

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PREDIÇÃO NUMÉRICA DO TORQUE EM UMA TURBINA TESLA COM
ROTOR ESTACIONÁRIO

por

José Filipe Trilha de Carvalho

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Janeiro de 2018

PREDIÇÃO NUMÉRICA DO TORQUE EM UMA TURBINA TESLA COM
ROTOR ESTACIONÁRIO

por

José Filipe Trilha de Carvalho
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Paulo Smith Schneider

Co-orientador: Prof. Dr. Leonardo Machado da Rosa Departamento de Engenharia Química/FURB

Aprovada por:

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha UNISINOS

Profa. Dra. Adriane Prisco Petry PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Felipe Centeno PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 16 de Janeiro de 2018

Dedico esse trabalho à
todos os professores e mestres responsáveis por
compartilharem a sua sapiência e incentivar-me ao
longo de toda essa trajetória.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus.

Agradeço aos orientadores Paulo Smith Schneider e Leonardo Machado da Rosa pela dedicação e paciência.

Agradeço à minha querida esposa Jéssica Cristianetti, que esteve sempre me apoiando e incentivando em todos os momentos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo suporte financeiro.

A UFRGS e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC.

Aos colegas e amigos que me apoiaram.

RESUMO

O presente estudo apresenta a análise numérica do escoamento do fluido de trabalho em uma turbina Tesla com rotor estacionário. O estudo de independência de malha prevê o uso de aproximadamente 2 milhões de volumes, com desempenho semelhante ao das malhas mais refinadas, apresentando uma economia significativa de esforço computacional. Três modelos de turbulência da abordagem RANS são aplicados com o objetivo de estabelecer uma metodologia para estudos futuros com dados experimentais. Os diferentes modelos de turbulência fornecem resultados para a predição do torque na turbina, com uma variação abaixo de 1 % entre si. Ar é usado como fluido de trabalho a pressão manométrica de 2,5 bar, alcançando velocidades no entorno de 310 m.s^{-1} na região da garganta do bocal e na região de jato livre, logo após a descarga do bocal. Essa condição permite afirmar que a turbina funciona na sua condição de máxima vazão, com o número de Mach próximo ao valor unitário, com escoamento compressível. A velocidade na região interna entre discos chega a um valor máximo de 100 m.s^{-1} . Na ausência de dados experimentais e de literatura, um estudo paramétrico com diferentes condições de operação da turbina é realizado a fim de verificar a qualidade dos resultados simulados. A vazão mássica é estimada com base na temperatura e pressão do fluido de trabalho, modelado como gás ideal. Os resultados preditos pelo modelo numérico para o torque no rotor é de 2,09 N.m com pressão manométrica de 1,5 bar e vazão mássica de 33,58 g/s, 2,22 N.m com pressão manométrica de 2,0 bar e vazão mássica de 40,29 g/s, e 2,38 N.m com pressão manométrica de 2,5 bar e vazão mássica de 53,73 g/s. A temperatura foi de 300 K mantida constante para as três análises. Para os casos analisados, o número de Mach na garganta do bocal convergente apresentou uma tendência ao valor unitário, variando entre 0,7 a 1, o que sugere que o bocal está trabalhando na sua condição máxima de vazão do fluido de trabalho.

Palavras-chave: Turbina Tesla; Turbina de múltiplos discos; Rotor estacionário; Simulação de torque; Turbulência; Fluidodinâmica Computacional.

ABSTRACT

The present study presents the numerical analysis of the working fluid flow in a Tesla turbine with stationary rotor. The mesh independence study predicts the use of approximately 2 million volumes, with similar performance to those most refined meshes, presenting a significant saving of computational effort. Several turbulence models of the RANS approach are applied with the aim of establishing a methodology for future studies with experimental data. The different turbulence models provide very close results for turbine torque prediction, with a variation below 1% between them. Air is used as working fluid at a pressure of 2.5 bar gauge, reaching velocities around 310 m.s^{-1} in the throat region of the nozzle and in the free jet region, just after the discharge of the nozzle. This condition allows to state that the turbine works in its maximum flow condition, with the Mach number close to unitary value, with a compressible flow. The velocity in the inner region between disks reaches 100 m.s^{-1} . In the absence of experimental data and literature, a parametric study with different operating conditions of the turbine is performed in order to verify the quality of the simulated results. The mass flow rate is estimated based on the temperature and pressure of the working fluid, modeled as the ideal gas. The results predicted by the numerical model for the torque in the rotor is 2.09 N.m with gauge pressure of 1.5 bar and a mass flow rate of 33.58 g/s, 2.22 N.m with gauge pressure of 2.0 bar and a mass flow rate of 40.29 g/s, and 2.38 N.m with gauge pressure of 2.5 bar and flow mass of 53.73 g/s. The temperature was 300 K kept constant for all three cases. For the analyzed cases, the Mach number in the throat of the convergent nozzle showed a tendency to the unit value, ranging from 0,7 to 1,0 which suggests that the nozzle is working in its maximum flow condition of the working fluid.

Keywords: Tesla turbine; Multi-disc turbine; Stationary rotor; Multi-disc turbine; Torque simulation; Turbulence; Computational Fluid Dynamics.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Revisão bibliográfica	2
1.3	Questão de pesquisa	6
1.4	Objetivo	6
2	OPERAÇÃO DA TURBINA TESLA.....	7
2.1	Parâmetros operacionais da turbina Tesla	8
2.2	Dados experimentais da turbina	11
3	MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA.....	13
3.1	Fluidodinâmica Computacional.....	13
3.1.1	Equações Fundamentais	13
3.2	Modelos de Turbulência na Fluidodinâmica Computacional	14
3.2.1	Procedimento de Média de Reynolds – Modelos <i>RANS</i>	16
3.3	Qualidade de malha.....	24
4	METODOLOGIA DE SIMULAÇÃO.....	26
4.1	Condições da simulação	26
4.2	Condições de contorno	28
4.3	Estudo da variação dos modelos de Turbulência	35
4.4	Código numérico <i>STARCCM+</i>	37
5	RESULTADOS.....	39
5.1	Resultados preditos para a fluidodinâmica na turbina	39

5.2	Varição paramétrica para verificação dos resultados numéricos.....	46
5.2.1	Caso 1 – Pressão 1,5 barg e vazão mássica de 33,58 g/s	47
5.2.2	Caso 2 – Pressão 2 barg e vazão mássica de 40,29 g/s	50
5.2.3	Caso 3 – Pressão 2,5 barg e vazão mássica de 53,73 g/s	52
5.3	Análise dos resultados de variação paramétrica	55
6	CONCLUSÃO	56
6.1	Recomendações para trabalhos futuros	57
	Referências	58

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Turbina Tesla: corte transversal (esquerda) e vista geral (direita).....	7
Figura 2.2 - Turbina de múltiplos discos estudada experimentalmente por Rice, 1965, com os principais componentes e a notação utilizada nas equações.....	8
Figura 2.3 – Bancada de ensaios experimentais da turbina Tesla presente no laboratório de ensaios termodinâmicos e aerodinâmicos da UFRGS.....	9
Figura 2.4 - Vista em corte do modelo da turbina Tesla (esquerda) e um detalhe dos seus discos (direita).	9
Figura 2.5 - Modelo CAD tridimensional.	10
Figura 2.6 – Corte interno plano transversal aos discos.....	10
Figura 3.1 - Exemplos de modelos de turbulência mais comuns.	15
Figura 3.2 - Modelos de turbulência em termos de esforço computacional e nível de precisão. [IESSS, 2011].	16
Figura 4.1 – Subdomínio 1: Entrada.....	28
Figura 4.2 - Subdomínio 2: Saída.....	29
Figura 4.3 – Subdomínio 3: Discos.	29
Figura 4.4 – Subdomínio 4: Bocal e faces da turbina.....	30
Figura 4.5- Malha da turbina vista lateral.....	31
Figura 4.6 - Malha da turbina vista superior.	31
Figura 4.7- Corte plano central YZ para a malha 1 escolhida para simulações da turbina Tesla.	32
Figura 4.8 – Malha plano XY elementos poliédricos nas faces de um disco da turbina.....	33
Figura 4.9 – Distribuição de Y^+ nas faces dos discos da turbina.....	34
Figura 4.10 - Distribuição de Y^+ nas faces do bocal e discos da turbina.....	35
Figura 4.11– Gráfico de Torque total para os 5 discos da turbina obtido via Fluidodinâmica Computacional.....	36
Figura 4.12 – Resíduos da simulação via Fluidodinâmica Computacional.....	38
Figura 5.1 - Vetores de velocidade plano XY paralelo aos discos.....	39
Figura 5.2– Número de Mach no plano XY paralelo aos discos.....	41
Figura 5.3 – Campo de velocidades plano central YZ.	42

Figura 5.4 – Linhas de corrente plano YZ.....	43
Figura 5.5- Tensão de cisalhamento na parede plano XY.....	44
Figura 5.6- Vorticidade plano XY.....	45
Figura 5.7 – Campo de massa específica do fluido plano XY.	46
Figura 5.8 – Distribuição do número de Mach plano XY– Caso 1.	47
Figura 5.9 – Distribuição da massa específica plano XY – Caso 1.....	48
Figura 5.10 – Campo de velocidade plano XY – Caso 1.	49
Figura 5.11 – Resultados de torque total nos discos Versus número de iterações.	49
Figura 5.12 – Distribuição do número de Mach plano XY – Caso 2.	50
Figura 5.13 – Campo de pressão plano XY – Caso 2.....	51
Figura 5.14 – Campo de velocidade plano XY – Caso 2.	51
Figura 5.15 – Campo de velocidade plano XY – Caso 3.	52
Figura 5.16 – Distribuição da massa específica plano XY – Caso 3.....	53
Figura 5.17 – Distribuição do número de Mach plano XY – Caso 3.	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Dados experimentais de ensaios da turbina Tesla.....	11
Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros operacionais de referência para a simulação da turbina Tesla [Rice, 1965].....	26
Tabela 4.2 - Valores dos parâmetros operacionais do ar escolhidos para a simulação da turbina Tesla com rotor parado.	27
Tabela 4.3 – Condições de contorno utilizadas nas simulações	28
Tabela 4.4 – Cálculo do parâmetro <i>Grid Convergence Index GCI</i> (%) para malhas com elementos poliédricos.	30
Tabela 4.5 – Resultados numéricos das simulações para as diferentes malhas.....	32
Tabela 4.6– Resultados numéricos modelos de turbulência <i>RANS</i>	36
Tabela 5.1 – Condições de contorno utilizadas no estudo de variação paramétrica	47
Tabela 5.2 – Resultados estudo de auto verificação dos resultados numéricos - Análise turbulenta.....	55

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CFD	Fluidodinâmica Computacional
d	Descarga
eff	efetiva
GCI	Índice de convergência de malha
i	Inlet (Entrada)
i, j, k	Eixos x, y e z
n	Nozzle
o	Outlet (Saída)
PIV	Velocimetria por imagem de partículas
RANS	Equações médias de Navier-Stokes (Reynolds)
RPM	Revoluções por minuto
RSM	Reynolds Stress Model (Modelo de tensão de Reynolds)
SST	Shear Stress Transport (Transporte de tensão cisalhante)
VSM	Modelos de subcamada viscosa
ε	Épsilon
ω	Ômega

LISTA DE SÍMBOLOS

P	Potência [W]
c	Velocidade do som [m/s]
E	Empuxo [N]
g	Pressão manométrica [bar]
k	Energia cinética turbulenta [J/kg]
P	Potência [W]
\dot{m}	Vazão mássica [kg/s]
Ma	Número de Mach
R	Constante do gás [J/Kg.K]
t	Torque [N.m]
T	Temperatura [K]
u, v, w	Velocidade [m/s]
W	Potência [W]
ε	Dissipação cinética turbulenta [W/kg]
μ	Viscosidade dinâmica [N.s/m ²]
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
ρ	Massa específica [kg/m ³]
ω	Vorticidade [1/s]
τ	Tensão de cisalhamento [MPa]

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A crescente demanda de energia e a instabilidade financeira mundial que refletem no aumento do preço de combustíveis fósseis e energia elétrica sugerem que pesquisas sejam realizadas nessas áreas com o intuito de encontrar alternativas sustentáveis para atender à demanda mundial. Embora turbinas do tipo Tesla apresentem configuração simples de baixa complexidade, baixo custo de construção e fácil instalação por seu tamanho compacto e diversas possibilidades de utilização, atualmente ainda não é significativa a sua presença nas indústrias. Um dos motivos é o baixo torque fornecido pelos protótipos construídos por Tesla em 1910, o que justifica o estudo do projeto da turbina Tesla com o objetivo de obter melhores configurações do seu projeto.

Turbinas Tesla podem ser empregadas para recuperação de energia de escoamentos de baixa disponibilidade termodinâmica por meio de geração de energia elétrica. Elas podem trabalhar com uma gama de fluidos de trabalho, tais como fluidos Newtonianos, não Newtonianos, e escoamentos multifásicos, contendo fluidos e partículas sólidas misturadas. Estas turbinas apresentam baixo custo de fabricação quando comparadas às turbinas com rotores convencionais. O rotor não possui pás, sendo composto por discos montados em um eixo. O torque no eixo do rotor é o resultado da transferência da energia do escoamento para as superfícies dos discos por meio de atrito viscoso. A avaliação do escoamento no seu interior é algo que vêm sendo estudado [Sengupta e Guha, 2013; Truman, 1985], devido à complexidade da interação do fluido com o disco em movimento gerando um escoamento em forma espiral.

A turbina caracteriza-se por apresentar discos lisos simples de fácil confecção. Trata-se de uma turbina não convencional que se utiliza da camada limite e da adesão de fluidos em séries de discos lisos. Embora mesmo com o baixo custo de manufatura de uma turbina Tesla, sendo esta compacta de simples construção e montagem, além de apresentar uma vasta gama de possibilidades de aplicação a níveis industriais, este tipo de turbina não se apresenta de forma muito significativa suas aplicações comerciais. Como causas prováveis para esse fato destaca-se o baixo torque obtido pelos protótipos realizados desde 1910.

O estudo do escoamento turbulento entre discos rotativos em turbinas Tesla é importante para seu projeto, e por isso vem sendo estudado por diversos autores.

Os trabalhos iniciais encontrados na literatura reportam avaliações experimentais [Rice, 1965; Carey, 2010], e representações analíticas [Couto, 2011]. As abordagens com fluidodinâmica computacional vieram com Truman, 1985, que realizou uma investigação acerca dos resultados obtidos com os seus próprios modelos de turbulência para a predição do campo de velocidades para diferentes números de Reynolds, com os dados experimentais para rotor parado e também em movimento. Ele concluiu que os modelos mais sofisticados para a época, tal como o modelo $k-\varepsilon$, seriam mais indicados para a predição do escoamento turbulento entre discos paralelos.

Sendo assim justifica-se o estudo do escoamento da turbina Tesla com o objetivo de proporcionar alterações ao projeto da turbina de forma a melhorar o seu desempenho.

1.2 Revisão bibliográfica

Diversos estudos numéricos em modelos de turbinas Tesla têm sido desenvolvidos ao longo dos anos, desde estudos com rotores rotativos baseados na concepção inicialmente proposta por seu inventor, o engenheiro Nikolas Tesla, até estudos com propostas de melhorias em seu projeto inicial, visando melhorar a eficiência da turbina e, possivelmente, sugerir sua aplicação massiva a níveis industriais.

No trabalho de Ladino, 2004, estudos numéricos foram realizados com base em uma simulação numérica do campo de escoamento de fluido em uma turbina tipo fricção. Para representar o comportamento da turbina, a velocidade de rotação foi mantida constante e a vazão mássica foi alterada, com o objetivo de simular um freio virtual e obter as curvas de desempenho da turbina Tesla. O modelo *CAD* utilizado no estudo *CFD* foi criado a partir de um modelo axissimétrico do escoamento entre dois discos concêntricos rotativos em duas dimensões, sendo o escoamento caracterizado em um regime de transição ambos os casos laminares e turbulentos foram simulados. Com base nos resultados obtidos, o modelo 3D foi melhorado, incluindo a saída da turbina com a caixa. Após as modificações, foi realizada uma simulação 3D com apenas um único disco considerando o efeito dos bocais e concluído que para um modelo completo de uma turbina Tesla a restrição para tais análises seria apenas aquela devido aos recursos computacionais.

Sengupta e Guha, 2012, compararam os resultados obtidos da teoria analítica e as soluções *CFD* das equações de Navier-Stokes, com o objetivo de estabelecer a confiabilidade de um modelo matemático simplificado na predição do escoamento em uma turbina Tesla. Os

autores desenvolveram uma teoria que descreve os campos tridimensionais de velocidade e pressão na turbina com o rotor em movimento.

Truman, 1985, realizou uma investigação dos seus modelos de turbulência para a predição de velocidade para diferentes números de Reynolds, com dados experimentais para duas situações: uma para o rotor parado e outra em movimento. Uma investigação numérica do escoamento turbulento entre dois discos, para ambos os casos, concêntricos, com rotação ou estacionários foi realizada a fim de obter resultados numéricos do escoamento passíveis de comparação aos cálculos analíticos. O autor assumiu um escoamento parabólico, e o método “*Box*” usado para obter soluções de marcha para as equações governantes do escoamento. A modelagem da turbulência foi baseada em extensões de viscosidade turbulenta clássica. Conceitos de comprimento de mistura que refletem as influências da divergência das racionalizações de corrente média e esforços não isotrópicos de Reynolds devido à rotação do disco. As previsões para o caso rotativo são os primeiros resultados disponíveis na literatura. Para o caso estacionário, o trabalho anterior foi prolongado pelo uso de fórmulas empíricas para transição reversa e inclusão da influência da divergência aerodinâmica. As comparações com dados limitados para discos estacionários e com rotação mostram razoável acordo. Embora os modelos de turbulência provavelmente não sejam otimizados, eles fornecem uma base adequada para estudos de engenharia de escoamento de fonte turbulenta entre os discos com rotação e estacionários até serem mais confiáveis. Por fim, foi concluído que, para a predição do escoamento turbulento entre discos paralelos, os modelos mais sofisticados para a época, tais como o modelo $k-\epsilon$, seriam mais indicados.

Couras, 2009, apresenta o desenvolvimento teórico-experimental de um novo modelo da Turbina Tesla, visando sua aplicação em sistemas de geração de energia distribuída a partir de fontes renováveis de biomassa. Um protótipo da turbina foi desenvolvido, em escala de laboratório, para determinar os parâmetros de projeto através de estudos teórico e experimental, a fim de interpretar os fenômenos presentes nos processos internos desse tipo de máquina de fluxo. A pesquisa foi direcionada à análise dos efeitos do espaçamento entre discos sobre o torque e a potência, como uma função da camada limite fluidodinâmica do escoamento, correlacionando os regimes de velocidades de escoamento às propriedades do fluido de trabalho. A metodologia para cálculo das eficiências isentrópicas e exergéticas foi estabelecida a partir de dados experimentais e da análise teórica por simulação (apoiada pelo *software ANSYS-CFX*), a qual determina o perfil de distribuição de pressão dentro da câmara de expansão, caracterizando as linhas de escoamento e os gradientes de pressão. Adicionalmente, uma análise modal dos sinais de vibração da turbina foi realizada, estudando

o comportamento dinâmico da estrutura com o propósito de detectar as frequências naturais e investigando a influência do espaçamento dos discos sobre o nível de vibração desse dispositivo. Este estudo aponta a robustez e a versatilidade operacional desse tipo de turbina, pelo fato dela admitir uma ampla faixa de rotação e por sua fácil adaptação a geradores comerciais, sugerindo sua aplicação em sistemas de geração e cogeração tanto para o meio rural como para a indústria.

Batista, 2009, desenvolveu um sistema para gerar energia elétrica com caldeira e turbina, visando ocupar um nicho de mercado em que os sistemas a vapor existentes não são economicamente viáveis. O sistema utilizou a turbina Tesla, compatível para essa faixa, sem pás, podendo operar com vapor saturado fornecido por uma pequena caldeira consumindo lenha. A micro geração proposta pode levar energia a milhões de brasileiros no campo, onde se dispõe de algum tipo de biomassa. A grande inovação deste trabalho é o seu propósito de desenvolver um protótipo da turbina Tesla modificado para fornecer maior torque, quando comparada à turbina de Tesla original. Devido à inexistência de equações que descrevem a turbina Tesla, um modelo matemático que permite projetar a turbina Tesla foi desenvolvido e validado por resultados experimentais e de simulação, onde testes comparativos com duas turbinas com as mesmas dimensões mostraram que a turbina Tesla modificada apresentou eficiência superior à turbina Tesla original. Ainda nesse estudo, foi proposto um protótipo do sistema para micro geração utilizando a turbina Tesla modificada, caldeira e gerador elétrico. Os custos do sistema e da energia gerada foram comparados com os de outros meios de geração mostrando-se competitivos economicamente para essa faixa de operação.

Neopane, 2014, empregou a dinâmica dos fluidos computacional para o entendimento do funcionamento da turbina Tesla, tendo em vista a necessidade de seu país de buscar diferentes propostas de turbinas para a geração de energia. Turbinas convencionais, utilizadas no Himalaya, apresentavam problemas de erosão por sedimento. Como consequência, a viabilidade financeira das usinas de energia depende constantemente de inovações para evitar a erosão de equipamentos mecânicos ou alternativas que melhor atendam essas condições. Devido à sua singularidade e facilidade de implementação, justifica-se a importância de identificar o escopo de uso da turbina Tesla no Nepal. Para tal, o autor buscou o entendimento do seu funcionamento. Foram realizadas simulações analisando diferentes parâmetros de projeto via dinâmica de fluidos computacional (*CFD*), em uma turbina Tesla de 1 kW, e por fim, modelos com o propósito de uso de turbina Tesla no Nepal foram sugeridos.

Em Guha, 2012, foi realizada uma análise numérica via fluidodinâmica computacional do escoamento rotativo no espaçamento entre os múltiplos discos coaxiais espaçados

igualmente de uma turbina Tesla. Uma teoria simples foi apresentada para descrever os campos tridimensionais de velocidade e pressão na turbina de discos Tesla, a qual informa o torque e saída de potência, verificadas comparando as previsões teóricas com dados experimentais de publicações recentes. As equações de conservação são apresentadas de forma que torna possível formular soluções analíticas e desenvolver uma interpretação física clara para cada termo nas equações, além do entendimento dos papéis de cada uma das forças centrífugas, Coriolis, inerciais e viscosas na geração torque e potência, e no estabelecimento do campo de pressão. Foi verificada a influência da aceleração de Coriolis no estabelecimento de tais condições de escoamento, que envolvem reversão de corrente e caminhos complexos. O detalhamento físico do escoamento rotativo em uma turbina de discos Tesla foi alcançada pela primeira vez nesse trabalho. Como exemplo, foi demonstrado que uma turbina de disco Tesla pode gerar torque e potência líquidos mesmo quando a velocidade tangencial do fluido na periferia do disco é menor que a velocidade tangencial local do disco.

Atualmente, com a avaliação dos modelos de turbulência através da dinâmica de fluidos computacional, é possível prever resultados muito precisos através de simulações numéricas [Guha, 2013], para determinar o campo de escoamento e linhas de corrente em uma turbina Tesla. Sengupta e Guha, 2012, concluíram, através de uma análise via fluidodinâmica computacional, que uma turbina de disco Tesla pode gerar potência de torque líquida mesmo quando a velocidade tangencial do fluido na periferia do disco é menor do que a velocidade tangencial local do disco.

O processo de operação da turbina Tesla com os discos estacionários também pode ser realizado visando calibrar um modelo numérico para a verificação de diferentes parâmetros operacionais da turbina, tais como o torque, vazão, pressão, temperatura, e velocidades em qualquer ponto da turbina. Por outro lado, o uso de métodos experimentais implicaria em técnicas mais avançadas de medição, como *PIV*, que geralmente apresentam um custo elevado.

O presente trabalho, realiza uma análise computacional com uma abordagem tridimensional, utilizando três modelos de turbulência *RANS*, a fim de analisar o escoamento do fluido na região interna da turbina de Tesla com o rotor estacionário e prever numericamente os resultados de torque no rotor. O foco principal do trabalho é avaliar a fluidodinâmica no interior da turbina, e verificar a acurácia dos resultados numéricos para confrontá-los com futuros experimentos em bancada, onde o torque é medido nos discos para diferentes condições de alimentação da turbina.

Desta forma, nas avaliações numéricas apresentadas nesta dissertação considera-se os discos estacionários, cujos dados simulados e experimentais serão de mais fácil obtenção.

1.3 Questão de pesquisa

O presente trabalho buscou responder a seguinte questão de pesquisa:

QUAL O MODELO DE TURBULÊNCIA ADEQUADO PARA ANALISAR UMA TURBINA TESLA COM ROTOR ESTACIONÁRIO VIA FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL?

1.4 Objetivo

O objetivo geral do presente trabalho é simular o torque em uma turbina tesla com rotor estacionário com auxílio da mecânica de fluidos computacional.

Os objetivos específicos desenvolvidos são:

1. definir um modelo matemático para a obtenção de resultados numéricos de turbinas;
2. verificar a coerência do modelo computacional com base em ensaios numéricos planejados de comportamento;
3. avaliar o comportamento de uma turbina tesla operando com rotor estacionário com diferentes propostas de modelagem através de simulações;
4. simular e analisar numericamente o comportamento da turbina Tesla a fim de comparar os resultados aos experimentos realizados em bancada;
5. avaliar resultados obtidos em diferentes condições operacionais.

2 OPERAÇÃO DA TURBINA TESLA

A turbina Tesla apresenta um princípio de funcionamento similar aos de turbinas convencionais, exceto pela arquitetura do rotor, constituído por discos lisos sem formato ou quaisquer tipos de elementos aerodinâmicos.

Os principais elementos de uma turbina Tesla são o rotor, constituído por discos paralelos espaçados e acoplados a um eixo, o estator, a carcaça, por um ou vários bocais, e o conduto de descarga do fluido de trabalho, como apontado na Figura 2.1.

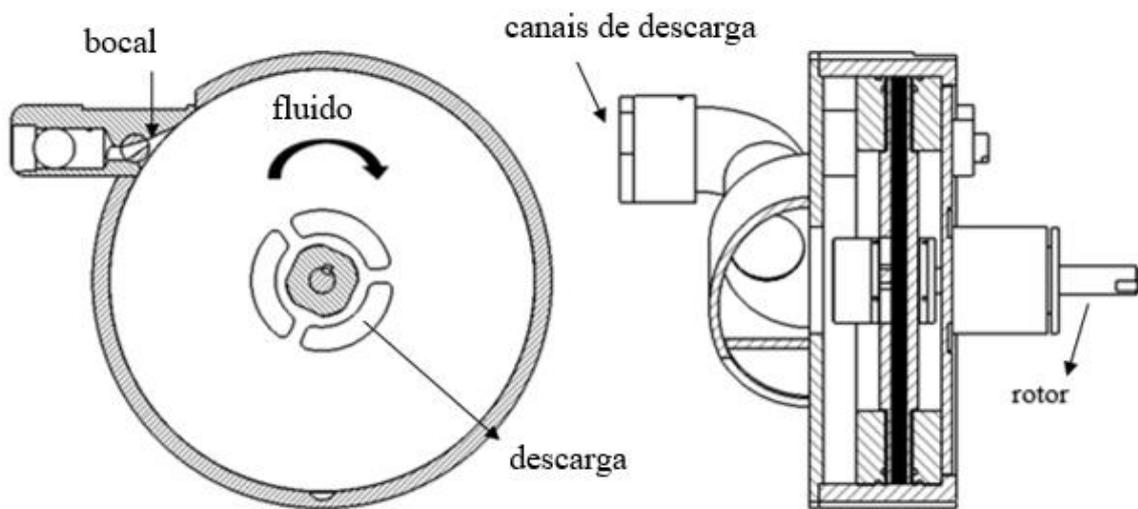


Figura 2.1 - Turbina Tesla: corte transversal (esquerda) e vista geral (direita).

O fluido de trabalho pressurizado é admitido na turbina e passa por um bocal convergente, que converte a sua pressão em velocidade. O fluido acelerado passa pelo rotor, composto por discos paralelos, descrevendo uma trajetória tangencial. O escoamento acelerado transfere sua energia para o rotor por meio de fricção, o que gera o torque no eixo. O fluido realiza um movimento em forma de espiral, permanecendo aderido às paredes dos discos até atingir os canais de descarga. Estes, em forma de oblongo circular, são posicionados próximos ao eixo central acoplado aos discos, através dos quais o fluido é descarregado para o exterior.

O torque gerado pelo atrito do fluido com os discos pode ser aproveitado em várias aplicações, tanto para a geração de energia com o auxílio de geradores elétricos, como em bombas hidráulicas. A Figura 2.2 apresenta um desenho com os principais componentes da turbina de múltiplos discos.

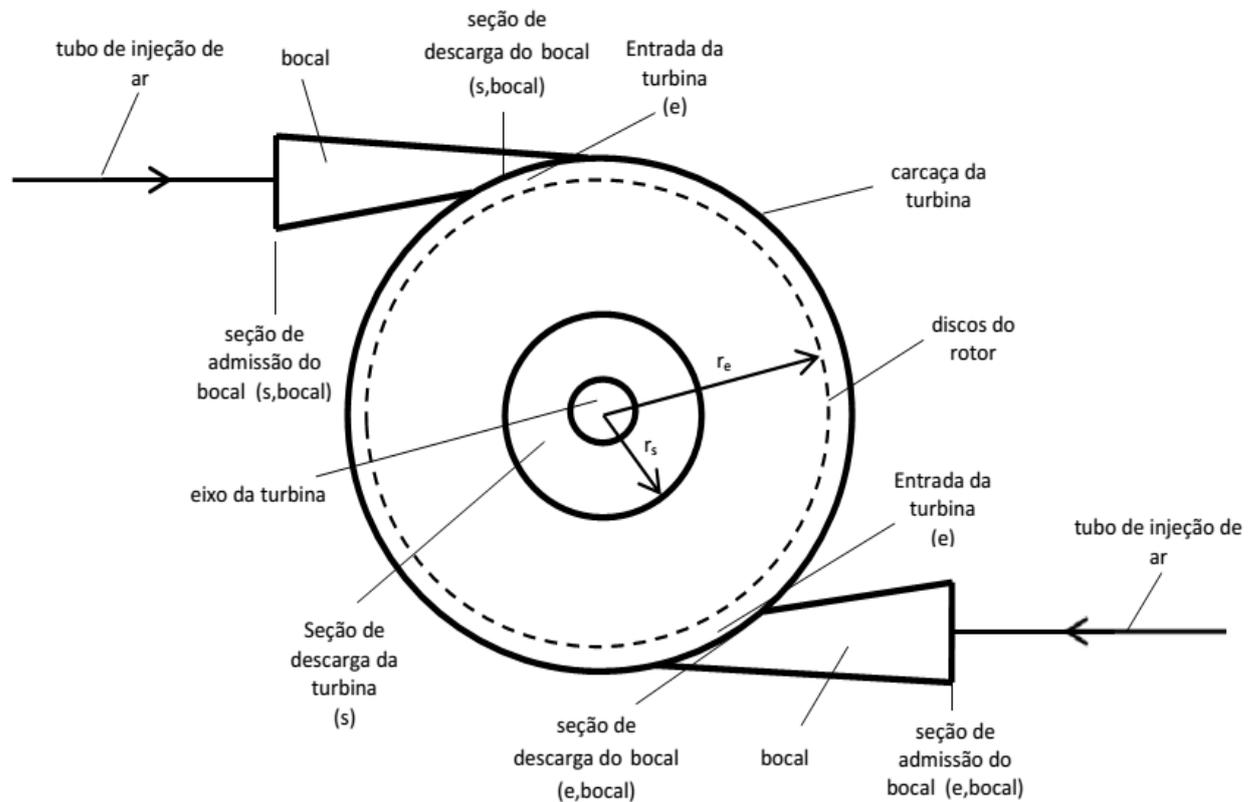


Figura 2.2 - Turbina de múltiplos discos estudada experimentalmente por Rice, 1965, com os principais componentes e a notação utilizada nas equações.

2.1 Parâmetros operacionais da turbina Tesla

Para o estudo da turbina Tesla desenvolveu-se um protótipo em escala de laboratório, o qual foi representado através de um modelo *CAD* tridimensional.

O rotor é formado por 5 discos concêntricos, de 300 mm de diâmetro, igualmente espaçados com 1 mm de distância entre si. O bocal convergente de alimentação do fluido de trabalho tem área maior de 75 mm^2 (7,5 mm de comprimento e 10 mm de altura), área menor de 30 mm^2 (sendo 7,5 mm de comprimento e 4 mm de altura) e razão de área de 2,5. O diâmetro do canal de descarga é de 52,5 mm. A Figura 2.3 apresenta a bancada com a turbina estudada no laboratório.



Figura 2.3 – Bancada de ensaios experimentais da turbina Tesla presente no laboratório de ensaios termodinâmicos e aerodinâmicos da UFRGS.

A Figura 2.4 traz um corte transversal desse protótipo, juntamente de um detalhe ampliado do rotor formado por 5 discos concêntricos, de 300 mm de diâmetro, igualmente espaçados com 1 mm de distância entre si.

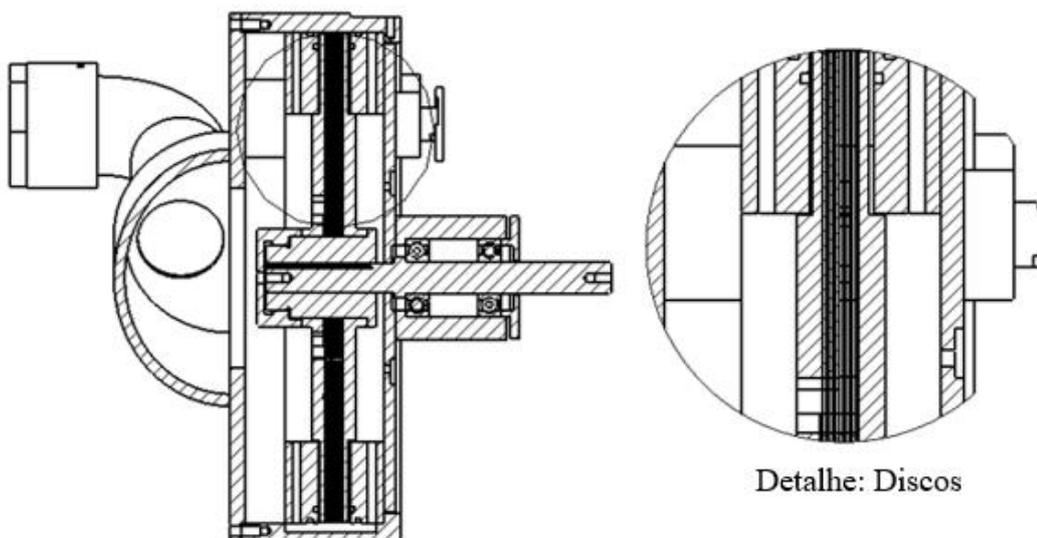


Figura 2.4 - Vista em corte do modelo da turbina Tesla (esquerda) e um detalhe dos seus discos (direita).

O modelo tridimensional utilizado para as simulações numéricas é apresentado na Figura 2.5.

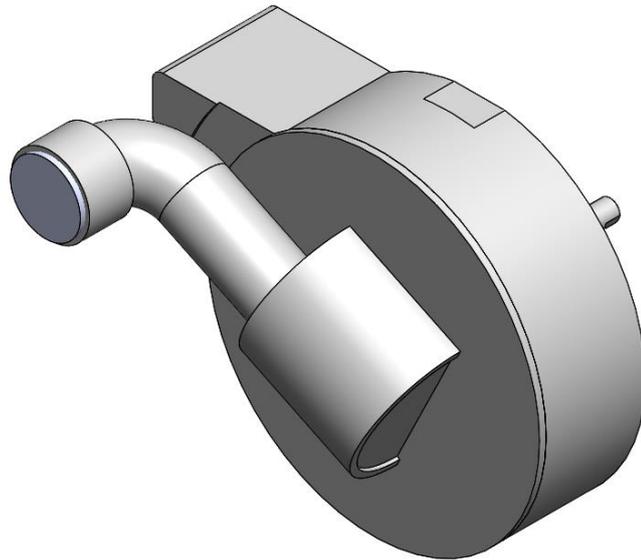


Figura 2.5 - Modelo CAD tridimensional.

Um corte de seção do modelo CAD 3D é apresentado na Figura 2.6, o qual exibe o corte transversal da turbina Tesla, que possibilita analisar internamente os discos conectados ao eixo da mesma.

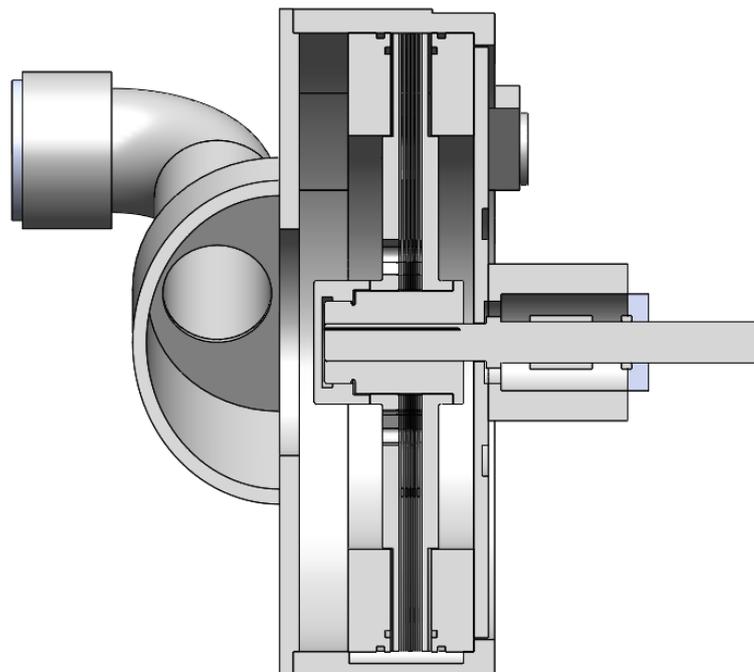


Figura 2.6 – Corte interno plano transversal aos discos.

Ressalta-se que a pressão de trabalho na admissão da turbina analisada pode variar de 1 barg a 10 barg, sendo controlado por uma válvula gaveta reguladora de pressão com manômetro acoplado. A vazão mássica é medida na descarga da turbina com um tubo de Venturi.

2.2 Dados experimentais da turbina

O escoamento do fluido de trabalho através de bocais convergentes está limitado à condição sônica. A Equação 2.1 apresenta a razão de vazão mássica por área de passagem na garganta do bocal $\frac{\dot{m}_t}{A_t}$, para uma expansão isentrópica e limitada ao número de Mach unitário.

$$\frac{\dot{m}_t}{A_t} = \frac{P_1}{\sqrt{T_1}} \sqrt{\frac{k}{R}} \left[\frac{1}{\left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}} \right] \quad (2.1)$$

Dados experimentais de Rice, 1965, foram escolhidos para verificar os valores médios dos parâmetros de operação da turbina Tesla para cada faixa de operação de pressão e temperatura, apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Dados experimentais de ensaios da turbina Tesla

$T_{e,bocal}$ (K)	$p_{e,bocal}$ (kPa)	ω (rpm)	\dot{m} (kg/s)	η_{exp} (%)	\dot{W}_{exp} (kW)
368	377	6300	0,02134	21,7	0,500
368	377	8500	0,02134	25,4	0,625
368	377	9200	0,02134	25,8	0,633
352	515	8000	0,03069	21,2	0,831
352	515	10000	0,03069	23,8	0,948
352	515	11000	0,03069	24,4	0,971
356	552	8000	0,02629	21,7	0,823
356	552	10000	0,02629	23,8	0,911
353	690	9000	0,03311	21,6	1,100
353	690	11000	0,03311	24,1	1,230
347	827	12200	0,04007	13,5	0,853
347	965	11800	0,04536	23,2	1,770
347	965	12500	0,04536	11,9	0,868

Fonte: Rice(1965).

Como informado pelo autor, apesar de projetar bocais considerando escoamento supersônico, em termos de desempenho da turbina não foram verificados quaisquer melhoras para a mesma, quando comparado com os resultados utilizando bocais subsônicos e ou sônicos. Observa-se que o autor não informa os valores de pressão na garganta do bocal e a velocidade de injeção do fluido de trabalho. [Rice, 1965].

Verifica-se que os parâmetros de vazão mássica utilizados por RICE são menores que os empregados nesse trabalho, porém, no presente estudo não foram utilizados os mesmos parâmetros da Tabela 2.1, já que não se trata da mesma geometria, bocal, e condições de operação suportadas pelo laboratório onde a bancada com a turbina está instalada.

A condição de operação é definida pela Equação 2.1, onde a condição de Mach unitário é estabelecida para cada faixa de operação de pressão e temperatura simulada nesse trabalho, calculando a vazão mássica resultante para a condição de Mach igual a 1.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

Nesta seção apresenta-se a metodologia numérica, que foi a ferramenta utilizada para a realização das simulações computacionais da turbina Tesla neste estudo.

Demonstra-se nesta seção as definições do método numérico contidos no *software StarCCM+* 2017 e a descrição das suas principais características.

3.1 Fluidodinâmica Computacional

A principal aplicação de um método numérico é a resolução de uma ou múltiplas equações diferenciais, empregando expressões algébricas para resolver a função incógnita, através da substituição das derivadas existentes. Para os casos nos quais não se chega à solução analítica, realiza-se uma aproximação numérica da equação diferencial, onde a solução será encontrada para um dado número discreto de pontos. A discretização da solução implica em um determinado erro, o qual pode ser minimizado utilizando uma quantidade maior de pontos. Para que seja possível calcular o valor infinitesimal das variáveis independentes, necessita-se de um método analítico com capacidade de resolver tais equações e apresentar a solução de forma fechada [Patankar, 1980].

A tarefa do método numérico é transformar a equação diferencial em um sistema de equações algébricas. Para tal, valores discretos são inseridos no lugar das derivadas da função presente na equação diferencial. Transformar as derivadas em termos que contém a função resulta no método numérico, o qual é responsável pela integração da equação diferencial a ser resolvida [Maliska, 2013].

3.1.1 Equações Fundamentais

A simulação do escoamento do fluido de trabalho no interior da turbina Tesla envolve resolver a equação de conservação de massa e a equação de conservação de quantidade de movimento.

A representação da equação da conservação da massa (continuidade) é dada pela Equação (3.1). [Siemens, 2017].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (3.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido de trabalho, e V é a sua velocidade.

O transporte de quantidade de movimento é dado pela Equação (3.2).

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V \otimes V) = -\nabla \cdot \sigma + f_b \quad (3.2)$$

onde \otimes denota o produto Kronecker, f_b é a resultante das forças do corpo (como gravidade e forças centrífugas) por unidade de volume que atua na mecânica da continuidade e σ é o tensor de tensão.

Para um fluido, o tensor de tensão é frequentemente escrito como a soma de tensões normais e tensões de cisalhamento, dado pela Equação (3.3).

$$\sigma = -pI + T \quad (3.3)$$

onde p é a pressão e T é o tensor de tensão viscosa, resultando na Equação (3.4).

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V \otimes V) = -\nabla \cdot (pI) + \nabla \cdot T + f_b \quad (3.4)$$

Quando a primeira lei da termodinâmica é aplicada ao volume de controle, a conservação de energia pode ser escrita pela Equação (3.5).

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E V) = f_b \cdot V + \nabla \cdot (V \cdot \sigma) - \nabla \cdot q + S_E \quad (3.5)$$

onde E é a energia total por unidade de massa, q é o fluxo de calor, e S_E é uma fonte de energia por unidade de volume. [Siemens, 2017].

3.2 Modelos de Turbulência na Fluidodinâmica Computacional

Conforme Çengel e Cimbala, 2007 e Durst, 2008, a fluidodinâmica computacional pode tratar escoamentos laminares com facilidade, porém, torna-se impossível solucionar escoamentos turbulentos em casos de aplicações reais de engenharia sem a utilização dos modelos de turbulência.

Segundo Versteeg e Malalasekera, 1995, Menter, 2011, e Celik, 1999, modelo de turbulência é um procedimento computacional para aproximar o sistema das equações de

vazão média para que seja possível calcular uma ampla diversidade de problemas. Para a maioria das aplicações de engenharia, torna-se desnecessário resolver detalhadamente as flutuações causadas pela turbulência. Apenas os efeitos da turbulência são considerados no escoamento médio. Para que um modelo de turbulência seja aproveitável para um código *CFD*, ele deve ser útil para uma vasta gama de aplicações, ter boa precisão, além de ser simples e econômico para executar os cálculos.

Os modelos de turbulência mais comuns são apresentados na Figura 3.1.

Figura 3.1 - Exemplos de modelos de turbulência mais comuns.

<p>Modelos Clássicos</p>	<p>Baseado (média-tempo) equações de Reynolds</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. modelos algébricos – modelo de comprimento de mistura. 2. modelo duas-equações - modelos $k-\varepsilon$, $k-\omega$, etc. 3. modelo de equação tensão de Reynolds 4. modelo de tensão algébrica.
<p>Simulação dos grandes vórtices</p>	<p>Baseado nas equações espaço-filtradas</p>

Fonte: Versteeg e Malalasekera, 2007.

A Figura 3.2 ilustra um comparativo entre os modelos de turbulência mais utilizados nos problemas de engenharia em termos de esforço computacional e nível de precisão.

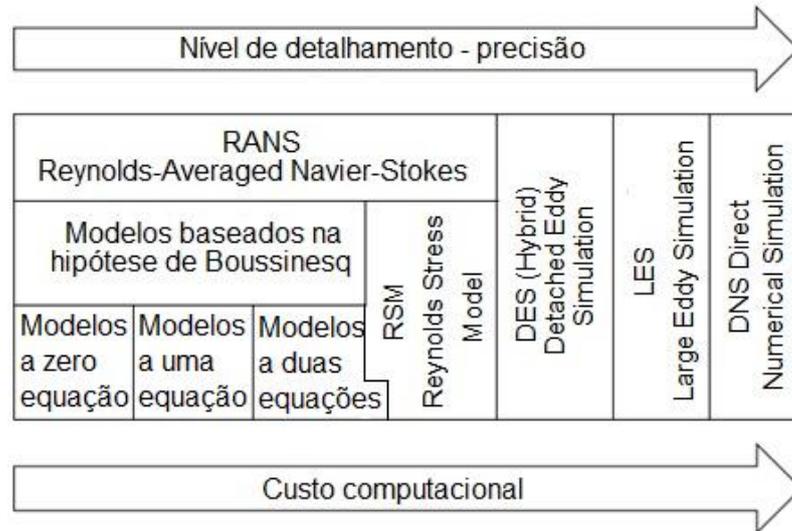


Figura 3.2 - Modelos de turbulência em termos de esforço computacional e nível de precisão. [IESSS, 2011].

Segundo Karthik, 2011, Mckeel, 1996, e Ansys, 2010, vários modelos de turbulência baseiam-se na aproximação de Boussinesq, que propôs em 1877 que os tensores de Reynolds poderiam estar relacionados com a taxa média de deformação. Através de estudos experimentais em escoamentos incompressíveis isotérmicos evidenciou-se que a turbulência diminui, a não ser que haja cisalhamento, bem como, que a turbulência é maior conforme a taxa média de deformação aumenta.

3.2.1 Procedimento de Média de Reynolds – Modelos *RANS*

Segundo iESSS, 2011, *RANS* (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) é a classe de modelos de turbulência mais utilizada, com maior profundidade em aplicações industriais. Tais modelos são baseados na proposta de Osbourne Reynolds, o qual sugeriu um conceito de média para as equações de Navier-Stokes para tratar os escoamentos turbulentos, no qual analisou uma a uma de suas grandezas decompostas em uma componente média e uma flutuante no tempo.

Esta abordagem reduz significativamente a complexidade da simulação de escoamentos turbulentos. As equações resultantes do método *RANS* são formuladas em termos do tempo e média do campo de escoamento (campos de velocidade, pressão, massa específica e temperatura). Eliminam-se as oscilações da turbulência através deste procedimento, e as equações tornam-se viáveis para solução via fluidodinâmica

computacional. O sucesso de modelos *RANS* destacam-se principalmente pela precisão de escoamentos próximos às paredes, e praticamente todos os modelos de turbulência podem prever camadas limite com gradientes de pressão zero, assim atendendo a maioria das aplicações [Menter, 2011; Cheng et al., 2009].

O aumento das exigências de precisão numérica e formas geométricas mais complexas resultaram em uma necessidade de modelos de turbulência capazes de prever a separação do escoamento de superfícies lisas sob gradientes adversos de pressão, como aparecem na aerodinâmica ou nas correntes internas em difusores. Tais requisitos de precisão são tipicamente ligados à capacidade dos modelos em permitir a integração para a parede. Em escoamentos com baixo número de Reynolds ou, mais precisamente, modelos de subcamada viscosa (*VSM*), elimina-se grande parte da resolução de problemas impostas pelas funções de parede. Códigos *CFD* modernos apresentam modelos que se adaptam automaticamente à resolução próxima da parede e em problemas que se misturam entre as funções de parede e modelos de subcamada viscosa, ajustando-se ao tipo de problema [Menter, 2011].

Os modelos de turbulência *RANS* fornecem relações de fechamento para as equações médias de Reynolds de Navier-Stokes, que resolvem as quantidades de fluxo médio. Para obter as equações, cada solução da variável ϕ nas equações instantâneas de Navier-Stokes é decomposta em seu valor médio, ou médio valor de ϕ e seu componente flutuante ϕ' , sendo definido por:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.6)$$

onde ϕ representa as componentes da velocidade, pressão, energia, ou concentração de espécies [Siemens, 2017].

O processo de média pode ser descrito como uma média de tempo para situações de estado estacionário e média de conjuntos para situações transitórias repetitivas. Inserir as variáveis de solução em decomposição nas equações de Navier-Stokes resulta em equações para as quantidades médias [Siemens, 2017].

As equações médias de transporte de massa e momentum podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho(\bar{V} - V_g)] = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{V})}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho\bar{V}(\bar{V} - V_g)] = -\nabla \cdot \bar{p}I + \nabla \cdot (T + T_t) + f_b \quad (3.8)$$

onde:

ρ é a massa específica;

\bar{V} e \bar{p} são a velocidade e a pressão médias, respectivamente.

V_g é a velocidade do quadro de referência em relação ao quadro do laboratório.

I é o tensor de identidade;

T é o tensor de tensão viscosa;

f_b é o resultante das forças do corpo (como gravidade e forças centrífugas).

Essas equações são essencialmente idênticas às equações originais, exceto que um termo adicional agora aparece na equação de transporte de momentum. Este termo adicional é um tensor de quantidade, conhecido como o tensor de tensão de Reynolds, que possui a seguinte definição:

$$T_t = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Duas abordagens básicas são usadas no STAR-CCM+ para modelar T_t : modelos de viscosidade turbulenta e modelos de transporte de tensão de Reynolds [Siemens, 2017].

3.2.1.1 Modelo k - ϵ

Segundo Wilcox, 1993a, este é o modelo de duas equações mais popular, já que contém uma equação de transporte para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a sua dissipação (ϵ).

Tal modelo apresenta certa facilidade de implementação, já que possui cálculos estáveis que geralmente convergem de forma relativamente fácil, bem como, uma boa assertividade para muitas aplicações. Porém, este modelo apresenta previsões ruins para turbilhões e escoamentos rotativos, correntes com forte separação, jatos axi-simétricos, escoamentos não confinados, escoamentos totalmente desenvolvidos em condutos não circulares, e escoamentos com turbulência altamente anisotrópica, sendo válido somente para os escoamentos completamente turbulentos. O modelo k - ϵ exige a implementação de uma

função para parede, e modificações para escoamentos com linhas de corrente altamente curvadas [Karthik, 2011].

O modelo $k-\varepsilon$ é uma versão padrão do modelo de duas equações que envolvem equações de transporte para a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. As equações de transporte são sugeridas por Jones e Launder, com coeficientes recomendados por Launder e Sharma. Alguns termos adicionais foram acrescentados ao modelo no STAR-CCM + para dar conta de efeitos como flutuabilidade e compressibilidade. Uma relação constitutiva opcional não linear também é proporcionada [Siemens, 2017].

A viscosidade turbulenta é calculada pela Equação (3.10).

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu k T \quad (3.10)$$

onde ρ é a massa específica, C_μ é um coeficiente do modelo, f_μ é uma função de amortecimento, e T é uma escala de tempo turbulenta, definida pela Equação (3.11).

$$\max\left(, C_t \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}\right) \quad (3.11)$$

onde $T_e = \frac{k}{\varepsilon}$ é a maior escala de tempo de turbulência C_t e C_T são os coeficientes do modelo, ν é a viscosidade cinemática, e S é o módulo do tensor da taxa de deformação média.

As equações de transporte para a energia cinética e a taxa de dissipação turbulenta são dadas pelas Equações (3.12) e (3.13).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \bar{V}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho(\varepsilon - \varepsilon_0) + S_k \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \bar{V}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{1}{T_e} C_{\varepsilon 1} P_\varepsilon - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \rho \left(\frac{\varepsilon}{T_t} - \frac{\varepsilon_0}{T_0} \right) + S_\varepsilon \quad (3.13)$$

onde \bar{V} é a velocidade média, μ é a viscosidade dinâmica, σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ são coeficientes do modelo. P_k e P_ε são termos de produção, f_2 é uma função de amortecimento, S_k e S_ε são os termos de origem especificados pelo usuário. ε_0 é o valor da turbulência ambiental nos termos de origem que neutralizam o declínio da turbulência. A possibilidade de impor um termo de origem ambiental também leva à definição de uma escala de tempo específica T_0 que é definida pela Equação (3.14).

$$T_0 = \max\left(\frac{k_0}{\varepsilon_0}, C_t \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon_0}}\right) \quad (3.14)$$

onde C_t é um coeficiente do modelo.

A formulação dos termos de produção P_k e P_ε depende da variante do modelo k- ε , sendo para P_k descrito por $G_k + G_{nl} + G_b + \gamma_M$ e para P_ε descrito por $G_k + G_{nl} + G_{\varepsilon 3} G_b$ onde:

$G_{\varepsilon 3}$ é um coeficiente do modelo;

G_k é o termo de produção de turbulência definido por $G_k = \mu_t S^2 - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \bar{V} - \frac{2}{3} \mu_t (\nabla \cdot \bar{V})^2$;

G_b é o termo de produção de Buoyancy definido por $G_b = \beta \frac{\mu_t}{Pr_t} (\nabla \cdot \bar{T} \cdot g)$.

O β coeficiente de expansão térmica, para gases ideais, é dado por $\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$. Pr_t é

o número de Prandtl de turbulência, \bar{T} é a temperatura média, e g o vetor gravitacional.

G_{nl} é o termo de produção não linear definido por $G_{nl} = \nabla \cdot \bar{V} : (T_{t,NL})$. $T_{t,NL}$ a contribuição não linear da relação constitutiva.

G' é o termo adicional de produção definido por $G' = Df_2 \left(G_k + 2\mu \frac{k}{d^2} \right) \exp(ER_{ed}^2)$.

D e E coeficientes do modelo, f_2 função de amortecimento, d é a distância da parede, Re_d número de Reynolds distante da parede, a quantidade adimensional mais comum usada na modelagem de turbulência, dado pela equação $Re_d = \frac{\sqrt{k}d}{\nu}$.

γ_M o termo de modificação da compressibilidade dado por $\gamma_M = \frac{C_M k \varepsilon}{c^2}$. C_M é um coeficiente do modelo, e c a velocidade do som.

Os coeficientes utilizados pelo *StarCCM+* foram $C_l = 2,55$, C_M (Sarkar) = 2, $C_t = 1,0$, $C_T = 0,6$, $C_w = 0,83$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $C_\mu = 0,92$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $\sigma_k = 1,0$ [Siemens, 2017].

3.2.1.2 Modelo k- ω

Kolmogorov, 1942, propôs o primeiro modelo de turbulência com duas equações. Escolheu a energia cinética turbulenta (k) como um dos parâmetros de turbulência, como

Prandtl, em 1945, e assim modelou a equação diferencial que governa este comportamento. O segundo parâmetro foi a dissipação por unidade de energia cinética turbulenta, ω . Nesse modelo, ω satisfaz uma equação diferencial similar à equação para k . Sem o conhecimento do trabalho de Kolmogorov, no ano de 1970, Saffman formulou um modelo $k-\omega$, que seria superior ao modelo de Kolmogorov. A forma da equação para o ω mudou com a evolução do modelo $k-\omega$ ao longo das últimas cinco décadas. Um termo adicional tem sido adicionado pelos desenvolvedores do modelo subsequente para Kolmogorov [Wilcox, 1993b].

Segundo Karthik, 2011, neste modelo ω é o inverso da escala de tempo, que está associada com a turbulência. Trata-se de uma versão modificada da equação k usada no modelo $k-\varepsilon$ e uma solução da equação de transporte para ω .

3.2.1.3 *Modelo SST (Shear Stress Transport)*

O modelo *SST* é um modelo de viscosidade turbulenta que inclui duas novas características principais, sendo a primeira, uma combinação de modelo $k-\omega$ (no interior da camada limite) com o modelo $k-\varepsilon$ (na região exterior, fora da camada limite). E a segunda, apresenta limitação da tensão de cisalhamento em regiões onde o gradiente de pressão é considerável [Karthik, 2011].

Segundo Rumsey, 2007, o modelo *SST* possui as características mais vantajosas dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$, pois possui baixa sensibilidade às condições de contorno e da corrente livre para ω , proveniente do modelo $k-\varepsilon$, além de um tratamento robusto e preciso de parede proveniente do modelo $k-\omega$. Sendo a variável omega (ω) responsável pela vorticidade do escoamento na unidade [1/s]. A dissipação da energia cinética turbulenta é dada pela variável épsilon (ε) na unidade [m²/s³], que é igual à energia cinética turbulenta [m²/s²] por unidade de tempo [s].

O modelo *SST* utiliza funções peso para juntar as equações originais dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ e é descrito por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla(uk) = \nabla \left[\left(v + \frac{vt}{\sigma_{k3}} \right) \nabla k \right] + P^k - \beta' k \omega \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla(u\omega) = \nabla \left[\left(v + \frac{vt}{\sigma_{\omega} 2\omega} \right) \nabla \omega \right] + (1-F1) \frac{2}{\sigma_{\omega}} \nabla k \nabla \omega + \alpha 3 \frac{\omega}{k} P^k - \beta_3 k \omega^2 \quad (3.16)$$

onde P^k refere-se ao termo de produção de turbulência, os coeficientes $\alpha 3$ e β_3 são combinações lineares dos correspondentes coeficientes dos modelos de origem, e podem ser representados nas Equações (3.17) e (3.18).

$$\alpha 3 = F_1 \alpha_1 + (1-F_1) \alpha_2 \quad (3.17)$$

$$\beta_3 = F_1 \beta_1 + (1-F_1) \beta_2 \quad (3.18)$$

A difusividade turbulenta pode ser calculada através da seguinte relação:

$$\nu_t = k \frac{0.31}{\max(0.31\omega; \Omega F_2)} \quad (3.19)$$

onde Ω é a magnitude da vorticidade.

$$\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (3.20)$$

As funções peso $F1$ e $F2$ são muito importantes para o êxito da aplicação do método, e a sua formulação está baseada na distância das superfícies mais próximas e nas variáveis do escoamento.

$$F1 = \tanh \left[\min \left(\max \left(\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}; \frac{500\mu}{\rho \omega y^2} \right); \frac{4\rho k}{D_{k\omega} \sigma_{\omega} y^2} \right)^4 \right) \right] \quad (3.21)$$

$$F2 = \tanh \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}; \frac{500\mu}{\rho \omega y^2} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

Sendo y a distância da parede e $D_{k\omega}$ obtido através da seguinte relação:

$$D_{k\omega} = \max\left(\frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}\omega} \nabla k \nabla \omega; 10^{-10}\right) \quad (3.23)$$

Os coeficientes desse modelo são: $\sigma_{k1} = 1,176$, $\sigma_{\omega 1} = 2$, $\sigma_{k2} = 1,0$, $\sigma_{\omega 2} = 1,168$, $\beta' = 0,09$. O coeficiente β_3 é uma combinação de $\beta_1 = 0,075$ e $\beta_2 = 0,0828$.

3.2.1.4 Modelo RSM (Reynolds Stress Model)

Com a solução de equações de transporte adicionais para os seis tensores independentes de Reynolds, o modelo *RSM* fecha as equações médias de Navier-Stokes. Através do produto das equações de quantidade de movimento com uma propriedade flutuante, é possível calcular as equações de transporte obtidas pela média de Reynolds, porém, o fechamento exige uma equação para a dissipação turbulenta. Desta forma, evita-se a consideração de viscosidade turbulenta isotrópica e as equações resultantes contêm termos que precisam ser modelados [Celik, 1999].

O modelo *RSM* é amplamente utilizado, com boa precisão, para prever escoamentos complexos, pois ele considera desenvolvimentos em forma de curvatura, redemoinhos, rotação e altas taxas de deformação, correntes de ciclones, turbilhões de correntes de combustão, escoamentos rotativos, correntes secundárias e escoamentos envolvendo descolamento [Karthik, 2011].

Este modelo considera a anisotropia da turbulência, além de possuir um termo de produção de turbulência exato. Por este motivo, geralmente são mais precisos que os modelos baseados na aproximação de Boussinesq. Tais modelos são capazes de capturar escoamentos secundários e conseguem representar escoamentos rotacionais e sobre superfícies curvas corretamente. Como restrição, não fornecem detalhes sobre o espectro de energia turbulento nem sobre as estruturas turbulentas, além de apresentarem elevado custo computacional por possuírem 7 equações de transporte adicionais. Em função disso, é notável menor aplicação em problemas complexos associados a malhas refinadas. Ainda, do ponto de vista físico, apresentam termos com aproximações matemáticas e de implementação muito complexas [iESSS, 2011].

As equações de transporte para os componentes de tensão de Reynolds, no modelo *RSM*, podem ser escritos da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(u' u') + \nabla(uu\{u' u'\}) = \nabla v \nabla u' u' + \frac{v_t}{\sigma_k} \nabla u' u' - (u' u' (\nabla u)^T + (\nabla U) u' u') + \varphi - \frac{2}{3} \varepsilon I \quad (3.24)$$

onde I é o tensor identidade, e φ é a correlação tensão-pressão para um escoamento incompressível, que surge a partir do modelo linear pressão-deformação:

$$f = \phi_1 + \phi_2 + \phi_w \quad (3.25)$$

ϕ_1 é o menor termo pressão-deformação, ϕ_2 é o termo rápido pressão-deformação, e ϕ_w é o termo parede-reflexão. A dissipação de energia cinética turbulenta é dada por:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla(U\varepsilon) = \nabla \left[\left(\nu + \frac{c_\mu k^2}{\sigma_\varepsilon \varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P^k - c_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (3.26)$$

Essa é a expressão utilizada para a energia cinética turbulenta com os termos menor/rápido, pressão-deformação e parede-reflexão.

3.3 Qualidade de malha

A avaliação das malhas elaboradas, com predominância de elementos poliédricos, seguiu o método *Grid Convergence Index (GCI)*, conforme proposto por Roache, 1998, baseado no uso da extrapolação de Richardson para quantificar a incerteza através da solução assintótica ϕ_0 de um certo escalar ϕ calculado através da Equação (3.27).

$$\phi \cong \phi_1 + \frac{(\phi_1 - \phi_2)}{r_{12}^{obs} - 1} \quad (3.27)$$

onde os índices “1” a “3” representam o refino da malha, sendo “1” para a mais refinada, “2” intermediária e “3” para a malha menos refinada. r_{12} é uma razão de refino entre as malhas, definido pela Equação (3.28).

$$r_{12} = \left(\frac{N1}{N2} \right)^{1/3} \quad (3.28)$$

onde N é o número de volumes da malha, e o índice “1” e “2” identifica a malha.

Para prever a ordem de convergência observada do método numérico, p_{obs} calcula-se de forma iterativa a Equação (3.29).

$$\frac{\varepsilon_{22} \%}{(r_{23}^{obs} - 1)} = r_{12}^{obs} \left[\frac{\varepsilon_{22} \%}{(r_{23}^{obs} - 1)} \right] \quad (3.29)$$

onde r_{23} é uma razão de refino entre as malhas “2” e “3”, e a variação percentual entre elas $\varepsilon_{12} \%$ calculado pelas Equações (3.30) e (3.31).

$$\varepsilon_{12} \% = 100 \frac{(\phi_1 - \phi_2)}{\phi_2} \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_{23} \% = 100 \frac{(\phi_2 - \phi_3)}{\phi_3} \quad (3.31)$$

O índice percentual de convergência de malha entre duas malhas, calcula-se através da Equação (3.32).

$$GCI_{23} \% = \frac{F_s |\varepsilon_{12} \%|}{(r_{12}^{obs} - 1)} \quad (3.32)$$

onde $F_s = 1,25$ é um fator de segurança. [Roache, 1998].

Para o restante das malhas, calcula-se o índice percentual de convergência de malha da mesma forma.

O refinamento da malha não afeta o valor assintótico quando a relação apresentada na Equação (3.33) é verificada.

$$\frac{\alpha^\dagger}{r_{12}^{obs}} \approx 1 \quad (3.33)$$

Sendo definido gama de acordo com a Equação (3.34).

$$\alpha^\dagger = \frac{GCI_{22} \%}{GCI_{12} \%} \quad (3.34)$$

4 METODOLOGIA DE SIMULAÇÃO

Essa seção detalha a metodologia utilizada na simulação computacional da turbina Tesla. São apresentadas a definição do problema proposto e a descrição do funcionamento do *software STARCCM+*, utilizado na realização das simulações, seus componentes e a sequência de simulações realizadas. É feita a avaliação quanto ao escoamento, parâmetros de pressão, temperatura, vazão, massa específica e torque.

4.1 Condições da simulação

As condições de operação empregadas para a simulação da turbina, foram baseadas nas referidas por Rice, 1965, para a situação de operação com rotação do rotor na faixa de 6300 a 1000 RPM (Tabela 4.1).

As simulações foram realizadas utilizando uma abordagem tridimensional, monofásica, turbulenta e estacionária. As condições de operação do fluido permitiram considerar o escoamento como compressível.

Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros operacionais de referência para a simulação da turbina Tesla [Rice, 1965].

	\dot{m} [g/s]	T_{Bs} [°C]	T_{Be} [°C]	T_d [°C]	P_{Te} [barg]	P_{Ts} [barg]
Faixa	20-40	15-20	20-25	15-20	0-2	0
Condição particular	22,05	25	25	25	2,02	0

onde T_{Be} é a temperatura de entrada no bocal, T_{Bs} é a temperatura de saída do bocal, T_{Td} é a temperatura de descarga da turbina, P_{Te} é a pressão de admissão da turbina, P_{Ts} é a pressão de descarga da turbina.

A avaliação da massa específica do ar úmido foi feita a partir da relação de gases ideais, dada pela Equação (4.1).

$$\rho_{\text{humid air}} = \frac{P_d}{R_d T} + \frac{P_v}{R_v T} = \frac{P_d M_d + P_v M_v}{RT} \quad (4.1)$$

onde ρ é a massa específica [kg/m³], P representa a pressão [Pa], T é a temperatura [K], R constante universal dos gases [J/(kg.K)], e M é a massa molar [kg/mol]; os índices d e v representam o ar seco e vapor, respectivamente.

A lei de Sutherland foi aplicada para avaliar a viscosidade dinâmica do ar μ [kg/(m.s)] na temperatura medida absoluta, baseada na teoria cinética dos gases ideais e em um potencial idealizado de força intermolecular, dada pela Equação (4.2).

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{p_d}{R_d T} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S}{T + S} \quad (4.2)$$

onde T_{ref} e S são constantes, dependentes do gás (ar).

O número de Reynolds calculado para a região da garganta do bocal é de 327.787, o que indica um escoamento turbulento, calculado através da seguinte relação:

$$Re = \frac{U.L}{\nu} \quad (4.3)$$

onde U é a velocidade de 309 m.s^{-1} na garganta do bocal, L é o comprimento de 20 mm do bocal, e $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ é a viscosidade cinemática de $1,88 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

O número de Reynolds calculado para a região do espaçamento de 1 mm, considerando a velocidade média encontrada de 64 m.s^{-1} entre os discos, é de 3.400, o que sugere um escoamento laminar nessa região.

Os valores adotados para a presente simulação são apresentados na Tabela 4.2, para o ar como fluido de trabalho.

Tabela 4.2 - Valores dos parâmetros operacionais do ar escolhidos para a simulação da turbina Tesla com rotor parado.

P (barg) descarga	T (K) descarga	P (barg) admissão bocal	T (K) admissão bocal	ρ (kg/m ³) admissão bocal	\dot{m}_{ar} (g/s)	Número de Reynolds garganta	Número de Reynolds espaçamento discos
0	300	2,5	295	3,0	47,0	330.000	3.400

As faces dos discos foram tomadas com a condição de contorno de parede sem deslizamento, onde o fluido adere às superfícies dos discos.

Modelos de turbulência *RANS* foram empregados, considerando as equações de *Navier-Stokes* em média temporal. Três modelos foram avaliados, o *Shear Stress Transport (SST)*, *Reynolds Stress Model (RSM)* e *k-ε* puro.

4.2 Condições de contorno

A Tabela 4.3 apresenta as condições de contorno que foram aplicadas em cada conjunto de faces definidas para o objeto de estudo, ou subdomínio computacional.

O *software* aplica a condição de contorno definida para cada subdomínio, o qual é composto por um conjunto de faces.

Tabela 4.3 – Condições de contorno utilizadas nas simulações

Condição de contorno	Faces
Vazão mássica	Admissão da turbina
Pressão	Descarga
Parede - Não deslizamento	Discos e faces da turbina

A Figura 4.1 apresenta em destaque o conjunto de faces seleccionadas para compor o subdomínio 1, denominado como entrada.

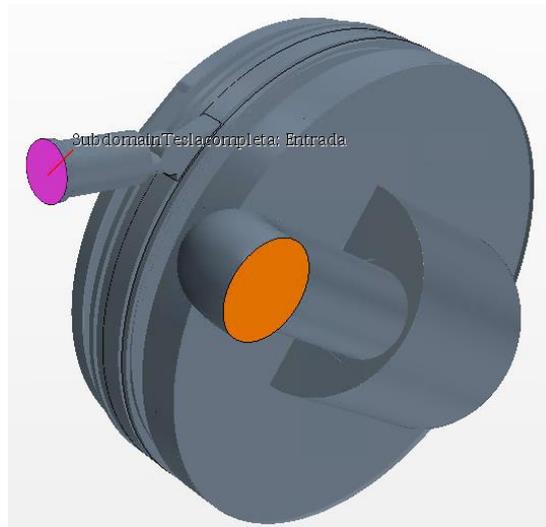


Figura 4.1 – Subdomínio 1: Entrada.

A Figura 4.2 apresenta em destaque o conjunto de faces seleccionadas para compor o subdomínio 2, denominado como saída.

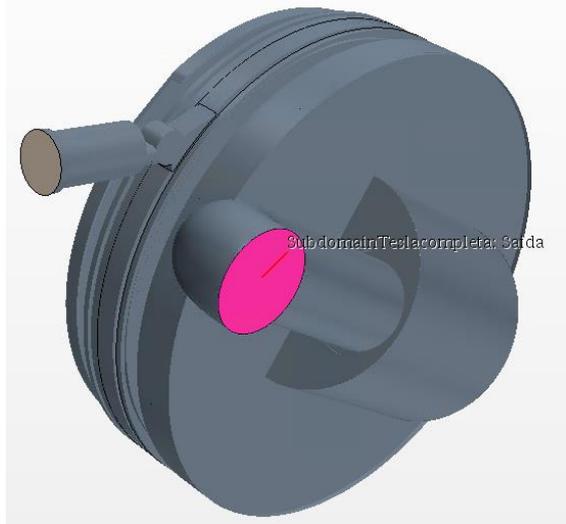


Figura 4.2 - Subdomínio 2: Saída.

A Figura 4.3 apresenta em destaque o conjunto de faces selecionadas para compor o subdomínio 3, denominado como discos.

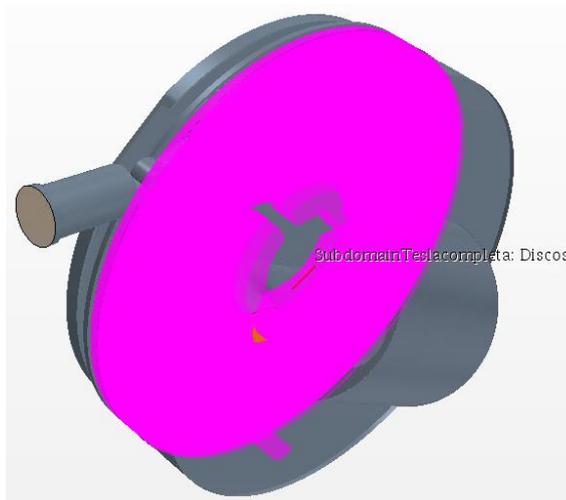


Figura 4.3 – Subdomínio 3: Discos.

A Figura 4.4 apresenta em destaque o conjunto de faces selecionadas para compor o subdomínio 4, denominado como bocal e faces.



Figura 4.4 – Subdomínio 4: Bocal e faces da turbina.

Definiu-se os parâmetros da condição inicial de entrada do fluido para todas as simulações através da definição da Pressão e Temperatura.

Adicionalmente, as condições de contorno de vazão mássica especificada na face da entrada, conforme Figura 4.1, e pressão na descarga da turbina de acordo com a Figura 4.2.

De acordo com as Equações (3.27) a (3.34), o erro inerente ao refinamento da malha foi estimado com base no resultado do torque nos discos, o tempo de processamento para cada geração de malha e o número de volumes de controle, estão sumarizados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Cálculo do parâmetro *Grid Convergence Index GCI* (%) para malhas com elementos poliédricos.

Malha	Volumes x 10 ⁶	Tempo malha (h)	<i>GCI</i> %
Malha 3	7,40	15	2,6 x 10 ⁻⁴
Malha 2	4,67	8	2,2 x 10 ⁻³
Malha 1	2,08	2	1,87 x 10 ⁻²
Malha 0	0,55	0,25	25,57

Os valores de *GCI* para as três malhas foram semelhantes, mas obtidos com tempo computacional diferentes, o que justifica a opção pela malha 1. Na Figura 4.5 ilustração da malha em uma vista lateral da turbina.

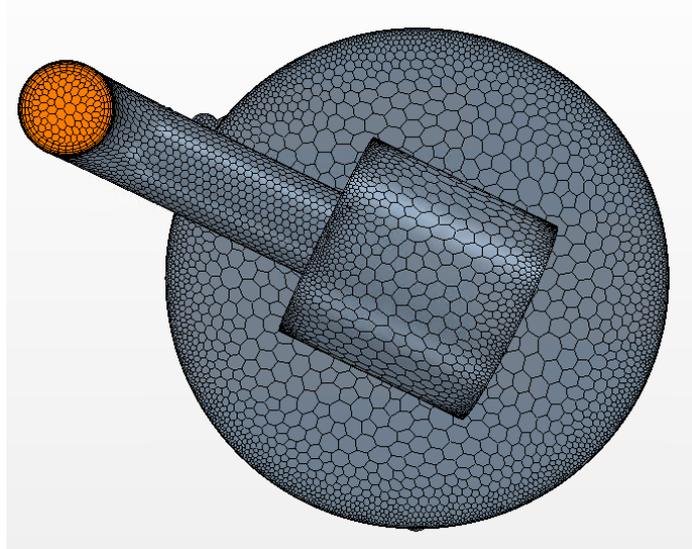


Figura 4.5- Malha da turbina vista lateral.

Foi inserida uma camada de elementos hexaédricos na região do espaçamento entre discos, além dos elementos poliédricos. Na Figura 4.6 é apresentada uma ilustração da malha em uma vista superior da turbina.

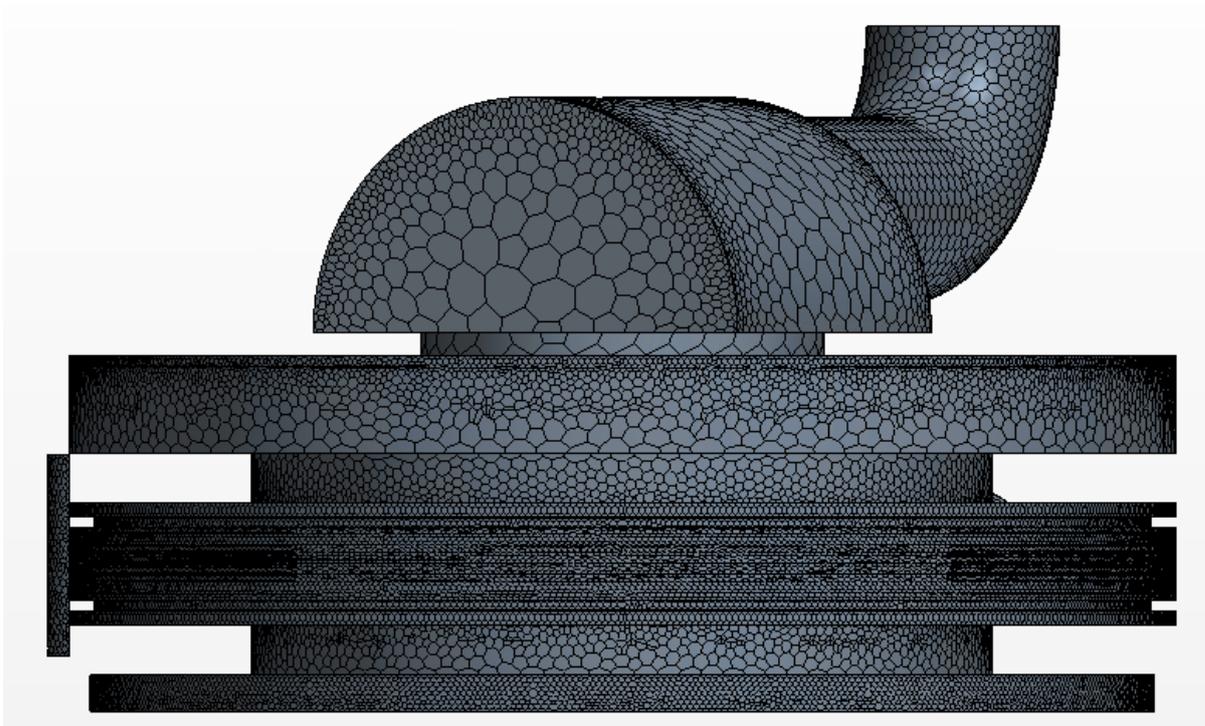


Figura 4.6 - Malha da turbina vista superior.

Os valores simulados para o torque total nos 5 discos e empuxo encontram-se sumarizados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados numéricos das simulações para as diferentes malhas

Malha	Tempo <i>solver</i> (h)	Torque discos (N.m)	Empuxo (N)
Malha 3	80	2,42	1266,25
Malha 2	45	2,35	1265,98
Malha 1	25	2,31	1.264,72
Malha 0	3	1,52	950,66

Evidencia-se a semelhança entre os resultados numéricos obtidos para o momento nos discos. Observa-se que o tempo computacional da malha 3 foi três vezes maior que a malha 2, que por sua vez é 60 % maior que o da malha 1.

A máquina utilizada para realizar as simulações foi uma Workstation Lenovo, processamento *Intel(R) Xeon(R) CPU X5690*, velocidade de *3,47 GHz* (2 processadores) e memória *RAM* de *48,0 GB*.

Optou-se por adotar a malha 1 devido ao menor tempo computacional e a qualidade dos resultados, com *GCI* de *0,018775 %*.

A Figura 4.7 apresenta uma ilustração de um corte no eixo central da turbina, para a malha 1.

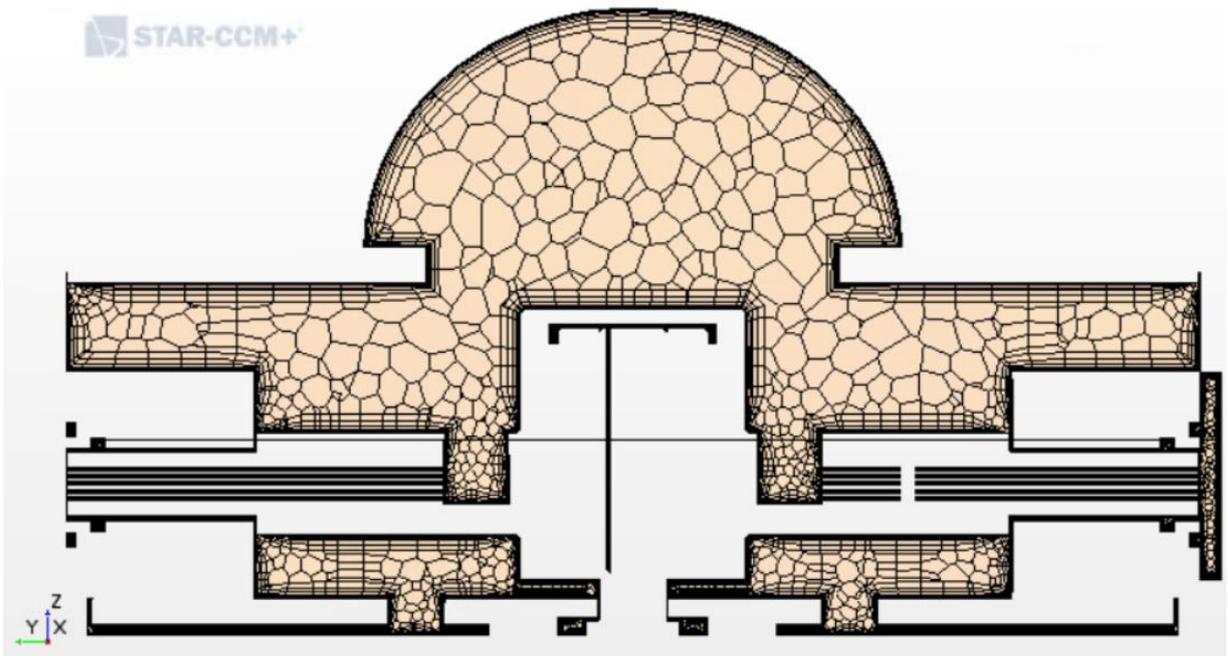


Figura 4.7- Corte plano central YZ para a malha 1 escolhida para simulações da turbina Tesla.

Nota-se que ela é predominantemente composta por elementos poliédricos e de hexaédricos na região entre os discos. Também, visualiza-se o refino realizado definindo-se elementos hexaédricos à região selecionada na região do espaçamento entre os discos, com 16 camadas de elementos hexaédricos.

Cabe ressaltar que foram adotados os mesmos parâmetros de malha para a avaliação dos diferentes modelos de turbulência analisados nesse trabalho, tendo em vista que nenhuma variação significativa foi verificada nos resultados calculados pelo *solver*, além da similaridade entre os valores para o *GCI* considerando os diferentes modelos.

A malha gerada nos discos da turbina é apresentada na Figura 4.8.



Figura 4.8 – Malha plano XY elementos poliédricos nas faces de um disco da turbina.

Os valores para y^+ nas paredes dos discos da turbina analisada variam entre 0,007 até o máximo valor encontrado de 50, sendo que predominam valores médios entre 10 na

maior parte do disco até 30 em uma região menor. A distribuição de y^+ para a malha gerada nas faces dos discos da turbina é apresentada na Figura 4.9 –

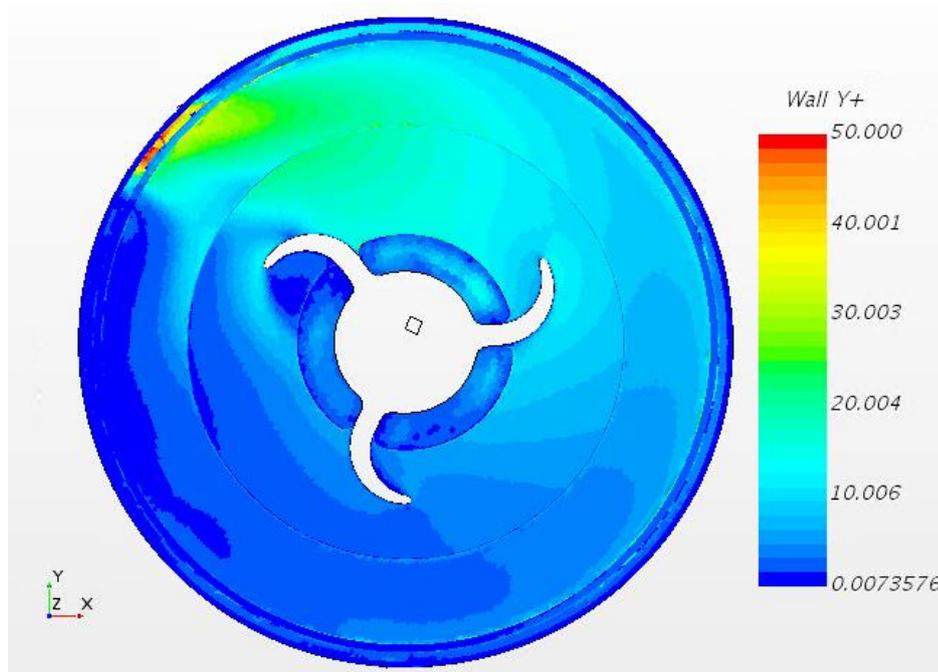


Figura 4.9 – Distribuição de Y^+ nas faces dos discos da turbina.

Os valores para y^+ nas paredes do bocal da turbina analisada variam entre 1,4 a 40, sendo que predominam valores médios entre 8 na maior parte do bocal até 30 em uma região menor. A distribuição de y^+ para a malha gerada nas faces do bocal e dos discos da turbina é apresentada na Figura 4.10.

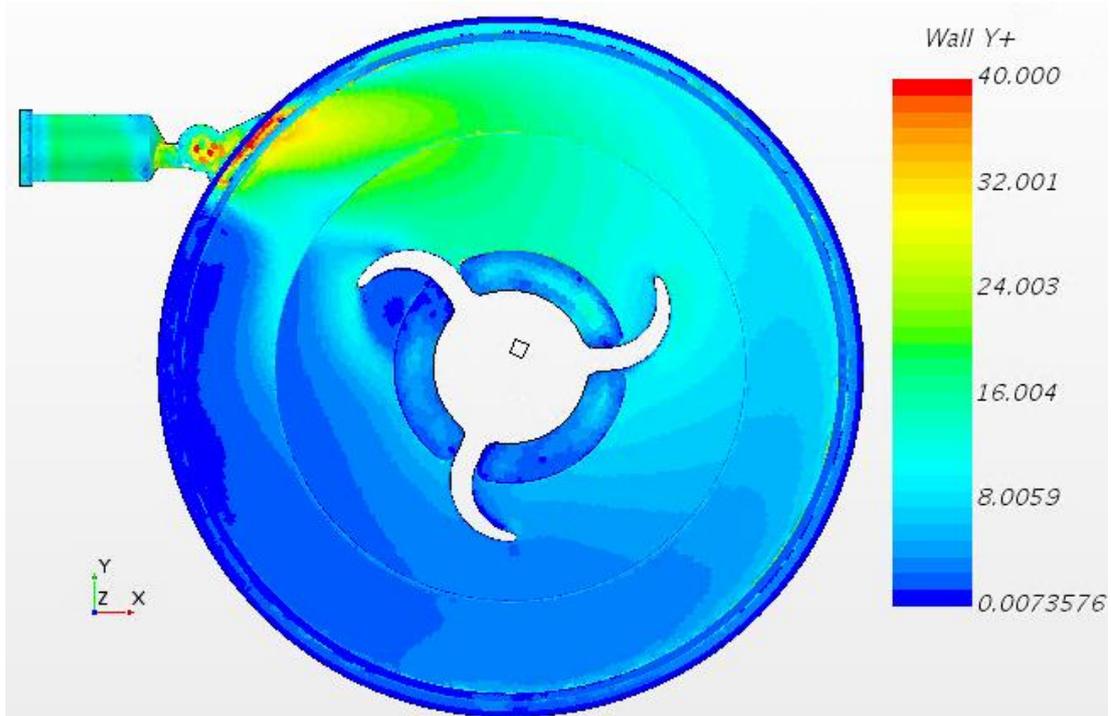


Figura 4.10 - Distribuição de Y^+ nas faces do bocal e discos da turbina.

4.3 Estudo da variação dos modelos de Turbulência

Três modelos foram avaliados nessa etapa do estudo: $k-\varepsilon$, (*SST*) *Shear Stress Transport* e (*RSM*) *Reynolds Stress Model*.

O modelo *SST* combina características dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ e foi utilizado como referência para os estudos nesse trabalho, pois ele se adapta ao problema analisado, já que a turbina possui baixa velocidade do fluido próxima as paredes do disco estacionário, e velocidades mais elevadas (longe das paredes) na região de jato livre logo após o bocal. (Siemens, 2017).

Os resultados de torque no rotor predito utilizando o modelo *SST* para uma sequência de iterações é apresentado na Figura 4.11.

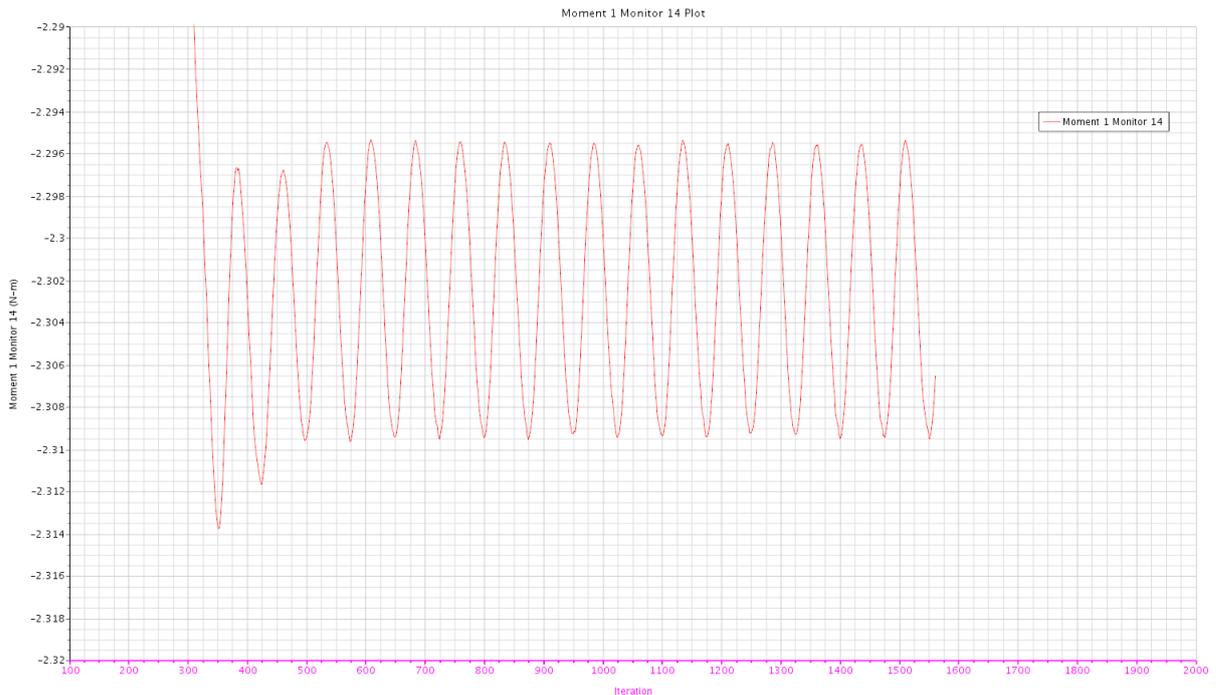


Figura 4.11– Gráfico de Torque total para os 5 discos da turbina obtido via Fluidodinâmica Computacional.

O intervalo de variação do resultado do torque no rotor encontra-se entre 2,29 N.m até 2,31 N.m, e o resultado médio é de 2,30 N.m.

Simulações com diferentes modelos de turbulência foram realizadas a fim de verificar a exatidão dos resultados entre os modelos de turbulência *RANS*.

A análise de sensibilidade sobre a pressão de admissão mostrou que os valores de torque e empuxo obtidos em simulações não apresentam variação significativa quando preditos por diferentes modelos de turbulência. Esses resultados estão dispostos na Tabela 4.6.

Tabela 4.6– Resultados numéricos modelos de turbulência *RANS*

Modelo	Torque total (N.m)	Empuxo (N)	Tempo <i>solver</i>
<i>k-ε</i>	2,296	1.264,21	15 h
<i>SST k-ω</i>	2,298	1.264,72	25 h
<i>RSM</i>	2,301	1.264,54	35 h

O torque e o empuxo calculados pelos modelos de turbulência apresentam uma variação média abaixo de 1 %. Verificou-se uma diferença significativa em relação ao tempo de processamento, para o *solver* atingir a convergência com as diferentes modelagens de turbulência. O modelo *SST* apresentou um tempo intermediário, cerca de 25 h para estabilizar

os resultados, enquanto o mais rápido foi o modelo $k-\varepsilon$, com 15 h, e o modelo mais lento foi o RSM , necessitando cerca de 35 h.

Uma vez que os resultados ficaram próximos entre si, optou-se pelo uso do modelo SST para a condução das demais simulações, apresentadas nas próximas seções.

4.4 Código numérico $STARCCM+$

O $StarCCM+$ é um *software* utilizado em estudos de simulação via Fluidodinâmica Computacional, sendo capaz de resolver simulações multidisciplinares de forma unificada na mesma plataforma. É uma ferramenta bastante útil para uma vasta gama de aplicações de engenharia, envolvendo diversas físicas sem a necessidade de realizar o acoplamento auxiliar com ferramentas distintas.

Com o escoamento simulado, foi possível calcular o torque nos discos relacionando estes parâmetros às tensões de cisalhamento e forças de arrasto ou pressão exercidas pelo fluido sobre as paredes dos discos.

Para o caso analisado, o momento de força sobre as superfícies selecionadas dos discos sobre um eixo é definido através da Equação (4.12) [Siemens, 2017].

$$M = \sum_f [r_f \cdot (f_f^{press\tilde{a}o} + f_f^{cisalhamento})] a \quad (4.12)$$

Onde $f_f^{press\tilde{a}o}$ e $f_f^{cisalhamento}$ são os vetores da pressão e da força de cisalhamento, e a é um vetor que define o ponto do eixo x_0 sobre o qual o momento é tomado e r_f é a posição da face f em relação a x_0 .

O vetor de força de pressão na face da superfície é calculado através da Equação (4.13).

$$f_f^{press\tilde{a}o} = (p_f - p_{ref}) \cdot a_f \quad (4.13)$$

onde p_f é a pressão estática da face, a_f é o vetor da área da face e p_{ref} é a pressão de referência. Conforme definido, o fluido exerce essa força na superfície.

A força de cisalhamento na face da superfície é calculada como:

$$f_f^{cisalhamento} = -T_f \cdot a_f \quad (4.14)$$

onde T_f é o tensor de tensão na face f . Esta força de cisalhamento é exercida na superfície pelo fluido. [Siemens, 2017].

O programa calcula os balanços de massa e movimento até atingir resíduos absolutos da ordem de 10^{-6} , ou um número máximo de iterações. Após diversas análises de convergência estipulou-se em 5.000 iterações, valor em que as variáveis desejadas não apresentaram variações significativas nos resultados.

A Figura 4.12 apresenta os resíduos absolutos obtidos para a continuidade, energia e quantidade de movimento fornecidos em uma simulação típica. Nela, pode-se observar que todas as variáveis simuladas atingem valores baixos para os respectivos resíduos, todos menores que 3×10^{-6} .

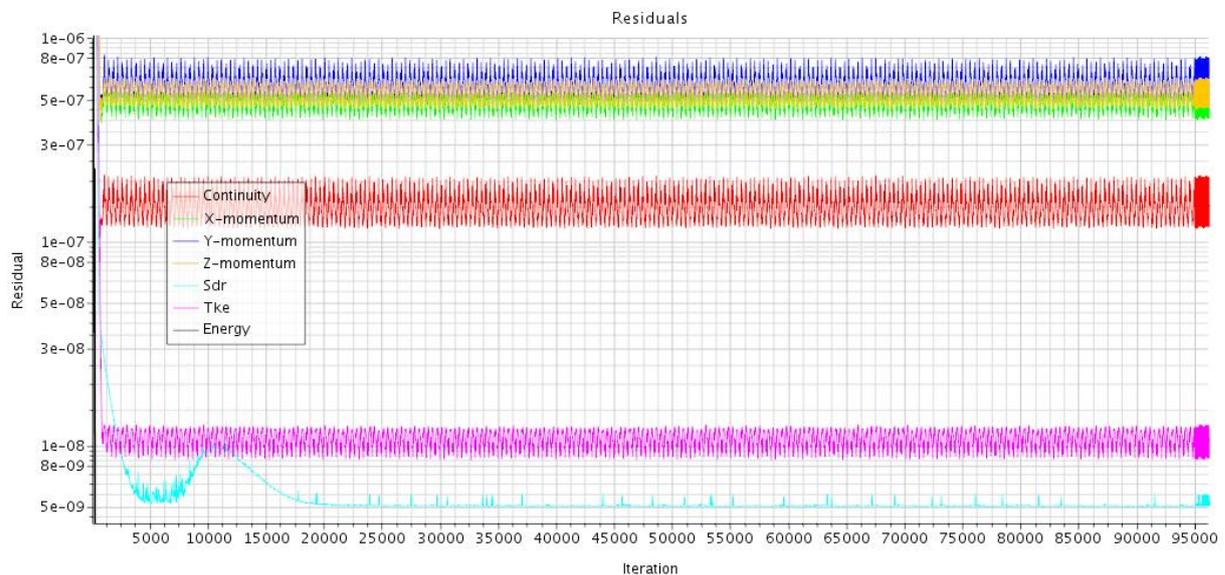


Figura 4.12 – Resíduos da simulação via Fluidodinâmica Computacional.

A solução final apresentou erros residuais absolutos para a quantidade de movimento e para continuidade aproximadamente de 10^{-7} a 10^{-8} .

Os campos de velocidade e pressão do ar foram resolvidos utilizando o método dos volumes finitos. O escoamento tridimensional em regime permanente foi resolvido pelo código *StarCCM+* 2017 a partir de uma geometria *CAD* 3D.

Empregou-se o modelo de escoamento acoplado, em função de ser uma opção mais robusta e precisa no cálculo para altos números de Rayleigh e para escoamentos compressíveis, principalmente na ocorrência de ondas de choque. Embora, quando comparado com o modelo de escoamento segregado, apresente necessidade de maior poder computacional, pois necessita de um uso maior de memória *RAM*.

5 RESULTADOS

Essa seção apresenta os resultados das simulações realizadas para a operação da turbina Tesla com rotor estacionário com base nos dados da Tabela 4.2.

Apresentam-se também resultados de um estudo de variação paramétrica, onde diferentes condições de operação foram empregadas para avaliar o comportamento do modelo numérico proposto para solucionar o escoamento na turbina Tesla em questão.

5.1 Resultados preditos para a fluidodinâmica na turbina

A velocidade do fluido na garganta do bocal foi calculada como 310 m.s^{-1} , a partir dos dados da Tabela 4.2. A Figura 5.1 mostra o campo de velocidades no domínio, e nela observa-se que a velocidade atinge valores na ordem de 250 m.s^{-1} na região de jato livre ligeiramente após o bocal, e diminuindo a velocidade em direção à descarga do fluido.

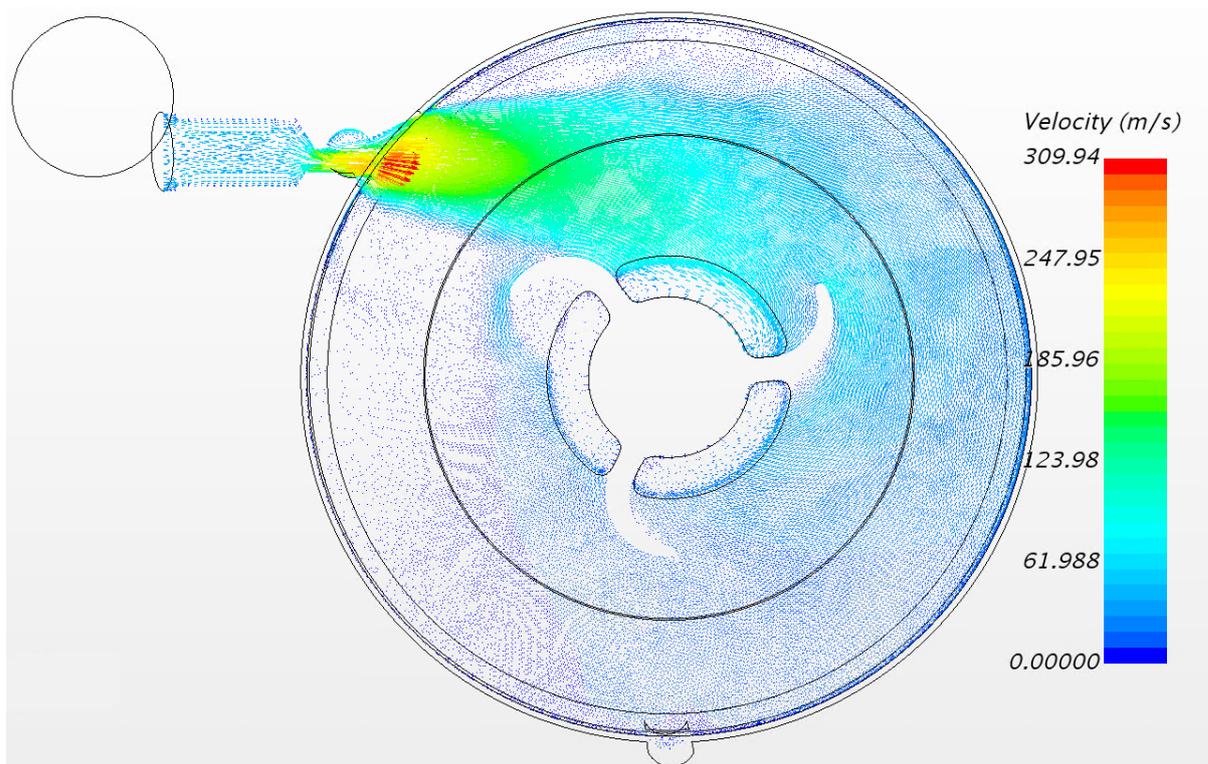


Figura 5.1 - Vetores de velocidade plano XY paralelo aos discos.

De forma análoga, verifica-se através dos resultados que a velocidade apresenta-se de forma mais significativa nessa região entre bocal e jato livre. Conforme aproxima-se da

região dos canais de descarga do fluido e na parede dos discos a velocidade diminui e apresenta seus valores mínimos.

Os vetores de velocidade mostram que a região próxima à saída do bocal possui as maiores velocidades, o que sugere que o bocal convergente pode levar a velocidade do fluido até a velocidade do som, no máximo, com o número de Mach unitário.

A verificação da situação da operação é dada segundo White (2010), considerando o ar como um gás perfeito, e calculando-se primeiramente a velocidade do som (c) através da Equação (5.1).

$$c = \sqrt{k R T} \quad (5.1)$$

chega-se ao valor de $c = 341,79 \text{ m.s}^{-1}$ para $R = 287,0530 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (constante do ar), $T = 300 \text{ K}$ e $k = 1,4$, a razão dos calores específicos a pressão e volume constantes [Borgnakke et al., 2013].

O número de Mach Ma é dado por Equação (5.2):

$$Ma = \frac{V_{bocal}}{c} \quad (5.2)$$

e seu valor calculado, foi $Ma = 0,91$ considerando a velocidade máxima na garganta do bocal de 310 m.s^{-1} .

Esse valor indica um escoamento praticamente sônico, garantindo a hipótese adotada de escoamento compressível para número de Mach $> 0,3$.

Na Figura 5.2 são apresentados resultados obtidos para o número de Mach, em um plano na região central do bocal.

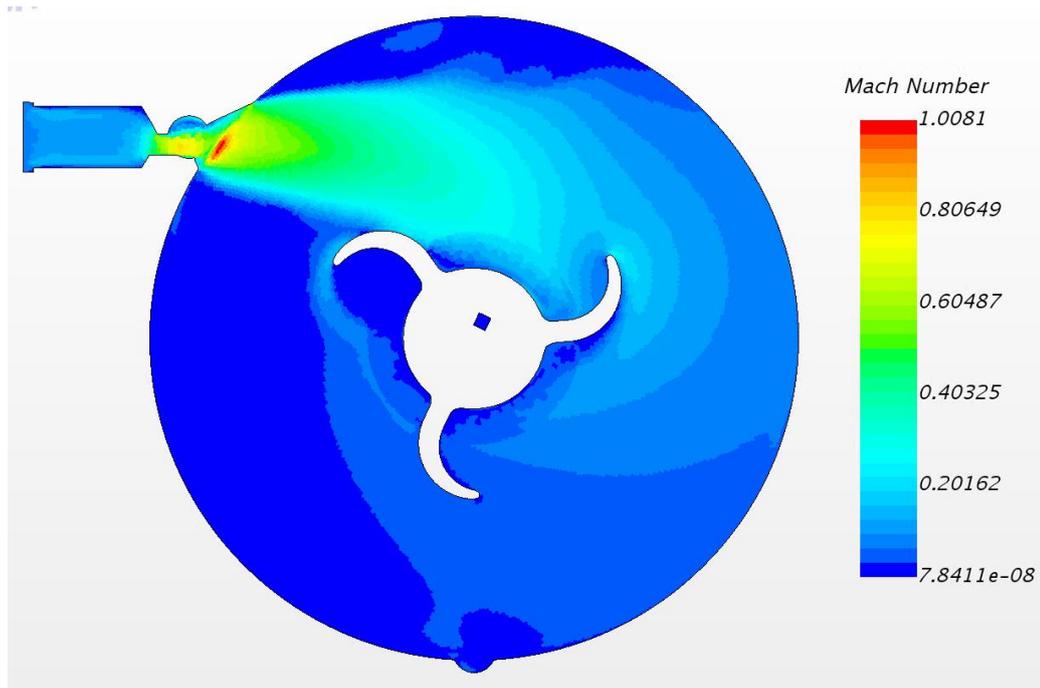


Figura 5.2– Número de Mach no plano XY paralelo aos discos.

Observa-se que nesse plano o maior número de Mach chega ao valor unitário, conforme indicado pela Equação (2.1), o que indica que o bocal está operando em sua máxima condição de operação.

Para verificar os valores na região do espaçamento entre os discos, o campo de velocidades é mostrado no corte transversal ao longo do eixo da turbina na Figura 5.3.

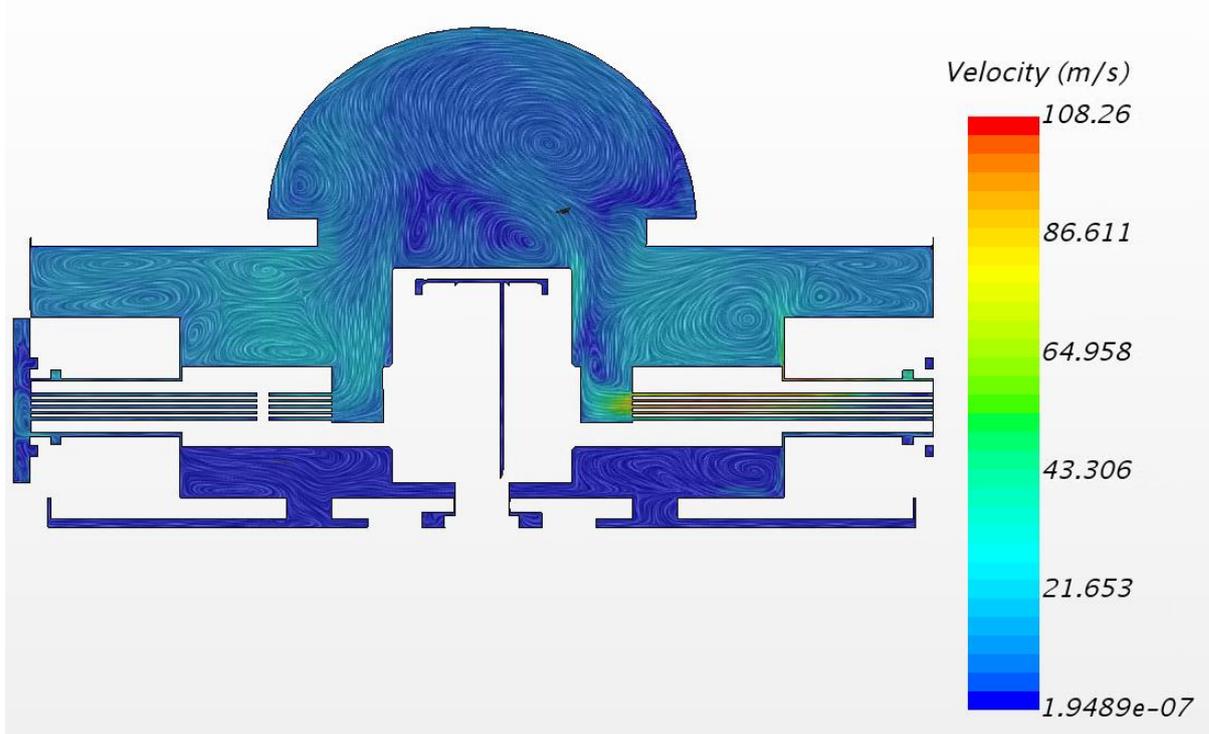


Figura 5.3 – Campo de velocidades plano central YZ.

Observa-se que a velocidade máxima encontrada entre os discos foi de aproximadamente 108 m.s^{-1} , e a velocidade média nesta mesma região variou entre 50 m.s^{-1} a 80 m.s^{-1} .

O fluido acelera ao final dos canais estreitos, onde encontra uma região de baixa pressão, sendo este conduzido até os canais de descarga da turbina.

Em um plano afastado a 3 mm do centro mostrado na Figura 5.4, observa-se que há uma pequena variação para os valores máximos da velocidade nessa região, o que sugere que esse parâmetro varia em função da posição dos discos.

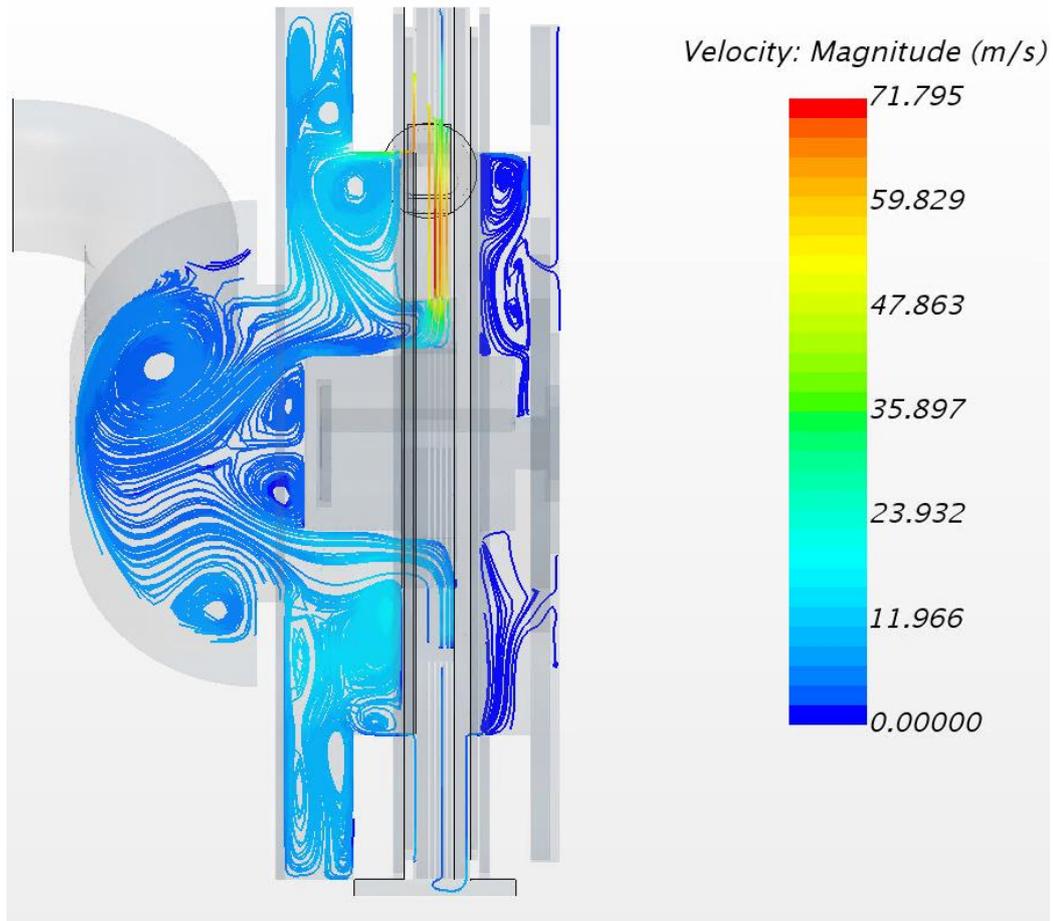


Figura 5.4 – Linhas de corrente plano YZ.

As linhas de corrente do escoamento ilustram pequenos vórtices nas regiões de cantos do modelo, onde existe uma recirculação do fluido de trabalho com diferentes magnitudes, variando em função da posição e das propriedades do fluido de trabalho.

Analisando as tensões de cisalhamento nas paredes dos discos, mostradas no corte transversal ao longo do eixo da turbina na Figura 5.5, nota-se que há valores inferiores aos encontrados nas regiões próximas ao bocal, de forma similar às velocidades.

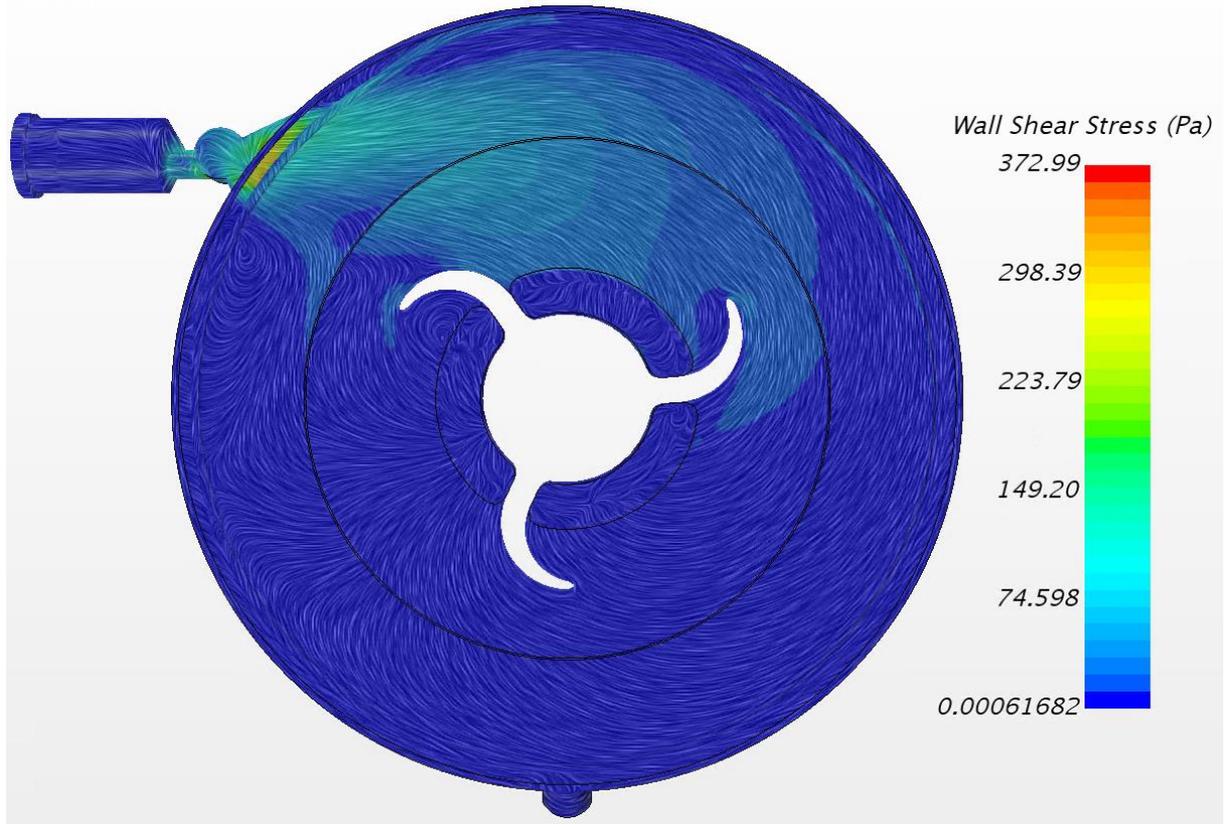


Figura 5.5- Tensão de cisalhamento na parede plano XY.

A turbina apresenta valores pequenos para a tensão de cisalhamento junto aos discos, sendo estes maiores nas suas extremidades próximas da região de jato livre. Ainda, a tensão de cisalhamento diminui conforme aproxima-se do centro, onde a velocidade do escoamento é baixa, apresentando um comportamento justificado pelos discos estarem estacionários.

A tensão de cisalhamento na parede encontra-se praticamente constante para a parede do disco, com valores próximos a zero, sendo estes mais significativos nas regiões onde o fluido adere superficialmente com maior velocidade na parede.

Nestes locais, apresentam-se valores na ordem de 70 Pa, atingindo um valor máximo de 370 Pa junto ao bocal de alimentação.

Também foi avaliada a vorticidade ilustrada na Figura 5.6.

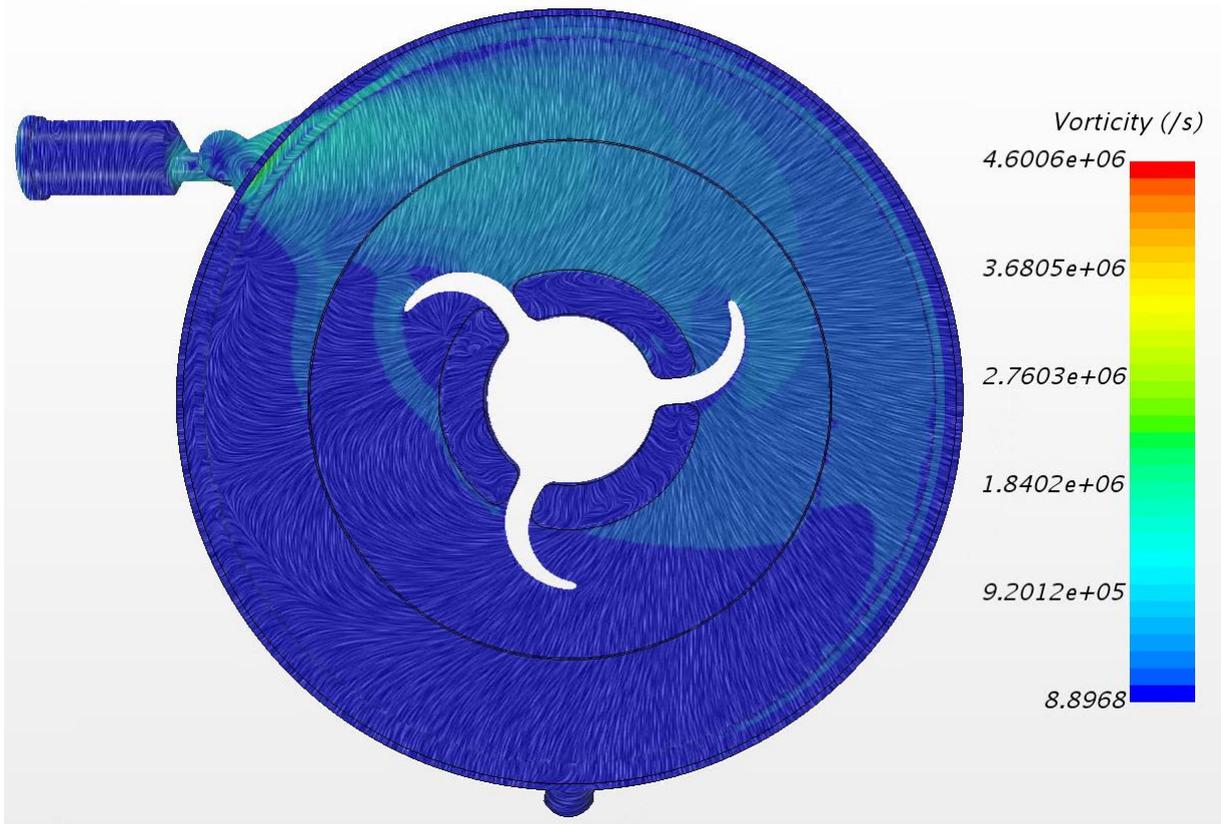


Figura 5.6- Vorticidade plano XY.

Analisando o campo de vorticidade, verifica-se a propensão à existência de vórtices, visto os altos valores de vorticidade resultantes das velocidades do fluido em diferentes sentidos ao redor de um centro de rotação.

Porém, na região dos discos, a vorticidade apresenta-se praticamente uniforme e com valores reduzidos. Há maior vorticidade nos discos apenas na região do encontro do fluido, com valores na ordem de $6,03 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ atingindo um valor máximo de $1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Considerando a mesma posição do plano, obteve-se a distribuição de massa específica apresentada na Figura 5.7.

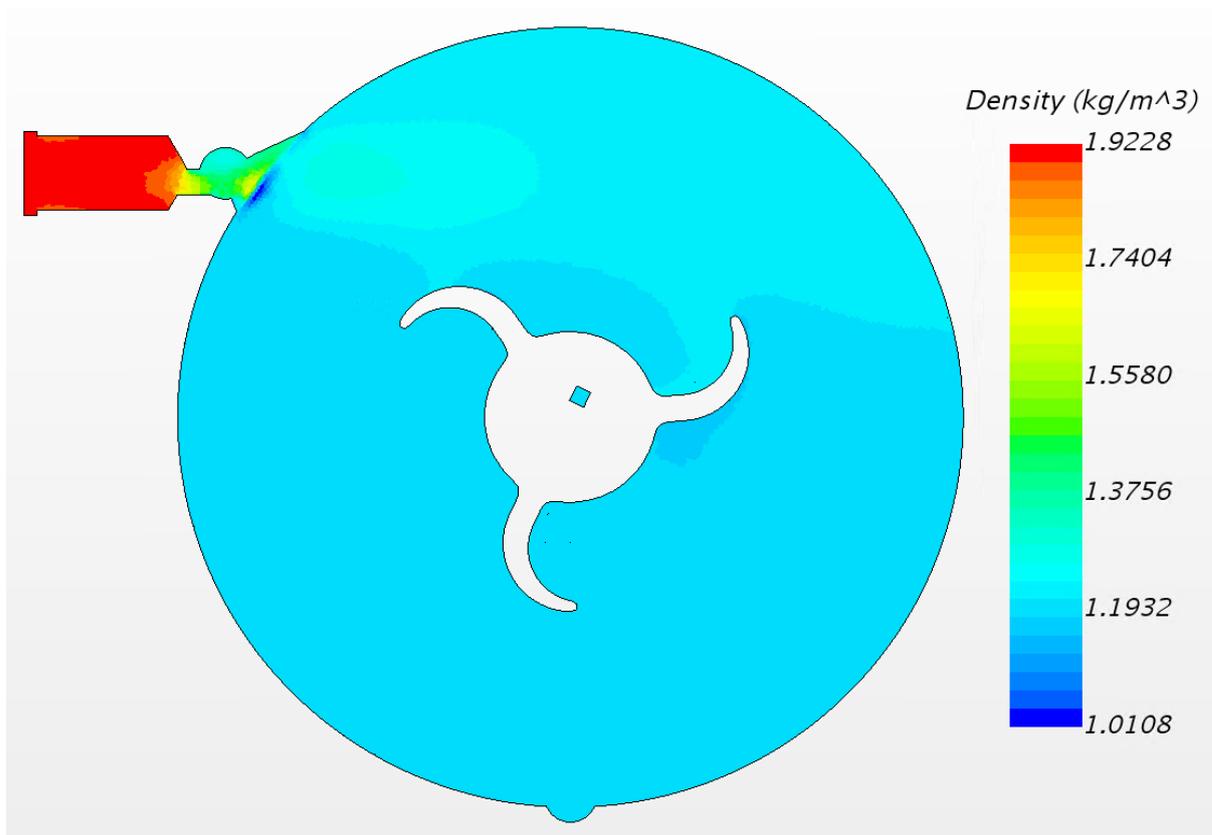


Figura 5.7 – Campo de massa específica do fluido plano XY.

Verifica-se a variação da massa específica, que apresenta valores máximos nas regiões de maiores velocidades, diminuindo ao longo da face plana dos discos da turbina.

A massa específica é maior na região de maior pressão, e essa variação só pode ser obtida com o uso de um modelo compressível.

5.2 Variação paramétrica para verificação dos resultados numéricos

Na ausência de dados experimentais e de literatura, na presente seção é apresentado um procedimento de verificação da qualidade dos resultados numéricos obtidos com o código *StarCCM+* baseado na simulação de casos com diferentes parâmetros de operação da turbina Tesla.

Diferentes condições de contorno foram propostas para verificar a qualidade das respostas do modelo numérico, descritas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Condições de contorno utilizadas no estudo de variação paramétrica

Casos	Pressão (barg)	Vazão mássica (g/s)
Caso 1	1,5	33,58
Caso 2	2,0	40,29
Caso 3	2,5	53,73

As pressões de alimentação da turbina excursionaram de 1,5 barg até 3,0 barg e, para cada uma delas, foi calculada a vazão mássica correspondente ao bloqueio do bocal, com o número de Mach unitário calculado pela Equação (2.1). Essa condição implicou na modelagem do escoamento como compressível.

Os valores de temperatura do ar foram tomados como constantes e igual a 300 K, baseado na observação dos experimentos realizados com a turbina.

5.2.1 Caso 1 – Pressão 1,5 barg e vazão mássica de 33,58 g/s

A Figura 5.8 apresenta o número de Mach em um plano XY correspondente a região central do bocal.

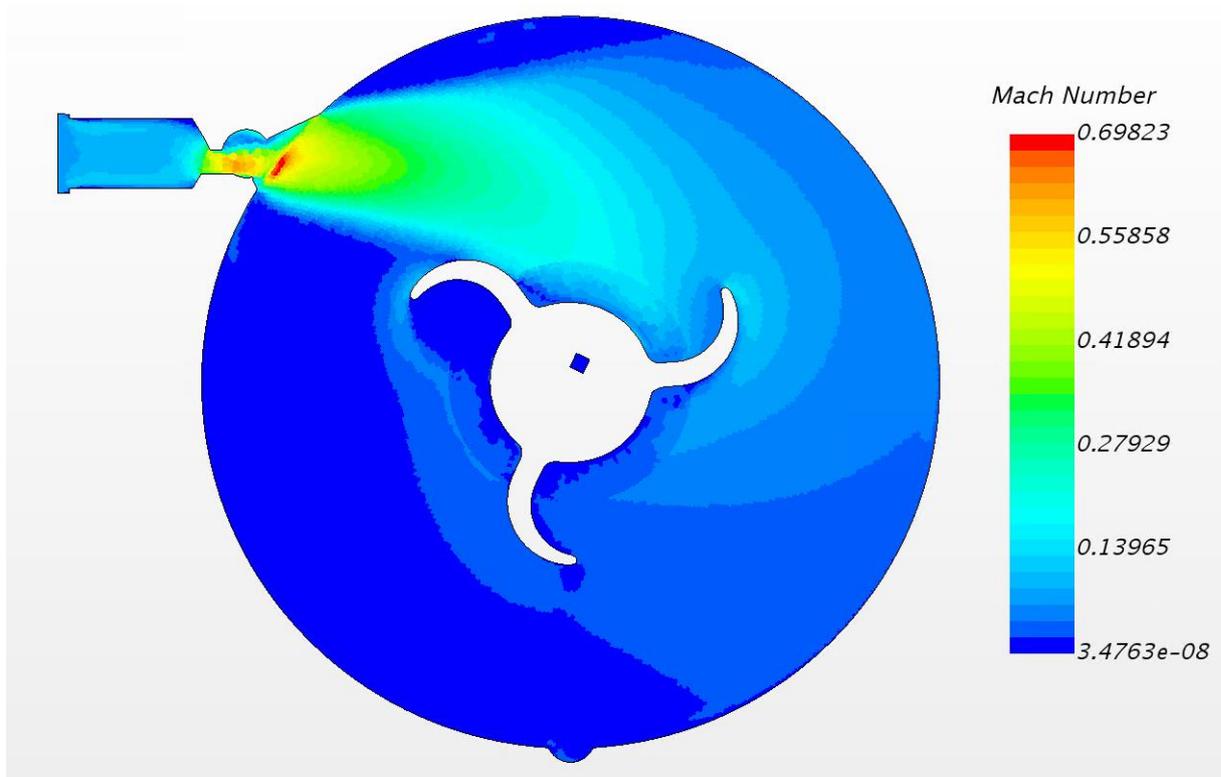


Figura 5.8 – Distribuição do número de Mach plano XY– Caso 1.

O maior valor para o número de Mach foi 0,7, sugerindo que o bocal convergente está muito próximo da condição máxima de operação, assim como na simulação apresentada anteriormente.

A massa específica para o mesmo plano é apresentada na Figura 5.9.

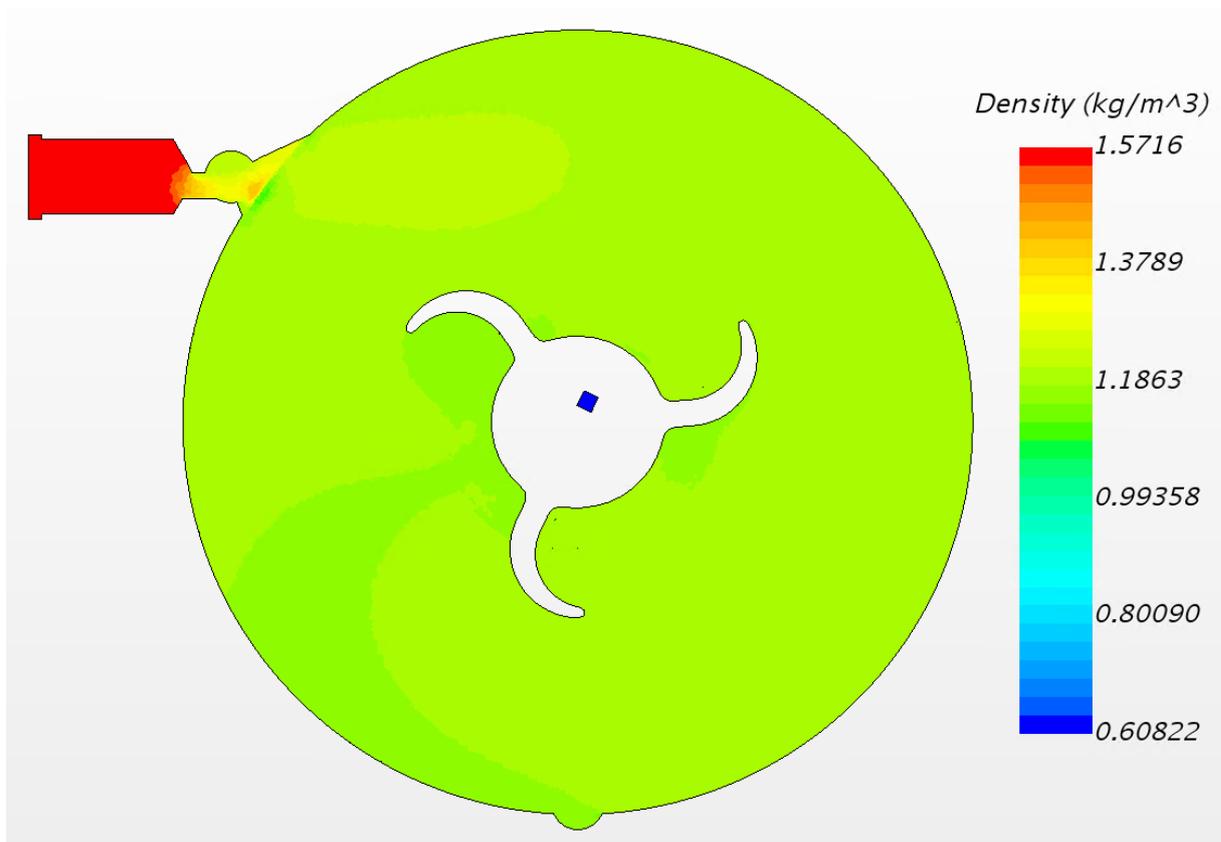


Figura 5.9 – Distribuição da massa específica plano XY – Caso 1.

Seus valores máximos são encontrados nas regiões de maiores velocidades, o que se justifica, pois o *solver* compressível está considerando os efeitos da compressibilidade do fluido em seus cálculos.

A velocidade do fluido na garganta do bocal ficou entre 181 m.s^{-1} a 227 m.s^{-1} , como apresentado na Figura 5.10.

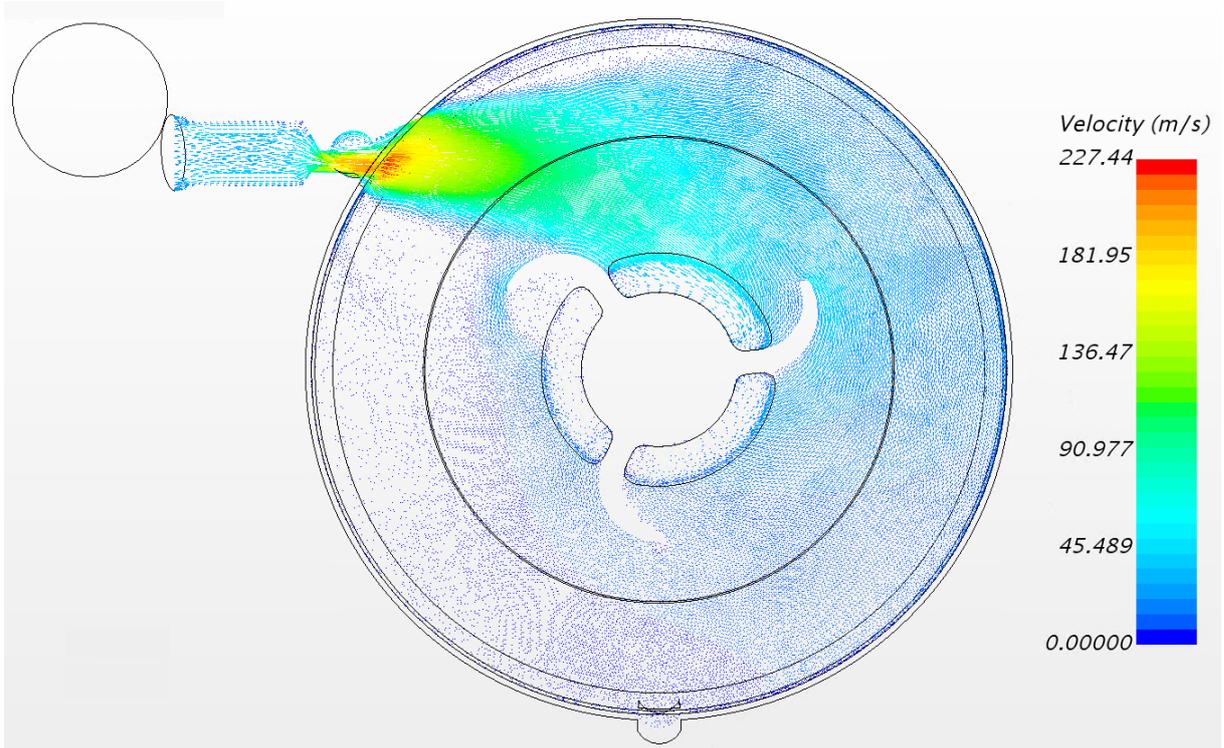


Figura 5.10 – Campo de velocidade plano XY – Caso 1.

A velocidade atinge valores máximos entre a garganta do bocal e a região de jato livre, ligeiramente após o bocal, diminuindo em direção à descarga do fluido.

Os valores de torque no rotor são apresentados apenas para indicar a convergência após 5.000 iterações. Para os próximos estudos, as simulações para os resultados de torque foram executadas apenas até esse mesmo número de iterações.

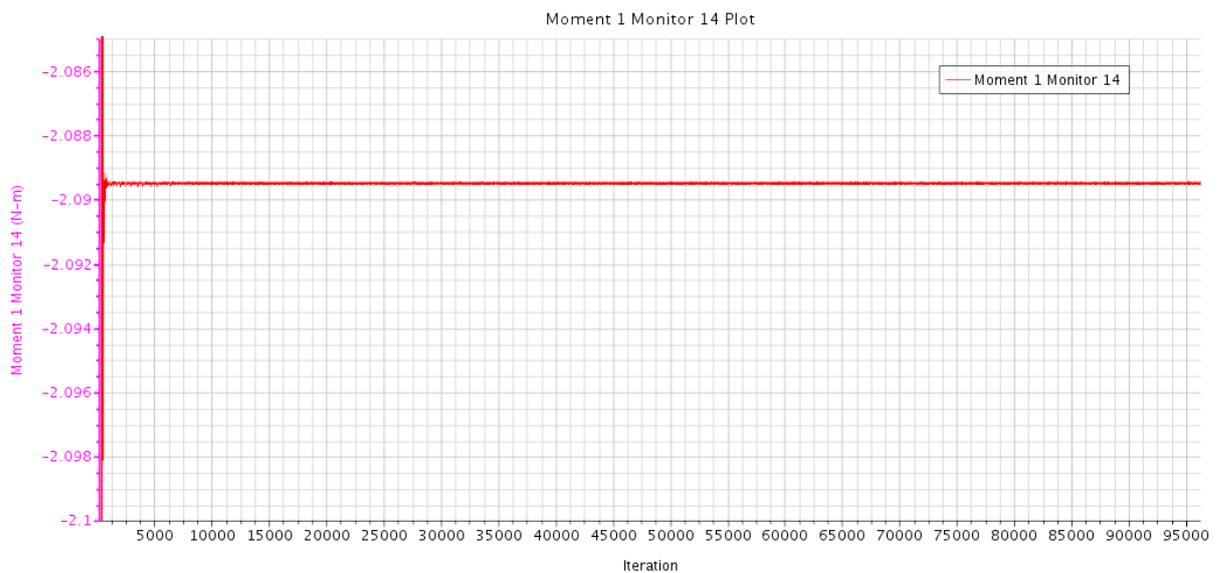


Figura 5.11 – Resultados de torque total nos discos Versus número de iterações.

O intervalo de variação do resultado do torque no rotor encontra-se entre 2,089 N.m até 2,0895 N.m, e o resultado aproximado é de 2,09 N.m.

5.2.2 Caso 2 – Pressão 2 barg e vazão mássica de 40,29 g/s

Na Figura 5.12 resultados para o número de Mach em um plano na região central do bocal.

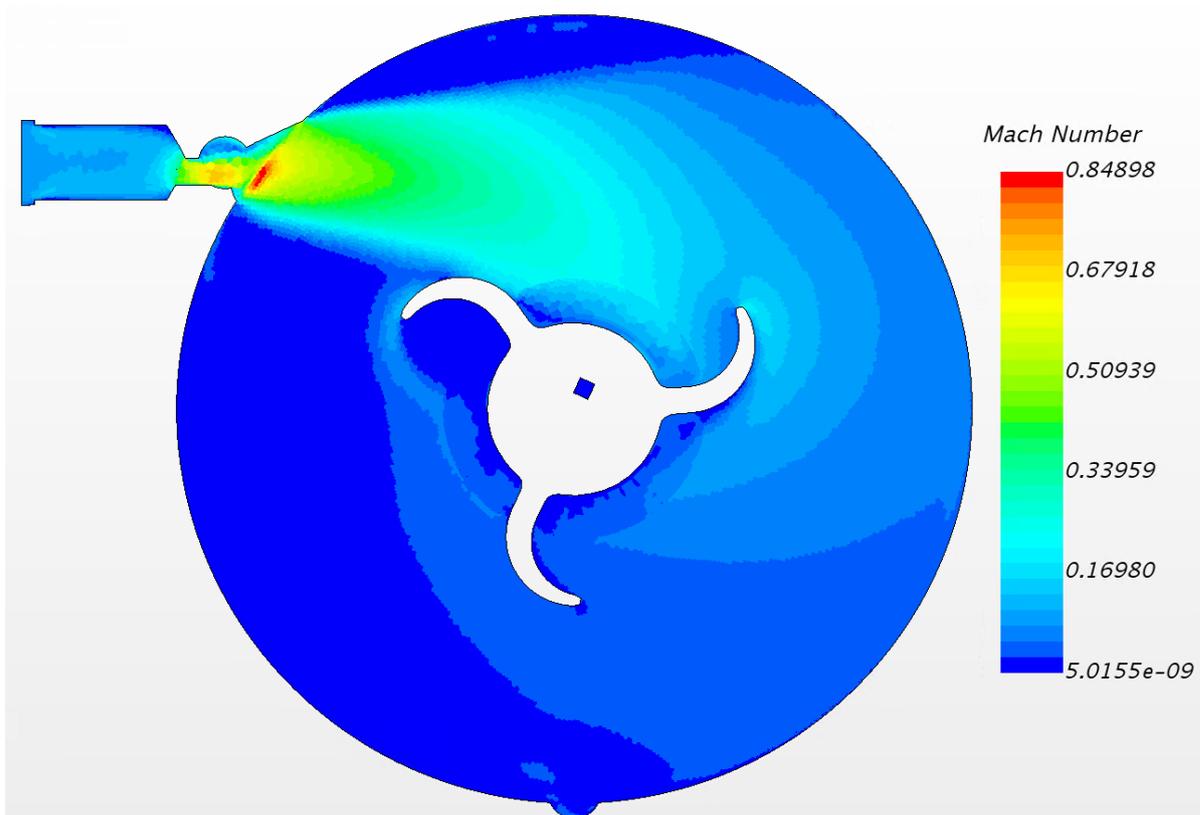


Figura 5.12 – Distribuição do número de Mach plano XY – Caso 2.

O maior valor para o número de Mach na garganta foi 0,85, sugerindo que o bocal convergente está muito próximo da condição máxima de operação.

Uma verificação acerca do valor da pressão foi realizada através de uma plotagem dos resultados numéricos para o caso analisado. Na Figura 5.13 apresenta-se o valor de pressão do fluido na condição de operação simulada.

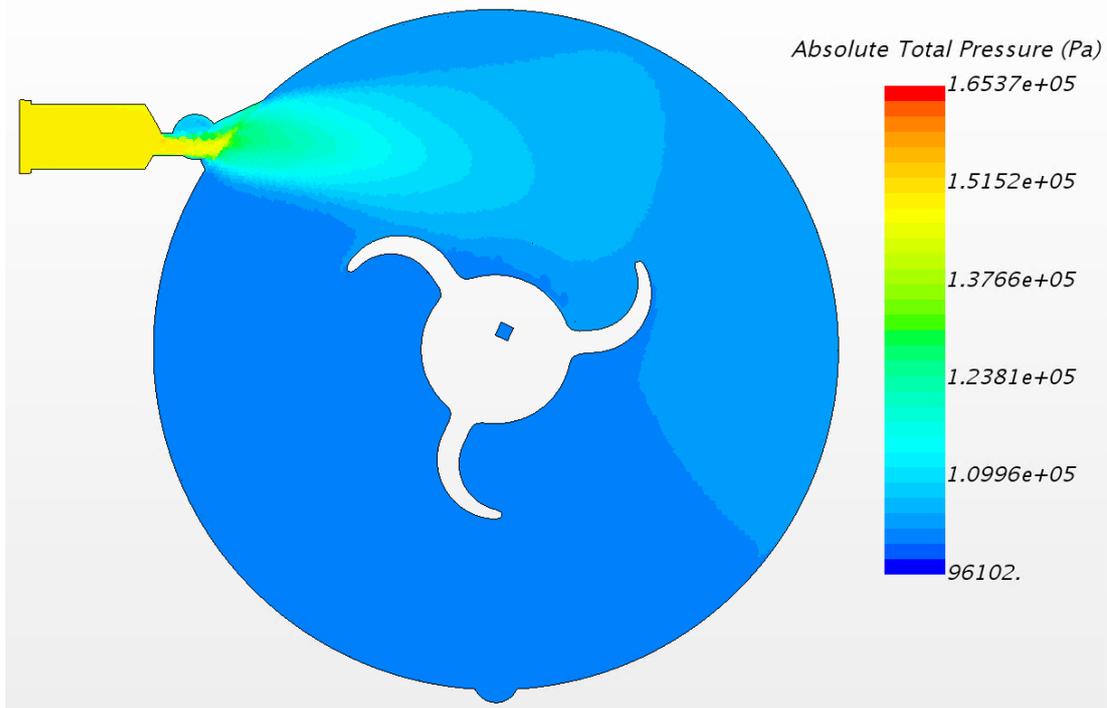


Figura 5.13 – Campo de pressão plano XY – Caso 2.

Observa-se que a pressão apresenta uma variação significativa na região de entrada no bocal até a descarga, diminuindo ao passar pelo bocal em torno de 60 % do valor inicial.

A velocidade do fluido na garganta do bocal ficou entre $220 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $275 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ como apresentado na Figura 5.14.

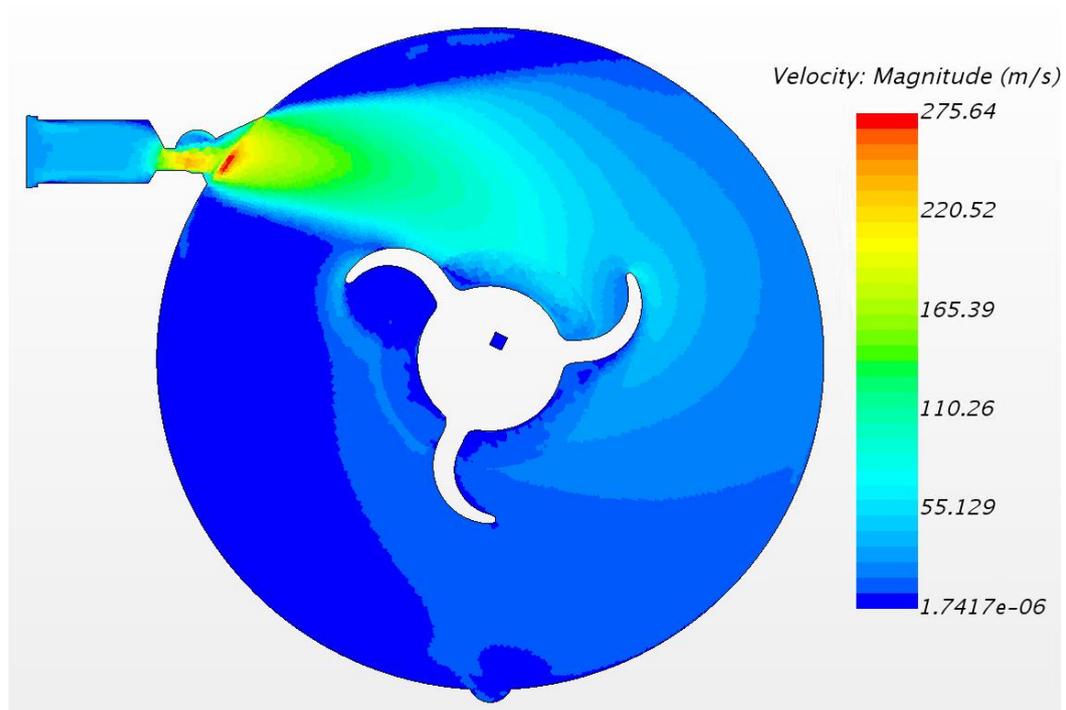


Figura 5.14 – Campo de velocidade plano XY – Caso 2.

A velocidade atinge valores máximos entre a garganta do bocal e a região de jato livre, ligeiramente após o bocal, diminuindo em direção à descarga do fluido.

5.2.3 Caso 3 – Pressão 2,5 barg e vazão mássica de 53,73 g/s

Nesse caso analisado, havia a intenção de avaliar o comportamento da turbina operando com uma pressão de admissão de 3,0 barg. Porém, foi necessário reduzir a condição de pressão inicial, em função de o programa não executar a simulação.

Para a definição da vazão mássica de fluido de trabalho adotou-se o valor calculado da vazão mássica para uma faixa de pressão superior de 3,0 barg, no entanto, para a pressão, considerou-se a mesma faixa de pressão anterior 2,5 barg como condição inicial do fluido de trabalho.

A velocidade do fluido na garganta do bocal ficou entre 280 m.s^{-1} a 352 m.s^{-1} . A Figura 5.15 mostra o campo de velocidades em um plano paralelo aos discos posicionado no centro do bocal.

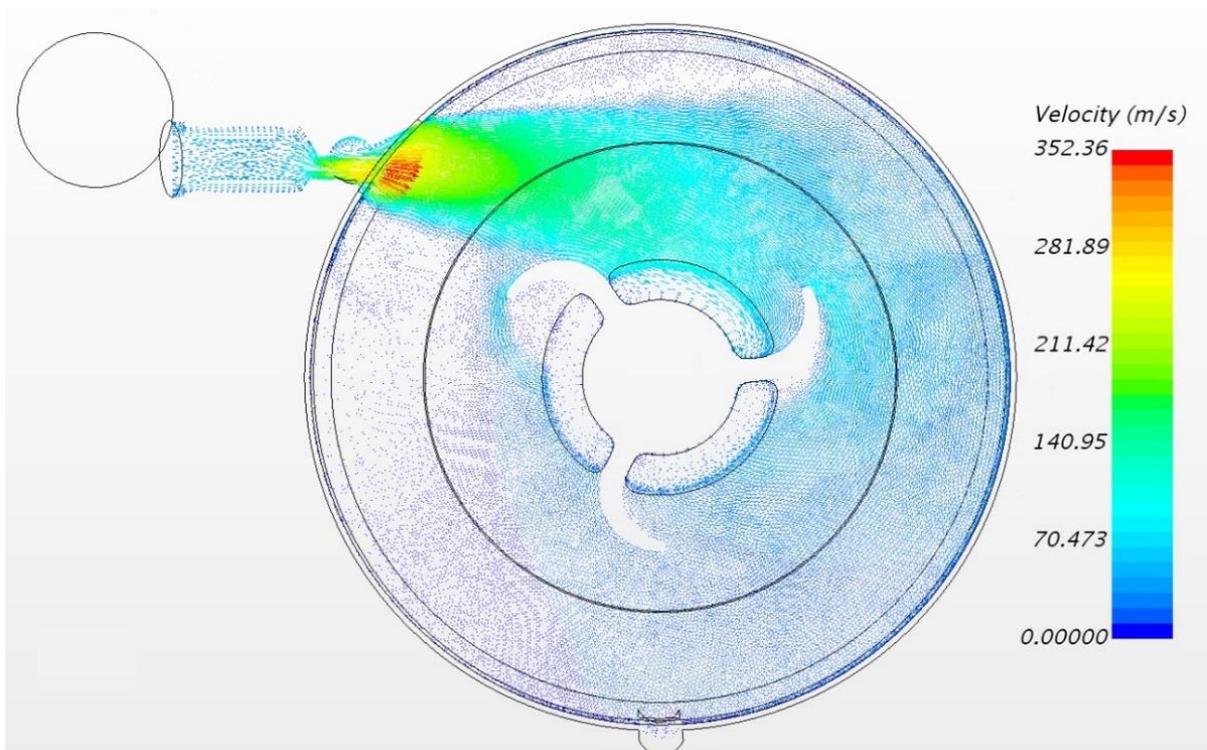


Figura 5.15 – Campo de velocidade plano XY – Caso 3.

Os resultados do campo de velocidades em um plano paralelo aos discos posicionado no centro do bocal, presumem que a velocidade atinge valores máximos entre a garganta do

bocal e a região de jato livre ligeiramente após o bocal, diminuindo em direção à descarga do fluido.

Considerando a mesma posição, obteve-se a distribuição da massa específica apresentada na Figura 5.16.

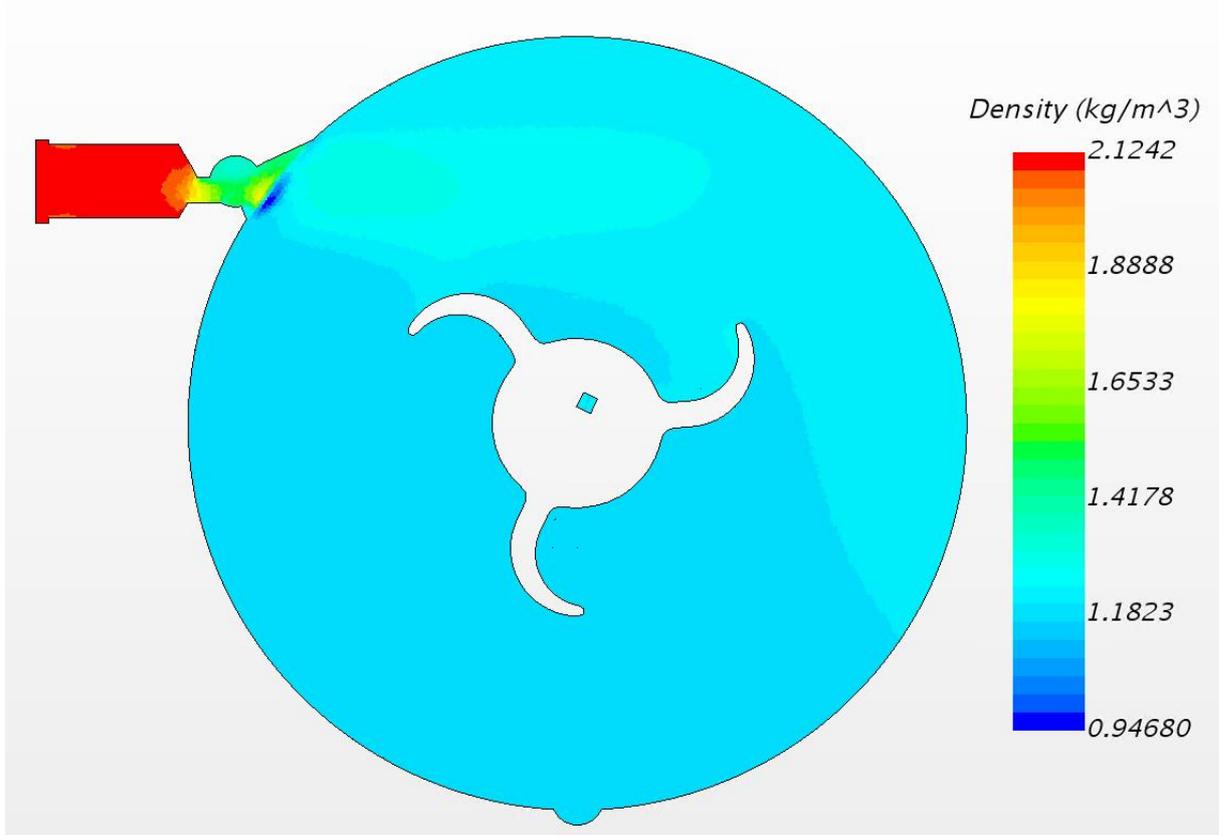


Figura 5.16 – Distribuição da massa específica plano XY – Caso 3.

Verifica-se a variação da massa específica, que se apresenta máxima nas regiões de maiores velocidades e menor nas regiões de menores velocidades, o que se justifica pois o *solver* compressível está considerando os efeitos da compressibilidade do fluido em seus cálculos.

Para o caso 3, os resultados para o número de Mach obtidos com as simulações são apresentados na Figura 5.17 e sugerem um escoamento compressível, sustentando a hipótese adotada para a simulação.

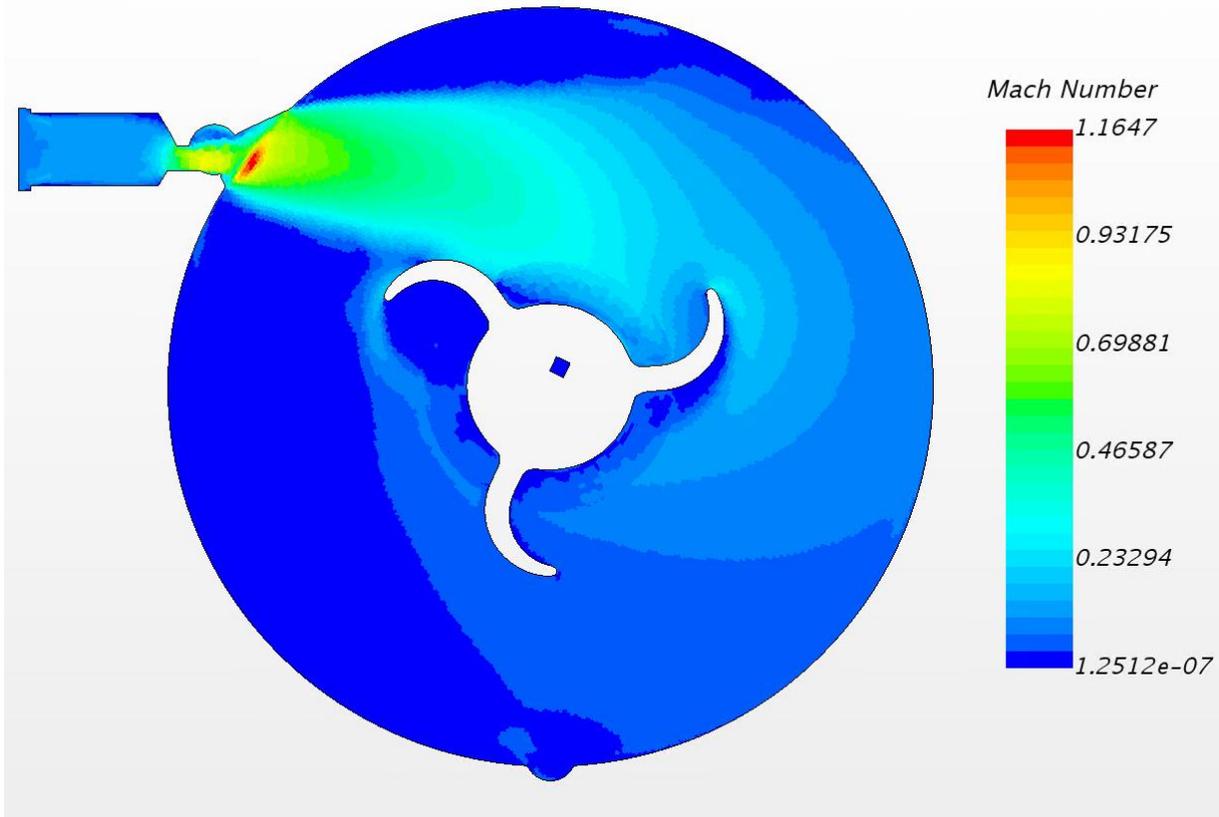


Figura 5.17 – Distribuição do número de Mach plano XY – Caso 3.

Observa-se que nesse plano o *software* apresenta número de Mach maior que a unidade, atingindo o valor de Mach 1,16.

Fisicamente esse comportamento seria incorreto para o caso do bocal convergente, porém, a geometria *CAD* tridimensional pode ter possibilitado a extensão da geometria do bocal justificando o número de Mach superior a 1 após o bocal.

Tendo em vista que o bocal convergente não pode operar com número de Mach acima de 1 na garganta, é necessária uma análise mais detalhada acerca desses resultados, para tal, sugere-se um refinamento de malha apropriado para o bocal e após o mesmo, na região de jato livre e contato inicial com os discos.

Embora a vazão mássica do fluido de trabalho para essa condição de operação de pressão e temperatura indique número de Mach unitário, observa-se que a velocidade excedeu este limite em torno de 10 a 20%.

5.3 Análise dos resultados de variação paramétrica

Na ausência de dados experimentais e de literatura, a presente seção apresentou um procedimento de verificação da convergência dos resultados baseado na simulação de casos com diferentes parâmetros de entrada.

Utilizando a Equação (2.1), com os parâmetros de pressão e temperatura, dadas as condições geométricas do bocal, considerando a área na garganta, calculou-se a vazão mássica necessária para a condição de Mach 1 na garganta do bocal.

Na Tabela 5.2, os resultados preditos via fluidodinâmica computacional para o modelo de turbulência SST são sumarizados.

Tabela 5.2 – Resultados estudo de auto verificação dos resultados numéricos - Análise turbulenta

Pressão (barg)	Vazão mássica (g/s)	Temperatura (K)	Torque (N.m)	Número de Mach garganta
1,5	33,58	300	2,09	0,69
2,0	40,29	300	2,22	0,84
2,5	53,73	300	2,38	1,16

Verifica-se que o escoamento atingiu velocidades acima de Mach 1 após a garganta do bocal para a condição de pressão de 2,5 barg, porém, não existindo a parte divergente do bocal, o número de Mach estaria limitado ao valor unitário.

Logo, o valor encontrado de 16 % acima do valor unitário pode ser encontrado em função da própria geometria da região de fluido ter criado o efeito divergente do bocal, diminuindo a pressão do fluido de trabalho e acelerando-o acima do valor unitário do número de Mach.

Os resultados preditos para o número de Mach com 1,5 barg e 2,0 barg aproximam-se de 1, não atingindo o valor unitário.

Para atingir a condição de Mach 1, o valor correto da temperatura para ambos os casos poderia ser especificado, além de um refinamento de malha adequado nas regiões do bocal e jato livre.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho verifica que uma turbina Tesla quando operada com uma pressão de admissão de 2,5 barg, apresenta velocidade média do fluido na região do espaçamento entre discos em torno de 50 m.s⁻¹ a 80 m.s⁻¹. A velocidade máxima encontrada entre os discos é de aproximadamente 108 m.s⁻¹. Para a região da garganta do bocal, e na região de jato livre, ligeiramente após o bocal, observaram-se valores na ordem de número de Mach unitário com valores em torno de 310 m.s⁻¹.

Nas condições simuladas, o bocal está operando na sua máxima condição de vazão, ou muito próximo desta condição, pois o número de Mach manteve-se muito próximo de 1 (condição necessária para bloqueio). Tais dados correspondem a um escoamento sônico, o que sustenta a hipótese adotada de que o escoamento é compressível com número de Mach em torno de 1.

Nos casos estudados com diferentes condições de entrada, com o objetivo de realizar uma análise paramétrica do modelo numérico construído nesse trabalho, verificou-se que os resultados preditos para o torque no rotor, número de Mach e velocidade na região do bocal apresentaram um comportamento justificado fisicamente, o que sustenta a hipótese de que é possível a turbina ser recalculada numericamente para diferentes situações de operação utilizando a metodologia numérica proposta nesse trabalho.

Verificou-se para os diferentes casos simulados que a turbina possui valores para a tensão de cisalhamento na ordem de 370 Pa, sendo estes maiores no diâmetro externo do disco, diminuindo até o diâmetro menor em função de os discos estarem estacionários. Com isso, o fluido encontra o centro dos discos com valores de velocidade próximos de zero.

A vorticidade apresentou maior intensidade nas regiões de jato livre logo após a saída do bocal, quando o fluido encontra os discos. Os resultados para a vorticidade do escoamento demonstram um escoamento turbulento nessa região. Ainda, embora contenha uma perturbação considerável entre o canal da admissão da turbina formando uma curva de 90 graus ao entrar no bocal, observou-se valores similares aos obtidos para as paredes dos discos, demonstrando baixa tendência à criação de vórtices em outras regiões da turbina.

Como resultado do estudo da influência dos efeitos da turbulência, evidenciou-se que valores obtidos nas simulações com os respectivos modelos *RANS* utilizados não apresentaram uma variação que possa ser considerada significativa entre os mesmos, a variação percentual ficou abaixo de 1 %. Embora não tenham sido demonstrados diferentes estudos de independência de malha para os diferentes casos, a proximidade entre os resultados

dos diferentes modelos de turbulência evidencia valores muito próximos para os valores de *GCI* entre os mesmos.

O escoamento predito no interior da turbina aproximou-se de forma coerente à teoria de base adotada neste trabalho. Também foi constatado que, independente do modelo adotado para a turbulência, os resultados numéricos do torque nos discos da turbina são bastante próximos, com variação menor que 3 %.

O estudo numérico empregando a técnica de Fluidodinâmica Computacional apresenta dados confiáveis para os valores de torque no rotor, o que possibilita fornecer uma base de dados consistente para estudos experimentais que possam vir a ocorrer futuramente.

6.1 Recomendações para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se:

- modelar e simular a turbina com os discos em regime de rotação;
- avaliar o torque no eixo da turbina para diferentes condições de pressão, em regime de rotação;
- avaliar a condição de máxima operação do bocal via fluidodinâmica computacional;
- realizar uma análise da turbina em operação utilizando outros fluidos de trabalho, a fim de verificar a influência na eficiência;
- modelar e simular a turbina com refinamento de malha na região de jato livre para a verificação de fenômenos físicos presentes nessa região.
- validar a modelagem adotada, comparando valores de simulação com dados experimentais.

REFERÊNCIAS

- Anslys, Inc. **Anslys fluent Theory Guide**. Release 13.0. Canonsburg, USA, 2010.
- Batista, J. C. **Microgeração de energia elétrica (abaixo de 100 kw) utilizando turbina tesla modificada**. Guaratinguetá: [s.n], 2009.
- Borgnakke, C. e Sonntag, R. E., **Fundamentos da Termodinâmica**. 8th ed. São Paulo: Blucher, 2013.
- Bortoli, A. L. **Introdução à Dinâmica de Fluidos Computacional**. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.
- Brunetti, F. **Mecânica dos fluidos**. 2 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- Carey, V. P. Performance for Small Scale Rankine Combined Heat and Power Systems. **Journal of Engineering for Gas Turbine and Power**, v.132, 2010.
- Celik, I. B. **Introductory Turbulence Modeling**. West Virginia University Mechanical & Aerospace Engineering Dept. Morgantown, 1999.
- Celik, et al., **ASME Fluids Engineering Division SpringMeeting**, Washington, D.C., June 23–24, ASME Publ. No. FED-Vol. 158, 1993.
- Celik, I. B. e Ghia, U. e Roache, P. J. e Freitas, C. J. e Coleman, H. e Raad, P. E., Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. **Journal of Fluids Engineering**, Vol. 130 / 078001-3, 2008.
- Cheng, G. e Nichols, R. e Neroorkar, K. D. e Radhamony, P. G., **Validation and Assessment of Turbulence Transition Models**. 47th AIAA. January 2009, Orlando, Florida.
- Çengel, Y. A. e Cimbala, J. M. **Mecânica dos Fluidos - Fundamentos e Aplicações**. São Paulo: Mc Graw-Hill, 2007.
- Couras, D. J. N. P. **Desenvolvimento teórico-experimental de um modelo de turbina tesla aplicado à geração descentralizada por fontes renováveis**, 2009.
- Couto, H. S. e Duarte, J. B. F. e Bastos-Netto, D., The Tesla Turbine Revisited. **8° Asia-Pacific International Symposium on Combustion and Energy Utilization**, Sochi, 2006.
- Durst, F. **Fluid Mechanics - An Introduction to the Theory of Fluid Flows**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Germany, 2008.
- Fox, R. W. e Mcdonald, A. T. e Pritchard, P. J.; **Introdução à Mecânica dos fluidos**. 6 ed. LTC: Rio de Janeiro, 2006.
- Guha, A. e Sengupta, S., The fluid dynamics of the rotating flow in a Tesla disc turbine. **European Journal of Mechanics B/Fluids**, Vol. 37, p. 112–123, 2012.

Guha, A. Sengupta, S. The fluid dynamics of work transfer in the non-uniform viscous rotating flow within a Tesla disc turbomachine. **Physics of Fluids**, doi: 10.1063/1.4866263. 2014.

Hauke, G. **An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena: FLUID MECHANICS AND ITS APPLICATIONS**. Volume 86. Springer: Espanha, 2008.

Instituto ESSI de pesquisa e desenvolvimento - IESSS. Oliveira, J. A. A. J. **Escoamentos turbulentos**. Brasil: Notas de Aula, 2011.

Instituto ESSI de pesquisa e desenvolvimento - IESSS. Lima, A. A. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. Brasil: Notas de Aula, 2011.

Neopane, H. P. e Pandey, J. P. e Pudasaini, S. e Dhakal, S. e Uprety, R. B., Design and computational analysis of 1 kW Tesla turbine. Department of Mechanical Engineering Kathmandu University, Nepal. **International Journal of Scientific and Research Publications**, Volume 4, Issue 11, November 2014 1 ISSN 2250-3153.

Karthik, T. S. D. Turbulence models and their applications. Department of Mechanical Engineering IIT Madras: **10th Indo German Winter Academy**, 2011.

Kim, M. H. e Tak, N. I. e Noh, J. M., **Study on influence of turbulence model selection on prediction of flow distribution and hot spot fuel temperature in prismatic HTGR cores**. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics** Vol. 8, No. 2, pp. 263–273 (2014).

Ladino, A. F. R. **Numerical Simulation of the Flow Field in a Friction-Type Turbine (Tesla Turbine)**. Institute of Thermal Powerplants Vienna University of Technology. National University of Colombia, School of Engineering Calle. Bogotá, Colombia. 2004.

Launder, B.E.; Reece, G. J.; Rodi, W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. **J. FluidMech**, Vol. 68, part 3, p. 537–566, 1975.

Maliska, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2nd ed. LTC: Rio de Janeiro, 2013.

Mckeel, S. A. **Numerical Simulation of the transition region in hypersonic flow**. Faculty Of Virginia Polytechnic Institute And State University. Blacksburg, Virginia, 1996.

Menter, F. R. **Turbulence Modeling for Engineering Flows** - Research and Development Fellow. ANSYS, Inc. 2011.

Pandey, R. J. e Pudasaini, S. e Dhakal, S. e Uprety, R. B. e Neopane, H. P. Design and Computational Analysis of 1 kW Tesla Design and Computational Analysis of 1 kW Tesla Turbine. Department of Mechanical Engineering, Kathmandu University, Nepal. **International Journal of Scientific and Research Publications**, Volume 4, Issue 11, 2014 1. ISSN 2250-3153.

Patankar, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. McGraw-Hill, New York, 1980.

Potter, M.C.; Scott, E.P. **Ciências Térmicas - Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transmissão de Calor**. Thomson, 2007.

Rosa, L. M. e Koerich, D. M. e Beal, L. L., NUMERICAL ASSESSMENT OF THE TURBULENT FLOW BEHAVIOR IN A PILOT SCALE BIOREACTOR. **XI Simposio Latino americano de Digestión Anaerobia**, 2014, Havana. Anals, 2014.

Rumsey, C. L. e Spalart, P. R., Turbulence Model Behavior in Low Reynolds Number Regions of Aerodynamic Flowfields. **AIAA JOURNAL**, Vol. 47, No. 4, April 2009. DOI: 10.2514/1.39947.

Rice, R. An Analytical and Experimental Investigation of Multiple-Disk Turbines. **Journal of Engineering for Power**, v.87, 1965.

Rumsey, C. L. Apparent transition behavior of widely-used turbulence models. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 28 (2007) 1460–1471.

Rumsey, C. L. **Turbulence Modeling Resource**. NASA Langley Research Center. 2010.

SIEMENS. **User Guide STAR-CCM+**. 12.02 ed. [s.l.] SIEMENS, 2017.

Spalart, P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 21, 252-263, 2000.

Sengupta, S. e Guha, A., Analytical and computational solutions for three-dimensional flow-field and relative pathlines for the rotating flow in a Tesla disc turbine. **Computers & Fluids**. Vol. 88, p. 344–353, 2013.

Roache, P. J. **Verification and Validation in Computational Science and Engineering**. Albuquerque, N.M: Hermosapublishers, 1998.

Spalart, P.R. **Strategies for turbulence modelling and simulations**. International Journal of Heat and Fluid Flow. Vol. 21, p. 252-263, 2000.

Truman, C. R. e Jankowski, D. F., Prediction of turbulent source flow between stationary and rotating discs. **Int. J. Heat & Fluid Flow**. 1985.

Versteeg, H. K. e Malalasekera, W. **An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method**. Harlow, England: Longman Scientific & Technical, 1995.

Wilcox, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 1 ed. La Canada, California, DCW Industries, Inc., 1993a.

Wilcox, D. C. **Turbulence and Transition Modeling for High-Speed Flows**. NASA Contractor Report 191473, 1993b.

White, F. M. **Mecânica dos Fluidos**. 6th ed. Amgh Editora: Porto Alegre, 2010.

Young, Donald F. e Munson, B. R. e Okiishi, T. H., **Uma introdução concisa à mecânica dos fluidos**. Edgard Blucher: São Paulo, 2005.