UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

POLIMINÓS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA BASEADA NA INVESTIGAÇÃO

PATRÍCIA DA SILVA LUCAS

Porto Alegre
2017/2

PATRÍCIA DA SILVA LUCAS

POLIMINÓS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA BASEADA NA INVESTIGAÇÃO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção para o grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Leandra Anversa Fioreze.

Porto Alegre

2017/2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DOS SUL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

POLIMINÓS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA BASEADA NA INVESTIGAÇÃO

Patrícia da Silva Lucas

Banca examinadora:

Prof.ª Dra. Leandra Anversa Fioreze
Faculdade de Educação-Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof.ª Dra. Luisa Rodriguez Doering
Instituto de Matemática-Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof.ª Dra. Helena Doria Lucas de Oliveira
Faculdade de Educação-Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas oportunidades concebidas ou as quais exigiam certa criação.

Dedico em especial este trabalho a minha filha amada Yasmin, ao meu companheiro de jornada Diego pelo apoio, paciência e compreensão durante a realização desta pesquisa.

Aos meus sogros, Clesia e José (Deco), por serem estes avós maravilhosos para minha filha e por me acolherem por todos estes anos, com muito amor.

Dedico a minha mãe e que mesmo estando longe se manteve presente durante minha jornada acadêmica, prestando apoio, incentivando-me a nunca desistir de meus sonhos. E também a seu marido pela atenção dada a minha mãe.

Em especial, agradeço à minha orientadora, Prof.ª Leandra, por toda a paciência, por todos os conselhos prestados (profissionais e pessoais), carinho e dedicação com meu trabalho.

Não posso deixar de agradecer a EMEF João Antônio Satte, que me auxiliaram em todos os momentos da pesquisa e acolhimento prestado. Em especial, a Professora Anelise e sua turminha maravilhosa B33.

E por fim agradeço aos amigos que fiz durante minha jornada acadêmica, aos amigos do curso de Física: Fernando, Caroline, André, Bárbara e Rafael. E aos amigos que encontrei na Matemática em especial, ao meu amigo Lucas pelo apoio prestado na graduação e neste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino e pesquisa com a utilização dos Poliminós, que se constitui de um quebra-cabeças geométrico, sendo um material pedagógico que possibilitou explorar alguns conteúdos da Matemática, em especial os da área da Geometria. Foi elaborada e aplicada uma sequência de atividades de caráter exploratória-investigativa com alunos do sexto do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Porto Alegre. Por meio deste estudo objetivamos responder se a utilização de materiais pedagógicos em sala de aula, mais especificamente os Poliminós, podem contribuir para a construção de conceitos matemáticos. E, além disso, observamos de que maneira os Poliminós (material pedagógico) podem mobilizar alunos de sexto ano de Ensino Fundamental para a construção de conceitos matemáticos. Investigou-se sobre jogos, bem como sobre o uso de materiais didático-pedagógicos, em especial os Poliminós e utilizou-se como metodologia de ensino a Investigação Matemática. Metodologia esta que prima o caminho percorrido pelo aluno durante todo o processo, não priorizando o resultado final em que o mesmo é protagonista de sua própria aprendizagem. No que se refere às conclusões, pode-se afirmar que o uso de Poliminós proporcionou auxiliar no ensino de distintas áreas da matemática como por exemplo, a geometria com a álgebra, o raciocínio combinatório (na construção de peças), e a geometria das formas e medidas (comprimento, superfície) e a visualização espacial. Além disso, possibilitou a construção de um ambiente de interação entre docente/discente e discente/discente, reforçando, assim, o vínculo entre os estudantes durante o processo.

Palavras-chave: Poliminós. Material pedagógico. Jogos. Investigação Matemática.

ABSTRACT

This work presents a proposal of teaching and research with the use of the Poliminós, which is a geometric puzzle, being a pedagogical material that enabled explore some content of Mathematics, in particular in the area of Geometry. A sequence of exploratory-investigative activities was developed and applied with students from the sixth elementary school of a public school of the municipal network of Porto Alegre. This study aimed to respond to use of teaching materials in the classroom, specifically the Poliminós, can contribute to the construction of mathematical concepts. And, in addition, it was observed how the Poliminós (pedagogical material) can mobilize sixth grade students to construct mathematical concepts. It was investigated games, as well as on the use of didactic-pedagogical materials, in particular the Poliminós and mathematical research was used as teaching methodology. This methodology that press the path taken by the student during the entire process, not prioritizing the end result in that the same is the protagonist of your own learning. As regards the conclusions, it can be stated that the use of Poliminós has provided aid in the teaching of different areas of mathematics such as geometry with algebra, combinatorial reasoning (in building), and the geometry of shapes and measurements (length, area) and spatial visualization. In addition, made possible the construction of an environment of interaction between teacher/student and student/student, strengthening the bond between students during the process.

Keywords: Poliminós. Teaching material. Games. Mathematical Research.

LISTA DE FIGURAS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

O ensino por meio de jogos possibilita que o discente construa conhecimentos matemáticos por intermédio de um processo alternativo ao método tradicional, que se baseia na memorização de alguns procedimentos sem dar espaços para os porquês dos mesmos. Conforme Darroz, Rosa e Ghiggi (2015):

> Esse ensino, ao tomar por base a transmissão e a recepção de informações, parte do pressuposto de que o aluno não tem experiências e concepções precedentes, sendo capaz apenas de devolver exatamente aquilo que recebeu na sala de aula nas avaliações realizadas. Trata-se, nesse caso, do chamado método tradicional de ensino. (p.2).

E algumas vezes, esse método não permite ao estudante relacionar o que aprendeu no ambiente escolar ao seu dia-a-dia. Já os jogos na Educação Básica têm por finalidade ensinar brincando, diferente de uma aula tradicional. Eles podem proporcionar desafios aos alunos de modo a auxiliar no desenvolvimento do processo de construção de seu conhecimento, agregando peculiaridades lúdicas, que intensificam as discussões e reflexões de ideias, bem como oportunizar uma boa interação entre discente/discente.

As práticas durante os estágios de docência na graduação trouxeram à autora deste trabalho experiências interessantes, destacando-se uma realizada na disciplina de Estágio em Educação Matemática I, em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental em Porto Alegre. Ao longo das observações, pôde ser percebido que, apesar da turma ter um ótimo relacionamento com a professora titular, não se obtinha a participação dos alunos em aula, e a maioria não realizava as tarefas solicitadas pela docente. Notou-se que as aulas propostas pela professora eram somente com quadro e giz, livro didático e lista de exercícios, e não buscava outros meios que pudessem contruibuir para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

Assim, surge a opção de, durante o estágio, utilizar jogos em sala de aula para auxiliar na construção de conceitos matemáticos. Sabemos que o método tradicional não permite ao discente participar ativamente de seu processo de aprendizagem, sendo visto o docente como detentor de todo o conhecimento, reservando ao aluno o papel passivo, cabendo a ele registrar e ouvir atentamente as explicações fornecidas pelo professor, realizar exercícios parecidos com a resolução feita no quadro, bem como decorar algoritmos sem nenhum significado e resolver questões que admitem geralmente uma única solução. De acordo com Costa (2015):

> […] não é difícil entender como o ensino tradicional não só não favorece a aprendizagem como, muitas vezes, a dificulta. A aula expositiva faz com que o aluno não apenas se desconcentre e perca o interesse, como aprenda menos do que seria capaz. E, o que é pior, inibe o desenvolvimento de sua capacidade de aprender por si próprio, de exercer sua criatividade, de ser crítico, de se tornar autônomo e responsável. E isso é um legado bem mais importante do que a absorção de conteúdos: o desenvolvimento do aprendiz como ser humano, preparando-se para atuar e interagir em um mundo em permanente e acelerado processo de mudança, onde a certeza de hoje é a dúvida de amanhã (p.12).

No entanto, atualmente o discente já não aceita esse método, pois com o avanço da tecnologia, estão mais expostos às informações.

Diante disso, espera-se que o professor possa ser um mediador ou um orientador para os alunos, que pode contribuir para que essas informações se transformem em conhecimento, salientando-se, assim, a importância do docente pesquisar/estudar/se envolver na construção de propostas diferenciadas da tradicional, objetivando-se, com isso, que seja envolvido em seu próprio processo de construção de conhecimento.

Um fato que chamou a atenção no decorrer da prática com a turma durante o estágio após usados jogos foi em relação ao comportamento. Notou-se que estavam mais participativos e buscando realizar as tarefas propostas; também estavam mais questionadores, abandonando aquela postura passiva durante as aulas da professora titular, bem como a de ser apenas ouvinte das explicações da docente. Pode-se supor que, por meio dessa pequena experiência, a utilização de jogos[1] em aulas de matemática pode contribuir no envolvimento dos alunos com sua aprendizagem, pois a cada situação vivenciada durante o jogo eles refletiam sobre novas jogadas (estratégias) visando obter uma maior pontuação, almejando a vitória.

Com participação em um grupo de pesquisa[2] vinculado ao Projeto de pesquisa[3]"O processo de construção dos conceitos de matemática com a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação", coordenado pela Professora Dra. Leandra Anversa Fioreze, tomei conhecimento de um material pedagógico chamado Poliminós. Ao conhecer melhor este material pedagógico e explorá-lo, puderam ser percebidas algumas de suas potencialidades a

---

[1] Refiro-me ao jogo de sinais que tinha como objetivo auxiliar no entendimento das regras de sinais nas operações com números inteiros

[2] O grupo de pesquisa é formado por sete integrantes, sendo 4 alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática, duas professoras mestrandas e pela coordenadora. Durante toda a pesquisa ocorreram encontros em grupo quinzenal e individual intercalados.

[3] O Projeto tem como objetivo principal: oportunizar a acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, mestrandos em Educação Matemática e/ou professores que atuam nas escolas a participação em projetos de ensino e aprendizagem em matemática que contemplem a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação, refletindo e investigando o processo de construção do conhecimento matemático e a própria prática do professor.

serem trabalhadas em diferentes níveis escolares, as quais despertaram interesse em utilizá-lo neste trabalho.

Esta proposta de trabalho tem por objetivo:

- Realizar análise de uma atividade exploratória-investigativa por meio de relatos, buscando ampliar a compreensão a respeito deste método no processo de ensino de conceitos matemáticos.

- Observar as possíveis contribuições dos Poliminós para o ensino de matemática. Além disso, observar de que maneira os Poliminós (material pedagógico) podem mobilizar alunos de sexto ano de Ensino Fundamental para a construção de conceitos matemáticos.

Por meio deste estudo busca-se responder se a utilização de materiais pedagógicos em sala de aula, mais especificamente os Poliminós (jogo de quebra-cabeça geométrico), podem contribuir para a construção de conceitos de matemática. Além disso, busca-se observar de que maneira os Poliminós (material pedagógico) podem mobilizar alunos de sexto ano de Ensino Fundamental para a construção de conceitos matemáticos.

Esta pesquisa está organizada em 6 capítulos:

Primeiramente, será apresentado um estudo sobre Jogos, assim como sobre o uso de materiais pedagógicos, em especial os Poliminós. Serão abordadas suas vantagens e desvantagens quanto ao uso em sala de aula, bem como quais são os passos necessários para a utilização desse material pedagógico em atividades de ensino. Ainda neste capítulo serão apresentados alguns materiais pedagógicos trabalhados por Barbosa (2009) do qual o autor intitula Uma Família P, composta por quatro membros. Maior ênfase será dada aos Poliminós, que são uma espécie de quebra-cabeça geométrico, possibilitando-se trabalhar com conteúdos que envolvam a Geometria.

Por meio de leituras de outras pesquisas e trabalhos acadêmicos publicados nos anos de 2004 a 2015, será analisado possibilidades de utilização deste material pedagógico (Poliminós), e que apresentam contribuições no cenário escolar.

O terceiro capítulo retrata a “Investigação Matemática” e suas respectivas etapas: Introdução da Tarefa, Desenvolvimento da Investigação e Discussão/Final dos Resultados, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2005). Também é descrito o papel do professor durante o processo investigativo.

No quarto capítulo é apresentada a metodologia da pesquisa, que se baseia na Pesquisa Qualitativa. Ainda neste capítulo são apresentados os sujeitos de pesquisa, a sequência de atividades (exploratório-investigativa) desenvolvida, assim como a forma de coleta dos dados referente às produções dos alunos.

No quinto capítulo temos a descrição da sequência de atividades e a análise dos dados produzidos pelos alunos durante a prática pedagógica. E por fim, no último capítulo são apresentadas as “Considerações Finais” com algumas conclusões a respeito desta pesquisa.

2 JOGOS E POLIMINÓS

Neste capítulo faremos um estudo dos jogos, suas vantagens e desvantagens quanto ao uso em sala de aula bem como quais são os passos para sua utilização. A seguir abordaremos três dos quatro materiais pedagógicos que são classificados por Barbosa (2009) como Família-P, tendo destaque um dos membros desta família, os quais são os Poliminós.

2.1 Jogos

Estudiosos e pesquisadores ou professores da área da educação, ao longo da história da Educação, procuram criar situações que desafiem aos alunos de modo a tornarem parte ativa do processo de construção do conhecimento, esses profissionais "concebem os jogos como estratégias pedagógicas favoráveis, inclusive para conceitos matemáticos". (MARQUES; PERIN; SANTOS, 2013, p.2). Brandt (2014) em seu estudo sobre as concepções de lúdico destaca alguns teóricos que influenciaram no decorrer da história da Educação: Comênio, Rousseau, Froebel, Montessori, Piaget e Vygotski, bem como alguns educadores matemáticos que trabalharam com jogos no ensino de matemática: Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan, Esther Pillar Grossi, Ana Cristina Rangel, Katia Stocco Smole e Regina Célia Grando.

A importância do jogo no espaço escolar sucede "na interação dos alunos e respeito entre o ganhador e perdedor, resultando numa prática educativa e recreativa como instrumento educacional, desenvolvendo assim o raciocínio lógico, físico e mental". (ROSADA, 2013, p.11).

Com a utilização de jogo, o aluno tem oportunidade de se divertir além de deparar-se com problemas de matemática mais complexos, não estando tão evidente como conteúdo pelo conteúdo em si. Essa atividade lúdica pode eliminar qualquer tipo de bloqueio que o indivíduo possa ter com a matemática, além de possibilitar um momento de alegria, pois o jogo está ligado com a brincadeira. Numa aproximação feita por Miranda (2000) relacionando jogo, lúdico, brinquedo e brincadeira:

> [...] pode-se depreender que lúdico é uma categoria geral de todas as atividades que têm características de jogo, brinquedo e brincadeira. O jogo pressupõe uma regra, o brinquedo é o objeto manipulável e a brincadeira, nada mais que o ato de brincar com o brinquedo ou mesmo com o jogo. Jogar também é brincar com o jogo. O jogo pode existir por meio do brinquedo, se os "brincantes" lhe impuserem regras. (MIRANDA, 2000, p. 32-33).

Na figura 1, nomeada de Categorização do *lúdico*, o autor ilustra tal compreensão sobre estas relações:

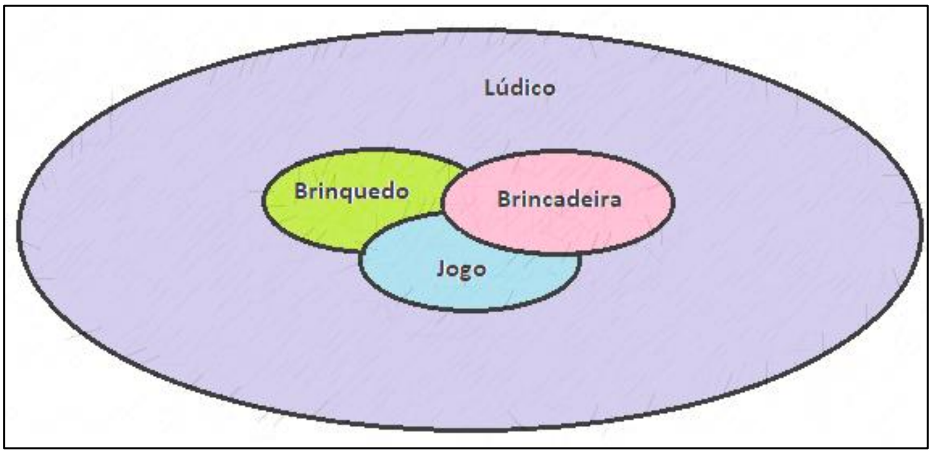


Figura 1: Categorização de Lúdico.
Fonte: Arquivo pessoal

Como podemos observar, o brinquedo, o jogo e a brincadeira possuem diferentes conceitos e no entanto, estão interligados; sendo que o lúdico faz parte de todos eles. Segundo Miranda (2000), o jogo é definido como atividade mental ou física, podendo utilizar material concreto ou não, tendo objetivos que são sustentados por regras, seja executado com brinquedos ou não.

Brandt (2014), em sua pesquisa, apresenta um estudo sobre as concepções de lúdico em diferentes tipos de dicionários tais como o de Pedagogia, de Psicopedagogia, de Psicologia Educacional, Terminológico de Jean Piaget, dentre outros.

> Constatamos, através da análise dos verbetes, que "lúdico" pode ser entendido de várias formas. É associado à ideia de divertimento, ou seja, como meio pelo qual o ser humano busca se distrair, espairecer, afastar-se de sua rotina, em especial dos problemas da vida. Também é entendido como jogo, ou ainda como brincadeira, pois tais elementos aparecem como agentes no desenvolvimento do ser humano, mas principalmente atrelados ao desenvolvimento infantil. Em síntese, verificamos que o lúdico está diretamente relacionado às ações de brincar, jogar e divertimento. (BRANDT, 2014, p.26).

Segundo Brandt (2014), o jogo não tem uma finalidade única. Por exemplo, devemos considerar a contribuição à formação do indivíduo. Se relacionarmos o jogo com a educação, podemos compreendê-lo como uma atividade lúdica característica do desenvolvimento infantil, pois também possibilita o desenvolvimento da fala, da memória, da aprendizagem de determinados conceitos, além de incentivar a inventividade, entre outros.

O jogo pode contribuir para a construção e desenvolvimento de raciocínio lógico, sendo capaz de ampliar algumas competências, tais como: organizar, analisar, investigar, planejar, refletir, argumentar, decidir. Podemos verificar que, segundo Smole (1996), o jogo pode ser usado como recurso para ensinar conteúdos matemáticos.

> Por essas características é que consideramos que o jogo propicia situações que, podendo ser comparadas a problemas, exigem soluções vivas, originais, rápidas. Nesse processo, o planejamento, a busca por melhores jogadas, a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias, novos conhecimentos. Se o "pano de fundo" de alguns jogos for matemático, então a cada vez que eles se realizarem teremos um bom recurso para propiciar o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e de noções em matemática (SMOLE, 1996, p. 138).

A essência da resolução de problemas está no procedimento de criar estratégias e em realizar análises processadas pelos indivíduos das inúmeras possibilidades de soluções. Assim, o jogo pode ser visto como um gerador de situação problema e provocador de aprendizagem do aluno, com uma meta bem definida: a vitória, que é alcançada através da resolução (que pode ocorrer de várias maneiras).

Poderíamos listar inúmeros tipos ou classificações de jogos; iremos destacar os tipos de jogos definidos por Grando (1995) da área da Educação Matemática. Na concepção da autora os jogos são classificados em seis tipos: jogos de azar, jogos de quebra-cabeças, jogos de estratégia, jogos de fixação de conceitos, jogos computacionais e jogos pedagógicos.

Jogos de azar – São aqueles que dependem do elemento "sorte" e das probabilidades para se vencer a partida. O jogador não modifica ou altera a solução. Podemos citar como exemplos deste tipo de jogo: o lançamento de dados, o par ou ímpar, loterias, casinos, entre outros.

Jogos de quebra-cabeças – Neste tipo de jogo, na maioria das vezes, o participante joga sozinho e a sua solução é desconhecida para ele. Exemplos deste tipo de jogo são: charadas, enigmas, paradoxos, falácias, problemas simples e Torre de Hanói.

Jogos de estratégia (e/ou jogos de construção de conceitos) – Para vencer este tipo de jogo dependerá exclusivamente do jogador. O fator "sorte" ou "aleatoriedade" não está presente, pois o jogador deverá elaborar uma estratégia para alcançar a vitória. Exemplos desse tipo de jogo, são: xadrez, damas.

Jogos de fixação de conceitos – São aqueles cujo objetivo é fixar conceitos. Apresentam o seu valor pedagógico na medida em que substituem, constantemente, as listas de exercícios propostos pelos educadores para que os alunos incorporem os conceitos trabalhados. A utilização desse tipo de jogo é feita após o conceito.

Jogos pedagógicos – Este tipo de jogo possui o seu valor pedagógico, isto é, podendo ser utilizados durante o processo ensino-aprendizagem. Consequentemente, eles englobam todos os demais tipos: os de azar, quebra-cabeças, estratégia, fixação de conceitos e os computacionais; devido a estes apresentarem um papel fundamental no ensino.

Jogos computacionais – são os que são projetados e executados no ambiente computacional, por este motivo acaba por despertar o interesse de indivíduos de diferente faixa etária.

Ainda que se obtenha muitos tipos de jogos daremos ênfase em jogos de quebra-cabeças neste estudo. De fato, diversos jogos podem ser apresentados como um desafio na forma de um quebra-cabeça.

2.1.1 Vantagens e desvantagens

Grando (2000) faz um estudo sobre a utilização de jogos no processo de ensino e aprendizagem de matemática com intuito de colaborar para uma melhor compreensão desta disciplina que tanto assombra os discentes. Ressalta que o jogo é um recurso capaz de propiciar ao aluno durante a partida, um constante desafio onde busca-se vencer de modo a abrir espaços para elaboração e investigação de novas estratégias, testando-as e avaliando-as, explorando diferentes caminhos para alcançar seu objetivo, analisando as possíveis jogadas e que de certa forma acabam contribuindo para o desenvolvimento de sua aprendizagem.

O jogo proporciona um escape do método tradicional, que, no ensino de matemática, acaba por auxiliar na abstração que alguns conteúdos possam vir a exigir durante a construção do conhecimento, além do interesse que ele pode propiciar ao estudante. Destaca também que como todo material pedagógico, o jogo tem benefícios e prejuízos (ibid.). Em sua tese, a autora faz uma relação (tabela) apresentando as vantagens e desvantagens sobre a aplicação deste material em sala de aula. Essa tabela é o resultado do entendimento de vários estudiosos como cita: Kishimoto, (1996); Machado, (1990); Corbalán, (1996); Giménez, (1993) e Grando (1995).

VANTAGENS	DESVANTAGENS
- **fixação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - **introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; - **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); - o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção do seu próprio conhecimento**; - o jogo favorece a **socialização** entre os alunos e a conscientização do **trabalho em equipe**; - a utilização dos jogos é um fator de **motivação** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, de **senso crítico**, da **participação**, da **competição "sadia"**, da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um **"apêndice" em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; - o **tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através de jogos**. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - a **perda da "ludicidade" do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Figura 2: Vantagens e desvantagens.
Fonte: Grando (2000)

Assim, podemos perceber que são muitas as vantagens em relação à utilização do jogo, na qual Grando (2000) cita, por exemplo, que tanto é possível introduzir um novo conceito como também sanar dúvidas de conteúdos já abordados. Destaca-se que na utilização do jogo, o aluno pode aprender a ser crítico, autoconfiante, trabalhar em grupo, defender sua opinião, respeitar e ouvir ideias de seus colegas, podendo trocar de ponto de vista, realizar acordos que beneficiem a todos os participantes, entre outros. Através das jogadas incorretas, o professor pode apontar e reconhecer as dificuldades encontradas pelos seus alunos. Com a interação entre os alunos, através da troca de dados, a socialização de técnicas encontradas para resolver um problema proposto são noções importantes para uma proposta que objetiva a aprendizagem da matemática.

Contudo, o jogo deve ser bem planejado, assim como todas as outras atividades a serem realizadas em sala de aula. Não havendo o planejamento, a tarefa pode ficar sem o sentido lúdico, podendo até acabar sendo entendida como “tapa buraco” do tempo que deveria ser destinado ao aprendizado, acarretando um prejuízo gerado pelo mau uso deste recurso didático.

Com este tipo de atividade em sala de aula, fica pouco provável uma atitude passiva do estudante sendo que o interesse por detrás é enorme, porém não podemos esquecer que não se deve forçar o educando a jogar, pois desta forma acaba por se perder a espontaneidade que este método proporciona (natureza do jogo) sendo uma das desvantagens apontadas por Grando (2000).

Outra desvantagem seria quanto a interferência do professor durante a partida do jogo. Grando (2000) defende que para adotar esta proposta metodológica de forma que o caráter lúdico não seja prejudicado, isto é, a perda da simulação de uma situação sob a forma de um jogo ou brincadeira (imaginação), o professor não pode interferir seguidamente. Segundo Malba Tahan (1968) “para que os jogos produzam os efeitos desejados é preciso que sejam, de certa forma, dirigidos pelos educadores”. Baseando-se que o objetivo do docente não seja ensinar ao aluno a melhor jogada durante a partida, mas sim acompanhá-lo atento ao raciocínio criado, de modo que suas intervenções pedagógicas beneficiem na compreensão do discente, por meio da condução de questões interessantes.

Os fenômenos químicos, físicos e ou biológicos podem ser observados e analisados através de experimentos, diferentemente da Matemática que é uma ciência abstrata e de raciocínio lógico, por este motivo, depende de grande imaginação para explicar suas características (conceitos), que é um ponto que o jogo favorece, pois incentiva a imaginação do jogador. Não podemos somente notar a ocorrência de um fenômeno matemático “e tentar explicá-lo, como acontece com a maioria dos fenômenos físicos ou químicos. A Matemática existe no pensamento humano e, por isso, depende de muita imaginação para definir suas regularidades e conceitos”. (GRANDO, 2000).

Podemos constatar como educador que esta disciplina exige um grande nível de abstração. No momento em que o jogador planeja suas estratégias, analisa suas jogadas, executa-as, reflete sobre a possível resolução, constrói uma via que acaba por levar a abstração.

Grando (2000) ressalta também que se deve ter em mente que o jogo seria um complemento à construção do conceito, portanto não é válido que se apresente todos os conteúdos apenas com seu uso, devendo ser utilizado ocasionalmente para sanar brechas que se produzem na prática escolar cotidiana.

Conforme Silva (2004, p.3): “os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar”, ou seja, que ele possa desenvolver seu raciocínio e garantir sua aprendizagem.

Quanto à escolha do modelo de jogo, é necessário que o professor consiga distinguir o limiar entre algo fácil e algo difícil, uma vez que se deve manter o desafio e o aprofundamento do raciocínio e a investigação de possibilidades (jogadas), que dependerá do perfil da classe de estudantes. Em outras palavras, o jogo que concebeu o sucesso numa turma pode gerar o fracasso em outra classe de educandos. Após a escolha do jogo, outro ponto importante a ressaltar é que o professor simule o jogo antes de sua aplicação perante a turma, ou seja, testando e analisando suas possíveis jogadas e erros, permitindo a ele compreensão das prováveis dificuldades que seus alunos poderão apresentar.

Para maximizar o aproveitamento das técnicas citadas, faz-se necessário que o professor reflita sobre as vantagens e desvantagens que este método pode apresentar. Também é necessário realizar um estudo da necessidade de usar jogos para desenvolver alguns conceitos de matemática, tendo o objetivo e a ação em si a serem desencadeados pelo jogo. Um outro ponto importante é a adaptação do jogo ao perfil dos alunos, para melhor estimular a participação dos mesmos.

No ensino de Matemática o jogo pode proporcionar interação entre colegas, ou seja, trocas de ideias que são fundamentais para a construção do conhecimento. Assim, pode transformar a sala de aula num ambiente mais agradável. Por meio da organização do ambiente que possibilite momentos de diálogos tanto entre os alunos, como entre o aluno e o professor que desencadeia a ação, é possível criar um espaço de produção e construção do saber.

Enfim, o jogo entre suas vantagens e desvantagens na avaliação de Grando (2000) pode ser um excelente recurso para o ensino de matemática, visto que pode proporcionar momentos de alegria, descontração, envolvimento e até paixão, de forma a tornar o processo de ensino de matemática mais dinâmico, participativo e perceptível ao estudante de modo a potencializar o aprendizado.

2.1.2 Momentos

Segundo Grando (2000) a utilização do jogo em sala de aula pode ser constituída por sete momentos sendo eles: Familiarização com o material do jogo; Reconhecimento das regras; O “Jogo pelo jogo”: jogar para garantir regras; Intervenção pedagógica verbal; Registro do jogo; Intervenção escrita e Jogar com “competência”.

1º) Familiarização com o Material do Jogo;

Os estudantes têm o seu primeiro contato com o jogo (material), realizam identificações com objetos já conhecidos, como por exemplo: peões, dados, tabuleiros entre outros, e simulam possíveis jogadas, experimentando o jogo. Muitas vezes estabelecem relações com jogos já conhecidos.

2º) Reconhecimento das Regras;

Podendo ser realizado pelos discentes de diferentes maneiras: lidas ou explicadas pelo orientador da atividade ou, também, identificadas por meio de várias partidas-modelo, no qual o orientador da ação pode jogar muitas partidas consecutivas com um de seus alunos, que previamente aprendeu o jogo, e o restante da turma tenta entender as regularidades durante a partida e identificando as regras do jogo.

3º) O “Jogo pelo Jogo”: Jogar para Garantir as Regras;

Nesta etapa é o momento do jogo pelo jogo, simplesmente o jogo espontâneo, onde o aluno joga para garantir o entendimento das regras e o cumprimento das mesmas, internalizando-as. Exploram-se as ideias matemáticas contidas no jogo.

4º) Intervenção Pedagógica Verbal;

Após, os três momentos iniciais, os estudantes jogam sob as intervenções do orientador da ação que realiza de maneira oral, durante o movimento do jogo. É caracterizado este momento pelas observações e questionamentos realizados pelo orientador da ação que tem por finalidade provocar os estudantes para analisarem suas jogadas (prevendo o jogo, analisando as possíveis jogadas a serem efetuadas, constatar as “jogadas erradas” executadas anteriormente, etc.). E também é nesta fase que se atenta aos procedimentos elaborados pelos discentes na resolução do problema de jogo, busca-se relacionar este processo à conceitualização da matemática.

5º) Registro do Jogo;

Este momento para acontecer dependerá da natureza do jogo que é estudado e dos objetivos que se tenha com o registro. O registro dos pontos, ou até dos cálculos (tipos) realizados e dos procedimentos, podem ser considerados uma maneira de formalização e sistematização por intermédio de uma linguagem particular, a linguagem matemática. É essencial que o orientador da ação crie estratégias de intervenção que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, com o intuito de não ser apenas uma exigência, sem nexo para a situação do jogo. Para o aluno, o registro pode auxiliar na análise de suas jogadas “erradas” tendo a possibilidade de melhora-las e também na elaboração de estratégias.

É necessário que sejam registradas as jogadas durante o jogo, pois a partir deles o docente terá condições de realizar uma análise envolvendo situação-problema e consequentemente problematizando algumas dessas jogadas. Ao fazer o registro, o aluno acaba por desenvolver uma linguagem (informal) compreensível, estabelece uma relação com a linguagem matemática deixando de ser tão abstrata distanciando da não entendível.

6º) Intervenção Escrita;

Refere-se a problematização de situações de jogo. Os estudantes resolvem as situações-problemas do jogo proposto. Por meio da resolução de problemas sucede uma análise mais singular sobre o jogo e alguns aspectos que não apareceram durante o jogo podem ser trabalhados. Ainda, neste momento os limites e possibilidades são restaurados pelo docente que conduz os alunos para os conceitos matemáticos a serem estudados no jogo.

7º) Jogar com "Competência".

Neste último momento, o estudante recupera as situações de jogo e concretiza estratégias analisadas e definidas no decorrer da resolução de problemas. As intervenções recebidas nos momentos anteriores e o processo de análise do jogo terá sentido no contexto do jogo em si.

Estes sete momentos propostos pela autora, durante as aulas de matemática promovem o desenvolvimento do trabalho pedagógico com jogos de forma estruturada. Ressaltando que é necessária e importante uma boa intervenção pedagógica do professor durante o processo, para poder contribuir com aprendizagem do aluno em matemática.

Retomando a ideia de desenvolver o raciocínio lógico que é obtido por meio da utilização das regras ao jogar, iremos empregar um quebra-cabeça geométrico (Poliminós) para trabalhar conteúdos que envolvam a geometria, a álgebra, assim como o raciocínio combinatório. Este material pedagógico, além de poder proporcionar desafios durante seu desenvolvimento em sala de aula, poderá também ser capaz de desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo.

2.2 Materiais Pedagógicos: Uma Família-P

A Família-P se constitui em quatro materiais pedagógicos: Poliminós (quadrados), Poliamondes (triângulos equiláteros), Polihexes (hexágonos regulares) e Policubos (extensão espacial dos Poliminós). Como pode-se perceber, todos iniciam suas denominações com a letra P, de onde surge a designação família como define Barbosa (2009), o qual acrescenta um novo membro os Polirombos (losangos) em sua obra. Estes materiais didáticos pedagógicos são compostos por figuras geométricas planas, respectivamente, como quadrados, triângulos equiláteros, hexágonos regulares e losangos.

Um dos exemplos a ser citado quanto à utilização destes materiais seria a pavimentação do plano que consiste em cobrir o plano com polígonos: “um polígono pavimenta o plano se e só se o polígono com suas réplicas congruentes (cópias) cobrir o plano sem lacunas e sem superposição” (BARBOSA, 2009, p. 89). Se a pavimentação for composta de um só polígono, ter-se-á apenas pavimentações formadas por quadrados, ou somente por triângulos equiláteros e ou hexágonos regulares.

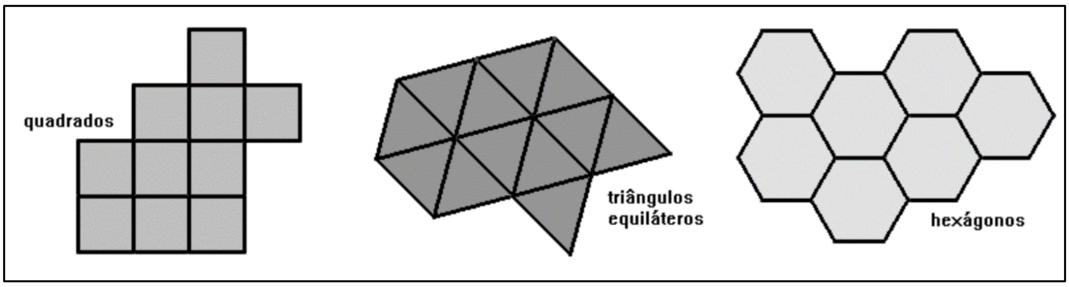


Figura 3: Tipos de Pavimentações do plano.
Fonte: http://www.bienasbm.ufba.br/M6.pdf 1

Também pode-se dizer que estes materiais pedagógicos apresentados são uma espécie de jogo de quebra-cabeça geométrico capaz de formar uma infinidade de figuras geométricas, que irão depender do objetivo do professor ao utilizar em suas aulas. Conforme o arranjo das peças (encaixe) for solicitado pelo docente, por vezes pode ser encarado como um grande desafio pelo discente. Dos quatros materiais pedagógicos, serão abordados três, começando com uma breve apresentação dos Poliamondes, em seguida os Polihexes e após, aprofundaremos nosso estudo nos Poliminós.

2.2.1 Poliamondes

Os Poliamondes são geometricamente descritos como figuras planas formadas pela conexão de um número n de triângulos equiláteros congruentes, de modo que pelo menos um triângulo permaneça conectado com todo o lado de outro triângulo. Sua classificação fundamenta-se na simples contagem de triângulos. Decorrendo do número de triângulos equiláteros utilizados podem ser denominados de:

- *Diamonde:* composto por dois triângulos;
- *Triamonde:* constituído por três triângulos;

- *Tetriamonde:* gerado por quatro triângulos;
- *Pentiamonde:* formado por cinco triângulos, e assim sucessivamente. Podemos generalizar como *n-amonde.*

Por extensão, temos o *Moniamonde* composto por apenas um triângulo equilátero.

O processo de construção dos Poliamondes baseia-se nas possíveis combinações formadas por *n* triângulos equiláteros conectados por um lado pelo menos, ou seja, a partir de um dos *n* triângulos por meio do deslocamento de um dos triângulos que compõem a peça, obtém- se o novo modelo, e assim sucessivamente até obter todas as prováveis combinações.

Existem respectivamente 1, 1, 3, 4, 12, 24, 66, 160... modelos de Poliamondes compostos por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... triângulos. Listamos na sequência até o Pentiamonde e alguns Hexiamonde com suas denominações:

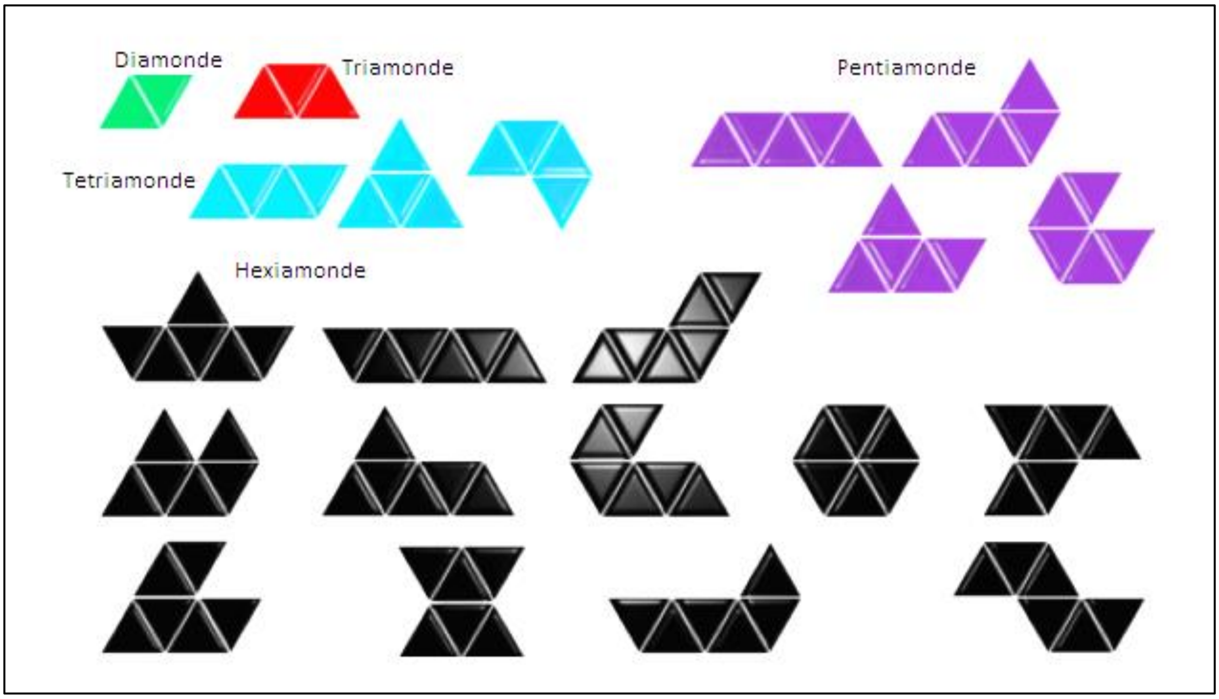


Figura 4: Poliamondes.
Fonte: Arquivo pessoal

Historicamente acredita-se que os Poliomondes surgiram com o inglês Thomas O'Beirne (1961a, 1961b). Esta denominação surgiu possivelmente ao reparar a forma concebida por dois triângulos equiláteros congruentes justapostos, nomeando de "*Diamond"* (diamante).

Com este material pedagógico, pode-se explorar algumas situações propostas em sala de aula, tais como: construir paralelogramos, losangos, trapézios, hexágonos regulares, entre outros, a partir das possíveis combinações de diferentes tipos de Poliamondes. Estas situações possibilitam a exploração das características geométricas dessas figuras, como por exemplo: Geometria Plana, Simetria, Medidas de Perímetro e Área, Razão de Semelhança, além do raciocínio lógico combinatório por meio da construção das peças ou através do encaixe entre elas para formar uma nova figura, entre outros.

2.2.2 Polihexes

Os Polihexes são figuras planas, obtidas por hexágonos regulares congruentes conectados por pelo menos um lado. Sua designação "Poli" indica muitos, vários e "hexes" refere-se aos seis lados dos hexágonos regulares. Semelhantemente aos Poliamondes, as peças são classificadas de acordo com o número de células hexagonais. Dependendo do número de hexágonos regulares congruentes usados podem ser denominados:

- *Bihex*: formado por dois hexágonos, tendo apenas uma possibilidade de combinação para sua fabricação;
- *Trihexes*: gerado por três hexágonos, tendo três possibilidades de combinações para sua construção;
- *Tetrahexes*: constituído por quatro hexágonos, obtendo-se sete possíveis combinações para sua construção;
- *Pentahexes*: composto por cinco hexágonos, possuindo-se vinte e duas possíveis combinações para sua produção. Podemos generalizar da seguinte maneira *n-hexes*. Chamamos de *monohex* ou unicamente *hex* com uma só célula hexagonal (um hexágono).

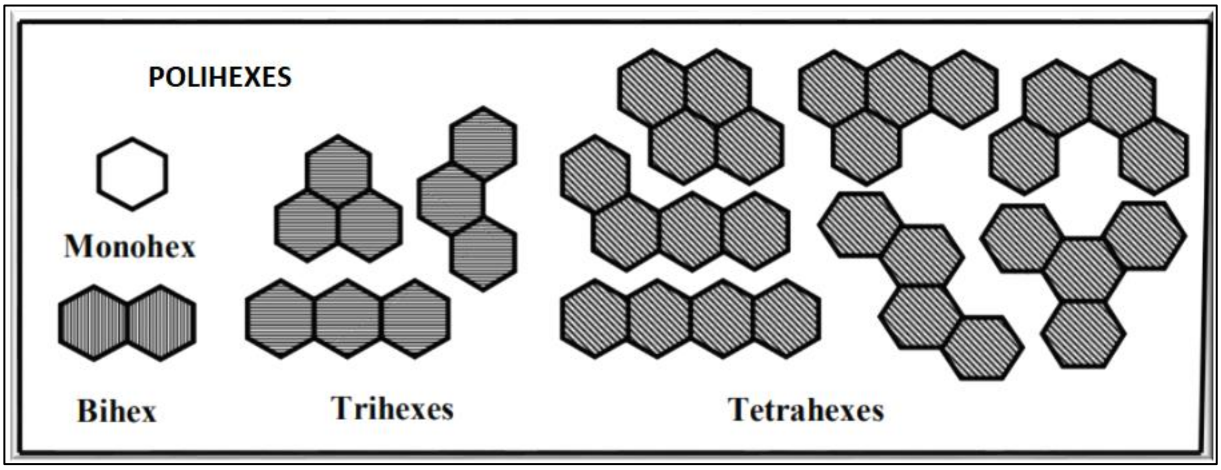


Figura 5: Polihexes
Fonte: http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/download/30/42

2.2.3 Poliminós

Os Poliminós são geometricamente descritos como figuras planas formadas pela justaposição de um número *n* de quadrados congruentes, de modo que pelo menos um quadrado permaneça conectado com todo o lado de outro quadrado. Uma outra alternativa seria definir como um conjunto de quadrados com ligação simples, tendo um lado em comum pelo menos.

A classificação usual é baseada na simples contagem de quadrados que compõem cada peça (Poliminós). São nomeados tendo como indicador o radical "minó". Dois jogos com as mesmas características que podemos citar, são o Dominó e o Tetris, que é um jogo digital.

Classificamos os Poliminós em:

- *Diminós:* composto por dois quadrados;
- *Triminós:* constituído por três quadrados;
- *Tetraminós*: formado por quatro quadrados (Jogo Tétris);
- *Pentaminós*: composto por cinco quadrados;
- *Hexaminós*: constituído por seis quadrados;
- *Heptaminós*: formado por sete quadrados.

Pode-se generalizar *n-minós* e por extensão, nomeamos a um só quadrado *Monominó*.

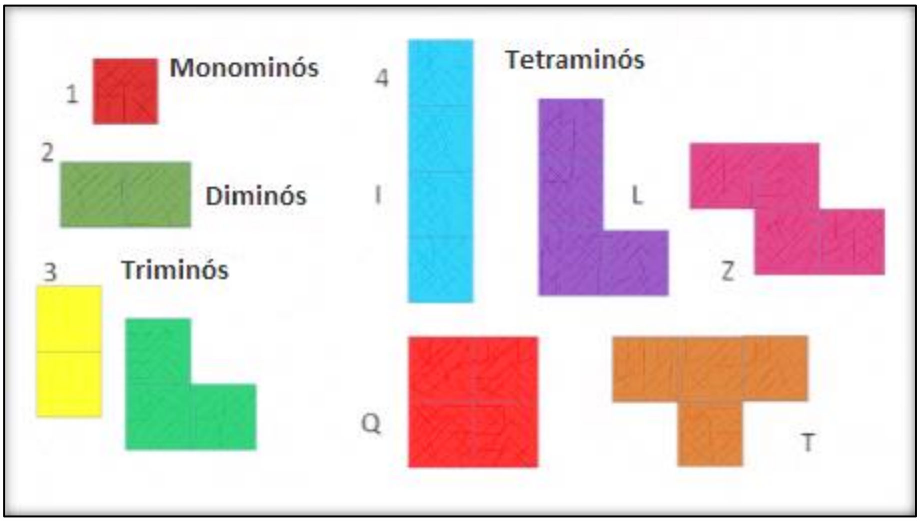


Figura 6: Poliminós- Monominó a Tetraminós
Fonte: Arquivos pessoal

O processo de construção dos Poliminós baseia-se nas possíveis combinações formadas por *n* quadrados conectados por um lado pelo menos, ou seja, a partir de um dos *n* quadrados através do deslocamento de um dos quadrados que compõem a peça, obtém- se o novo modelo, e assim sucessivamente até obter todas as prováveis combinações, adotando como regra não contabilizar como peças novas, peças obtidas por rotação e/ou simetria (L invertido e/ou virado).

Os Poliminós do tipo Pentaminós são identificados por letras com a qual possui maior semelhança para facilitar a familiarização.

Figura 7: Poliminós- Pentaminós
Fonte: Arquivos pessoal

Durante um trabalho investigativo é importante que seja realizado um processo de familiarização dos Poliminós com os estudantes por meio de sua construção e por sua classificação.

Para a confecção dos Poliminós, sugere-se que se construa as peças de Poliminós com quadrados iguais em tamanho tendo as medidas dos lados tomadas como unidade padrão, ou seja, por uma unidade de medida qualquer. O tipo de material a ser usado pode ser: papel cartão, cartolina e E.V.A. emborrachado e ou madeira, de preferência colorido. O corte das peças deve ser feito com muita atenção; uma dica seria cortá-las com estilete, pois com a tesoura acaba por danificar o formato e as mesmas não se encaixam devidamente. Outra sugestão, seria a adoção de papel milimetrado em conjunto com lápis de cor para o desenvolvimento do trabalho.

2.2.4 Histórico dos Poliminós

Foi apresentado pela primeira vez com o nome de Poliminós em 1953, no Clube de Matemática na Universidade de Harvard pelo estudante de pós-graduação Solomon S. Golomb.

(BARBOSA, 2009, p.81). Em 1907, previamente, havia sido publicado o problema n. 74- “The broken chessboard” da obra *The Canterbury Puzzles* por Henry Ernest Dudeney, envolvendo peças compostas por cinco quadrados congruentes conectados por pelo menos um lado. Em 1958, foi reimpresso pela Dover porém, sem usar a designação “Pentaminós”. (BARBOSA, 2009, p.91).

“O problema de Dudeney” consistia em recobrir um tabuleiro quadriculado 8×8 com os 12 Pentaminós e um Tetraminó Q (quadrado). Sua primeira solução foi apresentada pelo próprio Dudeney com o Tetraminó na lateral do tabuleiro, conforme a figura 8:

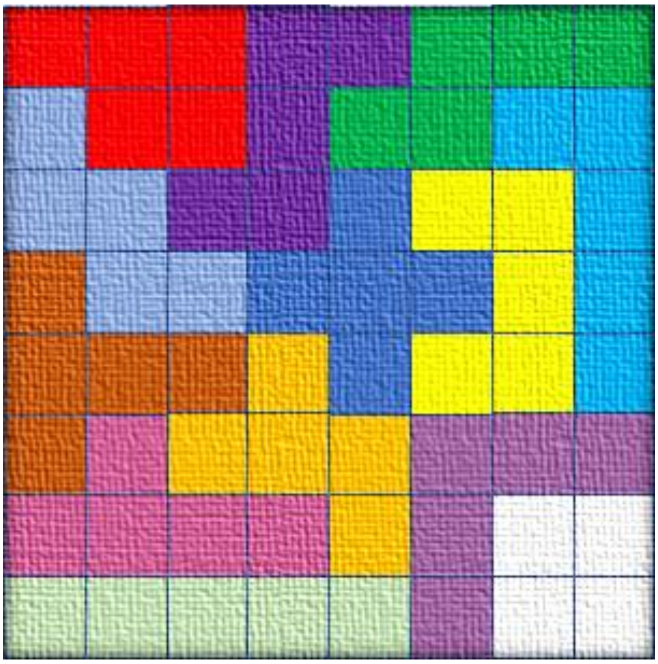


Figura 8: Possível solução
Fonte: Arquivo pessoal

Em 1937 T. R. Dawson mostrou que existe solução para o quadrado 2×2 ou Tetraminó em qualquer posição.

Em 1958, com recurso computacional, Dana Scott, quando estudante de Matemática na Universidade de Princeton, obteve 65 soluções distintas para o caso de Tetraminó no centro do tabuleiro (incluindo soluções com reflexão ou rotação). (BARBOSA, 2009, p.91). Na figura 9, temos uma das soluções encontradas com Tetraminó (quadrado 2×2) no centro do Tabuleiro:

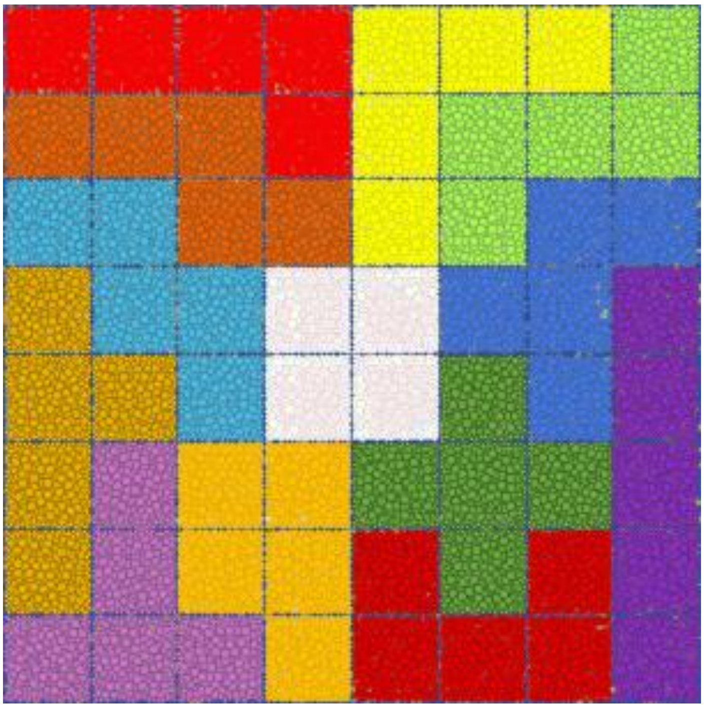


Figura 9: Uma das soluções
Fonte: Arquivo pessoal

A partir de 1957, temos o notável divulgador Martin Gardner que em sua coluna *Mathematical Games* no jornal *Scientific American* divulgou os Poliminós em sucessivos artigos e em seus livros (GARDNER, 1959; 1961; 1965, apud BARBOSA, 2009, p.81).

Em 1954, S. S. Golomb, publicou sua palestra de Harvard no American Mathematical Monthly. Em 1965, os resultados de suas pesquisas foram publicados no livro *Polyominoes*. Desde seu artigo em 1954, muitos desafios e jogos tem sido recomendados a partir dos Poliminós.

Os Poliminós apareceram pela primeira vez no Brasil em uma das obras de Gardner com tradução IBRASA (editora), empregado com finalidade Educacional em obra didática para professores "primários" (BARBOSA, 1969; 1986). Em 1991, no Encontro Paulista de Educação Matemática- II- EPEM/SP houve uma pequena comunicação introdutória educacional por A. J. Lopes ("Bigode"). Em 1993, no IV EDUMAT em Campo Grande, foi apresentado os resultados de uma experiência com Triminós, em coautoria com Elizabete e Jairo Araújo. Nas EM-1 grau (Experiências Matemáticas – CENP/Sec. Educ./ S.P.), em 1994, aparecem os Pentaminós, ainda que timidamente. (BARBOSA, 2009, p.82).

2.2.5 Porque utilizar os Poliminós?

Objetivando justificar o uso dos materiais pedagógicos nas aulas de matemática, foi realizado pesquisa sobre trabalhos acadêmicos desenvolvidos a partir do ano de 2004 que utilizaram um dos membros da família P, mais especificamente os Poliminós. Salientou-se nesta pesquisa as vantagens quanto a utilização deste material pedagógico em sala de aula.

No artigo "Aprendendo tesselações de forma lúdica" os autores Marli Regina dos Santos e Claudemir Murari, destacam a importância do jogo em sala de aula e apresentam algumas atividades envolvendo os Poliminós (Tetraminós) por meio de tesselações parcial do plano. Santos e Murati (2004, p. 9-10) enfatizam que:

> Com o uso de poliminós podem ser formulados problemas de tesselação parcial do plano dos mais variados tipos, quer com escolha livre de peças, quer fixando-se as peças a serem utilizadas. Através da descoberta dos possíveis padrões para o plano, o aluno desenvolve noções de rotação, translação e reflexão. Também é aconselhável o uso de poliminós no estudo de áreas e perímetros de figuras côncavas ou convexas e no estudo de semelhança de figuras. (SANTOS; MURARI, 2004, p. 9-10).

Para os autores o ensino de geometria não deve ficar limitado apenas em classificações e definições, deve ir além, buscando a criatividade e percepção dos estudantes por meio das tesselações do plano e possíveis "manipulações" que este material pedagógico possa proporcionar. Tesselações do plano compõem-se "num recobrimento do mesmo, sem deixar lacunas ou sobreposições. Nosso estudo refere-se a tesselações por polígonos, regulares ou não" (SANTOS; MURARI, 2004, p.1).

Publicado em 2004, o minicurso "Informática e Jogos no ensino de matemática" para professores envolve atividades com os Poliminós, sendo vista como sugestões que possam ser adaptadas para cada nível de ensino. As atividades propostas são exploradas com os recursos de informática (FANTI; SILVA, 2004), por meio da construção e manipulação de suas peças com a utilização do Cabri Géomètre II.

A dissertação de mestrado da autora Marli Regina dos Santos da Universidade Estadual Paulista, "Pavimentações do plano: um estudo com professores de matemática e arte" (2006) enfoca a interdisciplinaridade (matemática e arte). Nesta pesquisa foi apresentado um pequeno estudo sobre os Poliminós em particular os Tetraminós, desde sua construção até algumas atividades envolvendo pavimentação (construção de retângulos) indo além das definições geométricas ou a mera transferência de conceitos com a utilização de "recursos alternativos."

Com relação aos professores, os materiais manipuláveis se mostraram relevantes, no que se refere às possibilidades de analisar e pensar, em práticas na sala de aula (SANTOS, 2006). Para a autora os sujeitos da ação se mostraram otimistas quanto às possibilidades de ensino e aprendizagem que a proposta de trabalho pode propiciar bem como a oportunidade de ação em cooperação com seu colega.

O relato “Pentaminós, uma experiência enriquecedora” produzido pelas autoras Görgen, Brodt Silva, Bertoni dos Santos e Portanova (2009), mostra a importância de se trabalhar com os Poliminós (Pentaminós) em sala de aula, bem como a exploração dos mesmos em atividades. As autoras frisam a relevância de se trabalhar com os pentaminós conteúdos matemáticos que geralmente são abordados de maneira teórica, e que ainda este material pedagógico auxilia no desenvolvimento de raciocínio lógico, bem como o gosto pela disciplina. Segundo as autoras este material pedagógico é pouco conhecido no meio acadêmico que convivem, bem como nas escolas, visando- se a divulgação do mesmo. Conforme Silva, Bertoni dos Santos e Portanova (2009):

> Os pentaminós são pouco conhecidos e pouco trabalhados pelos professores de ensino fundamental e médio. Por meio deste artigo, introduzimos uma idéia, para que seja utilizada e aplicada em nossa futura prática docente, como futuros professores que seremos. Por isso, cabe a nós futuros educadores matemáticos, abandonar padrões tradicionais e inserir um novo conceito didático que desperte curiosidade e estimule o raciocínio lógico em nossos alunos. Façamos dos jogos e, em especial os pentaminós, um instrumento de integração e estímulos, facilitando a construção do conhecimento de nossos alunos, como foi mostrado neste artigo (SILVA et al, 2009).

De acordo com as autoras esta experiência contribuiu e pode contribuir tanto para os alunos como para docentes de escolas das redes públicas e também para sua própria formação acadêmica e de seus colegas de curso, objetivando a divulgação do material, bem como sua utilização.

No artigo “Explorações geométricas lúdicas com poliminós” (2014) realizado pelas autoras Abreu Barbosa e Redolfi de Gandulfi foram apresentadas estratégias de ação que serviriam de auxílio no ensino de geometria e algumas atividades com Poliminós para o nível educativo de formação e atualização docente. Segundo as autoras tarefas envolvendo os Poliminós devem e podem ser:

> [...] adaptadas aos diversos níveis de escolaridade, favorecem a compreensão dos conceitos, a aquisição de técnicas de percepção visual, promovem o trabalho coletivo e colaborativo, transformam assim as aulas e as tornam mais atrativas, fortalecem a interdisciplinaridade e melhoram a qualidade de ensino (BARBOSA; GANDULFI, 2014, p. 8004).

Ainda, de acordo com as autoras este material pedagógico pode ser definido como uma ferramenta lúdica (motivadora) manipulável, podendo ser utilizada tanto na construção como na exploração de conceitos geométricos de figuras, bem como suas respectivas propriedades.

Selecionou-se a produção didático-pedagógica intitulada "Poliminó como recurso didático no ensino de matemática do 6º ano do ensino fundamental"[4] da autora Belinovski (2014). Esta produção didático-pedagógica buscou investigar as potencialidades dos jogos (Poliminós) durante a abordagem de conceitos Matemáticos do 6º ano de ensino fundamental em 2015. A autora por meio da utilização deste material pedagógico comprova que:

> [...] os poliminós, além de possibilitarem o estudo de uma diversidade de conteúdos envolvendo a Geometria e a Aritmética, desenvolvem a percepção espacial dos estudantes, coordenação motora, raciocínio lógico e generalização. Representam, assim, uma eficiente forma de promover a aprendizagem dos conteúdos matemáticos do 6° ano, tendo em vista que o aluno se envolve mais nas tarefas e resolve as atividades com satisfação, tornando a sala de aula um ambiente dinâmico e investigativo. (BELINOVSKI, 2014, p.16).

De acordo com a autora, para poder propiciar novas maneiras de aprender aos estudantes é necessário sempre renovar a nossa prática docente, seja por meio de jogos ou por outras perspectivas que possam serem exploradas em especial nos Poliminós.

Uma pesquisa recente (2015) dos autores Rodrigues Alves Santos, Almeida Sales e Menezes é "A sequência de Fedathi no ensino de geometria: o uso dos pentaminós" e tem como objetivo contribuir para a formação de professores e/ou continuada de docentes matemáticos apresentando algumas maneiras de como poderia ser trabalhada a Geometria mediante o uso dos Poliminós (Pentaminós). Conforme os autores:

> Os pentaminós possibilitam o estudo de vários conteúdos relacionados à Geometria (isometrias, congruências, semelhanças de figuras, áreas, perímetros), à Aritmética e à Análise Combinatória. Também desenvolve a percepção espacial e o raciocínio matemático. Escolhemos nessa oficina trabalhar com alguns conceitos geométricos, como área, superfície, perímetro e semelhança, devido a grande dificuldade do aluno assimilar e aplicar estes conceitos de grande relevância no estudo da Geometria. (ALVES; SALES; MENEZES, 2015, p. 8).

De acordo com os autores antes da utilização do material foi constatada dificuldades por parte de seus estudantes em relação a alguns conceitos de matemática devido à falta de uma participação dinâmica no decorrer da construção do conhecimento. No entanto, os Pentaminós

[4] Esta produção foi incluída no Projeto de Desenvolvimento Educacional (PDE-2014) no Estado do Paraná.

despertam a curiosidade dos discentes em resolver problemas por se tratar de um jogo geométrico, colaborando para um ambiente mais agradável (sala de aula) e consequentemente proporcionando um espaço da construção do saber. Os pesquisadores puderam constatar que as dificuldades de seus alunos amenizaram após o uso deste material pedagógico.

A partir dos estudos anteriormente listados referente ao emprego dos Poliminós em sala de aula, podemos perceber a possibilidade da contribuição no ensino e na aprendizagem de conteúdos geométricos, bem como na aritmética e na análise combinatória. E também no aperfeiçoamento do raciocínio lógico e da percepção espacial, de construção de raciocínios que possibilitem a generalização, além de possibilitar a construção de um ambiente de interação entre docente/discente e discente/discente.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1998) do Ensino Fundamental, ressalta que embora a Lógica não faz parte dos conteúdos da disciplina de Matemática a ser estudado de forma, explicita que:

> [...] alguns de seus princípios podem e devem ser integrados aos conteúdos, desde os ciclos iniciais, uma vez que ela é inerente à Matemática. No contexto da construção do conhecimento matemático é ela que permite a compreensão dos processos; é ela que possibilita o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações, bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal. (BRASIL, 1998, p.49).

Segundo Giordani e Ribas (2014), utilizamos a Lógica não somente nas exatas, mas também em outras áreas do conhecimento (História, Português), bem como no cotidiano por exemplo, a sequência de passos (ordenados) realizados durante uma simples preparação de algum alimento.

Com essa proposta procura-se, além da atividade matemática, proporcionar desafios aos alunos através de jogos de quebra-cabeças que podem ser aplicados, com as devidas adaptações correspondentes, em diferentes níveis de escolaridade. O emprego com Poliminós oferece um ambiente social de cooperação, de investigação e serve de suporte para o processo de resolução de problemas. Devido os Poliminós serem dinâmicos, de fácil manipulação e lúdicos, acabam por se constituírem num material pedagógico interessante para serem utilizados em sala de aula.

3 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ESTUDOS INVESTIGATIVOS

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 13) investigar em Matemática é “[...] procurar o que não se sabe”. Podemos afirmar que é ir de encontro ao desconhecido, de modo a dar oportunidade para o estudante fazer matemática como os matemáticos (cientistas). Por meio deste processo o discente pode escolher qual o caminho a seguir nas suas investigações; por vezes fazendo matemática de forma criativa, buscando a compreensão ao construir seu conhecimento matemático de maneira investigativa. Diferentes abordagens em atividades propostas podem contribuir para a resolução de problemas, e até mesmo para o enriquecimento da construção de conhecimentos matemáticos.

A investigação matemática é compreendida como um caminho “pelo qual pode ocorrer a aprendizagem matemática em um processo que busca um paralelo com a atividade dos matemáticos profissionais” (LAMONATO, 2007, p. 75). Nesse modelo o estudante ao se deparar com um problema, reitera os passos que um matemático (cientista) usa ao dedicar-se sobre seus ensaios (pesquisas): abordando os dados do problema proposto, testando inúmeras possibilidades que possam conduzir a resolução, analisando prováveis erros, procurando conhecimentos adquiridos anteriormente que possam auxiliar na solução, testando os resultados descobertos para compreender se errou e onde errou, corrigindo-se e por fim, produzindo um modelo. Para os cientistas matemáticos a investigação consiste em “descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p. 13).

No entanto, segundo Lamonato (2007) as ideias abarcadas nesta aproximação do estudante com o cientista Matemático não estão focadas necessariamente no conhecimento produzido pelo aluno, e sim nas tentativas e condutas em elaborá-lo e na maneira de defrontar essa produção, na procura do conhecimento. Em outras palavras, a investigação não se foca em encontrar a “resposta certa” e sim, nos procedimentos adotados pelo indivíduo como por exemplo, na exploração de possibilidades, postulando conjectura, aprendendo a argumentar (defender suas ideais) sobre seus resultados se auto convencendo, bem como seus colegas.

Concepções equivocadas sobre a Matemática, tanto no seu ensino como em sua aprendizagem são marcadas por vezes pela resolução repetitiva de exercícios pelos alunos e pela memorização, ignorando os inúmeros caminhos que um problema proposto possa ter para se chegar na resolução final, delimitando-se numa visão dualista da Matemática, “onde tudo está certo ou errado” (BORASI, 1990, apud SEGURADO; PONTE, 1998, p. 26). Em um estudo realizado por Frank (1998, apud SEGURADO; PONTE, 1998) são apontas as cinco principais concepções dos alunos de 6º a 8º ano do ensino fundamental, sobre a Matemática e sua aprendizagem: (I) A matemática é cálculo; (II) Os problemas de Matemática são questões que se resolvem rapidamente e em poucos segundos; (III) Em Matemática, o objetivo é obter “respostas certas”; (IV) O papel do aluno é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu e (V) O papel do professor é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar o que os alunos adquiriram.

Indo na contramão destas concepções, a Investigação Matemática destaca a importância do professor pesquisar/estudar/se envolver na construção ou na elaboração de propostas em que o aluno seja envolvido em seu processo de construção de conhecimento, não estando focado a sua aprendizagem na memorização e/ou repetição de tarefas, bem como na resposta certa ou errada. Para Braumann (2002, p.5):

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detectivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. (BRAUMANN, 2002, p.5)

O autor sugere que aprender Matemática sem o uso da investigação **é semelhante a andar de bicicleta sem praticar de fato**, se atendo às observações e recebendo instruções sobre como conseguem; não sendo suficiente para aprender. É essencial que o sujeito tente, monte na bicicleta, cometa erros e aprenda com eles. De mesmo modo, para fazer Matemática não basta o aluno receber informações ou instruções sobres conceitos Matemáticos, sendo necessário trabalha-los de forma investigativa, pois o fazer matemática está ligado intimamente com a sua investigação.

O ato de investigar possui aspectos particulares segundo Corradi (2011, apud PONTE; BROCARDO, OLIVEIRA, 2006):

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração. (p. 10).

Por meio deste tipo de abordagem o aluno é protagonista de sua aprendizagem, proporcionando ao mesmo mais autonomia, dinamismo e sendo participativo mediante a sua formulação de conjecturas, testando-as e provando-as.

Na atividade investigativa uma característica a se apontar seria a necessidade de objetivos claros, que vão se estruturando gradativamente, e que durante os processos como, formular, testar e aprimorar conjecturas, acabam por oportunizar ao discente a experimentação (PONTE; MATOS, 1996; apud SEGURADO; PONTE, 1998, p.3). Na perspectiva desses autores em relação ao trabalho investigativo, os alunos poderiam ter contato com uma parte essencial da Matemática (experimentação e elaboração de conjecturas), mas por vezes é negligenciada aos mesmos. A investigação matemática divide-se em três etapas durante o processo que serão abordadas a seguir.

3.1 Etapas da Investigação Matemática

De forma geral, existem três etapas de desenvolvimento para atividade investigativa: a introdução da tarefa, o desenvolvimento da investigação e discussão/final dos resultados (PONTE; BROCARDO, OLIVEIRA, 2005, p.25). Serão descritas cada uma das três etapas detalhadamente conforme Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.2-6):

1ª etapa- Introdução da Tarefa: nesta fase o docente apresenta a tarefa, podendo ser de maneira escrita, oral, bem como auxiliada por algum recurso (software, material pedagógico, etc.). É de vital importância esta fase, pois pode influenciar de modo decisivo no sucesso da proposta por ter uma dinâmica exclusiva, especialmente se o estudante não tiver qualquer familiaridade com este tipo de atividade antes, sendo determinante o modo de introdução da tarefa. Segundo o autor temos alguns exemplos de como pode-se realizar uma **introdução:**

- Enunciado escrito acompanhado de uma breve apresentação: procura-se, por um lado explicar o tipo de trabalho que se quer criar por meio da investigação e esclarecer a tarefa, por outro lado, gerando um ambiente favorável no desenvolver deste trabalho por partes dos alunos.

- Leitura em grande grupo acompanhada por alguns comentários do professor: recomendada aos alunos mais novos, por meios de comentários pertinentes e levantando-se questões (docente) visando obter respostas que indique se de fato os discentes estão entendendo o que está sendo proposto a eles.

-Tarefa escrita sem discussão inicial do enunciado: poderá resultar num maior auxílio do professor, pois este terá que prestar suporte aos alunos a compreender o que se pretende.

- Outro modo, a ser pensado em introduzir a tarefa seria apenas de forma oral e sem suporte algum de escrita: podendo o educador, esporadicamente, realizar anotações ou registros no quadro de algumas informações que são fundamentais.
- E por fim, podemos pensar numa introdução de modo espontâneo, não sendo preparada antecipadamente pelo professor, surgindo a tarefa a partir da atividade com os alunos em sala de aula.

Neste tipo de trabalho, o aumento de experiência leva os estudantes a criarem "progressivamente uma maior independência em relação ao professor e percebam mais facilmente o que lhes é pedido" (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.3).

2ª etapa- Desenvolvimento da Investigação: durante esta fase o professor tem um papel de orientador da atividade, pois o decorrer da aula irá depender do tipo de suporte que se fornece no desenvolver das investigações e das indicações que proporciona sobre o estilo de trabalho dos educandos. Objetiva-se que o aluno adquira uma atitude investigativa e para isso procura-se ter uma preocupação em centrar a aula na atividade dos alunos, em sua exploração e ideias. No decurso de toda essa etapa o docente adota uma postura questionadora diante das solicitações de que é alvo. Fonseca, Brunheira e Ponte sugerem questões como: "Como explicam isso? Qual a relação entre essas ideias? Porque é que dizes que não poderá ser...?" (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.3).

No início dessa etapa do trabalho, os estudantes podem apresentar dificuldades que acabam por impedir a realização da atividade. Por não vislumbrarem respostas imediatas, convocam o docente repentinamente, afirmando não saber o que é para fazer, geralmente, quando estes não estão muito habituados ao trabalho de cunho investigativo.

No decorrer da fase de desenvolvimento da tarefa em que os discentes estão envolvidos, o processo investigativo vem a ser compreendido em algumas etapas básicas: em primeiro lugar, perante o problema proposto buscam compreendê-lo, ordenam informações (dados) e desenvolvem questões; e após, elaboram conjecturas, procurando prová-las, e em algumas circunstâncias, demonstrá-las.

Para dar a continuidade da investigação é importante que os alunos consigam organizar os dados e formulem questões; se tiverem dificuldades para o mesmo, o professor deverá prestar suporte. O docente deve realizar indagações indiretamente de acordo com o grau de intimidade que o estudante tiver com este tipo de abordagem, a fim de conduzi-los a descobrirem o que eles têm que fazer.

No sentido de validarem suas ideias ou seus procedimentos os alunos recorrem ao professor, no entanto, o mesmo deve incentivar o espírito crítico, a reflexão e a busca por argumentos que permitam-nos comprovar ou não suas conjecturas, logo, o educador não deve exprimir suas opiniões com precisão.

3ª etapa- Discussão Final dos Resultados: nesta fase cabe ao professor incentivar a comunicação entre os estudantes, atuando como orientador e moderador do processo. Durante a etapa há um confronto de ideias entre os discentes por meio de "hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado, são estimulados a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas" (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.5). Este sendo o momento oportuno para explanar ideias, estruturar alguns fechamentos e validar resultados.

A fim de organizar esta fase o professor deve ter um conhecimento aprofundado do trabalho dos estudantes, de maneira a valorizar "tanto as descobertas mais interessantes como as mais modestas". (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.5). Os autores recomendam realizar a Discussão Final dos Resultados após a exploração da tarefa, pois ao se executar em períodos separados o desenvolvimento da atividade de investigação e o de discussão, os alunos poderão esquecer o que foi discutido anteriormente e os registros nos cadernos podem não serem suficientemente completos para auxilia-los.

O registro desempenha um papel fundamental principalmente na etapa de discussão pois além do aluno conseguir apresentar seus resultados, o professor acompanha o que cada grupo realizou durante a investigação. Sob outra perspectiva, podemos apontar a importância dos estudantes em adquirirem a capacidade de comunicar-se matematicamente; devido serem suas ideias próprias, acaba por permitir que seja trabalhado de maneira genuína e espontânea tais conhecimentos. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.36):

> Adicionar a esses motivos, haverá a acrescentar e recordar que a escrita dos resultados ajuda os alunos a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas, e favorece o estabelecimento de consensos e de um entendimento comum quanto às suas realizações. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p.36).

Para os autores, durante o processo de formulação e teste de conjecturas o docente precisa estar observando com atenção, para garantir que seus alunos vão progredindo no desenvolver das investigações.

Outro ponto a se destacar na investigação, seria o estudante poder igualmente seguir por caminhos nunca imaginável e/ou cogitado pelo professor e que direcionam ao surgimento de resultados inesperados, devendo este estar atento a essas descobertas assim como, estando à disposição, identificando esses caminhos, bem como dando continuidade (LAMONATO, 2007). Noutra situação, durante a investigação o discente poderá trilhar por caminhos que não lhe tragam sucesso, diante deste fato o professor não deve informa-lhe de que segue por um caminho infértil e sim dar-lhe um tempo, mas tomando o devido cuidado para não que se prolongue por demais, a fim de que não venha a provocar no aluno um desânimo (desmotivação) pela tarefa. Desta forma, o professor pode fornecer discas mais diretas e/ou relembrando problemas anteriormente realizados, cujas as estratégias poderão ser utilizadas na resolução da presente tarefa proposta (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999).

3.2 O Professor e a Investigação Matemática

E qual seria o papel do professor frente a uma atividade investigativa em sala de aula? Conforme Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) além de moderador/orientador durante o processo, bem como provocador (desafia seus estudantes), avaliador (verifica o progresso dos alunos), prestador de suporte (novas informações e/ou recordando-as) promovedor de reflexões, o professor é o responsável pelo planejamento e estruturação em relação a aula. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.47) o educador assume "um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles." No que se refere em raciocinar matematicamente diz respeito ao professor mostrar seu raciocínio matemático ou raciocinar em conjunto com seus alunos e este servirá de base ou auxílio para os discentes durante a investigação. Segundo os autores nesta abordagem o docente precisa estabelecer uma interação diferenciada com seus estudantes em relação a outros tipos desenvolvidas em sala de aula, "levando-o a confrontar-se com algumas dificuldades e dilemas. Tais aulas representam um desafio adicional à sua prática, mas, certamente, traduzem-se também em momentos de realização profissional." (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p.47).

Neste tipo de atividade cabe ao docente realizar todo um planejamento em relação as suas aulas, bem como pesquisar em inúmeros materiais (livros que contenham propostas investigativas e material disponível na internet entre outros) e muitas vezes usando de sua criatividade para ajustar questões de maneira a servir a seus propósitos (objetivos) ou até mesmo criando uma nova. Para que a tarefa verdadeiramente consiga desencadear uma investigação para com os estudantes, além de ser necessário que o professor crie uma atmosfera propícia ao desenvolvimento do trabalho investigativo compete também de "dar uma atenção cuidadosa à própria tarefa, escolhendo questões ou situações que, potencialmente, constituam um verdadeiro desafio para os alunos". (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005 p.47).

Outro ponto a destacar se refere à necessidade de conhecer a conduta de trabalho da turma a que se irá trabalhar, pensando na estruturação de suas aulas. Por exemplo se o trabalho proposto será em grupo ou individual; neste tipo de abordagem geralmente é realizado o trabalho em grupo, e incumbe ao professor decidir tal escolha.

Além de se levar em conta a realização de distintos momentos no decorrer das aulas, devido a diversidade de processos que os estudantes possam a vir a se envolver, ao grau de complexidade da mesma, bem como a falta de previsão que este tipo de tarefa possa proporcionar, assim como a devida gestão do tempo. Em outras palavras, o professor deve adotar uma atitude de caráter investigativo e realizar uma reflexão sobre os objetivos que se deseja alcançar por meio da investigação. Para tanto, deve-se levar em conta os seguintes questionamentos (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.6):

- Qual o peso relativo a atribuir às atividades de investigação? Devem elas constituir-se como um eixo condutor do trabalho com os alunos, estão a par com outras atividades ou, pelo contrário, assumem um peso menor no currículo?
- Como se relacionam as investigações com os conteúdos a serem lecionados? Estes devem estar na sua base, ou a sua presença tem uma importância secundária? Os conteúdos podem surgir a partir da atividade ou esta deverá ser realizada depois de serem tratados?

Como podemos perceber numa atividade envolvendo investigação, além de mediador/orientador, ao professor é atribuído a função de equilibrar a atividade investigativa com o currículo.

Outras questões a serem levantadas pelo professor que são de relevância durante o processo seria quanto à adoção de material que dependendo do caso deve ser inserido como recursos fundamentais para a execução da mesma, como por exemplo, o uso de software (geométrico, entre outros), de maneira que o enunciado escrito não basta; assim como o tempo destinado a introdução da tarefa (curto ou longo), ou deverá conter uma exploração inicial da tarefa? No decorrer da fase de realização, quais dicas devem ser dadas com intuito de ajudar os discentes? E na fase de discussão, como proporcionar a participação da maioria dos alunos?

Conforme os autores estes são alguns dos questionamentos que o docente pode focar perante a preparação de suas aulas investigativas; principalmente se o profissional ainda não possuir experiência com este tipo de trabalho. Devido ao estilo de atividade o educador deve estar preparado para mudar seus planos conforme a direção dos acontecimentos, sendo muito importante a habilidade de reflexão na ação.

A partir da reflexão sobre o trabalho efetuado ocorrem duas avaliações fundamentais (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p.8):

- Uma avaliação sobre a forma como decorreram as aulas e que conduz a questões como: A tarefa mostrou-se adequada aos objetivos iniciais? Os materiais e recursos utilizados foram úteis? A organização dos alunos foi pertinente? Deve ser alterada? A introdução da tarefa foi suficiente? A gestão do tempo foi boa? Que dificuldades foram sentidas?
- Uma avaliação (ainda que informal) sobre o trabalho e a aprendizagem dos alunos e que se debruça sobre questões como: De que forma reagiram os alunos à tarefa? Como está a evoluir a sua relação com as investigações? Em que tipo de processos (questionar, conjecturar, testar, provar...) demonstram maior facilidade ou dificuldade? Como se está a desenvolver a sua capacidade de expressar ideias matemáticas (oralmente ou por escrito)?

Para os autores por vários motivos esta reflexão torna-se extremamente importante. Por uma perspectiva, ela indica modificações em novas atividades, adaptações, mostrando estratégias pertinentes referente ao trabalho, atentando a situações facilitadoras, assim como obstáculos. Em contrapartida, a reflexão atende ao aumento do conhecimento do professor que vai desenvolvendo em relação a seus estudantes sobre a aprendizagem e a relação destas com as atividades investigativas. Além disso, a reflexão compõe um momento de aprendizagem para o docente possibilitando um melhor desempenho de sua função por meio de outras possibilidades a serem exploradas.

4 METODOLOGIA

A pesquisa se enquadra como qualitativa, pois utiliza um método de investigação científica que enfoca os procedimentos e não o resultado final. Segundo Dolfovo, Lana e Silveira (2008) a investigação qualitativa é: “[...] aquela que trabalha predominantemente com dados qualitativos, isto é, a informação coletada pelo pesquisador não é expressa em números, ou então os números e as conclusões neles baseadas representam um papel menor na análise” (DALFOVO; LANA; SILVEIRA, 2008, p.9). Devido ao caráter da pesquisa, compreende-se que os dados produzidos pelos estudantes não se quantificam em números, estando em conformidade com a questão de pesquisa que admite dados descritivos e interpretativos.

Por meio deste estudo busca-se responder a seguintes questões:

- Como a utilização de materiais pedagógicos em sala de aula, mais especificamente os Poliminós, podem contribuir para o ensino de conceitos de geometria?

- De que maneira os Poliminós podem mobilizar alunos de Ensino Fundamental para a construção de conceitos matemáticos?

Esta pesquisa desenvolveu-se com uma turma de alunos de sexto ano de ensino fundamental, em uma escola da rede municipal de Porto Alegre, localizada na periferia do Município. A sequência de atividades elaborada para a prática docente utilizou-se como metodologia de ensino a Investigação Matemática. A Investigação Matemática possibilita ao discente “a vivência do processo e não apenas objetiva o resultado final, sendo deste modo um caminho promissor para o aluno “pensar sobre” o que se investiga, buscando que ele não apenas desenvolva o que foi determinado pelo professor” (LAMONATO, 2007, p.77). Neste tipo de abordagem o mais importante é o caminho que o estudante percorre durante todo esse processo de investigação e de descoberta que as atividades investigativas podem proporcionar.

A pesquisa foi realizada nos períodos da disciplina de matemática, os quais têm frequência de cinco períodos semanais. As atividades na escola iniciaram no dia 16 de novembro de 2017 e finalizaram no dia 7 de dezembro de 2017, totalizando dezoito períodos. Destes, seis períodos foram destinados a observação e doze períodos para a realização da prática docente.

A turma era composta por 27 alunos, sendo 11 meninos e 16 meninas, com faixa etária entre 11 a 13 anos de idade. Para análise dos dados tomou-se como base as maiores frequências dos estudantes no decorrer das aulas, assim como as autorizações que foram entregues para a realização do presente estudo. Haviam sido selecionados 20 alunos com 80% de frequência, ou seja, haviam realizado pelo menos 4 das 5 atividades propostas, no entanto, devido à falta de entrega das devidas autorizações foram considerados apenas 14 alunos resultando em 7 duplas.

As atividades propostas foram produzidas em fichas sendo entregue aos estudantes no início de cada aula. Quanto aos dados produzidos neste estudo, a turma desenvolveu apenas a primeira atividade em computadores e o restante da sequência de atividades entregues no final de cada aula de forma escrita nas fichas. Para evitar a identificação dos participantes (alunos) da presente pesquisa foram adotados nomes fictícios por exemplo, aluno(a) A, Aluno(a) B, Aluno(a) C, e assim sucessivamente, bem como para as duplas Dupla 1 (formada pelos(as) alunos(as) A e B), Dupla 2 (formada pelos(as) alunos(as) C e D), e assim por diante, até a Dupla 7 (formada pelos(as) alunos(as) M e N). As duplas que foram consideradas no decorrer da análise dos resultados se mantiveram durante toda a prática pedagógica. A professora regente da turma participou de todas as atividades com a turma, auxiliando no decorrer da prática, com exceção da primeira atividade.

A presente pesquisa utilizou como complemento e material de apoio para a análise de dados o caderno de registro (anotações feitas pela pesquisadora após as aulas) e gravações de áudio durante parte do processo, bem como fotos tiradas das soluções realizadas pelos alunos com o material pedagógico Poliminós. Neste caderno de registros foram descritas algumas singularidades, tais como: questionamentos, indagações e interações entre aluno/aluno e docente/discente ocorridas durante as práticas.

O primeiro encontro resultou na construção dos Poliminós (dos Monominós aos Pentaminós) com a utilização de um aplicativo chamado Sandbox Polyomino Tiler, encontrado no endereço eletrônico: http://gfredericks.com/sandbox/polyominoes, que está disponível de forma online e gratuita. A construção das peças aconteceu no laboratório da escola, que possui cerca de 13 computadores com Sistema Linux Educacional. A quantidade de computadores disponíveis para uso foi um fator determinante para a turma se organizar em duplas; sendo que ocorriam mudanças destas duplas no andamento do trabalho, por motivos diversos, como por exemplo, frequência às aulas.

No segundo encontro foram construídos retângulos com a utilização de peças em E.V.A. coloridos (Triminós). No início da atividade 3 foram solicitadas algumas construções de retângulos com seguintes dimensões: $3\ u.c \times 2\ u.c.$, $3\ u.c. \times 4\ u.c.$ e $3\ u.c. \times 6\ u.c.$, bem como encontrar a quantidade de Monominós que compunha cada um dos retângulos. O fechamento da atividade ocorreu no terceiro encontro.

Do quarto ao sexto encontro os alunos trabalharam na atividade 4, que consistia em construir uma sequência de quadrados utilizando papel milimetrado e lápis de cor a partir de um quadrado com dimensões $1\,u.c \times 1\,u.c.$, tendo como objetivo verificar a relação entre lado e a quantidade que constituía (área) estes quadrados construídos, a conclusão da atividade ocorreu no sexto encontro.

Nos sétimo e oitavo encontros os alunos trabalharam na atividade 5 que consistia em verificar possibilidades da construção de quadrados ou retângulos com o uso dos Tetraminós em E.V.A. coloridos. A finalização da atividade aconteceu no oitavo encontro.

Para o nono e décimo encontros os alunos se envolveram na atividade 6, na qual foram exploradas as construções de cercas retangulares com a utilização das doze peças de Pentaminós, delimitando áreas e perímetros. No décimo encontro foi concluída a atividade.

O conteúdo abordado na classe foi Geometria Plana (quadrados e retângulos) e medidas de área e perímetro e Álgebra, além do processo de construção dos Poliminós que envolvia o raciocínio combinatório.

5 PRÁTICA PEDAGÓGICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta etapa do estudo será apresentada a prática pedagógica que se desenvolveu por meio de uma abordagem investigativa com a utilização de material pedagógico (Poliminós), bem como as observações feitas pela pesquisadora durante o processo e a análise dos resultados.

Será apresentada cada uma das atividades em sequência, com detalhamento do que foi acontecendo durante a pesquisa, com registros dos diálogos e resoluções encontradas pelos estudantes. Em seguida será apresentada as observações retiradas do diário de campo acompanhadas da percepção da pesquisadora.

Durante a introdução de cada uma das atividades desenvolvidas nesta pesquisa, foi realizada leitura da tarefa em conjunto com a classe, com intuito de verificar quanto ao seu entendimento e sanar possíveis dúvidas que fossem surgindo. Visto que, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.26) “a leitura conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua boa compreensão, nem que seja somente para esclarecer certos termos com que não estão familiarizados.”

5.1 Atividade 1

Antes de iniciar a atividade com os alunos, foi exposto como seria desenvolvido o trabalho por meio da investigação e o que são atividades investigativas. Como a turma não tinha experiência com este tipo de abordagem, as atividades foram direcionadas com intuito de instiga-los.

Descrição da atividade 1- Esta atividade foi realizada em duas etapas. A primeira etapa consistiu em apresentar os Poliminós e a segunda etapa em construí-lo utilizando um software livre (Polyomino Tiler). Primeiramente foram abordadas algumas propriedades dos quadrados como o número de lados, bem como suas dimensões (medidas), vértices e ângulos internos; segundo a professora titular, os alunos não haviam trabalhado ainda com a geometria.

Abordagem das propriedades do quadrado: Num primeiro momento foram apresentados alguns quadrados em E.V.A. de cores distintas e em seguida foi levantada algumas questões para os alunos:

Que tipo de figura geométrica eu tenho em minhas mãos?

Que características tem este polígono?

Pode-se verificar que grande parte da turma conhecia o quadrado, bem como algumas características (número de lados e vértices).

O processo de explicação das propriedades do quadrado ocorreu com participação da turma. No que diz respeito aos ângulos internos, foram utilizados exemplos retirados do próprio ambiente: o ângulo formado entre a parede e o chão da sala, ou (respostas dos alunos) “o canto da mesa” e os “cantinhos do piso e do quadro”. Para o comprimento dos lados foi sugerido que ao se usar uma régua teríamos a mesma medida (valor numérico) em todos os lados. Outra sugestão que poderia ser dada referente a medida dos lados seria adotar uma folha de papel em forma de quadrado, dobra-la em diagonal e sobrepondo os vértices das diagonais os alunos podem perceber que a mesma possui medidas de lados iguais.

5.1.1 Primeira Etapa:

Exploração do material: inicialmente, foi disponibilizado aos alunos quadrados coloridos em E.V.A. para que construíssem alguns “Poliminós”, não sendo fornecido quantas peças formariam cada um deles nem quais são as condições necessárias para que seja caracterizado como “Poliminós”.

Foram construídos alguns “Poliminós” pelos alunos no chão da sala de aula a partir de diferentes disposições dos quadrados em E.V.A., com grande participação da turma. A docente pesquisadora propôs a seguinte questão para os alunos:

Vamos supor que o chão seja minha superfície plana e que se deseja colocar estes quadrados sobre esta superfície, como nós poderíamos combiná-los?

Algumas das sugestões dadas pelos os estudantes durante a exploração da tarefa:

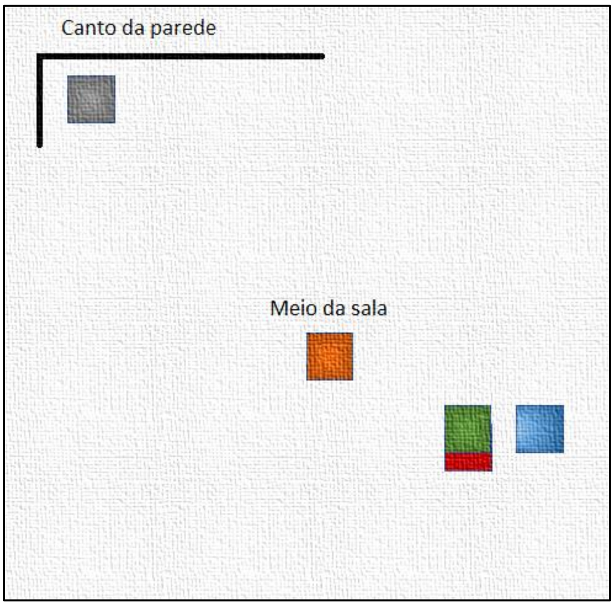


Figura 10: Primeira configuração - aluno A
Fonte: Arquivo pessoal

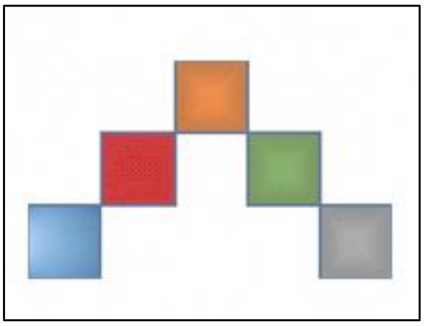


Figura 11: Segunda Construção - Aluno D
Fonte: Arquivo pessoal

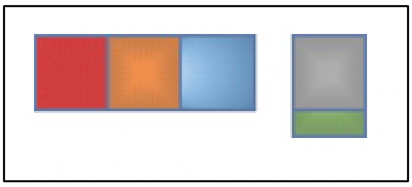


Figura 12: Terceira construção - Aluno B
Fonte: Arquivo pessoal

Dois alunos realizaram uma das configurações que era esperada pela docente pesquisadora. Colocaram os cinco quadrados conectados um após o outro. Em seguida dispuseram 4 quadrados conectados um após o outro, e um conectado ao lado conforme ilustração da figura 13.

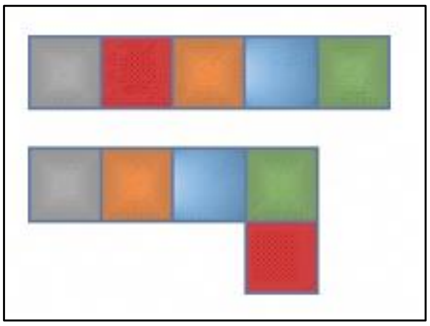


Figura 13: Poliminós- Construção Introdutória
Fonte: Arquivo pessoal

Utilizando-se da construção dos dois alunos, a docente pesquisadora apresenta os Poliminós, e explora sua definição e classificação. Definiu-se Poliminós como figura geométrica plana formada por quadrados iguais (congruentes) que tem pelo menos um lado conectado com todo o lado de outro quadrado. No chão a docente pesquisadora apresentou as configurações dos Triminós e duas configurações dos Tetraminós de acordo com a ilustração da figura 14.

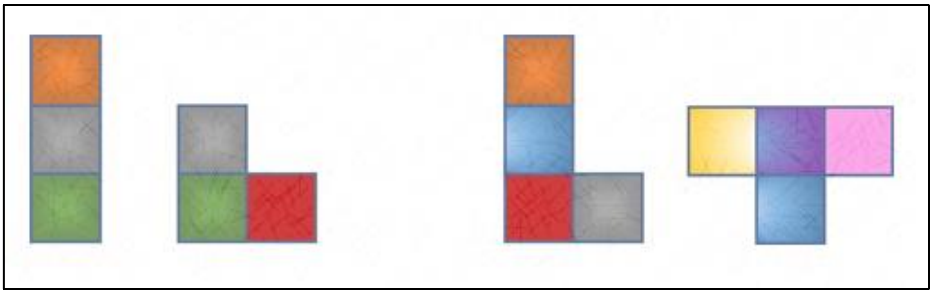


Figura 14: Triminós e Tetraminós
Fonte: Arquivo pessoal

Docente pesquisadora: *Teríamos mais alguma configuração em relação aos Tetraminós?*
Os alunos respondem que não sabem. Após algum tempo foi verificado que os alunos conseguiram sozinhos realizar outras configurações de Tetraminós.

É realizada com os alunos a construção dos Triminós (por meio de sugestões dadas pelos estudantes) e de alguns Tetraminós no chão do laboratório, e na sequência questiona-os sobre quantas configurações distintas existiriam. Ocorreram divergências entre as duplas, tendo sido dado um tempo para refletirem. Por exemplo: alguns alunos consideraram como peças novas, as peças rotacionadas e/ou simétricas; outros alunos não consideraram como peças novas. Não ocorreram nenhum tipo de argumento, apenas “é sim” e “não é”. Estas divergências de opiniões foram debatidas com os alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade.

5.1.2 Segunda Etapa:

Construção dos Poliminós no software Polyomino Tiler: A atividade consistia em realizar a construção das peças dos Poliminós desde o Monominó até os Pentaminós com a utilização do software Polyomino Tiler (disponível em: http://gfredericks.com/sandbox/polyominoes#) e descobrir quais e quantas seriam as prováveis combinações distintas que poderíamos ter para cada um dos tipos de Poliminós. Foi solicitado que trabalhassem em duplas, obtendo-se seis duplas. A atividade era subdividida em 6 itens, sendo o último destinado a rotação e reflexão das peças construídas.

1- No link: http://gfredericks.com/sandbox/polyominoes# faça e descubra quantas prováveis combinações poderemos ter nos seguintes Poliminós:

Obs.: A cada solução encontrada na construção salvar: PrintScreen? Salvar Como e após enviar o arquivo para o seguinte e-mail: pathypsl@gmail.com ;

a- Monominós:

b- Diminós:

c- Triminós:

d- Tetraminós:

e- Pentaminós:

f- Poderiamos contabilizar as peças geradas por rotações e/ou reflexões nas configurações acima? _______ E por que?

____

Figura 15: Atividade 1- contruindo Poliminós via software Polyomino Tiler
Fonte: Arquivo pessoal

Foi apresentado aos estudantes o software Sandbox: Polyomino Tiler (figura 16) e explicado alguns de seus comandos. Por exemplo, o comando Random Grid localizado no Menu Grid Editor tem a função de expandir a grade na tela; outro comando é o botão Clear All cuja função limpa toda a malha quadriculada expandida.

Na tela do programa existem setas localizadas tanto na parte superior e inferior quanto à esquerda e à direita da malha quadriculada. Para expandir a malha linha a linha usa-se a seta inferior e coluna a coluna usa-se a seta da direita; para reduzir a malha linha a linha usa-se a seta superior e coluna a coluna usa-se a seta da esquerda. Para pintar os quadradinhos na tela apenas se clica sobre o quadradinho desejado na grade e para apagar é necessário clicar novamente sobre o mesmo ou um outro quadradinho que estivesse pintado.

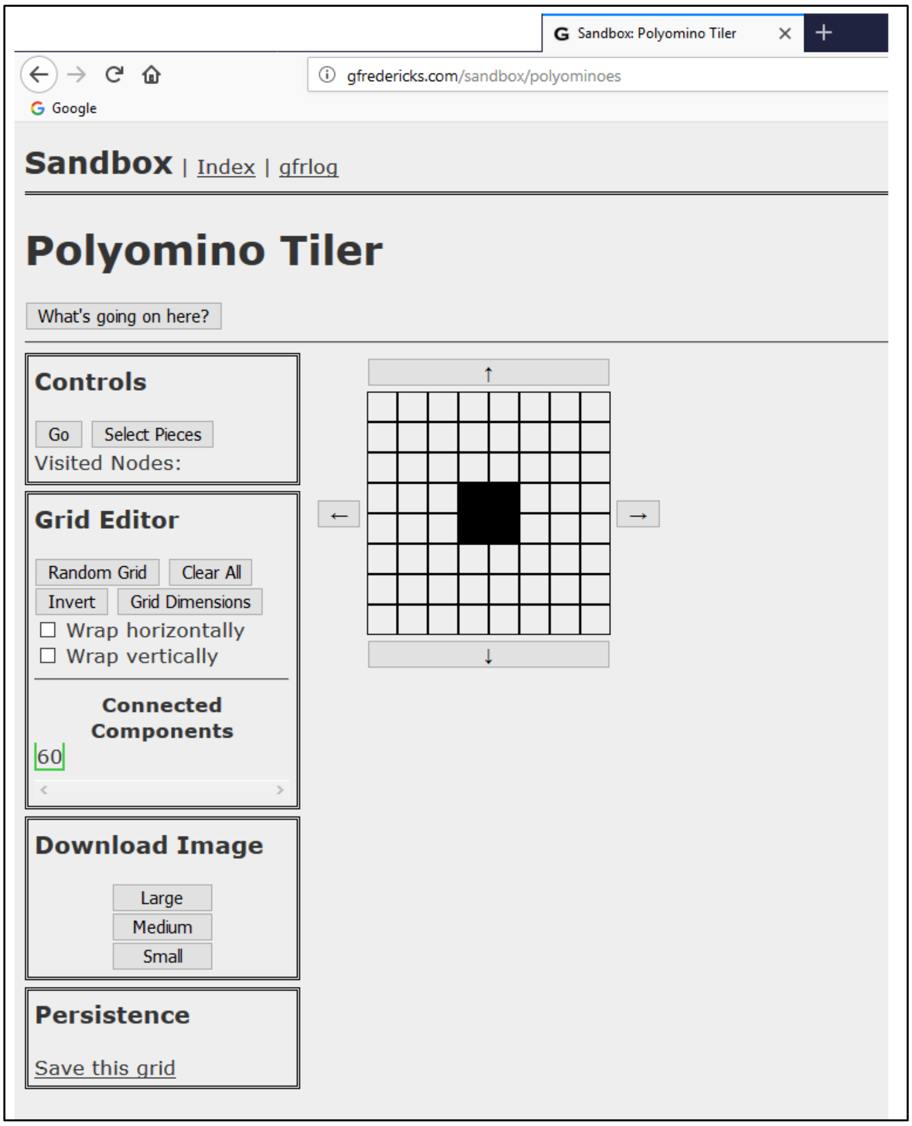


Figura 16: Layout do aplicativo Sandbox- Polyomino Tiler
Fonte: Arquivo pessoal

Aparentemente, toda a turma compreendeu bem o programa pela sua simplicidade, sendo dado um tempo para experimentação do aplicativo.

Após a introdução da tarefa, foi constatado que a turma não estava compreendendo a atividade e também estavam muito resistentes: "*não entendi nada", "não sei fazer", "não irei* *fazer".* Foi explicada a proposta item a item, tendo-se procurado sanar as dúvidas existentes. No entanto, nesta fase da investigação foi verificado que as duplas solicitavam muito a presença da docente pesquisadora, sendo nítida a preocupação de estar certo e terminar logo a tarefa.

Aluno A: *está certo? É assim? Já fiz tudo.*

Docente pesquisadora: *O que vocês acham? Só existe esta possibilidade?*

Aluno A: *Não sei*.

Como a dúvida e os questionamentos eram praticamente os mesmos, foi realizado pela docente pesquisadora uma construção no chão da sala.

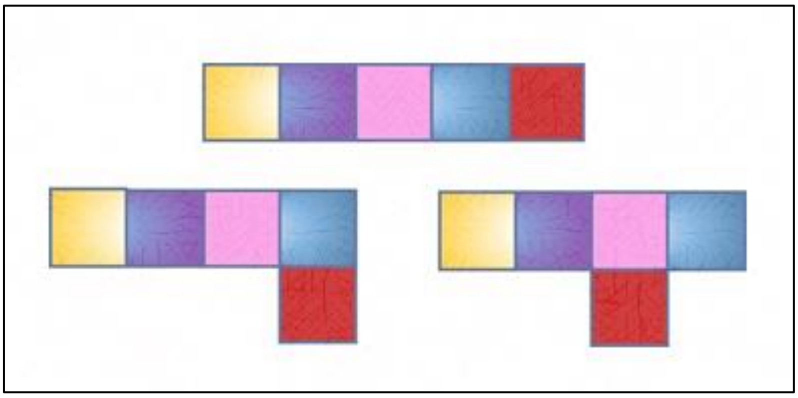


Figura 17: Poliminós-Construção
Fonte: Arquivo pessoal

Docente pesquisadora*: Comparando-se todas essas construções, o que elas têm em comum? E o que as diferem?*

Aluno A: *Elas possuem em comum são os 5 Monominós, E o que difere é a posição do Monominó vermelho.*

Docente pesquisadora: *Todos concordam?*

A grande maioria da turma concordou.

Docente pesquisadora: *Ao modificar a posição deste Monominós eu criei novas peças, no nosso exemplo?*

A maioria da turma respondeu não saber.

Docente pesquisadora: *Teria outra maneira de criar novas peças?*

Aluno C: *Poderíamos permanecer com 3 Monominós fixos e movermos 2 Monominós para outra posição e aí teríamos uma nova peça.*

Aluno B: *Sim. Teríamos uma nova peça.*

Aluno D: *É só repetir este processo. É só fixar uma determinada quantidade de Monominós e ir variando os outros que sobrarem dos 5.*

A partir deste momento observa-se que alguns dos alunos solicitaram as peças de Monominós para realizarem a construção com os mesmos e após passavam para o computador, percebendo-se uma postura mais autônoma dos estudantes frente a tarefa. No final da atividade foi verificado que a maioria dos alunos conseguiram construir todas as peças.

5.1.3 Análise da produção dos alunos com a utilização do software

Na construção dos Monominós até os Pentaminós, ao analisar as produções dos alunos, verificou-se que as duplas conseguiram realizar construções com as seguintes quantidades de Poliminós:

Tabela 1- Análise da produção dos alunos

	Quantidade de Poliminós distintos encontrada nas construções das duplas				
Dupla	Monominó	Diminós	Triminós	Tetraminós	Pentaminós
D1	1	1	2	5	8
D2	1	1	2	5	6
D3	1	1	2	5	12
D4	1	1	2	5	12
D5	1	1	2	5	7
D6	1	1	2	5	10

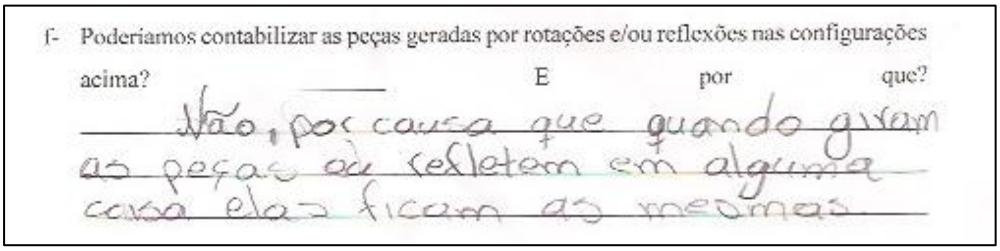
Fonte: Arquivo pessoal

De acordo com a tabela 1 podemos perceber que todas as duplas conseguiram construir as peças até o Tetraminós. Já para os Pentaminós, todas as duplas conseguiram construir pelo menos 6. Ao chegarem no último item teve-se muitos questionamentos em relação as rotações e reflexões das peças, se eram contabilizadas ou não como novas.

No fim de toda a discussão sobre a reflexão e a rotação das peças de Poliminós ficou acordado com a turma que não poderiam ser contabilizadas como novas configurações de Poliminós, devido as mesmas não possuírem nem frente e/ou verso, assim como não era permitido girar e/ou refletir parte da peça, somente a peça inteira. Durante a discussão foi explicado para a turma o que era rotação e/ou translação de algum objeto, tomando como exemplos, o movimento do planeta e a imagem formada na frente do espelho. Porém podemos verificar que ocorreram algumas divergências nas resoluções apresentadas no computador após o acordo. Acredita-se que o material pedagógico exerceu uma vantagem em si diante do software utilizado na construção, no momento em que alguns alunos solicitam os quadrados em E.V.A. para manipularem suas construções.

Segue algumas das soluções encontradas pelos estudantes:

Na figura 18 nota-se por meio de registro escrito, que não seriam contabilizadas peças que sofreram rotação ou reflexão durante a construção, estando em acordo com que foi combinado.


f- Poderiamos contabilizar as peças geradas por rotações e/ou reflexões nas configurações acima? ______ E por que?

Não, por causa que quando giram as peças ou refletem em alguma casa elas ficam as mesmas

Figura 18: Desenvolvimento da atividade 1- item f

Fonte: Arquivo pessoal

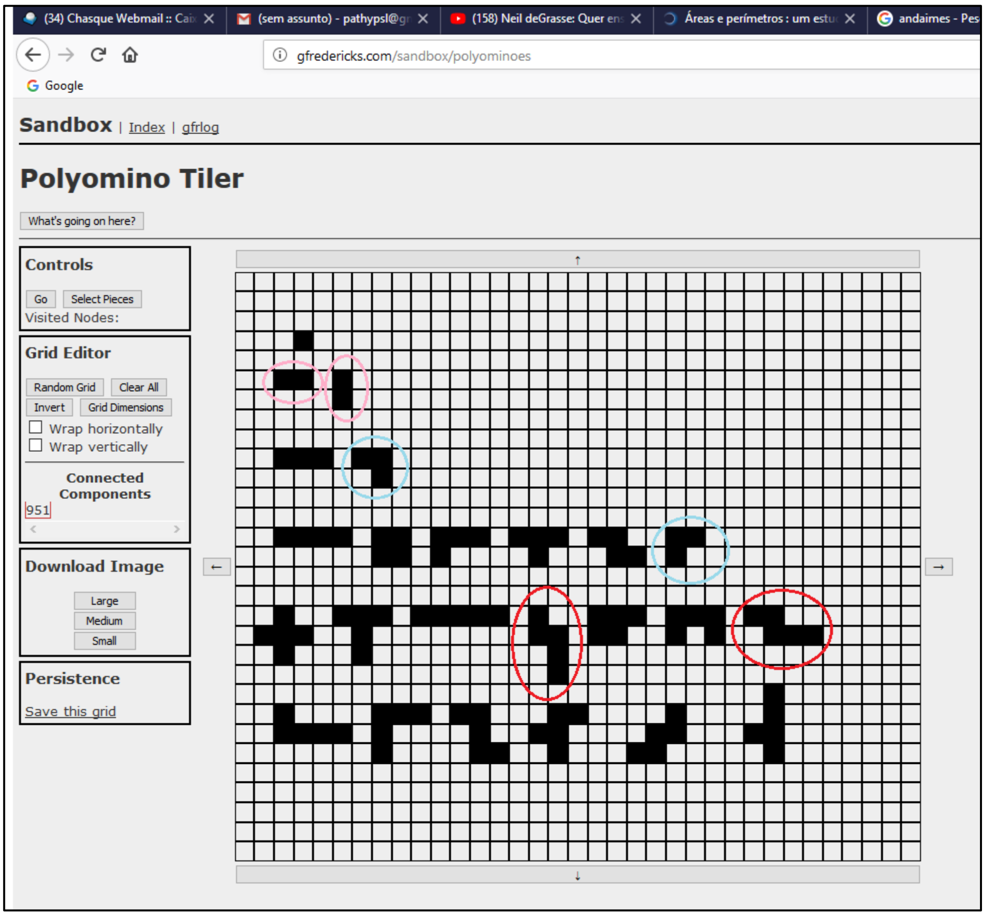


Figura 19: Construção dos Poliminós realizada pela dupla 6

Fonte: Arquivo pessoal

Na figura 19 podemos perceber algumas peças repetidas como por exemplo, os Diminós, os Triminós e os Pentaminós, indo contra o acordo firmado. Pode-se inferir que devido ao programa não permitir o movimento das respectivas construções como por exemplo, o giro e/ou movimentos para fora do plano, os alunos não perceberam que são as mesmas peças.

As tarefas de número 2 e 7 não foram abordadas devido à falta de tempo para desenvolvê-las nos encontros e encontram-se como sugestões de material no apêndice A, podendo ser adotado pelo professor.

5.2 Atividade 3

A atividade consistia em construir retângulos a partir de Triminós não retos e verificar quantos Monominós compunha cada uma dessas respectivas construções por meio da contagem de quadradinhos (Monominós). No item g, explorou-se a noção de área do retângulo sem a necessidade de contagem de quadradinhos.

3- Utilizando Triminós não retos (não convexo) em E.V.A., construir retângulos com as seguintes medidas:

a- Retângulo 3×2;

b- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

c- Retângulo 3×4;

d- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

e- Retângulo 3×6;

f- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

g- Teriamos como encontrar a quantidade de Monominós sem precisar conta-los? _______ Explique como; ____

____

Figura 20: Atividade 3- Triminós

Fonte: Arquivo pessoal

Esta atividade[5] foi realizada em 2 etapas. Na primeira etapa ocorreu a manipulação do material pelos alunos e na segunda etapa desenvolvimento da atividade pelos alunos.

5.2.1 Primeira Etapa:

Foram distribuídos um conjunto de 6 peças em E.V.A dos Triminós não retos (de mesma cor) para cada uma das duplas, bem como a ficha da atividade. Para exploração do material foi concedido aos alunos um tempo de aproximadamente 15 minutos.

5.2.2 Segunda Etapa:

A turma conseguiu montar os retângulos sem maiores dificuldades. No entanto, encontraram dificuldades para responder o último item (letra g), sendo que houve vários questionamentos sobre este item.

Num primeiro momento foram dadas dicas para as duplas por intermédio de questionamentos em relação a quantidade de Monominós que continha em cada linha verificando o total (quantidade de parcela da soma/ideia de produto) e depois foi proposto repetir o processo com as colunas, de forma a perceber que a quantidade de Monominós constituía no produto das quantidades em linhas por colunas, sugerindo arranjo retangular.

[5] Na atividade 3 por se tratar de medida deve-se realizar nos itens a, c e e, a seguinte correção: retângulo $3u.c.\times 2u.c.$, retângulo $3u.c.\times 4u.c.$ e retângulo $3u.c.\times 6u.c.$,assim como retirar o “não convexo”. Estas correções estão presentes na sequência de atividades- apêndice A.

Aluno C: *Professora, não entendi a g.*

Docente pesquisadora[6]: *Neste primeiro retângulo temos as dimensões 3 por 2 que resultou em?*

Aluno C: 6.

Docente pesquisadora: *E no próximo temos as medidas 3 por 4. Quantos Monominós tem?*

Aluno C: 12.

Docente pesquisadora: *E no último temos as medidas 3 por 6, resultou em quantos?*

Aluno C: 18.

Docente pesquisadora: *E se tivéssemos um retângulo com medidas 3 por 8 quantos Monominós teríamos no total?*

Aluno C: *Não sei.*

Por se tratar de uma questão aparentemente simples para a docente pesquisadora, as dicas pareciam ficar cada vez mais escassas de se fornecer, chegando ao ponto de a mesma "travar" no decorrer da discussão, sem saber mais como questionar os alunos ao mesmo tempo atentando-se para não dar a resposta. A turma começa a perceber por meio da palavra chave "vezes" inserida pela professora regente a relação entre a quantidade de Monominós que compõe cada um dos lados do quadrado e a quantidade total de Monominós.

Professora Regente*: Neste retângulo temos como medidas 3 vezes 4 que resultou em quantos quadradinhos?*

Aluno C: *12.*

Professora regente: *E no terceiro?*

Aluno C: *Tem 3 vezes 6 que dá 18.*

Aluno C: *É só fazer vezes*.

No fechamento foi retomada o item g em conjunto com a turma que simplesmente argumentaram: "*tabuada*", "*conta de vezes entre altura e largura*". Foi explicado pela docente pesquisadora que através do produto entre a medida da altura e a medida da largura encontrávamos toda a região interna deste retângulo e que chamamos de Área, assim como foi dada uma noção de que poderíamos ter qualquer valor para os lados do retângulo, mencionando que na matemática tem se o costume de generalizar atribuindo-se letras para os parâmetros altura e largura. Após foram atribuídas letras com participação da turma para os lados de um

[6] Durante a fala da docente pesquisadora referindo-se "dimensões" e "medidas" deve-se utilizar medidas dos lados com suas respectivas unidades de comprimento (u.c.).

retângulo qualquer e em seguida foi generalizada a fórmula $A = k \times w$, onde k representa a altura e w a altura.

5.2.3 Análise da produção dos alunos

Na construção dos retângulos com Triminós, ao analisar as produções dos alunos, verificou-se que a maioria das duplas conseguiram realizar as construções com as seguintes dimensões $3u.c.\times 2u.c.$, $3u.c.\times 4u.c.$ e $3u.c.\times 6u.c.$, verificando a quantidade de Monominós que compõem cada um deles. No item g no que se refere a encontrar a quantidade de Monominós sem precisar conta-los um a um, temos os seguintes argumentos escritos: conta de vezes, multiplicar, é só fazer a conta, tem 3 de largura e 2 de altura é só fazermos conta de vezes, tabuada, contando de três em três.

Segue uma imagem ilustrativa da construção de retângulos com os Triminós (figura 21) com dimensões $3u.c.\times$ 4u.c. e $3u.c.\times 6u.c.$:

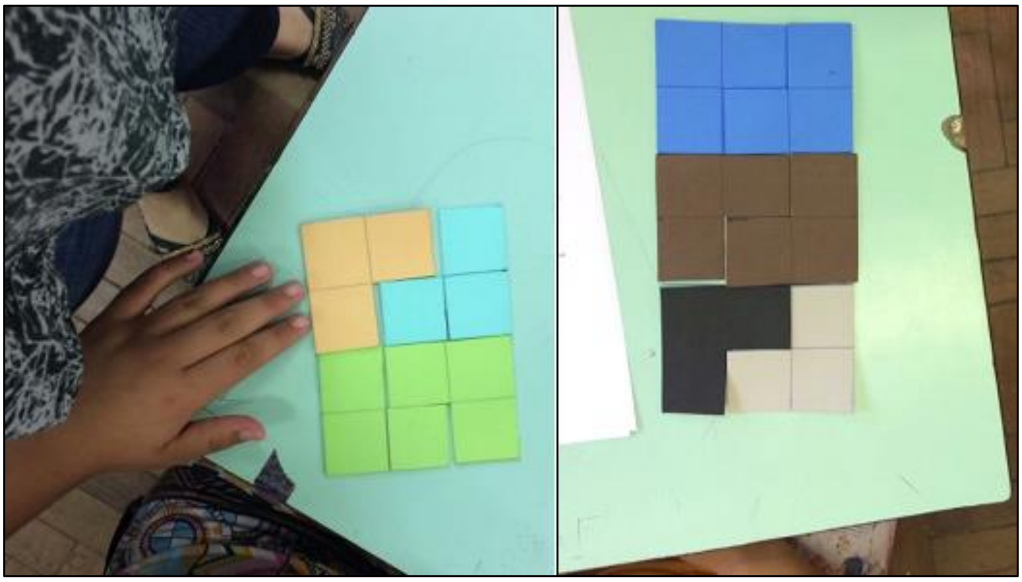


Figura 21: Construções de retângulos com Triminós

Fonte: Arquivo pessoal

Pode-se observar que a maioria dos alunos conseguiu intuir o conceito de área por meio das palavras-chaves: vezes, tabuada. Porém, o registro das soluções pelos alunos não apresenta explicação detalhada. De acordo com Altrichteret, Posch e Somekh (1996, apud FREITAS, 2006, p.44) torna-se difícil descrever nossas ideias no papel, mesmo no momento em que estão em harmonia com nossos pensamentos e falas.

> Escrever é difícil. É muitas vezes difícil colocar ideias no papel, ainda que pareçam claras e coerentes quando pensadas ou faladas de antemão. Existem lacunas em nossos

argumentos e achamos que alguns conceitos são muito vagos, quando novas conexões e implicações surgem na mente. Essas dificuldades aparecem pelo fato que a escrita não é apenas sobre a comunicação de um resultado definitivo de uma análise, mas é propriamente uma forma de análise. Ela é a continuação de um processo de análise sobre uma restrição mais estreita, porque nossos pensamentos interiores têm que receber aparência e forma.

Segundo os autores essas dificuldades são indícios do fato da escrita possibilitar uma nova categoria de aprofundar as nossas pesquisas e reflexões. Para a turma talvez não fosse corriqueiro escrever textos em Matemática; além disso, é o primeiro contato com este tipo de atividade exploratória e investigativa. As professoras (pesquisadora e regente) estimularam a escrita durante todas as atividades; apesar disto, os alunos não argumentam quando tem que explicar sua resolução (vide exemplo ilustrativo conforme figura 22).

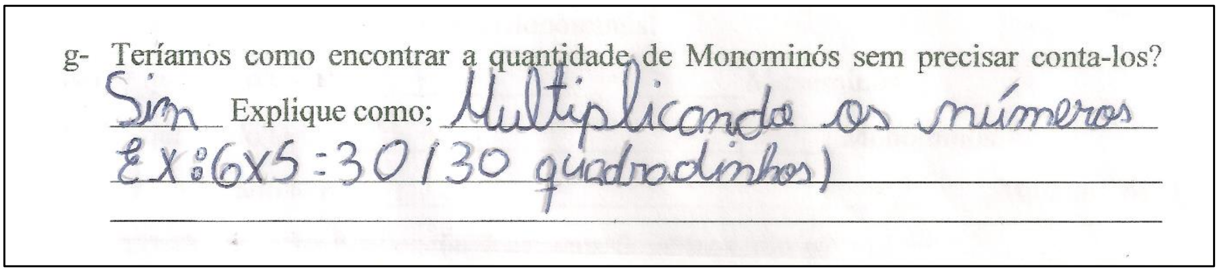

g- Teríamos como encontrar a quantidade de Monominós sem precisar conta-los?
Sim Explique como; Multiplicando os números
Ex: 6x5 = 30 (30 quadradinhos)

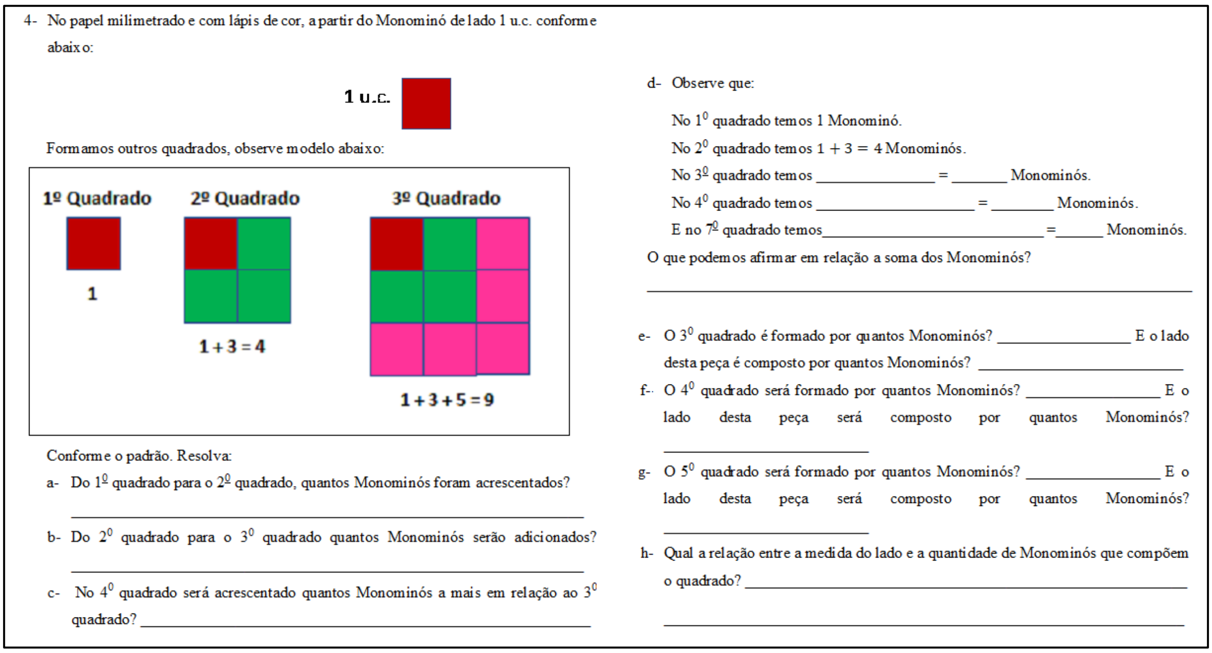
Figura 22: Resolução escrita realizada pela dupla 5

Fonte: Arquivo pessoal

5.3 Atividade 4

A atividade[7] consiste em construir quadrados por meio de acréscimos de outros Monominós a partir de um Monominó de dimensões $1\,u.c \times 1\,u.c.$. Tendo como objetivo verificar se existe alguma relação entre a medida do lado e a medida da área do quadrado construído.

[7] Na atividade 4 sugere-se no item h alterar da seguinte maneira: “O que podemos afirmar sobre a relação” por “Qual a relação”. Esta modificação está presente na sequência de atividades do Apêndice A.


4- No papel milimetrado e com lápis de cor, a partir do Monominó de lado 1 u.c. conforme abaixo:

1 u.c.

Formamos outros quadrados, observe modelo abaixo:

1º Quadrado 2º Quadrado 3º Quadrado

1 $1+3=4$ $1+3+5=9$

Conforme o padrão. Resolva:

a- Do 1º quadrado para o 2º quadrado, quantos Monominós foram acrescentados? ____________________

b- Do 2⁰ quadrado para o 3⁰ quadrado quantos Monominós serão adicionados? ____________________

c- No 4⁰ quadrado será acrescentado quantos Monominós a mais em relação ao 3⁰ quadrado? ____________________

d- Observe que:

No 1⁰ quadrado temos 1 Monominó.

No 2⁰ quadrado temos $1 + 3 = 4$ Monominós.

No 3º quadrado temos ____________ = ______ Monominós.

No 4⁰ quadrado temos ________________ = _______ Monominós.

E no 7º quadrado temos______________________ =______ Monominós.

O que podemos afirmar em relação a soma dos Monominós? ____________________

e- O 3⁰ quadrado é formado por quantos Monominós? _____________ E o lado desta peça é composto por quantos Monominós? ____________________

f- O 4⁰ quadrado será formado por quantos Monominós? _____________ E o lado desta peça será composto por quantos Monominós? ____________

g- O 5⁰ quadrado será formado por quantos Monominós? _____________ E o lado desta peça será composto por quantos Monominós? ____________

h- Qual a relação entre a medida do lado e a quantidade de Monominós que compõem o quadrado? ____________________

Figura 23: Atividade 4

Fonte: Arquivo pessoal

Esta atividade foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa foi realizada a introdução da tarefa e na segunda etapa inserção de tabela.

5.3.1 Primeira Etapa:

Introdução da Atividade 4: foram construídos sequência de quadrados em uma determinada configuração especial no quadro com a participação da turma (até o terceiro quadrado).

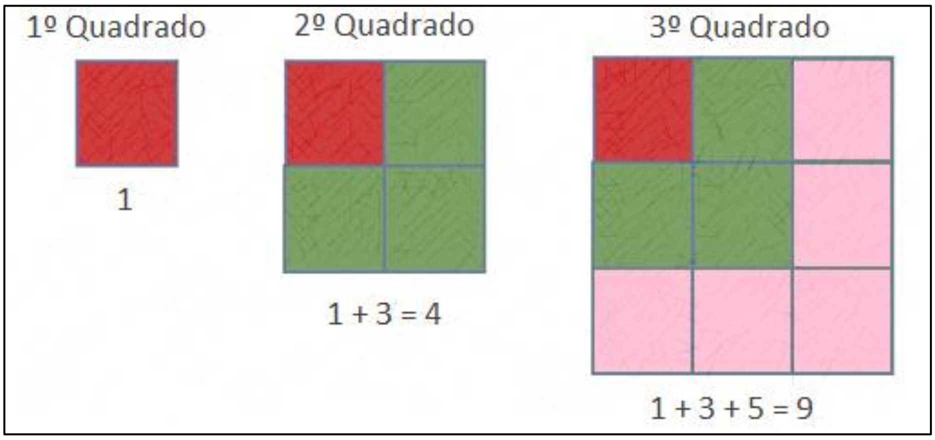


Figura 24: Exemplo de construção realizada no quadro pela docente pesquisadora

Fonte: Arquivo pessoal

Durante a exploração da construção dos quadrados os estudantes não encontram grandes dificuldades para preencher a ficha de atividade. No entanto, não conseguem reconhecer a relação existente entre a medida do lado e a quantidade de Monominós que compõem cada um dos quadrados (item h), não havendo grandes avanços neste momento.

Como era somente um período e o próximo encontro seria no dia seguinte, a professora pesquisadora teve tempo de refletir sobre a dificuldade encontrada pela turma neste último item e toma a decisão de adotar uma tabela.

5.3.2 Segunda etapa:

No encontro seguinte foi incorporada uma tabela com intuito de auxiliar os estudantes no item h. Na sequência, a professora pesquisadora questionou os resultados encontrados na tabela, com intuito de fazer com que a turma retomasse a tarefa:

Teríamos como descobrir as medidas do décimo quinto quadrado sem precisar construí-lo? E quantos Monominós teríamos no total?

A tabela 3 contém 5 colunas, sendo a primeira coluna destinada a ordem do quadrado construído, a segunda coluna continha as medidas dos lados do novo quadrado, a terceira coluna a quantidade total de Monominós que formava a nova figura geométrica, a quarta coluna as parcelas da soma (termo a termo) e a quinta coluna a quantidade de Monominós acrescentados.

Tabela 2 – Exemplo de resolução da atividade 4

Número do Quadrado	Medida dos Lados (u.c.)	Quantidade de Monominós	Parcelas da Soma	Quantidade de Monominós Acrescentados
1	1×1	1	1	1
2	2×2	4	1 + 3	3
3	3×3	9	1 + 3 + 5	5
4	4×4	16	1 + 3 + 5 + 7	7
5	5×5	25	1 + 3 + 5 + 7 + 9	9
…	…	…	…	…
…	…	…	…	…
10	10×10	100	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19	19

Fonte: Arquivo pessoal

Depois de analisarem os dados da tabela em conjunto com a docente pesquisadora, os alunos encontraram as medidas correspondentes dos quadrados em determinadas posições, bem como o número de Monominós que formam esses quadrados e a sequência de números ímpares.

Haviam duas duplas (duplas 3 e 4) que estavam discutindo a existência de alguma relação entre a medida do lado e a quantidade de Monominós, mas nada intuíram. A docente pesquisadora inicia o questionamento acompanhando a linha a linha (posição da linha) da tabela a partir do terceiro quadrado pois haviam construídos dez quadrados no total.

Docente pesquisadora: *Quais as medidas deste quadrado da linha 3?*

Aluno G: 3×3 (3 vezes 3).

Docente pesquisadora: *E a quantidade de Monominós que o compõem?*

Aluno G: *9 Monominós.*

Docente pesquisadora: *Certo. E o quarto quadrado?*

Aluno G: *É 4 vezes 4 que dá 16 Monominós. É só multiplicar os lados que dá o total de Monominós e a posição do quadrado me dá o tamanho dele.*

Docente pesquisadora: *E o sétimo quadrado?*

Aluno G: *Seria da posição 7 que é o tamanho* 7×7 *que é igual a 49.*

Docente *pesquisadora: E se eu te perguntasse quanto mede o décimo quadrado?*

Aluno G: *Mede* 10×10 *e o total dá 10 vezes 10 que é igual a100.*

Professora: *Teríamos como conferir estes valores?*

Aluno G*: Pelo nosso desenho.*

Docente pesquisadora: *Seguindo esta lógica quais seriam as dimensões do décimo quinto quadrado?*

Aluno G: 15×15.

Docente pesquisadora: *E então existe alguma relação entre o lado e a quantidade de Monominós?*

Aluno G: *Sim é somente fazermos o lado vezes o outro.*

Docente pesquisadora: *E o número de acréscimos de Monominós? Observem na tabela.*

Aluno G: *Tem 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...*

Docente pesquisadora: *Não te lembra nada?*

Aluno G: *É número... ímpar?*

Aluno G: *Sim. É sim, número ímpar.*

Docente pesquisadora*: Se é número ímpar poderíamos descobrir quantos seriam acrescentados no vigésimo quadrado?*

Aluno F: *Sim.*

Docente pesquisadora: *Como?*

Aluno G: *Pula de dois em dois entre os ímpares. Não sei como chegar lá.*

Docente pesquisadora: *E a tabela não te dá alguma ideia?*

Aluno F*: Poderíamos contar nos dedos.*

Docente pesquisadora: *Como?*

Aluno F: *É só começar nos dedos a contar com 1 no primeiro dedo e depois seguir para o segundo dedo atribuindo 3 para ele, depois 5 para o terceiro e ...*

Ao se observar as tabelas preenchidas por algumas duplas, percebe-se que para descobrirem os valores referentes ao décimo quinto quadrado foram utilizadas as linhas da tabela como suporte (posição da linha).

Segue duas resoluções com a utilização de papel milimetrado (figura 25):

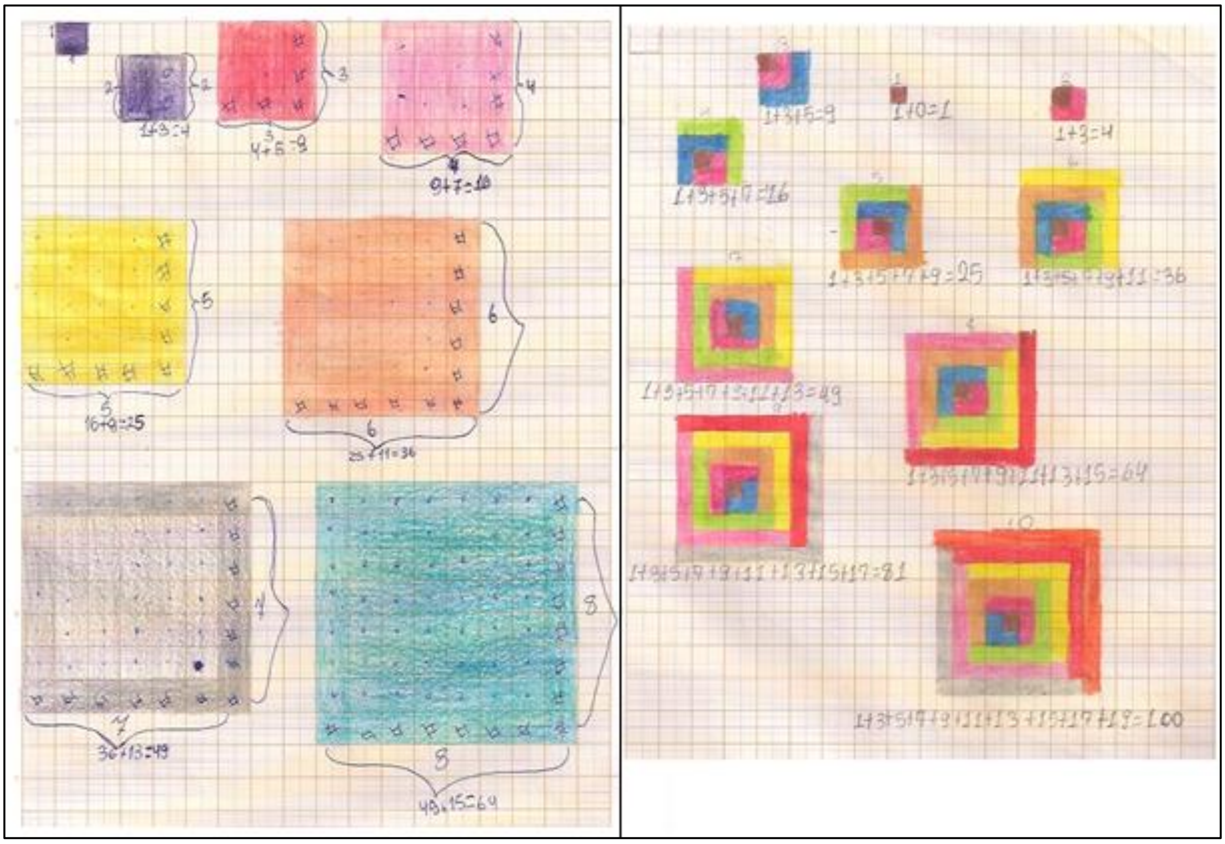
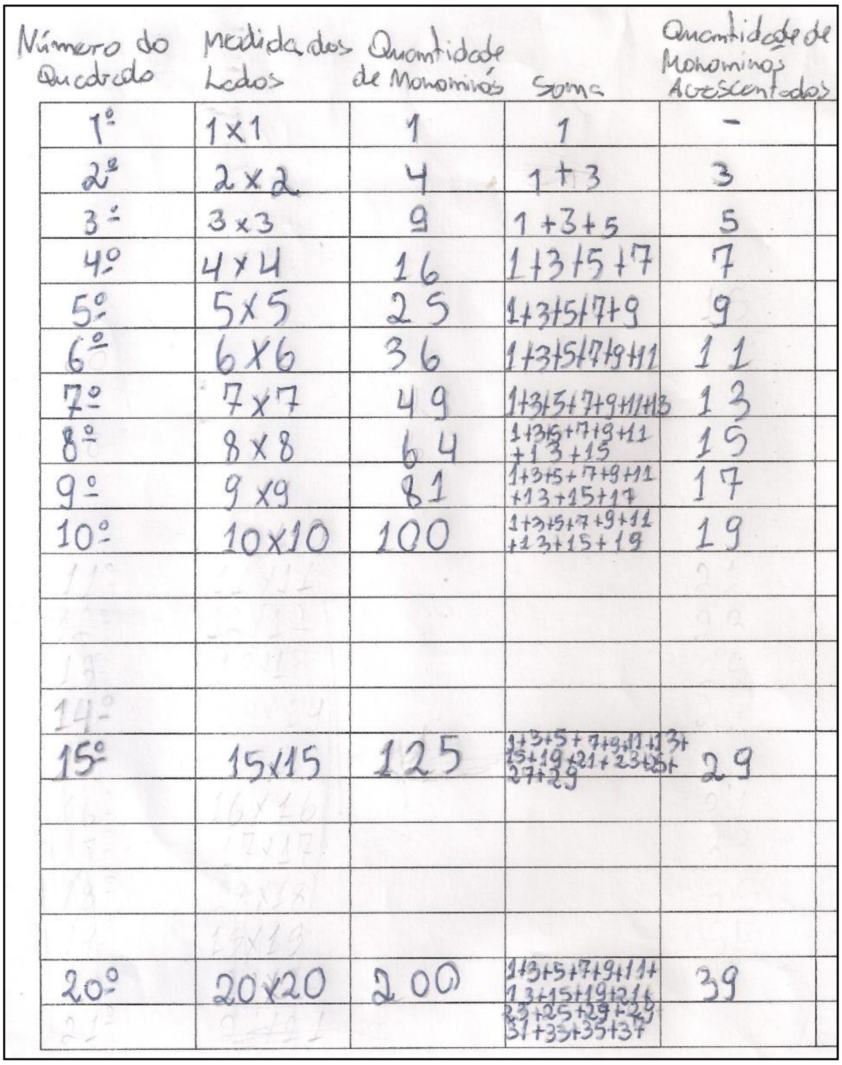


Figura 25: Resolução no papel milimetrado das duplas 7 e 4

Fonte: Arquivo pessoal

Podemos notar na figura 25 que uma das estratégias adotadas para destacar os acréscimos de Monominós durante a construção dos quadrados, foi sinalizar os acréscimos com caneta em cima dos quadradinhos (à esquerda); outra estratégia foi colorir com cores distintas os acréscimos.

Na sequência (figura 26), tem-se o registro de uma dupla na tabela:



Número do Quadrado	Medida dos Lados	Quantidade de Monominós	Soma	Quantidade de Monominos Acrescentados
1º	1x1	1	1	-
2º	2x2	4	1+3	3
3º	3x3	9	1+3+5	5
4º	4x4	16	1+3+5+7	7
5º	5x5	25	1+3+5+7+9	9
6º	6x6	36	1+3+5+7+9+11	11
7º	7x7	49	1+3+5+7+9+11+13	13
8º	8x8	64	1+3+5+7+9+11+13+15	15
9º	9x9	81	1+3+5+7+9+11+13+15+17	17
10º	10x10	100	1+3+5+7+9+11+13+15+19	19
14º				
15º	15x15	125	1+3+5+7+9+11+13+15+19+21+23+25+27+29	29
20º	20x20	200	1+3+5+7+9+11+13+15+19+21+23+25+29+29+31+33+35+37	39

Figura 26: Tabela preenchida pela dupla 4

Fonte: Arquivo pessoal

Ao observar a figura 26, percebe-se que para descobrir os valores referentes ao décimo quinto e ao vigésimo quadrado foram utilizadas as linhas da tabela como suporte (nota-se erros de multiplicação para cálculo de área para estes exemplos).

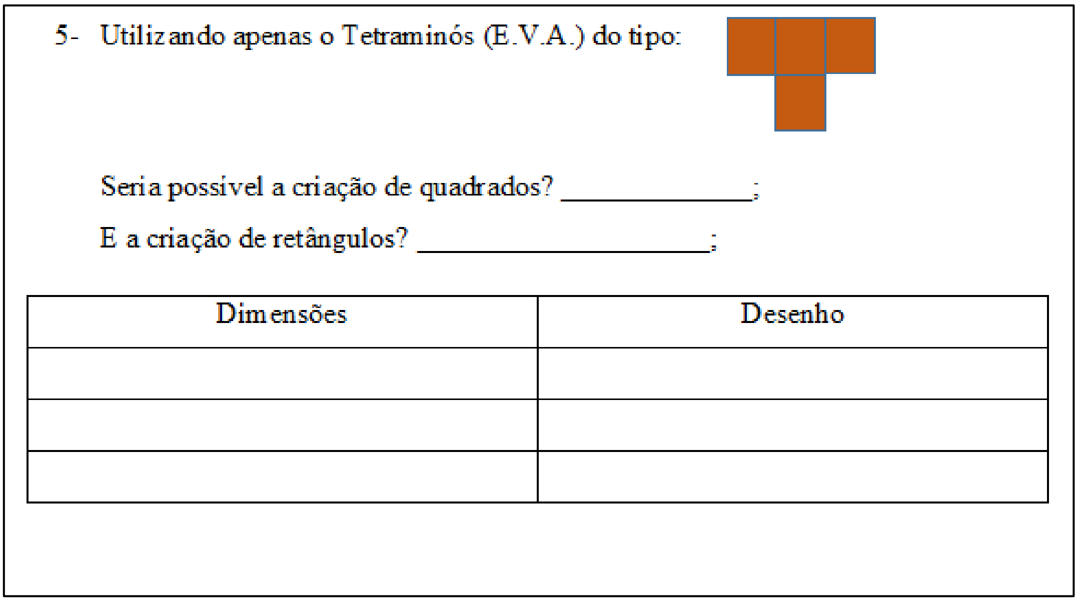
Em virtude da utilização da tabela nesta atividade, pode-se perceber por meio dos diálogos que alguns alunos passam a enxergar certos padrões mediante questionamentos levantados pela docente pesquisadora indo além do que estava sendo solicitado na tarefa. Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) desenvolvem a ideia de que no momento que estudamos determinado problema, “o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p.1).

5.3.3 Análise da produção dos alunos

A maioria das duplas conseguiram encontrar os seguintes padrões: a ordem do quadrado na tabela da atividade é igual ao valor de suas respectivas dimensões (exemplo: o quadrado da 5º posição possui dimensões $5\,u.c. \times 5\,u.c.$), assim como a sequência de números ímpares corresponde ao número de Monominós acrescentados em cada novo quadrado produzido; durante a discussão final foi descoberto com a participação da turma que a quantidade de parcelas é igual ao número de quadrados construídos ou a posição. Nas resoluções de alguns alunos foram verificados erros de multiplicação bem como erros de soma.

5.4 Atividade 5

Nesta atividade, com base no Tetraminó (T) em E.V.A., foi solicitado que os alunos verificassem se teria como construir quadrados ou retângulos e se for possível, quais as medidas dos lados.


5- Utilizando apenas o Tetraminós (E.V.A.) do tipo:

Seria possível a criação de quadrados? ______________;

E a criação de retângulos? _____________________;

Dimensões	Desenho

Figura 27: Atividade 5- Tetraminós

Fonte: Arquivo pessoal

Esta atividade foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa ocorreu a manipulação do material pelos estudantes e na segunda etapa o desenvolvimento da tarefa pelos alunos.

5.4.1 Primeira Etapa:

Foram distribuídos, um conjunto de 8 peças em E.V.A dos Tetraminós (de mesma cor) para cada uma das duplas, bem como a ficha de atividades. Ainda nesta fase foi permitido aos alunos manipularem o material, bem como a troca de algumas peças entre a duplas.

5.4.2 Segunda Etapa:

A turma construiu sem grandes dificuldades tantos os quadrados como os retângulos com os Poliminós e colocaram na tabela as medidas que encontraram, nomeando "quadrado" "retângulo" conforme a situação. Após, foi verificada as medidas encontradas em conjunto com a docente pesquisadora. A maioria da classe obteve as seguintes medidas: $4\,u.c. \times 4\,u.c.$, $4\,u.c. \times 8\,u.c.$, $8\,u.c. \times 8\,u.c.$ e $4\,u.c. \times 16\,u.c.$ durante suas explorações. Por causa destes valores encontrados alguns estudantes sugeriam a tabuada do 4.

Apesar de terem poucas peças de Tetraminós (T), durante a construção algumas duplas afirmaram que para construir quadrados ou retângulos maiores era preciso apenas arrastar os quadrados prontos para formar novos quadrados ou retângulos (utilizando-se da imaginação).

Aluno L: *Para construir outro quadrado era só juntar 4 destes quadrados de* 4×4 *que daria outro.*

Docente pesquisadora: *Quais seriam as medidas deste novo quadrado?*

Aluno L: *Se um lado mede 4 e acrescentarei mais 4 teria 8 e o outro lado seria igual, então seria* 8×8. *E para formar um retângulo maior é só acrescentar mais 2 quadrados de* 4×4 *do lado e teríamos* 8×12.

5.4.3 Análise da produção dos alunos

A maioria das duplas resolveu a tarefa solicitada sem grandes dificuldades. Os alunos encontraram maneiras de ampliar suas construções por abstração.

Algumas resoluções encontradas pelos estudantes da turma B33 utilizando Tetraminós:

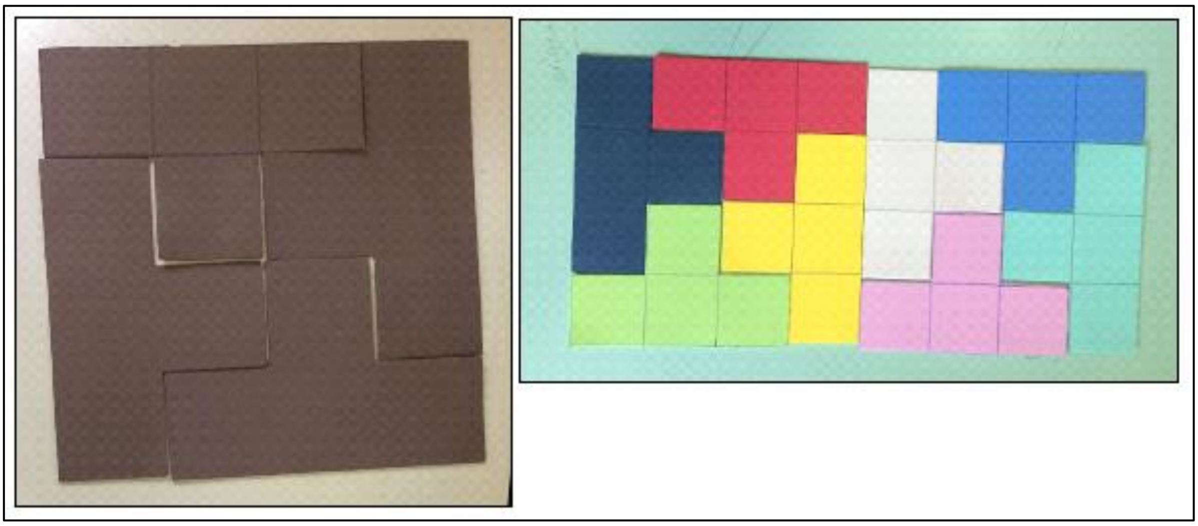


Figura 28: Construções utilizando Tetraminós produzidas pelos alunos

Fonte: Arquivo pessoal

5.5 Atividade 6

Esta atividade consistia em construir a partir dos 12 Pentaminós uma cerca em volta do maior campo retangular possível e calcular a área, bem como seu perímetro externo e interno.

6- Com todos os Pentaminós construa uma cerca em volta do maior campo retangular possível. Determine:

a- A área cercada pelas doze peças. $A =$ ____________

b- O perímetro interno da cerca. $Pi =$ ____________

c- O perímetro externo da cerca. $Pe =$ ____________

Figura 29: Atividade 6- Construir cercas com Pentaminós

Fonte: Arquivo pessoal

Esta atividade foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa ocorreu a manipulação do material pelos estudantes e na segunda etapa o desenvolvimento da tarefa pelos alunos.

5.5.1 Primeira Etapa:

Foram distribuídos, um conjunto de 12 peças em E.V.A dos Pentaminós (de mesma cor) para cada uma das duplas, bem como a ficha de atividade. Foi concebido tempo aos alunos para manipulação do material.

5.5.2 Segunda etapa:

Durante a resolução do quebra-cabeça, a turma estava bastante empolgada manipulando as peças. Os alunos entenderam de diferentes formas a atividade: pavimentar o plano em vez de construir a cerca com as peças, não utilizar todas as doze peças para construir a cerca e não manter as dimensões dos lados opostos iguais.

Para sanar as dúvidas, foi realizado um exemplo com a ajuda da professora titular no quadro com algumas pecinhas encaixando e formando um retângulo qualquer. Pode-se notar que entenderam a proposta e começaram a construir.

Devido as dificuldades encontradas anteriormente, foi apenas solicitado aos estudantes que construíssem retângulos empregando todos os Pentaminós, deixando em segundo plano a procura pela maior área retangular possível.

Menciona-se, como obstáculo, o fato de ser uma hora-aula para a realização desta tarefa, o que não permitiu grandes avanços. Para não perderem os dados (medidas dos lados dos retângulos encontrados pelos estudantes), foi solicitado que anotassem no caderno para poderem dar seguimento na próxima aula. A definição de perímetro, prevista pela professora pesquisadora, não chegou a ser trabalhada; foi apresentado somente um exemplo no quadro de como cercar um terreno com medidas quaisquer realizando a soma de todas as medidas dos lados com a turma.

Como o novo encontro de aula seria em apenas um período, foi elaborada pela docente pesquisadora uma tabela atrás da folha de respostas dos alunos, com intuito de agilizar a tarefa. Esta tabela continha alguns itens a serem completados tais como: medidas dos lados, medida da área encontrada, perímetro interno e perímetro externo.

No encontro seguinte, foi recapitulada a atividade com a turma e sugerido que completassem a tabela que se encontrava na parte de trás da folha de respostas, com os valores que haviam encontrado e que estavam anotados em seus respectivos cadernos.

Após, ao finalizarem as anotações para a folha, foi verificado que a maioria afirmava já ter finalizado a tarefa, então a turma foi questionada da seguinte maneira pela docente.

Docente pesquisadora: *Todos construíram os retângulos e descobriram suas respectivas medidas. E calcularam as suas devidas áreas como?*

Turma: *Fizemos um lado vezes o outro.*

Docente pesquisadora: *Certo e o que nos garante que é a maior área possível?*

A maioria da turma respondeu que não sabia. Para dar seguimento, foi apresentado uma das peças qualquer que eles estavam utilizando, sendo os alunos questionados pela docente pesquisadora.

Docente pesquisadora: *Existe alguma maneira ou modo de utilizarmos esta peça na construção para tornar o lado deste retângulo maior?*

Aluno B: *Basta usar o lado maior da peça.*

Professora: *E qual seria o lado maior desta figura (Y)?*

Aluno C: *Qualquer lado.*

Aluno B: *Não. Seria o lado que contém o maior número de Monominós. Nesta peça seria este lado.*

Apontando para o lado interno da peça que continha 3 Monominós.

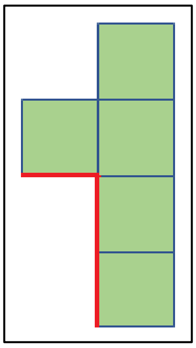


Figura 30: Indicação do Aluno A

Fonte: Arquivo pessoal

Professora: *Vocês concordam com os colegas?*

Aluno F: *Não. Seria este lado que posso contornar por 4 quadradinhos dessa peça.*

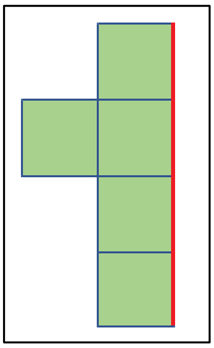


Figura 31: Indicação do Aluno C

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno indica a parte externa da peça, de maneira correta. Após a discussão os alunos retomam suas construções, buscando o maior campo retangular possível.

5.5.3 Análise da produção dos alunos

Pode ser observado, durante a aplicação desta atividade, que a maioria conseguiu encontrar áreas retangulares maiores das quais tinham encontrado primeiramente em suas explorações. Segue alguns valores encontrados pelas duplas: $5\,u.c. \times 11\,u.c.$, $10\,u.c. \times 6\,u.c.$, $6\,u.c. \times 11\,u.c.$ e $7\,u.c. \times 11\,u.c.$. Observa-se dificuldades pelas duplas em encontrar o perímetro externo em suas construções, apresentando erros de contagem e soma. Nesta atividade, observando posteriormente a experiência com os alunos, não se recomenda a exploração do perímetro externo devido as peças que constituem a cerca retangular possuírem preenchimento por pelo menos um quadrado, ou seja, elas possuem área, podendo resultar em confusão em relação as definições de perímetro e área para o aluno.

A resolução que encontrou a maior área foi a da dupla 4:

Figura 32: Produção da dupla 4
Fonte: Arquivo pessoal

Ao se observar a figura 32 podemos constatar que a maior área encontrada pela classe foi de 77 $u.a.$ do retângulo com dimensões 7 $u.c.\times$ 11 $u.c.$, não estando tão distante da resolução desejada de 90 $u.a$ do retângulo 9 $u.c.\times$ $10u.c.$.

A interação com os Poliminós no decorrer da prática pedagógica foi um elemento importante para o ensino de geometria. Abrantes (1999) afirma que ao utilizar-se da visualização e da intuição, assim como a manipulação de materiais, a geometria torna-se, porventura mais do que outro campo da Matemática, "especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares" (ABRANTES, 1999, p.3).

5.6 Conclusões dos resultados obtidos

Com base na análise dos dados, podemos fazer as seguintes conclusões:

- A partir da prática observou-se que houve apreciação do material pedagógico (Poliminós) pelos estudantes, pois houve grande participação dos alunos com as atividades propostas. Além disso, percebeu-se boa interação professor/aluno (exemplo: prestativos na organização da sala e das atividades) e aluno/aluno (exemplo: troca de peças do jogo entre as duplas). Isso intermediou acordos entre alunos e professor (exemplo: negociou-se em não considerar como peças novas as configurações que sofreram rotação e ou reflexão).

- Um ponto a se destacar seria a vantagem apresentada pelo material pedagógico frente ao software Polyomino Tiler no momento das construções dos Poliminós (exemplo: manipulação de quadrados em E.V.A. para construir as possíveis combinações de peças dos Poliminós).
- Devido ao caráter exploratório-investigativo, observou-se também nas atividades uma certa autonomia por parte dos estudantes (exemplo: construção das peças e pavimentação do plano - atividade 5), assim como ir além do que foi solicitado na tarefa proposta (exemplo: descobrir padrões com a utilização de tabelas).
- Os Poliminós abriram um leque de possibilidades para se trabalhar distintas áreas da matemática como por exemplo, a geometria com a álgebra (exemplo: descobrir padrões - atividade 4), o raciocínio combinatório (na construção de peças) e a geometria das formas e medidas (comprimento, superfície) e a visualização espacial.

5.7 Reflexões sobre o processo investigativo para uma docente pesquisadora

No decorrer das aulas com os alunos, foram encontradas dificuldades tanto pelos estudantes quanto pela docente pesquisadora, causando incertezas quanto ao rumo da pesquisa e desafios que faziam com que houvesse reflexões, modificações (na forma de agir da docente pesquisadora, na proposta de atividades) e tomadas de decisões. Pode-se listar algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos:

- Entender a proposta;
- Iniciar a atividade;
- Refletir antes de fazer solicitações a professora;
- Dar respostas que apresentem processos argumentativos e reflexivos, ou seja, não escrevendo suas ideias iniciais, muitas vezes anotando apenas a resposta final na ficha;
- Oferecer respostas sem o devido aprofundamento das questões, observou-se em alguns casos a preocupação dos alunos em estar certo ou errado quanto a resposta, bem como finalizar logo a atividade. Acredita-se que este tipo de comportamento se deve ao fato de ser o primeiro contato dos estudantes com este tipo de atividade.

Por parte da pesquisadora surgiram dificuldades de intervir (encontrar pistas sem conduzir e/ou fornecer a resposta), assim como direcionar a discussão (até que ponto ir).

Para a autora da presente pesquisa esta prática foi uma das mais difíceis de ser executada, pois como professora estava habituada com aulas das quais planeja a atividade e conduzia (instruía) no decorrer de todo o processo, sabendo por onde ir e exatamente em que ponto chegar (objetivos definidos). Este estudo proporcionou verificar o potencial que novas metodologias (acompanhadas ou não de material pedagógico) possam a vir oferecer, de modo a mobilizar o aluno na construção de seu próprio conhecimento.

Diante de toda análise realizada por meio de relatos e reflexões, buscou-se ampliar a compreensão a respeito da Investigação Matemática com a utilização dos Poliminós no processo de ensino de conceitos matemáticos. Podemos constatar que foram atingidos os objetivos do presente trabalho, perante as contribuições apresentadas no decorrer do processo, que este material pedagógico oferece quanto ao ensino de matemática, bem como para a construção de conceitos matemáticos (em especial, os relacionados à geometria).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> *[...] se você é uma criança, é curiosa pelo seu ambiente. Estará revirando pedras, arrancando folhas das árvores, pétalas de flores e observando. Estará fazendo coisas que criam desordem na vida dos adultos à sua volta. E os que os adultos fazem? Eles dizem: "Não arranque as pétalas da flor, gastei dinheiro nisso! Não brinque com isso, vai quebrar! Tudo é "não"!*
> *Passamos os primeiros anos ensinando a andar e falar e o resto da vida dizemos para sentarem e calarem a boca. Então, basta sairmos do caminho deles. E deixem coisas no meio deles que ajudem a explorar. Por que não deixar um par de binóculos por aí algum dia? Vão fazer todo o tipo de coisa. [...] (Neil deGrasse Tyson)*

Este estudo se propôs a investigar a utilização de Poliminós no ensino de conceitos matemáticos com alunos do sexto ano de Ensino Fundamental. No decorrer desta pesquisa foi possível constatar a importância de realizar atividades de cunho exploratório-investigativa utilizando-se os Poliminós (jogos de quebra-cabeça). Ao mesmo tempo, possibilitou divulgar este material pedagógico que é tão pouco conhecido tanto no meio acadêmico quanto nas escolas.

Ao longo deste estudo buscou-se responder como os Poliminós podem contribuir para o ensino de Matemática. E de que maneira os Poliminós podem mobilizar alunos do ensino fundamental para a construção de conceitos matemáticos.

Os Poliminós mostraram-se como um interessante material no ensino de matemática. Nesse sentido, torna-se importante sua utilização em sala de aula pelos discentes, não só pelo que foi abordado, como também considerando os resultados das pesquisas realizadas (como as de 2004 a 2015 abordadas neste trabalho).

Constatou-se que o uso dos Poliminós, além de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico, tornou o ensino de matemática em geral participativo, dinâmico e perceptível para o estudante, de maneira a potencializar a construção do conhecimento pelo aluno. Pode-se perceber, no decorrer das atividades, o desenvolvimento de algumas habilidades pelos alunos, tais como: organizar, analisar, investigar, planejar, refletir, argumentar e decidir. Além disso, o trabalho com Poliminós proporcionou o estudo de conteúdos geométricos devido a sua forma geométrica, bem como relacionar a geometria com outras áreas da matemática (álgebra e combinatória).

Este trabalho possibilitou a construção de um ambiente de interação entre docente/discente e discente/discente, reforçando o vínculo entre os participantes do processo. Assim, observou-se que a sala de aula constituía um espaço agradável aos alunos; ou seja, por meio da organização do ambiente, houveram momentos ricos em diálogos tanto entre os alunos, como entre aluno e professor. Proporcionando a criação de um espaço de ensino e construção do saber.

Com esse trabalho, pode-se compreender que o que importa na Investigação Matemática é o caminho percorrido pelo estudante durante todo o processo, independente do resultado final e que o aluno é protagonista de sua aprendizagem. Percebeu-se também que a metodologia de investigação requer organização e maleabilidade por parte do professor, de forma a compreender em que nível deverá ocorrer as intervenções, bem como a orientação das discussões.

Uma questão que apresentou ser um grande desafio para a autora foi quanto a condução durante as discussões em grupo ou em duplas, assim como nas intervenções durante o desenvolvimento das investigações. Este tipo de atividade, por ter um caráter aberto, acaba gerando certa insegurança, pois não há como prever todos os caminhos a serem explorados pelos discentes, e tão pouco a resposta. Em sua pequena experiência docente até antes desta atividade, era de conduzir e direcionar o aluno frente aos conteúdos trabalhados.

Além disso, investigou-se sobre os Jogos e sobre o uso de materiais manipulativos, em especial os Poliminós. Estudou-se suas vantagens e desvantagens quanto ao uso em sala de aula, quais são os passos necessários para a utilização desse material didático-pedagógico em atividades de ensino. Ressalta-se a importância de manter-se o aspecto lúdico, considerando a natureza do material, cujo objetivo, em geral, é a diversão. Além disso, de modo geral, observa-se que não é cabível simplesmente utilizar jogos como instrumento de ensino para qualquer conteúdo matemático que será abordado, sem um planejamento adequado.

Embora não seja uma tarefa simples para o professor aprender a ensinar de maneiras distintas, cabe aos profissionais da área da Educação Matemática buscar constantemente metodologias capazes de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno, despertando nele a curiosidade e o espírito investigativo. É importante que o professor lance mão de materiais pedagógicos que poderão proporcionar aos alunos interação de ideias e estímulo, sendo que simultaneamente promove o trabalho coletivo e colaborativo, visando tornar a matemática prazerosa e contextualizada para o aluno, pois o mesmo mergulha num universo onde suas ideias fazem sentido e errar faz parte do processo de construção do conhecimento.

7 REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. **Investigações em geometria na sala de aula**. Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: APM, 1999.

ALIATTI, C. **Matematicando: Um Curso de Extensão para Professores de Anos Iniciais.** Trabalho de Conclusão de Graduação de Licenciatura em Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2011.

ALVES, A. P. R. S., ALMEIDA, C. S., BRANDÃO, D. M. **A Sequência Fedathi no ensino de geometria: o uso dos Pentaminós.** Educación Matemática em las Américas Volumen 17: Talleres y minicursos. República Dominicana. P. 1-9, 2015. Disponível em: <http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol17TalleresMinis.pdf> Acesso em 07 de agosto de 2017.

BARBOSA, J. A.; GANDULFO, A. M. R. de. **Explorações geométricas lúdicas com Poliminós.** V.2, 2013- Actas del CIBEM ISSN2301-0797, 2011. Disponível em: <http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/828.pdf> Acesso: em 08 de ago. de 2017.

BARBOSA, R. M. **Brincadeiras, explorações e ações**. Série: O professor em ação. Conexões e Educação Matemática. 2ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

BARBOSA, R. M. **Sobre um especial Tetriamonde e sua aplicação como material pedagógico**. Disponível em: <http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/download/30/42> Acesso: em 02 de ago. de 2017.

BELINOVSKY, J.; FILLOS, L. M. **Poliminó como recurso didático no ensino de matemática no 6º ano do ensino fundamental.** Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO- Paraná, 2014. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_artigo_joselia_belinovski.pdf> Acesso em 07 de ago. de 2017.

BELINOVSKY, J. **Poliminó como recurso didático no ensino de matemática no 6º ano do ensino fundamental.** Produção Didático-Pedagógica Unidade Didática PDE-2014. Universidade Estadual do Centro-Oeste-UNICENTRO- Paraná. Irati, 2014. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_pdp_joselia_belinovski.pdf> Acesso em 16 de ago. de 2017.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação uma introdução à teoria e aos métodos.** Coleção Ciências da Educação, vol. 12. Porto Editora, 1994.

BRANDT, N. **Diferentes Modos de Compreender o Lúdico e suas Apropriações no Ensino de Matemática no Brasil.** Trabalho de Conclusão de Graduação de Licenciatura em Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2014.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série): Matemática**. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 24 de out. de 2017.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria.** Ministério de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2014. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/antoniomauricio/files/2017/11/0_Apresenta%C3%A7ao_pg001-072.pdf> Acesso em 18 de jan. de 2018.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.** In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIEGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. P. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

CORRADI, D. K. S. **Investigações matemáticas.** Revista da Educação Matemática da UFOP, Vol I, 2011 - XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística, 2011. Disponível em: <http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/viewFile/346/303>. Acesso em 13 de out. de 2017.

COSTA, A. P. da. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana.** Dissertação de Mestrado. Recife: Universidade Federal do Pernambuco, 2016.

COSTA, C. **Missão de professor. O papel do docente hoje é fazer parceria com seus alunos.** Revista Ensino Superior UNICAMP. 2015. Disponível em: <https://www.revistaensinosuperior.gr.unicamp.br/artigos/o-papel-do-docente-hoje-e-fazer-parceria-com-os-alunos> Acesso em 06 de mar. de 2018.

DALFOVO, M. S.; LANA, R. A.; SILVEIRA, A. **Métodos quantitativos e qualitativos: um resgate teórico.** Revista Interdisciplinar Científica Aplicada, Blumenau, v.2, n.4, p.01-13, Sem II. 2008. Disponível em: <https://www.slideshare.net/FranciscodeFreitas3/metodos-quantitativos-equalitativosumresgateteorico> Acesso em 10 de set. de 2017.

DARROZ, L. M.; ROSA, C. W. da.; GHIGGI, C. M. **Método tradicional X aprendizagem significativa: investigação na ação dos professores de física.** Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V5(1), pp. 70-85, 2015. Diponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID74/v5_n1_a2015.pdf> Acesso em 06 mar. de 2018.

FANTI, E. de L. C.; SILVA, A. F. da. **Matemática e Jogos no Ensino de Matemática.** II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Salvador, 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/M6.pdf> Acesso em 15 de ago. de 2017.

FRANCO, M. A. S. **Educação e pesquisa. Pedagogia da pesquisa- Ação.** São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a11v31n3.pdf >. Acesso em 04 de jul. de 2014.

FONSECA, H. BRUNHEIRA, L. PONTE. J. P. da. **As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática**. Encontro Nacional de Professores de Matemática – APM, 1999, p. 91-101. Lisboa: 1999.

FREITAS, M. T. M. **A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 2006.

FROEHLICH, P. T. **Estudando Geometria Através da Construção de Tabuleiros de Jogos.** Trabalho de Conclusão de Graduação. Porto Alegre, UFRGS, 2014.

GIORDANI, L. F.; RIBAS, R. P. **Jogos de Tabuleiros na Escola: desconstrução da hierarquia do olhar**. Porto Alegre: 2014. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/lobogames/wp-content/uploads/2015/07/artigo-Parafernalias-II-Curriculo-Cade-a-Poesia.pdf> Acesso em: 24 de out. de 2017.

GÖRGEN, A. C.; SILVA, E. B.; SANTOS, M. B. dos.; PORTANOVA, R. **Pentaminós, uma experiência enriquecedora**. Porto Alegre, v. 2, n. 1, 2009. Revista da Graduação. Porto Alegre, PUC-RS, 2009. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/5013/3706> Acesso em: 07 de ago. de 2017.

GRANDO, M. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese de Doutorado. Campinas, FE/UNICAMP, 2000.

LAMONATO, M. **Investigando Geometria: Aprendizagens de Professoras da Educação Infantil.** 245f. Dissertação de Mestrado. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos 2007.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** A Educação matemática em revista. N. 4, p. 3-13. Blumenau, jan/jul. 1995. Disponível em: <http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf> Acesso em 18 de jan. de 2018.

LORENZATO, S. **Quebra-cabeça só de quadrados**. Nova Escola, n. 112, p. 53. São Paulo, maio 1998.

MAIOR, E. S.; MELO C. C. **Os poliminós espaciais na inclusão sócio-ambiental.** LEMAT-UFPE, p. 1-8. Pernambuco. s.d.

MARQUES, M. de C. P.; PERIN, C. L.; SANTOS, E. dos. **Contribuição dos jogos matemáticos na aprendizagem dos alunos da 2º fase do 1º ciclo da Escola Estadual 19 de Maio de Alta Floresta-MT**. Refat - revista eletrônica, v.2, n.1. 2013. Disponível em: <http://faflor.com.br/revistas/refaf/index.php/refaf/article/view/92/html> Acesso em: 16 de fev. de 2018.

MIRANDA, S. **Prática pedagógica das séries iniciais: Do fascínio do jogo à alegria de aprender.** Dissertação de mestrado. Brasília, Universidade de Brasília-UnB, 2000.

MOTA, P. C. C. L. M. **Jogos no ensino da matemática.** Dissertação de mestrado. Porto: Universidade Portucalense Infante D. Henrique, 2009. Disponível em: <http://repositorio.uportu.pt/bitstream/11328/525/2/TMMAT%20108.pdf> Acesso em 28 de ago. de 2017.

PAIS, L. C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria.** 23ª Reunião anual da ANPED. Caxambu, 24 a 28 de setembro de 2000.

PEREIRA, C. C. M. **A Formação Matemática de Professores Polivalentes em Início de Carreira nos anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação de mestrado. Bragança Paulista, USF, 2012.

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Editora Autêntica. Belo Horizonte, 2005**.**

SEGURADO, I.; PONTE, J. P. da. **Concepções sobre a Matemática e trabalho investigativo.** Lisboa, 1998. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Segurado-Ponte%20(Quadrante).pdf> Acesso em 13 de out. de 2017.

RODRIGUES, C. R. F. **Potencialidades e possibilidades do ensino das transformações geométricas no ensino fundamental.** Dissertação de mestrado. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

ROSADA, A. M. C. **A importância dos jogos na educação matemática no ensino fundamental.** Monografia de Especialização. Medianeira, UTFP, 2013. Disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4224/1/MD_EDUMTE_2014_2_1.pdf> Acesso em 19 de fev. de 2018.

SANTOS, M. R. **Pavimentações do plano: um estudo com professores de matemática e arte.** Dissertação de mestrado. Presidente Prudente, Universidade Estadual Paulista, 2006.

SILVA, A. F. da,; KODOMA, H. M. Y. **Jogos no ensino da matemática.** Trabalho apresentado na II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Bahia, 2004. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Matiko.pdf >Acesso em 20 de jan. de 2018.

SILVA, A.; MARTINS, S. **Falar de matemática hoje é ...**. Millenium – Revista do ISPV: Instituto Superior Politécnico de Viseu, sem, n. 20, out de 2000. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/20_ect5.htm> acesso em: 20 de jan. de 2018.

SILVA, D. B. da. **Aprendizagem através da construção de jogos.** Trabalho de Conclusão de Graduação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

Solução das Atividades com Poliminós. Disponível em: <http://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/09/13SOLU%C3%87%C3%83O-DAS-ATIVIDADES-COM-POLIMIN%C3%93S.pdf> Acesso em 01 Jun. 2017.

SCHMITT, F. E. **Abordando a geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do ensino fundamental.** Dissertação de mestrado. Lajeado, Centro Universitário UNIVATES, 2015.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

TRINDADE, A. **Pense Matemática | Investigação Matemática por Ângela Trindade.** Vídeo. 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=lYeQ_8Fl-MI> Acesso em: 19 de fev. de 2018.

TYSON, Neil deGrisse. **Quer ensinar ciência aos filhos? Saia da Frente deles.** Vídeo. Disponível em:<https://www.youtube.com/watch?v=oAgl6KRx3Ug> Acesso em: 27 de fev. de 2018.

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Atividades:

1- No link: http://gfredericks.com/sandbox/polyominoes# faça e descubra quantas prováveis combinações poderemos ter nos seguintes Poliminós:

Obs.: A cada solução encontrada na construção salvar: PrintScreen→ Salvar Como e **após enviar o arquivo para o seguinte e-mail:** pathypsl@gmail.com**;**

a- Monominós:

b- Diminós:

c- Triminós:

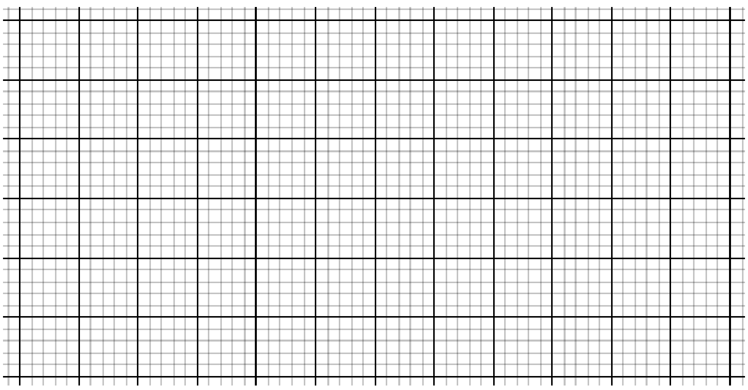
d- Tetraminós:

e- Pentaminós:

f- Poderíamos contabilizar as peças geradas por rotações e/ou reflexões nas configurações acima? ________ E por que? ____

2- Considerando os Poliminós encontrados, é possível termos alguma figura vazada (peça formada por um quadradinho com um furo no meio)? ____________;

a- Desenhe no papel milimetrado uma figura vazada.



b- Qual é o número mínimo de Monominós (quadradinhos)? __________________

3- Adaptação do livro Barbosa (2009, p.84) atividade 1. Utilizando Triminós não retos em E.V.A., construir retângulos com as seguintes medidas:

a- Retângulo $3u.c \times 2u.c.$;

b- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

c- Retângulo $3u.c. \times 4u.c.$;

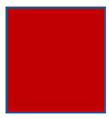
d- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

e- Retângulo $3u.c. \times 6u.c.$;

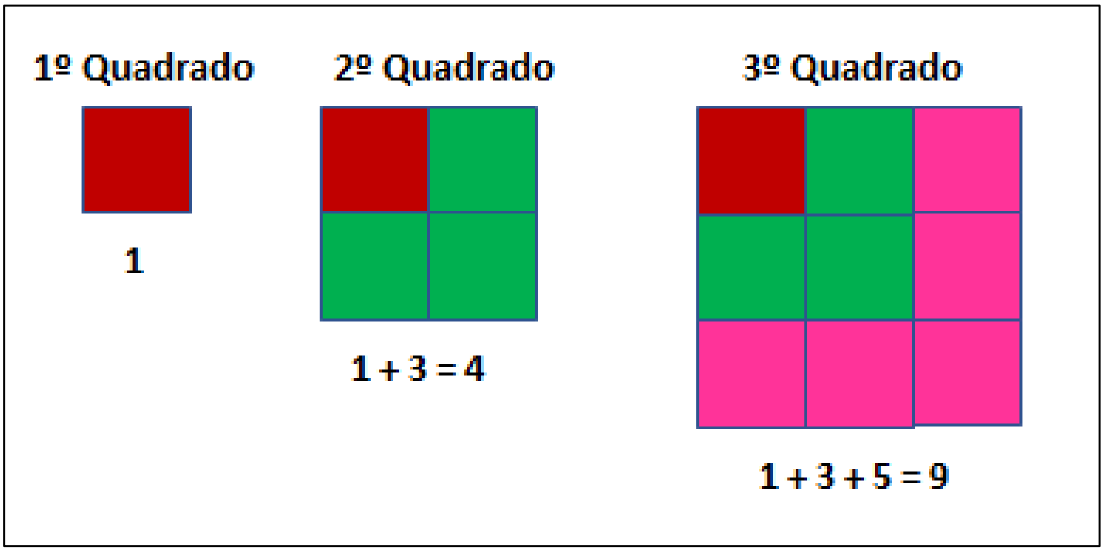
f- Quantos quadradinhos (Monominós) formam este retângulo? ________________

g- Teríamos como encontrar a quantidade de Monominós sem precisar conta-los? _____________ Explique como; ____ ____

4- No papel milimetrado e com lápis de cor, a partir do Monominó de lado 1 u.c. conforme abaixo:

1 u.c. 

Formamos outros quadrados, observe modelo abaixo:



Conforme o padrão. Resolva:

a- Do 1º quadrado para o 2º quadrado, quantos Monominós foram acrescentados?

____

b- Do 2º quadrado para o 3º quadrado quantos Monominós serão adicionados?

____

c- No 4º quadrado será acrescentado quantos Monominós a mais em relação ao 3º quadrado? ____

d- Observe que:

No 1º quadrado temos 1 Monominó.

No 2º quadrado temos $1 + 3 = 4$ Monominós.

No 3º quadrado temos ______________ = _______ Monominós.

No 4º quadrado temos ___________________ = ________ Monominós.

E no 7º quadrado temos__________________________ =______ Monominós.

O que podemos afirmar em relação a soma dos Monominós?

____

____

e- O 3º quadrado é formado por quantos Monominós? ________________ E o lado desta peça é composto por quantos Monominós? ________________________

f- O 4º quadrado será formado por quantos Monominós? ________________ E o lado desta peça será composto por quantos Monominós?

____

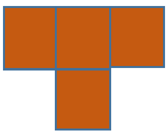
g- O 5º quadrado será formado por quantos Monominós? ________________ E o lado desta peça será composto por quantos Monominós?

____

h- Qual a relação entre a medida do lado e a quantidade de Monominós que compõem o quadrado? ____

____

5- Utilizando apenas o Tetraminós (E.V.A.) do tipo:



Seria possível a criação de quadrados? ____________;

E a criação de retângulos? ____________________;

Dimensões	Desenho

6- Adaptação do guia de Solução das Atividades com Poliminós- atividade 58, 2015. Com todos os Pentaminós construa uma cerca em volta do maior campo retangular possível, postar fotos das soluções encontradas no grupo do whatsapp. Determine:

a- A área cercada pelas doze peças. $A =$ _____________

b- O perímetro interno da cerca. $Pi =$ ____________

c- O perímetro externo da cerca. $Pe =$ ____________

7- Use a criatividade e elabore uma questão.

APÊNDICE B – CARTA DE APRESENTAÇÃO

Porto Alegre, de outubro de 2017.

Senhor(a) Diretor(a):

Vimos por meio deste apresentar a discente ______________________________________, regularmente matriculado(a) na disciplina de TCC 11895-U (2017/2) – Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática desta Universidade, e solicitar a permissão para que realize sua prática docente de pesquisa intitulada: USO DE POLIMINÓS NO ENSINO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS, em turmas de ensino fundamental de seu Estabelecimento de Ensino neste semestre.

Esclarecemos que a prática docente de pesquisa se constitui em 3 encontros de 2 horas- aula totalizando 6 horas-aula além de 2 encontros de duas horas-aula com observações das aulas de matemática. No primeiro encontro de prática do projeto será apresentado o material didático (Poliminós), bem como a construção e manipulação do mesmo; nos segundo e terceiro encontros serão entregues aos alunos fichas contendo atividades quanto à construção de retângulos com o uso dessas peças, objetivando formar cercas delimitando perímetro e área, dentre outras atividades.

Colocamo-nos inteiramente à disposição de seu estabelecimento de ensino para esclarecer dúvidas e fornecer informações. Desde já, agradecemos a oportunidade de formação que seu estabelecimento está possibilitando à nossa discente.

____

Leandra Anversa Fioreze (Professora Orientadora)
Departamento de Ensino e Currículo – UFRGS
e-mail: leandra.fioreze@gmail.com

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) _______________________________________, da turma B34, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Uso de Poliminós no Ensino de Conceitos Matemáticos**, desenvolvida pela aluna/pesquisadora Patrícia da Silva Lucas. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Professora Leandra Anversa Fioreze, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail leandra.fioreze@gmail.com.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro tendo a pesquisa objetivos estritamente acadêmicos. Fui informado(a) dos objetivos, que, em linhas gerais, são:

- A partir do desenvolvimento de um conjunto de ações intencionais em uma proposta de ensino e pesquisa, objetiva-se acompanhar, interpretar e compreender o provável processo de aprendizagem dos alunos com a utilização dos Poliminós;
- Analisar de que forma os alunos utilizam o recurso didático (Poliminós) visando a aprendizagem dos conceitos matemáticos construídos durante o processo; e investigar o potencial deste recurso, bem como quais suas contribuições para o ensino e aprendizagem de matemática.

Fui também esclarecido(a) de que o uso das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), não tendo sua identificação.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito, etc., bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço da UFRGS-FACED, situada na Avenida Paulo Gama s/n, Porto Alegre, ou pelo e-mail pathypsl@gmail.com

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura do Orientador da pesquisa: