuração é representada pelas alterações das propriedades do material, simulando o dano. No início da análise o material é isotrópico, e após a formação da primeira fissura passa a ser ortotrópico. A fissura sempre se forma perpendicular à direção da tensão principal, sendo reduzidos os módulos de elasticidade longitudinal e transversal nessa direção e no concreto fissurado é desprezado o efeito de Poisson. Esse modelo pode ser descrito completamente por três critérios: critério de fissuração, regra de amolecimento, modelo para transferência do corte. (Schmitz, 2017)

O critério de fissuração se baseia no critério de ruptura de Ottosen. Para distinguir a ruptura por esmagamento da ruptura devido à formação de fissura é considerado que a tensão principal máxima deva ter atingida ou superado metade do valor da resistência média à tração

do concreto. Sendo essa tensão calculada pela equação (2.17) e fica em função dos invariantes de tensão J_2, I_1, θ .

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cdot \text{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (2.17)$$

Conforme Hinton (1988), mesmo que o concreto tenha fissurado, este continua contribuindo para rigidez da estrutura, devido à sua aderência com as barras de aço, efeito conhecido por *tension-stiffening*. Para reproduzi-lo computacionalmente, Schmitz (2017) alterou o comportamento do concreto, sendo equivalente a considerar o concreto com comportamento linear com amolecimento.

Para o concreto em tração, sua relação constitutiva é baseada em Martineli (2003), que pode ser visualizada na Figura 14 e expressa pela equação (2.18). Com o limite de deformação em tração que define o fim do trecho de amolecimento é considerado com 0,001.

$$\sigma_c = 0,6 \cdot E_{ci} \cdot \varepsilon_t \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,001} \right) = 0,6\sigma_t \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,001} \right) \quad (2.18)$$

Sendo:

σ_c = tensão no concreto;

E_{ci} = módulo de elasticidade tangente;

ε_t = deformação nominal de tração na zona fissurada;

ε_c = deformação no concreto;

σ_t = tensão de tração na região fissurada.

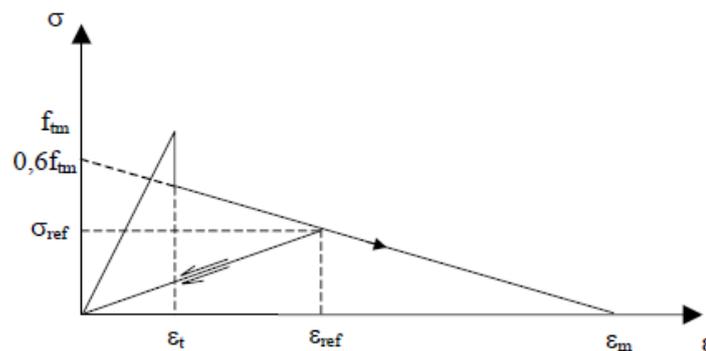


Figura 14 – Curva tensão-deformação para concreto tracionado (SCHMITZ, 2017).

Caso ocorra algum fechamento de fissura, devido a uma descarga ou redistribuição de esforços, a tensão normal à fissura deve ser ajustada para o caso da deformação verificada ser

menor que a deformação ε_{ref} , que é a máxima deformação de tração na direção transversal da fissura. Esse ajuste é feito pela equação (2.19), na qual σ_{ref} é a tensão calculada pela interpolação da curva de comportamento, através da deformação ε_{ref} . (SCHMITZ, 2017)

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon_c \quad (2.19)$$

O modelo de transferência das tensões de corte adotado por Schmitz (2017) considera um fator de correção para o módulo de elasticidade transversal. Desse modo, este módulo é multiplicado por um fator β_f definido pela expressão (2.20) (HINTON, 1988), (LAZARRI, 2015).

$$\beta_f = 1 - \left(\frac{\varepsilon_T}{0,005} \right)^{k_1} \quad (2.20)$$

Sendo:

β_f = fator de redução do módulo de elasticidade transversal devido a fissuração;

ε_T = deformação de tração fictícia perpendicular à fissura;

k_1 = parâmetro ente 0,3 e 1, sendo empregado 0,3 neste trabalho.

2.2.2 Aço da armadura

Foi utilizado um modelo próximo ao elastoplástico perfeito para o comportamento do aço da armadura, pois, conforme Kotinda (2006), a fim de evitar erros numéricos, adotou-se um valor de endurecimento igual a 1/1000. O critério de plastificação considerado é de von Mises, através da modelo do material MISO (*Multilinear Isotropic Hardening*), fornecida diretamente pelo *software* ANSYS. (SCHMITZ, 2017).

2.2.3 Aço Estrutural

A relação constitutiva para o aço estrutural empregada por Schmitz (2017) está baseada no modelo de material MISO do ANSYS. Essa mesma relação foi empregada por Kotinda (2006) e Queiroz *et al.* (2007). Nesse modelo o comportamento do aço é dividido em três etapas: elástico linear até a tensão de escoamento, patamar de escoamento, plástico com endurecimento, conforme ilustrado na Figura 15. A equação (2.21) define o comportamento no trecho com endurecimento.

$$\sigma_s = f_{sy} + E_{sh} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) \cdot \left[1 - E_{sh} \cdot \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{4(f_{su} - f_{sy})} \right] \quad (2.21)$$

Sendo:

σ_s = tensão em um ponto qualquer após o patamar de escoamento e antes da ruptura;

f_{sy} = tensão de escoamento;

E_{sh} = módulo de elasticidade tangente do trecho plástico com endurecimento (350 kN/cm²);

ε_s = deformação para tensão σ_s ;

ε_{sh} = deformação no início do trecho plástico;

f_{su} = tensão de ruptura.

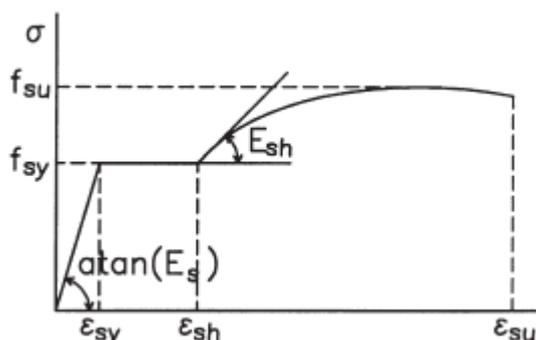


Figura 15 - Comportamento para o aço estrutural (Fonte: Schmitz, 2017).

2.2.4 Conectores

Os conectores são modelados utilizando a mesma relação constitutiva já descrita no item 2.1.5. Schmitz (2017) destaca que a curva de comportamento do conector também serve para definir um critério de ruptura baseado no deslizamento máximo do conector.

2.2.5 Elementos Finitos

Na modelagem da estrutura são escolhidos diferentes tipos de elementos para o perfil de aço, laje de concreto, conectores e armadura.

Para o perfil de aço, adota-se o elemento *SHELL181*, que é um elemento adequado para analisar estruturas compostas por cascas finas, até cascas moderadas e grossas. Esse elemento apresenta quatro nós com seis graus de liberdade por nó (translações e rotações segundo eixos X, Y e Z). Esse elemento suporta grandes deformações e grandes rotações, o mesmo trabalha com o conceito de tensão real e deformação real:

$$\sigma_{real} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon) \quad (2.23)$$

Nesse trabalho como as deformações esperadas são de ordem pequena, as tensões e deformações empregadas são de engenharia.

A laje de concreto é modelada com o elemento *SOLID186*, que é um hexaedro quadrático com vinte nós e apresenta três graus de liberdade por nó (translações nos eixos X, Y e Z). Esse elemento suporta a ocorrência de plasticidade, fluência, encruamento e capacidade de grandes deformações.

Os conectores são modelados com o elemento *COMBIN39*, que é um elemento de mola unidirecional e apresenta três graus de liberdade (translações segundo os eixos X, Y e Z). O mesmo pode ser usado em qualquer tipo de análise e possibilita a entrada de curvas de força-deslocamento ou momento-rotação não linear.

A armadura da laje de concreto é representada com o elemento *REINF264*, que pode ser usado para modelar um reforço extra nos elementos 3D mais comuns, tais como sólidos e cascas. Esse elemento tem capacidade de suportar a ocorrência de plasticidade, fluência, grandes deslocamentos e grandes deformações .

3 ANÁLISE DE INSTABILIDADE

Este capítulo aborda a análise da flambagem elástica das estruturas. Apresenta-se de modo sucinto a influência de imperfeições geométricas iniciais, a teoria de elementos finitos associada ao problema de flambagem elástica, as ferramentas disponíveis no software ANSYS para solucionar esses problemas e alguns exemplos para demonstrar essas ferramentas. Segundo McGuire (2000), uma análise elástica de 1ª ordem exclui não linearidades, mas de modo geral representa bem as condições de carga de serviço.

3.1 FLAMBAGEM ELÁSTICA

Na flambagem elástica, uma estrutura falha de modo súbito com a curva força horizontal x deflexão apresentada na Figura 16.

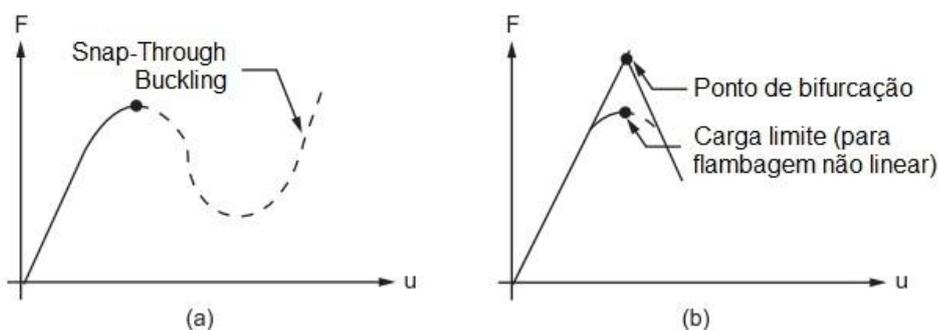


Figura 16 - a) Curva Carga-Deslocamento não linear, b) Curva Carga-Deslocamento Linear. (Fonte: baseado em “ANSYS Mechanical User’s Guide, 2013)

Esse tipo de análise é adequada para flambagem com bifurcação usando um modelo linearizado de estabilidade elástica. A flambagem com bifurcação se refere ao crescimento ilimitado de um novo modo de deformação. Nesse sentido uma estrutura linear com uma curva força x deflexão similar à Figura 16(b) pode ser analisada considerando uma análise de flambagem linear, por outro lado uma estrutura com uma curva força x deflexão similar à Figura 16(a) não pode ser estudada com esse tipo de análise. Nesse caso é necessário considerar uma análise com grandes deflexões.

O problema de flambagem, no caso da Figura 16, é formulado como um problema de autovalores, que pode ser resolvido de várias formas e pode ser descrito pela equação (3.1),

$$T_n \tilde{\Phi} = \frac{1}{\lambda} \tilde{\Phi} \quad (3.10)$$

O uso prático do algoritmo de solução de Lanczos está no fato de que se q for menor que n , os autovalores de T_q podem dar resultados muito próximos para os menores autovalores do problema $(\mathbf{K} + \lambda_i \mathbf{S})\psi_i = \mathbf{0}$. No entanto, a precisão de quão próximos desses menores autovalores está à resposta não é conhecida e também não se sabe se algum autovalor importante foi deixado para trás. Assim, é necessário combinar um processo iterativo ao método de Lanczos para assegurar uma resposta precisa.

A outra opção que o ANSYS possui para solução deste problema é o método dos subespaços. Bathe (1996) comenta que é um método desenvolvido para resolver problemas de grande porte de autovalores e autovetores. Resumidamente, o processo consiste nos seguintes três passos:

- 1) Estabelecer um número q de vetores de iteração para iniciar o processo, com $q > p$, onde p é o número de autovalores e autovetores a ser calculado.
- 2) Usar simultaneamente iterações inversas no vetor q e em uma análise de Ritz para encontrar as melhores aproximações de autovalores e autovetores dos vetores de iteração q .
- 3) Após a convergência das iterações, usar a sequência de checagem de Sturm (BATHE, 1996) para verificar se os autovalores e seus respectivos autovetores foram corretamente calculados.

As principais partes do processo de solução do método é o primeiro passo, no qual se seleciona os vetores iniciais do processo de iteração e a sequência de checagem de Sturm no último passo do processo.

O objetivo do método dos subespaços é solucionar para os menores n autovalores seus correspondentes autovetores que satisfaçam a equação (3.5) e condições de ortogonalidade.

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\Lambda} \quad (3.11)$$

Sendo $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_i)$ e $\boldsymbol{\Phi} = [\phi_1, \dots, \phi_n]$

A ideia essencial deste método usa o fato de que os autovetores formam uma base \mathbf{M} -ortonormal dos operadores \mathbf{K} e \mathbf{M} do menos dominante subespaço n -dimensional, que é chamado de E_∞ . O vetor de iteração inicial é definido como E_1 e o processo continua até atingir uma precisão suficiente e encontrar-se E_∞ . Como o processo iterativo é realizado em um subespaço traz consigo várias vantagens e consequências. O número total de iterações

depende de quão próximo o vetor de iteração inicial E_1 está do vetor final de respostas E_∞ . A eficiência do algoritmo está na facilidade de estabelecer um subespaço n -dimensional inicial muito próximo de E_∞ do que encontrar um número n de vetores onde cada um é próximo dos requeridos autovetores.

A convergência do processo iterativo se dá pelo subespaço, não necessitando assim de iterações individuais de vetores para encontrar os autovetores. Em outras palavras, se os vetores de iteração são uma combinação linear dos autovetores requeridos, o algoritmo de solução converge em apenas um passo. Cabe destacar que os autovetores obtidos (modos de flambagem da estrutura) são normalizados de modo que a maior componente vale 1.

3.2 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS

Irregularidades em perfis de aço são ocorrências comuns. As mesmas podem surgir devido ao processo de fabricação, transporte e trabalho da viga e podem afetar, de modo significativo, o dimensionamento de um perfil. Portanto, realizar um dimensionamento considerando um perfil como retilíneo e perfeito ao longo de seus eixos pode ser uma abordagem teórica, mas não é recomendável na prática de projeto.

A principal influência das irregularidades ocorre quando o perfil de aço está sujeito à compressão axial, que devido às irregularidades existentes, passa a ser uma flexo-compressão. Logo, problemas de instabilidade podem surgir, diminuindo assim a resistência máxima do perfil. Dessa forma, para encontrar resultados próximos da realidade, é essencial adicionar as irregularidades existentes, quando se faz análises não lineares geométricas em perfis de aço, devido ao fato dos resultados serem muito sensíveis a esse fator (CHODRAUI, 2006).

Grigoletti (2008) comenta que as irregularidades podem ser aplicadas de maneira manual, o que é feito através da aplicação de uma configuração inicial arbitrária para o perfil, e de maneira automática, na qual se aplica as imperfeições como uma combinação linear dos modos de instabilidade do perfil.

Muitos estudos já foram realizados sobre a influência dessas irregularidades na modelagem da estrutura e na sua resposta final, principalmente em estruturas esbeltas, submetidas a esforços de compressão. André (2002) comenta que a magnitude dessas irregularidades pode não ser tão importante quanto a sua forma e direção quando se pretende avaliar a resistência das barras e perfis.

Chodraui (2006) comenta que ainda não existe um consenso entre os pesquisadores sobre como empregar as imperfeições no processo de modelagem numérica, tornando assim sua aplicação uma estratégia não muito clara. Nesse contexto é importante desenvolver um estudo verificando a influência das irregularidades nas respostas.

O European Committee for Standardization (CEN) (2006), através do Eurocode 3 define todos os procedimentos para projeto de estruturas de aço. Em seu anexo C é informado sobre o uso do método de elementos finitos na análise de perfis de aço. Nesse anexo é definido qual a magnitude das imperfeições que devem ser utilizadas baseadas no tipo de imperfeição, se é global ou local, sua característica, formato e componente. A tabela (1) apresenta essas informações.

Tabela 1 - Imperfeições geométricas equivalentes. Adaptado de CEN (2006).

Tipo de Imperfeição	Componente	Formato	Magnitude
Global	Membro com um comprimento "L"	curva	Olhar EN 1993-1-1, Tabela 5.1
Global	Enrijecedor longitudinal com comprimento a	curva	min (a/400, b/400)
Local	Painel ou subpainel com pequenos vãos a ou b	modo de flambagem	Min (a/200, b/200)
Local	Enrijecedor ou flange sujeita a torção	curva de torção	1/50

É comentado que essas imperfeições devem ser tanto geométricas quanto estruturais quando é feito o modelo de elementos finitos e caso não seja realizado uma análise mais refinada é necessário utilizar as imperfeições equivalentes, que podem ser vistas na tabela (1). A direção que essas imperfeições devem ser aplicadas é exatamente na qual se obtém a menor resistência no processo de solução do modelo.

Essas imperfeições podem ser baseadas nos modos de flambagem críticos da estrutura, com sua amplitudes definidas pelos Anexos Nacionais do Eurocode, recomendando utilizar 80% das tolerâncias de fabricação para os perfis de aço.

CEN (2006) também comenta que ao realizar combinações de vários tipos de imperfeições, deve ser escolhido uma imperfeição para ser a principal, que deve ser usada em sua totalidade e o restante são chamadas de imperfeições de acompanhamento, as quais devem ter seus valores reduzidos a 70%.

A Tabela (1), em conjunto com a Figura 17, são utilizadas para definir os tipos de irregularidades equivalentes que deve ser aplicadas na estrutura quando se deseja realizar uma

análise por elementos finitos, identificando o tipo na Figura 17 e sua magnitude com a tabela (1).

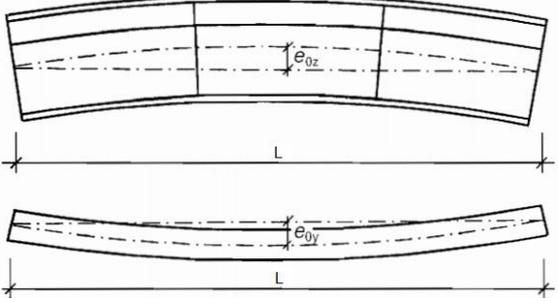
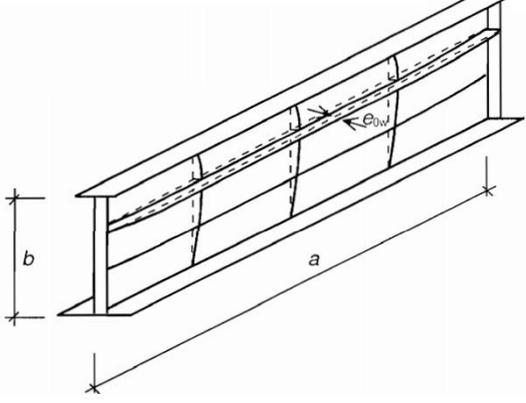
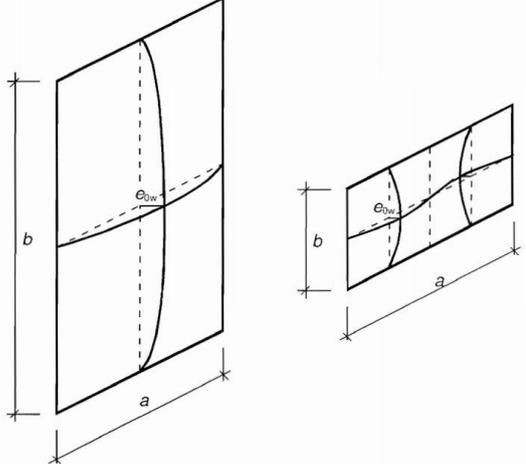
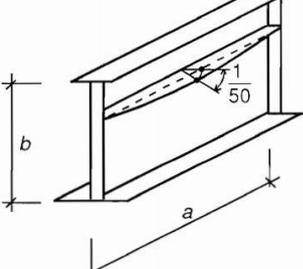
Tipo de Imperfeição	Componente
Membro global com comprimento "L"	
Enrijecedor longitudinal global de comprimento a	
Painel ou subpainel local	
Enrijecedor local ou flange sujeita a torção	

Figura 17 - Modelagem das imperfeições geométricas equivalentes. Adaptado de CEN (2006).

3.3 ANÁLISE DE FLAMBAGEM PELO ANSYS

O software ANSYS® 17.1 tem como uma de suas ferramentas a análise de autovalores (*Eigen Buckling*). Essa análise determina a partir de uma estrutura modelada por elementos finitos, os fatores de carga de flambagem e os seus modos de flambagem. Essa opção de análise é estática, dessa forma a mesma prevê valores para uma estrutura elástica ideal, o que pode ser próximo da realidade para cargas de serviço. No entanto, esse tipo de análise não considera as irregularidades de fabricação e construção, logo os resultados obtidos pela mesma são conservadores.

Para poder utilizar essa ferramenta há alguns procedimentos iniciais. Primeiramente, deve-se realizar uma análise estática chamada de análise base, que pode ser tanto linear quanto não linear. Para essa análise deve estar ativado a opção de *PSTRESS* do programa. Essa opção garante que a matriz de rigidez geométrica (*stress stiffness*) seja calculada.

Existem algumas diferenças dependendo de qual análise base é feita. Em análises lineares estáticas é somente necessário aplicar cargas na estrutura durante a análise base. O fator de carga encontrado escala todas as cargas aplicadas anteriormente. Por exemplo, caso se aplique uma carga de compressão de 10 N na análise estática e a posterior análise de *Eigen Buckling* obter um fator de carga igual a 1500, a carga crítica de flambagem da estrutura será igual a carga multiplicada pelo fator de carga, $10 \times 1500 = 15000$ N.

Quando a análise base é não linear, torna-se necessário que pelo menos um tipo de não linearidade (geometria, material, conexão) seja adicionado como pré-requisito. Outra necessidade é adicionar pelo menos mais uma carga durante a análise de *Eigen Buckling* para continuar com a solução, que pode ser tanto a mesma utilizada na análise base como uma nova de qualquer magnitude. Diferentemente da análise estática, o fator de carga encontrado precisa ser multiplicado pela carga adicionada na análise de *Eigen Buckling* somada com a carga usada na análise base. Por exemplo, aplicando-se uma carga de 250 N na análise base, uma de 100 N na análise de *Eigen Buckling* e obtendo-se um fator de carga igual a 7,5, tem-se $250 + 100 \times 7,5 = 1000$ N.

Independente da análise base, para cada fator de carga existe um modo de flambagem correspondente. Esses modos de flambagem não representam deslocamentos reais, mas ajudam a visualizar como a estrutura se deformará quando ocorrer a flambagem. Uma estrutura qualquer apresenta um número infinito de modos de flambagem e conseqüentemente

fatores de carga, mas normalmente são apenas os menores valores do fator de carga que interessam.

3.4 EXEMPLOS

3.4.1 Casca fina:

Foi modelada uma casca no *software* ANSYS® 17.1 para exemplificar a análise de *Eigen Buckling* e a influência das imperfeições consideradas nessa análise em termos de resultados finais. A chapa considerada tem as dimensões 1500 x 100 x 6 mm. A Figura 18 ilustra a malha de elementos finitos usada para representar essa chapa. Essa malha emprega elementos de tamanho uniforme e com 25 mm de lado totalizando 240 elementos. O elemento adotado foi o *Shell181*, desenvolvido por MacNeal e Harder (1988). Trata-se de um elemento de casca com quatro nós e seis graus de liberdade em cada nó (translações e rotações em X, Y e Z). É um elemento adequado para análises lineares, grandes rotações e/ou grandes deformações.

Como condições de contorno foram restringidas as translações nos eixos x, y e z do nó central inferior da chapa. Além disso, no nó superior central da chapa foram restringidas as translações nos eixos x e z e a rotação em y. Para o material da casca adotou-se um aço com módulo de elasticidade $E = 2.10^5$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. Para a análise base aplicou-se uma carga de 1 N no nó central superior da chapa, ou seja no mesmo nó em que foram aplicadas as condições de contorno. Primeiramente foi realizado uma análise estática linear, com a opção *prestress* ligada seguida diretamente pela análise de *Eigen Buckling*.

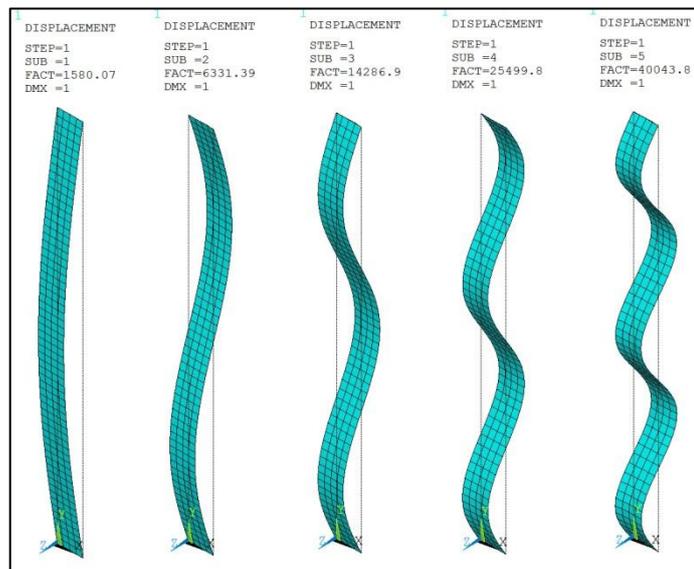


Figura 18 - Modos de flambagem da casca com análise linear

Na Figura 18 são mostrados os modos de flambagem da casca com seus respectivos fatores de carga obtidos através da análise de *Eigen Buckling*. A análise base usada foi linear elástica, desse modo as cargas críticas para os modos de flambagem são simplesmente a multiplicação do fator pela carga utilizada. Como a carga aplicada é de 1 N o fator de carga é igual a carga crítica. Os principais modos de deformação são normalmente os que apresentam um menor fator de carga, isso se dá pelo fato da estrutura atingir com mais facilidade essa carga antes de sofrer qualquer outro tipo de falha.

A Tabela (2) compara os resultados obtidos com a correspondente carga de Euler para os cinco modos de deformação considerados.

Tabela 2 - Carga crítica de Euler para a casca.

	Carga critica de Euler				
	n=1 [N]	n=2 [N]	n=3 [N]	n=4 [N]	n=5 [N]
ANSYS	1580,07	6331,39	14286,9	25499,8	40043,8
Analítico	1579,14	6316,55	14212,23	25266,19	39478,42
Erro	0,06%	0,23%	0,52%	0,92%	1,41%

3.4.1.1 Análise não linear geométrica:

O objetivo principal desse exemplo é demonstrar o processo do *Eigen Buckling*, empregar os modos de flambagem para adicionar irregularidades na geometria da estrutura, realizar análises não lineares geométricas e por fim verificar a sensibilidade dos resultados a partir da quantidade de modos de flambagem utilizados.

Para haver uma forma de comparação faz-se primeiramente uma análise não linear geométrica na casca a partir do modelo original. Fazendo isso é possível encontrar os resultados considerando a estrutura sem nenhuma irregularidade e assim obter valores para serem comparados. O modelo de elementos finitos usado permanece o mesmo da Figura 18 menos a carga aplicada na estrutura. Para realizar uma análise de sensibilidade adotou-se uma carga baseada no valor inteiro da carga crítica de flambagem correspondente ao 1º modo de deformação, no caso 1580 N.

Como a chapa modelada é retilínea e ao mesmo tempo aplicou-se uma carga no seu eixo central, não há nenhum tipo de não linearidade que possa ser representado na análise a não ser a correspondente ao comportamento do material. No entanto, considerando-se a carga aplicada, o material não chega aos limites de resistência e então não apresenta comportamento não linear.

A Figura 19 representa o deslocamento da estrutura em relação ao eixo Y no último incremento de carga. Os deslocamentos em relação ao eixo X e em relação ao eixo Z são praticamente nulos. Os maiores deslocamentos são obtidos no ponto de aplicação da carga e valem 0,03 mm, sendo que os mesmos diminuem ao longo da estrutura até chegar a zero. Nota-se que a peça está sendo submetida a um esmagamento, ou seja, esse modelo não consegue capturar a flambagem.

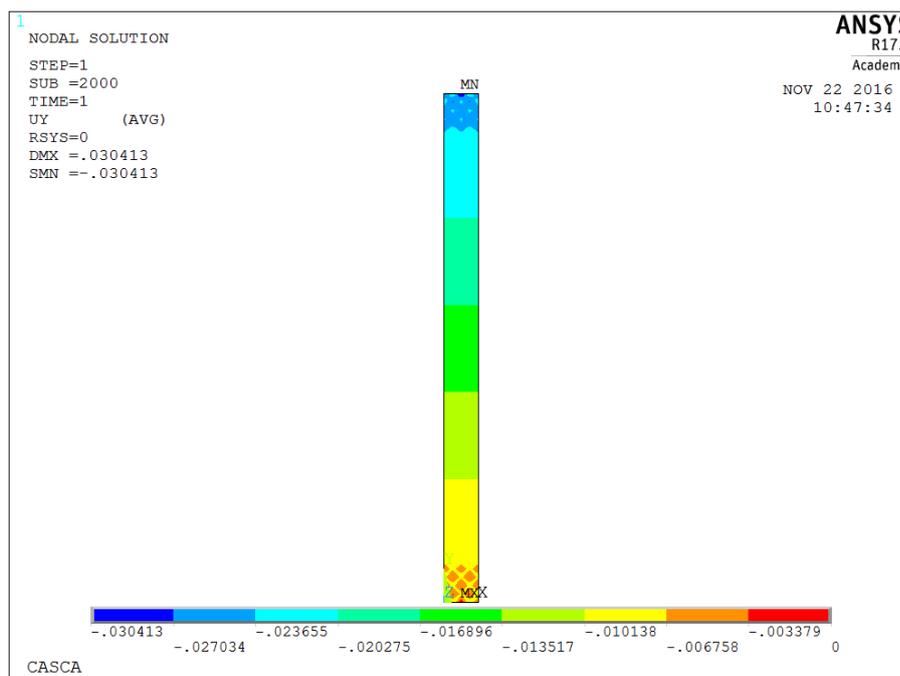


Figura 19 - Deslocamentos em Y da casca.

As análises em sequência foram realizadas a partir da estrutura original adicionando as irregularidades na forma dos modos de flambagem da estrutura. Foram realizadas três análises adotando-se o primeiro, os três primeiros e os cinco primeiros modos de flambagem. Para todos os exemplos testados o aço foi representado por um modelo elastoplástico com endurecimento.

A introdução das irregularidades é feita através de um comando do software ANSYS, que adiciona à coordenada do nó o seu deslocamento relativo encontrado na análise de *Eigen Buckling* multiplicado por um fator de imperfeição. Existem vários valores que podem ser adotados como fator de imperfeição. Grigoletti (2008) analisou perfis U formados a frio e empregou o fator $L/1500$, sendo L o comprimento do perfil, para o 1º modo de flambagem e os seguintes modos utilizados apresentam os valores de acordo com a sua probabilidade de ocorrência e dos bancos de dados de imperfeições para esses perfis.

Como já comentado, não existe um consenso entre os pesquisadores sobre a ordem de magnitude do fator de imperfeição que deve ser usado, então foi primeiramente escolhido o valor arbitrário de 0,1 para realizar as análises em questão. Trata-se de um fator de magnitude bem baixa ao considerar que o comprimento da casca é de 1500 milímetros, já que pela relação empregada por Grigoletti (2008), o fator a ser utilizado deveria ser 1. Já de acordo com o CEN (2006), através do Eurocode3, o valor a ser utilizado deveria ser no mínimo $a/200$ ou $b/200$, com a e b sendo largura e altura respectivamente dando valores de 0,5 a 7,5.

Na análise considerando apenas o primeiro modo flambagem, no processo não linear, a carga de 1580 N foi dividida em 2000 incrementos de 0,79 N. Nota-se que à medida que o processo de carga avança a estrutura passa a apresentar uma forma deformada próxima do 1º modo de flambagem. O deslocamento máximo que ocorre no último passo de carga é de 53 mm e é obtido no meio da casca (mesmo ponto do deslocamento máximo do 1º modo de deformação).

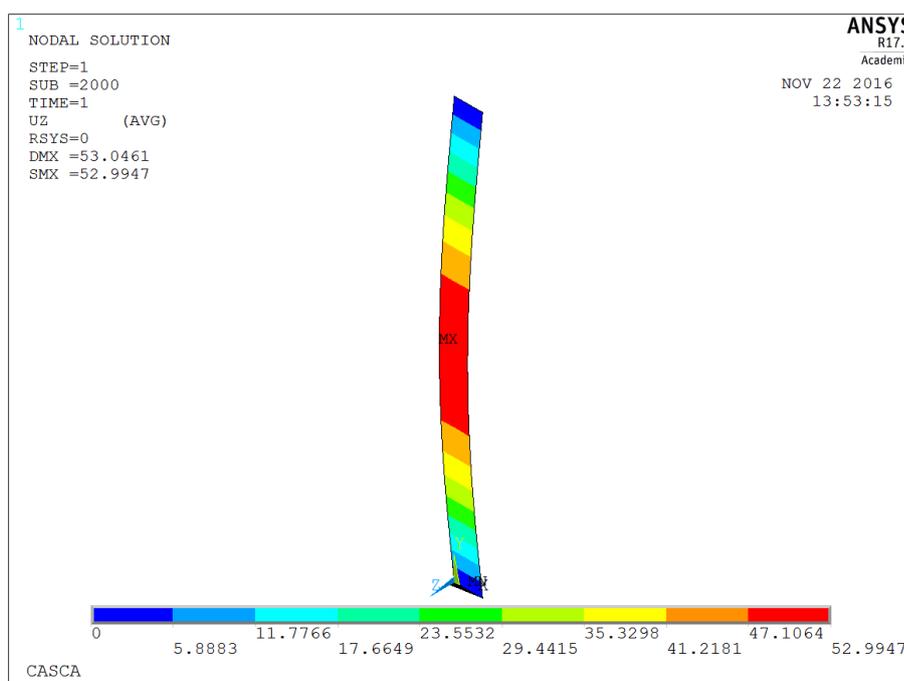


Figura 20 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 1º modo de flambagem. [mm]

As tensões máximas atingidas na placa são da ordem de 140 Mpa. Como essas tensões são baixas, não é atingida a tensão de escoamento do aço ($f_y = 230$ Mpa) utilizado na análise, a análise ocorre no regime elástico do material.

A análise seguinte foi realizada considerando os três primeiros modos e utilizado o fator de imperfeição igual a 0,1 para todos os modos. À medida que a carga aplicada na estrutura vai

aumentando através dos incrementos, percebe-se que além do deslocamento máximo na direção de Z aumentar, o mesmo começa a se deslocar para cima ao longo do eixo Y, inicia-se no terço inferior da casca e chega até o meio da viga no incremento 1950 com um deslocamento máximo de 3,87 milímetros.

Ao longo dos últimos 50 incrementos de carga a estrutura apresenta as mesmas características que a análise anterior aumentando consideravelmente a grandeza dos deslocamentos. No último incremento de carga a chapa apresenta um deslocamento máximo de 52,93 milímetros, praticamente o mesmo valor obtido na análise anterior, com uma diferença de 0,13%.

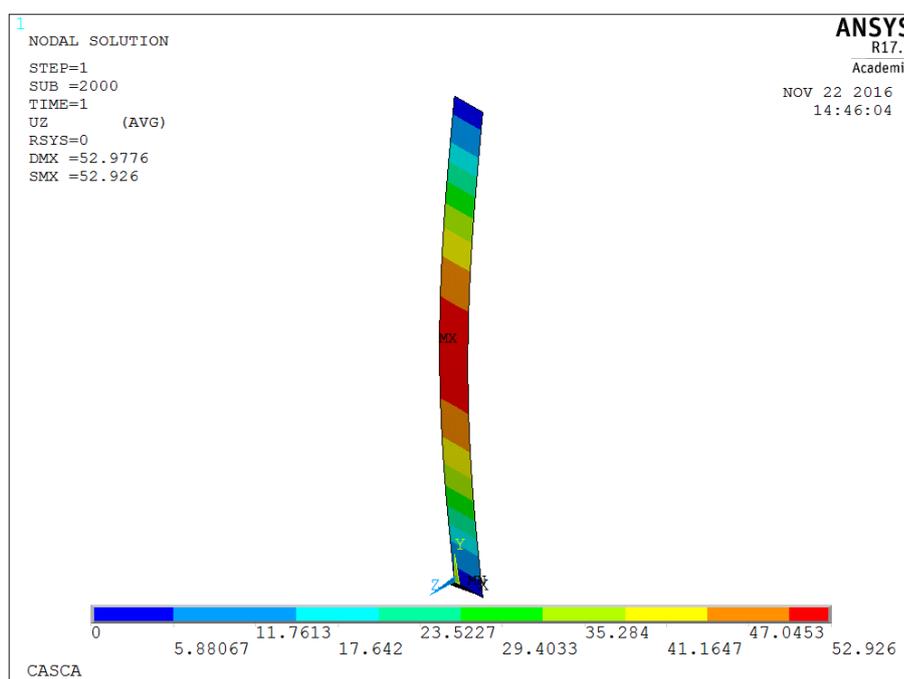


Figura 21 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 3 modos de flambagem. [mm]

A última análise é realizada considerando os cinco primeiros modos de flambagem, utilizando também como fator de imperfeição um valor de 0,1.

Da mesma forma que na última análise, nos incrementos iniciais de carga a deformação aparente da estrutura não representa nenhum dos modos de flambagem da estrutura. Esse comportamento se deve à superposição dos modos de flambagem, cabe destacar que nos incrementos iniciais de carga, a estrutura apresenta as mesmas características que na análise anterior, na qual à medida que os incrementos de carga aumentam, o deslocamento máximo na direção de Z inicia-se na parte inferior da estrutura e começa a se deslocar para cima no eixo Y até atingir o meio da casca e apresentando o mesmo formato que o 1º modo de

flambagem da casca. O deslocamento máximo vale 52,91 milímetros como mostra a Figura 22.

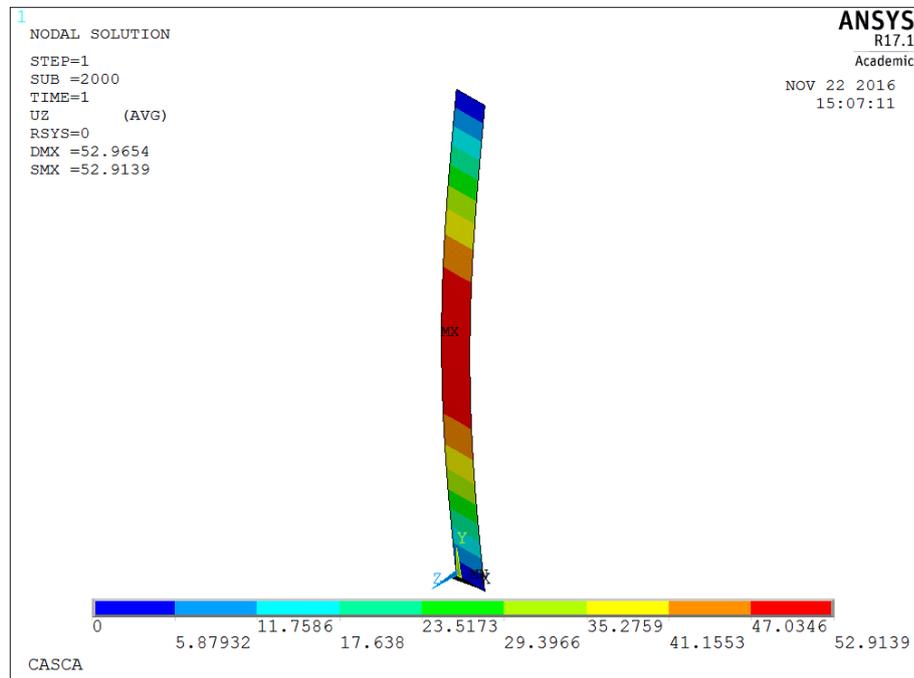


Figura 22 – Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 5 modos de flambagem.

No geral, a utilização dos modos de flambagem para atualizar a geometria da casca criou uma perturbação inicial, que permitiu que o processo não linear geométrico fosse iniciado, o que não ocorreu na 1ª análise. Ao realizar as quatro análises pode-se perceber que os deslocamentos finais não foram muito alterados em função do número de modos de deformação usados.

O gráfico ilustrado na Figura 23 representa a variação da força aplicada por deslocamento lateral no centro da chapa em função do número de modos de flambagem empregados para representar as irregularidades. Percebe-se que aparentemente existe apenas uma linha representando os deslocamentos, mas o fato é que há três praticamente sobrepostas, não apresentando diferenças relativas em cada análise.

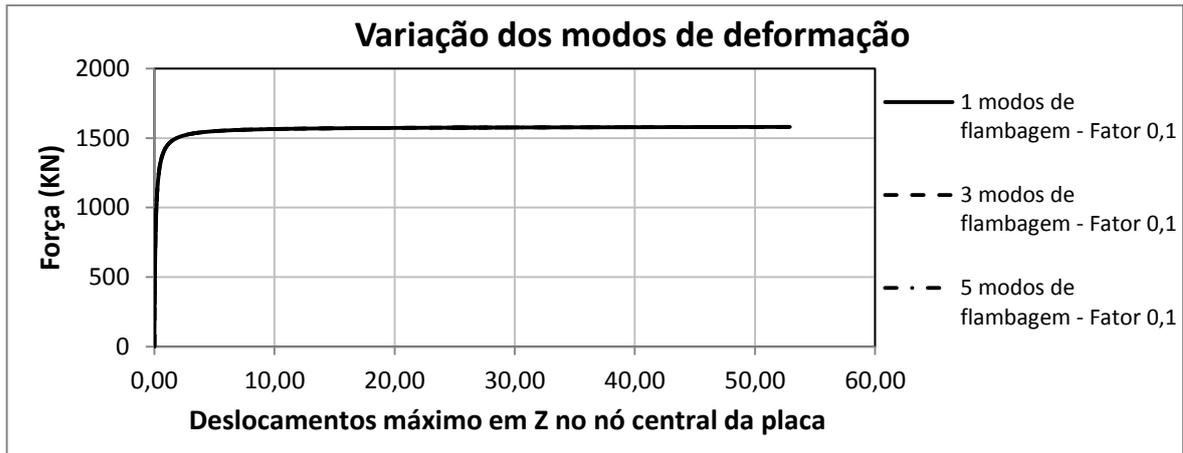


Figura 23 - Variação dos modos de deformação para um fator de imperfeição igual a 0,1.

Outro ponto a ser analisado é a influência do fator de imperfeição. Para tal adotaram-se os valores $(L/1500)$, $(L/300)$ e $(L/20)$, considerando $L = 1500$, os fatores são 1, 5 e 20 respectivamente. Como a quantidade dos modos de flambagem utilizados não influenciou o resultado final dos deslocamentos, todas as análises seguintes foram realizadas empregando-se apenas três modos de flambagem. A carga aplicada e os incrementos não foram alterados.

O primeiro fato que é possível perceber é de que à medida que o fator de imperfeição aumenta os deslocamentos finais da placa aumentam e sua carga última diminui, ou seja, quanto maior a irregularidade inicial maiores são os deslocamentos obtidos que são atingidos em uma carga última menor. Outro fato interessante é que à medida que o fator de imperfeição aumenta, a quantidade de modos de flambagem utilizados altera o resultado final encontrado. Isso é, quanto maior o fator da imperfeição, os resultados finais se tornam mais sensíveis à quantidade de modos de flambagem utilizados.

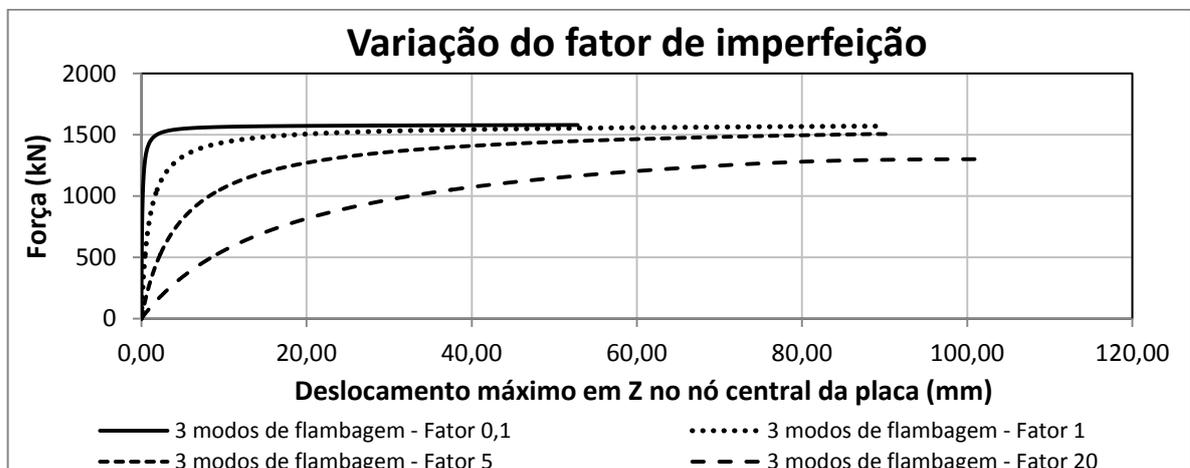


Figura 24 - Variação do fator de imperfeição.

O formato final da estrutura encontrada nas análises diferem do formato exato do 1º modo de flambagem da estrutura mesmo utilizando a sua carga crítica. A Figura 25 representa a deformação final da estrutura quando utilizado 5 modos de flambagem e um fator de imperfeição igual a 5, pode-se perceber que a deformação máxima ainda está no centro da placa, mas a forma final da mesma é diferente, apresentando maiores deslocamentos quando comparados à análise com o fator de imperfeição 0,1 nas partes inferiores e superiores, devido a influência dos outros modos de flambagem.

Tanto o Eurocode quanto alguns pesquisadores comentam que é necessário escolher um modo de flambagem como principal, que no caso a sua magnitude deve ser usada na sua totalidade e os outros modos devem ter suas magnitudes consideradas como uma porcentagem da total, diferentemente do que foi realizado nessas análises, na qual se considerou todos os modos na sua totalidade para a atualização das coordenadas.

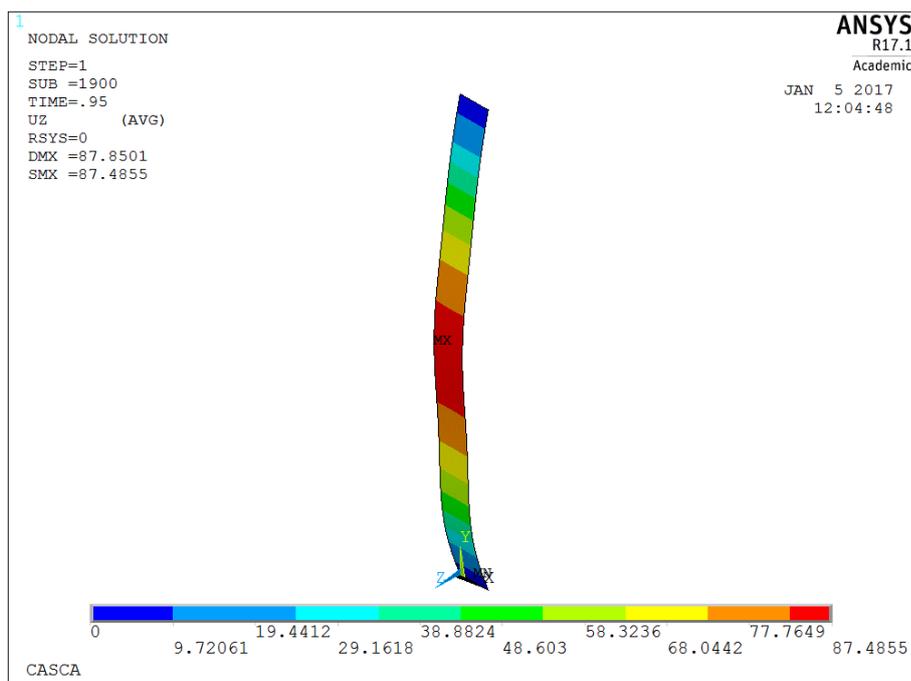


Figura 25 - Deslocamento máximo em Z - último incremento de carga - 5 modos de flambagem - fator de imperfeição igual a 5. [mm]

Nota-se, portanto, a necessidade de um levantamento real do fator a ser empregado ou a necessidade do estabelecimento de um valor normatizado para esse fator, podendo ser os valores sugeridos pelo CEN (2006) no Eurocode 3 para as imperfeições em análises em elementos finitos.

4 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Este capítulo aborda a aplicação da não linearidade geométrica. Primeiramente são apresentadas as possibilidades de consideração da não linearidade geométrica no *Software ANSYS*. Como segundo passo apresenta-se em maior detalhe a forma de análise empregada neste trabalho. Por fim é feito um estudo inicial sobre a atualização de coordenadas, que é uma forma simplificada de tratar de pequenas não linearidades. Para se ter uma ideia da aplicabilidade dessa proposta, uma barra submetida à compressão e discretizada em vários elementos, a simples atualização de coordenadas fornece um resultado similar ao do método P – δ .

4.1 PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA PELO ANSYS

Não linearidades geométricas se referem a não linearidades numa estrutura devido à mudança na geometria à medida que esta se deforma. Assim, a matriz de rigidez [K] é em função dos deslocamentos da estrutura [u]. A rigidez é alterada porque a forma muda e/ou ocorre uma rotação do material. O software ANSYS apresenta quatro formas para considerar as não linearidades geométricas.

- a) *Large strain* (Grandes deformações): Assume que as deformações não são mais infinitesimais. Mudanças na forma, tais como: área e espessura, também são consideradas. Deflexões e rotações podem ser arbitrariamente grandes.
- b) *Large rotation* (Grandes rotações): Assume que as rotações são grandes, mas as deformações mecânicas, que causam tensões, são calculadas por expressões linearizadas. Também é assumido que a estrutura não muda de forma, exceto por movimentos de corpo rígido. Os elementos nessa análise se referem à configuração original.
- c) *Stress stiffening* (Matriz de rigidez geométrica): Assume que as deformações e rotações são pequenas. Aproximações de 1ª ordem são feitas para capturar alguns efeitos não lineares de rotação.

- d) *Spin softening*: Assume que as deformações e rotações são pequenas. Essa opção também considera o acoplamento entre movimento de vibração transversal e a força centrífuga devido a uma força angular.

Neste trabalho, nas análises realizadas pelo software ANSYS as não linearidades geométricas são consideradas através da forma de Stress Stiffening (matriz de rigidez geométrica), ou seja, considera-se que as deformações e rotações são pequenas.

Stress Stiffening, também chamada de rigidez geométrica ou rigidez incremental, é o enrijecimento da estrutura devido a seu estado de tensões. Esse efeito de rigidez é normalmente considerado para estruturas finas com rigidez a flexão muito inferior a sua rigidez axial, como por exemplo, cabos, vigas constituídas por elementos esbeltos, cascas finas. Esse efeito é considerado no modelo numérico através de uma matriz de rigidez adicional, chamada de matriz de rigidez geométrica. Essa matriz é adicionada na matriz de rigidez regular da estrutura para se obter uma matriz de rigidez total.

A matriz de rigidez geométrica é calculada a partir do estado de tensões da iteração de equilíbrio anterior. Assim, para gerar um problema válido são necessárias pelo menos duas iterações, sendo que a primeira é usada para determinar o estado de tensões que será usado para gerar a matriz de rigidez geométrica na segunda iteração.

4.1.1 Teoria

Considere o movimento de uma fibra de tamanho diferencial, estado original dS e estado após a deformação ds . Um ponto de extremo da fibra se move $\{u\}$ enquanto que o outro ponto se move $\{u + du\}$ conforme ilustrado na Figura 26.

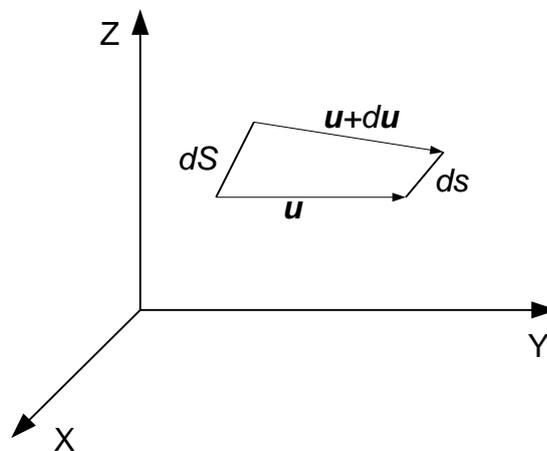


Figura 26 - Movimento de uma fibra diferencial. Fonte. Baseado em “HELP” - ANSYS

O movimento de um dos pontos, removendo-se o movimento de corpo rígido é $\mathbf{u} + d\mathbf{u} - \mathbf{u} = d\mathbf{u}$. O deslocamento $d\mathbf{u}$ pode ser expandido como:

$$d\mathbf{u} = \begin{pmatrix} du \\ dv \\ dw \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

em que \mathbf{u} é o deslocamento paralelo a orientação original da fibra. Nota-se que X, Y e Z representam as coordenadas cartesianas globais e x, y e z representam os eixos de orientação original da fibra conforme ilustrado na Figura 27.

Pelo teorema de Pitágoras pode-se escrever:

$$ds = \sqrt{(dS + du)^2 + (dv)^2 + (dw)^2} \quad (4.2)$$

O esticamento, Λ , é dado dividindo ds pelo tamanho original dS:

$$\Lambda = \frac{ds}{dS} = \sqrt{\left(1 + \frac{du}{dS}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dS}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dS}\right)^2} \quad (4.3)$$

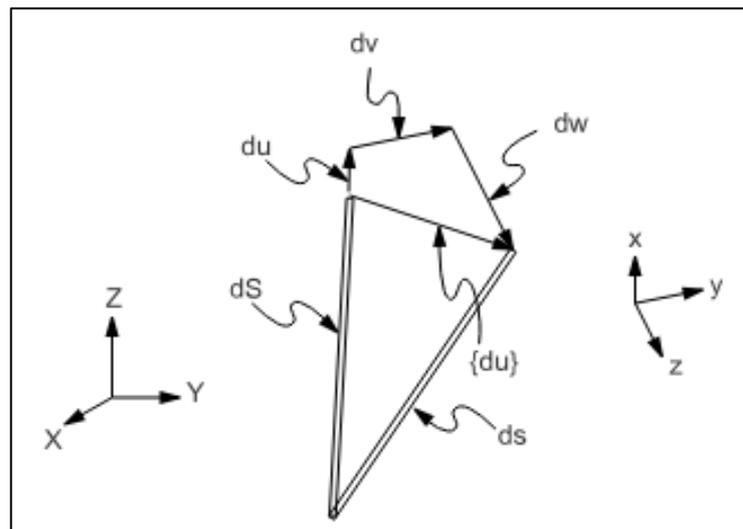


Figura 27 - Cinemática do movimento da fibra. Fonte (*HELP - ANSYS*).

Como dS é medido ao longo do eixo local x,

$$\Lambda = \sqrt{\left(1 + \frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} \quad (4.4)$$

No próximo passo, Λ é expandido e convertido para notação parcial:

$$\Lambda = \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2} \quad (4.5)$$

O teorema binominal afirma que

$$\sqrt{1 + A} = 1 + \frac{A}{2} - \frac{A^2}{8} + \frac{A^3}{16} \dots \quad (4.6)$$

quando $A^2 < 1$. Deve-se estar ciente que usar um número limitado de termos nessa série restringe a aplicabilidade para pequenas rotações e pequenas deformações. Considerando-se os dois primeiros termos da série tem-se:

$$\Lambda = 1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right) \quad (4.7)$$

Usando-se a equação (4.7) para expandir a equação (4.5) se obtém a deformação resultante (mesma extensão devido a consideração que as deformações são pequenas):

$$\varepsilon_x = \Lambda - 1 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right) \quad (4.8)$$

Se forem utilizados os três primeiros termos da Equação (4.6) e as derivadas dos deslocamentos de terceira ordem forem desconsideradas, a equação (4.6) se reduz a:

$$\Lambda = 1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right) \quad (4.9)$$

Que resulta nas deformações:

$$\varepsilon_x = \Lambda - 1 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right) \quad (4.10)$$

Para a grande maioria dos elementos 2-D e 3-D, a Equação (4.8) tem seu uso mais conveniente, pois não há necessidade de se considerar a direção do carregamento. O erro associado a isso é pequeno, da mesma forma na qual é assumido as deformações pequenas. Para estruturas 1-D e alguns elementos 2-D a equação (4.10) é usada por sua grande precisão e sem dificuldades de sua implementação.

4.2 ATUALIZAÇÃO DE COORDENADAS

Numa análise não linear geométrica é necessário que seja considerada a deformação que a estrutura sofre ao longo do processo de solução. Para se analisar a influência que essa

deformação tem sobre uma análise de vigas mistas, fez-se um estudo inicial comparando-se os resultados obtidos sem e com atualização de coordenadas. Cabe destacar que no caso da atualização das coordenadas se mantêm as mesmas formulações para as matrizes de rigidez que as correspondentes à geometria sem atualização de coordenadas.

Wayar (2016) desenvolveu um programa em linguagem fortran 90 capaz de modelar numericamente o comportamento de vigas mistas com protensão externa para estado limite último. Esse código foi implementado no programa desenvolvido no CEMACOM (TAMAYO, 201), (DIAS, 2013), no qual foram adicionados os efeitos dos cabos de protensão. Esse programa permite modelar o cabo de protensão a partir de dois tipos de elementos finitos, o elemento catenária e o elemento de treliça.

Na dedução da formulação do elemento catenária é considerada uma formulação lagrangeana para descrever as posições dos nós. Foram consideradas as seguintes hipóteses para o seu desenvolvimento: a área da seção transversal do elemento permanece constante antes e após a deformação axial ocorrer, o elemento é perfeitamente flexível e resiste apenas quando solicitado por tração e existe uma conservação de massa após o processo de deformação pela variação do peso próprio ao longo do comprimento do cabo (WAYAR, 2016).

O elemento de treliça é considerado como uma treliça espacial, sendo o seu desenvolvimento feito de maneira normal. Apresenta três graus de liberdade por nó, e o seu campo de deslocamentos vai estar definido pelos deslocamentos de cada um de seus dois nós.

Também foi adicionado um elemento de contato, que é utilizado para representar a ação de desviadores internos nos cabos. Desse modo a direção dos cabos pode ser alterada, gerando assim mais pontos de compatibilidade de deslocamentos e fazendo com que o efeito de compressão na laje de concreto, gerado pelos cabos, seja mais efetivo ao longo de todo processo de carregamento.

Para poder realizar os exemplos comparativos e ao mesmo tempo complementando o trabalho de Wayar (2016), foram acrescentadas sub-rotinas que realizam a atualização das coordenadas da estrutura no processo de solução do programa de vigas mistas com protensão.

4.2.1 Processo de Modelagem

A atualização de coordenadas realizada sobre o programa desenvolvido por Wayar (2016) pode ser dividida em três etapas: o pré-processamento, a análise numérica e o pós-processamento.

Tanto o pré como o pós-processamento é realizado através do GiD. A análise numérica é feita pelo programa V.M.P (Vigas Mistas com Protensão) empregando os dados gerados pelo GiD.

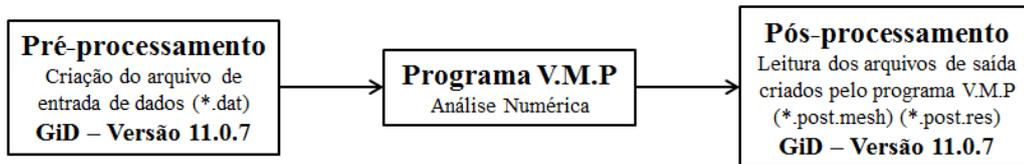


Figura 28 – Fluxograma do processo de modelagem.

O fluxograma do programa desenvolvido por Wayar (2016) está apresentado na Figura 29, que demonstra de modo geral todas as etapas do processo de análise e solução. Apresenta-se na sequência uma descrição geral de cada uma das etapas.

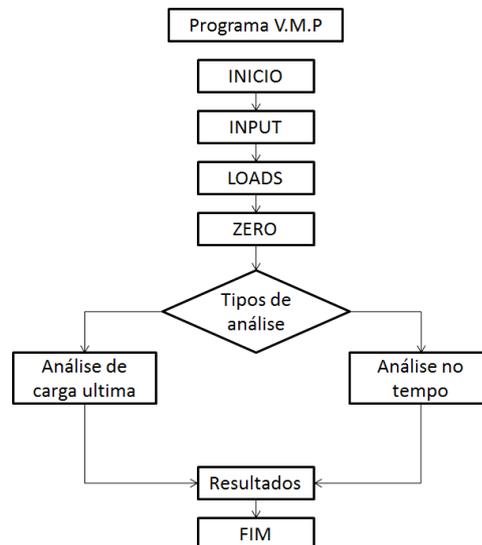


Figura 29 - Fluxograma geral do programa.

INPUT: Realiza a leitura dos dados de entrada do programa, como quantidade de nós, coordenadas, conectividades, propriedades dos materiais.

LOADS: Realiza a leitura dos dados relativos às cargas aplicadas na estrutura.

ZERO: Cria e inicializa matrizes e vetores.

TIPO DE ANÁLISE:

- Carga Última: Essa análise considera cargas de curta duração.
- No tempo: Essa análise considera cargas de longa duração. Esse tipo de análise não foi desenvolvido por Wayar (2016).

O foco primário da atualização das coordenadas são as análises do tipo carga última. O fluxograma a seguir representa o processo de solução da análise de carga última do programa desenvolvido.

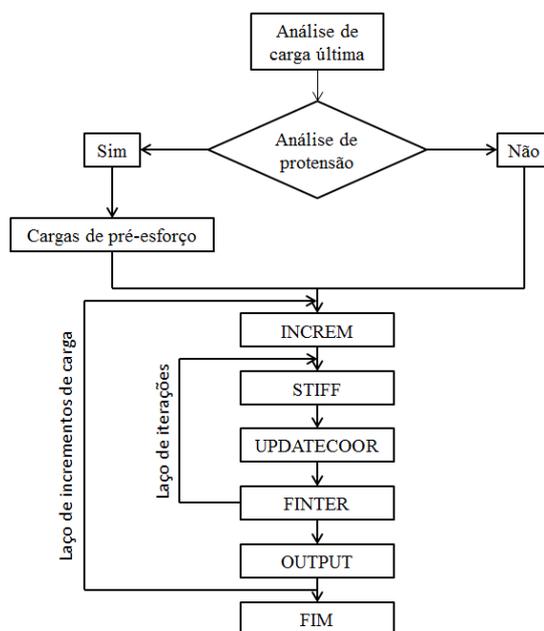


Figura 30 - Fluxograma do processo de análise de carga última.

A única alteração no código computacional original foi adicionar uma subrotina que faz a atualização de coordenadas, o que está representado no fluxograma acima por UPDATECOOR.

Considerando que seja aplicada uma protensão externa na estrutura, o primeiro passo da análise consiste em aplicar as cargas de pré-esforço. Logo após são iniciados os incrementos de carga. O processo de montagem da matriz de rigidez global da estrutura é realizado pelo módulo STIFF. Após a solução do sistema de equações é executada a subrotina UPDATECOOR, que atualiza todas as coordenadas dos nós da estrutura somando o valor da coordenada anterior com o deslocamento obtido.

Com os resultados obtidos no processo de solução e as coordenadas atualizadas é iniciado o módulo FINTER, que faz a montagem do vetor global de forças internas e o compara com o vetor de forças externas. Nessa comparação é identificado se foi atingido o equilíbrio, caso não tenha sido volta-se novamente para o processo de montagem das matrizes de rigidez, mas partindo dos valores das forças encontrados na iteração anterior, e permanecendo nesse laço até que seja atingido o equilíbrio desejado.

4.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de se verificar a influência que a atualização de coordenadas possa ter sobre o processo de solução, foram analisados novamente os exemplos do trabalho de Wayar (2016).

4.2.1 Vigas Mistas Contínuas

Nie *et al.*(2009) realizou ensaios em sete vigas mistas contínuas de dois vãos, sendo uma destas sem protensão, nomeada CCB1, e as outras seis com protensão, nomeadas de PCCB1 a PCCB 6. Estas vigas apresentam 8 m de comprimento, divididas entre dois vãos iguais. Os vínculos externos são apoios simples enquanto o apoio interno é duplo. A forma e dimensões da seção transversal estão apresentadas na Figura 31. A seção transversal das vigas mistas é composta consiste em um perfil de aço tipo caixão ligado a uma laje de concreto por meio de conectores de cisalhamento.

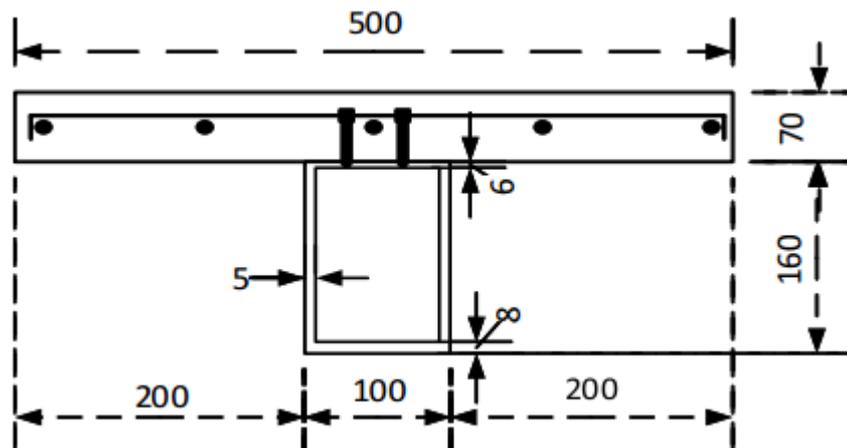


Figura 31 - Seção transversal das vigas mistas contínuas [mm].

As vigas PCCB-1 até a PCCB-6 apresentam cabos de protensão ancorados nas extremidades da viga com duas ligações intermediárias, chamados de desviadores, em cada um dos vãos e uma ligação no apoio intermediário. Nesses pontos de ligação há compatibilidade de deformação com o perfil de aço durante o processo de incremento de carga. Na Figura 32 é apresentada a geometria e o layout das vigas em relação a forma na qual os cabos de protensão estão sendo usados, como é o caso da PCCB-1 e PCCB-2, que não empregam desviadores, e a PCCB-3 e PCCB-4 que apresentam dois desviadores na parte interna dos vãos.

Os dados necessários para representar o comportamento dos materiais empregados nas vigas, bem como conectores e cabos de protensão estão apresentados na Tabela (3).

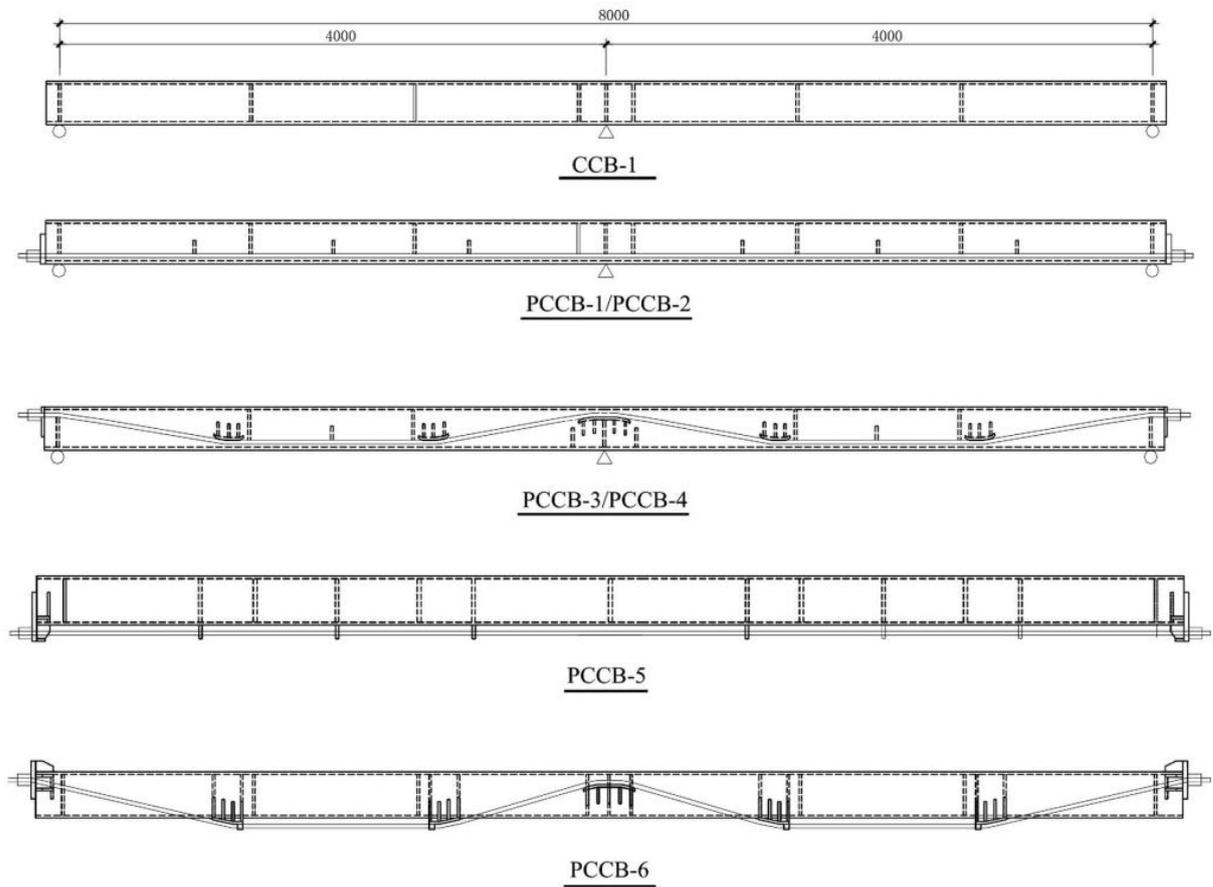


Figura 32 - Esquema da geometria e layout da viga mista com protensão externa.

As vigas foram testadas através da aplicação de cargas realizadas por dois macacos hidráulicos dispostos simetricamente, um em cada um dos vãos, conforme ilustrado na Figura 33.

Tabela 3 - Características dos materiais.

Material	Propriedades	CCB1 e PCCB1-6
Aço Estrutural	Tensão de Escoamento	Almas $f_y =$ 287,70 MPa
		Mesa Superior $f_y =$ 249,30
		Mesa Inferior $f_y =$ 272,30
	Tensão Última	Almas $f_u =$ 443,30 MPa
		Mesa Superior $f_u =$ 428,30
		Mesa Inferior $f_u =$ 489,40
	Módulo de Elasticidade	$E_s =$ 200000,00 MPa
	Poisson	$\nu =$ 0,30
Deformação Última (alma)	$\epsilon_u =$ 0,24	
Deformação Última (mesas)	$\epsilon_u =$ 0,28	
Aço de Reforço	Tensão de Escoamento	$f_y =$ 332,60 MPa
	Tensão Última	$f_u =$ 500,00 MPa
	Módulo de Elasticidade	$E_s =$ 200000,00 MPa
	Poisson	$\nu =$ 0,30
	Deformação Última	$\epsilon_u =$ 0,25
Concreto	Resistência à Compressão	$f_c =$ 31,36 MPa
	Resistência à Tração	$f_t =$ 3,00 MPa
	Módulo de Elasticidade	$E =$ 43775,08 MPa
	Poisson	$\nu =$ 0,20
	Deformação Última	$\epsilon_u =$ 0,00
Conector	Espaçamento 1	$S =$ 60,00 mm
	Espaçamento 2	$S =$ 80,00 mm
	Diâmetro x Altura	$d \times h =$ 8 x 65 mm
	Número de Linhas	$n =$ 2,00
	Poisson	$\nu =$ 0,30
	Constante 1	$a =$ 18,00 kN
	Constante 2	$b =$ 5,00 mm^{-1}
Cabo	Tensão de Escoamento	$f_y =$ 1680,00 MPa
	Tensão Última	$f_u =$ 1860,00 MPa
	Módulo de Elasticidade	$E_s =$ 200000,00 MPa
	Área Transversal	$A_t =$ 137,40 mm^2
	Peso Linear	$w =$ 10,57 N/m
	Deformação Última	$\epsilon_u =$ 0,25

Devido ao processo de protensão a carga deve ser dividida em duas etapas (WAYAR, 2016):

- a) Na 1ª etapa são adicionadas as cargas de protensão no cabo da estrutura, resultantes do estiramento do cabo e de sua fixação nas ligações externas e internas. A tensão efetiva adquire então os valores fornecidos pelos ensaios

experimentais. A Tabela (4) apresenta a quantidade de cabos de protensão em cada uma das vigas e seus os valores de tensão aplicados.

Tabela 4 – Número de cabos e sua tensão por viga mista.

Vigas Mistas	CCB-1	PCCB-1	PCCB-2	PCCB-3	PCCB-4	PCCB-5
Nº de cabos	0	1	2	1	2	2
Força na viga (kN)	0,00	130,62	257,68	133,75	246,44	256,01
Força no cabo (kN)	0,00	130,62	128,84	133,75	123,22	128,01

- b) Na segunda etapa é realizado o procedimento normal, onde são então aplicadas as cargas verticais de mesma magnitude e localização de forma incremental até o colapso da estrutura.

A primeira viga estudada foi a CCB1, que foi modelada com 570 elementos para o perfil de aço, 228 elementos para a laje de concreto e 116 conectores fixados em duas linhas ao longo da viga de aço. A Figura 33 representa o modelo da viga mista.

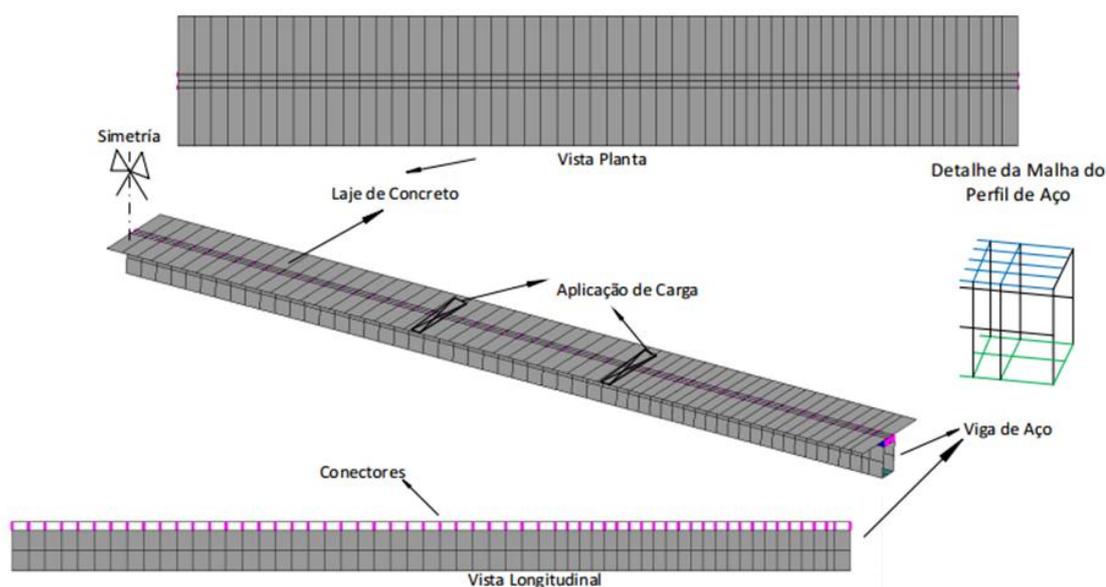


Figura 33 - Modelo da viga mista CCB1. Adaptado de Wayar (2016).

Em todos os modelos numéricos das vigas testadas empregaram-se condições de simetria devido ao apoio interno. Os elementos para os cabos de protensão foram os mesmos utilizados no trabalho de Wayar (2016).

A Figura 34 apresenta a evolução da curva carga-deslocamento. Nota-se que nos estágios iniciais do carregamento, ambas as modelagens numéricas apresentam resultados aproximados e à medida que o carregamento chega aos valores mais elevados, começa a

aparecer uma diferença razoável entre os mesmos, chegando a uma carga máxima de 183,88 kN para o modelo com atualização de coordenadas (aumento de 2,6% em comparação com o modelo numérico sem a atualização). A diferença final está no aumento relativo da carga para atingir uma deformação de mesma magnitude obtida nas análises anteriores.

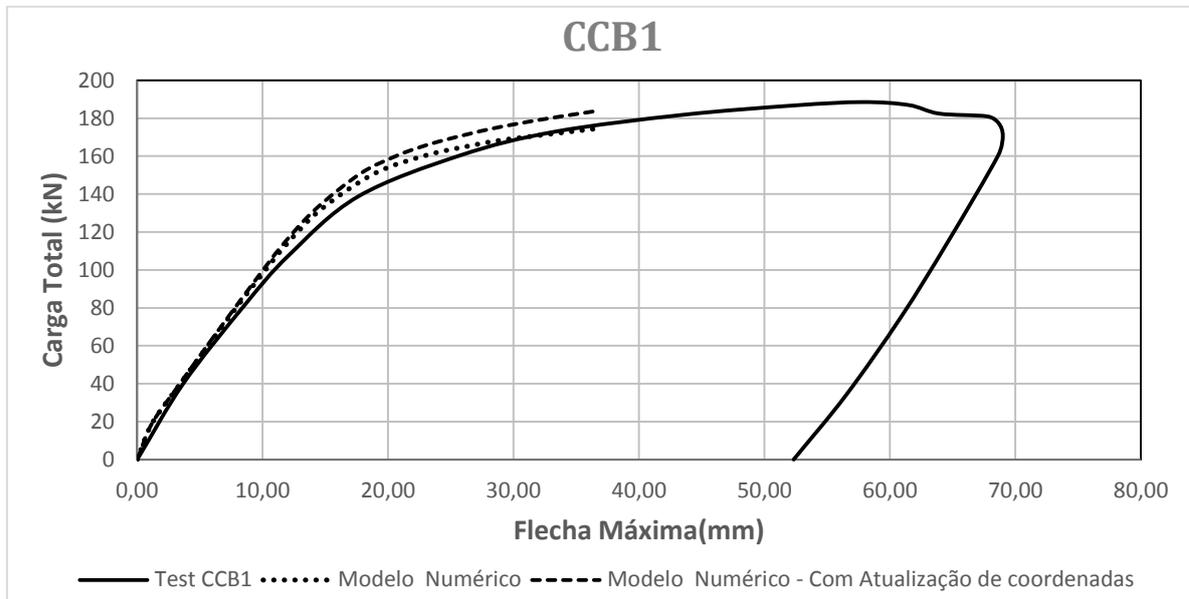


Figura 34 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga mista CCB1.

O próximo exemplo corresponde à viga mista contínua PCCB1, que apresenta como única diferença em relação à viga CCB1, a adição de um cabo de protensão. Para modelar essa viga foram empregados 700 elementos para o perfil de aço, 174 elementos para a laje de concreto, 116 elementos fixados em duas linhas ao longo da viga de aço e 15 elementos de cabo de protensão. A Figura 35 ilustra o modelo numérico resultante.

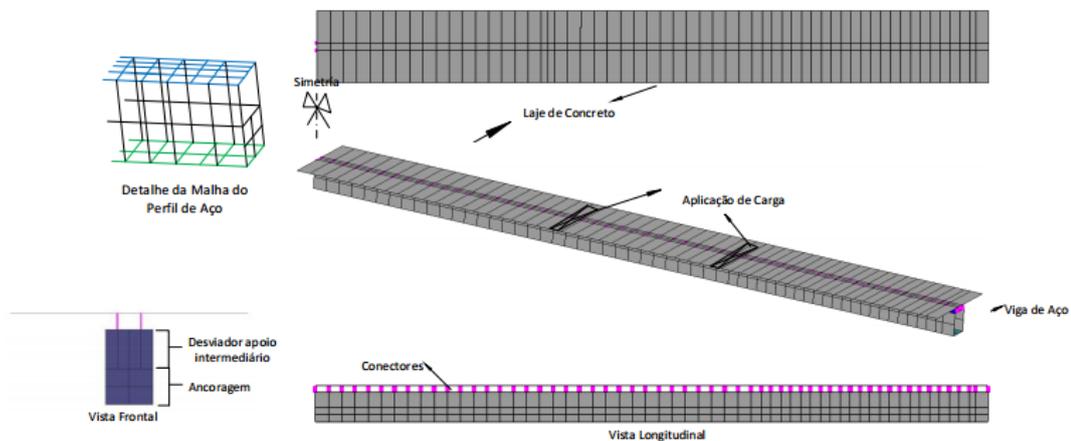


Figura 35 - Modelo de elementos finitos para a viga PCCB1. Adaptado de Wayar (2016).

Com o objetivo de comparar com os resultados obtidos por Wayar (2016), a viga PCCB1 foi modelada das três maneiras feitas por Wayar. Na 1ª dessas adota-se o elemento de catenária para modelar o cabo de protensão. Como 2ª alternativa adota-se o elemento de treliça para modelar o cabo de protensão. A 3ª alternativa corresponde a modelar o cabo de protensão com elementos de treliça, mas empregando-se também elementos de contato nas duas ancoragens, uma em cada lado. A Figura 36 ilustra as curvas de carga *versus* deslocamentos máximos.

É possível perceber, que em todos os modelos numéricos, com a atualização de coordenadas os deslocamentos máximos se mantêm consideravelmente próximos até uma carga em torno de 107,25 kN. A partir dessa carga, inicia-se a fase de escoamento e é possível visualizar a ocorrência de pequenas diferenças de deslocamentos quando se compara com os resultados experimentais ou com resultados numéricos obtidos por Wayar (2016). Nos modelos numéricos utilizando os elementos de treliça e de catenária as forças totais finais apresentam maiores valores quando comparados aos resultados experimentais, apenas o modelo de treliça com os elementos de contato, apresentou resultados menores. A Tabela (5) apresenta uma comparação com os resultados das forças finais.

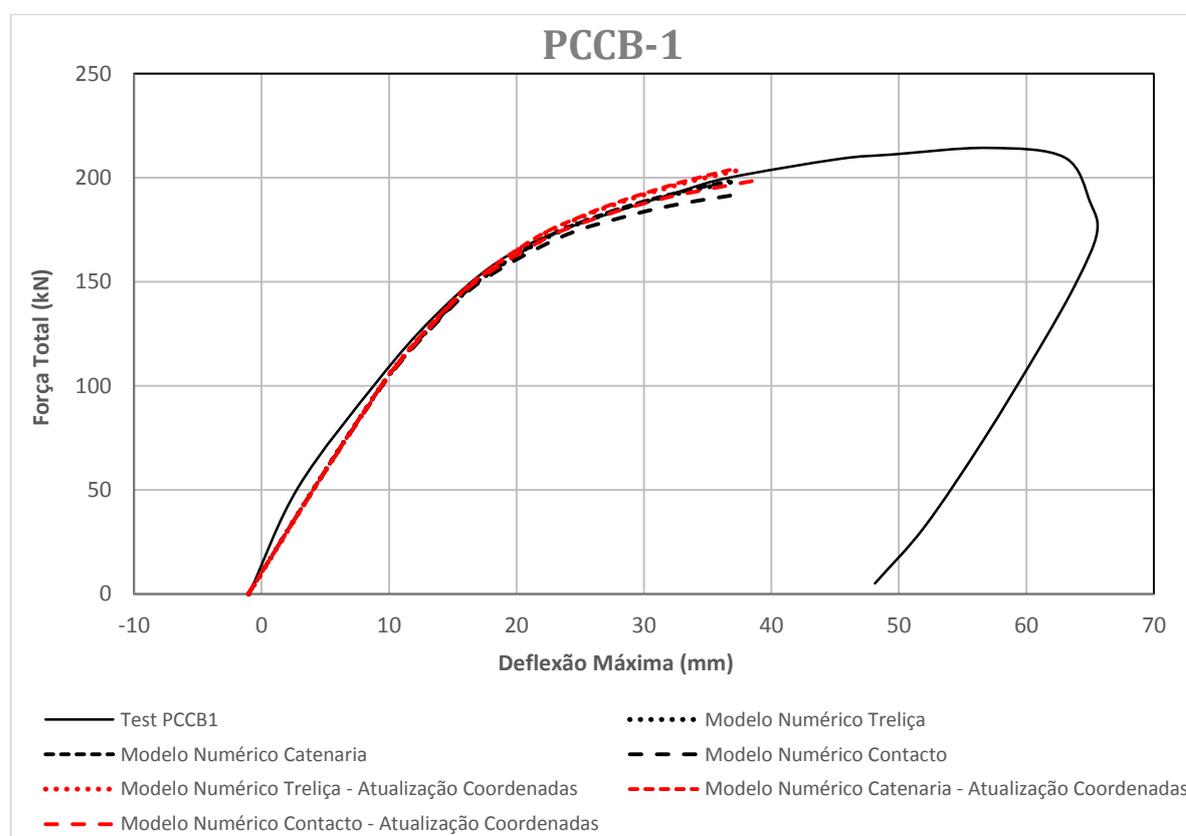


Figura 36 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga PCCB1.

Tabela 5 - Carga última da viga PCCB1

Modelo	Carga última (kN)	Erro (%)
Treliça	198,41	
Treliça com atualização de coordenadas	203,78	2,71%
Catenária	198,41	
Catenária com atualização de coordenadas	209,14	5,41%
Treliça com elementos de contato	191,98	
Treliça com elementos de contato e atualização de coordenadas	203,78	6,15%

Nota-se que os resultados das análises numéricas considerando a atualização das coordenadas são maiores do que os obtidos por Wayar (2016).

A Figura 37 apresenta a evolução da força no cabo de protensão à medida que é aplicada a carga vertical na viga. É possível perceber que o modelo numérico com atualização de coordenadas apresenta uma boa correlação com os resultados experimentais.

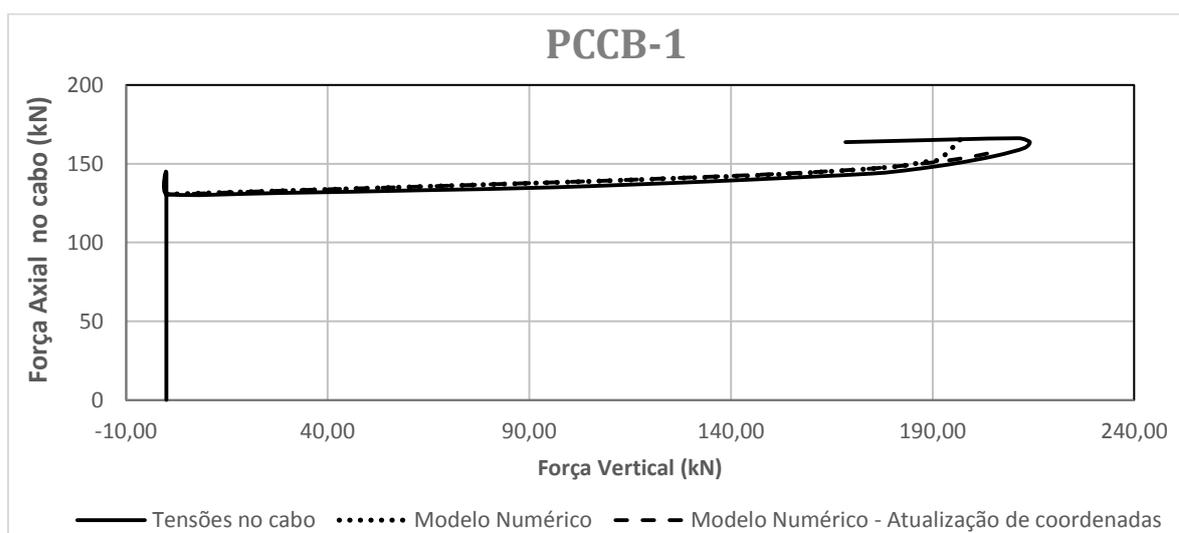


Figura 37 - Força no cabo de protensão.

Também foram modeladas as vigas PCCB2 – PCCB5. De modo geral, os resultados obtidos nas análises considerando atualização de coordenadas apresentaram algumas diferenças quando comparados aos resultados obtidos por Wayar (2016), que estão ilustradas nas figuras 38 a 42. Os resultados de todos os exemplos não apresentam diferenças significativas durante todo o período elástico que a estrutura passa e no início de sua fase de escoamento. À medida que a carga da estrutura aumenta, para além da fase elástica, os valores começam a apresentar algumas diferenças significativas, com os deslocamentos obtidos na análise com a atualização

das coordenadas, necessitando de uma maior carga aplicada na estrutura para atingir um deslocamento de mesma magnitude que os da análise original.

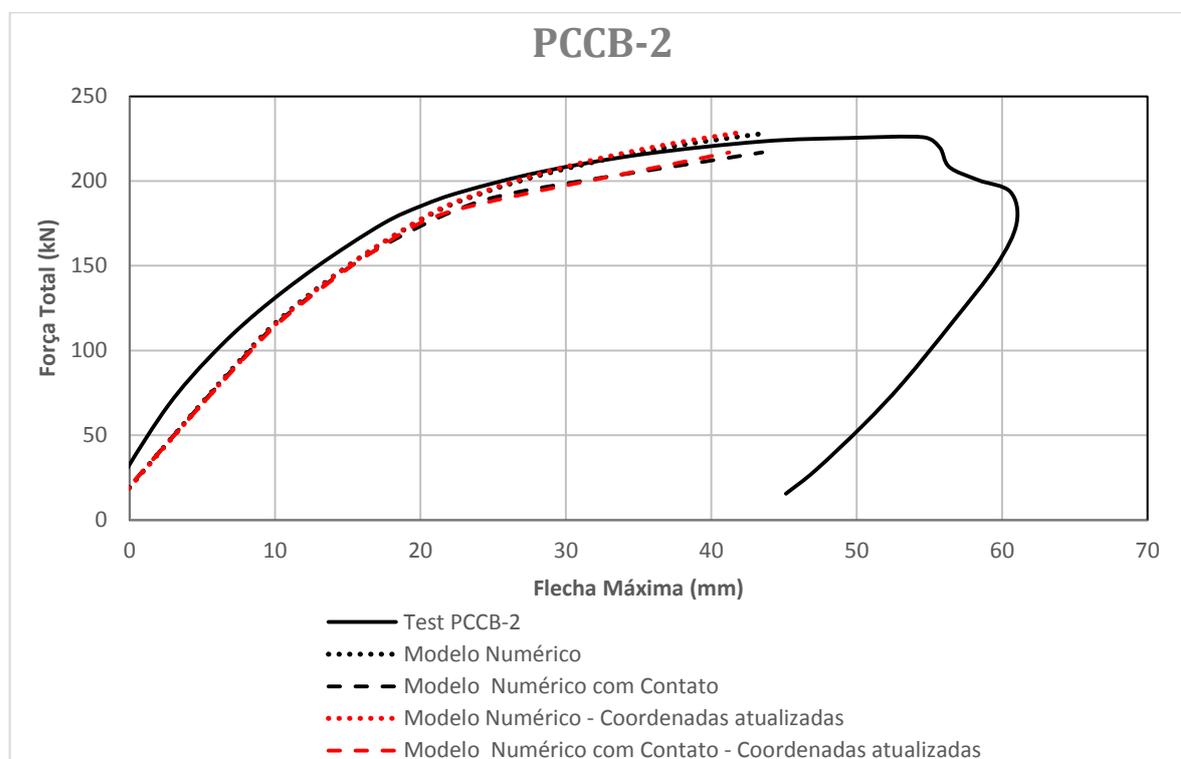


Figura 38 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga mista PCCB2.

Nota-se pela Figura 38 que a viga PCCB2 apresenta resultados praticamente iguais ao longo de todo incremento de carga para as duas análises, apresentando apenas ao final um resultado inferior de deslocamento, na ordem de 2,1 mm, em torno de 4,7% para o modelo numérico e de 2,3 mm, em torno de 5,2% para o modelo numérico considerando os elementos de contato.

Os resultados da viga PCCB3 foram semelhantes, quando comparadas as análises numéricas de Wayar (2016), durante a fase elástica. No entanto, a medida que a carga aumenta, os resultados começam a se distanciar das análises feitas por Wayar (2016) e ficam mais próximos dos valores obtidos pela análise experimental.

Tanto a viga PCCB4 quanto a PCCB5 apresentaram as mesmas respostas das vigas anteriores, quando comparadas com os valores obtidos por Wayar (2016). A diferença obtida entre essas é de pequena magnitude, de no máximo 5,2 mm, em torno 11% entre o modelo numérico comum e o modelo numérico com a atualização de coordenadas. A viga PCCB4 foi a que apresentou resultados mais distintos entre todas as vigas analisadas.

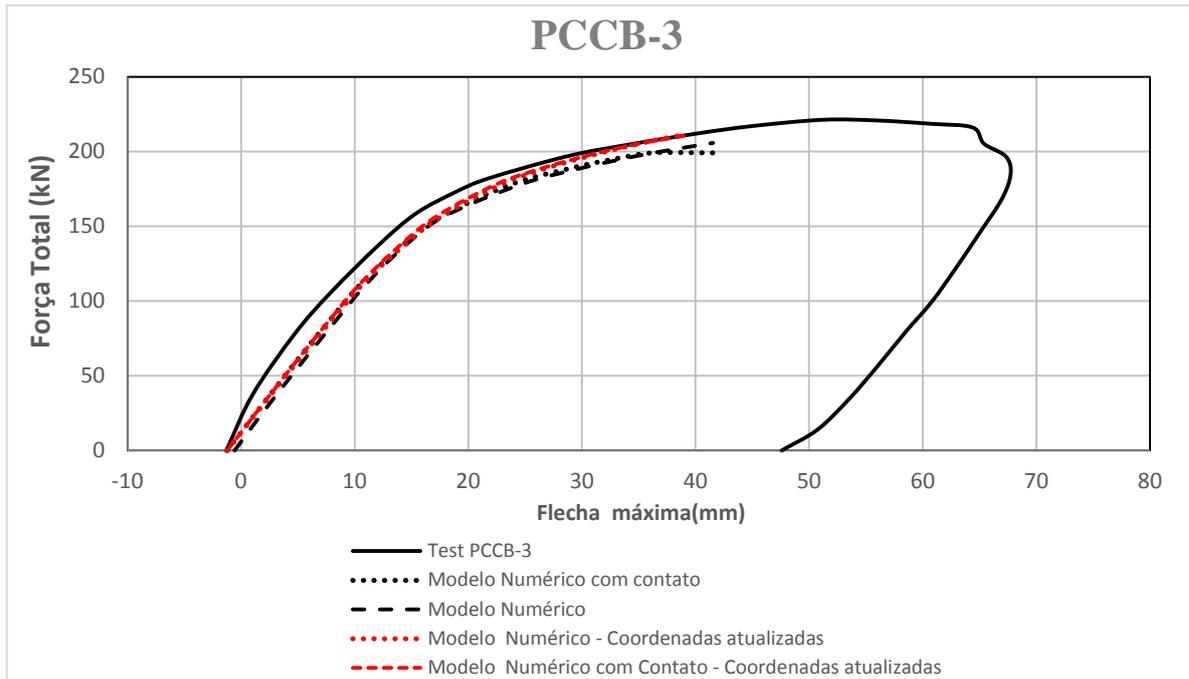


Figura 39 - Comparação entre os modelos numéricos e o experimental para a viga PCCB3.

Quanto à força nos cabos de protensão, para a viga PCCB2 e a PCCB4, os resultados encontrados foram próximos dos encontrados por Wayar, não apresentando grandes diferenças significativas, como pode ser observado nas figuras 40 e 41. Na viga PCCB2 encontra-se uma força total maior nos últimos incrementos de carga, crescimento de 19%.

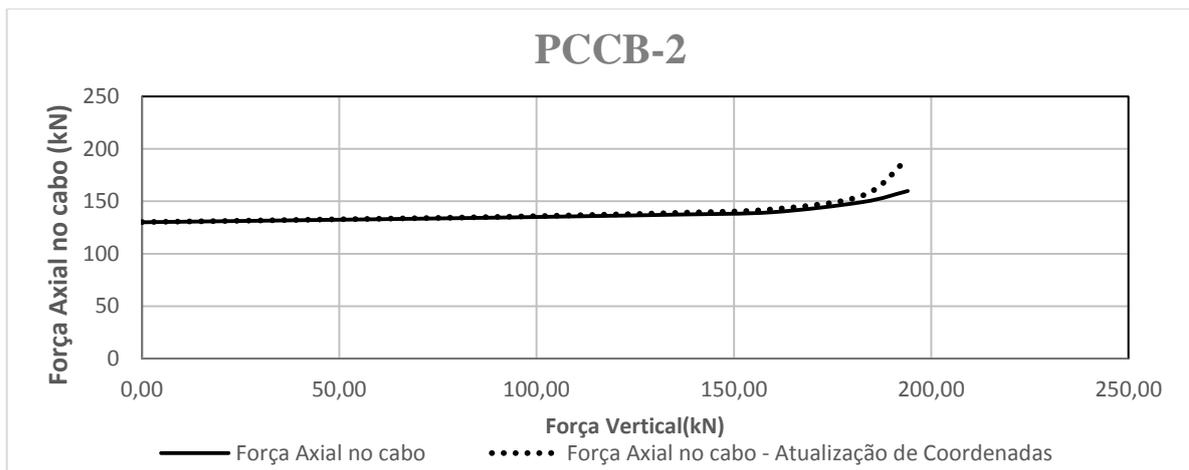


Figura 40 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga mista PCCB2.

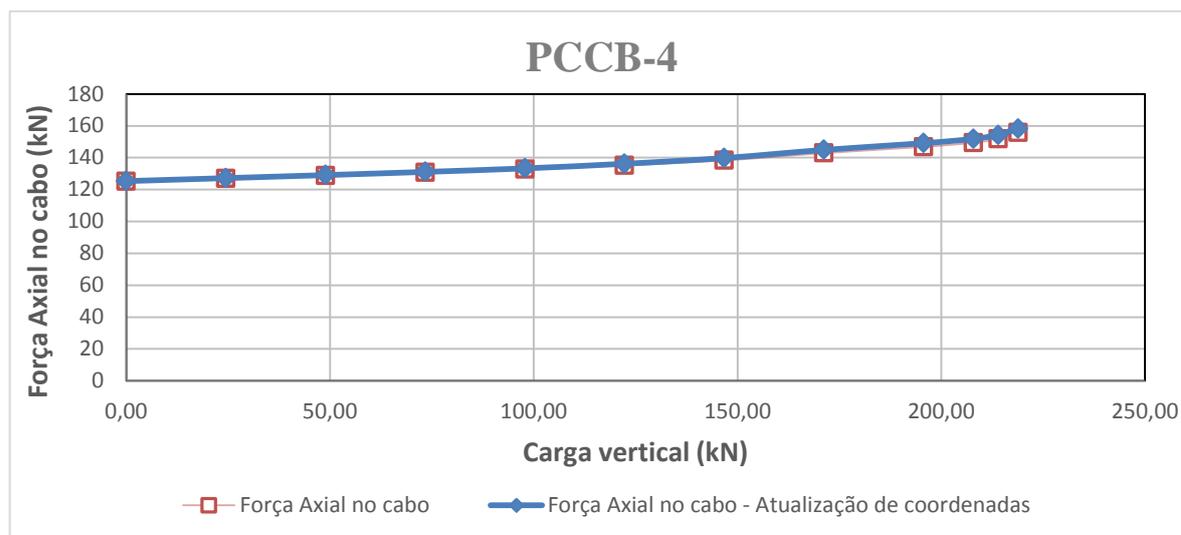


Figura 41 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga PCCB4.

Já a viga PCCB5 apresentou grandes diferenças na força no cabo quando comparado aos resultados obtidos por Wayar (2016). No início do carregamento os resultados permanecem relativamente próximos, mas à medida que a carga aplicada vai aumentando, os resultados começam a se diferenciar, como mostra a Figura 42. No modelo com atualização de coordenadas a força no cabo chega a um máximo de 139 kN e então inicia um decréscimo de força, enquanto o modelo proposto por Wayar (2016) continua crescendo ao longo da aplicação da carga até atingir o máximo de 150,6 kN.

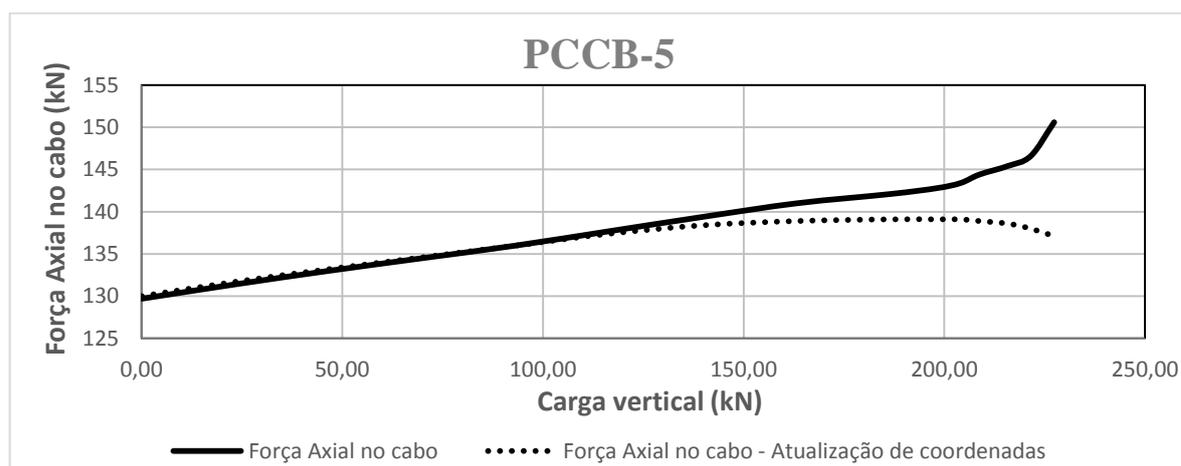


Figura 42 - Comparativo da força no cabo por carga aplicada na estrutura para viga mista PCCB5.

Na tabela (6) faz-se uma comparação entre os valores da análise numérica considerando a atualização de coordenadas e os valores das análises experimentais, com os valores obtidos na

modelagem de Wayar (2016). Nota-se que a predição da carga última apresenta erros baixos, sendo esses resultados melhores do que os obtidos por Wayar (2016).

Tabela 6 – Comparação dos valores críticos das vigas mistas com protensão.

Viga	Origem	Carga Última [kN]	Erro (%) Wayar	Erro (%)	dy [mm]	Erro (%) Wayar	Erro (%)	du [mm]	Erro (%) Wayar	Erro (%)	Coef. de ductibilidade du/dy
CCB-1	Teste	188,60			11,50			58,80			5,11
	Wayar	179,10	2,5	5	9,50	17,04	18,35	36,60	37,82	37,7	3,83
	Numérico	183,80			9,40			36,70			3,9
PCCB-1	Teste	214,50			6,50			56,40			8,68
	Wayar	203,70	5	5	7,90	17,72	17,63	37,20	34,02	31,8	4,71
	Numérico	203,70			7,90			38,50			4,87
PCCB-2	Teste	228,30			5,90			52,70			8,93
	Wayar	228,30	0	0	4,90	16,95	15,36	43,80	16,88	21,8	8,94
	Numérico	228,30			5,00			41,20			8,26
PCCB-3	Teste	222,50			8,10			53,20			6,57
	Wayar	205,80	2,5	7,51	8,20	1,22	1,62	41,50	21,99	25,5	5,06
	Numérico	216,90			8,00			39,60			4,97
PCCB-5	Teste	233,20			5,60			60,30			10,77
	Wayar	233,20	0	0	6,40	12,5	17,84	43,80	27,43	24,8	6,84
	Numérico	233,20			6,80			45,40			6,66

Em relação às flechas, é possível perceber um erro maior nos valores, principalmente nas vigas mistas CCB – 1 e PCCB – 1, sendo que em todas as vigas foram obtidos valores inferiores aos da análise experimental. Portanto o modelo numérico apresenta uma rigidez superior em relação à estrutura real.

Ao fazer uma relação entre o deslocamento máximo obtido nos exemplos com o comprimento total dessas vigas são encontrados resultados interessantes. A tabela (7) apresenta os resultados obtidos em termos de deslocamentos, que são da ordem de pequenos deslocamentos e ficam em torno de 1/200, isso é 0,005.

Tabela 7 - Relação entre deslocamento máximo e comprimento do vão.

Viga	Origem	Vão [mm]	du [mm]	du/vão	Relação
CCB-1	Teste	8000,00	58,80	0,00735	1/136
	Numérico	8000,00	36,66	0,00458	4/873
PCCB-1	Teste	8000,00	56,40	0,00705	6/851
	Numérico	8000,00	38,46	0,00481	1/208
PCCB-2	Teste	8000,00	52,70	0,00659	5/759
	Numérico	8000,00	41,23	0,00515	1/194
PCCB-3	Teste	8000,00	53,20	0,00665	5/752
	Numérico	8000,00	39,62	0,00495	1/202
PCCB-4	Teste	8000,00	45,10	0,00564	5/887
	Numérico	8000,00	41,86	0,00523	1/191
PCCB-5	Teste	8000,00	60,30	0,00754	3/398
	Numérico	8000,00	45,38	0,00567	3/529

Quando é realizada a comparação entre as coordenadas iniciais e as coordenadas finais nos nós de controle da malha das vigas mistas, é possível perceber que os maiores deslocamentos estão localizados no eixo Z (deslocamentos verticais). Tem-se um máximo de 4,54 cm na viga PCCB-5. Comparando-se esse valor com a altura da viga (23 cm), nota-se que se trata de um grande deslocamento.

Tabela 8 - Diferenças das coordenadas iniciais para as finais em nós de controle das vigas mistas.

Viga	Coordenadas Iniciais [cm]			Coordenadas Finais [cm]		
	x	y	z	x	y	z
CCB-1	151,00	0,00	0,00	151,21	7,72E-04	-3,67
PCCB-1	143,50	0,00	0,00	143,74	-3,44E-05	-3,85
PCCB-2	143,50	0,00	0,00	143,70	-1,55E-04	-3,84
PCCB-3	143,50	0,00	0,00	143,73	-5,17E-04	-3,96
PCCB-4	143,50	0,00	0,00	143,71	-2,72E-03	-4,19
PCCB-5	151,50	5,00	16,00	151,39	5,00E+00	11,46

5 ANÁLISE DE VIGAS MISTAS COM ABERTURAS

Neste capítulo são analisadas vigas mistas contínuas considerando a existência de aberturas no perfil de aço, através do programa de elementos finitos desenvolvido pelo CEMACOM e o *software* ANSYS® 17.1, para poder estudar assim a influência que o processo não linear geométrico tem sobre os resultados finais obtidos.

5.1 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Quando vigas mistas contínuas são utilizadas na construção, grandes aberturas retangulares são usualmente feitas no perfil de aço para passagem horizontal de dutos e encanamentos. Fazer isso normalmente traz o problema de que essas aberturas podem enfraquecer a viga mista localmente e diminuir consideravelmente sua rigidez e capacidade de carga.

Li *et al.* (2015) fizeram um estudo experimental na qual modelaram seis vigas mistas contínuas, sendo estas uma sem abertura, nomeada CCB-1, e cinco com uma abertura retangular, nomeadas de CCB-2 a CCB-6. Cada uma destas vigas apresentam características distintas, que estão apresentadas na tabela (9).

Tabela 9 - Parâmetros das vigas mistas contínuas com aberturas.

Viga	Seção de aço	Abertura	Localização da abertura	Vão	Comprimento total	Laje de concreto		Proporção de armadura	
	$h_s \times b_f \times t_w \times t_f$ [mm]	$b_o \times h_o$ [mm]	L_o [mm]	$L_1 = L_2$ [mm]	L [mm]	b_c [mm]	h_c [mm]	transver sal	longitudi nal
CCB-1	250x125x6x9	-	-	3000	6200	1000	110	0,5	0,86
CCB-2	250x125x6x9	400 x 150	850	3000	6200	1000	110	0,5	0,86
CCB-3	250x125x6x9	400 x 150	850	3000	6200	1000	125	0,5	0,86
CCB-4	250x125x6x9	400 x 150	850	3000	6200	1000	145	0,5	0,86
CCB-5	250x125x6x9	400 x 150	850	3000	6200	1000	110	0,5	1,23
CCB-6	250x125x6x9	400 x 150	850	3000	6200	1000	110	0,5	1,44

Todas as vigas usam o mesmo perfil de aço cuja seção transversal está ilustrada na Figura 44. Nas figuras 43 e 44 e tabela (9) estão as dimensões da seção transversal da viga mista e sua geometria, bem como localização dos apoios e da abertura, onde a abertura está centrada no perfil de aço em relação a altura e a uma distância de 65 cm do apoio interno.

A ligação entre a laje e a viga é feita através de conectores de cisalhamento *Stud Bolt* de 80 mm de altura por 19 mm de diâmetro em uma única fileira com espaçamento de 100 mm.

Segundo Li *et al.* (2015), tal disposição é suficiente para a viga mista apresentar um comportamento de interação completa (teoricamente sem deslocamento longitudinal relativo).

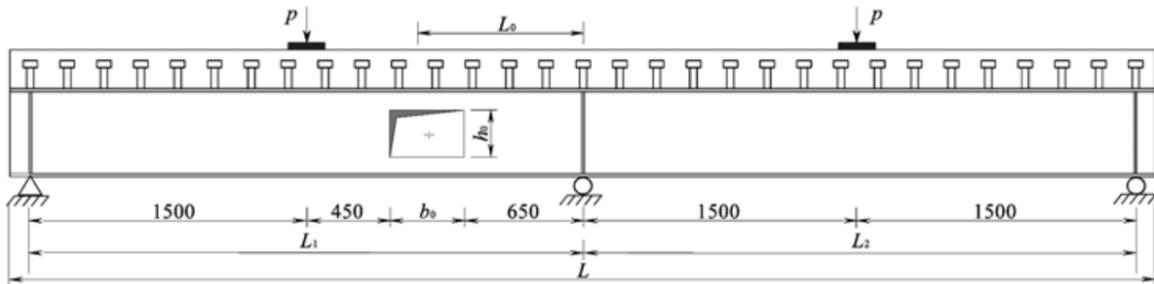


Figura 43 - Dimensões geométricas da viga mista contínua. Adaptado de Li *et al.* (2015).

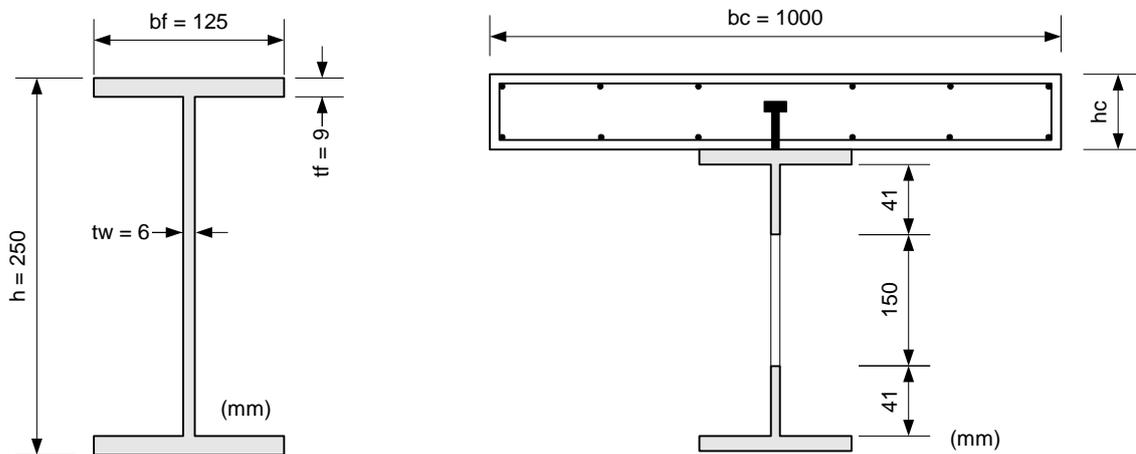


Figura 44 - Seção transversal da viga mista contínua. Adaptado de Li *et al.* (2015).

O aço do perfil da viga mista é o Q235B (código chinês de aço GB 50014-2003). As propriedades físicas do aço e do concreto foram obtidas através de ensaios e estão apresentando na tabela (10).

As cargas são aplicadas nas vigas mistas de modo simétrico conforme ilustrado na Figura 43. A medição dos deslocamentos e das tensões nas vigas foram feitas através de transdutores de deslocamentos lineares colocados em pontos estratégicos, como na parte inferior do apoio interno, na parte inferior do meio de cada vão. Também foram colocados extensômetros na parte superior e inferior das mesas do perfil de aço antes do concretagem da laje para medir as deformações e ao redor das aberturas para poder para monitorar as resultantes das tensões.

Tabela 10 - Propriedades mecânicas dos corpos de prova do aço de do concreto.

Materiais	Diâmetro/ Espessura [mm]	Limite de escoamento $f_{y,m}$ [MPa]	Limite de resistência $f_{y,m}$ [MPa]	Resistência a compressão do concreto $f_{cu,m}$ [MPa]
Armaduras	φ 8	363,50	502,40	-
	φ 10	400,30	575,40	-
	φ 12	438,80	599,50	-
Mesas	9	245,80	315,20	-
Almas	6	317,90	420,30	-
Conectores	φ 19	371,50	480,20	-
Concreto	-	-	-	38,60

A modelagem numérica das vigas testadas por Li *et al.* (2015) foi realizada através do uso de dois programas de elementos finitos. Um destes é o programa de Viga Mista (Vmis), desenvolvido no CEMACOM (TAMAYO, 2011, DIAS, 2013 e WAYAR, 2016), que já foi empregado nos exemplos apresentados no capítulo 4.

O outro programa utilizado é o *software* comercial ANSYS® 17.1, disponível no CEMACOM, que foi customizado através de uma rotina tipo *usermat* para incluir um modelo constitutivo para o concreto. A rotina implementada permite fazer análises com cargas de curta duração até a ruptura e com cargas de longa duração considerando efeitos diferidos. (SCHMITZ, 2017). Deve-se destacar que o script, com um modelo numérico de viga mista, empregado como ponto de partida neste trabalho, também foi desenvolvido por Schmitz (2017).

Para modelar a estrutura através do programa Vmis foi escolhido utilizar dois conjuntos diferentes de dados relativos à fissuração do concreto no modelo numérico, os quais estão apresentados na Tabela (11). O primeiro conjunto de valores é o mesmo utilizado no programa ANSYS, cuja a estrada de dados não permite a alteração desse valores, no segundo conjunto é alterado três desses fatores que são explicados mais adiante. Adotou-se esse procedimento devido a existir incertezas relacionadas ao tipo de concreto utilizado e suas características.

Tabela 11 – Conjunto de propriedade do concreto.

Concreto		
Conjunto	1	2
Módulo de Young (kN/cm ²)	3112	3112
Poisson	0,2	0,2
Resistência à tração (kN/cm ²)	0,296	0,31
Resistência à compressão(kN/cm ²)	3,1	3,1
Deformação última	0,0045	0,0045
Deformação por tração	0,001	0,01
Coefficiente α	0,6	1,0
<i>Fracture-Energy</i> (kN/cm)	0,01	0,001

A resistência a tração do concreto, para o conjunto de dados 1, foi considerada como 10% da resistência a compressão do concreto, enquanto que, para o conjunto de dados 2, foi calculada pela equação (5.1), dada pelo FIB 2010, considerando $f_{ck} = 31$ MPa.

$$f_{ctm} = (f_{ck})^{2/3} \quad (5.1)$$

Pode-se perceber que o valor obtido por essa equação é praticamente 10% da resistência a compressão, utilizado no conjunto de dados 1. Já a deformação máxima a tração utilizada foi aumentada de 1/1000, mesmo valor considerado por Martineli (2003), para o conjunto 1 de dados e para 1/100 para o conjunto 2 de dados..

Adotou-se $\alpha = 0,6$ no conjunto de dados 1 e $\alpha = 1,0$ no conjunto de dados 2. Esse fator é utilizado para fazer uma redução da tensão de fissuração, dessa forma faz com que ela ocorra em níveis de tensões mais baixos do concreto, fazendo com que a fissuração ocorra em aplicações menores de carga.

Quanto a rigidez dos conectores, Ollgaard *et al.* (1971) identificou, através de ensaios experimentais, os fatores que influenciam a resistência dos conectores *stud bolt*, principalmente pelo módulo de elasticidade do concreto e sua resistência a compressão, e propôs a expressão empírica (5.2).

$$Q_u = 0,5 A_s \sqrt{f_c E_c} \quad (5.2)$$

sendo Q_u a resistência a cisalhamento do conector, A_s a área do conector, f_c a resistência a compressão do concreto e E_c o módulo de elasticidade do concreto. Através da resistência do conector, Oehlers e Coughlan (1986) apresentaram uma expressão para calcular a rigidez tangente inicial (Ksi) dos conectores:

$$K_{Si} = \frac{Q_u}{d_{sh}(\xi - 0,0017 f_c)} \quad (5.3)$$

em que Q_u é obtido pela equação (5.2), d_{sh} é o diâmetro do conector, ξ é um parâmetro que varia entre 0,08 e 0,24. Com 0,08 sendo considerado para as características superiores a 95% da rigidez inicial, 0,24 considerado para as características mais baixas de rigidez, f_c é a resistência a compressão do concreto. Nesse trabalho adotou-se $\xi = 0.16$, sendo esse valor utilizado para considerar a média da rigidez inicial dos ensaios experimentais na qual se obteve a rigidez pela expressão (5.3).

5.1.1 Viga CCB1

Para modelar a viga CCB1 foi primeiramente utilizado o programa Vmis, que tem como pré-processamento o Software GiD. No GiD é modelada a viga mista, gerada a malha de elementos, adicionados os materiais para seus respectivos elementos, aplicadas as cargas e condições de contorno.

Mesmo existindo a simetria entre os dois vãos, optou-se por modelar a viga integralmente. As condições de contorno impostas ao modelo numérico foram as mesmas do ensaio experimental. A Figura 45 representa a modelagem da viga mista CCB1 feita pelo GiD, na qual foi empregado um total de 1201 elementos em sua malha, sendo destes 620 elementos para modelar a laje de concreto, 520 para o perfil de aço e 61 elementos de conectores. Os conectores estão dispostos em apenas uma linha no centro da mesa superior do perfil de aço, espaçados a cada 10 cm.

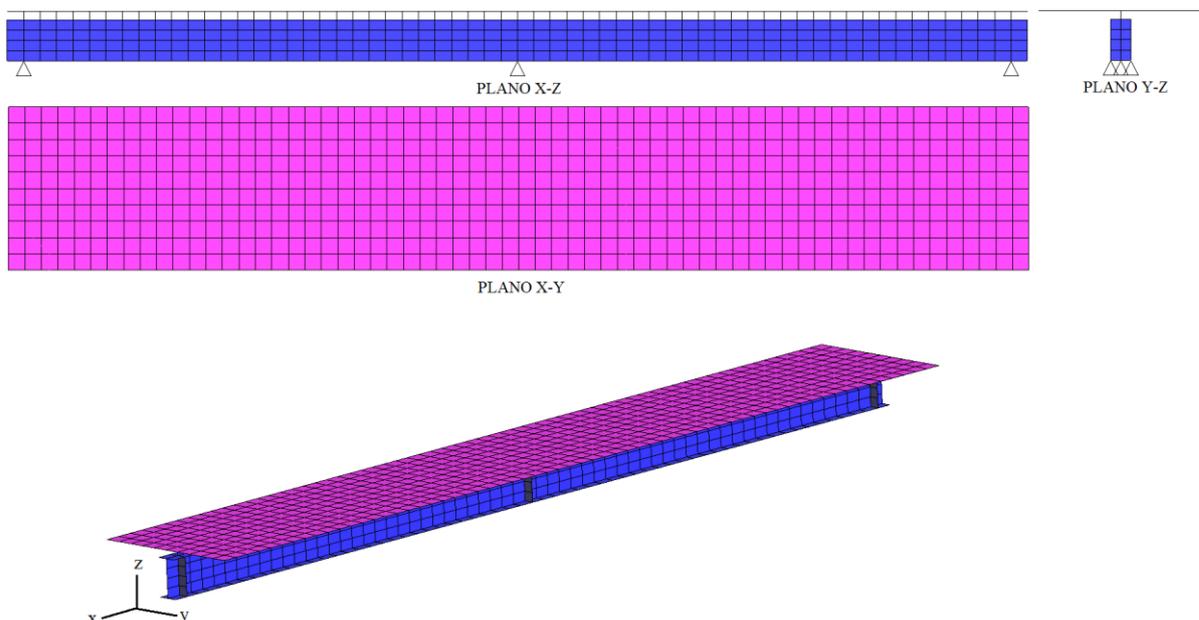


Figura 45 - Malha de elementos para viga mista CCB1.

Nesse exemplo foi aplicada uma carga de 400 kN, que foi dividida em 100 incrementos constantes de carga.

A mesma viga foi modelada no software ANSYS® 17. Foi utilizado o modo *Parametric Design Language* (APDL), que permite trabalhar com o programa como se fosse uma linguagem de programação, montando um script no qual constam as informações necessárias para definir o modelo numérico.

A modelagem da geometria da viga é feita automaticamente pelo *script* de trabalho, resultando na Figura 46, que contém as *Keypoints*, linhas, áreas e volumes que definem a geometria da viga. Com a geometria pronta é então criada a malha de elementos finitos seguida pela criação dos elementos de armadura da laje e os conectores. As condições de contorno são aplicadas na malha de elementos finitos, diretamente nos nós.

A aplicação da carga é feita diretamente nos nós simulando a aplicação de uma carga de superfície, com sua área de aplicação sendo exatamente igual ao modelo experimental. A carga total aplicada é de 400 kN em cada ponto de aplicação e estas são divididas em pequenos incrementos. Nesse caso o ANSYS® 17.1 permite definir o número de incrementos ou escolher um número mínimo e um número máximo, caso a opção de incremento de carga automático esteja ligada. No caso empregou-se a opção de incremento de carga automático, com um mínimo de 800 incrementos e um máximo de 4000 incrementos. Nesse contexto, o ANSYS define se é necessário realizar mais ou menos incrementos dentro desse intervalo.

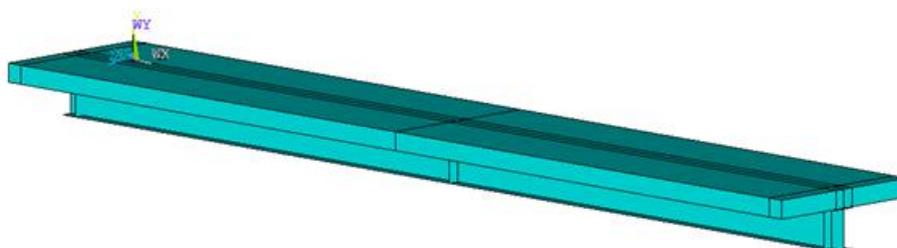


Figura 46 – Modelo físico da viga CCB1 com as áreas e volumes.

A malha para a viga CCB1 está apresentada na Figura 47. A espessura da laje foi dividida em 2 elementos, sua largura em 22 elementos e o seu comprimento foi dividido em tamanhos iguais de 10 cm (espaçamento existente para o conector). O perfil de aço também foi modelado ao longo do seu comprimento em tamanhos iguais a 10 cm, para dessa forma existir os nós da laje e do perfil no mesmo espaçamento e assim permitir modelar os conectores. A altura da alma do perfil é dividida em apenas 3 elementos.

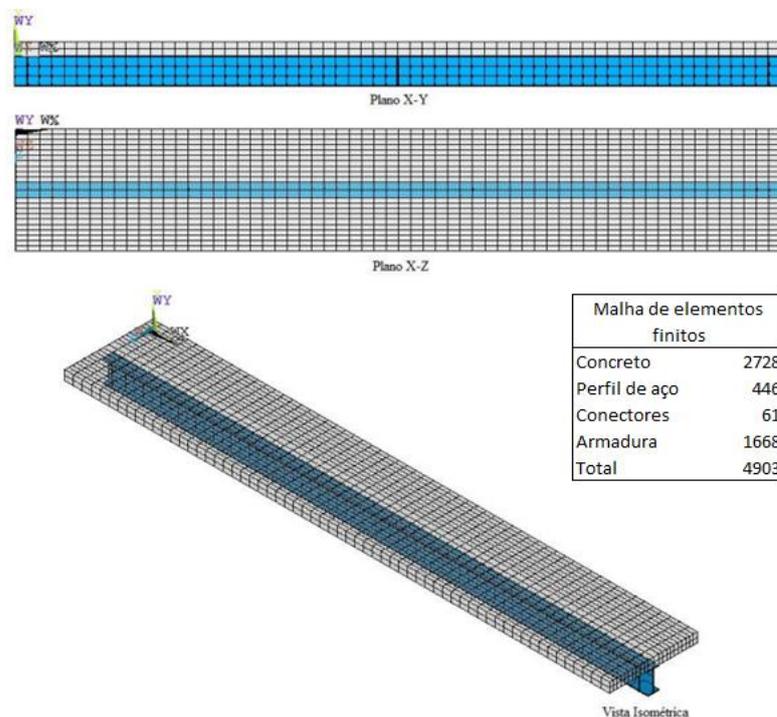


Figura 47 - Malha de elementos finitos da Viga Mista CCB1 pelo ANSYS.

A comparação entre a carga aplicada na estrutura com o deslocamento obtido está apresentada na Figura 48. Foram realizadas três modelagens, duas pelo programa Vmis, considerando os conjuntos de dados 1 e 2 e uma pelo ANSYS® 17.1, considerando a não linearidade geométrica. Pode-se perceber que as três análises apresentam uma rigidez menor que o experimental nas partes inicial e final do carregamento. O modelo do programa Vmis apresenta uma rigidez maior que o experimental, comportamento já observado por Tamayo (2011). Já o modelo numérico do ANSYS apresenta uma rigidez menor em toda sua aplicação de carga, característica essa também já observada por Schimitz (2017). O modelo do Programa Vmis, com o conjunto de dados 1, apresenta uma menor rigidez que o conjunto de dados 2 mas a análise não atinge mais a convergência em cargas inferiores devido a deformação última ser mantida igual a 0,0045, mas se seguir uma linha de tendência dessa curva, os resultados são mais próximos aos resultados experimentais.

Em relação à carga de ruptura, para o modelo Vmis e o ANSYS, a mesma é considerada quando o programa não atinge mais a convergência. O ensaio experimental atinge a carga de ruptura igual a 373 kN, enquanto que o modelo numérico do programa Vmis com o conjunto de dados 2 de dados atinge 380 kN (diferença de 1,9%). Já o modelo do programa ANSYS atinge a ruptura na carga de 368 kN (diferença de 1,3%).

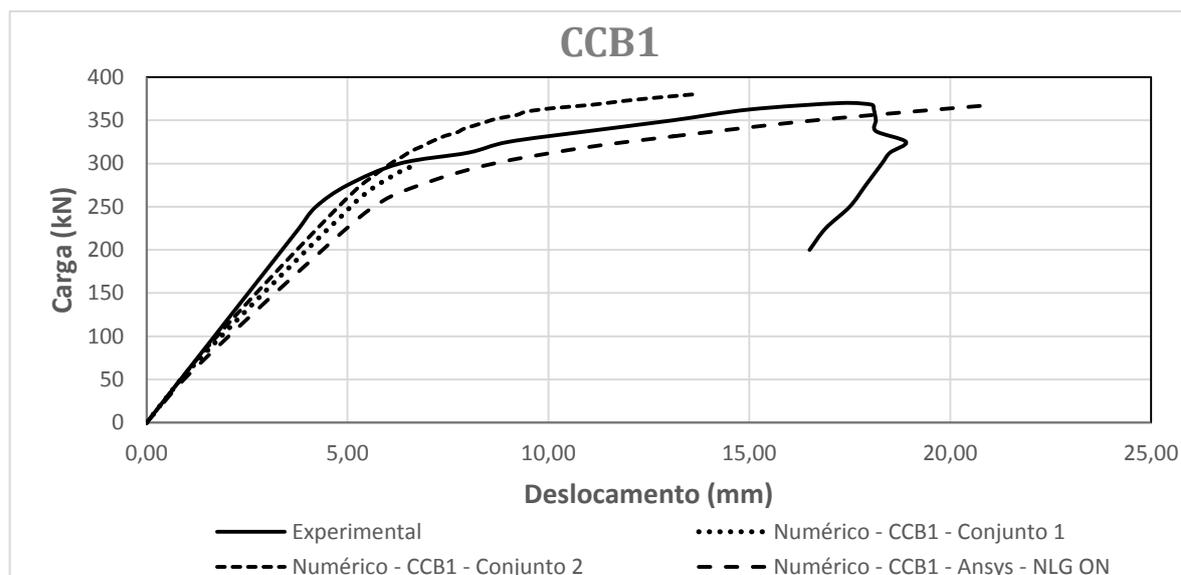


Figura 48 - Gráfico de carga-deslocamento da viga mista CCB1.
NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

Quanto aos deslocamentos máximos obtidos, o ensaio experimental apresentou 18,9 mm, enquanto que o programa Vmis apresentou 13,6 mm para o conjunto de dados 2. Já o programa ANSYS apresentou um deslocamento final de 21,1 mm.

Segundo Li *et al.* (2015) ao atingir 61% da carga última estimada, a mesa inferior no apoio interno da viga mista atingiu a tensão de escoamento. O programa Vmis obteve escoamento nesse ponto com de 75% da carga total e o programa ANSYS 55% da carga total.

O modo de ruptura da estrutura foi por flexão, sendo que rótulas plásticas foram formadas na seção de momento negativo da viga e por fim outras rótulas plásticas foram formadas, mas dessa vez na região de momento positivo da viga. O modelo do ANSYS parou a convergência após a ruptura do concreto seguido de plastificação do perfil de aço, onde o modelo do programa Vmis atingiu a ruptura por plastificação da seção de aço, principalmente nas regiões do apoio interno.

Conforme já comentado, uma das formas para tratar pequenas não linearidades geométricas é realizar uma atualização de coordenadas. Logo, o mesmo exemplo anterior foi analisado empregando-se esse recurso no *software* Vmis. Os resultados obtidos na análise estão apresentados na Figura 49. Foram utilizados os mesmos dois conjuntos de dados já mencionados. Nota-se que os deslocamentos na etapa inicial do carregamento permanecem iguais para ambas as análises e nas etapas finais apresentam pequenas diferenças, sendo a análise com a atualização de coordenadas um pouco mais rígida. No geral, os resultados são

praticamente iguais, mas o modelo com o conjunto de dados 1, atinge a carga de ruptura em cargas mais elevadas, chegando mais próximos dos resultados experimentais.

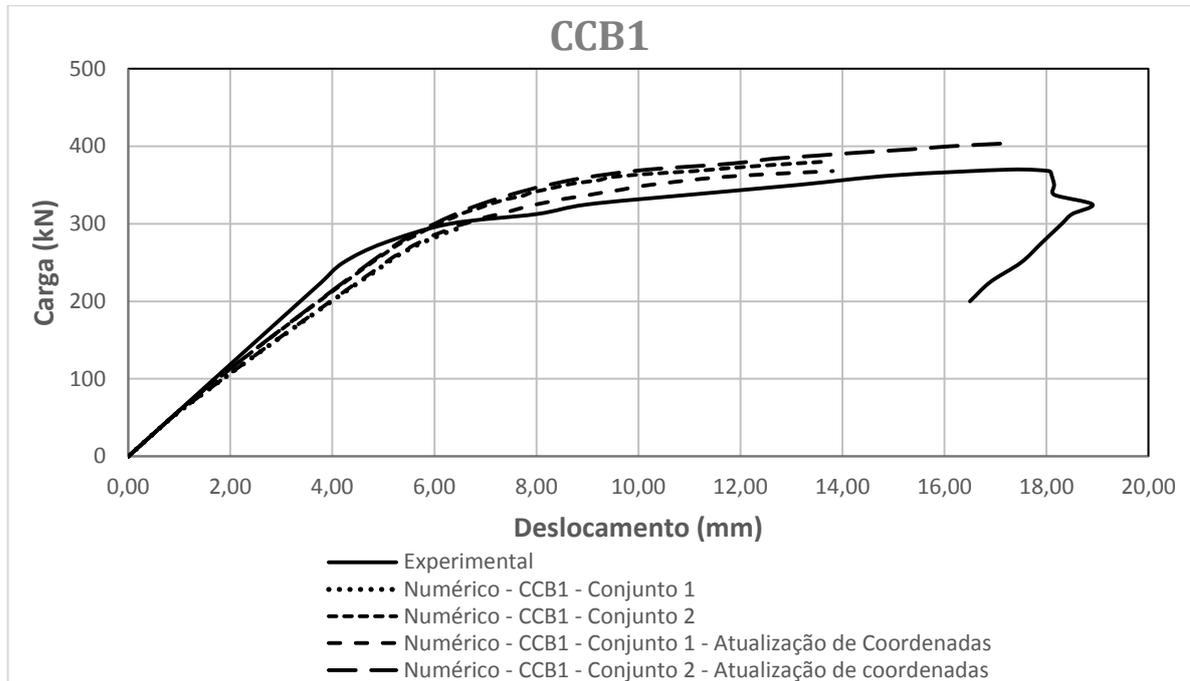


Figura 49 – Curva carga-deslocamento para viga CCB1 com atualização de coordenadas para os dois conjuntos de dados.
NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

As deflexões ao longo da viga CCB1, usando o programa Vmis com o conjunto de dados 2 estão apresentadas na Figura 50, onde é possível perceber que o modelo da viga apresenta uma simetria nos deslocamentos em torno do apoio interno. Nota-se que o modelo numérico da viga mista apresenta maiores deslocamentos que os medidos experimentalmente nas etapas iniciais de carregamento.

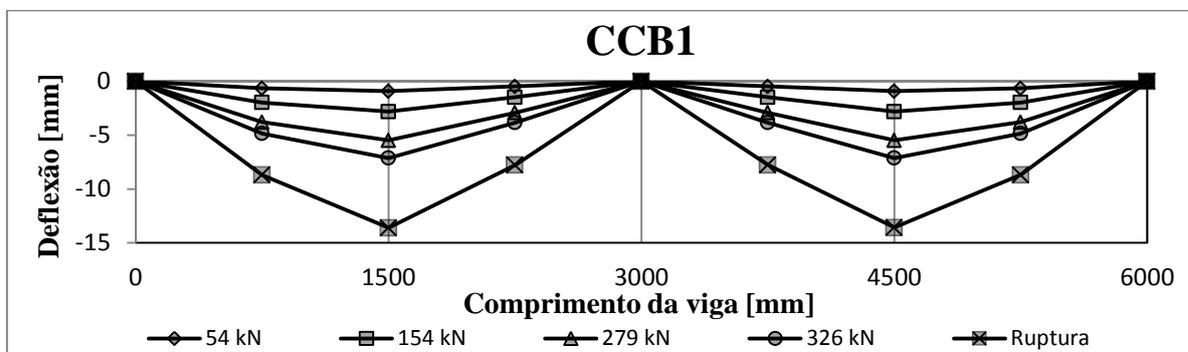


Figura 50 - Deflexão da Viga CCB1 para modelo do programa Vmis.

Já as deflexões ao longo da viga CCB1 para o programa ANSYS estão apresentadas na Figura 51. Também há uma simetria nos deslocamentos em torno do apoio interno. Apesar desse modelo ser menos rígido, o mesmo apresenta bons resultados finais, tanto em deslocamentos como carga de ruptura.

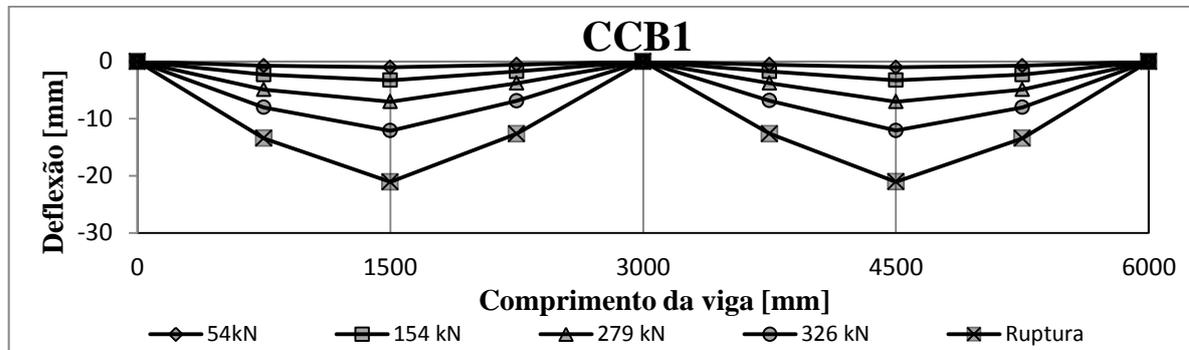


Figura 51 - Deflexão da Viga Mista CCB1 para o modelo do programa ANSYS.

Com todos os resultados obtidos é possível realizar uma comparação entre ambos os modelos e os resultados experimentais. Devido ao conjunto de dados 2 apresentar melhores resultados, esse foi escolhido para fazer essas comparações apresentadas na Figura 52. É possível observar que o modelo usado no ANSYS® 17.1 apresenta uma rigidez menor que o programa Vmis e ao mesmo tempo apresenta resultados finais em deformação mais próximos dos resultados experimentais.

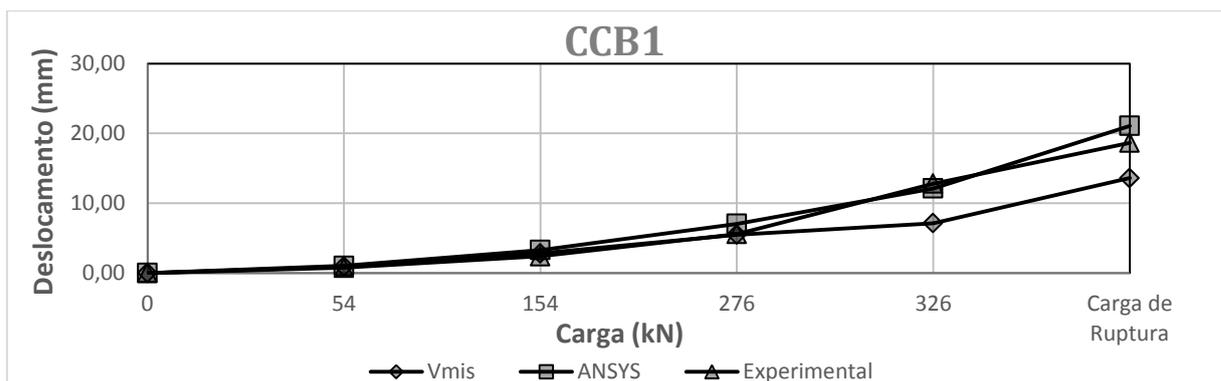


Figura 52 – Comparação do deslocamento máximo no centro da viga ao longo do incremento de carga para viga CCB1.

5.1.2 Viga CCB2

O estilo de análise utilizado para viga CCB2 foi o mesmo da viga anterior. Primeiramente usou-se o programa Vmis, com e sem atualização de coordenadas.

A Figura 53 representa o modelo da viga CCB2, no qual emprega-se um total de 3089 elementos, sendo destes 2036 elementos para modelar a laje de concreto, 992 para modelar o perfil de aço e 61 elementos para representar os conectores.

A viga CCB2 apresenta uma abertura localizada entre o apoio esquerdo e o apoio interno, conforme detalhado nas figuras 43 e 44. Logo, a viga CCB2 não apresenta simetria, sendo necessário modelar a mesma integralmente.

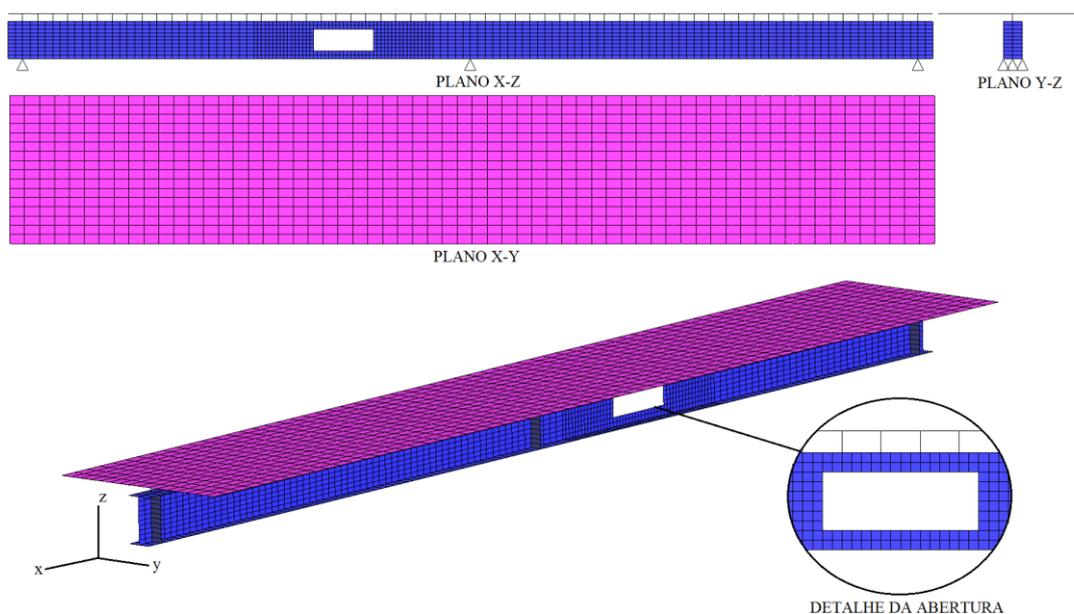


Figura 53 – Malha de elementos finitos para viga mista contínua CCB2.

A malha de elementos finitos empregada apresenta um maior refinamento na região próxima a abertura, de modo a identificar melhor os deslocamentos, deformações e tensões locais e inclusive verificar os modos de falha provenientes da existência da abertura.

Nesse exemplo também foi aplicado uma carga de 400 kN em 100 incrementos constantes de carga.

A viga CCB2 também foi modelada no programa ANSYS® 17.1. Para gerar a malha de elementos finitos, a espessura da laje de concreto foi dividida em 2 elementos e a sua largura em 32 elementos. Ao longo do seu comprimento foram adotados elementos com tamanhos iguais a 10 cm, distância igual ao espaçamento dos conectores. Essa malha pode ser observada nas figuras 54 e 55. O perfil de aço também foi modelado, ao longo do seu comprimento, da mesma forma que a laje.

Também foram empregados elementos menores no entorno da abertura, conforme ilustrado na Figura 54. Adotou-se a mesma discretização da malha do programa Vmis, dividindo uma área ao redor da abertura em elementos de 2,5 cm por 2,5 cm.

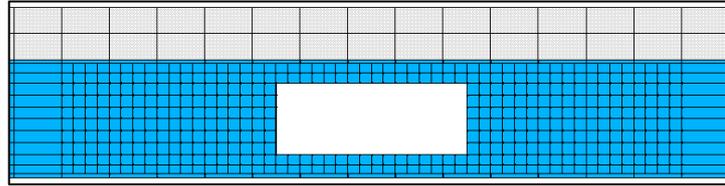


Figura 54 – Detalhe da malha na abertura.

A malha de elementos finitos completa está representada na Figura 55. Esta malha é composta por um total de 7309 elementos, dos quais 3968 são elementos para modelar a laje de concreto, 1192 elementos para modelar o perfil de aço, 61 elementos para representar os conectores e 2088 elementos para modelar a armadura da laje de concreto. Existe uma quantidade maior de elementos utilizados no modelo, principalmente devido aos elementos de armadura, que no programa Vmis são intrínsecos à laje de concreto, já no ANSYS estes são modelados separadamente como elementos de reforço.

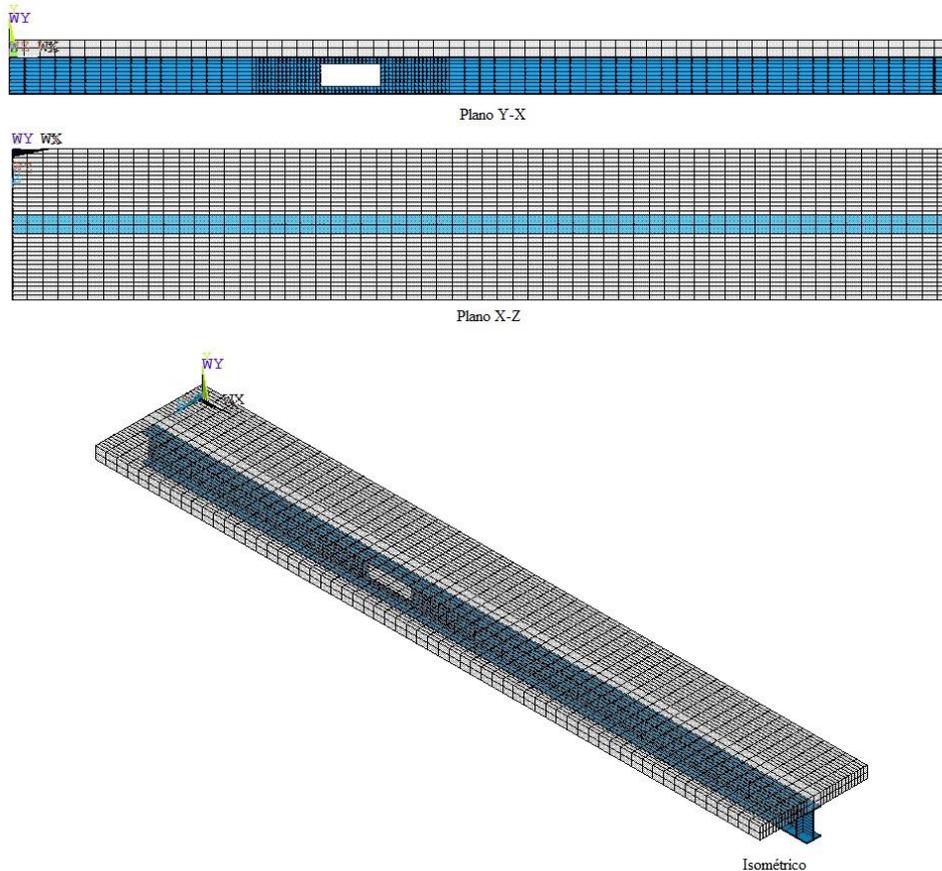


Figura 55 - Malha de elementos para a Viga CCB2 pelo ANSYS.

Uma comparação entre a carga aplicada na estrutura com o deslocamento obtido está ilustrada na Figura 56. São mostrados os resultados obtidos das análises considerando os dois conjuntos de dados para o programa Vmis e a análise pelo programa ANSYS® 17.1. Nota-se que até em torno de 50 kN as três análises apresentam grande concordância com os resultados experimentais, mas a partir dessa carga os resultados do programa ANSYS começam a apresentar grandes diferenças, principalmente devido ao aparecimento de fraturas na laje de concreto. Essas diferenças mostram uma diminuição da rigidez da viga mista.

No ensaio experimental, a carga de colapso atingida foi de 287 kN, enquanto que o modelo numérico pelo programa Vmis (conjunto de dados 1) atingiu 260 kN (diferença de 9,4%). O conjunto de dados 2 atingiu a ruptura numa carga de 312 kN (diferença de 8,7%). Já o programa ANSYS obteve uma carga de ruptura igual a 310 kN (diferença de 8%). Em todos os modelos a carga de ruptura considerada foi quando o modelo numérico não atingiu mais a convergência.

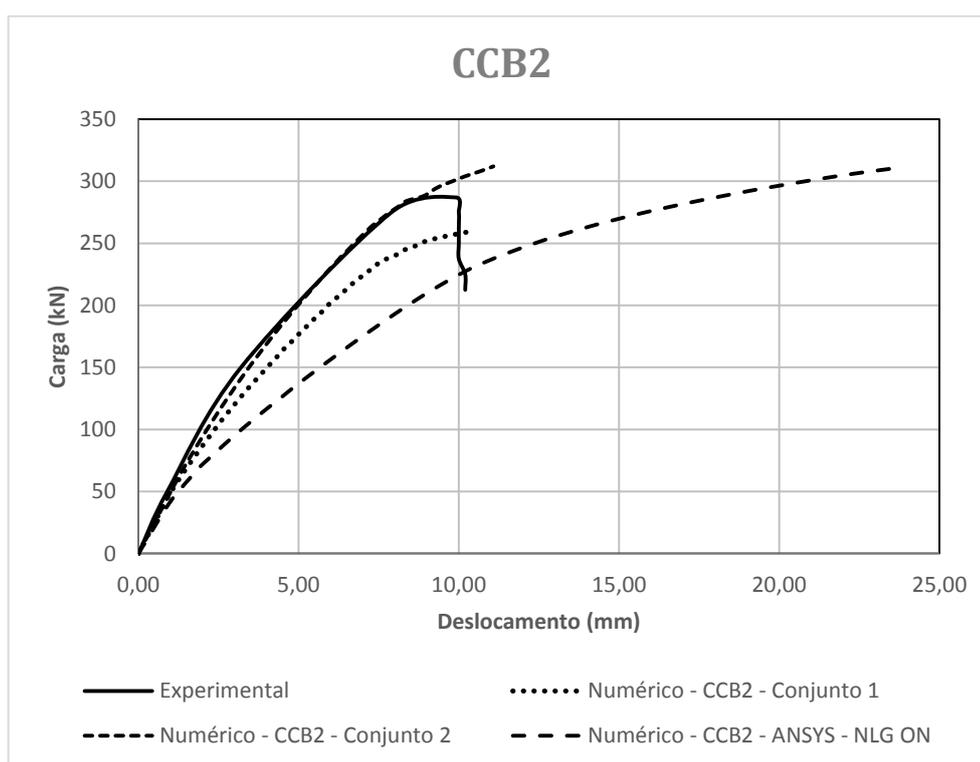


Figura 56 – Curva carga-deslocamento da viga mista CCB2.
NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

Quanto aos deslocamentos máximos, o ensaio experimental apresentou 9,9 mm, enquanto o modelo numérico pelo programa Vmis (conjunto de dados 1) apresentou um deslocamento de 10,5 mm (diferença de 10%). O conjunto de dados 2 apresentou um deslocamento de 11,0

mm (diferença de 11,1%). Já o modelo numérico pelo programa ANSYS apresentou um deslocamento máximo de 23,6 mm (diferença de 138,3%).

Observa-se no exemplo através do programa Vmis (conjunto de dados 2), que a fissuração apresenta grande influência nos resultados, principalmente relacionados à rigidez da estrutura. O modo como é detectado a fissuração no modelo do ANSYS é quando a tensão máxima principal atinge ou supera metade da resistência à tração do concreto, enquanto que pelo programa Vmis é quando atinge ou supera a resistência a tração do concreto. Dessa forma, o modelo do ANSYS começa a fissurar antes que o modelo do programa Vmis e devido a isso apresenta uma rigidez menor, tanto em comparação com o experimental, quanto em comparação ao programa Vmis. Como comentado, sobre o gráfico da Figura 56 é possível perceber que até em torno dos 50 kN os resultados são muito próximos, mas a partir dessa aplicação de carga a fissuração começa a influenciar na rigidez do modelo numérico e os resultados apresentam diferenças consideráveis.

Da mesma forma que na análise da viga mista CCB1, foi realizado uma atualização de coordenadas como forma de tratar as não linearidades geométricas no exemplo. A análise foi feita o conjunto de dados 1 e os resultados obtidos estão apresentados na Figura 57.

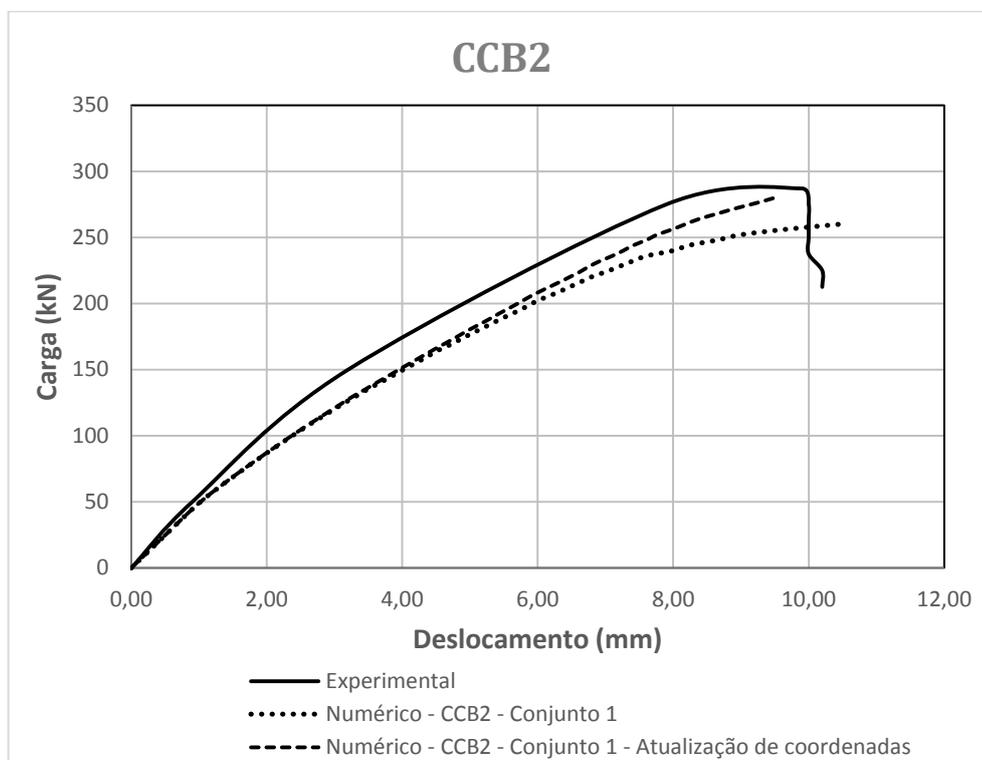


Figura 57 – Curva carga-deslocamento para viga mista CCB2 com atualização de coordenadas para o conjunto 1 de dados

Nota-se que os deslocamentos na etapa inicial do carregamento permanecem iguais para ambas as análises e nas etapas finais apresentam pequenas diferenças, sendo a análise com a atualização de coordenadas um pouco mais rígida.

As deflexões ao longo da viga CCB2 pelo programa Vmis (conjunto de dados 1) estão apresentadas na Figura 58, com a parte hachurada representando a abertura da viga. É possível perceber que o comportamento global da estrutura se mantém de modo igual ao experimental, com um deslocamento maior na parte da abertura mais próxima a aplicação da carga e menores na parte da abertura próxima ao apoio.

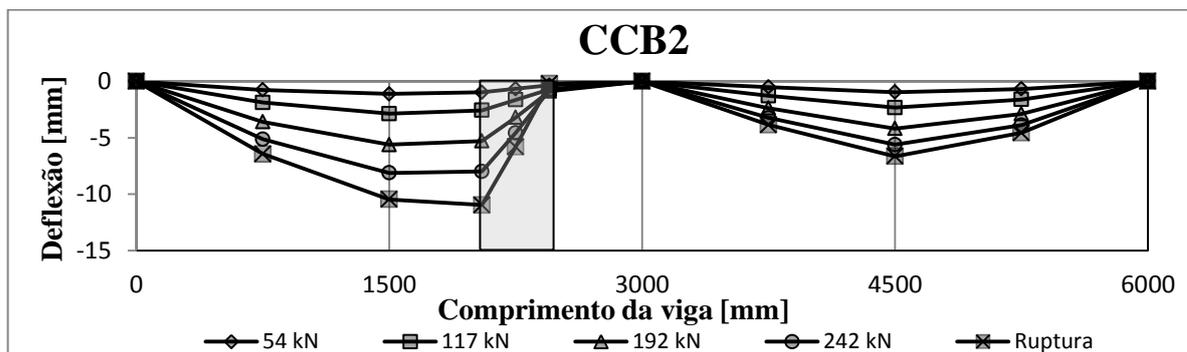


Figura 58 - Deflexão ao longo da viga CCB2 - Programa Vmis.

Já as deflexões ao longo da viga CCB2 resultantes da análise pelo programa ANSYS estão apresentadas na Figura 59. Nota-se o mesmo comportamento do modelo do programa Vmis. Apesar desse modelo ser menos rígido que o experimental, o mesmo apresenta bons resultados finais em relação a carga de ruptura, já em relação aos deslocamentos os resultados não são bons.

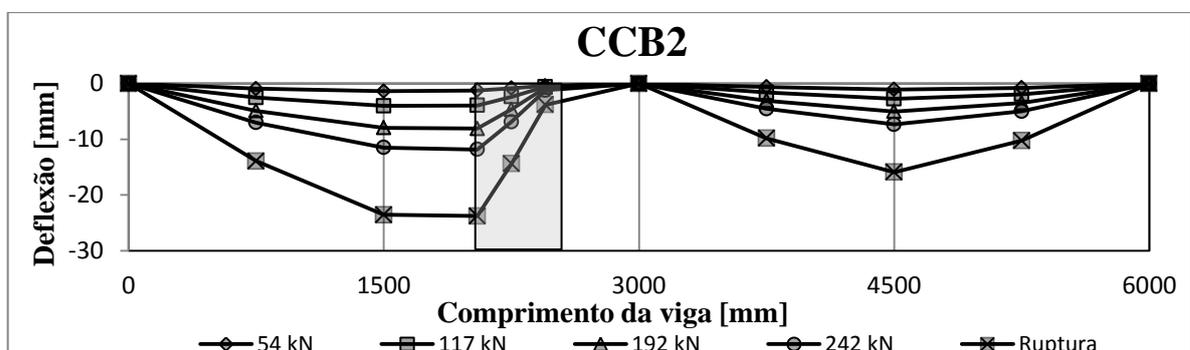


Figura 59 – Deflexão ao longo da viga CCB2 - ANSYS.

Com os resultados obtidos é possível comparar ambos os modelos e os resultados experimentais. Primeiramente é possível observar que o modelo utilizado no software

ANSYS apresenta uma rigidez menor que o programa Vmis ao longo de toda aplicação da carga. Já o programa de Vmis apresenta resultados melhores ao longo de toda aplicação da carga e inclusive na carga de ruptura. Uma das razões para apresentar esse comportamento é devido à fissuração da laje de concreto, já que a detecção da fissuração é realizada mais cedo pelo modelo do ANSYS, influenciando assim praticamente toda a aplicação da carga. Outra possível razão é o modo como é modelada a estrutura. No programa Vmis a laje de concreto é modelada através de elementos quadriláteros de casca degenerada de oito nós enquanto que pelo ANSYS é utilizado um elemento sólido tridimensional com vinte nós.

Outra diferença existente entre os programas, que podem estar influenciando, são os modelos utilizados para a ruptura do concreto, em compressão e em tração. No programa Vmis o concreto é modelado com base no critério modificado de Ducker-Prager, enquanto que no ANSYS a usermat desenvolvida por Lazzari *et al.* (2016) e modificada por Schimtz (2017) utiliza o critério de Ottosen.

Nessa comparação entre os deslocamentos ao longo de toda a viga é possível perceber que o comportamento dos modelos numérico do programa Vmis e do software ANSYS mostrados nas figuras 58 e 59. Quanto ao deslocamento máximo no centro da viga e no centro da abertura, eles estão mostrados nas figuras 60 e 61, com o modelo do programa Vmis apresentando melhores resultados, muito próximos aos experimentais em todos os incrementos de carga e o modelo do ANSYS apresentando maiores deslocamentos.

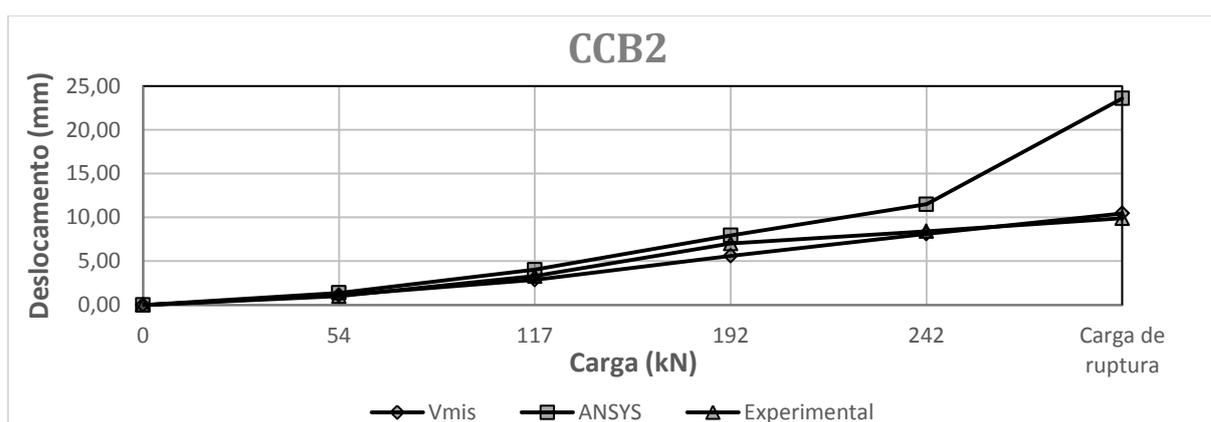


Figura 60 - Deslocamento máximo no centro da viga ao longo do incremento de carga para viga CCB2.

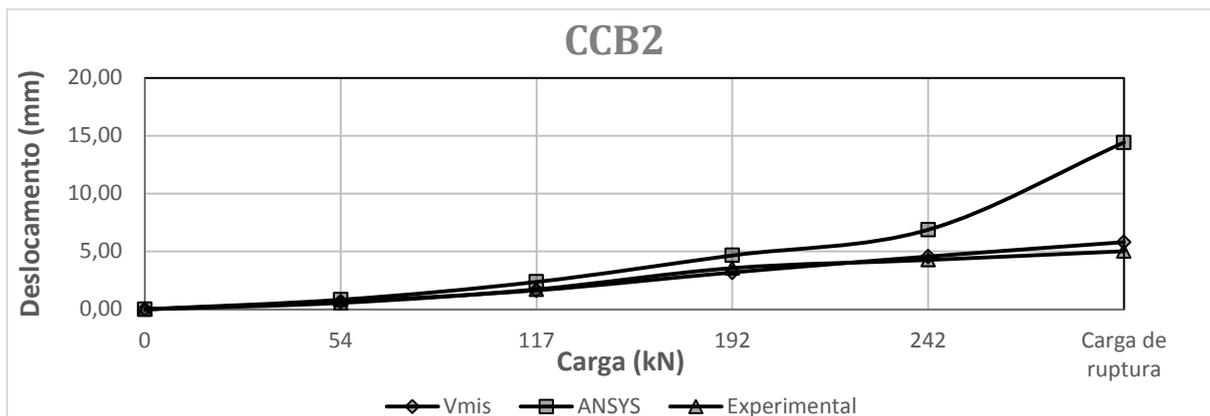


Figura 61 – Deslocamento máximo no centro da abertura ao longo do incremento de carga para viga CCB2.

5.1.3 Vigas CCB3 e CCB4

As vigas CCB3 e CCB4 têm como diferenças para a CCB2 uma alteração na espessura da laje de concreto, mantendo a mesma taxa de armadura, dessa forma é possível estudar qual a influência que esse aumento de espessura tem na carga final e no colapso de uma viga mista contínua com aberturas. Manteve-se a mesma malha empregada no modelo da viga CCB2 no programa Vmis e no ANSYS. No *script* foi necessário apenas mudar os dados de entrada relativos à espessura da laje e da armadura.

O gráfico carga-deslocamento para a viga CCB3, para ambas as análises é apresentado na Figura 62. Nota-se que o comportamento da viga com o conjunto de dados 1 é muito próximo ao experimental, que apresenta uma fase elástica até em torno de 75 kN e a partir dessa carga apresenta uma queda de rigidez, resultante do aparecimento de fissuras na laje de concreto e da influência da abertura no perfil. Já o conjunto de dados 2 apresenta um comportamento igual ao experimental até em torno dos 75 kN, a partir dessa carga o mesmo apresenta uma rigidez maior.

A análise feita pelo programa ANSYS também mostra resultados próximos aos experimentais, mas mantém o mesmo comportamento que nas análises anteriores, com o modelo numérico sendo menos rígido que o experimental e apresentando maiores deslocamentos.

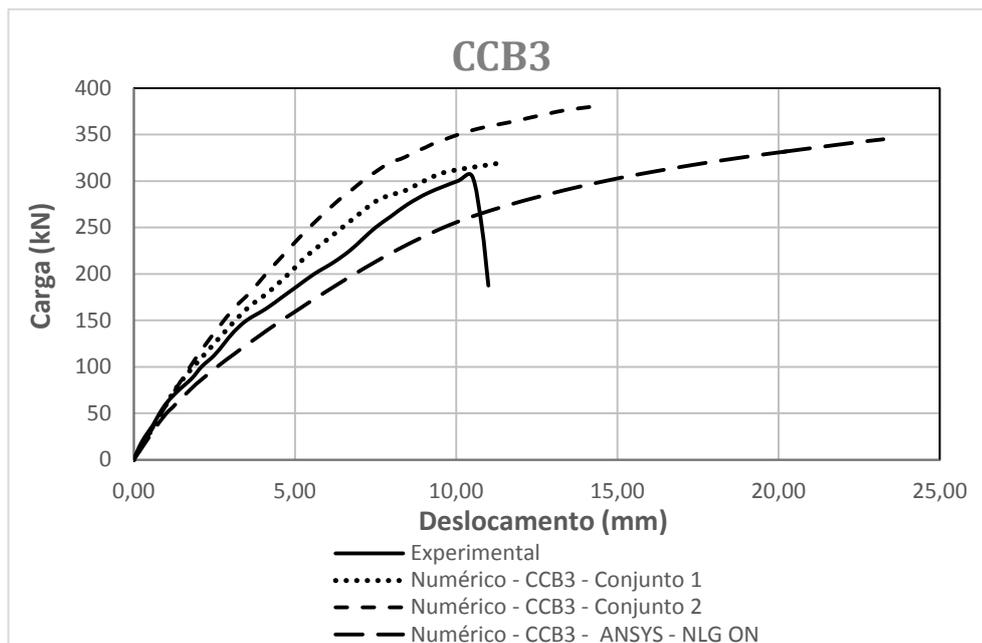


Figura 62 – Curva carga-deslocamento para viga mista CCB3 pelo programa Vmis.

NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

Em relação às cargas de ruptura, o modelo experimental atingiu uma carga igual a 305 kN, enquanto que o modelo numérico com o conjunto de dados 1 atinge uma carga de 320 kN (diferença de 4,9%) e o modelo numérico com o conjunto de dados 2 atinge uma carga de 380 kN (diferença de 24,6%). Já a análise pelo programa ANSYS atinge uma carga de 345 kN (diferença de 13,1%). A carga de ruptura considera para os modelos numéricos é a última carga antes de ambos os programas não atingirem mais a convergência.

Nota-se que ambos os resultados do programa Vmis são mais rígidos que os experimentais. Esse modelo, com o conjunto de dados 1, atinge um deslocamento máximo de 11,5 mm enquanto que o experimental é igual a 10,9 mm (diferença de 5,5%). Já o modelo com o conjunto de dados 2 atinge um deslocamento máximo de 14,2 mm (diferença de 30,3%). O modelo numérico do programa ANSYS apresenta um deslocamento superior ao experimental, igual a 23,3 mm.

O mesmo exemplo foi analisado novamente empregando a rotina de atualização de coordenadas, nessa análise foi considerado apenas o conjunto de dados 1, pois os mesmos apresentaram valores melhores. A Figura 63 ilustra a curva carga-deslocamento.

Nota-se que na parte inicial do carregamento os deslocamentos permanecem iguais, mas à medida que a aplicação de carga aumenta o modelo com atualização de coordenadas apresenta uma rigidez maior, mesmo comportamento observado nas análises anteriores.

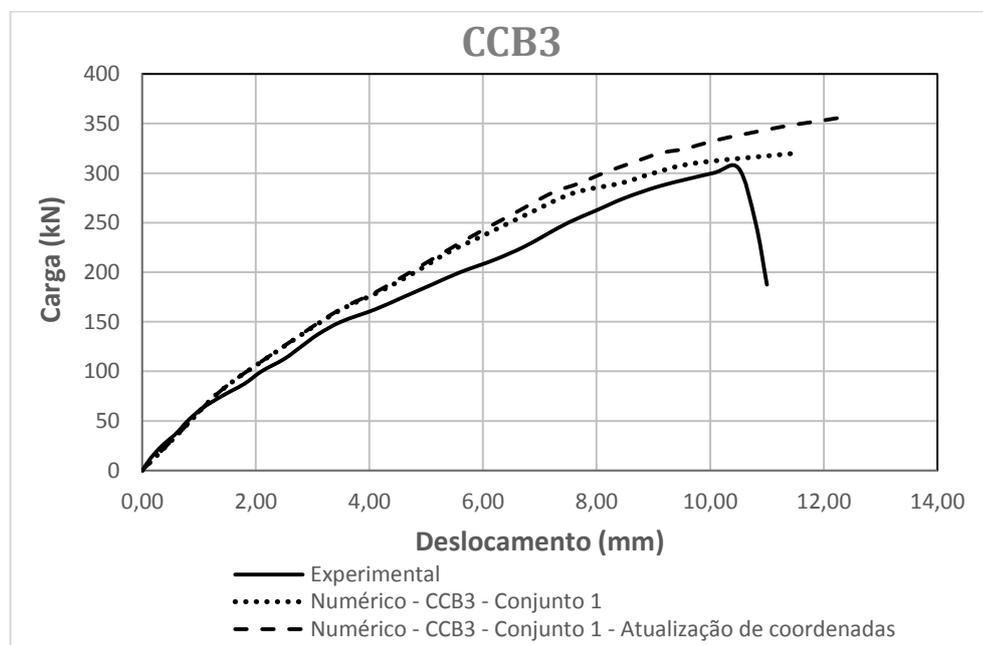


Figura 63 - Curva carga-deslocamento para viga CCB3 - Atualização de coordenadas – Conjunto de dados 1.

A Figura 64 apresenta a curva carga-deslocamento correspondente à viga CCB4. Novamente observa-se que o modelo do programa Vmis apresenta uma rigidez maior que o modelo experimental enquanto que o modelo pelo programa ANSYS apresenta a rigidez menor que o experimental.

Primeiramente foi realizada a análise considerando os dois conjuntos de dados e as respostas obtidas não são muito boas, nem em relação à carga de ruptura e nem aos deslocamentos. Para se entender o que está ocorrendo, alterou-se o conjunto de dados 1. Foi diminuída a resistência a tração de $0,296 \text{ kN/cm}^2$ para $0,148 \text{ kN/cm}^2$ e a deformação última foi diminuída de $0,0045$ para $0,003$. Esse conjunto de dados foi denominado de 3. Pode-se perceber que os três modelos numéricos e o experimental apresentam resultados muito próximos até uma carga de 150 kN , mas a partir desse valor o modelo numérico com o conjunto de dados 3 apresenta uma rigidez mais elevada enquanto que o conjunto de dados 1 e 2 apresentam uma rigidez maior.

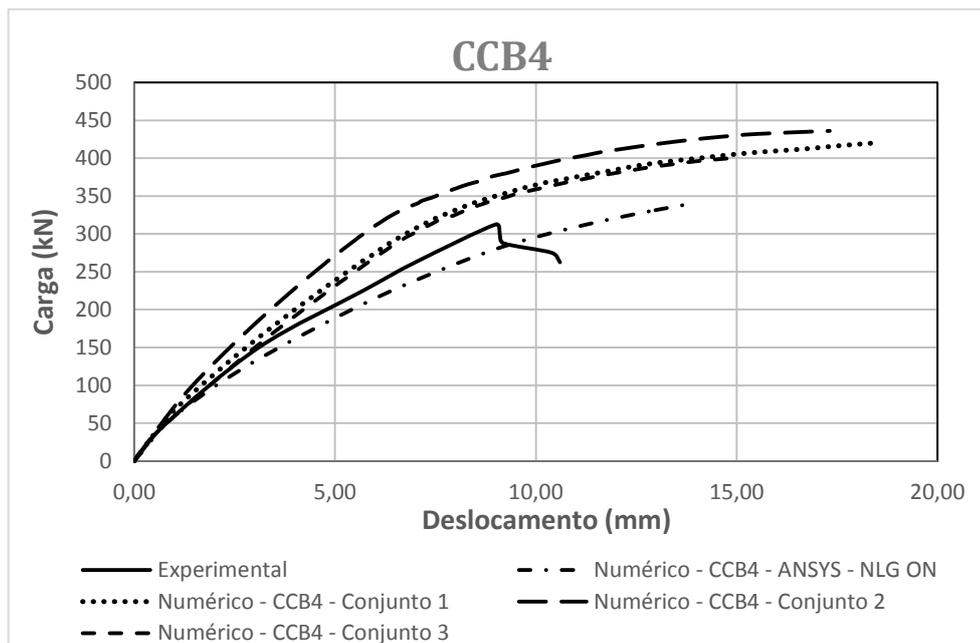


Figura 64 – Curva carga-deslocamento para viga CCB4.
NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

Em relação às cargas de ruptura, o modelo experimental atingiu uma carga igual a 315 kN, enquanto que o modelo numérico com o conjunto de dados 3 atinge uma carga de 400 kN (diferença de 27%) e o modelo numérico com o conjunto de dados 2 atinge uma carga de 420 kN (diferença de 33,3%). Já a análise pelo programa ANSYS atinge uma carga de 340 kN (diferença de 7,9%).

Comparando os resultados dos deslocamentos máximos, o ensaio experimental atingiu um valor igual a 10,6 mm, enquanto que o programa Vmis com o conjunto de dados 3 atingiu 14,9 mm. Já o modelo numérico pelo programa ANSYS atingiu um valor igual a 13,9 milímetros.

Esse mesmo exemplo foi analisado novamente empregando-se a rotina de atualização de coordenadas, devido aos melhores resultados serem do conjunto de dados 3, optou-se por realizar essa modelagem apenas com o mesmo. A Figura 65 ilustra a curva carga-deslocamento resultante, sendo possível perceber que o comportamento da estrutura é praticamente o mesmo até a carga de 150 kN, além desse valor a estrutura apresenta uma rigidez um pouco maior e o modelo numérico para de convergir na carga de 376 kN.

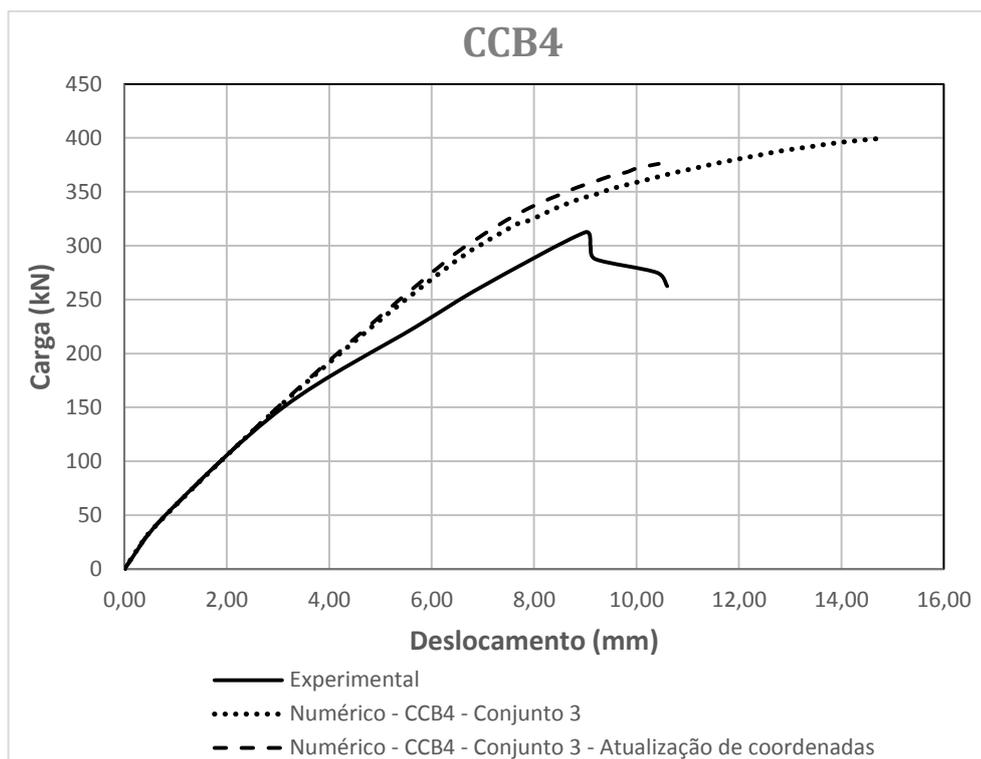


Figura 65 – Curva carga-deslocamento - Viga CCB4 - Atualização de coordenadas.

Com esses resultados pode-se apresentar a curva carga-deslocamento comparativo entre os resultados numéricos das vigas CCB1, CCB2, CCB3 e CCB4 para notar a influência que a abertura e o aumento da espessura da laje de concreto têm sobre os resultados finais. No geral, os melhores resultados das vigas mistas com abertura pertencem ao conjunto de dados 1, com exceção da CCB4, enquanto que a CCB1 apresentou melhores resultados com o conjunto de dados 2. Esses resultados são mostrados nas figuras 66 e 67 comparando as quatro curvas carga-deslocamento.

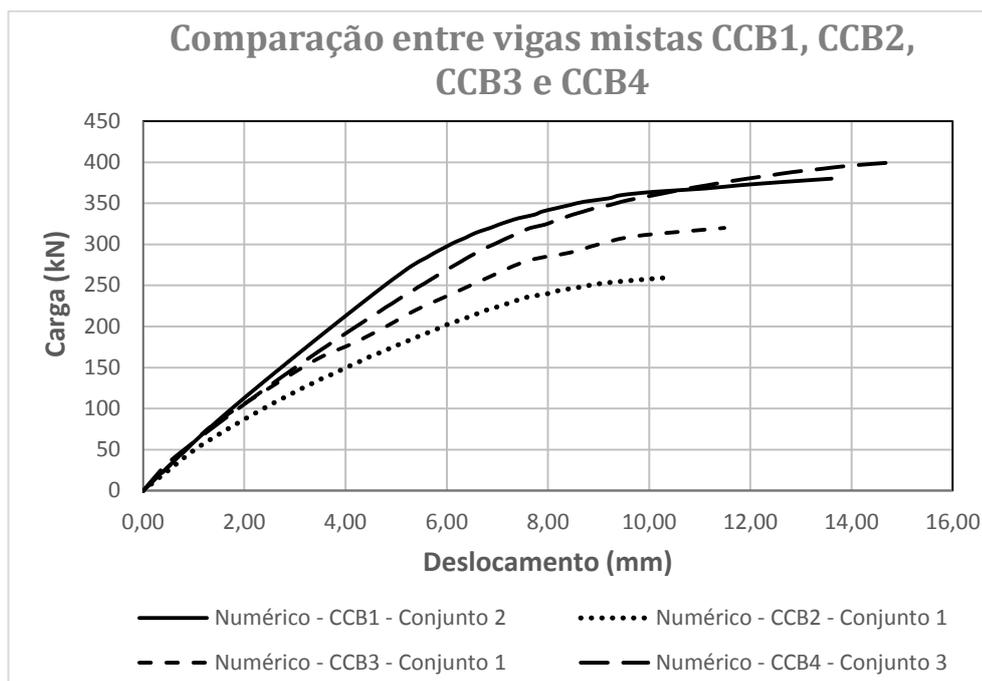


Figura 66 - Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB3 e CCB4 - Programa Vmis.

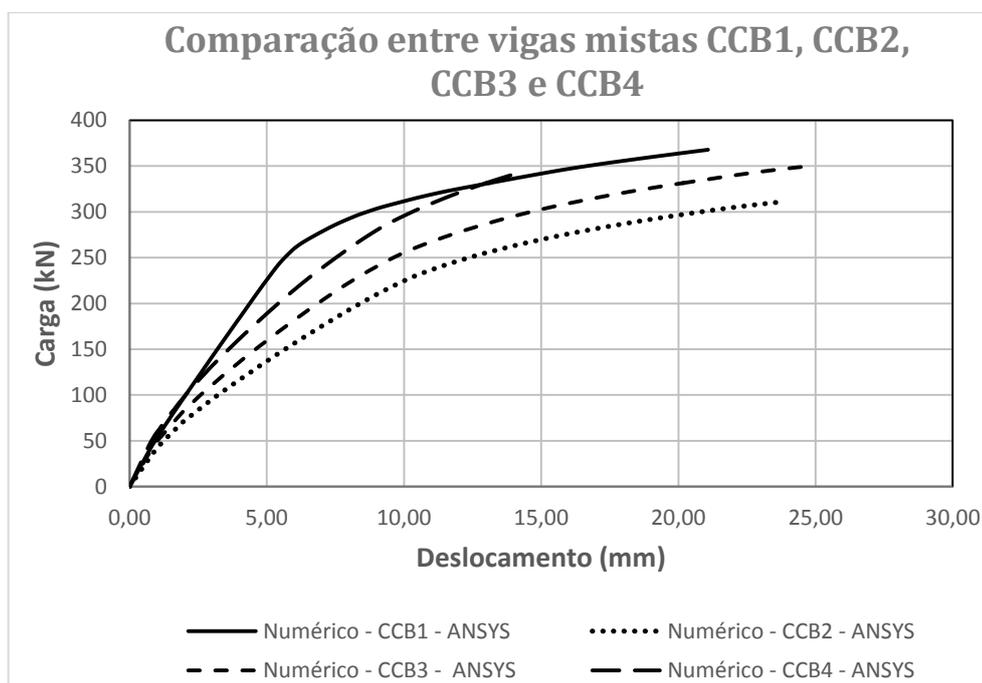


Figura 67 - Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB3 e CCB4 - Programa ANSYS.

5.1.4 Vigas CCB5 e CCB6

As vigas CCB5 e CCB6 têm como única diferença para CCB2 uma alteração na quantidade de armadura de reforço da laje de concreto, dessa forma é possível estudar qual a influência que esse aumento de armadura tem na carga final e no colapso de uma viga mista contínua com aberturas.

Para modelar as vigas mistas CCB5 e CCB6 pelo programa Vmis foi necessário então apenas alterar os valores relativos à quantidade de armadura do arquivo criado pelo GiD para viga mista CCB2. Já no *script* de modelagem da viga mista pelo ANSYS foram alterados os dados de entrada relativos à quantidade de armadura da laje. Já as características da malha de elementos finitos foram mantidas as mesmas do modelo da viga CCB2. Assim é apenas alterado os elementos de reforço, modelados diretamente na laje de concreto, que tiveram tanto sua espessura como quantidade modificada.

A viga CCB5 foi analisada com ambos os programas e a Figura 68 apresenta a curva carga-deslocamento resultante. Ambos as análises pelo programa Vmis, considerando o conjunto de dados 1 e 2, apresentam bons resultados mas uma rigidez maior que o experimental. Nota-se que o comportamento é muito próximo ao experimental, que apresenta uma fase elástica até em torno de 50 kN e a partir dessa carga apresenta uma queda de rigidez, resultante do aparecimento de fissuras na laje de concreto e da influência da abertura no perfil. Já o modelo pelo software ANSYS apresenta uma rigidez inferior e um comportamento muito próximo ao ensaio experimental.

Em relação a carga de ruptura, o ensaio experimental atingiu uma carga de 290kN, enquanto que o modelo numérico do programa Vmis, com o conjunto de dados 1 apresenta uma carga de 280 kN (diferença de 3,4%). Já o modelo com o conjunto de dados 2 atingiu uma carga de 332 kN (diferença de 14,4%). O programa do ANSYS atinge a ruptura numa carga de 316 kN (diferença de 8,9%). A carga de ruptura considera para os modelos numéricos é a última carga antes de ambos os programas não atingirem mais a convergência.

Realizando uma comparação entre os deslocamentos finais atingidos, o ensaio experimental atingiu 12,3 mm, enquanto que o modelo numérico com o conjunto de dados 1 chega a 11,1 mm. Já o modelo considerando o conjunto dois de dados atinge 11,7 mm. O modelo pelo programa ANSYS apresenta um deslocamento de 21,9 milímetros.

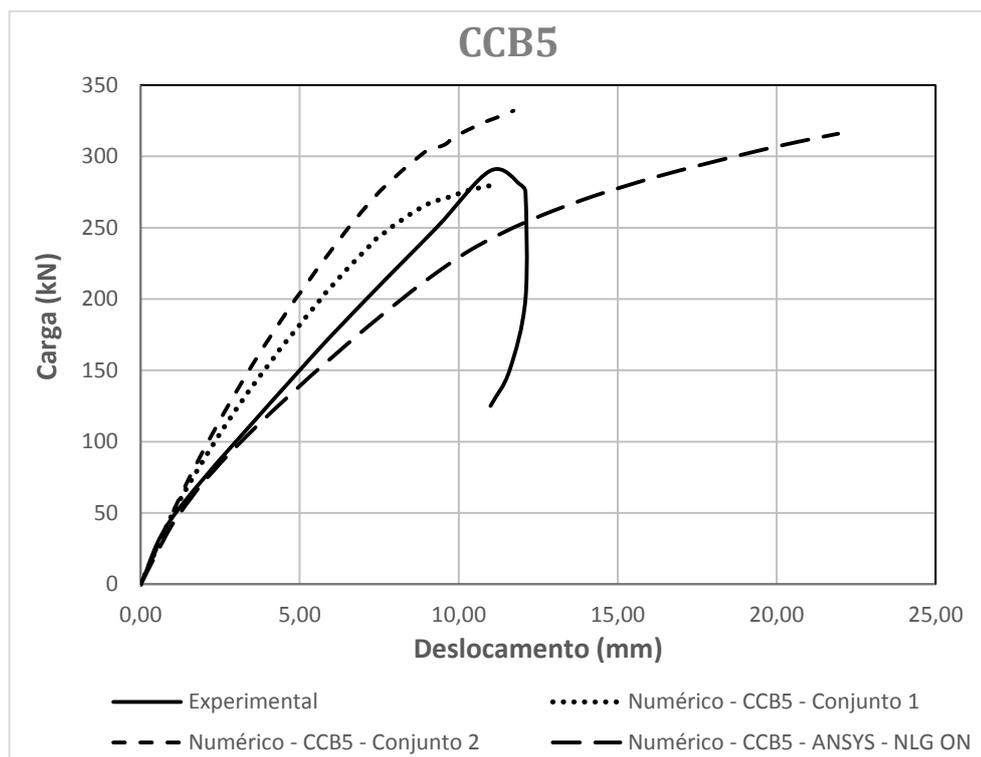


Figura 68 – Curva carga-deslocamento para viga CCB5.
NLG ON: não linearidade geométrica considerada.

O processo de fissuração do modelo do programa Vmis (conjunto de dados 1) se inicia na aplicação de 36 kN. Já para o conjunto de dados 2 esse processo se inicia na aplicação de 40 kN. O elemento na qual se inicia o processo de fissuração está localizado exatamente sobre a abertura, mais especificamente em uma de suas bordas, a mais próxima do meio de um dos vãos.

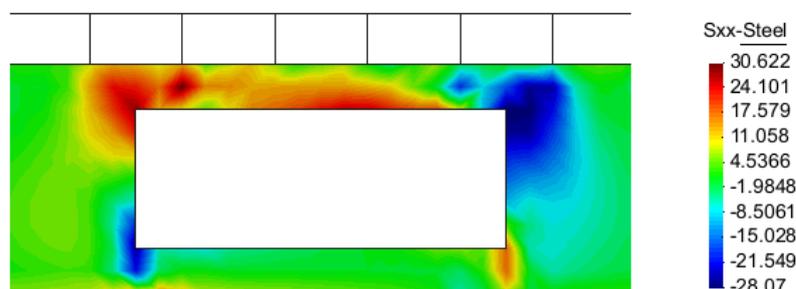


Figura 69 – Tensões σ_{xx} para a carga de ruptura do programa Vmis.

O estado de tensões no perfil de aço, principalmente na região da abertura está próximo da tensão de escoamento do perfil (31,79 kN/cm²). Nota-se a formação de regiões com maiores tensões nos cantos da abertura. A Figura 70 ilustra a distribuição da tensão de cisalhamento na região da abertura. A figura superior ilustra a distribuição dessa tensão na camada inferior da

laje de concreto e a figura inferior ilustra a distribuição dessa tensão na alma do perfil de aço. Observa-se que o perfil de aço absorve a maior parte do esforço cortante entre a borda direita da abertura e o apoio interno da viga.

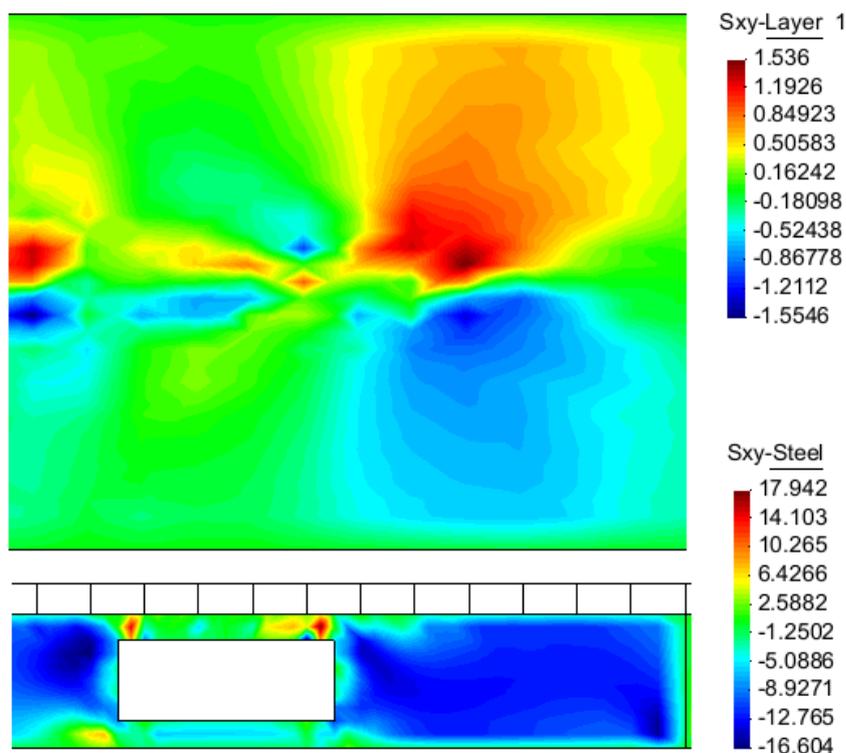


Figura 70 - Tensões σ_{xy} para a carga de ruptura do programa Vmis.

No programa Vmis (conjunto de dados 1 – carga de 236 kN), exatamente no ponto de aplicação da carga, o aço usado na armadura atinge sua tensão de escoamento, 43,88 kN/cm².

Esse exemplo também foi analisado empregando-se a rotina de atualização de coordenadas, apenas para o conjunto de dados 1. A Figura 71 ilustra a curva carga-deslocamento resultante, sendo possível perceber que o comportamento da estrutura é praticamente o mesmo até a carga de 50 kN, além desse valor a estrutura apresenta uma rigidez um pouco maior e atinge a ruptura na carga de 300 kN.

A Figura 72 apresenta a curva carga-deslocamento para a viga CCB6. Novamente o modelo pelo programa Vmis apresenta uma rigidez superior aos ensaios experimentais enquanto o modelo numérico pelo programa ANSYS apresenta uma rigidez menor.

Em relação às cargas de ruptura, o ensaio experimental atinge uma carga 295 kN, enquanto o modelo numérico pelo programa Vmis com o conjunto de dados 1 atinge a carga de 290 kN (diferença de 1,7%). O modelo com o conjunto de dados 2 atinge a carga de 340 kN

(diferença de 15,2%). Já o modelo numérico pelo programa ANSYS atinge uma carga de ruptura igual a 311 kN (diferença de 5,4%).

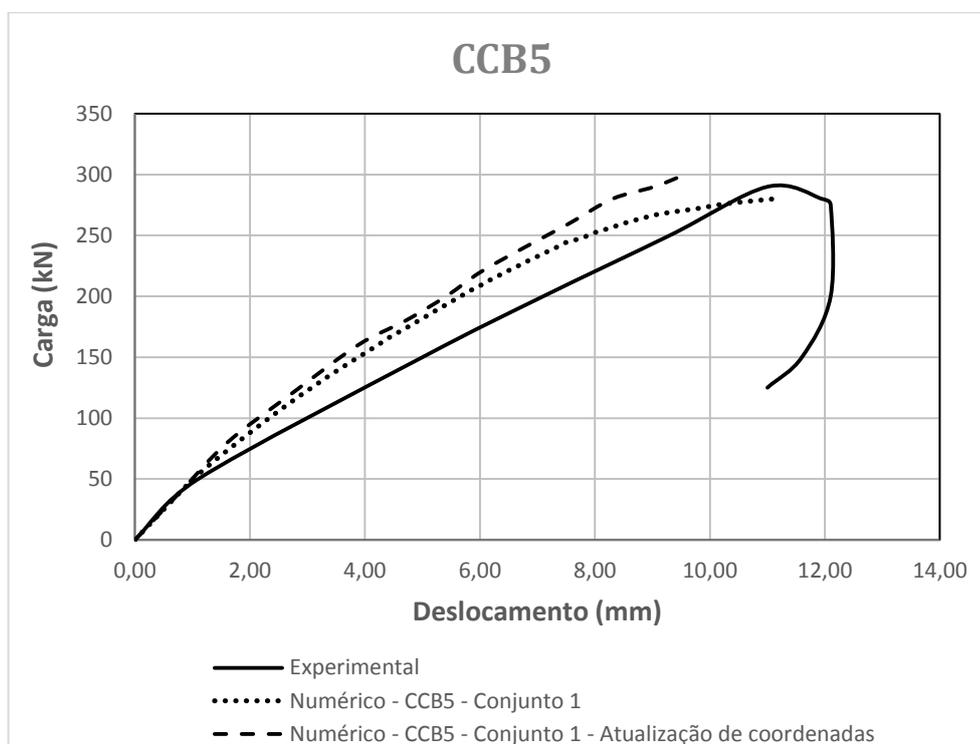


Figura 71 – Curva carga-deslocamento para viga CCB5 - Atualização de coordenadas.

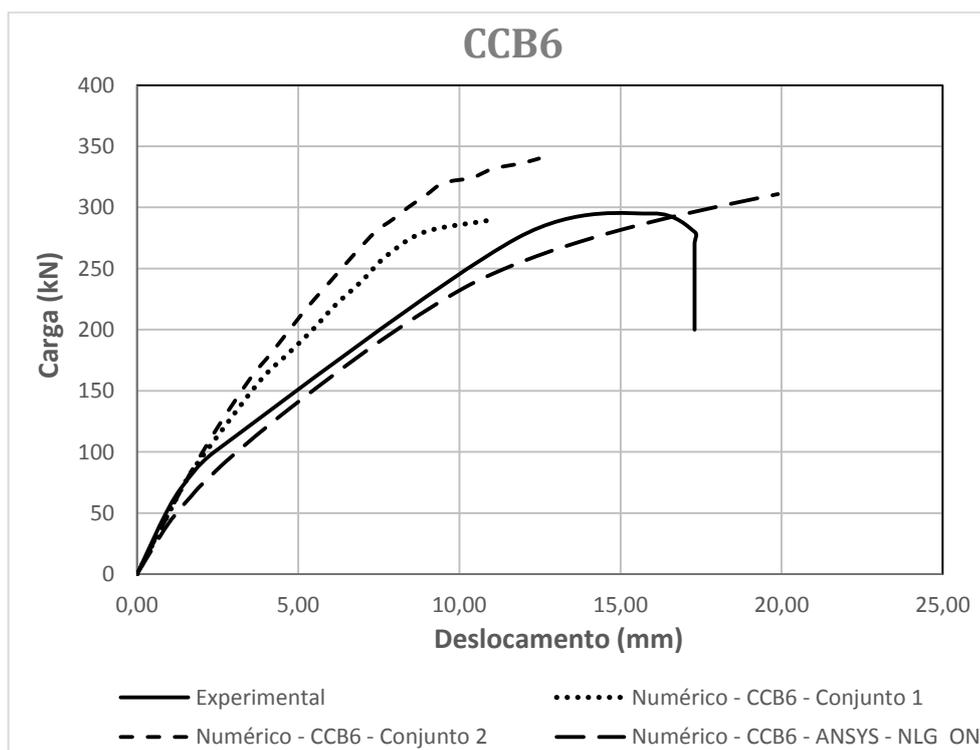


Figura 72 – Curva carga-deslocamento para viga CCB6.

Realizando uma comparação entre os deslocamentos finais atingidos, o ensaio experimental atingiu 17,3 mm, enquanto que o modelo numérico com o conjunto de dados 1 chega a 11,0 mm, o modelo considerando o conjunto de dados 2 atinge 12,5 mm. Já o modelo pelo programa ANSYS apresenta um deslocamento máximo de 19,9 mm.

A mesma viga também foi analisada empregando a rotina de atualização de coordenadas considerando apenas o conjunto de dados 1. A curva carga-deslocamento está ilustrada na Figura 73 e é possível perceber que os deslocamentos são praticamente iguais até em torno da carga de 175 kN onde o modelo com atualização começa a apresentar uma rigidez um pouco superior.

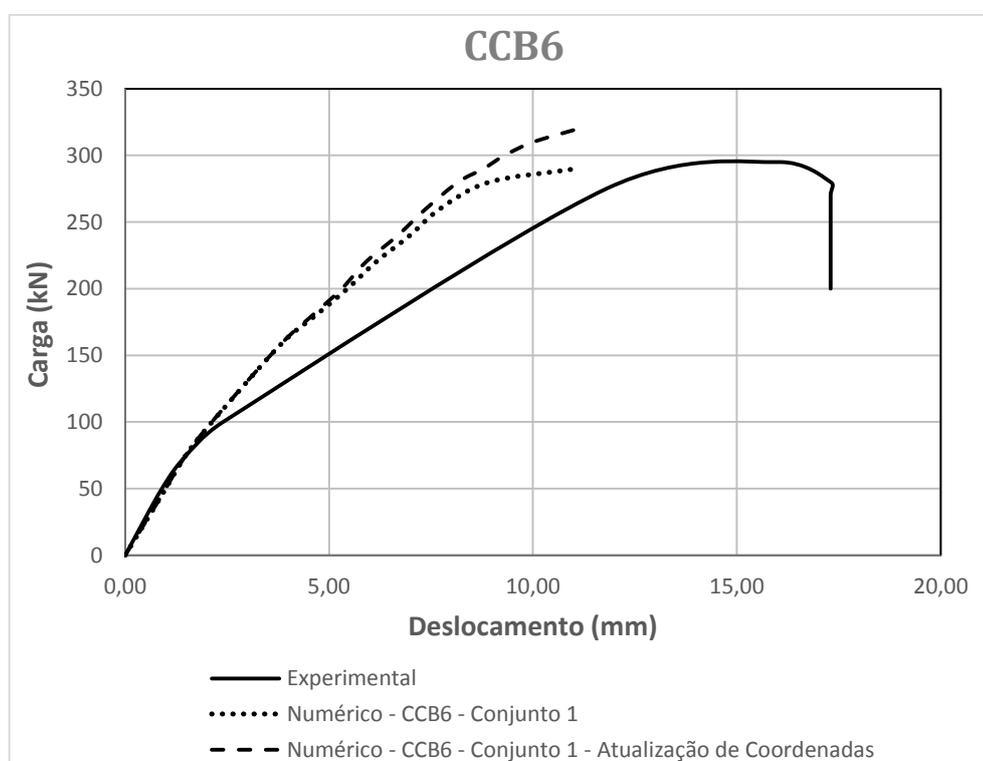


Figura 73 – Curvas carga-deslocamento para viga CCB6 - Atualização de coordenadas.

Com os resultados anteriores pode-se comparar os resultados numéricos das vigas CCB1, CCB2, CCB5 e CCB6, apresentadas nas figuras 74 e 75, para notar a influência que a abertura e o aumento de armadura da laje de concreto têm sobre os resultados finais. No geral, os melhores resultados em relação a carga de ruptura das vigas mistas com abertura pertencem ao grupo de dados 1, enquanto que a CCB1, viga mista testada sem abertura, apresentou melhores resultados em relação a carga de ruptura com o conjunto 2 de dados.

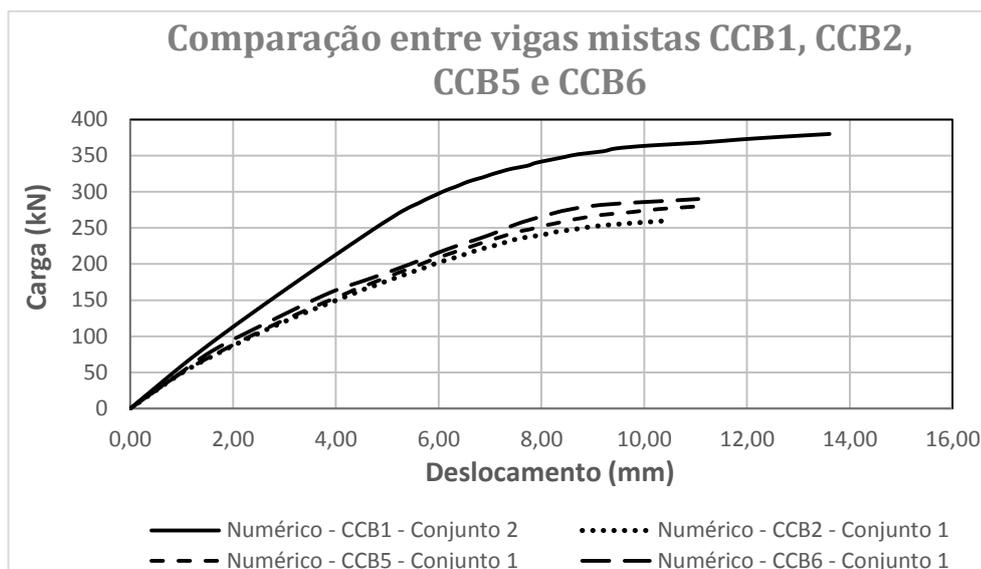


Figura 74 – Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB5 e CCB6 - Programa Vmis.

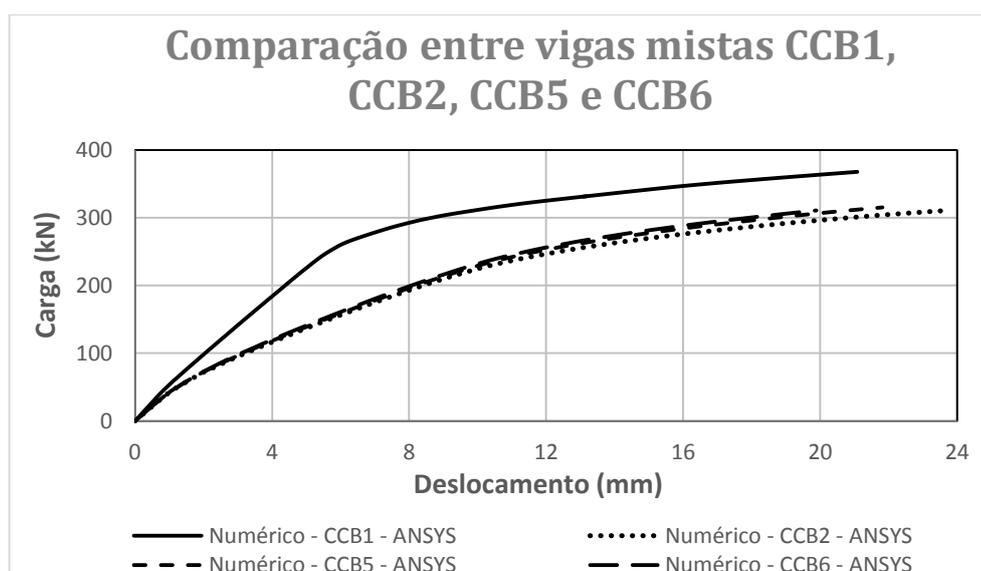


Figura 75 – Curva carga-deslocamento para as vigas CCB1, CCB2, CCB5 e CCB6 - ANSYS.

Os resultados numéricos apresentam alguns comportamentos iguais aos ensaios experimentais como a capacidade de carga da viga mista diminuir consideravelmente devido à abertura no perfil de aço, a utilização de mais armadura aumenta a capacidade de carga da viga mista, mesmo sendo pequeno o aumento. Um desses comportamentos observados pelos ensaios experimentais é que o aumento da armadura aumenta a ductibilidade da viga mista, a qual não é possível de ser bem observado nos exemplos numéricos.

5.1.5 Discussão

Na análise numérica das vigas mistas contínuas, ambos os modelos numéricos conseguiram prever com adequada proximidade os resultados experimentais e o comportamento da viga mista. Entre os modelos, o programa Vmis, desenvolvido por CEMACOM apresentou os melhores resultados referentes à carga de ruptura e deslocamentos finais, mas no comportamento geral da estrutura, ao longo do carregamento, o modelo numérico pelo *software* ANSYS 17.1 apresentou os melhores resultados.

Com a utilização de dois conjuntos de dados para o programa Vmis, pode-se perceber a influência que a fissuração tem sobre a rigidez da viga mista, deixando esta mais flexível e obtendo maiores deslocamentos. Também é possível notar que devido à existência da abertura no perfil de aço, a laje de concreto se torna o grande fator de resistência ao cisalhamento da viga mista, já que a área de perfil diminui consideravelmente na região da abertura.

Em todas as análises, com exceção da CCB2, o modelo numérico pelo programa Vmis apresentou uma rigidez maior que os ensaios experimentais, mesma característica observada por Tamayo (2011) em suas análises. O modelo numérico pelo *software* ANSYS 17.1 com a *usermat* elastoplástica modificada por Schimtz (2017) apresentou uma rigidez um pouco menor que os ensaios experimentais.

Entre as análises através do *software* ANSYS, a viga mista CCB2 é a que apresenta os piores resultados, não tanto em relação a carga de ruptura, mas sim em relação aos deslocamentos. Essa mesma viga é a única na qual o programa Vmis apresenta uma rigidez inferior aos ensaios experimentais. Em ambas as análises foram utilizadas as mesmas propriedades dos materiais, condições de contorno, número de conectores e demais características dadas experimentalmente e mesmo assim o modelo numérico dessa viga está muito flexível. Uma explicação possível está associada com as propriedades mecânicas dos materiais, principalmente em relação ao concreto. Como as propriedades foram obtidas por ensaio, o valor adotado é uma média destes, é possível algum nível de variação nessas propriedades.

Outra possível razão é em relação a conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço. A rigidez dos conectores não é informada diretamente e foi calculada através de fórmulas empíricas desenvolvidas nos trabalhos de Ollgaard *et al.* (1971) e Oehlers e Coughlan (1986). Como essas fórmulas utilizam os valores relacionados a resistência do concreto, a rigidez calculada pode ter sido menor que a do ensaio.

Os piores resultados pelo programa Vmis são os da viga CCB4, que atinge a ruptura em cargas mais elevadas que o ensaio experimental, um aumento em torno de 27%. Nas análises em que se considera os conjuntos de dados 1 e 2 é possível notar que o modelo numérico é muito rígido.

Ao utilizar o conjunto de dados 3, a rigidez geral é um pouco inferior e apresenta resultados melhores, tanto em carga de ruptura quanto em deslocamentos máximos. Ao alterar o valor da resistência a compressão, a laje de concreto começa a fissurar em tensões mais baixas. Já diminuindo a deformação última do concreto, o modelo numérico atinge a ruptura em cargas menores obtendo assim resultados melhores, tanto para carga de ruptura quanto para os deslocamentos. A viga CCB4 apresentou resultados bons através do modelo pelo *software* ANSYS, resultantes, principalmente, da forma como são modelados os conectores, através de elementos de mola.

A tabela (12) apresenta um comparativo entre todas as vigas considerando os dois modelos numéricos. No geral, o programa Vmis apresentou bons resultados, com exceção da viga CCB4. Já a melhor aproximação se deu na viga CCB1. O *software* ANSYS também apresentou bons resultados, mas menos consistentes em relação aos deslocamentos máximos.

Tabela 12 - Comparativo entre as cargas últimas dos modelos numéricos.

Viga Mista	Abertura	Carga Última [kN]		Relação	Carga Última [kN]		Relação
		Experimental	Vmis		Experimental	ANSYS	
CCB1	Não	373	380	1,0188	373	368	0,9866
CCB2	Sim	287	260	0,9059	287	310	1,0801
CCB3	Sim	305	320	1,0492	305	345	1,1311
CCB4	Sim	315	400	1,2698	315	340	1,0794
CCB5	Sim	290	280	0,9655	290	316	1,0897
CCB6	Sim	295	290	0,9831	295	311	1,0542

Devido a ser uma viga mista contínua com seção compacta, mesmo tendo o perfil de aço sujeito a regiões de momentos negativos nos apoios internos, de modo que o perfil de aço esteja comprimido, não ocorre nenhum tipo de instabilidade, como pode ser percebido através dos ensaios experimentais. Esse mesmo comportamento acontece nas análises de ambos os modelos, com a não linearidade geométrica pelo ANSYS e utilizando ou não a atualização de coordenadas pelo programa Vmis. A única diferença das análises pelo programa Vmis com a atualização de coordenadas foi apresentar uma rigidez um pouco superior nos incrementos maiores de carga. Portanto esse recurso não se mostrou eficiente para os casos analisados.

Em relação a influência que a abertura tem sobre a viga mista é possível chegar às mesmas conclusões que os ensaios experimentais obtiveram. A capacidade de carga e ductibilidade da viga diminui consideravelmente devido a existência dessa abertura e com o aumento da espessura da laje de concreto sua capacidade de carga aumenta. Como já comentado, a conclusão de que o aumento da quantidade de armadura na laje de concreto aumenta sua ductibilidade não foi possível observar nos modelos numéricos.

Com relação ao modo de falha para as vigas mistas com abertura, todas romperam por cisalhamento da laje de concreto na região do apoio interno. Esse modo de falha foi observado em ambas as análises dos programas. O modelo pelo programa Vmis atinge a ruptura por esmagamento dos elementos de concreto na região próxima ao apoio interno e no modelo pelo programa ANSYS também acontece um esmagamento nos elementos na região próxima aos apoios internos.

No geral, os modelos numéricos apresentaram resultados distintos, o que já era esperado antes da análise. Esse comportamento ocorre devido às diferenças entre os modelos: representação da laje de concreto, conectores, modelo constitutivo do concreto e outros.

A existência da abertura no perfil de aço dificulta consideravelmente a modelagem numérica da mesma, devido a grande influência que os conectores de cisalhamento e a laje de concreto têm sobre a viga. Já a viga mista CCB1, na qual não há abertura, os modelos numéricos obtiveram resultados muito bons e ambos os conjuntos de dados não alteraram significativamente as respostas finais. Já esse estudo feito nas vigas mistas com aberturas, CCB2 a CCB6, leva a observar que os conjuntos de dados mudaram de modo significativo o comportamento dessas vigas, sendo dessa forma necessário saber todas as características e parâmetros físicos utilizados nos ensaios experimentais para se ter uma melhor modelagem, devido a abertura influenciar muito nas respostas.

6 ANÁLISE DE VIGAS MISTAS ESBELTAS

Neste capítulo são realizadas análises de vigas mistas com perfil de aço não compacto. De acordo com a NBR 8800, um perfil de aço é não compacto quando: $h/t_w > 3,76 \sqrt{E/f_y}$, em que h é a altura da alma do perfil e t_w é a espessura da alma. Nessas análises são empregados o programa Vmis (desenvolvido no CEMACOM) e o *software* ANSYS.

6.1 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Embora seja menos usual, é possível projetar vigas mistas com perfis não compactos, principalmente quando se pensa numa alternativa com perfis soldados. A norma NBR 8800 (2008) apresenta um procedimento de dimensionamento para esse caso quando a relação: $3,76 \sqrt{E/f_y} < h/t_w \leq 5,70 \sqrt{E/f_y}$ é verificada. Esse cálculo é feito considerando o escoamento da fibra mais afastada do perfil de aço, ou seja, não se aplica o critério de plastificação da seção completa. Esse fato se deve à possibilidade de falha por flambagem local da alma. Portanto para se analisar vigas mistas com perfis de aço não compactos é necessário considerar a possibilidade de instabilidade local da alma do perfil.

Yatim *et al.* (2015) fizeram um estudo experimental, numérico e analítico no qual modelaram oito vigas mistas com perfil não compacto, sendo variado a resistência da laje de concreto e o número de conectores, para poder estudar o grau de interação entre a laje e o perfil. Nessas vigas a interação varia de 100% (interação total) até 15%, que quase representa um comportamento sem interação. O grau de interação é alterado através do espaçamento e de quantas fileiras de conectores existem no modelo.

Tabela 13 - Características das vigas mistas não compactas.

Espécime	Diâmetro e espaçamento dos conectores [mm]	Grau de Interação [%]	Laje de concreto		Armadura - Transversal e Longitudinal [mm]
			Bc [mm]	hc [mm]	
G1C20	φ 19,00 a cada 135 em pares	100	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G1C30	φ 19,00 a cada 135 em pares	100	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G2C30	φ 19,00 a cada 279 em pares	50	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G3C30	φ 19,00 a cada 465 em pares	30	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G4C20	φ 19,00 a cada 465 em um fila	15	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G4C30	φ 19,00 a cada 465 em um fila	15	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G5C30	φ 16,00 a cada 116 em pares	80	1000	150	φ 10,00 a cada 150
G6C30	φ 25,00 a cada 465 em pares	50	1000	150	φ 10,00 a cada 150

Todas as vigas usam um perfil de aço tipo I soldado, com sua geometria ilustrada nas figuras 76 e 77. A laje de concreto apresenta largura e espessura constantes de 1000 mm e 150 mm, respectivamente. São colocados enrijecedores no perfil de aço para impedir a ocorrência de flambagem local nos apoios e, na parte interna, para dividir a alma em painéis. Dessa forma, os painéis mais próximos ao apoio trabalham apenas em cisalhamento enquanto que os internos trabalham com o conjunto de cisalhamento e flexão.

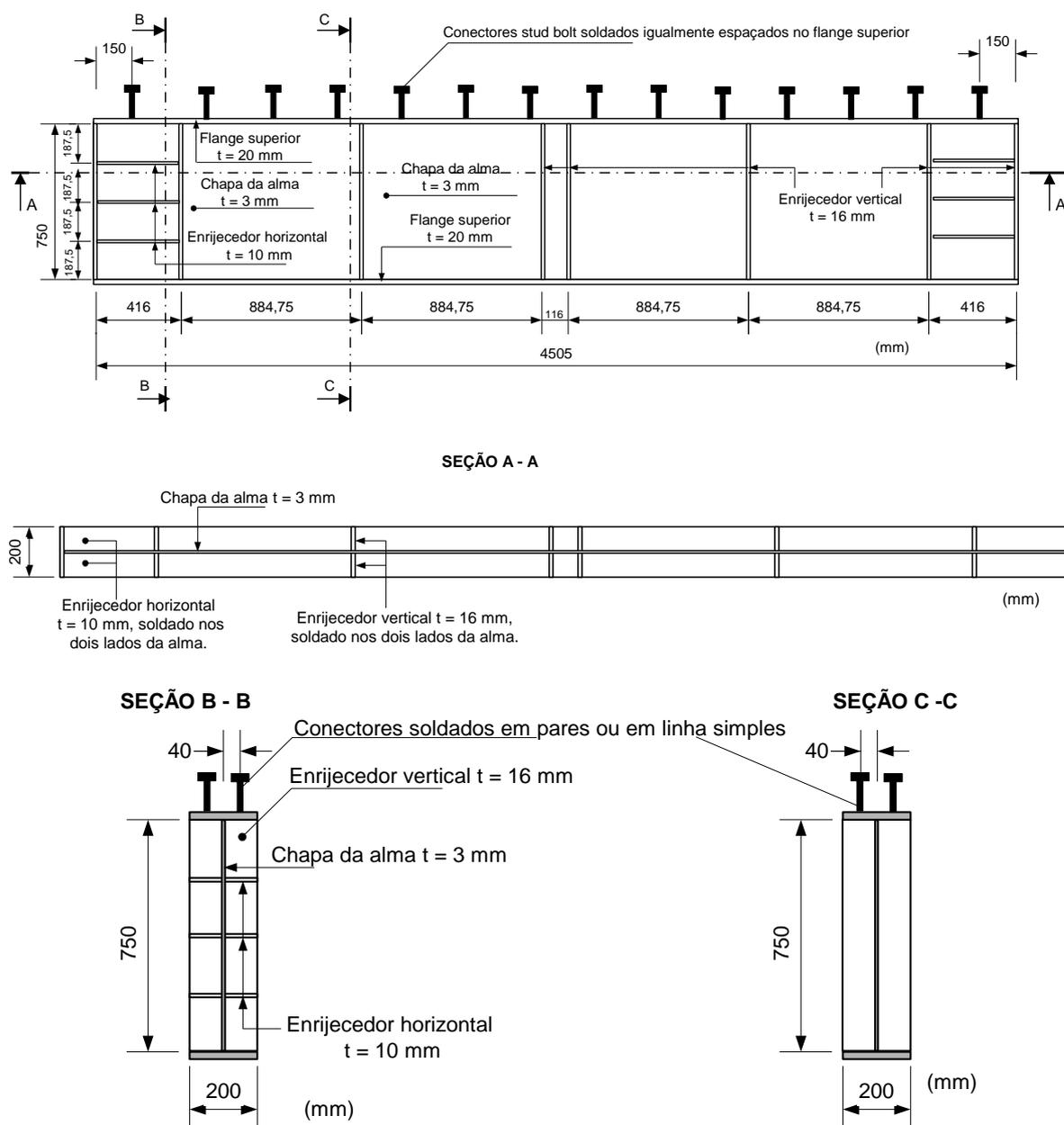


Figura 76 – Geometria do perfil de aço e posição dos conectores.

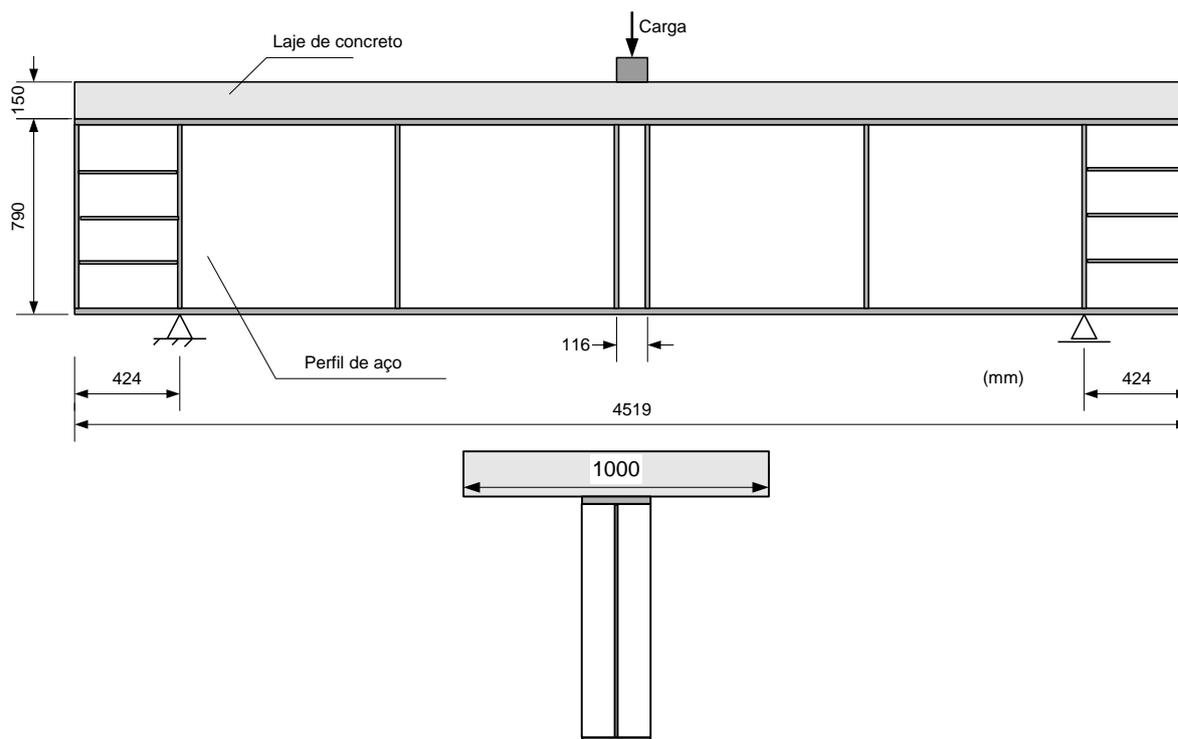


Figura 77 – Geometria da viga mista.

As vigas mistas são compostas por um vão de 3655 mm. A alma do perfil apresenta um índice de esbeltez igual a 250 e o da mesa igual a 1,16. A ligação entre a laje e a viga é feita através de conectores de cisalhamento *Stud Bolt* de 16 mm, 19 mm ou 25 mm de diâmetro, com seu espaçamento e quantidade mostrados na tabela (13).

Para o perfil de aço emprega-se o material grau 43A, especificado no código BS 4360: "Specification for weldable structural steels":1990. As propriedades mecânicas dos materiais aço e concreto foram estabelecidas através de ensaios normatizados e estão apresentados nas tabelas 14 e 15.

Tabela 14 - Propriedades do concreto das vigas mistas esbeltas.

Espécime	Resistencia a Compressão f_{cu} (N/mm ²)	Resistencia a tração f_t (N/mm ²)	Módulo de Elasticidade E_c [kN/mm ²]
G1C20	19,74	1,99	27,32
G1C30	31,67	2,44	30,83
G2C30	33,25	2,94	31,17
G3C30	27,22	1,87	29,59
G4C20	30,05	2,49	30,48
G4C30	35,52	2,34	31,64
G5C30	28,9	2,12	30,13
G6C30	35,85	2,02	31,71

Tabela 15 – Propriedades do perfil de aço para as vigas mistas esbeltas.

Espécime	Local	Escoamento f_y [N/mm ²]	Última f_u [N/mm ²]	Módulo de Elasticidade Es [kN/mm ²]
G1C20	Mesa	450	659	201
	Alma	277	357	190
G1C30	Mesa	351	494	193
	Alma	285	371	194
G2C30	Mesa	279	468	119
	Alma	285	375	191
G3C30	Mesa	336	477	186
	Alma	291	378	197
G4C20	Mesa	330	513	184
	Alma	263	348	186
G4C30	Mesa	330	525	181
	Alma	275	369	195
G5C30	Mesa	336	478	142
	Alma	283	372	190
G6C30	Mesa	334	474	217
	Alma	290	367	191

A medição dos deslocamentos e das tensões nas vigas foram feitas através de transdutores de deslocamentos lineares colocados em pontos estratégicos, como na mesa inferior no meio do vão, no local dos enrijecedores, entre outros.

A modelagem numérica dessas vigas foi realizada através do programa Vmis e do programa ANSYS.

Adotou-se o *script* de viga mista desenvolvido por Schmitz (2017) como ponto de partida para escrever o *script* desse conjunto de vigas.

Devido a falta de dados, a resistência dos conectores foi calculada a partir das fórmulas de Ollegard *et al.* (1971), apresentadas no capítulo 5. Para uma melhor determinação dessa resistência dos conectores, foi também utilizado as fórmulas definidas no item 6.6.3.1 do CEN (1994), que estabelecem a resistência do conector ao cisalhamento como o menor valor das seguintes expressões

$$Q_u = \frac{0,8f_u\pi d^2/4}{\gamma_V} \quad (6.1)$$

ou:

$$Q_u = \frac{0,29\alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}}{\gamma_V} \quad (6.2)$$

com:

$$\alpha = 0,2 \left(\frac{h_{sc}}{d} + 1 \right) \quad \text{para } 3 \leq h_{sc} \leq 4 \quad (6.3)$$

$$\alpha = 1 \quad \text{para } 3 \leq h_{sc} \leq 4 \quad (6.4)$$

sendo:

γ_V = Fator Parcial, dado pelo Anexo Nacional do Eurocode, valor recomendado igual a 1,25;

d = É o diâmetro do conector, entre $16 \text{ mm} \leq d \leq 25 \text{ mm}$;

f_u = É a tensão última do material do conector *stud bolt* não maior que 500 N/mm^2 ;

f_{ck} = É a resistência característica a compressão do concreto;

h_{sc} = É a altura nominal do conector.

Como fator de segurança, o Q_u escolhido é o menor valor obtido entre as três expressões. Através dessa resistência do conector, Oehlers e Coughlan (1986) apresentam uma fórmula para calcular a rigidez tangente inicial (Ksi) dos conectores.

$$K_{si} = \frac{Q_u}{d_{sh}(\xi - 0,0017 f_c)} \quad (6.5)$$

Adotou-se o parâmetro $\xi = 0,24$, que corresponde a características de rigidez mais baixas, para se obter resultados mais conservativos devido a falta de dados experimentais.

Foram adotadas pequenas modificações no espaçamento dos conectores devido à localização das chapas de reforço para não ser necessário criar elementos muito pequenos e assim manter os elementos da malha de tamanhos relativamente iguais. Em cada um dos modelos numéricos apresentam-se as alterações nos espaçamentos e outras modificações que foram necessárias.

6.1.1 Viga G1C20

A Viga mista G1C20 apresenta grau de interação igual a 100% entre a laje de concreto e o perfil de aço. Os dados dessa viga estão apresentados nas tabelas 13 a 15 e a geometria da viga está apresentada nas figuras 76 e 77.

Alguns conectores tiveram a sua posição alterada para não ser necessário criar elementos muito pequenos em apenas uma parte da viga mista ou elementos muito pequenos em toda a

dimensão do modelo. O espaço entre o início dos conectores e o apoio interno foi dividido em dois conectores espaçados de 13,6 cm (alteração de 1,5%). Entre apoios foi mantido um espaçamento constante de 13,6115 cm (alteração de 0,8%). Esses espaçamentos foram calculados de forma a manter um conector em cima dos apoios.

A malha de elementos finitos empregada na análise pelo programa Vmis tem 3228 elementos, sendo 2240 elementos para o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 924 elementos, sendo menos discretizada que o modelo de elementos finitos empregado por Yatim *et al.* (2015), devido aos elementos da laje serem de casca e apresentarem graus de liberdade de rotação, enquanto que o modelo de elementos finitos do artigo emprega elementos sólidos com apenas graus de liberdade de translação. A ligação da laje de concreto com o perfil de aço foi modelada por duas filas de 32 conectores.

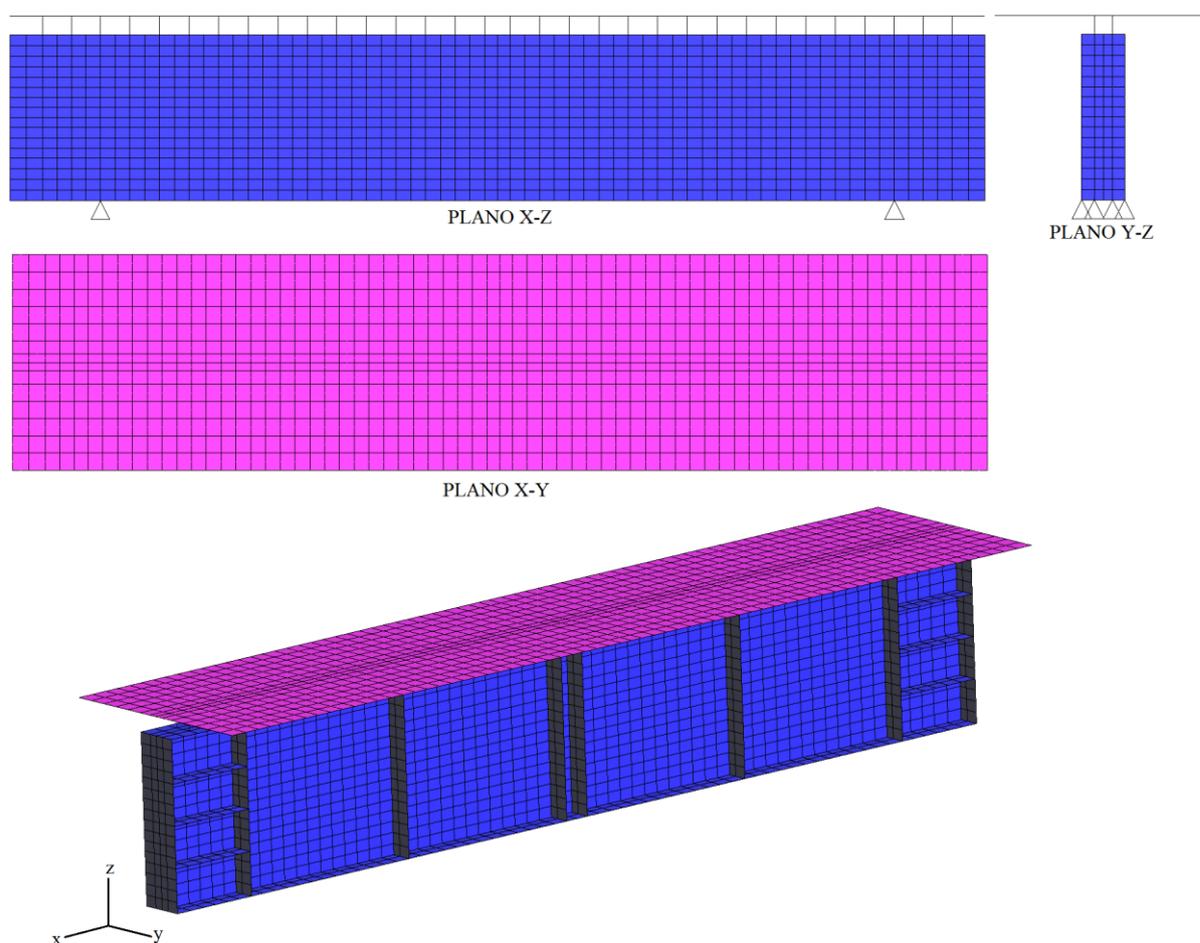


Figura 78 - Malha de elementos finitos pelo GiD para viga G1C20.

A viga G1C20 também foi modelada através do *software* ANSYS. Também nesse caso foram feitas alterações no espaçamento dos conectores. Além disso, a armadura de reforço da laje de concreto também foi alterada.

Segundo o modelo experimental, é empregada uma armadura com barras de diâmetro 10 mm, espaçadas a cada 150 mm na parte superior e inferior da laje de concreto, tanto transversalmente como longitudinalmente. Por simplificação, aplicou-se elementos de reforço em todos os elementos, tanto transversalmente quanto longitudinalmente, mas cuidando para manter a área da armadura igual ao modelo experimental.

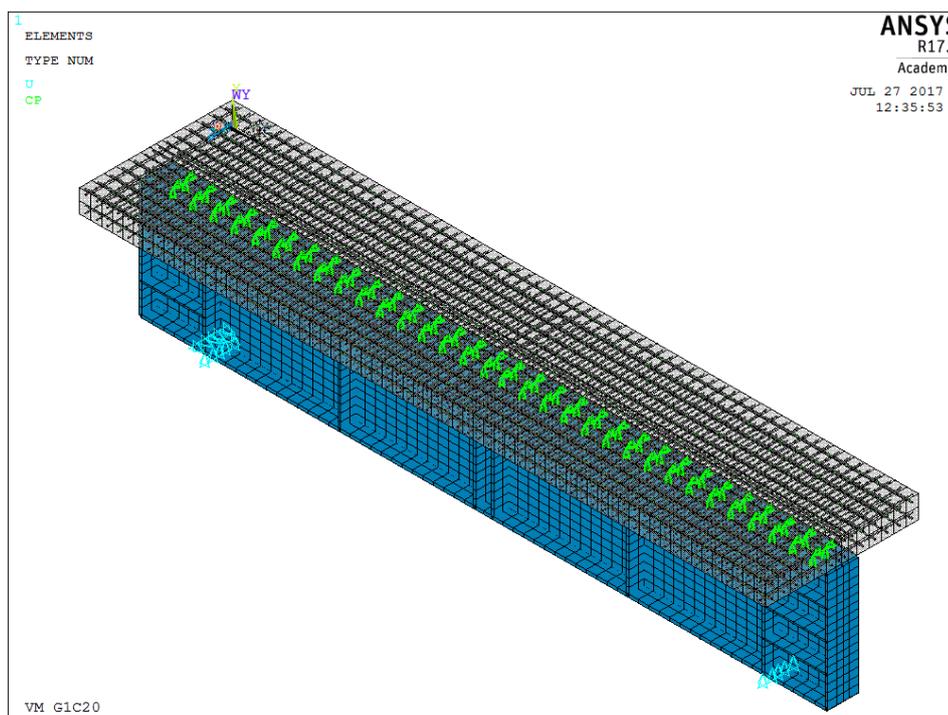


Figura 79 - Malha de elementos finitos pelo ANSYS - viga G1C20.

A malha empregada apresenta um total de 7848 elementos, dos quais 2240 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 1848 elementos. Para modelar os conectores foram empregados 64 elementos, em duas filas de 32. Os elementos de reforço foram modelados por 3696 elementos.

Primeiramente foi realizada a análise numérica pelo programa Vmis, com e sem a atualização de coordenadas, e também pelo *software* ANSYS. A carga foi aplicada em pequenos incrementos, sendo definidos de maneira arbitrada no programa Vmis e pelo *software* ANSYS sendo definidos de modo automático.

Ao realizar as análises nota-se que o programa VMis apresenta uma convergência mais lenta de solução quando comparado ao *software* ANSYS. Devido à viga mista ser não compacta, o comportamento da estrutura é altamente não linear, havendo problemas de instabilidades e principalmente a ocorrência de flambagem na alma do perfil de aço. Como o programa VMis

ainda não apresenta a capacidade de realizar análises considerando a não linearidade geométrica, foi necessário fazer incrementos de carga muito pequenos, de 0,05% já na parte final da fase elástica da estrutura. Já na análise com atualização de coordenadas foi necessário realizar incrementos de carga pequenos logo no início da solução, com incrementos de 0,1%. A análise considerando atualização de coordenadas levou em torno de 72 horas para atingir 24,8% da carga total, ponto no qual a matriz de rigidez se tornou singular. Assim, seria necessário diminuir ainda mais os incrementos de carga a partir desse ponto para tentar a convergência do modelo numérico.

A Figura 80 apresenta a curva carga-deslocamento para as análises anteriormente comentadas. As análises pelo programa VMis param antecipadamente devido a singularidade da matriz de rigidez global. Mesmo assim, as respostas obtidas estão mais rígidas tanto em relação ao resultado experimental como em relação ao resultado numérico obtido por Yatim *et al.* (2015).

Como o *software* ANSYS apresenta o recurso de análise não linear geométrica não se verifica uma singularidade da matriz de rigidez de modo antecipado. Esse processo de solução rodou em menos de 2 horas.

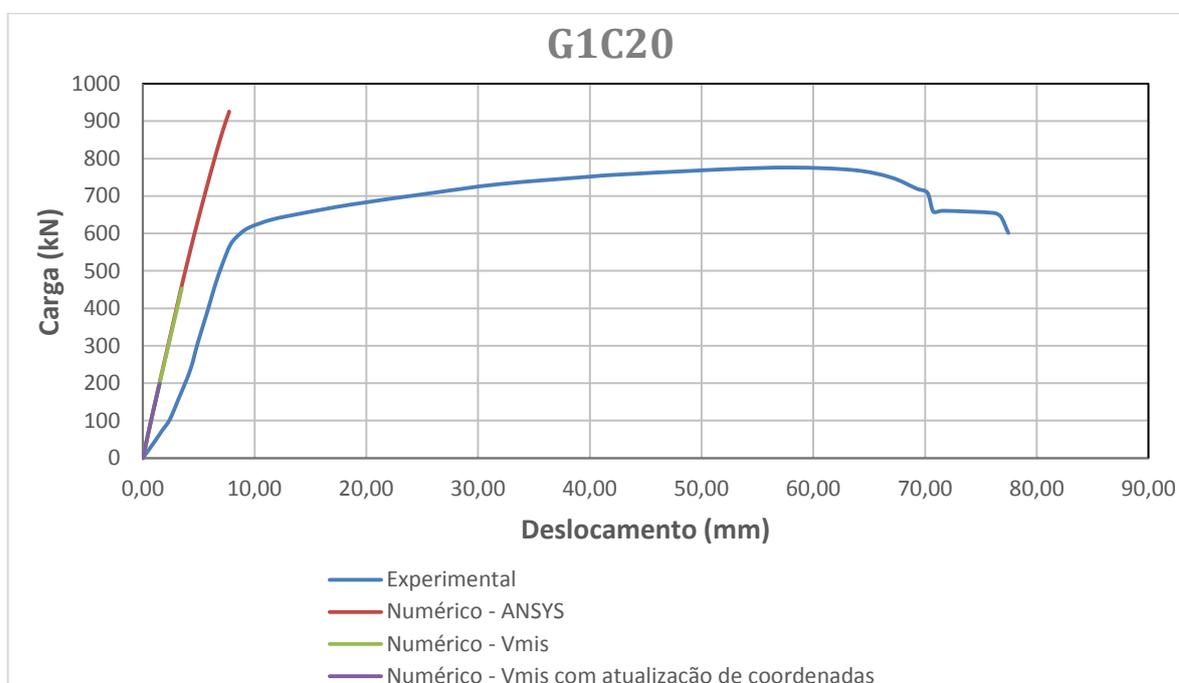


Figura 80 – Curva carga-deslocamento para a viga G1C20.

Nota-se que as respostas de ambas as análises são iguais e mais rígidas que os ensaios experimentais.

No modelo numérico apresentado por Yatim *et al.* (2015) foi adicionado na malha de elementos finitos imperfeições geométricas e a curva da Figura 80 explica o motivo. Em resumo, o modelo não consegue capturar a instabilidade da alma do perfil.

O perfil de aço empregado apresenta uma relação altura/espessura elevada ($h/t = 250$), sendo assim um perfil não compacto pela NBR 8800 (2008). Nota-se que se trata de uma viga mista isostática, ou seja, todo o perfil ou boa parte deste está tracionado. A flambagem que ocorre é do tipo local e está associada à flambagem local por cisalhamento.

Yatim *et al.* (2015) realizou vários testes com diferentes tipos de imperfeições e escolheu para as análises o 1º modo de flambagem da estrutura já que o mesmo apresentava resultados satisfatórios.

O *software* ANSYS tem como uma de suas ferramentas a análise de *Eigen Buckling* (ver capítulo 3) que obtém como resposta a carga de flambagem da estrutura em conjunto com o seu modo de deformação.

Fez-se a análise de *Eigen Buckling* empregando-se o método dos subespaços sendo escolhidos 10 modos de deformação de saída e os resultados correspondentes estão apresentados na tabela (16). A carga de base utilizada na análise é de 1 kN e cabe destacar que se testou o *solver BlockLanczos* e as respostas foram as mesmas.

Tabela 16 – Carga crítica de flambagem elástica para a viga G1C20.

Modo	Carga [kN]
1	-202,34
2	-202,32
3	-177,90
4	-177,77
5	176,42
6	176,47
7	179,26
8	179,39
9	202,98
10	203,04

Pode-se perceber que os 4 primeiros autovalores são negativos. Segundo Bathe (1996), em análises lineares de flambagem, os autovalores podem apresentar valores negativos, diferentemente de análises modais, nas quais não existem frequências negativas. O *software* ANSYS® 17.1, em seu *HELP* para o comando “*BUCOPT*”, que controla as opções da análise

de *Eigen Buckling*, comenta que os resultados da análise podem ser positivos e/ou negativos, sendo o valor mínimo de flambagem da estrutura o menor valor absoluto obtido pela análise. Quando todos os autovalores são negativos, isso indica que a carga de referência deve ser invertida e a análise refeita.

Quando se pretende introduzir imperfeições através da soma de modos de deformação um ponto importante é estabelecer o fator que deve multiplicar cada modo. No artigo usado para referenciar esse trabalho, Yatim *et al.* (2015) empregou o 1º modo de deformação mas o artigo não informa qual o ponderador empregado. Para se estudar a influência desse fator fez-se 3 testes. Em primeiro lugar se adotou o fator indicado pelo EUROCODE (CRN, 2006) que de acordo com a tabela (1) e Figura 17 equivale a $a/200$ em que a é a altura da alma do perfil de aço, ou seja $a = 750$ mm. Logo, esse fator é 3,75 mm. O segundo valor testado é o indicado por Chen e Jia (2010) e corresponde ao menor valor entre $l/1000$ ou 5 mm. Para o caso em questão, esse fator vale 4,5mm. O terceiro valor corresponde a 10mm e tem como função verificar a influência desse fator na resposta.

Observa-se na tabela (16) que os modos 5 e 6 e apresentam praticamente os mesmos autovalores e nota-se que as correspondentes deformadas são simétricas, apresentando valores máximos praticamente iguais. Logo, se considerou que ambos são o 1º modo de deformação. Já os modos 7 e 8 apresentam autovalores praticamente iguais, mas as correspondentes deformadas são distintas, mas mesmo assim foi optado por adicionar seus valores na análise. Portanto, os modos 5 a 8 serão considerados nas análises e estão ilustrados na Figura 81.

Para testar as irregularidades impostas fez-se um conjunto de 6 análises indicadas na Tabela (17).

Tabela 17 – Análises de estudo sobre os fatores e modos.

Análise	Fator [cm]	Modos
1	0,3750	5 e 6
2	0,3750	5, 6, 7 e 8
3	0,4503	5 e 6
4	0,4503	5, 6, 7 e 8
5	1,0000	5 e 6
6	1,0000	5, 6, 7 e 8

A Figura 81 mostra os modos de flambagem. Nota-se que o mesmo não está normalizado. Verificou-se que a normalização dos modos de flambagem gera resultados estranhos nos elementos de reforço (um possível bug do *software*). Logo, o valor do ponderador foi

corrigido para multiplicar esse modo e resultar no mesmo valor que se teria se a operação fosse com um autovetor normalizado.

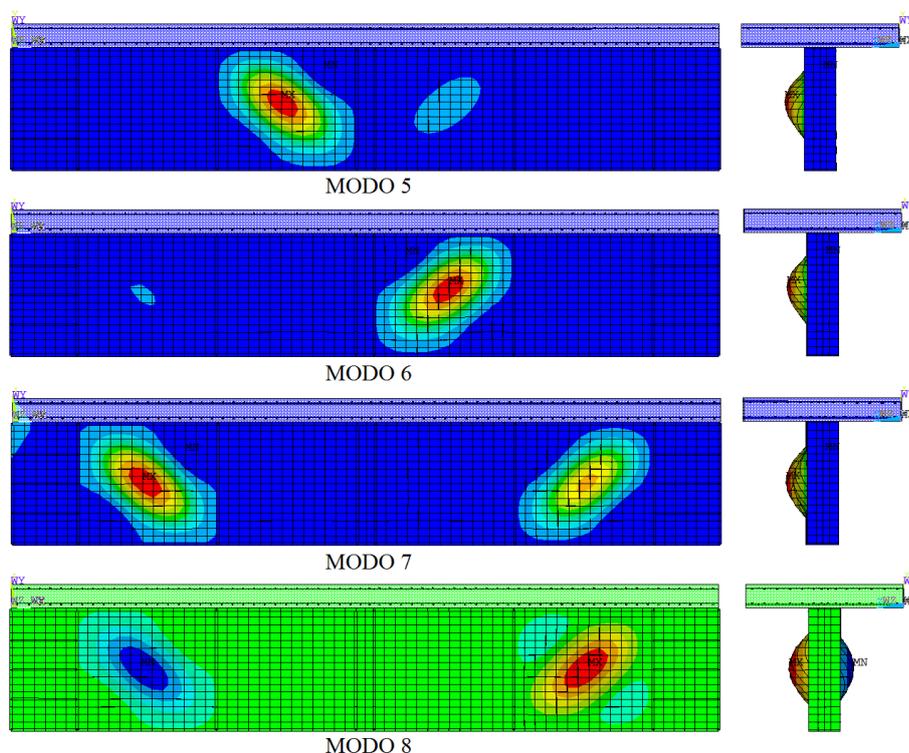


Figura 81 – Modos de flambagem da viga G1C20.

As imperfeições geométricas foram adicionadas ao modelo numérico através do comando *UPGEOM*, que simplesmente adiciona nos nós da estrutura os deslocamentos de uma análise anterior e, dessa forma, atualiza a geometria do modelo de elementos finitos. Esses deslocamentos podem ser multiplicados por um fator qualquer, que no caso é utilizado para manter o deslocamento máximo da deformada igual aos fatores indicados na tabela 17. Dessa forma, os deslocamentos adicionados à geometria da estrutura produzem o formato exato de uma combinação dos modos de flambagem em escala menor.

Após realizar as análises indicadas na tabela 17 se percebe que tanto a quantidade de modos de deformação utilizados quanto o valor do fator de imperfeição não têm grande influência na resposta geral da estrutura, sendo importante a existência dessa imperfeição inicial, mesmo tendo como seu valor inicial, como o menor valor entre os considerados.

A curva carga-deslocamento para as 6 análises está apresentada na Figura 82. Não há diferenças significativas entre as análises. No geral, o comportamento do modelo numérico é muito próximo ao experimental, apresentando algumas diferenças, como uma rigidez inicial e final um pouco mais elevada.

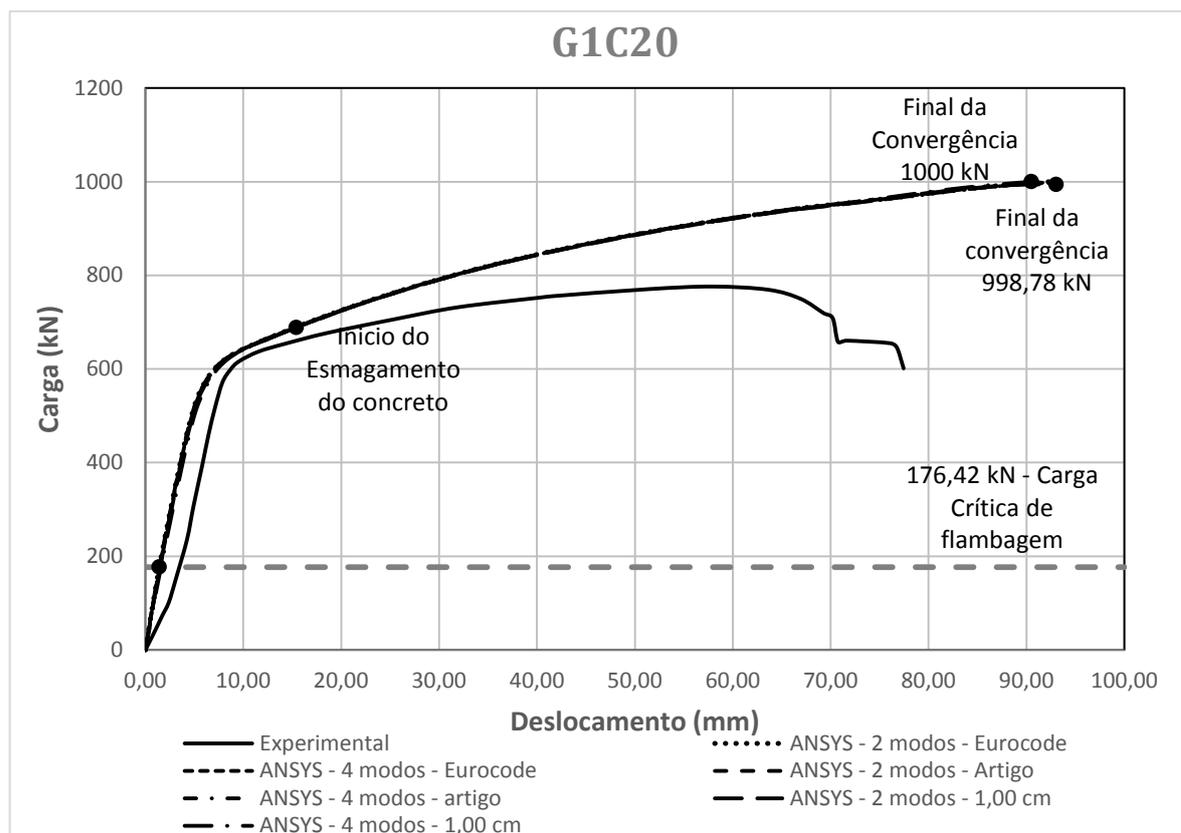


Figura 82 - Curva carga-deslocamento para viga G1C20 alterando o fator de imperfeição.

Essa maior rigidez inicial pode estar associada ao modo como os conectores são modelados, que é diferente do modelo de elementos finitos apresentado no artigo de Yatim *et al.* (2015). Além disso, devido à falta de dados desse artigo, os valores das resistências e rigidez lateral dos conectores são calculados baseados em fórmulas do Eurocode 4 ou através fórmulas baseadas em ensaios experimentais. Logo, apesar dos valores utilizados serem coerentes, os mesmos podem ser conservativos e distintos dos verificados nos ensaios experimentais do artigo.

Também pode ser percebida a diferença que a adição das imperfeições iniciais tem sobre o processo de solução numérico e a diferença que as respostas apresentam, principalmente ao comparar as curvas carga-deslocamento da análise sem imperfeições iniciais, Figura 80, com a análise feita com essas imperfeições, Figura 82. Apesar da análise sem a consideração das imperfeições ter sido feita considerando a opção da não linearidade geométrica, os efeitos de flambagem local não acontecem e a resposta da viga tem a forma de uma reta.

Para a carga crítica de flambagem elástica, o perfil de aço apresenta tensões máximas σ_x de 6,27 kN/cm² na região dos painéis onde ocorre a flambagem. Já para as tensões de von Mises

se atinge um máximo de 10,97 kN/cm², na região do painel, próxima a chapa de reforço intermediária. Ambas tensões são menores que a tensão de escoamento do perfil 27,7 kN/cm².

Observa-se que apesar da carga crítica de flambagem da viga ser de 176 kN (tabela 16) e estar associada com uma flambagem local da alma do perfil de aço, a mesma continua a resistir até o programa não atingir mais a convergência. Esse fato se deve à resistência pós-flambagem da alma do perfil, que é significativa por ser um elemento AA (NBR 14762, 2010) e por apresentar uma relação $h/t = 250$, que é alta. Além disso, por se tratar de uma viga mista, há uma contribuição considerável da laje na resistência ao cisalhamento.

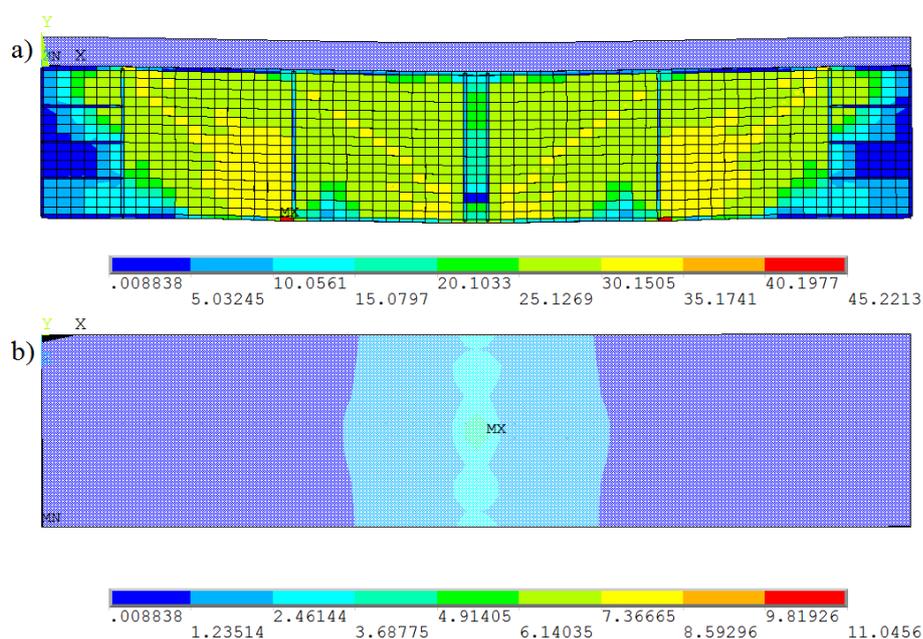


Figura 83 – Tensão de von Mises para viga G1C20 – carga de ruptura experimental.

A fissuração da laje de concreto inicia na carga de 42,63 kN, nos elementos inferiores no centro da laje de concreto, ponto de aplicação da carga. As tensões σ_x do perfil de aço são de no máximo 1,17 kN/cm² na região de flambagem dos painéis internos. As tensões σ_x na laje atingem um máximo de 0,14 kN/cm², mesmo ponto onde se inicia a fissuração.

Uma das diferenças do modelo de elementos finitos utilizado neste trabalho para o modelo empregado por Yatim *et al.* (2015) é a forma como os materiais, principalmente os perfis de aços que são modelados. Yatim *et al.* (2015) consideraram todos materiais como elastoplásticos perfeitos, com exceção do concreto, diferentemente do modelo utilizado nesse trabalho para o aço, conectores e armadura, que é elastoplástico com endurecimento.

Para se testar o comportamento do modelo numérico, se empregou um modelo elastoplástico perfeito para o perfil de aço, armadura e conectores para poder comparar com as respostas obtidas por Yatim et. al. (2015). As únicas diferenças que ainda vão existir são em relação ao modelo constitutivo utilizado para o concreto.

Foram realizadas três análises, a 1ª considerando apenas o modelo constitutivo do aço como elastoplástico perfeito, a 2ª análise considerando, além do perfil de aço, as armaduras da laje de concreto. E a 3ª análise considerando o modelo constitutivo dos conectores como elastoplástico perfeito, além do perfil de aço e as armaduras.

Ao alterar o modelo constitutivo dos conectores pode-se perceber que a resposta da estrutura para a análise de *Eigen Buckling* mudou, diminuindo os valores das cargas críticas de flambagem como pode ser observado na tabela (18), mas a forma dos modos de flambagem permanece as mesmas.

Tabela 18 - Carga crítica de flambagem para a viga mista G1C20 – modelo constitutivo elastoplástico perfeito - perfil de aço, armadura e conectores.

Modo	Carga [kN]
1	-179,75
2	-179,62
3	167,53
4	167,58
5	173,62
6	173,74
7	193,24
8	193,29
9	200,66
10	200,7

A curva carga-deslocamento para a viga G1C20 considerando os modelos constitutivos para o perfil de aço, armaduras e conectores como elastoplásticos perfeitos está apresentado na Figura 84.

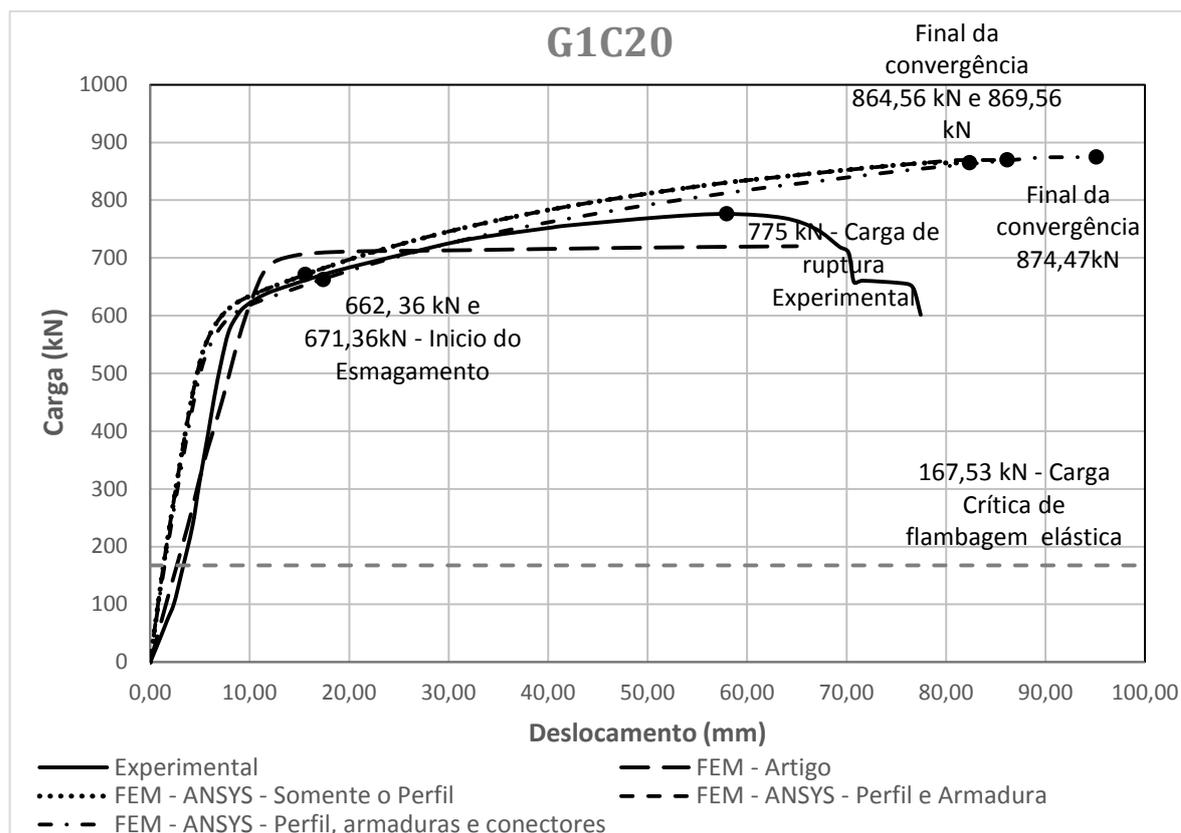


Figura 84 – Curva carga-deslocamento da viga G1C20 considerando o aço como elastoplástico perfeito.

O comportamento do modelo numérico desse trabalho é mais próximo ao experimental, mas diferente do apresentado pelo modelo numérico do artigo de Yatim et. al. (2015). Apesar do modelo constitutivo do aço ser elastoplástico perfeito, as curvas obtidas ainda apresentam um incremento de resistência na região de regime plástico, devido ao modelo constitutivo da laje de concreto.

A análise considerando também as armaduras como material elastoplástico perfeito não apresentou diferenças significativas. Quando se considera também os conectores como elastoplástico perfeito, a viga se torna menos rígida e o esmagamento ocorre com uma carga um pouco menor.

Nas análises 1 e 2 ao atingir a carga de 671,36 kN, e na análise 3, ao atingir 662,36 kN, inicia-se o esmagamento de alguns elementos da laje de concreto. O rompimento da viga se dá por esmagamento da laje de concreto e cisalhamento e o mesmo comportamento pode ser observado no modelo de elementos finitos. Ao longo do incremento de carga, alguns elementos de concreto atingem uma deformação limite para o comportamento do amolecimento, método utilizado na *usermat* desenvolvida por Schmitz (2017) para identificar

esmagamento do concreto baseado no FIB 2010. Dependendo do critério de convergência utilizado no programa, quando uma quantidade suficiente de elementos de concreto atingem essa ruptura, o programa não consegue mais continuar a solução, como mostrado nas figuras 82 e 84.

O real rompimento da estrutura depende do tipo de critério que possa ser adotado. Um critério é considerar o início do esmagamento do concreto como a falha da viga, mas essa é uma forma muito conservadora, apesar de alguns elementos de concreto apresentarem esmagamento, as vigas mistas ainda resistem aos esforços, pois juntamente com a laje de concreto, o perfil de aço contribui na resistência da estrutura, trabalhando de forma conjunta.

Assim, o rompimento da estrutura pode ser considerado entre o ponto de início de esmagamento do concreto até o ponto no qual a solução numérica não atinge mais a convergência, dependendo do tipo de critério que deseja ser adotado.

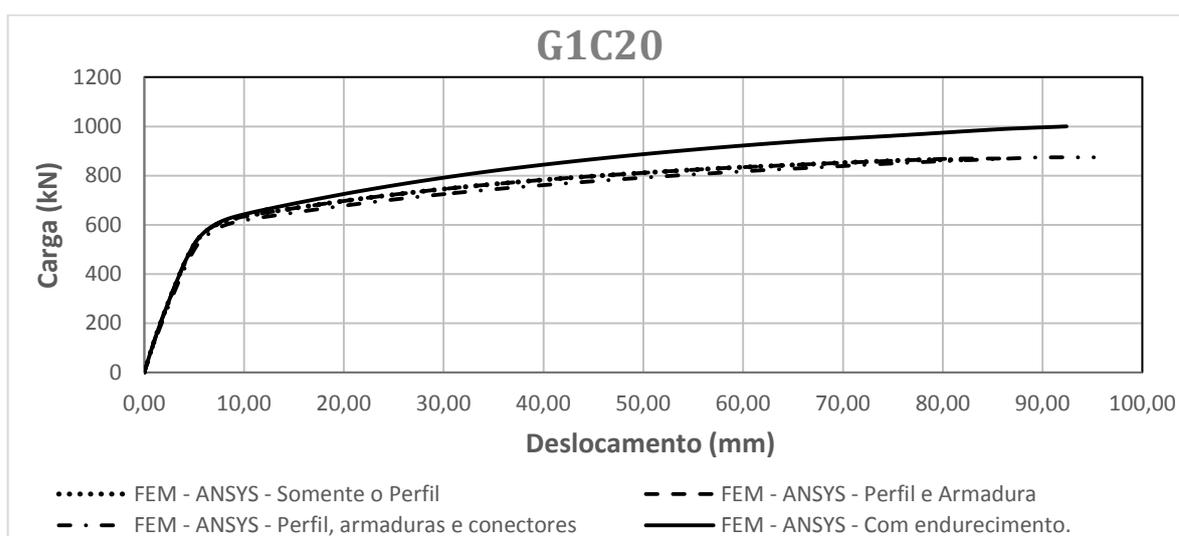


Figura 85 - Comparação entre os modelos constitutivos para o perfil de aço, armaduras e conectores.

Pode-se perceber a direta influência que o tipo de modelo tem sobre as respostas da estrutura, onde a fase elástica apresenta as mesmas respostas e a fase plástica apresenta diferenças. O que pode ser notado é que o perfil de aço contribui de modo significativo na rigidez da viga mista, já que o modelo considerando o endurecimento aumenta a resistência da viga mista de modo bem claro.

No modelo elastoplástico com endurecimento, o escoamento do perfil de aço se inicia na carga de 536,54 kN, onde um elemento do painel externo atinge a tensão de escoamento, começando a sofrer deformações plásticas. A distribuição das tensões está apresentada na

Figura 86. A Figura 86(a) representa as tensões σ_x na seção transversal de um dos painéis onde apresenta as maiores tensões. A Figura 86(b) representa as tensões σ_x no meio da viga para o mesmo nível de carga.

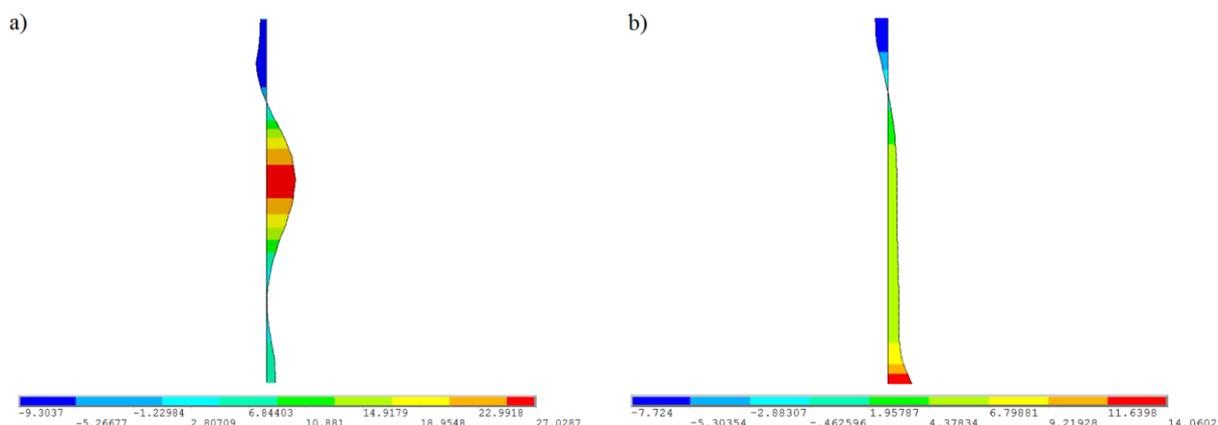


Figura 86 – Tensões na seção transversal para o início de escoamento da viga G1C20.

A Figura 87 apresenta as tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento, para a análise considerando o modelo elastoplástico perfeito. Nota-se que em alguns elementos é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 27,7 \text{ kN/cm}^2$), principalmente nos painéis, região onde ocorre a flambagem local da alma.

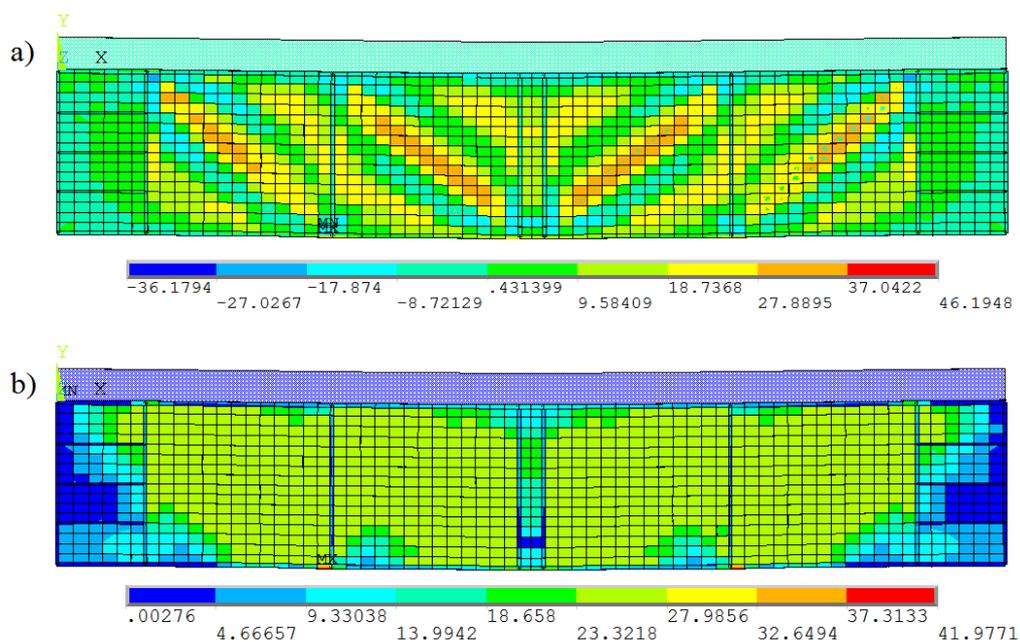


Figura 87 – Tensão na viga G1C20 - início do esmagamento do concreto, modelo elastoplástico perfeito. a – Tensão σ_x , b – Tensão de von Mises.

Já nas tensões de von Mises, praticamente todos os painéis já atingiram a tensão de escoamento. Como a tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 45,0 \text{ kN/cm}^2$), ela ainda permanece no regime elástico.

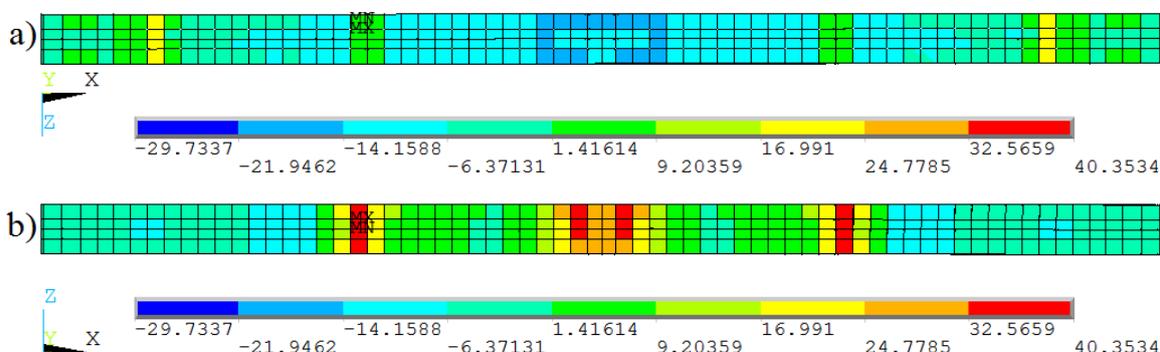


Figura 88 - Tensão σ_x nas mesas da viga G1C20 para o início do esmagamento. a – Mesa superior – b- Mesa inferior.

Já na análise considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras e conectores como elastoplástico com endurecimento, os níveis de tensões no perfil de aço são maiores e já estão plastificados, conforme ilustrado na Figura 89.

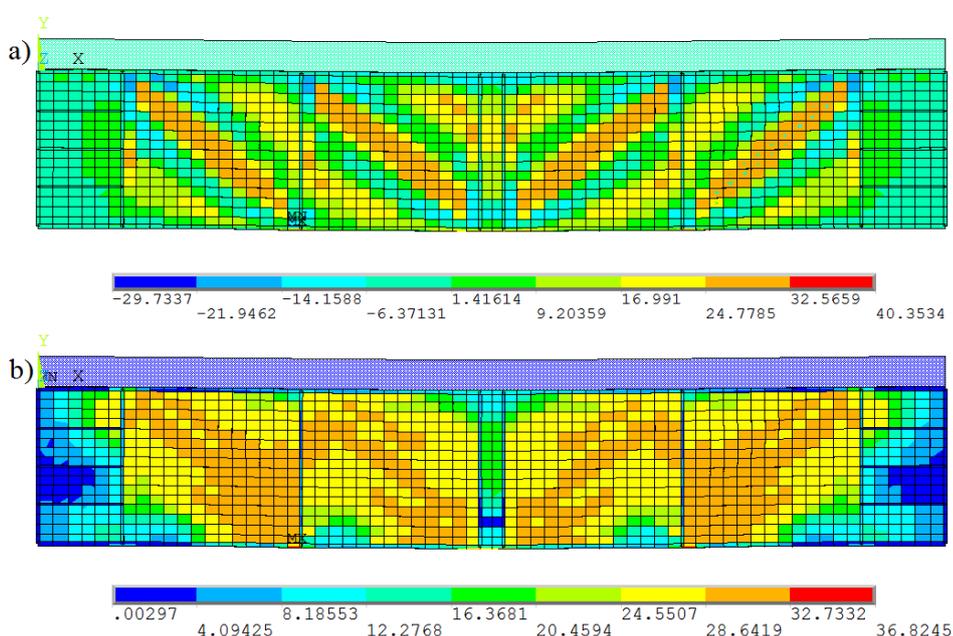


Figura 89 - Tensão na viga G1C20 - início do esmagamento do concreto, modelo elastoplástico com endurecimento. a – Tensão σ_x , b – Tensão de von Mises.

O modelo experimental apresenta a carga máxima de 775 kN, enquanto que o modelo numérico não atinge mais a convergência na carga de 874,47 kN para o modelo constitutivo elastoplástico perfeito e 998,78 kN para o modelo constitutivo elastoplástico com

endurecimento. No nível máximo de carga do ensaio experimental é feita uma comparação dos resultados do modelo elastoplástico com endurecimento e elastoplástico perfeito para estudar o que está acontecendo com o modelo numérico. Nesse ponto, uma grande quantidade de elementos de concreto já estão esmagados, mas ainda não em quantidade suficiente para o modelo numérico não atingir mais a convergência.

Para o modelo elastoplástico com endurecimento, 92 elementos da alma do perfil de aço já atingiram a tensão de escoamento e estão plastificados, enquanto que o modelo elastoplástico perfeito apresenta apenas alguns elementos na tensão de escoamento.

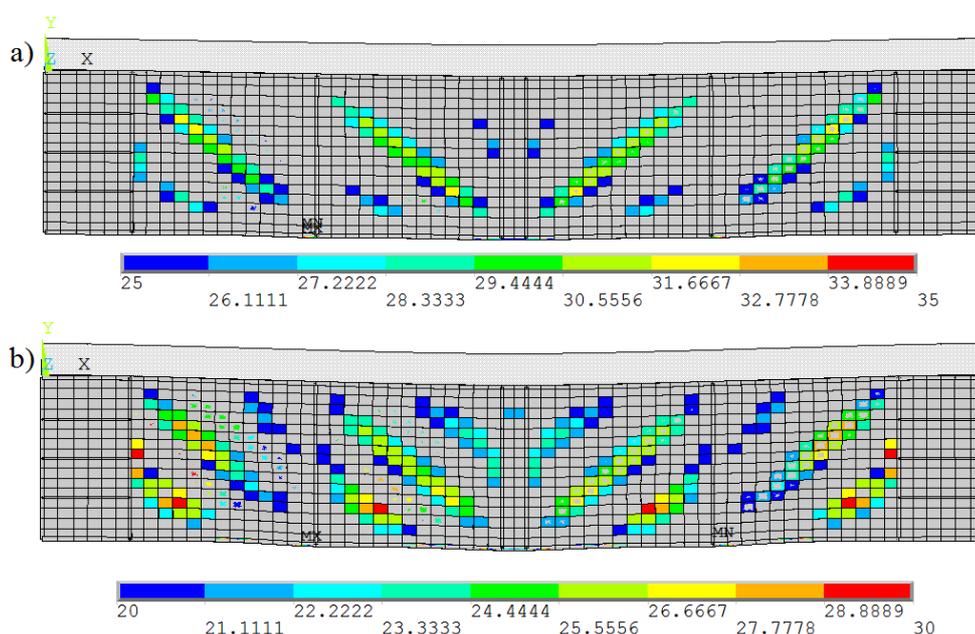


Figura 90 – Tensões na viga G1C20 na carga de ruptura do modelo experimental. a) modelo elastoplástico com endurecimento. b) modelo elastoplástico perfeito.

A Figura 91 apresenta a distribuição de tensões de von Mises para a carga de ruptura dos ensaios experimentais. Há um aumento no nível de tensões indicando que as tensões de cisalhamento estão comandando o processo. Nota-se para o modelo elastoplástico perfeito que os quatro painéis já atingiram a tensão de escoamento ($f_y = 27,7 \text{ kN/cm}^2$).

Uma das vantagens que vigas mistas apresentam é a capacidade do perfil de aço e a laje de concreto trabalharem em conjunto. Na estrutura real o escorregamento também é influenciado pelo atrito (contato) entre o perfil de aço e a laje de concreto, o que é desconsiderado na representação dos conectores adotada por Schmitz (2017) e Tamayo (2011).

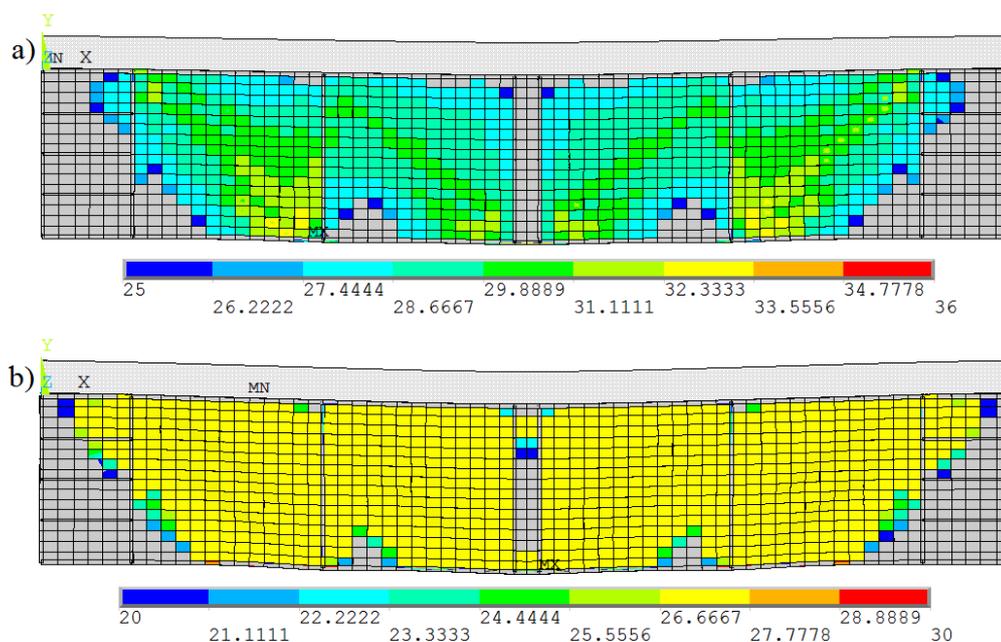


Figura 91 – Tensões de von Mises da viga G1C20 na carga de ruptura do modelo experimental. a) modelo elastoplástico com endurecimento. b) modelo elastoplástico perfeito.

A viga G1C20 foi projetada para apresentar grau de interação 100%, então, teoricamente ambos os materiais trabalham de maneira perfeitamente conjunta. A Figura 92 ilustra o escorregamento (deslocamento relativo) entre a laje de concreto e o perfil de aço. Observa-se que as respostas relacionadas ao escorregamento da laje de concreto e do perfil de aço não são próximas ao experimental. Como não se dispõe das propriedades dos conectores, sua rigidez e resistência, estas foram determinadas por expressões de uso comum. Logo, não se pode afirmar que o resultado em questão se deve a uma diferença de propriedades ou ao modelo não conseguir capturar o escorregamento.

A ligação é feita por elementos de mola não linear *combin39*, sendo caracterizada somente por uma relação não linear força-deslocamento, que busca representar o comportamento do conector. No programa Vmis adota-se uma representação um pouco diferente, que considera um elemento de barra com a matriz de rigidez modificada (TAMAYO, 2011).

A comparação das respostas é feita apenas com os resultados experimentais devido a pesquisa de Yatim *et al.* (2015) não apresentar os resultados de escorregamento relativos ao seu modelo numérico empregado.

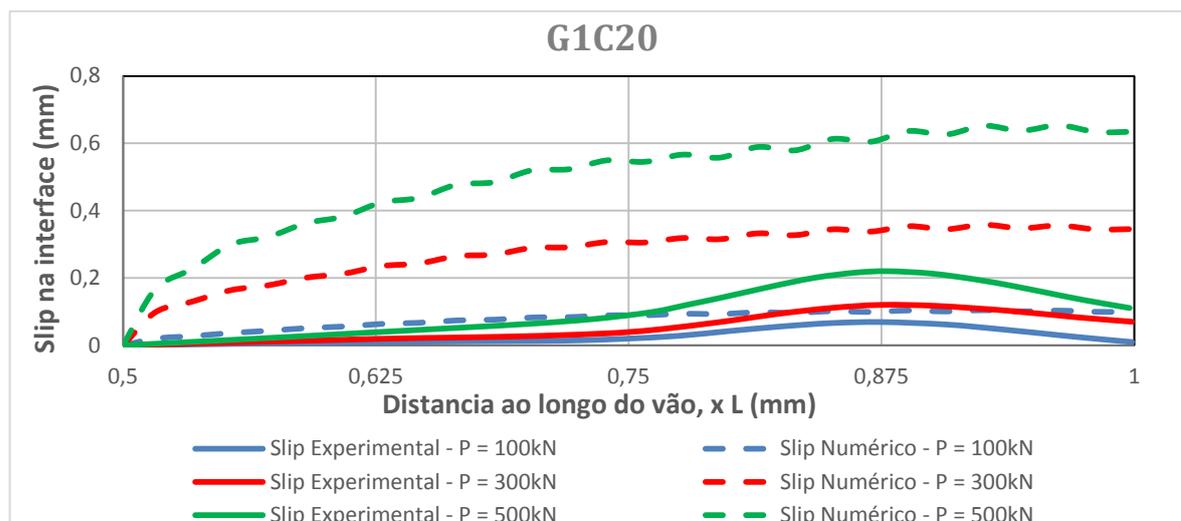


Figura 92 – Escorregamento na viga mista G1C20 ao longo do comprimento - modelo elasto-plástico com endurecimento.

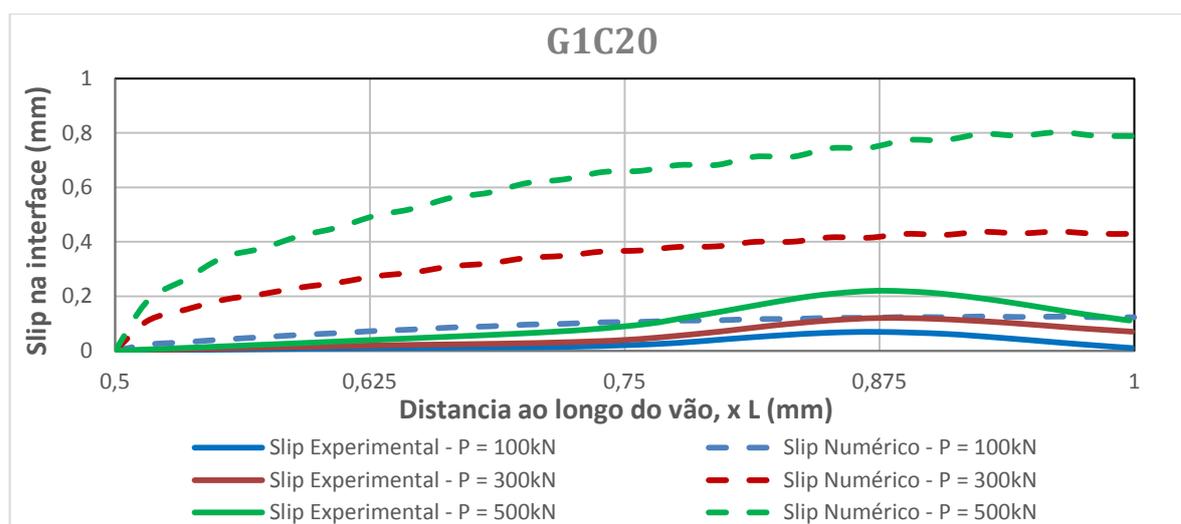


Figura 93 – Escorregamento na viga G1C20 ao longo do comprimento – modelo elasto-plástico perfeito.

Uma diferença que pode ser observada entre as análises com ambos os modelos constitutivos considerados, como mostra as figuras 92 e 93, é que os escorregamentos se mantêm próximos na aplicação de 100 kN de carga para ambas as análises. Já na aplicação de 300 kN, as diferenças entre ambos os modelos são um pouco maiores. Por fim, na aplicação de 500kN, as análises são ainda maiores que nas anteriores.

Para as cargas de 100 kN, a relação entre os picos de máximo escorregamento é igual a 1,50, já para o a carga de 300 kN a relação entre os picos é de 2,97 e por fim a carga de 500 kN a

relação é igual a 2,95. Percebe-se que em cargas baixas tem a relação em torno de 1,5, e para cargas maiores essa relação se mantêm em torno de 3,0.

Um dos possíveis motivos é a rigidez dos conectores que faz a ligação entre a laje de concreto e o perfil metálico. Desse modo, foi realizado um pequeno estudo da rigidez dos conectores nas vigas modeladas numericamente por Schmitz (2017), comparando a rigidez real de seus conectores, baseadas em ensaios *push out*, com a rigidez calculada pelas fórmulas (6.5).

Foram comparados cinco conectores, das vigas mistas A3, A4, A5, C1 e D1, os quatro primeiros de 19 mm de diâmetro e o D1 com 13 mm. Nota-se que as expressões utilizadas apresentam uma rigidez inicial muito inferior a apresentada pelos ensaios experimentais.

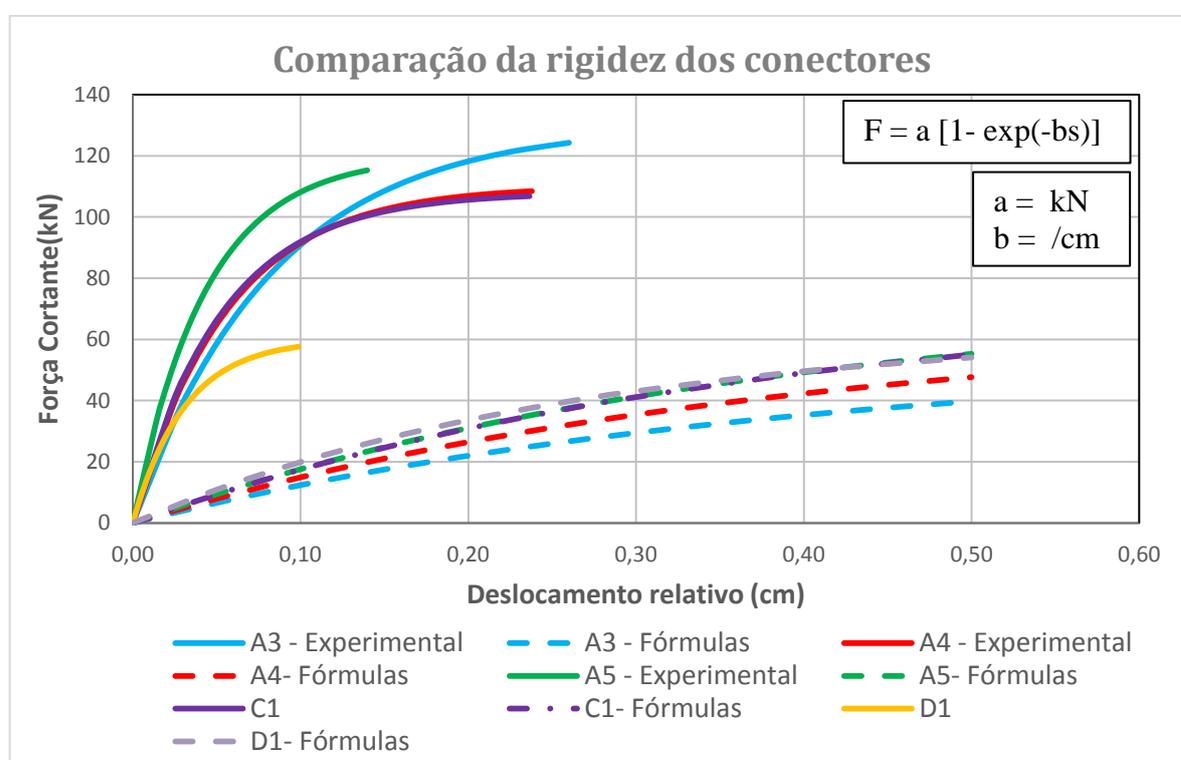


Figura 94 - Comparação da rigidez dos conectores.

Ao fazer uma relação entre a rigidez inicial de ambos os casos se percebe que os ensaios experimentais são em torno de 11 vezes maiores que a rigidez apresentada pelas fórmulas. A rigidez utilizada é calculada pelas fórmulas das equações (6.1) a (6.5) considerando o fator $\zeta = 0,24$.

Tabela 19 - Relação entre a rigidez dos conectores.

Conector	Rigidez [kN/cm]		Relação
	Experimental	Fórmulas	
A3	1560	155,32	10,04357
A4	1980	167,00	11,85622
A5	2760	197,99	13,93993
C1	2052	198,45	10,33988
D1	1950	238,16	8,187761

Como a relação obtida entre a rigidez experimental com a rigidez calculada pela fórmula (6.5) é grande, percebe-se que ao utilizar o fator $\zeta = 0,24$, a conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço é muito flexível, podendo explicar o que pode ser observado pelas figuras 92 e 93.

Lawson (1990 *apud* Wang, 1998) define que a carga média de trabalho de um conector é em torno de metade de sua resistência máxima ao cisalhamento, e, que para essa carga de trabalho, o *slip* do conector deve ser menor que 0,5 mm. Assim, através dessa consideração, em conjunto com a curva constitutiva do conector, Equação (2.8), é obtida a rigidez de 771,93 kN/cm. Também como forma de comparação, é utilizada a Equação (6.5) para o cálculo da rigidez do conector alterando o fator ζ .

Tabela 20 – Rigidez do conector variando seu parâmetro ζ .

Resistência = 55,69 kN		
ζ	K [kN/cm]	Slip [cm]
0,08	753,89	0,518
0,16	246,57	1,56
0,24	147,39	2,62

Nota-se que a rigidez inicial do conector é muito inferior ao utilizar o fator ζ como 0,24 e praticamente igual à sugerida por Lawson (1990 *apud* WANG, 1998). Com a rigidez recalculada, é modalada novamente a viga, considerando o modelo constitutivo elastoplástico com endurecimento.

A Figura 95 apresenta o escorregamento ao longo da viga G1C20 para o modelo com a rigidez calculada com o fator $\zeta = 0,08$. Nota-se que as respostas são bem melhores que as anteriores, mas ainda assim apresentam algumas diferenças. Uma alternativa para melhorar os resultados seria modelar os conectores com elementos 3D e colocar a chapa do perfil de aço

diretamente em contato com a laje, sendo nesse caso necessário a utilização de elementos de contato.

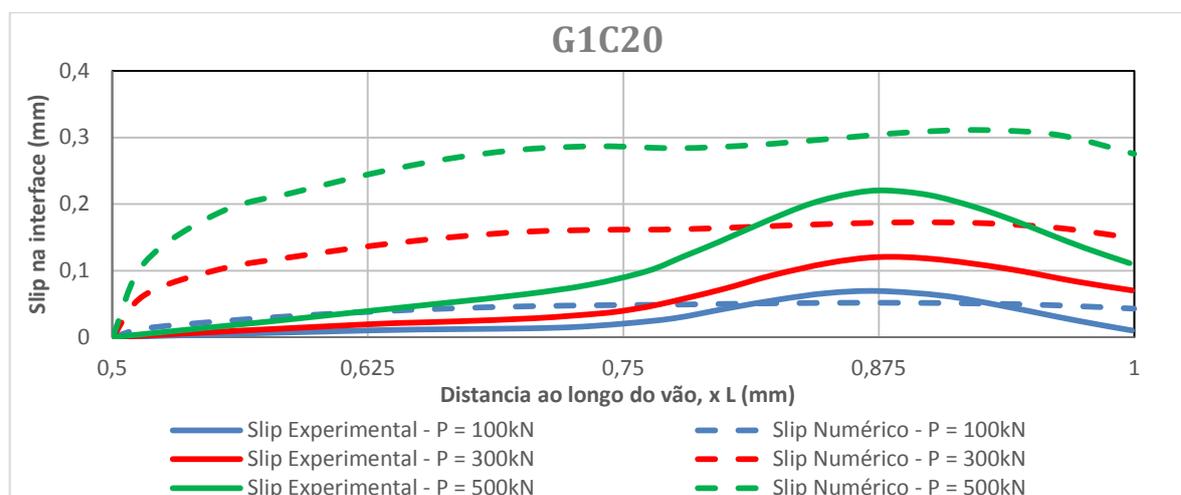


Figura 95 – Escorregamento ao longo da viga G1C20 – Conectores com rigidez maior.

Quanto à diferença de rigidez da estrutura nota-se que o modelo com o $\xi = 0,08$ apresenta uma rigidez global maior, com o início do esmagamento em cargas maiores.

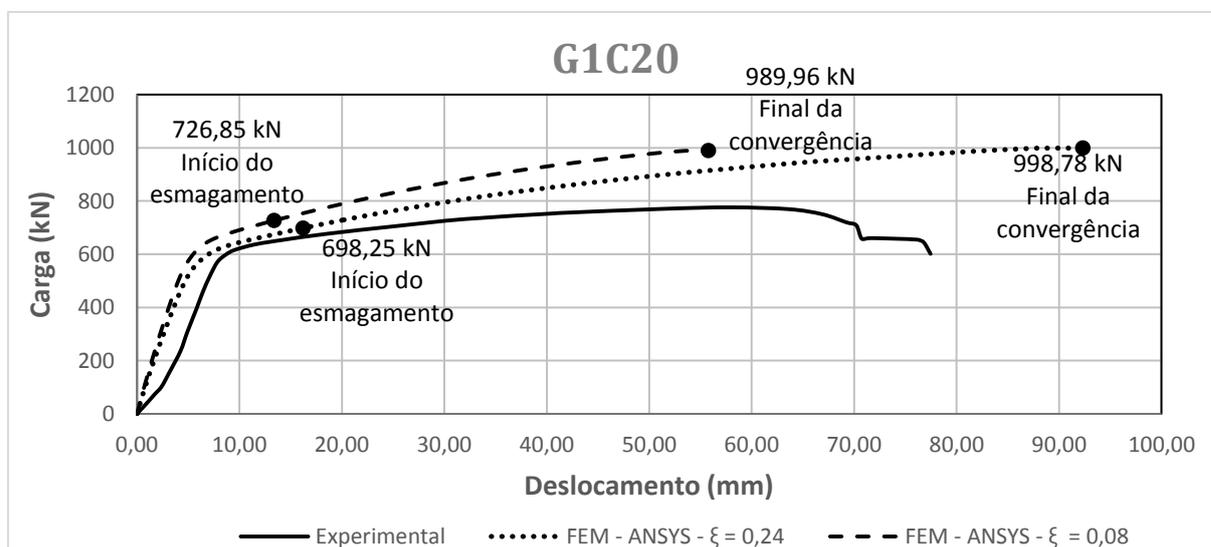


Figura 96 – Comparativo das curvas carga-deslocamento para viga G1C20.

Shim et. al. (2004) apresenta uma fórmula para a capacidade última de escorregamento do conector, que representa a ductibilidade do conector

$$\delta_{ult} = (0,48 - 0,0042f_c)d_{sh} \quad (6.6)$$

com:

f_c = Resistência a compressão média do concreto

d_{sh} = Diâmetro do conector.

Assim, a deformação máxima do conector é de 7,19 mm. Ao analisar os escorregamentos das figuras 92, 93 e 95, nota-se que os modelos apresentam uma deformação inferior à capacidade última, inclusive no incremento final de carga.

Na Figura 97 estão apresentadas as deformações plásticas de von Mises para o último incremento de carga do modelo. Nota-se que grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

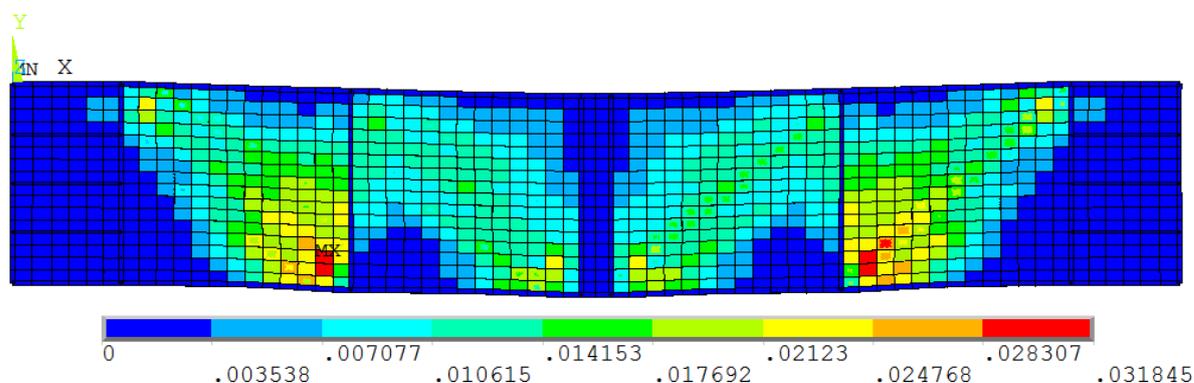


Figura 97 – Deformações plásticas de von Mises para a viga G1C20 no último incremento de carga.

O valor máximo da deformação total de von Mises, para o último incremento de carga, na alma do perfil é 0,062499. No item 2.2.5 destacou-se que o elemento *SHELL181* trabalha com deformação real e tensão real. No caso, ao se calcular a deformação real pela equação (2.23) obtém-se um valor igual a 0,0606237. Portanto ao se empregar deformações de engenharia o erro associado é da ordem de 3%, significando que os modelos sofrem pequenas deformações.

A deformada da viga G1C20 no último incremento de carga está representada na Figura 98. Do mesmo modo que o modelo numérico empregado por Yatim *et al.* (2015), o modelo no ANSYS consegue representar adequadamente o comportamento experimental da viga mista com a flambagem dos painéis no perfil de aço e se aproximando dos resultados tanto da carga de ruptura quanto do deslocamento máximo obtido.

No geral, as respostas obtidas foram boas e próximas às experimentais, com a análise considerando o modelo constitutivo elastoplástico perfeito apresentando os melhores resultados. O rompimento da viga mista, mediante o critério adotado para ao esmagamento do

concreto, também atinge resultados próximos ao experimental, mas ainda assim apresenta uma resposta mais rígida. Já em relação ao escorregamento, as respostas obtidas não são boas, fato que se deve à forma como os conectores são modelados e a influência da rigidez da conexão.

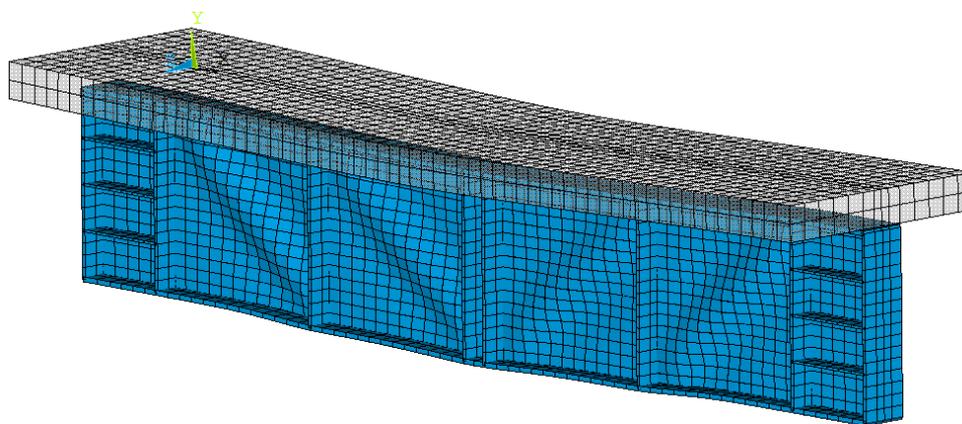


Figura 98 - Deformada da viga mista G1C20.

Através da análise da viga G1C20, nota-se que os modelos numéricos do programa Vmis e do *software* ANSYS sem a adição de imperfeições não produzem resultados bons, mostrando que em vigas mistas, com o perfil de aço não compacto, a adição das irregularidades na malha de elementos finitos tem grandes influências, principalmente no processo não linear geométrico, ou seja, não basta considerar a não linearidade geométrica e imaginar que o problema vai ser resolvido.

Já em relação a quantidade de modos de deformação e o seu fator de imperfeição nota-se que tanto a quantidade, quanto o fator, tem uma pequena influência nos resultados do problema analisado, sendo apenas necessário perturbar a geometria inicial da estrutura. Essa observação vai de encontro com o procedimento adotado por Yatim et. al. (2015).

Dessa forma, as análises das próximas vigas mistas vão utilizar o primeiro modo de deformação como principal e os demais como secundários (considerando 70% do fator) para adicionar irregularidades aos quatro painéis. Como fator foi optado por utilizar os valores dados pelo CEN (2006). Logo, apenas o modelo com o *software* ANSYS passa a ser empregado.

6.1.2 Viga G1C30

A viga G1C30 tem as mesmas características geométricas que a G1C20, apenas as propriedades dos materiais são diferentes, como o concreto que é da classe C30. O grau de

interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 100%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentadas nas tabelas 14 e 15. A malha de elementos finitos empregada é a mesma do exemplo anterior (viga G1C20).

O 1º passo a ser executado é uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 99. São utilizados o primeiro modo de deformação com principal e o segundo como secundário. Nesse exemplo, o 7º modo é considerado como principal e o 9º e 10º modo são considerados como secundários. Dessa forma, são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 21 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G1C30.

Modo	Carga [kN]
1	-214,91
2	-214,82
3	-205,84
4	-205,81
5	-181,01
6	-180,88
7	188,27
8	188,41
9	190,56
10	190,62

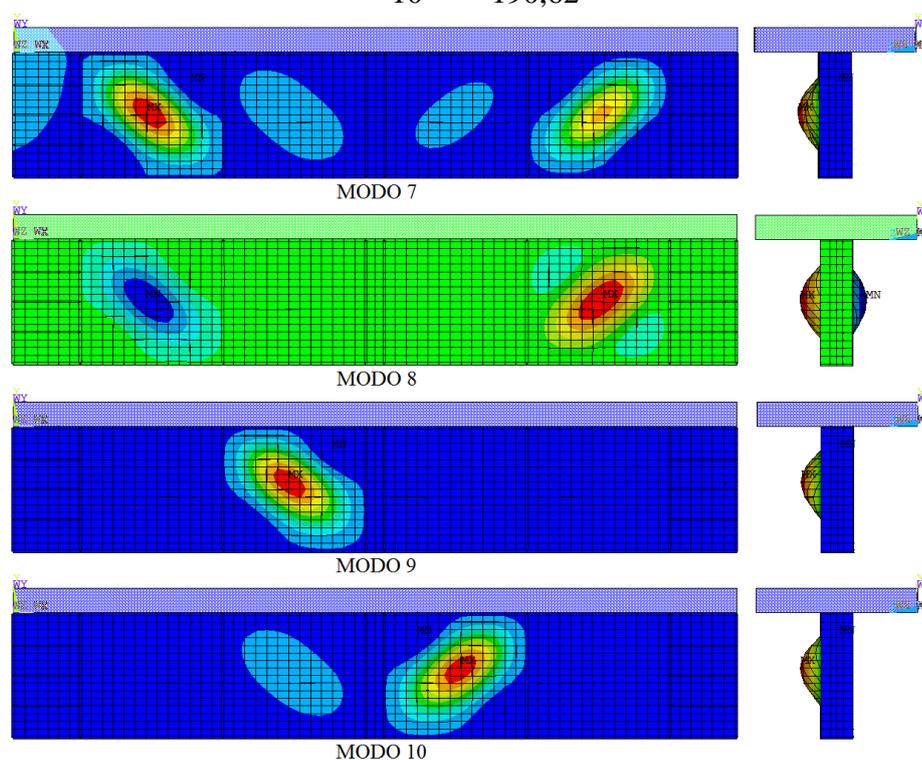


Figura 99 – Modos de deformação para viga G1C30.

Foram realizadas duas análises, 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplásticos perfeitos.

A curva carga-deslocamento para as duas análises está ilustrada na Figura 100. Os modelos numéricos apresentam uma maior rigidez na fase elástica da viga, mas a partir do início da fase plástica os resultados apresentam um comportamento melhor.

Ambos modelos numéricos iniciam o esmagamento do concreto em incremento de cargas relativamente próximos, mas as cargas ao final da convergência apresentam diferenças maiores. No geral o modelo elastoplástico perfeito para o perfil de aço, armaduras e conectores apresenta resultados melhores, igual ao exemplo anterior.

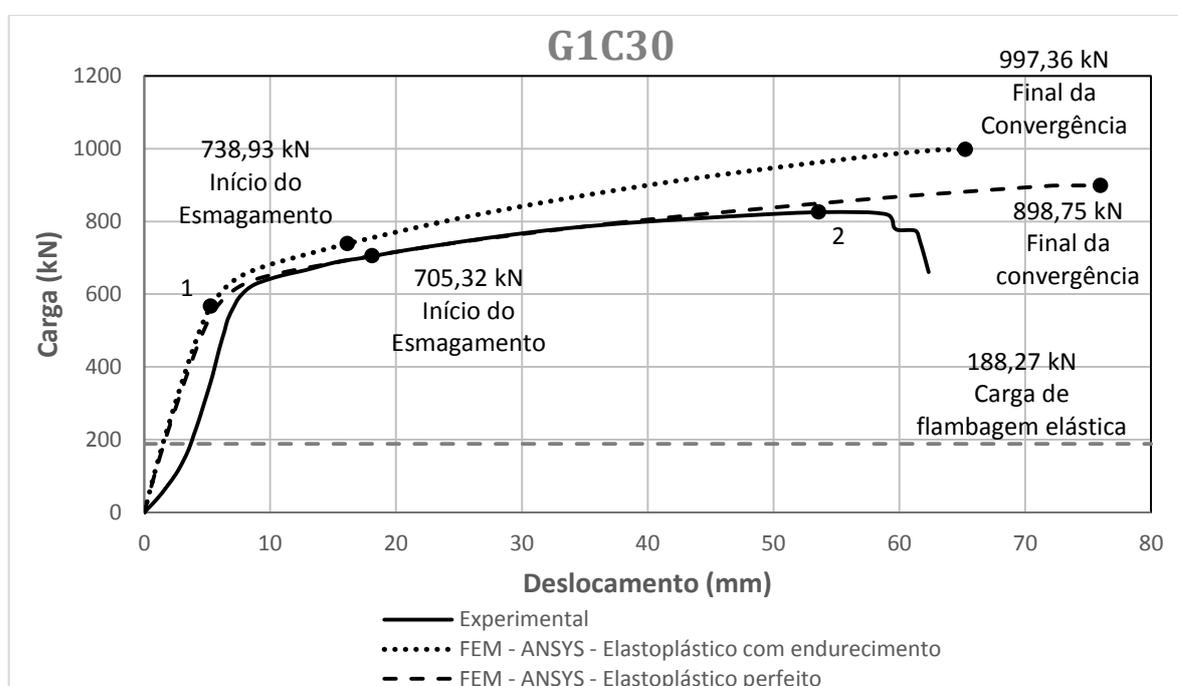


Figura 100 – Curva carga-deslocamento para viga G1C30.

1 – Início do escoamento do perfil;

2 – Ruptura experimental;

A fissuração inicia na carga de 59,7 kN para o modelo elastoplástico com endurecimento e 57,3 kN para o modelo elastoplástico perfeito. Ele ocorre nos elementos inferiores da laje, no centro da viga. Essa fissuração se inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura, onde as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, os painéis atingem tensões máximas de 6,7 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 28,5 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

A Figura 101 apresenta as tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento, para a análise considerando o modelo elastoplástico com endurecimento. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 28,5 \text{ kN/cm}^2$). Já nas tensões de von, Mises praticamente todo os painéis já atingiram a tensão de escoamento.

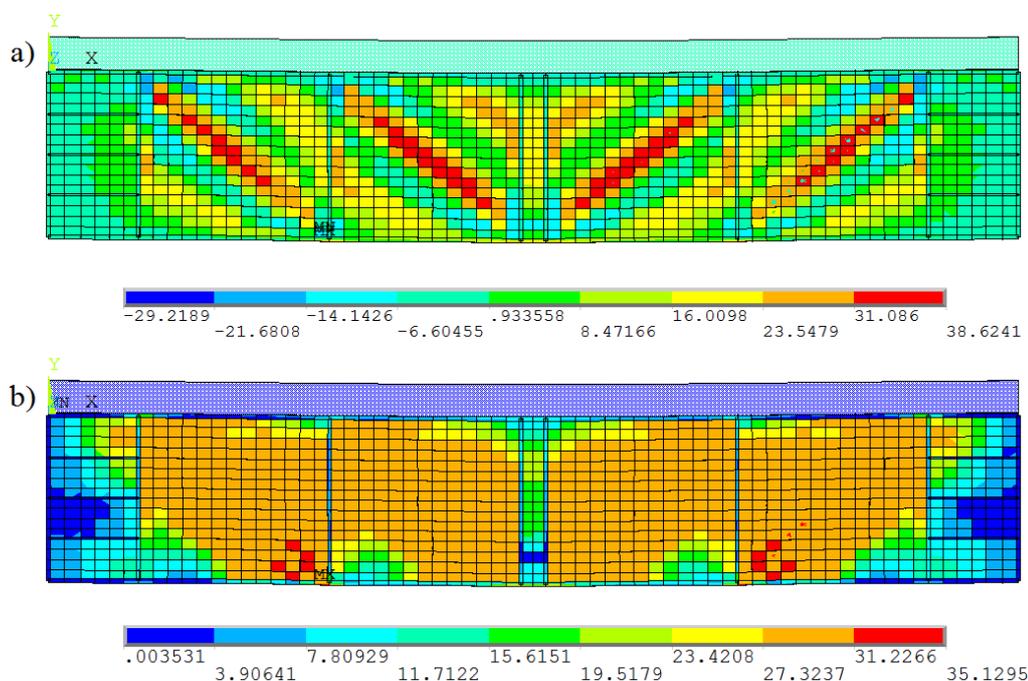


Figura 101 – Tensões na alma da viga G1C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 45,0 \text{ kN/cm}^2$), assim ela ainda permanece no regime elástico (Figura 102).

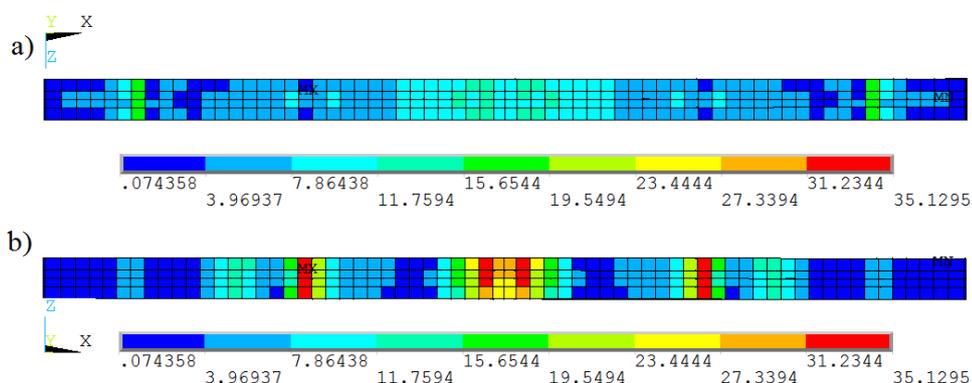


Figura 102 – Tensões de von Mises nas mesas da viga G1C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Ao atingir a carga de 566,11 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Ele ocorre no painel externo, região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A

Figura 103 ilustra a distribuição das tensões ao longo da alma do perfil na região onde inicia o escoamento (a) e no meio da viga (b).

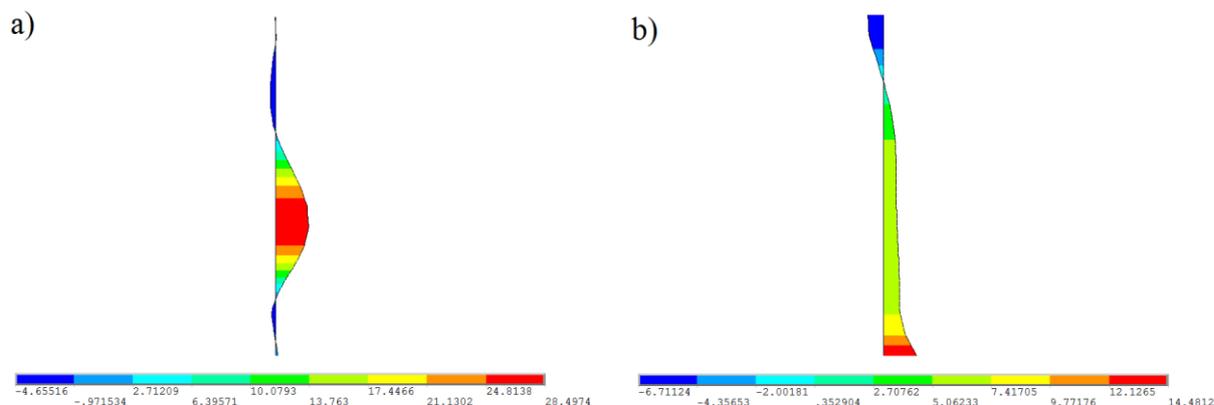


Figura 103 – Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G1C30.

A viga G1C30 apresenta a carga máxima de 828 kN. O modelo experimental teve a sua ruptura dada por cisalhamento, com o aparecimento de amplas rachaduras e esmagamento na região central. Nesse nível máximo de carga é comparado as tensões no perfil de aço. Nessa carga, grande parte da alma já plastificou ($f_y = 28,50 \text{ kN/cm}^2$), principalmente na região onde ocorre a flambagem local. A Figura 104 ilustra as tensões no perfil de aço para o modelo elastoplástico com endurecimento.

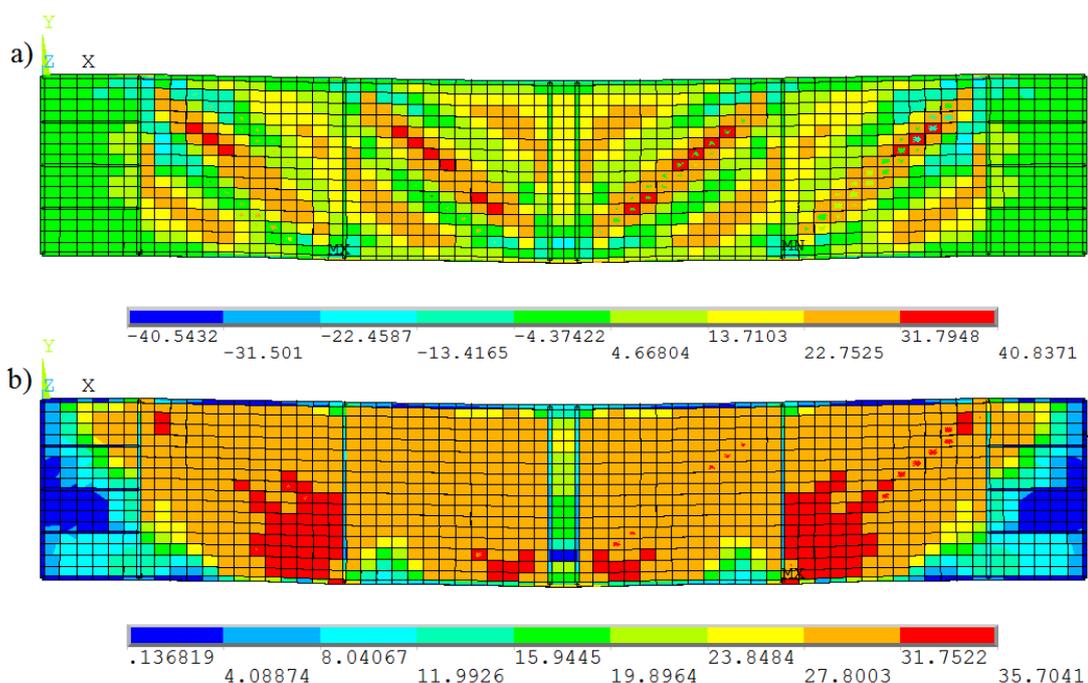


Figura 104 - Tensões na alma da viga G1C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

Outra comparação feita para as duas análises foi o escorregamento ao longo da viga e as respostas obtidas não foram muito boas ao comparar com os resultados experimentais, o mesmo comportamento observado na análise anterior, como mostra as figuras 105 e 106. Somente é comparado com os resultados experimentais devido ao artigo de Yatim *et al.* (2015) não disponibilizar os resultados de modelo numérico empregado.

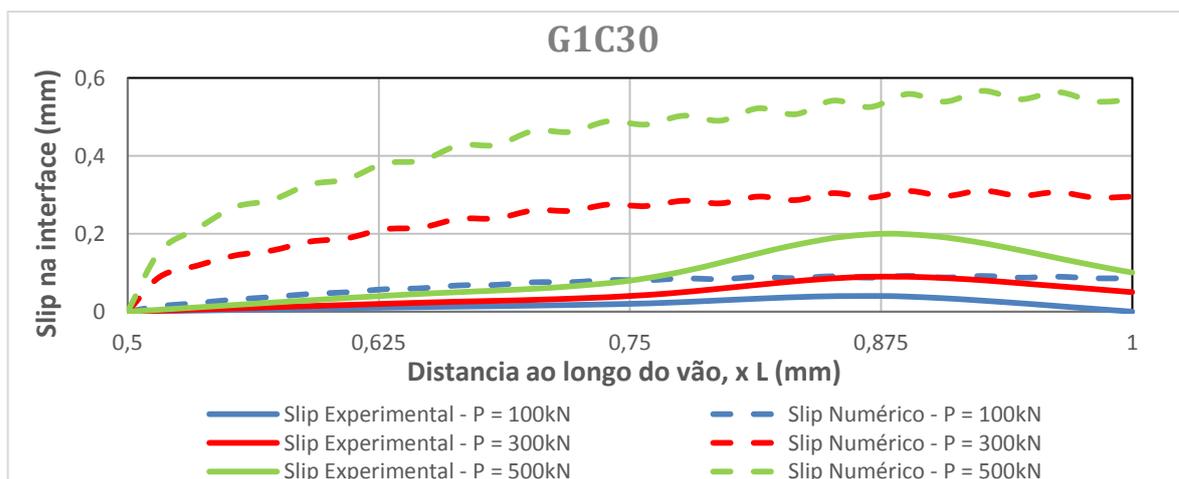


Figura 105 – Escorregamento da laje de concreto e o perfil de aço para viga G1C30 considerando o modelo elastoplástico com endurecimento.

Ao comparar os picos máximos de escorregamento nota-se que para as cargas de 101 kN, a relação entre os picos é de 2,29, já para o a carga de 300 kN é de 3,46 e, por fim, para a carga de 500 kN a relação é da 2,82.

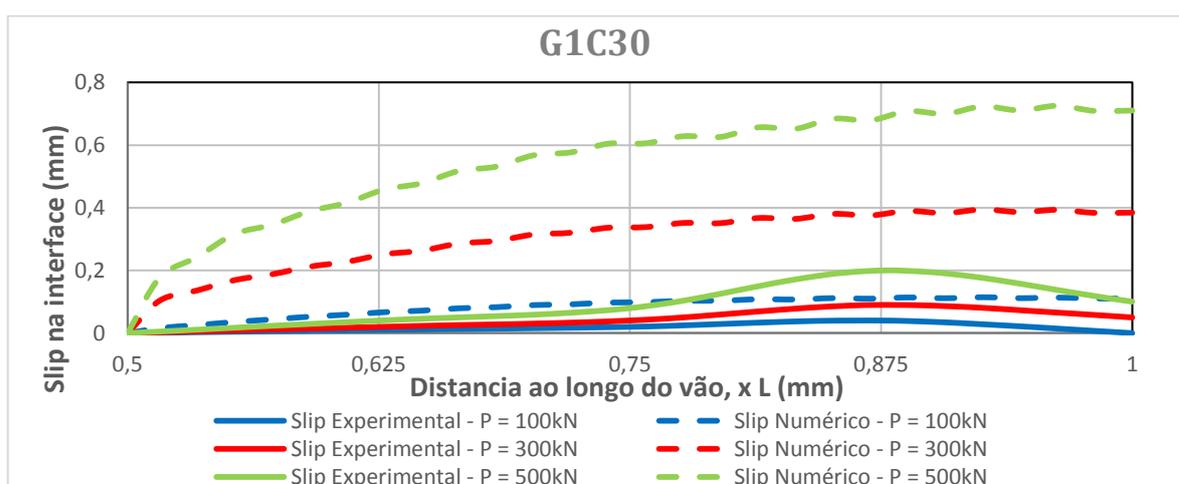


Figura 106 – Escorregamento da laje de concreto e o perfil de aço para viga G1C30 considerando o modelo elastoplástico perfeito.

A deformação máxima dos conectores é de 6,41 mm, baseado na expressão (6.6), e seu valor é inferior aos obtidos em ambas às análises, como mostram as figuras 105 e 106.

A comparação dos resultados do escorregamento numa extremidade da viga mista está ilustrada na Figura 107. Nota-se que há um crescimento no escorregamento ao longo do incremento de carga e, ao atingir cargas de 600 kN, este aumenta consideravelmente, o mesmo comportamento observado experimentalmente. Os resultados também são apenas comparados com os resultados experimentais, devido ao artigo de Yatim *et al.* (2015) não apresentar seus resultados numéricos.

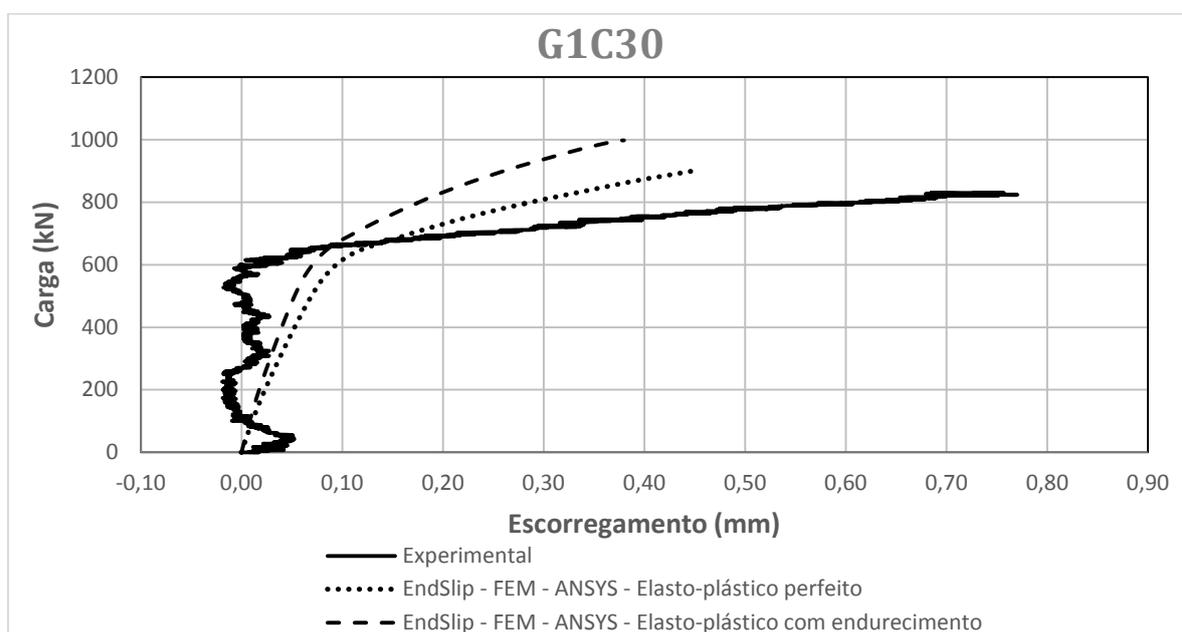


Figura 107 – Escorregamento no final da viga G1C30.

No geral, o modelo numérico considerando os aços como elastoplástico perfeito apresenta maiores escorregamentos devido ao fato de ter sido alterado o comportamento dos conectores. Além disso, a forma como são modelados os conectores também tem grande influência nas respostas obtidas pelos modelos numéricos.

As deformações plásticas de von Mises para o último incremento de carga do modelo estão apresentadas na Figura 108. Nota-se que grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

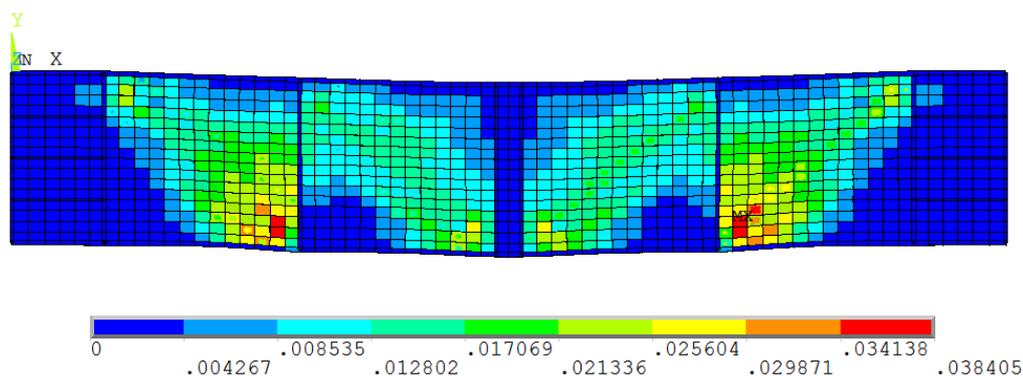


Figura 108 – Deformações plásticas de von Mises para a viga G1C30.

As deformações ao longo da altura da viga mista a um quarto do comprimento da viga, na seção da chapa interna, estão apresentadas na Figura 109. Elas são mostradas para o modelo considerando o perfil de aço, armaduras e conectores como elastoplástico com endurecimento. Nota-se que as deformações na parte inferior do perfil de aço são próximas, enquanto que tanto na conexão entre a laje e o perfil de aço, quanto na parte superior da viga os resultados são diferentes.

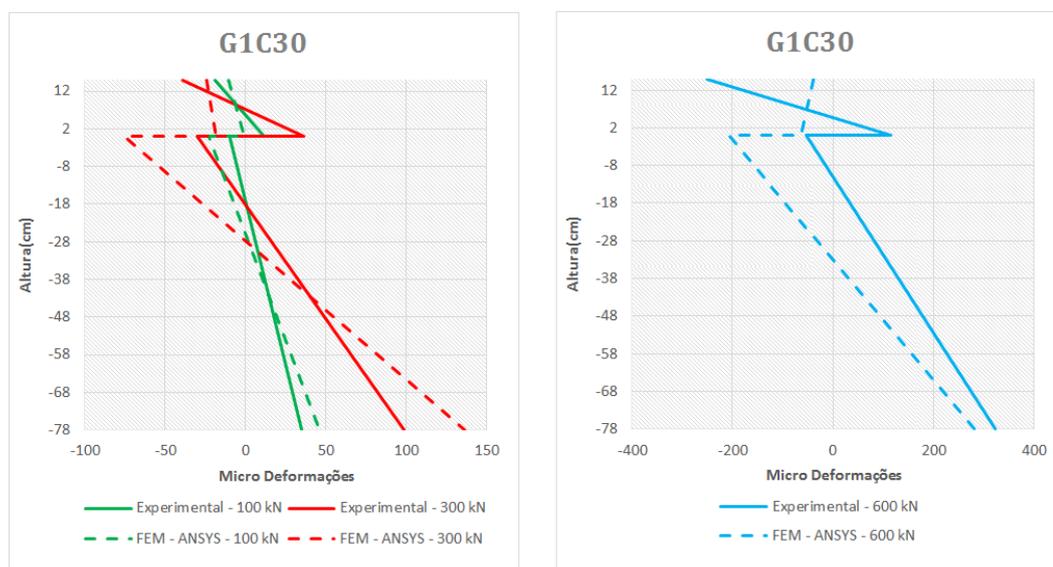


Figura 109 – Deformações da viga G1C30.

No geral, são obtidos resultados relativamente bons, tanto em relação às cargas de ruptura quanto aos deslocamentos finais. As respostas considerando o modelo elastoplástico perfeito, apesar de ser um modelo relativamente mais simples apresenta resultados melhores, tanto globalmente, quanto localmente. A deformada obtida no último incremento de carga está ilustrada na Figura 110.

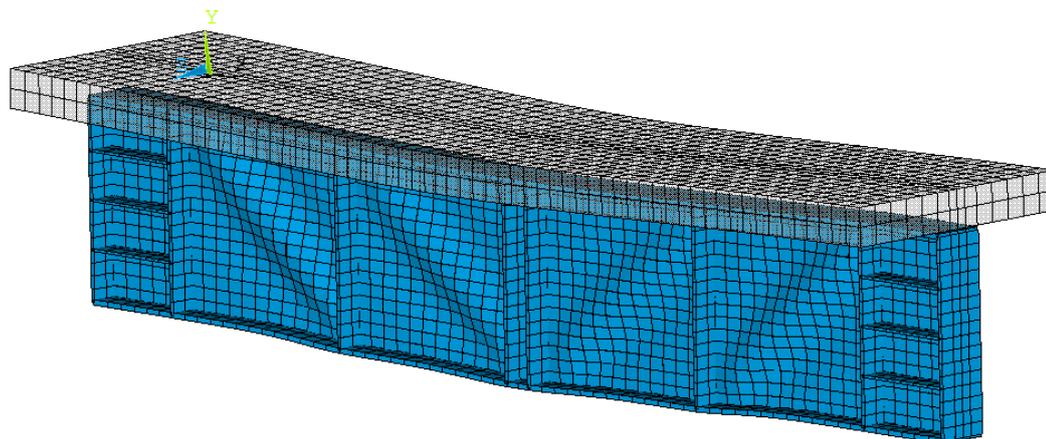


Figura 110 - Deformada da viga G1C30.

6.1.3 Viga G2C30

A viga G2C30 tem as mesmas características geométricas que as anteriores, apenas as propriedades dos materiais e o espaçamento dos conectores que são diferentes. O grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 50%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentados nas tabelas 14 e 15.

Para manter os elementos da viga com a dimensão relativamente parecida foi aumentado o espaçamento dos conectores de 27,9 cm para 28,12 cm (alteração de 0,79%).

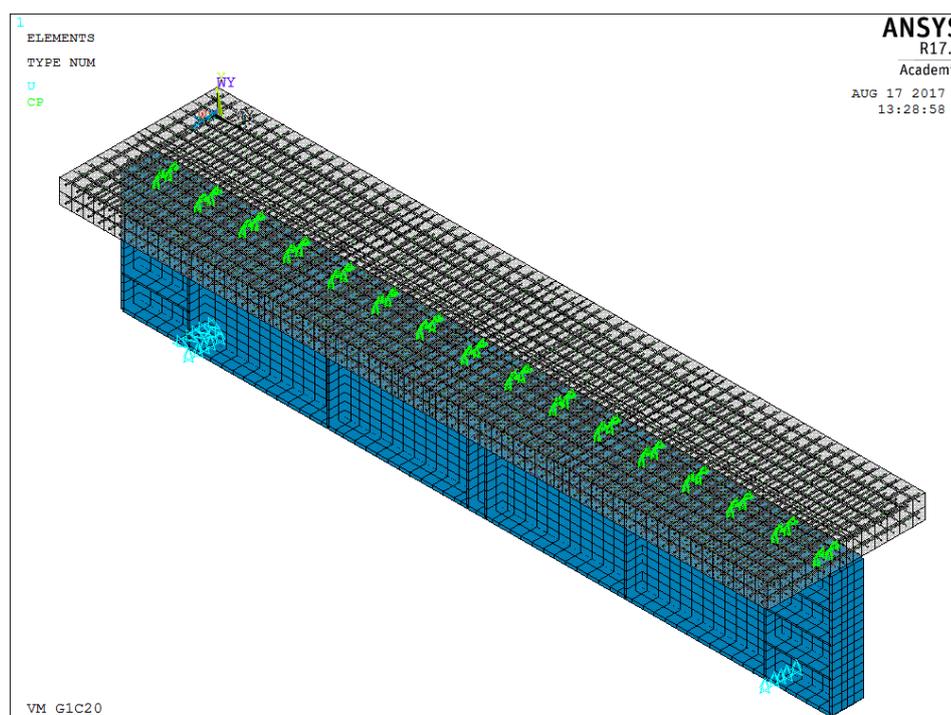


Figura 111 –Malha de elementos finitos para viga mista G2C30.

A malha empregada apresenta um total de 8032 elementos, dos quais 2288 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 1904 elementos. Para modelar os conectores foram empregados 32 elementos, duas filas de 16. Os elementos de reforço foram modelados por 3808 elementos.

O 1º passo a ser executado é uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 112. É utilizado o primeiro modo de deformação como principal e o segundo modo como secundário. Nesse exemplo o 5º e 6º modos são considerados como principal e o 7º modo como secundário. Dessa forma, são adicionados irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 22 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G2C30.

Modo	Carga [kN]
1	-194,61
2	-194,58
3	-171,95
4	-171,72
5	176,12
6	176,19
7	185,60
8	185,84
9	198,35
10	198,45

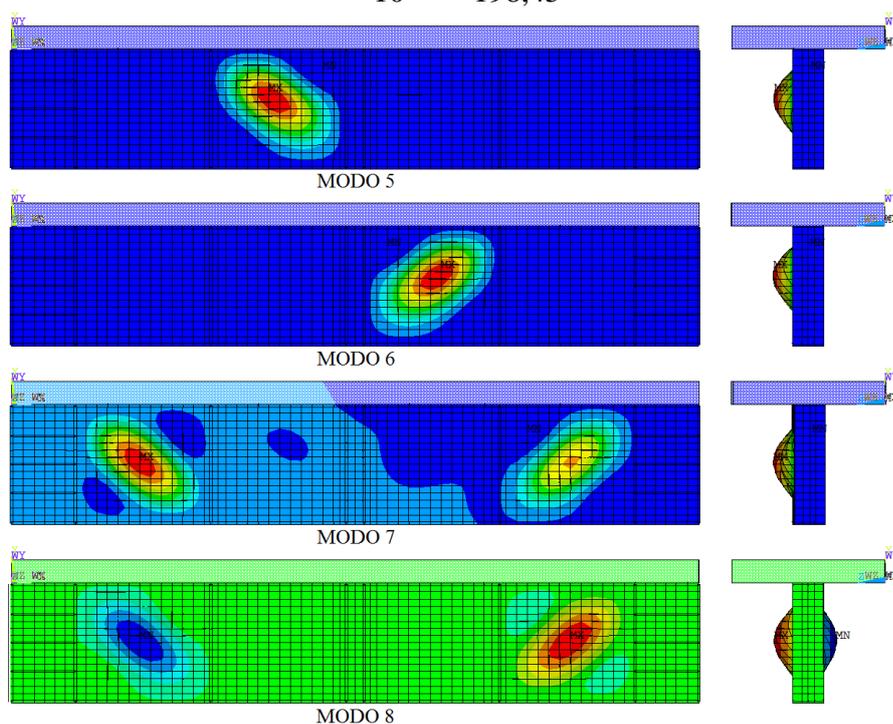


Figura 112 – Modos de flambagem da viga G2C30.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento, a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplásticos perfeitos.

A curva carga-deslocamento para as duas análises está apresentada na Figura 113. Nota-se que o modelo elastoplástico com endurecimento apresenta uma maior rigidez na fase elástica da estrutura e na fase plástica.

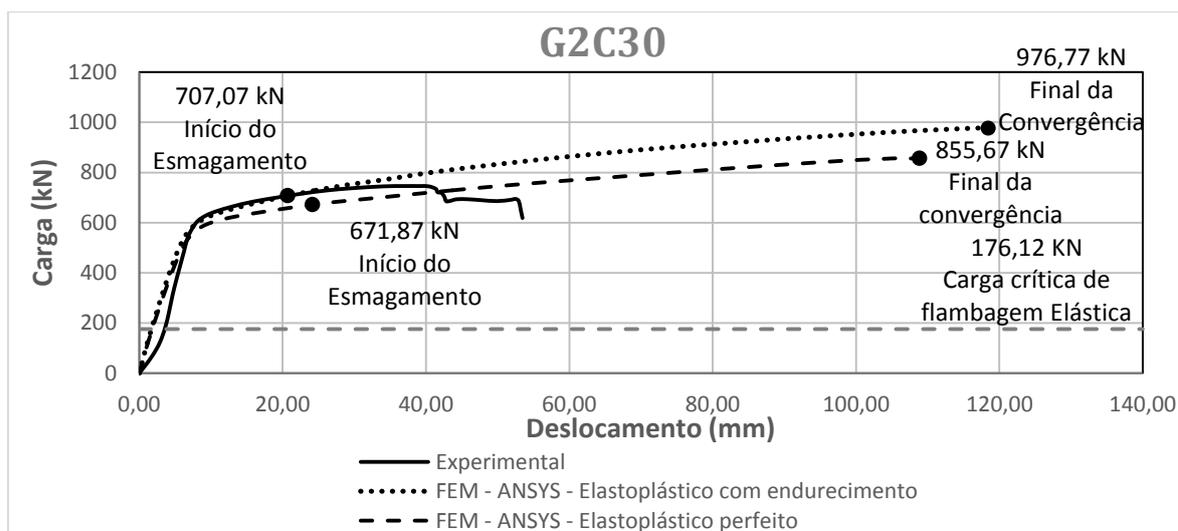


Figura 113 – Curva carga-deslocamento para viga G2C30.

No geral o modelo numérico que considera o modelo constitutivo elastoplástico com endurecimento apresenta resultados melhores, se aproximando mais dos resultados experimentais. A carga de ruptura do modelo numérico depende do critério utilizado, onde pode ser desde o início do esmagamento, 707,07 kN, até o final da convergência do modelo, 976,77 kN.

Nota-se que como o espaçamento dos conectores é maior surgem problemas relacionados à malha de elementos finitos. O que ocorre é que devido à existência das chapas de reforços, o perfil metálico fica mais rígido na região central. Em conjunto com essa rigidez e o espaçamento dos conectores ser maior, a transferência de esforços para o perfil metálico não é feita de maneira adequada, ocasionando assim problemas de interpenetração da malha de elementos finitos.

A Figura 114 representa o último incremento de carga do modelo numérico considerando o modelo constitutivo do aço como elastoplástico com endurecimento. É comparado o deslocamento no nó central da viga G2C30 para medir o tamanho da interpenetração. No

último incremento de carga, a laje de concreto atinge um deslocamento igual a 139,9 mm enquanto que o perfil de aço atinge 117,3 mm. Dessa forma, no nó central, o perfil de aço penetra em torno de 12,56 mm na laje de concreto.

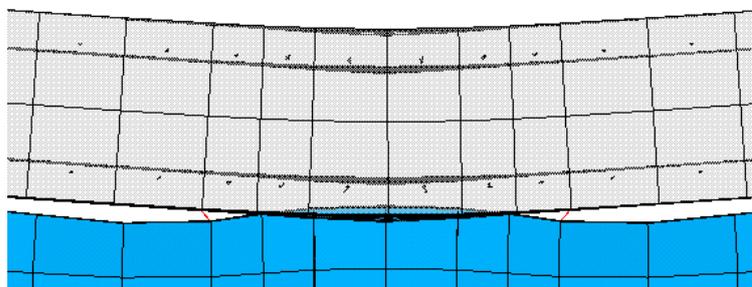


Figura 114 - Interpenetração da malha de elementos do perfil de aço na laje de concreto para viga G2C30.

Essa interpenetração não tem um sentido físico, então os resultados após o seu início não devem ser considerados. Ela ocorre em nível de carga e deslocamentos maiores que os resultados experimentais, então optou-se por encontrar o incremento de carga na qual inicia a interpenetração das malhas e não considerar os resultados a partir desse ponto da análise.

A Figura 115 ilustra o incremento de carga no qual se inicia a interpenetração. Como o *software* ANSYS não termina a análise no momento da interpenetração, as respostas à direita da linha cinza pontilhada não tem sentido físico, sendo definido nesse ponto o limite final da análise.

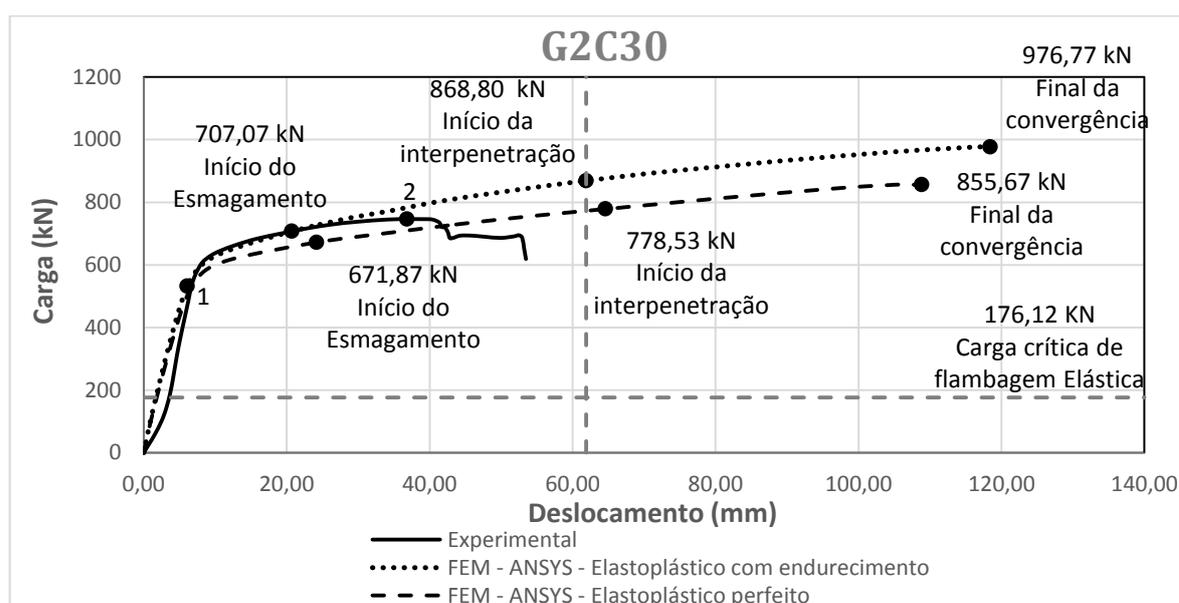


Figura 115 - Início da interpenetração da malha de elementos finitos.

1 – Início do escoamento do perfil;

2 – Ruptura experimental;

Dessa forma, a carga de ruptura da viga mista passa a estar entre os valores do início de esmagamento, 707,07 kN, e o início da interpenetração das malhas, 868,80 kN para o modelo elastoplástico com endurecimento.

A fissuração inicia na carga de 54,73 kN para o modelo elastoplástico com endurecimento e 52,53 kN para o modelo elastoplástico perfeito. Ela ocorre nos elementos inferiores da laje, no meio da viga. A fissuração inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura, e as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, os painéis atingem tensões máximas de 8,30 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 28,5 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

A Figura 116 apresenta as tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento da laje de concreto, para o modelo elastoplástico com endurecimento. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 28,5$ kN/cm²). Já nas tensões de von Mises, grande parte dos painéis já atingiram a tensão de escoamento.

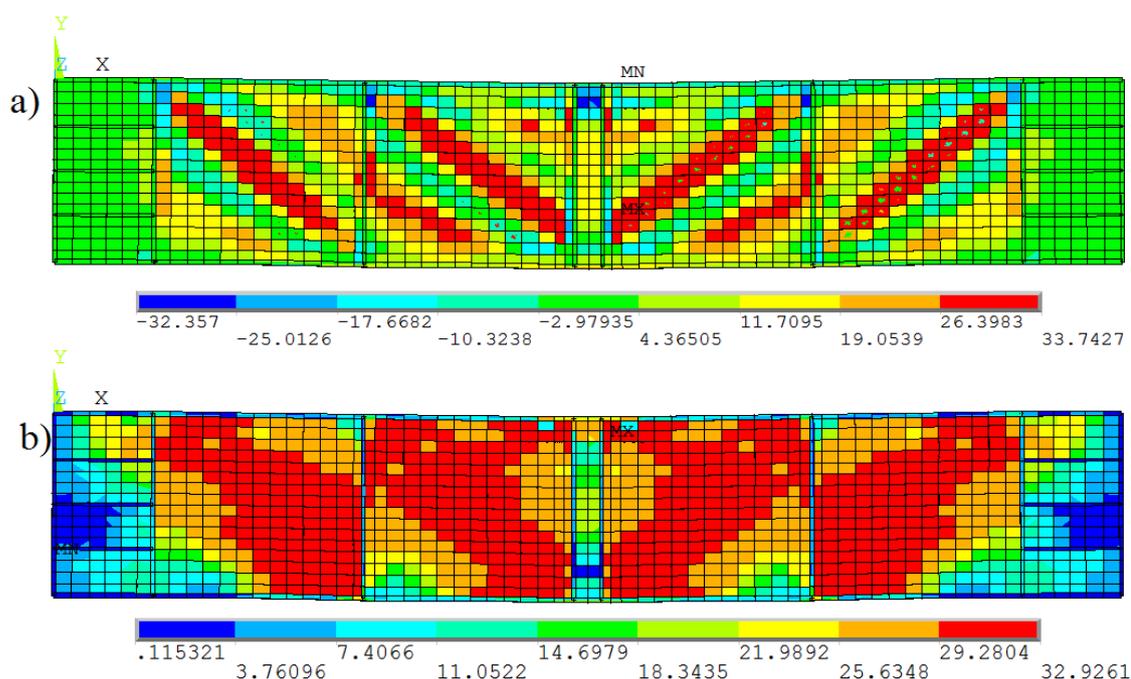


Figura 116 - Tensões na alma da viga G2C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é menor ($f_y = 27,90$ kN/cm²), mas ainda assim ela ainda permanece no regime elástico (Figura 117).

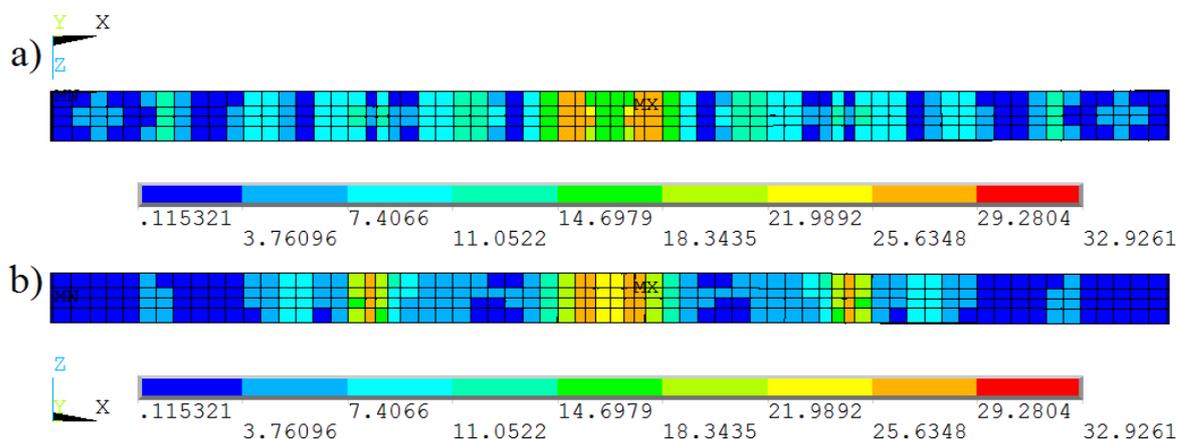


Figura 117 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G2C30 - início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Na carga de 532,15 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Ele ocorre no painel externo, na região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A Figura 118 ilustra a distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga.

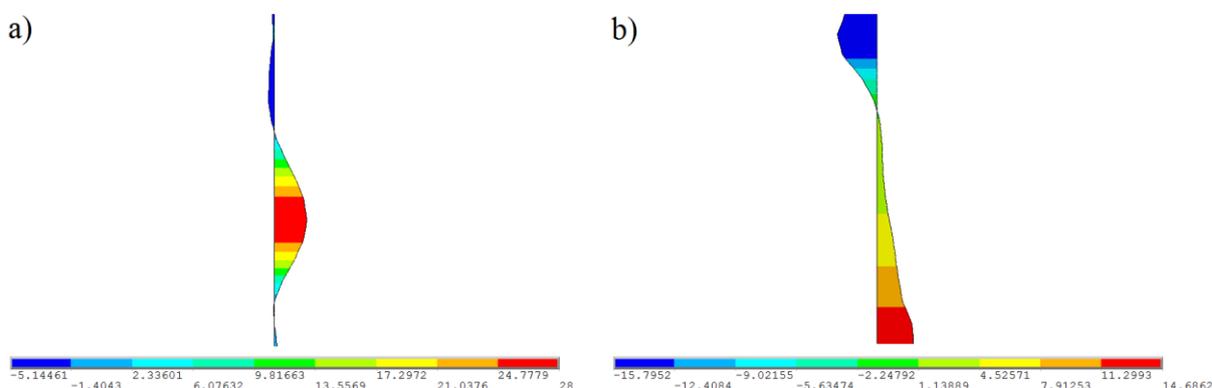


Figura 118 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G2C30.

A viga G2C30 atinge a carga máxima de 747 kN no ensaio experimental. Sua ruptura é dada por cisalhamento, com o aparecimento de amplas rachaduras e esmagamento na região central da laje de concreto. Nesse nível máximo de carga são comparada as tensões no perfil de aço. Nota-se que grande parte da alma já plastificou ($f_y = 28,50 \text{ kN/cm}^2$), principalmente na região onde ocorre a flambagem local. A Figura 119 ilustra as tensões no perfil de aço para o modelo elastoplástico com endurecimento.

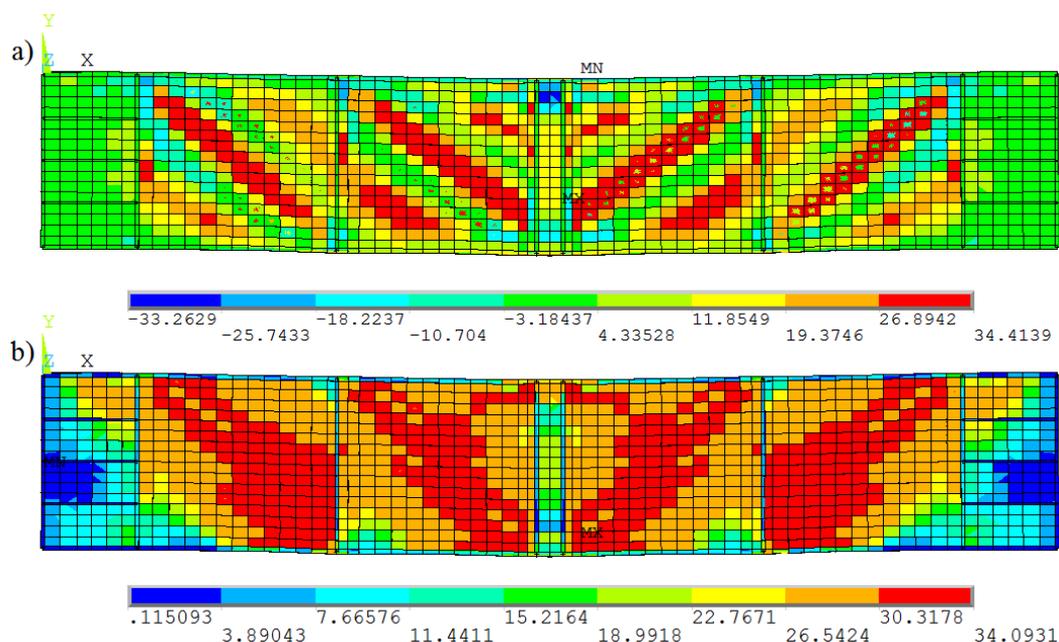


Figura 119 - Tensões na alma da viga G2C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

O escorregamento entre a laje de concreto e o perfil de aço numa extremidade da viga mista está ilustrado na Figura 120. A análise considerando o modelo constitutivo elastoplástico perfeito apresenta um escorregamento maior ao longo do incremento de carga, mas ao final, o modelo elastoplástico com endurecimento apresenta um escorregamento maior. Os resultados são apenas comparados aos experimentais devido ao artigo de Yatim *et al.* (2015) não apresentar as respostas obtidas pelo seu do modelo de elementos finitos empregado.

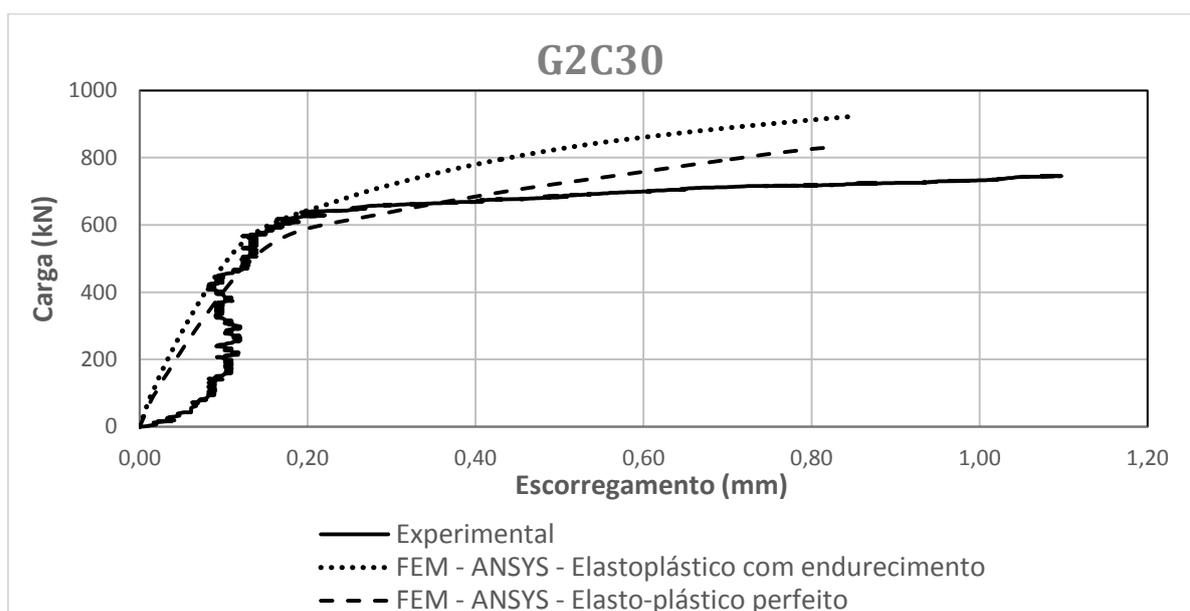


Figura 120 - Escorregamento numa extremidade da viga G2C30.

As deformações plásticas de von Mises para o incremento de carga onde se inicia a interpenetração das malhas de elementos finitos estão apresentadas na Figura 121. Grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

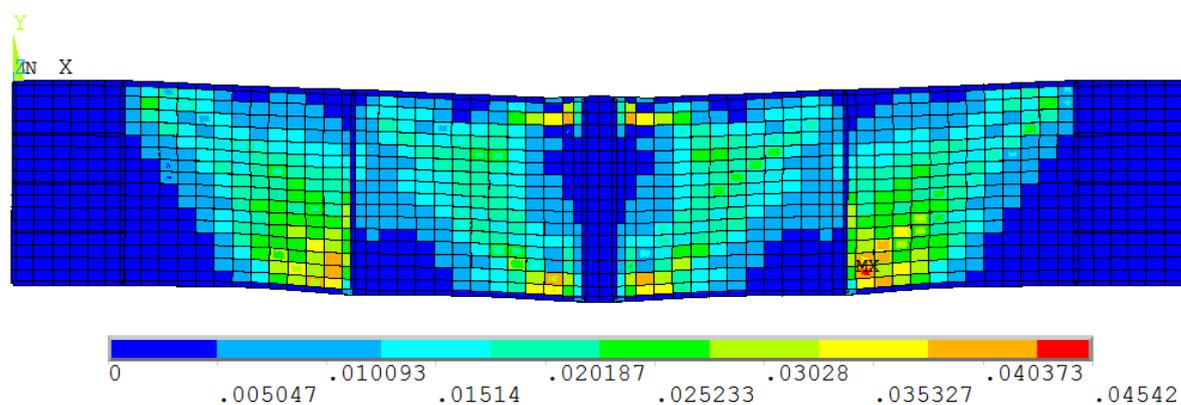


Figura 121 – Deformações plásticas de von Mises – viga G2C30.

A resposta da viga G2C30 no último incremento de carga antes da interpenetração de malha está representada na Figura 122. Da mesma forma que o programa de elementos finitos feito por Yatim *et al.* (2015), o *software* ANSYS 17.1 consegue representar adequadamente o comportamento experimental da viga mista, com a flambagem dos painéis no perfil de aço e se aproximando dos resultados tanto da carga de ruptura quanto do deslocamento máximo obtido.

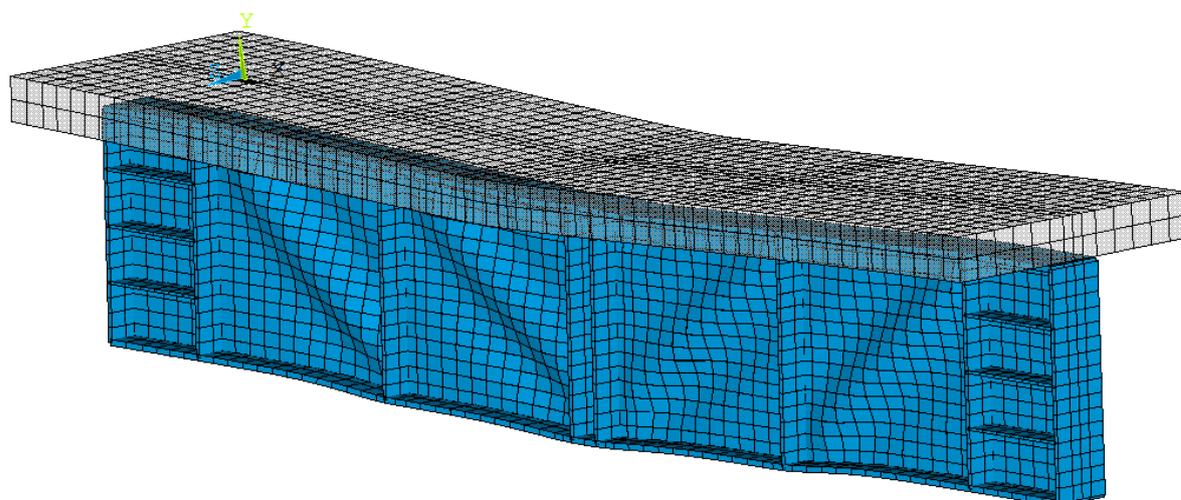


Figura 122 - Deformada da viga G2C30.

6.1.4 Viga G3C30

A viga G3C30 tem as mesmas características geométricas das vigas anteriores, apenas as propriedades dos materiais e o espaçamento dos conectores diferentes. O grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 30%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentados nas tabelas 14 e 15.

Para manter os elementos da viga com a dimensão relativamente parecida foi aumentado o espaçamento dos conectores de 46,5 cm para 46,528 cm (alteração de 0,06%).

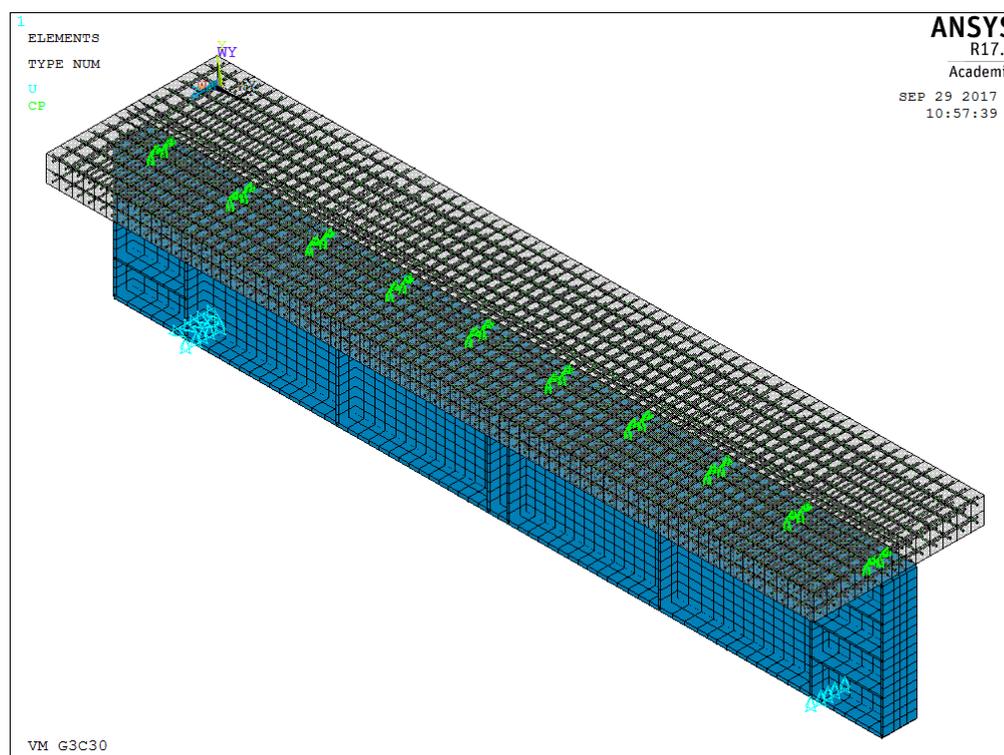


Figura 123 - Malha de elementos finitos para a viga mista G3C30.

A malha empregada apresenta um total de 8452 elementos, dos quais 2384 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 2016 elementos. Para modelar os conectores foram empregados 20 elementos, em duas filas de 10. Os elementos de reforço foram modelados por 4032 elementos.

O 1º passo é executar uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 124. É utilizado o primeiro modo de deformação como principal e o segundo modo como secundário. Nesse exemplo o 3º modo é considerado como principal e o 5º modo como secundário. Dessa forma, são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 23 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G3C30.

Modo	Carga [kN]
1	-184,06
2	-183,78
3	156,31
4	156,33
5	164,71
6	164,93
7	181,63
8	181,88
9	191,83
10	191,88

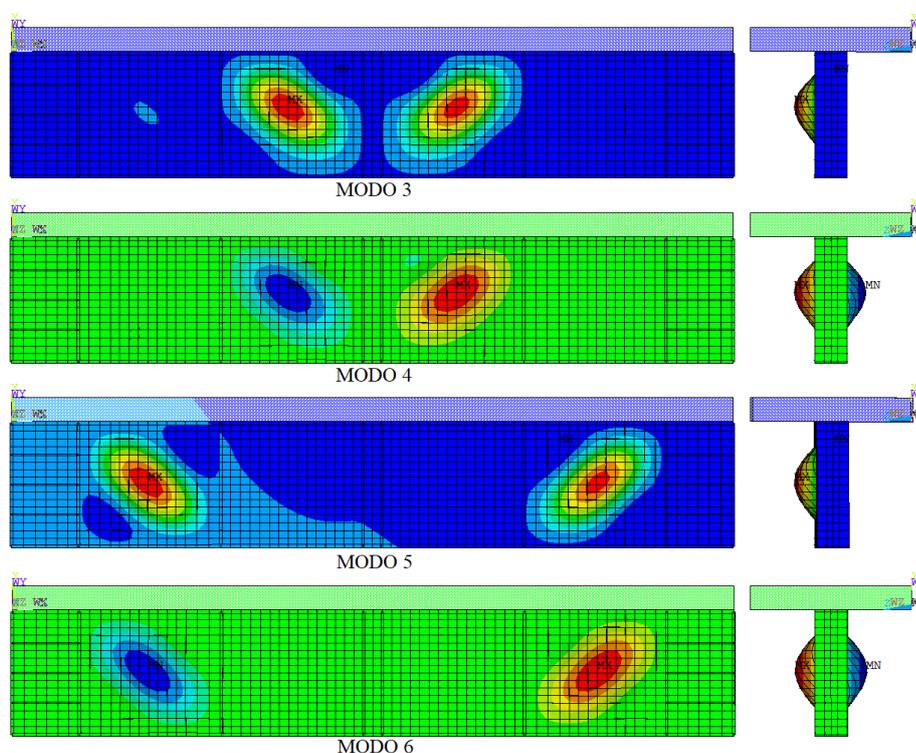


Figura 124 - Modos de flambagem da viga G3C30.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplástico perfeito.

A curva carga-deslocamento para as análises está ilustrada na Figura 125. Nota-se que o processo numérico não atinge mais a convergência em cargas inferiores a carga de ruptura do exemplo experimental, o que se deve a interpenetração da malha de elementos finitos.

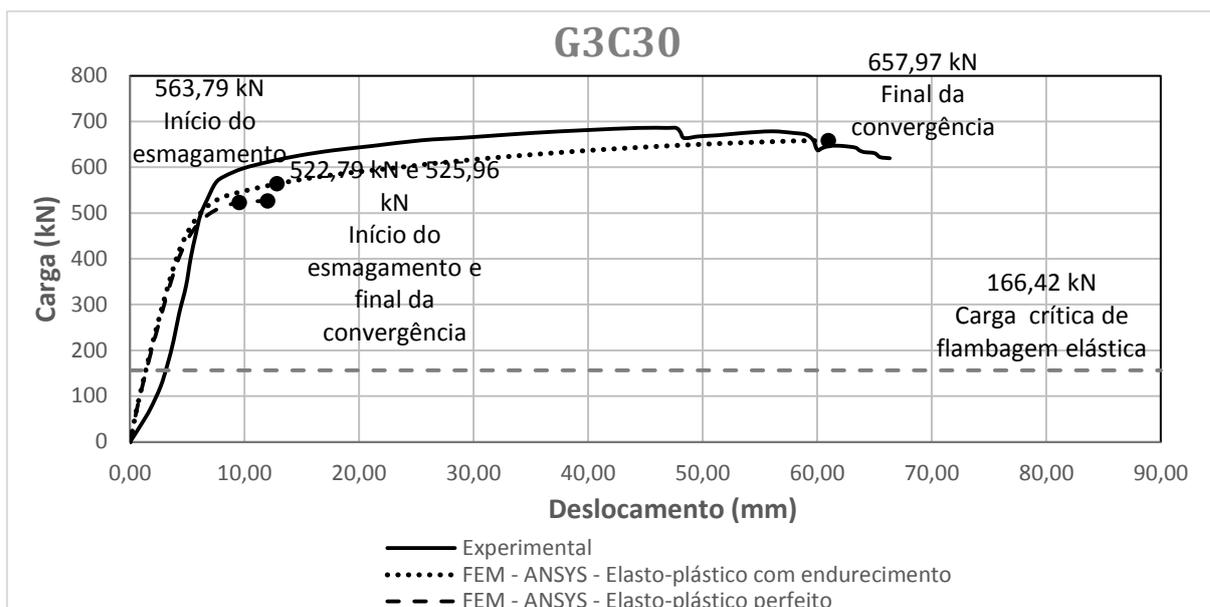


Figura 125 – Curva carga-deslocamento para a viga mista G3C30.

Devido ao espaçamento dos conectores ser maior, na região central da viga essa penetração de malha inicia na carga de 557,79 kN, um pouco antes do início do esmagamento do concreto.

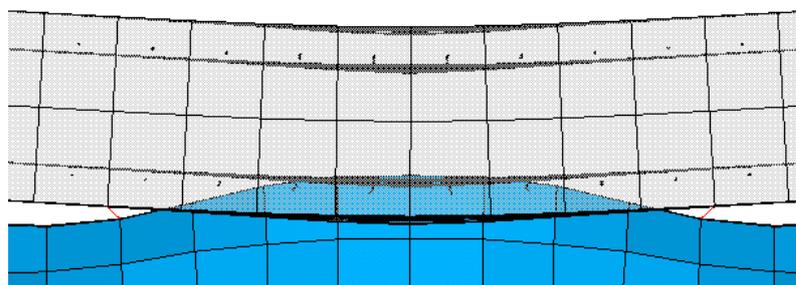


Figura 126 – Interpenetração da malha para a viga G3C30.

Ao comparar os deslocamentos do nó central no último incremento de carga, onde ocorre a maior interpenetração, a laje de concreto atinge um deslocamento igual a 106,6 mm enquanto que o perfil de aço atinge 58,2 mm. Dessa forma, no nó central, o perfil de aço penetra em torno de 38,4 mm na laje de concreto.

A interpenetração ocorre em cargas inferiores a de ruptura do ensaio experimental, dessa forma as respostas não são satisfatórias. Para contornar esse problema uma solução possível é empregar elementos de contato entre o perfil e a laje. Com os elementos de contato, tem-se uma transferência mais real dos esforços existentes na viga mista. Uma outra solução, mais simplificada, é adicionar um elemento conector extra na região de maior deslocamento relativo entre o perfil de aço e a laje de concreto. Como se trata de uma alteração local dos

dados e a rigidez utilizada para esse conector ser praticamente nula em relação às demais, não se espera uma grande influência nos resultados.

Assim, é realizada uma nova análise considerando um conector fictício posto bem no centro da viga mista. Nota-se que a adição desse conector alterou as cargas críticas e modos de flambagem obtidas pela análise de *Eigen Buckling*. Foi realizado o mesmo processo, combinando os modos de deformação para adicionar irregularidades em todos os painéis, com o fator definido por CEN (2006).

A curva carga deslocamento considerando o conector fictício está apresentada na Figura 127. Nota-se que a interpenetração das malhas de elementos finitos na região central da viga não ocorre mais, enquanto que nas chapas internas a interpenetração começa acontecer nos incrementos de carga finais da análise.

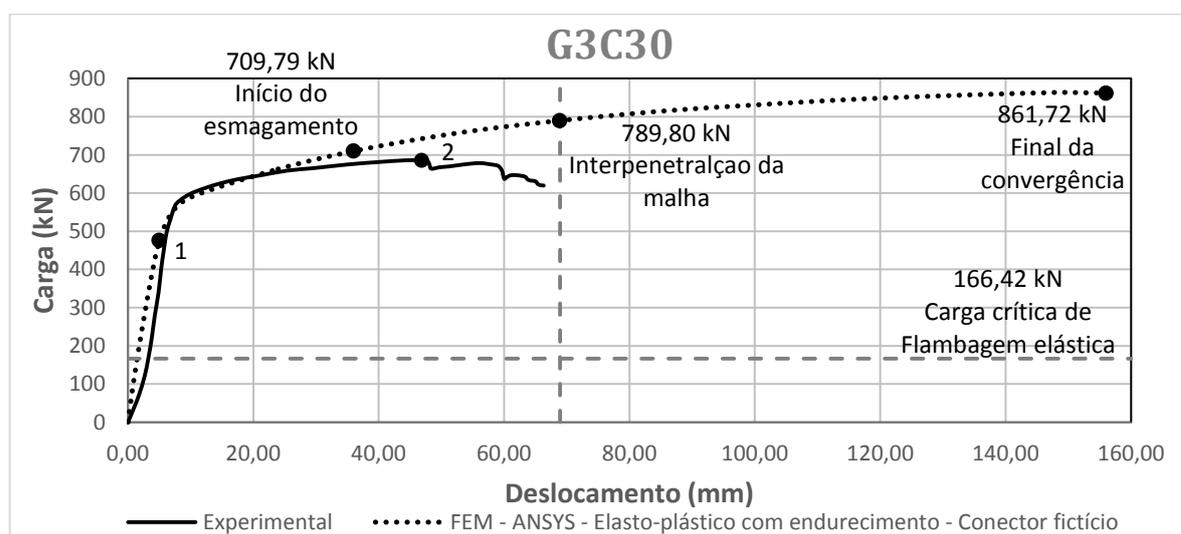


Figura 127 - Curva carga-deslocamento para viga G3C30 com o conector fictício.

- 1 – Início do escoamento do perfil;
2 – Ruptura experimental.

A fissuração inicia na carga de 27,75 kN, ocorre nos elementos inferiores da laje, no meio da viga. Ela inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura, onde as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, os painéis atingem tensões máximas de 6,49 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 29,10 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

A Figura 128 apresenta as tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento da laje de concreto. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingido a tensão de escoamento ($f_y = 29,10 \text{ kN/cm}^2$). Já nas tensões de von Mises grande parte dos painéis já atingiram a tensão de escoamento.

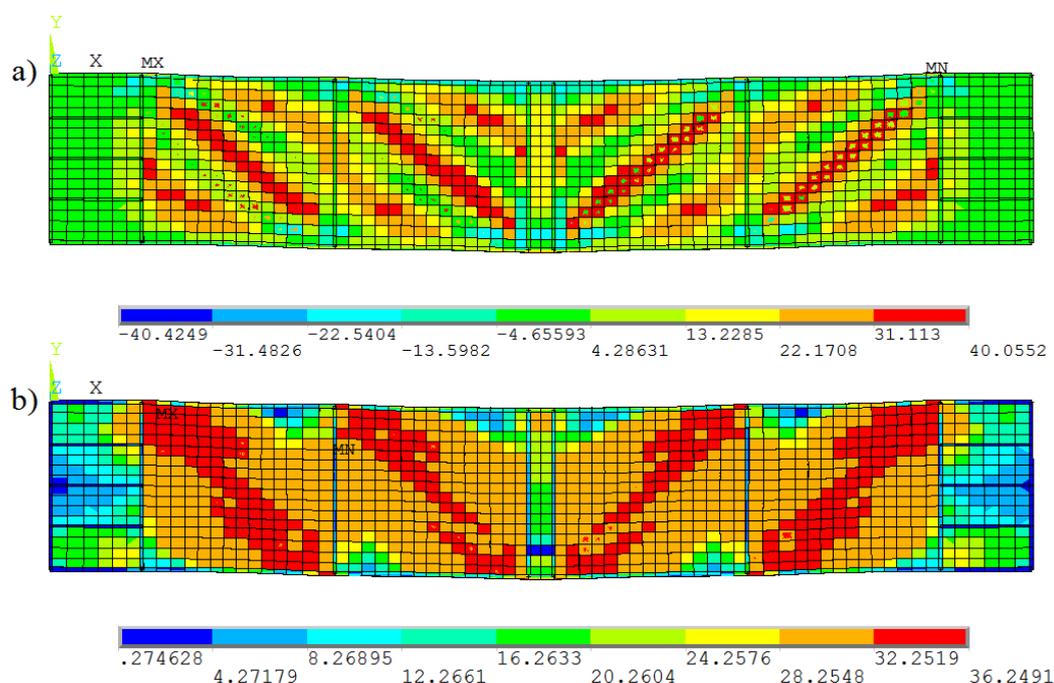


Figura 128 - Tensões na alma da viga G3C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 33,60 \text{ kN/cm}^2$), mesmo assim alguns elementos da mesa, principalmente na região do apoio já atingem a tensão de escoamento, Figura 129.

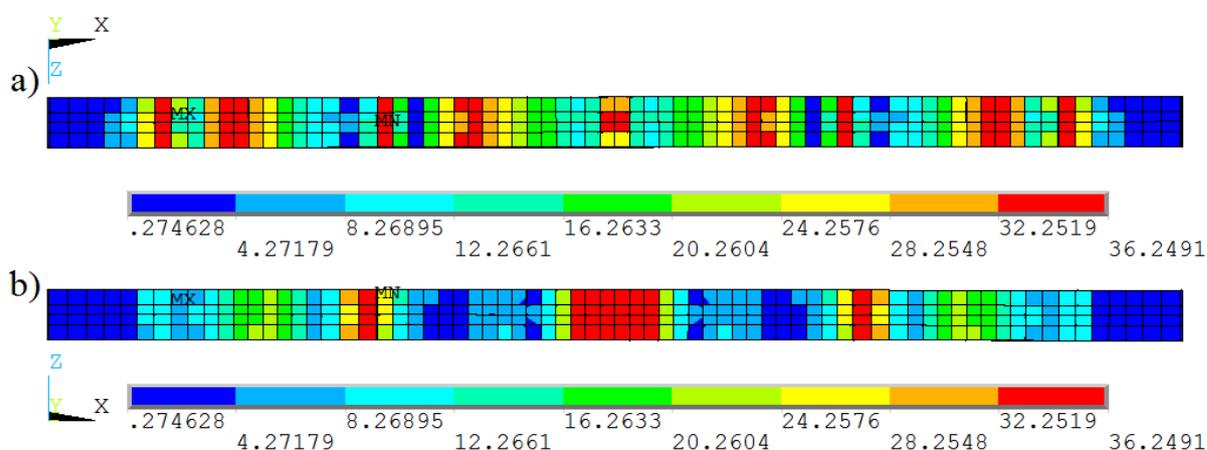


Figura 129 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G3C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Na carga de 478,78 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Se inicia no painel externo, região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga está ilustrada na Figura 130.

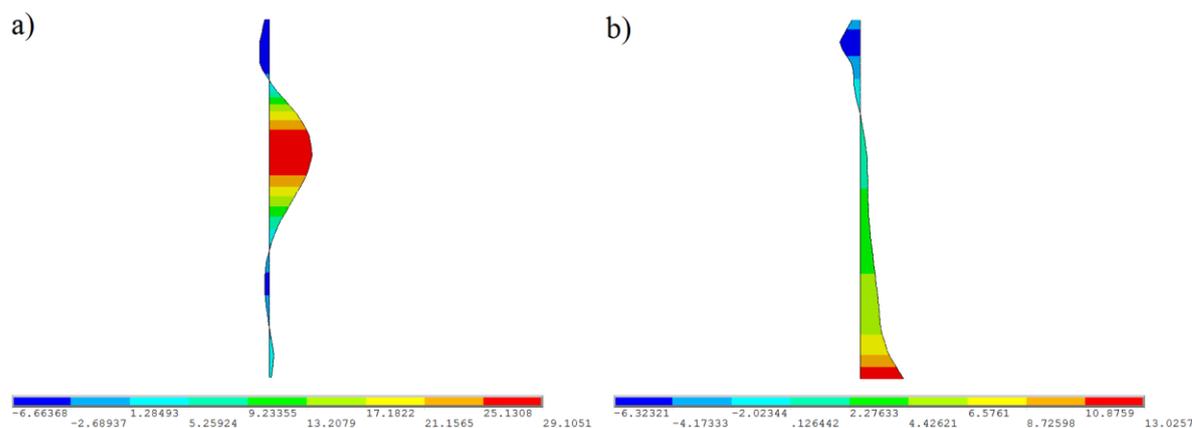


Figura 130 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G3C30.

No ensaio experimental a ruptura dessa viga ocorreu por deformações excessivas. Surgem fissuras nas regiões inferiores da laje e sobre os suportes. Considerando o mesmo nível de carga que provocou a ruptura da viga (687 kN) é feita a comparação das tensões no modelo numérico, onde observa-se que grande parte da alma já atingiu a tensão de escoamento ($f_y = 29,10 \text{ kN/cm}^2$), principalmente na região da alma onde ocorre a flambagem local.

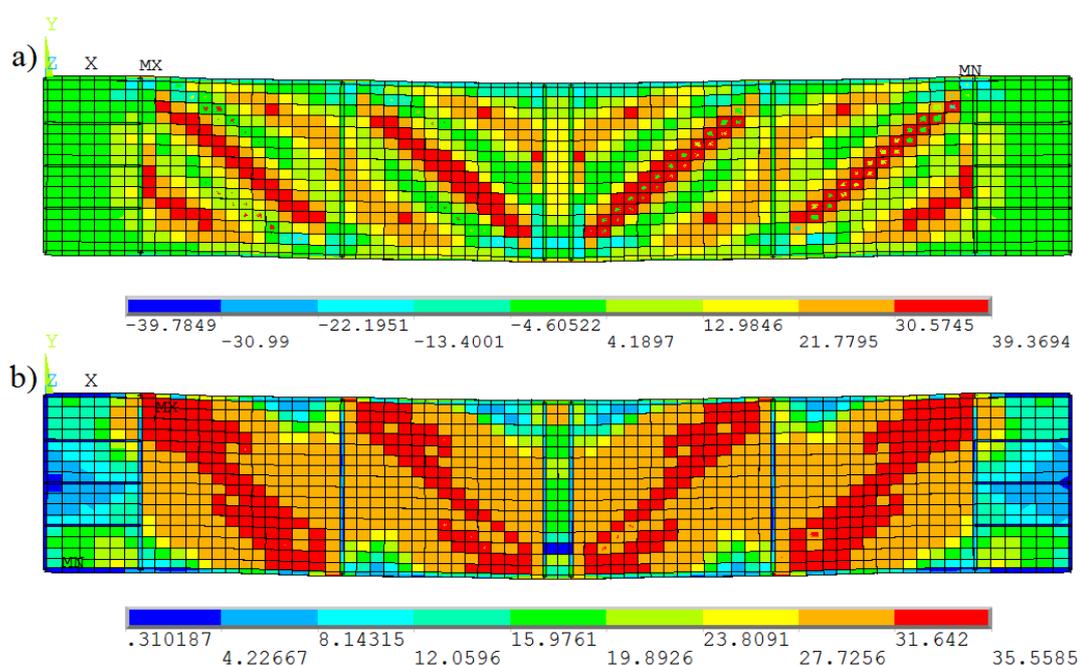


Figura 131 – Tensão na viga G3C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.

O escorregamento entre a laje de concreto e o perfil de aço numa extremidade da viga mista está ilustrado na Figura 132. Nota-se que as respostas são parecidas com o ensaio experimental, apresentando um crescimento inicial ao longo do incremento de carga e atingem um ponto, a partir do qual o aumento do escorregamento é maior que o incremento de carga, criando uma reta praticamente horizontal.

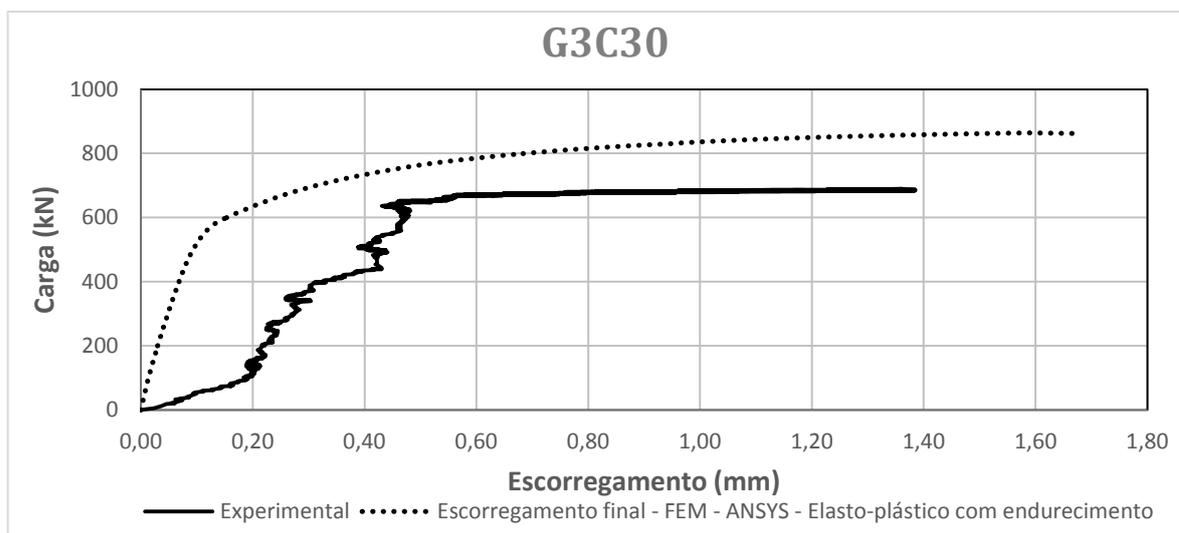


Figura 132 – Escorregamento final da viga mista G3C30.

As deformações plásticas de von Mises para o incremento de carga onde se inicia a interpenetração (789,80 kN) estão apresentadas na Figura 133. Grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

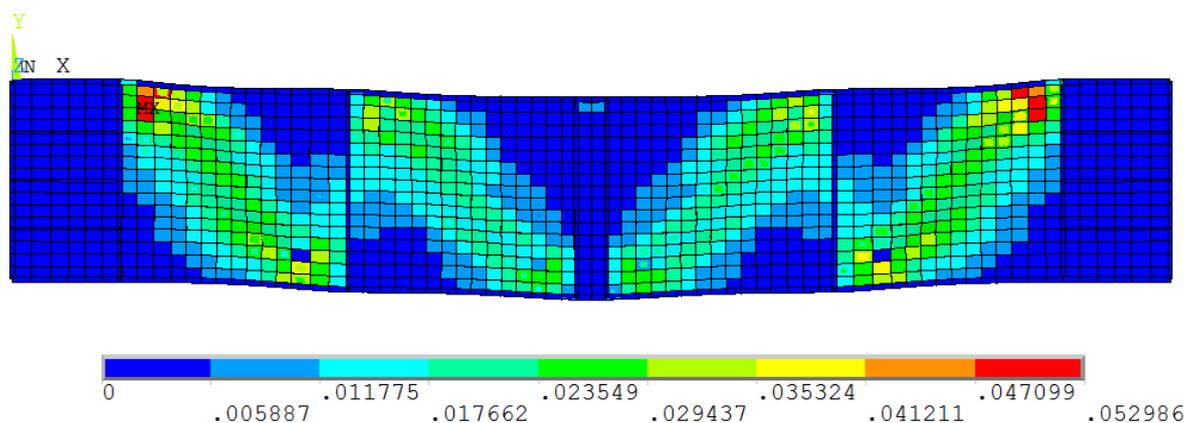


Figura 133 - Deformações plásticas de von Mises – viga G3C30.

Para contornar o problema da interpenetração da malha foi adicionado um conector fictício sem rigidez lateral no centro da viga, região onde ocorreu a interpenetração. Mesmo sendo

uma forma simplificada de contornar o problema, a mesma não afetou o comportamento do modelo numérico.

A deformada da viga G3C30 está ilustrada na Figura 134. Da mesma forma que o modelo numérico empregado por Yatim *et al.* (2015), o modelo no ANSYS consegue representar adequadamente o comportamento experimental da viga mista, com a flambagem da alma do perfil de aço.

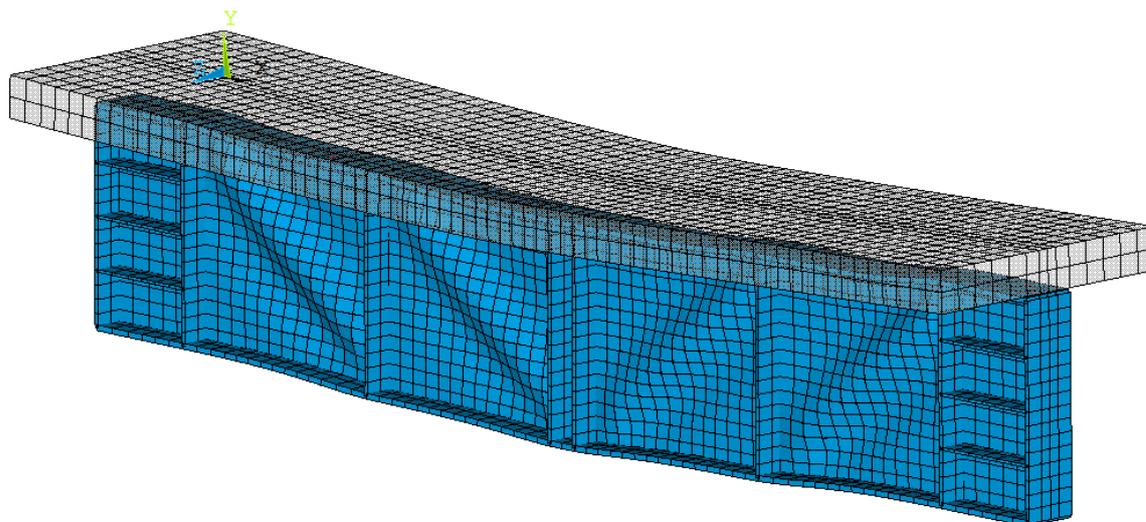


Figura 134 - Deformada da viga mista G3C30.

6.1.5 Viga G4C20

A Viga G4C20 tem as mesmas características geométricas que as vigas anteriores, mas o espaçamento dos conectores e sua disposição é distinta. Apresenta grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço igual a 15%. Os dados dessa viga estão apresentados nas tabelas 13 a 15 e a geometria da viga está apresentada nas figuras 76 e 77.

Para manter os elementos da viga com a dimensão relativamente parecida foi aumentado o espaçamento dos conectores de 46,5 cm para 46,528 cm (alteração de 0,06%).

Para facilitar o processo de modelagem, foi empregado o mesmo *script* dos casos anteriores, no qual há previstas duas filas de conectores. Como a viga G4C20 tem apenas uma fila de conectores, a rigidez de cada conector foi dividida pela metade, calculada pela fórmula (6.5), e modelado duas filas de conectores.

A malha empregada apresenta um total de 8236 elementos, dos quais 2336 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 1960 elementos. Para modelar

os conectores foram empregados 20 elementos, em duas filas de 10. Os elementos de reforço foram modelados por 3920 elementos.

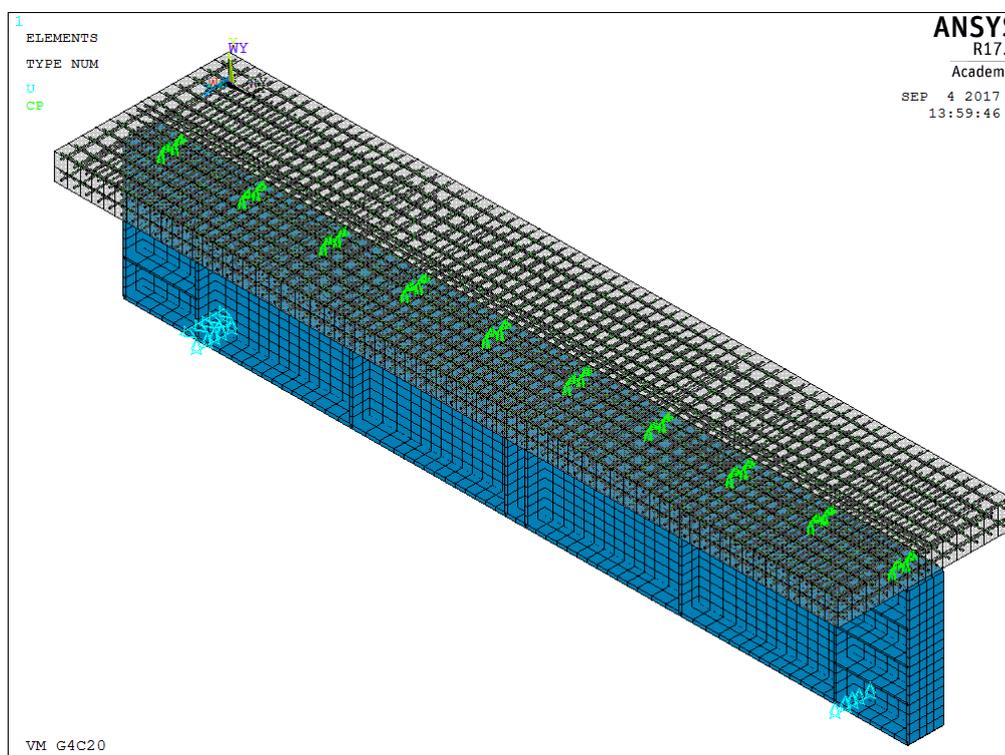


Figura 135 – Malha de elementos finitos da viga G4C20.

Primeiramente é executado uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 136. É utilizado o primeiro modo de deformação com principal e o segundo modo como secundário. Nesse exemplo o 3º modo é considerado como principal e o 5º modo como secundário. Dessa forma, são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 24 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G4C20.

Modo	Carga [kN]
1	-176,74
2	-176,48
3	146,10
4	146,11
5	152,44
6	152,63
7	170,66
8	170,90
9	177,80
10	177,85

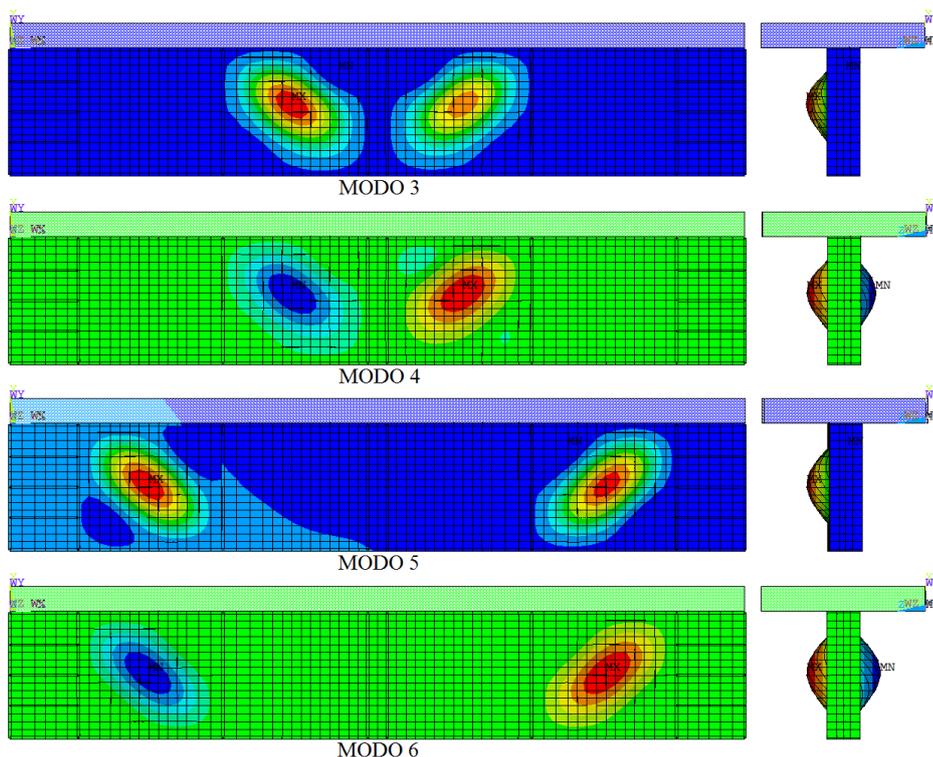


Figura 136 - Modos de flambagem da viga G4C20.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplásticos perfeitos.

A curva carga-deslocamento para as duas análises está ilustrada na Figura 137. Do mesmo modo que na viga G3C30, o processo numérico não atinge mais a convergência em cargas inferiores a carga de ruptura do teste experimental devido à interpenetração da malha do perfil de aço na laje de concreto.

Para o modelo elastoplástico com endurecimento, a interpenetração da malha de elementos finitos começa na carga de 510,17 kN, antes do início do esmagamento do concreto (518,97 kN) e o processo numérico não consegue mais convergir na carga de 547,76 kN.

Os deslocamentos ao final do último incremento de carga, no nó central da viga, mostram uma penetração de 14,25 mm.

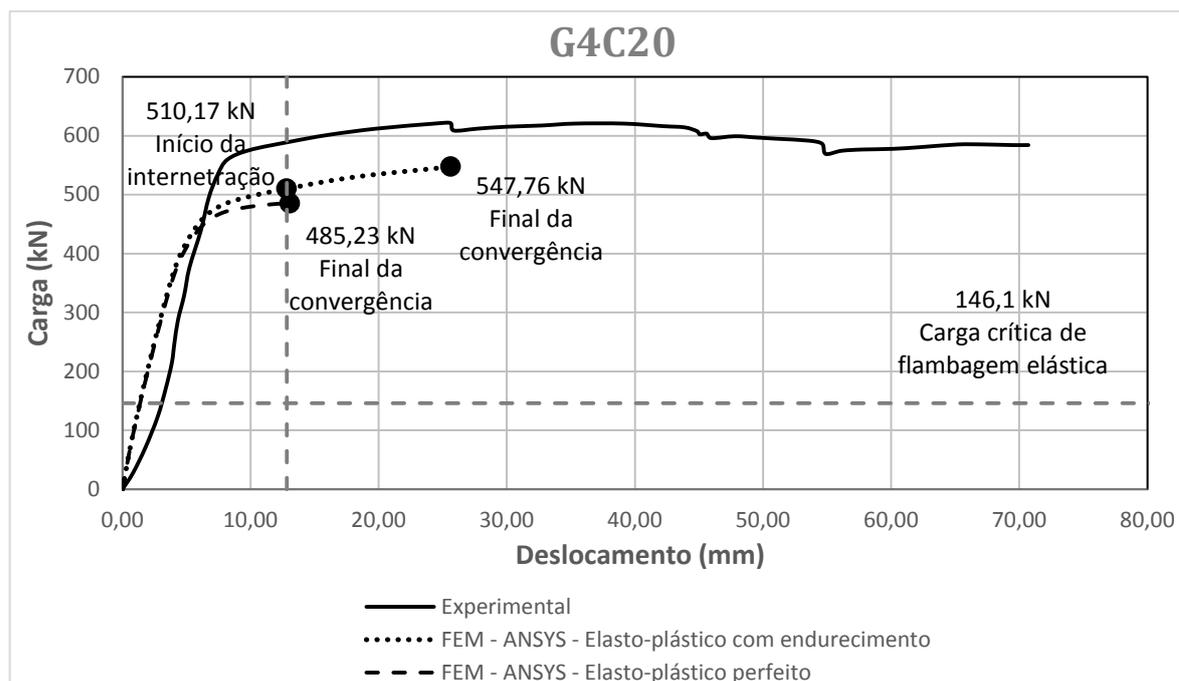


Figura 137 – Curva carga-deslocamento para a viga mista G4C20.

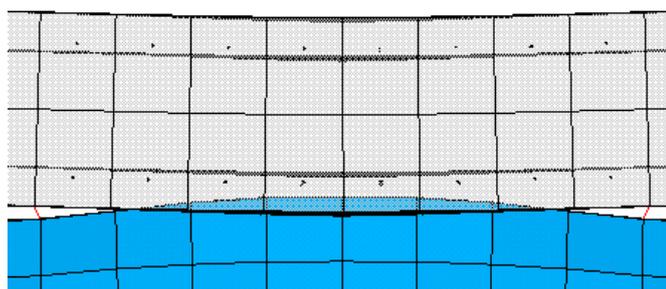


Figura 138 – Interpenetração da malha de elementos da viga G4C20.

Para solucionar o problema foi realizada uma nova análise considerando um conector fictício, localizado na região de maior interpenetração da malha (centro da viga mista). Como se trata de uma alteração local dos dados e a rigidez utilizada para esse conector é praticamente nula em relação as demais, não se espera uma grande influência nos resultados.

A curva carga-deslocamento correspondente à análise com o conector fictício está ilustrada na Figura 139. Os resultados obtidos são melhores que os anteriores, não ocorrendo mais a interpenetração da malha de elementos finitos na região central da viga, mas sim nos apoios. Como essa interpenetração ocorre após a carga última do ensaio experimental e a ruptura se dá por deformações excessivas, sem a ocorrência de esmagamento, se considera como ponto final da análise o início da interpenetração.

A partir da carga de 658,65 kN, a interpenetração de malha se inicia na região dos apoios. Nota-se que ela ocorre devido ao grau de interação entre o perfil de aço e a laje ser de 15% em conjunto com a rigidez dessa conexão ser pequena, resultante da utilização do fator $\zeta = 0,24$ no cálculo da rigidez pela expressão (6.5).

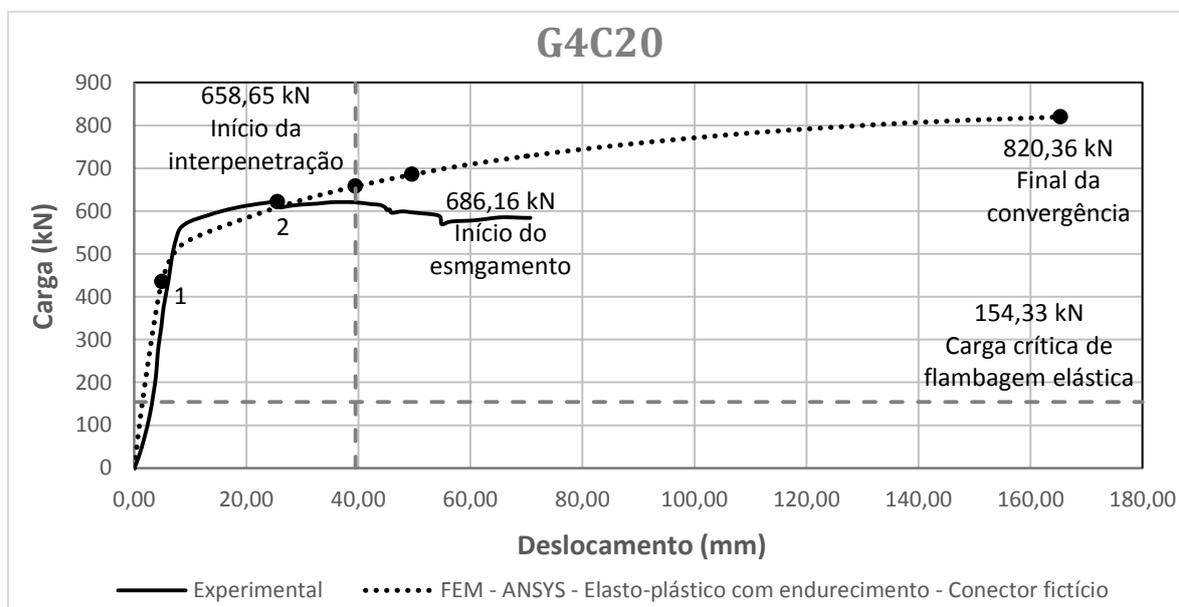


Figura 139 – Curva carga-deslocamento para a viga G4C20 com o conector fictício.

- 1 – Início do escoamento do perfil;
- 2 – Ruptura experimental.

A fissuração inicia na carga de 28,33 kN, ocorre nos elementos inferiores da laje, no meio da viga. Ela inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura e as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, os painéis atingem tensões máximas de 6,08 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 26,30 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

As tensões na alma do perfil de aço para carga de ruptura experimental (623 kN) está ilustrada na Figura 140. Nota-se que nos painéis, região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 26,30$ kN/cm²). Considerand-se as tensões de von Mises, praticamente todos os painéis já atingiram a tensão de escoamento.

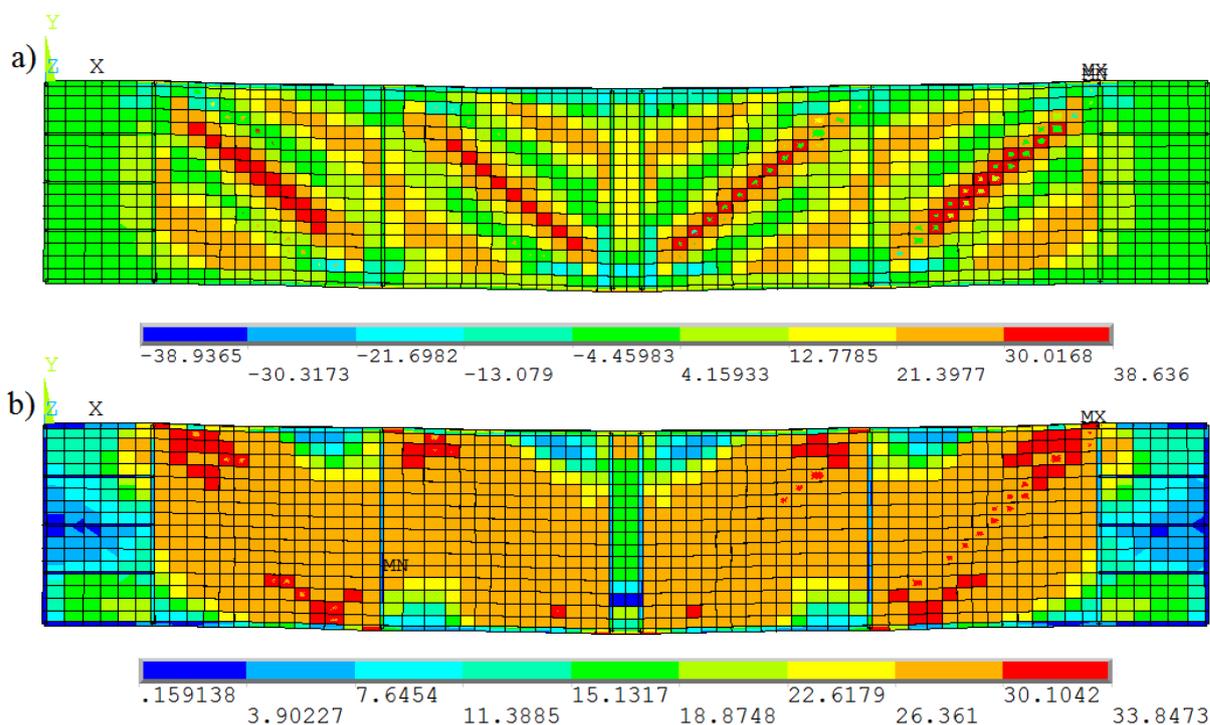


Figura 140 - Tensões na alma da viga G4C20 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 33,0 \text{ kN/cm}^2$), assim em apenas alguns pontos, como em cima dos apoios na mesa superior e na região central na mesa inferior, ela supera a tensão de escoamento (Figura 141).

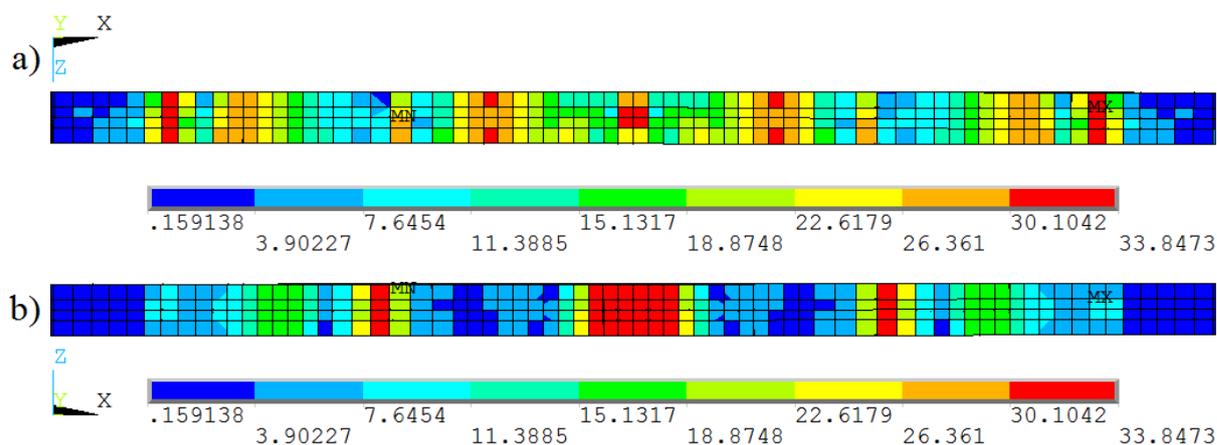


Figura 141 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G4C20 para carga de ruptura experimental. a) Superior – b) Inferior.

Na carga de 435,35 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Ele ocorre no painel externo, região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A Figura 142

ilustra a distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga.

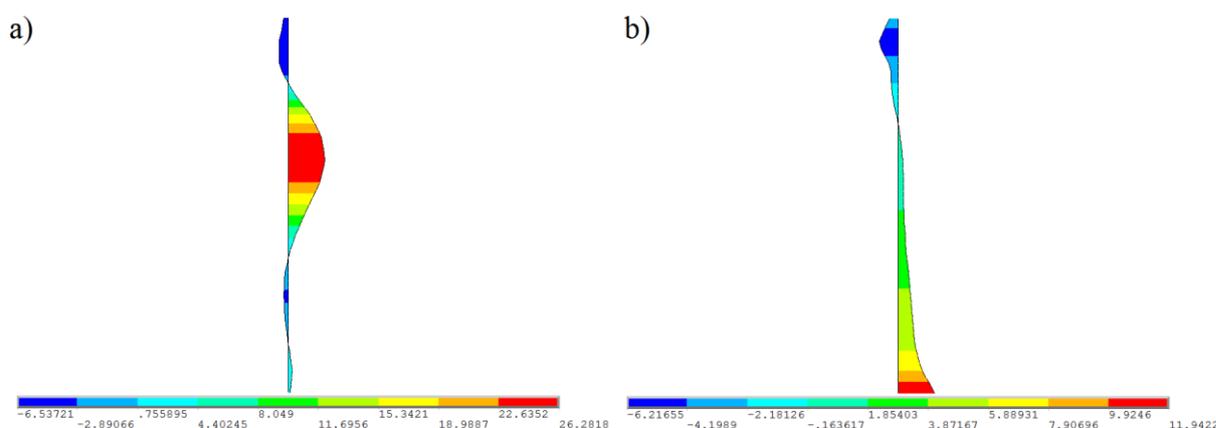


Figura 142 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G4C20.

Também é comparado o escorregamento ao longo da viga G4C20 e as respostas não são muito boas quando comparadas aos resultados experimental, conforme ilustrado na Figura 143. Para as cargas de 100 kN, a relação entre os picos de máximo escorregamento é igual a 0,91, já para a carga de 300 kN a relação entre os picos é de 1,87 e, por fim, para a carga de 500 kN a relação é igual a 2,87.

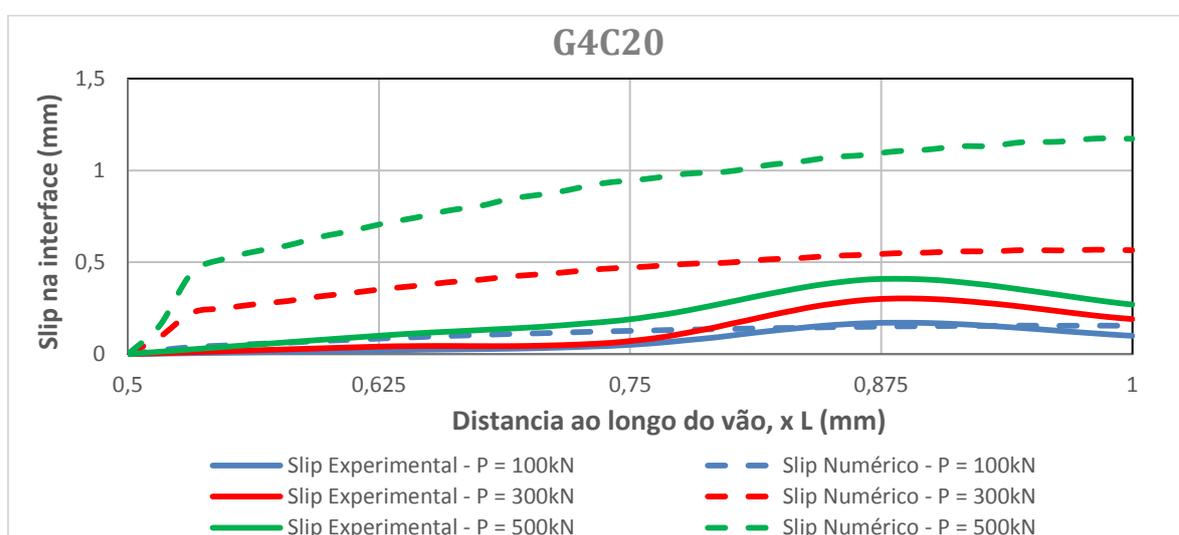


Figura 143 – Escorregamento ao longo da viga mista G4C20.

Um dos motivos para explicar as respostas de escorregamentos que estão sendo obtidas nos modelos numéricos é a rigidez da conexão, na qual ao utilizar as fórmulas para o seu cálculo, principalmente o $\xi = 0,24$, está se considerando uma conexão mais flexível. Sem as propriedades exatas dos conectores, como sua curva de comportamento, não é possível ter

certeza da rigidez dessa conexão e, por isso, ela apresenta essa variação no comportamento. Assim o modelo numérico apresenta um comportamento dos conectores claramente mais flexível que o experimental.

As deformações plásticas de von Mises para o último incremento de carga antes da interpenetração estão apresentadas na Figura 144. Nota-se que grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

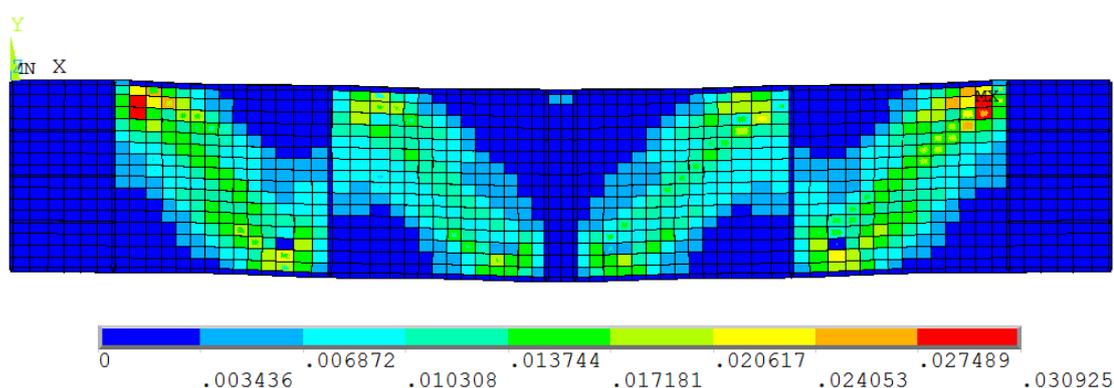


Figura 144 - Deformações plásticas de von Mises – viga G4C20.

A deformada da viga G4C20 obtida pelo modelo numérico está representada na Figura 145. Essa deformada está de acordo com a obtida pelo modelo numérico empregado por Yatim *et al.* (2015).

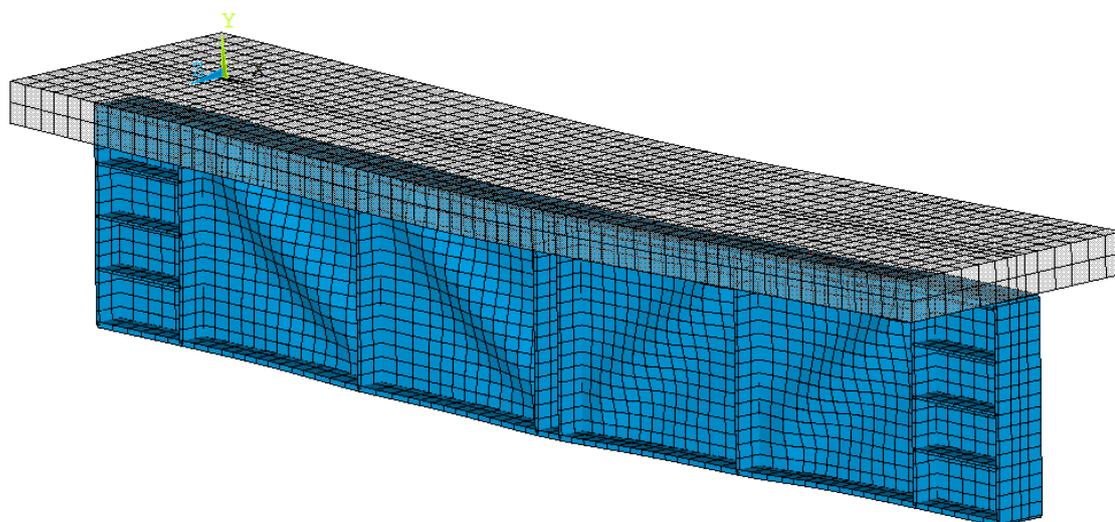


Figura 145 – Deformada da viga G4C20.

6.1.6 Viga G4C30

A viga G4C30 tem as mesmas características geométricas que a G4C20, mas as propriedades dos materiais são distintas, como por exemplo, o concreto é da classe C30. O grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 15%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentadas nas tabelas 14 e 15. A malha de elementos finitos empregada é a mesma do exemplo anterior (viga G4C20).

O espaçamento dos conectores foi modificado de 27,9 cm para 28,12 cm (alteração de 0,79%), para facilitar a geração da malha de elementos finitos.

Como a geometria da viga G4C30 é a mesma que a G4C20, foi utilizado o mesmo *script* de trabalho aplicado no exemplo anterior, ou seja, o modelo numérico foi adaptado para apresentar duas fileiras de conectores, considerando a rigidez desse conector como a metade de seu valor calculado pela fórmula (6.5).

O primeiro passo a ser executado é uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 146. É utilizado o primeiro modo de deformação como principal e o segundo modo como secundário. Nesse exemplo o 3º modo é considerado como principal e o 5º modo como secundário. Dessa forma, são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 25 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G4C30.

Modo	Carga [kN]
1	-184,29
2	-184,00
3	154,29
4	154,30
5	160,89
6	161,10
7	179,82
8	180,09
9	187,56
10	187,61

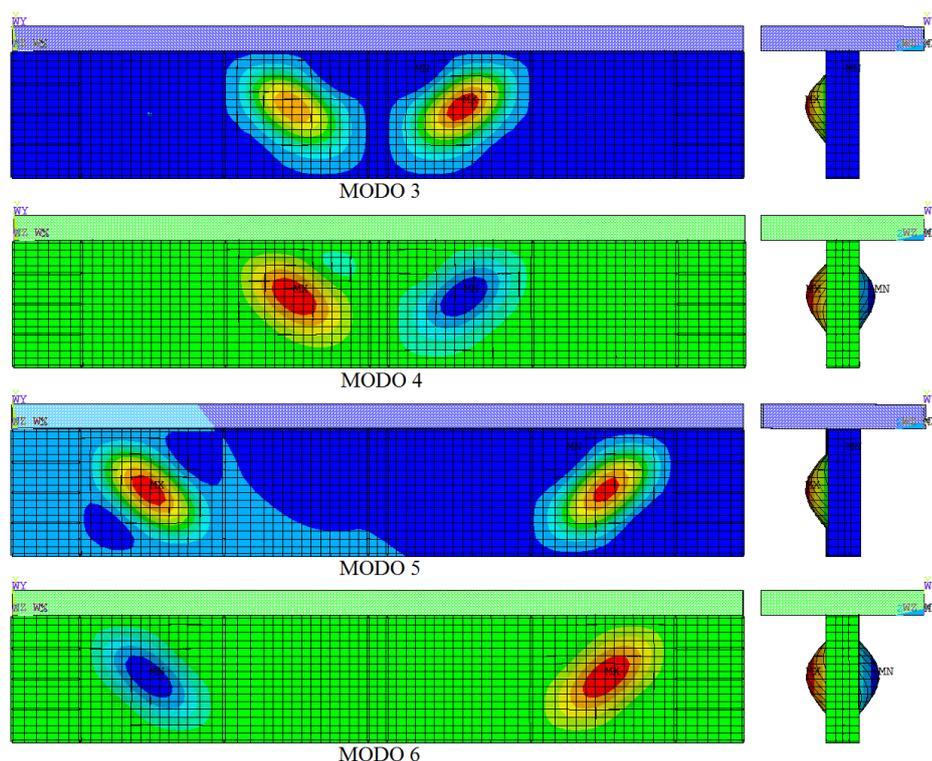


Figura 146 - Modos de flambagem da viga G4C20.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplástico perfeito.

A curva carga-deslocamento para as duas análises está ilustrada na Figura 147. Nota-se que ambos os modelos atingem o final da convergência em cargas menores que a do modelo experimental devido à interpenetração de malha.

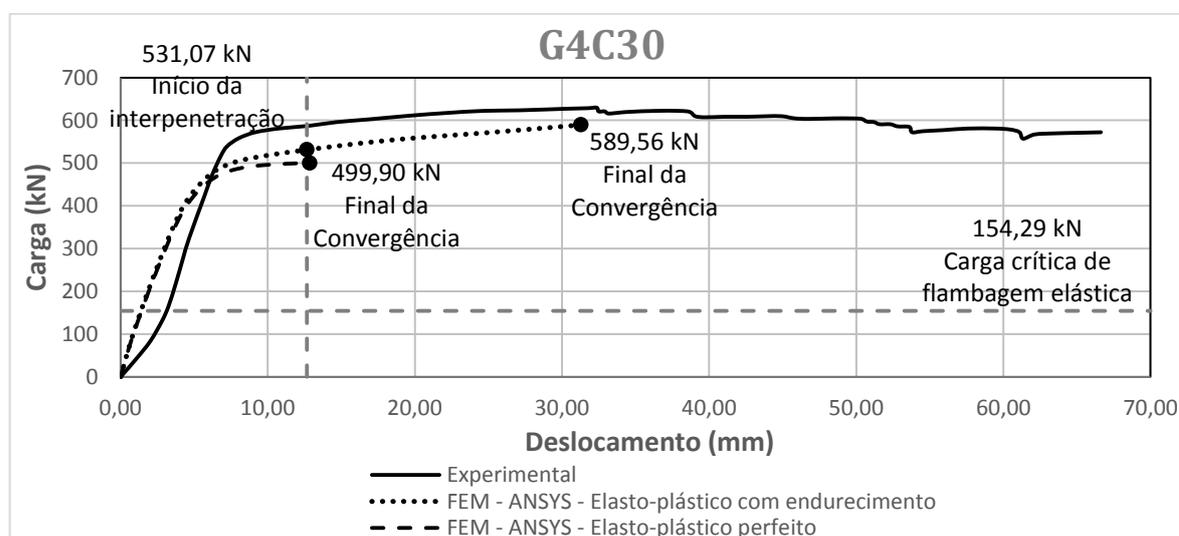


Figura 147 – Curva carga-deslocamento para viga G4C30.

Essa interpenetração inicia no incremento de carga 531,07 kN, antes do início do esmagamento do concreto (543,17 kN). Para o modelo elastoplástico perfeito o esmagamento não acontece até atingir o final da convergência. O processo numérico não consegue mais convergir na carga de 589,56 kN. Os deslocamentos verticais ao final do último incremento de carga, no nó central da viga mista, mostram uma penetração de 18,21 mm.

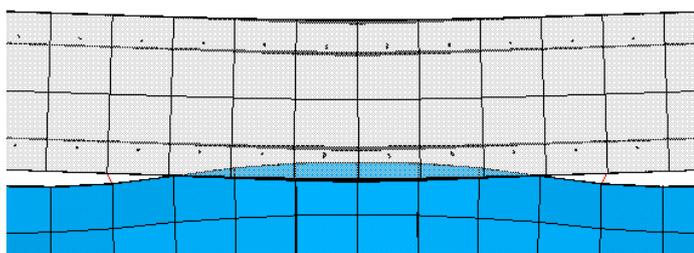


Figura 148 – Interpenetração da malha de elementos finitos da viga G4C30.

Novamente adotou-se um conector fictício localizado na região de maior interpenetração da malha (centro da viga mista). Nota-se que a adição desse conector alterou as cargas críticas e modos de flambagem obtidas pela análise de *Eigen Buckling*, mas se manteve o mesmo processo de combinar os modos de flambagem com os ponderadores indicados pelo CEN (2006).

A curva carga-deslocamento para a análise com o conector fictício está ilustrada na Figura 149. Os resultados obtidos são melhores que as anteriores sendo que não ocorre interpenetração entre as malhas de elementos finitos na região central da viga, mas essa se inicia na região dos apois a partir do incremento de carga de 756,58 kN.

A fissuração inicia na carga de 32,73 kN, ocorre nos elementos inferiores da laje, no meio da viga. Ela inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura e as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, com os painéis atingindo tensões máximas de 6,64 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 27,50 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

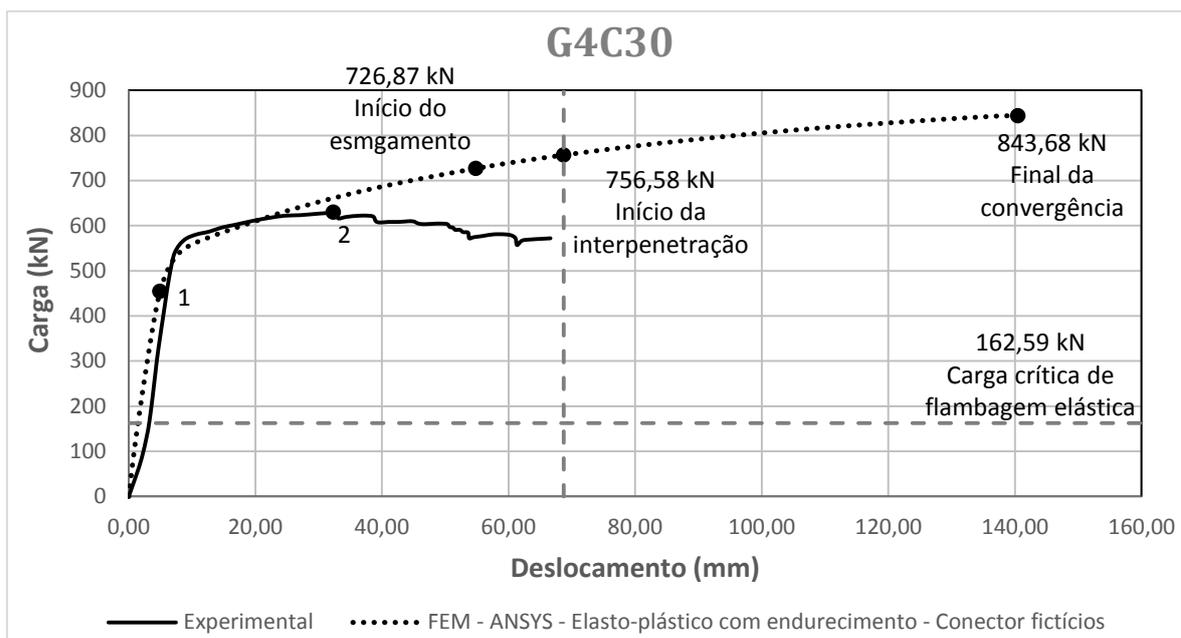


Figura 149 – Curva carga-deslocamento para a viga G4C30 com o conector fictício.

1 – Início do escoamento do perfil;
2 – Ruptura experimental.

A Figura 150 apresenta as tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento da laje de concreto. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 27,50 \text{ kN/cm}^2$). Já nas tensões de von Mises, grande parte dos painéis já atingiram a tensão de escoamento.

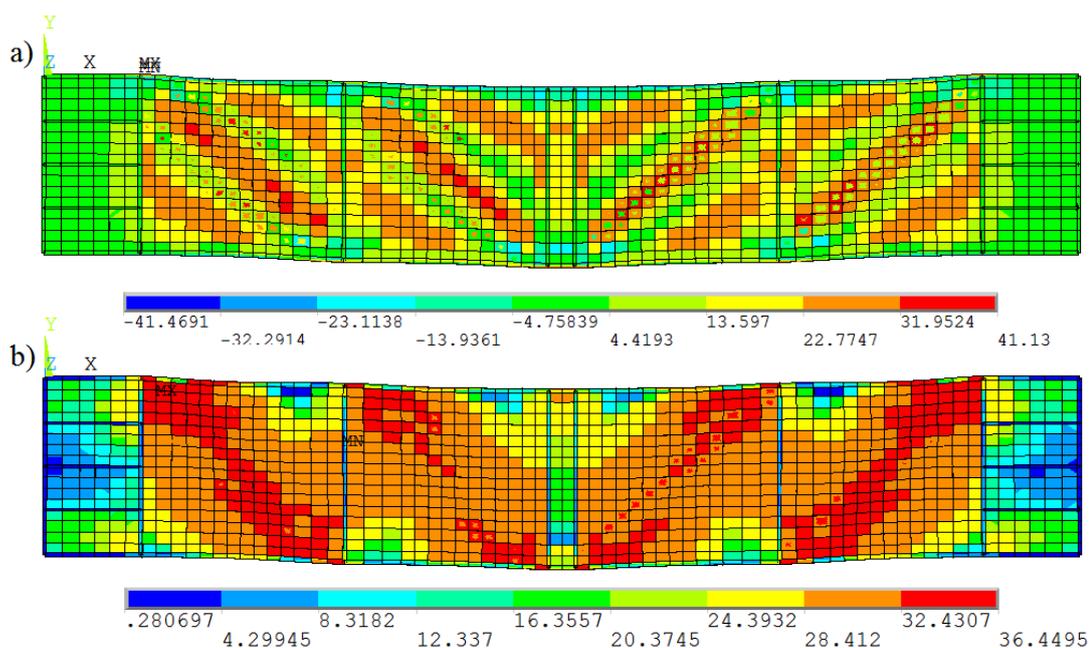


Figura 150 - Tensões na alma da viga G4C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 33,00 \text{ kN/cm}^2$), apenas com alguns elementos atingindo a tensão de escoamento (Figura 151).

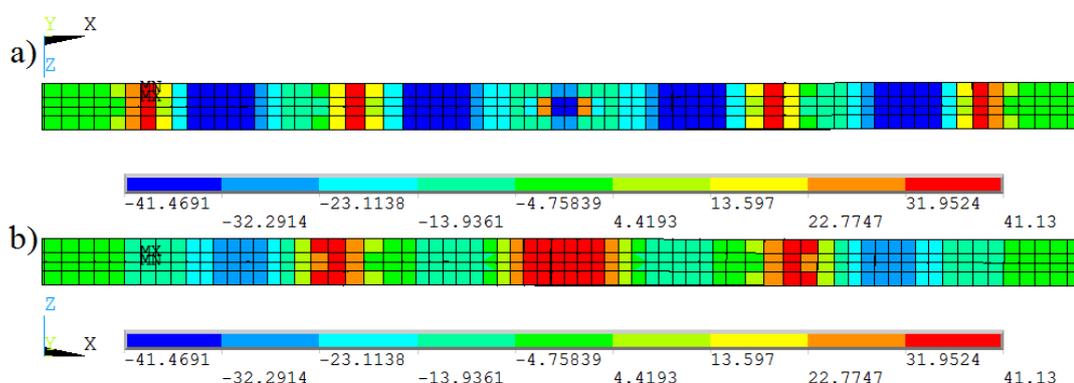


Figura 151 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G4C30 - início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Na carga de 454,05 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Ele ocorre no painel externo, região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A Figura 152 ilustra a distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga.

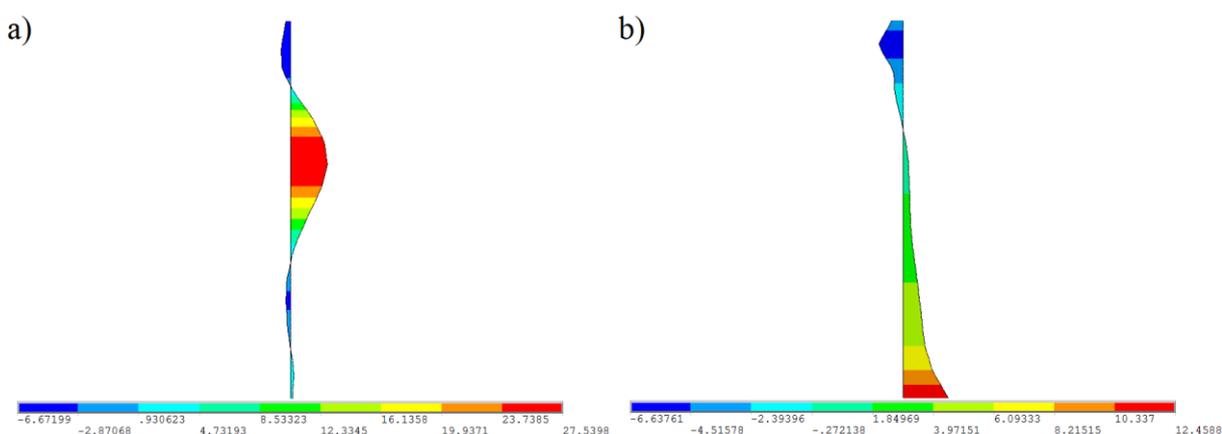


Figura 152 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G4C30.

A ruptura dessa viga, no ensaio experimental, ocorreu por deformações excessivas. Foram observadas fissuras nas regiões inferiores da laje e sobre os suportes. Considerando o mesmo nível de carga que provocou a ruptura da viga no ensaio experimental (631 kN) é feita a comparação das tensões no modelo numérico, onde observa-se que parte da alma já atingiu a tensão de escoamento ($f_y = 27,50 \text{ kN/cm}^2$), principalmente na região da alma onde ocorre a flambagem local.

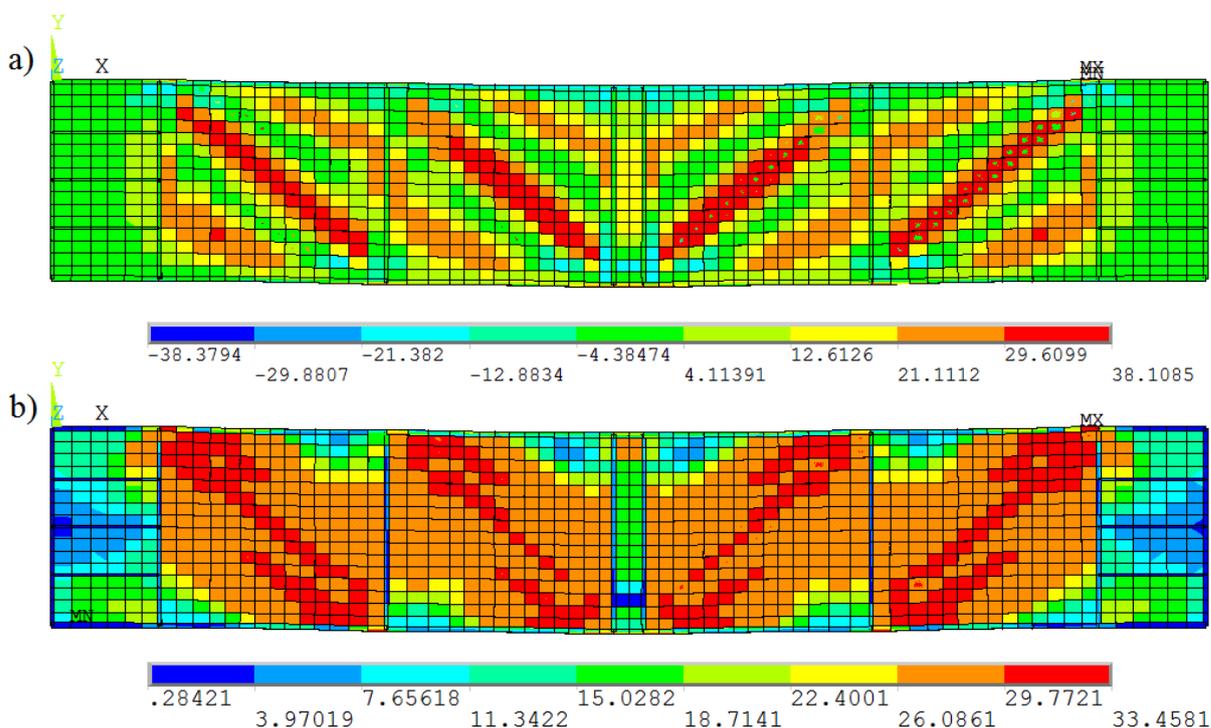


Figura 153 - Tensão na viga G4C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.

Também é comparado o escorregamento ao longo da viga e as respostas não são muito boas quando comparadas ao resultado experimental, conforme ilustrado na Figura 154. Para as cargas de 100 kN, a relação entre os picos de máximo escorregamento é igual a 1,34, já para a carga de 300 kN a relação entre os picos é de 2,58 e, por fim, para a carga de 500 kN a relação é igual a 3,45.

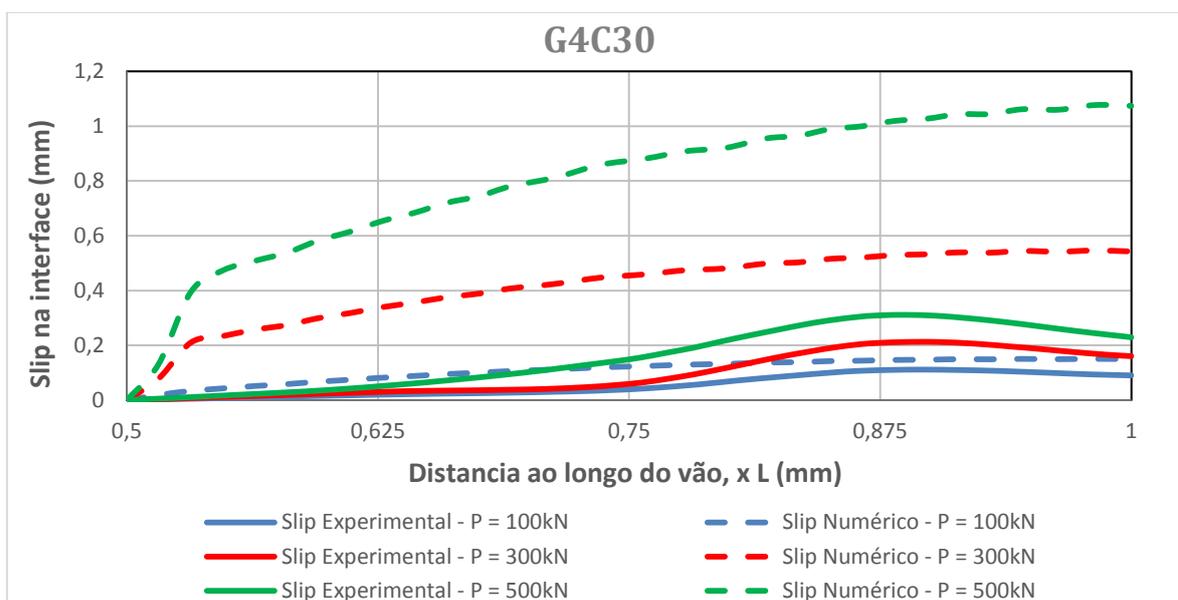


Figura 154 - Escorregamento ao longo da viga G4C30.

Como comentado no item 6.1.1, a resistência e rigidez dos conectores é calculada através das fórmulas (6.1), (6.2), (6.3) e (6.5) e apresenta grandes diferenças quando o mesmo é comparado com os ensaios experimentais *push out*. Dessa forma, isso pode ser um dos motivos para explicar as respostas de escorregamentos que estão sendo obtidas pelo modelo numérico empregado. Ao utilizar as fórmulas para o cálculo da rigidez, principalmente o $\xi = 0,24$, está se considerando uma conexão mais flexível. Assim, sem as propriedades exatas dos conectores, como sua curva de comportamento não é possível ter certeza da rigidez dessa conexão.

Por fim, compara-se o escorregamento no final da viga mista, conforme ilustrado na Figura 155. Nota-se que as respostas relacionadas ao escorregamento apresentam características parecidas com o ensaio experimental, mas o comportamento do modelo numérico é mais flexível e as respostas não são boas. Esse escorregamento ao final também tem grande influência devido à rigidez dos conectores, que como já comentando, foram definidos por fórmulas que resultam numa conexão bem flexível e a forma na qual são modelados os conectores.

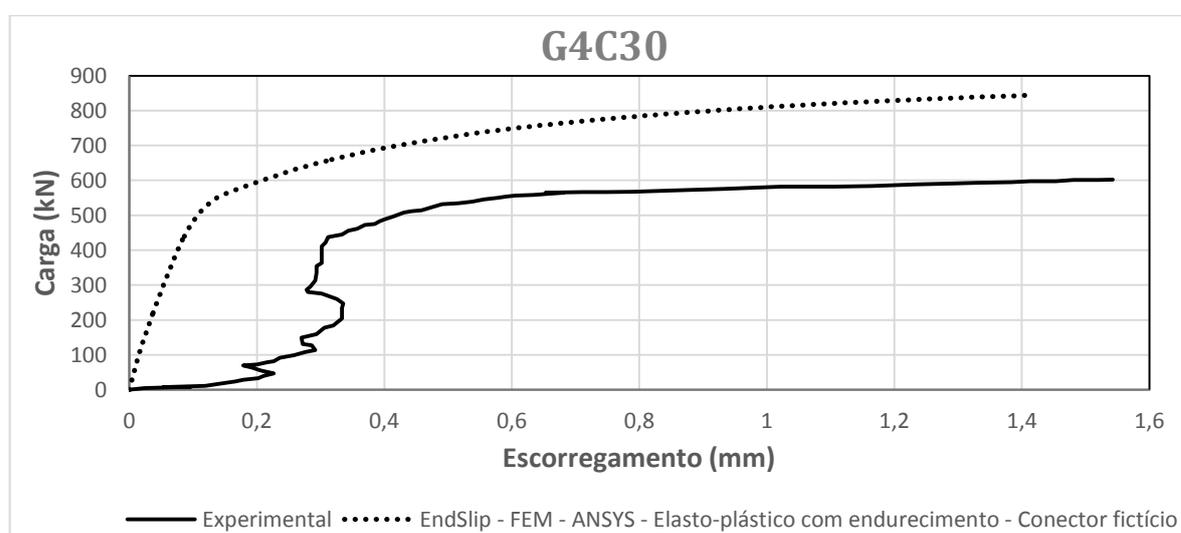


Figura 155 – Escorregamento ao final da viga G4C30.

A deformada da viga G4C30 correspondente ao modelo numérico está ilustrada na Figura 156. Nota-se que o modelo numérico empregando o *software* ANSYS consegue representar, do mesmo modo que o modelo numérico empregado por Yatim *et al.* (2015), a forma da deformada da viga G4C30. Portanto, o uso de duas linhas de conectores, com metade da rigidez do original, fornece uma boa aproximação.

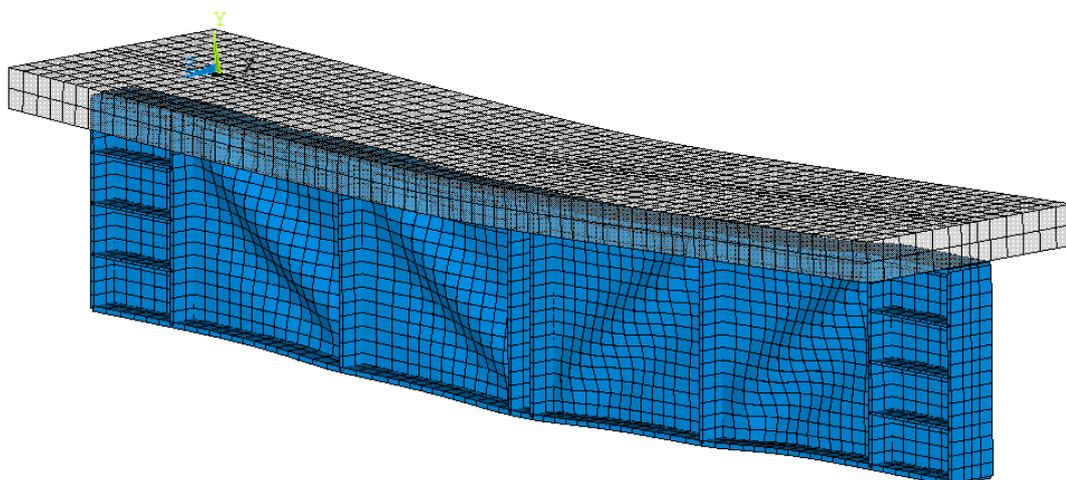


Figura 156 - Deformada da viga mista G4C30.

6.1.7 Viga G5C30

A viga G5C30 apresenta as mesmas características geométricas que as vigas anteriores, apenas as propriedades dos materiais, o espaçamento do conector e seu diâmetro que são diferentes. O grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 80%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentados nas tabelas 14 e 15. Para manter os elementos da viga com a dimensão relativamente parecida foi aumentado o espaçamento dos conectores de 11,60 cm para 11,638 cm (alteração de 0,3%).

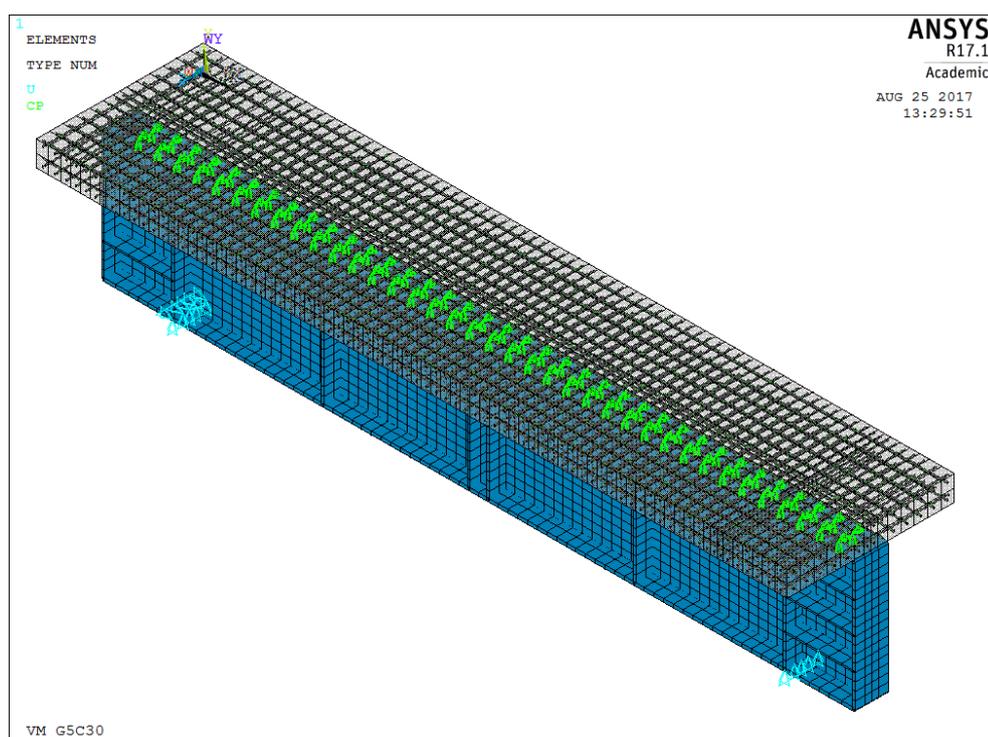


Figura 157 – Malha de elementos finitos da viga G5C30.

A malha empregada apresenta um total de 9042 elementos, dos quais 2504 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 2156 elementos. Para modelar os conectores foram empregados 74 elementos, duas filas de 37. Os elementos de reforço são feitos 4308 elementos.

Primeiro é executado uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 158. É utilizado o primeiro modo de deformação como principal e o segundo como secundário. Nesse exemplo o 7º e 8º modo são considerados como principal e o 9º e 10º modo como secundários. Dessa forma são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 26 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G5C30.

Modo	Carga [kN]
1	-196,64
2	-196,57
3	-191,47
4	-190,84
5	-170,05
6	-169,81
7	184,73
8	185,87
9	194,95
10	195,04

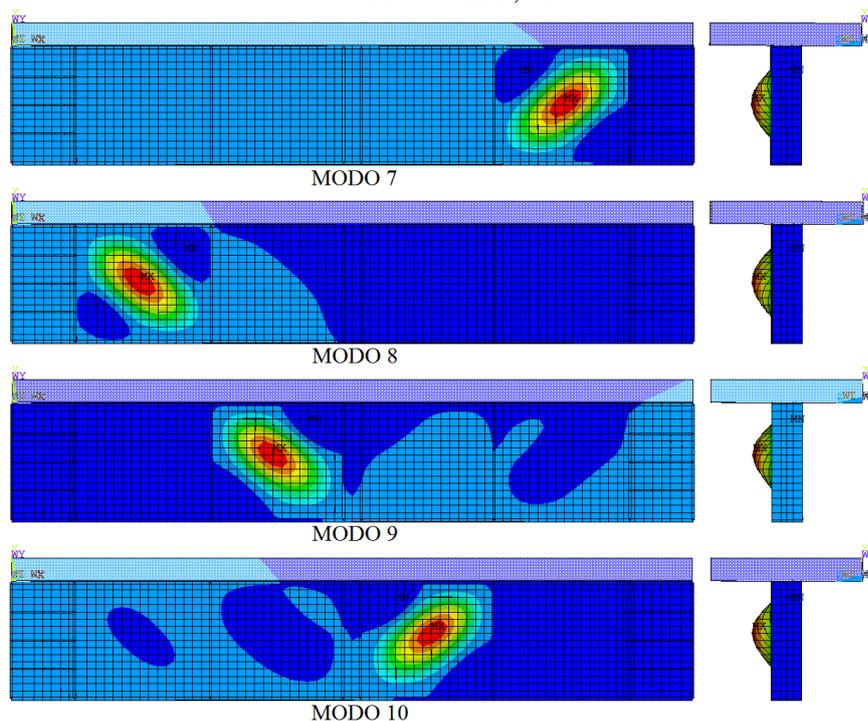


Figura 158 - Modos de flambagem da viga G5C30.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplástico perfeito.

A curva carga-deslocamento está ilustrada na Figura 159. Nota-se que o modelo numérico considerando os materiais como elastoplástico com endurecimento apresentam uma rigidez superior ao modelo elastoplástico perfeito, mesmo comportamento obtido nas vigas anteriores. As comparações a seguir são feitas para o modelo elastoplástico com endurecimento.

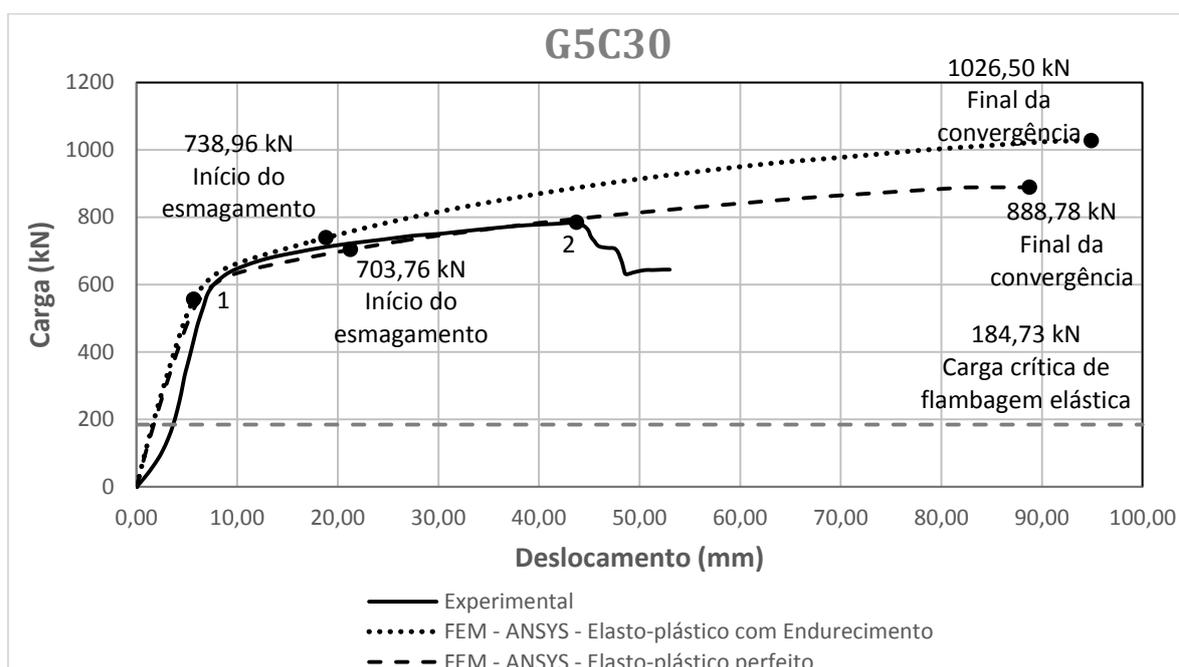


Figura 159 – Gráfico carga-deslocamento para viga G5C30.

1 – Início do escoamento do perfil;

2 – Ruptura experimental.

A fissuração inicia na carga de 52,53 kN, ocorre no meio da viga, nos elementos inferiores. Ela inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura e as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento. Na laje, as tensões na região inferior atingem um máximo de 0,174 kN/cm².

Ao atingir a carga de flambagem elástica, o perfil de aço está em regime elástico, onde os painéis atingem tensões máximas de 7,51 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 28,30 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje já teve início.

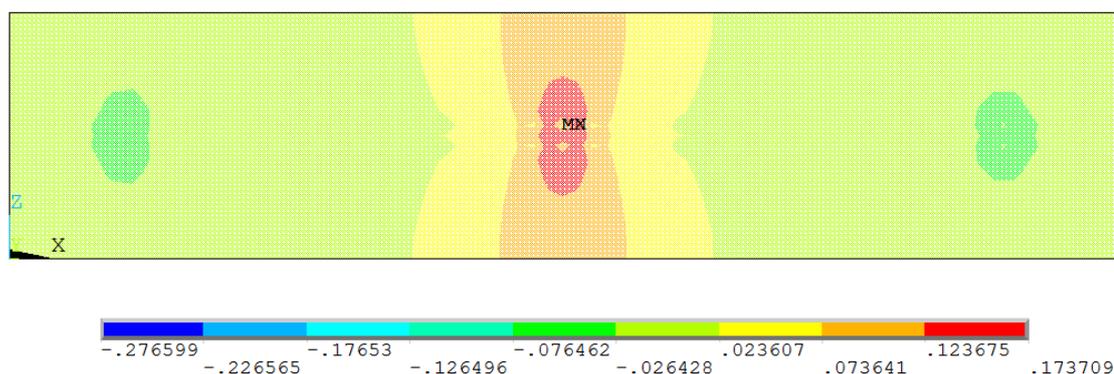


Figura 160 – Tensão σ_x na laje no início da fissuração – vista inferior.

As tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento da laje de concreto estão ilustradas na Figura 161. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 28,30 \text{ kN/cm}^2$). Pelas tensões de von Mises, grande parte dos painéis já atingiram a tensão de escoamento.

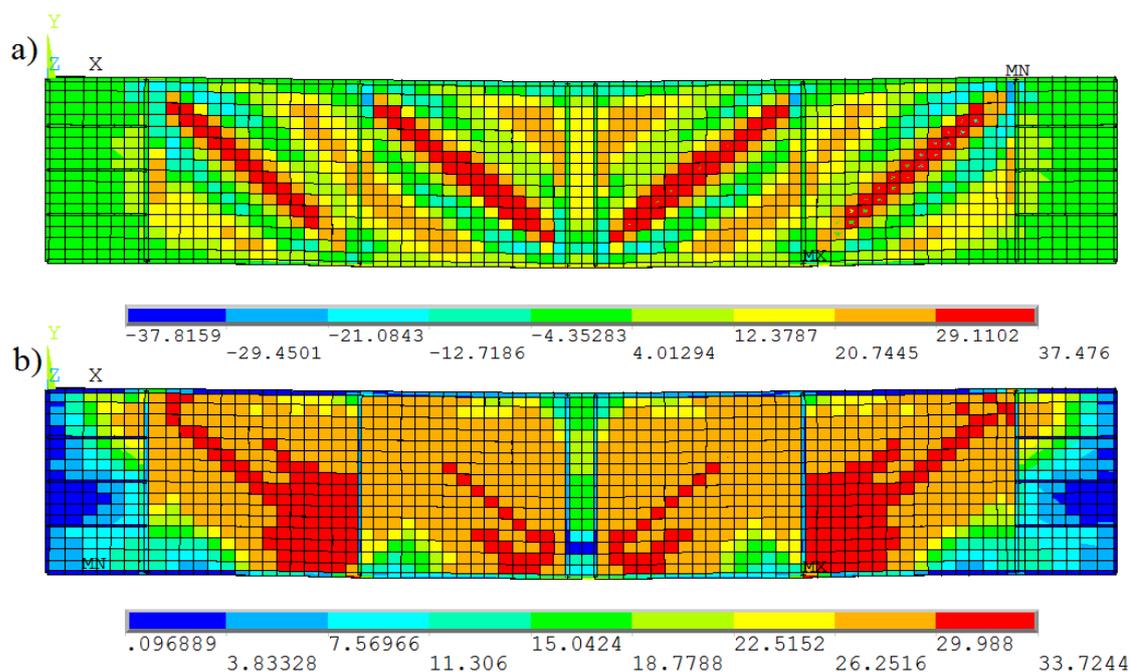


Figura 161 - Tensões na alma da viga G5C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 33,60 \text{ kN/cm}^2$), assim ambas ainda permanecem no regime elástico (Figura 162).

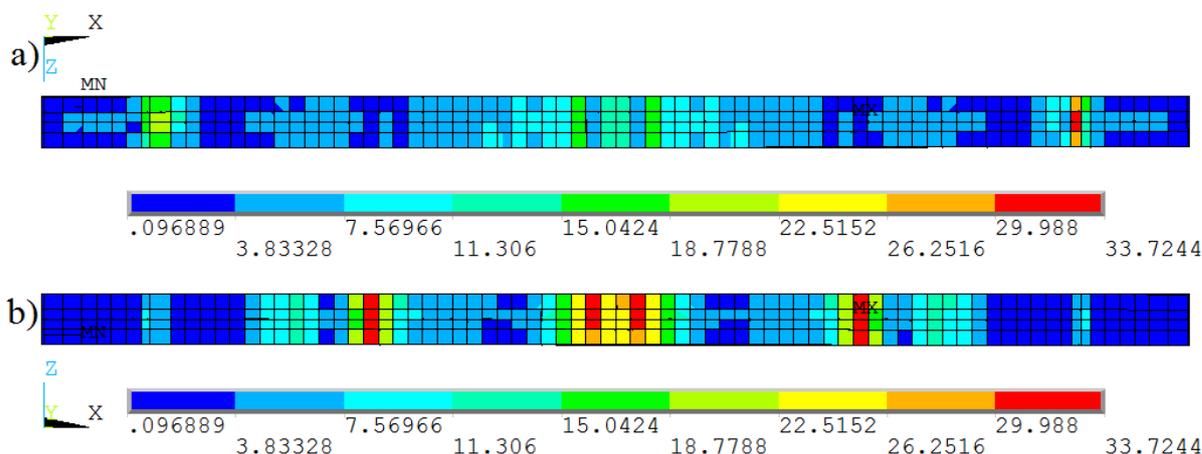


Figura 162 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G5C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Ao atingir a carga de 556,34 kN, inicia-se o processo de escoamento do perfil de aço. Ele ocorre no painel externo, região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A Figura 163 ilustra a distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga.

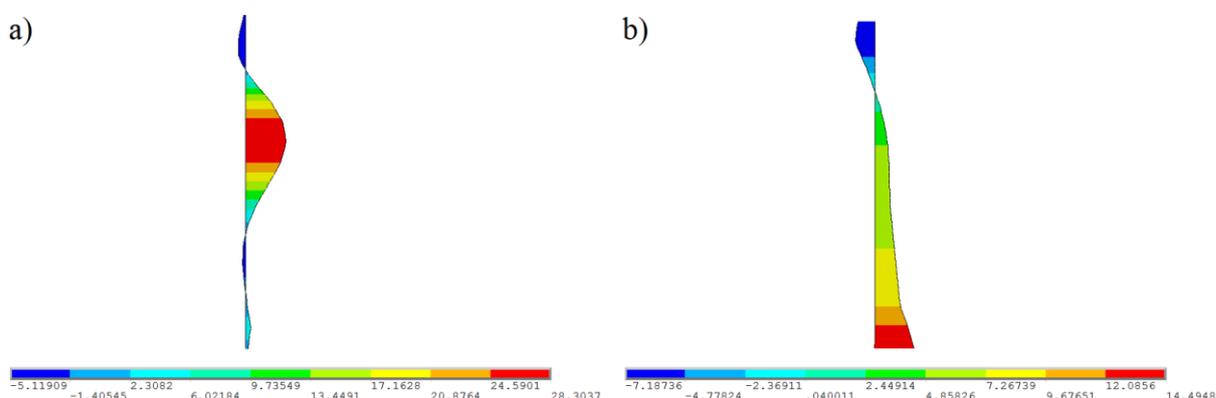


Figura 163 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G5C30.

A viga G5C30 apresenta a carga máxima de 785 kN. O modelo experimental teve a sua ruptura dada por cisalhamento, com o aparecimento de amplas rachaduras e esmagamento na região central. Nesse nível máximo de carga são comparadas as tensões no perfil de aço. Nesse ponto, grande parte da alma já plastificou ($f_y = 28,30 \text{ kN/cm}^2$), principalmente na região onde ocorre a flambagem local. A Figura 164 ilustra as tensões no perfil de aço para o modelo elastoplástico com endurecimento.

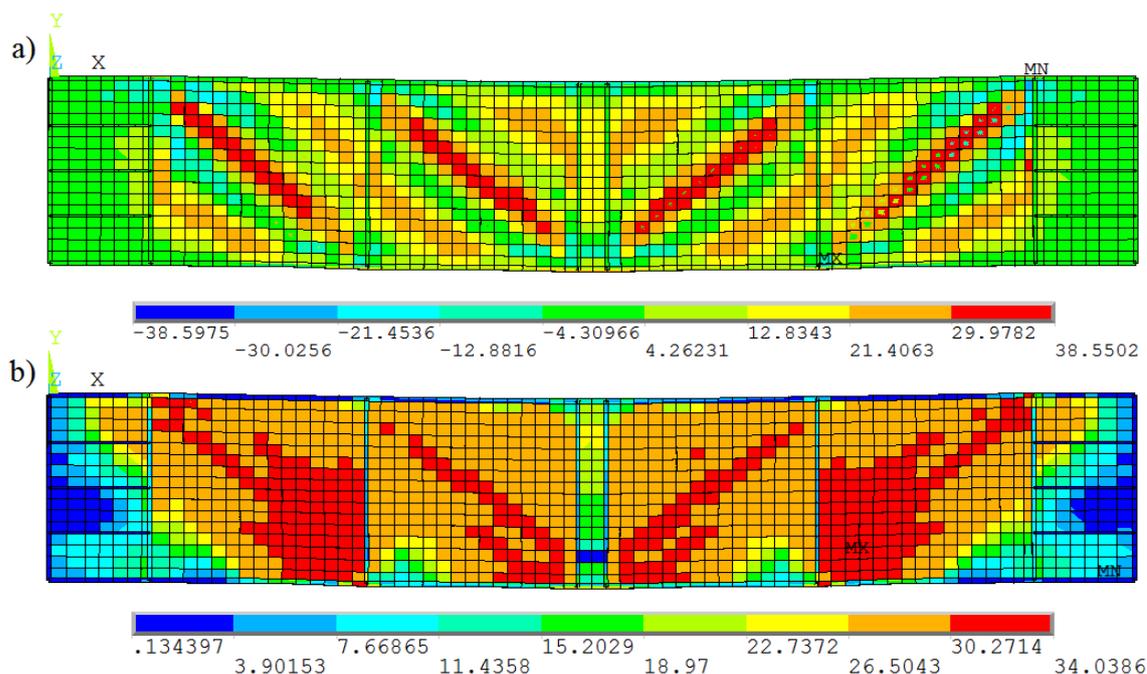


Figura 164 - Tensões na alma da viga G5C30 para carga de ruptura experimental. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

O escorregamento em uma das extremidades da viga entre o perfil de aço e a laje de concreto está ilustrado na Figura 165. As respostas são relativamente boas e apresentam um comportamento semelhante ao experimental, com um crescimento inicial ao longo do incremento de carga até atingir um ponto onde a taxa de aumento de carga por escorregamento apresenta uma redução significativa.

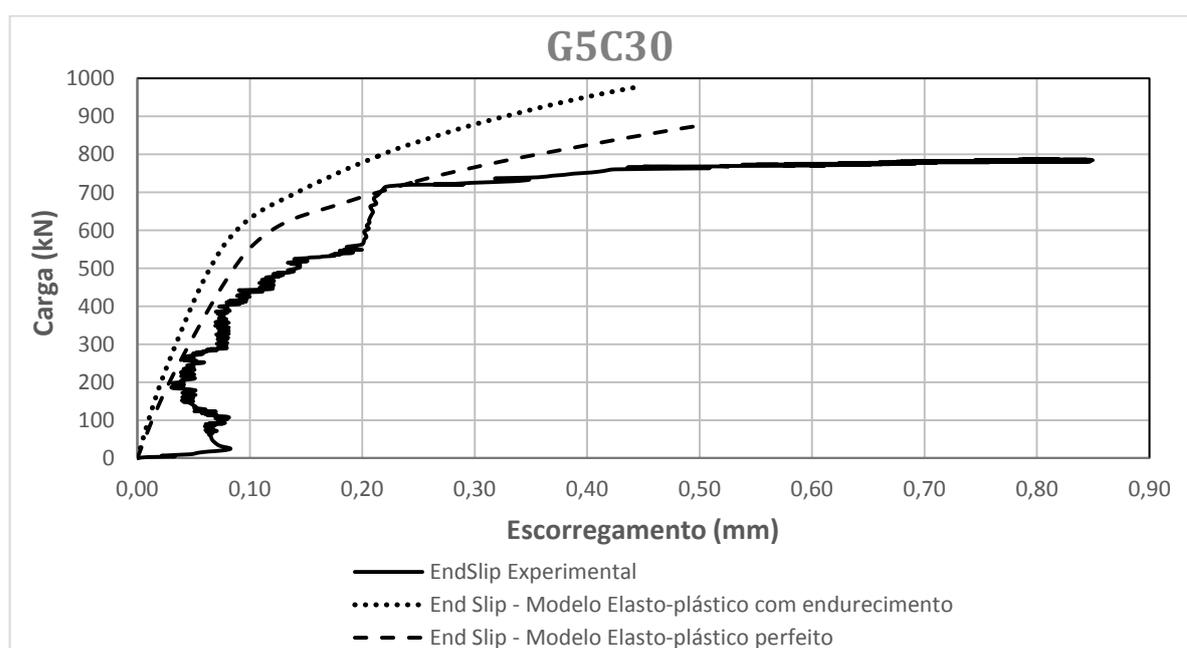


Figura 165 – Escorregamento final da viga mista G5C30.

As deformações plásticas de von Mises para o último incremento de carga do modelo estão apresentadas na Figura 166. Nota-se que grande parte dos painéis apresentam deformações plásticas, mas nas regiões com enrijecedores verticais e horizontais essa deformação é nula.

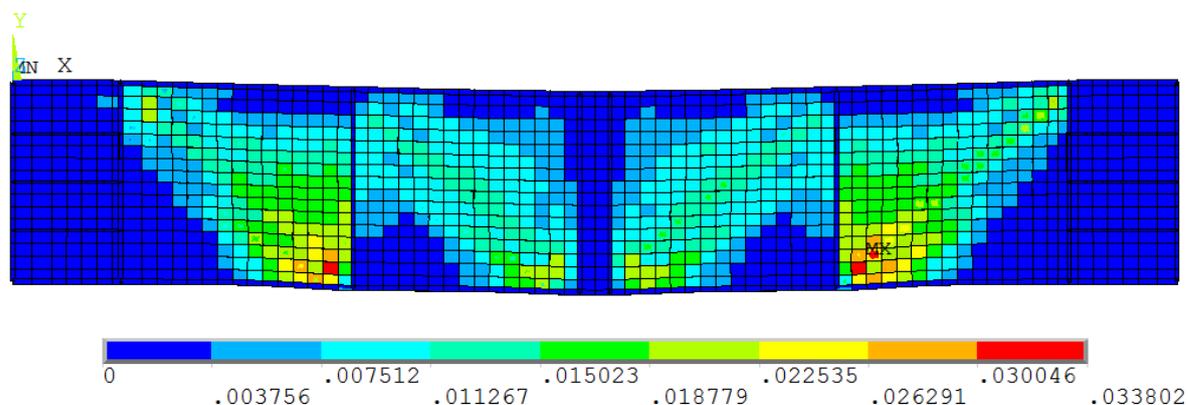


Figura 166 - Deformações plásticas de von Mises – viga G5C30.

A deformada da viga G5C30 no último incremento de carga para o modelo elastoplástico com endurecimento está representado na Figura 167.

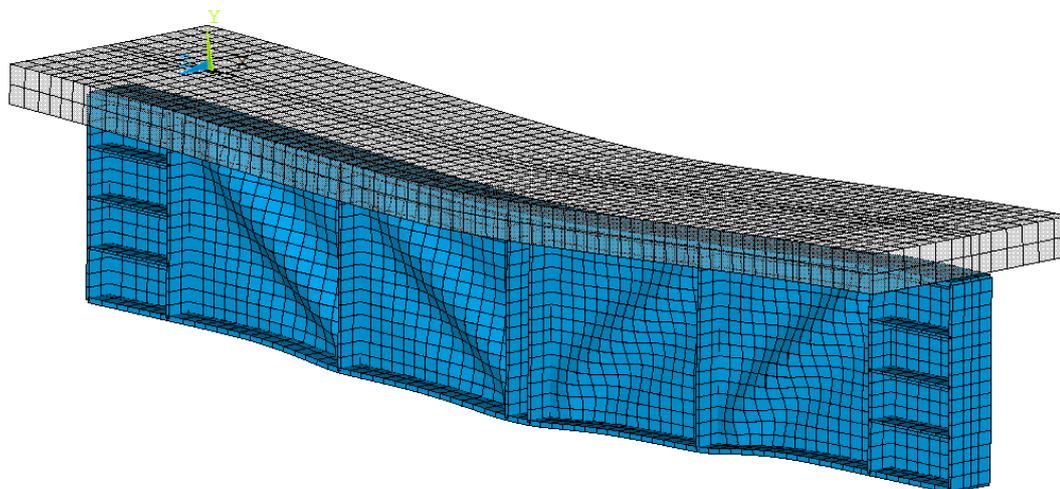


Figura 167 – Deformada da viga mista G5C30.

6.1.8 Viga G6C30

A viga G6C30 apresenta as mesmas características geométricas que as vigas anteriores, apenas as propriedades dos materiais, o espaçamento dos conectores e seu diâmetro que são diferentes. O grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço é de 50%. As propriedades dos materiais empregados estão apresentados nas tabelas 14 e 15.

Para manter os elementos da viga com a dimensão relativamente parecida foi aumentado o espaçamento dos conectores de 45,60 cm para 46,528 cm (alteração de 0,06%).

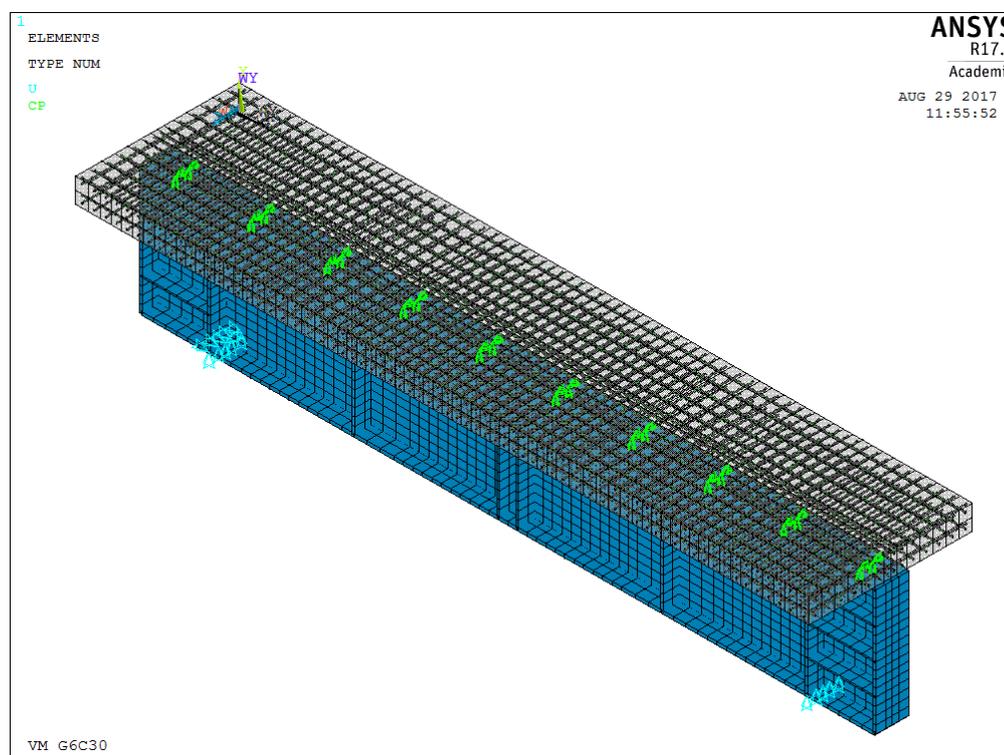


Figura 168 –Malha de elementos finitos para viga mista G6C30.

A malha empregada apresenta um total de 8236 elementos, dos quais 2336 elementos são para modelar o perfil de aço. A laje de concreto foi modelada com 1960 elementos. Para modelar os conectores foram empregados 20 elementos, duas filas de 10. Os elementos de reforço são feitos com 3920 elementos.

Primeiro é executado uma análise de *Eigen Buckling* para adicionar as irregularidades na malha de elementos finitos, Figura 169. É utilizado o primeiro modo de deformação como principal e o segundo modo como secundário. Nesse exemplo o 3º modo é considerado como principal e o 5º modo como secundário. Dessa forma, são adicionadas irregularidades em todos os painéis. Os ponderadores são definidos pelo CEN (2006).

Tabela 27 - Carga crítica de flambagem elástica para a viga G6C30.

Modo	Carga [kN]
1	-181,67
2	-181,43
3	152,64
4	152,66
5	158,02
6	158,19
7	178,82
8	179,07
9	184,48
10	184,52

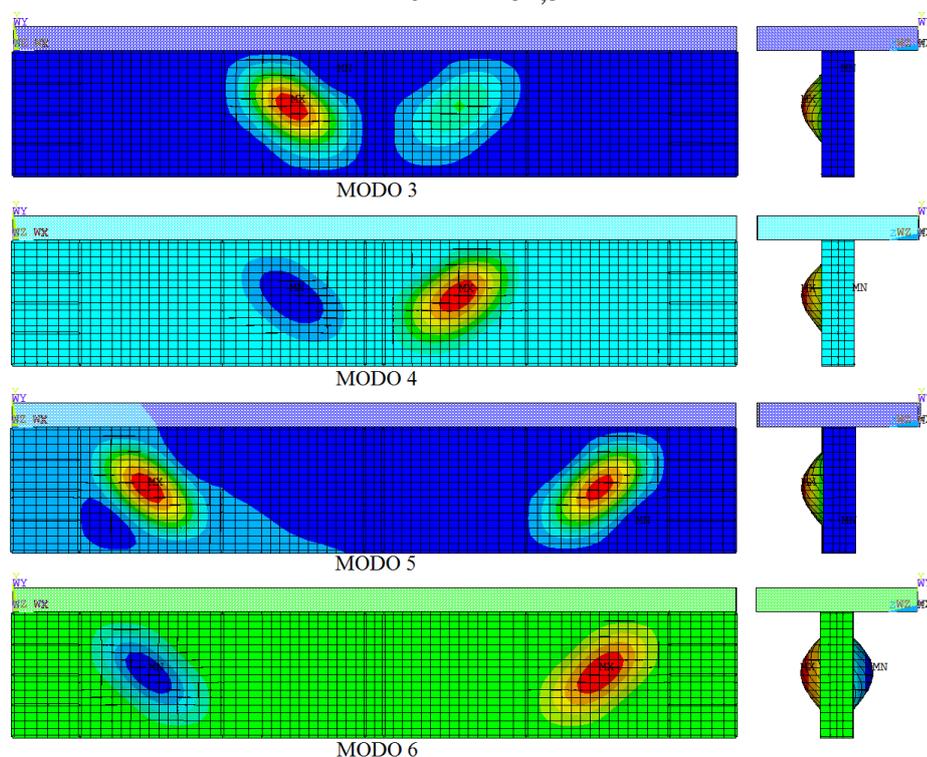


Figura 169 - Modos de flambagem da viga G6C30.

Foram realizadas duas análises, a 1ª considerando o modelo constitutivo para o perfil de aço, armaduras da laje de concreto e conectores como elastoplástico com endurecimento e a 2ª considerando todos esses modelos como elastoplástico perfeito.

A curva carga-deslocamento para as análises está presente na Figura 170. Nota-se que devido ao espaçamento entre os conectores ser o mesmo que a viga G3C30, também ocorre uma interpenetração da malha de elementos finitos, na região central da viga (carga de 608,06 kN).

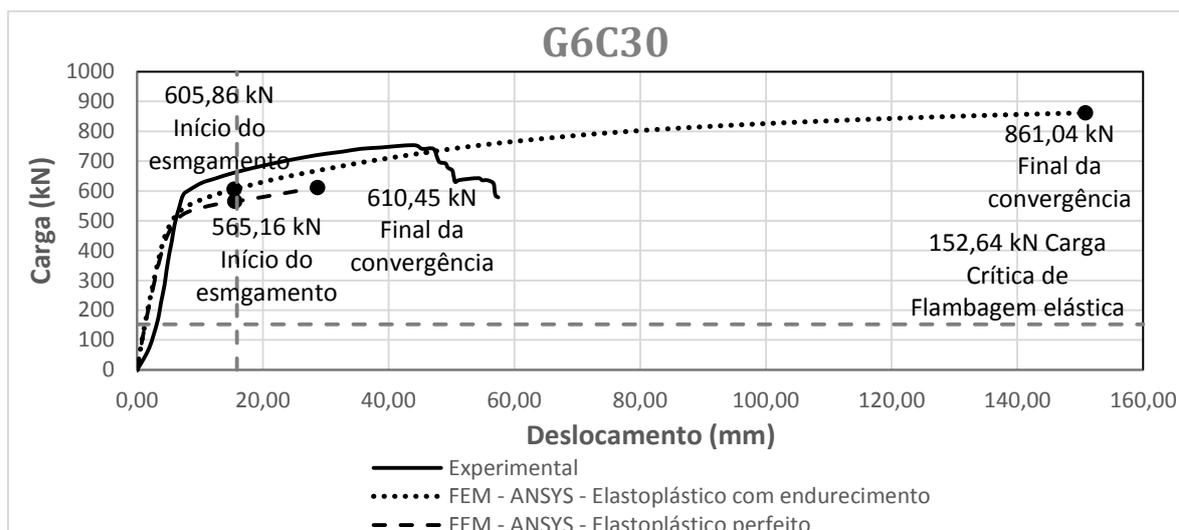


Figura 170 – Curva carga-deslocamento para viga G6C30.

A interpenetração da malha inicia aos 608,06 kN (indicado pela linha cinza pontilhada vertical). Os valores à direita dessa linha não tem sentido físico e suas respostas não podem ser consideradas na análise. Dessa forma, foi realizado o mesmo processo da viga G3C30, ou seja, foi adicionado um conector fictício na região central da viga.

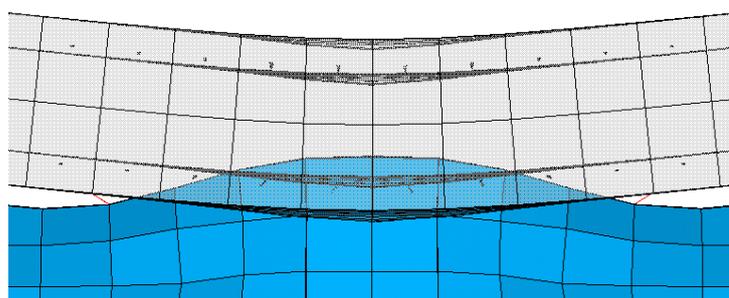


Figura 171 - Interpenetração da malha para a viga G6C30.

Comparando os deslocamentos verticais do nó central no último incremento de carga, onde ocorre a maior interpenetração, a laje de concreto atinge um deslocamento igual a 214,4 mm enquanto que o perfil de aço atinge 147,8 mm. Assim, o perfil de aço penetra em torno de 56,6 mm na laje de concreto.

Como a interpenetração ocorre em passos de cargas inferiores a de ruptura do ensaio experimental, resulta em respostas não satisfatórias. Assim, é realizada uma nova análise considerando um conector fictício adicional localizado bem no centro da viga mista. Nota-se que a adição desse conector alterou as cargas críticas e modos de flambagem obtidas pela análise de *Eigen Buckling*. Dessa forma, foi realizado o mesmo processo fazendo uma

combinação dos modos de deformação para adicionar irregularidades em todos os painéis, com o fator definido por CEN (2006).

A curva carga-deslocamento para a análise com o conector fictício está ilustrada na Figura 172. A interpenetração da malha de elementos finitos na região central da viga não ocorre mais, mas a partir do incremento de carga 776,36 kN inicia a interpenetração nas chapas de reforço localizadas nos apoios. Assim, os resultados à direita da linha cinza não tem sentido físico, sendo considerado nesse incremento o final da análise.

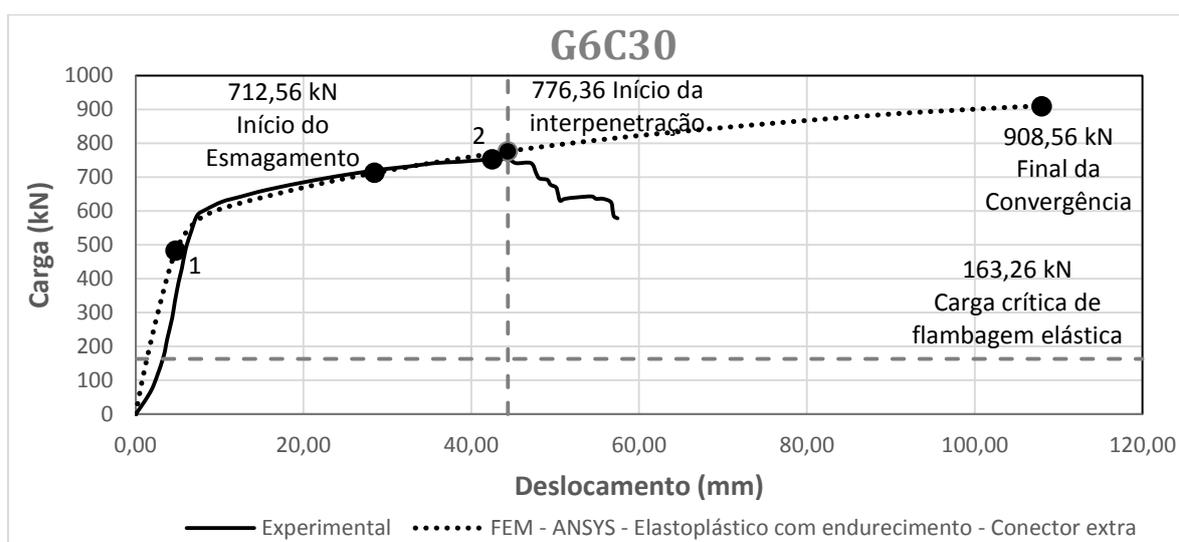


Figura 172 – Curva carga-deslocamento para viga G6C30 com conector fictício adicional.

1 – Início do escoamento do perfil;
2 – Ruptura experimental.

A fissuração inicia na carga de 33,83 kN, ocorre nos elementos inferiores da laje, no meio da viga. Ela inicia antes da carga de flambagem elástica da estrutura e as tensões σ_x do perfil de aço são menores que a tensão de escoamento.

Para carga de flambagem elástica, o perfil de aço também está em regime elástico, com os painéis atingindo tensões máximas de 6,45 kN/cm², enquanto que a tensão de escoamento é de 29,00 kN/cm². Para essa carga, a fissuração da laje de concreto é maior.

As tensões na alma do perfil de aço no início do esmagamento da laje de concreto estão ilustradas na Figura 173. Nota-se que nos painéis, na região onde ocorre a flambagem, já é atingida a tensão de escoamento ($f_y = 29,00$ kN/cm²). Pelas tensões de von Mises, grande parte dos painéis já atingiram a tensão de escoamento.

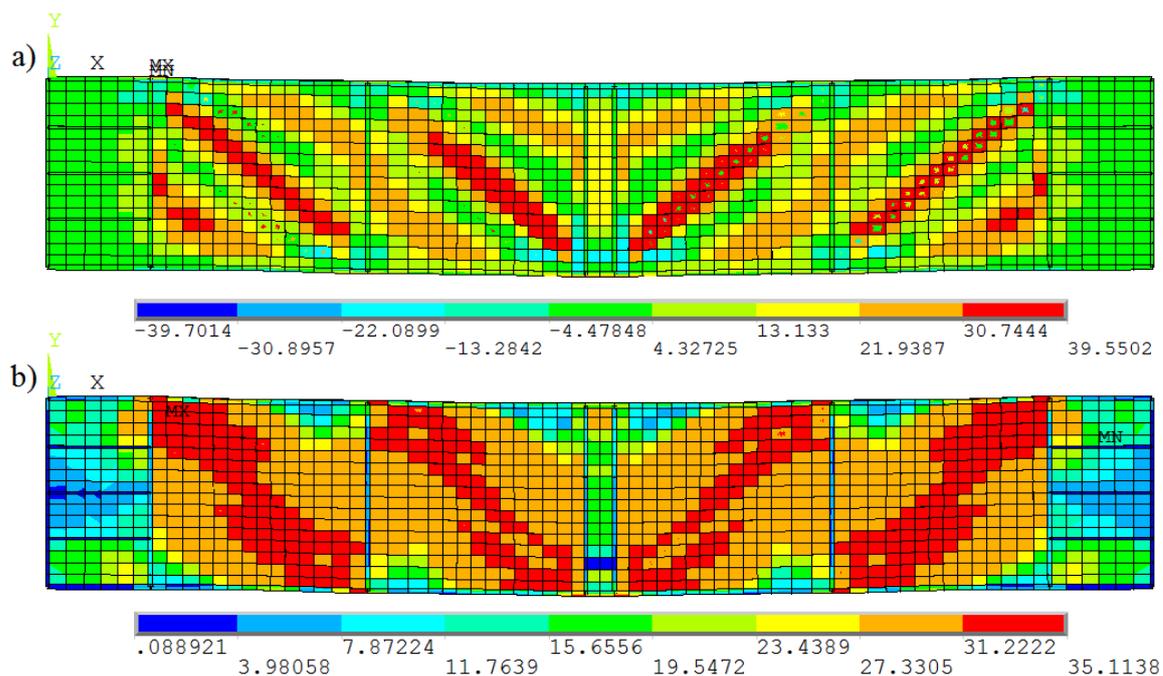


Figura 173 - Tensões na alma da viga G6C30 para carga de início do esmagamento. a) Tensão σ_x – b) Tensão de von Mises.

A tensão de escoamento das mesas é maior ($f_y = 33,40 \text{ kN/cm}^2$), assim em apenas alguns pontos, como em cima dos apoios na mesa superior e na região central na mesa inferior, ela supera a tensão de escoamento (Figura 174).

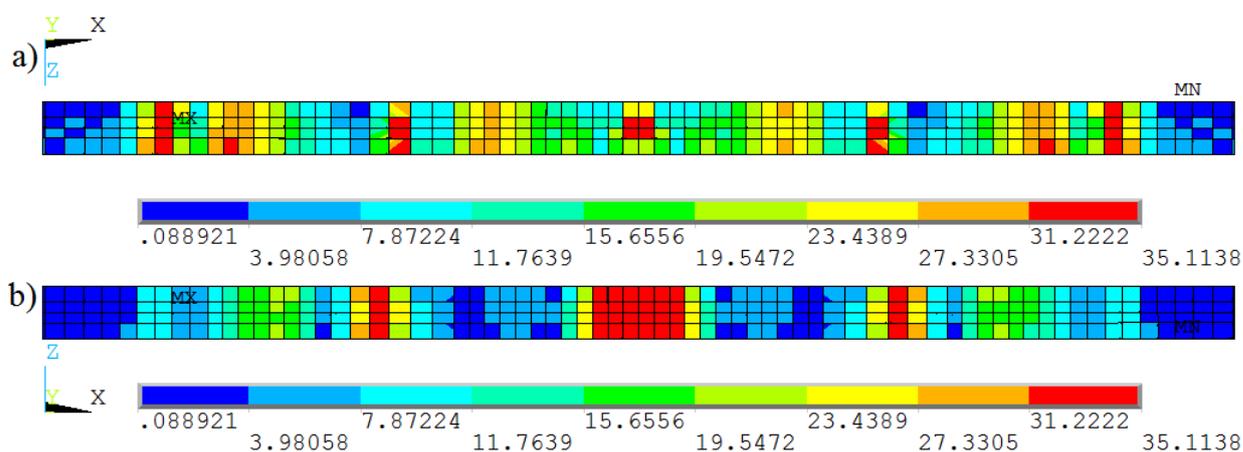


Figura 174 - Tensões de von Mises nas mesas da viga G6C30 para carga de início do esmagamento. a) Superior – b) Inferior.

Na carga de 482,65 kN começa o processo de escoamento do perfil de aço. Se inicia no painel externo, na região onde ocorre o processo de flambagem local da alma. A distribuição das tensões ao longo do perfil na região onde inicia o escoamento e no meio da viga está ilustrada na Figura 175.

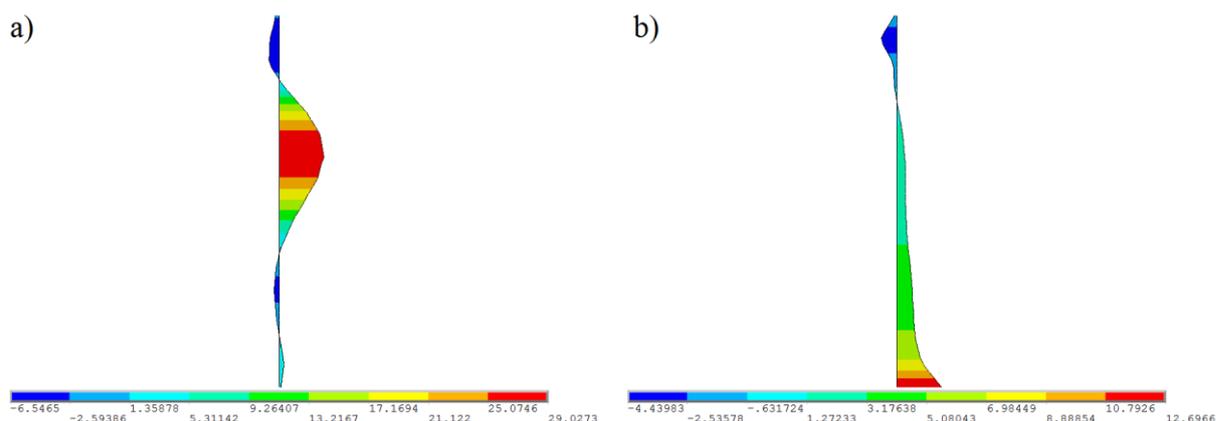


Figura 175 - Distribuição das tensões ao longo do perfil - viga G6C30.

A ruptura do ensaio experimental aconteceu por deformação excessiva. Apareceram fissuras nas regiões inferiores da laje e sobre os suportes, mas não ocorreu um esmagamento do concreto. Considerando o nível e carga (775 kN) que corresponde a ruptura do ensaio experimental, pretende-se verificar em que situação está o modelo numérico. Nota-se que a região da alma, onde ocorre a flambagem, supera a tensão de escoamento do aço ($f_y = 29,00$ kN/cm²).

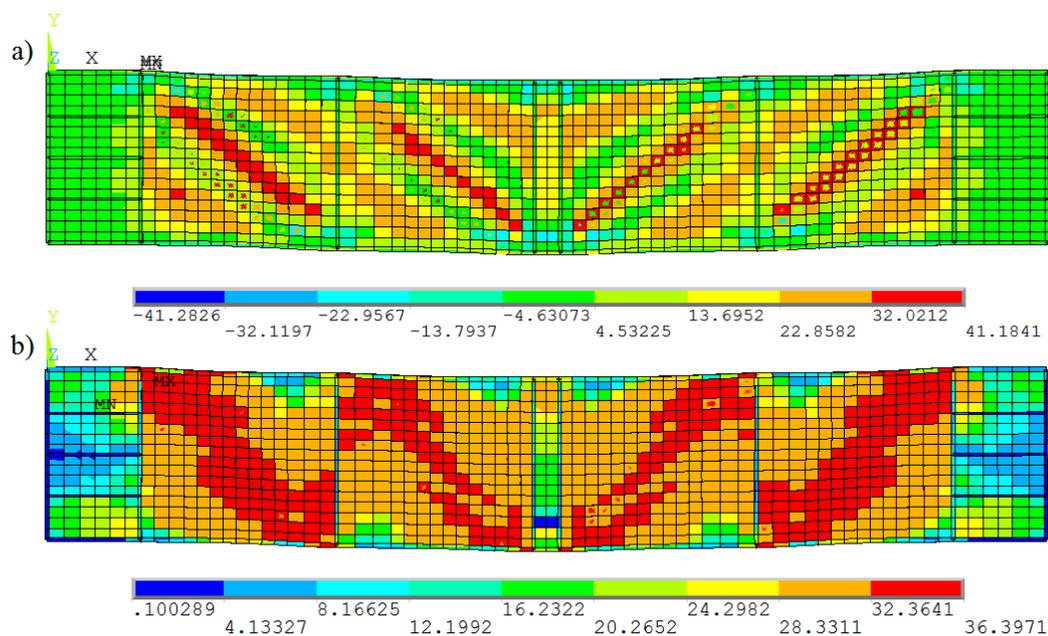


Figura 176 - Tensão na viga G6C30 para a carga de ruptura do modelo experimental. a) Tensões σ_x ; b) Tensões de von Mises.

A Figura 177 ilustra o escorregamento entre o perfil de aço e a laje de concreto numa extremidade da viga G6C30. Essa resposta é apenas comparada com os resultados

experimentais devido ao artigo de Yatim *et al.* (2015) não apresentar os resultados de seu modelo numérico empregado.

O comportamento geral é parecido com o experimental, com um pequeno crescimento no escorregamento ao longo do incremento de carga e, ao atingir as cargas de 550 kN a 650 kN, ocorre um aumento considerável. Apesar do comportamento ser similar, os valores relativos não são próximos, resultante da forma na qual é modelada a conexão entre o perfil e a laje e a rigidez da conexão.

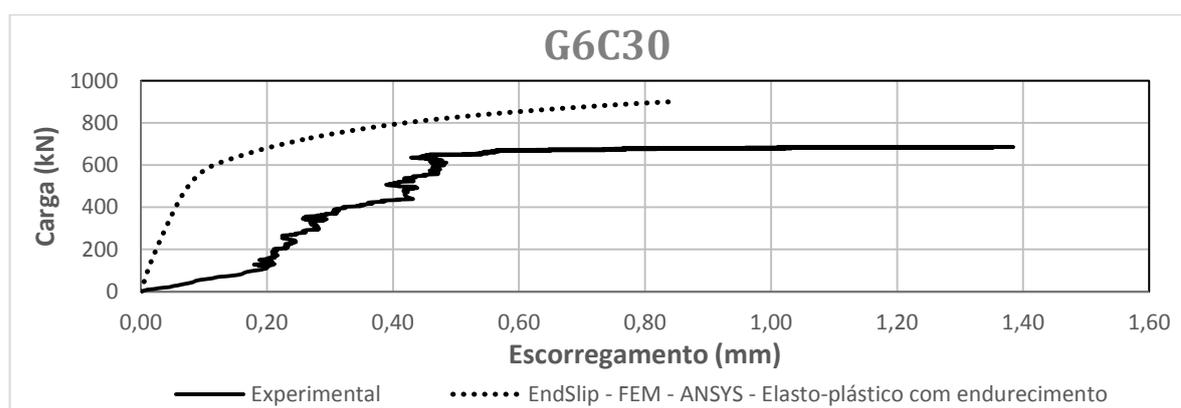


Figura 177 –Escorregamento em uma das extremidades da viga G6C30.

A Figura 178 apresenta deformações ϵ_x ao longo da altura da viga mista localizada na seção da chapa de reforço interna, a um quarto do comprimento da viga. Esses resultados também são somente comparados aos resultados experimentais devido ao artigo de Yatim *et al.* (2015) não apresentar suas respostas numéricas.

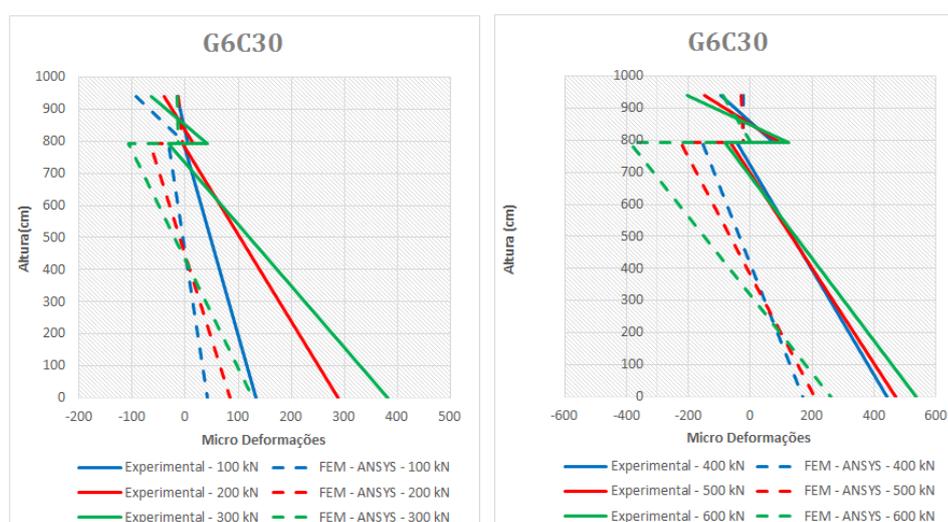


Figura 178 - Deformações na seção da chapa de reforço central para viga G6C30.

A Figura 179 ilustra a deformada da viga G6C30 no último incremento de carga antes de iniciar a interpenetração das malhas. A forma dessa deformada representa adequadamente a deformada experimental.

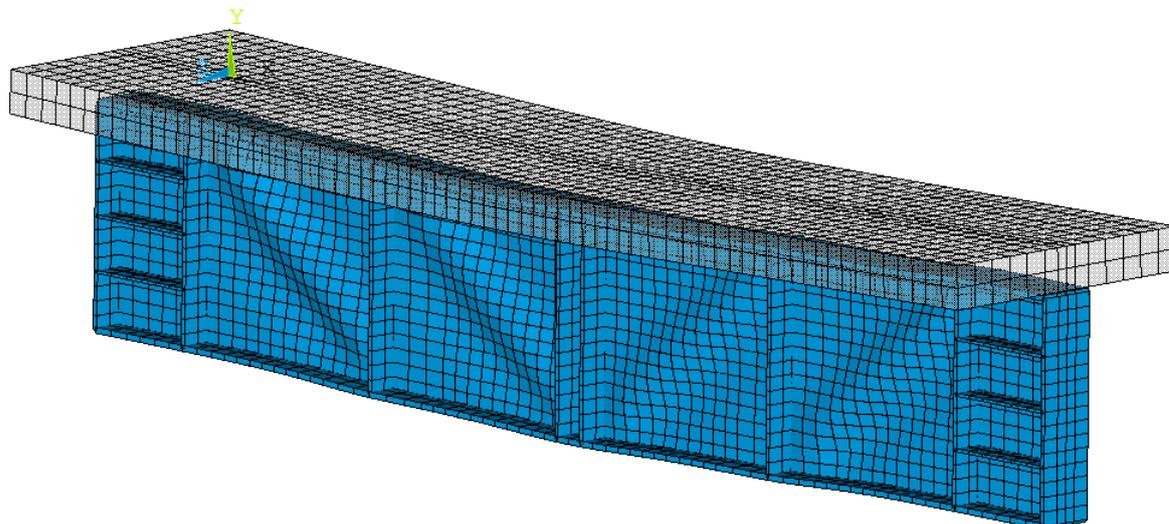


Figura 179 – Deformada da viga mista G6C30.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Esse trabalho procurou estudar a importância da consideração da análise não linear geométrica em problemas envolvendo vigas mistas que são compostas pela combinação de uma laje de concreto com um ou mais perfis de aço através do uso de conectores de cisalhamento. A priori, a importância da análise não linear geométrica deve ser verificada em vigas mistas compostas por perfis de aço não compactos, perfis com aberturas simples ou perfis alveolares, vigas contínuas na região de momentos negativos e vigas mistas com protensão externa.

O programa desenvolvido no CEMACOM para análise de vigas mistas não dispõe da capacidade para realizar análises não lineares geométricas. Nesse sentido, o trabalho em questão visa também verificar em que situação há uma limitação para o uso desse código computacional.

O primeiro passo desse trabalho foi programar uma subrotina que faz a atualização de coordenadas no programa do CEMACOM. A idéia com esse procedimento era resolver problemas que envolvessem pequenas não linearidades geométricas.

O segundo passo foi estudar o tipo de análise de *Eigen Buckling* disponível no ANSYS, bem como o recurso para atualização de coordenadas. Fez-se também uma pesquisa de como introduzir irregularidades numa malha de elementos finitos. Cabe destacar que esse assunto já consta em uma norma no Eurocode indicando a aplicação profissional desse recurso. No estudo dessa ferramenta fez-se um teste de aplicação considerando a situação de uma chapa de aço submetida à compressão simples. Para esse caso em questão, observou-se que os modos de imperfeição afetam diretamente a resposta final da simulação e que a quantidade de modos adotados não tem quase nenhuma influência na resposta, enquanto que o fator utilizado para ponderar cada modo de deformação altera significativamente as respostas. Observou-se que se as irregularidades não forem introduzidas na chapa não há um processo de flambagem, ou seja, é como se a chapa apenas sofresse esmagamento.

Os resultados obtidos com a atualização de coordenadas no programa do CEMACOM não foram satisfatórios. Esse fato não se deve aos problemas analisados, mas sim por não terem sido introduzidas irregularidades no modelo numérico. O pensamento simples de que a própria imprecisão numérica associada com o sistema de equações de grande porte, para um problema de mecânica dos sólidos, seria suficiente para introduzir as necessárias

irregularidades, se verificou falso. Efetivamente, tanto a atualização de coordenadas quanto o *solver* não linear geométrico do ANSYS não apresentaram resultados satisfatórios quando não foram introduzidas irregularidades no modelo numérico.

As análises das vigas mistas com protensão externa correspondentes ao trabalho de Wayar (2016) não acrescentaram resultados satisfatórios. No caso, a não linearidade geométrica se limita ao cabo. Nesse ponto caberia introduzir irregularidades no modelo numérico e proceder com uma nova análise.

7.1 VIGAS MISTAS COM ABERTURA

As vigas mistas com abertura foram analisadas considerando um modelo numérico correspondente ao programa do CEMACOM e outro correspondente ao programa ANSYS. No caso do programa do CEMACOM também foram realizadas análises com atualização de coordenadas. Já o modelo no ANSYS foi analisado com a opção de análise não linear geométrica. Em todos os modelos não foram introduzidas irregularidades geométricas. Apesar disso, os modelos numéricos de ambos os *softwares* obtiveram bons resultados quando comparados com resultados experimentais. Portanto, conclui-se que um modelo numérico sem a não linearidade geométrica apresenta respostas tão boas quanto um com a não linearidade geométrica para a viga com abertura analisada. Provavelmente, esse fato se deve à viga equivalente sem furo ser do tipo compacta e a existência do furo apenas diminui a capacidade de resistência da viga devido ao esforço cortante na região do furo, ou seja, o furo não causa nenhum efeito associado com uma flambagem local da alma do perfil de aço.

Os resultados obtidos pelos dois modelos indicam a formação de rótulas plásticas próximas das quinas do furo, o que é compatível com o mecanismo de falha de Vierendeel. Nota-se que no último incremento de carga de ambos os *softwares* a tensão σ_x é a dominante na alma do perfil de aço, onde na região do furo a tensão de cisalhamento é resistida essencialmente pela laje de concreto, com as tensões de cisalhamento na alma do perfil de aço baixas.

Verifica-se que na abertura, principalmente na região inferior da laje de concreto, as maiores tensões atuantes são de cisalhamento. O pico de tensão ocorre na região do furo, próximo ao apoio interno. Também nota-se que da mesma forma que o experimental, na região entre a borda direita da abertura e o apoio interno praticamente toda a tensão de cisalhamento é resistida pelo perfil de aço, sendo a tensão na laje de concreto nessa região próxima de zero.

Nos ensaios experimentais, o aumento da espessura da laje de concreto aumenta a capacidade de resistência da viga, mas não de forma significativa (até 9,8%). Já nos modelos numéricos houve um aumento de capacidade de carga das vigas com o aumento da espessura. Considerando como critério de falha o final da convergência, tem-se um aumento de carga da ordem de 53,8% para o programa Vmis e 30,7% para o programa ANSYS, comparando a CCB2 com a CCB4. Esse resultado demonstra a necessidade de se investigar outros critérios de falha que não seja apenas a convergência do modelo numérico.

Nos ensaios experimentais, o aumento da taxa de armadura para uma mesma espessura de laje não aumenta a capacidade de carga da viga mista. O mesmo comportamento foi observado em ambos os modelos numéricos. Por outro lado, nos ensaios experimentais observa-se que a capacidade de deformação da viga aumenta consideravelmente. Esse comportamento não é observado nos modelos numéricos. Nesse caso, as deformações máximas para as vigas analisadas foram relativamente próximas.

No geral, o comportamento global da estrutura foi bem capturado por ambos os programas, com o *software* ANSYS apresentando uma menor rigidez. Para uma melhor verificação das respostas, principalmente em relação ao mecanismo de falha de Vierendeel, as tensões de cisalhamento na laje de concreto e no perfil de aço, seria interessante realizar um refinamento da malha de elementos finitos na região da abertura.

Cabe destacar que as vigas testadas experimentalmente não apresentaram flambagem lateral por torção, o que também explica o fato do modelo numérico do CEMACOM ter obtido bons resultados.

7.2 VIGAS MISTAS COMPOSTAS POR PERFIS DE AÇO ESBELTOS

As vigas mistas esbeltas foram analisadas considerando dois modelos numéricos. O primeiro correspondente ao programa do CEMACOM e o segundo correspondente ao programa ANSYS. No caso do programa do CEMACOM também foram realizadas análises com a atualização de coordenadas. Essas análises foram realizadas inicialmente sem a introdução de irregularidades no modelo numérico. Nesse contexto, observou-se que ambos modelos não tiveram respostas satisfatórias, apresentando uma rigidez elevada e não atingindo a convergência. Para o modelo do CEMACOM convergir foi necessário realizar incrementos de cargas muito pequenos. Cabe destacar que mesmo o modelo numérico no ANSYS,

considerando o recurso de análise não linear geométrica, não obteve bons resultados, o que demonstra a importância da inclusão das imperfeições geométricas no modelo numérico.

As vigas mencionadas no parágrafo anterior são formadas por perfis esbeltos, com uma relação altura de alma por espessura igual a 250. Ao calcular os limites de esbeltez pela NBR 8800 (2008) utilizando as propriedades da alma do perfil de aço, se encontra o limite superior de esbeltez permitido igual a 149,28. Dessa forma, essa viga mista está fora dos limites para o dimensionamento de vigas mistas apresentado pela NBR 8800 (2008). Um estudo interessante nesse caso seria reduzir a relação h/t da alma, mantendo o momento de inércia do perfil de aço constante, e verificar o quanto isso afeta a capacidade resistente da viga. Esse estudo também permitiria uma comparação com o dimensionamento feito pela norma.

Conforme já comentado, devido a grande esbeltez da alma do perfil aço se mostrou necessário adicionar as imperfeições geométricas iniciais no modelo numérico. Como o programa desenvolvido no CEMACOM não tem esse recurso disponível, as análises em sequência foram realizadas utilizando apenas o *software* ANSYS. Nesse contexto, o modelo numérico empregado apresentou bons resultados quando comparados com os resultados experimentais. Portanto, conclui-se que para analisar vigas mistas compostas por perfis de aço esbeltos é considerar uma análise não linear geométrica em conjunto com uma adição de irregularidades no modelo numérico.

Em todas as vigas mistas analisadas se notou uma resposta mais rígida, se comparada com a experimental, na fase inicial de carregamento. Essa diferença de rigidez pode ser devida à fissuração da laje de concreto. Para facilitar o processo de geração da malha e modelagem das barras de reforço, foram utilizados elementos de reforço em todos os elementos da malha. A espessura das barras de reforço foi recalculada para manter a mesma área de armadura especificada na viga testada experimentalmente. No entanto, mesmo que o modelo numérico apresente a mesma área de armadura, o fato dessa estar melhor distribuída (todo elemento da laje tem um elemento de reforço associado), em teoria, deve resultar numa maior resistência à fissuração, o que leva a um comportamento mais rígido do modelo numérico.

Dessa forma foram realizadas duas análises adicionais sobre a viga mista G1C30 na qual é alterada a malha de elementos finitos referente à armadura. Na primeira análise é feita a discretização da armadura da mesma forma que os ensaios experimentais, 1 barra a cada 15 cm. E a próxima análise é usada essa mesma discretização, com o cobrimento aumentado de 2 cm para 3 cm.

A curva tensão deformação para as três análises está representada na Figura 180. Nota-se que as alterações não trouxeram nenhum tipo de diferenças significativas nas respostas, mostrando que a discretização inicial da armadura, que vinha sendo realizada, apresenta respostas muito boas em comparação a discretização igual a experimental, tanto para a análise com os modelos elastoplástico com endurecimento quanto para os modelos elastoplástico perfeitos. Na análise seguinte, realizando um aumento do cobrimento da armadura pode ser observado o mesmo comportamento, na qual as respostas não apresentam nenhuma diferença significativa.

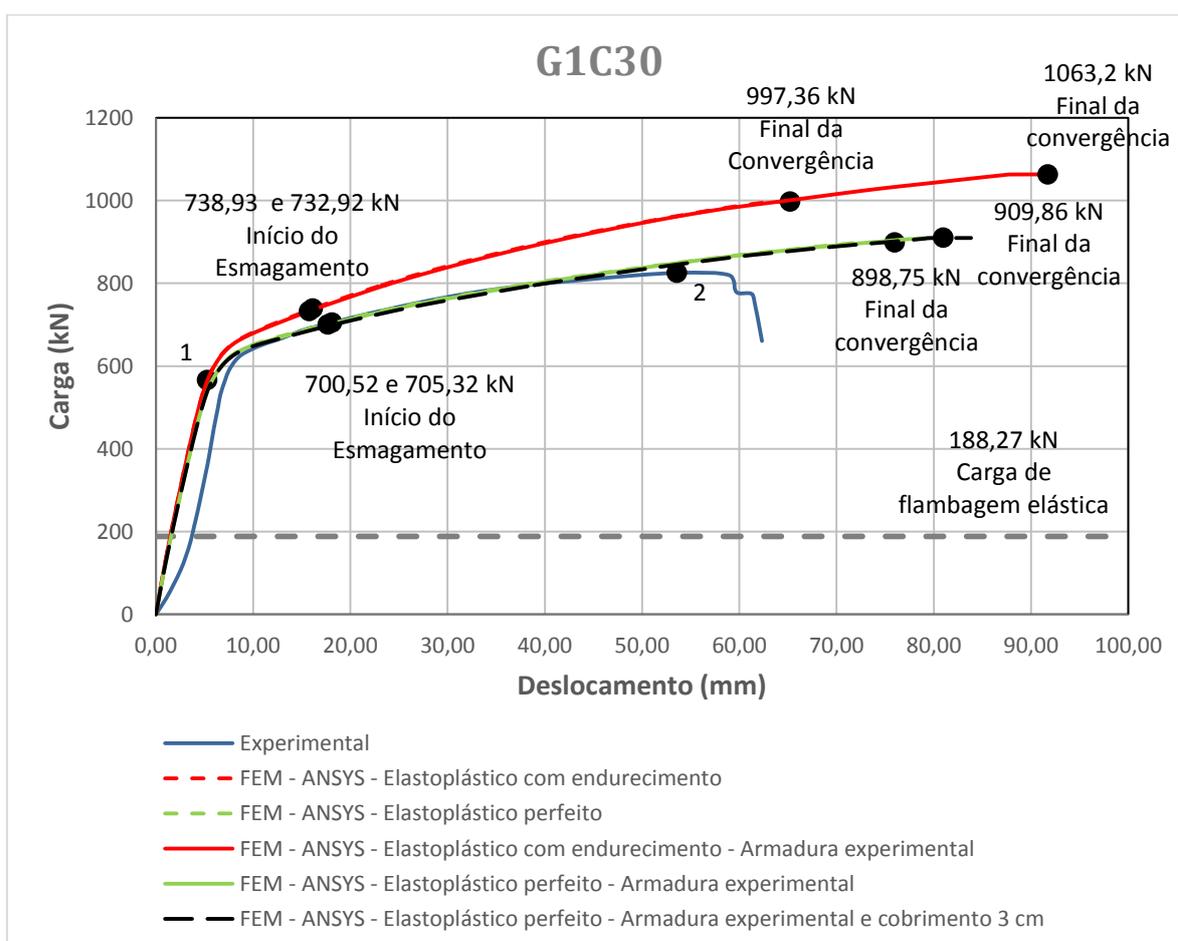


Figura 180 – Comparação das curvas carga-deslocamento para a viga mista G1C30 alterando a discretização malha de elementos finitos da armadura da laje de concreto.

De modo geral, os modelos numéricos apresentaram resultados próximos aos experimentais. No entanto, os resultados relativos ao escorregamento (deslocamento relativo) entre a laje de concreto e o perfil de aço não são bons quando comparados com os resultados experimentais apresentados em Yatim *et al.* (2015). Nesse ponto, cabe destacar que o referido autor, apesar de comparar os resultados de um modelo numérico desenvolvido pelo mesmo com os

resultados experimentais, não apresenta resultados numéricos correspondentes ao deslizamento entre a laje de concreto e o perfil de aço.

Em relação ao escorregamento, notam-se grandes diferenças de resultados para as maiores cargas. O principal motivo para esse comportamento é a representação da resistência e rigidez dos conectores. Como o artigo de Yatim *et al.* (2015) não apresenta essas informações, as mesmas foram obtidas a partir de equações teóricas/empíricas. O resultado obtido é fortemente dependente de um fator ξ . Ao utilizar o fator igual a 0,24, a conexão fica muito flexível (Figura 92) e ao utilizar o fator igual a 0,08 as respostas são mais rígidas, mas mesmo assim ainda apresentam algumas diferenças (Figura 95). Outro ponto, possivelmente de importância secundária, é que o atrito existente entre a laje de concreto e a viga de aço não é considerado e, provavelmente, o mesmo é responsável por alguma transmissão do cisalhamento entre a laje de concreto e o perfil de aço.

À medida que o espaçamento entre os conectores de cisalhamento aumenta, as regiões próximas das chapas de reforço internas passam a ser potenciais fontes de problema. As chapas de reforço tornam o perfil de aço localmente mais rígido, o que combinado com um maior espaçamento dos conectores resulta numa distribuição não uniforme dos esforços nessa região, sendo uma possível causa para a interpenetração entre as malhas de elementos finitos da laje de concreto e do perfil de aço. Esse problema pode ser resolvido empregando-se elementos de contato. No entanto, adotou-se uma abordagem mais simples, que consistiu em adicionar um conector fictício na região onde ocorre essa interpenetração. Esse elemento apresenta uma rigidez muito baixa, de modo que o mesmo serve apenas para melhor distribuir os esforços na região que ocorreu a interpenetração. Os resultados obtidos com essa abordagem foram próximos dos resultados experimentais.

Os resultados em termos de deformações podem ser comparados apenas com as respostas experimentais já que Yatim *et al.* (2015) não apresenta os resultados obtidos pelo modelo numérico que o mesmo empregou. Observa-se que as respostas para as vigas G1C30 e G6C30 não são muito boas, principalmente na região de contato entre o perfil de aço e a laje de concreto. Os melhores resultados correspondem à viga G1C30, que apresenta o menor espaçamento entre os conectores. Do mesmo modo que nas respostas relacionadas ao escorregamento, é necessário adicionar elementos de contato para melhorar essas respostas.

De modo geral, o uso dos elementos de mola *combin39* para modelar os conectores de cisalhamento funcionou bem em termos de respostas globais, tanto em relação à carga de

ruptura quanto em relação aos deslocamentos finais. Já as respostas correspondentes ao escorregamento, deformações e o escorregamento no final da viga mista, não são tão boas.

7.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No modelo numérico correspondente ao ANSYS seria interessante estudar a possibilidade de modelar as ligações entre a laje de concreto e o perfil de aço considerando elementos de contato. Ainda nesse modelo, se recomenda estudar a influência de furos em vigas mistas compostas por vigas de aço não compactos. Também seria interessante estudar o comportamento de vigas mistas não compactas compostas por perfis de aço alveolares.

Para trabalhos futuros também seria interessante implementar no programa do CEMACOM um *solver* para fazer a análise de autovalores e autovetores com objetivo de gerar as irregularidades. Além disso, deve-se implementar um recurso de análise não linear geométrica.

Como opção mais simples, poderia se implementar no programa do CEMACOM a possibilidade de leitura de dados do programa ANSYS, para dessa forma realizar a análise de autovalores e autovetores bem como a atualização de coordenadas. Sendo possível, assim, testar o algoritmo implementado nesse trabalho de atualização de coordenadas, o qual deve fornecer resultados razoáveis para problemas com pequenas não linearidades geométricas.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, I.; DEGÉE, H.; DE VILLE DE GOYET, V.; MAQUOI, R. Effect of initial imperfections in numerical simulations of collapse behaviour of stiffened plates under compression. **Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures**. 2002. p. 503-512.

ANSYS INC. **ANSYS Mechanical User's Guide**. Canonsburg: Sas Ip Inc, 2013. 1809 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

BASKAR, K.; SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V. Finite-element analysis of steel-concrete composite plate girder. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, n. 9, p. 1158-1168, 2002.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

BRINKHUS, R. N. **Análise de vigas casteladas e vigas casteladas mistas**. 2015. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/115556>>. Acesso em: 22 abr. 2016.

BREBBIA, C; CONNOR, J. GeometricallyNonlinearFinite-ElementAnalysis. **Journal Of The Engineering Mechanics Division**. Nova York, p. 463-486. 1969.

BS 4360, BSI Specification. Specification for weldable structural steels. 1990.

CHEN, S; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Thin-Walled Structures**, v. 48, n. 3, p. 233-242, 2010.

CHODRAUI, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. 2006. 310 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia de Estruturas, Eesc-UPS, São Carlos, 2006.

DEKKER, N W; KEMP, A R; TRINCHERO, P. Factors influencing the strenght of the continuous composite beams in negative bending. **JournalOfConstructional Steel Research**. Malta, p. 161-185. 1995.

DIAS, M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: Efeitos de longa duração.** 2013. 177 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/77726>>. Acesso em: 09 jun. 2016.

DIAS, M. M.; TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B.; AWRUCH, A. M.. Time dependent finite element analysis of steel-concrete composite beams considering partial interaction. **Computers and Concrete**, v. 15, p. 687-707, 2015.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2006). EN 1993-1-5:2006 – **Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.5: Plated structural elements**, European Committee for Standardization, Brussels 1993.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (1994). EN 1994-1-1:2004: **Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures: Part 1-1 General Rules and Rules for Buildings**. Bruxelles, 1994.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **FIB-2010 Model code 2010**. Lausanne, Bulletin n. 65, 2012.

GILBERT, R. I.; WARNER, R. F. Tension stiffening in reinforced concrete slabs. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v. 104, n. 12, p. 1885–1900, 1978.

GRIGOLETTI, G. C. **Otimização via algoritmos genéticos de perfis U formados a frio submetidos à compressão utilizando o método da resistência direta.** 2008. 184 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press, 1988.

KEMP, A. R.; DEKKER, N. W.; TRINCHERO, P. Differences in inelastic properties of steel and composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 34, n. 2, p. 187-206, 1995.

KÖNIG, M.; NAGY, D.; STREINER, P. Buckling analysis with the aska program system. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 16, n. 2, p. 185-212, 1978.

KOTINDA, T. I. **Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo interface laje-viga.** 2006. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

LAZZARI, B. M. **Análise de elementos finitos por peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M.; FILHO, A. C.; LAZZARI, B. M. Análise não linear tridimensional de viga segmentada com protensão externa utilizando o ANSYS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, n. 9, 2016, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2016. Não paginado. 1 CD.

LI, L.; LIAO, W.; WANG, J.; ZHOU, D. Behavior of continuous steel-concrete composite beams with web openings. **International Journal of Steel Structures**, v. 15, n. 4, p. 989-997, 2015.

LINHARES, B. T. **Análise de pontes em estruturas mistas de aço-concreto de seção caixão com protensão externa**. 2015. 187 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/118891>>. Acesso em: 20 maio 2016.

LIU, X.; BRADFORD, M. A.; ERKMEN, R. E. Non-linear inelastic analysis of steel-concrete composite beams curved in-plan. **Engineering Structures**, v. 57, p. 484-492, 2013.

MACNEAL, R. H. and HARDER, R. L., "A Refined For-Noded Membrane Element with Rotational Degrees of Freedom", *Computers and Structures*, Vol. 28, No. 1, pp. 75-84.

MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. *Matrix Structural analysis*. 2. ed. [s.l.]: John Wiley & Sons, 2000.

MORENO, J. C. Á. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: modelos para os efeitos de longa duração e protensão interna. 2016. 181 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2016.

NAGY, D. A.; KÖNIG, M. Geometrically nonlinear finite element behaviour using buckling mode superposition. **Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering.**, p. 447-484. 1979.

NIE, J.; TAO, M.; CAI, C. S.; LI, S. Deformation analysis of prestressed continuous steel-concrete composite beams. **Journal of structural engineering**, v. 135, n. 11, p. 1377-1389, 2009.

NOVOSELAC, S.; ERGIĆ, T.; BALIČEVIĆ, P. Linear and nonlinear buckling and postbuckling analysis of a bar with the influence of Imperfections. **Tehnickivjesnik/Technical Gazette**, v. 19, n. 3, 2012.

OEHLERS, D. J.; BRADFORD, M. A. **Composite Steel and Concrete Structural Members**. Oxford: Pergamon, 1995. 549 p.

OEHLERS, D. J.; COUGHLAN, C. G. The shear stiffness of stud shear connections in composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 6, n. 4, p. 273-284, 1986.

OLLGAARD, J. G.; SLUTTER, R.G; FISHER, J.W. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete. **AISC Engineering Journal**, p. 55-64, 1971.

PERLINGEIRO, M. S. P. L. **Modelo para análise de estruturas de pontes segmentadas de concreto com protensão externa**. 2006. 160 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

PI, Y. L.; BRADFORD, M. A.; UY, B. Second order nonlinear inelastic analysis of composite steel–concrete members. I: Theory. **Journal of structural engineering**, v. 132, n. 5, p. 751-761, 2006a.

PI, Y. L.; BRADFORD, M. A.; UY, B. Second order nonlinear inelastic analysis of composite steel–concrete members. II: Applications. **Journal of Structural Engineering**, v. 132, n. 5, p. 762-771, 2006b.

PÓVOAS, R. H. C. F. **Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos**. 1991. 423 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, Porto, Portugal, 1991.

QUEIROZ, F. D.; VELLASCO, P. C. G. S.; NETHERCOT, D. A. Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection. **Journal of Constructional steel research**. [S. l.], v. 63, p. 505-521. 2007.

REGINATO, L. H. **Estudo da Largura Efetiva de Vigas Mistas de Aço-Concreto em Carregamento de Serviço: Método dos Elementos Finitos versus Códigos de Projeto**. 2017. 129 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2017.

SCHMITZ, R. J. **Estrutura mista aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia**. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2017.

SHANMUGAM, N. E.; DAREHSHOURI, S. F.; OSMAN, Siti Aminah. Experimental study on composite plate girders with web opening. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, v. 167, n. 12, p. 704-717, 2014

SHIM, C. S.; LEE, P. G.; YOON, T. Y. Static behavior of large stud shear connectors. **Engineering structures**, v. 26, n. 12, p. 1853-1860, 2004.

TAMAYO, J. L. P. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos elementos finitos**. 2011. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/30117>>. Acesso em: 10 fev. 2016.

TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B.; AWRUCH, A. M.. Short-time numerical analysis of steel-concrete composite beams. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 37, p. 1097-1109, 2014.

VASDRAVELLIS, G.; UY, B.; TAN, E. L.; KIRKLAND, B. Behaviour and design of composite beams subjected to negative bending and compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 79, p. 34-47, 2012.

WANG, Y. C. Deflection of steel-concrete composite beams with partial shear interaction. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, n. 10, p. 1159-1165, 1998.

WAYAR, A. M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: Protensão externa. 2016. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/141861>>. Acesso em: 08 jun. 2016.

WAYAR, A. M. M.; TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B. Numerical simulation of external pre-stressed steel-concrete composite beams. **Computers and Concrete**, v. 19, p. 191-201, 2017.

WOOD, R. D.; ZIENKIEWICZ, O. C. Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells. **Computers & Structures**. Grã-Bretanha, p. 725-735. 1977.

YAM, L. C. P.; CHAPMAN, J. C. The inelastic behavior of continuous composite beams of steel and concrete. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 41, n. 1, p. 651-683, 1968.

YATIM, M.Y.M.; SHANMUGAM, N.E.; BADARUZZAMAN, W. H. W. Tests of partially connected composite plate girders. **Thin-walled Structures**, [s.l.], v. 91, p.13-28, jun. 2015. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2015.01.024>.