

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Modelos para Análise de Fratura do Concreto Simples
Empregando Interfaces Coesivas**

Luciani Neves Lens

Porto Alegre
2009

LUCIANI NEVES LENS

**MODELOS PARA ANÁLISE DE FRATURA DO CONCRETO
SIMPLES EMPREGANDO INTERFACES COESIVAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Porto Alegre
2009

L573m	<p>Lens, Luciani Neves Modelos para análise de fratura do concreto simples empregando interfaces coesivas / Luciani Neves Lens. – 2009.</p> <p>Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-RS, 2009.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Eduardo Bittencourt Coorientadora: Profa. Dra. Virgínia Maria Rosito d'Ávila</p> <p>1. Mecânica da fratura. 2. Concreto 3. Elementos finitos. I. Bittencourt, Eduardo, orient. II. D'Ávila, Virgínia Maria Rosito, coorient. III. Título.</p> <p>CDU-624.012.45(043)</p>
-------	--

LUCIANI NEVES LENS

**MODELOS PARA ANÁLISE DE FRATURA DO CONCRETO
SIMPLES EMPREGANDO INTERFACES COESIVAS**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 04 de setembro de 2009

Prof. Eduardo Bittencourt
DSc. pelo CPGEC/UFRGS
orientador

Prof^ª. Virgínia Maria Rosito d'Ávila
DSc. pelo CPGEC/UFRGS
co-orientador

Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Henriette Lebre La Rovere (UFSC)
Ph.D. pela University of Califórnia

Prof. José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa (UNICAMP)
Ph.D. pela Cornell University

Prof. Jorge Daniel Riera (UFRGS)
Ph.D. pela Princeton University

Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho (UFRGS)
Ph.D. pela Leeds Metropolitan University

Dedico este trabalho a meus filhos,
Luigi e Diogo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou a minha total dedicação aos estudos, assim como os investimentos em equipamentos de informática, através do projeto PQI – UNIOESTE-UFRGS-UFSC, fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Eduardo Bittencourt, orientador deste trabalho, pelo apoio incondicional, pelas intervenções cirúrgicas nos momentos críticos e principalmente por ter acreditado na minha capacidade de trabalho.

Agradeço à Prof^{ta}. Virgínia Maria Rosito d’Avila, co-orientadora deste trabalho, pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho, seus questionamentos sempre foram motivadores e fundamentais para a solução dos problemas, sua opinião sempre relevante.

Agradeço ao tio Luiz Carlos pela acolhedora hospitalidade durante os retornos a Porto Alegre.

Agradeço a todos os professores e funcionários da UFRGS, que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, quer seja dividindo seus conhecimentos, fazendo críticas construtivas, auxiliando com os equipamentos de informática e nas tarefas do dia a dia.

Agradeço à UNIOESTE por ter possibilitado o período integral de afastamento de minhas atividades para desenvolver o presente trabalho.

Agradeço aos meus colegas do CEMACOM, cuja amizade e apoio foram fundamentais durante esse período de convivência intensa. Em especial aos casais: Aline e Charlei; Giuliana e Bono, assim como: Vanessa, Daiane, Roberto, Alexandre e Uziel.

Agradeço às minhas colegas de UNIOESTE e parceiras de projeto PQI, Leila e Giovanna, pelo apoio e exemplo durante este período.

Agradeço à minha família, em especial ao meu esposo Jaime e filhos: Luigi e Diogo, pela compreensão, apoio e motivação durante a realização deste trabalho.

Agradeço por fim, em nome da minha família, aos inúmeros amigos que fizemos durante estes quatro anos, responsáveis por tornar inesquecível esse período de nossas vidas.

RESUMO

LENS, L.N. Modelos para Análise de Fratura do Concreto Simples Empregando Interfaces Coesivas. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O concreto é um material de comportamento quase-frágil na ruptura, desenvolvendo uma zona de processo de fratura relativamente grande na ponta de uma fissura principal, na qual ocorrem fenômenos complexos. Modelos de fratura discretos são adequados para estudar tais fenômenos. Neste contexto, o presente trabalho estuda diferentes modelos de fratura discreta em concreto simples, em situação de modo I puro e modo misto (modo I e modo II, simultaneamente) empregando dois modelos constitutivos da zona coesiva, um acoplado e outro desacoplado. Considerando que a malha de elementos finitos não é adaptada durante a análise, fissuras não coincidem exatamente com as superfícies reais de fratura, resultando em componentes de tração e corte nas interfaces coesivas da frente de fissuração, as quais também não coincidem com os valores reais. Tais componentes devem diminuir com a abertura da fissura. Neste trabalho é demonstrado que apenas o modelo acoplado é capaz de lidar com as componentes espúrias do vetor tensões, e que a variável-chave é o potencial plástico empregado na integração deste vetor. Os modelos apresentados são comprovados por estudos experimentais, no caso de fratura em modo I puro com testes de flexão de vigas a 3 pontos e no caso do modo misto com testes em viga com 1 entalhe e dois entalhes a 4 pontos, viga com entalhe excêntrico ensaiada a 3 pontos e placa com duplo entalhe. Parâmetros do modo II podem ser alterados em uma faixa grande sem alterar visivelmente os resultados, pelo menos nos exemplos testados. Por outro lado, a lei coesiva para metodologia das interfaces coesivas necessita de uma lei de pré e pós-pico. Para o pós-pico, três leis são utilizadas, a saber: lei linear, bi-linear e exponencial. A escolha da lei interfere tanto no comportamento de pós-pico, como no valor de carga máxima a ser alcançado. A região de pré-pico define aberturas e deslizamentos elásticos fictícios, porém necessários para metodologia das interfaces coesivas. Neste trabalho, uma equação é proposta para determinar a lei constitutiva de pré-pico, que elimina efeitos de malha tornando a análise objetiva.

Palavras-chave: Mecânica da Fratura; Interfaces Coesivas; Concreto Simples.

ABSTRACT

LENS, L.N. Models for Plain Concrete Fracture Analysis Using Cohesive Interfaces. 2009. Thesis – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Plain concrete behaves as a quasi-brittle material in rupture, developing a relatively large process zone at the crack tip. Complex phenomena occur in this zone. Discrete fracture models are indicated to study such rupture process. In this context, the present work studies different plain concrete fracture models for mode I and mixed mode (coupled mode I and II) using two constitutive models for the cohesive zone: one is a coupled model and the other is uncoupled. Considering that the finite element mesh is not adapted during the analysis, cracks do not coincide exactly with the real fracture surfaces, resulting in components of the traction vector at the cohesive zone that are not coincident with the real values either. Such components must decrease with crack opening. In this work it is demonstrated that only the coupled model is able to deal with the spurious components of the traction vector and that the key variable in this regard is the plastic-potential used in the tractions integration. The presented models are verified by experimental tests. In the case of the pure mode I, three-point beams are used and in the case of the mixed mode three-point and four-point beams as well as double-notched plates are used. Mode II parameters can be changed in a large range without a noticeable change in results, at least for the tested examples. On the other side, the cohesive law used in the methodology needs a pre-peak and a post-peak relation. For the post-peak, three different shapes are used: linear, bi-linear and exponential. The shape has influence in the overall post-peak behavior of the body, as well as in the peak loading reached. Pre-peak relation defines the fictitious elastic opening and the sliding necessary to complete the description of the cohesive interface methodology. In this work an equation is proposed for the pre-peak constitutive law that eliminates mesh effect problems, turning the analysis objective.

Key-words: Fracture Mechanics; Cohesive Interface; Plain Concrete.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	17
1.2 OBJETIVOS.....	19
1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS.....	20
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	21
2 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AO CONCRETO.....	22
2.1 COMPORTAMENTO DO CONCRETO.....	23
2.2 PROPRIEDADES DE FRATURA DO CONCRETO.....	25
2.3 ESTUDOS EXPERIMENTAIS PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE FRATURA EM MODO I E MISTO DO CONCRETO.....	27
2.4 MODELOS DISCRETOS DE FRATURA DO CONCRETO.....	30
3 METODOLOGIA.....	33
3.1 INTERFACES COESIVAS APLICADAS AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	33
3.2 MODO I PURO.....	34
3.2.1 Lei Constitutiva Pós-Pico.....	34
3.2.2 Lei Constitutiva Pré-Pico.....	38
3.3 MODO MISTO DE FRATURA	40
3.3.1 Considerações preliminares.....	40
3.3.2 Modelo Acoplado – Limite Inferior.....	42
3.3.3 Modelo Desacoplado – Limite Inferior.....	46
3.4 IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS.....	47

4 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA.....	49
4.1 PROPAGAÇÃO EM MODO I PURO	49
4.1.1 Efeito da Malha de Elementos Finitos.....	50
4.1.2 Efeito escala em vigas submetidas à flexão ensaiadas a 3 pontos.....	52
4.1.3 Efeito da Lei Constitutiva Pós-pico.....	55
4.2. PROPAGAÇÃO EM MODO MISTO	57
4.2.1 Modo Misto em viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.....	58
4.2.2 Modo Misto em viga com duplo entalhe.....	68
4.2.3 Modo Misto em viga com entalhe excêntrico ensaiada a 3 pontos.....	75
4.2.4 Modo Misto em placa com duplo entalhe.....	80
4.3 ALEATORIEDADE DAS PROPRIEDADES DO MATERIAL.....	90
4.3.1 Modo I puro com aleatoriedade.....	91
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	95
5.1 CONCLUSÕES.....	95
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	100
APÊNDICE A – CONSIDERAÇÕES PARA ESCOLHA DE α NA EXPRESSÃO DA ABERTURA ELÁSTICA.....	107
APÊNDICE B – INCLUSÃO DO CARÁTER ALEATÓRIO.....	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: modos fundamentais de fratura: a) Modo de abertura; b) Modo de cisalhamento e c) Modo de rasgamento.....	22
Figura 2.2: Zona de Processo de Fratura no concreto	23
Figura 2.3: mecanismos da Zona de Processo de Fratura: a) microfissuras; b) mudança de direção de propagação da fissura; c) costuras das faces da fissura; d) rugosidade das superfícies da fissura; e) incorporação de vazios na ponta da trinca e f) ramificação da ponta da fissura (baseado em SHAH et al.,1995).....	24
Figura 2.4: relação entre <i>CTOD</i> e <i>CMOD</i>	28
Figura 2.5: geometria para modo I puro em a) flexão a 3 pontos em vigas e para modo misto em b) viga a 4 pontos com 1 entalhe, c) viga a 4 pontos com entalhe duplo, d) viga a 3 pontos com entalhe excêntrico, e) viga a 3 pontos com entalhe duplo excêntrico e f) placa com duplo entalhe.....	29
Figura 3.1: desenho esquemático de uma interface coesiva.....	33
Figura 3.2: Lei Constitutiva Pós-pico da Superfície Coesiva.....	35
Figura 3.3: variação com o tamanho da abertura elástica w_e	38
Figura 3.4: comportamento global σ versus w de uma barra no modo I. Transição de comportamento quase-frágil (caso a) para comportamento frágil ou catastrófico (casos b e c), em função da magnitude das deformações elásticas.....	40
Figura 3.5: comportamento tensão tangencial τ versus deslizamento v , modo II puro...	41
Figura 3.6: superfície de ruptura para modelo acoplado (Modelo de Coulomb com Aderência Modificado).....	43
Figura 3.7: superfície de ruptura para modelo acoplado (F), potencial plástico (F^*) e direções dos deslocamentos inelásticos.....	45
Figura 3.8: Modelo Desacoplado (as linhas verticais correspondem a superfície de Rankine e as horizontais corresponde a superfície de Guest-Tresca).....	47
Figura 4.1: geometria, condições de contorno e malha de Elementos Finitos empregada.....	50
Figura 4.2: malha de Elementos Finitos: a) grosseira; b) média e c) fina.....	51
Figura 4.3: a) carga x abertura de fissura e b) carga x deslocamento, considerando w_e constante e diferentes tamanhos de malha.....	51

Figura 4.4: a) carga x abertura de fissura e b) carga x deslocamento, considerando w_e conforme equação 3.15 e malhas diferentes.....	52
Figura 4.5: geometria e condições de contorno.....	53
Figura 4.6: carga x abertura de fissura, com diferentes leis constitutivas, comparando com JENQ e SHAH (1985b), sendo: a) HILLERBORG et al. (1976), b) CEB-FIP (1993) e c) XU (1999).....	56
Figura 4.7: comportamento pós-pico, para diferentes leis coesivas (caso <i>JS1</i> , conforme tabelas 4.5 e 4.6).....	57
Figura 4.8: geometria, condições de contorno para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos	58
Figura 4.9: malha de Elementos Finitos para viga com 1 entalhe, caso <i>C1</i> , tamanho <i>D2</i>	60
Figura 4.10: morfologia da propagação das fissuras, caso <i>C1</i> – corpo de prova <i>D2</i> : a) experimental (GÁLVEZ et al., 1998), b) Modelo Acoplado e c) Modelo Desacoplado.....	60
Figura 4.11: morfologia da propagação das fissuras para a viga pequena (<i>D1</i>): a) experimental (GÁLVEZ et al., 1998), b) Modelo Acoplado, caso <i>C1</i> e c) Modelo Acoplado, caso <i>C2</i>	62
Figura 4.12: morfologia da propagação das fissuras para a viga média (<i>D2</i>): a) experimental (GÁLVEZ et al., 2002), b) Modelo Acoplado, caso <i>C1</i> e c) Modelo Acoplado, caso <i>C2</i>	63
Figura 4.13: morfologia da propagação das fissuras para a viga grande (<i>D3</i>): a) experimental (GÁLVEZ et al., 2002), b) Modelo Acoplado, caso <i>C1</i> e c) Modelo Acoplado, caso <i>C2</i>	64
Figura 4.14: curvas carga-deslocamento para Modelo Acoplado (caso <i>C1</i> – viga média <i>D2</i>).....	65
Figura 4.15: curvas carga-deslocamento para Modelo Desacoplado, (caso <i>C1</i> – viga média <i>D2</i>).....	65
Figura 4.16: curvas carga-deslocamento com sequência de amolecimento e ruptura das interfaces coesivas (caso <i>C1</i> – viga média <i>D2</i>).....	66
Figura 4.17: curvas carga-deslocamento para Modelo Acoplado, caso <i>C1</i> : a) viga pequena - <i>D1</i> e b) viga grande - <i>D3</i>	67
Figura 4.18: curvas carga-deslocamento, experimental (GÁLVEZ et al., 2002) e numérica, para o caso <i>C2</i> , sendo $\tan \phi=1$, $\beta=1$ e $\alpha=1,5$	68
Figura 4.19: geometria, condições de contorno e malha de EF da viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos.....	69

Figura 4.20: influência das propriedades do Modo II na curva carga versus deslocamento, fixando $\sigma_{max}^0 = 2,7$ MPa e $G_{Ic} = 100$ N/m.....	71
Figura 4.21: a) influência do tamanho do corpo de prova e dos parâmetros de acoplamento na curva carga versus deslocamento e b) curva P/P_{max} versus deslocamento.....	72
Figura 4.22: trajetória de propagação da fissura em a) início da propagação; b) fase final da simulação numérica e c) parte central da viga obtida experimentalmente depois da ruptura por BOCCA et al. (1990b).....	73
Figura 4.23: mecanismo de ruptura em uma superfície de fratura típica de modo II, a) superposição do experimental (BOCCA et al., 1990b, ver linha tracejada) com numérico Modelo Acoplado, b) malha de Elementos Finitos empregada e c) foto do mecanismo experimental (BALLATORE et al., 1990).....	74
Figura 4.24: pressão hidrostática (kN/m ²) para corpo de prova C/0,8.....	75
Figura 4.25: variações de $\tan \phi$ para corpo de prova A/0,8, a) curvas carga versus deslocamento, b) mecanismo de ruptura típico de flexão para $\tan \phi = 1000$ e c) foto do mecanismo experimental (BALLATORE et al., 1990).....	76
Figura 4.26: geometria da viga com entalhe excêntrico a 3 pontos.....	77
Figura 4.27: mecanismo de ruptura típico para viga com entalhe excêntrico a 3 pontos, tamanho pequeno a) GARCÍA et al., 2000 (experimental) e b) Modelo Acoplado.....	78
Figura 4.28: mecanismo de ruptura típico para viga com entalhe excêntrico a 3 pontos, tamanho médio a) GARCÍA et al., 2000 (experimental) e b) Modelo Acoplado.....	78
Figura 4.29: curvas carga-abertura de fissura (CMOD), experimental (GARCÍA et al., 2000) e numérica da viga com entalhe a 3 pontos excêntrico para a) tamanho pequeno e b) tamanho médio.....	79
Figura 4.30: a) geometria e condições de contorno (NOORU-MOHAMED, 1992) e b) malha de elementos finitos para placa com duplo entalhe.....	80
Figura 4.31: morfologia de propagação da fissura experimental (NOORU-MOHAMED, 1992) e numérica empregando Modelo Acoplado para a) $\delta/\delta_s = 1$, b) $\delta/\delta_s = 2$ e c) $\delta/\delta_s = 3$	81
Figura 4.32: curva carga-deslocamento para placa 200x200x50 Modelo Acoplado com relações a) $\delta/\delta_s = 1$, b) $\delta/\delta_s = 2$ e c) $\delta/\delta_s = 3$	82
Figura 4.33: curva carga-deslocamento para placa 200x200x50 empregando relação $\delta/\delta_s = 2$	83

Figura 4.34: morfologia de propagação da fissura para Modelo Desacoplado, placa 200x200x50 empregando relação $\delta/\delta_s=2$	84
Figura 4.35: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s=1$	85
Figura 4.36: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s=2$	85
Figura 4.37: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s=3$	86
Figura 4.38: trajetórias de tensão normal e de corte (Modelo Acoplado) para o ponto 1 e ponto 2.....	87
Figura 4.39: trajetórias das tensões normais e de corte a) Modelo Acoplado, $\tan \phi=1,4$ e b) Modelo Desacoplado, $\tan \phi=10000$, $\beta=0$; ponto 1 (ver Figure 4.40). Área cinza representa a evolução da superfície de fratura.....	89
Figura 4.40: seção transversal esquemática do ensaio de tração.....	91
Figura 4.41: malhas de EF para os tamanhos <i>B</i> , <i>C</i> e <i>D</i> , respectivamente da esquerda para direita.....	92
Figura 4.42: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho pequeno <i>B</i>	93
Figura 4.43: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho médio <i>C</i>	94
Figura 4.44: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho grande <i>D</i>	94
Figura A.1: curva carga versus deslocamento para diferentes valores.....	108
Figura A.2: ajuste da curva carga versus deslocamento para viga com 1 entalhe a 4 pontos aos resultados experimentais, caso 2 – tamanho <i>D2</i>	110
Figura A.3: mecanismo de fratura a) fratura em modo misto para curva desajustada e b) fratura de flexão para curva ajustada.....	110
Figura B.1: curva característica da distribuição de probabilidade da função de Weibull de 2 parâmetros, para $\bar{G}_{Ic} = 100$ N/m e $\gamma = 0,30$	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: propriedades do concreto e da superfície coesiva em estudo.....	49
Tabela 4.2: geometrias para o caso 1 estudado.....	53
Tabela 4.3: propriedades do concreto e da superfície coesiva em estudo o efeito escala.....	54
Tabela 4.4: comparação entre os resultados experimentais de carga máxima (SHAH et al.,1995) e a presente teoria.....	54
Tabela 4.5: geometrias para o caso 2 estudado.....	54
Tabela 4.6: propriedades do concreto e da superfície coesiva, para o caso 2 estudado...	55
Tabela 4.7: geometrias analisadas para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.....	59
Tabela 4.8: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.....	59
Tabela 4.9: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos de.....	69
Tabela 4.10: geometrias analisadas para viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos...	70
Tabela 4.11: geometrias analisadas para viga de com entalhe excêntrico a 3 pontos	77
Tabela 4.12: dimensões dos diferentes corpos de prova ensaiados por van VLIET et al. (2000).....	91

LISTA DE SÍMBOLOS

E	Módulo de Elasticidade Longitudinal
F	Superfície de fratura
F^*	Potencial plástico
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_t	Resistência à tração uniaxial do concreto
f_{tm}	Resistência média à tração do concreto
G_F	Energia de fratura do concreto
G_{IC}	Energia específica de fratura para o mode I
G_{IIC}	Energia específica de fratura para o mode II
K_{Ic}	Fator intensidade de tensão na ponta de uma fissura elástica efetiva crítica
K_n	Rigidez elástica normal da interface coesiva
K_t	Rigidez elástica tangencial da interface coesiva
l_c	Comprimento característico da malha de elementos finitos
u_i^{ef}	Deslocamento inelástico efetivo
t	Tempo
w	Abertura total da zona coesiva
w_c	Abertura normal final da interface
w_e	Abertura elástica da zona coesiva
w_i	Abertura inelástica da zona coesiva
w_s	Abertura normal intermediária da interface
α	Fator de escala para deslocamentos elásticos coesivos
β	Fator de acoplamento entre abertura e deslizamento
ε_{max}^0	Deformação elástica do contínuo para carga máxima
δ	Deformação axial
δ_s	Deformação lateral

ϕ	Ângulo de atrito da fissura
$\dot{\lambda}$	Módulo da taxa de deslocamentos inelásticos
A	Integração de tempo de $\dot{\lambda}$
v	Deslizamento total da zona coesiva
v_e	Deslizamento elástico da zona coesiva
v_i	Deslizamento inelástico da zona coesiva
μ	Módulo de Elasticidade Transversal
σ	Tensão normal
σ_{max}^0	Tensão normal máxima (sem fissuração)
σ^{el}	Preditor elástico da tensão normal
τ	Tensão tangencial (cisalhamento)
τ_{max}^0	Tensão tangencial máxima (sem fissuração)
τ^{el}	Preditor elástico da tensão tangencial

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Desde 1964, o consumo mundial de concreto gira em torno de 1 tonelada por habitante. Atualmente, estima-se um consumo anual da ordem de 11 bilhões de toneladas ao ano, portanto acima de 1 tonelada por habitante da terra, fazendo do concreto o segundo material mais consumido pelo homem, perdendo apenas para a água. Segundo METHA e MONTEIRO (2008), existem três razões principais para justificar tal consumo, uma vez que o concreto não é tão duro nem tão resistente como o aço. A primeira refere-se à excelente resistência à água, razão pela qual este material é amplamente empregado em canais, dutos e barragens, pois não sofre deterioração grave na presença da água. O segundo motivo do amplo emprego do concreto é a facilidade de compor elementos estruturais de diferentes formas e tamanhos. E por fim, uma terceira razão é o baixo custo e a rápida disponibilidade do material.

Sendo assim, o concreto tem seu uso consolidado na Construção Civil, sendo composto basicamente de cimento hidratado, agregado miúdo e agregado graúdo. Fisicamente, é um material bifásico, no qual a matriz é a pasta (composta do cimento e agregado miúdo) e o agregado graúdo constitui uma segunda fase ou inclusão. Podem ser incorporados na mistura outros materiais, como os aditivos na matriz, visando melhorar algumas propriedades específicas. Pode-se adicionar, por exemplo: plastificantes ou superplastificantes, para melhorar a trabalhabilidade; aditivos incorporadores de ar, para reduzir a massa específica; ou outras inclusões, como no caso do concreto com fibras. Ambos, matriz e agregados graúdos, apresentam comportamento distinto quanto aos módulos de elasticidade, solicitações, comportamento térmico e, como estão aderidos, geram uma zona de transição na interface, a qual pode ser considerada uma terceira fase. As propriedades do concreto são altamente influenciadas pela qualidade da zona de transição.

Por outro lado, o endurecimento do concreto fresco é acompanhado pela perda de água de amassamento da pasta de cimento e conseqüente retração. A saída de água gera poros internos e fissuras superficiais ocasionadas pelas deformações de retração, antes mesmo da estrutura entrar em carga. Sendo assim, as propriedades físicas e mecânicas do concreto variam

conforme sua composição e, principalmente, em função da distribuição interna de poros ou fissuras. Portanto, estruturas de concreto trabalham fissuradas, sendo que a ruptura destas estruturas envolve o crescimento instável de grandes zonas fissuradas; ou seja, crescimento e propagação destas fissuras antes que a carga máxima seja alcançada, e posterior decréscimo gradual de tensão com o aumento das deformações, denominado amolecimento. A ocorrência de fenômenos dissipativos na ponta da fissura provoca uma zona de processo de dimensões consideráveis, o que impede o uso da Mecânica Elástica Linear de Fratura (MELF) na análise da fissuração do concreto.

Historicamente, a representação da fissuração via elementos finitos apresenta três linhas distintas, a saber: a dos modelos de fissuras distribuídas, a dos modelos de fissuras discretas e, mais recentemente, a dos modelos de fissura incorporada.

Nos modelos de fissura distribuída (RASHID, 1968; BAZANT e CEDOLIN, 1979-1980 e 1980; BAZANT e OH, 1983; VECCHIO, 1989; entre outros), o material fissurado é tratado como contínuo, e a fissura é “espalhada” ao longo do elemento, alterando-se as propriedades do material desse elemento. A topologia da malha não muda durante a análise, sendo necessário somente atualizar a relação tensão-deformação para considerar o dano devido à fissuração. Este método é indicado quando as fissuras estão espalhadas ao longo da estrutura, como ocorre em peças de concreto armado. Em contrapartida, mostra-se menos eficiente quando as fissuras são localizadas, como é o caso de peças de concreto simples.

Modelos de fissura discreta (NGO e SCORDELIS, 1967; INGRAFFEA et al., 1984; ROTS, 1988; entre outros) representam cada fissura individualmente como descontinuidade real da malha de elementos finitos. Neste caso, a ponta da fissura e as singularidades características ficam representadas. A formação e propagação das fissuras ocorrem nos contornos dos elementos finitos, a parte sólida do elemento permanece contínua gerando uma restrição na direção de propagação da fissura. Tal inconveniente pode ser contornado empregando malhas mais refinadas e malhas adaptativas.

Como uma alternativa aos modelos anteriores, mais recentemente foi desenvolvido o modelo de fissura incorporado (GROÛTENBOER, LEIJTEN e BLAAUWENDRAD, 1981; DVORKIN, CUITINO e GIOIA, 1990; OLIVER, 1990; d’AVILA, 2003), no qual a fissura é incorporada como descontinuidade dentro do elemento finito, podendo se propagar em qualquer direção, independente da topologia da malha. Este método se aplica a estruturas de

concreto armado e simples, pois apresenta características favoráveis dos dois métodos acima. Como desvantagem, a ponta da fissura não é modelada. Logo, todas as singularidades associada a ela não são consideradas.

Deve-se também citar os chamados modelos reticulados (ver BURT e DOUGILL, 1977; SCHORN e RODE, 1987; BAZANT et al., 1990; ROCHA e RIERA, 1991; SCHLANGEN e van MIER, 1991; KANG, 2002; entre outros), onde o material é idealizado como um reticulado formado de elementos de barras, e o processo de fissuração é simulado pela remoção, em cada etapa de carregamento, das barras cuja tensão é superior à tensão última, conforme lei de ruptura adotada.

Os modelos discretos podem ser divididos em dois grupos: os métodos adaptativos, onde as faces das fissuras são continuamente re-orientadas e a malha é refeita para adaptar-se à nova superfície das fissuras (WAWRZYNEK e INGRAFFEA, 1987; BITTENCOURT et al, 1996; BELYTSCHKO e BLACK, 1999; CENDÓN et al., 2000; entre outros) e os métodos de superfície coesiva, onde as fissuras permanecem restritas às faces da malha de elementos finitos (XU e NEEDLEMAN,1994 ou CAMACHO e ORTIZ, 1996, por exemplo). Estes últimos métodos podem induzir determinadas tendências da malha (conforme observado por TIJSSENS et al., 2000), no entanto ficou demonstrado que este não é um problema grande, desde que a malha seja suficientemente fina (fato relatado por CAROL et al., 2001). Este método será seguido no presente trabalho, devido à sua simplicidade e importância tecnológica.

O presente trabalho tratará a fissuração do concreto simples de forma discreta, pelo Método das Interfaces Coesivas (XU e NEEDLEMAN,1994; CAMACHO e ORTIZ, 1996; FEDRIGO, 2001). A coesão do material é representada por leis constitutivas (tensão normal versus abertura normal da fissura e tensão tangencial versus escorregamento). Estas leis podem ser independentes, para as quais uma abertura normal não interfere no comportamento tangencial, ou de forma acoplada, na qual um dano normal penaliza o comportamento na direção tangencial e vice-versa.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal desta tese é apresentar e formular modelos limites de elementos finitos, empregando interfaces coesivas, para simular o comportamento do concreto simples

fissurado. Tais modelos são aplicados para representar rupturas características de Modo I e Modo Misto (Modo I e Modo II). Os parâmetros materiais do modelo coesivo são considerados prioritariamente de forma determinística, sendo feito um estudo considerando-os de forma aleatória.

Neste contexto, os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- formular modelos para análise da fratura mista baseados num modelo elasto-plástico, verificando sua aplicabilidade e quais variáveis dos modelos são determinantes no comportamento em fratura;
- estudar a influência das propriedades de fratura de modo I (tais como: energia específica de fratura do modo I e tensão máxima na zona coesiva) e modo II (tais como: energia de fratura do modo II e tensão tangencial máxima na ponta da fissura) na fissuração de peças de concreto simples para os modelos estudados;
- avaliar efeitos da malha de elementos finitos nas experimentações numéricas;
- verificar a capacidade desta metodologia de caracterizar o comportamento de fratura em peças de concreto simples de diferentes tamanhos.

1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS

Dentre as contribuições do presente trabalho, em termos de modelos numéricos, destaca-se o desenvolvimento de dois modelos limites de fratura mista: um Modelo Desacoplado, caracterizando um limite superior e outro Acoplado, representando um limite inferior (ver LENS et al. 2008). Os demais modelos elasto-plásticos de fratura mista propostos na literatura estão entre os limites dos modelos formulados no presente trabalho. Desta forma, os limites da aplicabilidade de tais teorias podem ser estabelecidos.

Pode-se observar, a partir da experimentação numérica que a capacidade de carga de um elemento estrutural é influenciada pela tensão normal máxima na ponta da trinca e pelo tipo de lei constitutiva pós-pico empregada. A magnitude da energia de fratura do modo I

determina o comportamento de pós-pico. Por outro lado, o comportamento elástico da curva tensão-deslocamento é influenciado pela região de pré-pico da lei constitutiva da interface.

Considerando modo misto de fratura, o vetor de tensões tangenciais desempenha papel fundamental na estabilidade numérica e no comportamento estrutural. Propriedades de fratura do modo II (energia de fratura do modo II e tensão máxima tangencial na zona coesiva), na maioria dos exemplos considerados, tiveram pouca influência no controle da componente tangencial do vetor de tensões. O potencial plástico adotado parece ser determinante nesse controle. Tais conclusões são inéditas na literatura internacional e foram recentemente publicadas no periódico *Engineering Fracture Mechanics* (LENS et al 2009).

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos. O Capítulo 2 é composto por uma revisão bibliográfica sobre Mecânica da Fratura do Concreto, descrevendo os principais modelos para representar a fissuração do concreto, assim como os estudos mais recentes, com enfoque especial aos modelos discretos.

O Capítulo 3 contém a metodologia empregada e a formulação de elementos finitos para interfaces coesivas. Descreve-se também neste capítulo a lei acoplada para caracterização da fissuração do concreto com ruptura em modo I e modo II.

Exemplos de aplicação do modelo numérico proposto são apresentados no Capítulo 4. Divide-se esse capítulo em exemplos com ruptura característica do modo I (testes em vigas sob flexão a 3 pontos), modo misto (testes a 4 pontos em viga com 2 entalhes, testes a 4 pontos em viga com 1 entalhe, teste a 3 pontos em viga com entalhe excêntrico e teste em placa com 2 entalhes) e por fim um exemplo considerando aleatoriedade das propriedades de fratura (teste de tração em concreto).

No Capítulo 5, são elencadas as conclusões do presente trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AO CONCRETO

A Mecânica da Fratura surgiu como uma ferramenta capaz de analisar a presença de fissuras e defeitos nas estruturas e prever, de forma mais consistente, a resistência residual destes componentes fissurados submetidos a diferentes carregamentos.

Os parâmetros utilizados na Mecânica da Fratura são relacionados ao material e com a forma de sollicitação da fissura em um corpo sólido, indicando as possibilidades de sua propagação. Existem três modos de sollicitação de um corpo com uma fissura, conforme representação esquemática na figura 2.1 para uma fissura passando em um corpo de espessura t , a saber: modo I, modo II e Modo III. Esta sistematização relacionada à forma de ruptura foi introduzida por IRWIN (1948) e permite estudar os fatores de intensidade de tensões na ponta da fissura e seus mecanismos de propagação.

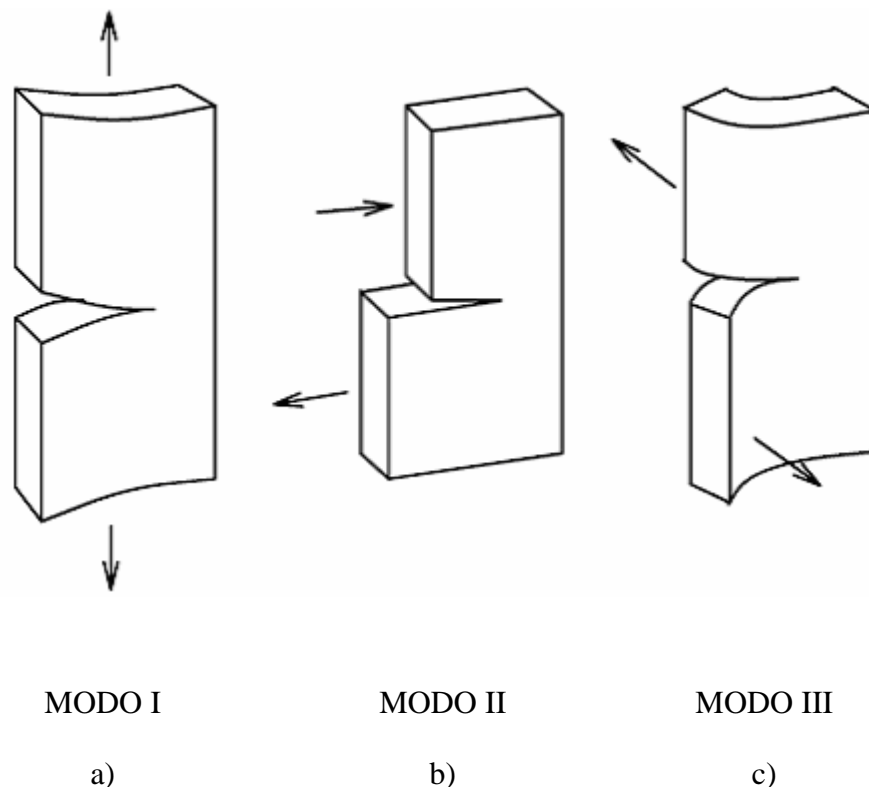


Figura 2.1: modos fundamentais de fratura: a) Modo de abertura; b) Modo de cisalhamento e c) Modo de rasgamento.

Pode ocorrer situação em que a peça está sollicitada com dois ou mais modos simultaneamente. Neste caso, temos o modo misto, como por exemplo, no estudo de corte em

uma viga ensaiada a 4 pontos (modo I e modo II são responsáveis pelo mecanismo de fratura). Os modos mistos estudados neste trabalho se referem sempre a combinações de modo I e modo II.

Na seqüência deste capítulo, apresentam-se o comportamento do concreto frente às diferentes solicitações, seus mecanismos de fratura, os métodos para determinar suas propriedades de fratura, assim como os principais modelos de fratura discreta aplicados ao concreto simples.

2.1 COMPORTAMENTO DO CONCRETO

O concreto é um material quase-frágil, com elevada resistência à compressão e baixa resistência à tração. O processo de falha do concreto pode ser dividido em três fases, a saber:

- formação, desenvolvimento e coalescência de microfissuras;
- formação de pontes entre as faces da fissura pelos grãos de agregados;
- formação de uma macro-fissura, com possibilidade de engrenamento dos agregados.

A região inelástica na ponta da fissura (Zona de Processo de Fratura, ver figura 2.2) afeta o processo de fratura e inviabiliza a aplicação direta da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Nesta região, ocorrem efeitos de transmissão de esforços, que vão desaparecendo com a gradual abertura da fissura, caracterizando um processo de amolecimento.

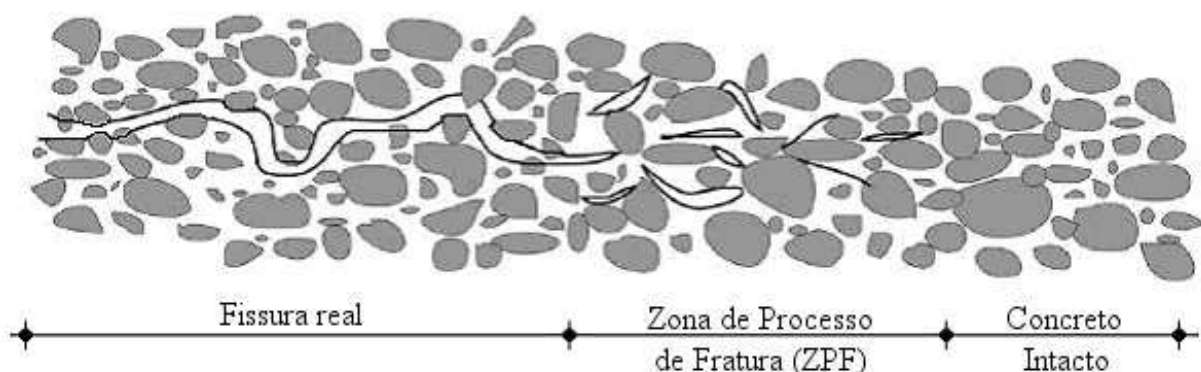


Figura 2.2: Zona de Processo de Fratura no concreto.

A Zona de Processo de Fratura consome grande parte da energia oriunda do carregamento aplicado na estrutura e é governada por mecanismos complexos. Dentre estes mecanismos destacam-se: microfissuras, mudança de direção da propagação da fissura, costura das faces da fissura pela presença do agregado (engrenamento dos agregados), rugosidade das superfícies da fissura, alargamento da ponta da fissura devido à presença de vazios e por último, ramificação da fissura. Estes mecanismos são representados de forma esquemática na figura 2.3.

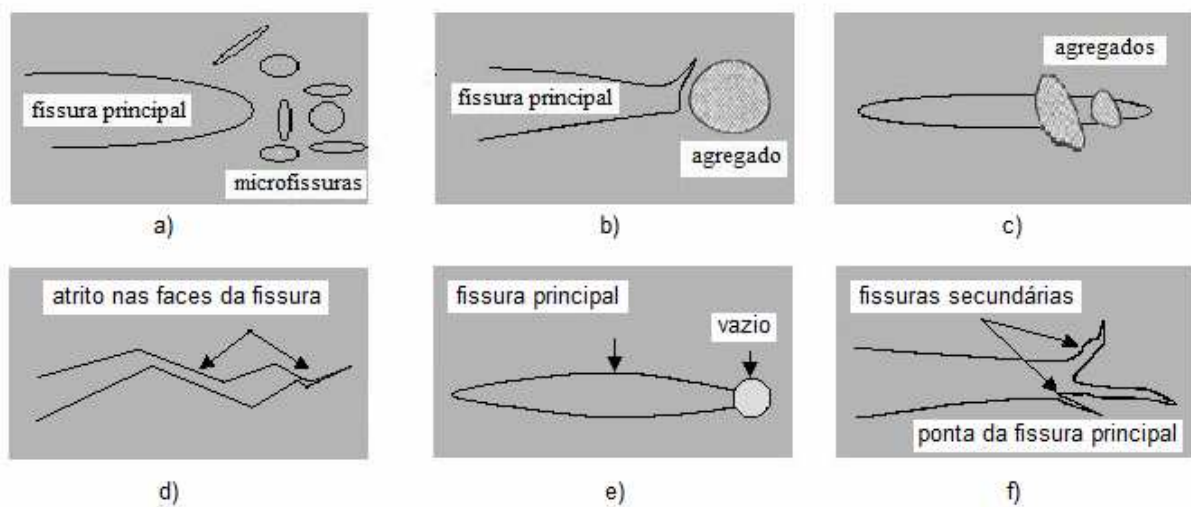


Figura 2.3: mecanismos da Zona de Processo de Fratura
 a) microfissuras; b) mudança de direção de propagação da fissura;
 c) costuras das faces da fissura; d) rugosidade das superfícies da
 fissura; e) incorporação de vazios na ponta da trinca e f) ramificação da
 ponta da fissura (baseado em SHAH et al., 1995).

As microfissuras observadas na figura 2.3a concentram-se na ponta de uma fissura principal, diminuindo a densidade à medida que aumenta a distância em relação à ponta da fissura. Apresentam orientação aleatória em relação ao plano da fissura principal e são responsáveis pelo início do comportamento não linear do concreto. A deflexão da direção de propagação da fissura, apresentada na figura 2.3b, ocorre quando esta encontra um agregado graúdo com resistência à fratura mais alta e região de interface mais fraca, provocando a mudança de direção da fissura. Outro efeito que pode ser observado, quando a fissura avança na argamassa além dos agregados, são as costuras (ver figura 2.3c); neste caso, o agregado continua a transmitir tensão entre as faces da fissura, até que aconteça a ruptura ou arrancamento do agregado. Na figura 2.3d, o mecanismo ilustrado é o atrito nas faces da fissura provocado pela

rugosidade das superfícies da mesma, causando mudança de direção de propagação da fissura e intertravamento dos agregados, o que dificulta o deslizamento relativo das superfícies da fissura (propagação de Modo II). A presença de vazios na direção de propagação da fissura principal, representada na figura 2.3e, conduz ao alargamento da ponta da fissura e o respectivo alívio no campo das tensões nesta região. Por fim na figura 2.3f, observa-se a ramificação da ponta da fissura, o que provoca demanda maior de energia para propagação em várias direções; isso ocorre devido à heterogeneidade das propriedades do concreto.

A aplicação da Mecânica da Fratura para análise de estruturas de concreto é recente, pois só foi possível com o desenvolvimento da Mecânica da Fratura Não-Linear. Aplicações dos parâmetros da MFLE ao concreto são restritas devido à existência de uma zona de processo na região da ponta da fissura, que consomem parte da energia aplicada ao corpo sólido, fazendo que ocorra uma propagação estável das fissuras.

Como a MFLE deixa de ter validade, a caracterização da fratura não pode mais ser feita por um parâmetro único.

2.2 PROPRIEDADES DE FRATURA DO CONCRETO

O valor da energia específica de fratura G_{Ic} pode ser facilmente encontrado em tabelas para diferentes materiais, porém para o concreto não existe um consenso sobre qual valor adotar. Isto se deve ao fato de que o concreto é um material composto, com uma grande diferença nas suas propriedades mecânicas e de fratura em função da dosagem de seus componentes e do processo de execução e cura, temperatura, entre outros fatores, conforme descrito anteriormente.

Nesta seção, faz-se uma revisão sobre conclusões de diferentes autores sobre as propriedades de fratura e suas variações para distintos tipos de concreto.

Com relação à tenacidade da argamassa e do concreto, pode-se dizer que:

- a tenacidade da argamassa aumenta com a idade (NAUS e LOTT, 1964; PETERSSON,1980 e SANTOS et al., 1998);

- a tenacidade do concreto aumenta com o diâmetro máximo do agregado, d_{\max} (segundo NAUS e LOTT, 1964; PETERSSON, 1980; STRANGE e BRYANT, 1979 e SANTOS et al., 1998) e diminui com o aumento da relação areia/cimento (NAUS e LOTT, 1964), segundo PETERSSON (1980), também diminui com o aumento da relação água/cimento.

GUINEA et al. (2002) estudaram o efeito da aderência entre a matriz e os agregados no mecanismo de fratura e parâmetros de fratura do concreto. Ensaíram matriz de argamassa sem adições e com sílica ativa, empregando diferentes agregados graúdos, britado e rolado, e fizeram diferentes tratamentos na superfície dos agregados, para variar as condições de aderência, concluindo que:

- a resistência da interface afeta a energia de fratura em diferentes caminhos, dependendo da forma das partículas. Concretos com agregados britados apresentam um valor mais alto de tenacidade, e a interface não tem efeito perceptível, possivelmente devido ao maior travamento da curva de amolecimento, o qual compensa a menor energia consumida na interface fraca. Este efeito não foi observado em concretos com agregados rolados, nos quais houve uma redução da tenacidade, quando a aderência matriz-agregado aumenta;
- os autores também concluíram que a parte inicial da curva de amolecimento parece ser controlada pela matriz.

Estudos de diversos pesquisadores, citados por HILSDORF e BRAMESHUBER (1991), relatam que o comportamento do concreto, submetido a tensões de tração, pode ser determinado de maneira realística levando em consideração as seguintes características:

- resistência à tração uniaxial do concreto, f_t ;
- energia de fratura do concreto, G_F ;
- relações tensão-deformação até a tensão limite;
- relações tensão-abertura de fissura após ter sido atingida a tensão limite.

Propriedades de modo II são muito mais raras de serem encontradas. Entretanto, segundo SCHLANGEN (1993), a energia de fratura do modo II e a tensão máxima de corte devem ser

maiores que a energia de fratura do modo I e tensão máxima normal, devido ao atrito e engrenamento dos agregados.

2.3 ESTUDOS EXPERIMENTAIS PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE FRATURA EM MODO I E MISTO DO CONCRETO

As propriedades de fratura do concreto em modo I puro têm sido caracterizadas por dois ou mais parâmetros. A determinação destes parâmetros, com base nos fundamentos da Mecânica da Fratura, para materiais quase-frágeis, normalmente é realizada através de ensaios de vigas com entalhe central, biapoiadas, com carga concentrada no meio do vão, usualmente denominado ensaio de flexão a três pontos (ver figura 2.5a), de acordo com métodos experimentais especificados pelos comitês RILEM (International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures). Três métodos experimentais são propostos pelos comitês RILEM, a saber: o modelo da fissura fictícia de HILLERBORG et al. (1976), o modelo da banda de fissuração de BAZANT e OH (1983), e o método de dois parâmetros (K_{Ic} , $CTOD_c$) de JENQ e SHAH (1985a).

No modelo da fissura fictícia de HILLERBORG et al. (1976), a zona de processo de fratura é caracterizada por uma curva tensão normal versus abertura de fissura, que é considerada uma propriedade do material. Este método emprega o ensaio de flexão a 3 pontos em vigas de concreto simples com entalhe no meio do vão.

Por outro lado, no modelo de banda de fissuração de BAZANT e OH (1983), as propriedades do material fissurado são determinadas por três parâmetros: energia de fratura, resistência à tração e dimensão da banda de fissuração. A dimensão da banda de fissuração é uma propriedade do material, normalmente considerada em torno de três vezes o diâmetro máximo do agregado.

O método de dois parâmetros (K_{Ic} , $CTOD_c$), proposto por JENQ e SHAH (1985a) para determinar experimentalmente o fator intensidade de tensão na ponta de uma fissura elástica efetiva crítica (K_{Ic}) e o deslocamento da abertura crítica na ponta da fissura ($CTOD_c$), também utiliza o ensaio de flexão a 3 pontos em vigas com entalhe no meio do vão. Baseia-se na resposta elástica e plástica da fratura, em ciclos de carga e descarga. K_{Ic} é calculado usando a

carga máxima do ensaio (ou carga de pico). Já o $CTOD_c$ é calculado a partir do deslocamento máximo entre as faces da fissura, medido na face inferior da viga ($CMOD$), juntamente com a carga máxima e o comprimento da fissura elástica efetiva crítica (ver figura 2.4).

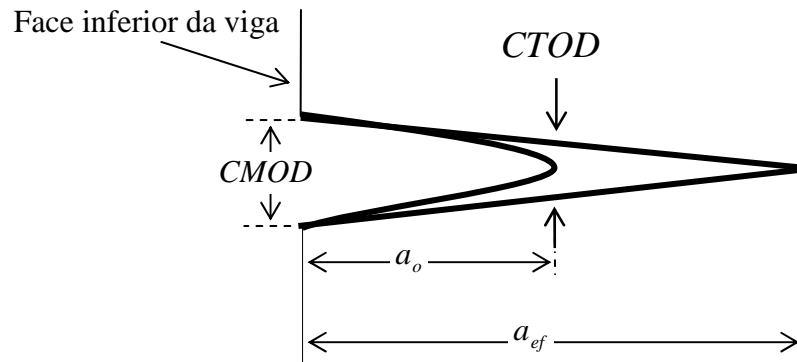


Figura 2.4: relação entre $CTOD$ e $CMOD$.

A abordagem de modo misto de fratura é feita visando determinar a influência da carga de corte no processo de fratura. Dois caminhos diferentes de investigações podem ser relatados. A primeira abordagem (ver estudos com geometrias de vigas ensaiadas a flexão a 4 pontos e vigas com entalhe excêntrico ensaiadas a 3 pontos, entre outros) buscam investigar a propagação da fissura quando a ponta da fissura está submetida a carregamento típico de modo misto. O segundo enfoque visa determinar as propriedades do material e de fratura, nos casos particulares em que o material é submetido a carregamento combinando de tração e corte (estudos de placa de duplo entalhe são exemplos).

Na figura 2.5, representa-se de forma esquemática algumas das diferentes geometrias propostas para estudar modo I e modo misto de fratura. Os ensaios de flexão a 3 pontos em vigas com entalhe excêntrico foram propostos por JENQ e SHAH(1987) e SWARTZ et al. (1988), conforme figuras 2.5d e 2.5e, respectivamente. Tais autores concluíram que as propriedades do modo I podem ser usadas como uma primeira aproximação para as simulações do modo misto de fratura. GARCÍA et al.(2000) também estudaram experimentalmente este tipo de geometria, alguns de seus estudos foram simulados no capítulo 4.

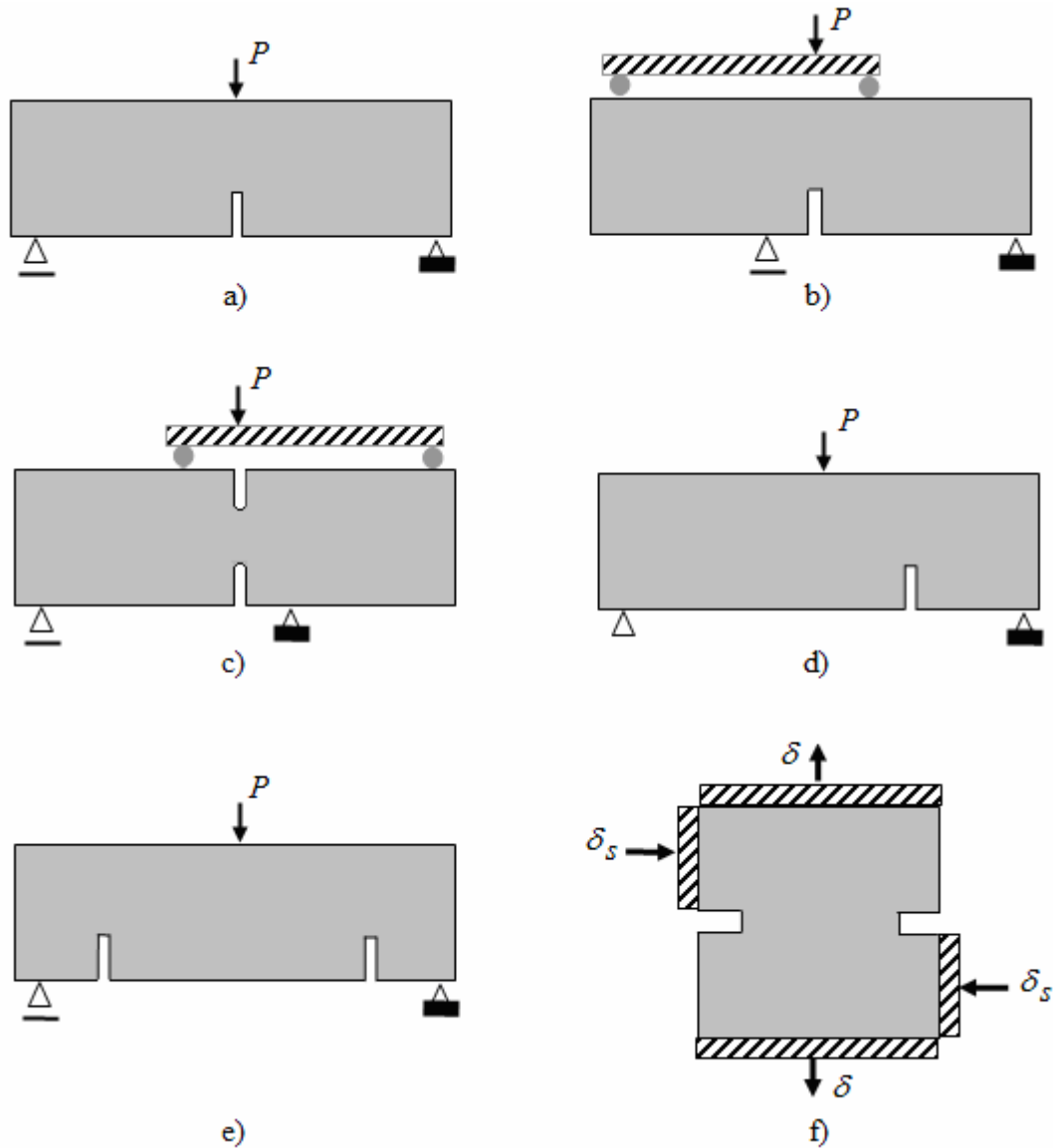


Figura 2.5: geometria para modo I puro em a) flexão a 3 pontos em vigas e para modo misto em b) viga a 4 pontos com 1 entalhe, c) viga a 4 pontos com entalhe duplo, d) viga a 3 pontos com entalhe excêntrico, e) viga a 3 pontos com entalhe duplo excêntrico e f) placa com duplo entalhe.

A geometria de viga com duplo entalhe para ensaio a 4 pontos (ver figura 2.5b) foi proposta inicialmente por IOSIPESCU (1967), para testar corte puro em corpos de prova de metais e juntas soldadas. Neste tipo de geometria as tensões de flexão não são dominantes, pois surgem zonas de altas tensões de corte. No contexto do concreto, o ensaio foi adaptado por ARREA e INGRAFFEA (1982), os quais estudaram as tensões de corte na viga com um entalhe ensaiada a 4 pontos. GÁLVEZ et al. (1998) também propõem este tipo de geometria para estudar o modo misto de fratura. Seus estudos são simulados no presente trabalho.

BAZANT e PFEIFFER (1986) estudaram modo misto de fratura empregando uma viga com duplo entalhe no ensaio a 4 pontos (ver figura 2.5c) e concluíram que a energia de fratura do modo II existe e é 30 vezes maior que a energia de fratura do modo I. BOCCA et al. (1990) trabalharam com o mesmo tipo de geometria, relatando diferentes mecanismos de fratura, conforme tamanho do corpo de prova e diferentes afastamentos da carga em relação aos entalhes.

Por fim, o ensaio com placa de duplo entalhe (ver figura 2.5f) submetida a diferentes formas de carregamentos de tração e corte foi proposta por NOORU-MOHAMED (1992) e HASSANZADEH (1992). Capacidade de carga de corte e diferentes morfologias de fissura são obtidas, variando os carregamentos e tamanhos dos corpos de prova.

2.4 MODELOS DISCRETOS DE FRATURA DO CONCRETO

A fundamentação teórica dos métodos discretos de fratura com interfaces coesivas origina-se dos trabalhos de DUGDALE (1960) e BARRENBLAT (1962), onde é proposta a existência de zonas coesivas e tensões coesivas na ponta da fissura.

Por outro lado, uma das primeiras aplicações discretas de fratura aos elementos finitos foi de NGO e SCORDELIS (1967), embora não tenham feito nenhuma consideração energética, foram os precursores no uso de metodologias discretas para definição de fissuras no concreto. Segundo esses autores os nós dos Elementos Finitos são definidos de forma independente, sendo a compatibilidade garantida por molas lineares.

A ligação das idéias de DUGDALE e BARRENBLAT às de NGO e SCORDELIS teve como uns dos pioneiros o trabalho de NEEDLEMAN (1987), o qual introduziu a chamada metodologia das interfaces coesivas, aplicada aos materiais frágeis e dúcteis.

Posteriormente, ROTS (1988) aplicou as leis coesivas de HILLERBORG et al. (1976) no contexto das interfaces coesivas, aplicando a teoria ao concreto.

Neste meio tempo, outras importantes metodologias discretas foram surgindo, baseadas em trabalhos de INGRAFFEA e co-autores (WAWRZYNEK e INGRAFFEA, 1987 e BITTENCOURT et al., 1996).

Segundo De BORST et al. (2006), enquanto que para fratura dúctil o fator mais importante, para o modelo de superfície coesiva, é a tensão de tração, para fratura quase-frágil, como no caso do concreto, onde micro-fissuras desempenham um papel importante, a relação tensão versus abertura da fissura torna-se mais importante. CHANDRA et al. (2002) também afirmam que a forma da relação tensão-abertura da fissura não pode ser negligenciada no estudo de materiais quase-frágeis. Finalmente, TIJSSEN et al. (2000) relataram que o caminho percorrido pela fissura no concreto é determinado, sobretudo, pelo trecho inicial da curva de amolecimento da lei coesiva. De fato, observa-se a partir de resultados experimentais que uma descida mais íngreme da curva, após o pico, é mais adequada (ver ROTS, 1988).

Portanto, os parâmetros materiais fundamentais no modelo coesivo para o concreto são a energia de fratura, a forma da relação tensão-abertura da fissura e a tensão máxima na zona coesiva. Apesar de ser polêmico dizer que a energia de fratura é uma propriedade material, devido a efeitos de escala, ROTS (1988) argumenta que, em geral, argumentos contra o uso da energia de fratura como uma propriedade material do concreto são exagerados, pois existem relatos de que aumentos de tamanho de até 8 vezes não mudam a energia de fratura mais que 20%.

Um aspecto importante da aplicação de superfícies coesivas ao concreto é a necessidade de uma parte elástica fictícia da lei constitutiva (região do pré-pico). Como todas essas metodologias seguem os princípios de BARREBLAT (1962) e DUGDALE (1960), a parte elástica deve existir. Esta parte deve ser arbitrariamente pequena. Quando se aplicam essas metodologias a materiais frágeis ou dúcteis, a parte elástica é uma propriedade do material (ver NEEDLEMAN, 1987 e XU e NEEDLEMAN, 1994). Já foi demonstrado que as leis propostas por esses autores não são adequadas ao concreto (ver LENS et al., 2006). Mais tarde é mostrado que, se a parte elástica para materiais quase-frágeis é determinada em função do comprimento característico da malha, elimina-se a dependência da malha dos resultados da análise.

Com relação ao estudo da fratura em modo misto, modelos de acoplamento elasto-plásticos com consideração de atrito são propostos por ČERVENKA (1994), GÁLVEZ et al. (1998), GARCÍA et al. (2000) e BASCHE, RHEE, WILLIAM e SHING (2007), entre outros. Estes trabalhos empregam uma Lei de Coulomb Modificada, que constituem casos intermediários aos empregados no presente trabalho e descritos no capítulo seguinte. A decomposição de deslocamentos elásticos e plásticos é proposta em todos estes trabalhos. Exemplos de modelos

de acoplamento sem atrito podem ser encontrados em NEEDLEMAN (1987) e HOGBERG (2006).

3 METODOLOGIA

Neste trabalho emprega-se um modelo de fratura discreta baseado no método das interfaces coesivas. Ao longo deste capítulo, descrevem-se as variáveis cinemáticas do modelo, as leis constitutivas empregadas para as regiões de pré e pós-pico em modo I e modo II puros, os modelos para modo misto, assim como a implementação em Elementos Finitos.

3.1 INTERFACES COESIVAS APLICADAS AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Interfaces coesivas são elementos virtuais de ligação entre as faces dos elementos finitos (EF), representando uma lei constitutiva que simula as forças de coesão na região da ponta da fissura (zona coesiva). Tais interfaces regulam o aparecimento e propagação de fissura através de relações constitutivas entre o deslocamento dos nós das interfaces e a tensão aplicada nos elementos solicitados.

O elemento de interface coesiva pode ser observado na figura 3.1, na qual n e t são as direções normais e tangenciais à interface coesiva.

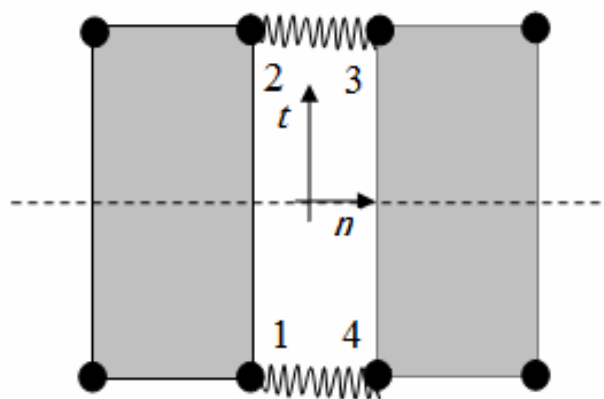


Figura 3.1: desenho esquemático de uma interface coesiva.

O elemento de interface é composto de quatro nós, definidos no sentido horário, sendo que os dois primeiros nós devem pertencer a um mesmo elemento volumétrico. Quando os EF não

estão carregados, há coincidência de coordenadas entre os nós 1 e 4, assim como entre os nós 2 e 3.

Modelos numéricos assim constituídos necessitam de uma discretização especial da malha de elementos finitos para empregar interfaces coesivas, pois cada elemento da malha apresenta seus nós superpostos e independentes, o que possibilita a propagação da fissura ao longo do contorno dos elementos, uma vez que os deslocamentos relativos dos elementos são independentes. A ruptura da interface ocorre quando a energia especificada na lei constitutiva das interfaces coesivas é consumida.

Considerações sobre as leis constitutivas coesivas e como aplicar a metodologia das interfaces coesivas no estudo da fratura do concreto em situações de Modo I puro e Modo Misto (Modo I e Modo II) são feitas na sequência.

3.2 MODO I PURO

Como mencionado anteriormente, para representar o comportamento da fissura é necessário estabelecer relações entre valores de tensões de tração (σ) na e a abertura normal da superfície (w). Sabe-se que, quando as superfícies começam a separar umas das outras, tensões de tração aumentam até atingir um valor máximo (σ_{max}). Depois as tensões diminuem até atingir um valor nulo para propagação da fissura. Para esta abertura, as superfícies são consideradas fraturadas, pois não há mais passagem de tensões de uma face da fissura para a outra face. Este comportamento ocorre em diferentes escalas, a partir da separação atômica dos planos na ponta da fissura, como descrito por ROSE et al. (1981) e para macro-escala da ponta da fissura como descrito por BARENBLATT (1962) e DUGDALE (1960). Dependendo da dimensão da peça ou tipo de material a ser representado pela separação das superfícies, diferentes tensões máximas e abertura máxima devem ser utilizadas. CHANDRA et al. (2002) apresentam uma vasta opção de valores. No caso do concreto, tema deste trabalho, separa-se a lei constitutiva da superfície coesiva em duas partes: pré-pico e pós-pico, as quais são descritas nos itens seguintes para os casos de modo I puro.

3.2.1 Lei Constitutiva Pós-Pico

Três tipos de lei constitutiva pós-pico são apresentadas a seguir: lei linear apresentada por HILLERBORG et al. (1976), lei bi-linear proposta no CEB-FIP (1993) e lei exponencial

proposta por XU (1999). O presente trabalho utiliza tais relações, ilustradas na figura 3.2, para representar a superfície coesiva na região de pós-pico.

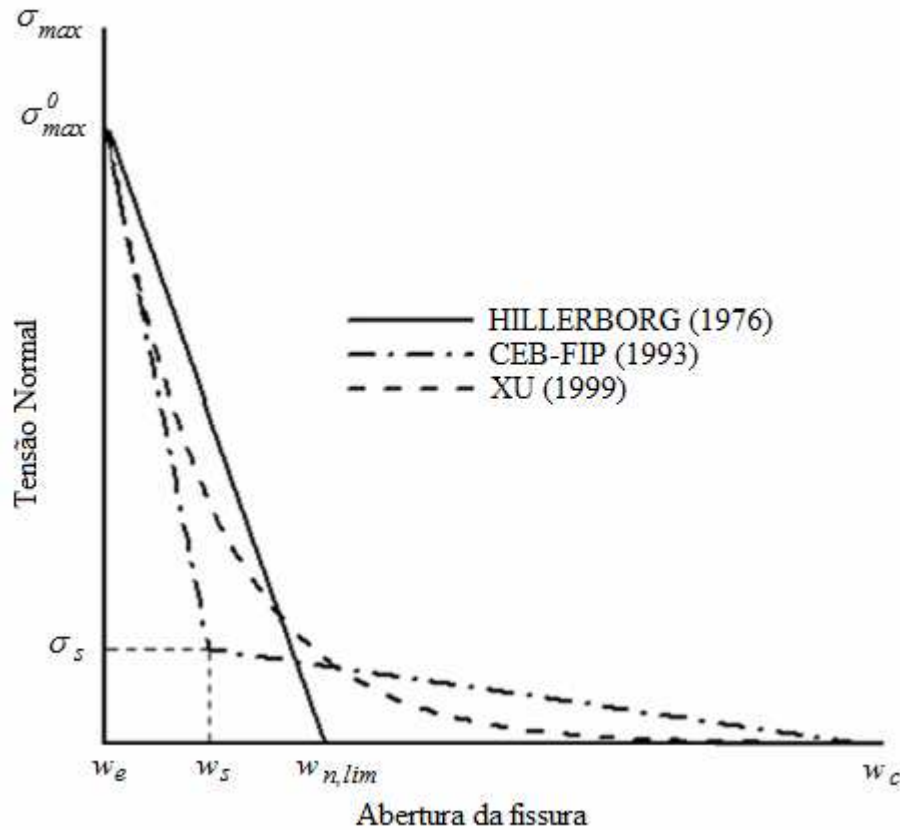


Figura 3.2: Lei Constitutiva Pós-pico da Superfície Coesiva.

A forma do pós-pico da relação tensão-abertura da fissura está relacionada com o desenvolvimento da zona de processo, onde ocorrem fenômenos complexos, descritos no capítulo 2 (item 2.1). A área sob a curva representa a energia específica de fratura do modo I (G_{Ic}) e a máxima tensão (σ_{max}^0) está relacionada com a resistência à tração média do concreto (f_m). É interessante ressaltar que a forma do pós-pico tem uma importante influência sobre os resultados, não só na região de amolecimento, mas também na carga máxima alcançada, como será demonstrado no capítulo 4.

Há indicações práticas de que esta curva é mais íngreme para aberturas pequenas (devido à intensa micro-fissuração), e muito menos acentuada para aberturas maiores (onde ocorre o engrenamento dos agregados, ver ROTS, 1988 e TIJSSSEN et al., 2000). Neste contexto, entre

as curvas estudadas, a lei linear de HILLEBORG et al. (1976) seria a menos indicada para o concreto, pois representa o amolecimento de modo inadequado. Esta questão é novamente discutida no capítulo 4.

A equação para tensão normal de tração (σ_{max}), segundo HILLEBORG et al. (1976), na zona de pós-pico é:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{max}^0}{(w_{n,lim} - w_e)} (w_{n,lim} - w) \Rightarrow (w_e < w \leq w_{n,lim}), \quad (3.1)$$

onde w é a abertura normal, w_e a abertura elástica e $w_{n,lim}$ a abertura final (quando ocorre a ruptura da interface), a qual pode ser calculada como segue:

$$w_{n,lim} = \left(\frac{2G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} + w_e \right). \quad (3.2)$$

No modelo proposto pelo CEB-FIP (1993) esta relação pós-pico do modelo é bi-linear e descrita assim:

$$\sigma_{max} = \frac{0,85\sigma_{max}^0}{(w_s - w_e)} (w_s - w) + (0,15\sigma_{max}^0) \Rightarrow (w_e < w \leq w_s), \quad (3.3)$$

$$\sigma_{max} = \frac{0,15\sigma_{max}^0}{(w_c - w_s)} (w_c - w) \Rightarrow (w_s < w \leq w_c), \quad (3.4)$$

w_s e σ_s são valores intermediários apresentados na figura 3.2, sendo a abertura final denominada w_c . Tais valores são calculados como segue:

$$w_c = \frac{7G_{Ic}}{\sigma_{max}^0}, \quad (3.5)$$

$$\sigma_s = 0,15\sigma_{max}^0 \quad (3.6)$$

$$w_s = \frac{2G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} - 0,15w_c + w_e. \quad (3.7)$$

Finalmente, a expressão exponencial de XU (1999) é representada na Equação (3.8) a seguir:

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^0 \exp\left[-\eta\left(\frac{w-w_e}{w_c}\right)\right] \Rightarrow (w_e < w \leq w_c), \quad (3.8)$$

onde:

$$\eta = \alpha_F [1 - \exp(-\alpha_F)], \quad (3.9)$$

$$\lambda = 10 - \left(\frac{f_{ck}}{20}\right)^{0,7}, \quad (3.10)$$

$$\alpha_F = \lambda - \frac{(d_{max})^{0,9}}{8}, \quad (3.11)$$

e

$$w_c = \alpha_F \frac{G_{Ic}}{\sigma_{max}^0}, \quad (3.12)$$

d_{max} (em mm) é o diâmetro máximo do agregado e f_{ck} (em MPa) a resistência característica à compressão do concreto.

A energia específica de fratura representa, neste contexto, o trabalho normal de separação da superfície coesiva (G_{Ic}), uma vez que os modos de propagação II e III não são considerados. Segundo XU (1999), a energia de fratura está fortemente correlacionada com duas propriedades do concreto, d_{max} e f_{cm} (f_{cm} é a resistência à compressão média do concreto e pode ser determinada fazendo $f_{ck}+8$ MPa, caso não existam ensaios de controle tecnológico do concreto, como ocorre na fase de projeto). Da mesma forma, quando não temos informações experimentais, a energia específica de fratura pode ser avaliada através da equação (3.13) como segue, baseada em XU (1999), sendo G_{Ic} em N/mm, d_{max} em mm e f_{cm} em MPa. Expressão equivalente é proposta no CEB-FIP (1993).

$$G_{Ic} = 0,0204 + 0,0056 \frac{d_{max}^{0,95}}{8} \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,7} \quad (3.13)$$

Com base em estudos anteriores (LENS et al., 2007), o valor de σ_{max}^0 deve estar entre 1 a 3 vezes o valor da resistência à tração média do concreto, f_{tm} . Este valor também foi usado por

CARPINTERI et al. (2003). Segundo estes autores a relação $\sigma_{max}^0 \times f_{im}$ depende do tamanho do corpo de prova ($\sigma_{max}^0 = f_{im}$ para corpos de prova grandes e $\sigma_{max} = 3f_{im}$ para corpos de prova pequenos).

3.2.2 Lei Constitutiva Pré-pico

Nas curvas apresentadas na figura 3.2, a parte de pré-pico (abertura da fissura de zero a w_e) não é representada. Este tramo da curva representa uma parte elástica não dissipativa da superfície de abertura. Segundo ROTS (1988), TJIJSSEN, HANSON e INGRAFFEA (2003), PLANAS et al. (2003), entre outros, a abertura w_e deveria ser um valor pequeno, de forma que a deformação elástica da superfície coesiva seja insignificante, em comparação com a deformação elástica do contínuo. Tal consideração é feita porque, na verdade, esta parte elástica é fictícia, porém deve estar presente para regularizar o campo de tensões na zona coesiva. A abertura elástica w_e também deve ser uma magnitude dependente do tamanho da malha, a fim de evitar o efeito indesejável de tamanho, como ilustrado na figura 3.3.

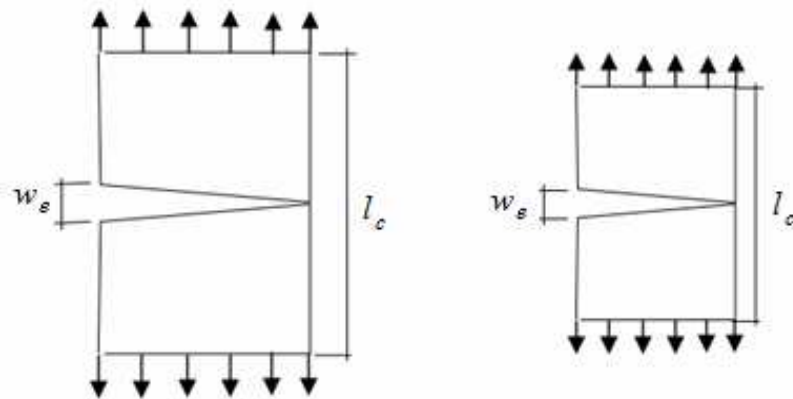


Figura 3.3: variação com tamanho da abertura elástica w_e .

Neste trabalho, propõe-se que,

$$w_e = \frac{\sigma_{max}^0}{\alpha E} l_c \quad (3.14)$$

ou

$$w_e = \frac{\varepsilon_{max}^0 l_c}{\alpha}, \quad (3.15)$$

onde $\varepsilon_{max}^0 = \sigma_{max}^0 / E$ é a deformação elástica do contínuo para carga máxima (em Modo I) e l_c é o comprimento característico, l/α seria um valor pequeno (orientações sobre a faixa de variação de l/α empregada nas simulações numéricas: $0,01 < l/\alpha < 1$, são apresentadas no Apêndice A). Em um contexto de Elementos Finitos, l_c é tido como o comprimento característico dos Elementos Finitos da zona de fratura. Empregar um valor constante de w_e introduz uma dependência de malha indesejável nos resultados, quando a superfície coesiva é usada entre todos os elementos finitos. Num processo de remalhamento sucessivo, ainda com w_e constante e não importando se esse é um valor pequeno, em um determinado momento a soma de todos os w_e será maior que o deslocamento elástico volumétrico (ver figura 3.4c), o que não faz sentido. Outro efeito ainda mais drástico é a indução de um falso comportamento frágil (ver figura 3.4b). O comportamento que apresenta significado físico é o apresentado na figura 3.4a, o qual só é garantido quando associamos o valor de w_e com a deformação elástica e o tamanho da malha, como na equação (3.15).

Segundo CARPINTERI (1989), uma transição de amolecimento normal ou comportamento quase-frágil a endurecimento catastrófico ocorre quando $\varepsilon_{max} l_c$ é maior que w_c . Sendo assim, como no método das superfícies coesivas a parte elástica, ainda que fictícia, deve existir, um cuidado especial com a mesma se faz necessário, para que $\varepsilon_{max} l_c + w_e$ não supere w_c . Esse efeito é apresentado na figura 3.4.

Quando esta transição ocorre devido ao aumento de l_c , ela representa o bem conhecido efeito escala do concreto. Entretanto, se esse efeito é causado por w_e , ele representa apenas um efeito numérico. Este efeito não pode ser confundido com resultados espúrios devido a sensibilidade de malha que ocorrem em abordagens de fratura distribuída, como as descritas em CARPINTERI et al. (2003).

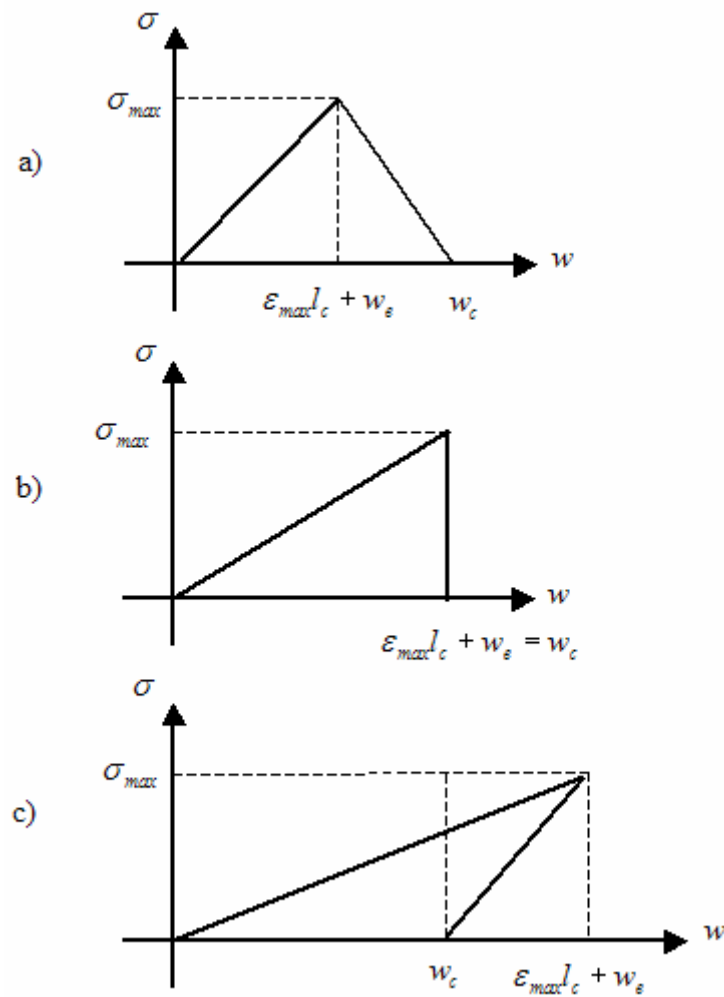


Figura 3.4: comportamento global σ versus w de uma barra no modo I. Transição de comportamento quase-frágil (caso a) para comportamento frágil ou catastrófico (casos b e c), em função da magnitude das deformações elásticas.

3.3 MODO MISTO DE FRATURA

Nesta seção, descrevem-se dois modelos constitutivos para modo misto. O primeiro é acoplado e corresponde ao limite inferior da superfície de fratura, enquanto o segundo é desacoplado e corresponde ao limite superior da mesma superfície.

3.3.1 Considerações preliminares

Curvas de fratura para Modo II puro, tensão tangencial (τ) versus deslizamento (v), podem ser definidas, embora seja muito difícil de serem obtidas experimentalmente (ver BAŽANT e

PFEIFFER, 1986). Informações sobre propriedades de fratura do modo II não estão disponíveis na literatura em geral, exceto em observações indiretas. Acredita-se que a tensão tangencial máxima é maior que a tensão normal máxima ($\tau_{max} > \sigma_{max}$, ver GALVÉZ et al., 2002), assim como, a energia de fratura do modo II é maior que a energia de fratura do modo I ($G_{IIc} > G_{Ic}$, conforme BAŽANT & PFEIFFER (1986) e CARPINTERI et al. (1993)). Na falta de uma opção embasada experimentalmente, adota-se neste trabalho como relações τ x ν as mesmas usadas para a parte normal. A energia específica de fratura do Modo II (G_{IIc}) é, portanto, a área sob as diferentes curvas (ver figura 3.5).

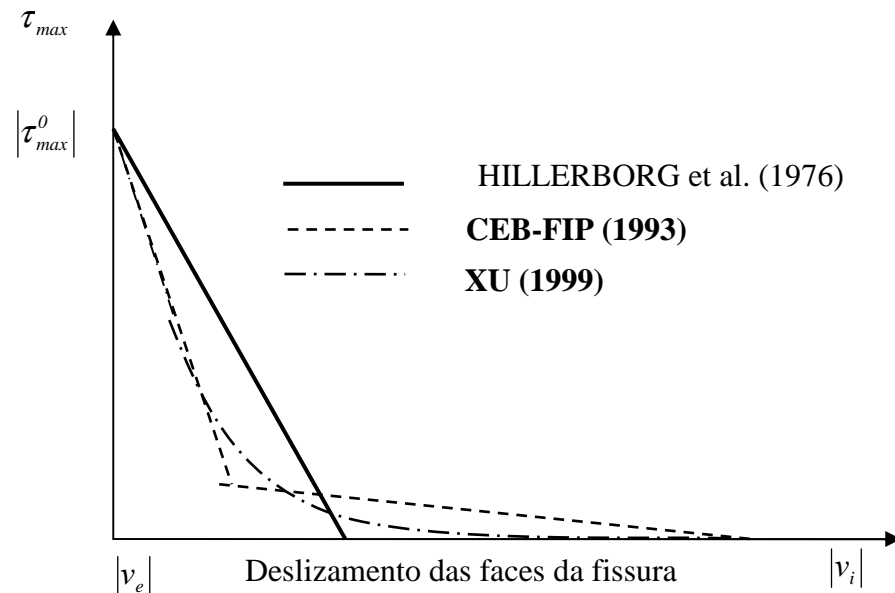


Figura 3.5: comportamento tensão tangencial τ versus deslizamento ν , modo II puro.

A abertura w e o deslizamento ν podem ser divididos em uma parte elástica (w_e, ν_e) e uma parte inelástica (w_i, ν_i), conforme equações 3.16 e 3.17, para abertura e deslizamento, respectivamente.

$$w = w_e + w_i, \quad (3.16)$$

$$\nu = \nu_e + \nu_i. \quad (3.17)$$

Embora a validade da decomposição empregada nas equações 3.16 e 3.17 não tem comprovação física, é empregada em dezenas de trabalhos que consideram modelos de fratura mista (ver CAROL et al., 2001; ČERVENKA, 1994; PLANAS et al., 2003, GÁLVEZ et al., 2002 e BASCHE et al., 2007, entre outros), visando regularizar as tensões coesivas.

Os valores de pico das tensões ocorrem para w_e e v_e . No presente trabalho, w_e é obtida da equação 3.15. De forma semelhante, é proposta a seguinte expressão para calcular v_e ,

$$v_e = \frac{\tau_{max}^0}{\alpha\mu} l_c. \quad (3.18)$$

onde μ é o Módulo de Elasticidade Transversal e α o mesmo parâmetro empregado para o modo I.

A queda das tensões normais e tangencial após o pico (ver figuras 3.2 e 3.5), na presença de modo misto, pode ser uma combinação da abertura normal e tangencial (Modelo Acoplado), ou tais aberturas podem ser consideradas como independentes (Modelo Desacoplado).

3.3.2 Modelo Acoplado – Limite Inferior

Nesta seção, define-se um modelo acoplado para tratar casos de modo misto de fratura (modo I e modo II conjuntamente), cujo acoplamento é baseado na lei de Coulomb com aderência, onde a aderência inicial, σ_{max}^0 é a tensão normal máxima inicial. A superfície de ruptura tem a forma apresentada na figura 3.6. Quando a peça fissura, a superfície de fratura se move em direção à esquerda. Considerando a ruptura total, a lei de Coulomb original é recuperada, o que significa que a resistência ao cisalhamento só é possível sob compressão. O ângulo de atrito permite determinar τ_{max} , uma vez que σ_{max} é conhecido.

A superfície de ruptura, apresentada na figura 3.6, pode ser considerada uma superfície de escoamento, construindo uma analogia com plasticidade. De acordo com o Postulado da Convexidade de Drucker, a superfície de Coulomb pode também ser considerada um limite inferior do campo das tensões.

A superfície F , para o presente estudo, é definida na equação 3.19 da seguinte forma:

$$F = |\tau| + (\sigma - \sigma_{max}) \tan \phi = 0, \quad (3.19)$$

onde σ_{max} inicialmente é igual a σ_{max}^0 . A atualização do valor de σ_{max} é feita através de relações de amolecimento apresentadas na figura 3.2, porém empregando uma abertura efetiva ou deslocamento inelástico efetivo (u_i^{ef}) em vez de w_i . O valor de u_i^{ef} é definido na equação 3.20, como segue:

$$u_i^{ef} = \sqrt{w^2 + \beta v^2} \quad (3.20)$$

onde β é um fator de acoplamento entre a abertura normal e tangencial, podendo variar de 0 a 1.

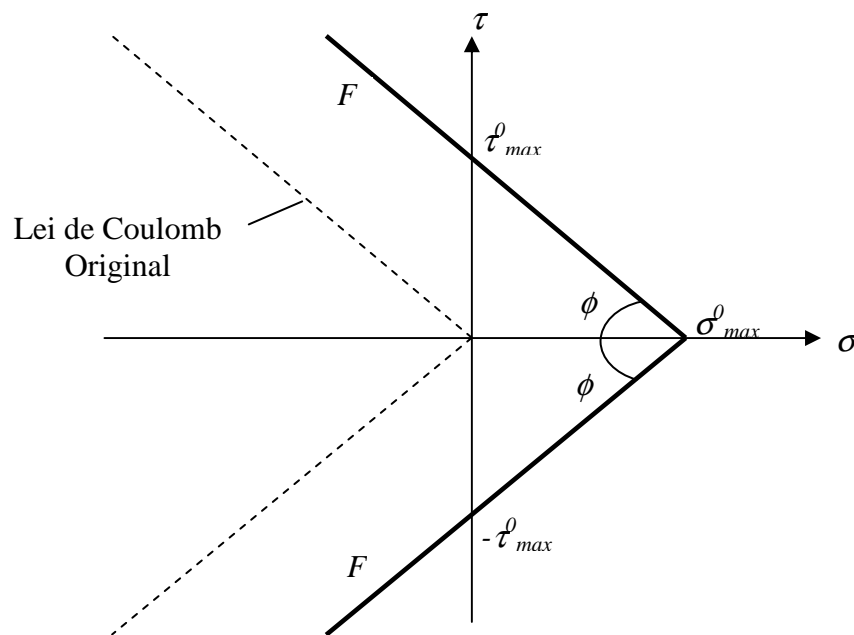


Figura 3.6: superfície de ruptura para modelo acoplado (Modelo de Coulomb com Aderência Modificado).

Este modelo de acoplamento é relativamente simples, pois necessita de apenas dois parâmetros (ângulo de atrito ϕ e fator de acoplamento β). O emprego de Coulomb como lei constitutiva coesiva não é uma novidade (ver CAMACHO e ORTIZ, 1996), mas esses autores empregaram a teoria num contexto diferente do presente trabalho.

Observando a equação 3.19, sabe-se que nos casos onde $F < 0$ as tensões são elásticas, quando $F = 0$ começa a fissuração ou dano e para $F > 0$ ocorre o retorno das tensões para a superfície. Emprega-se um algoritmo tipo preditor-elástico/corretor-plástico para integração das tensões. O preditor elástico é definido a seguir na equação 3.21,

$$\begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

onde K_n e K_t são as rigidezes elástica normal e tangencial da superfície coesiva, respectivamente. Seus valores são definidos nas equações 3.22 e 3.23, com base nas equações 3.15 e 3.18, como segue:

$$K_n = E \frac{\alpha}{l_c} \quad (3.22)$$

$$K_t = \mu \frac{\alpha}{l_c} \quad (3.23)$$

Incrementalmente, v e w são divididos em partes elástica e plástica, como apresentado na equação 3.24,

$$\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_e \\ \dot{v}_e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix}, \quad (3.24)$$

onde o ponto sobre as variáveis representa taxas de variação no tempo.

O corretor plástico é expresso de acordo com a equação 3.25:

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_n \\ K_t \end{Bmatrix} \int_{\Delta t} \begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} dt, \quad (3.25)$$

onde t é o tempo e Δt é o passo de tempo usado na integração.

Neste trabalho, considera-se plasticidade não associada, por consequência os deslocamentos inelásticos não são normais à superfície de fratura F . Tais deslocamentos são normais a um

potencial plástico F^* . Os deslocamentos inelásticos são calculados pela equação 3.26, como segue:

$$\begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix}, \quad (3.26)$$

onde: λ é o módulo da taxa de deslocamentos inelásticos; $\partial F^* / \partial \tau$ e $\partial F^* / \partial \sigma$ definem as direções.

A superfície F^* pode ser observada na figura 3.7, comparada com F e dividida em duas partes: uma de compressão e outra de tração.

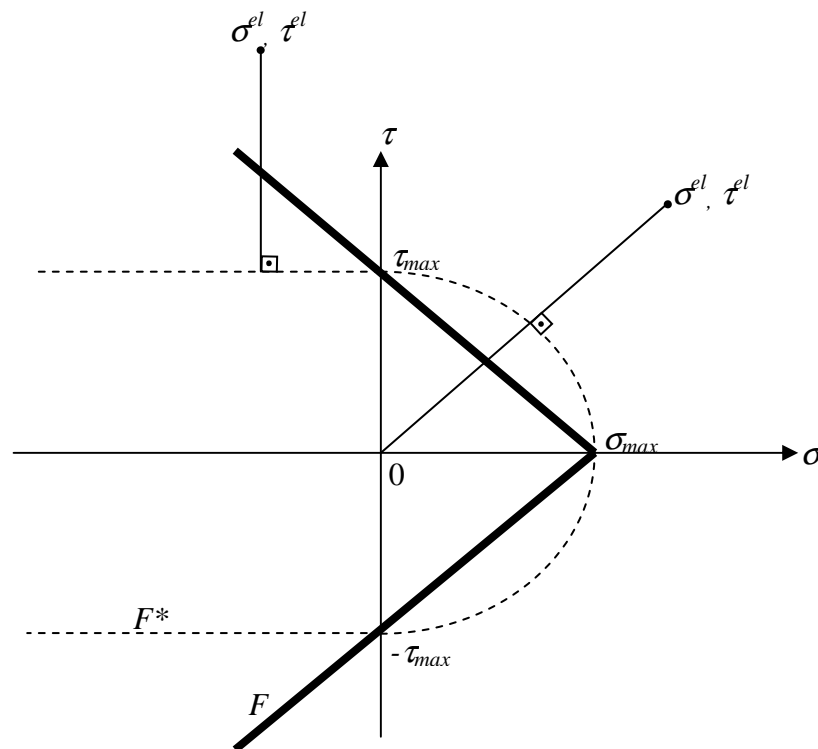


Figura 3.7: superfície de ruptura para modelo acoplado (F), potencial plástico (F^*) e direções dos deslocamentos inelásticos.

Em compressão, consideram-se somente deslizamentos inelásticos ($w_i=0$), em tração, deslocamentos inelásticos podem ocorrer na direção da origem do espaço de tensões. Outros trabalhos que usam leis coesivas similares (ver CAROL et al., 2001 e ČERVENKA, 1994) também optam por um potencial plástico como definido na figura 3.7.

Durante o processo de integração a direção dos deslocamentos inelásticos é considerada constante, e as tensões finais são calculadas pela expressão 3.27.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_n \\ K_t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix} \Lambda, \quad (3.27)$$

e

$$\Lambda = \int_{\Delta t} \dot{\lambda} dt, \quad (3.28)$$

onde Λ é o tempo de integração de $\dot{\lambda}$ em Δt . O valor de Λ pode ser obtido substituindo a equação 3.27 na equação 3.20.

Os deslocamentos inelásticos são calculados pela equação 3.29, como segue:

$$\begin{Bmatrix} w_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix} \Lambda, \quad (3.29)$$

É importante ressaltar que a energia específica de fratura do modo II (G_{IIc}) não entra diretamente na formulação, mas é obtida indiretamente em função do parâmetro β e do ângulo de atrito ϕ , pois $\phi = \arctan \tau_{max} / \sigma_{max}$. Neste caso, se $\beta = 1$ e $\tan \phi = 1 \rightarrow G_{Ic} = G_{IIc}$, mas se $\beta = 0 \rightarrow G_{IIc} = \infty$.

3.3.3 Modelo Desacoplado – Limite Superior

Outra forma de tratar fratura em modo misto é considerando um modelo desacoplado, para o qual tensões e aberturas normais atuam independentes das tensões e deslocamentos tangenciais e vice-versa.

O modelo desacoplado proposto é um limite superior ao campo de tensões, combinando os critérios de Rankine e Guest-Tresca. Como consequência nenhuma combinação de tensões excede as tensões máximas σ_{max} e τ_{max} , este caso é ilustrado na figura 3.8.

Este modelo é totalmente desacoplado, logo a tensão máxima normal (σ_{max}) é função apenas da abertura normal (w_i), conforme figura 3.2. Da mesma forma, a tensão tangencial máxima (τ_{max}) é função unicamente do deslizamento tangencial (v_i), conforme figura 3.5. Emprega-se plasticidade associada neste caso, portanto quando $F > 0$ as tensões retornam normalmente à superfície de fratura. Observa-se que, se o retorno é sobre a superfície de Rankine ocorre somente abertura inelástica w_i . Se o retorno é sobre a superfície de Guest-Tresca ocorre apenas deslizamentos inelásticos v_i . As tensões são diretamente obtidas pelas equações 3.1, 3.3 e 3.8, dependendo da lei de amolecimento adotada. As tensões de corte são obtidas pelas mesmas expressões, apenas substituindo σ por τ e w por v . Próximo do canto usa-se o critério de Koiter, fazendo o retorno das tensões para o canto (ver figura 3.8).

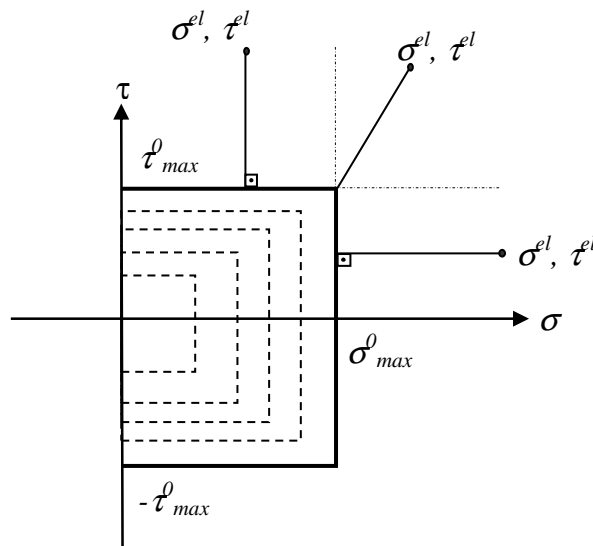


Figura 3.8: Modelo Desacoplado (as linhas verticais correspondem a superfície de Rankine e as horizontais corresponde a superfície de Guest-Tresca).

3.4 IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

O comportamento de fratura é aqui analisado usando o Método dos Elementos Finitos, juntamente com elementos coesivos entre as faces de todos os Elementos Finitos, não havendo pré-definição do caminho de propagação da fissura.

As tensões coesivas σ e τ surgem como resultado da abertura de acordo com a descrição dada no item 3.3. Tais tensões podem ser consideradas corrotacionais, por serem relações objetivas em rotações, uma vez que estão integradas no sistema local (n, t) .

Neste trabalho o concreto é considerado um material elástico que obedece a lei de Hooke. Pode ocorrer fratura somente pela separação de interfaces tensionadas. Fratura, em região comprimida, não é considerado. A taxa de tensões objetiva de Jaumann $[\overset{\nabla}{\sigma}]$ está relacionada com a equação constitutiva da seguinte forma:

$$[\overset{\nabla}{\sigma}] = [\Psi][D^e] \quad (3.32)$$

onde $[\Psi]$ é o tensor de Hooke e $[D^e]$ a taxa de deformação. O uso do tensor taxa de Jaumann na Equação (3.32), juntamente com as tensões coesivas corrotacionais (equações 3.30 e 3.31) permite a utilização da formulação de grandes deslocamentos. O Princípio dos Trabalhos Virtuais, incluindo tensões coesivas e desconsiderando forças de corpo, pode ser escrito como:

$$\int [\sigma] : \left[\frac{\partial \delta U}{\partial X} \right] dV - \int_{\Gamma_f} \{F\} \{\delta U\} dS + \int_{\Gamma_f} \{T\} \{\delta \Delta\} dS = 0 \quad (3.33)$$

São usados elementos finitos triangulares. A Equação (3.33) é integrada em cada Elemento Finito, no volume Ω usando um ponto de Gauss, onde $\{U\}$ são os deslocamentos nodais; $\{F\}$ são as forças prescritas no contorno Γ_f . Tensões $\{T\}$ se obtém da rotação de σ e τ para os eixos cartesianos globais e são calculadas em todas as faces dos Elementos Finitos usando quatro pontos de Gauss. A integração é feita sobre a superfície coesiva Γ_c . Um esquema implícito de Newton-Raphson é usado para resolver as equações de equilíbrio do sistema.

4 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo apresentam-se os estudos numéricos do presente trabalho, comparando os resultados obtidos com dados experimentais apresentados na literatura técnica. Foram analisados três grupos de estudos: exemplos do Modo I (com destaque para o estudo das condições de pré-pico, propriedades de fratura e efeito de tamanho), exemplos do Modo Misto (ênfase especial para as propriedades de fratura do modo II e aplicabilidade dos modelos limites formulados no capítulo 3) e por fim um exemplo considerando aleatoriedade das propriedades do material.

4.1 PROPAGAÇÃO EM MODO I PURO

O ensaio de flexão de viga a 3 pontos é clássico para estudar o comportamento de fratura em Modo I puro, e nesta seção apresenta-se este caso empregando a presente metodologia. O tamanho da viga e as condições de contorno são definidos na figura 4.1, onde o comprimento da fissura inicial é representado pela variável a . A abertura inicial da fissura empregada é 1 mm, enquanto a largura da viga é de 38 mm. As propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 4.1. Considera-se estado plano de deformações e elementos finitos triangulares de tensão constante.

Tabela 4.1: propriedades do concreto e da superfície coesiva em estudo.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E= 23340$ MPa
Resistência característica à compressão do concreto	$f_{ck}= 25,2$ MPa
Tensão de tração máxima na ponta da fissura	$\sigma_{max}^0 = 1,8$ MPa
Energia específica de fratura do Modo I	$G_{Ic}= 100$ N/m
Coefficiente de Poisson	$\nu=0,20$
Parâmetro Alfa	$\alpha=3$

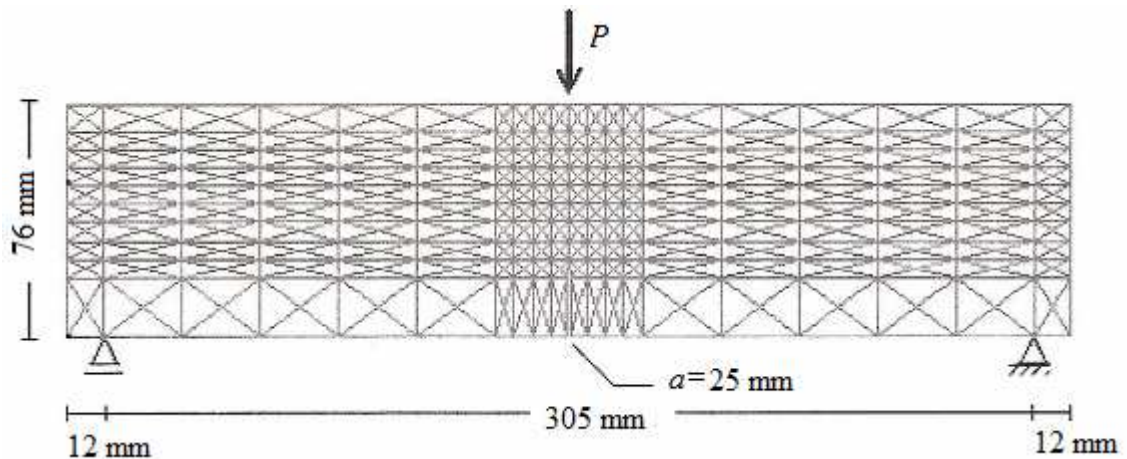


Figura 4.1: geometria, condições de contorno e malha de Elementos Finitos empregada.

O efeito da malha de elementos finitos, a aplicação da presente metodologia a diferentes tamanhos de corpo de prova, assim como o efeito do tipo de lei constitutiva pós-pico serão discutidos na sequência.

4.1.1 Efeito da Malha de Elemento Finitos

Primeiramente efeitos da malha de elementos finitos foram analisados para a viga apresentada na figura 4.1. Com esse intuito, três malhas de Elementos Finitos foram propostas e estão apresentadas na figura 4.2: uma grosseira, outra média e uma mais refinada, visando estudar o efeito da malha de Elementos Finitos nos resultados.

Na figura 4.3 são apresentados os resultados de carga versus abertura da fissura e carga versus deslocamento, considerando a abertura elástica w_e (ver equação 3.15) constante para todas as malhas. O comprimento característico da malha l_c foi considerado fixo e igual a 12 mm, enquanto que α foi considerado 3 em todas as análises. Pode-se observar uma importante dependência dos resultados em relação à malha, sendo que, para uma malha grosseira, o concreto não fissurado é muito mais rígido do que para uma malha mais fina. A flexibilização com o aumento do número de Elementos Finitos ocorre devido ao aumento do número de interfaces coesivas. Também pode ser observado que o exemplo com a malha mais refinada tem comportamento mais frágil do que o exemplo com uma malha mais grosseira, devido ao

fenômeno apresentado no item 3.2.2 e ilustrado na figura 3.3 (carga de pico ocorre num deslocamento ou abertura maior).

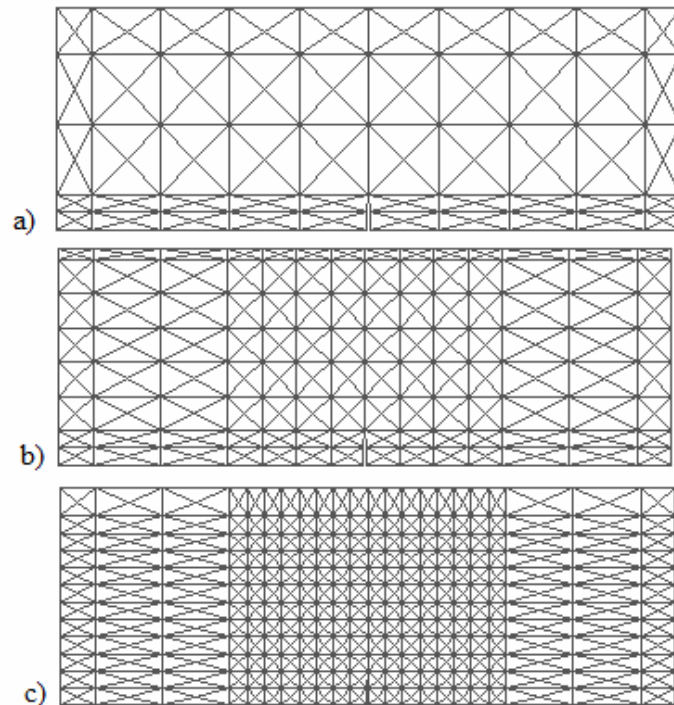


Figura 4.2: malha de Elementos Finitos: a) grosseira; b) média e c) fina.

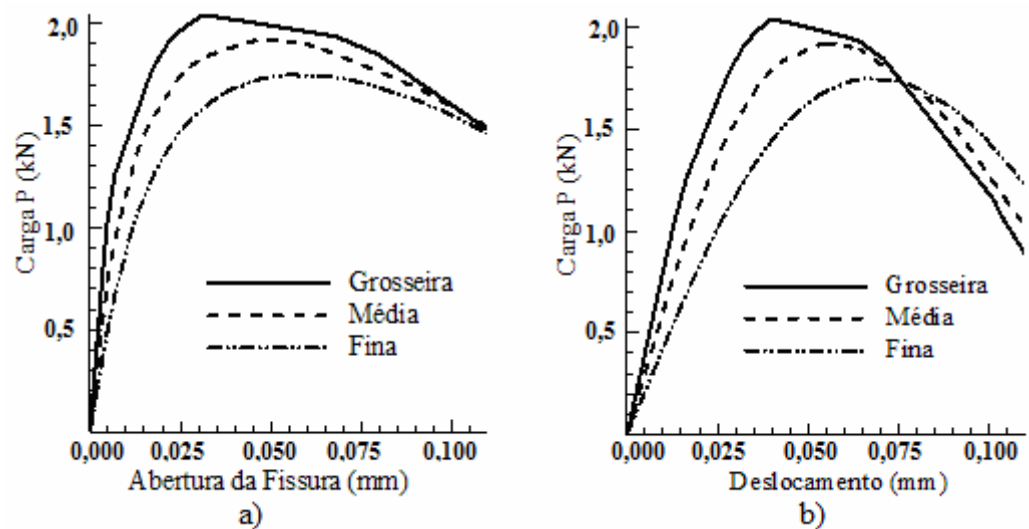


Figura 4.3: a) carga x abertura de fissura e b) carga x deslocamento, considerando w_e constante e diferentes tamanhos de malha.

Na figura 4.4, pode-se observar os resultados das simulações considerando que l_c varia em função do comprimento característico da malha, variando o valor de w_e calculado através da equação 3.15. Observa-se que os efeitos de malha praticamente desaparecem. Comparando os resultados apresentados nas figuras 4.3 e 4.4, fica evidente a importância de considerar-se a rigidez da parte elástica das interfaces coesivas como uma função do comprimento característico dos elementos finitos. Deve-se salientar que o efeito da malha acontece somente quando existem interfaces coesivas entre todos os elementos finitos. O efeito de malha não aparece quando o caminho da fissura é previamente conhecido (neste caso, interfaces são colocadas apenas no caminho de propagação).

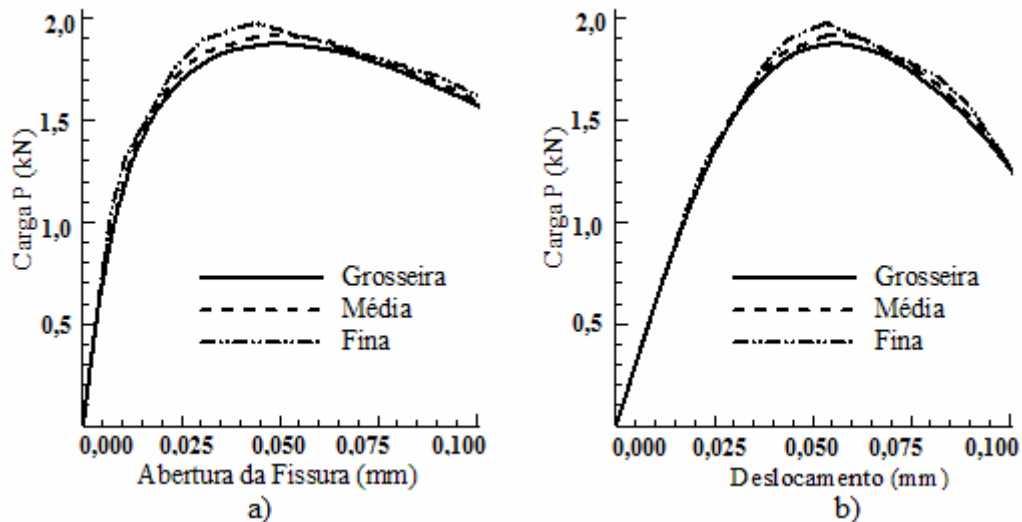


Figura 4.4: a) carga x abertura de fissura e b) carga x deslocamento, considerando w_e conforme equação 3.15 e malhas diferentes.

4.1.2 Efeito escala em vigas submetidas à flexão ensaiadas a 3 pontos

Consideram-se dois casos de flexão de vigas a 3 pontos, com diferentes tamanhos da viga, visando verificar se a metodologia é capaz de modelar as variações devido ao tamanho do corpo de prova. A viga representada de forma esquemática na figura 4.5 representa as variáveis da geometria da viga, as dimensões estudadas são apresentadas na tabela 4.2.

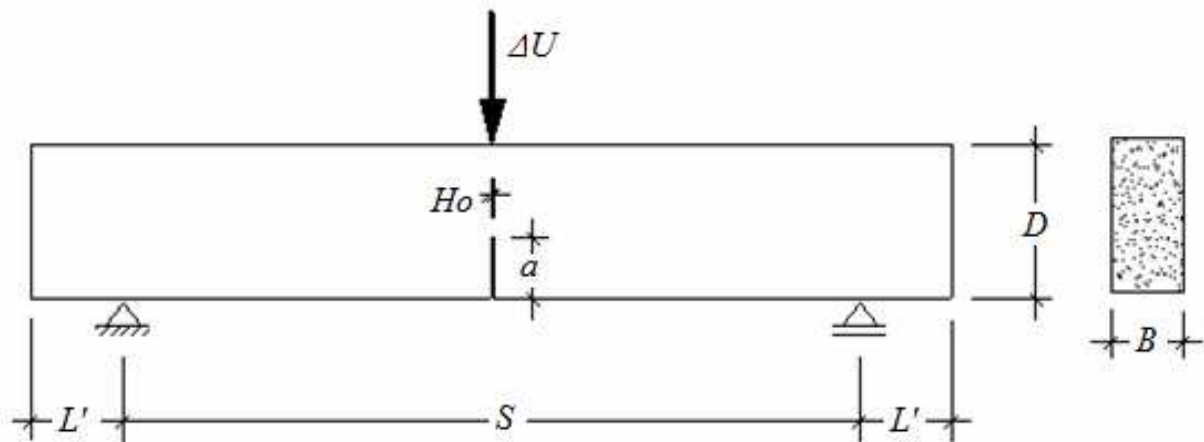


Figura 4.5: geometria e condições de contorno.

Tabela 4.2: geometrias para o caso 1 estudado.

CORPO DE PROVA	S (mm)	D (mm)	B (mm)	L' (mm)	A (mm)	a/D	H_o (mm)
<i>SH1</i>	95	38	38	6	6	0,1667	3
<i>SH2</i>	190	76	38	12	12	0,1667	3
<i>SH3</i>	380	152	38	25	25	0,1667	3
<i>SH4</i>	760	304	38	50	50	0,1667	3

As propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 4.3. Os resultados, apresentados na tabela 4.4, em geral apresentam um bom ajuste com os resultados experimentais de carga máxima média apresentados por SHAH et al. (1995).

Na seqüência, um segundo caso é analisado e comparado com resultados experimentais apresentados por JENQ e SHAH (1985b). Apresentam-se na tabela 4.5 as geometrias das vigas analisadas (ver figura 4.6).

Tabela 4.3: propriedades do concreto e da superfície coesiva em estudo o efeito escala.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E= 27600 \text{ MPa}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm}= 2,9 \text{ MPa}$
Tensão de tração máxima na zona coesiva	$\sigma_{max}^0 = 8,7 \text{ MPa}$
Energia de fratura do Modo I	$G_{Ic}= 66,27 \text{ N/m}$
Coefficiente de Poisson	$\nu=0,20$
Comprimento característico da malha	$l_c= 6 \text{ mm}$
Parâmetro Alfa	$\alpha=1$

Tabela 4.4: comparação entre os resultados experimentais de carga máxima (SHAH et al.,1995) e a presente teoria.

CORPO DE PROVA	D (mm)	Resultados de Carga Máxima P (kN) experimentais de SHAH et al. (1995)				Presente Estudo	
		Viga 1	Viga 2	Viga 3	Média	Carga P (kN)	Diferença Relativa à Média (%)
SH1	38	1,80	1,81	1,85	1,82	1,81	-0,55
SH2	76	3,01	3,14	3,16	3,103	3,65	+17,63
SH3	152	4,40	4,63	4,88	4,637	4,97	+7,18
SH4	304	7,73	7,74	7,89	7,787	7,80	+0,17

Tabela 4.5: dados geométricos para o caso 2 estudado.

CORPO DE PROVA	S (mm)	D (mm)	B (mm)	L' (mm)	a (mm)	a/D	Ho (mm)
JS1	305	76	29	12	25	0,333	1
JS2	610	152	57	25	50	0,333	1
JS3	914	229	86	38	76	0,333	1

As propriedades do concreto e da superfície coesiva, para as três vigas analisadas, são apresentadas na tabela 4.6.

Tabela 4.6: propriedades do concreto e da superfície coesiva, para o caso 2 estudado.

CORPO DE PROVA	f_{ck} (MPa)	E (MPa)	G_{Ic} (N/m)	σ_{max} (MPa)	l_c (mm)	α
<i>JS1</i>	25,2	21930	100	3,4259	6	8
<i>JS2</i>	25,2	23340	100	3,4259	6	8
<i>JS3</i>	25,2	34920	100	3,4259	6	8

Nas figuras 4.6a, 4.6b e 4.6c, apresentam-se as curvas completas carga versus abertura de fissura para diferentes leis coesivas, juntamente com as curvas experimentais, para leis coesivas baseadas em HILLERBORG et al. (1976), CEB-FIP (1993) e XU (1999), o sub-índice indica o modelo de lei coesiva empregado (*H* para HILLERBORG et al., *C* para CEB-FIP e *E* para lei exponencial de XU). Observando estas figuras, algumas conclusões importantes podem ser registradas. Inicialmente, observa-se que o efeito escala é capturado. Nota-se que a inclinação do trecho inicial da curva carga x abertura de fissura não é a mesma, variando conforme o tamanho do corpo de prova, e perfeitamente coerente com resultados experimentais. Para vigas maiores, a taxa de queda da carga máxima é maior do que em vigas menores, indicando uma tendência de comportamento frágil quando o tamanho do corpo de prova é aumentado. Por outro lado corpos de prova menores apresentam uma tendência a um comportamento mais dúctil.

4.1.3 Efeito da Lei Constitutiva Pós-pico

A lei constitutiva que representa a parte pós-pico da superfície coesiva tem efeito importante, não somente no comportamento pós-pico da curva carga versus abertura de fissura, mas também no próprio valor da carga de pico. Em todos os tamanhos de corpos de prova analisados, ao empregar a lei de pós-pico baseada em HILLERBORG et al. (1976) a estrutura

apresenta um comportamento mais frágil, atingindo carga de pico maior e na seqüência uma queda mais brusca. Esse comportamento pode ser observado na figura 4.7.

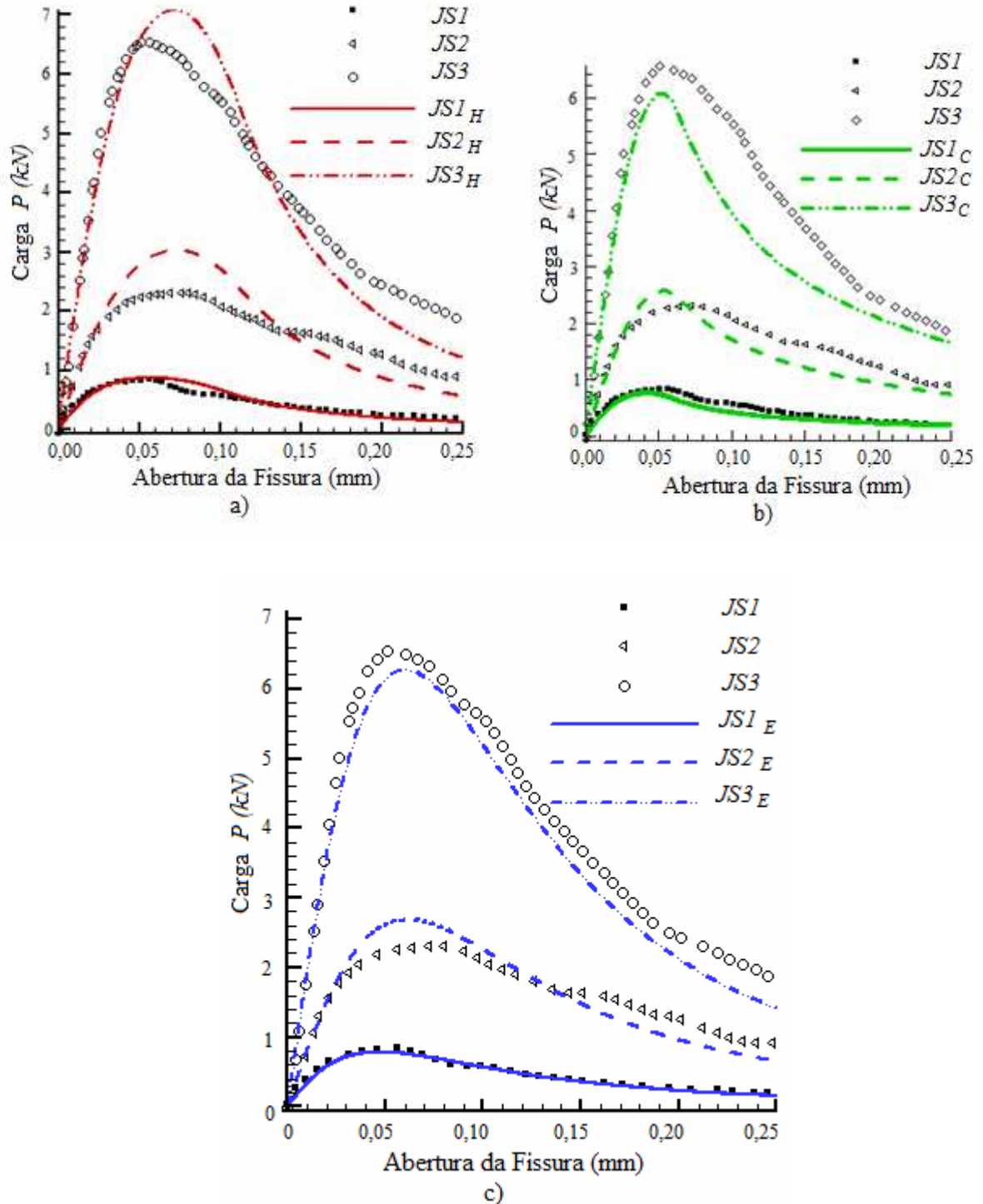


Figura 4.6: carga x abertura de fissura, com diferentes leis constitutivas, comparando com JENQ e SHAH (1995b), sendo a) HILLERBORG et al. (1976), b) CEB-FIP (1993) e c) XU (1999).

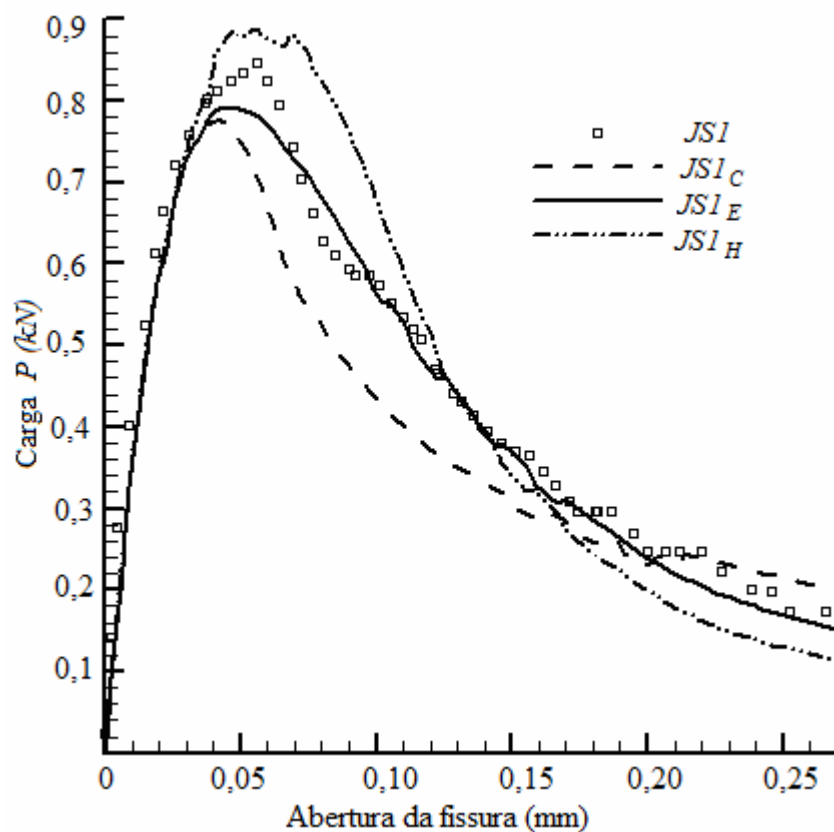


Figura 4.7: comportamento pós-pico, para diferentes leis coesivas (caso *JSI*, conforme tabelas 4.5 e 4.6).

O comportamento mais frágil introduzido pela lei coesiva baseada em HILLERBORG et al. (1976), quando comparado com resultados experimentais, está associado à ausência de energia de fratura para aberturas maiores, onde ocorrem fenômenos relacionados ao engrenamento dos agregados. Os modelos baseados no CEB-FIP (1993) e XU (1999) são mais dúcteis, apresentam uma região de amolecimento mais coerente com o comportamento experimental do concreto, especialmente para aberturas maiores. Em geral, a lei constitutiva exponencial baseada em XU (1999) ajusta-se melhor aos resultados experimentais.

4.2 PROPAGAÇÃO EM MODO MISTO

Para testar a formulação em propagação de modo misto, quatro tipos de corpos de prova serão analisados: corte em viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos (apresentado por GÁLVEZ et al, 1998), corte em viga com duplo entalhe ensaiadas a 4 pontos (analisado experimentalmente por BOCCA et al, 1990a e 1990b), corte em viga com entalhe excêntrico ensaiada a 3 pontos

e uma placa solicitada ao cisalhamento (modo II) e a tração (modo I), simultaneamente, apresentada por MOHAMED (1992) em sua tese.

4.2.1 Modo Misto em viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos

Inicialmente, uma viga com um entalhe ensaiada a 4 pontos é usada com o objetivo de validar a presente metodologia no estudo de modo misto em estruturas de concreto. Dados experimentais foram apresentados por GÁLVEZ et al. (1998), assim como uma análise numérica em GÁLVEZ et al. (2002), ambos os estudos são empregados para comparar os resultados encontrados. De forma genérica, a geometria e as condições de contorno da viga são representadas na figura 4.8. As dimensões específicas de cada corpo de prova encontram-se na tabela 4.7. A espessura das vigas é de 50 mm, e a abertura inicial do entalhe é de 2 mm. Duas diferentes condições de contorno são consideradas: no caso *CI* não existe apoio no ponto A (ver figura 4.8) e no caso *C2* existe um apoio simples.

As propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 4.8. Os parâmetros que caracterizam a superfície coesiva com relação ao modo misto de fratura, β e $\tan \phi$, são variados ao longo das análises realizadas. Observam-se algumas exceções nas dimensões dos corpos de prova, por exemplo, no tamanho *D1* para o caso *C2*, o comprimento da fissura inicial é de $0,6D$ e não $0,5D$ como no caso 1, assim como o valor de β_I nos estudos *D3*, para o caso *CI* ($\beta_I=1$) e para o caso *C2* ($\beta_I=0,89$). Nas simulações, considera-se estado plano de deformações e elementos finitos triangulares de tensões constantes.

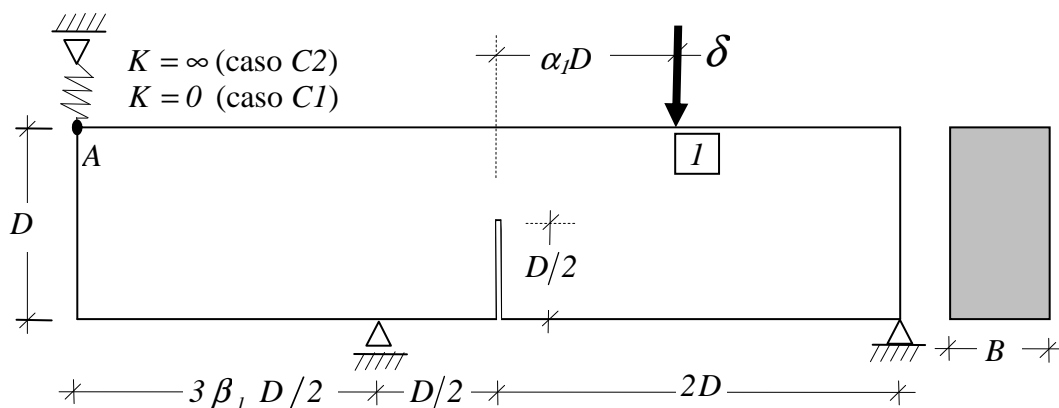


Figura 4.8: geometria e condições de contorno para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.

Tabela 4.7: geometrias analisadas para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.

CORPO DE PROVA	D (mm)	L (mm)	α_l	β_l	αD (mm)	$D/2$ (mm)	B (mm)
$D1$ (C1 e C2)	75	300	1,133	1	85	37,5	50
$D2$ (C1 e C2)	150	600	1	1	150	75	50
$D3$ (C1)	300	1200	1	1	300	150	50
$D3$ (C2)	300	1150	1	0,89	300	150	50

Conforme tabela 4.7, três tamanhos de corpos de prova foram analisados ($D1 \rightarrow$ tamanho pequeno; $D2 \rightarrow$ tamanho médio e $D3 \rightarrow$ tamanho grande), para os quais, dois conjuntos de estudos foram feitos, a saber:

- Caso $C1$ – estudo que não considera apoio no ponto A (rigidez zero, ver figura 4.8);
- Caso $C2$ – estudo que considera apoio simples no ponto A (rigidez infinita, ver figura 4.8).

O caso $C1$, para o corpo de prova $D2$ da viga com um entalhe, é analisado inicialmente. A malha de elementos finitos empregada é apresentada na figura 4.9, como segue.

Tabela 4.8: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E = 38000 \text{ MPa}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm} = 3 \text{ MPa}$
Tensão de tração máxima na zona coesiva	$\sigma_{max}^0 = 3,7 \text{ MPa}$
Energia específica de fratura do Modo I	$G_{Ic} = 69 \text{ N/m}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,20$
Parâmetro alfa	$\alpha = 1$

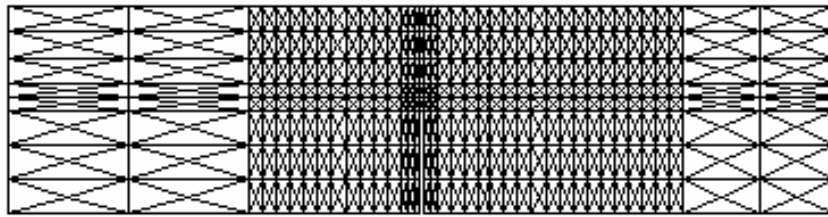


Figura 4.9: malha de Elementos Finitos para viga com 1 entalhe, caso C1 - tamanho D2.

No modelo numérico são utilizados $\sigma_{max}^0 = 3,7MPa$ e $\alpha = 1$. Apenas a lei de amolecimento apresentada por HILLERBORG et al. (1976) é considerada neste exemplo. O Modelo Acoplado (limite inferior) é considerado em primeiro lugar. Os parâmetros do modo II foram alterados em amplo espectro, mas basicamente não afetaram os resultados. Na figura 4.10, pode-se observar os padrões de fissuras obtidos experimental e numericamente (Fig. 4.10a e 4.10b, respectivamente, para $\tan \phi = 1,4$ e $\beta = 1$).

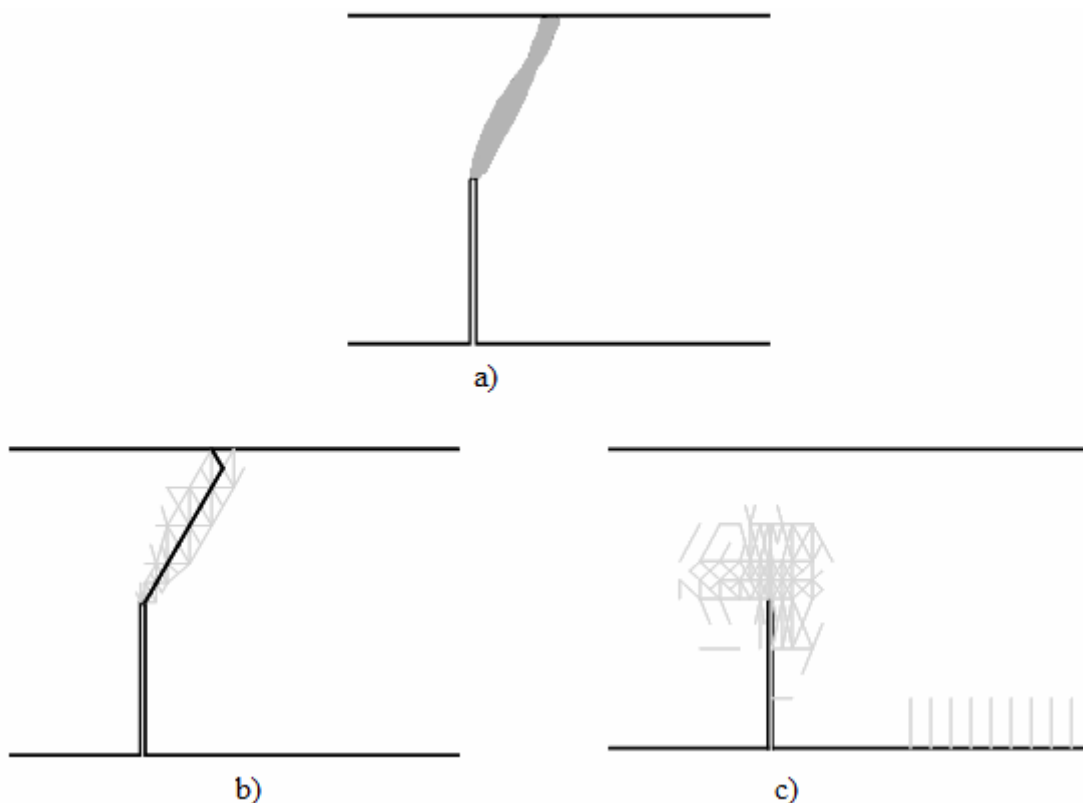


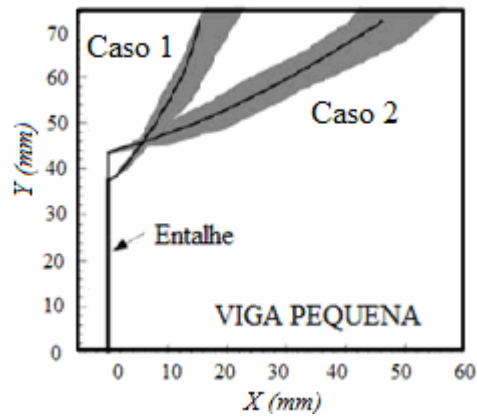
Figura 4.10: morfologia da propagação das fissuras, caso C1 – corpo de prova D2: a) experimental (GÁLVEZ et al., 1998), b) Modelo Acoplado e c) Modelo Desacoplado.

As linhas contínuas na cor preto representam as superfícies coesivas que romperam, enquanto as linhas na cor cinza indicam aquelas que entraram em amolecimento. Esta região de amolecimento pode estar associada à zona de processo do concreto, uma vez que tem aproximadamente o tamanho esperado para esta zona (ver BAZANT & OH, 1983). Pode-se concluir que os resultados apresentam boa concordância com os dados experimentais. Para o Modelo Desacoplado (limite superior), a região de amolecimento das interfaces não fica bem definida em torno da frente de propagação da fissura (ver figura 4.10c), e geralmente a análise é interrompida antes da primeira interface romper.

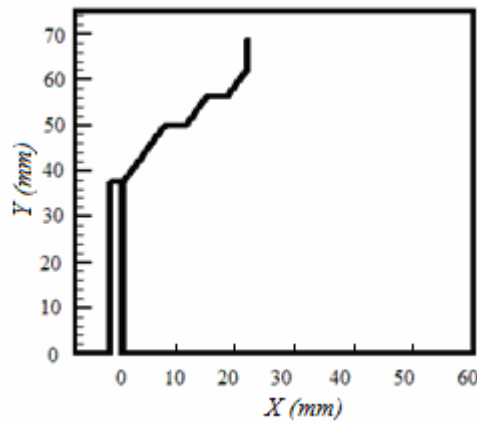
Nas figuras 4.11, 4.12 e 4.13, apresentam-se os mecanismos de fratura para a viga pequena (*D1*), média (*D2*) e grande (*D3*), respectivamente, casos *C1* e *C2*, assim como resultados experimentais e numéricos apresentados por GÁLVEZ et al. (2002). Observa-se que os resultados obtidos pela presente metodologia apresentam as variações de inclinação observadas nos casos *C1* e *C2* experimentalmente. As fissuras inclinadas em relação ao plano do entalhe (*kinks* do inglês) indicam o efeito de corte na propagação, principalmente no início do processo.

Curvas carga-deslocamento obtidas para o caso *C1* e tamanho *D2* são apresentadas na figura 4.14, juntamente com resultados experimentais (carga *P* e deslocamentos verticais são medidos no ponto *I*, conforme figura 4.8). Novamente os resultados empregando o Modelo Acoplado apresentam um bom ajuste com os experimentos, independentemente dos parâmetros do modo II utilizados. A única exceção é quando o valor de $\tan \phi$ é considerado menor do que 1. Neste caso, o algoritmo desestabiliza e para antes do colapso de alguma superfície coesiva. No entanto, valores de τ_{max} menores que σ_{max} não são geralmente esperados para concreto simples. Os pontos *M* e *C* na figura 4.14 referem-se ao início de amolecimento (micro-fissuração) e início da ruptura, respectivamente.

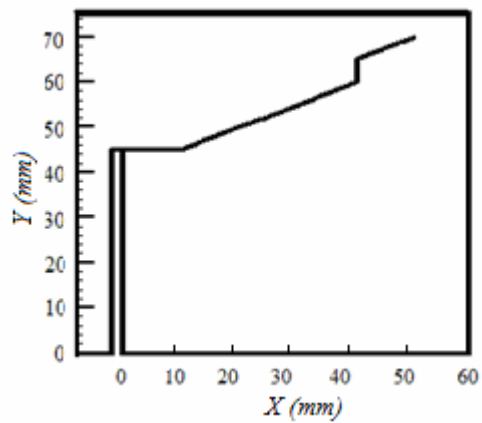
O limite superior (Modelo desacoplado) só é capaz de simular o início do processo de fratura na ponta da fissura. Curvas Carga-deslocamento estão representadas na figura 4.15, para $\tan \phi=1,4$ e $\tan \phi=0,5$. Os resultados obtidos concordam com os experimentais quanto à carga de pico, mas o algoritmo torna-se instável logo depois da carga de pico. Este modelo não é capaz de caracterizar a zona de processo adequadamente, ver figura 4.10c, a qual ilustra o processo de fratura para Modelo Desacoplado, empregando $\tan \phi=1,4$.



a)

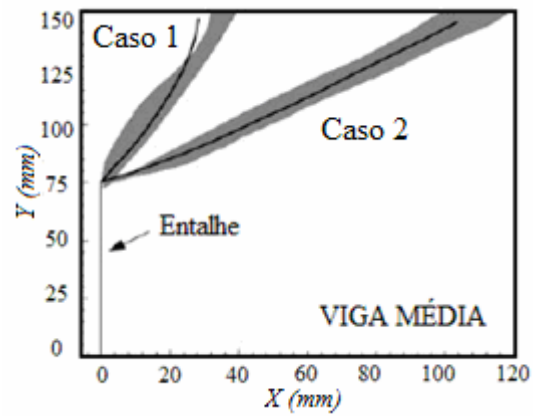


b)

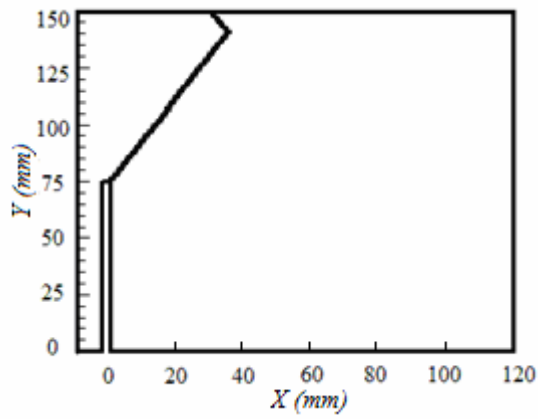


c)

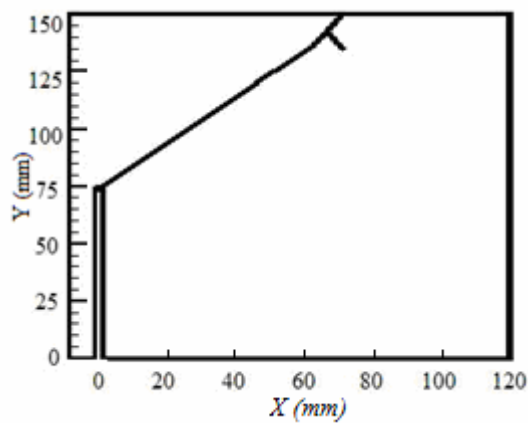
Figura 4.11: morfologia da propagação das fissuras para a viga pequena (DI): a) experimental (GÁLVEZ et al., 1998), b) Modelo Acoplado, caso $C1$ e c) Modelo Acoplado, caso $C2$.



a)

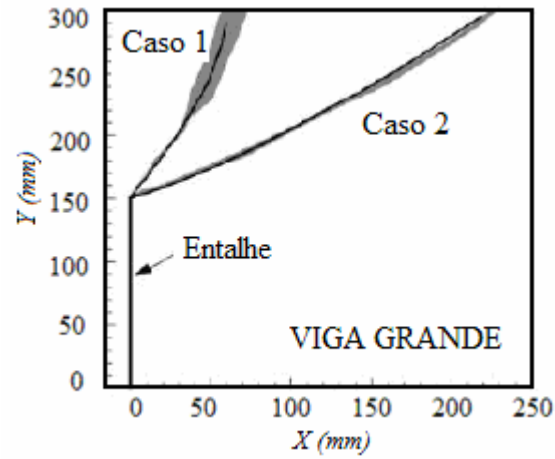


b)

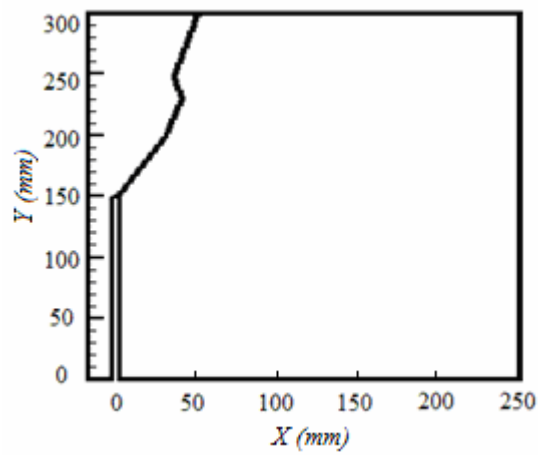


c)

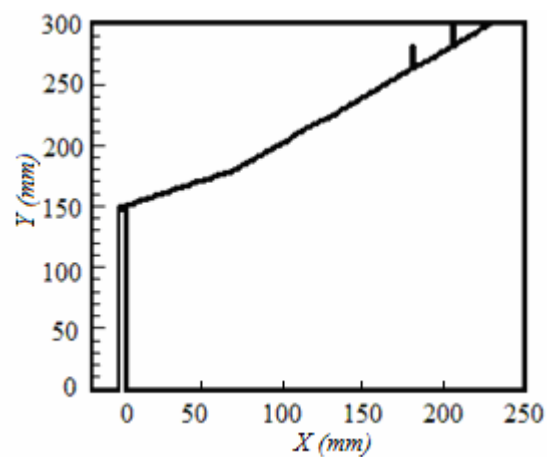
Figura 4.12: morfologia da propagação das fissuras para a viga média (D2): a) experimental (GÁLVEZ et al., 2002), b) Modelo Acoplado, caso C1 e c) Modelo Acoplado, caso C2.



a)



b)



c)

Figura 4.13: morfologia da propagação das fissuras para a viga grande (D3): a) experimental (GÁLVEZ et al., 2002), b) Modelo Acoplado, caso C1 e c) Modelo Acoplado, caso C2.

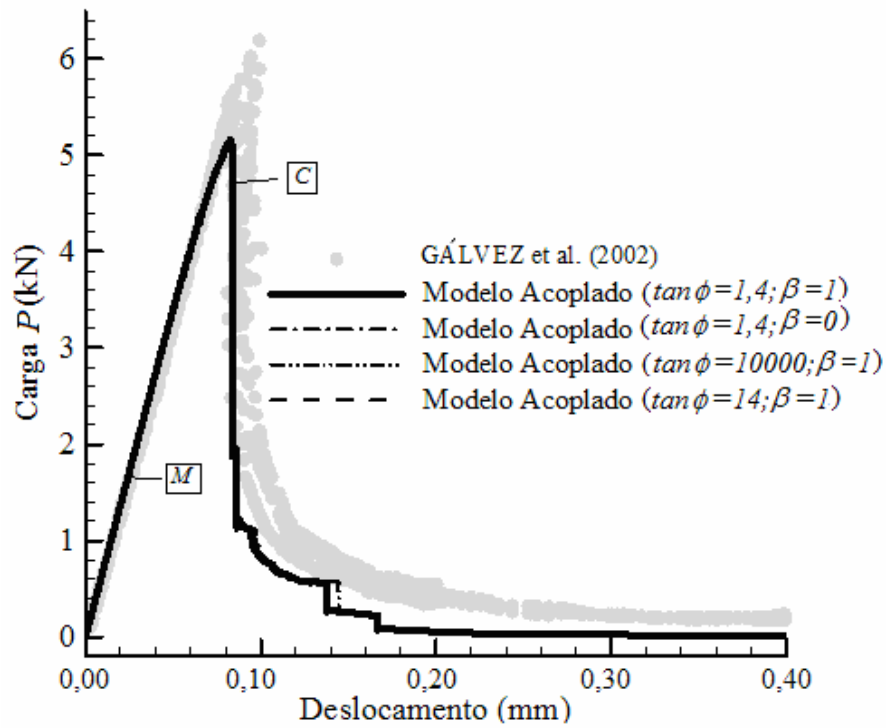


Figura 4.14: curvas carga-deslocamento para Modelo Acoplado (caso C1 – viga média D2).

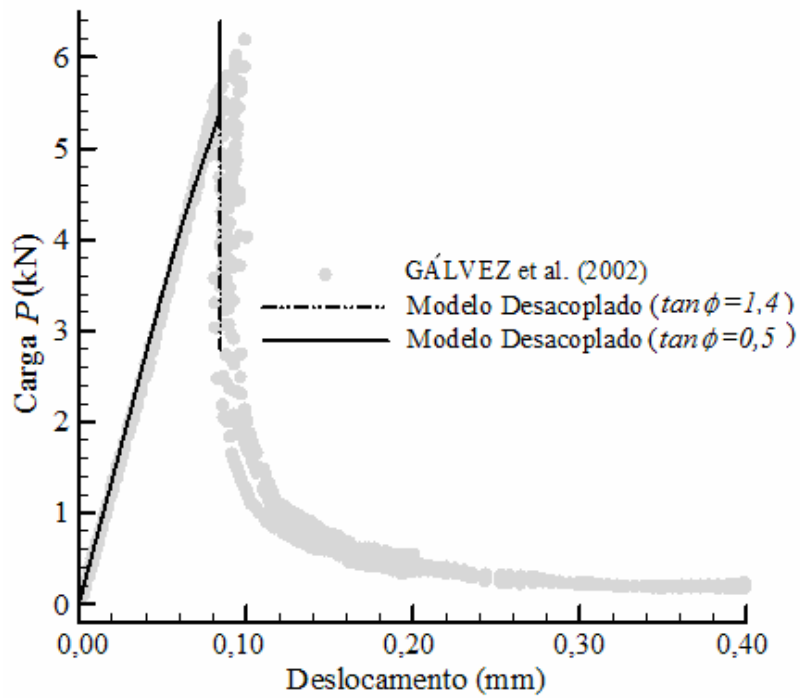


Figura 4.15: curvas carga-deslocamento para Modelo Desacoplado, (caso C1 – viga média D2).

A sequência de amolecimento e ruptura das superfícies coesivas, para o caso *CI* – viga média *D2*, modelo acoplado, pode ser observada na figura 4.16. Observa-se que a carga de pico começa a cair pouco antes da ruptura da primeira superfície coesiva, quando ocorre uma queda brusca da carga, com várias superfícies rompidas.

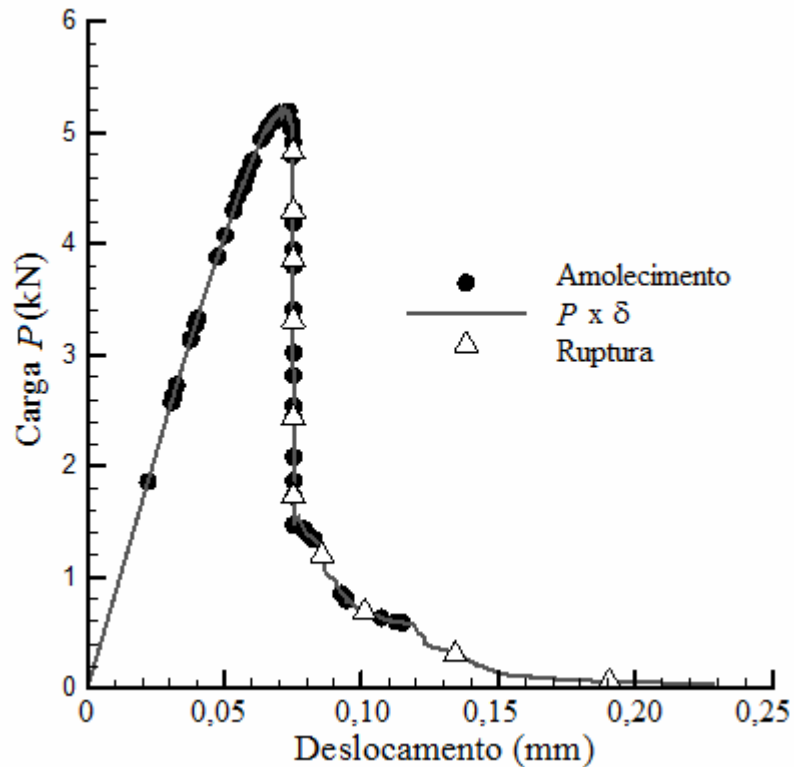
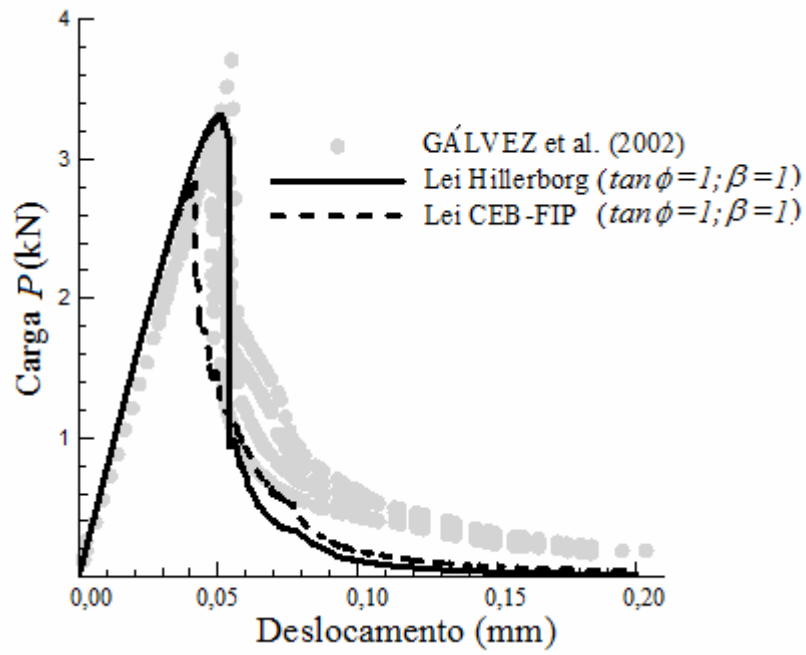
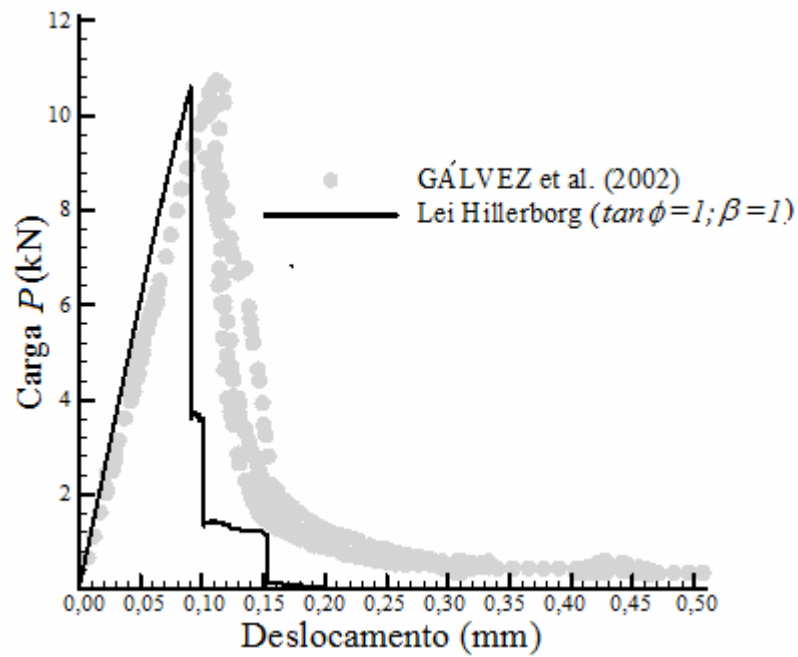


Figura 4.16: curvas carga-deslocamento com sequência de amolecimento e ruptura das interfaces coesivas (caso *CI* – viga média *D2*).

Nas figuras 4.17a e 4.17b, apresentam-se os resultados da curva carga versus deslocamento prescrito empregando o modelo acoplado para o caso *CI*, tamanho *D1* e *D3*, respectivamente, juntamente com os resultados experimentais. Novamente pode-se observar que o modelo acoplado apresenta uma boa correlação com os dados experimentais. O modelo desacoplado seguiu a mesma tendência dos estudos anteriores e desestabilizou logo após a carga de pico. Neste estudo foram considerados $\beta=1$ e $\tan \phi=1,40$, seguindo valores de σ_{max}^0 e τ_{max}^0 empregados por GÁLVEZ et al. (2002).



a)



b)

Figura 4.17: curvas carga-deslocamento para Modelo Acoplado, caso *CI*: a) viga pequena - *D1* e b) viga grande - *D3*.

Na figura 4.18, apresentam-se os resultados das curvas carga versus deslocamento prescrito empregando o modelo acoplado para o caso *C2*, tamanhos *D1*, *D2* e *D3*, conjuntamente com os resultados experimentais. Novamente, os resultados apresentam uma boa correlação com os resultados experimentais. Para a viga maior *D3*, devido ao emprego de deslocamento prescrito, não foi possível caracterizar adequadamente o pós-pico, pois a curva tem uma tendência de voltar para trás (*snap back* do inglês), ocorrendo uma fragilização do material. Neste estudo foram considerados $\beta=1$ e $\tan \phi=1,4$.

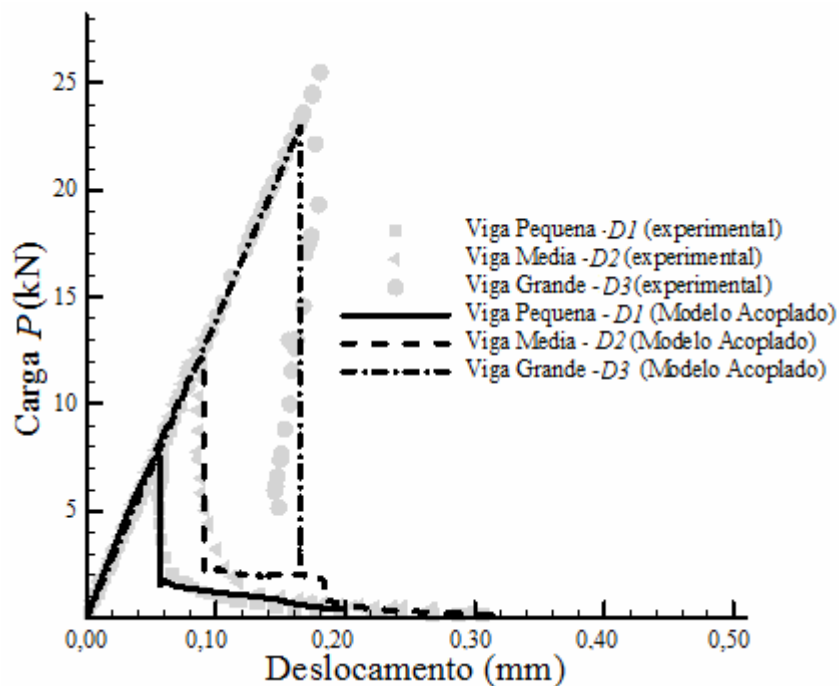


Figura 4.18: curvas carga-deslocamento, experimental (GÁLVEZ et al., 2002) e numérica, para o caso *C2*, sendo $\tan \phi=1$, $\beta=1$ e $\alpha=1,5$.

No Apêndice A, os casos de variação do mecanismo de fratura em função do ajuste de pré-pico, para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos são discutidos.

4.2.2 Modo Misto em viga com duplo entalhe

O exemplo aqui analisado foi estudado experimentalmente por BOCCA et al. (1990a e 1990b). De forma genérica, a geometria e as condições de contorno da viga, assim como a malha de Elementos Finitos empregados, são apresentados na figura 4.19. A espessura da viga é de 100 mm. Deslocamentos prescritos são aplicados afastados $c/2$ do centro da viga. As

propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 4.9, e as dimensões dos diferentes corpos de prova analisados encontram-se na tabela 4.10.

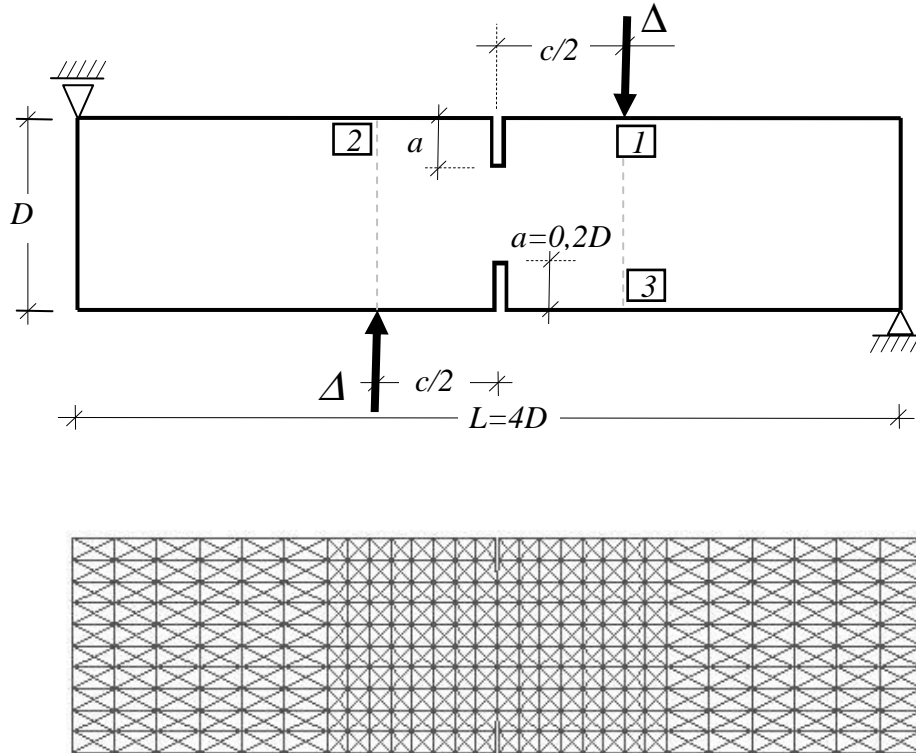


Figura 4.19: geometria, condições de contorno e malha de EF da viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos.

Tabela 4.9: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com duplo entalhe a 4 pontos.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E= 27000 \text{ MPa}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm}= 2 \text{ MPa}$
Tensão de tração máxima na zona coesiva	$\sigma_{max}^0 = 2,5 \text{ a } 3 \text{ MPa}$
Energia de fratura do Modo I	$G_{Ic}= 100 \text{ N/m}$
Coefficiente de Poisson	$\nu=0,20$
Parâmetro alfa	$\alpha=5$

Tabela 4.10: geometrias analisadas para viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos.

CORPO DE PROVA	D	L	a	t	c/D	$c/2$	l_c
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(mm)	(mm)
$A/0,4$	50	200	10	100	0,4	10	5
$A/0,8$	50	200	10	100	0,8	20	5
$A/1,2$	50	200	10	100	1,2	30	5
$B/0,4$	100	400	20	100	0,4	20	10
$B/0,8$	100	400	20	100	0,8	40	10
$B/1,2$	100	400	20	100	1,2	60	10
$C/0,4$	200	800	40	100	0,4	40	20
$C/0,8$	200	800	40	100	0,8	80	20
$C/1,2$	200	800	40	100	1,2	120	20

Na figura 4.20, representa-se a curva carga aplicada (obtida no ponto 1, conforme figura 4.19) versus deslocamentos verticais correspondentes, para diferentes propriedades do Modo II (variando $\tan \phi$ e parâmetro β) e propriedades que caracterizam o Modo I fixas ($G_{Ic}=100$ N/m e $\sigma_{max}^0 = 2,7$ MPa), para o corpo de prova pequeno ($A/0,8$). A carga de pico obtida nestes estudos varia de 11,8 a 12,4 kN, uma boa aproximação em comparação com o resultado experimental ($P_{max}= 12,2$ kN). Nota-se que a variação das propriedades do Modo II tem muito pouca influência nos resultados. Por outro lado, um aumento da tensão normal máxima na ponta da fissura, σ_{max}^0 de 2,7 para 3,7 MPa resulta em um acréscimo significativo da carga máxima que chega a 16 kN. Logo, mesmo nos casos mistos as propriedades do modo I são determinantes.

A presente metodologia mostrou-se capaz de simular o comportamento de diferentes tamanhos de corpo de prova, como pode ser observado nas figuras 4.21a e 4.21b, curvas carga versus deslocamento no ponto 1 (ver figura 4.19), para os corpos de provas A e C com diferentes parâmetros de acoplamento β e $\tan \phi$. Observa-se que os parâmetros do Modo II

não interferem significativamente nos resultados numéricos comparado com os resultados experimentais apresentados por BOCCA et al. (1990a).

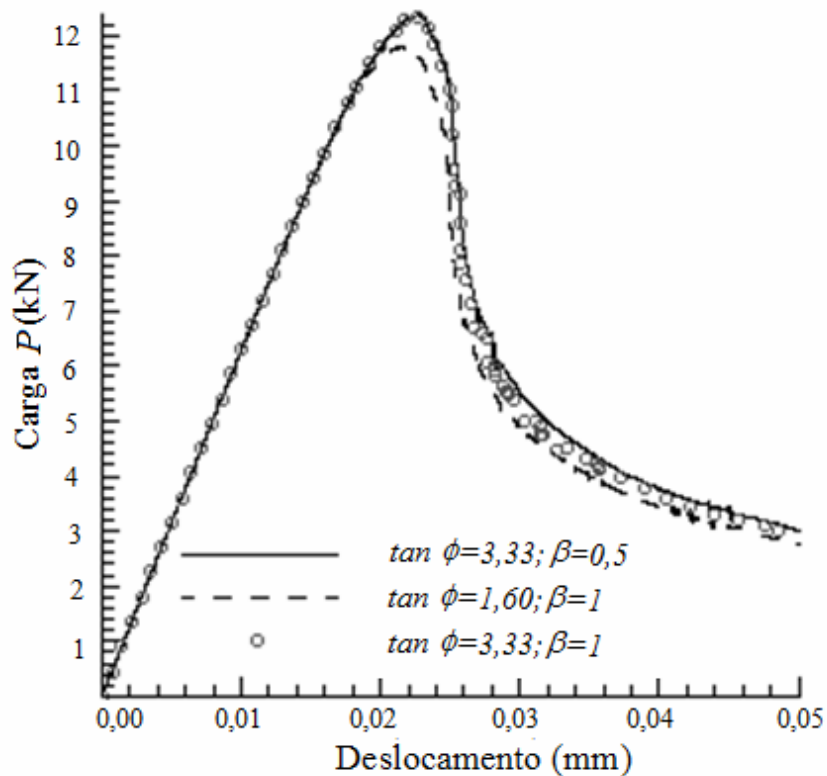
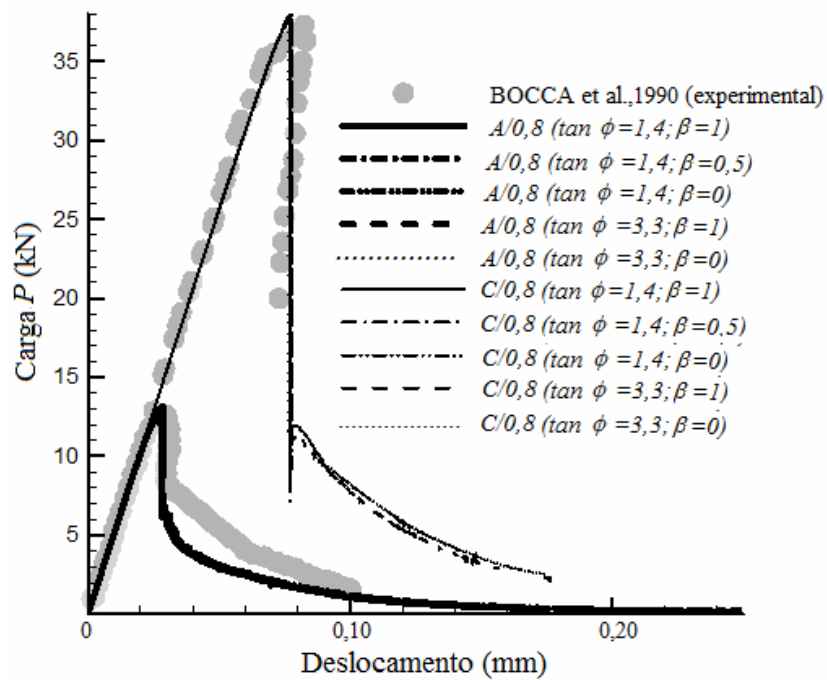
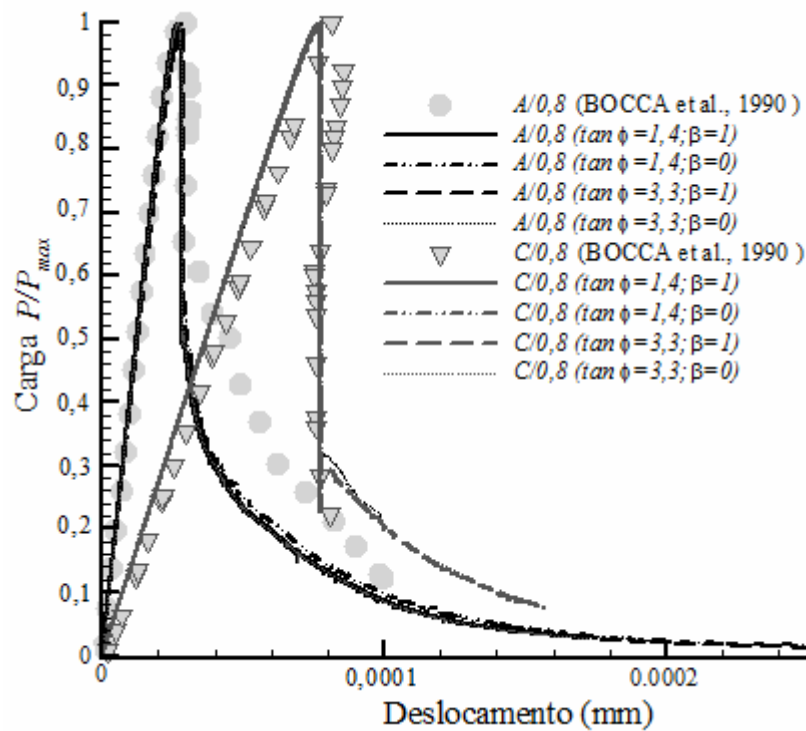


Figura 4.20: influência das propriedades do Modo II na curva carga versus deslocamento, fixando $\sigma_{max}^0=2,7$ MPa e $G_{Ic}=100$ N/m.

Nas figuras 4.22a e 4.22b, podem ser observados dois momentos da propagação da fissura durante o processo de ruptura, simulados com a presente metodologia, assim como a viga após a ruptura obtida no estudo experimental feito por BOCCA et al. (1990b), apresentado na figura 4.22c. Pode-se notar uma semelhança notável entre a trajetória numérica e experimental, inclusive na mudança de direção da fissura (característico da propagação de modo misto). É interessante ressaltar que a morfologia da fissura foi obtida, mesmo empregando uma malha grosseira.



a)



b)

Figura 4.21: a) influência do tamanho do corpo de prova e dos parâmetros de acoplamento na curva carga versus deslocamento e b) curva P/P_{max} versus deslocamento.

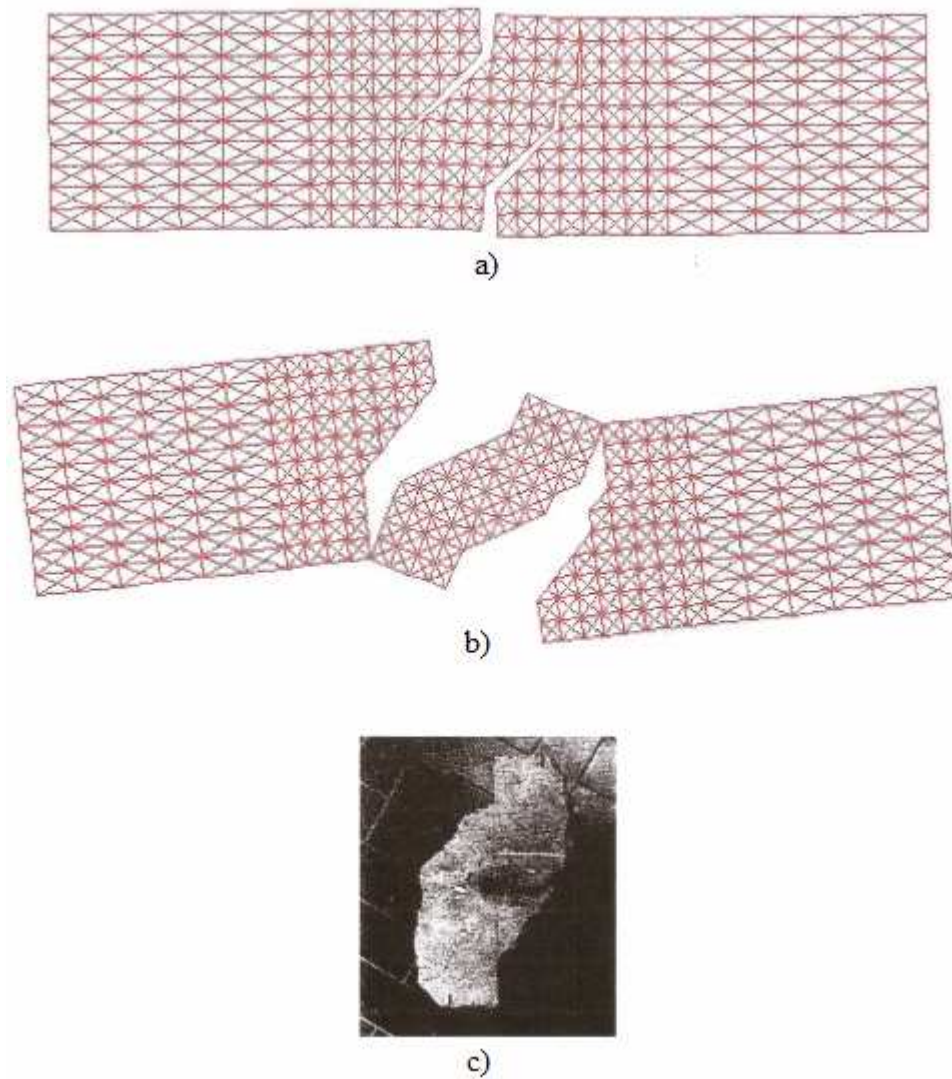


Figura 4.22: trajetória de propagação da fissura em a) início da propagação; b) fase final da simulação numérica e c) parte central da viga obtida experimentalmente depois da ruptura por BOCCA et al. (1990b).

Embora as propriedades do Modo II possam variar significativamente sem afetar os resultados das curvas carga-deslocamento, em alguns casos estas propriedades podem levar a diferentes mecanismos de ruptura. Isto será demonstrado a seguir.

Em seu estudo experimental BOCCA et al. (1990a) relatam três mecanismos de ruptura, a saber: fratura com duas superfícies simétricas em modo misto (figura 4.22), fratura com uma superfície em modo misto e por último, fratura de flexão. Nos tamanhos A e B , relações

$c/D=0,4$ e $0,8$, predominaram o primeiro mecanismo, já para os corpos de prova do tamanho C, predomina a ruptura com uma superfície de ruptura em modo misto. Para os três tamanhos, quando a relação $c/D=1,2$ foi empregada, ocorre ruptura de flexão. Nos estudos numéricos, com a presente metodologia, estes três mecanismos foram observados. Para os corpos de prova A, o tipo de ruptura predominante foi as duas superfícies em modo misto; para os corpos de prova C, uma superfície em modo misto e no outro lado ruptura de flexão (ver figura 4.23a). Na figura 4.23a, a ruptura experimental (linhas tracejadas) com superfície de ruptura numérica é apresentada para comparação, em 4.23b a malha de elementos finitos empregada é apresentada.

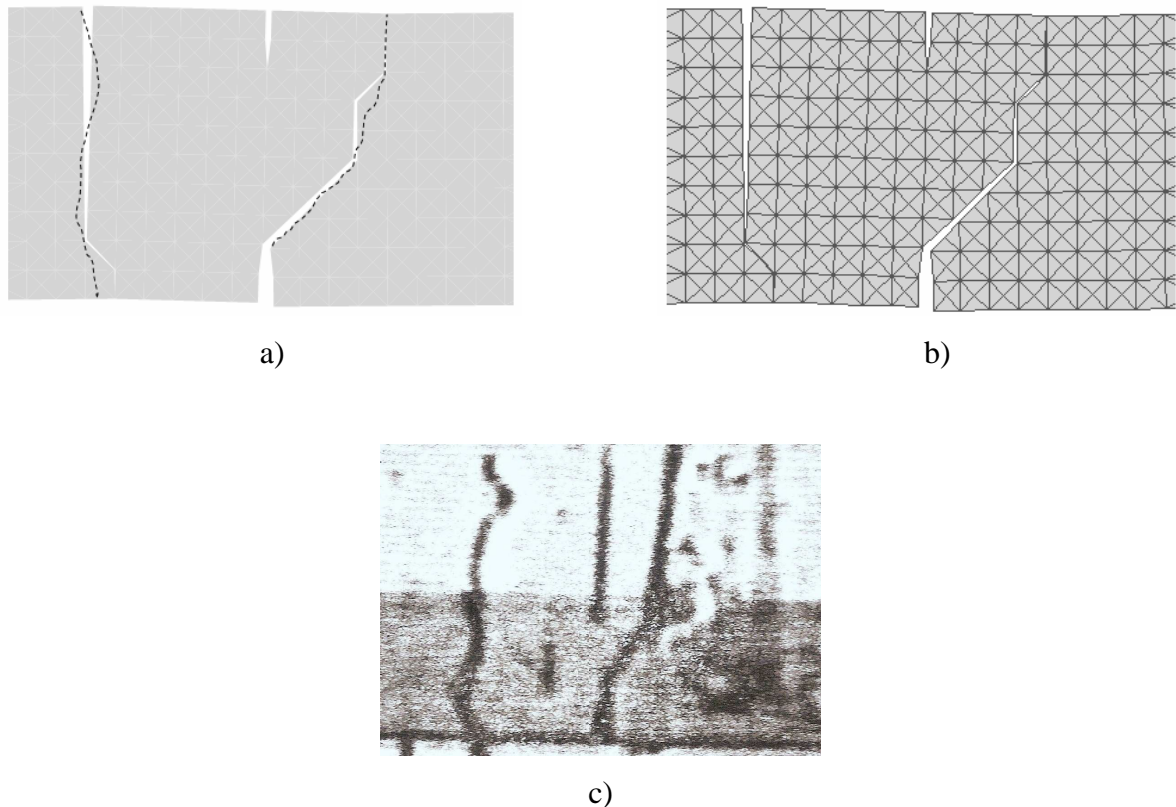


Figura 4.23: mecanismo de ruptura em uma superfície de fratura típica de modo II, a) superposição do experimental (BOCCA et al., 1990b, ver linha tracejada) com numérico Modelo Acoplado, b) malha de Elementos Finitos empregada e c) foto do mecanismo experimental (BALLATORE et al., 1990).

Este tipo de mecanismo ocorre porque existe concentração de tensões de tração nas regiões próximas aos pontos 2 e 3 (ver figura 4.19), juntamente com as regiões próximas aos entalhes, portanto mais de uma região de processo, conforme pode ser observado na figura 4.24, onde

isovalores de pressão são indicados. O mecanismo de fratura pode ser um ou outro, definido a partir de resíduos numéricos, o que no ensaio experimental define-se pela aleatoriedade das propriedades de fratura do material. Uma análise puramente determinística pode esconder um destes mecanismos, o que mostra a importância de uma análise que considere a aleatoriedade das propriedades do material.

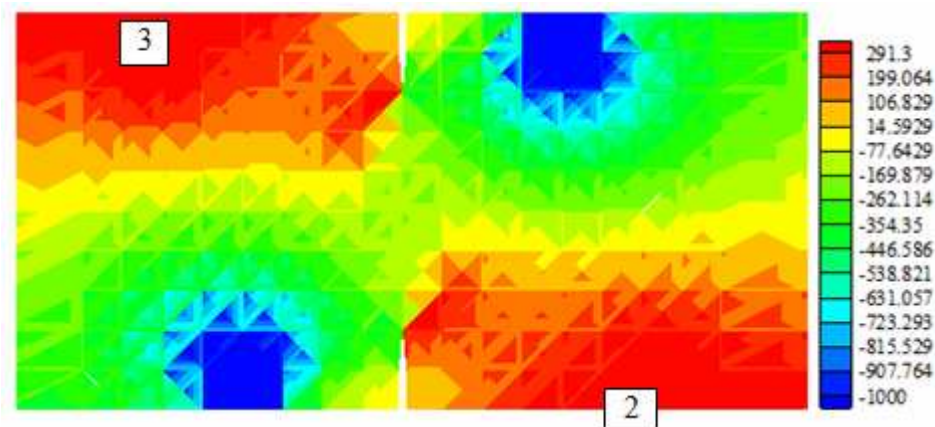


Figura 4.24: pressão hidrostática (kN/m^2) para corpo de prova $C/0,8$.

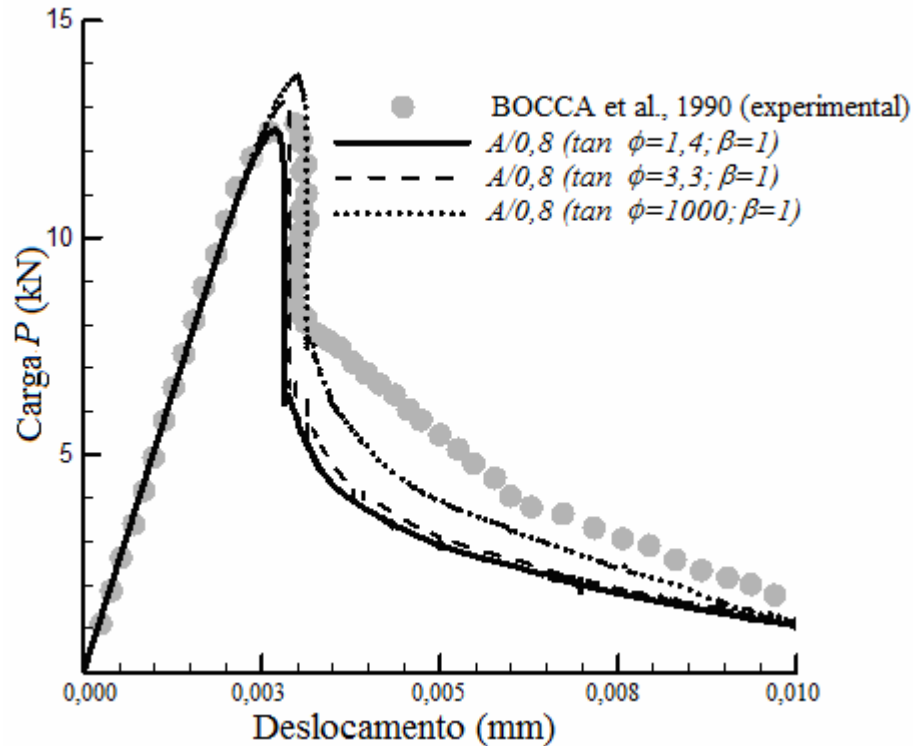
Para valores altos de energia de fratura do modo II e de tensão tangencial máxima, o mecanismo de flexão pode ser nucleado antes do mecanismo misto, induzindo uma mudança na morfologia da fissura. Além disso, existe a tendência de aumento da carga de pico e de uma queda mais suave da relação carga-deslocamento com o aumento de G_{IIC} e τ_{max}^0 .

Na figura 4.25a, para ilustrar as considerações anteriores, apresentam-se curvas carga versus deslocamento para o corpo de prova $A/0,8$ variando $\tan \phi$ de 1,4 a 1000 e, na figura 4.25b, o respectivo mecanismo de fratura para $\tan \phi=1000$.

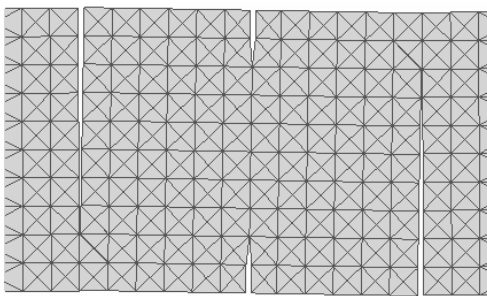
4.2.3 Modo Misto em viga com entalhe excêntrico ensaiada a 3 pontos

Outro conjunto de dados experimentais para analisar fratura em modo misto foi apresentado por GARCÍA et al. (2000), trata-se de uma viga com um entalhe excêntrico ensaiada a 3 pontos. Três tamanhos de vigas foram testados. De forma genérica, a geometria e as

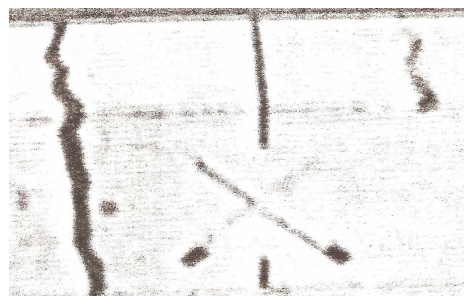
condições de contorno encontram-se na figura 4.26. Na tabela 4.11 são definidas as dimensões dos diferentes corpos de prova.



a)



b)



c)

Figura 4.25: variações de $\tan \phi$ para corpo de prova $A/0,8$, a) curvas carga versus deslocamento, b) mecanismo de ruptura típico de flexão para $\tan \phi=1000$ e c) foto do mecanismo experimental (BALLATORE et al., 1990).

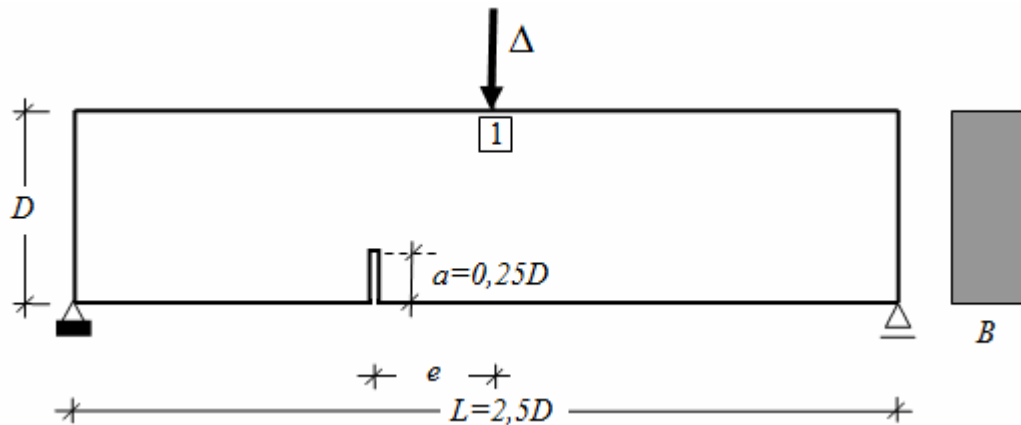


Figura 4.26: geometria da viga com entalhe excêntrico a 3 pontos.

Tabela 4.11: geometrias analisadas para viga com entalhe excêntrico a 3 pontos.

CORPO DE PROVA	D	L	a	e	B
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
A	80	200	20	25	50
B	160	400	40	50	50

As propriedades do material empregadas são as mesmas usadas experimentalmente, ou seja: $E=37000$ MPa, $f_{tm} = 3,5$ MPa, $G_{Ic} = 80$ N/m e coeficiente de Poisson de 0,2. Para o modelo numérico foram consideradas variações de σ_{max}^o de 3,5 a 5 MPa, $\tan \phi$ de 1 a 1,4 e valores constantes para α e β , respectivamente 1,5 e 1.

Os mecanismos de fratura das simulações numéricas são apropriados aos experimentais, conforme pode ser observado nas figuras 4.27 e 4.28, para os tamanhos A e B, respectivamente. Este exemplo é interessante na medida em que curvas de carga versus abertura de fissura (CMOD) estão experimentalmente disponíveis, como pode ser observado nas figuras 4.29a e 4.29b. Comparando resultados numéricos aos experimentais (GARCÍA et al., 2000), novamente um bom ajuste é obtido. Portanto a presente metodologia ajusta-se

também quando empregada para analisar resultados em termos de carga versus abertura de fissura.

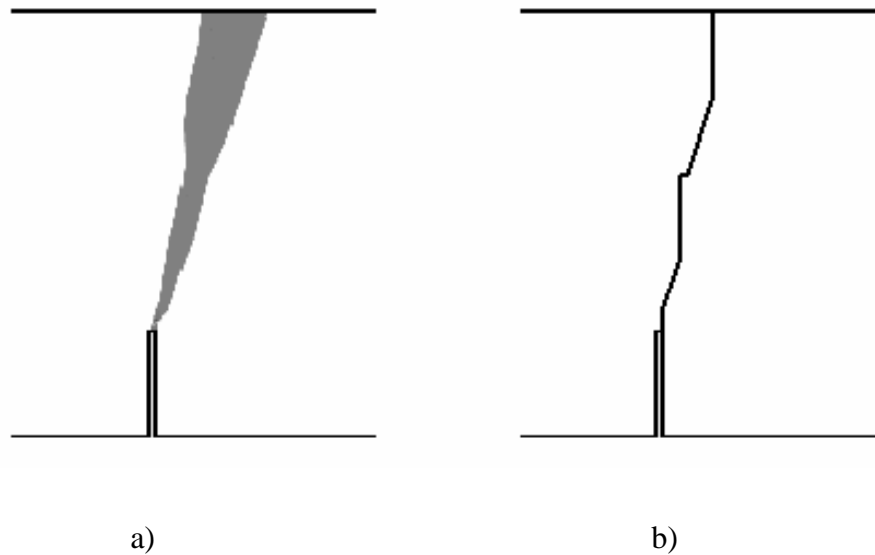


Figura 4.27: mecanismo de ruptura típico para viga com entalhe excêntrico a 3 pontos, tamanho pequeno a) GARCÍA et al.,2000 (experimental) e b) Modelo Acoplado.

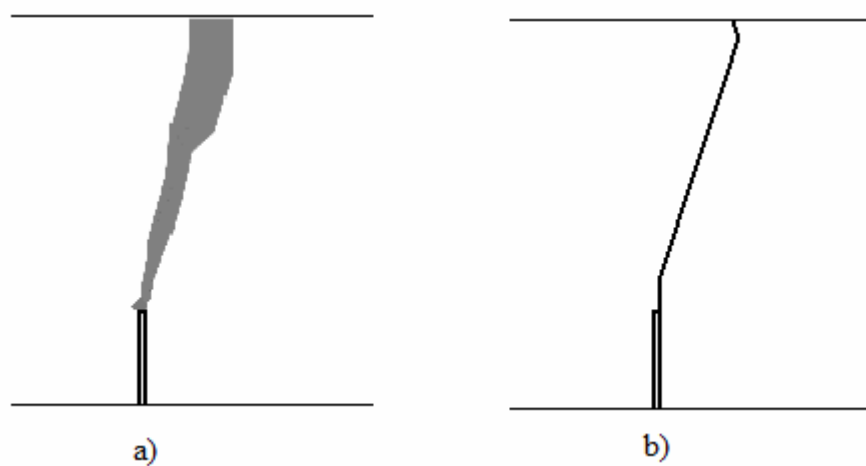
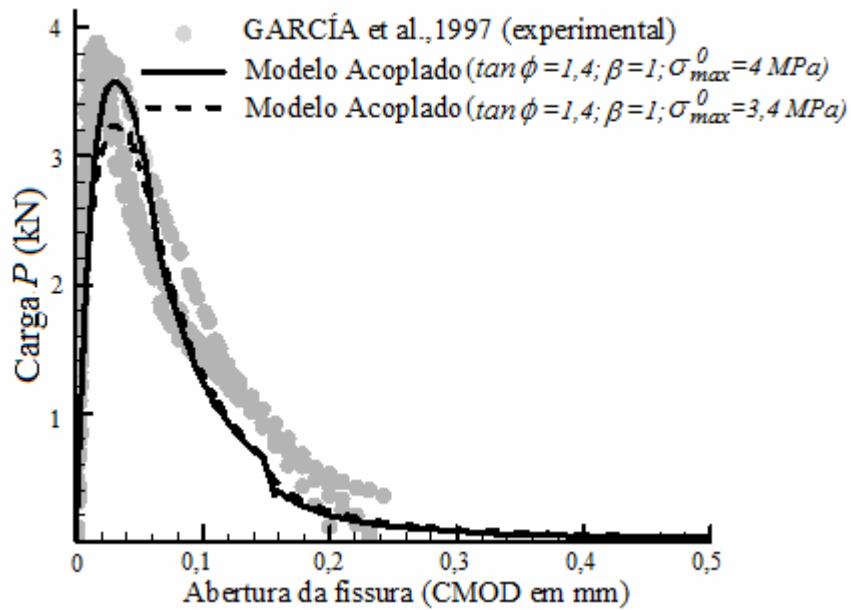
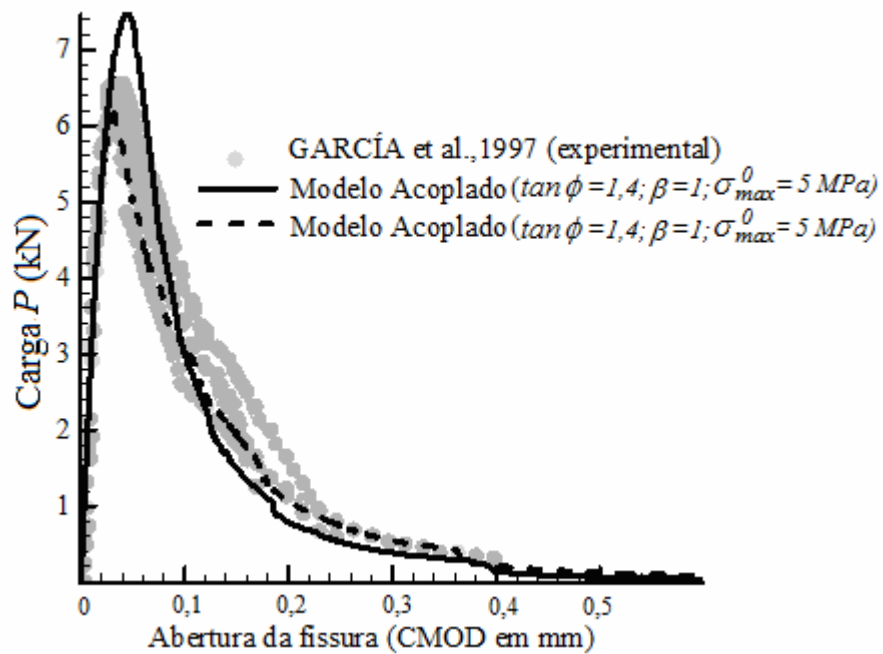


Figura 4.28: mecanismo de ruptura típico para viga com entalhe excêntrico a 3 pontos, tamanho médio a) GARCÍA et al.,2000 (experimental) e b) Modelo Acoplado.



a)



b)

Figura 4.29: curvas carga-abertura de fissura (CMOD), experimental (GARCÍA et al., 2000) e numérica da viga com entalhe excêntrico a 3 pontos para a) tamanho pequeno e b) tamanho médio.

4.2.4 Modo misto em placa com duplo entalhe

O quarto tipo de ensaio usado para estudar o modo misto foi proposto por NOORU-MOHAMED (1992), uma placa com duplo entalhe. Entre os diferentes ensaios realizados por NOORU-MOHAMED em sua tese, aqui é analisado o caso 6 de carregamento por ele proposto, no qual atuam simultaneamente modo I (tração) e modo II (corte), para diferentes relações dos deslocamentos ($\delta/\delta_s = 1, 2$ e 3). A placa com duplo entalhe testada é ilustrada na figura 4.30a, juntamente com uma representação dos dois sistemas independentes que aplicam deslocamento prescrito. As dimensões da peça são: $L = 200$ mm, $a = 25$ mm, $b = 5$ mm e espessura de 50 mm. As propriedades do material empregadas são as mesmas usadas experimentalmente, ou seja: $E = 30000$ MPa, $f_{tm} = 3,76$ MPa, $G_{Ic} = 110$ N/m e coeficiente de Poisson de 0,2. O diâmetro máximo do agregado é de 2 mm. No modelo numérico, a relação amolecimento de HILLERBORG et al. (1976) foi empregada. Variações dos parâmetros $\tan \phi$ e β foram testados. O parâmetro α empregado foi de 10 e a tensão normal máxima inicial $\sigma_{max}^o = 3,8$ MPa. A malha de elementos finitos é ilustrada na figura 4.30b.

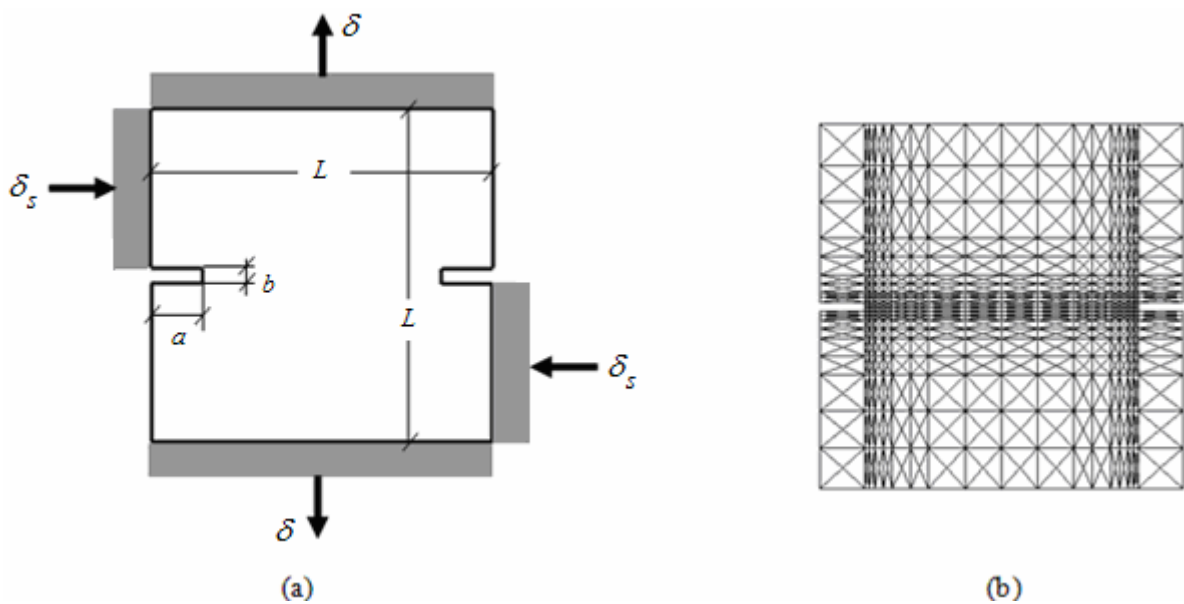


Figura 4.30: a) geometria e condições de contorno (NOORU-MOHAMED, 1992) e b) malha de elementos finitos para placa com duplo entalhe.

Resultados para o Modelo Acoplado, limite inferior, são apresentados inicialmente. Uma comparação das morfologias entre os resultados experimentais e numéricos é apresentada na figura 4.31, para relações δ/δ_s de 1, 2 e 3. Observa-se, nos padrões de fratura obtidos nos

experimentos, que o efeito de corte decresce com o aumento da relação δ/δ_s . No caso $\delta/\delta_s = 3$, o padrão de fissura é característico de quando atua somente tensão normal. Os resultados numéricos, apresentados na figura 4.31, apresentam a mesma tendência. É interessante observar que, para o caso $\delta/\delta_s=1$ (figura 4.31a), o ângulo médio das fissuras obtido numericamente corresponde bem ao caso experimental. Variações nos parâmetros $\tan \phi$ e β basicamente não produzem alterações significativas na morfologia da fissura. As assimetrias observadas na solução numérica ocorrem devido ao efeito da sequência de ruptura das interfaces coesivas e erros de arredondamentos.

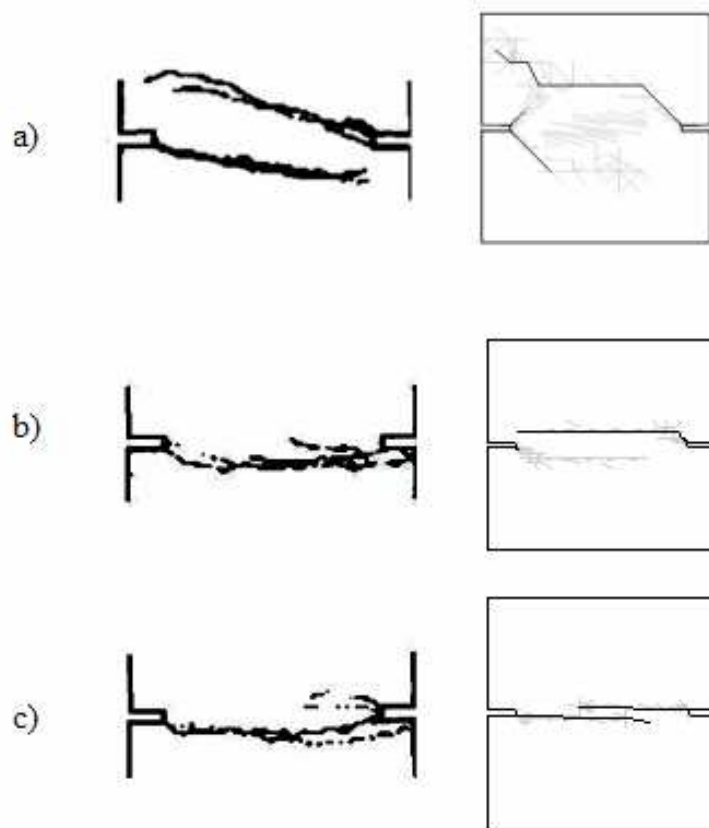


Figura 4.31: morfologia de propagação da fissura experimental (NOORU-MOHAMED, 1992) e numérica empregando Modelo Acoplado para a) $\delta/\delta_s=1$, b) $\delta/\delta_s=2$ e c) $\delta/\delta_s=3$.

Comparações das curvas carga-deslocamento com os resultados experimentais mostram-se adequados, tal como pode ser visto nas figuras 4.32a, 4.32b e 4.32c, para δ/δ_s de 1, 2 e 3, respectivamente. No caso de $\delta/\delta_s=1$, onde os efeitos de cisalhamento são mais importantes, a influência da variação dos parâmetros $\tan \phi$ e β é investigada. Quanto maior for o ângulo de atrito, maior o pico de carga, mas o efeito só se torna notável para ângulo de atrito muito

grande, como pode ser observado na figura 4.32a. Efeitos da variação de β não apresentam influência perceptível no presente caso. O efeito das três relações constitutivas de pós-pico, descritas no capítulo 3, também pode ser observado na figura 4.32a.

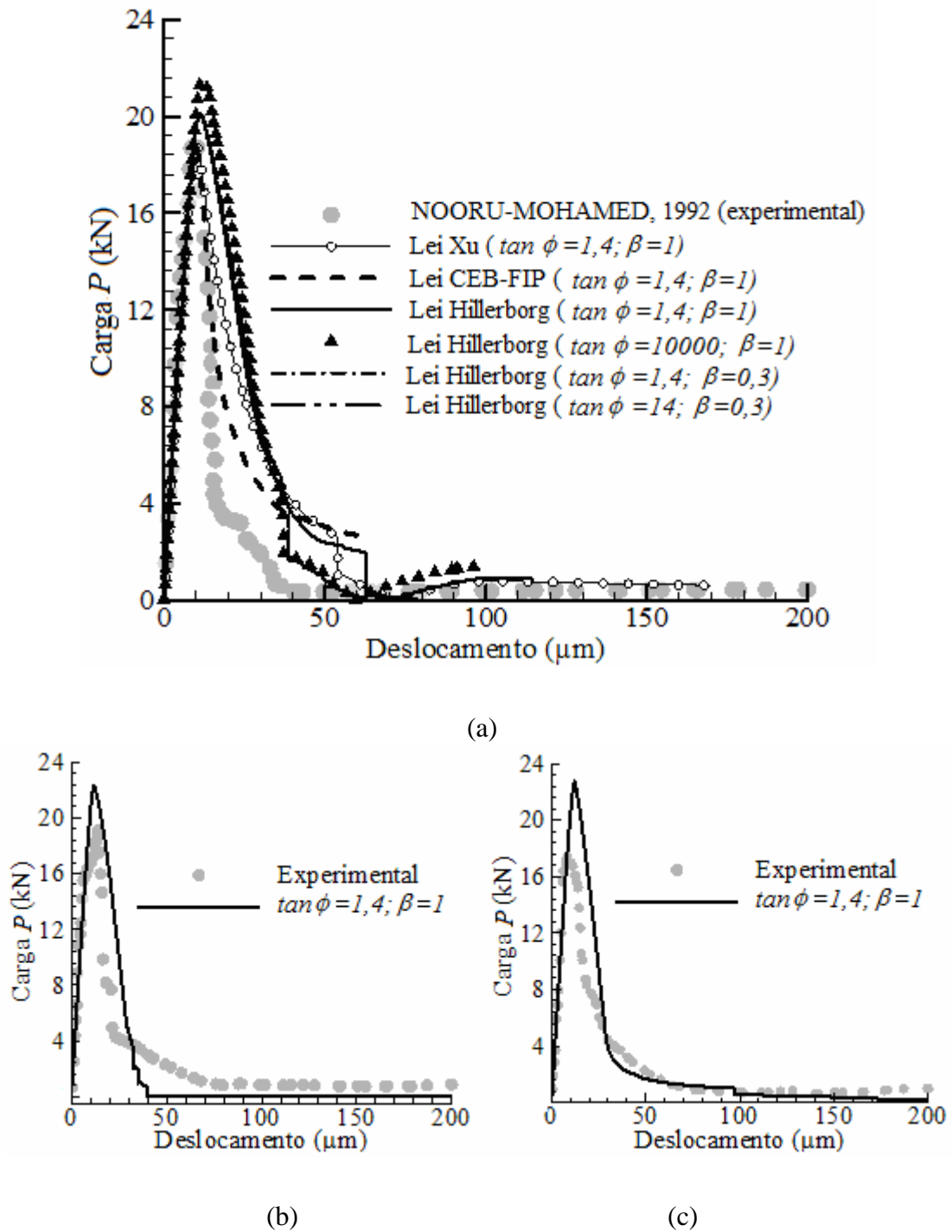


Figura 4.32: curva carga-deslocamento para placa 200x200x50
Modelo Acoplado com relações a) $\delta/\delta_s = 1$, b) $\delta/\delta_s = 2$ e c) $\delta/\delta_s = 3$.

A utilização da lei de HILLERBORG et al. (1976) aumenta o valor da carga de pico e não representa tão bem a região de amolecimento, quando comparado com os outros dois casos (CEB-FIP,1993 e XU,1999). Este comportamento já foi observado em casos puro modo I, como descrito no item 4.1.

A utilização do Modelo Desacoplado leva a um maior valor de carga de pico de cargas para todas as relações $\delta/\delta_s = 1, 2$ e 3 , como pode ser observado na figura 4.33 para relação $\delta/\delta_s=2$. Os outros dois casos seguem a mesma tendência. A distribuição das superfícies coesivas fraturadas não altera com a variação da relação δ/δ_s . Na figura 4.34, representam-se as superfícies coesivas fraturadas (em preto) e em processo de amolecimento (em cinza) para Modelo Desacoplado com a relação $\delta/\delta_s=2$, empregando $\tan \phi=1,4$. Os outros dois casos $\delta/\delta_s=1$ e 2 , não são mostrados aqui, mas seguem a mesma tendência da morfologia, indicando que o modelo não é capaz de representar as mudanças devido ao carregamento de corte. Variações nos valores de $\tan \phi$ não melhoram os resultados.

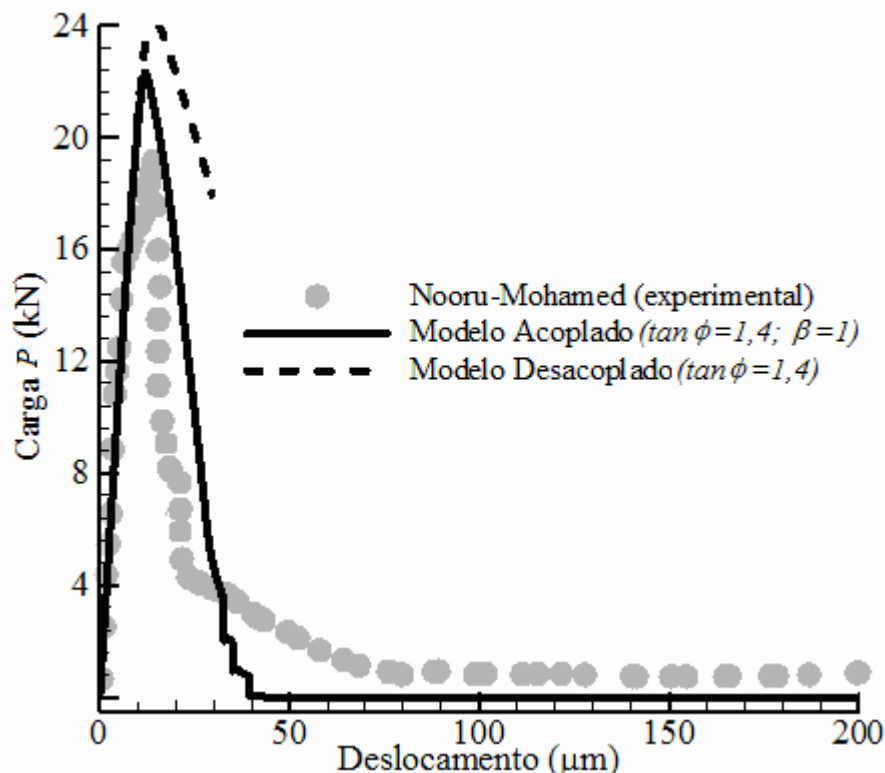


Figura 4.33: curva carga-deslocamento para placa 200x200x50 empregando relação $\delta/\delta_s=2$.

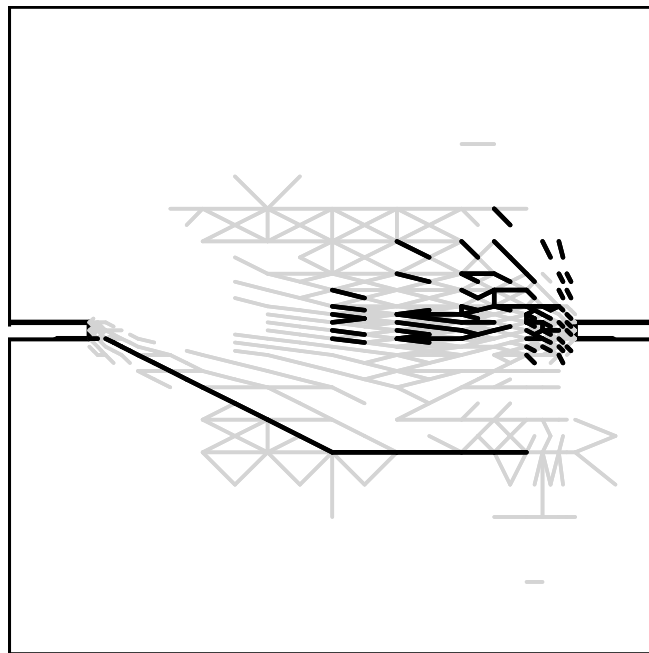


Figura 4.34: morfologia de propagação da fissura para Modelo Desacoplado, placa 200x200x50 empregando relação $\delta/\delta_s=2$.

Por último, outro tamanho para a placa de NOORU-MOHAMED (1992) foi analisada, neste caso $L=100$ mm, $a = 12,5$ mm, $b = 5$ mm e espessura de 50 mm. As propriedades do material empregadas são as mesmas usadas experimentalmente ($E = 30000$ MPa, $f_{im} = 3,76$ MPa, $G_{Ic} = 110$ N / m e coeficiente de Poisson de 0,2). O diâmetro máximo do agregado é de 2 mm. No modelo numérico, a relação amolecimento de HILLERBORG et al. (1976) foi empregada. Variações dos parâmetros $\tan \phi$ e β foram testados. Curvas carga-deslocamento são apresentadas nas figuras 4.35, 4.36 e 4.37, para relações $\delta/\delta_s=1, 2$ e 3, respectivamente, comparando com os resultados experimentais. Os resultados numéricos ajustam-se apropriadamente aos experimentais.

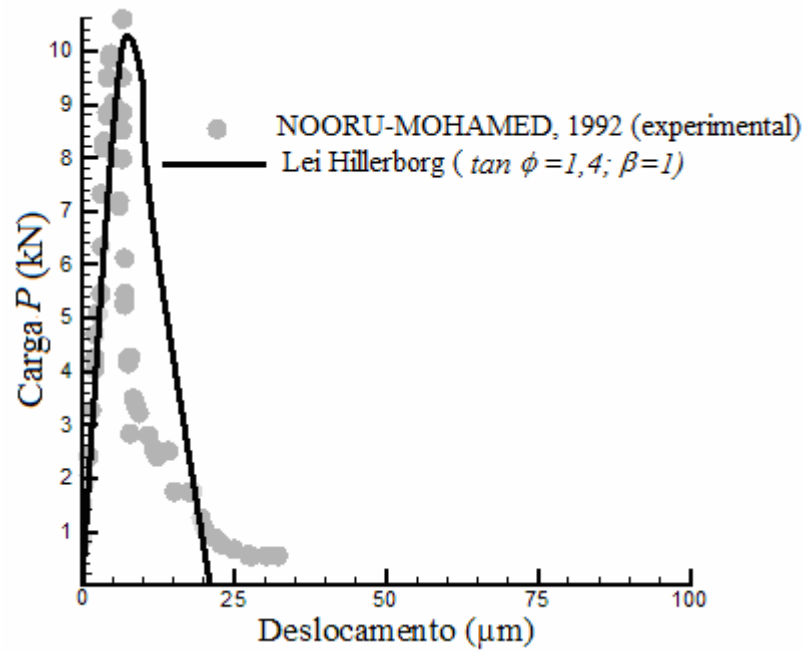


Figura 4.35: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s = 1$.

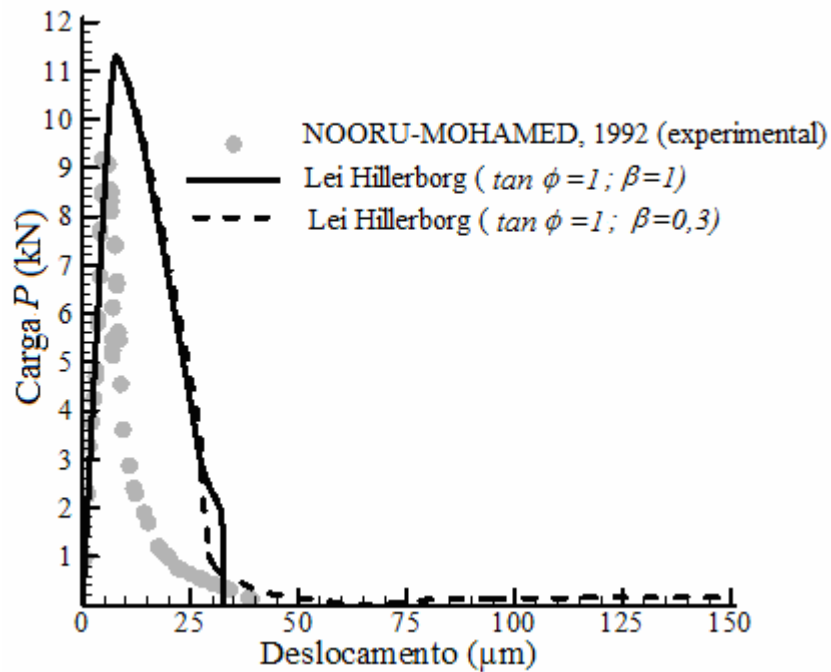


Figura 4.36: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s = 2$.

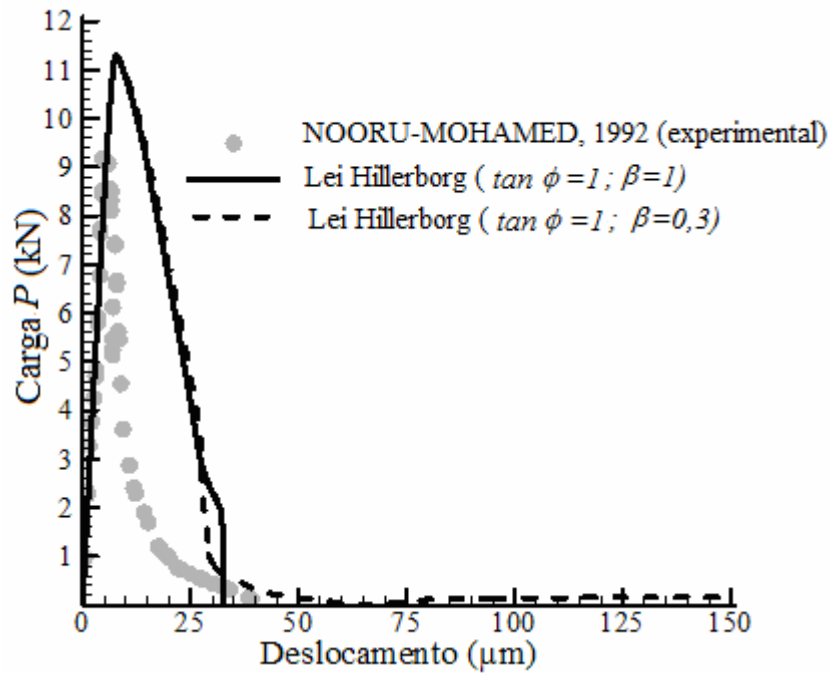


Figura 4.37: curva carga-deslocamento para placa 100x100x50 empregando relação $\delta/\delta_s=3$.

Considerando que as malhas de elementos finitos utilizadas nas simulações das placas são relativamente grosseiras, as interfaces coesivas não necessariamente são coincidentes com os planos reais de fratura. Neste contexto, comparando os dois modelos apresentados, apenas o limite inferior (Modelo Acoplado) foi capaz de ajustar curvas carga-deslocamento e os padrões de fissura obtidos experimentalmente. Para compreender as razões deste comportamento, trajetórias das componentes de tração no espaço de Mohr foram investigadas.

Na figura 4.38, as trajetórias das trações para duas posições diferentes (pontos 1 e 2) são apresentadas para o Modelo Acoplado na placa 200x200x50 mm ($\delta/\delta_s = 1$, $\tan \phi = 1,4$ e $\beta = 1$). Áreas em cinza correspondem às posições da superfície de fratura, que se move da direita para a esquerda, enquanto o dano é crescente, restringindo espaço possível das tensões. As tensões σ e τ inicialmente crescem com o aumento da abertura devido à parte elástica da lei constitutiva. Quando os pontos analisados atingem a superfície de fratura (A), deslocamentos inelásticos começam a danificar o concreto, deslocando a superfície em direção à esquerda. Durante esse processo, o módulo σ e τ são forçados a diminuir. É interessante salientar que, em nenhum ponto, as componentes de tensões chegam a alcançar nem τ_{max} e em σ_{max} . Para o

Modelo Acoplado isso só ocorreria em modo I puro ou modo II. O processo de colapso é concluído quando o espaço admissível para tensões desaparece (ponto *C* – figura 4.38a).

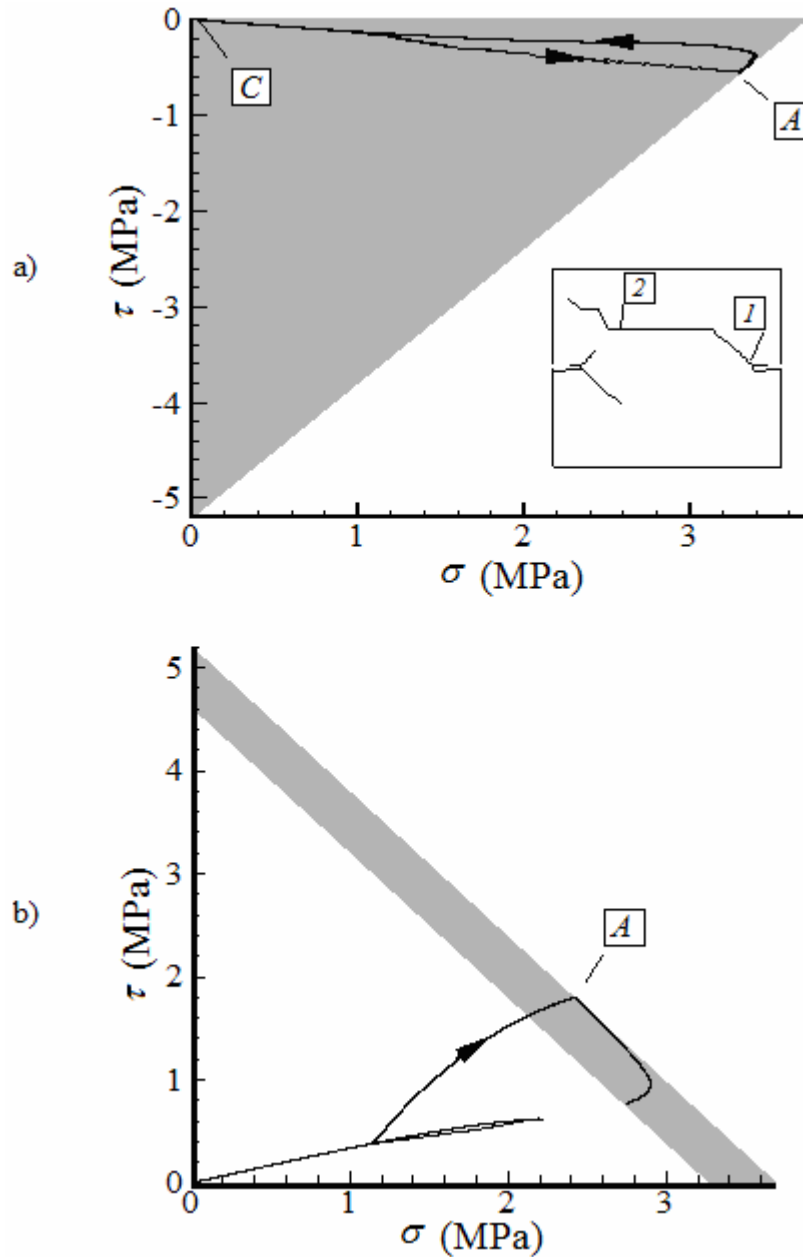


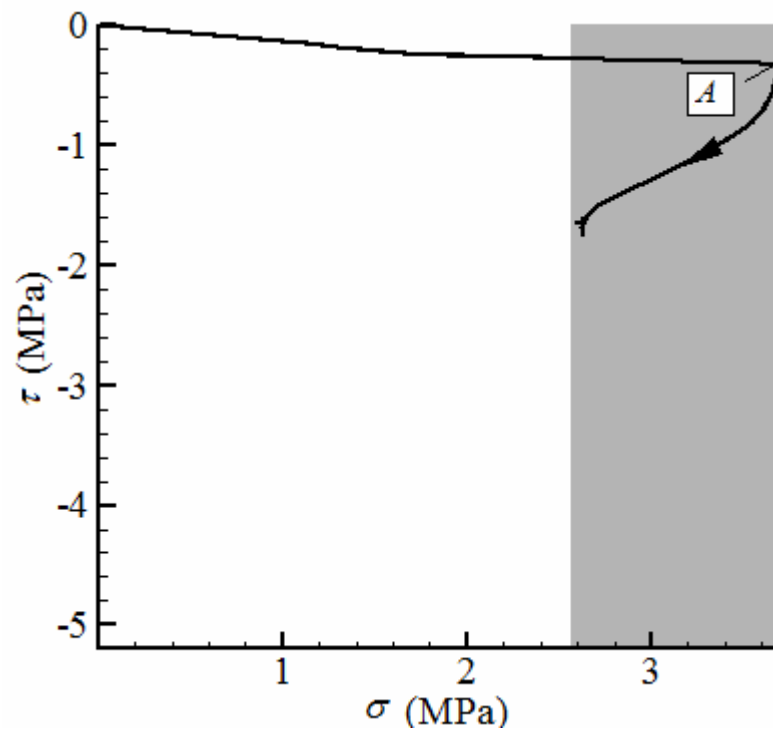
Figura 4.38: trajetórias de tensão normal e de corte (Modelo Acoplado) para o ponto 1 e ponto 2.

Na figura 4.39a, apresentam-se as trajetórias de tensões no ponto 1, para o Modelo Desacoplado ($\delta/\delta_s = 1$). Neste caso, a superfície de fratura (parte de Rankine) e σ_{max} são encontradas simultaneamente pelas componentes de tração (ponto *A*), devido à forma da superfície. Entretanto, o módulo de τ aumenta à medida que a fissura continua a abrir, o que

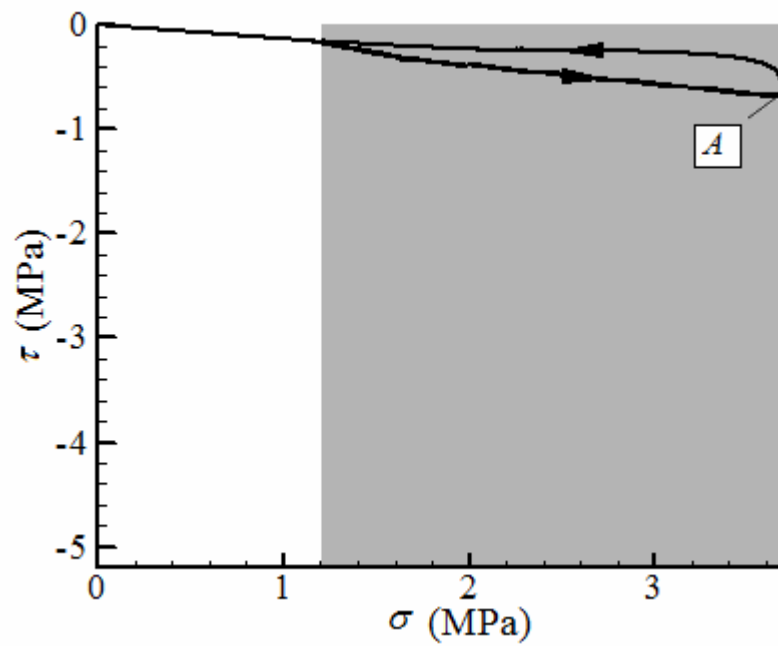
não faz sentido fisicamente. Esta situação foi observada em todos os casos em que o Modelo desacoplado foi utilizado e, aparentemente, pode explicar os problemas observados nas simulações numéricas apresentadas neste capítulo. Este comportamento está ligado ao processo de retorno plástico das tensões. Para verificar isso, fez-se o estudo de um caso limite da placa de duplo entalhe com $\tan \phi=1000$ ($\phi=89,99^\circ$) e $\beta=0$. Exceto pelo processo de retorno, este caso corresponde à superfície de Rankine. Contudo, devido a esta diferença, escorregamentos plásticos agora ocorrem, fazendo com que τ também diminua com a abertura da fissura (figura 4.39b). Conforme mencionado anteriormente, tem-se resultados quase idênticos em termos de morfologia de trinca e curvas carga versus deslocamento com os resultados de $\tan \phi$ próximos de 1.

Estas observações induzem à conclusão de que, na verdade, a forma da superfície de ruptura (limite superior ou inferior) não tem muita importância na ruptura em modo misto, para os exemplos testados (exceto no caso da viga de duplo entalhe). Isto porque foram justamente considerados os casos limites de superfície (todos os demais casos apresentados na literatura, como GÁLVEZ et al. (1998), ČERVENKA (1994), etc., são situações intermediárias), sem mudança significativa na resposta. Do ponto de vista numérico, a variável mais importante parece ser o potencial plástico, que deve induzir deslizamento na ponta da fissura.

A partir desta discussão, pode-se dizer que τ é uma variável importante na simulação numérica do modo misto de fratura. A abertura inelástica deve ser acompanhada por deslizamento inelástico, a fim de reduzir esta tensão. Claramente, o uso de plasticidade associada com superfície de Rankine não é capaz de cumprir esta tarefa, porque o modelo não permite deslizamentos inelásticos. A tentativa de restringir o cisalhamento, empregando valores de $\tan \phi$ menores que 1 não funcionou para os exemplos analisados, conforme foi discutido anteriormente.



(a)



(b)

Figura 4.39: trajetórias das tensões normais e de corte a) Modelo Desacoplado, $\tan \phi=10000$, $\beta=0$; ponto 1 (ver Figure 4.40) e b) Modelo Acoplado, $\tan \phi=1,4$. Área cinza representa a evolução da superfície de fratura.

4.3 ALEATORIEDADE DAS PROPRIEDADES DO MATERIAL

O concreto é um material heterogêneo, portanto, após estudá-lo nos exemplos anteriores considerando propriedades mecânicas e do material de forma determinística, fez-se um estudo considerando a não homogeneidade no modelo.

Existem várias formas de incorporar a não homogeneidade das propriedades mecânicas e de fratura do concreto em um modelo numérico. Uma revisão completa pode ser encontrada em SCHLANGEN (1993). Uma das formas é o modelo apresentado por ROCHA (1989), no qual a aleatoriedade é considerada definindo a energia específica de fratura G_{Ic} como um campo aleatório, através de uma função de distribuição de probabilidade para G_{Ic} . No modelo proposto por ITURRIOZ (1995), o campo aleatório G_{Ic} é gerado a partir de uma distribuição de Weibull com dois parâmetros.

Nestes modelos existe uma limitação numérica, pois a malha de elementos finitos é vinculada às características do material, ou seja, o comprimento característico da malha de EF deve ser aproximadamente igual ao dobro do diâmetro máximo do agregado d_{max} . O modelo proposto por RIOS (2002) faz simulação aleatória das propriedades do material independente da malha de EF empregada.

Pode-se considerar a não homogeneidade empregando campos aleatórios para G_{Ic} e σ_{max}^0 , separadamente ou conjuntamente. Semelhante ao modelo proposto por ITURRIOZ (1995), neste trabalho a função de distribuição de probabilidade empregada é a distribuição de Weibull com dois parâmetros, conforme equações 4.1 e 4.2, para G_{Ic} e σ_{max} , respectivamente.

$$f_w(G_{Ic}) = 1 - e^{-\left[\left(\frac{G_{Ic}}{BETA}\right)^\gamma\right]}, \quad (4.1)$$

$$f_w(\sigma_{max}^0) = 1 - e^{-\left[\left(\frac{\sigma_{max}^0}{BETA}\right)^\gamma\right]}, \quad (4.2)$$

onde $BETA$ e γ são os parâmetros de forma e escala, respectivamente. A formulação completa para inclusão do caráter aleatório é apresentada no Apêndice B.

Neste caso, recomenda-se que o comprimento característico da malha de elementos finitos não seja menor que 3 a 5 vezes o diâmetro máximo do agregado. A escolha destas duas

propriedades de fratura (G_{Ic} e σ_{max}^0) para introduzir a aleatoriedade foi em função das observações do comportamento determinístico da metodologia das interfaces coesivas: a tensão máxima na zona coesiva é determinante no valor da carga máxima e a energia específica de fratura é importante no comportamento do tramo de amolecimento.

Na sequência, um estudo de tração em corpo de prova de concreto empregando campo aleatório para G_{Ic} é apresentado.

4.3.1 Modo I puro com aleatoriedade

Ensaio de tração em peças de concreto são raros. Corpos de prova de diferentes tamanhos em forma de osso foram ensaiados à tração por van VLIET et al. (2000). De forma esquemática, a geometria da seção transversal pode ser observada na figura 4.40. A forma de osso garante que a região central esteja submetida somente à tração. A espessura empregada é de 100 mm. A resistência característica à compressão é de 50 MPa e o diâmetro máximo do agregado de 8 mm. As dimensões dos diferentes corpos de prova analisados são apresentadas na tabela 4.12.

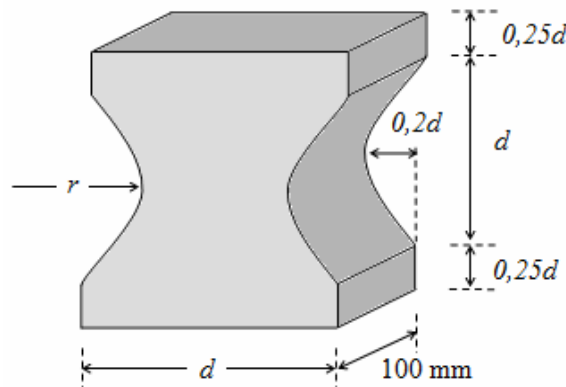


Figura 4.40: seção transversal esquemática do ensaio de tração.

Tabela 4.12: dimensões dos diferentes corpos de prova ensaiados por van VLIET et al. (2000).

CORPOS DE PROVA	d (mm)	r (mm)
B (pequeno)	100	72,5
C (médio)	200	145
D (grande)	400	290

Estudos para os tamanhos B , C e D , empregando um campo aleatório para a energia específica de fratura foram realizados. A energia específica de fratura media é de 100 N/m e o coeficiente de variação $CV(G_{Ic})$ de $0,30$. As malhas de elementos finitos empregadas para os tamanhos B, C e D são representadas na figura 4.41, sendo o comprimento característico l_c de 20 mm . Curvas força-deslocamento são apresentadas nas figuras 4.42, 4.43 e 4.44, para os tamanhos B , C e D . Observa-se que os estudos aleatórios se ajustaram melhor aos resultados experimentais para o tamanho B . Para o tamanho C e D os resultados não sofreram grande variação significativa.

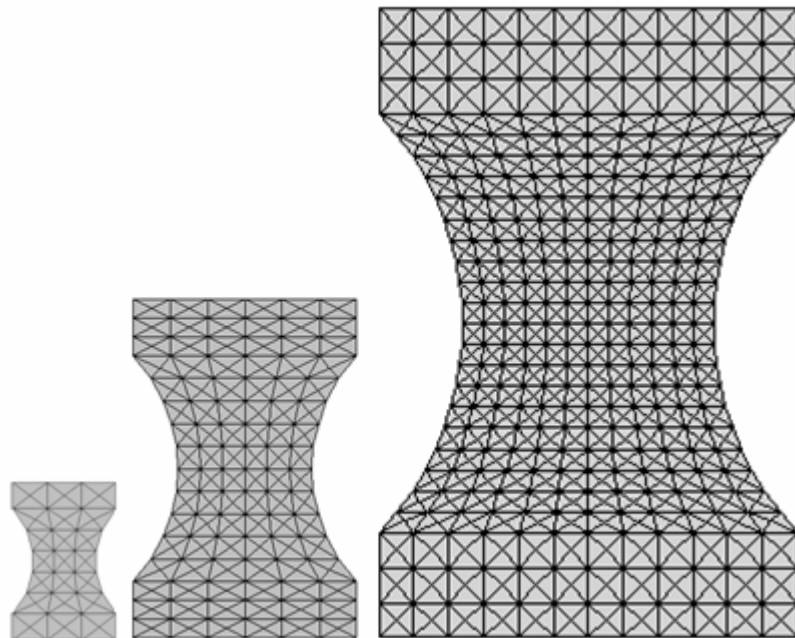


Figura 4.41: malhas de EF para os tamanhos B , C e D , respectivamente da esquerda para direita.

Quanto ao mecanismo de fratura, observou-se que a zona de processo não muda. Mesmo considerando um campo aleatório para G_{Ic} a ruptura sempre ocorre na seção central do corpo de prova onde as tensões normais são máximas. O efeito da aleatoriedade é alterar a sequência das interfaces rompidas neste plano médio. No caso determinístico a ruptura ocorre de dentro para fora, o que não é necessariamente o caso nas situações aleatórias testadas. Quando a malha de elementos finitos não oferece a possibilidade de romper na seção central, então ocorre uma alternância entre as seções mais próximas acima e abaixo do centro da peça. Portanto o efeito da aleatoriedade depende também da malha empregada. Isto também fica

claro comparando a grande variação das curvas carga x deslocamento no caso *B* (figura 4.42) com a pequenas variação obtida nos casos *C* e *D* (figuras 4.43 e 4.44, respectivamente). No caso *B* a malha é bastante grande frente ao corpo de prova. Neste caso uma considerável variação nas propriedades é obtida para o comportamento da peça como um todo.

É importante ressaltar aqui, que a consideração da aleatoriedade é fundamental para revelar mecanismos de ruptura que poderiam passar despercebidos em uma análise determinística, principalmente quando dois ou mais mecanismos de colapso estão concorrendo entre si. Este tipo de comportamento foi observado, por exemplo, no caso da viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos apresentada no item 4.2.2.

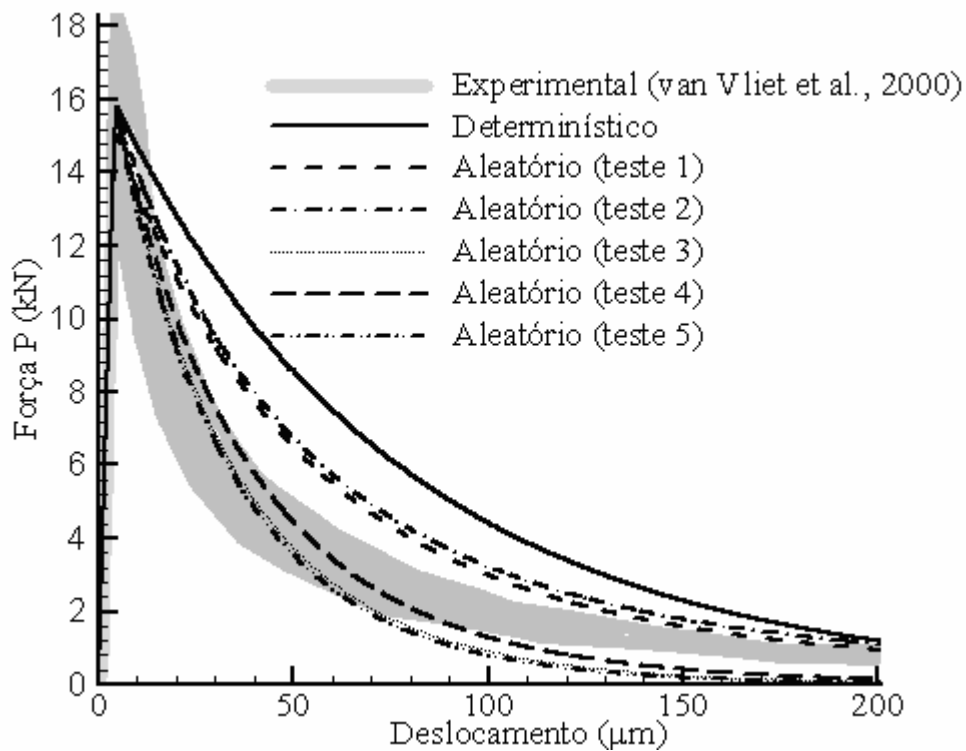


Figura 4.42: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho pequeno (*B*).

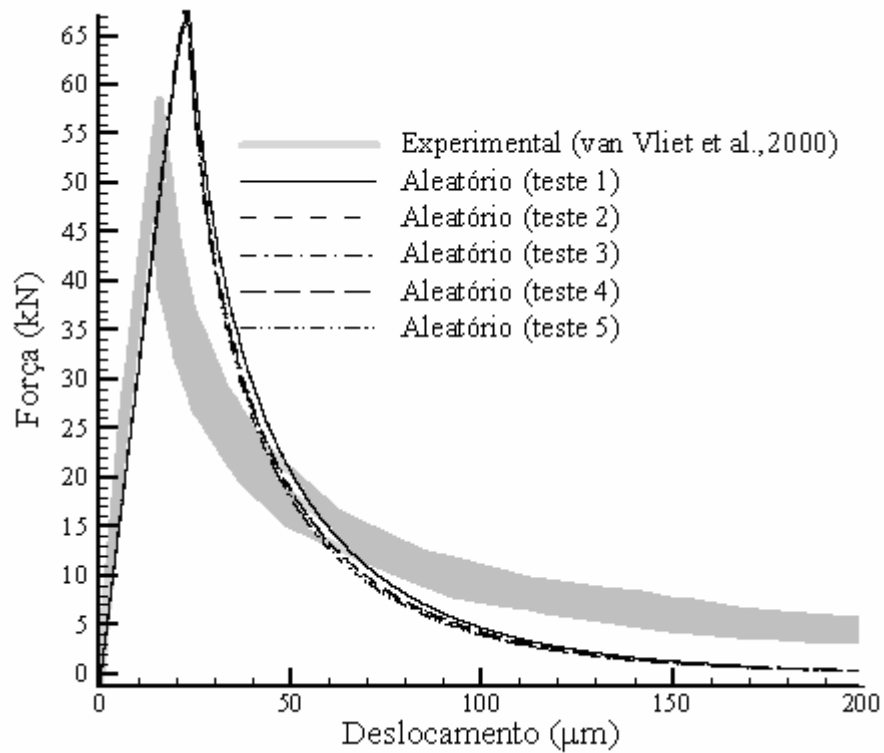


Figura 4.43: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho médio (C).

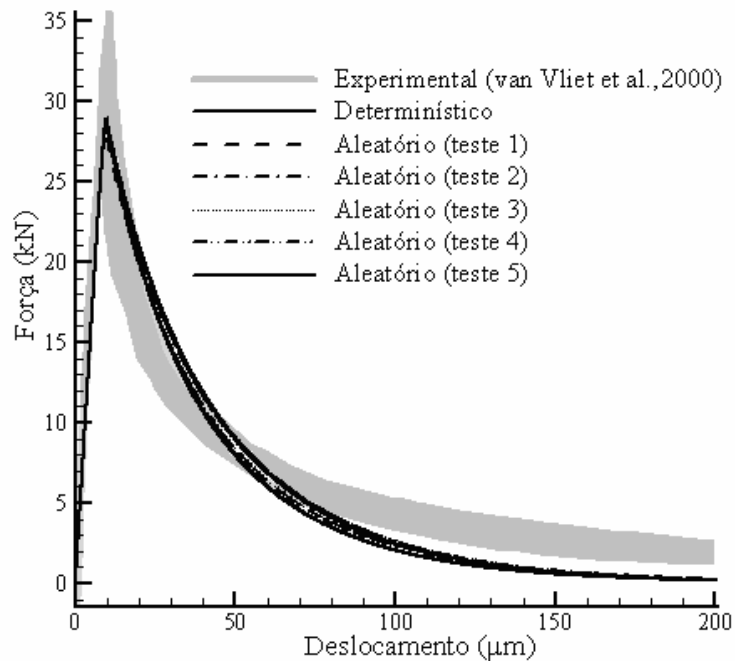


Figura 4.44: curva carga-deslocamento experimental e numérica considerando campo aleatório G_{Ic} , para o tamanho grande (D).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, fratura em estruturas de concreto simples em modo I e modo misto são analisadas discretamente empregando o modelo de superfície coesiva. Dois modelos são introduzidos como leis constitutivas para superfície coesiva e definem a superfície de fratura no espaço de Mohr. Um modelo de acoplamento do vetor das tensões coesivas pela lei de Coulomb modificada é definido como um limite inferior (Modelo Acoplado), enquanto o outro é desacoplado e define um limite superior para o vetor de tensões coesivas (vinculado aos critérios de Rankine e Guest-Tresca). Qualquer modelo alternativo diferentes destes ficará restrito entre estes dois limites, pois os dois modelos propostos representam os limites do espectro das tensões coesivas. Cinco tipos diferentes de ensaios são apresentados para validar os modelos, a saber: para modo I puro, emprega-se flexão de viga a 3 pontos; para modo misto, empregam-se as vigas com 1 entalhe a 4 pontos (GALVÉZ et al, 1998 e 2002) e duplo entalhe (ver BALATORE et al., 1990 e BOCCA et al, 1990), a viga com entalhe excêntrico a 3 pontos (GARCÍA et al., 2000) e a placa com duplo entalhe (estudada experimentalmente por NOORU-MOHAMED, 1992).

5.1 CONCLUSÕES

Analisando os resultados apresentados neste trabalho, para os estudos de Modo I puro, pode-se concluir que:

- neste caso o Modelo Acoplado recai no Modelo Desacoplado. Em ambos, a componente normal do vetor tensão σ é obtida como uma função da abertura da fissura. Os modelos são capazes de simular corretamente os experimentos, inclusive os efeitos de escala;
- a tensão normal máxima na ponta da fissura varia de $\sigma_{max}^0 = 1$ a $3 f_{tm}$, sendo f_{tm} a resistência à tração média do concreto. Tal variação está relacionada ao tamanho do corpo de prova (ver CARPINTERI, 1993). Em todos os casos foi possível ajustar os dados experimentais empregando a referida faixa de variação;
- quando a energia específica de fratura do modo I não for informada, pode-se adotar a expressão do XU, 1999 e CEB-FIP, 1993 (equação 3.13) como valor de referência. Tal

expressão considera o efeito do diâmetro máximo do agregado e da resistência média à compressão do concreto;

- aberturas elásticas (w_e e v_e), embora fictícias, são necessárias para estabilizar numericamente a metodologia das interfaces coesivas. Seus valores devem ser pequenos e associados ao comprimento característico da malha para evitar efeito indesejado de escala. Valores infinitamente pequenos destas aberturas conduzem a instabilidades numéricas;
- diferentes leis constitutivas para o pós-pico interferem tanto no trecho de descarga nas relações carga-deslocamento, como na capacidade da carga do corpo de prova. Em geral, empregar a lei constitutiva de HILLERBORG (1976) proporciona uma carga máxima maior e uma região de amolecimento mais frágil em relação as outras duas leis testadas (CEB-FIP,1993 e XU, 1999). Em geral, a região de amolecimento fica melhor caracterizada empregando as leis constitutivas do CEB-FIP e XU;
- aleatoriedade das propriedades do material foram consideradas através de um campo aleatório para energia específica de fratura. Para o exemplo testado, curvas carga-deslocamento aleatórias se ajustam melhor aos resultados experimentais para o tamanho de corpo de prova pequeno (malha de EF com poucos elementos), para malhas com mais elementos (corpo de prova médio e grande) não houve diferença significativa entre os resultados determinísticos e aleatórios. O mecanismo de fratura não muda em função da aleatoriedade das propriedades do material, pois, a zona de processo permanece a seção central do corpo de prova. Para ocorrer alterações no mecanismo de propagação da fissura a malha de EF precisa ser desestruturada nesta região, o que não foi considerado neste trabalho.

Para os estudos de fratura em modo misto, pode-se concluir que:

- o processo de dano das superfícies coesivas deve resultar no decréscimo das componentes σ e τ do vetor de tensões coesivas até o desaparecimento destas com a abertura total da fissura. O decréscimo da componente de corte deve ser promovido pelo modelo constitutivo. Outras metodologias não necessitam tal procedimento, como

certos métodos adaptativos (ver CENDÓN et al. , 2000) onde a superfície de fratura é colocada nos planos principais de tensões;

- o Modelo Desacoplado não é capaz de reduzir τ , gerando instabilidades e resultados errados, fato amplamente comprovado nas simulações numéricas, apresentadas pelo presente trabalho;
- a fim de reduzir τ nas interfaces coesivas, deslizamentos inelásticos devem ocorrer. Isso só é possível utilizando o Modelo Acoplado (limite inferior). Se for admitido que a plasticidade não-associada pode ser utilizada, este deslizamento também pode ser obtido independentemente da forma da superfície de fratura. Neste caso, o potencial plástico adotado é o fator determinante. Isto pode ser comprovado nos exemplos 4.2.1, 4.2.3 e 4.2.4, onde ângulos de atrito aproximadamente iguais a 90° foram empregados no Modelo Acoplado. Neste caso a superfície de Coulomb do Modelo Acoplado fica igual à superfície de Rankine do Modelo Desacoplado. Porém, nestes casos, o Modelo Acoplado fornece bons resultados, enquanto o Modelo Desacoplado não. Isso indica que a forma da superfície de colapso não é um fator significativo nos resultados;
- somente dois parâmetros do modo II ($\tan \phi$ e β) são introduzidos para o Modelo Acoplado. O modelo proposto é um modelo simples de modo misto, quando comparado a outros (ver ČERVENKA, 1994 e GÁLVEZ, 2002), mas que representa adequadamente a fratura do concreto nos casos analisados. Os resultados comprovam que este modelo, mesmo empregando um acoplamento simples, pode representar apropriadamente fratura do concreto simples em modo misto, caso plasticidade não-associada seja utilizada;
- os parâmetros de modo misto têm uma importância discreta nos resultados. (Apenas no caso 4.2.1 promovem mudanças de morfologia, quando valores absurdamente elevados de energia de fratura do modo II foram empregados.) Uma justificativa para tal comportamento pode ser observada na figura 4.38, onde as componentes de corte são pequenas, quando comparadas com as componentes normais;
- restrições ao caminho de propagação da fissura são conhecidas limitações para o modelo de interfaces coesivas, pois a fratura é confinada às interfaces dos EF. No caso do concreto, porém, tal restrição ao caminho de propagação pode ter uma

correspondência física ao processo real, desde que o tamanho dos EF sejam escolhidos aproximadamente iguais ao tamanho dos agregados graúdos. Tal correspondência foi aproximadamente empregada neste trabalho.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir da abordagem apresentada nesta tese, abre-se a possibilidade de algumas investigações que podem ser realizadas de modo a contribuir para o melhor entendimento dos fenômenos de fratura em materiais quase-frágeis como o concreto.

Neste contexto, como perspectiva para trabalhos futuros sugere-se:

- comparar com outros modelos propostos na literatura técnica os resultados obtidos com os modelos propostos pelo presente trabalho, como por exemplo, com o modelo incorporado. Tais modelos não apresentam restrições à direção de propagação, mas não modelam a ponta da fissura;
- investigar o comportamento dos modelos propostos empregando malha de elementos finitos não-estruturada. Tal estudo foi feito por BASCHE et al. (2007) e a comparação dos resultados de uma malha não-estruturada com uma estruturada (usada neste trabalho) indicam que a primeira apresentou resultados muito mais realísticos. Isto se deve ao fato de a malha não estruturada representar melhor a aleatoriedade da disposição dos agregados;
- implementar um critério de ruptura para tensões de compressão, permitindo o estudo de ruptura por esmagamento em peças de concreto comprimidas;
- implementar heterogeneidade no Modelo Acoplado, usando distribuições estatísticas para as propriedades de fratura ou incorporação de microfissuras iniciais, permitindo a melhor representação do comportamento de fratura do concreto em modo misto;
- aplicar os modelos propostos na modelagem de micro-mecânica da fratura do concreto. Questões como efeito da forma e tipo dos agregados graúdos (britado ou rolado), propriedades de argamassa na tenacidade do concreto, entre outras, podem ser melhor entendidas;

- alterar as leis constitutivas coesivas para representar o comportamento de fratura de concretos especiais, como por exemplo: concreto com diferentes teores de fibras. Tal estudo pode ser feito modificando apenas as leis de pós-pico (figura 3.2).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AREA, M. e INGRAFFEA, A.R. **Mixed mode crack propagation in mortar and concrete**, report n. 81-13, Departament of Structural Engineering, School of Civil and Enviromental Engineering, Cornell University,1982.
- BALLATORE, E.; CARPINTERI, A.; FERRARA, G. e MELCHIORRI, G. Mixed mode fracture energy of concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v.35, p.145-157, 1990.
- BARENBLATT, G.I. The mathematical theory of equilibrium of crack in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, v.7, p.55-129, 1962.
- BASCHE, H.D.; RHEE, I.; WILLAM, K.J. e SHING, P.B. Analysis of shear capacity of lightweight concrete beams. **Engineering Fracture Mechanics**, v.74, p.179-193, 2007.
- BAŽANT, Z.P. e CEDOLIN, L. Blunt crack Band Propagation in Finite Element Analysis. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York: ASCE, v.105, p.297-315, apr. 1979.
- BAŽANT, Z.P. e CEDOLIN, L. Fracture Mechanics of Reinforced Concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York: ASCE, v.106, p.1287-1306, dez. 1980.
- BAŽANT, Z.P. e OH, B.H. Crack band theory for fracture of concrete. **Materials and Structures**, RILEM, v.16, p.155-177, 1983.
- BAŽANT, Z.P. e PFEIFFER, P.A. Shear fracture test of concrete. **Materials and Structures (RILEM)**, v. 110, n. 19, p. 111-121, 1986.
- BAŽANT, Z.P.; TABBARA, M.R.; KAZEMI, M.T. e PIJAUDIER-CABOT, G. Random Particle Model for Fracture of Aggregate or Fiber Composites. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York: ASCE, v.116, p.1686-1705, 1990.
- BELYTSCHKO, T. e BLACK, T., Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.45, p.601-620, 1999.

- BITTENCOURT, T.N.; WAWRZYNEK, P.A.; INGRAFFEA, A.R. e SOUSA, J.L. Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEM problems. **Engineering Fracture Mechanics**, v.55, n.2, p.321-334, 1996.
- BOCCA, P.; CARPINTERI, A. e VALENTE, S. Mixed Mode Fracture of Concrete. **International Journal Solids Structures**, v.27, p.1139-1153, 1990a.
- BOCCA, P.; CARPINTERI, A. e VALENTE, S. Size effects in the mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis. **Engineering Fracture Mechanics**, v.35, p.159-170, 1990b.
- BURT, N.J. e DOUGILL, J.W. Progressive Failure in a Model Heterogeneous Medium. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York: ASCE, v.103, n.3, p.365-376, apr. 1977.
- CAMACHO, G.T. e ORTIZ, Computational modeling of impact damage in brittle materials. **International Journal Solids Structural**, v.33, p.2899-2938, 1996.
- CAROL, I.; LÓPEZ, C.M. e ROA, O. Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements. **International Journal Numerical Methods Engineering**, v.52, p.193-215, 2001.
- CARPINTERI, A. Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: two different explanations based on fracture mechanics. **International Journal of Solids and Structures**, v.25, p.407-429, 1989.
- CARPINTERI, A.; CORNETTI, P.; BARPI, F. e VALENTE, S. Cohesive crack model description of ductile to brittle size-scale transition: dimensional analysis vs. renormalization group theory. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, p.1809-1839, 2003.
- CENDÓN, D.A.; GÁLVEZ, J.C.; ELICES, M. e PLANAS, J. Modeling the fracture of concrete under mixed loading. **International Journal Fracture**, v.103, p.293-310, 2000.
- ČERVENKA J. **Discrete crack modeling in concrete structures**. PhD Thesis, University of Colorado, 1994.
- CHANDRA, N.; LI, H.; SHET, C. e GHONEM, H. Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces. **International Journal of Solids and Structures**, v.39, p.2827-2855, 2002.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Bulletin d'Informacion, Lausanne n.213/214, Lausanne: CEB, mar. 1993.

d'AVILA, V.M.R. **Estudos sobre Modelos de Fissuração de Peças de Concreto Armado Via Método dos Elementos Finitos**. Tese de Doutorado em Engenharia, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, Fevereiro, 2003.

De BORST, R.; REMMERS, J.J.C. e NEEDLEMAN, A. Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models. **Engineering Fracture Mechanics**, v.73, p.160-177, 2006.

DUGDALE, D.S. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v. 8, p. 100-108, 1960.

DVORKIN, E.N.; CUTIÑO, A.M. e GIOLA, G. Finite Elements with Displacement Interpolated Embedded Localization Lines Insensitive to Mesh and Distortions. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, John Wiley & Sons, v.30, p.541-564, 1990.

FEDRIGO, F. **Aplicação de Interfaces Coesivas na Mecânica da Fratura Via Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

GÁLVEZ, J.C.; ELICES, M.; GUINEA, G.V. e PLANAS, J. Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading. **International Journal Fracture**, v. 94, p. 267-284, 1998.

GÁLVEZ, J.C.; CENDÓN, D.A. e PLANAS, J. Influence of shear parameters on mixed-mode fracture of concrete. **International Journal Fracture**, v.118, p. 163-189, 2002.

GARCÍA, V. O.; GETTU, R. e CAROL, I. Numerical analysis of mixed mode fracture in concrete using interface elements. **European Congress on Computational methods in applied sciences and Engineering**, Barcelona, Spain, 2000.

GUINEA, G.V.; EL-SAYED, K.; ROCCO, C.G.; ELICES, M.; PLANAS, J. The effect of the bond between the matrix and the aggregates on the cracking mechanism and fracture parameters of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 32, n. 12, p.1961-1970, 2002.

GROÛTENBOER, H.J.; LEIJTEN, S.F.C.H. e BLAAUWENDRAD, J. Numerical Models for Reinforced Concrete Structures in Plane Stress. **HERON**, Delft, v.26, n.1C, 1981.

- HANSON, J.H., INGRAFFEA, A.R. Using numerical simulations to compare the fracture toughness values for concrete from the size-effect, two-parameter and fictitious crack models. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, p.1015-1027, 2003.
- HASSANZADEH, M. **Behaviour of fracture process zones in concrete influenced by simultaneously applied normal and shear displacements**. PhD Thesis, Lund Institute of Technology Division of Building Materials, Lund, Sweden, 1992.
- HILDORF, H. K. e BRAMESHUBER, W. Code-type formulation of fracture mechanics concepts for concrete. **International Journal of Fracture**, v.51, p.61-72, 1991.
- HILLERBORG, A.; MODÉER, M. e PETERSON, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v.6, p.773-782, 1976.
- HÖGBERG, J.L. Mixed mode cohesive law. **International Journal of Fracture**, v.141, p.549-559, 2006.
- INGRAFFEA, A.R.; GERSTLE, W.H.; GERGELY, P. e SAOUMA, V. Fracture mechanics of Bond in Reinforced Concrete . **Journal of Structural Engineering**. New York: ASCE, v.110, n.4, p. 871-890, apr. 1984.
- IOSIPESCU, N. New accurate procedure for single shear testing of metals. **Journal of Materials**, v.2, n.3, p. 537-566, 1967.
- IRWIN, G.R. Fracture Dynamics. In: **Fracture of Metals**. Cleveland: ASM, 1948.
- ITURRIOZ, I. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos ao Estudo de Estruturas Laminares de Concreto Armado**. Tese de Doutorado em Engenharia, CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1995.
- JENQ, Y.S. e SHAH, S.P. Two parameter fracture model for concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v.111, p.1227-1241, 1985a.
- JENQ, Y.S. and SHAH, S.P. A fracture toughness criterion for concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v.21, p.1055-1069, 1985b.
- JENQ, Y.S. and SHAH, S.P. Mixed Mode Fracture Parameters of Concrete. **International Conference on Fracture of Concrete and Rock**. Eds. S.P. Shah e S. E. Swartz, Houston, p. 359-369, 1987.

- KANG, W.T. **Estudo de Propagação de Fissuras Arbitrárias no Concreto Utilizando o Modelo Reticulado da Mesoestrutura**. Tese de Doutorado, USP/SP, São Paulo, 2002.
- LENS, L.N.; BITTENCOURT, E. e d'ÁVILA, V.M.R. Quasi-fragile and fragile fracture behavior with the cohesive surface methodology. **MECOM**, Santa Fé, Argentina, 2006.
- LENS, L.N.; BITTENCOURT, E. e d'ÁVILA, V.M.R. Cohesive laws to model concrete rupture - a methodology that takes mesh effects into consideration. In: Elaskar SA, Pilotta EA, Torres GA, editors. **Mecánica Computacional. Asociación Argentina de Mecánica Computacional**, p. 1440-1452, 2007.
- LENS, L. N.; BITTENCOURT, E. e d'ÁVILA, V.M.R. Mixed mode fracture modeling of concrete using a modified coulomb's law. In: **XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones**, 2008, San Luis. XVII ENIEF. Santa Fé , AMCA, p. 1-14, 2008.
- LENS, L.N.; BITTENCOURT, E. e d'ÁVILA, V.M.R. Constitutive models for cohesive zones in mixed mode fracture of plain concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v76, p.2281-2297, 2009.
- METHA, P.K. e MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**. São Paulo: Ed. PINI Ltda., nov. 2008.
- NAUS, D.J.; LOTT, J.L. Fracture Toughness of Portland Cement Concrete. **T. & A.M. Report nº 648**, Univ. of Illinois, 1964.
- NEEDLEMAN, A. Continuum Model for Void Nucleation by inclusion debonding. **Journal of Applied Mechanics**, v.54, p.525-531, 1987.
- NGO, D. e SCORDELIS, A.C. Finite Elements Analysis of Reinforced Concrete Beams. **ACI Journal**, Farmington Hills: ACI, v.64,n.3,p.152-163,apr. 1967.
- NOORU-MOHAMED, M.B. **Mixed mode fracture of concrete: an experimental approach**. PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, 1992.
- OLIVER, J. **Modelado da Fissuração in Estructuras di Hormigon**. Barcelona: Centro Internacional de Metodos Numericos em Engenharia, Publicação Interna, mar. 1990.
- PETERSSON, P.E. Fracture energy of concrete: Practical performance and experimental results. **Cement and Concrete Reserch**, v.10, p.91-101, 1980.

- PLANAS, J.; ELICES, M.; GUINEA, G.V., GÓMES, F.J.; CENDÓN, D.A. e ARBILLA, I. Generalizations and specializations of cohesive crack models. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, n.14, p.1759-1776, 2003.
- RASHID, Y.R. Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels. **Nuclear Engineering and Design**, v.7, p.334-344, 1968.
- RIOS, R.D. **Aplicações do Método dos Elementos Discretos em Estruturas de Concreto**. Tese de Doutorado em Engenharia, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.
- RIOS, R.D.; ROCHA, M.M. e RIERA, J.D. Uma contribuição ao entendimento do efeito escala em estruturas de concreto. **Mecânica Computacional**. Eds. S.R. Idelsohn, V.E. Sonzogni & A. Cardona. Santa Fé, Argentina, v. 21, p. 979-991, 2002.
- ROCHA, M.M. **Ruptura e efeito escala em materiais não homogêneos**. Dissertação de Mestrado em Engenharia, CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1989.
- ROCHA, M.M. e RIERA, J.D. On size effects and rupture of nonhomogeneous materials. **Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics**, Eds. J.G.M. Van Mier, Chapman & Hall/Ed. Fn. Spon, London, p.451-460, 1991.
- ROSE, J.H.; FERRANTE, J. e SMITH, J.R. Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces. **Physics Review Letters**, v.47, p.675-678, 1981.
- ROTS, J.G. **Computational modeling of concrete fracture**. PhD Thesis, Delft University, 1988.
- SANTOS, A.C.; SOUSA, J.L.A.O.; BITTENCOURT, T.N. Determinação experimental da Tenacidade ao Fraturamento do Concreto com Corpos de prova do Tipo "Short-Rod". **Boletim Técnico Bt Pef 9807**, São Paulo, v.1, p. 1-20, 1998.
- SCHLANGEN, E. Experimental e Numerical Analysis of Fracture Processes in Concrete. **HERON**, Delft, v.38, n.2, 1993.
- SCHLANGEN, E. e Van MIER, J.G.M. Lattice Model for Numerical Simulation of Concrete Fracture. **Proceedings SEM/RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock**. Eds. S.P.Shah & S.E. Swartz. Springer Verlag, New York, p. 511-527, 1991.
- SCHORN, H. e RODE, U. 3-D-modeling of process zone in concrete by numerical simulação. **International EPRI Proceeding Conference on Dam Fracture**. Eds. V. E. Saouma, R. Dungan & D. Morris, EPRI, Palo alto, p. 511-527, 1987.

- SHAH, S. P.; SWARTZ, S.E. e OUYANG, C. C. **Fracture mechanics of concrete: applications of fracture mechanics to concrete, rock and other quasi-brittle material.** Wiley-Interscience publication, USA, 1995.
- STRANGE, P.C.; BRYANT, A.H. Experimental tests on concrete fracture. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.105, p. 337-342, 1979.
- SWARTZ, S.E.; LU, L.W. e TANG, L.D. Mixed-mode fracture toughness testing of concrete beams in three-point bending. **Materials and Structures (RILEM)**, v.21, p. 33-40, 1988.
- TIJSSENS, M.G.A.; SLUYS, B.L.J. e van der GIESSEN, E. Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surface. **European Journal of Mechanics A/Solids**, v.19, p.761-779, 2000.
- Van VLIET, M.R.A. e Van MIER, J.G.M. Size effects of concrete and sandstone. **HERON**, v.45, n.2, 2000.
- VECCHIO, F.J. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes. **ACI Structural Engineering**, New York: ASCE, v.116, n.3, p.730-750, mar. 1989.
- WAWRZYNEK, P. A. e INGRAFFEA, A. R. Interactive Finite-element Analysis of Fracture Processes – An Integrated Approach. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, v.8, p. 130-150, 1987.
- XU, X.P. Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's non-linear and exponentially non-linear softening curves and their physical meanings. **Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen**, Hamburg, Libri BOD, p.410-424, 1999.
- XU, X.P. e NEEDLEMAN, A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. **Journal Mech. Phys. Solids**, v.42, p.1397-1424, 1994.

**APÊNDICE A – CONSIDERAÇÕES PARA A ESCOLHA DE α NA
EXPRESSÃO DA ABERTURA ELÁSTICA.**

Foi considerado, ao longo deste trabalho, que w_e é uma abertura elástica fictícia e portanto o valor de α deveria ser o maior possível para tornar w_e pequeno. Porém nem sempre o valor de α empregado foi grande, em alguns exemplos da ordem da unidade. Na figura A1, pode-se observar resultados de variações de α de 1 a 100. Analisando estes estudos indicações que o valor de α , quando variado de 1 a 10, pode ter significativa importância nos resultados, quer seja, alterando o comportamento elástico do material ou mesmo o mecanismo de propagação da fissura.

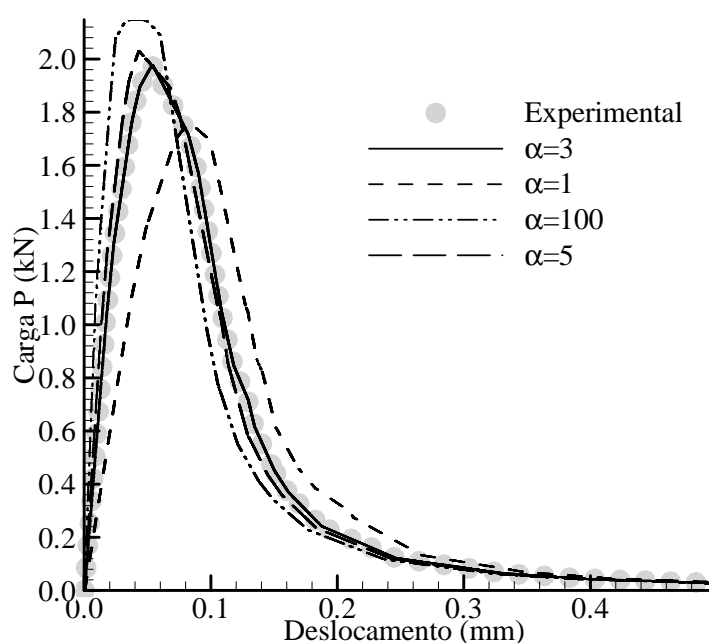


Figura A.1: curva carga versus deslocamento para diferentes valores α .

Quanto ao emprego de valores mais baixos de α , as seguintes justificativas podem ser usadas:

- valores de módulo de elasticidade do concreto podem ser secante ou tangente, na origem ou não, e depende da geometria dos corpos de prova. Como as referências bibliográficas não fornecem em geral qual o módulo empregado, o uso de α pode ser justificado como uma correção do módulo de elasticidade informado no estudo experimental;

- em estudos com aleatoriedade das propriedades do material, o módulo de elasticidade pode ser considerado como um campo aleatório (ver RIOS, RIERA e ITURRIOZ, 2002), o que justifica variações do módulo de elasticidade;
- embora a abertura elástica w_e seja considerada fictícia no contínuo (interfaces entre elementos não sujeitos à fissuras), é questionável que ela assim o seja em interfaces onde efetivamente há fissuras. Na formulação original das interfaces coesivas (ver NEEDLEMAN, 1987) w_e é considerada uma propriedade do material. O fato dos resultados aqui obtidos apresentarem uma dependência de α (e por consequência de w_e) indicam alguma evidência neste sentido, uma vez que a micro-fissuração do concreto inicia em níveis de carregamento bem baixo.

Quanto à influência do valor de α empregado sobre o mecanismo de fratura, para maioria dos exemplos testados, valores adequados ao comportamento elástico inicial da estrutura também determinam o mecanismo correto de propagação da fissura.

A exceção foi o estudo da viga com 1 entalhe a 4 pontos, caso 2 (C2) estudada por GÁLVEZ et al. (1998 e 2002), onde mudanças de mecanismos de fratura foram observados quando o ajuste da parte de pré-pico foi realizado (uso de diferentes valores de α na equação 3.15). Para algumas malhas, quando a curva carga versus deslocamento foi ajustada aos resultados experimentais (ver figura A.2) o mecanismo de fratura passa de mecanismo observado experimentalmente para curva desajustada (figura A.3a) para mecanismo típico de ruptura de flexão (ver figura A.3b) na curva ajustada. Cabe salientar, que neste caso zonas tracionadas por flexão concorrem com a região dos entalhes para o desenvolvimento do mecanismo de fratura, podendo na análise numérica desenvolver um ou outro mecanismo.

Na figura A.2, apresentam-se diferentes curvas de ajuste da curva carga- deslocamento, e os respectivos mecanismos de fratura na figura A.3.

Para resolver o problema, nas análises apresentadas no corpo deste trabalho referentes a este caso, várias malhas foram testadas, até encontrar uma que permitisse o ajuste da curva e apresentassem o mecanismo correto.

Este exemplo ilustra a importância da parte de pré-pico da relação constitutiva de interface, que pode conduzir a resultados errôneos na previsão da metodologia da fissura, mesmo quando ajustada as relações carga-deslocamento.

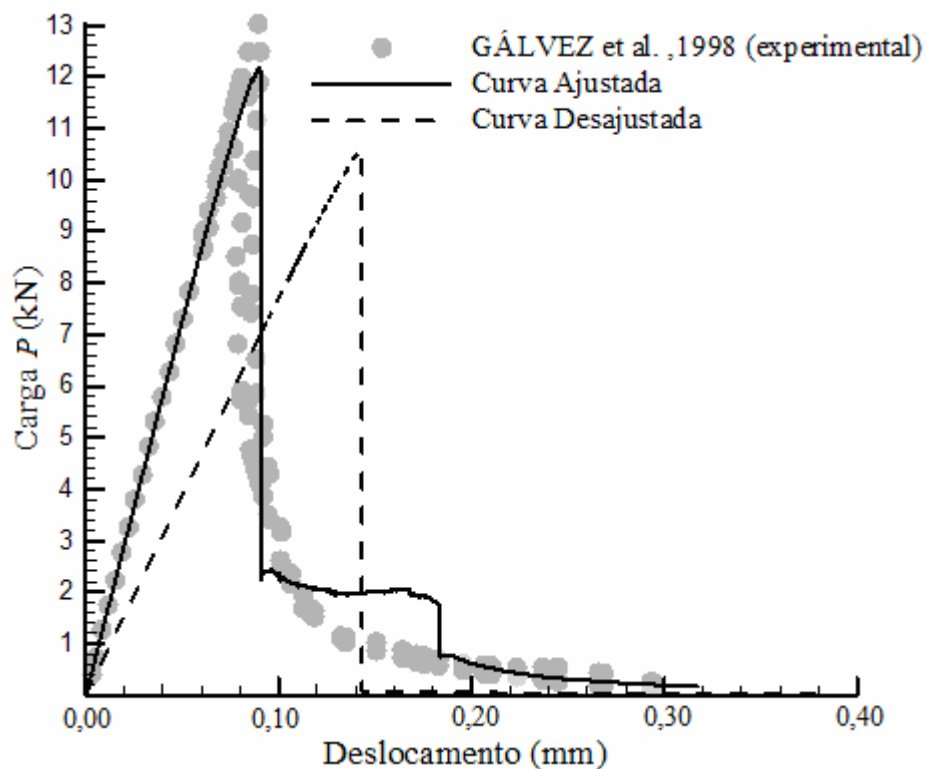


Figura A.2: ajuste da curva carga versus deslocamento para viga com 1 entalhe a 4 pontos aos resultados experimentais, caso 2 – tamanho $D2$.

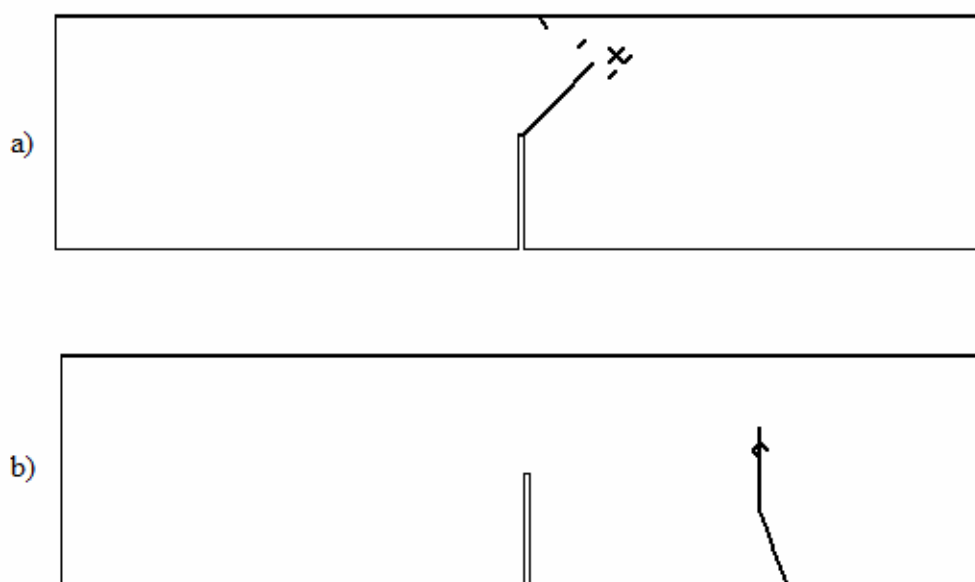


Figura A.3: mecanismo de fratura a) fratura em modo misto para curva desajustada e b) fratura de flexão para curva ajustada.

APÊNDICE B – INCLUSÃO DO CARÁTER ALEATÓRIO

Ao estudar a aleatoriedade das propriedades do concreto é necessário determinar qual propriedade será definida como campo aleatório. No contexto das interfaces coesivas analisando os resultados determinísticos duas variáveis são importantes nos resultados, a saber: a energia específica de fratura e a tensão normal máxima na ponta da fissura. A energia específica de fratura é importante no comportamento do tramo de amolecimento e a segunda é determinante no valor da carga máxima.

Na sequência a formulação para gerar um campo aleatório para G_{Ic} será descrita. Na equação B.1 a função de Weibull de dois parâmetros f_w é definida:

$$f_w(G_{Ic}) = 1 - e^{-\left[\frac{G_{Ic}}{BETA}\right]^\gamma}, \quad (B.1)$$

onde: BETA é o parâmetro de escala, γ é o parâmetro de forma, $\bar{\mu}$ é a média, s é o desvio padrão e Γ é a função Gama.

A média e o desvio padrão do campo aleatório de G_{Ic} são determinados pelas equações B.02 e B.03, como segue:

$$\bar{\mu} = BETA[\Gamma(1 + 1/\gamma)], \quad (B.2)$$

$$s = BETA[\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)]^{1/2}. \quad (B.3)$$

A energia específica de fratura é gerada pela equação B.4, da seguinte forma:

$$G_{Ic} = BETA[-\ln(1 - n_{aleat})]^{1/\gamma}, \quad (B.4)$$

onde n_{aleat} é um número aleatório com densidade de probabilidade uniforme entre zero e 1.

A energia específica de fratura G_{Ic} pode ser representada em função de sua média (\bar{G}_{Ic}) e de um parâmetro de aleatoriedade (φ), como segue:

$$G_{Ic} = \varphi \bar{G}_{Ic}, \quad (B.5)$$

sendo φ um número aleatório com uma distribuição de Weibull de 2 parâmetros e média 1, obtido pela equação B.6 como segue:

$$\varphi = \frac{[-\ln(1 - n_{aleat})]^{1/\gamma}}{\Gamma(1 + 1/\gamma)}, \quad (B.6)$$

Na figura B.1 pode ser observado a curva característica da distribuição de probabilidade da função de Weibull de 2 parâmetros, considerando $\bar{G}_{Ic} = 100$ N/m e coeficiente de variação da energia de fratura $CV[G_{Ic}] = 30\%$, ou seja na formulação anterior $\gamma = 0,30$.

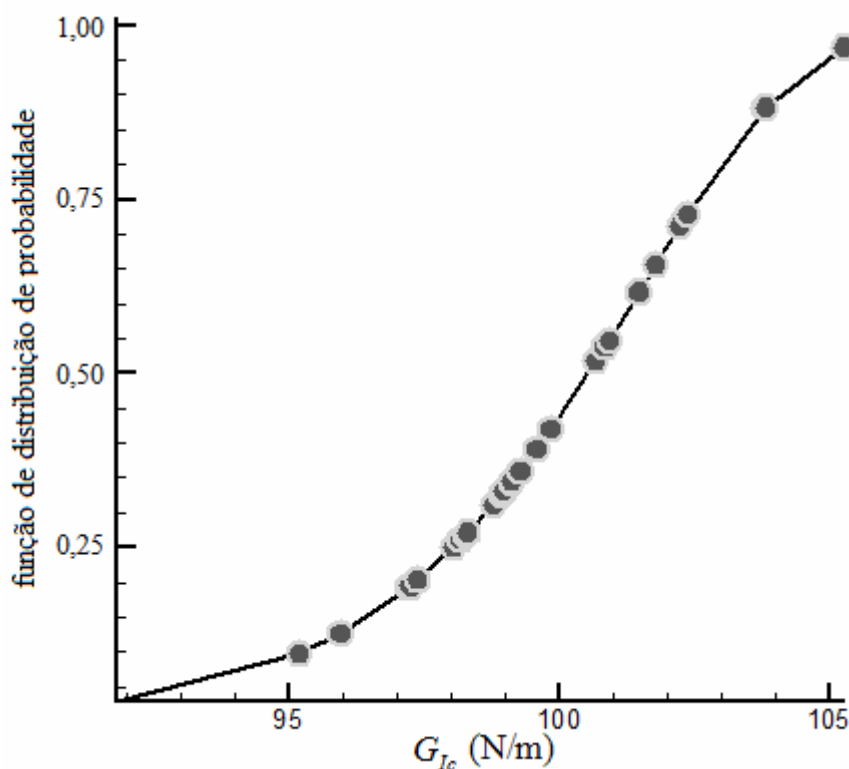


Figura B.1: curva característica da distribuição de probabilidade da função de Weibull de 2 parâmetros, para $\bar{G}_{Ic} = 100$ N/m e $\gamma = 0,30$.

Caso considere como variável aleatória a tensão normal máxima na ponta da fissura σ_{max}^0 basta substituir na formulação anterior G_{Ic} por σ_{max}^0 e suas respectivas médias.