

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Métodos de Estimativas de
Parâmetros Eletromagnéticos
em Modelos Geológicos
Unidimensionais**

por

Alexandre Sacco de Athayde

Dissertação submetida como requisito parcial
para a obtenção do grau de
Mestre em Matemática Aplicada

Prof. Dr. Marco Túlio M. B. de Vilhena
Orientador

Porto Alegre, Setembro de 2009.

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Sacco de Athayde, Alexandre

Métodos de Estimativas de Parâmetros Eletromagnéticos em Modelos Geológicos Unidimensionais / Alexandre Sacco de Athayde.—Porto Alegre: PPGMAp da UFRGS, 2009.

52 p.: il.

Dissertação (mestrado) —Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, 2009.

Orientador: Túllio M. B. de Vilhena, Marco

Dissertação: Matemática Aplicada
FDTD, Problema Inverso, Parâmetros Geológicos, Equações de Maxwell

Métodos de Estimativas de Parâmetros Eletromagnéticos em Modelos Geológicos Unidimensionais

por

Alexandre Sacco de Athayde

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de

Mestre em Matemática Aplicada

Linha de Pesquisa: Física-matemática

Orientador: Prof. Dr. Marco Túlio M. B. de Vilhena

Banca examinadora:

Professor Dr. Adelir José Strieder
UFPEL

Professor Dr. Ricardo Barros
UERJ

Professor Dr. Dagoberto Justo
PPGMAP - UFRGS

Professora Dra. Bárbara Rodriguez
FURG

Dissertação apresentada e aprovada em
11/09/2009.

Waldir Leite Roque
Coordenador

Agradeço à Deus.

À minha mãe, Luzia (em memória) que me deu a criação necessária para que eu seja o que eu sou. Se por um lado a universidade me ensinou matemática, minha mãe me ensinou a ser humano, e sem a criação dela eu não teria chegado onde cheguei.

Ao meu pai, Paulo, por ser um exemplo de pai e por confiar, apoiar, incentivar e orientar todas as minhas decisões. Tenho ele como um exemplo de ser humano e de pai. Te amo muito e agradeço todos os dias por você existir.

Aos meus irmãos, Renato, Mirian, Marcelo e Ana Cristina, pela amizade, apoio e compreensão. Me considero uma pessoa privilegiada por ter irmãos como vocês. Tenho muito orgulho e os amo muito.

A todos os meus amigos pelos momentos de descontração, em especial aos amigos: Radamés, Fernando, André, Eduardo, Sabrina, Carolina, Tiago, Marcelo, Simone, Sabrina Letícia e Rodrigo por torná-los mais descontraídos ainda. Vocês são muito importantes pra mim.

Às pessoas que estudavam e trabalhavam no laboratório de modelagem do departamento de engenharia de minas da UFRGS.

Um agradecimento muito especial a professora Maria da Graça Gomes que começou os meus ensinamentos em matemática, lá no início, na disciplina de cálculo, e que até hoje tenho muito a aprender com ela. A tenho como um exemplo de ética e profissionalismo e a considero uma grande amiga.

À minha namorada Luciana, que me devolveu a felicidade e a alegria de viver e que a cada dia da mais sentido à minha vida. Te amo muito.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Ao CNPq pelo auxílio financeiro.

À todos os professores do Instituto de Matemática que me deram a formação necessária e o incentivo a pesquisa, tanto na graduação quanto na pós graduação.

Ao professor e meu orientador Marco Túlio Vilhena, pelo apoio e incentivo a pesquisa.

Sumário

LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	xi
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
2 MÉTODO DIRETO	4
2.1 Equações de Maxwell	5
2.2 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo	5
2.3 Modelo FDTD para Propagação de Ondas Unidimensionais	13
2.4 Condições de Contorno	15
2.5 Estabilidade e Dispersão	16
3 PROBLEMA INVERSO	18
3.1 Método inverso ACO (<i>Ant Colony Optimization</i>)	20
3.2 Regularização Intrínseca	22
3.3 Modificação na Avaliação do Custo do Método ACO	23
3.4 Resultado do Método ACO modificado	24
3.4.1 Primeiro Perfil	26
3.4.2 Segundo Perfil	29
3.4.3 Solução com 1% de ruído nos dados	34
3.4.4 Solução com 5% de ruído nos dados	36
4 MÉTODO DO COEFICIENTE DE REFLEXÃO	40
4.1 Reflexão e Refração	40

4.2 Resultados	45
5 CONCLUSÃO	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Algoritmos do método ACO (Souto, 2006) [14].	23
Tabela 3.2	Algoritmos do método ACO (Souto, 2006) [14].	24
Tabela 3.3	Algoritmos do método ACO (Gomes <i>et al.</i> , 2009) [6].	25
Tabela 3.4	Algoritmos do método ACO (Gomes <i>et al.</i> , 2009) [6].	25
Tabela 3.5	Tabela das propriedades do primeiro perfil.	26
Tabela 3.6	Tabela dos parâmetros usados no algoritmo FDTD, para os dois perfis simulados.	27
Tabela 3.7	Tabela dos valores dos parâmetros.	27
Tabela 3.8	Tabela das propriedades do segundo perfil.	29
Tabela 3.9	Tabela das propriedades do segundo perfil.	30
Tabela 4.1	Tabela das propriedades dos meios usados no método do coeficiente de reflexão.	45
Tabela 4.2	Tabela dos parâmetros obtidos com arenito na primeira camada e gelo, basalto e granito na segunda camada.	45
Tabela 4.3	Tabela dos parâmetros obtidos com gelo na primeira camada e granito, arenito e basalto na segunda camada.	45
Tabela 4.4	Tabela dos parâmetros obtidos com granito na primeira camada e basalto, gelo e arenito na segunda camada.	46
Tabela 4.5	Tabela dos parâmetros obtidos com basalto na primeira camada e arenito, gelo e granito na segunda camada.	46

Lista de Figuras

Figura 2.1	Posicionamento das componentes E_x , E_y e E_z do vetor campo elétrico e H_x , H_y , H_z do vetor campo magnético em uma célula cúbica unitária [16], p. 60.	7
Figura 2.2	Representação do "salto" (<i>leapfrog</i>) conforme o algoritmo de Yee, para ondas que se propagam em uma dimensão, de acordo com incrementos espacial e temporal [16], p. 62.	8
Figura 2.3	Ilustração, do caso 1D à esquerda e o 2D à direita, da propagação de pulsos de georradar.	14
Figura 2.4	Ilustração das condições de contorno para o caso 1D.	16
Figura 3.1	Perfil de propriedades ε e σ para o primeiro caso simulado. . . .	26
Figura 3.2	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ pela inversão através do método ACO após o primeiro passo da estimativa.	28
Figura 3.3	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ pela inversão através do método ACO após fixar os parâmetros até onde se observa alguma tendência.	28
Figura 3.4	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ da 9 ^a a 13 ^a posição usando a combinação das soluções.	29
Figura 3.5	Perfil de propriedades ε e σ para o segundo caso simulado. . . .	30
Figura 3.6	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ no primeiro passo da busca das soluções.	31
Figura 3.7	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ da 5 ^a a 13 ^a posições usando a combinação das soluções.	31
Figura 3.8	Resultado final obtido para os valores dos parâmetros ε e σ para o segundo perfil.	32
Figura 3.9	Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ usando a resposta do método ACO como palpite inicial para o método Quasi-Newton.	32
Figura 3.10	Resultados obtidos para o perfil do parâmetro ε fixando a resposta do método Quasi-Newton para o parâmetro σ e utilizando o método ACO no primeiro passo).	33
Figura 3.11	Resultados obtidos para os valores do parâmetro ε fixando o resultado de σ obtido pelo método Quasi-Newton (2 ^o passo). . . .	33

Figura 3.12	Resultados obtidos para os valores do parâmetro ε fixando o resultado de σ obtido pelo método Quasi-Newton e utilizando o método ACO (último passo).	34
Figura 3.13	Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ com ruído de 1% nos dados no último passo.	35
Figura 3.14	Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ com ruído de 1% nos dados usando o método Quasi-Newton.	35
Figura 3.15	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados (primeiro passo no método ACO).	36
Figura 3.16	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados (segundo passo no método ACO).	36
Figura 3.17	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados.	37
Figura 3.18	Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ simultaneamente com ruído de 5 % nos dados e último passo da metodologia ACO.	37
Figura 3.19	Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ simultaneamente pelo método Quasi-Newton com ruído de 5 % nos dados.	38
Figura 3.20	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (primeiro passo do método ACO).	38
Figura 3.21	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (segundo passo do método ACO).	39
Figura 3.22	Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (último passo do método ACO).	39
Figura 4.1	Ilustração do um pulso antes de chegar a interface para o caso unidimensional.	41
Figura 4.2	Ilustração do um pulso incidente separando-se em refletido e transmitido na interface ar-arenito.	41
Figura 4.3	Ilustração do um pulso transmitido separando-se novamente em transmitido e refletido na interface arenito-basalto.	42

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição
\mathbf{E}	Vetor Campo Elétrico ($\frac{\text{V}}{\text{m}}$)
\mathbf{B}	Densidade de Fluxo Magnético ($\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$)
\mathbf{H}	Vetor Campo Magnético ($\frac{\text{A}}{\text{m}}$)
\mathbf{D}	Densidade de Fluxo Elétrico ($\frac{\text{C}}{\text{m}^2}$)
ε	Permissividade dielétrica ($\frac{\text{F}}{\text{m}}$)
σ	Condutividade elétrica ($\frac{\text{S}}{\text{m}}$)
μ	Permeabilidade magnética ($\frac{\text{H}}{\text{m}}$)
ρ	Resistividade magnética equivalente ($\frac{\Omega}{\text{m}}$)
m	Matriz que armazena as propriedades dos meios
Δt	Incremento no tempo (s)
Δx	Incremento no espaço (m)
f_0	Frequência (MHz)
c	Velocidade da luz no vácuo
λ	Comprimento de onda (m)
mit	Número máximo de gerações de formigas / iterações
na	Número de formigas em cada geração
na_p	Formigas pré selecionadas em cada geração
ns	Número discreto de estimativas de \mathbf{x}
np	Nível de procura
T_0	Depósito de concentração de feromônio
ρ'	Taxa de decaimento / coeficiente de evaporação
q_0	Parâmetro de decisão
1 -D EM	Onda Eletromagnética Unidimensional
GPR	<i>Ground Penetrating Radar</i> / georradar
FDTD	<i>Finite Difference Time Domain</i>
	Diferenças Finitas no Domínio do Tempo
3 -D	Três dimensões
E^{mod}	Valores do Campo elétrico obtidos pelo FDTD
E^{exp}	Valores do Campo elétrico obtidos pela metodologia inversa
\mathbf{x}	Vetor
z_i	Profundidades ($i = 1, \dots, 13$)
t_j	Tempo

Símbolo	Descrição
$freq_k$	k-ésima frequência
N_z	Valores discretos de z
N_t	Valores discretos de t
N_{freq}	Valores discretos de $freq$
$J(\mathbf{x})$	Função Objetivo
$S(\varepsilon), S(\sigma)$	Funções de Regularização
γ	Parâmetro de Regularização
q_i	Probabilidade acumulativa
p_i	Operador de diferença discreta de primeira ordem
ζ	Constante
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
T_{ij}	Matriz de Feromônio
Q	Valor da função objetivo quando $\mathbf{x} = [1 \ 1]^T$
P_{ij}	Probabilidade em cada geração de formigas
η_{ij}	Visibilidade de cada caminho [i j]
α, β	Pesos que estabelecem a influência do feromônio e da visibilidade em cada caminho
r_0	Número aleatório
\mathbf{x}_0	Estimativa inicial da solução
\mathbf{x}_{melhor}	Melhor formiga
\mathbf{J}_{min}	Menor custo
dx	Incremento espacial
dt	Incremento temporal
nx	Discretização espacial (número de pontos da malha)
ny	Número de iterações no tempo
D	Tamanho do domínio espacial
QN	Quasi-Newton
n_1	Índice de refração do meio um
n_2	Índice de refração do meio dois
θ_i	Ângulo de incidência
θ_t	Ângulo de transmissão
Γ	Coefficiente de reflexão
Γ_{real}	Coefficiente de reflexão real entre dois meios
Γ_{exp}	Coefficiente de reflexão obtido pelo método do coeficiente de reflexão
$\varepsilon_{estimado}$	Permissividade elétrica obtida pelo método do coeficiente de reflexão
ε_{real}	Permissividade elétrica real do meio
E_r	Amplitude do campo elétrico refletido
E_i	Amplitude do campo elétrico incidente
E_t	Amplitude do campo elétrico transmitido
E_e	Amplitude do campo elétrico emitido pela antena do GPR
E_R	Amplitude do campo elétrico recebido na antena do GPR
τ	Coefficiente de Transmissão
η	Impedância intrínseca
ω	Frequência angular
a	Fator de atenuação

RESUMO

Métodos de estimativa de parâmetros físicos em meios geológicos têm sido amplamente estudados devido a grande importância e ao grande número de aplicações em que podem ser empregados. Neste trabalho, um pulso unidimensional é propagado através de meios geológicos para simular um traço de onda eletromagnética de georradar, na antena receptora. Num primeiro momento, a propagação da onda é simulada por meio do algoritmo FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) a fim de se observar e analisar os fenômenos de propagação no aparelho receptor. Usa-se então o método de otimização ACO (Ant Colony Optimization) modificado na expectativa de recuperar os principais parâmetros geológicos inerentes dos materiais. Para alguns perfis foram obtidos bons resultados, no entanto ainda se fazem necessárias algumas melhorias na metodologia. Para isso, é proposto o método do coeficiente de reflexão para melhorar as estimativas dos parâmetros dos meios.

ABSTRACT

Methods for physical parameters estimation in geological media have been widely studied due to their great importance and their wide range of applications. In the present work, an one-dimensional pulse is propagated through geological media to simulate a trace of a georadar electromagnetic wave in the receiving antenna. Firstly, the wave propagation is simulated through the FDTD algorithm to observe and analyze the propagation phenomena in the reception device. Then the optimization ACO method it is applied expecting to recover the main geological parameters of the materials. Good results have been obtained to some profiles; however some improvement of the methodology are still necessary. In order to do this, the reflection coefficient method is proposed to enhance the estimative of the parameters from the media.

1 INTRODUÇÃO

Na ciência, a formulação de cada problema físico pode ser vista de duas formas: o problema direto, onde as causas são conhecidas e deseja-se observar alguns de seus efeitos, ou o problema inverso, onde os efeitos são observados e pretende-se determinar o valor dos parâmetros que ocasionam tais fenômenos.

Em geofísica, a investigação de estruturas e subsolos tem diversas aplicações, dentre as quais se destacam os descobrimentos de vazios em estrutura asfáltica e a determinação de materiais em subsolo. Este trabalho é baseado em métodos geofísicos de investigação indireta (não-invasivos). Mais especificamente serão discutidos problemas em relação à reconstrução dos parâmetros mais importantes, inerentes às equações de Maxwell, através de dados que poderiam ser obtidos por meio de georradar. O georradar, consiste de duas antenas, uma emissora e a outra receptora, as quais enviam e captam as oscilações do campo elétrico, que permitem visualizar os efeitos da propagação de ondas eletromagnéticas. Dentre os principais fenômenos ondulatórios observados pelo georradar encontram-se a reflexão, a refração e a atenuação. Uma das formas de observação de tais fenômenos é o radargrama, que consiste dos valores do campo elétrico captados pela antena receptora ao longo do tempo. O georradar [2] pode ser usado na determinação de espessuras de horizontes de solos, na determinação de espessuras de lâminas d'água tanto de lagos como de lençóis freáticos, na estratigrafia de solos, na detecção de vazios, na identificação de feições cársticas, na detecção de fraturas em rochas preenchidas por água ou por ar em sub-superfície. Tal método permite que se estabeleça um modelo interpretativo, que o geólogo e/ou o engenheiro pode utilizar [8]. Isto reduz o grau de incerteza na caracterização do sítio geológico para melhor planejar o trabalho de investigação direta na área em questão. Além disso, simulações de propagação de ondas pode ser utilizada para o planejamento de investigações de subsolo, como por exemplo a potência da antena a ser utilizada para que se possa prever a profundi-

dade em que o pulso alcançará no subsolo. Atualmente tais interpretações são feitas de acordo com a experiência do profissional envolvido na investigação.

A inversão de dados ou resolução do problema inverso na recuperação de parâmetros tem sido aplicada de diversas maneiras na ciência. Souto [13] utilizou o método ACO para a reconstrução de perfis verticais de propriedades ópticas inerentes. Cumpre observar que o ACO (*Ant Colony Optimization*) é uma técnica de otimização não linear que baseia-se no comportamento coletivo das formigas para escolher o melhor caminho entre a fonte de alimento e o formigueiro [4]. Tal metodologia foi empregada com sucesso para a obtenção de propriedades ópticas inerentes em [13] e em alguns perfis particulares de parâmetros eletromagnéticos, mediante uma mudança no algoritmo que escolhe as soluções que são avaliadas na função objetivo [6]. Jackson [1] fez uso da regularização de máxima entropia para a reconstrução de campos magnéticos. Em Campos Velho [19] soluções de problema inverso são aplicadas na recuperação de temperaturas a partir de dados de satélite e oceanografia (inversão de Óptica Hidrológica). Em Retamoso [10] foi resolvido um problema inverso em transferência radiativa, consistindo da estimativa de condições de contorno e termo fonte em Óptica Hidrológica. Em Paasche *et al.* [7] empregou-se o processo de inversão zonal cooperativa para inverter conjuntos de dados de tempo de percurso de georradar e ultra-sons para a localização de vazios. Em Pedersen [9] foi utilizado o método de inversão da decomposição em valores singulares para dados magnetotelúricos. Gomes *et al.* [6] usou o método ACO modificado para recuperar os valores de permissividade e condutividade elétrica em meios geológicos.

Nesse trabalho o objetivo é recuperar parâmetros inerentes aos meios através de alguma metodologia adequada. Para esse fim, foi implementado o método FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) unidimensional em linguagem FORTRAN 90 para simular pulsos de georradar. O método FDTD é muito utilizado na resolução numérica das equações de Maxwell e já foi empregado na investigação dos efeitos das ondas eletromagnéticas, causadas por celulares na cabeça humana [3], no estudo de propagação de ondas EM's (eletromagnéticas) em meios estrati-

ficados [20] e em diferentes tipos de meios geológicos geotécnicos [5]. Por ser um método explícito, o FDTD é de fácil implementação e oferece resultados satisfatórios se comparado aos métodos implícitos. O algoritmo é usado para simular pulsos de georradar e obter modelos de radargramas para diferentes combinações de meios geológicos como arenito, basalto, granito, gelo, folhelho, entre outros. Tais modelos são usados para estimar os valores dos parâmetros eletromagnéticos através da solução do problema inverso. A partir dos dados obtidos pelo algoritmo, foi utilizado o método de otimização ACO (*Ant Colony Optimization*) para minimizar o operador da diferença quadrática, aliado a um termo de regularização de mínima entropia de primeira ordem (veja [17]) a fim de diminuir o número de soluções avaliadas. Foram obtidos bons resultados para perfis geológicos simples, porém para meios com condutividade elétrica muito baixa não se obteve bons resultados e o tempo de execução foi muito elevado. É proposto então o método do coeficiente de reflexão para fornecer uma melhor estimativa inicial da solução (valores de ε e σ), objetivando acelerar a convergência do método ACO modificado [6].

Para atingir esse objetivo, o trabalho está organizado em 5 capítulos. No capítulo 2 apresentam-se as equações de Maxwell e os passos a serem tomados até a discretização para o caso unidimensional do método FDTD, bem como as condições de contorno, estabilidade e dispersão. No capítulo 3 é feita uma revisão sobre o método ACO aplicado ao problema de estimativa de parâmetros eletromagnéticos [4], a regularização intrínseca que penaliza soluções que não se adaptam ao problema físico, a modificação na avaliação do custo do método ACO e os resultados alcançados por essa metodologia em dois tipos de perfis, sendo no último incluído ruídos de 1% e 5% nos dados. No capítulo 4 são apresentados alguns conceitos referentes à propagação de ondas e é apresentado o método do coeficiente de reflexão com alguns testes numéricos que foram realizados para a estimativa do parâmetro ε utilizando a metodologia proposta e, por fim, são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2 MÉTODO DIRETO

O método direto caracteriza-se a partir de um modelo físico-matemático e de um conjunto de parâmetros (causas) que possibilitam encontrar uma solução.

Num problema direto, exige-se o conhecimento completo das causas para que se possa determinar seus efeitos. Matematicamente, associam-se às causas um conjunto de parâmetros a serem determinados e aos efeitos, um conjunto conhecido de dados observados, de forma que a utilização daqueles parâmetros no problema direto geraria os mesmos dados observados [11]. Aqui, optou-se por resolver o problema de forma numérica. Métodos numéricos são eficientes no cálculo de soluções, desde que se atenda a alguns critérios como: respeitar a condição de estabilidade, escolher condições de contorno apropriadas para cada problema e que o conjunto de pontos escolhidos para calcular a solução, seja suficiente para representá-la. Para resolver numericamente um problema direto, existem inúmeros métodos como: diferenças finitas, elementos finitos ou volumes finitos, entre outros. Durante muito tempo, o fator que dificultou a aplicação desses métodos em problemas mais complexos foi o esforço computacional exigido. Atualmente, com o avanço computacional, nota-se que as dificuldades vêm sendo suprimidas e que o interesse científico e comercial nos métodos numéricos tem aumentado de forma significativa.

A essência dos métodos numéricos está na discretização do contínuo. Tal discretização torna o problema finito e, portanto, viabiliza sua solução através de computadores. Neste trabalho, optou-se por usar o método de diferenças finitas devido ao caráter hiperbólico da equação na qual ele será aplicado. O sistema de equações que se pretende usar é um sistema linear de equações diferenciais parciais de Maxwell, em uma dimensão. Na literatura, encontra-se que um dos métodos mais adequados para resolvê-las é o FDTD [16]. Ainda, justifica-se a escolha do método por este ser explícito, ou seja, pelo fato do método ser matematicamente mais simples e mais fácil de implementar ocorrerá uma considerável redução no esforço computacional.

A seguir são descritas as equações em que o método é aplicado.

2.1 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell para um problema eletrostático em meio homogêneo são dadas por [12]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\rho}{\mu} \mathbf{B} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{D} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.4)$$

onde \mathbf{D} ($\frac{\text{C}}{\text{m}^2}$) é o vetor densidade de fluxo elétrico, \mathbf{E} ($\frac{\text{V}}{\text{m}}$) é o vetor campo elétrico, \mathbf{H} ($\frac{\text{A}}{\text{m}}$) é o vetor campo magnético, \mathbf{B} ($\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$) é vetor densidade de fluxo magnético, ε ($\frac{\text{F}}{\text{m}}$) é a permissividade elétrica, μ ($\frac{\text{H}}{\text{m}}$) é a permeabilidade magnética, σ ($\frac{\text{S}}{\text{m}}$) é a condutividade elétrica e ρ ($\frac{\Omega}{\text{m}}$) é a resistividade magnética.

Tais equações representam a propagação de qualquer tipo de onda eletromagnética em meio homogêneo sem carga livre.

Na próxima seção descreve-se o método FDTD que fornecerá uma solução numérica para as equações de Maxwell.

2.2 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

Atualmente, uma das técnicas numéricas mais utilizadas em eletromagnetismo é o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), pois apresenta, em termos de precisão e credibilidade, resultados computacionais satisfatórios na solução de diversos problemas como o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em meios geológicos estratificados [20].

O método FDTD foi desenvolvido por Kane Yee [21] e revisitado por Taflove [16]. O método fornece uma solução numérica para as equações de Maxwell, usando-se diferenças centradas e envolvendo precisão de segunda ordem no espaço e no tempo. Comparado a outros métodos numéricos utilizados para a resolução das equações de Maxwell, o FDTD é bastante adequado, simples, fácil e os resultados são equivalentes a métodos mais complexos [5].

No trabalho produzido por Yee [21], o método foi usado para analisar o espalhamento de ondas eletromagnéticas por objetos, utilizando a solução das equações de Maxwell. O método apresentado por Yee aproximou as derivadas espaciais dos operadores rotacionais por diferenças finitas centrais em um entrelaçado de duas malhas, num espaço cartesiano para campos elétricos e magnéticos e foi empregada uma integração simples no tempo, de segunda ordem, tipo *leapfrog* [16].

Yee posicionou os campos elétrico e magnético de forma que sempre houvesse, em um dado plano, quatro componentes de um dos campos (elétrico ou magnético) circulando ao redor de uma componente perpendicular do outro campo. Isto, de certa forma, estabelece a natureza solenoidal do campo eletromagnético imposta pelas equações de Stokes, em regiões onde não há acúmulo de carga [16]. Para que isso fosse possível em um espaço tridimensional, Yee usou um cubo (malha retangular) e posicionou as componentes do campo magnético na metade das arestas deste cubo e as componentes do campo elétrico no centro das faces do mesmo. Essa situação é mostrada na figura 2.1.

Uma malha formada por cubos permite posicionar o campo elétrico defasado no espaço e no tempo em relação ao campo magnético, obtendo-se, assim, equações que, a partir de campos previamente conhecidos (temporalmente), permitem o cálculo dos campos posteriores. Para discretizar as equações diferenciais de Maxwell, Yee usou diferenças centradas tanto para as derivadas espaciais, como para as temporais; assim, pôde obter equações de segunda ordem de precisão e ainda aplicar as condições de contorno na superfície do domínio. Ao iniciar o problema, Yee especifica a permeabilidade e a permissividade de cada região.

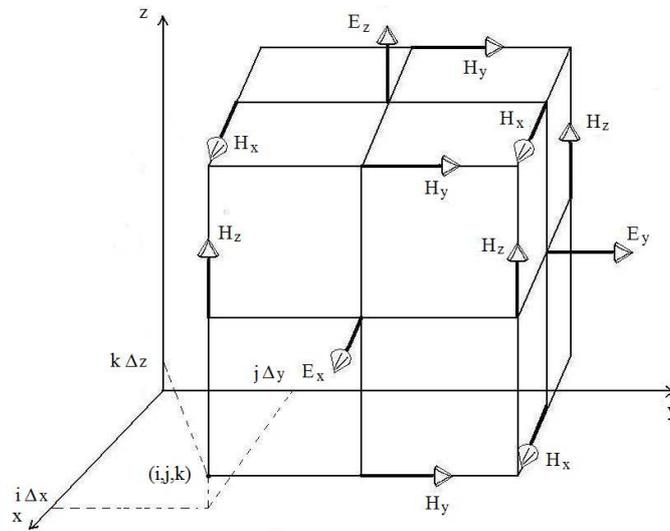


Figura 2.1: Posicionamento das componentes E_x , E_y e E_z do vetor campo elétrico e H_x , H_y , H_z do vetor campo magnético em uma célula cúbica unitária [16], p. 60.

O primeiro passo de qualquer método destinado à solução numérica de equações diferenciais parciais é discretizar a região onde se procura a solução. Neste caso, define-se uma malha, que é um conjunto finito de pontos, chamados nós da malha.

Uma malha retangular uniforme de pontos é determinada definindo-se os incrementos de deslocamentos Δx , Δy e Δz nas três direções do espaço x , y , z , onde um ponto qualquer $P_{i,j,k}$, com i , j e k inteiros pode ser representado por

$$(x_i, y_j, z_k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z). \quad (2.5)$$

Todas as componentes do campo elétrico são calculadas e armazenadas para um determinado instante de tempo, em toda a região de interesse, utilizando valores do campo magnético previamente armazenados, e vice-versa. O algoritmo para o caso unidimensional é esquematizado na figura 2.2.

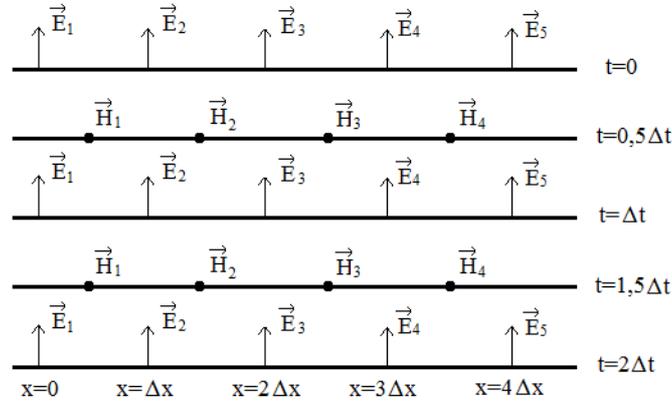


Figura 2.2: Representação do "salto" (*leapfrog*) conforme o algoritmo de Yee, para ondas que se propagam em uma dimensão, de acordo com incrementos espacial e temporal [16], p. 62.

A incógnita de uma equação diferencial parcial é uma função $u(x, y, z, t_n)$ com domínio espacial e temporal, que pode ser escrita como [16]

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u_{i,j,k}^n, \quad (2.6)$$

onde Δt é o incremento no tempo e n é um inteiro, tal que $n\Delta t$ representa o tempo em segundos.

No método de diferenças finitas, o segundo passo consiste na discretização das derivadas da equação diferencial parcial. Neste passo, as derivadas são aproximadas por diferenças entre valores da solução discretizada. Para isso, expande-se a função $u(x, y, z, t_n)$ em série de Taylor, eliminando-se os termos de mais alta ordem conforme a precisão. As derivadas parciais são substituídas pelas suas correspondentes diferenças. Cabe ressaltar que, o espaçamento entre E e H é $\frac{\Delta x}{2}$, $\frac{\Delta y}{2}$ e $\frac{\Delta z}{2}$. A razão para isso é que, na malha exemplo, o vizinho de \vec{E} a uma distância Δx é o próprio vetor \vec{E} . Como se deseja relacionar o vetor \vec{E} com o vetor \vec{H} mais próximo, então, tem-se que usar $\frac{\Delta x}{2}$ ao invés de simplesmente Δx . Pela mesma razão, dever-se-á usar $\frac{\Delta y}{2}$ na direção y e $\frac{\Delta z}{2}$ na z . Assim, a derivada parcial da função $u(x, y, z, t_n)$ na direção x pode ser representada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - u_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + \mathcal{O}[(\Delta x)^2]. \quad (2.7)$$

Seguindo a mesma idéia, pode-se estabelecer uma expressão para o cálculo da derivada parcial da função $u(x, y, z, t_n)$ em relação ao tempo t :

$$\frac{\partial u}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \mathcal{O}[(\Delta t)^2]. \quad (2.8)$$

As idéias e a notação para obter uma aproximação numérica das equações de Maxwell em três dimensões são dadas por (Taflove [16]):

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho H_x \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho H_y \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho H_z \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (2.14)$$

Por exemplo, considerando a equação (2.9) e substituindo as diferenças finitas temporal e espacial, obtém-se:

$$\frac{H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \rho_{i,j,k} H_x|_{i,j,k}^n \right]. \quad (2.15)$$

A fim de estabelecer o valor de $H_x|_{i,j,k}^n$, faz-se uma aproximação semi-implícita que é uma média do valor anterior (no tempo) com o valor seguinte de $H_x|_{i,j,k}^n$:

$$H_x|_{i,j,k}^n = \frac{H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2}. \quad (2.16)$$

Substituindo a equação (2.16) em (2.15) e multiplicando ambos os lados por Δt , resulta:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \rho_{i,j,k} \frac{H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \right] \quad (2.17)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtêm-se:

$$\left(1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho_{i,j,k}}{2}\right) H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \left(1 - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho_{i,j,k}}{2}\right) H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \left(\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} \right). \quad (2.18)$$

Dividindo ambos os lados de (2.18) por $\left(1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho_{i,j,k}}{2}\right)$, isolamos $H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$, obtendo-se a expressão:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k} H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j,k} \left(\frac{E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} \right) \quad (2.19)$$

onde $a_{i,j,k}$ e $\alpha_{i,j,k}$ são dados por

$$a_{i,j,k} = \left(\frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho_{i,j,k}}{2}} \right) \quad (2.20)$$

$$\alpha_{i,j,k} = \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right). \quad (2.21)$$

De forma similar, obtêm-se as equações para $H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$ e $H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$:

$$H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k} H_y|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j,k} \left(\frac{E_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} - \frac{E_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} \right) \quad (2.22)$$

$$H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k} H_z|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j,k} \left(\frac{E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \frac{E_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} \right) \quad (2.23)$$

De maneira análoga, obtêm-se as representações do campo elétrico nas três direções do espaço, com as seguintes expressões:

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k}E_x|_{i,j,k}^n + \beta_{i,j,k} \left(\frac{H_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{H_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (2.24)$$

$$E_y|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k}E_y|_{i,j,k}^n + \beta_{i,j,k} \left(\frac{H_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \quad (2.25)$$

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k}E_z|_{i,j,k}^n + \beta_{i,j,k} \left(\frac{H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \quad (2.26)$$

onde $b_{i,j,k}$ e $\beta_{i,j,k}$ são dados por

$$b_{i,j,k} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) \quad (2.27)$$

$$\beta_{i,j,k} = \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \right). \quad (2.28)$$

Para uma malha cúbica uniforme, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$. Nesse caso, definindo-se

$$c_{i,j,k} = \frac{\alpha_{i,j,k}}{\Delta} \quad e \quad d_{i,j,k} = \frac{\beta_{i,j,k}}{\Delta} \quad (2.29)$$

Substituindo essas constantes nas equações (2.19) a (2.26), obtêm-se as seguintes expressões:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k}H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_{i,j,k} \left(E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (2.30)$$

$$H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k}H_y|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_{i,j,k} \left(E_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.31)$$

$$H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_{i,j,k}H_z|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_{i,j,k} \left(E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (2.32)$$

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k} E_x|_{i,j,k}^n + d_{i,j,k} \left(H_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.33)$$

$$E_y|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k} E_y|_{i,j,k}^n + d_{i,j,k} \left(H_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.34)$$

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = b_{i,j,k} E_z|_{i,j,k}^n + d_{i,j,k} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.35)$$

Para o caso simulado, dispõe-se de um meio com zonas de propriedades elétricas distintas. A fim de minimizar o espaço ocupado pelas matrizes no computador, define-se uma matriz $prop(i, j, k)$ para cada componente do vetor campo. Essa matriz armazena um posicionador do vetor componente para cada ponto de rede, possibilitando que os coeficientes das propriedades possam ser extraídos do algoritmo [16]. Assim,

$$m_{H_x} = prop_{H_x}|_{i,j,k} \quad (2.36)$$

$$m_{H_y} = prop_{H_y}|_{i,j,k} \quad (2.37)$$

$$m_{E_x} = prop_{E_x}|_{i,j,k} \quad (2.38)$$

$$m_{E_y} = prop_{E_y}|_{i,j,k} \quad (2.39)$$

$$m_{E_z} = prop_{E_z}|_{i,j,k}. \quad (2.40)$$

Reescrevendo as equações (2.30) a (2.35) em função da matriz m , tem-se:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_x(m_{H_x}) H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_x(m_{H_x}) \left(E_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (2.41)$$

$$H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_y(m_{H_y}) H_y|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_y(m_{H_y}) \left(E_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.42)$$

$$H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = a_z(m_{H_z}) H_z|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + c_z(m_{H_z}) \left(E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (2.43)$$

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1} = b_x(m_{E_x})E_x|_{i,j,k}^n + d_x(m_{E_x}) \left(H_z|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.44)$$

$$E_y|_{i,j,k}^{n+1} = b_y(m_{E_y})E_y|_{i,j,k}^n + d_y(m_{E_y}) \left(H_x|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.45)$$

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = b_z(m_{E_z})E_z|_{i,j,k}^n + d_z(m_{E_z}) \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.46)$$

As equações (2.41) a (2.46) formam o conjunto de equações de Maxwell discretizadas, para uma malha cúbica uniforme, onde os incrementos espaciais são $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$. Na próxima seção é apresentada a redução para o caso unidimensional.

2.3 Modelo FDTD para Propagação de Ondas Unidimensionais

O problema que se resolveu foi baseado no caso em que as antenas, tanto emissora quanto receptora, encontram-se bem próximas [5]. O caso unidimensional pode ser modelado, com base na figura 2.3, se os pulsos enviado e recebido fossem paralelos ou equivalentemente se o ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$ (ver figura 2.3).

Este tipo de levantamento equivaleria ao caso de propagação de ondas unidimensionais, portanto, podem ser simplificadas as equações (2.9) a (2.14), supondo que não há qualquer variação de campos elétricos ou magnéticos nas direções y e z , implicando que qualquer derivada parcial em relação a essas direções

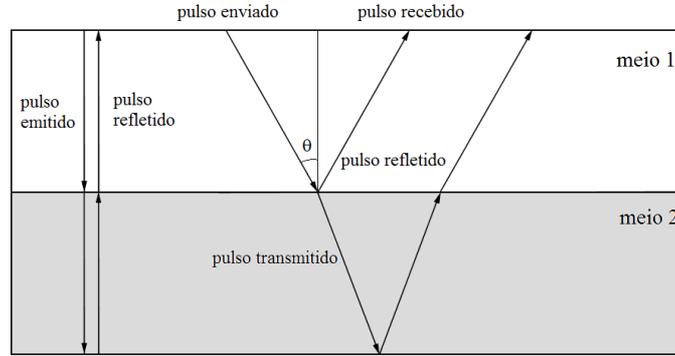


Figura 2.3: Ilustração, do caso 1D à esquerda e o 2D à direita, da propagação de pulsos de georradar.

seja zero. Desta forma, obtêm-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} (-\rho H_x) \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \rho H_y \right) \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho H_z \right) \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} (-\sigma E_x) \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \sigma E_z \right). \quad (2.52)$$

Note que o conjunto de equações (2.49), (2.50) e (2.51) é independente do conjunto (2.47), (2.48) e (2.52) que correspondem ao modo Transverso Elétrico e Transverso Magnético, respectivamente. Ambos os conjuntos podem ser utilizados para calcular a solução das equações de Maxwell, no entanto os fenômenos físicos observados podem ser muito diferentes. No caso do uso de georradar, o modo TE é mais indicado, uma vez que permite a observação de materiais com características metálicas [16].

Usando o modo TE e assumindo que $E_x(0) = 0$, pela equação (2.50) tem-se que $\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$. Dessa forma, o conjunto de equações para o caso unidimensional

no modo transversal elétrico resulta:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho H_z \right) \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right). \quad (2.54)$$

Considerando as equações (2.53) e (2.54) e substituindo as diferenças finitas no tempo e no espaço, obtém-se um sistema semelhante às equações (2.45) e (2.43), da forma:

$$E_y|_i^{n+1} = b(m)E_y|_i^n + d(m) \left(H_z|_i^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.55)$$

$$H_z|_i^{n+\frac{1}{2}} = a(m)H_z|_i^n + c(m) \left(E_y|_{i-\frac{1}{2}}^n - E_y|_{i+\frac{1}{2}}^n \right). \quad (2.56)$$

Este conjunto de equações (2.55) e (2.56) foi utilizado na implementação computacional e foi definida uma fonte para simular o pulso de georradar [5]. As simulações são apresentadas nos capítulos 3 e 4. Na próxima seção apresentam-se as condições de contorno usadas nas simulações.

2.4 Condições de Contorno

Na solução de problemas de valor de contorno é preciso definir condições na fronteira do domínio computacional, pois, em geral, nessas posições, faltam informações para o cálculo do método. Além disso, é fundamental escolher uma condição de contorno que se adeque ao problema físico e ter o cuidado para que o cálculo na fronteira não afete a solução do problema em questão. Para o caso de propagação de pulsos de georradar, precisa-se que as oscilações do campo elétrico, que retornam à superfície, não sejam refletidas de volta ao interior do domínio, assim como às que chegam ao final do domínio computacional. Tais condições de contorno absorventes que garantem a estabilidade para métodos de passo múltiplo [15], são descritas como:

$$E_y^{n+1}|_0 = E_y^n|_1 \quad (2.57)$$

$$E_y^{n+1}|_J = E_y^n|_{J-1}. \quad (2.58)$$

onde J representa a posição final do domínio e n é um inteiro que representa a iteração no tempo conforme a figura 2.4.

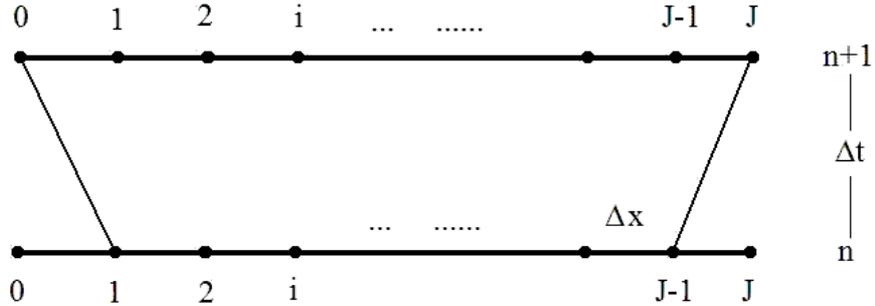


Figura 2.4: Ilustração das condições de contorno para o caso 1D.

De fato, tais condições funcionam como absorventes quando as propriedades do meio (ε , μ e σ) são as do ar. Caso contrário, o pulso não é completamente absorvido. No entanto, quando se usa condição reflexiva no final do domínio não se percebe influência no resultado do problema, uma vez que as oscilações relevantes do campo elétrico são captadas até o tempo em que o pulso refletido, pela interface de interesse, tenha retornado à antena receptora.

Na próxima seção descrevem-se alguns aspectos sobre estabilidade e dispersão numéricas.

2.5 Estabilidade e Dispersão

O algoritmo FDTD causa erros de dispersão das ondas propagantes na malha formada com as células de Yee [21]. A dispersão pode ser definida como a variação na velocidade de fase das componentes espectrais de uma onda durante a sua propagação. Os erros de dispersão causados pelo algoritmo podem variar com o comprimento de onda, com a direção de propagação e com a discretização da malha. Portanto, a escolha para o incremento espacial (Δx) é motivada por razões de precisão [16]. A fim de garantir a precisão dos valores dos campos calculados,

Δx deve ser escolhido como uma pequena fração da menor dimensão do objeto espalhador e também como uma fração do menor comprimento de onda. Assim, os valores dos campos não devem variar de forma significativa entre os pontos consecutivos da malha. Os valores usados para a maior discretização espacial estão entre $\frac{\lambda}{20} \leq \Delta x \leq \frac{\lambda}{10}$, onde λ (m) é o comprimento de onda. Tais condições garantem que um comprimento de onda seja representado por pelo menos 10 pontos e por no máximo 20. Além disso, para evitar instabilidades numéricas, o algoritmo FDTD exige que o incremento temporal Δt esteja relacionado com o incremento Δx da seguinte forma

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}, \quad (2.59)$$

onde c ($\frac{m}{s}$) é a velocidade da luz no vácuo. Esta relação deve ser atendida para que os valores dos campos calculados pelo algoritmo FDTD seja estável. Nas simulações feitas neste trabalho foram tomados $\Delta x = 3 \times 10^{-2}$ (m) e $\Delta t = 9,995 \times 10^{-11}$ (s) (primeiro perfil) e $\Delta x = 4 \times 10^{-2}$ (m) e $\Delta t = 1,33 \times 10^{-10}$ (s) (segundo perfil). Cabe observar que, pelo fato da condição de estabilidade envolver a velocidade da luz, o incremento espacial não pode ser tomado demasiadamente pequeno, a fim de garantir que os cálculos não sejam da ordem do número de máquina. Com isso, evita-se que ocorram erros dos tipos *underflow* e *overflow*.

No próximo capítulo são mostrados os resultados obtidos com o método ACO modificado.

3 PROBLEMA INVERSO

Neste trabalho, uma vez estabelecido o problema direto das equações de Maxwell, isto é, conhecidos os campos elétrico e magnético a partir das propriedades geológicas do meio, bem como das condições de contorno às quais está sujeito o meio no qual a onda se propaga, o correspondente problema inverso surge quando propriedades físicas (ε, σ) dos meios precisam ser estimadas a partir dos dados medidos durante o levantamento de campo. Esses dados podem fornecer valores iniciais para os parâmetros do modelo que se deseja estimar, usando alguma técnica adequada.

Os parâmetros envolvidos nas equações de Maxwell podem ser observados nas equações (2.53) e (2.54), porém, cabe ressaltar que para materiais geológicos a constante ρ (condutividade magnética) é nula, a não ser que o meio possua propriedades magnéticas. Os materiais mostrados aqui não possuem propriedades magnéticas relevantes, portanto, no algoritmo de inversão, não será necessário buscar tal constante. A permeabilidade magnética μ também não será estimada, visto que ela não varia significativamente com os meios e, por isso, adota-se como sendo μ_0 (permeabilidade do ar).

O método inverso, neste trabalho, é formulado como um problema de otimização, onde se busca encontrar os valores dos parâmetros ε e σ , os quais minimizam a diferença quadrática entre os dados de campo elétrico observados, usando o método inverso e, aqueles retornados pelo modelo direto. Embora essa formulação defina a função objetivo a ser otimizada, a mesma não garante a unicidade e estabilidade da solução, visto que este é um problema tipicamente mal-posto. Este fato acarreta que soluções ruins sob o ponto de vista físico podem ser escolhidas, ou seja, os parâmetros estimados podem assumir valores de ordem superior ou inferior aos que costumam ter, porém serem adequados quanto à minimização. Portanto, se faz necessário incluir um termo à função objetivo, que regularize as soluções encontradas, de acordo com o critério de regularização desejado. Tal função $J(\mathbf{x})$ a ser minimizada é dada pela diferença quadrática entre os dados experimentais e os

campos gerados pelo modelo FDTD mais um termo de regularização:

$$J(x) = \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{k=1}^{N_{freq}} [E^{exp}(t_j, freq_k) - E^{mod}(t_j, freq_k)]^2 + \gamma [S(\varepsilon)S(\sigma)], \quad (3.1)$$

onde E^{mod} representa os valores do campo elétrico obtidos pelo problema direto e E^{exp} os valores de campo calculados pela metodologia do problema inverso. Aqui, t_j representa o tempo em que o valor do campo elétrico foi captado e portanto N_t é o tempo necessário para que a antena receptora capte os valores do campo, $freq_k$ é a frequência (Hz) da antena utilizada, sendo então N_{freq} o número de frequências usadas no levantamento, com $j = 1, \dots, N_t$ e $k = 1, \dots, N_{freq}$. As funções $S(\varepsilon)$ e $S(\sigma)$ são funções de regularização ponderadas pelo parâmetro de regularização γ . No trabalho de Gomes *et al.* [6] tais funções foram escolhidas utilizando o método de regularização de mínima entropia de primeira ordem [18]. Tal método, quando aplicado em um problema com um meio não-homogêneo, ou seja, com várias camadas de materiais geológicos, reduz drasticamente a quantidade de soluções candidatas. Isso se deve ao fato de que a regularização por mínima entropia penaliza aquelas soluções que apresentam menos descontinuidades, permitindo identificar as soluções que contenham variações bruscas em seus parâmetros, neste caso, ε e σ . Assim, as funções de regularização são definidas como:

$$S(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^{N_z} q_i \log q_i, \quad (3.2)$$

onde

$$q_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{N_z} p_i} \quad (3.3)$$

$$p_i = |x_{i+1} - x_i| + \zeta, \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (3.4)$$

onde q_i e p_i são probabilidade e operador de diferença discreta de primeira ordem, respectivamente, ζ é uma constante ($0 < \zeta \ll 1$) introduzida para deixar o valor de p_i diferente de zero.

O conjunto dos parâmetros a serem simultaneamente estimados é N_z , valores discretos de permissividade elétrica ε e condutividade elétrica σ . A solução procurada é denotada por $\mathbf{x} = [\varepsilon \ \sigma]^T$.

O algoritmo é expresso como um problema de otimização não linear, onde o modelo direto FDTD é iterativamente resolvido por sucessivas aproximações dos parâmetros desconhecidos. As iterações prosseguem até que o valor do custo da função objetivo convirja para um valor pequeno, que representa o ajuste por mínimos quadrados dos resultados com os dados experimentais, adicionados de um termo de regularização [14].

Os N_z valores discretos de ε e σ são estimados por um espectro de campo eletromagnético, captado na superfície, de tamanho $1 \times N_t \times N_{freq}$.

Na próxima seção apresenta-se o método ACO.

3.1 Método inverso ACO (*Ant Colony Optimization*)

O método *Ant Colony Optimization* (ACO) é baseado no comportamento coletivo da colônia de formigas para escolher o caminho entre o formigueiro e a fonte de alimento [4]. Cada formiga marca a trajetória com uma substância chamada feromônio. O caminho marcado torna-se mais atrativo às formigas que vem posteriormente. Quando dois caminhos, de tamanhos diferentes são apresentados a um conjunto de formigas, e supondo que as formigas distribuam-se igualmente entre eles, o menor terá uma densidade maior de formigas ($\frac{n^\circ \text{ de formigas}}{\text{unidade de comprimento}}$), e portanto, um acréscimo maior na quantidade de feromônio. Com isso, haverá uma maior escolha por tal trajetória. No método ACO, várias gerações com quantidades fixas de formigas (na) são criadas e avaliadas. Cada formiga é associada a um caminho possível que representa a solução candidata. A solução é composta por um conjunto particular de nós em um grafo que contém todas as possíveis soluções. As formigas são geradas escolhendo-se tais nós em uma base probabilística. Essa

aproximação tem sido usada com sucesso para o problema do caixeiro viajante e em outros problemas associados a grafos [4].

No trabalho desenvolvido por Gomes *et al.* [6], uma solução candidata não está associada a um caminho, mas é composta por um conjunto de valores discretos que denotam uma solução particular de ε e σ para o perfil de profundidade. Os valores são randomicamente escolhidos. Duas discretizações são adotadas, já que existem ns profundidades, ou seja, posições no subsolo onde se quer estimar as propriedades e, para cada profundidade i , np (2, um para ε e um para σ) valores discretos j para a concentração de depósito de feromônio (T_0). Portanto, a solução candidata é composta de ns valores e existem $ns \times np$ possíveis escolhas para defini-los. Desse modo, a solução é expressa por uma matriz $ns \times 2$ e uma matriz T_{ij} de concentração de feromônio é definida com dimensão $ns \times np$. Em cada geração, todas as soluções candidatas são avaliadas pela função objetivo e a melhor solução define o caminho em que a formiga irá tomar.

Levando em consideração a taxa de decaimento de feromônio ρ' , a quantidade total de feromônio T_{ij} em uma dada geração t é dada por

$$T_{ij}(t) = (1 - \rho')T_{ij}(t - 1), \quad t = 1, 2, \dots, mit \quad (3.5)$$

onde mit é o número máximo de iterações (gerações). A quantidade inicial de feromônio é calculada de acordo com o trabalho de Dorigo [4]:

$$T_{ij}(0) = T_0 = \frac{1}{ns.Q} \quad (3.6)$$

onde Q é o valor da função objetivo quando $\mathbf{x} = [1 \ 1]^T$.

A probabilidade de um certo “caminho” $[i \ j]$ ser escolhido em cada geração é dada por:

$$P_{ij}(t) = \frac{[T_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_l [T_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}, \quad (3.7)$$

onde $1 \leq l \leq np$ e η_{ij} é a visibilidade do caminho $[i \ j]$. O conceito de visibilidade [13] teve origem com o problema do caixeiro viajante, e é o inverso da distância de

um caminho particular. Os parâmetros α e β são pesos que estabelecem a influência do feromônio e da visibilidade na probabilidade do caminho $[i, j]$. No trabalho de Gomes [6], α e β foram escolhidos 1 e 0, respectivamente, porque a dependência da distância no conceito de visibilidade não se aplica para o tipo de solução deste problema inverso.

Existe também um outro procedimento para a escolha do caminho de uma nova formiga (solução). Um número aleatório r_0 no intervalo $[0, 1]$ é gerado para esta nova formiga, e comparado com um parâmetro de decisão q_0 escolhido para o problema. Se o número aleatório é maior que esse parâmetro, o caminho é tomado de acordo com P_{ij} , se for menor, o caminho mais marcado é escolhido. A tabela 3.1 mostra o algoritmo 1 que avalia o custo de na_p perfis de ε e σ ($\mathbf{x} = [\varepsilon \ \sigma]^T$) para cada iteração. A escolha do valor discreto mais provável entre todos os np valores está desabilitado no trabalho de Gomes *et al.* [6] ($q_0 = 0$). Assim, a regra de decisão para escolher cada componente x da solução é estabelecida através de uma probabilidade cumulativa e a geração de um número aleatório r_0 , de acordo com o algoritmo 3 da Tabela 3.3.

3.2 Regularização Intrínseca

Como o regime estocástico ACO lida com um conjunto de soluções candidatas (a população de formigas ou caminhos), para esse estudo, apenas um subconjunto dessas soluções são escolhidas para serem avaliadas na função objetivo. Isso é feito através de uma regularização intrínseca, onde algum tipo de informação *a priori* é inserida sobre as soluções no algoritmo. Supondo-se que as propriedades dos parâmetros diferem significativamente quando há mudança de meio, então é usada uma pré-seleção nas soluções, de acordo com o critério de mínima entropia de primeira ordem, que penaliza as soluções suaves. Assim, apenas na_p soluções são avaliadas na função objetivo, sendo que $na_p < na$. Os algoritmos 1, 2, e 3 das tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 formam o algoritmo completo do método ACO.

Algoritmo 1
1 Início
2 lê os parâmetros do ACO ($mit, na, na_p, np, \rho', q_0$)
3 estimativa inicial da solução - $Q = J(\mathbf{x}_0)$, com $\mathbf{x}_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$
4 $T_0 = 1/(ns \cdot Q)$ - calcula a quantidade de feromônio a ser depositada
5 $T_{ij}(0) = T_0$ - Inicializa a matriz de feromônio
6 para $t = 1$ até mit faça
7 cria na_p formigas - Algoritmo 2
8 para $k = 1$ até na_p faça
9 $J(\mathbf{x}) = J([\varepsilon_k \sigma_k]^T)$ - avalia o custo
10 fim
11 seleciona a melhor formiga \mathbf{x}_{melhor} , com custo $J_{min} = J(\mathbf{x}_{melhor})$
12 $T_{ij}(t+1) = (1 - \rho')T_{ij}(t)$
13 $T_{ijmin}(t+1) = T_{ijmin}(t+1) + T_0$
14 $P_{ij}(t+1)$
15 fim
16 retorna $\mathbf{x}_{ot} = \mathbf{x}_{melhor}$
17 fim

Tabela 3.1: Algoritmos do método ACO (Souto, 2006) [14].

Na próxima seção descreve-se a mudança no cálculo da função objetivo.

3.3 Modificação na Avaliação do Custo do Método ACO

Com o intuito de obter uma melhoria nos resultados é feita uma modificação na avaliação da função objetivo do método ACO (algoritmo 4 da tabela 3.4).

Como as propriedades das camadas mais profundas causam menos efeito na propagação do pulso do que as camadas mais próximas à superfície, deve-se atentar que é mais difícil estimar as propriedades dessas camadas, devido ao fato de que existe perda de informação ao longo da propagação do pulso, ou seja, há perda de energia. A fim de encontrar estimativas para as propriedades de tais camadas, supõe-se que as propriedades dos meios mais próximos à superfície são bem estimadas.

<p>Algoritmo 2</p> <p>1 Início</p> <p>2 para $i = 1$ até na_p faça</p> <p>3 para $j = 1$ até na/na_p faça</p> <p>4 cria a formiga \mathbf{x}_j - Algoritmo 3</p> <p>5 avalia \mathbf{x}_j, considerando o critério de mínima entropia</p> <p>6 fim</p> <p>7 seleciona a formiga \mathbf{x}_k mais adequada</p> <p>8 fim</p> <p>9 retorna x_k</p> <p>10 fim</p>
--

Tabela 3.2: Algoritmos do método ACO (Souto, 2006) [14].

Portanto, fixam-se essas propriedades e tentam-se estimar as mais distantes do início do domínio. Para isso, faz-se uma mudança no cálculo da função objetivo. Desta forma é suposto que as primeiras z_i posições das camadas mais superficiais, onde se pode observar alguma tendência nas soluções, estão bem estimadas e então os valores dos parâmetros são fixados em tais posições. Para as demais profundidades $z > z_i$ os parâmetros foram estimados de uma forma mais rigorosa, onde todas as combinações das soluções candidatas são avaliadas uma por uma. Por exemplo, a segunda ($x_2 = [\varepsilon_2 \sigma_2]^T$) e a quinta ($x_5 = [\varepsilon_5 \sigma_5]^T$) são combinadas para calcular os valores de $J([\varepsilon_2 \sigma_5]^T)$ e $J([\varepsilon_5 \sigma_2]^T)$. O procedimento é realizado para todas as na_p soluções, tal como descrito no algoritmo 4 da tabela 3.4.

3.4 Resultado do Método ACO modificado

O procedimento de inversão aplicado em [6] é realizado em um modelo GPR 1-D gerado através da resolução das equações de Maxwell por meio de um método semi-analítico (FDTD). O modelo GPR 1-D de campo EM evita alguns efeitos indesejados nos fenômenos de propagação (por exemplo, difração, modulação), que podem introduzir perturbação no sinal para esta primeira investigação. Dois casos são reportados de [6]. A simulação consiste de um modelo geológico

Algoritmo 3

- 1 Início**
- 2** Matriz de probabilidade P_{ij}
- 3 Para** $i = 1$ até ns **faça**
- 4** gera um número aleatório $r_0 \in [0 \ 1]$
- 5 se** $r_0 < q_0$ **então**
- 6** escolhe j^* tal que $P_{ij^*} = \max(P_{ij})$
- 7 senão**
- 8** escolha j^* tal que $\sum_{j=1}^{j^*} P_{ij} > r_0$
- 9 fim**
- 10** $x_i = (j^*/np) \cdot x_{max}$
- 11 fim**
- 12 retorna** \mathbf{x}
- 13 fim**

Tabela 3.3: Algoritmos do método ACO (Gomes *et al.*, 2009) [6].

Algoritmo 4

- 1 Início**
- 2** lê os parâmetros do ACO ($mit, na, na_p, np, \rho', q_0$)
- 3** estimativa inicial da solução - $Q = J(\mathbf{x}_o)$, com $\mathbf{x}_o = [1, 1, 1, \dots, 1]^T$
- 4** calcula a quantidade de feromônio a ser depositada - $T_0 = 1/(ns \cdot Q)$
- 5** Inicializa a matriz de feromônio - $T_{ij}(0) = T_0$
- 6 para** $t = 1$ até mit **faça**
- 7** gera na_p formigas - **Algoritmo 2**
- 8 para** $k = 1$ até na_p **faça**
- 9 para** $l = 1$ até na_p **faça**
- 10** avalia o custo $J(\mathbf{x}) = J([\varepsilon_k \ \sigma_l]^T)$
- 11 fim**
- 12 fim**
- 13** seleciona a melhor formiga \mathbf{x}_{melhor} , com $J_{min} = J(\mathbf{x}_{melhor})$
- 14** $T_{ij}(t+1) = (1 - \rho')T_{ij}(t)$
- 15** $T_{ij\ min}(t+1) = T_{ij\ min}(t+1) + T_0$
- 16** $P_{ij}(t+1)$
- 17 fim**
- 18 retorna** $\mathbf{x}_{ot} = \mathbf{x}_{melhor}$
- 19 fim**

Tabela 3.4: Algoritmos do método ACO (Gomes *et al.*, 2009) [6].

estratificado composto por quatro meios. Em todos os casos simulados a primeira camada é composta de ar entre o solo e a antena GPR. No primeiro caso simulado as outras três camadas geológicas são compostas de basalto e arenito, cujas propriedades elétricas são representadas na tabela 3.5. Na figura 3.1 é mostrado graficamente o perfil.

Meios	ε_m (F/m)	σ_m (S/m)	μ_m (H/m)
Arenito	$3,3 \times 10^{-11}$	0,014	$4\pi \times 10^{-7}$
Basalto	$4,4 \times 10^{-11}$	0,004	$4\pi \times 10^{-7}$

Tabela 3.5: Tabela das propriedades do primeiro perfil.

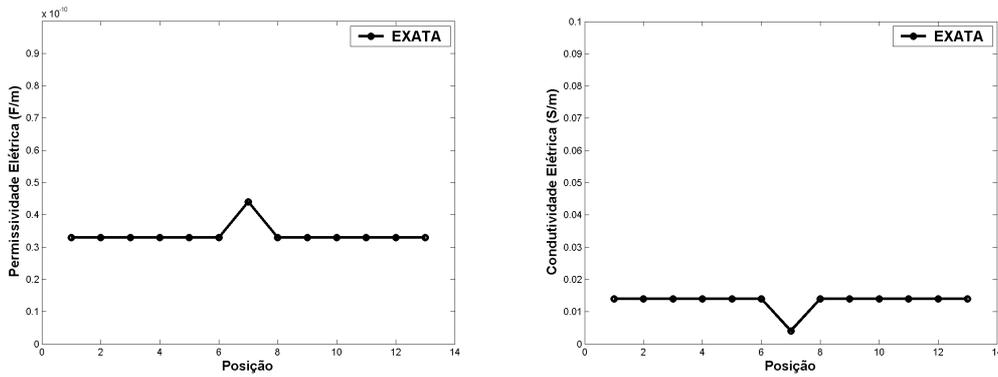


Figura 3.1: Perfil de propriedades ε e σ para o primeiro caso simulado.

O segundo caso é composto de arenito, basalto e folhelho, cujas propriedades estão descritas na tabela 3.8 e figura 3.5. As estimativas dos parâmetros ε e σ foram calculadas com e sem ruído nos dados. Na tabela 3.6 são fornecidos os parâmetros do algoritmo FDTD.

A seguir são mostradas as simulações para o primeiro perfil.

3.4.1 Primeiro Perfil

No primeiro perfil, foram estimadas as propriedades ε e σ utilizando a metodologia ACO. A tabela 3.7 contém os valores dos parâmetros usados.

Parâmetros	valores para o 1º perfil	valores para o 2º perfil
Incremento espacial (dx)	3×10^{-2} m	4×10^{-2} m
Incremento temporal (dt)	$9,995 \times 10^{-11}$ s	$1,33 \times 10^{-10}$ s
Frequências da antena GPR	25, 50, 100, 240 (MHz)	150, 200, 240, 300 (MHz)
Tamanho da malha (nx)	16	16
Número de iterações (ny)	200	200
Tamanho do domínio espacial	48×10^{-2} m ($16 \times dx$)	64×10^{-2} m ($16 \times dx$)
Camada de ar	9×10^{-2} m ($3 \times dx$)	12×10^{-2} m ($3 \times dx$)
Profundidade da 1ª Camada	18×10^{-2} m ($6 \times dx$)	28×10^{-2} m ($7 \times dx$)
Profundidade da 2ª Camada	3×10^{-2} m ($1 \times dx$)	12×10^{-2} m ($3 \times dx$)
Profundidade da 3ª Camada	18×10^{-2} m ($6 \times dx$)	12×10^{-2} m ($3 \times dx$)

Tabela 3.6: Tabela dos parâmetros usados no algoritmo FDTD, para os dois perfis simulados.

Parâmetros do ACO	ns	np	na	na_p	mit	ρ'	q_0
Valores dos parâmetros	13	1000	1000	10	500	0,03	0

Tabela 3.7: Tabela dos valores dos parâmetros.

A figura 3.2 mostra a reconstrução do perfil para 10 valores de r_0 diferentes usando o método ACO. Cada iteração é composta por um conjunto de 1000 formigas (soluções candidatas). A mais adequada, segundo o critério de regularização de mínima entropia, de um grupo de 100 formigas é escolhida para ser avaliada na função objetivo. Assim, apenas 10 soluções são avaliadas. Cabe resaltar que todas as simulações foram realizadas em um computador com processador Intel Core 2 Duo 1,86 GHz e 4 GB de memória RAM e o tempo de execução para cada caso nas simulações é aproximadamente 9 minutos.

Observando que há uma certa tendência na busca dos parâmetros até a sexta posição para os perfis de permissividade e condutividade elétricas, são fixados os valores dos parâmetros até tal posição e buscam-se estimativas para as posições restantes como é mostrado na figura 3.3. Cabe salientar que a solução adotada é sempre tomada como a média das 10 sementes, pois nem sempre a solução com menor custo é a que melhor ajusta os parâmetros do problema em questão [13].

Embora a média das 10 sementes utilizadas na busca dos parâmetros tenha se mantido bem próxima à solução exata, ainda existe muita instabilidade na busca da solução, visto que as sementes se dispersam muito nas posições finais da

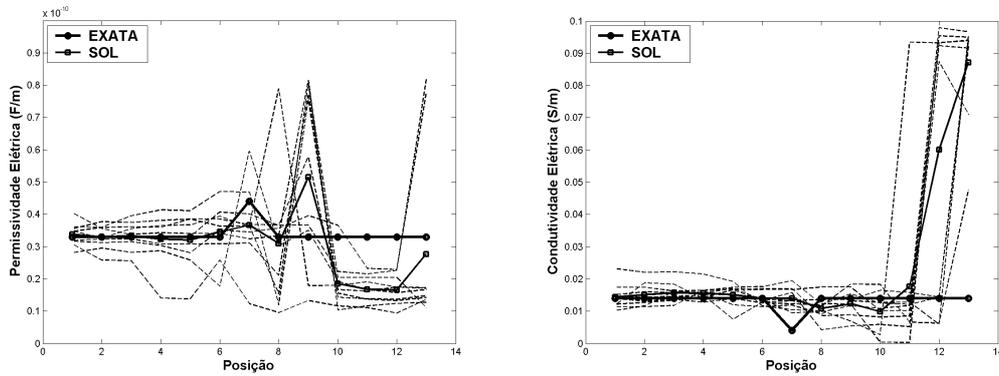


Figura 3.2: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ pela inversão através do método ACO após o primeiro passo da estimativa.

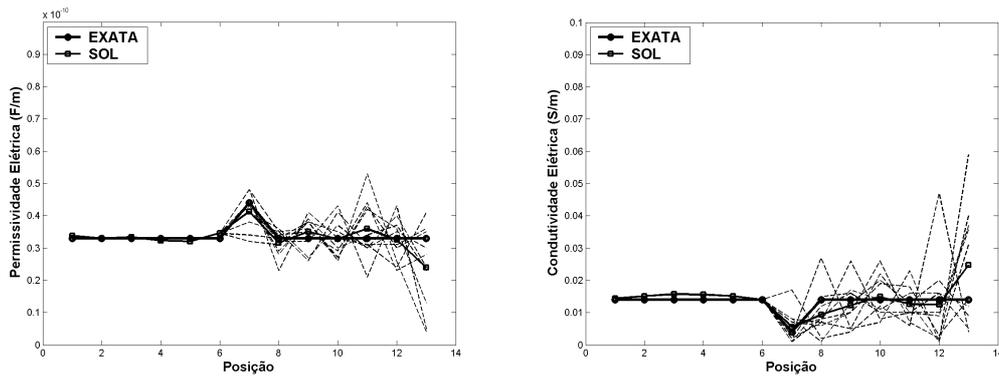


Figura 3.3: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ pela inversão através do método ACO após fixar os parâmetros até onde se observa alguma tendência.

malha computacional. Para resolver esse problema, é adotado uma nova estratégia. Nas estimativas da 7^a até a 13^a posição foram usadas 20 formigas (soluções) e nenhum critério de regularização. Nesse novo passo, as soluções encontradas para os valores de ε são combinadas com as soluções encontradas para os valores de σ como é descrito no algoritmo 4 da tabela 3.4. A figura 3.4 mostra os resultados obtidos.

Note que, com a estratégia adotada, as oscilações nas posições finais do domínio diminuem significativamente. Com isso, pode-se observar que a mudança na avaliação da função objetivo trouxe mudanças favoráveis nas estimativas dos

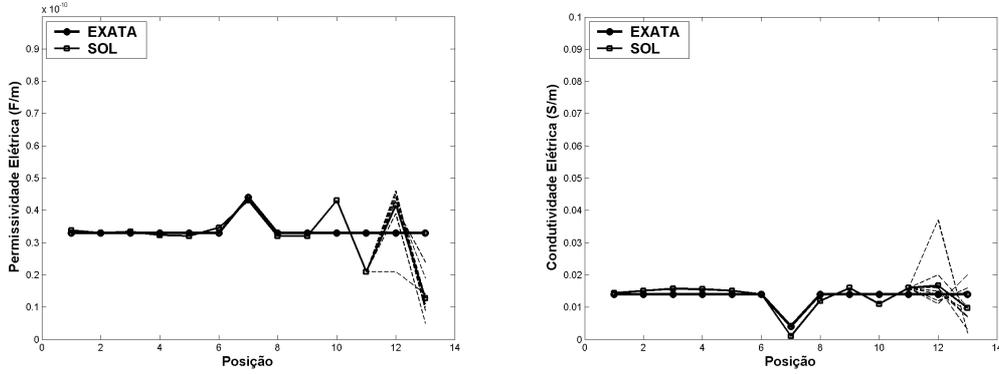


Figura 3.4: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ da 9^a a 13^a posição usando a combinação das soluções.

parâmetros, pois a descontinuidade abrupta dos parâmetros foi recuperada, embora para as últimas posições não se tenha um resultado conciso para o parâmetro ε .

Na próxima seção é descrito o segundo perfil simulado.

3.4.2 Segundo Perfil

O domínio espacial para a simulação através do método FDTD foi construído em 16 posições. As primeiras três são reservadas para a camada de ar, cujas propriedades são conhecidas. O arenito ocupa as próximas 7 posições, o basalto as próximas 3 e as últimas 3 posições são ocupadas pelas propriedades do folhelho (figura 3.5).

Meios	ε_m (F/m)	σ_m (S/m)	μ_m (H/m)
Arenito	$3,3 \times 10^{-11}$	0,014	$4\pi \times 10^{-7}$
Basalto	$4,4 \times 10^{-11}$	0,004	$4\pi \times 10^{-7}$
Folhelho	$5,0 \times 10^{-11}$	0,03	$4\pi \times 10^{-7}$

Tabela 3.8: Tabela das propriedades do segundo perfil.

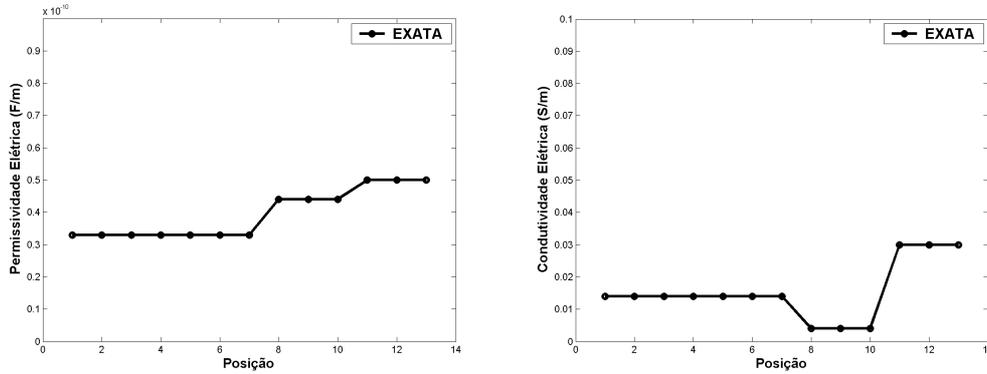


Figura 3.5: Perfil de propriedades ε e σ para o segundo caso simulado.

Aqui procurou-se estimar os parâmetros ε e σ simultaneamente utilizando o método ACO com os parâmetros apresentados na tabela 3.9. A recuperação dos parâmetros para esse perfil foi significativamente mais difícil se comparado com o da seção 3.4.1.

Parâmetros do ACO	ns	np	na	na_p	mit	ρ'	q_0
Valores dos parâmetros	13	20	20	4	500	0,03	0

Tabela 3.9: Tabela das propriedades do segundo perfil.

A figura 3.6 mostra o resultado obtido na primeira estimativa feita pelo método ACO. Foi observado uma tendência até a 4^a posição. Os parâmetros foram fixados e as estimativas para as próximas posições foram feitas uma de cada vez nas próximas simulações.

A figura 3.7 mostra o passo subsequente para as estimativas dos parâmetros ε e σ .

A figura 3.8 exhibe os resultados finais obtidos pelo método ACO modificado, para o último valor dos parâmetros ε e σ .

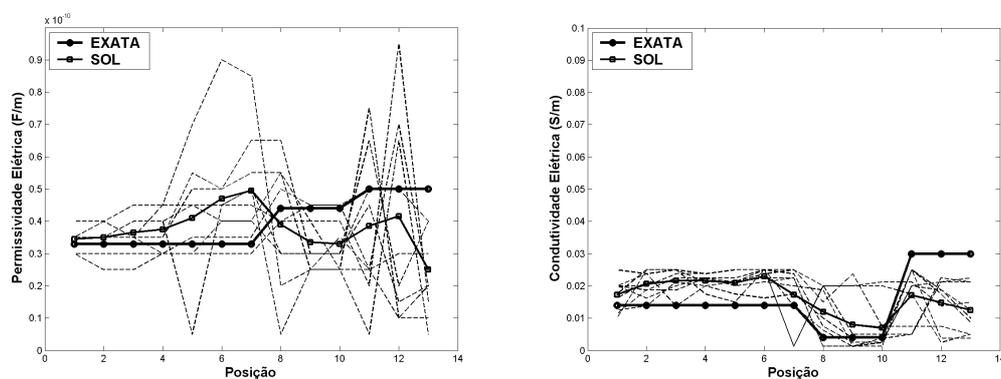


Figura 3.6: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ no primeiro passo da busca das soluções.

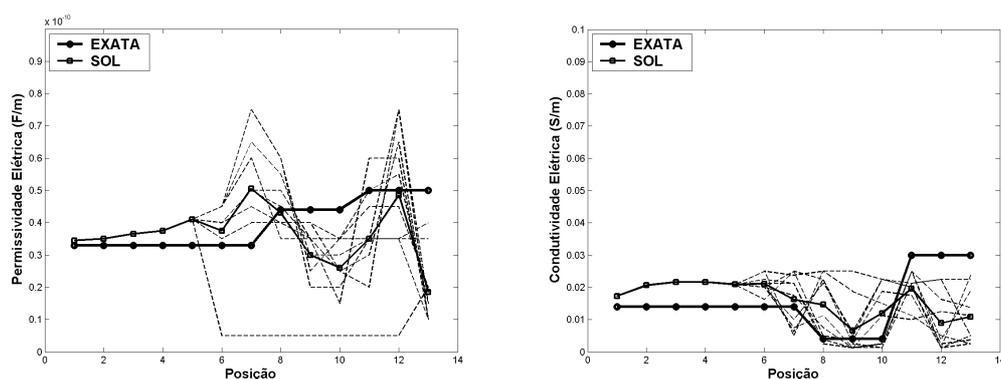


Figura 3.7: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ da 5^a a 13^a posições usando a combinação das soluções.

Visto que as estimativas para os valores dos dois parâmetros simultaneamente não obtiveram um resultado satisfatório, buscou-se então usar uma metodologia híbrida, aliando a resposta final do método ACO como palpite inicial para um método determinístico, com o intuito de melhorar a solução obtida. Foi usado o método Quasi-Newton da rotina FCN BCONF da biblioteca IMSL do FORTRAN 90. Tal rotina aplica o método determinístico Quasi-Newton usando como estimativa inicial os valores dos parâmetros obtidos pelo método ACO. Os resultados obtidos são mostrados na figura 3.9 e o tempo de execução foi de aproximadamente 1 minuto.

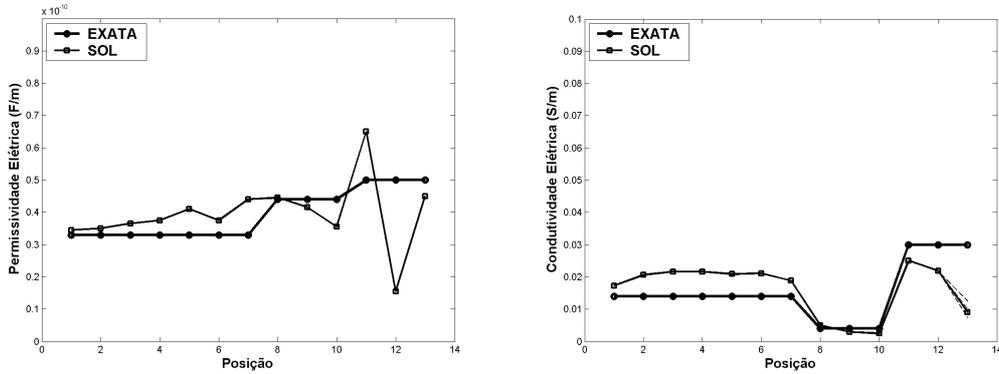


Figura 3.8: Resultado final obtido para os valores dos parâmetros ε e σ para o segundo perfil.

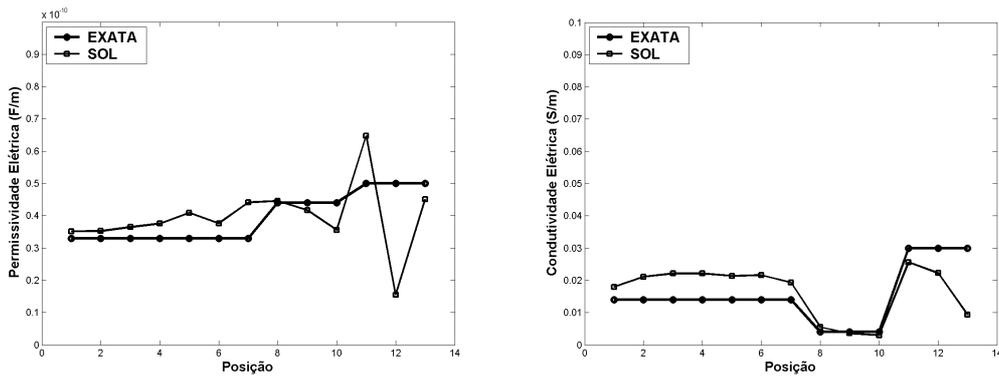


Figura 3.9: Resultados obtidos para os valores dos parâmetros ε e σ usando a resposta do método ACO como palpite inicial para o método Quasi-Newton.

Observa-se que com tal metodologia não se obteve melhoras notórias na recuperação dos dois parâmetros simultaneamente. No entanto, a recuperação do parâmetro σ obteve uma certa proximidade com os valores da solução, assim, fixou-se os valores de sigma na tentativa de melhorar o perfil estimado para ε , usando o método ACO novamente. O resultado obtido pelo primeiro passo, onde se busca os valores da permissividade elétrica em todas as posições é mostrado na figura 3.10.

Fixando os valores de ε até onde se observa alguma tendência e buscando os valores nas posições restantes obtém-se o resultado mostrado na 3.11.

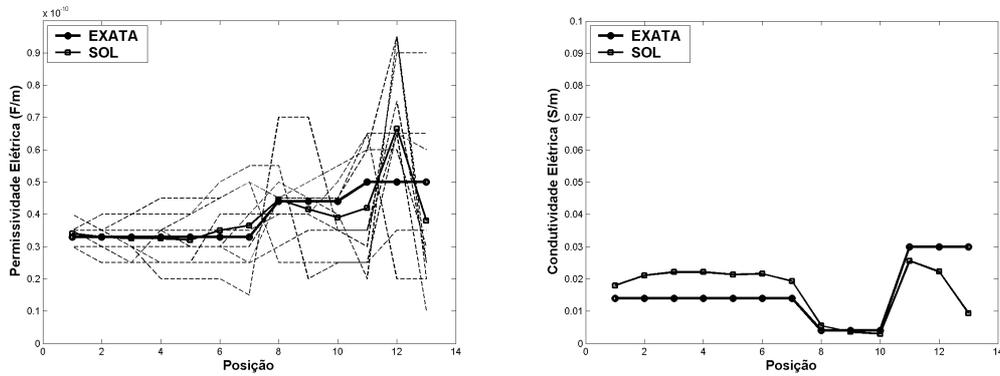


Figura 3.10: Resultados obtidos para o perfil do parâmetro ε fixando a resposta do método Quasi-Newton para o parâmetro σ e utilizando o método ACO no primeiro passo).

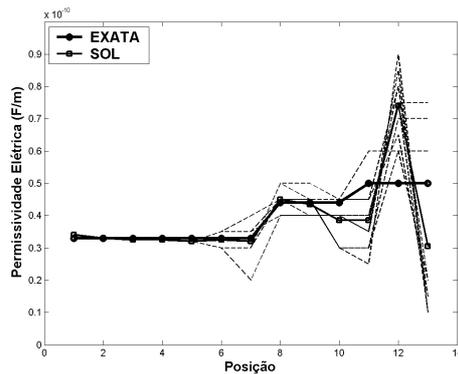


Figura 3.11: Resultados obtidos para os valores do parâmetro ε fixando o resultado de σ obtido pelo método Quasi-Newton (2º passo).

Na figura 3.12 é mostrado o resultado obtido para o perfil de permissividade elétrica no último passo da metodologia ACO.

Observa-se através dos resultados obtidos, que embora uma boa estimativa dos parâmetros tenha sido alcançada para as primeiras posições, existe uma maior dificuldade em recuperar as propriedades dos materiais no final do domínio. Essa dificuldade provavelmente se deve ao fato da perda de energia da onda, causada pelas propriedades do último meio (folhelho) aliado ao fato de ocorrerem erros computacionais.

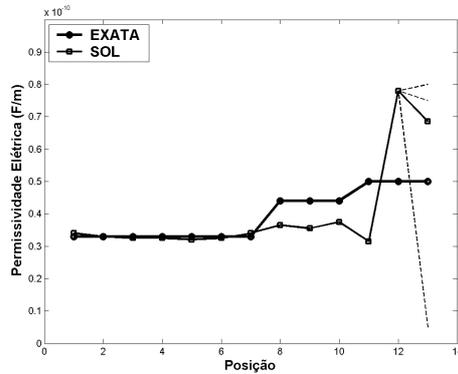


Figura 3.12: Resultados obtidos para os valores do parâmetro ε fixando o resultado de σ obtido pelo método Quasi-Newton e utilizando o método ACO (último passo).

Com o intuito de verificar o desempenho da metodologia, o método é aplicado em dados com ruído de 1% e 5%. Os resultados são mostrados nas próximas seções.

3.4.3 Solução com 1% de ruído nos dados

Com o objetivo de testar a metodologia, nessa seção foi introduzido um ruído gaussiano de 1% nos dados obtidos pelo modelo direto e aplicado a metodologia inversa. Na figura 3.13 mostram-se os resultados obtidos pela última estimativa do método ACO.

Então, o resultado obtido pelo método ACO, tanto para os valores de ε quanto para σ são usados como palpite inicial para o método Quasi-Newton e os resultados são mostrados na figura 3.14.

A partir do resultado obtido pelo método Quasi-Newton, são fixados os valores obtidos para sigma e são feitas novas buscas para os valores de ε com o método ACO, a fim de melhorar as estimativas. A primeira tentativa é mostrada na figura 3.15.

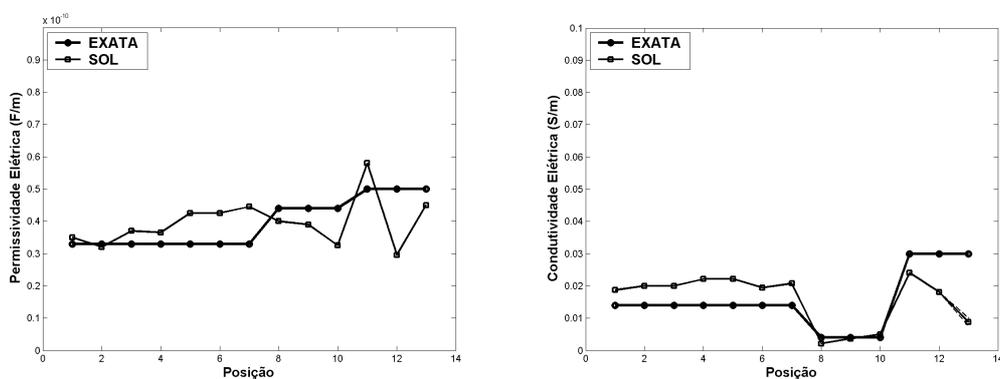


Figura 3.13: Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ com ruído de 1% nos dados no último passo.

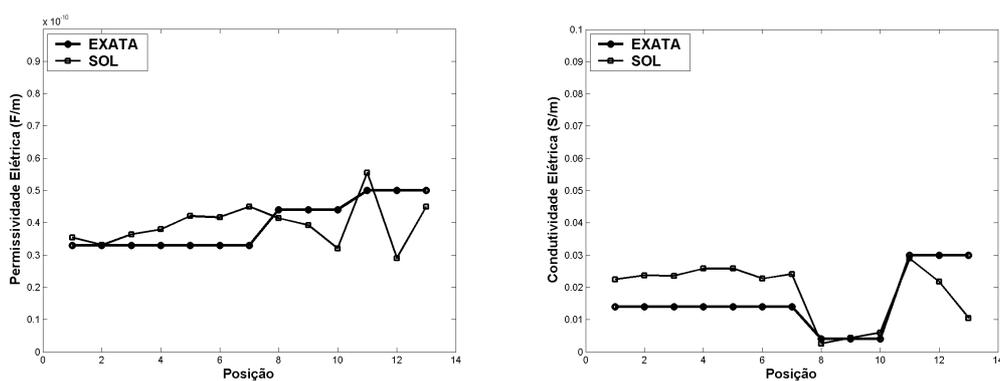


Figura 3.14: Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ com ruído de 1% nos dados usando o método Quasi-Newton.

Na figura 3.16 é mostrado o segundo passo da estimativa feita pelo método ACO modificado, supondo os valores do parâmetro sigma fixos. Nesse passo, os valores de ε são fixos até a 4^a posição onde se observou alguma tendência para as 10 sementes.

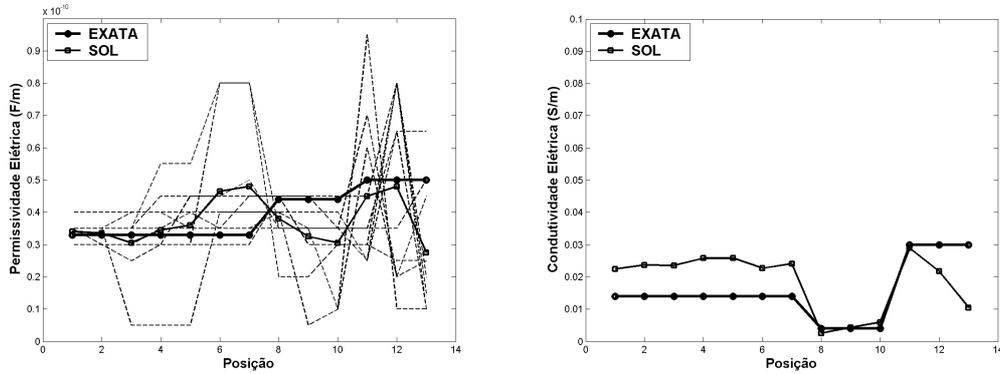


Figura 3.15: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados (primeiro passo no método ACO).

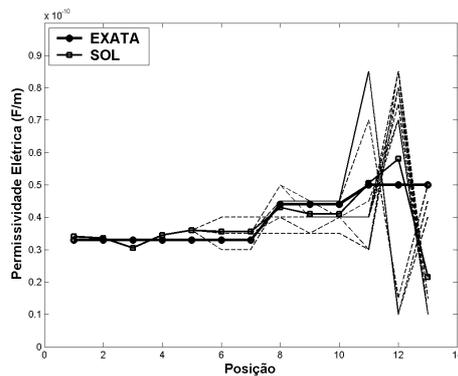


Figura 3.16: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados (segundo passo no método ACO).

Observando os resultados obtidos através da figura 3.17, nota-se que, assim como no caso sem ruído, boas estimativas foram obtidas para as primeiras posições do perfil.

3.4.4 Solução com 5% de ruído nos dados

Nessa seção apresentam-se os resultados das estimativas dos parâmetros ε e σ , com a inserção de ruído gaussiano de 5%. Na figura 3.18 é apresentado o resultado obtido pelo último passo da metodologia ACO para a reconstrução simultânea dos dois perfis, antes de usar o método determinístico.

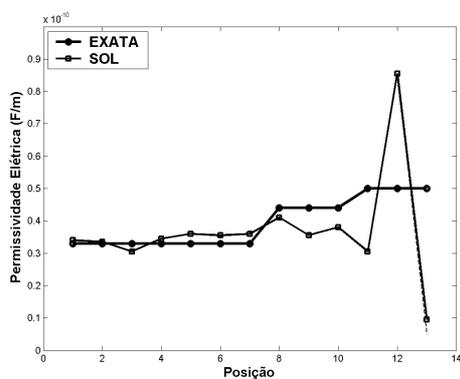


Figura 3.17: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε com σ fixo e ruído de 1% nos dados.

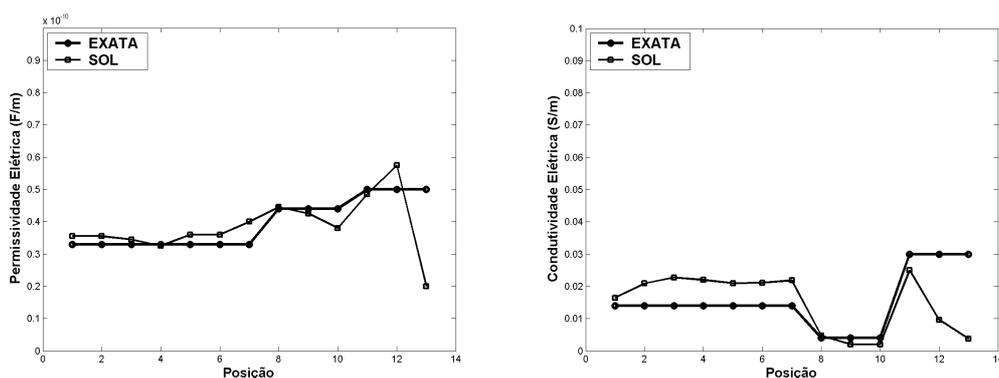


Figura 3.18: Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ simultaneamente com ruído de 5 % nos dados e último passo da metodologia ACO.

A figura 3.19 exibe o resultado para o perfil dos dois parâmetros simultaneamente estimados pelo método Quasi-Newton.

Na figura 3.20, observa-se o resultado encontrado pelo primeiro passo do metodologia ACO, usando o resultado a resposta obtida pelo método Quasi-Newton como estimativa inicial.

Na figura 3.21 mostra-se o resultado obtido pela metodologia ACO, no segundo passo, após fixar a resposta encontrada pelo método Quasi-Newton para o parâmetro σ .

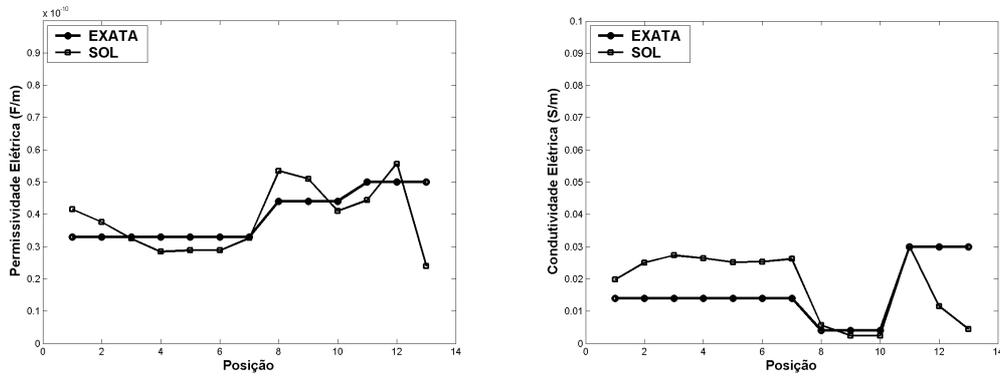


Figura 3.19: Resultado obtido para os valores dos parâmetros ε e σ simultaneamente pelo método Quasi-Newton com ruído de 5 % nos dados.

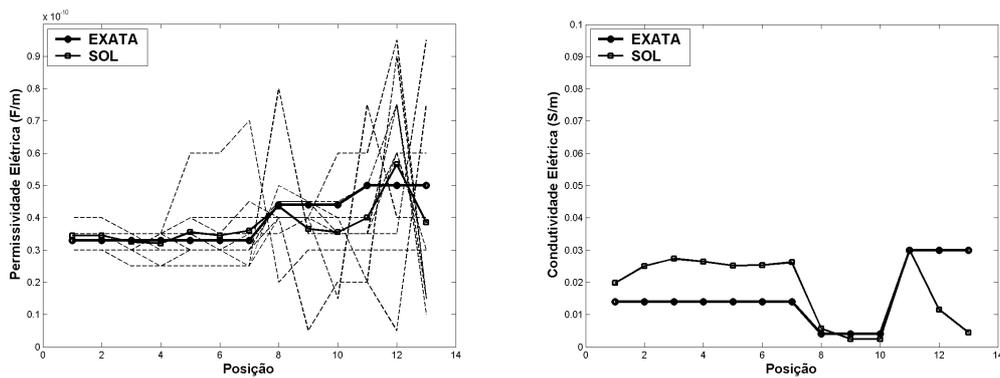


Figura 3.20: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (primeiro passo do método ACO).

Na figura 3.22 exibe-se o resultado obtido pelo último passo do método ACO, para os dados com ruído de 5%. Percebe-se que os resultados obtidos com a inserção de ruídos de 1% e 5% não diferem de forma significativa daqueles obtidos sem a inserção de ruído nas seis primeiras posições do perfil.

Na próxima seção é proposto um método alternativo para o cálculo do parâmetro ε que poderá ser usado como estimativa inicial no método ACO modificado, visto que o mesmo demanda muito tempo e esforço computacional.

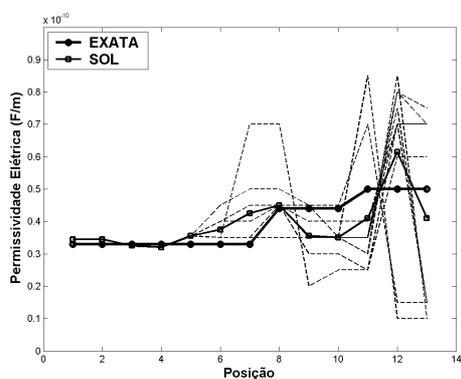


Figura 3.21: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (segundo passo do método ACO).

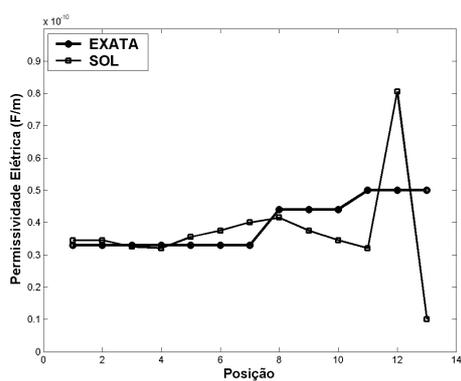


Figura 3.22: Resultado obtido para os valores do parâmetro ε , supondo σ fixo e ruído de 5 % nos dados (último passo do método ACO).

4 MÉTODO DO COEFICIENTE DE REFLEXÃO

Aqui apresenta-se uma nova metodologia para a estimativa dos parâmetros eletromagnéticos, denominada método do coeficiente de reflexão. Cabe ressaltar que quando há propagação de ondas em materiais, tanto geológicos quanto de outros tipos, ocorrem diversos fenômenos ondulatórios, tais como: reflexão, atenuação, refração, difração, entre outros. Para o estudo do método em questão, a reflexão e a refração são os fenômenos de maior importância. Aqui é feita uma revisão sobre tais fenômenos. Mais detalhes podem ser encontrados no capítulo 10 da referência [12].

4.1 Reflexão e Refração

A reflexão e a refração são fenômenos que ocorrem interligados. Ambos ocorrem quando uma onda que se propaga no espaço, com meios de propriedades diferentes, incide em uma superfície divisória entre tais meios. Este pulso incidente é dividido em dois, um refletido e um transmitido, com amplitudes menores que a do pulso incidente. De acordo com a teoria de reflexão e refração [12], define-se o **ângulo de incidência** θ_i como o ângulo entre o pulso incidente e a reta normal à superfície. Similarmente, é definido o **ângulo de reflexão** θ_r como o ângulo entre o pulso refletido e a reta normal à superfície. O ângulo do pulso refletido θ_r é sempre igual a θ_i . Define-se também o **ângulo de transmissão** θ_t como o ângulo entre o pulso transmitido ou refratado e a normal à superfície. A relação entre θ_i e θ_t é dada pela lei de Snell,

$$n_1 \text{sen} \theta_i = n_2 \text{sen} \theta_t, \quad (4.1)$$

onde n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios 1 e 2, respectivamente. No caso de propagação de ondas unidimensionais o ângulo de incidência é igual a zero. Uma ilustração de reflexão e transmissão no caso unidimensional, considerando os meios

geológicos arenito e basalto, é mostrado na figura 4.1, onde (1) representa o pulso se propagando no ar, na figura 4.2, (2) é o pulso refletido pela interface ar-arenito e (3) é o pulso transmitido pela interface ar-arenito. Na figura 4.3, (4) é o pulso refletido pela interface arenito-basalto e (5) é o pulso transmitido pela interface arenito-basalto.

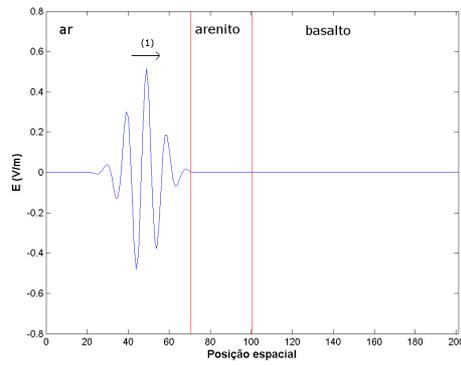


Figura 4.1: Ilustração do um pulso antes de chegar a interface para o caso unidimensional.

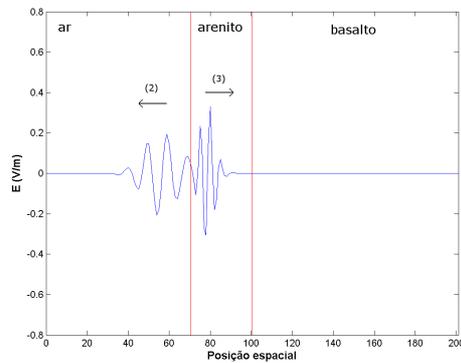


Figura 4.2: Ilustração do um pulso incidente separando-se em refletido e transmitido na interface ar-arenito.

Também definem-se os **coeficientes de reflexão** (Γ) e **transmissão** (τ) como:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_i} \quad (4.2)$$

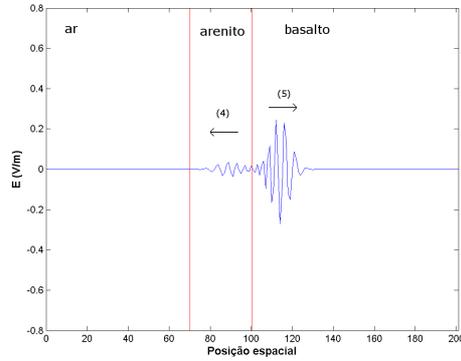


Figura 4.3: Ilustração de um pulso transmitido separando-se novamente em transmitido e refletido na interface arenito-basalto.

$$\tau = \frac{E_t}{E_i}, \quad (4.3)$$

onde E_r é a amplitude do campo elétrico da onda refletida, E_t a amplitude do campo elétrico da onda refratada e E_i a amplitude do campo elétrico da onda incidente.

Outro conceito importante na propagação de ondas é a **impedância intrínseca** do meio, cuja unidade é ohms, que pode ser calculada pelas equações:

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}{\left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \quad (4.4)$$

onde ω é a frequência angular definida como

$$\omega = 2\pi f \quad (4.5)$$

sendo f a frequência da antena. Observando que se o termo $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ for suficientemente próximo de zero, na equação (4.4), então o denominador tenderá a 1 e portanto pode-se calcular a impedância como

$$|\eta| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (4.6)$$

Para reforçar tal aproximação deve-se levar em conta que, para a frequência usada nas simulações ($f = 4.10^8$ Hz) e as propriedades dos meios arenito ($\sigma \approx 0.014 \frac{S}{m}$, $\varepsilon = 3.3 \times 10^{-11} \frac{F}{m}$) e granito ($\sigma \approx 0.004 \frac{S}{m}$ e $\varepsilon = 4.4 \times 10^{-11} \frac{F}{m}$), por

exemplo, de fato o denominador da equação (4.4) é muito próximo de 1. Logo a equação (4.6) é uma boa aproximação para (4.4). Observando também que o coeficiente de reflexão pode ser calculado [12] como:

$$\Gamma = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2}, \quad (4.7)$$

onde η_1 é a impedância do meio 1 e η_2 é a impedância do meio 2 e usando a equação (4.6), tem-se:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} - \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}}. \quad (4.8)$$

Efetuando mínimo múltiplo comum e fazendo a divisão, na equação 4.8, resulta em:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\varepsilon_2}\sqrt{\mu_1}} \quad (4.9)$$

ainda, nota-se que, para a grande parte dos materiais geológicos, as permeabilidades magnéticas dos meios são muito próximas. Assim, é razoável supor que $\sqrt{\mu_1} = \sqrt{\mu_2}$, o que leva à seguinte simplificação:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\mu_1}(\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\mu_1}(\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2})} \quad (4.10)$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}}. \quad (4.11)$$

Note que a equação (4.11) relaciona apenas 3 quantidades: o coeficiente de reflexão, a permissividade elétrica do primeiro meio e a permissividade elétrica do segundo meio. Em problemas práticos de investigação de subsolo, o primeiro meio se trata de um meio supostamente conhecido, visto que se tem um contato próximo a ele, de modo que a permissividade elétrica é conhecida. Portanto, se for possível obter uma boa estimativa para o coeficiente de reflexão a partir de valores do campo elétrico recebidos na superfície, pode-se isolar ε_2 na equação (4.11) da forma,

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1(\Gamma + 1)^2}{(1 - \Gamma)^2}. \quad (4.12)$$

A fim de encontrar uma estimativa para Γ a partir do uso do georradar, pode-se usar a equação (4.2). Porém, deve-se lembrar que E_r e E_i nessa equação

são as medidas das amplitudes dos campos na interface e essas medidas não são acessíveis, visto que a antena receptora encontra-se na superfície e não próxima à interface dos meios. Para resolver essa dificuldade, usou-se a seguinte metodologia:

1. calcula-se o fator de atenuação (a) sofrido pelo pulso devido à camada do primeiro meio;
2. sabendo-se que a amplitude do campo que chega na interface é atenuada por esse fator a , procede-se com os seguintes cálculos: supondo que o fator de atenuação para um certo meio seja a_m . Então, a amplitude do pulso que chega a interface E_i será dado por:

$$E_i = aE_e \quad (4.13)$$

onde E_e é a amplitude do pulso emitido pela antena do georradar. Ao chegar à interface, a amplitude do pulso refletido é dada pela equação (4.2) resolvida para E_r . Substituindo E_i dado pela equação (4.13) tem-se:

$$\Gamma = \frac{E_r}{aE_e} \implies E_r = \Gamma aE_e. \quad (4.14)$$

Como o pulso refletido sofre atenuação no caminho de volta à superfície, o pulso recebido na antena E_R é dado por:

$$E_R = E_r a \quad (4.15)$$

que substituindo na equação (4.14) e resolvendo-se para Γ obtém-se:

$$\Gamma = \frac{E_R}{E_e a^2}. \quad (4.16)$$

A equação (4.16) é usada como aproximação para o coeficiente de reflexão da equação (4.12). A seguir, mostram-se os resultados obtidos levando em conta os meios arenito, basalto, granito e gelo, cujas propriedades encontram-se na tabela 4.1.

Meios	ε_m (F/m)	σ_m (mS/m)	μ_m (H/m)
Arenito	$3,3 \times 10^{-11}$	14	$4\pi \times 10^{-7}$
Basalto	$4,4 \times 10^{-11}$	4	$4\pi \times 10^{-7}$
Granito	$1,6 \times 10^{-10}$	0,5	$4\pi \times 10^{-7}$
Gelo	5×10^{-11}	3	$4\pi \times 10^{-7}$

Tabela 4.1: Tabela das propriedades dos meios usados no método do coeficiente de reflexão.

4.2 Resultados

Usando a metodologia da seção 4 e levando em consideração as propriedades dos meios descritas na tabela 4.1, obteve-se os seguintes resultados mostrados na tabela 4.2. Além disso, Γ_{exp} representa o valor do coeficiente de reflexão obtido pela metodologia proposta, Γ_{real} é o verdadeiro valor do coeficiente de reflexão obtido pela equação (4.11) usando os valores reais das propriedades dos meios 1 e 2, $\varepsilon_{estimado}$ é calculado por (4.12) e ε_{real} é o valor exato para cada meio.

1ª camada	Arenito	Arenito	Arenito
2ª camada	Gelo	Basalto	Granito
Γ_{exp}	0,5905	0,0846	0,5905
Γ_{real}	0,3743	0,0720	0,3743
$\varepsilon_{estimado}$	$3,0615 \times 10^{-11}$	$2,361 \times 10^{-11}$	$2,1974 \times 10^{-12}$
ε_{real}	$3,098 \times 10^{-11}$	$4,425 \times 10^{-11}$	$1,6 \times 10^{-10}$

Tabela 4.2: Tabela dos parâmetros obtidos com arenito na primeira camada e gelo, basalto e granito na segunda camada.

Na tabela 4.2 observa-se que com arenito no primeiro meio são obtidos bons valores para ε quando constam gelo ou basalto para o segundo meio.

1ª camada	Gelo	Gelo	Gelo
2ª camada	Granito	Arenito	Basalto
Γ_{exp}	0,5817	0,0193	0,1015
Γ_{real}	0,3888	0,170	0,0889
$\varepsilon_{estimado}$	$2,166 \times 10^{-12}$	$2,867 \times 10^{-11}$	$2,0616 \times 10^{-11}$
ε_{real}	$1,6 \times 10^{-10}$	$3,316 \times 10^{-11}$	$4,425 \times 10^{-11}$

Tabela 4.3: Tabela dos parâmetros obtidos com gelo na primeira camada e granito, arenito e basalto na segunda camada.

Considerando gelo na primeira camada, observa-se na tabela 4.3 que as estimativas para o valor de ε são da mesma ordem do valor real quando tem-se arenito ou basalto na segunda camada.

1ª camada	Granito	Granito	Granito
2ª camada	Basalto	Gelo	Arenito
Γ_{exp}	1,0171	1,166	1,1397
Γ_{real}	0,3107	0,3888	0,3743
$\varepsilon_{estimado}$	$1,1599 \times 10^{-14}$	$9,4213 \times 10^{-13}$	$6,82 \times 10^{-13}$
ε_{real}	$4,425 \times 10^{-11}$	$3,098 \times 10^{-11}$	$3,316 \times 10^{-11}$

Tabela 4.4: Tabela dos parâmetros obtidos com granito na primeira camada e basalto, gelo e arenito na segunda camada.

Como mostrado na tabela 4.4, quando é utilizado granito na primeira camada nota-se que as estimativas não são boas para nenhuma das combinações.

1ª camada	Basalto	Basalto	Basalto
2ª camada	Arenito	Gelo	Granito
Γ_{exp}	0,0988	0,1219	0,6229
Γ_{real}	0,0720	0,0888	0,3107
$\varepsilon_{estimado}$	$2,9761 \times 10^{-11}$	$2,7106 \times 10^{-11}$	$2,388 \times 10^{-12}$
ε_{real}	$3,316 \times 10^{-11}$	$3,098 \times 10^{-11}$	$1,6 \times 10^{-10}$

Tabela 4.5: Tabela dos parâmetros obtidos com basalto na primeira camada e arenito, gelo e granito na segunda camada.

Agora, simulando um perfil com basalto na primeira camada (tabela 4.5), as estimativas para a permissividade elétrica são próximas do valor real, supondo-se arenito ou gelo na segunda camada.

Com base nos resultados das tabelas, observa-se que as estimativas para a permissividade elétrica são ruins quando há envolvimento do meio granito. Acredita-se que isso ocorra, pelo fato da condutividade elétrica desse meio ser muito pequena, o que implica que há uma baixa perda de energia. Esse fato aliado a uma camada pouco espessa ocasiona que os erros numéricos influenciam nos resultados das estimativas. Isso pode ser notado, observando que o valor para Γ_{exp} mostrado na tabela 4.4 é maior que 1, o que fisicamente é inconsistente. Desta feita, um método

analítico deverá ser usado para eliminar o problema da propagação de erros em tais simulações.

Conforme os resultados obtidos, nota-se que a estimativa de parâmetros pelo método do coeficiente de reflexão, por si só, não é satisfatória, bem como através do método ACO modificado não se obteve bons resultados para alguns tipos de perfis. Porém, se tomado como estimativa inicial, pode causar uma significativa melhora nos resultados obtidos pelo método ACO, visto que no trabalho de Gomes *et al.* a solução inicial foi tomada como $x = [1 \ 1]^T$. A união das duas metodologias pode oferecer melhorias nas estimativas, visto que os valores obtidos para as propriedades dos meios através do método do coeficiente de reflexão encontram-se muito mais próximos dos valores reais das propriedades dos meios do que com a estimativa inicial adotado pelo método ACO modificado. Acredita-se nessa proposta, pelo fato de que os valores encontrados para o parâmetro ε pelo método do coeficiente de reflexão são da ordem dos parâmetros reais e por isso supõe-se que o tempo de espera para a convergência venha a diminuir consideravelmente.

5 CONCLUSÃO

A estimativa de parâmetros geológicos é uma tarefa um tanto complexa, visto que não se sabe, a princípio, em que distâncias ocorrem mudanças de meio e quais são as propriedades desses meios. Há inúmeras maneiras de combinar materiais e atribuir distâncias para que se possam gerar resultados semelhantes. Com o método ACO modificado obtiveram-se boas estimativas na recuperação dos parâmetros ε e σ para perfis heterogêneos mais simples. A redução de erros numéricos e uma melhor estimativa inicial podem ser de grande valia na tentativa de recuperar os parâmetros do modelo. No trabalho de Gomes *et al.* foram apresentados dois tipos de perfis geológicos. No primeiro, observa-se uma excelente recuperação para os valores dos parâmetros, uma vez que o modelo geológico possui forma simples e tem uma descontinuidade brusca. Enquanto que para o segundo modelo simulado nota-se que os resultados foram razoáveis, visto que o modelo apresenta três tipos de meios, com propriedades mais distintas. Para os dois casos simulados, considerou-se uma pequena quantidade de pontos (13), que representam de forma adequada o perfil geológico e levou-se em consideração que a busca para a estimativa dos valores dos parâmetros, através do algoritmo ACO modificado, não fosse demasiadamente exaustiva.

Sob o ponto de vista geológico, acredita-se que boas estimativas foram obtidas para ambos os perfis. No entanto, há modelos geológicos que precisam de mais pontos para representá-los. Nesses casos, deve-se considerar o aumento da quantidade de informações que deverão ser armazenadas e o tempo computacional que o algoritmo ACO modificado exigirá para o processamento dessas informações, uma vez que mais pontos serão estimados e novas adequações devem ser feitas nos parâmetros do algoritmo (mit , na , na_p , ns , np , ρ , q_0). No intuito de resolver tais situações, nesse trabalho, propôs-se uma nova metodologia que pode ser usada como estimativa inicial para o método ACO modificado, ou mesmo, para um método determinístico. Espera-se que com essa nova metodologia, os valores dos parâmetros

geológicos sejam encontrados de forma mais rápida e que obtenham-se resultados mais adequados para as estimativas. Para trabalhos futuros, sugere-se, ainda, a possibilidade de usar um método analítico para o cálculo da solução das equações de Maxwell, do modelo direto, com o intuito de reduzir os erros numéricos encontrados na solução.

Referências Bibliográficas

- [1] C. Constable A. Jackson and N. Gillet. Maximum Entropy Regularization of the Geomagnetic Core Field Inverse Problem. *Geophysical Journal International*, 171:995–1004, 2007.
- [2] A. P. Annan and J. L. Davis. Ground Penetrating Radar for High Resolution Mapping of Soil and Rock Stratigraphy. *Geophysical prospecting*, 37:531–551, 1989.
- [3] G. Bulla. *Cálculo de Taxa de Absorção Específica e Aumento de Temperatura em Modelos de Cabeça de Adulto e Criança*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) - UFRGS, Porto Alegre (RS), 2006.
- [4] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colomi. The Ant Optimization: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 26:29–41, 1996.
- [5] M. G. Gomes. *Simulação dos Efeitos da Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Diferentes Meios Geológicos-geotécnicos*. Qualificação de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM) - UFRGS, Porto Alegre (RS), 2007.
- [6] M. G. Gomes, R. P. Souto, A. S. Athayde, A. J. Strieder, and M. T. Vilhena. Estimating Dielectric Permittivity and Electric Conductivity of Simulated GPR Pulses Using Ant Colony Optimization. *Inverse Problem*, submitted, 2009.
- [7] H. Paasche, A. Wendrich, J. Tronicke, and C. Trela. Detecting Voids in Masonry by Cooperatively Inverting P-wave and Georadar Traveltimes. *Journal of Geophysics and Engineering*, 5:256–267, 2008.

- [8] D. S. Parasnis. *Principle of Applied Geophysics*. Chapman e Hall, London (England), 1997.
- [9] L. B. Pedersen. Determination of the Regularization Level of Truncated Singular-value Decomposition Inversion: The Case of 1d Inversion of MT Data. *Geophysical Prospecting*, 52:261–270, 2004.
- [10] M. R. Retamoso. *Estimativa de Condições de Contorno e Termo Fonte em Óptica Hidrológica*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - UFRGS, Porto Alegre (RS), 2000.
- [11] D. R. Roberti. *Problemas Inversos em Física da Atmosfera*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Física - UFSM, Santa Maria (RS), 2005.
- [12] Matthew N. O. Shadiku. *Elementos de Eletromagnetismo*. Bookman, Lisboa, 2004.
- [13] R. P. Souto. *Recuperação de Perfis Verticais de Propriedades Óticas Inerentes a Partir da Radiação Emergente da Água*. Tese de Doutorado, INPE, São José dos Campos (SP), 2006.
- [14] R. P. Souto, H. F. Campos Velho, and J. S. Stephany. Reconstruction of Vertical Profiles of the Absorption and Scattering Coefficients From Multispectral Radiances. *Mathematics and Computers in Simulations*, 73:255–267, 2006.
- [15] J. C. Strikwerda. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*. SIAM, University of Wisconsin-Madison: Madison, Wisconsin, 2004.
- [16] A. Taflove. *Computational Electrodynamics: the finite-difference time-domain method*. Artech House, London (England), 1995.
- [17] A. N. Tikhonov and V. S. Arsenin. *Solutions of ill-posed*. Winston and Sons, Washington, 1977.

- [18] H. F. Campos Velho and F. M. Ramos. Numerical Inversion of Two-dimensional Geoelectric Conductivity Distributions from Elettromagnetic Ground Data. *Brazilian Journal of Geophysics*, 15:133–143, 1997.
- [19] H. F. Campos Velho, F. M. Ramos, E. S. Chalhoub, S. Stephany, and O. C. Carvalho. Inverse Problems in Space Science and Technology. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 15:359–372, 2007.
- [20] J. S. Vieira. *Estudo de Propagação de Onda Eletromagnética em Estrutura Geológica Estratificada*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM) - UFRGS, Porto Alegre (RS), 2003.
- [21] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14:302–307, 1966.