

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Rebeca Ferreira da Costa de Castro

**CONSTRUÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS A PARTIR DE
REPRESENTAÇÕES PLANAS:**
uma prática com alunos do Ensino Médio

Porto Alegre

2017/02

Rebeca Ferreira da Costa de Castro

**CONSTRUÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS A PARTIR DE
REPRESENTAÇÕES PLANAS:**

uma prática com alunos do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação
apresentado ao Departamento de Matemática
Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, como requisito parcial para
obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Elisabete Zardo Búrigo

Porto Alegre

2017/02

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Dr. Rui Vicente Oppermann

Vice-reitor: Prof^a. Dra. Jane Fraga Tutikian

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

Diretor: Prof. Dr. Elismar da Rosa Oliveira

Vice-diretor: Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Chefe: Prof. Dr. João Batista da Paz Carvalho

Chefe Substituto: Prof. Dr. Evandro Mânica

COMISSÃO DE GRADUAÇÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA

Coordenador: Prof^a. Dr^a. Flávia Malta Branco

Coordenador Substituto: Prof. Dr. Dagoberto Adriano Pizzotto Justo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C355c Castro, Rebeca Ferreira da Costa de

Construção de figuras tridimensionais a partir de representações planas: uma prática com alunos do Ensino Médio / Rebeca Ferreira da Costa de Castro – 2017.

60 f.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Elisabete Zardo Búrigo

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática e Estatística, Curso de Licenciatura em Matemática, 2017.

1. Geometria espacial. 2. Habilidades espaciais.
3. Papercraft. 4. Planificações. 5. Ensino de Geometria. I. Búrigo, Elisabete Zardo. II. Título.

CDU 37.091.3:514

Ficha catalográfica elaborada por Gilberta Ferreira da Costa – CRB- 10/2458

Departamento de Matemática Pura e Aplicada

Av. Bento Gonçalves, 9500, Prédio 43-111, Bairro Agronomia

CEP: 91509-900 Caixa Postal: 15080 - Porto Alegre – RS

Telefone: (51) 3308-6189

E-mail: dmpa@mat.ufrgs.br

Rebeca Ferreira da Costa de Castro

**CONSTRUÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS A PARTIR DE
REPRESENTAÇÕES PLANAS:**

uma prática com alunos do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação
apresentado ao Departamento de Matemática
Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, como requisito parcial para
obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Examinado em: 11 de janeiro de 2018.

Banca examinadora

Prof.^a. Dra. Elisabete Zardo Búrigo - Orientadora
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana - Examinador
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof. Dr.^a. Andreia Dalcin - Examinador
Faculdade de Educação – UFRGS

Aprovado em: 11 de janeiro de 2018.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe Renata, às minhas irmãs Isadora e Beatriz, pelo apoio; à minha tia Gica; ao meu namorado Marcos; ao meu amigo Eduardo, que me apoiou ao longo do percurso e aos meus professores que me acompanharam nesta jornada e me fizeram acreditar que eu estava no caminho certo.

Um agradecimento especial para minha orientadora, a Professora Elisabete Zardo Búrigo, que aceitou e se dispôs a me orientar nesse projeto. Agradeço aos professores Andreia Dalcin e Alvino Alves Sant'Ana, por se disporem a participar deste momento como banca do Trabalho. Agradeço à Escola Técnica Estadual Parobé, à professora Júlia e aos alunos da turma 2M2, sem os quais este projeto não seria possível.

“Quando se tenta dominar algo, isto termina em falha ou sucesso. Mas é na tentativa em si, que você encontra o verdadeiro valor. Acredite em seu próprio poder e siga seu próprio caminho.”

Citação de Oki, personagem do jogo Okami

RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação que teve como objetivo verificar se, e como, a construção de figuras tridimensionais a partir de figuras planas pode auxiliar os alunos a desenvolverem habilidades espaciais, assim como verificar a relevância das habilidades espaciais no ensino de geometria. A pesquisa foi realizada com uma turma do segundo ano do Ensino Médio por meio do desenvolvimento de um projeto no qual os alunos deveriam construir figuras tridimensionais a partir de figuras planas, inspiradas em fotografias de animais, personagens fictícios e objetos do mundo real. Observando os resultados obtidos, foi possível perceber que os alunos desenvolveram habilidades de rotação mental e percepção espacial, por meio da resolução de problemas em que era exigida sua utilização.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Habilidades Espaciais. Papercraft. Planificações. Ensino de Geometria.

ABSTRACT

This paper presents a research aimed to verify whether, and how, the construction of three-dimensional figures from plane figures can assist students to develop spatial skills, as well as check the relevance of spatial skills in teaching of geometry. The survey was conducted with a class of the second year of high school through the development of a project in which students should construct three-dimensional figures from plane figures, inspired by photographs of animals, fictional characters and real-world objects. Observing the results obtained, it was possible to notice that students have developed mental rotation skills and spatial perception, through the resolution of problems where your use was required.

Keywords: Spatial Geometry. Spatial Abilities. Papercraft. Planifications. Geometry Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Ponto intersectado por retas | 17 |
| Figura 2 – Pássaro em malha poligonal..... | 20 |
| Figura 3 – Papercraft software..... | 21 |
| Figura 4 – Acervo de fotografias de animais..... | 23 |
| Figura 5 – Criação de “representação plana” de beija-flor..... | 24 |
| Figura 6 – Discrepância de “representação plana” de beija-flor | 24 |
| Figura 7 – Criação de “representação tridimensional” de beija-flor | 25 |
| Figura 8 – Pássaro geometrizado..... | 26 |
| Figura 9 – Representações do lobo pelos grupos C e D | 27 |
| Figura 10 – Descrição da representação plana do lobo | 28 |
| Figura 11 – Representações do coelho pelos grupos A e B..... | 29 |
| Figura 12 – Descrição da representação plana do coelho..... | 29 |
| Figura 13 – Modelo do gato | 31 |
| Figura 14 – Sólidos..... | 33 |
| Figura 15 – Icosaedro planificado | 34 |
| Figura 16 – Icosaedro | 34 |
| Figura 17 – Esquema de planificação de cilindros canônico..... | 35 |
| Figura 18 – Esquema de planificação de cilindros 1 | 35 |
| Figura 19 – Esquema de planificação de cilindros 2 | 35 |
| Figura 20 – Planificação de sólidos | 36 |
| Figura 21 – Produções dos alunos | 38 |
| Figura 22 – Chibiterasu | 38 |
| Figura 23 – Construção de cones..... | 41 |
| Figura 24 – “Les Demoiselles d'Avignon” de Picasso (1907) | 50 |
| Figura 25 – “Testa di Donna” de Emilio Pettoruti (1920)..... | 51 |
| Figura 26 – “Maisons à l'Estaque” de Georges Braque (1907) | 52 |
| Figura 27 – “La Femme aux Phlox” de Albert Gleizes (1910) | 53 |
| Figura 28 – “La sonate” de Marcel Duchamp (1911) | 54 |
| Figura 29 – Construção de felino | 55 |
| Figura 30 – Construções de peixes | 56 |
| Figura 31 – Construção de urso..... | 57 |
| Figura 32 – Construção de leão | 58 |
| Figura 33 – Construção de mago..... | 59 |

| | |
|---|----|
| Figura 34 – Construção de gato..... | 60 |
| Figura 35 – Construção de esquilo | 61 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1 – Texto sobre cubismo apresentado aos alunos como introdução ao projeto..... | 22 |
|---|----|

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO | 13 |
| 2 IMPORTÂNCIA DAS HABILIDADES ESPACIAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA | 15 |
| 3 APRESENTAÇÃO DA QUESTÃO E DO PROJETO | 19 |
| 4 PLANEJAMENTO..... | 22 |
| 5 RELATO | 26 |
| 5.1 Primeiro encontro..... | 26 |
| 5.2 Segundo encontro | 30 |
| 5.3 Terceiro encontro | 32 |
| 5.4 Quarto encontro..... | 33 |
| 5.5 Quinto encontro | 37 |
| 6 UM OLHAR SOBRE A EXPERIÊNCIA | 40 |
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 43 |
| REFERÊNCIAS | 45 |

1 INTRODUÇÃO

Ao longo do curso de Licenciatura em Matemática, tive bastante interesse pelas disciplinas de Geometria que cursei. Na disciplina de Geometria I, fui apresentada ao software Geogebra¹, e suas diversas possibilidades de criação me fizeram apreciar seu potencial como ferramenta de ensino e de aprendizagem.

Contudo, em minhas experiências em sala de aula do Ensino Fundamental e Médio, nos estágios de docência e nas disciplinas de Laboratório de Ensino-aprendizagem, pude observar que muitos alunos mostravam certa dificuldade com problemas referentes à geometria. Quando um sólido era representado no quadro-negro, muitos alunos tinham dificuldade de reproduzi-lo no caderno, ou não compreendiam qual figura aquela imagem deveria representar, pois nem sempre conseguiam imaginá-la como representação de uma figura tridimensional. Na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática II, pude observar que os prismas eram particularmente complicados para os alunos. Segundo eles, havia muitas linhas e não entendiam as convenções utilizadas, tais como o uso de linhas pontilhadas para representar as arestas não visíveis de um sólido visto por uma determinada perspectiva.

Viana (2012) afirma que existem muitas maneiras de se avaliar o conhecimento geométrico dos alunos. É muito comum se encontrar questões referentes à Geometria Espacial em avaliações governamentais de grande escala; contudo, essas avaliações fornecem poucas informações acerca do conhecimento dos alunos, pois nas questões de planificação, por exemplo, os alunos apenas são solicitados a escolher uma opção entre várias apresentadas, isto é, reconhecer a planificação de uma figura. Em investigação relatada pela autora, alunos de sexto e sétimo ano de uma escola da rede municipal de uma cidade de Minas Gerais realizaram uma atividade em que deveriam planificar algumas figuras geométricas apresentadas, nomeá-las e descrever suas propriedades. Os alunos mostraram um fraco desempenho, predominando as representações fracas ou incorretas.

Essas dificuldades parecem ser diretamente conectadas às habilidades espaciais, já que demonstram uma dificuldade dos alunos em relacionar representações planas às figuras geométricas que elas representavam. Lohman (1993) define essas habilidades como habilidade de transformar, gerar, reter e recuperar imagens visuais bem estruturadas. O autor

¹ Geogebra é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma interface gráfica unificada. GEOGEBRA. **Online**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>. Acesso em: 20 out. 2017.

considera que existem diversas habilidades espaciais, cada uma enfatizando uma parte distinta do processo de geração, recuperação, transformação e retenção de imagens.

Questionei-me se a construção de figuras tridimensionais a partir de figuras planas poderia auxiliar os alunos a desenvolverem habilidades espaciais. Para tal, elaborei um projeto que foi executado com uma turma de segundo ano do Ensino Médio, da Escola Técnica Estadual Parobé entre os dias quatro e vinte e cinco de novembro de 2016, durante as semanas finais do Estágio em Educação Matemática III; nesse projeto, os alunos deveriam criar objetos tridimensionais a partir de figuras planas, inspirados em imagens de animais e de objetos do mundo real.

No capítulo 2, vemos a importância das habilidades espaciais. O capítulo 3 apresenta a questão norteadora. No capítulo 4, discorremos sobre o planejamento da atividade. O capítulo 5 consiste nos relatos da atividade ao longo do desenvolvimento do projeto. No capítulo 6, temos um olhar sobre a experiência. O capítulo 7 apresenta nossas considerações finais sobre a atividade.

2 IMPORTÂNCIA DAS HABILIDADES ESPACIAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNs) (BRASIL, 2000) apresentam uma lista de expectativas para alunos do Ensino Médio no que tange ao ensino de Matemática. O documento destaca o valor formativo da matemática, seu valor como linguagem e ferramenta de uso diário. O conhecimento matemático é exigido para realizar diversas tarefas, tais como analisar gráficos ou mapas, ou analisar o corte de célula visto em um livro didático.

O documento destaca não a necessidade de o estudante conhecer métodos sofisticados para a resolução de problemas, mas sim, a capacidade de adaptar os conhecimentos que já possui para a resolução de problemas práticos.

Segundo os PCNs, um trabalho de geometria pode ser utilizado para que os alunos desenvolvam as habilidades de visualização, aplicação, desenho e argumentação para solucionar problemas, de modo que consigam representar e visualizar o mundo que o cerca por meio da utilização de seu conhecimento de formas e propriedades geométricas. Também, de acordo com o texto, tais competências são importantes para que os alunos compreendam e ampliem suas percepções do espaço para resolver problemas de áreas de conhecimentos diversas.

Voyer, Voyer e Bryden² (1995 *apud* BERNARDES, 2014), destacam que, como existe uma grande variação de testes utilizados em estudos psicométricos e não há padrões bem determinados para estes testes, não há uma definição universalmente aceita para as habilidades espaciais.

Segundo Viana (2005), para os psicólogos, “a habilidade espacial refere-se à capacidade do indivíduo em lidar com representações mentais visuais” (p. 25). Para a autora, o desempenho em geometria se relaciona com raciocínio espacial, as atitudes em relação à geometria e com o componente espacial da habilidade matemática. Por componente espacial, entende “o conjunto de habilidades envolvendo a percepção, a formação e a manipulação de imagens mentais relativas às figuras espaciais [...]” (*Ibid.*, p. xxxiii).

De acordo com Choi (2001), podemos compreender as habilidades espaciais como desdobradas em rotação mental, percepção espacial e visualização espacial. A primeira

² VOYER, Daniel; VOYER, Susan; BRYDEN, M. P. Magnitude of sex differences in spatial abilities: a meta-analysis and consideration of critical variables. **Psychological Bulletin**, California, v. 117, n. 2, p. 250-270, 1995. Bimestral.

consiste na habilidade de manipular objetos em três dimensões por meio de rotações, giros ou inversões; a segunda envolve determinar relações entre objetos no espaço, ainda que dispersos, a partir de informações visuais, enquanto a terceira consiste na habilidade de manipular problemas visuais imaginando a movimentação das partes pertencentes ao interior de uma determinada imagem.

O trabalho de Guzel e Sener (2009) aborda a importância das habilidades espaciais e criatividade no ensino e aprendizagem de geometria. Os autores têm como interesse a análise do potencial criativo em geometria de alunos com habilidades espaciais consideradas altas ou baixas. Segundo dados obtidos nas pesquisas dos autores com estudantes de Ensino Médio de uma escola da Turquia, o pensamento tridimensional dos estudantes auxiliou sua compreensão de figuras, símbolos, formas e tabelas, facilitando o entendimento de desenhos, informação apresentada de forma visual, e facilitando sua generalização. O estudo também parece indicar que os alunos têm uma maior facilidade de tentar abordagens distintas ou criativas no que tange à solução de problemas quando têm habilidades espaciais mais desenvolvidas.

Os autores citam que a falta da utilização de materiais visuais, assim como condições de ensino pobres ou outros obstáculos ao desenvolvimento destas habilidades, podem contribuir para a falta de interesse dos alunos em utilizar habilidades espaciais para a resolução de problemas. Sendo assim, um maior foco na utilização deste tipo de material poderia auxiliar a desenvolver estas habilidades, tendo como consequência uma melhoria do seu desempenho em matemática.

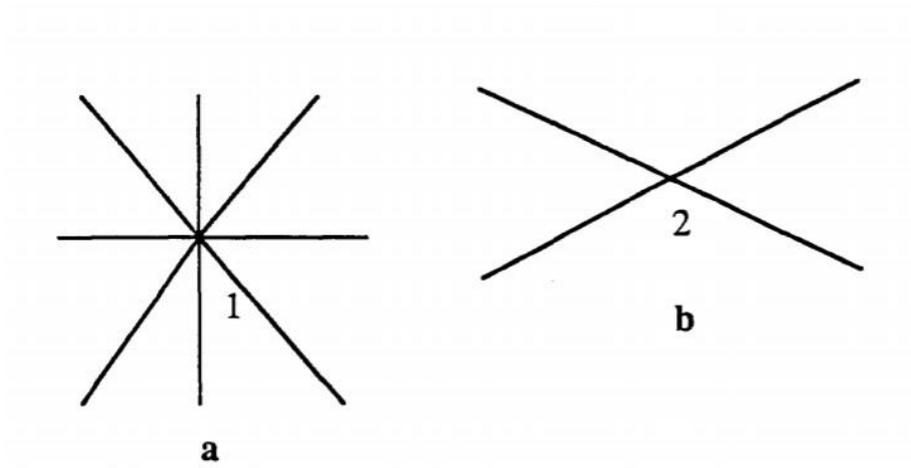
Silva, Joly e Prieto (2011) ressaltam a relação entre as habilidades espaciais e sua importância para o desempenho dos alunos no Ensino Médio, especialmente no que tange ao ensino de Matemática, Física e Geografia. Espera-se que os alunos consigam organizar e compreender modelos da realidade por meio da abstração de situações reais, que consigam efetuar estimativas e comparações de distâncias, e orientar-se no espaço, e também consigam utilizá-la para resolver problemas no estudo de geometria.

Muitos livros didáticos representam cortes de células e tecidos, e é necessário possuir habilidades espaciais para uma compreensão mais profunda da estrutura da célula, em aulas de biologia. Elas também são importantes no campo da medicina, pois o médico deve conseguir interpretar os resultados de um exame de raios-X, que apresenta imagens de cortes de estruturas como o cérebro. Como tal, o desenvolvimento das habilidades geométricas tem grande importância para o aprendizado dos alunos nas mais diversas disciplinas.

Fischbein (1993) considera que, quando trabalhamos com geometria, lidamos ao mesmo tempo com características conceituais, relacionadas a definições e propriedades genéricas das figuras, e com imagens mentais que são representações sensoriais de objetos. Quando precisamos manipular figuras para resolver determinados problemas, em geral não manipulamos a figura definida pelas suas propriedades, e sim modelos físicos ou gráficos dessa figura geométrica; imaginamos, por exemplo, um círculo com um traçado de uma determinada cor, e não o círculo ideal que não tem cor, nem peso, nem espessura.

Segundo o autor, quando confrontados com imagens tais como Figura 1, crianças podem afirmar, ao mesmo tempo, que pontos não possuem dimensão, e ainda assim crer que determinado ponto é maior do que outro, por ser a intersecção de um número maior de linhas. Sendo assim, embora o aluno possua o conhecimento do conceito de ponto como entidade sem dimensão, massa ou peso, ele mobiliza uma imagem mental que não coincide com esse conceito.

Figura 1– Ponto intersectado por retas



Fonte: Fischbein (1993, p. 146).

Na atividade cognitiva dos indivíduos, conceitos e imagem interagem às vezes de modo cooperativo e às vezes de modo conflitivo. Um dos principais objetivos da educação matemática, no campo da geometria, deveria ser buscar a estrita cooperação entre essas duas dimensões, até sua fusão em objetos mentais unitários, que o autor descreve como “conceitos figurativos”. Esse processo inclui o desenvolvimento de várias habilidades, como a habilidade de operar mentalmente, ao mesmo tempo, com elementos conceituais e figurais das figuras (FISCHBEIN, 1993).

Apesar de não haver um consenso em torno das definições de habilidades espaciais, está claro que diversos autores a consideram uma parte integrante do ensino e aprendizado de

matemática. Desta forma, seu desenvolvimento por meio de atividades dentro de um ambiente de sala de aula torna-se interessante, graças a sua importância para o aprendizado de geometria, assim como para interpretar situações que se valham de representações geométricas, cuja compreensão depende da utilização destas habilidades.

3 APRESENTAÇÃO DA QUESTÃO E DO PROJETO

Para Viana (2015), a desenvoltura de trabalhar com geometria se deve a diversos fatores, tais como a capacidade de manipular os sólidos geométricos mentalmente, fazendo rotações e translações mentais de modo a examinar suas características.

A autora desenvolveu uma pesquisa realizada com alunos do 9º ano do ensino fundamental e da 3ª série do Ensino Médio de escolas públicas de cidades situadas na região do Pontal de Minas Gerais. Nela, os alunos foram solicitados, a partir dos desenhos em perspectiva de um paralelepípedo, uma pirâmide de base quadrada, um prisma regular de base hexagonal, um prisma pentagonal não regular, cilindro e cone, a desenhar suas planificações. Os resultados mostraram um fraco desempenho; as figuras com os melhores resultados foram o paralelepípedo e a pirâmide.

Em pesquisa anterior, realizada com 147 alunos de sexto e sétimo ano de uma escola da rede municipal de uma cidade de Minas Gerais, Viana (2012) identificou a predominância de planificações consideradas fracas ou incorretas. Além disso, mesmo nos casos de planificações que poderiam ser classificadas como boas ou regulares, muitas vezes não sabiam sequer nomeá-las. O paralelepípedo e a pirâmide receberam nomeação incorreta em mais de oitenta por cento dos casos analisados, e a utilização de termos como “comprido”, ou “tem dois quadrados” (*Ibid.*, p. 13) para descrever as figuras parece indicar uma falta de conhecimento referente às propriedades geométricas dos sólidos em questão. A autora conclui que o aprendizado escolar pouco contribui para o desempenho dos alunos.

Questionava-me se o trabalho com figuras sólidas pode ser utilizado para tentar superar esta dificuldade, visto que a manipulação manual dos sólidos geométricos permite que o aluno visualize suas faces, arestas e relações de forma física. Portanto, queria saber: “A construção de figuras tridimensionais a partir de figuras planas pode auxiliar os alunos a desenvolverem habilidades espaciais?”.

Para tal, decidi realizar um projeto com alunos de Ensino Médio em que os alunos trabalhariam com a construção de figuras tridimensionais como representações de imagens escolhidas previamente. Ao longo do desenvolvimento do projeto, o intuito era verificar quais seriam as estratégias e métodos de resolução dos alunos para construir as figuras e buscar identificar os tipos de conhecimentos e habilidades desenvolvidos ao longo do processo.

De maneira resumida, a tarefa consistiria em: escolha de imagens a serem representadas; criação de representação plana dessas imagens; criação da representação

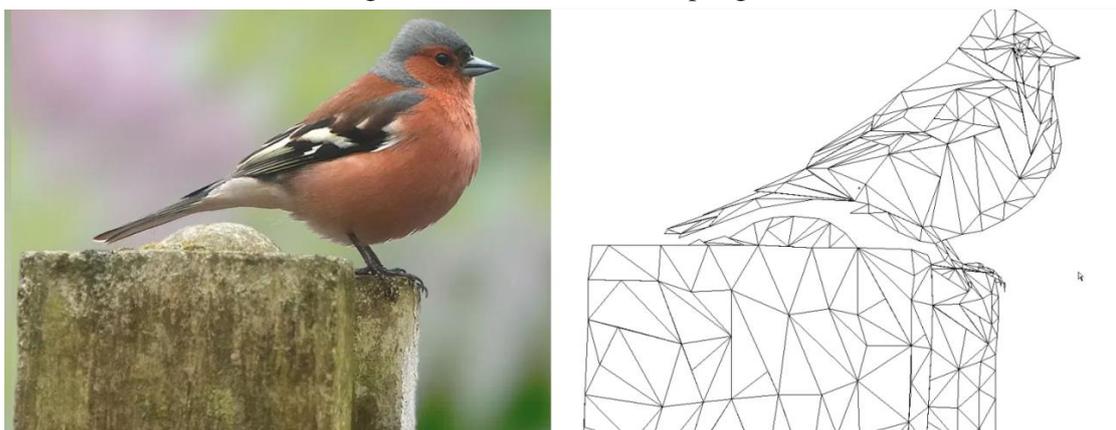
espacial das imagens; criação da representação espacial das imagens e planificação da representação; montagem e finalização dos trabalhos.

Questionei-me se os alunos iriam tentar construir blocos poliédricos e encaixá-los, tentando depois eliminar as estruturas ocultas no seu interior. Fariam desenhos a mão livre, criando as abstrações conforme as ideias surgissem, ou pensando em quais as possíveis formas que poderiam ser utilizadas e escolheriam suas figuras a partir daí? Iriam separar a figura em peças e trabalhar em cada uma de forma individualizada ou tentar criar a planificação como um todo? Não era possível determinar de que maneira os alunos fariam a planificação.

Segundo Ogborn³ (1997, *apud* GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 12): “Quando se constroem modelos começa-se a pensar matematicamente. A análise de um modelo matemático pode levar a compreensão de conceitos profundos [...]. A criação de modelos é o início do pensamento puramente teórico acerca do funcionamento das coisas.”. Concordando com o autor, acreditei que os modelos que os alunos utilizariam para criar suas construções poderiam auxiliar sua compreensão de conceitos geométricos.

O trabalho com softwares que realizam modelagem em três dimensões permitiria a criação de objetos dos mais diversos tipos, que poderiam ser posteriormente transformados em malhas poligonais, como temos na Figura 2.

Figura 2 – Pássaro em malha poligonal



Fonte: Tutorial – Low Poly no Illustrator, 2017. Disponível em: <<http://designculture.com.br/tutorial-low-poly-no-illustrator>>. Acesso em: 13 set. 2016

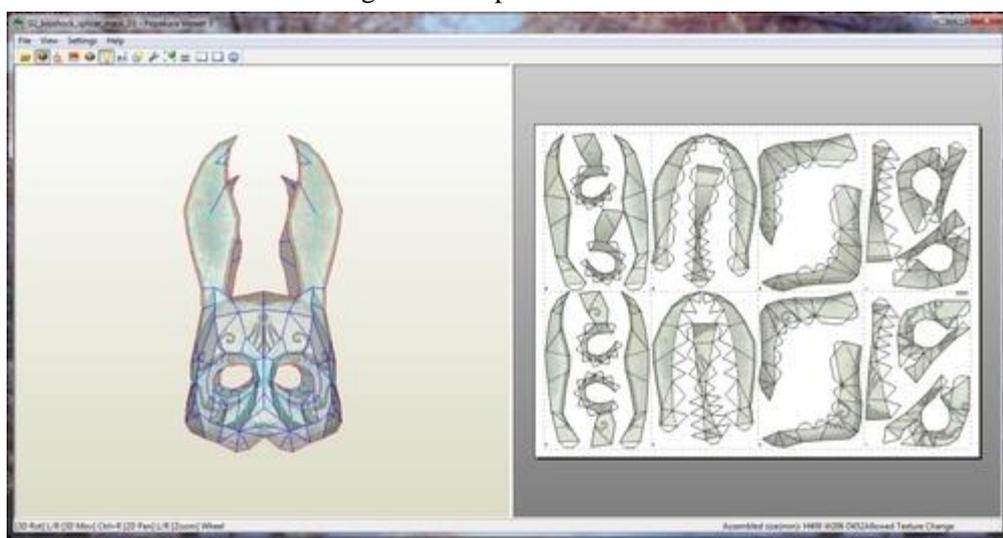
Programas como Pepakura Designer⁴ permitem que objetos modelados em três dimensões sejam convertidos em malhas deste gênero, e que estas malhas sejam tratadas e

³ OGBORN, Jon. Modeling Clay for Thinking and Learning, pre-print. 1997

⁴ Aplicativo do Windows que cria planificações a partir de modelos 3D. Disponível em: <<http://www.tamasoft.co.jp/pepakura-en/index.html>>. Acesso em: 16 abr. 2016.

transformadas em uma planificação, como podemos ver na Figura 3, cuja montagem manual se tornaria possível com maior ou menor grau de dificuldade. Ao invés de utilizar um software para automatizarmos o processo, tinha como objetivo a criação manual destas representações.

Figura 3 – Papercraft software



Fonte: A Beginner's Guide to Pepakura, 2017. Disponível em:
<<https://ohicosplay.tumblr.com/post/63666176778/a-beginners-guide-to-pepakura>>. Acesso em: 28 set. 2017

Utilizando figuras poliédricas, cones e cilindros como blocos de construção, podemos criar composições que se assemelhem a um objeto ou personagem. Partindo destas estruturas, para efetuar sua construção de forma material, podemos planificar os sólidos que compõem a figura e empilhá-los, ou tentar determinar uma planificação para o novo sólido. Neste caso, podemos omitir elementos das planificações dos sólidos originais, que não são mais de presença obrigatória na nova planificação. A figura construída seria então um modelo de papercraft, um objeto tridimensional feito com papel, tesoura e cola.

O próximo capítulo apresenta o planejamento do trabalho que foi desenvolvido com os alunos.

4 PLANEJAMENTO

O projeto foi planejado para ser desenvolvido durante estágio de docência realizado na Escola Técnica Estadual Parobé, entre os dias quatro e vinte e cinco de novembro de 2016, com uma turma de segundo ano do Ensino Médio, nos períodos disponibilizados pela escola. Desse modo, foi organizado em cinco momentos distintos, nos quais os alunos deveriam efetuar uma série de atividades. Durante o desenvolvimento do trabalho, os alunos poderiam utilizar cartolina, folha de ofício, régua, tesoura, recortes de figuras (por exemplo, fotos de revistas), cola, fita adesiva e grampos.

Em um primeiro momento, as obras de arte cubistas presentes no Anexo A seriam apresentadas aos alunos, escolhidas devido à influência geométrica fortemente presente nessas obras. Para uma conversa acerca do cubismo e do seu enfoque na geometrização de figuras por meio da utilização de linhas retas, seria utilizado o texto presente no Quadro 1.

Quadro 1 – Texto sobre cubismo apresentado aos alunos como introdução ao projeto

REPRESENTAÇÕES PLANAS DE POLIEDROS NO MEIO ARTÍSTICO

O cubismo surgiu por volta do século XX na Europa, revolucionando a maneira como a pintura e escultura eram feitas. Embora o movimento tenha sido iniciado por Braque e Picasso, e apoiado por diversos artistas, a influência que iniciou este estilo foram os quadros do francês Cézanne e suas representações tridimensionais em seus quadros finais, muito diferentes das formas orgânicas e fluidas do impressionismo.

Como movimento artístico, o cubismo tinha como linha a análise e desmonte de objetos, que eram retratados utilizando-se formas mais simples e cores vívidas, em uma abstração de suas formas originais. A transformação de objetos em figuras que possam ser planificadas pode tomar muitas influências do cubismo. A simplificação das formas, aproximando curvas complexas em linhas mais simples, segue muitas das linhas deste movimento artístico.

Estas abstrações podem seguir uma linha mais surreal, onde as formas são simplificadas aos seus extremos, com caracterizações estilizadas, de aparência mais cúbica. As formas são simplificadas a extremos com utilização de linhas retas e limites bem demarcados. Ao contrário, também podemos obter uma representação com grau de acuracidade surpreendentemente grande, em que um número infundável de regiões poligonais é utilizado para criar a ilusão de curvas e uma aparência mais orgânica, utilizando apenas linhas retas.

Referências

REWALD, Sabine. **Cubism**. New York: Department of modern and contemporary art, The Metropolitan Museum of Art, 2014. Disponível em: <http://www.metmuseum.org/toah/hd/cube/hd_cube.htm>. Acesso em: 13 set. 2016.

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

Na próxima atividade, os alunos deveriam escolher a imagem de um animal com a qual deveriam trabalhar, a partir de um acervo que apresentava uma variedade de opções, como vemos na Figura 4.

Figura 4 – Acervo de fotografias de animais



Fonte: Organizado pela autora⁵, 2016.

Tendo escolhido a imagem do acervo, os alunos deveriam utilizar figuras geométricas para obter uma aproximação por meio de um mosaico de polígonos e círculos, que chamaremos de **representação plana**, conforme o exemplo representado na Figura 5.

⁵ Figuras disponíveis em:

COELHO: <http://wallpapers-best.com/uploads/posts/2015-10/27_rabbit.jpg>

ESQUILO: <<http://topanimalcute.org/wp-content/uploads/2017/02/download-wallpaper-2048x1152-squirrel-white-background-animal-hd-animal-white-background-615x325.jpg>>

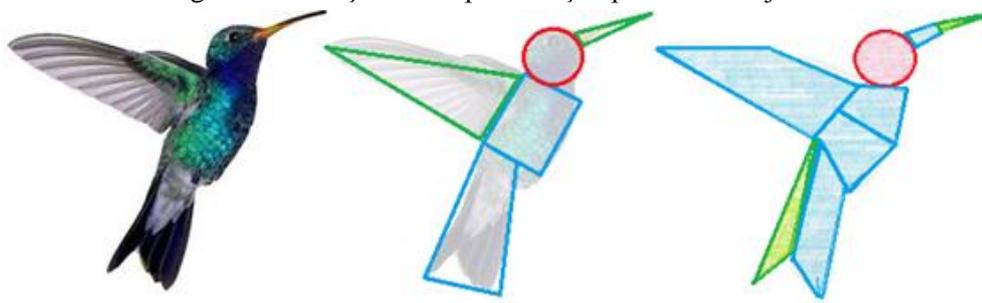
LEÃO: <<http://paleodiet.co.uk/beginners-guide-to-the-paleo-diet/>>

LOBO: <https://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/124564/99672713/stock-photo-wolf-isolated-over-white-background-with-shade-99672713.jpg>

RAPOSA: <<http://keywordsuggest.org/gallery/722241.html>>

TIGRE: <<https://www.fnac.pt/Tigre-Branco-Animais-Selvagens-Figuras-e-Estatuetas-Animais/a729706>>

Figura 5 – Criação de “representação plana” de beija-flor



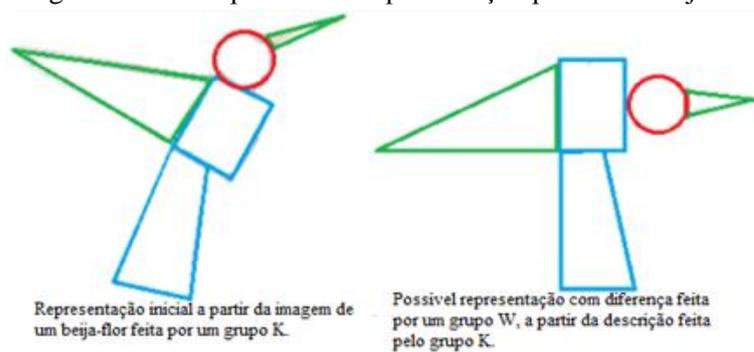
Fonte: Acervo da autora, 2016.

Após terem efetuado a transformação da imagem em uma figura constituída por formas poligonais e circunferências, tal como nas obras de arte cubistas, os alunos seriam orientados a descrever verbalmente e por escrito, de forma mais detalhada possível, como procederam para transformar a imagem em sua **representação plana**. As imagens originais seriam recolhidas, e as descrições verbais distribuídas aleatoriamente entre os alunos, para poderem efetuar, a partir delas, a recriação da representação. Os alunos desenhariam a figura descrita pelos colegas, tentando ser tão fiéis à descrição quanto possível, e anotando as dificuldades que surgissem no momento de reproduzir a figura, tais como dados ambíguos na descrição.

Feito esse exercício, as representações deveriam ser comparadas com as figuras originais, e com a **representação plana** esboçada pelos colegas que descreveram a imagem inicialmente. Os alunos observariam quão próximas suas representações ficaram da representação inicial, e tentariam explicar o motivo de qualquer diferença que surgisse entre as imagens representadas, caso houvesse.

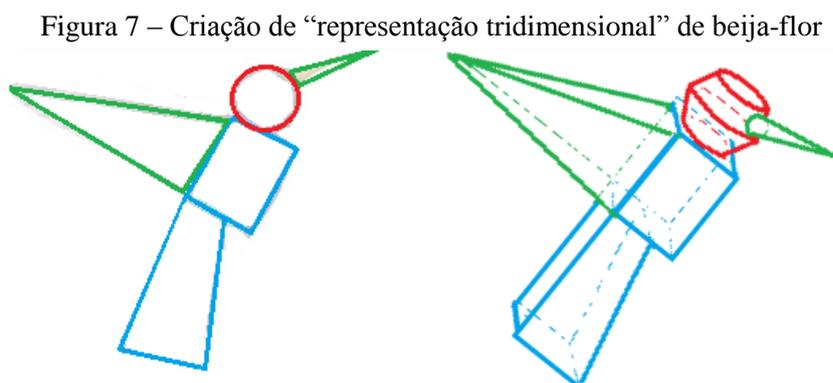
Depois desta atividade, com o auxílio da **representação plana** inicial, os alunos tentariam corrigir as descrições feitas inicialmente pelos colegas, levando em conta os elementos discrepantes entre as figuras, como podemos ver na Figura 6.

Figura 6 – Discrepância de “representação plana” de beija-flor



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Após o término desta atividade, os alunos deveriam analisar uma imagem de escolha própria, tentando imaginar a figura como uma imagem tridimensional. Feito isto, ao invés de criar uma *representação plana* para a imagem utilizando círculos e polígonos, a orientação seria de utilizar poliedros para tentar criar uma *representação tridimensional* da imagem, representada pela Figura 7.



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Os estudantes deveriam utilizar o período da aula para desenhar projetos para seu modelo, efetuando medições, e testando possíveis moldes de planificações, conforme surgisse a necessidade, até a montagem dos modelos finais, utilizando cartolina e os materiais disponíveis para a construção da figura. Desta forma, o desenho da representação tridimensional feita no papel, semelhante às representações cubistas presentes nas obras de arte observadas, seria transposto para o mundo material por meio de uma escultura de cartolina, criando um papercraft, uma construção tridimensional de papel.

Para responder à questão “A construção de figuras tridimensionais a partir de figuras planas pode auxiliar os alunos a desenvolverem habilidades espaciais?”, procurei seguir os passos da pesquisa qualitativa, como propõem Bogdan e Biklen (1994), registrando todas as etapas do projeto de modo tão detalhado quanto possível.

O registro das informações a serem analisadas foi efetuado por meio de fotografias dos objetos produzidos pelos alunos, e da digitalização de desenhos e esquemas utilizados nessa produção. Os grupos de alunos são identificados, no texto, por meio do uso de letras. Foram coletados termos de consentimento dos alunos e da escola, autorizando a realização da pesquisa e utilização dos dados. Os modelos dos termos estão presentes no Apêndice B.

5 RELATO

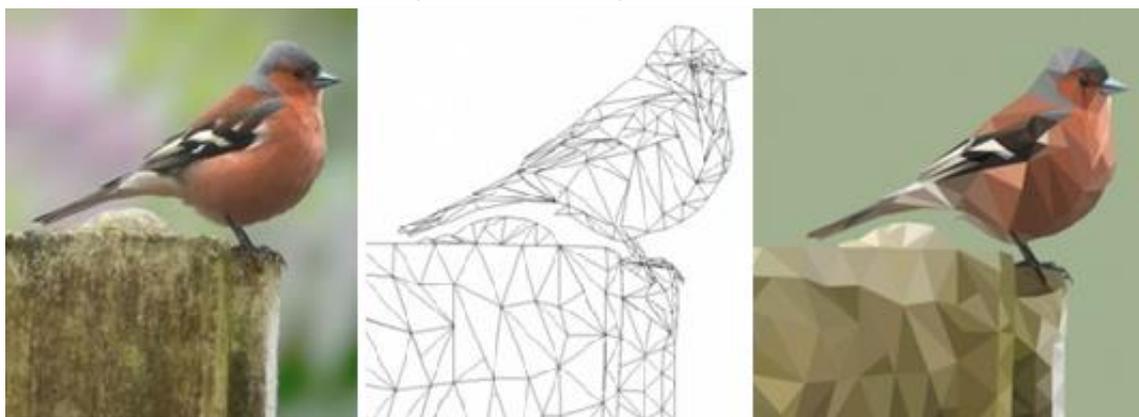
O projeto foi desenvolvido na Escola Técnica Estadual Parobé, com a turma 2M2, de 24 alunos, do segundo ano do Ensino Médio, entre os dias quatro e vinte e cinco de novembro de 2016, durante as semanas finais do Estágio em Educação Matemática III, no segundo semestre letivo da escola.

Após o desenvolvimento das aulas ao longo do semestre, em que haviam sido trabalhados área e perímetro de figuras planas, relações entre elementos geométricos (ponto, reta e plano), poliedros convexos e não convexos, volume e área de superfície, assim como corpos redondos, os alunos se mostraram bastante interessados quando propus o projeto, no qual deveriam trabalhar com diversas figuras geométricas e planificações para criar seus papercrafts.

5.1 Primeiro encontro

No primeiro encontro, efetuei junto aos alunos uma leitura breve do texto presente no Apêndice A, falando sobre o cubismo e suas características. Para exemplificar melhor essa caracterização, distribuí algumas imagens para circularem na sala, de quadros de artistas com forte influência geométrica.

Figura 8 – Pássaro geometrizado



Fonte: Tutorial – Low Poly no Illustrator, 2016. Disponível em: <<http://designculture.com.br/tutorial-low-poly-no-illustrator>> Acesso em: 13 set. 2016

Os alunos apreciaram bastante as imagens, e ficaram surpresos ao observar que, com a utilização de um número suficientemente grande de linhas retas, suas geometrizações poderiam ficar muito próximas à realidade, como ilustra a Figura 8. Contudo, os alunos não demonstraram grande interesse em debater o texto, preferindo dar prosseguimento à atividade.

Solicitei que os alunos se dividissem em grupos com até cinco integrantes, e foram fornecidas imagens de animais para que cada grupo escolhesse uma delas, para tentar geometrizar-las. As figuras (apresentadas na Figura 4) eram as de um lobo, um coelho, uma raposa, um esquilo, um leão e um tigre, e foram selecionadas por suas características bem distintas.

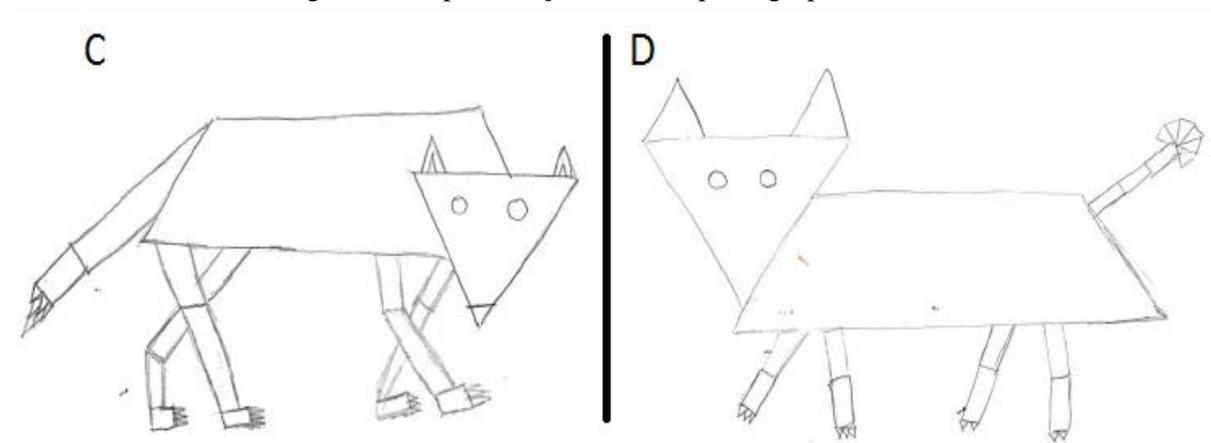
Escolhidas as imagens, iniciou-se o momento em que os alunos deveriam geometrizar as imagens, utilizando composições de figuras planas simples, tais como círculos, quadrados, retângulos e triângulos. Os alunos não mostraram dificuldades nessa etapa, mas tiveram muitas dificuldades, na etapa seguinte, para descrever verbalmente sua construção.

Muitos alunos não sabiam o nome correto das figuras geométricas. Assim, embora conseguissem produzir as figuras geometrizadas, não sabiam como descrevê-las com clareza. Esse foi um dos motivos para a produção de representações discrepantes quando um grupo tentou desenhar a figura produzida inicialmente e descrita pelo outro. Inicialmente, um grupo fazia a representação plana de uma figura, e após isso, descrevia verbalmente, por escrito, o procedimento utilizado para fazer essa representação.

Após isso, cada grupo recebia uma descrição de representação plana feita por um grupo diferente, e tentava reproduzir a figura apenas por meio da leitura e repetição dos procedimentos descritos. Como as descrições eram frequentemente curtas, as réplicas baseadas nas descrições acabavam sendo mais simplificadas, já que nem sempre os elementos presentes na figura original estavam bem detalhados nas descrições.

Isto gerou situações em que a imagem reproduzida baseada na descrição apresentasse elementos espelhados, tais como aconteceu com o Grupo D, que desenhou o lobo baseado nas descrições feitas pelo Grupo C, como podemos observar na Figura 9.

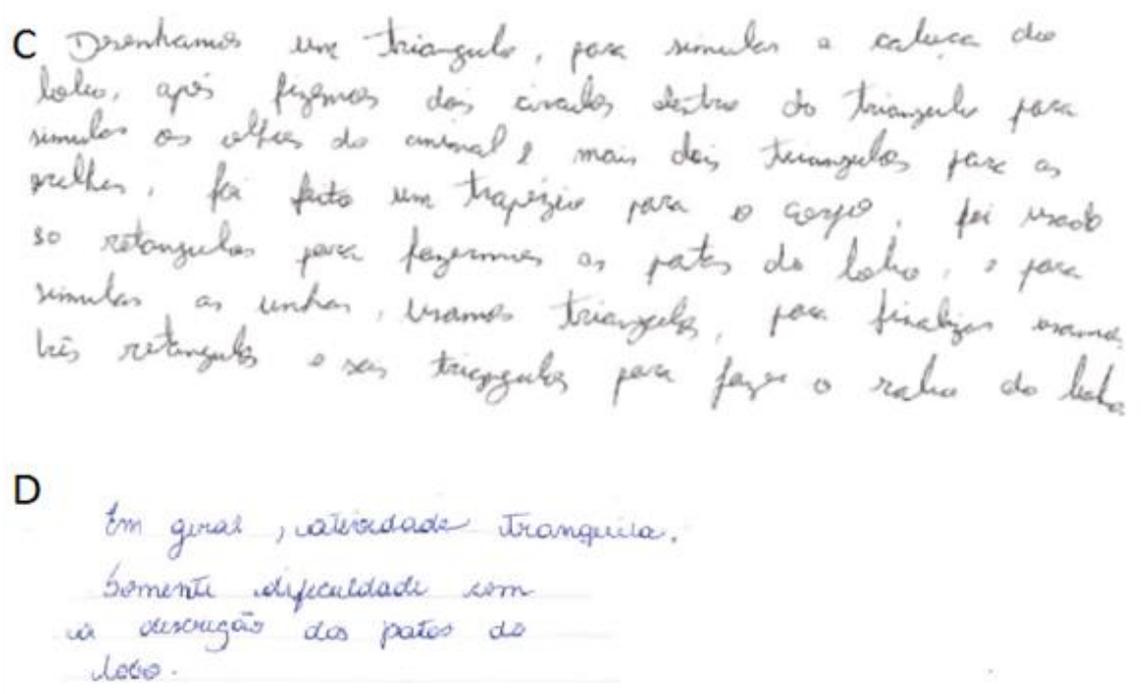
Figura 9 – Representações do lobo pelos grupos C e D



Fonte: Acervo da autora, 2016.

A descrição vista na Figura 10 não especificou as posições da figura em relação a um eixo fixo, possibilitando que os corpos fossem representados com orientações opostas; na representação inicial, a cabeça aparece na parte direita da imagem, e na outra, aparece à esquerda. O mesmo ocorre com a cauda, que aparece apontada para baixo na representação inicial C, e voltada para cima na representação secundária D, como podemos observar na Figura 9.

Figura 10 – Descrição da representação plana do lobo



Fonte: Acervo da autora, 2016.

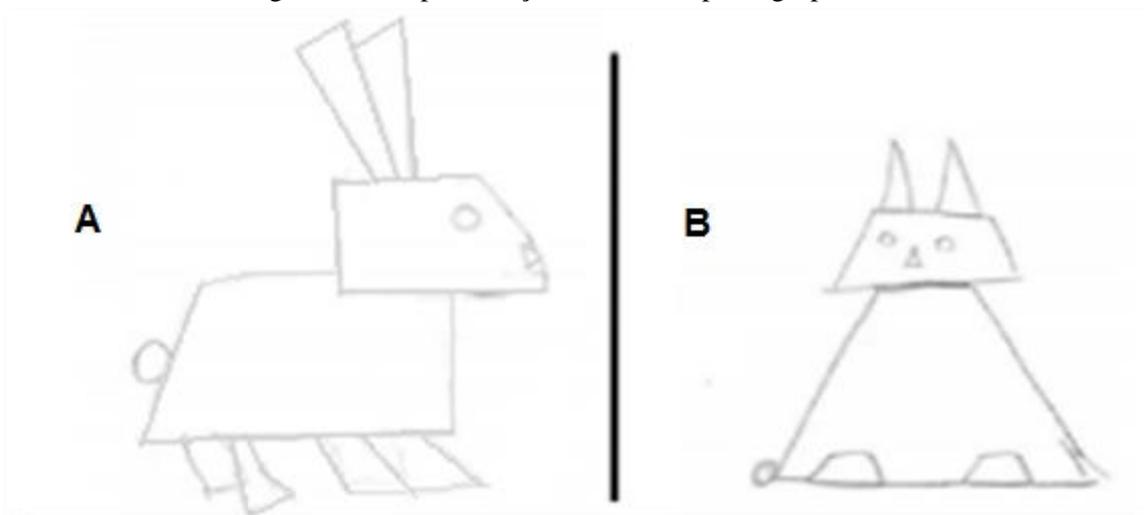
Transcrição:

C. Desenhamos um triângulo, para simular a cabeça do lobo, após fizemos dois círculos dentro do triângulo para simular os olhos do animal e mais dois triângulos para as orelhas, foi feito um trapézio para o corpo, foi usado só retângulos para fazermos as patas do lobo, e para simular as unhas, usamos triângulos, para finalizar usamos três retângulos e seis triângulos para fazer o rabo do lobo. (Grupo C)

D. Em geral, atividade tranquila. Somente dificuldade com a descrição das patas do lobo. (Grupo B). (ELABORADA PELA AUTORA, 2016).

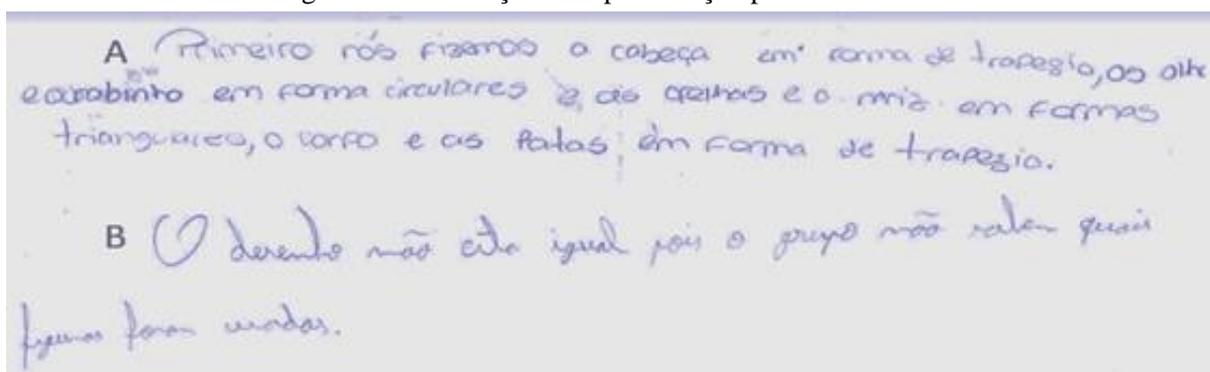
Também surgiram reproduções com um alto grau de discrepância em relação à figura original do acervo, em função de uma falta de detalhamento presente na descrição da geometrização. O Grupo A elaborou a descrição do coelho visto na Figura 4, que foi posteriormente interpretada pelo Grupo B; a figura resultante dessa interpretação não lembrava um coelho, e segundo as palavras do próprio grupo, “parecia um gato”, como vemos na Figura 11.

Figura 11 – Representações do coelho pelos grupos A e B



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 12 – Descrição da representação plana do coelho



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Transcrição:

A. Primeiro nós fizemos a cabeça em forma de trapézio, os olhos e o rabinho em formas circulares e as orelhas em formas triangulares, o corpo e as patas em forma de trapézio. (Grupo A).

B. O desenho não está igual pois o grupo não fala quais formas foram usadas. (Grupo B). (ELABORADA PELA AUTORA, 2016).

Quando deparado com as comparações das duas imagens, e questionado acerca do que poderia ter sido feito para não haver tanta diferença entre as imagens, um aluno do Grupo B argumentou que a descrição fornecida estava errada. Ele afirmou que a figura representada em uma das partes do animal não era um trapézio, mas outra forma poligonal, conforme visto na Figura 11. Isto levou a uma discussão acerca do que constituía um trapézio, e efetuei uma breve explicação de suas características, como quadrilátero com pelo menos um par de lados paralelos. Desta maneira, ambos os grupos puderam determinar se a figura representando o

corpo do coelho original era um trapézio ou um quadrilátero qualquer. Ao final, concluíram que a figura era mesmo um trapézio, já que apresentava as características necessárias.

5.2 Segundo encontro

Para o segundo encontro, os alunos foram solicitados a trazer uma imagem que eles considerassem interessante, seja um desenho de autoria própria, seja um recorte de revista, de modo que fosse possível dar prosseguimento à atividade. Sugeri que fossem trazidas mais de uma imagem do mesmo objeto, de diferentes ângulos, de modo a facilitar o trabalho.

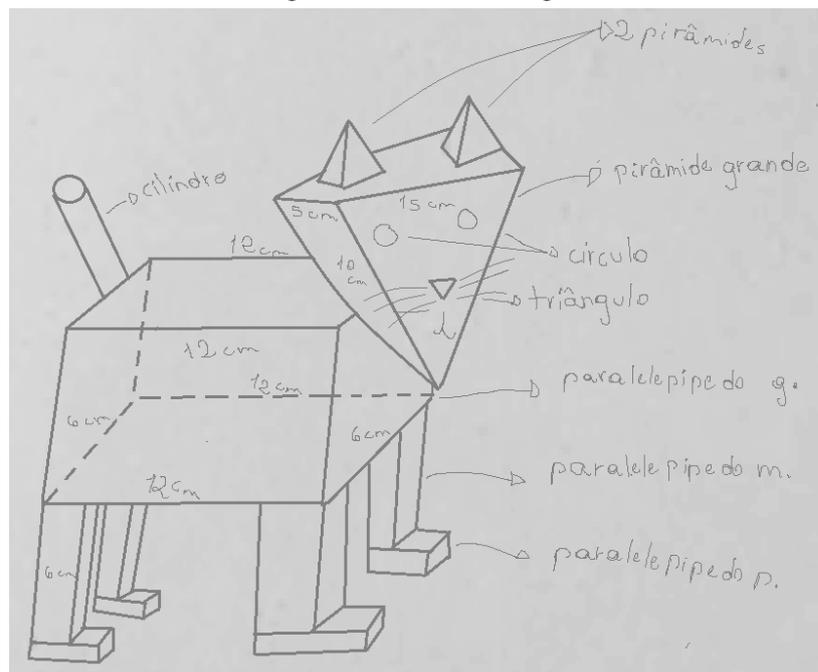
Utilizando desenhos de autoria própria de diferentes perspectivas, imagens extraídas de revistas ou fotografias em diversos ângulos de um mesmo objeto, os alunos tentaram imaginar essa figura como uma imagem tridimensional, tal como haviam feito em momento anterior. A turma foi orientada a se organizar em pequenos grupos, devendo utilizar a imagem que trouxeram de casa para tentar fabricar seu próprio modelo. Como a escolha da imagem foi feita pelos alunos, o modelo poderia ter maior ou menor grau de complexidade, dependendo dos detalhes presentes na figura.

Alguns alunos se mostraram bastante entusiasmados com a tarefa, mas outros não apresentaram grande interesse ao longo de todo o projeto. Muitos se mostraram indecisos em relação ao que fazer, e pediram auxílio aos colegas. A maioria dos alunos não havia levado figuras, e optaram por utilizar as imagens de animais com as quais haviam trabalhado na aula anterior.

Os alunos manipularam os exemplares de sólidos geométricos que eu havia levado, que consistiam em pirâmides, cones, paralelepípedos, icosaedros, dodecaedros e cubos, e questionaram como deveriam fazer para representar esta ou aquela forma. Expliquei que o objetivo da atividade era que eles tentassem determinar uma maneira possível de representar a figura para posteriormente criar um papercraft.

Houve bastantes variações nos tipos de atividades que os grupos efetuaram naquele dia; a maioria começou a produzir seus esquemas, em folhas nas quais estavam listados os componentes necessários para efetuar a construção final do papercraft desejado, assim como desenhos esquemáticos representando as figuras, conforme Figura 13. Alguns dos grupos já queriam iniciar com a produção dos sólidos para testar possibilidades, e utilizaram as próprias folhas de ofício fornecidas para iniciar a construção de moldes, testando possíveis maneiras de criar as planificações para construir seus papercrafts.

Figura 13 – Modelo do gato



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Muitos alunos começaram a desenhar diversos modelos diferentes, pensando em que tipos de construções poderiam ser feitas. Vários solicitaram auxílio aos colegas, dizendo que estavam sem ideias do que poderia ser feito. Informei que eles poderiam tentar construir modelos a partir de qualquer imagem desejada, e que ainda havia um tempo para que escolhessem caso estivessem em dúvida. Alguns tinham uma noção do que queriam fazer, mas estavam em dúvidas sobre como poderiam construir o objeto utilizando apenas construções de sólidos geométricos.

Sugeri que desenhar o objeto poderia facilitar a tarefa, pois ao se perceber quais tipos de formas eram utilizadas para se criar uma representação plana do objeto, poderia se ter uma ideia melhor de quais sólidos poderiam ser utilizados para construir a figura. Como a ideia era apenas tentar planejar um modelo, e não iniciar imediatamente a construção naquela aula, eles poderiam tentar imaginar uma construção, mesmo que não soubessem de imediato criar as planificações necessárias para construí-la naquele momento.

O Grupo G, que havia escolhido um gato como sua figura tão logo o objetivo da atividade fora apresentado, começou a produzir seu modelo, visto na Figura 13, e utilizou as folhas de ofício fornecidas para tentar produzir moldes de pirâmides, pois a construção que desejavam fazer precisaria de muitas pirâmides e paralelepípedos.

Diversas construções foram feitas, enquanto as alunas tentavam determinar a melhor maneira de construir os triângulos para sua figura. Inicialmente, os modelos eram mais

simplificados, os triângulos que formavam as faces não possuíam exatamente o mesmo tamanho, resultando em dificuldades na montagem. Como a planificação não estava feita corretamente, a pirâmide não era construtível. Após verificar esta inconsistência no encaixe das peças, o grupo percebeu que seria necessário garantir que as faces fossem idênticas, e que as laterais tivessem a mesma medida para poder montar a pirâmide.

Desta forma, o grupo decidiu refazer todos os modelos de pirâmides desde o início, prestando mais atenção às medidas das faces, para garantir que suas pirâmides fossem construtíveis.

5.3 Terceiro encontro

No dia do terceiro encontro, foram levados materiais para a montagem das figuras, um exemplar de montagem em papel representando um filhote de lobo e alguns sólidos geométricos de madeira e cartolina. Os alunos fizeram questão de manusear os sólidos, questionando o nome do icosaedro e do dodecaedro, que lhes pareciam mais incomuns. Um estudante notou, com surpresa, que os sólidos possuíam o mesmo formato de um D20 e um D12, designações clássicas para os dados de doze e vinte faces comumente utilizados em partidas de RPG⁶. Quando notou esta similaridade, o grupo ao qual ele pertencia imediatamente mostrou interesse em montar algum projeto que utilizasse esses poliedros de alguma maneira. Vários alunos pegaram os sólidos que haviam sido levados, para utilizá-los como referência para tentar criar suas planificações.

Em função das portas da sala permanecerem rotineiramente abertas, os alunos que circulavam pelos corredores da escola tinham visão ampla da sala, e muitos pararam para observar ao notar as grandes quantidades de cartolina e movimentação, assim como indagar que tipo de atividade estava ocorrendo. Alguns entraram na sala para conversar brevemente com um conhecido, e perguntaram acerca do trabalho, mostrando curiosidade.

Os grupos mostraram-se ainda mais entusiasmados com a tarefa em mãos, ao perceber que estudantes de outras turmas também estavam mostrando curiosidade e interesse na atividade, o que foi facilmente notado pelas conversas animadas que ocorriam, nas quais os visitantes faziam questionamentos sobre a tarefa.

⁶ Sigla para Role-playing game. Jogo de interpretação no qual os jogadores criam narrativas de forma cooperativa e atuam como personagens. Dados são comumente usados para fator de aleatoriedade, em que o sucesso de uma ação interpretada depende do valor resultante de um lançamento.

A turma também circulava bastante, com os alunos perguntando uns aos outros como era possível realizar as planificações de um determinado sólido, e sugestões sobre qual figura poderia ser construída, pois alguns ainda estavam em dúvida sobre qual construção fazer.

Figura 14 – Sólidos



Fonte: Acervo da autora, 2016.

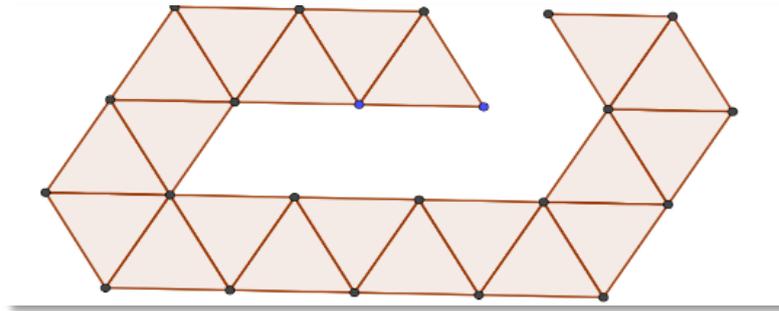
Dois grupos decidiram montar o icosaedro e o dodecaedro, e tiveram dificuldades em relação à montagem dos sólidos, pois vários alunos esqueceram que precisariam de abas para conectar duas faces distintas utilizando cola.

Sendo assim, os alunos conseguiram perceber que não apenas precisariam criar planificações para suas figuras, mas viabilizar sua construção por meio da utilização dos recursos fornecidos. Embora uma planificação com todas as faces reproduzidas pudesse ser matematicamente precisa, não seria construtível caso não houvesse uma maneira de conectar as faces para poder fechar um sólido.

5.4 Quarto encontro

No quarto encontro, mais alunos começaram a construir suas figuras. Enquanto um dos grupos tinha problemas com a colagem, em decorrência da rigidez relativa do material, o outro grupo se deparou com faces coincidentes ao montar o icosaedro, visto que os triângulos haviam sido desenhados na cartolina em um padrão que não permitia a montagem, como vemos na Figura 15.

Figura 15 – Icosaedro planificado

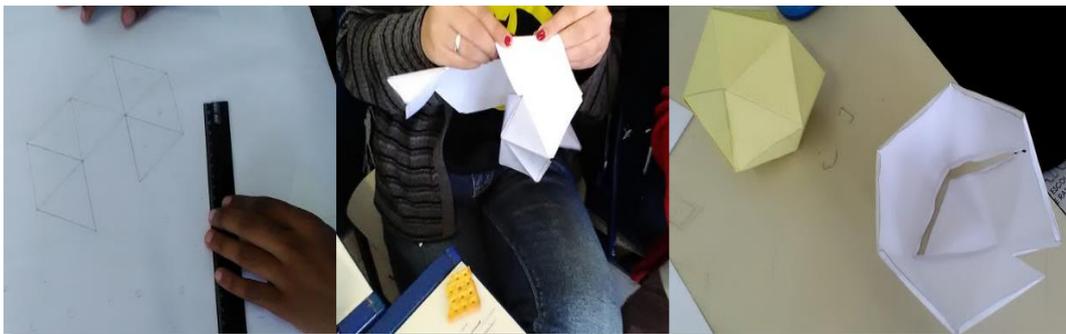


Fonte: Acervo da autora, 2016.

Questionei como seria possível corrigir esse problema, sem ter que refazer toda figura, e a solução do grupo foi um dos alunos segurar o icosaedro fechado e verificar quais faces coincidiam, cortando as respectivas arestas e utilizando estas peças excedentes para fechar a figura.

Verificando que a solução havia funcionado para o icosaedro, os alunos imediatamente repetiram o mesmo processo para o dodecaedro, cuja planificação também havia sido feita com os polígonos seguindo o formato de uma espiral imaginária, e conseqüentemente, apresentaria o mesmo problema de faces coincidentes no momento que fosse ser construída. Desta forma, era possível evitar que a planificação inteira precisasse ser refeita, pois já haviam feito todas as marcações na cartolina.

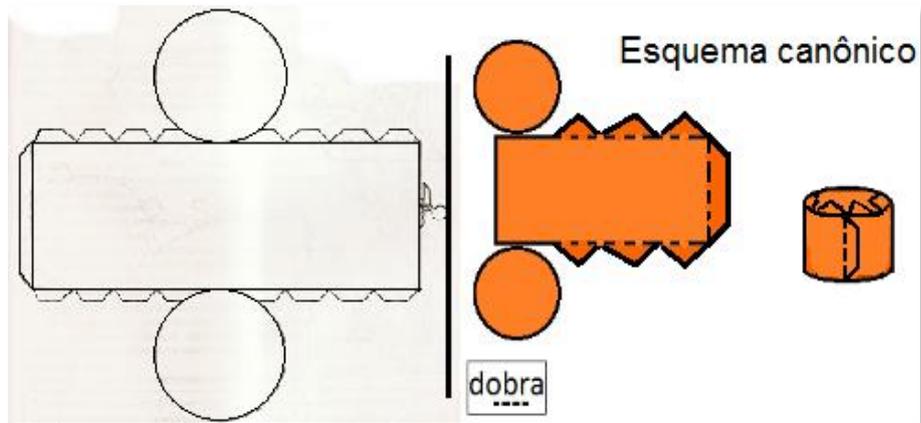
Figura 16 – Icosaedro



Fonte: Acervo da autora, 2016.

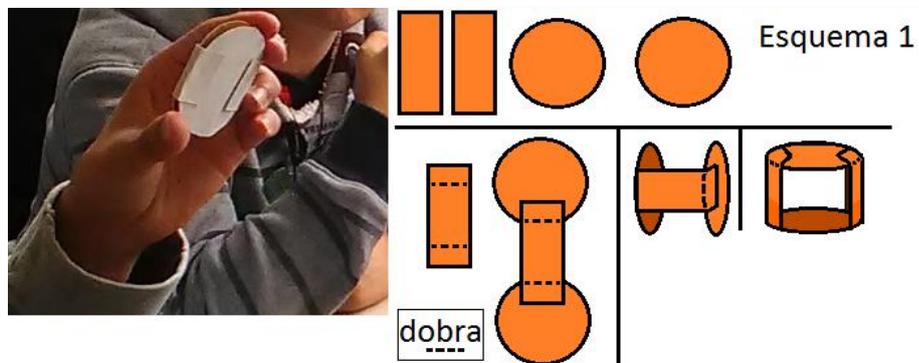
Diversos grupos decidiram fazer construções que precisariam de cilindros para ser completadas, e a abordagem escolhida para construí-los me pareceu bastante inesperada. Ao invés de tratar a planificação do cilindro como formada por dois círculos conectados por um retângulo, tal como ocorre no esquema canônico, visto na Figura 17 o cilindro era montado recortando-se duas circunferências que eram conectadas posteriormente por tiras de papel individuais, tal como apresentado na Figura 18.

Figura 17 – Esquema de planificação de cilindros canônico



Fonte: Acervo da autora, 2016.

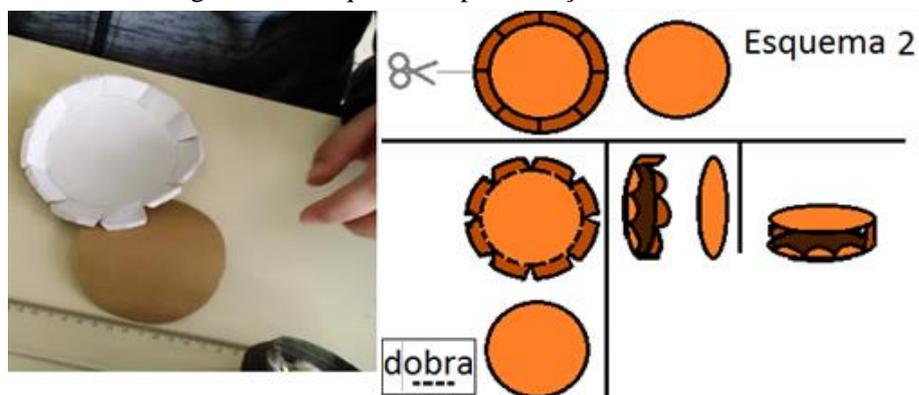
Figura 18 – Esquema de planificação de cilindros 1



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Outra construção que surgiu foi uma composição de dois círculos de tamanhos distintos. O círculo maior recebia cortes de sua extremidade em direção ao centro, e as tiras de papel eram erguidas para formar as paredes do cilindro. A superfície lateral do cilindro, ao invés de ser tratada como um retângulo cujas laterais se conectavam, foi construída por meio da união das diversas tiras, como podemos ver na Figura 19.

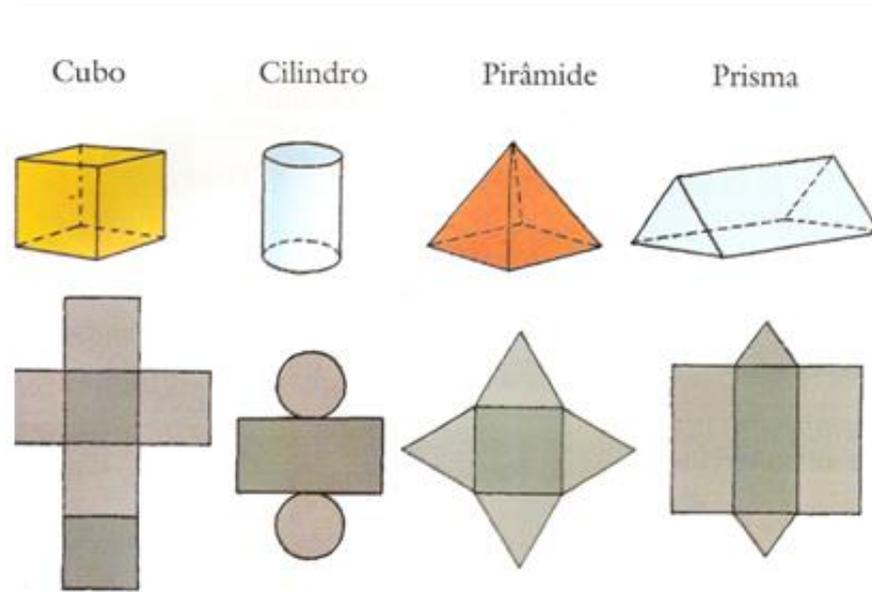
Figura 19 – Esquema de planificação de cilindros 2



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Dentre os diversos grupos que utilizaram cilindros em seus modelos, nenhum apresentou a forma canônica como opção de planificação, indicando que estavam criando seus próprios métodos para tentar planificar as figuras, sem buscarem se apropriar de uma planificação já pronta, presente em diversos livros didáticos, como método de construção. Por planificações canônicas, queremos nos referir às planificações que costumam aparecer em livros didáticos com maior frequência para representar sólidos geométricos, como representado pela Figura 20.

Figura 20 – Planificação de sólidos



Fonte: Leilajoy e a geometria, 2017. Disponível: <<https://sites.google.com/site/leilajoyegeometria/avaliao>>. Acesso: 20 out. 2017.

Para um mesmo sólido, existem diferentes tipos de planificação possíveis, já que podemos desdobrá-lo em mais de uma maneira, dependendo de quais arestas serão ou não representadas como lado comum a duas faces. Nos livros didáticos, essas escolhas costumam seguir um certo padrão, que favorece a visualização do sólido.

No caso da planificação da pirâmide de base quadrangular, por exemplo, podemos efetuar um corte nas arestas da pirâmide, a partir do vértice onde todas as faces triangulares se encontram. Desta forma, o processo mental para efetuar o desdobramento de todas as faces triangulares seria o mesmo, e todas as faces triangulares estariam conectadas à base quadrangular. Caso optássemos por iniciar o corte a partir de um dos vértices no qual a base, e duas faces se encontram ao invés disso, o processo de desdobramento seria diferente para cada face.

Embora ambos os processos resultassem em uma planificação correta para esta pirâmide, o segundo processo exige uma sequência maior de operações mentais para realizar a planificação. A visualização do sólido a partir da primeira planificação é mais simples, pois exige um número menor de operações mentais para ser realizada.

5.5 Quinto encontro

No quinto encontro, os alunos deveriam concluir seus papercrafts, e responder a um breve questionário. Muitos não responderam, saindo no período do recreio para jogar futebol e não retornando, mas a maioria da turma respondeu aos questionamentos. Os alunos tiveram algumas dúvidas em relação ao que deveriam responder, e informei que as respostas deveriam ser individuais, e poderiam se referir ao período em que ministrei as aulas, como um todo, e não apenas à última atividade.

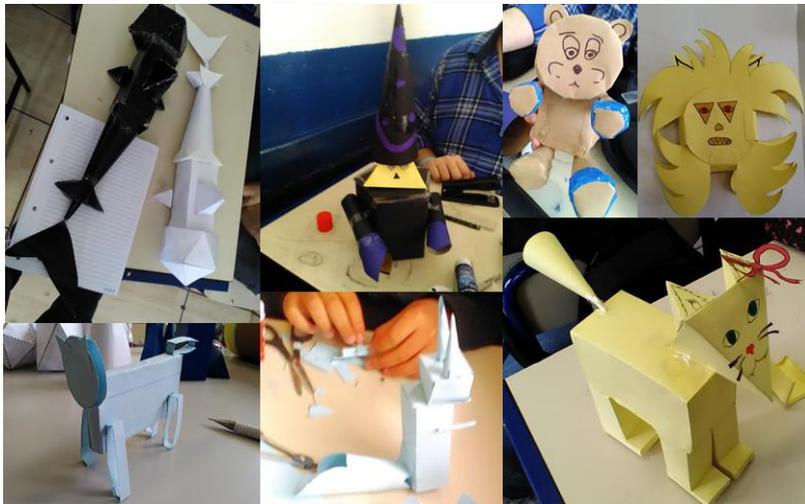
Vários grupos que já tinham terminado seus projetos se manifestaram para auxiliar os colegas que ainda tinham que terminar suas figuras, ajudando conforme necessário mostrando um bom grau de interesse por parte da turma. A maior dificuldade foi relativa ao tempo, visto que os alunos já tinham determinado suas estratégias para montagem, mas ainda precisavam lidar com problemas mais imediatos como secagem de cola e tempo necessário para cortar as planificações da cartolina. Para tal, alguns optaram por se valer de fita adesiva e grampeadores, de modo a acelerar o processo de montagem, e contaram com ajuda dos colegas.

No dia em que os alunos deveriam começar a produzir seus papercrafts baseados nos modelos planejados, eu havia levado cartolinas de diversas cores, com as quais os alunos se mostraram particularmente entusiasmados. Eles questionaram se havia um limite de uso, e quando eu informei que poderiam utilizar todo o material que eu havia levado, começaram a espalhar as folhas nas mesas, de forma a poder escolher suas cores favoritas e comparar uma com a outra.

Em geral, a turma como um todo apreciou bastante da atividade, pois tinham liberdade de produzir o que quisessem, dentro dos parâmetros estabelecidos. Houve alguns problemas mais práticos durante o desenvolvimento da tarefa, como a necessidade de cortes criteriosos para garantir que as bordas das figuras se encaixassem, já que, mesmo com medições usando régua, surgiram algumas pirâmides com faces incompatíveis. Ainda assim, os alunos se esforçaram para tentar criar papercrafts diferentes, e as produções foram muito

variadas, como podemos ver na Figura 21. As produções feitas pelos alunos também podem ser encontradas no Anexo C.

Figura 21 – Produções dos alunos

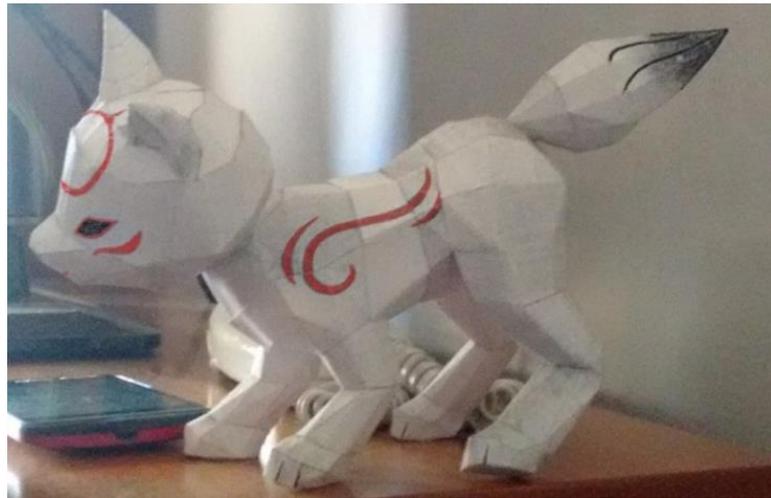


Fonte: Organizado pela autora, 2016.

Os alunos puderam perceber de forma prática qual era a importância de garantir que todas as faces tivessem o mesmo tamanho e forma ao fazerem a planificação de um poliedro regular, já que caso contrário, as figuras não se encaixavam e a construção ficava desigual. Conforme os alunos iam se acostumando com a tarefa, as planificações produzidas tinham um aumento de qualidade, viabilizando construções de papercrafts mais complexos.

Durante todo o transcorrer das aulas, a porta da sala permanecia aberta, e havia visita constante de alunos de outras turmas. Quando um aluno passava pela porta, circulando pelos corredores, muitas vezes questionava se poderia entrar e ver o que estava ocorrendo, já que as mesas costumavam estar cheias de cartolina colorida e construções de papercrafts em andamento.

Figura 22 – Chibiterasu



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Muitos alunos de outras turmas pediram para manipular o papercraft de Chibiterasu, filhote de lobo que é o personagem principal do jogo de videogame Okamiden, que eu havia levado, conforme pode ser visto na Figura 22, e ao longo de todo o projeto, fomos visitados por muitas pessoas curiosas com a atividade.

Os alunos não mostraram interesse em exibir as construções que haviam produzido fora da sala de aula, conforme fora sugestionado pela professora regente da disciplina no início do projeto, preferindo apenas fotografá-las.

Alguns queriam levar seus papercrafts para casa, mas outros grupos se divertiram desmontando suas obras tão logo a foto tivesse sido feita. Também perguntaram se poderiam levar um pedaço da cartolina para casa, e eu respondi que, contanto que limpassem os restos de materiais da sala, que estava cheia de sobras de papel picado, poderiam ficar com todo o material restante, inclusive os sólidos de cartolina.

6 UM OLHAR SOBRE A EXPERIÊNCIA

Realizar o trabalho utilizando materiais físicos permitiu aos alunos que conseguissem visualizar os sólidos. Além disso, o ato de trabalhar com materiais como cartolina também consistiu em uma variação às aulas expositivas, que em geral não se valem de materiais físicos.

Podemos observar que os alunos utilizaram diferentes estratégias de resolução de problemas durante o decorrer da atividade. As construções apresentaram formas variadas, e as planificações utilizadas para construção eram produzidas pelos alunos utilizando métodos variados, como criar uma face e copiá-la o número de vezes necessário, ou utilizar a régua para fazer várias faces do tamanho correto. Um aspecto a se notar é que, embora grupos diferentes utilizassem estratégias distintas para criar suas planificações, a forma canônica foi uma das menos utilizadas, como foi comentado anteriormente.

Segundo Gravina e Santarosa (1998), a exteriorização das concretizações mentais dos alunos é feita com a criação de seus próprios modelos. Com o auxílio do modelo construído, é possível efetuar reflexões acerca deste modelo, ajustando e alterando as concepções do aluno conforme necessário.

Os alunos tornaram-se mais criteriosos com suas produções, pois devido à necessidade de se construir os papercrafts, não bastava apenas desenhar a planificação em uma folha, mas era preciso também lidar com aspectos mais práticos referentes à demarcação, corte e montagem. A surpresa inicial ao ver que suas planificações não fechavam, embora parecessem visualmente consistentes, levou a um cuidado maior no momento de medir e cortar; assim como perceberam a importância de respeitar as características das figuras tais como manter os ângulos retos e os lados com mesma medida no caso do quadrado, por exemplo.

Conforme observado por Fischbein (1993), um quadrado desenhado em uma folha de papel não é um quadrado por si só, e sim uma representação visual de um conceito definido por suas características, que, no caso do quadrado, é possuir quatro lados e ângulos iguais. O mesmo vale para qualquer outra forma geométrica que possamos representar, seja por meio de um desenho ou construção física. Quando iniciaram o processo de planificação, os alunos não iniciaram reproduzindo quadrados ou hexágonos, mas sim representações visuais que lembravam essas figuras, sem necessariamente possuir suas características. Isto pode ser observado pelos problemas que ocorriam quando as planificações deveriam ser construídas.

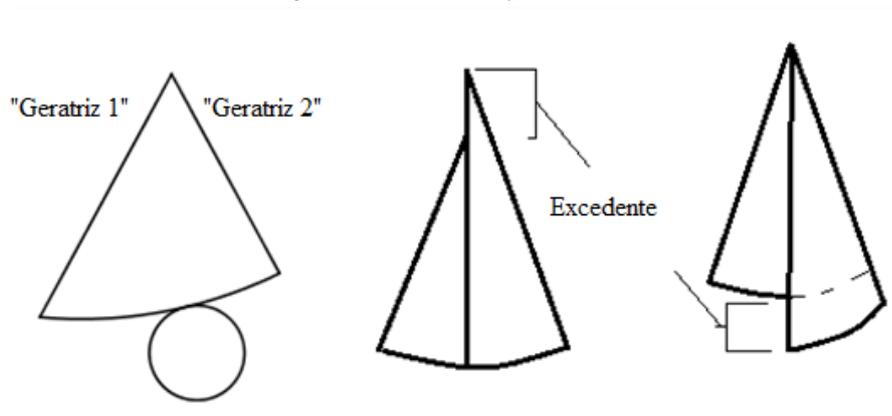
Embora os alunos houvessem estudado as propriedades das pirâmides regulares em aulas anteriores, por exemplo, tendo visto que as faces de uma pirâmide são iguais e que suas arestas possuem a mesma medida, o momento da construção foi importante para eles verem porque isso era necessário. Nesses momentos, os alunos relacionaram as características conceituais da figura com suas imagens mentais, conforme descrito por Fischbein (1993).

Quando as medições foram feitas e os triângulos que formavam as faces não ficaram exatamente da mesma forma e tamanho, as arestas não se encaixavam como deveriam, e por consequência a pirâmide ficava imperfeita. A construção obtida não era uma pirâmide real, pois os vértices das faces não se encontravam em um único ponto, ou as arestas não se encaixavam.

Com isso, os alunos puderam perceber que provavelmente não haviam sido suficientemente cuidadosos com as medições, e quão importante era garantir que as medidas haviam sido feitas com exatidão de modo que não fosse necessário refazer todo um modelo. Desta forma, eles garantiriam que as características do objeto seriam respeitadas e, portanto, a planificação se tornaria construtível. Sendo assim, suas planificações começariam a representar verdadeiramente uma pirâmide regular, ao invés de algo que apenas lembrava uma pirâmide.

A atividade se mostrou excelente para incentivar os alunos a utilizarem régua e tesouras para a construção de materiais relacionados à matemática, já que muitos estudantes relataram não usar esse tipo de material com frequência. Como tal, com a prática adquirida durante o trabalho de medir e cortar puderam perceber que deveriam ser cuidadosos, e que todas as medições deveriam iniciar na parte graduada da régua, caso contrário haveria um valor excedente na medição.

Figura 23 – Construção de cones



Fonte: Acervo da autora, 2017.

Casos semelhantes de planificações não construtíveis ocorreram quando os alunos construíram cones. Como muitas vezes eles iniciavam a colagem a partir da base, para então terminar com a aresta, muitas vezes as laterais da planificação (que deveriam ter a medida das geratrizes) não se encaixavam, por possuírem tamanhos distintos. Neste caso, isso significava que os alunos haviam desenhado planificações de cones com geratrizes de medidas distintas, conforme visto na Figura 23. Os alunos acabaram decidindo iniciar a colagem a partir do vértice, assim qualquer excedente de cartolina decorrente de arestas de tamanhos diferentes poderia ser cortado.

Viana (2005) observou que embora diversos alunos conseguissem efetuar planificações boas e corretas de figuras geométricas, muitos não sabiam nomear corretamente os conceitos de uma determinada figura geométrica, ou notar que eles estavam presentes. Desta forma, o trabalho com planificações na qual há uma construção dos modelos explícita de forma mais clara a presença de elementos tais como faces iguais ou medidas arestas congruentes em poliedros regulares.

Os alunos também perceberam que havia outras questões que teriam que ser resolvidas, como a presença de abas necessárias para união de faces. Também observaram que as figuras não podiam ser dispostas de maneira aleatória, ou haveria faces coincidentes. A constatação visual dos problemas que ocorriam quando as figuras não eram representadas seguindo suas características fielmente permitiu aos alunos perceberem a importância destes elementos e de representações consistentes.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseados nas observações realizadas ao longo do projeto, podemos considerar que os alunos desenvolveram as habilidades espaciais, conforme caracterizadas por Choi (2001). A rotação mental e a visualização espacial mostraram-se necessárias para criar as planificações, já que os alunos tinham que efetuar rotações para se familiarizarem com a figura, de modo a conseguir desenvolver sua planificação, e também precisavam visualizar as representações tridimensionais dos objetos que pretendiam construir. Também se mostraram vitais no momento de criar os modelos, pois os alunos tinham que utilizar a percepção espacial para visualizar cada um dos sólidos, assim como seu posicionamento em relação aos demais elementos da figura, para determinar qual seria a melhor forma de fazer a montagem.

A atividade permitiu aos alunos visualizarem e compreenderem, de forma prática, a importância da utilização de diversos conceitos matemáticos. Dentre estes, podemos citar a criação de segmentos com medida fixada, paralelismo dos lados de quadrados, construção de figuras congruentes e semelhantes, além de outras características presentes nos objetos geométricos que escolheram para construir seus modelos. Por meio de tentativas e erros, eles conseguiram verificar como aplicar estas propriedades em suas construções, e criar soluções para corrigir modelos que não se adequavam às necessidades da figura que desejavam montar.

O grau de complexidade de produções dos estudantes varia de acordo com as habilidades espaciais e os materiais físicos necessários são de baixo custo. Isto torna a atividade aplicável para estudantes de diversos graus de escolaridade e habilidades espaciais em ambientes distintos, pois não há exigência de um tipo específico de local, nem que o aluno tenha um conhecimento aprofundado acerca do tema específico, pois isso poderá ser abordado concomitantemente à aplicação do projeto.

Os alunos trabalharam com régua e tesoura para a construção de sólidos, materiais que, segundo as palavras deles, não costumavam aparecer nas aulas de matemática, somente na aula de Artes.

Ao invés de apenas escolher e reconhecer planificações de figuras como acontece em algumas questões de geometria, o que não nos fornece muitos dados relevantes sobre o conhecimento dos alunos em relação a este conteúdo de acordo com Viana (2012), os alunos criaram seus próprios métodos de planificação. Assim, puderam construir sólidos utilizando estratégias próprias, e montar seu papercraft.

É possível desenvolver este projeto valorizando a articulação entre Matemática e Artes, já que o cubismo é uma inspiração para o trabalho envolvendo o papercraft,

representação de papel em três dimensões. As representações planas também eram inspiradas em trabalhos cubistas, sendo assim, embora os alunos não tenham trabalhado com mais aprofundamento neste aspecto, efetuaram uma atividade onde a matemática e as artes estavam relacionadas.

Considero que a atividade foi muito positiva, e que o projeto mostra-se uma alternativa interessante para se utilizar nas aulas de Matemática, para abordar conceitos de geometria e planificações. Ela permite que se construam articulações com as Artes e até mesmo com a História, permitindo que o aluno participe de maneira mais ativa da construção de seu conhecimento.

REFERÊNCIAS

- BERNARDES, Wagner César. **Objetos digitais de aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades especiais**: um estudo de caso no 6º. ano do ensino fundamental. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2000. p. 1-58. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>> Acesso em: 1 out. 2017.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- CHOI, Jean. Sex differences in spatial abilities in humans: two levels of explanation. In: Vokey, J. R.; Allen, S. W. (Ed.). **Psychological sketches**, 5. ed. Lethbridge: Department of Psychology and Neuroscience/University of Lethbridge, 2001, p. 51-58. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/119a/a2076ff2220f9a4ce3a784db2cb3a4311129.pdf>>. Acesso em: 15 set. 2017.
- FISCHBEIN, Efraim. The theory of figural concepts. **Educational studies in mathematics**, v. 24, n. 2, p.139-162, 1993. Disponível em: <<http://web.math.unifi.it/users/dolcetti/Fischbein.pdf>>. Acesso em: 09 jul. 2017.
- GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 1998, Brasília. **Actas...** p. 1-24. Disponível em: <http://www.cp.utfpr.edu.br/borssoi/pdf/gravina_santarosa.pdf> Acesso em: 20 abr. 2017.
- GLEIZES, Albert. **La Femme aux Phlox**. 1910, Óleo sobre tela, 81cm x 100 cm, The Museum of Fine Arts, Houston. < <https://www.mfah.org/art/detail/47876>> Acesso em: 02 set. 2016.
- GUZEL, Nuran; SENER, Ersin. High school students' spatial ability and creativity in geometry. **Procedia - Social And Behavioral Sciences**, Istambul, v. 1, n. 1, p. 1763-1766, 2009. Disponível em: <http://ac.els-cdn.com/S1877042809003152/1-s2.0-S187704280903152-main.pdf?_tid=b66f2cb0-64ff-11e7-8896-0000aacb35f&acdnat=1499643689_524cad41b18bdd04a883cfa978c3f92f>. Acesso em: 04 abr. 2017.
- LOHMAN, David F. Spatial ability and G. In: **First Spearman Seminar**. Plymouth: Universidade de Plymouth, Reino Unido, 21 de julho de 1993. Disponível em: <

<https://pdfs.semanticscholar.org/5fa3/456fcf0c3f16b4db2b49e10b3443461f2209.pdf>> Acesso em: 2 nov. 2017.

REWALD, Sabine. **Cubism**. New York: Department of modern and contemporary art, The Metropolitan Museum of Art, 2014. Disponível em:
<http://www.metmuseum.org/toah/hd/cube/hd_cube.htm>. Acesso em: 13 set. 2016

SANTANA, Flávio. **Tutorial – Low Poly no Illustrator**. 2015. Disponível em:
<<http://designculture.com.br/tutorial-low-poly-no-illustrator>> Acesso em: 13 set. 2016

SILVA, Diego Vinícius; JOLY, Maria Cristina Rodrigues Azevedo; PRIETO, Gerardo. Relação entre habilidades espaciais e desempenho no Ensino Médio. **Revista Polis e Psique**, v. 1, n. 1, p. 61, 2011. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/PolisePsique/article/view/20371/25909>>. Acesso em: 04 set. 2017.

VIANA, Odaléa Aparecida. A identificação de propriedades e a habilidade de planificação de figuras geométricas espaciais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais...** Petrópolis: SIPEM, 2012. Disponível em:
<[http://www.sbemrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT09/CC00596629800_A .pdf](http://www.sbemrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT09/CC00596629800_A.pdf) >. Acesso em: 28 dez. 2017.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O componente espacial da habilidade matemática de alunos do Ensino Médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria**. 2005. 299 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Viana.pdf> Acesso em: 1 nov. 2017.

VIANA, Odaléa Aparecida. Avaliação dos desenhos de planificação de figuras geométricas no ensino básico. **Estudos em avaliação educacional**, São Paulo, v. 26, n. 63, p. 838-871, set./dez. 2015

REFERÊNCIAS ADICIONAIS

BRAQUE, Georges. **Maisons à l'Estaque**, 1907. Óleo sobre tela, 40.5cm x 32.5 cm, Museu de Arte Moderna de Lille, Lille, França. Disponível em: <<https://i.pinimg.com/236x/55/3b/cb/553bcb8712d96f65ec354a51ab457aba--le-cabinet-georges-braque.jpg>>. Acesso em: 02 set. 2016.

COELHO. [Elementos da montagem da Figura 4]. **Online**. Disponível em: <http://wallpapers-best.com/uploads/posts/2015-10/27_rabbit.jpg>. Acesso em: 10 abr. 2016.

COSPLAY, Ohi. **A Beginner's Guide to Pepakura**. 2013. Disponível em: <<https://ohicosplay.tumblr.com/post/63666176778/a-beginners-guide-to-pepakura>>. Acesso em: 28 set. 2017.

DUCHAMP, Marcel. **La sonate**. 1911. Óleo sobre tela, 145.1 x 113.3 cm, Museu de Artes da Filadélfia. Filadélfia. Disponível em: <<http://www.philamuseum.org/collections/permanent/51429.html>>. Acesso em 02 set. 2016

ESQUILO. [Elementos da montagem da Figura 4 – Acervo de fotografias de animais]. **Online**. Disponível em: <<http://topanimalcute.org/wp-content/uploads/2017/02/download-wallpaper-2048x1152-squirrel-white-background-animal-hd-animal-white-background-615x325.jpg>>. Acesso em: 10 abr. 2016.

GEOGEBRA. **Online**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>. Acesso em: 20 out. 2017.

LEÃO. [Elementos da montagem da Figura 4]. **Online**. Disponível em: <<http://paleodiet.co.uk/beginners-guide-to-the-paleo-diet/>>. Acesso em: 10 abr. 2016

LEILAJEY e a geometria. **Online**. Disponível: <<https://sites.google.com/site/leilajoyegeometria/avaliao>>. Acesso: 20 out. 2017.

LOBO. [Elementos da montagem da Figura 4]. **Online**. Disponível em: <https://thumb1.shutterstock.com/display_pic_with_logo/124564/99672713/stock-photo-wolf-isolated-over-white-background-with-shade-99672713.jpg>. Acesso em: 10 abr. 2016.

PEPAKURA Designer. **Online**. Disponível em: <<http://www.tamasoft.co.jp/pepakura-en/index.html>>. Acesso em: 16 abr. 2016.

PICASSO, Pablo. **Les Femmes d'Alger (O. J. 1907)**, 1907, Óleo sobre tela, 243,9 cm x 233,7 cm, Museu de Arte Moderna, Nova Iorque. Disponível: <https://www.moma.org/d/assets/W1siZiIsIjIwMTYvMDcvMjIvNTZ6dDB6dXl1MF8zMzNfMTkzOV9DQ0NSLmpwZyJdLFsicCIsmNvbnZlcnQiLCIcmVzaXplIDIwMDB4MjAwMFx1MDAzZSJDdXQ/333_1939_CCCR.jpg?sha=dbfb7bd917088aa4>. Acesso em: 02 set. 2016.

PETTORUTI, Emilio. **Testa di Donna**. 1920. Óleo sobre tela, 61,5cm x 38 cm. Disponível em: <http://www.artnet.com/artists/emilio-pettoruti/testa-di-donna-D_F_BX-dxLXyJSwuvFFrLA2>. Acesso em: 02 set. 2016.

RAPOSA. [Elementos da montagem da Figura 4]. **Online**. Disponível em: <<http://keywordsuggest.org/gallery/722241.html>> Acesso em: 10 abr. 2016

ANEXO A – Termo de Consentimento Informado da Escola



Escola Técnica Estadual Parobé

AUTORIZAÇÃO.

Informo, que autorizamos a aluna REBECA FERREIRA DA COSTA DE CASTRO – RG 6110123566, SSP-RS, aluna de Graduação em Matemática da UFRGS a realizar o projeto CONSTRUÇÃO DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS A PARTIR DE REPRESENTAÇÕES PLANAS.

[92.941.681/0001-00]

Governo do Estado do RS
Secretaria da Educação
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL PAROBÉ

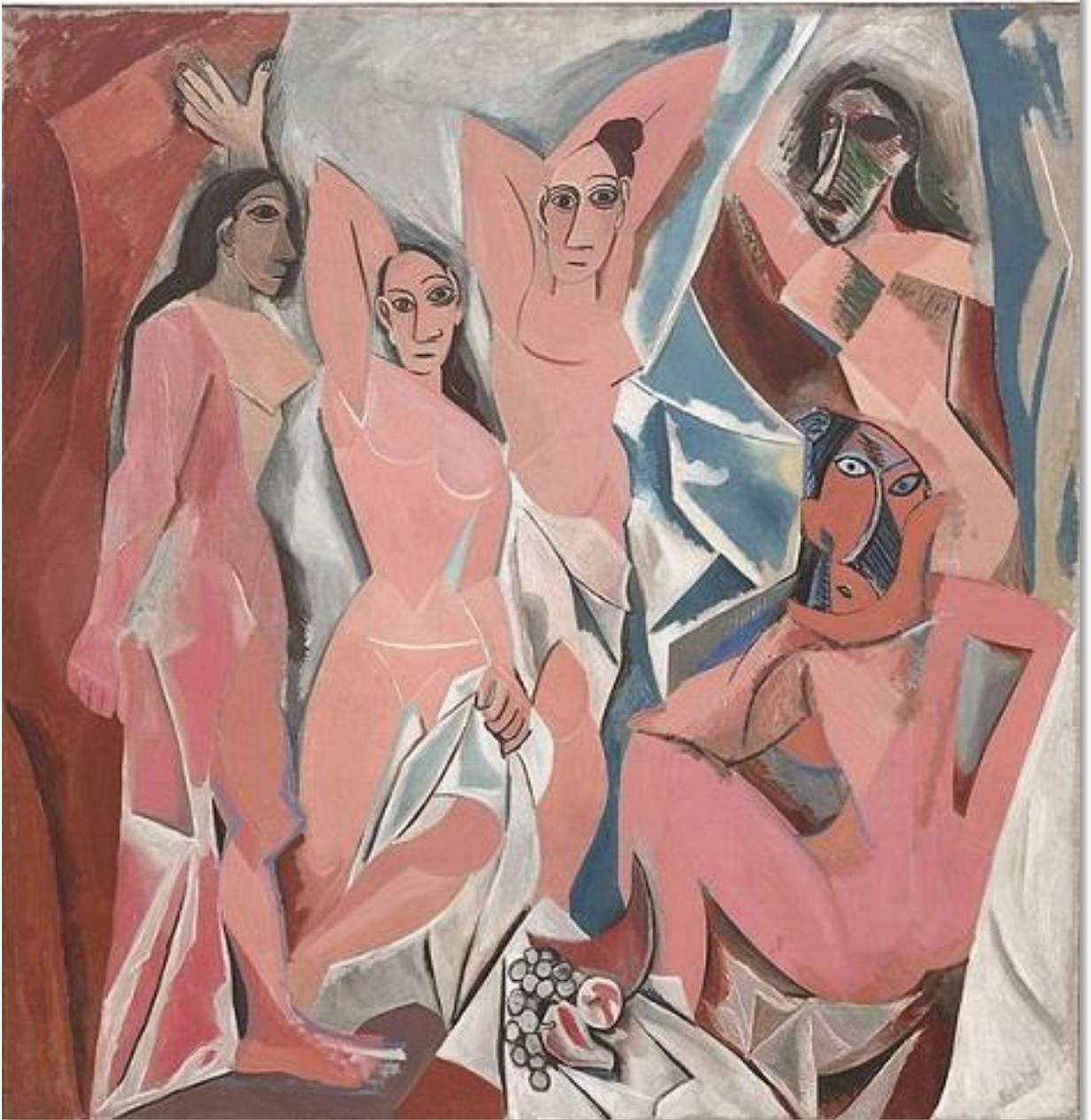
Av. Loureiro da Silva, 945
Centro - CEP 90010-420
Porto Alegre - RS

Porto Alegre, 02 de Setembro de 2016.

Luiz Carlos de Oliveira
Diretor
IF 1610390/01 Gestão 2016/18
Escola Técnica Estadual Parobé

ANEXO B – Reproduções de obras cubistas apresentadas aos alunos no primeiro encontro

Figura 24 – “Les Demoiselles d'Avignon” de Picasso (1907)



Fonte: Picasso, 1907. Disponível em:

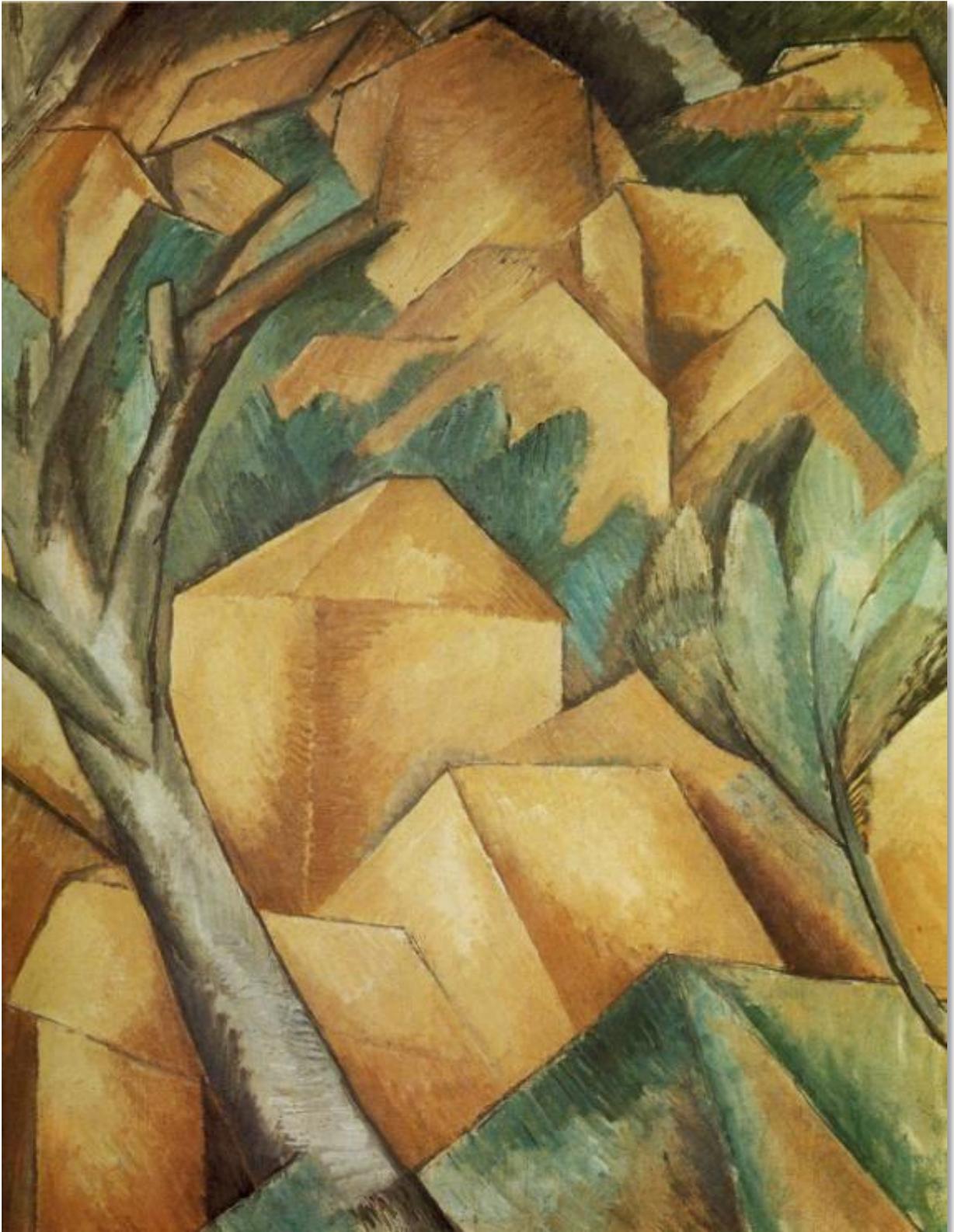
<https://www.moma.org/d/assets/W1siZiIsIjIwMTYvMDcvMjIvNTZ6dDB6dXl1MF8zMzNfMTkzOV9DQ0NSLmpwZyJdLFsicCIImNvbnZlcnQiLCItcmVzaXplIDIwMDB4MjAwMFx1MDAzZSJdXQ/333_1939_CCCR.jpg?sha=dbfb7bd917088aa4>. Acesso em: 02 set. 2016.

Figura 25 – “Testa di Donna” de Emilio Pettoruti (1920)



Fonte: Pettoruti, 1920. Disponível em:
<http://www.artnet.com/artists/emilio-pettoruti/testa-di-donna-D_F_BX-dxLXyJSwuvFFrLA2>.
Acesso em: 02 set. 2016.

Figura 26 – “Maisons à l’Estaque” de Georges Braque (1907)



Fonte: Braque, 1907. Disponível em:
<<https://i.pinimg.com/236x/55/3b/cb/553bcb8712d96f65ec354a51ab457aba--le-cabinet-georges-braque.jpg>>. Acesso em: 02 set. 2016.

Figura 27 – “La Femme aux Phlox” de Albert Gleizes (1910)



Fonte: Gleizes, 1910. Disponível em:
<<https://www.mfah.org/art/detail/47876>>. Acesso em: 02 set. 2016.

Figura 28 – “La sonate” de Marcel Duchamp (1911)



Fonte: Duchamp, 1911. Disponível em:
<<http://www.philamuseum.org/collections/permanent/51429.html>>. Acesso em: 02 set. 2016.

ANEXO C – Produções dos alunos

Figura 29 – Construção de felino



Fonte Acervo da autora, 2016.

Figura 30 – Construções de peixes



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 31 – Construção de urso



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 32 – Construção de leão



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 33 – Construção de mago



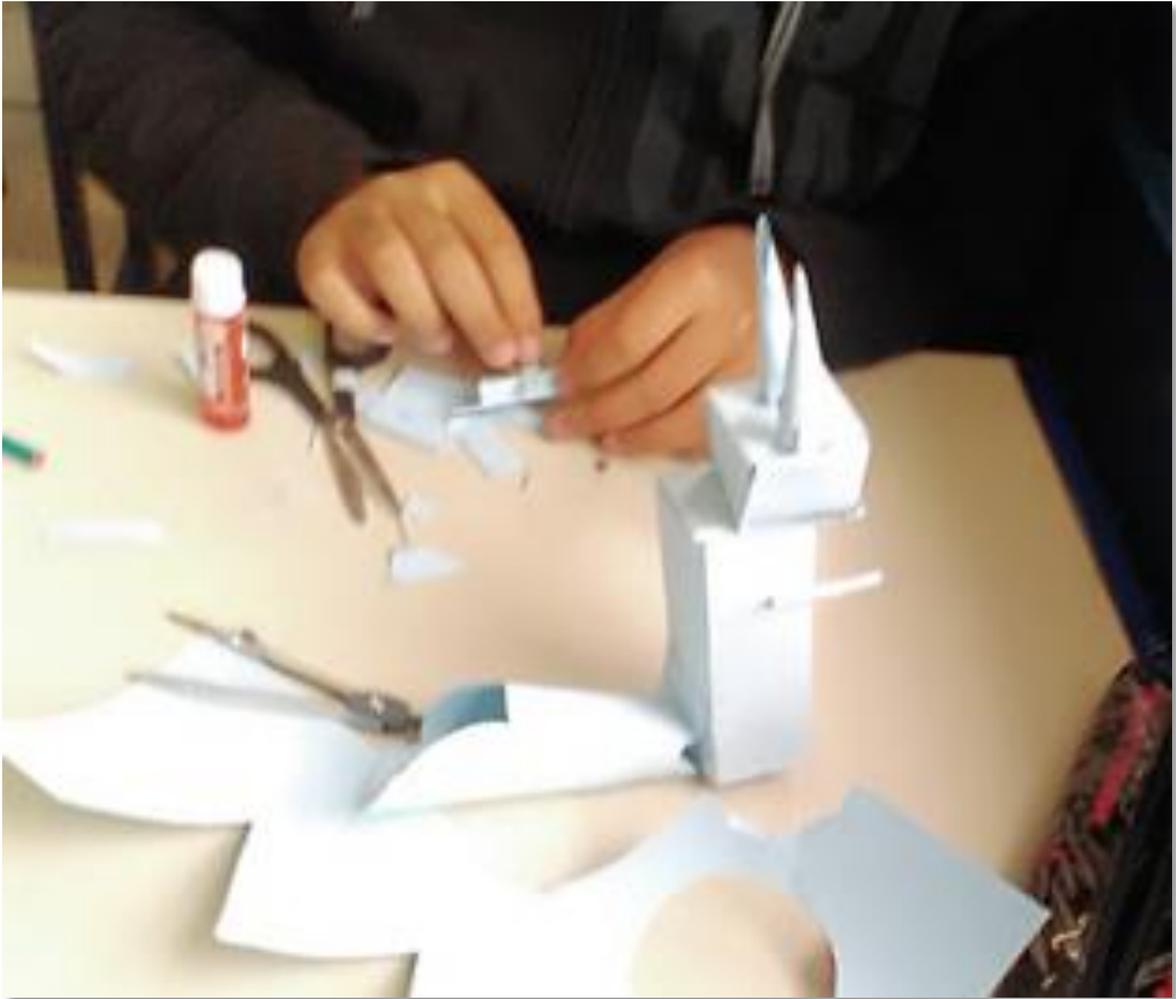
Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 34 – Construção de gato



Fonte: Acervo da autora, 2016.

Figura 35 – Construção de esquilo



Fonte: Acervo da autora, 2016.

APÊNDICE A – Cubismo

Quadro 1 – Texto sobre cubismo apresentado aos alunos como introdução ao projeto

Representações planas de poliedros no meio artístico

O cubismo surgiu por volta do século XX na Europa, revolucionando a maneira como a pintura e escultura eram feitas. Embora o movimento tenha sido iniciado por Braque e Picasso, e apoiado por diversos artistas, a influência que iniciou este estilo foram os quadros do francês Cézanne e suas representações tridimensionais em seus quadros finais, muito diferentes das formas orgânicas e fluidas do impressionismo.

Como movimento artístico, o cubismo tinha como linha a análise e desmonte de objetos, que eram retratados utilizando-se formas mais simples e cores vívidas, em uma abstração de suas formas originais. A transformação de objetos em figuras que possam ser planificadas pode tomar muitas influências do cubismo. A simplificação das formas, aproximando curvas complexas em linhas mais simples, segue muitas das linhas deste movimento artístico.

Estas abstrações podem seguir uma linha mais surreal, onde as formas são simplificadas aos seus extremos, com caracterizações estilizadas, de aparência mais cúbica. As formas são simplificadas a extremos com utilização de linhas retas e limites bem demarcados. Ao contrário, também podemos obter uma representação com grau de acuracidade surpreendentemente grande, em que um número infindável de regiões poligonais é utilizado para criar a ilusão de curvas e uma aparência mais orgânica, utilizando apenas linhas retas.

Referências

REWALD, Sabine. **Cubism**. New York: Department of modern and contemporary art, The Metropolitan Museum of Art, 2014. Disponível em: <http://www.metmuseum.org/toah/hd/cube/hd_cube.htm>. Acesso em: 13 set. 2016.

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

APÊNDICE B – Modelo – Termo de consentimento informado para alunos

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo aluno _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei que o aluno participe da pesquisa intitulada *Construção de figuras tridimensionais a partir de representações planas*, desenvolvida pela pesquisadora Rebeca Ferreira da Costa de Castro. Fui informado que a pesquisa é coordenada/orientada pela Professora Elisabete Zardo Búrigo, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone ****-**** ou e-mail *****.

Tenho ciência de que a participação do aluno não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que são, em linhas gerais.

- Determinar de que maneira os alunos retratam objetos tridimensionais por meio de representações planas.
- Identificar que tipos de dificuldades os alunos possuem no momento de relacionar objetos tridimensionais a suas representações planas, e vice-versa

Fui também esclarecido de que os usos das informações oferecidas pelo aluno serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), nos quais o aluno será identificado apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do aluno se fará por meio de participação em oficina/aula, em que ele será observado e sua produção analisada. No caso de fotos, obtidas durante a participação do aluno, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação do aluno. Por fotos sem identificação, compreendo que nomes serão omitidos e rostos serão desfocados. A colaboração do aluno se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado, poderei contatar a pesquisadora responsável no e-mail *****.

Fui ainda informado de que o aluno pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura do Orientador da pesquisa: