

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO

**Análise Não-Linear no  
Reconhecimento de Padrões  
Sonoros: Estudo de Caso para  
Sons Pulmonares**

por

Ricardo Felipe Custódio

Tese submetida à avaliação,  
como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor  
em Ciência da Computação

Prof. Dante Augusto Couto Barone  
Prof. Waldir Leite Roque  
Orientadores

Porto Alegre, julho de 1999.



## CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Custódio, Ricardo Felipe

Análise Não-Linear no Reconhecimento de Padrões Sonoros: Estudo de Caso para Sons Pulmonares / por Ricardo Felipe Custódio. — Porto Alegre: PPGC da UFRGS, 1999.

119 f.: il.

Tese (doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Computação, Porto Alegre, BR-RS, 1999. Orientadores: Barone, Dante Augusto Couto; Roque, Waldir Leite.

1. Dinâmica Não-Linear. 2. Fractais. 3. Reconhecimento de Padrões. 4. Sons Pulmonares. I. Barone, Dante Augusto Couto II. Roque, Waldir Leite III. Título.

*Aplicações dos Computadores - SB/1  
Informática médica*

*Reconhecimento de Padrões  
Fractais  
Sons pulmonares*

*Padrões*

*Fractais*

*Sons pulmonares*

*ADS*

N.º CHAMADA	N.º REG:	
61:681.32(043) C987a	38737	
ORIGEM:	FUND.:	FORN.:
II	16/3/00	R\$ 20,00
UNPq 1.03.04.002	II	II

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitora: Profa. Wrana Maria Panizzi

Pró-Reitor de Pós-graduação: Prof. Franz Rainer Alfons Semmelmann

Diretor do Instituto de Informática: Prof. Philippe Olivier Alexandre Navaux

Coordenador do PPGC: Profa. Carla Maria Dal Sasso Freitas

Bibliotecária-chefe do Instituto de Informática: Beatriz Regina Bastos Haro

# Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus.

Segundo, agradeço à minha família por ter tido paciência e permitido minha ausência ao longo desses anos de estudo. Em particular agradeço a minha esposa Mari Ângela Pauli Custódio, aos meus dois filhos: Isadora e Mateus, aos meus pais: Manoel Sérgio da Silva Custódio e Benta Felipe Custódio, aos meus seis irmãos, e a todos os meus amigos.

Agradeço aos meus Orientadores Dante e Roque e a todos os meus colegas que sempre prontamente me ajudaram durante o período de doutoramento.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro e a Universidade Federal de Santa Catarina por ter me incentivado na realização deste sonho.

Agradeço ao PPGCC da UFRGS pelo acolhida.

Agradeço também a Dra. Heloisa Valliatti.

Finalmente quero reforçar meu agradecimento aos Professores Waldir Leite Roque e Prof. Luiz Paulo Luna de Oliveira pelas longas horas de discussão e dedicação ao trabalho.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
Sistema de Bibliotecas da UFRGS

C 38737

# Sumário

<b>Lista de Abreviaturas . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>Lista de Figuras . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>Lista de Tabelas . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>Resumo . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>Abstract . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>1 Introdução . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 Objetivo Geral . . . . .	13
1.2 Objetivos Específicos . . . . .	13
1.3 Motivação e Definição do Problema . . . . .	13
1.4 Produção do Som Pulmonar . . . . .	15
1.5 Base de dados . . . . .	15
1.6 Contribuição . . . . .	17
1.7 Literatura sobre Sons Pulmonares . . . . .	18
1.8 Auto Similaridade dos Sons Pulmonares . . . . .	19
1.9 Organização desta Tese . . . . .	21
1.10 Conclusão . . . . .	26
<b>2 Atomic Decomposition with Genetic Algorithms . . . . .</b>	<b>27</b>
2.1 Abstract . . . . .	27
2.2 Introduction . . . . .	27
2.3 Atomic Decomposition . . . . .	28
2.4 Gabor Transform . . . . .	28
2.5 Wavelet Transform . . . . .	29
2.6 Matching Pursuit Algorithm . . . . .	29
2.7 Decomposition by Parts . . . . .	30
2.8 Results . . . . .	30
2.9 Decomposition with an Unique Simplest Function . . . . .	30
2.10 Decomposition with Two Simple Functions . . . . .	30
2.11 Decomposition by Parts of a Complex Signal - One Function at a Time	32
2.12 Conclusion . . . . .	36
<b>3 Lung Sound Analysis with Time-Dependent Fractal Dimensions . . . . .</b>	<b>37</b>
3.1 Abstract . . . . .	37
3.2 Introduction . . . . .	37
3.3 CEM Method . . . . .	38
3.4 TDFD for Lung Sounds . . . . .	39
3.5 Conclusions and Final Considerations . . . . .	40
3.6 Acknowledgments . . . . .	41
<b>4 Wolf's Algorithm for Lyapunov Exponent Estimation Revisited . . . . .</b>	<b>43</b>
4.1 Abstract . . . . .	43

4.2	Introduction . . . . .	43
4.3	The Wolf's Algorithm Commented . . . . .	44
4.4	Improvements . . . . .	45
4.5	Numerical Examples . . . . .	48
4.5.1	Hénon's Map . . . . .	48
4.5.2	Logistic Map . . . . .	48
4.6	Conclusion . . . . .	51
4.7	Acknowledgements . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Lyapunov Exponent for Pattern Recognition in Lung Sounds . . . . .</b>	<b>52</b>
5.1	Abstract . . . . .	52
5.2	Introduction . . . . .	52
5.3	Material and Methods . . . . .	54
5.4	Results and Analyses . . . . .	55
5.5	Comments and Conclusion . . . . .	59
5.6	Acknowledgments . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Negative Lyapunov Exponent Estimations in Non Chaotic Data Time Series . . . . .</b>	<b>60</b>
6.1	Abstract . . . . .	60
6.2	Introduction . . . . .	60
6.3	The Method . . . . .	61
6.4	Some Examples . . . . .	62
6.4.1	The Logistic Map . . . . .	62
6.4.2	The Triangular Map . . . . .	64
6.5	Conclusion . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Lung Sounds . . . . .</b>	<b>68</b>
7.1	Abstract . . . . .	68
7.2	Introduction . . . . .	68
7.2.1	The Stethoscopes . . . . .	68
7.3	Respiratory Sounds . . . . .	69
7.4	Databases . . . . .	72
7.5	Short-Time Energy . . . . .	72
7.6	Short-Time Autocorrelation Function . . . . .	73
7.7	Normalized Cepstrum Extraction . . . . .	78
7.8	Conclusion . . . . .	78
<b>8</b>	<b>Ensaio Sobre o Tratamento Não-Linear de Séries Temporais . . . . .</b>	<b>79</b>
8.1	Abstract . . . . .	79
8.2	Resumo . . . . .	79
8.3	Introdução . . . . .	80
8.4	Transformadas de Fourier e Wavelets . . . . .	81
8.4.1	Transformada de Fourier . . . . .	81
8.4.2	Transformada Wavelet . . . . .	82
8.4.3	Função de autocorrelação de um sinal . . . . .	83
8.5	Exemplos de Séries Caóticas e Estocásticas . . . . .	84
8.6	Reconstrução da dinâmica a partir de séries temporais. . . . .	85
8.6.1	Escolha da Dimensão de Imersão $m$ . . . . .	86
8.7	Dimensão Fractal . . . . .	88
8.7.1	Cálculo da Dimensão Fractal . . . . .	88

8.7.1.1 Algoritmos de Contagem de Caixas - ACC . . . . .	88
8.7.1.2 Método dos Vizinhos Próximos - MVP . . . . .	89
8.7.1.3 Método da Integral de Correlação - MIC . . . . .	89
8.7.1.4 Método do Exponente Crítico - MEC . . . . .	90
8.7.2 Dimensões Generalizadas ou Multifractais . . . . .	91
8.7.3 Algoritmo de Grassberger-Procaccia para Dimensões Generalizadas	91
<b>8.8 Entropia de Kolmogorov-Sinai . . . . .</b>	<b>92</b>
8.9 Espectro de Expoentes de Lyapunov . . . . .	92
8.9.1 Método de Wolf . . . . .	93
8.9.2 Método de Eckmann e Ruelle . . . . .	93
8.9.3 Conjetura de Kaplan-York . . . . .	93
8.10 Redução de Ruído . . . . .	94
8.11 Estudo de Caso . . . . .	95
8.11.1 Dimensão Fractal do Som Pulmonar . . . . .	95
8.11.2 Dimensão Fractal Dependente do Tempo . . . . .	95
8.12 Conclusão . . . . .	98
<b>9 Conclusão . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>Anexo 1 Time-Dependent Fractal Dimension of Lung Sounds . . . . .</b>	<b>104</b>
1.1 Abstract . . . . .	104
<b>Anexo 2 PulSA: A System to Support Lung Sound Analysis . . . . .</b>	<b>105</b>
2.1 DEMO Abstract . . . . .	105
<b>Anexo 3 Negative Lyapunov Exponent Estimations for Non Chaotic Data Time Series . . . . .</b>	<b>106</b>
3.1 Abstract . . . . .	106
<b>Anexo 4 Identifying Lung Sound Patterns through Lyapunov Exponent Estimations . . . . .</b>	<b>108</b>
4.1 Abstract . . . . .	108
<b>Anexo 5 Análise de Sons Pulmonares via Dinâmica Caótica . . . . .</b>	<b>110</b>
5.1 Resumo . . . . .	110
<b>Bibliografia . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>Índice . . . . .</b>	<b>117</b>

## Lista de Abreviaturas

$\alpha_C$	Alfa Crítico
ACC	Algoritmos de Contagem de Caixas
AR	Autoregressivo
CEM	Método do Expoente Crítico (Critical Method Exponent)
DFDT	Dimensão Fractal Dependente do Tempo
DIM	Dimensão de Imersão
DSP	Processador Digital de Sinais (Digital Signal Processor)
EEG	Eletroencefalograma
EVOLV	Evolução
FFT	Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform)
ILSA	Internatinal Lung Sounds Association
LTDLE	Largest Time Dependent Lyapunov Exponent
MGP	Método de Grassberg-Procaccia
MIC	Método da Integral de Correlação
MJ	Método de Judd
MP	Matching Pursuit
MVP	Método dos Vizinhos Próximos
PSD	Power Spectral Density (Densidade Espectral de Potências)
RSR	Relação Sinal Ruído
SCALMN	Escala Mínima
SCALMX	Escala Máxima
STFT	Short Time Fourier Transform
TAU	Tempo de Reconstrução
TDFD	Time Dependent Fractal Dimension
TDLE	Time Dependent Largest Lyapunov Exponent
ZMULT	Fator de Multiplicação

# Lista de Figuras

FIGURA 1.1 — Densidade espectral de potência de um som pulmonar típico (Expiração - Linha cheia, Inspiração - Linha Tracejada) . . . . .	16
FIGURA 1.2 — Curva de Koch. . . . .	21
FIGURA 1.3 — Escalograma da curva de Koch. . . . .	22
FIGURA 1.4 — Curva de Koch para pontos entre 3.000 e 3.800. . . . .	22
FIGURA 1.5 — Som Pulmonar Normal. . . . .	23
FIGURA 1.6 — Escalograma do Som Pulmonar Normal. . . . .	23
FIGURA 1.7 — Seno adicionado de Ruído. . . . .	24
FIGURA 1.8 — Escalograma do Seno adicionado de Ruído. . . . .	24
FIGURA 2.1 — Original function (solid line) and a Randomly Generated Reconstructed Function (dotted line). . . . .	31
FIGURA 2.2 — Reconstructed Function After 50 Generations (dotted line). . . . .	32
FIGURA 2.3 — Original Function (solid line) and Randomly Generated Reconstructed Function (dotted line). . . . .	33
FIGURA 2.4 — Reconstructed Function After 50 Generations (dotted line). . . . .	33
FIGURA 2.5 — Single Obtained Gaussian After 100 Generations (dotted line). . . . .	34
FIGURA 2.6 — First Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line). . . . .	34
FIGURA 2.7 — Second Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line). . . . .	35
FIGURA 2.8 — Third Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line). . . . .	35
FIGURA 3.1 — Adventitious sound of patient P4 (left) and normal sound of patient P1 (right). . . . .	42
FIGURA 4.1 — Distances according to the correct choice for <i>SCALMN</i> and <i>SCALMX</i> parameters. Both noisy and <i>Smallest</i> distance should be in region <i>A</i> defined by <i>SCALMN</i> while the relevant region <i>B</i> is beyond <i>SCALMN</i> . . . . .	46
FIGURA 4.2 — Largest Lyapunov exponent for logistic map obtained from Eq. (4.10) by Jacobian calculations. . . . .	49
FIGURA 4.3 — Data based estimations for Largest Lyapunov exponent of Logistic map using our algorithm. . . . .	50
FIGURA 4.4 — Absolute error in the largest Lyapunov estimation with our algorithm when compared to the calculations based on Jacobian calculations. . . . .	50
FIGURA 5.1 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Normal Sound. . . . .	55
FIGURA 5.2 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Crackle Sound. . . . .	56
FIGURA 5.3 — Spectrogram for Crackle Sound. . . . .	57

FIGURA 5.4 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Wheeze Sound. . . . .	57
FIGURA 5.5 — Spectrogram for Wheeze Sound. . . . .	58
FIGURA 5.6 — Spectrogram for Normal Sound. . . . .	58
FIGURA 6.1 — Direct comparison between the estimated Lyapunov exponents and those given by Jacobian method: $0.1 \leq \mu \leq 3.0$ and $A = 0.1$ . The Jacobian results were decreased of 5 units for ease comparison (lowest curve in graph). . . . .	64
FIGURA 6.2 — Absolute error of the Lyapunov exponent estimations when compared with the Jacobian method: $0.1 \leq \mu \leq 3.0$ and $A = 0.1$ . . . . .	65
FIGURA 6.3 — Direct comparison between the estimated Lyapunov exponents and those given by Jacobian method: $3.0 \leq \mu \leq 4.0$ and $A = 0.1$ . The Jacobian results were increased of 1 unit for ease comparison (highest curve in graph). . . . .	66
FIGURA 6.4 — Absolute error of the Lyapunov exponent estimations when compared with the Jacobian method: $3.0 \leq \mu \leq 4.0$ and $A = 0.1$ . . . . .	66
FIGURA 6.5 — Theoretical (solid line) and estimated Lyapunov exponents (crosses), obtained for $0.1 \leq a \leq 1.1$ . . . . .	67
FIGURA 7.1 — Short-time energy for normal lung sound with $N=1200$ and 90% of overlapping. . . . .	73
FIGURA 7.2 — Short-time energy for adventitious lung sound (velcro) with $N=1200$ and 90% of overlapping. . . . .	74
FIGURA 7.3 — Short-time energy for adventitious lung sound (crackle) with $N=1200$ and 90% of overlapping. . . . .	75
FIGURA 7.4 — Short-time energy for adventitious lung sound (breath) with $N=1200$ and 90% of overlapping. . . . .	76
FIGURA 7.5 — Autocorrelation of a normal sound. . . . .	77
FIGURA 7.6 — Autocorrelation of a crackle sound. . . . .	77
FIGURA 8.1 — Momento Espectral do Som Normal. . . . .	96
FIGURA 8.2 — Derivada Primeira do Momento Espectral Normal. . . . .	96
FIGURA 8.3 — Derivada Segunda do Momento Espectral do Som Normal. . . . .	97
FIGURA 8.4 — Derivada Terceira do Momento Espectral do Som Normal. . . . .	97
FIGURA 8.5 — Gráfico da DFDT para o Som Normal. . . . .	98
FIGURA 8.6 — Gráfico da DFDT para o Som Sibilo. . . . .	99
FIGURA 8.7 — Gráfico da DFDT para o Som Estertor. . . . .	99

## Lista de Tabelas

TABELA 1.1 — Classificação de Sons Pulmonares . . . . .	16
TABELA 1.2 — Base de dados digital de sons pulmonares . . . . .	17
TABELA 1.3 — Revistas que publicaram em acústica respiratória desde 1966 . . . . .	19
TABELA 2.1 — Parameters Used. . . . .	31
TABELA 3.1 — Averaged TDFD for normal lung sounds of patients P1, P2, P3 and for adventitious lung sounds of patients P4 and P5, from vesicular sites. . . . .	41
TABELA 4.1 — Search near point table. . . . .	47
TABELA 5.1 — Used parameters. . . . .	55
TABELA 6.1 — Some Values from 0.1 to 3.0 . . . . .	63
TABELA 7.1 — Lung Sound Data Base . . . . .	72
TABELA 8.1 — Passos do Algoritmo de Contagem de Caixas . . . . .	89
TABELA 8.2 — Comparação entre a Dimensão $D_0$ e Kaplan-York . . . . .	94
TABELA 8.3 — Dimensão Fractal para Som Pulmonar Normal . . . . .	95
TABELA 8.4 — Cálculo da DFDT . . . . .	98

## Resumo

Nas últimas décadas uma considerável parcela das pesquisas nas áreas de Física e Matemática tem sido dedicada ao estudo de fenômenos não lineares. Uma possível explicação para isso foi o rápido desenvolvimento de sistemas computacionais, tanto em nível de hardware quanto em nível de software, algoritmos e técnicas de programação que propiciaram ao homem maiores facilidades no tratamento de sistemas não lineares, o que levou a um maior grau de entendimento de sua complexidade. Geralmente, aos sistemas não lineares está associada uma geometria irregular, onde é comum o aparecimento de regimes caóticos, com um conjunto atrator de órbitas cuja dimensão não é um inteiro positivo, mas sim um número real positivo. Por esta razão, tais atratores, são denominados estranhos e ditos possuírem uma geometria fractal. É possível, através de métodos cuidadosamente desenvolvidos, estimar-se as dimensões associadas à dinâmica de séries temporais. Uma das séries de maior dificuldade de análise através do computador, e de particular interesse na medicina, são as séries de sons pulmonares humanos. Desde quando o estetoscópio foi inventado até os dias de hoje não há uma ferramenta plenamente confiável para a análise destas séries. Recentemente, temos trabalhado com estas séries e verificamos que há uma geometria fractal. Esta tese propõe a utilização da análise não-linear para identificação de padrões sonoros. Além da geometria fractal, a análise por wavelets tem sido utilizada no estudo de sinais complexos, sobretudo naqueles que apresentam estruturas fractais. O conjunto de filtros construído através da translação, expansão ou compressão de uma função wavelet mãe tem uma estrutura auto-similar, mostrando-se particularmente apropriado para a verificação da auto similaridade dos sons. A técnica da estimativa dos expoentes de Lyapunov dependente do tempo, a qual é desenvolvida na tese, tem se mostrado bastante adequada para identificação de padrões sonoros de origem pulmonar.

**Palavras chaves:** Caos, Fractais, Expoentes de Lyapunov, Dimensão Fractal, Sons Pulmonares

**TITLE: "NONLINEAR ANALYSIS IN SOUND PATTERN RECOGNITION:**

**CASE STUDY OF LUNG SOUNDS"**

## **Abstract**

It has been observed that in the last decades, considerable amount of the research in the areas of Physics and Mathematics have been dedicated to the study of nonlinear phenomena. A possible explanation for this fact is the fast development of computational systems occurring in the level of the hardware as in computer languages, algorithms and programming techniques. These developments propitiated to the researchers a broader contact with nonlinear systems, which led to a better understanding of their complexity. In general, for nonlinear systems an irregular geometry is associated, where the appearance of chaotic regimes has an associated attractor set of orbits whose dimension is not a positive integer number, but a real one. Such attractors are called strange and said to possess fractal geometry. It is possible, through carefully developed methods, to estimate the dimension associated to the dynamics of time series. One of the series with high difficulty to be analyzed through a computer and of particular interest in medicine, is the time series generated out of human pulmonary sounds. Since the creation of the stethoscope, there is not yet a fully trustworthy tool for the lung sound analysis. Recently, we have studied these series and verified that they have a fractal geometry nature. The purpose of this thesis is to investigate non-linear analysis as a tool for pattern recognition in lung sounds. In addition to fractal geometry, the wavelet analysis has been used in the study of complex signs, in particular for those presenting a fractal structure. The set of filters constructed through the translation, expansion or compression of a function wavelet mother has an auto-similar structure, being particularly useful for the verification of self similarity of pulmonary sounds. The largest time dependent Lyapunov exponent estimation technique that has been proposed in this thesis has shown a high degree of confidence for the identification of lung sound patterns.

**Keywords:** Chaos, Fractals, Lyapunov Exponents, Fractal Dimention, Lung Sounds

# 1 Introdução

O presente trabalho apresenta a tese, submetido como requisito parcial para doutorado no Programa de Pós-Graduação em Computação (PPGC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

## 1.1 Objetivo Geral

Investigar as técnicas de análise não-linear, com ênfase em dimensão fractal e expoentes de Lyapunov dependente do tempo, para o reconhecimento de padrões em séries temporais de sons pulmonares humanos.

## 1.2 Objetivos Específicos

Estudar os sons pulmonares através de propriedades invariantes associadas ao comportamento não linear dinâmico do sistema respiratório humano. Recentemente [OLI 99, CUS 97a] foi verificada a existência de características fractais associada a este tipo de sinal. Como resultado deste estudo pretende-se responder a uma série de questões que serão úteis no desenvolvimento de novos algoritmos e sistemas de reconhecimento automático de características de sons pulmonares. Sabe-se que a alguns tipos de sons pulmonares estão associadas certas doenças e desta forma, este estudo poderá ser utilizado em sistemas de auxílio ao diagnóstico de doenças pulmonares.

## 1.3 Motivação e Definição do Problema

Nas últimas décadas, tem sido observado que considerável parcela das pesquisas nas áreas de Física e Matemática tem sido dedicada ao estudo de fenômenos não lineares. Uma possível explicação para isso foi o rápido desenvolvimento de sistemas computacionais, tanto a nível de hardware quanto a nível de linguagens, algoritmos e técnicas de programação que propiciaram ao homem um melhor tratamento de sistemas não lineares, o que levou a um maior grau de entendimento de sua complexidade. De fato, a natureza freqüentemente parece fazer uso de processos não lineares para se manifestar [ABA 93]. Isso parece ser a causa do grande desenvolvimento que teve a Dinâmica Não Linear e a Teoria dos Sistemas Dinâmicos, em geral.

O número de publicações científicas que procuram interpretar os fenômenos naturais através dos métodos da dinâmica não linear tem sido muito grande e nas mais variadas áreas do conhecimento, como na astrofísica, biologia, ciências es-

paciais, computação, dinâmica de populações, dinâmica dos fluídos, engenharias, geologia, geofísica, medicina, meteorologia, oceanografia, química, etc. A despeito da área de conhecimento, muitos dos modelos ou sistemas usados nos estudos dos mais variados fenômenos naturais parecem obedecer aos mesmos preceitos gerais da dinâmica não linear.

Geralmente, aos sistemas não lineares está associada uma geometria irregular. Por exemplo, em sistemas determinísticos dissipativos é comum o aparecimento de regimes caóticos, aos quais está associado um conjunto atrator de órbitas cuja dimensão não é mais um inteiro positivo mas sim um número real qualquer. Por esta razão, tais atratores são denominados estranhos e ditos possuírem geometria fractal [MAN 88, OTT 93]. Mesmo em sistemas não determinísticos, podem estar associadas propriedades fractais importantes, como a auto afinidade e a auto similaridade [OSB 89, FED 88].

Dada uma série temporal experimental, é possível, através de métodos cuidadosamente desenvolvidos para isso, estimar-se as dimensões associadas à dinâmica do sistema da qual ela se origina. Isso sugere que processos dinâmicos associados à geometrias fractais são comuns na natureza [ADE 94, OLI 99, RAI 96, DRA 94].

Uma das séries de maior dificuldade de análise através do computador, e de particular interesse na medicina, são as séries de sons pulmonares humanos. Desde que o estetoscópio foi inventado até o presente não há uma ferramenta plenamente confiável para a análise destas séries. Recentemente, temos trabalhado com estas séries e verificamos que há características de uma geometria fractal [CUS 97a, ROQ 98a, ROQ 98b, OLI 99].

A motivação de uma parte desta tese deve-se ao fato de acreditarmos que a geometria fractal exibida pelo sistema produtor do som pulmonar, em particular suas dimensões e expoentes de Lyapunov, possam ser utilizados no reconhecimento de padrões. Cabe observar que existem vários conceitos de dimensão, como é o caso da família  $D_q^1$ , a qual, em geral, assume valores distintos para diferentes valores reais de  $q$  [FER 94]. Assim, pode-se obter todo um espectro de dimensões que caracterizam, em algum grau, o sinal estudado.

Além da geometria fractal, a análise por wavelets tem sido utilizada no estudo de sinais complexos, sobretudo naqueles que apresentam estruturas fractais [DAU 92, GOM 96]. Trata-se de decompor os sinais com base em sinais mais simples de suporte compacto. Assim, pode-se analisar o sinal em diversas escalas, possibilitando ater-se a detalhes de maior interesse. Uma das consequências disso é a possibilidade da localização de partes do sinal, por exemplo, nas escalas do tempo e da freqüência, o que não é facilmente realizável através da transformada de Fourier [DAU 92, GOM 96].

O conjunto de filtros construído através da translação, expansão ou compressão de uma função wavelet mãe tem uma estrutura auto similar, mostrando-se particularmente apropriado para a análise de dados que exibem indícios de geometria fractal.

Um segunda motivação para esta tese consiste na ausência de algoritmos computacionais eficientes para auxílio à reconstrução da dinâmica de sistemas caóticos, em particular na obtenção do expoente de Lyapunov. Mostramos que muitos dos

---

<sup>1</sup> Veja a Seção 8.7.2

métodos matemáticos utilizados podem ser eficientemente implementados através de modernas técnicas computacionais [CUS 99a].

## 1.4 Produção do Som Pulmonar

O trato respiratório consiste do trato vocal e das vias aéreas subglotais. É o efeito combinado desses dois componentes que produzem os sons pulmonares. O fluxo de ar nos pulmões durante as fases de *inspiração* e *expiração* possuem uma dinâmica complexa causada, provavelmente, pela vibração das paredes das vias aéreas, pelas regiões de vórtex geradas, pela ruptura do filme de fluido devido a vibrações das paredes das vias aéreas e pelo esforço e relaxação destas paredes e pela turbulência em geral [LOU 91]. Isto implica em que os sons do pulmão são de uma natureza líquido-dinâmica e tem sua origem devido à conversão da energia do fluxo de ar à energia sonora enquanto o ar flui para dentro e para fora dos pulmões. Consequentemente, por extensão, devem ocorrer processos dinâmicos não lineares, os quais devem se refletir no procedimento de ausculta [WIL 95].

O som da respiração auscultado de uma pessoa saudável é chamado de som pulmonar normal. Este é caracterizado por ter uma maior quantidade de energia durante a inspiração do que durante a expiração. O espectro de potências tem duas partes lineares na escala log-log: um em baixas freqüências; e outro em altas freqüências [GAV 95]. A derivada da linha de alta freqüência varia entre -12.7 a -15.2 dB/oct<sup>2</sup> durante a inspiração e entre -13.4 a -20.3 dB/oct. durante a expiração. A derivada média na linha de baixas freqüências é de aproximadamente -5 dB/oct., mas varia substancialmente entre os pontos de registro, paciente e entre fases de respiração. A linha de baixa freqüência varia entre 75 Hz e 160 Hz e a de alta freqüência entre 160 Hz a 496 Hz na expiração e a 803 Hz para a inspiração. A Figura 1.1 mostra o comportamento típico da densidade espectral de potência dos sons pulmonares normais.

Além dos sons normais há os anormais, conhecidos como sons adventícios, normalmente classificados em duas categorias, dependendo de sua duração: contínuo e descontínuo [PAS 97]. São as diferenças entre estes sons e os sons normais que auxiliam o médico a diagnosticar uma determinada doença. Existem muitos tipos destes sons e ainda não há uma classificação padrão. Alguns dos principais sons adventícios são apresentados na Tabela 1.1. Nesta tabela, para cada tipo de som pulmonar procura-se explicar o mecanismo de produção, onde o mesmo é originado e uma descrição sucinta de sua aparência acústica.

## 1.5 Base de dados

As séries de sons pulmonares utilizadas no desenvolvimento deste trabalho de tese são aquelas apresentadas na Tabela 1.2. A base de dados vem sendo desenvolvida pelo grupo de pesquisas coordenado pelo Prof. Waldir Roque do Instituto de Matemática da UFRGS.

---

<sup>2</sup>dB/oct = Decibeis por Oitava

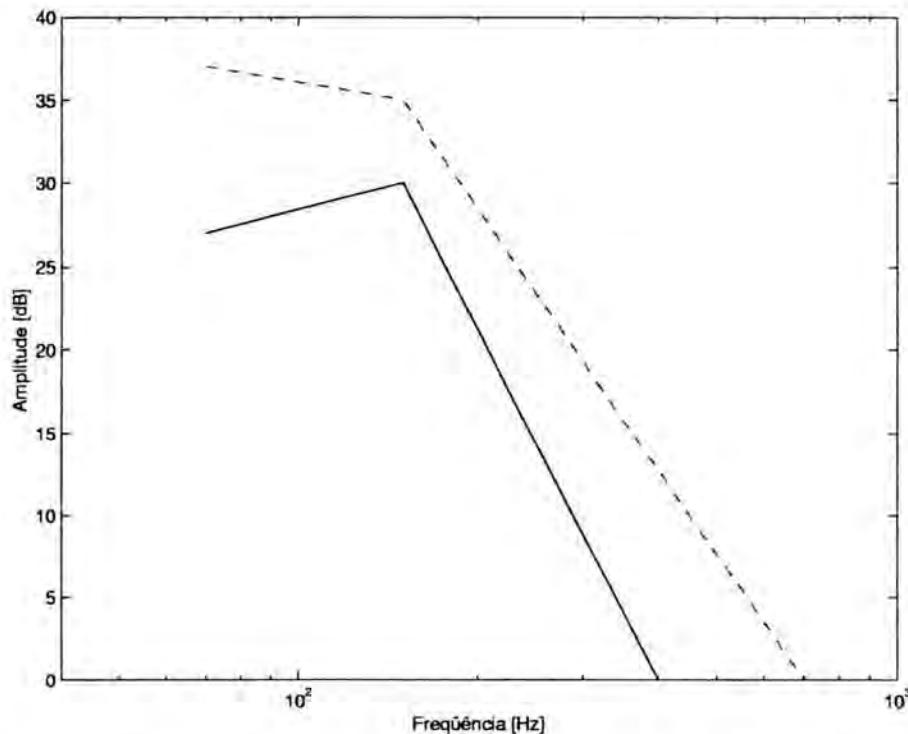


FIGURA 1.1 — Densidade espectral de potência de um som pulmonar típico (Expiração - Linha cheia, Inspiração - Linha Tracejada).

TABELA 1.1 — Classificação de Sons Pulmonares

Som Respiratório	Mecanismo	Origem	Padrão Acústico
Som Pulmonar Normal	Fluxo turbulento, mecanismo desconhecido	Vias aéreas centrais na expiração e lobar para inspiração	Ruído filtrado de 100 Hz a mais de 1.000 Hz
Som Traqueal Normal	Fluxo turbulento colidindo sobre as paredes das vias aéreas	Faringe, Laringe, Traquéia Grandes Vias Aéreas	Ruído com Ressonância entre menos de 100 Hz a mais de 3.000 Hz. São grossos, desarmônicos e intensos
Síbilo	Paredes trêmulas das vias aéreas	Vias aéreas central e inferiores	Sinusóides entre 100 Hz e mais de 1.000 Hz com duração típica de mais de 80 ms.
Ronco Sonoro	Ruptura do filme de fluido, vibração nas paredes das vias aéreas	Grandes vias aéreas	Conjunto de sinusóides abaixo de 300 Hz com duração maior que 100 ms.
Estertores Finos e Grossos	Esforço e relaxação das paredes das vias aéreas	Vias aéreas central e inferiores	Onda com decaimento rápido com duração típica menor que 20 ms.
Sibilos Curtos	Desconhecido	Abertura explosiva trêmula das vias aéreas	Combinação de sibilos e estertores

TABELA 1.2 — Base de dados digital de sons pulmonares

Base de Dados	Endereço na Internet
Estetoscópio Virtual	<a href="http://www.music.mcgill.ca/~katsia/the_lungs.html">http://www.music.mcgill.ca/~katsia/the_lungs.html</a>
HALE	<a href="http://www.RALE.ca">http://www.RALE.ca</a>
Manu	<a href="http://www.ief.u-psud.fr/%7emanu/sounds.html">http://www.ief.u-psud.fr/%7emanu/sounds.html</a>
PulSA	<a href="http://www.inf.ufsc.br/pulsa">http://www.inf.ufsc.br/pulsa</a>

Recentemente foi proposto um modelo computacional para a produção de alguns tipos de sons pulmonares [KOM 97]. Este modelo elucida várias características importantes da forma de onda do sinal pulmonar e é útil no entendimento dos aspectos não lineares que se está interessado.

## 1.6 Contribuição

Esta tese apresenta uma nova forma de analisar sons pulmonares. A idéia consiste em, partindo do princípio de que o som pulmonar é não estacionário e que apresenta fortes componentes não lineares dinâmicos, utilizar técnicas de reconstrução desta dinâmica. Uma vez tendo-se a dinâmica, seus parâmetros podem ser utilizados para a caracterização dos sistemas associados à produção do som propriamente dito. Para isso tivemos que responder à questão básica: o sinal de som pulmonar é caótico? Uma das técnicas utilizadas para se verificar se uma série temporal é caótica é através da análise dos expoentes de Lyapunov. Estes dão um indicativo da quantidade de informação produzida pelo sistema origem da série. Ou, em outras palavras, o grau de sensibilidade do sistema às condições iniciais. O problema é que não se dispunha de um algoritmo prático e rápido o suficiente para estimar, por exemplo, o maior expoente positivo dependente do tempo. Assim, após um estudo dos métodos conhecidos, desenvolveu-se um novo algoritmo. Este está descrito no Capítulo 4. Este novo algoritmo mostrou-se eficiente e robusto.

Em seguida verifica-se a propriedade auto-similar em escala dos sons pulmonares. Para isso o sinal de som pulmonar é decomposto através da transformada wavelet contínua. Isso permite, através do escalograma, verificar a auto similaridade do sinal a várias escalas como uma função no tempo.

Uma vez quantificado o grau de auto similaridade dos sons pulmonares será possível caracterizar o sinal através de algumas propriedades invariantes associadas a sistemas dinâmicos não lineares. Em particular, utiliza-se a dimensão fractal, associada a auto similaridade, e o maior expoente de Lyapunov positivo para esta caracterização.

O sinal de som pulmonar apresenta regiões lineares no espectro de densidade de potência. A taxa média de decaimento ou crescimento destas regiões lineares pode ser associada a uma dimensão de auto similaridade. Um método muito eficiente para quantificar esta dimensão é o método do expoente crítico [NAK 93].

É sabido que a dimensão fractal é uma propriedade invariante de uma série temporal caótica. Contudo o sistema responsável pela produção do som pulmonar é extremamente complexo e variável no tempo. É esperado, portanto, que haja uma variação temporal da dimensão fractal. Porém, esta variação é de origem

mecânica e portanto existe uma inércia associada a esta variação, o que garante, em termos práticos, um período de tempo no qual poder-se-ia considerar a dimensão fractal invariante. Pergunta-se qual seria este período de tempo? Para responder a questão é utilizado um procedimento conhecido como análise de tempo curto, ou seja, é estimada a dimensão fractal em janelas ao longo do tempo. Através deste procedimento pode-se identificar qual é o tempo médio durante a qual a dimensão fractal é considerada invariante. Constatou-se, como esperado, que este período tem duração de algumas centenas de milisegundos[CUS 99b]. Isso é devido à velocidade de variação média dos componentes fisiológicos associados ao sistema respiratório humano, responsável pela produção do som pulmonar. Com este resultado poderão ser desenvolvidos algoritmos eficientes de estimativa da dimensão fractal e também auxiliar na definição das necessidades de recursos computacionais necessários a implementação de um sistema real de auxílio ao reconhecimento automático de sons pulmonares [SAB 95].

## 1.7 Literatura sobre Sons Pulmonares

Desde meados da década de sessenta muito se tem discutido sobre a análise de sons pulmonares através do computador. Deste lá, vários trabalhos tem sido publicados que propõe técnicas e métodos para a aquisição, registro e análise de sons pulmonares com o auxílio do computador.

A Associação Internacional do Sons Pulmonares (ILSA - International Lung Sounds Association) tem procurado manter um registro do que está sendo realizado nesta área. Para isso mantém em sua página na WEB<sup>3</sup> uma tabela com a lista dos principais periódicos que publicam trabalhos nesta área. A Tabela 1.3 mostra a lista das revistas que publicaram pelo menos três artigos relacionados à acústica respiratória desde o ano de 1966.

A ILSA também mantém atualizada uma lista de artigos selecionados sobre acústica respiratória. Esta lista contém uma relação de um pouco mais de 500 publicações.

A quase totalidade dos trabalhos publicados utiliza três técnicas para a análise de sons pulmonares: análise no domínio do tempo; análise no domínio da freqüência através da transformada de Fourier; e análise através da transforma wavelet. Não foi encontrado nenhum trabalho que trate os sons pulmonares através de técnicas de análise não linear dinâmica.

Entretanto, os métodos de análise não linear tem sido empregados, por exemplo, na caracterização de estruturas cerebrais [BLA 95b, BLA 95a]. Isso permitiu concluir que a atividade elétrica cerebral não é um simples ruído, mas um sinal que provavelmente reflete respostas causais a eventos que ocorrem durante o processamento cognitivo e sensorial.

Das três técnicas mencionadas, parece que uma das mais promissoras tem sido a análise através da transformada wavelets. Neste sentido, recentemente foi proposto a separação de sons adventícios dos normais usando esta transformada [HAD 97, HAD 98]. Nesta mesma linha de ação há os trabalhos da equipe do Prof. Ademovic que vem obtendo resultados interessantes na análise de sons pulmonares através

---

<sup>3</sup><http://www.ilsa.cc>

TABELA 1.3 — Revistas que publicaram em acústica respiratória desde 1966

Revista	Número de Publicações
Chest	53
American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine	46
Journal of Applied Physiology	44
Thorax	26
European Respiratory Journal	20
IEEE Transaction on Biomedical Engineering	19
Medical & Biological Engineering & Computing	18
Respiration	12
International Journal of Pediatric Otorhinolaryngology	9
Journal of the Acoustical Society of America	7
Respir Physiol	7
Lancet	6
Respiratory Medicine	6
Pediatr Pulmonol	5
Sleep	4
Clinical Physiology	3
Laryngoscope	3
Comp Meth Prog Biomed	3
Acad Med	3
Anesthesia	3

de vários tipos de transformadas wavelets [ADE 94, PES 95, ADE 95a, ADE 95b, ADE 95c, ADE 96, PES 98, ADE 98b, ADE 98a].

Modelos auto-regressivos (AR) também estão sendo utilizados para modelar sons pulmonares [GAV 92]. Foi encontrado que filtros AR de ordem 6 a 8 são adequados para modelar sons normais. Para sons sibilos são necessários filtros de ordem 12 a 16. A representação polar das raízes do filtro AR mostra que os sons normais são caracterizados pela sua baixa variabilidade, sugerindo que este método pode ser usado para a representação de sons normais.

## 1.8 Auto Similaridade dos Sons Pulmonares

A análise de séries temporais pode ser feita por muitas ferramentas. Talvez a mais conhecida destas ferramentas seja a análise espectral, comumente realizada pela transformada de Fourier. O objetivo da transformada de Fourier é decompor um sinal complexo em um conjunto de sinais senoidais bem localizados na freqüência. Desta forma pode-se verificar a quantidade de energia que o sinal possui em função de sua freqüência. Matematicamente, a transformada de Fourier é dada por:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (1.1)$$

o que é a soma para todo o tempo do sinal  $f(t)$  multiplicado por uma exponencial complexa. O resultado desta transformada são os coeficientes de Fourier. O principal problema da análise espectral de sinais é a não localização no domínio do tempo

do seu conteúdo espectral. Gabor [GAB 46] propôs, para resolver este problema, analisar o sinal em janelas, ou seja, aplicar a transformada de Fourier em janelas no tempo. Isso ficou conhecido na literatura como transformada Gabor ou análise de Fourier de tempo curto. Produziu-se assim o espectrograma. Contudo, o problema ainda não estava completamente resolvido. Existem muitos sinais na natureza que possuem informações importantes localizadas na freqüência. E isso não pode ser feito simultaneamente, no tempo e na freqüência, pela transformada de Fourier.

A transformada Wavelet resolve este problema. Com ela é possível analisar um sinal em diversas escalas [CHU 92, MAL 89]. Produziu-se assim o escalograma, ou seja, diferente da análise de Fourier que usa a região tempo-freqüência, este usa a região tempo-escala. Assim, a grande vantagem da análise Wavelet é a habilidade de analisar uma área localizada de um sinal. Similarmente à transformada de Fourier, a transformada contínua Wavelet é definida como a soma para todo o tempo do sinal  $f(t)$  multiplicado por uma função  $\Psi$  escalada e deslocada, ou matematicamente:

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\Psi(a, b, t)dt \quad (1.2)$$

Isso produz muitos coeficientes wavelets  $C$ , os quais são função da escala e da posição. É importante frisar que o fato da análise Wavelet não produzir uma visão tempo-freqüência não é um ponto fraco, e sim um ponto forte da técnica. Isso porque é uma forma mais natural de se analisar grande parte dos sinais da natureza.

Historicamente, a análise wavelet é um método novo, embora, Alfred Haar já tenha usado este conceito em seu trabalho de tese, hoje conhecida por wavelet Haar [STR 96]. O conceito de Wavelet, em sua forma teórica atual, foi primeiramente proposto por Jean Morlet do Centro de Física Teórica de Marseille, França. Atualmente, a análise wavelet tem sido estudada principalmente por Yves Meyer e sua equipe. O principal algoritmo é devido a Stephane Mallat. Desde então, a pesquisa sobre wavelets tem se difundido internacionalmente, principalmente nos Estados Unidos, através dos trabalhos de Ingrid Daubechies, Ronald Coifman e Victor Wickerhauser.

As mais conhecidas funções wavelets são: *Haar*, a primeira e a mais simples de todas as funções wavelet; *Daubechies*, que são compactadamente suportadas e adequadas a análise wavelet discreta; *Symlet*, uma simplificação das wavelets Daubechies; *Coiflet*; *Biortogonal*, família de wavelets que exibe a propriedade de fase linear, portanto adequada ao processamento de sinais; *Meyer*; *Battle-Lemarie*; *Chapéu Mexicano* e *Morlet*.

A análise por wavelet pode detectar se um sinal é auto similar ou fractal. A título de comparação, mostramos a decomposição por wavelets tipo Coiflet de ordem 3 da curva Koch, sabidamente auto similar em escala, do som pulmonar normal e de um sinal não similar em escala. A Figura 1.2 mostra a curva de Koch. A Figura 1.4 mostra a curva de Koch entre as amostras 3.000 e 3.800. Escolhemos esta região para realizar a decomposição por wavelets. A Figura 1.3 mostra o escalograma da curva de Koch. Pode-se observar um padrão de repetição nos coeficientes wavelet, característico de um sinal auto similar em diversas escalas.

A Figura 1.5 mostra o diagrama em amplitude de um típico som normal pulmonar. Este som foi amostrado a taxa de 6.000 Hz, com 16 bits de quantização de

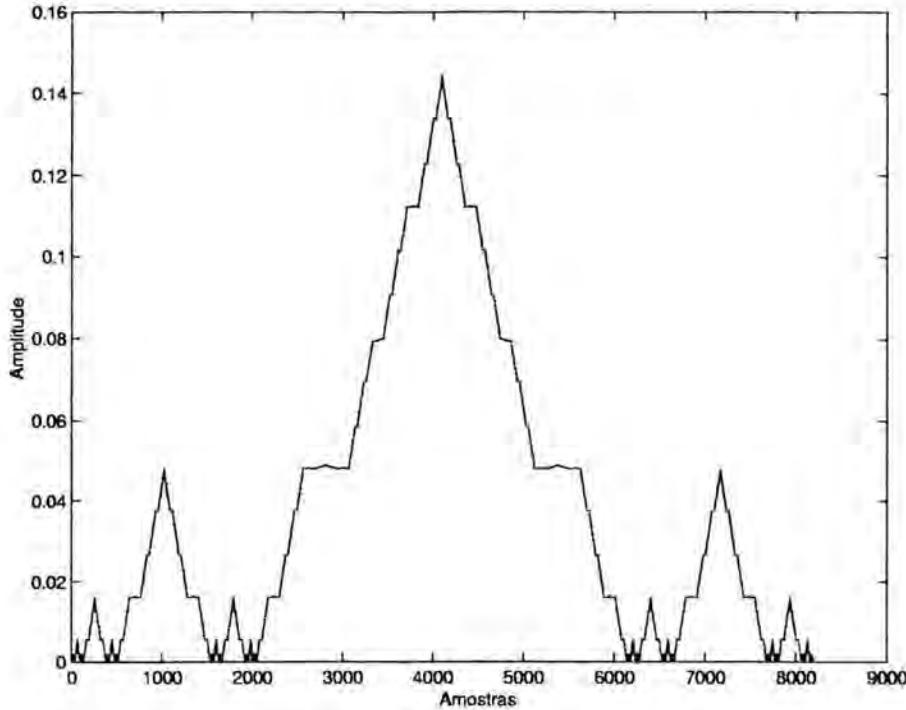


FIGURA 1.2 — Curva de Koch.

uma pessoal saudável. A Figura 1.6 mostra o escalograma do som normal. Pode-se observar que este som pulmonar apresenta praticamente a mesma estrutura de repetição do valor dos coeficientes wavelets nas diversas escalas. Pode-se concluir que o som pulmonar normal é relativamente similar em escala. A análise foi feita por wavelet contínua, com escala entre 4 e 256, correspondendo a 0.67 a 42.67 ms.

A Figura 1.7 mostra o diagrama em amplitude de um sinal seno adicionado de ruído branco, definido por:

$$s(t) = \sin(0,03t) + n(t) \quad (1.3)$$

onde  $n(t)$  é um ruído branco uniforme com amplitude  $\frac{1}{2}$ . A Figura 1.8 mostra o escalograma deste sinal. Pode-se observar que este sinal não apresenta uma estrutura de repetição do valor dos coeficientes wavelets nas diversas escalas. Conclui-se que este sinal não é auto similar em escala.

## 1.9 Organização desta Tese

Esta tese consiste de uma coletânea de artigos, resultado das pesquisas realizadas durante o doutorado. Com o objetivo de facilitar a leitura da tese como um todo, todos os artigos foram formatados num mesmo estilo.

O Capítulo 2 apresenta a técnica da decomposição atômica de funções através de algoritmos genéticos. Este trabalho foi feito com o objetivo de decompor um sinal complexo em uma combinação linear de funções elementares. Assim, pode-se, por exemplo, decompor o som pulmonar em átomos que representem cada componente do som [CUS 99c].

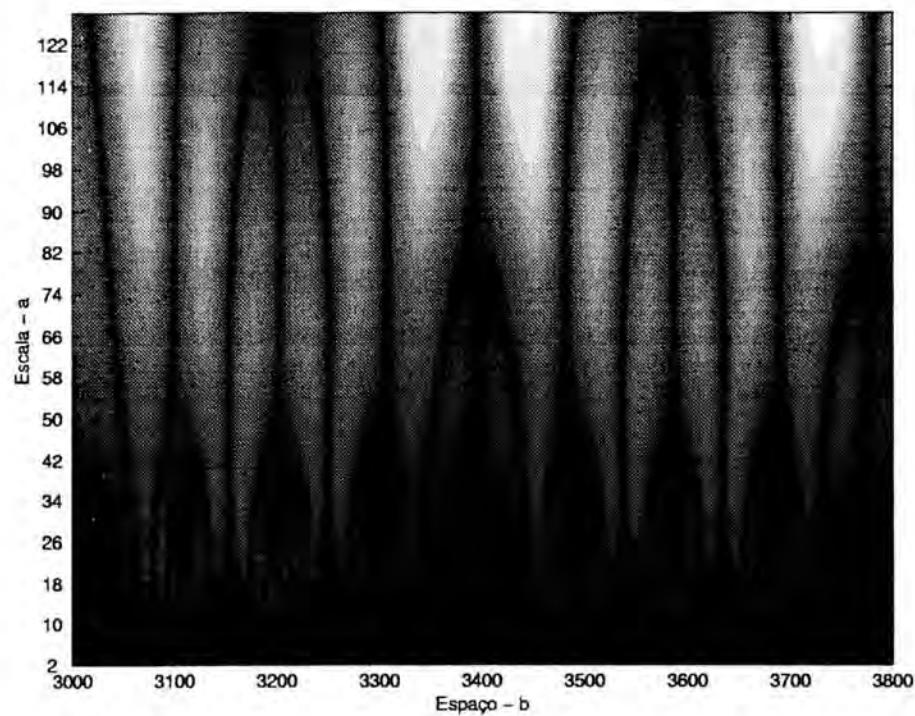


FIGURA 1.3 — Escalograma da curva de Koch.

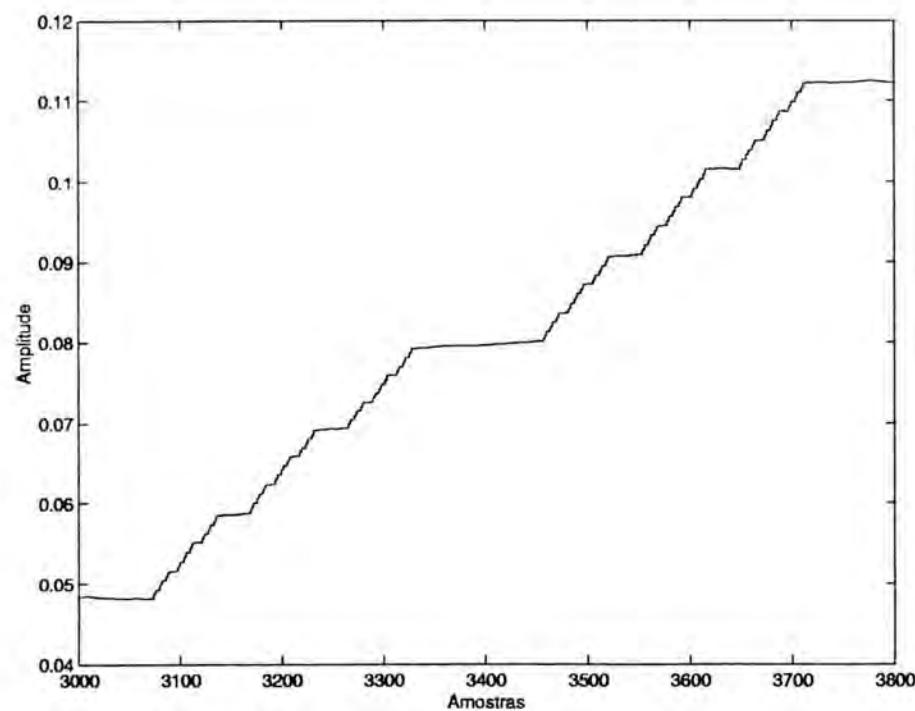


FIGURA 1.4 — Curva de Koch para pontos entre 3.000 e 3.800.

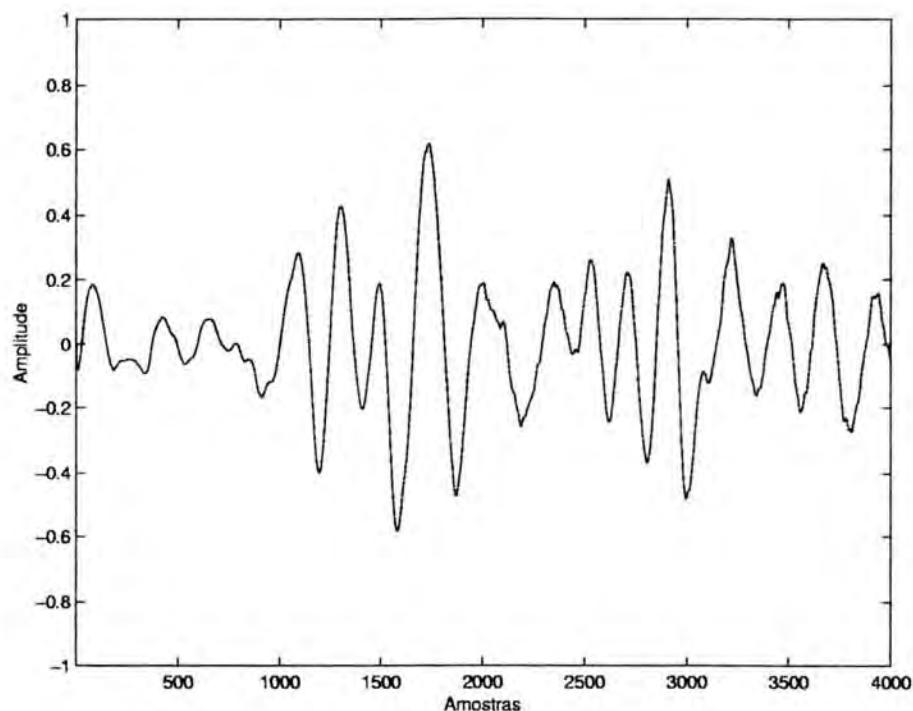


FIGURA 1.5 — Som Pulmonar Normal.

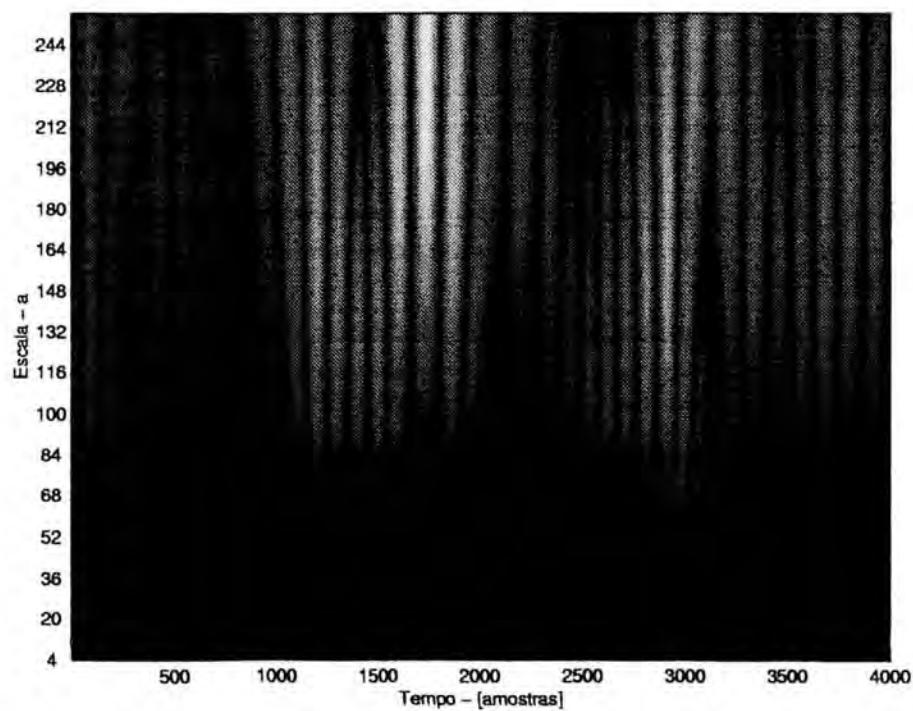


FIGURA 1.6 — Escalograma do Som Pulmonar Normal.

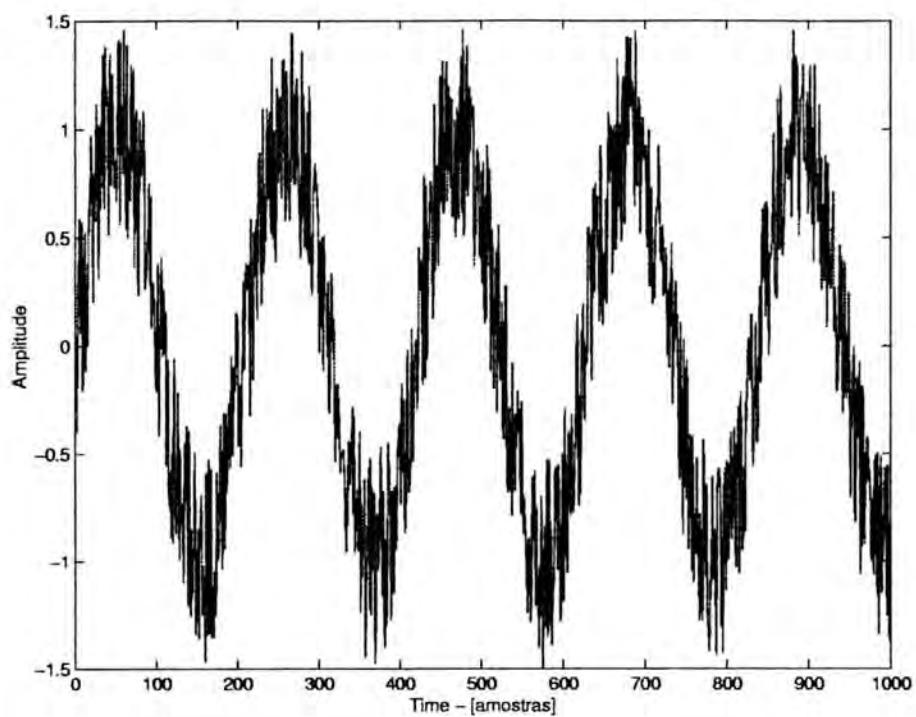


FIGURA 1.7 — Seno adicionado de Ruído.

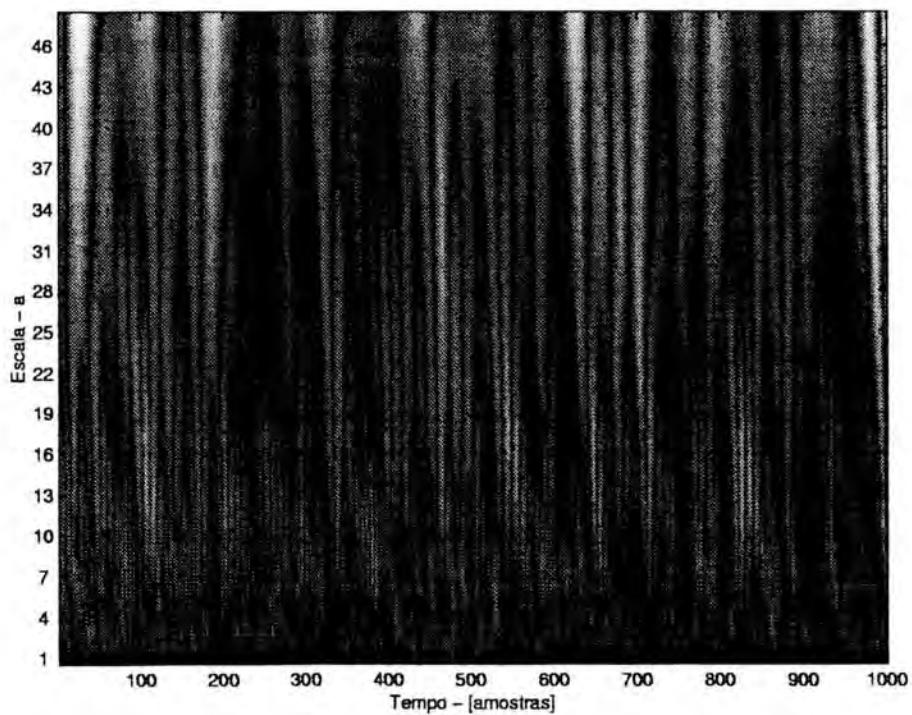


FIGURA 1.8 — Escalograma do Seno adicionado de Ruído.

O Capítulo 3 apresenta o resultado de um estudo da dimensão fractal dependente do tempo nos sons pulmonares. Verificou-se que a dimensão fractal permanece constante em torno de 1,49 para os sons normais a despeito das características físicas das pessoas. Pelo contrário, não permanece constante para os sons adventícios.

O Capítulo 4 apresenta um novo método para estimar o maior expoente de Lyapunov positivo de uma série temporal caótica. Este novo método é muito mais estável e tem um melhor desempenho, quando comparado ao método anteriormente proposto [WOL 85]. Além disso, este novo método pode ser aplicado a identificação de séries temporais não caóticas e é muito mais tolerante à presença de ruído. Também é apresentada uma análise da complexidade do novo algoritmo. Em séries temporais experimentais não se sabe, a priori, se a série é caótica ou não. Este novo método possibilitou que fosse proposta a análise do maior expoente positivo de Lyapunov dependente do tempo, de forma eficiente e robusta, o que anteriormente não era possível.

Assim, no Capítulo 5, foi proposto o maior expoente de Lyapunov dependente do tempo como uma nova técnica para o reconhecimento de padrões aplicável a sons pulmonares normais e adventícios. Foi mostrado que os sons pulmonares tem expoentes de Lyapunov positivos, sugerindo a presença de comportamento caótico. Além disso, verificou-se que os sons adventícios tem expoentes positivos maiores que os sons normais.

Já no Capítulo 6 apresentamos uma nova técnica para a estimativa de expoentes de Lyapunov negativos em séries temporais não caóticas. Consistiu de uma evolução do trabalho proposto no Capítulo 4. Conseguimos desenvolver um novo método, muito eficiente, que possibilita estimar o expoente de Lyapunov líder (maior positivo ou menor negativo) de uma série temporal.

O Capítulo 7 apresenta o corrente entendimento do tórax e vias aéreas superiores como um sistema acústico, os sensores utilizados para adquirir os sons e uma classificação dos principais tipos de sons pulmonares. Também são mostradas algumas técnicas de processamento digital de sinais que podem ser usadas para analisar sons pulmonares, tais como: energia e análise homomórfica (cepstrum).

O Capítulo 8 consiste de um ensaio das várias técnicas que são empregadas atualmente para o tratamento de séries temporais, tais como as geradas a partir de *EEG*, voz, ruídos, música e outras. Neste é mostrado que sinais periódicos ou quase-periódicos podem ser adequadamente analisados por métodos tradicionais, tais como a transformada de Fourier e auto-correlação. Também é mostrado que a dinâmica de sinais caóticos pode ser descrita através das equações diferenciais do sistema e que os sinais estocásticos podem ser analisados através da distribuição de probabilidades. Como ilustração da aplicação das técnicas é feita uma análise de sons pulmonares.

Finalmente, o Capítulo 9 dedica-se às conclusões, dando ênfase aos resultados que podem ser úteis para o desenvolvimento de sistemas inteligentes de auxílio ao diagnóstico de doenças pulmonares. Também são enumerados alguns dos trabalhos que estão em andamento e os possíveis trabalhos futuros.

Os anexos são resumos de trabalhos publicados e/ou aceitos para publicação. O Anexo 1 apresenta o uso da técnica de dimensão fractal dependente do tempo na caracterização de sons pulmonares. O Anexo 2 apresenta o sistema PulSA, desenvolvido pelo grupo de pesquisas coordenado pelo Prof. Waldir Roque, que

permite a aquisição e registro de sons pulmonares humanos. O Anexo 3 propõe um novo método para a estimativa de expoentes negativos de Lyapunov de séries temporais não caóticas. O Anexo 4 discute o uso dos expoentes de Lyapunov no reconhecimento de padrões sonoros em sons pulmonares humanos. Finalmente o Anexo 5 apresenta a nova técnica proposta nesta tese para o meio acadêmico da área de medicina.

## 1.10 Conclusão

Este capítulo apresentou os objetivos gerais e específicos da tese. Foram apresentadas as motivações e a definição do problema que se busca solucionar. Discutiu-se como o som pulmonar é produzido bem como a base de dados de sons pulmonares utilizada no desenvolvimento dos trabalhos. Na seção 1.6 discutiu-se a contribuição da tese na área de análise de sons pulmonares. A seção 1.7 apresenta um levantamento da literatura existente na área. Também foi mostrado na seção 1.8 que o som pulmonar tem um alto grau de auto similaridade, sendo portanto fractal, a qual pode ser associada uma dimensão fractal. Finalmente foi apresentada a organização da tese.

## 2 Atomic Decomposition with Genetic Algorithms

**Autores:** Ricardo F. Custódio e Dante A. C. Barone

**Veículo:** International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications - Nolta97, Honolulu-Hawaii, USA, v. 2, p.1285-1288, Novembro de 1997

**Situação:** Publicado

### 2.1 Abstract

A new approach in application of genetic algorithms for atomic decomposition of signals is discussed. The aim is to find a dictionary of basic functions for comparison with the traditional algorithms. We use wavelet-like functions for the signal approximation, i.e., signals are approximated by a finite linear combination of elementary functions and a genetic algorithm is employed to find the coefficients to such an approximation.

### 2.2 Introduction

We present a new approach in the application of genetic algorithms for atomic decomposition of the signals. With the recent developments in the field of function approximation by wavelets, it would be interesting to have a dictionary of basic functions in comparison with traditional algorithms. Signals are approximated by a finite linear combination of elementary functions and a genetic algorithm is employed to find the coefficients of such an approximation. The algorithm, a genetic algorithm, maintains a set of few, different approximations, like a matching pursuit algorithm, encoded in the form of chromosomes. Parents are selected from this population according to their fitness. They are used to produce children using mutation and crossover operators. Fitness functions employed to evaluate different approximations are norms in Hilberb space. Genetic algorithms were introduced by John Holland and his group at the University of Michigan [DAV 91, MIC 92]. Approximation using superposition of functions has existed since the early 1800's, when Joseph Fourier discovered that he could superpose sins and cosines to represent complex functions. In wavelet analysis, the scale plays a special role. Wavelet algorithms process data at different scales. If the scale is big we would notice gross

features. Similarly, if the scale is small we would notice small features. This makes wavelets interesting and useful. For a long time, scientists have wanted appropriate functions more than the sins and cosines to approximate functions with sharp discontinuities. And with wavelet analysis, we can use approximating functions like this. Our experiments are carried out on several test signals, like simply build function and more complex speech signals, using Mexican hat function and spline wavelets, both to evaluate the quality of different fitness functions and operators. Although other existing methods are faster while providing comparable approximation quality, the algorithm offers a great deal of flexibility in terms of different elementary functions, without many restrictions. Others have been working in this way, like Marc M. Lankhorst [LAN 96]. But, our work was development thinking in time of computation optimization. In all experiments, we use only personal computers.

## 2.3 Atomic Decomposition

Signals can be classified in: stationary, quasi-stationary and transients. A signal is stationary if its statistical properties are time invariant. The adequate tool to study this signal is the Fourier Transform due to harmonic functions (sins and cosines) hold global support and enabling a canonical decomposition of the signal in a linear combination of sins and cosines. Signals non stationary (quasi-stationary and transients) can not be analyzed by Fourier transform. In this case, the more adequate tool is the Wavelet Transform [DAU 92]. The signal decomposition on a well localized function family in time have had many applications in signal processing and harmonic analysis. Such functions are labeled time-frequency atoms. Depending on the selected function, the decomposition can have many different properties. Gabor Transform and Wavelet Transform are examples of signal decomposition by time-frequency atoms. Atomic decomposition is defined as the extraction of the simplest components extraction from the more complicated signal. These simplest elements are dependent of the mother function, i.e., there is not a unique set of simplest components. In general it is interesting that this simplest elements have physical meaning.

## 2.4 Gabor Transform

The standard Fourier transform of a signal,

$$f(w) = \int_{-\infty}^{-\infty} f(t) \exp^{-iwt} dt, \quad (2.1)$$

yields the frequency contends representation but does not bring any information about the time localization. To solve this problem, we have multiplied the Fourier Transform by a signal windowed in time. The spectral analysis of this new signal is known as STFT (short time Fourier transform). In the particular case where the window is a Gaussian, this analysis is the Gabor Transform.

## 2.5 Wavelet Transform

Let a family of functions

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a > 0, b \in \mathbb{R}, \quad (2.2)$$

where  $\Psi$  is a fixed function, labeled mother wavelet, which is well localized in time and frequency. And the

$$Tf(a, b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \quad (2.3)$$

is the wavelet transform of the function  $f$ . The existence of the inverse transform depends of  $\Psi$ . If  $\Psi$  is such

$$C_\Psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\widehat{\Psi}(w)|^2}{|w|} dw < +\infty, \quad (2.4)$$

then  $f$  can be reconstructed by

$$f(t) = C_\Psi^{-1} \int_0^{+\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-inf}^{+inf} Tf(a, b) \Psi_{a,b}(t) db \quad (2.5)$$

## 2.6 Matching Pursuit Algorithm

The MP (Matching Pursuit) algorithm was propose by Mallat and Zhang [MAL 93] and is a adaptive time-frequency decomposition. Let  $L^2(\mathbb{R})$  be the Hilbert space  $H$  of the complex functions, such as

$$\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty \quad (2.6)$$

The inner product of  $(f, g) \in L^2(\mathbb{R}^2)$  is defined by

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{g(t)} dt, \quad (2.7)$$

where  $\overline{g}(t)$  is the complex conjugated of the  $g(t)$ . A dictionary is defined as a family  $D = (g_\gamma)_{\gamma \in \Gamma}$  in  $H$ , such that  $\|g_\gamma\| = 1$ . A dictionary  $D$  of the time-frequency atoms can be produced by a scale change, translation and modulation of an unique and single window function  $g(t) \in L^2(\mathbb{R})$ . The family  $D = (g_\gamma(t))_{\gamma \in \Gamma}$  is extremely redundant and its properties has been studied by Torresani [TOR 91]. Let  $f \in H$ . The aim is determine a linear expansion of  $f$  on a selected set of values. The algorithm begins pursuing the element witch represents better the signal as a whole, i.e., the element has the bigger internal product with the signal. The signal can be decomposed by

$$f = \langle f, g_\gamma \rangle g_\gamma + Rf, \quad (2.8)$$

where  $g_\gamma$  is an atom of  $D$  and is a residual vector after the orthogonal projection on  $g_\gamma$ . The decomposition until  $n$  elements is

$$f = \langle f, g_i \rangle g_i + \langle Rf, g_i \rangle g_i + \dots + R^{n+1} f \quad (2.9)$$

This approach was used with genetic algorithm and the results obtained are discussed below.

## 2.7 Decomposition by Parts

With the objective of decomposing a signal in terms of simplest functions, the signal was decomposed in parts with decreasing disposal of values in respect to the original signal energy. The method consists in determining a reduced set of functions using a genetic algorithm. After this, the reconstruction could be performed and compared with the original signal. The signal energy of the difference indicates when the process stop.

## 2.8 Results

A software package was developed which permitted to evaluate the used techniques. With the software it was possible to accomplish the following tasks: to set up a number of individuals in each generation, number of simplest functions that each individual represents, to choose the father selection technique for reproduction, to set the mutation rate, big creep and short creep, to set number of individuals in each generation, the norm used, and the mother wavelet.

## 2.9 Decomposition with an Unique Simplest Function

In this work was used the following function

$$B_2(x) = \begin{cases} \frac{9}{8} + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^2 & x \in [-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}] \\ \frac{3}{8} - x^2 & x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \\ \frac{9}{8} - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^2 & x \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}] \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (2.10)$$

The aim was to validate the use of the genetic algorithm. The Genetic Algorithm parameters used are showed in Tab. 2.1:

The next figures show the results. The Fig. 2.1 has a original function and a randomly generated reconstructed function.

The Fig. 2.2 shows the reconstructed function after 50 generations.

## 2.10 Decomposition with Two Simple Functions

In this situation was used the following signal:

TABELA 2.1 — Parameters Used.

<i>Parameter</i>	<i>Value</i>
Individual	10
Functions	1
Technique of father selection	Linear adjust with decrement 10 and initial value 100
Mutation rate	0.1
Big creep	0.2
Short creep	0.01
Elitism	1
Norm	$L^2$
Wavelet Mother	$B_2 - Spline$

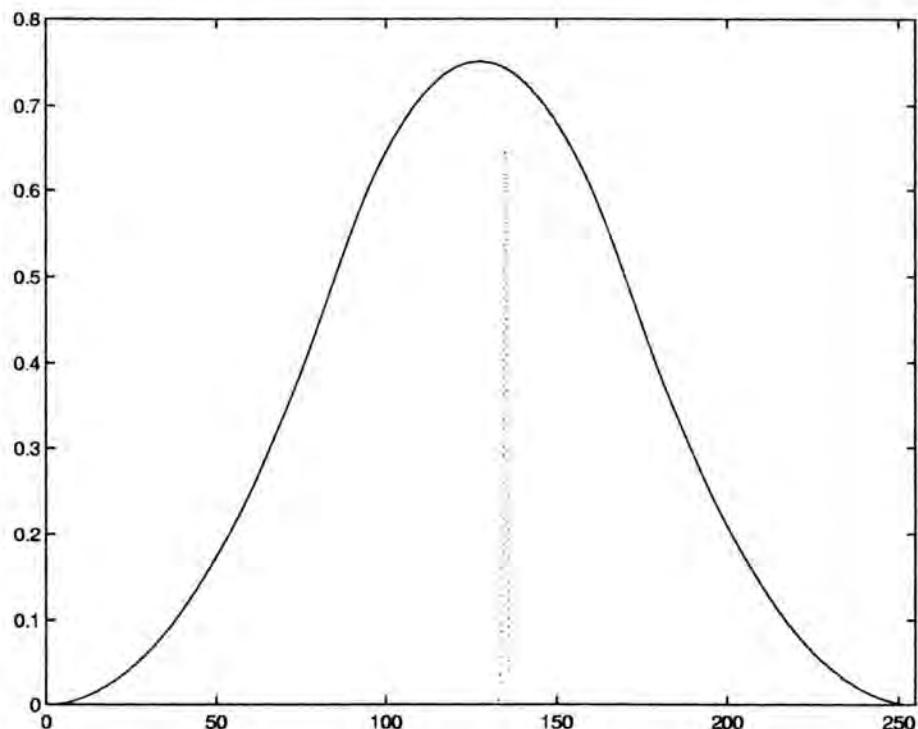


FIGURA 2.1 — Original function (solid line) and a Randomly Generated Reconstructed Function (dotted line).

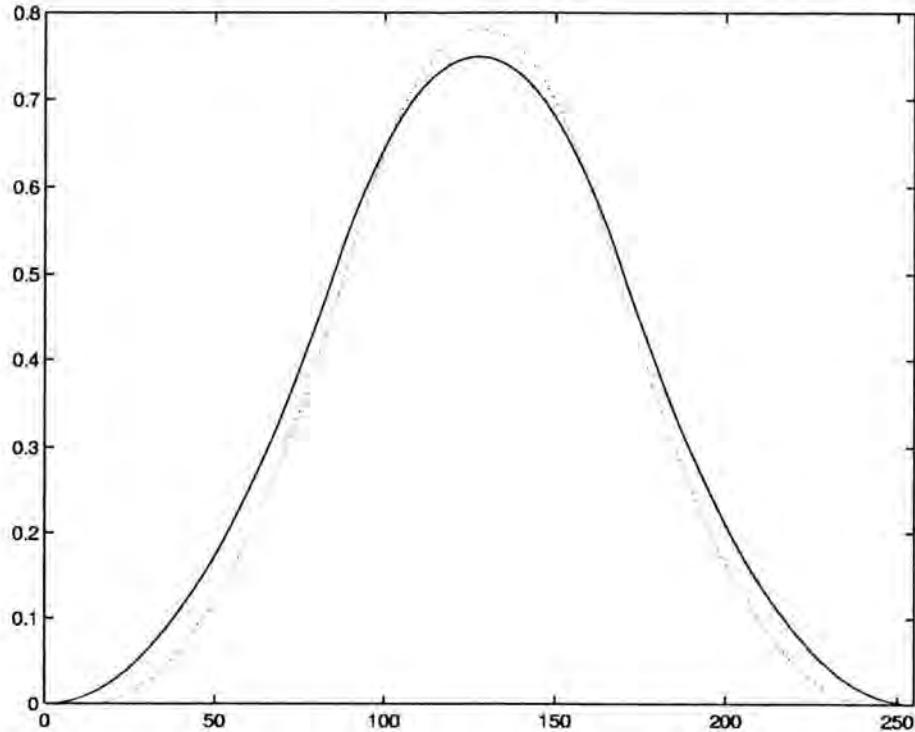


FIGURA 2.2 — Reconstructed Function After 50 Generations (dotted line).

$$f(t) = B_2(t) + B_2\left(\frac{t-0.8}{0.1}\right), \quad (2.11)$$

and the parameters used were the same, but with two functions. The Fig. 2.3 shows the original function, and a randomly generated reconstructed function.

The Fig. 2.4 shows the reconstructed function after 50 generations.

## 2.11 Decomposition by Parts of a Complex Signal - One Function at a Time

In this simulation it was used the following signal:

$$f(t) = \begin{aligned} & B_2\left(\frac{t-1.5}{2}\right) - B_2(t-1) + B_2\left(\frac{t-0.5}{0.5}\right) - B_2\left(\frac{t}{0.25}\right) - \\ & B_2\left(\frac{t-0.5}{0.125}\right) - B_2\left(\frac{t-1}{0.625}\right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

The parameters used were the same of section 2.9, but it was run 100 times, i.e., 100 generations. After this, a single wavelet spline was obtained and removed from the original function. The process was repeated for the new signal (residue). The Fig. 2.5 shows an original signal (more complex) and an obtained single gaussian after 100 generations.

The figures Fig. 2.6, Fig. 2.7 and Fig. 2.8 show the residues and the single element obtained.

Also, it was used ten functions at a time. The decomposition was not so efficient.

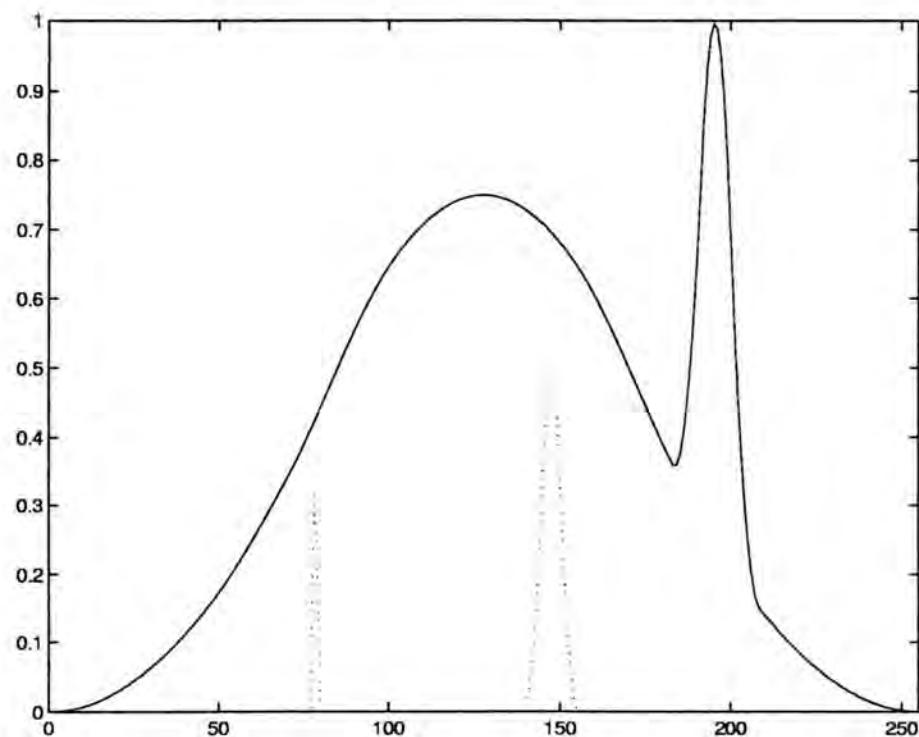


FIGURA 2.3 — Original Function (solid line) and Randomly Generated Reconstructed Function (dotted line).

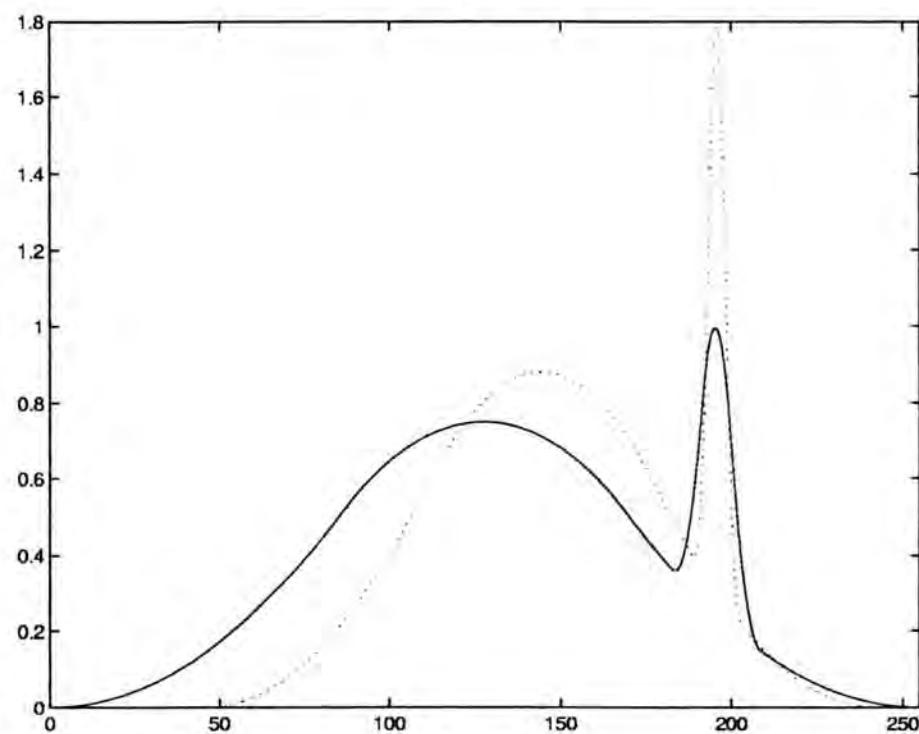


FIGURA 2.4 — Reconstructed Function After 50 Generations (dotted line).

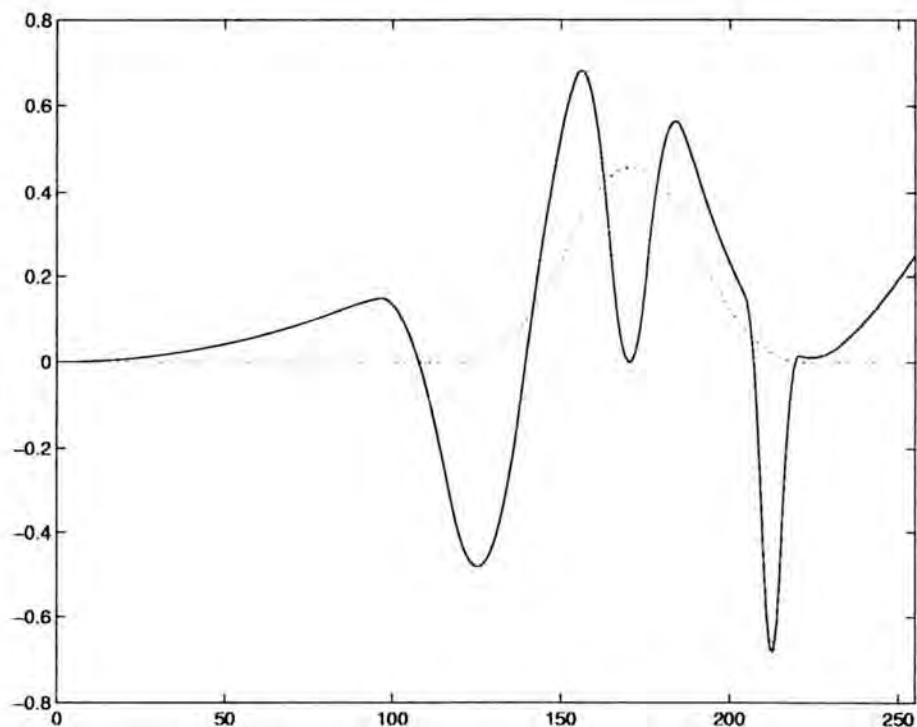


FIGURA 2.5 — Single Obtained Gaussian After 100 Generations (dotted line).

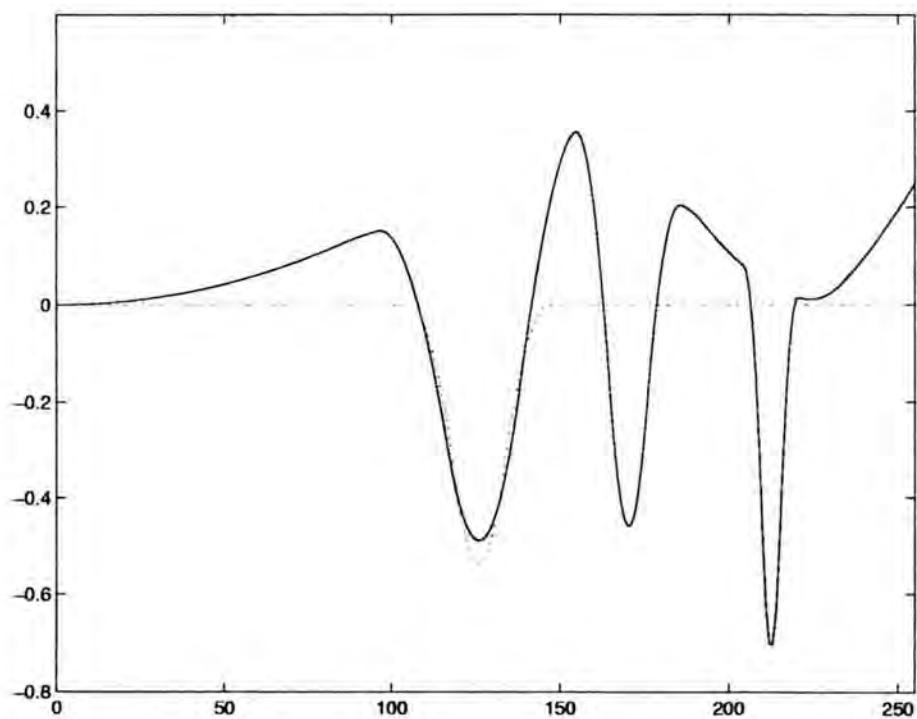


FIGURA 2.6 — First Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line).

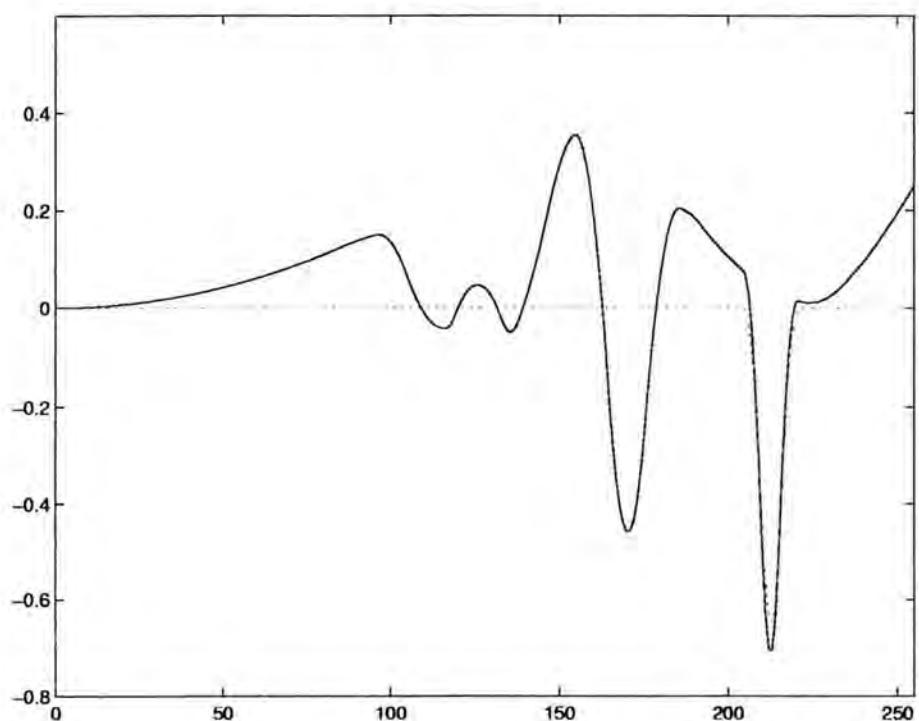


FIGURA 2.7 — Second Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line).

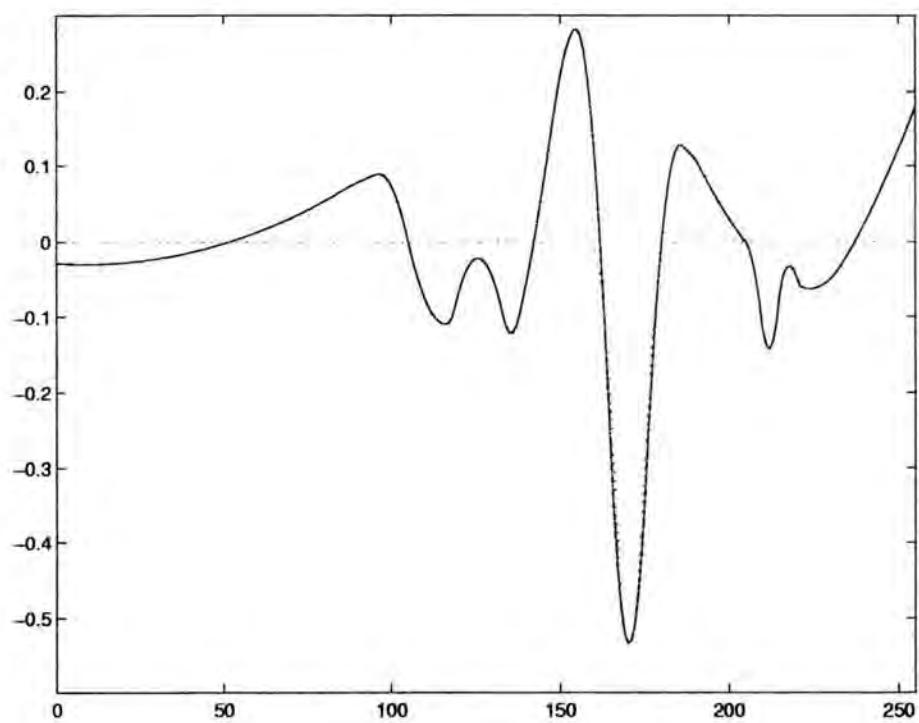


FIGURA 2.8 — Third Residue (solid line) and Obtained Element (dotted line).

## 2.12 Conclusion

In this work was discussed the utilization of genetic algorithm in atomic decomposition of functions. The algorithm yield good results for functions with non-uniform energy distribution. An evident advantage in using genetic algorithm is that can be used any mother wavelet function. Also it was showed that the decomposition of one function at a time is the better strategy.

### 3 Lung Sound Analysis with Time-Dependent Fractal Dimensions

**Autores:** Luiz P. L. de Oliveira, Waldir L. Roque e Ricardo F. Custódio

**Veículo:** Chaos, Solitons & Fractals, n. 9, v. 10, p.1419-1423, abril 1999.

**Situação:** Publicado

#### 3.1 Abstract

We investigate the time-dependent fractal dimension associated to the time series obtained by the auscultation of human lung sound during inspiration and expiration, following a standard clinical procedure. It has been verified that the dimension remains constant about 1.49 for normal samples, despite of the physical characteristic of the individuals. In contrast, it has a nonconstant behavior for abnormal cases, when adventitious sounds are present.

#### 3.2 Introduction

The lung sound detected by a stethoscope seems to result from the complex human respiratory system composed by the turbulent motion of a compressive fluid in an intricate system of tubes with rugous walls. Its auscultation is a basic procedure for clinical diagnosis of respiratory diseases. It is known that some pathologies induce abnormal sounds, so called by the physicians adventitious sounds, which have some special characteristics. These sounds are not present in normal patients. The traditional method of auscultation is based on a stethoscope and the human auditory system, which, associated to the physician expertise, can provide means for diagnosis formation. Nevertheless, the poor response of the human auditory system to pulmonary sounds, due to their low frequency and low sign-to-noise ratio, has made many physicians to be no longer confident on the simple stethoscope auscultation as a unique diagnosing procedure [LOU 91].

With the growth of computer technology and new mathematical techniques, alternative approaches have been discussed in the scientific community concerning

to new methodologies to lung sound analysis. The sound signal can be represented by a temporal series that can be treated with some classical techniques like spectral analysis and fast Fourier transform (FFT) [GAV 95]. More recently the wavelet transform has also been applied to lung sound analysis [PES 95]. However, the naive use of those techniques does not take into account every information about a signal, which can be of great importance to sound recognition and to the development of an automatic lung sound diagnosis tool.

In the last decades, great efforts have been made for understanding the complex nature of some natural systems. It has been a consensus that what we call nonlinear processes provide the best explanations for the complexity so exhibited. Fractal geometry is often associated to the dynamics of such processes. For example, it is so far verified that, in chaotic dissipative Systems, the dynamics is associated to the existence of a strange attractor, which is a fractal set that attracts most orbits that passes by its basin of attraction. Even for non chaotic systems, fractal aspects can be associated to its basin of attraction. Such sets may have a nonregular geometry in such way intricate that the wider concepts of fractal geometry has to be applied [OTT 93]. The presence of such sets may imply that the orbits spend a significative part of their lifetime somewhat driven by them and fractal geometry concepts, as dimension, may represent global characteristic of the system. From the dynamical point of view, the adventitious sounds verified in abnormal cases are a consequence of the deviation from the normal state of the respiratory system caused by some disease. The question to be raised is: can we detect the presence of such adventitious sounds by the examination of an associated dimension?

As we shall see, lung sound time series have shown to have self-affine structures and, as such, their fractal dimensions can be evaluated according to critical exponent method (CEM), proposed by [NAK 93], which allows a fast way for its calculation. We follow the recent papers of Sabanal and Nakagawa [SAB 95, SAB 96], whom have used fractal dimension to characterize vocal sounds. The goal of this letter is to present some evidence of the applicability of the time-dependent fractal dimension (TDFD) to lung sound analysis. In Section 3.3 we brief review the TDFD with CEM. In Section 3.4 some sound analyses are presented and, in Section 3.5, final discussions and conclusions are given.

### 3.3 CEM Method

TDFD will be computed by means of the critical exponent method (CEM) developed in [NAK 93]. The dimension so obtained coincides with the fractal (Hausdorff) dimension for self-affine sets. Let us denote the power spectral density (PSD) and the frequency of the sound by  $P(u)$  and  $u$ , respectively. The  $\alpha$ th moment associated to it is given by:

$$I_\alpha = \int_1^U P(u) u^\alpha du, \quad (-\infty < \alpha < \infty) \quad (3.1)$$

where the upper limit for the integration  $U$  corresponds to the highest considered frequency, and  $u$  denotes the normalized frequency with lower cut-off corresponding to 1. If, in the interval  $[1, U]$ , the power spectral density satisfies a power law due to the self-affinity characteristic of the sound,

$$P(u) = u^{-\beta} \quad (3.2)$$

and, denoting  $x = \alpha - \beta + 1$ , we get

$$\frac{d^3}{d\alpha^3} \ln I_\alpha = \frac{d^3}{dx^3} \ln I_\alpha = \frac{3U^x(U^x + 1) \ln U}{(U^x - 1)^3} - \frac{2}{x^3}. \quad (3.3)$$

It can be shown [SAB 95] that the  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{d^3}{dx^3} \ln I_\alpha = 0$ , where  $\alpha$  takes the critical value  $\alpha_c = \beta - 1$ . On the other hand it has been shown that  $\beta = 2H + 1$ , where  $H$  is the Hurst exponent [FED 88] and the fractal dimension for self-affine curves is given by  $D = 2 - H$ . Thus we have a relation between the critical value  $\alpha_c$  and the fractal dimension given by  $D = 2 - \frac{\alpha_c}{2}$ .

Instead of considering the zeros of  $\frac{d^3}{d\alpha^3} \ln I_\alpha$ , we consider  $\alpha_c$  as the critical points of the second derivative of  $\ln I_\alpha$ , where it has local maxima. The second derivative is given by

$$\frac{d^2}{d\alpha^2} \ln I_\alpha = \frac{I''_\alpha I_\alpha - I'^2_\alpha}{I_\alpha^2},$$

where the derivatives of  $I_\alpha$  are computed from

$$I_\alpha^{(n)} = \int_1^U u^\alpha (\ln u)^n P(u) du, \quad n = 1, 2.$$

The PSD of the lung sounds samples are obtained by the FFT of the time series considered. In general, a time series may not have a unique value for  $\beta$ . When this happens, the CEM used can provide more than one dimension value.

The TDFD have been computed by means of CEM for local windows of the time series considered. The Hamming window with overlapping has been applied in such a way that the entire time series are divided in non disjoint pieces, each of them associated to one (or more) dimension(s). In this way, for each analyzed time series, we get one (or more) TDFD, which we expect to be meaningful in characterizing the presence or not of adventitious sounds.

### 3.4 TDFD for Lung Sounds

The lung sounds were recorded from eight auscultation sites of adult individuals during inspiration and expiration, following a standard clinical procedure. An electronic stethoscope model Pentax ST-1A was used, considering a rate of sampling of 44100 Hz. The sites were chosen as follows: two bronchial sites and six vesicular sites. For each site the TDFD was computed considering 4000 points size windows with overlapping of 80%. Our experimental analysis were based on the computation of the TDFD for 8 patients considered as normal samples (no previous history of respiratory diseases and non smokers), independent of their physical characteristics.

Our main goal was to investigate normal individual samples to see if they would provide a typical TDFD behavior. To provide a better visualization of the windowing technique, a three dimensional graphics has been drawn, where the second derivative  $\frac{d^2}{d\alpha^2} \ln I_\alpha$  is plotted using an axis for displaying the corresponding windows and a  $d$ -

axis of possible dimensions. For each window, the actual dimension(s) corresponds to the value(s)  $D$  in the  $d$ -axis where  $\frac{d^2}{da^2} \ln I_\alpha$  has a local maximum and, in this way, one can follow the “mountain range” so depicted and see how the dimension is varying along the time.

In all normal cases examined, the averaged TDFD for each site presented essentially the same value with a negligible variation  $\Delta D$ , independently of physical characteristics. In fact, it has been observed that the average TDFD for normal samples is about  $D = 1.49$ , with  $\Delta D \leq 0.1$ . This pattern was found to be typical for all sites and for all normal individual considered.

On the other hand, to see if patients presenting lung abnormality would provide a different pattern, we computed the TDFD for 5 patients presenting some kind of adventitious sounds. We have observed that, as a general behavior, they have produced either a larger or a smaller average value of the TDFD, exhibiting a sensible deviation from the normal cases values ( $\bar{D} \approx 1.49$  and  $\Delta D \leq 0.1$ ). Figure Fig. 3.1 shows the spectrum and corresponding second derivative graphics for a vesicular site of a normal (P1) and an abnormal (P4) sample. Note that, besides the larger variation  $\Delta D$ , we usually have more than one dimension (local maxima) associated to the dynamic of breathing. Moreover, these two dimensions come together and breakaway from each other in a periodic pattern, always around  $D = 1.49$ , corresponding to the somewhat periodic presence of adventitious sounds. In the specific case illustrated the adventitious sounds were identified by the physician as fine crackles. Therefore, it can be inferred that adventitious lung sound produces a deviation from the normal lung sound TDFD pattern.

### 3.5 Conclusions and Final Considerations

In this short communication, we have shown that the TDFD analysis based in the CEM gives a very typical pattern for normal lung sounds collected from normal individuals. In fact, for the considered normal cases, the TDFD was always constant and about the value  $D = 1.49$ . This pattern seems to be quite universal since it was found to be independent of the considered sites or individuals physical characteristics.

In opposition, for the abnormal cases, when adventitious sounds are present, the CEM can provide, for some sites, two different TDFD. According to the cases we investigated, there are two situations to be considered. In the first, each of the both dimensions have significant variations. That is the case of P5 in Table Tab. 3.1, where the value displayed is what could be called the *principal dimension average*, i.e., that average dimension corresponding to the global maximum of the function  $\frac{d^2}{da^2} \ln I_\alpha$ . In that case, the principal dimension was found to be greater than the *universal value*  $D_U = 1.49$  while a secondary dimension (not displayed) was found to be always less than  $D_U$ . In the second case, both the principal and a secondary dimension oscillates around  $D_U$ . That is the case P4 of Table Tab. 3.1 and the abnormal case displayed in Figure Fig. 3.1. We so expect that both, the average TDFD and  $\Delta D$ , have to be taken into account.

The presence of two (or more) dimensions have shown to be related to different frequency ranges of the power spectra where a  $u^{-\beta}$  pattern holds. Accordingly, it

TABELA 3.1 — Averaged TDFD for normal lung sounds of patients P1, P2, P3 and for adventitious lung sounds of patients P4 and P5, from vesicular sites.

	P1	P2	P3	P4	P5
TDFD	1.4981	1.4930	1.4908	1.4619	1.5673
$\Delta D$	0.0094	0.0231	0.0300	0.3210	0.1709

corresponds to a break of the global self-affinity of the normal scenario, as can be seen in the spectra shown in Figure Fig. 3.1.

The potentiality of the presented method as a tool in diagnostic analysis of diseases, of course, has to be more carefully analyzed. In fact, a lot of cases from each disease have to be considered in order to possibly establish universal TDFD patterns and will be left for a future work, which is already in progress.

### 3.6 Acknowledgments

We would like to thank Dr. Heloisa Valliatti for her great assistance in providing the lung sounds and their interpretations.

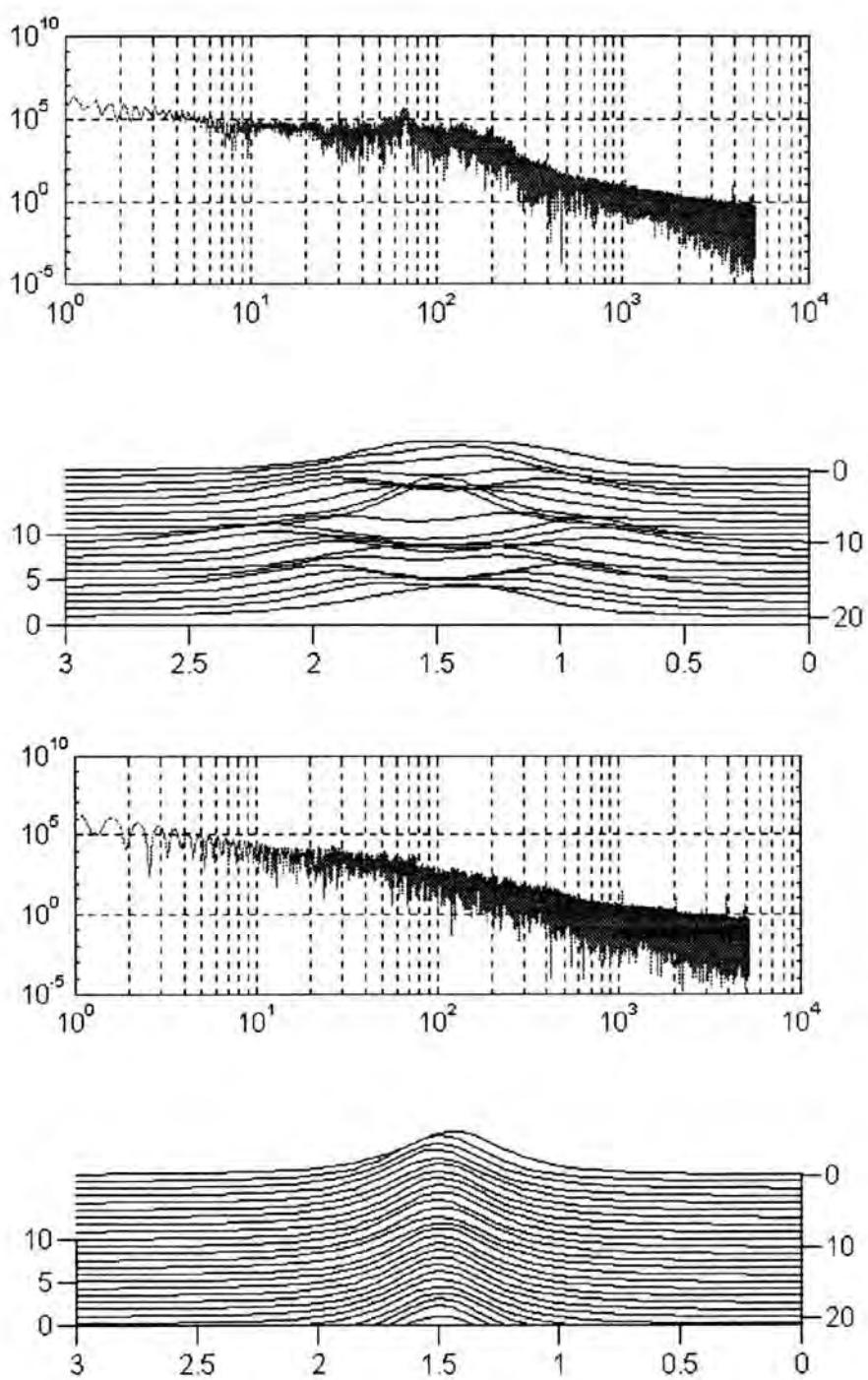


FIGURA 3.1 — Adventitious sound of patient P4 (left) and normal sound of patient P1 (right).

# 4 Wolf's Algorithm for Lyapunov Exponent Estimation Revisited

**Autores:** Ricardo F. Custódio, Luiz P. L. de Oliveira, Waldir L. Roque e Dante A. C. Barone

**Veículo:** Physica D

**Situação:** Submetido em Março de 1999

## 4.1 Abstract

We propose a new implementation of Wolf's algorithm to estimate the largest positive Lyapunov exponent associated to a time series. The new implementation is much more stable and has a better performance, when compared to Wolf's original one. In addition, our implementation is applicable to the identification of non-chaotic time series and is more tolerant to the presence of noise. A discussion about the algorithm complexity is also included.

PACS: 02.70.-c; 02.60.-x; 05.45.+b

Keywords: Lyapunov exponents; Chaos; Fractals

## 4.2 Introduction

It has been observed that many natural systems manifest themselves via complex dynamics [ABA 96, OLI 99]. The complex behaviour of a system may result from non-deterministic processes or be an intrinsic consequence of deterministic part of its dynamics. The most studied mechanism by which a deterministic dynamical system can exhibit such a complex behaviour is the chaotic dynamics. Dynamics in chaotic regimes are mainly characterized by their sensibility to initial conditions which means that, as time passes, initially closed orbits get far from each other [OTT 93]. The well known Lorenz's system, which consists of three coupled ordinary differential equations and so is purely deterministic, was the first system computationally shown to exhibit chaotic dynamical behaviour [LOR 63].

In the study of physical systems via time series analysis, one of the fundamental questions to be addressed, under the scope of complex dynamics, is the evaluation of its complexity as much as if this complexity is due to chaotic behaviour. Therefore, the establishment of criteria to decide if the dynamics of a system has or not

a chaotic component is of major importance. In such situations, the use of data analysis methods based on non-linear theories of dynamical systems has proven to be of major importance [ABA 96]. So far, data based studies of sensibility to initial conditions in dynamical systems have been carried out mainly via Lyapunov exponents estimations [OTT 93], which can be performed by approximation of the original equations [ECK 85, ECK 86, BRO 91] or by direct use of Lyapunov exponent definition [WOL 85]. Though being more stable, algorithms based in the first group tend to be more complex than those based in the second one, even with recent efforts [OIW 98b, OIW 98a]. Because of that, the well known Wolf's algorithm [WOL 85] has been largely used for the estimation of the largest Lyapunov exponent in time series.

Wolf's algorithm is an implementation of the methods developed by Shimada and Nagashima [SHI 79] and Benettin et al. [BEN 80], which are based on the reconstruction of the attractor eventually associated to the dynamics of the data source system. However, Wolf's implementation fails in a variety of important cases where it becomes unstable. For example, Wolf's algorithm breaks down when used with data from systems in non-chaotic regimes. Moreover, Wolf's original algorithm does not have the best performance due to the large number of vector scanning done for the estimations. The goal of this paper is to present a new implementation of Wolf's algorithm which has a much better performance and is much more stable, although still based on the original methods.

This paper is organized as follows. In Section 4.3 we give a brief review and some comments on Wolf's algorithm. In Section 4.4 our improvements are proposed and an algorithm complexity analysis is presented. In Section 4.5 we discuss the algorithm performance with some numerical examples and, finally, in Section 4.6, the conclusions and final comments are presented. Throughout this paper we follow the same notation adopted in [WOL 85] in order to easy comparisons.

### 4.3 The Wolf's Algorithm Commented

Let the time series  $x(t_k)$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ , sampled with period  $\Delta t_s \equiv t_{k+1} - t_k$ . Wolf's algorithm begins with a delay co-ordinates method for phase space reconstruction which leads to the reconstruction of the attractor eventually associated to the dynamics in consideration. The reconstructed attractor was proven to be dynamically equivalent to the actual one in the sense that their topology and their associated Lyapunov exponents are the same. In doing so, two of the required parameters are of great importance: the embedding dimension *DIM* and the reconstruction index delay *TAU* in time. Both are related to the complete unfolding of the attractor in the embedding phase space for eliminating false neighbors.

The next step is to proceed the local study of the exponential separation between a chosen fiducial orbit and a nearby orbit in the reconstructed attractor. This is done by considering the evolution of the Euclidean distance between two initially close points  $P(t_0)$ , supposed to be in the fiducial orbit, and  $p(t_0)$ , supposed to be in the nearby orbit. Let  $L(t_0)$  be the initial distance between the referred two points. After a properly chosen evolution step time  $\Delta t \equiv EVOLV * \Delta t_s$ , those points evolve to  $P(t_1)$  and  $p'(t_1)$ , respectively, and, accordingly, the distance assumes

a new value  $L'(t_1)$ .  $p'(t_1)$  is then replaced by a point  $p(t_1)$  in the attractor for which both the distance  $L(t_1)$  to next fiducial point  $P(t_1)$  and the angular separation between the line segments  $\overline{P(t_1)p'(t_1)}$  and  $\overline{P(t_1)p(t_1)}$  are as small as possible. The points  $P(t_1)$  and  $p(t_1)$  are now evolved again to lead  $L'(t_2)$  and the process goes on, through the available points in the attractor. The largest Lyapunov exponent is then evaluated by the formula [WOL 85]

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})}, \quad (4.1)$$

where  $M$  is the total number of replacement steps. In studying the dynamical behaviour of a system, the presence of a positive Lyapunov exponent implies sensibility to the initial conditions.

In executing the above algorithm, some care should be taken. Firstly, when choosing a candidate for nearby orbit (to the fiducial), one should consider points *pp-far* from fiducial point since points too close in time would lead always to a zero exponent estimation because they would be like in the same orbit. Wolf et al. suggested that points apart at least one mean orbital period should be taken. Secondly, since the Lyapunov exponent are a linear local measure of the system's sensibility to initial conditions, the evolution of  $L(t_k)$  to  $L'(t_{k+1})$  should not be performed for too long in time since only small scales of time should be considered in order to guarantee appropriate linear approximations. Moreover, as observed by Wolf et al, this prevents Lyapunov exponents underestimation due to folding processes. Finally, since data acquisition always involves data quality matters, one has to establish a limit below which the fluctuations are to be considered noise. The last two of these points yield the necessity of a scale range criterion adoption for distances. The parameters *SCALMN* and *SCALMX* are used in Wolf's algorithm to this end and define the useful scale range on the reconstructed attractor. In fact, for every replacement step  $k$ , only points which distances  $D(k)$  to respective fiducial points are such that  $SCALMN \leq D(k) \leq ZMULT * SCALMX$ , must be considered, where *ZMULT* is a multiplier of *SCALMX*.

In Wolf's algorithm, *SCALMN*, *SCALMX* and *ZMULT* are to be proposed by the user, based in heuristic procedures upon his expertise with the considered data and trial and error procedure. In doing so, a number of failures can occur. For example, the algorithm will undergo to a deadlock or overflow state when dealing with data from non-chaotic systems with a limit cycle since the distances between neighbor orbits may be less than *SCALMN*. In such case, the algorithm would not find any point in the proximity of the fiducial orbit *SCALMN* apart from it or would have a "division by zero" operation problem. These problems are in fact drawbacks found in Wolf's algorithm implementation, which will be prevented by our improvements.

## 4.4 Improvements

In order to avoid the above mentioned stability problems, we observe that *SCALMN* should be considered greater not only than the noise level but also than the *Smallest* distance between two points of the reconstructed attractor (see

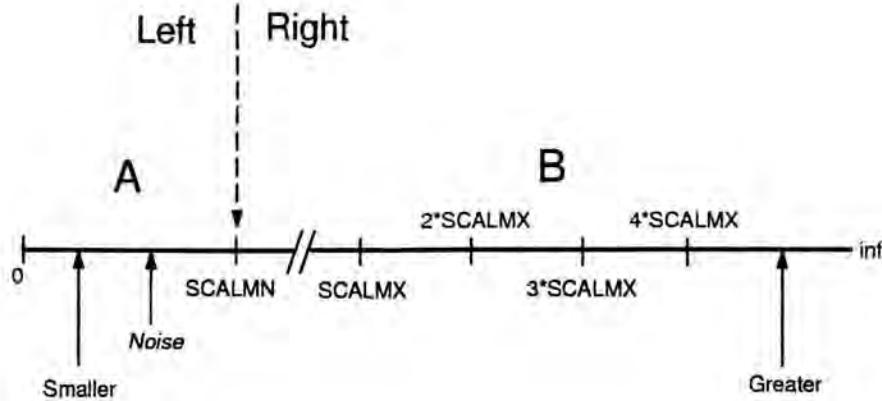


FIGURA 4.1 — Distances according to the correct choice for  $SCALMN$  and  $SCALMX$  parameters. Both noisy and *Smallest* distance should be in region *A* defined by  $SCALMN$  while the relevant region *B* is beyond  $SCALMN$ .

Fig. 4.1). Besides, if  $SCALMX$  is such that  $ZMULT * SCALMX$  is less than the *Greatest* distance between two points of the attractor, the linear approximation requirements will be satisfied as well. The values for  $SCALMX$  and  $ZMULT$  are chosen according to the data quality. A good criterion would be to take  $SCALMX = \frac{(\text{Greatest-Smallest})}{ZMULT}$ . In principle, under this context, the larger the value of  $ZMULT$  the better are the estimations for the larger Lyapunov exponent, however,  $ZMULT = 5$  has shown to give good results for most of the systems studied. These criteria for  $SCALMN$ ,  $SCALMX$  and  $ZMULT$  can prevent a lot of execution failures in the algorithm and also allow its application to non-chaotic systems.

In the final stage of the largest Lyapunov exponent estimation, using Eq. 4.1, we only consider values between a chosen range  $10^{-LIM} \leq |\lambda_1| \leq 10^{LIM}$ ,  $LIM \in \mathbb{N}$ , in order to avoid meaningless values which can cause float point errors. This may be critical when the algorithm is applied to data with quality limitations (as related to noise, quantization, precision, etc) where pseudo orbit intersections in the reconstructed attractor may occur, being one of the causes for Wolf's algorithm cracking. The choice of  $LIM$  is a matter of good sense based on the users' feeling on the data they are dealing with. In our experiments, we took always  $LIM = 2$ .

Besides the described instability problems, Wolf's implementation has not an optimum performance in general. In fact, in searching for points near the fiducial orbit, in each replacement step, all points are scanned for finding less distances in the range between  $SCALMN$  and  $SCALMX$ . In the cases where no point is found, all points are scanned again in searching for distances between  $SCALMX$  and  $2 * SCALMX$ . This process continues until the range from  $(ZMULT - 1) * SCALMX$  to  $ZMULT * SCALMX$  be covered. In some cases, the redundancy in this part of the implementation drastically reduces Wolf's algorithm performance. Instead of that, we proceed to a unique scanning of all points to construct a table, like Tab. 4.1, with  $ZMULT$  entries containing the indices of the nearest points inside each of the above ranges. As the scanning goes, the entries in *IND2*, *ANGLE* and *DISTANCE* columns are filled with the coordinates, angle and distances to

TABELA 4.1 — Search near point table.

<i>Distance range</i>	<i>IND2</i>	<i>ANGLE</i>	<i>DISTANCE</i>
$SCALMN \leq D < 1 * SCALMX$		4	
$1 * SCALMX \leq D < 2 * SCALMX$		4	
$2 * SCALMX \leq D < 3 * SCALMX$		4	
$3 * SCALMX \leq D < 4 * SCALMX$		4	
$4 * SCALMX \leq D < \infty$		4	

fiducial orbit, respectively, always considering the smallest angle. After the scanning has been completed, the point with smallest angle value is chosen as nearby point.

It is interesting to note that Wolf's implementation is directly dependent on *ZMULT*. In fact, in Wolf's algorithm, the choice for *ZMULT* should not be too large since it would imply more scanning for finding less distances. This leads to lack of performance for each replacement step. In our procedure, the performance is almost independent of *ZMULT* since, in any circumstance, the scanning takes place just once.

In both implementations, the maximum number of points of the reconstructed attractor considered in each scanning to find the nearest points from the fiducial orbit can be estimated as

$$S \equiv (h + 1)(n_u - \frac{1}{2} EVOLV * h - pp), \quad (4.2)$$

where

$$h \equiv \text{Floor}\left(\frac{n_u - pp}{EVOLV}\right), \quad (4.3)$$

$$n_u \equiv n - (DIM - 1) * TAL - EVOLV \quad (4.4)$$

and  $n$  is the number of points of the temporal series. Note that  $h$  is the number of local Lyapunov exponent estimated, i.e., the number of terms in Eq. (4.1). In general we have  $n \gg pp$  and, therefore,  $h \approx \frac{n_u}{EVOLV}$ . Since  $n_u \gg EVOLV$ , we can conclude that  $h \gg 1$  and consider

$$S \approx \frac{n_u^2}{2 * EVOLV}. \quad (4.5)$$

The above Equation gives a much more realistic account for the complexity of our algorithm than the usual formula  $S \approx \frac{n^2}{2}$  found in current literature [ECK 92]. The factor *EVOLV* appears in the denominator of Eq.(4.5) due to fact that the searching for neighbor points, which is the heaviest part of the algorithm, have only to be performed once in each evolution interval of time. Our estimations are also more realistic than the one proposed by Grassberger and Procaccia [GRA 83, OSB 89, JUD 92, WID 98]

$$S = \frac{1}{2}(n - DIM)[n - (DIM - 1)], \quad (4.6)$$

which is in fact a particular case of

$$S = \frac{1}{2}[n - (DIM - 1) * TAU][n - (DIM - 1) * TAU - 1], \quad (4.7)$$

for  $TAU = 1$ . With effect, considering  $(DIM - 1) * TAU \ll n$  and  $n \gg 1$ , we would get again  $S \approx \frac{n^2}{2}$ .

It is important to note that in Wolf's algorithm, in contrast to ours, the number of scanning for each replacement step must also be taken in consideration. Therefore, for Wolf's algorithm, the number of times that each vector is used may vary from once to  $ZMULT$  times, depending on the case. So, attempting to compare performances, we may say that, in average, Wolf's algorithm is  $2 * ZMULT$  more complex than ours or, in other words, the our's performance is  $2 * ZMULT$  better than Wolf's.

## 4.5 Numerical Examples

We now compare the largest Lyapunov exponent estimations obtained with our algorithm to the results obtained with Jacobian calculations based on the equations of known systems.

### 4.5.1 Hénon's Map

Let's begin with the well known Hénon two-dimensional map

$$x_{n+1} = 1 - a * x_n^2 + y_n, \quad (4.8)$$

$$y_{n+1} = b * x_n, \quad (4.9)$$

with parameters  $a$  and  $b$ . We obtain a  $n = 4000$  data time series via numerical evolution of Eqs. (4.8) and (4.9) for  $a = 1.4$  and  $b = 0.3$  with initial conditions  $x_0 = 0$  and  $y_0 = 0$ .

According to counting routines implemented in our algorithm, for  $DIM = 2$ ,  $TAU = 1$ ,  $EVOLV = 1$ ,  $pp = 10$ ,  $SCALMN = 10^{-3}$  and  $SCALMX = 20 * 10^{-3}$  we have  $n_u = 3998$ ,  $h = 3988$  and  $S = 7,950,078$  which is in agreement with the estimations proposed in the previous section. According to the performed estimation,  $\lambda_1 = 0.423609$  which is a good approximation when compared to the value obtained by Jacobian calculations,  $\lambda_1 = 0.418$  (with an error of 1.34%).

### 4.5.2 Logistic Map

Next, we consider the one-dimensional logistic map

$$F_\mu(x) = \mu * x(1 - x) \quad (4.10)$$

with parameter  $\mu$ . A time series is obtained from Eq. 4.10 varying the parameter according to  $3.6 \leq \mu \leq 4.0$ , where it is known to have chaotic and non-chaotic dynamics. The results displayed in Fig. 4.2 where obtained with Jacobian calculations,

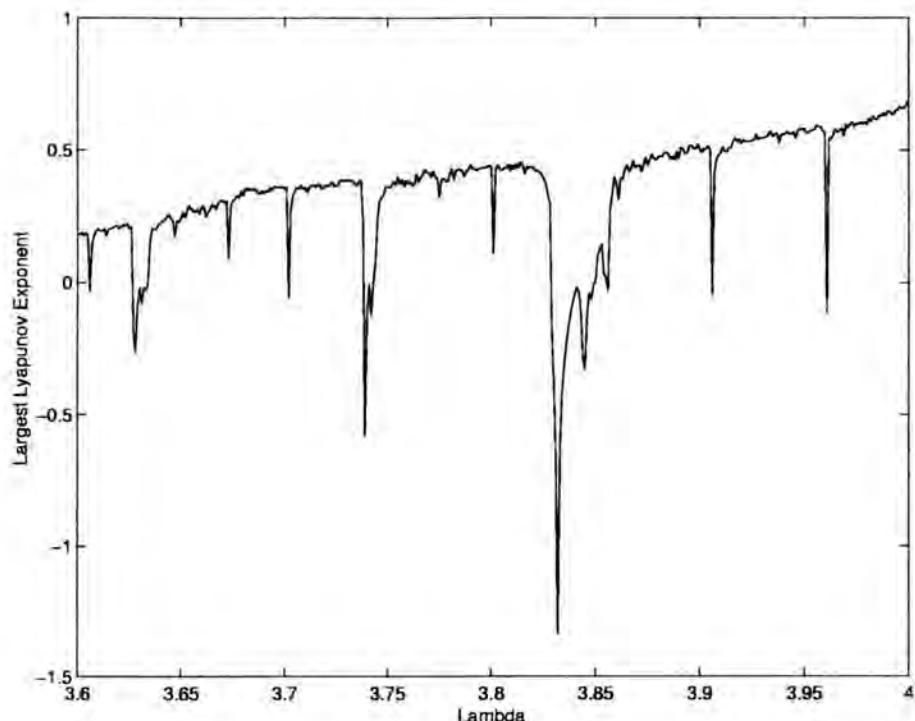


FIGURA 4.2 — Largest Lyapunov exponent for logistic map obtained from Eq. (4.10) by Jacobian calculations.

which does not fail when dialing with non chaotic regimes, while the estimations obtained with our implementation are shown in Fig. 4.3. There are in fact a very good agreement between both, for almost all  $\mu$  values, as one can see more explicitly in Fig. 4.4 which displays the absolute error in the estimations, i.e., the absolute difference between values obtained with both methods. As we could expect, the higher peaks occur in regions where the largest Lyapunov exponent is negative. It is important to note that, even not being correct, the negative values obtained in Fig. 4.3 actually correspond to non chaotic regimes. Actually, the criterion adopted for *SCALMN* choice allows the algorithm to detect, in some degree, contractions in the dynamics. Note that this analysis could not be performed with Wolf's implementation since it would lead to execution errors in the non chaotic regimes.

In dealing with observational data, one has always to consider the possibility of the noisy level of contamination, which tends to be critical when considering non-linear phenomena. In fact, non-linear systems can exhibit complex dynamics which resembles noise itself. In the estimation process of Lyapunov exponents like proposed by Wolf et al, because of the absence of suitable criterion for *SCALMN* value choice, data noise contamination can cause execution failures. In order to perform a stability analysis with respect to noise presence, the data were contaminated with zero mean Gaussian noise with deviations varying from 0.005 to 0.5. Our implementation remained stable and no crashing happened in chaotic or non-chaotic regions. The Wolf's implementation on the other hand, is more sensible to noise contamination since its presence can lead to pseudo-distances less than *SCALMN*.

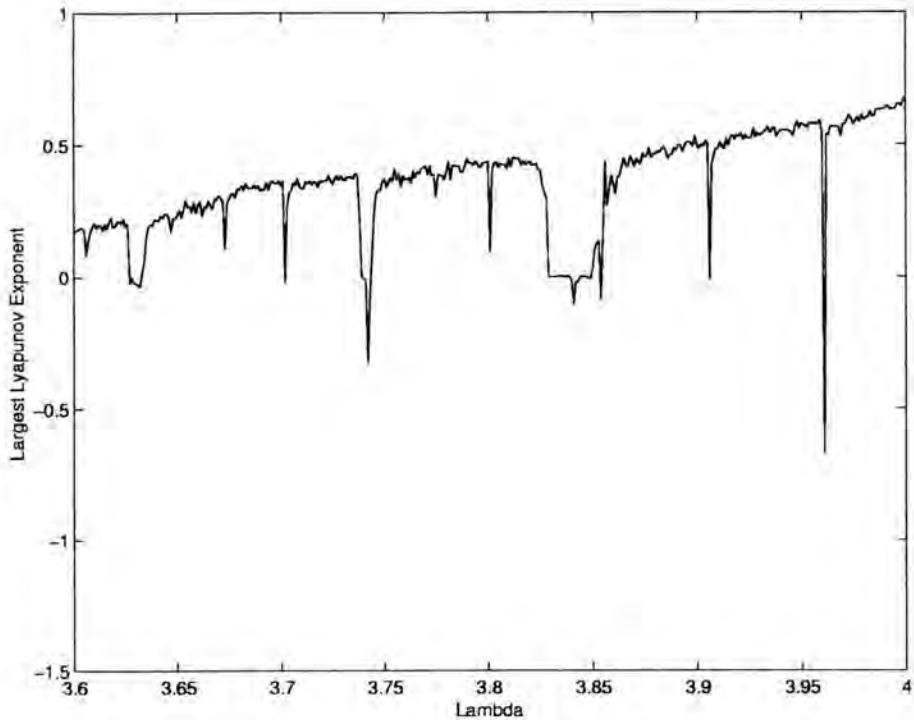


FIGURA 4.3 — Data based estimations for Largest Lyapunov exponent of Logistic map using our algorithm.

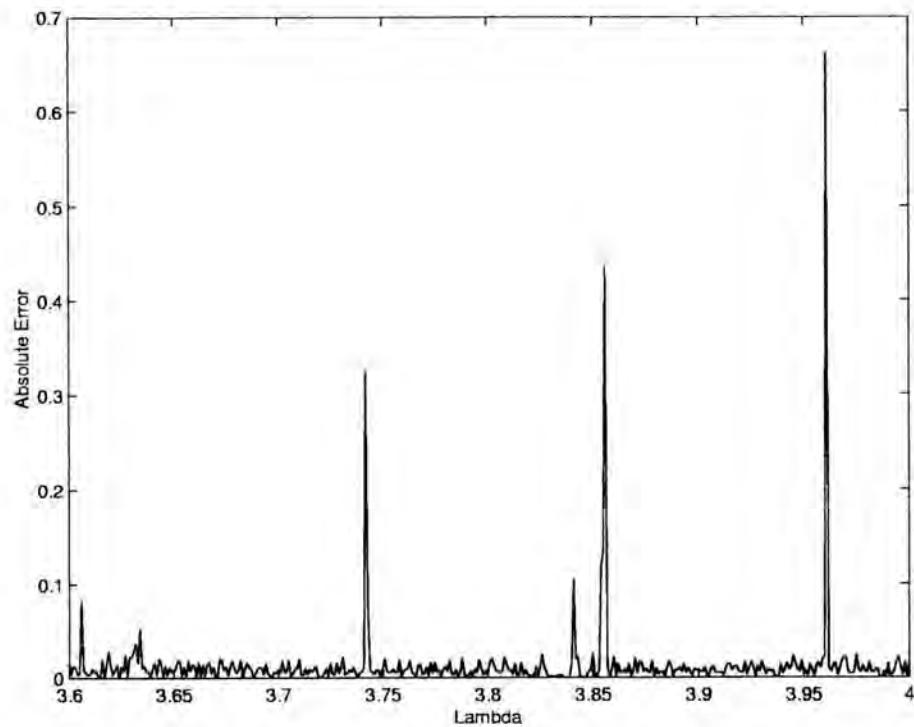


FIGURA 4.4 — Absolute error in the largest Lyapunov estimation with our algorithm when compared to the calculations based on Jacobian calculations.

## 4.6 Conclusion

In this paper we have proposed improvements on Wolf's algorithm for the largest Lyapunov exponent estimation based on time series. With these improvements the estimations are leaded to a better performance and allows the treatment of non-chaotic data. Moreover, the algorithm becomes fairly robust with respect to the data's lack of quality as, for instance, noise contamination.

Theoretically, the core of the difficulties in Wolf's implementation when dealing with non-chaotic or noisy data is related to the absence of suitable criteria to define what is to be considered local and global scales in the reconstructed attractor, taking into account the finite quality of available data. In fact we have shown that the presence of noise contamination and/or non-chaotic behaviour can lead Wolf's algorithm to drawbacks, since the adopted value for  $SCALMN$  may preclude the algorithm to find points with distances less than  $SCALMX$ . Besides, the parameter  $LIM$  has shown to be critical for the stability of algorithm since, due to the lack of data quality, pseudo intersections in the reconstructed attractor can generate floating point errors.

The possibility of doing estimations even when no positive Lyapunov exponent exists is of great importance, since it would render support to non-chaotic hypothesis about the studied dynamics. Our solution to this problem by choosing a  $SCALMN$  value greater not only than the noisy level but also than the less distance between any two of the reconstructed attractor points allows applicability of our algorithm to noisy or non-chaotic data.

## 4.7 Acknowledgements

W. Roque would like to thanks Prof. H. Choset for the warm hospitality he had received while a visiting researcher at the Robotics Sensor-Based Planning Lab. at Carnegie Mellon University.

# 5 Lyapunov Exponent for Pattern Recognition in Lung Sounds

**Autores:** Ricardo F. Custódio, Waldir L. Roque e Luiz P. L. de Oliveira

**Veículo:** IEEE Transaction on Biomedical Engineering

**Situação:** Submetido em maio de 1999

## 5.1 Abstract

The Lung sounds are currently classified as normal or adventitious, with the later being frequently associated to respiratory malfunctions. The adventitious sounds can be further divided into two classes: continuous and discontinuous. In this paper we propose the largest time dependent Lyapunov exponent (LTDLE) estimation as a new technique for pattern recognition applied to normal and adventitious lung sounds. It is shown that, both have associated positive LTDLEs, suggesting the presence of chaotic behaviours, with the largest Lyapunov exponent values associated to adventitious sounds and, among them, the continuous sounds exhibited the highest values. The results point out that the processes responsible for the lung sounds production have relevant non-linear components and that LTDLE can be an useful tool for lung sound analysis.

**Keywords:** Lung Sounds, Nonlinearity, Chaos

## 5.2 Introduction

Lung sound auscultations are normally done by mechanical or electronic stethoscopes and are used by physicians as a first approach to diagnose lung and upper airways malfunctions. In the literature the lung sounds are classified as normal or adventitious, being the later usually associated to some respiratory disorder. The adventitious sounds are further divided into two classes: continuous and discontinuous. The former contains mainly *wheezes*, which are characterized by a relatively long sound duration of about 80 to 100 ms, while the later class contains mainly *crackles*, which have a shorter duration of about 20 ms [PAS 97]. In recent years computational lung sound analysis has called much attention of physicians and bio-engineers since the traditional diagnosis procedures, based simply on the stethoscope

and human auditory system, are subject to drawbacks [PAS 97]. Lung sound analyses have been addressed mainly by four computational methods, namely, i) time domain analysis [MUR 77], ii) frequency domain analysis [CHO 81, KAM 97], iii) digital filters based methods [ARA 91, CHA 96, SAN 94] and, more recently, by iv) wavelet transforms [ADE 98a, HAD 97] and fractal dimensions [OLI 99].

The lungs have the order of  $10^8$  alveoli [HOP 92] where the gas and blood ventilation exchanges occur. The air flow into the lungs during inspiration/expiration routines are likely to have a complex dynamics caused by air wall flutter, vortex shedding, rupture of fluid films due air wall vibrations and stress-relaxation, and turbulence in general [LOU 91]. Inspiration or expiration lung sounds are due to the interaction of this complex air flow within the lung ducts, walls and obstacles, during breathing [LON 84]. This implies that the lung sounds are of a fluid-dynamic nature and have their origin due to the conversion of the air-flow energy to sound energy as the air flows in and out of the lungs. Therefore, in some extent, non-linear dynamical processes must take place, which should somewhat be reflected in the stethoscope-auscultation.

Non-linear dynamic theory has been explored as a successful tool for signal processing. Under this point of view, data sets are seen as physical systems' outputs and the issue is to gain some information about their complexity. For doing so, some quantifiers were established such as fractal dimensions, Lyapunov exponents and entropies. Fractal dimension concerns to measure contractions in phase space while Lyapunov exponents and entropies concern to its expansion or information (complexity) production. In this sense, systems of similar nature could be compared in terms of these quantifiers in order to pattern recognition. In fact, in a previous paper [OLI 99], we have shown that adventitious lung sounds seem to have different time dependent fractal dimensions patterns when compared to normal sounds.

The existence of a positive Lyapunov exponent associated to the dynamics of a system indicates its sensibility to the initial conditions. In this case, we generally say that the system has a chaotic behaviour in the sense that complexity is produced as it evolves. Chaotic behaviour can occur as transient or asymptotic patterns. For example, in chaotic dissipative systems the orbits are often attracted by a fractal set, called strange attractor, and the sensibility of the system to initial conditions is an asymptotic characteristic. In other cases, the existence of two or more attractors with fractal basin boundaries can lead to complex dynamics for orbits near those boundaries, leading to a transient sensibility to initial conditions [OTT 93].

In this paper we study the behaviour of the largest Lyapunov exponent (LLE) in time associated to normal and adventitious lung sounds. We make a windowing estimation of the LLE using an improved implementation of Wolf's et al. algorithm [WOL 85, CUS 99a]. The new version is a much more efficient implementation of the original methods proposed by Shimada and Nagashima [SHI 79] and Benettin et al. [BEN 80]. It presents better stability and robustness with respect to Wolf's implementation. It is shown that, associated to each time series, the largest time dependent Lyapunov exponent (LTDLE) has a pattern that are related to the presence of adventitious sounds. In this regard, the LTDLE analysis can become an useful diagnosis tool for lung sounds.

The paper is organized as follows: Section 5.3 describes the material and methods used to digital record the lung sounds, Section 5.4 provides the results of

different lung sound analyses and, finally, Section 5.5 is devoted to some comments and conclusions.

### 5.3 Material and Methods

The data considered in our study had two distinct origins. One of them was our own data base, obtained from the analogic recording in a noise controlled environment, using an electronic stethoscope model MD-3<sup>1</sup>. The digitalization was carried out through a personal computer equipped with a standard multi-media set. The sample rate considered was 11,025 Hz with 16 bits of quantization, both according to [MUS 92]. The sounds were recorded from nine distinct auscultation sites for each subject, according to the traditional clinical procedures. In addition, some public lung sound data bases available on the Internet web were used in our study<sup>2</sup>. In order to have all data in a normalized sample rate, we applied an anti-aliasing (lowpass) FIR filter to obtain a new sample rate of 6,000 Hz. The filtering was done with a Kaiser window [OPP 89].

The analysis were performed with the normalized data from 18 samples, 6 from each of the cases: normal, wheeze and crackle. A physician was then asked to classify the sounds by listening to them directly from the computer headphones, speakers and, for our data basis samples, by the electronic stethoscope. Typically, the associated lung sound time series consisted of 60,000 points, corresponding to 10 seconds of inspiration/expiration cycles. Next, the time series were divided into windows with 2,000 points with 70% overlapping and the LLE estimation was performed for each window, using the algorithm developed in [CUS 99a]. The choice for the window size is in accordance to the average time duration of the relevant events (wheezes and crackles).

In a previous paper [OLI 99], the associated fractal dimension for normal or adventitious lung sounds were found between from 0.5 to 2.5. Then, for the estimation of LTDLE, we assumed an embedding dimensions between 1 and 5. It is important to stress that the concept of *chaotic dynamics* adopted here is broader than the one established in the mathematical literature, which requests from a system more than sensibility to initial conditions to be considered chaotic [DEV 89]. However, as far as we know, there is no methods to verify all those requisites from data time series. In this paper we will consider as having chaotic dynamics any system whose estimated largest Lyapunov exponent is positive. This point of view is particularly useful for our purposes given the diversity of possible events in lung sounds which may be associated to ordinary chaotic regimes (such as the presence of an strange attractor), non-ordinary chaotic regimes (such as chaotic transients), noise, or well developed turbulence.

---

<sup>1</sup>Trademark of Home-Tech ElectroScope, Israel.

<sup>2</sup><http://www.ief.u-psud.fr/%7emanu/sounds.html>,  
[http://www.music.mcgill.ca/~tkatsia/the\\_lungs.html](http://www.music.mcgill.ca/~tkatsia/the_lungs.html) and  
<http://www.RALE.ca>.

TABELA 5.1 — Used parameters.

DIM	1	2	3	4	5
TAU	1	1	1	1	1
SCALMN	0.6	3.0	8.0	10.0	16.0
SCALMX	6.0	30.0	80.0	100.0	160.0
PP	10	10	10	10	10
EVOLV	1	1	1	1	1

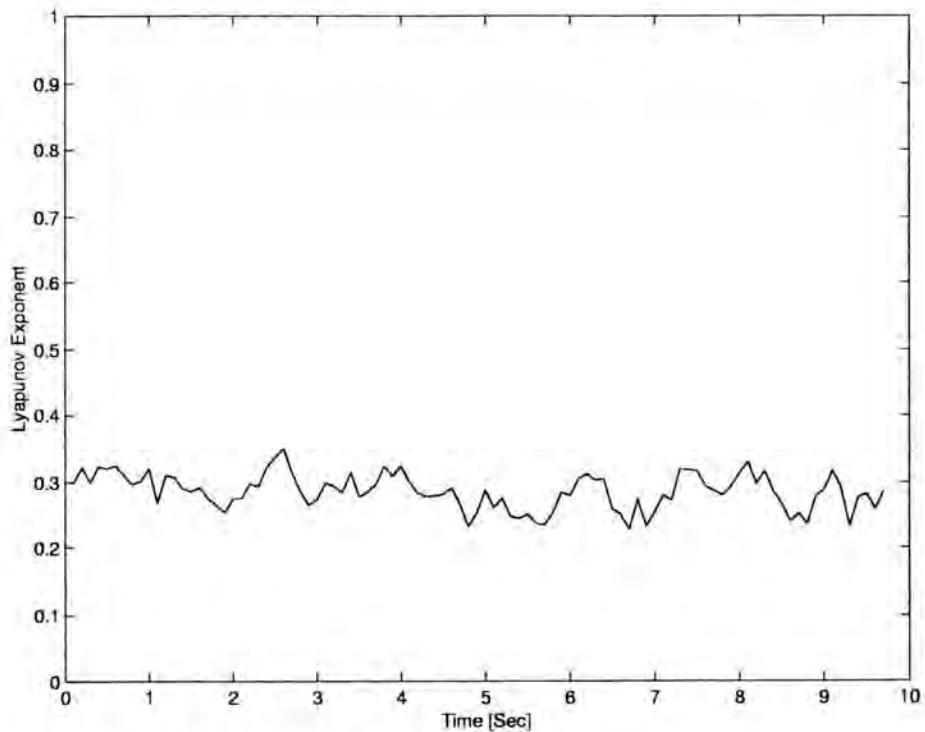


FIGURA 5.1 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Normal Sound.

## 5.4 Results and Analyses

Let us now proceed with the interpretation and comparison of the results obtained with LTDLE based in [CUS 99a] *viz a viz* the traditional auscultation procedure and spectrogram analysis. The parameters used in the algorithm for LTDLE estimations, for all cases, are displayed in Table 5.1, where the same notation adopted in [WOL 85, CUS 99a] was used. The Figure 5.1 displays a typical LTDLE estimation result for a normal lung sound and, as one can see, the Lyapunov exponent was found to be always positive, indicating chaotic dynamics. Moreover, it shows a constant like pattern which is, as we shall show, in contrast to the cases when adventitious sounds are present.

Figure 5.2 shows a typical LTDLE estimation for a discontinuous lung sound with crackle. In this case the Lyapunov exponent was found to be always positive and, on the average, greater than those for the normal cases, which is in agreement with our expectation since the mechanisms involved in the production of these sounds are likely to be more complex than those in the normal sounds. The LTDLE estimation in this case is somewhat reflecting the transient nature of the

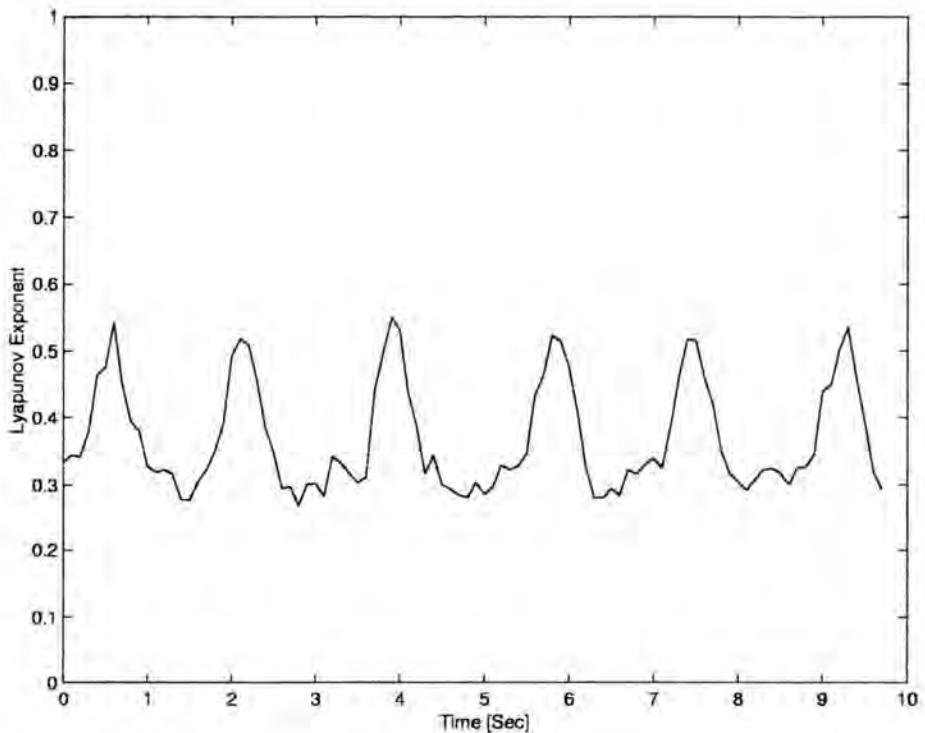


FIGURA 5.2 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Crackle Sound.

mechanisms responsible for the discontinuity, reflecting the short scales involved. A typical crackle sequence can be seen in the spectrogram (Figure 5.3) between 3.6 and 4.5 seconds. Notice the good fidelity response of the LTDLE to the presence of this adventitious sound.

Figure 5.4 shows a typical LTDLE estimation for a continuous lung sound with wheeze. The Lyapunov exponent was also found to be always positive, but greater than both, normal and crackle. As for crackle, the mechanism involved in the production of these sounds seems to be, as expected, more complex than for the normal sounds. Although the averages of LTDLE obtained for wheezes are larger than those obtained for crackles, we can not *a priori* guarantee that the former type corresponds to more complex generation mechanisms than those responsible for the later. In fact, the transient nature of the discontinuous and asymptotic continuous sounds preclude any comparison with respect to their complexity. Again the LTDLE method shows a good fidelity response to the presence of adventitious sound when compared to the corresponding spectrogram (Figure 5.5).

It is important to call the attention of the reader to look at the Lyapunov estimations curves and the corresponding spectrograms (Figures 5.6, 5.3 and 5.5). The LTDLE curves seem to modulate the spectrograms in time, which suggest that an integration in frequency might be going on. A simple visual comparison shows that the LTDLE can be applied for lung sound analysis in much the same way as the spectrograms.

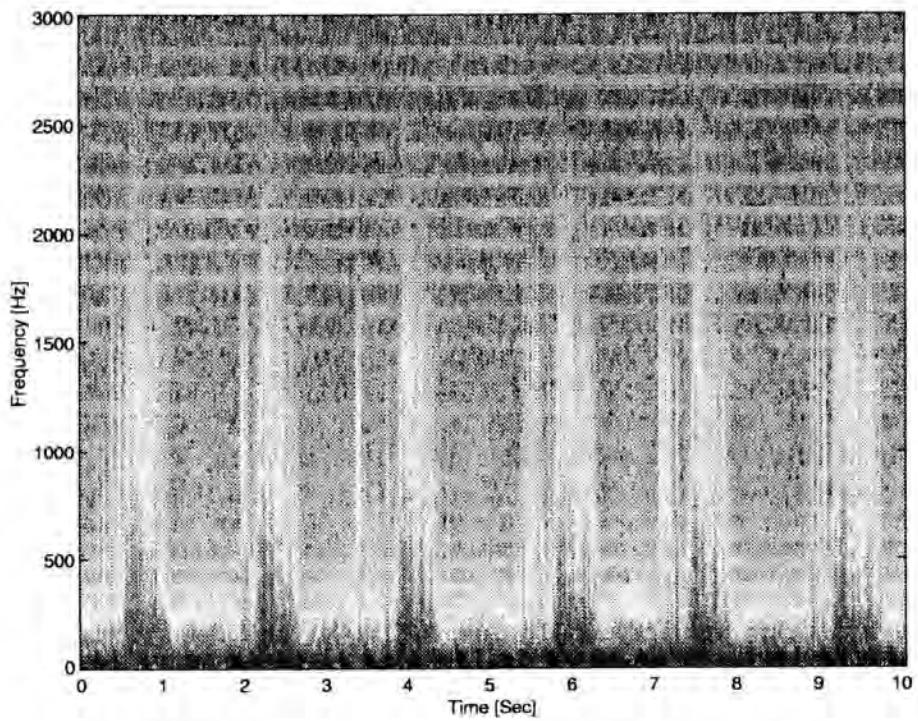


FIGURA 5.3 — Spectrogram for Crackle Sound.

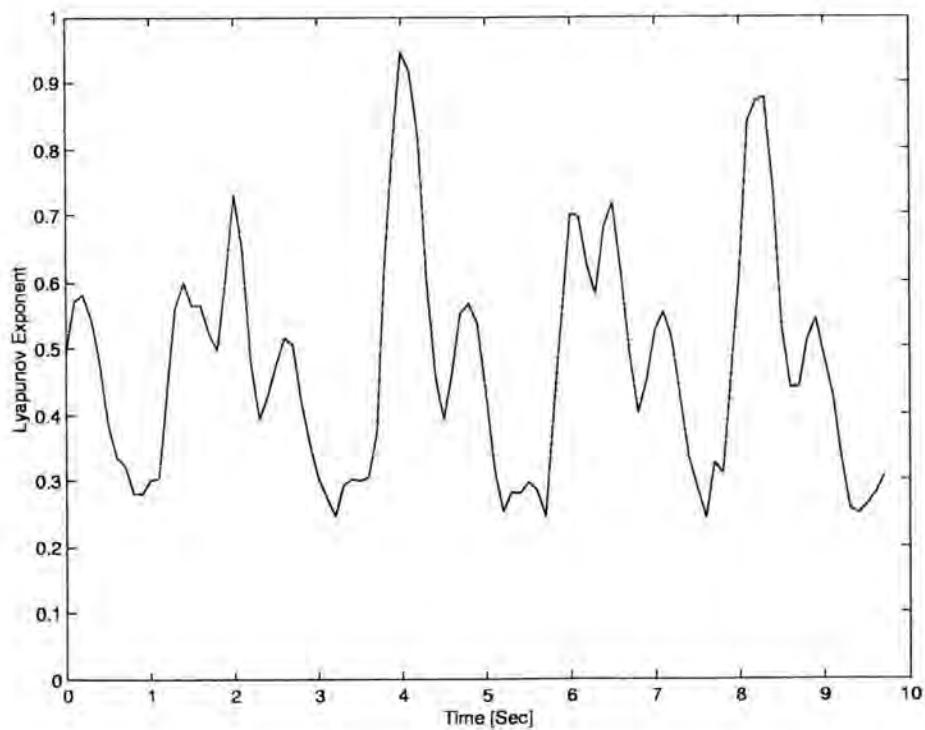


FIGURA 5.4 — Largest Time Dependent Lyapunov Exponent for Wheeze Sound.

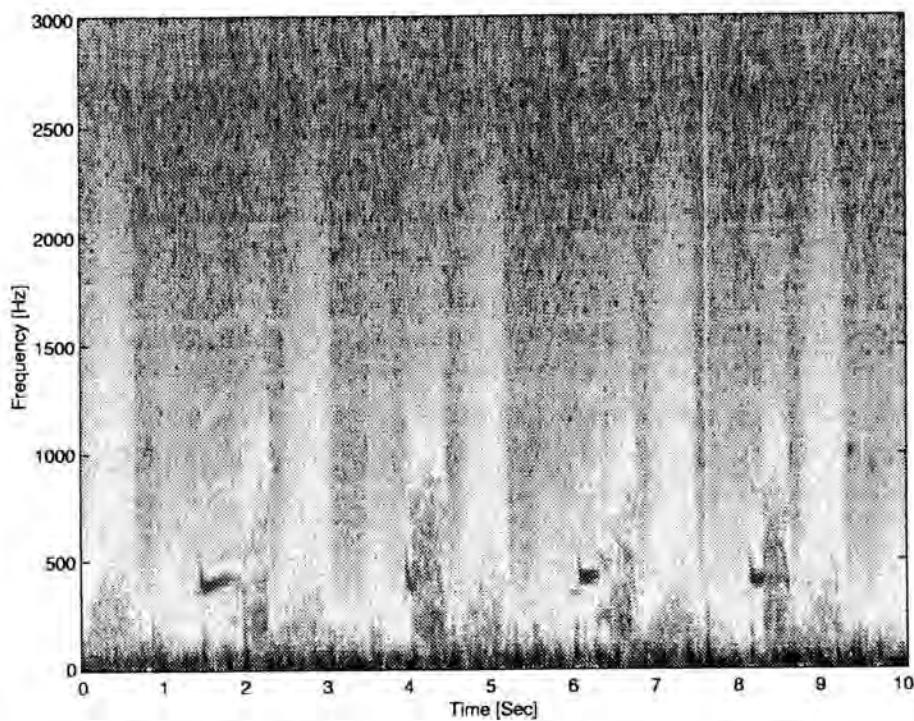


FIGURA 5.5 — Spectrogram for Wheeze Sound.

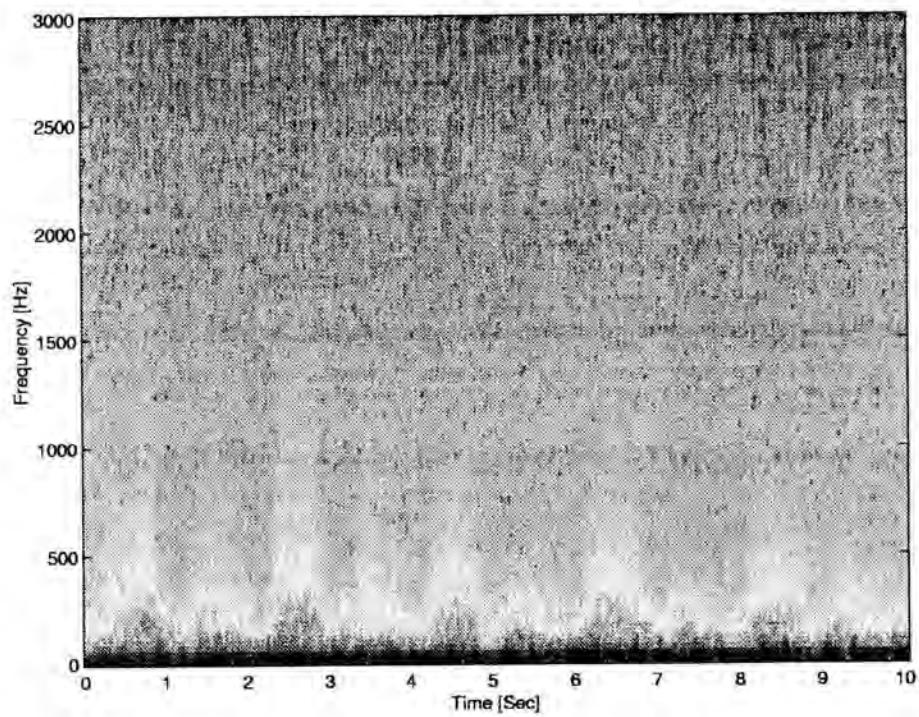


FIGURA 5.6 — Spectrogram for Normal Sound.

## 5.5 Comments and Conclusion

In this paper we have studied the patterns of normal and abnormal lung sounds with respect to their sensibility to initial conditions. The results suggest that the lung sounds, in general, have a chaotic behavior. In fact, the time series estimation of the LTDLE for normal and adventitious lung sounds led always to positive patterns. In addition, the adventitious lung sounds exhibited a higher Lyapunov exponent value.

It is important to note that the positive Lyapunov exponent values obtained in the estimations are not sufficient to conclude that the signals analyzed are purely chaotic. In fact, for example, a white noise signal can lead to positive values if the embedding dimension used for the estimations is not large enough. However, in normal lung sound samples, the values obtained for the LLE estimations have shown asymptotic tendencies around the 0.1 when the embedding dimension varied from 1 to 9. This suggests that chaotic regimes play a relevant role on the lung sound generation processes.

For the normal and continuous adventitious lung sounds the LTDLE estimated seem to correspond to asymptotic states of the respiratory system in agreement with the traditional auscultation analysis. On the other hand, for discontinuous adventitious sounds, the LTDLE are likely to be associated to transient chaotic regimes. This precludes one to decide which kind of sound is due to a more complex dynamics in terms of their data, according to the Lyapunov exponent estimations. For the time being it is only possible to conclude that the continuous sounds are globally more chaotic than the discontinuous ones.

The results obtained here suggest that the use of time series LTDLE estimations may be successfully applied as a tool for lung sound analysis. They point out that the LLE has a good fidelity response to the presence of adventitious sounds. It is important to notice that the method based on the LTDLE estimation has little dependence on the signal amplitude but rather on the amplitude of variations and the data quality. This may render to the method advantages in detecting subtle adventitious sounds which should be difficult to be perceived by a physician in an usual procedure based in the human auditory system. Further work is in progress to provide this technique as a reliable tool for lung sound analysis.

## 5.6 Acknowledgments

We would like to thank Heloisa Valliatti, M. D., for invaluable discussions and constant assistance.

# 6 Negative Lyapunov Exponent Estimations in Non Chaotic Data Time Series

**Autores:** Luiz P. L. de Oliveira, Ricardo F. Custódio e Waldir L. Roque

**Veículo:** Nonlinear Dynamics of Electronic Systems - NDES99, 1999

**Situação:** Aceito para publicação nos proceedings

## 6.1 Abstract

Given a dynamical system, the stability of its asymptotic state is mainly given by the leader Lyapunov exponent, which, in the case of chaotic regimes, is positive and, in the case of regular regime, is negative. In this paper we propose a new method of estimation of the leader Lyapunov exponent from data time series. In contrast to other well established methods of estimation, ours is effective for non chaotic data series as well. Examples are given to illustrate the efficacy of the proposed method.

## 6.2 Introduction

The evaluation of the complexity associated to natural or theoretical systems by means of their collected data, is a fundamental task in non-linear dynamics theory application. One of the mechanisms by which a system can undergo to a complex dynamics is by chaotic regimes, which can be characterized mainly by the system's sensibility to initial conditions. In fact, the rate by which initially nearby orbits come apart or closer from each other gives a measure of the rate of information production or destruction, respectively, in time. In chaotic regimes information is produced, while in non chaotic regimes this is not the case. In this context, the establishment of some criteria to decide when the dynamics of a system has or not a chaotic component is of great importance.

Data based studies of dynamical systems sensibility to initial conditions have been carried out mainly via Lyapunov exponent estimations, which can be performed by the local estimations of the original equations or via phase space reconstruction.

Though the algorithms based in the first class of methods tend to be more stable they are more complex. The most commonly used procedure is the one developed by Wolf et al. [WOL 85], based on the original ideas of [SHI 79] and [BEN 80], which estimates the largest non-negative Lyapunov exponent in the reconstructed phase space. However, if the largest non-negative Lyapunov exponent is a major measure of instability, the largest negative Lyapunov exponent is a major measure of stability. In both cases, these Lyapunov exponents lead the dynamics. For example, a time series can represent a stable periodic orbit of very long period of a dynamical system and can, at a first glance, look like chaotic. In this case, an efficient method of estimation of the associated Lyapunov exponent can be very useful.

In practice, data are always collected with precision limitations, which implies that, in the reconstructed phase space of non chaotic systems, most of the reconstructed vectors can become indistinguishable from each other. For example, in some non chaotic series, one has a stable periodic orbit associated to the dynamics which shrinks its entire attractor basin, causing a collapse over the attractor. This would cause an execution crashing in Wolf's algorithm precluding any Lyapunov exponent estimation. This is a serious limitation when dealing with experimental data series since, in general, one are dealing with outputs of complex systems that can be either chaotic or non chaotic or can be alternating between chaotic and non chaotic regimes from time to time.

In this paper, we propose a method for direct estimation of the leader (i.e, the smallest negative or the largest positive) Lyapunov exponent associated to a data time series. Some examples are considered in order to illustrate the efficiency of our method. We compare this efficiency with the results obtained from the Jacobian of the equations from the considered systems, which is referred as theoretical method. The paper is organized as follows. In Section 6.3 we discuss the method. In Section 6.4 we give some examples and, in Section 6.5, we present the final considerations and conclusion.

### 6.3 The Method

Our method is based on a recent algorithm developed by [CUS 99a], following the original ideas of [SHI 79] and [BEN 80], from which Wolf's algorithm was also inspired. Like Wolf's algorithm, it begins with Takens phase space reconstruction method [TAK 81], from a time series  $x(t_k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, (N - 1)$ , sampled with period  $\Delta t_s \equiv t_{k+1} - t_k$ . Next, we proceed to the local study of the exponential separation between two initially close orbits in the reconstructed attractor, one chosen as fiducial. This is done by considering the evolution of the Euclidean distance between two initially close points  $P(t_0)$ , supposed to be in the fiducial orbit, and  $p(t_0)$ , supposed to be in the nearby orbit. Let  $L(t_0)$  be the initial distance between the referred two points. After a properly chosen evolution step time  $\Delta t \equiv EVOLV * \Delta t_s$ , those points evolve to  $P(t_1)$  and  $p'(t_1)$ , respectively, and accordingly, the distance assumes a new value  $L'(t_1)$ .  $p'(t_1)$  is then replaced by a point  $p(t_1)$  in the attractor,  $PP$  (proximity points) apart from  $P(t_1)$ , for which both the distance  $L(t_1)$  to next fiducial point  $P(t_1)$  and the angular separation between the line segments  $P(t_1)p'(t_1)$  and  $P(t_1)p(t_1)$  are as small as possible. The points  $P(t_1)$  and  $p(t_1)$  are now evolved

again to lead  $L'(t_2)$  and the process goes on, through the available points in the attractor. The largest Lyapunov exponent is then evaluated as a mean of the local estimated values by the formula [WOL 85]

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})}, \quad (6.1)$$

where  $M$  is the total number of replacement steps.

Two reference scales in the reconstructed attractor are defined. Using the same notation of [WOL 85],  $SCALMN$  refers to the scale bellow which the oscillations are to be considered noisy, and  $SCALMX$  denotes a referential local scale. According to them, for each replacement step, the reconstructed attractor is divided in  $ZMULT + 2$  slices: the noisy range  $S_0$  at  $DMIN < SCALMN$ , the valid local range slices  $S_i$  at  $i * SCALMN < (i + 1) * SCALMX$ ,  $i = 1 \dots ZMULT$  and the last slice  $S_{ZMULT+1}$  at  $ZMULT * SCALMX < DMAX$ , where  $DMIN$  and  $DMAX$  are the minimal and maximal distances between the current fiducial point and the other attractor points. In the sink for near points in the replacement steps, the last slice must be avoided. This, together with the appropriate choice of the reference scales  $SCALMN$  and  $SCALMX$  are the main characteristic of the method.

The use of those general ideas for largest Lyapunov exponent estimation in non chaotic data is mainly based on the observation that, in opposition to the chaotic cases, the non positive Lyapunov exponents are not better represented by the asymptotic states. In practice, when we deal with experimental or observational data time series, the negative Lyapunov exponents are better represented in an intermediate time range, just between transient and asymptotic states. In this case, the asymptotic information of the considered systems are completely lost due to the lack of data quality factors such as noise or instrumental limitations. This causes the choice of reference scales  $SCALMN$  and  $SCALMX$  to be so crucial.

## 6.4 Some Examples

In general, dynamical systems have their dynamics represented by the solutions of a system of ordinary differential equations or by the iteration of a map. We focus our attention in examples of the second type, since the dynamics of the first can be reduced to the dynamic of the associated Poincaré map [OTT 93]. In the following, the local Lyapunov exponent estimations values were only allowed to range between  $-11.5$  and  $11.5$ .

### 6.4.1 The Logistic Map

In order to illustrate the efficiency of our method, we consider time series generated out of the family of the one-dimensional logistic map,

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n), \quad (6.2)$$

which exhibits the most important phenomena that occur in dynamical systems.

We restrict our experiments to initial conditions in the range  $0 < x_0 < 1$  where, depending on the  $\mu > 0$  value, chaotic and non chaotic orbits are achieved. It is well known that, for  $\mu \geq 4$ , the dynamics are chaotic and associated to a repeller with the topology of a Cantor set, which precludes any numerical generation of time series. Because of that, we consider time series from Eq. (6.2) with parameter varying according to  $0 < \mu < 4$ . For  $0 < \mu < 1$  the logistic map dynamics are led by the stability of the fixed point  $x = 0$ , which loses its stability for the new stable fixed point  $\bar{x} = \frac{\mu-1}{\mu}$  when  $1 < \mu < 2$ . The system then undergoes to a successive period duplication and, finally, get alternating between chaotic and regular regimes in the range  $2 < \mu < 4$  [DEV 89]. The parameters values used in our algorithm was:  $PP = 10$ ,  $DIM = 1$ ,  $TAU = 1$ ,  $EVOLV = 1$ ,  $SCALMN = 1.2 \times 10^{-3}$ ,  $SCALMX = 1.2 \times 10^{-2}$  and  $ANGLMX = 90^\circ$  [CUS 99a].

Firstly, time series were obtained varying the parameter according to  $0.1 \leq \mu \leq 3.0$  with increments of 0.001, where it is known to have only non-chaotic dynamics. The initial conditions are taken randomly in the interval  $(0, 1)$ . The used map was

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) + A \times \text{Random} \times \delta, \quad (6.3)$$

where  $\delta = 1$  if  $(n \bmod \rho) = 0$ , with  $\rho$  a parameter that can be specified in the algorithm. In this example  $\rho = 100$  was chosen. That means, for each 100 sample, Eq. (6.2) had a perturbation of the form  $A * \text{Random}$ , where  $\text{Random}$  is a random number between 0 and 1 and  $0 < A \leq 0.1$ , in such a way that the perturbed values still remains in the interval  $(0, 1)$ . The perturbation was chosen to simulate as much as possible the behavior that is found in the nature.

In the Fig. 6.1 we can see the good performance of our algorithm, for almost all  $\mu$  values, when compared to the results obtained by the use of Jacobian ( $A = 0.1$ ). The Jacobian results were decreased of 5 units in order to easy visualization. This is better exhibited in Table 6.1 or in Fig. 6.2, which displays the absolute differences between both methods. As we would expect, the higher peaks occurred in the region around  $\mu = 2$  where the logistic map becomes non hyperbolic and its Lyapunov exponent tends to  $-\infty$ , in contrast to our limitation for the local estimated values (between  $-11.5$  and  $11.5$ ).

TABELA 6.1 — Some Values from 0.1 to 3.0

$\mu$	Teirical	Calculated	Error
0.5	-0.6966	-0.6833	-0.0133
1.0	-0.0425	-0.0054	-0.0371
1.5	-0.6987	-0.7054	0.0067
2.0	-33.1536	-3.9607	-29.1929
2.5	-0.6920	-0.6900	-0.0019
3.0	-0.0331	0.0054	-0.0385

Like in the previous case, time series were obtained from Eq.(6.3) varying the parameter according to  $3.0 \leq \mu \leq 4.0$  with increment 0.001, where it is known to have chaotic and non-chaotic dynamics. The initial conditions were again taken randomly in the interval  $(0, 1)$  and the Lyapunov exponents were calculated by both methods. Fig. 6.3, shows the excellent agreement between both methods, were an

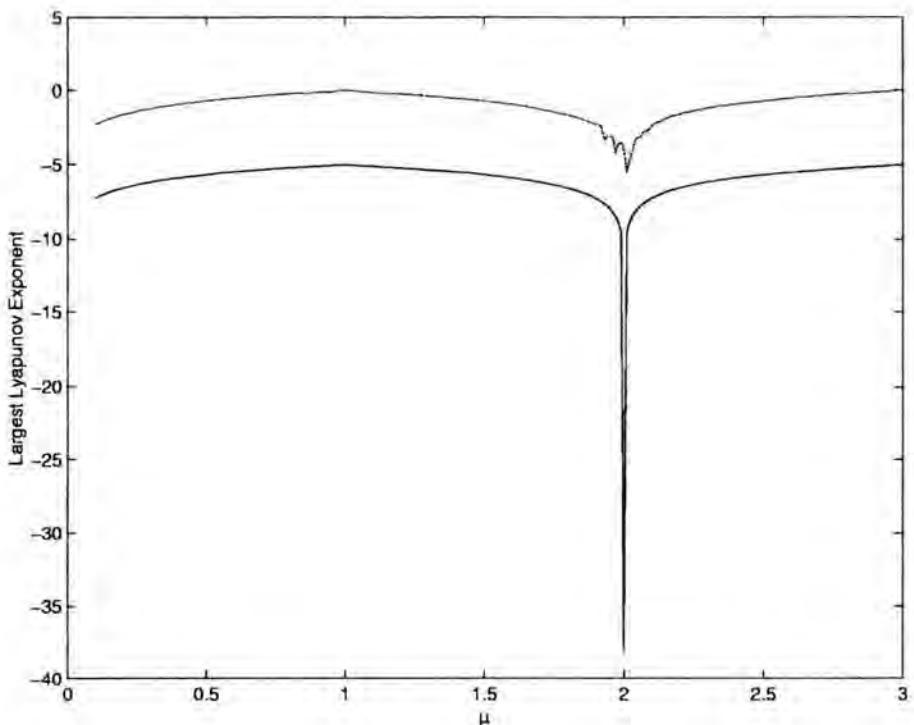


FIGURA 6.1 — Direct comparison between the estimated Lyapunov exponents and those given by Jacobian method:  $0.1 \leq \mu \leq 3.0$  and  $A = 0.1$ . The Jacobian results were decreased of 5 units for ease comparison (lowest curve in graph).

increment of 1 unit was given to the values obtained by the Jacobian method to ease visualization. The performance of our estimations can be seen much better in Fig. 6.4, which displays the absolute error in comparison to the theoretical results. Again, as we would expect, the higher peaks occurred in regions where the absolute values of the Lyapunov exponent was too large, due to our range limitation.

It is worthwhile to stress that our method would give even better results if we had adopted a larger range for the limitation of the local estimations. Moreover, additional improvements are obtained if smaller values of  $A$  is considered.

#### 6.4.2 The Triangular Map

Additionally, we also tested our algorithm with the triangular map, which is one of the simplest dynamical system where the Lyapunov exponent can be calculated explicitly. The triangular map is defined by,

$$x_{n+1} = a \left( 1 - 2 \left| \frac{1}{2} - x_n \right| \right), \quad (6.4)$$

were the parameter  $a$  is allowed to assume any positive value. The Lyapunov exponent can be computed analytically and is given by  $\lambda = \ln(a)$ , from which we can see that, for  $a > 1$  we get  $\lambda > 0$ , indicating chaotic dynamics, while for  $0 < a < 1$ , we get  $\lambda < 0$ , indicating regular regimes. The Fig. 6.5 shows the estimations of the Lyapunov exponents for values of  $a$  in both cases: chaotic and regular regimes. The

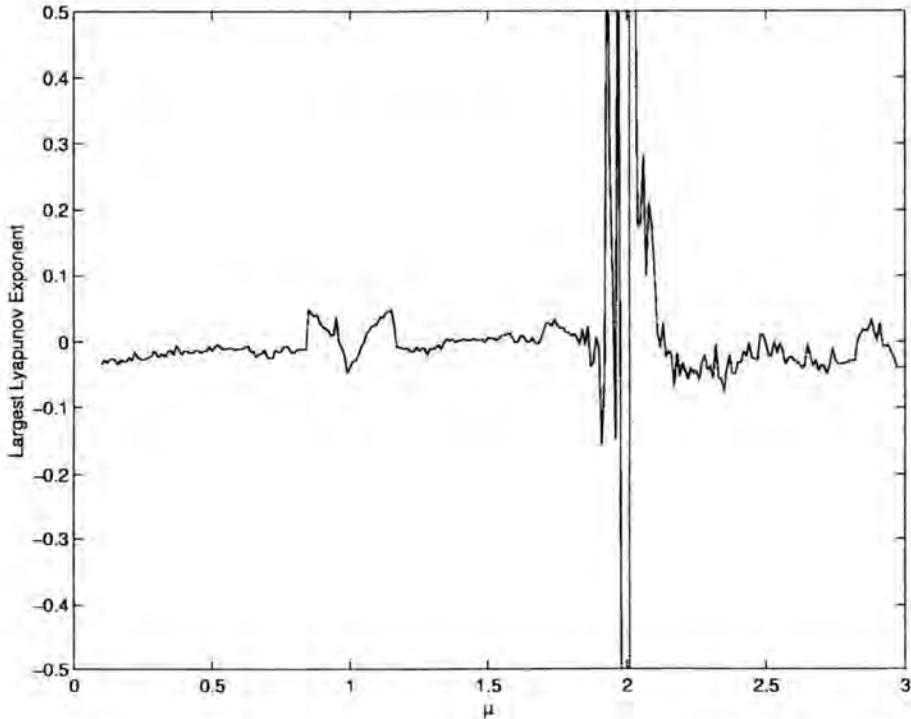


FIGURA 6.2 — Absolute error of the Lyapunov exponent estimations when compared with the Jacobian method:  $0.1 \leq \mu \leq 3.0$  and  $A = 0.1$ .

solid line denotes the analytical curve while the crosses denote estimated values. Note the excellent results obtained with our algorithm.

## 6.5 Conclusion

In general, the dynamics associated to a time series is chaotic if sensibility to initial conditions can be detected, i.e., if a positive Lyapunov exponent is associated to it. In the study of time series under the non linear approach, it is very important to know if the associated dynamics is chaotic or not. Moreover, the Lyapunov exponent is a measure of stability ( $\lambda < 0$ ) or instability ( $\lambda > 0$ ) of the asymptotic state presumably achieved by the dynamical system.

Given an experimental time series, one does not know a priori if the corresponding dynamics is complex or not. Or, if it is the case, if the complexity is due to chaotic dynamics or simple be a consequence of the linear superposition of a large number of oscillation modes. In the case of chaotic dynamics, the system may be modeled by a relatively small number of coupled ordinary equations. However, in the cases where the leader Lyapunov exponent is negative, one can guarantee that chaotic dynamics is not relevant.

In this paper, we have presented a very effective method for estimating the leader Lyapunov exponent from chaotic or regular time series. In contrast to others, our method works well even in non chaotic data, were non positive Lyapunov exponent exists. We point out that, in this case, the Lyapunov exponents are better characterized by the middle range of time between transient and asymptotic states.

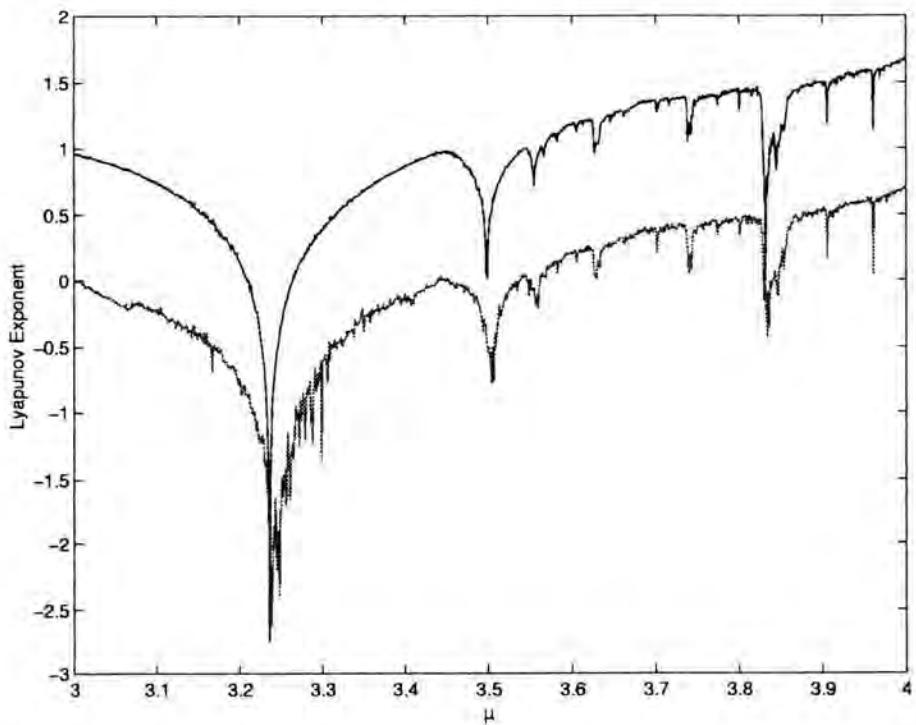


FIGURA 6.3 — Direct comparison between the estimated Lyapunov exponents and those given by Jacobian method:  $3.0 \leq \mu \leq 4.0$  and  $A = 0.1$ . The Jacobian results were increased of 1 unit for ease comparison (highest curve in graph).

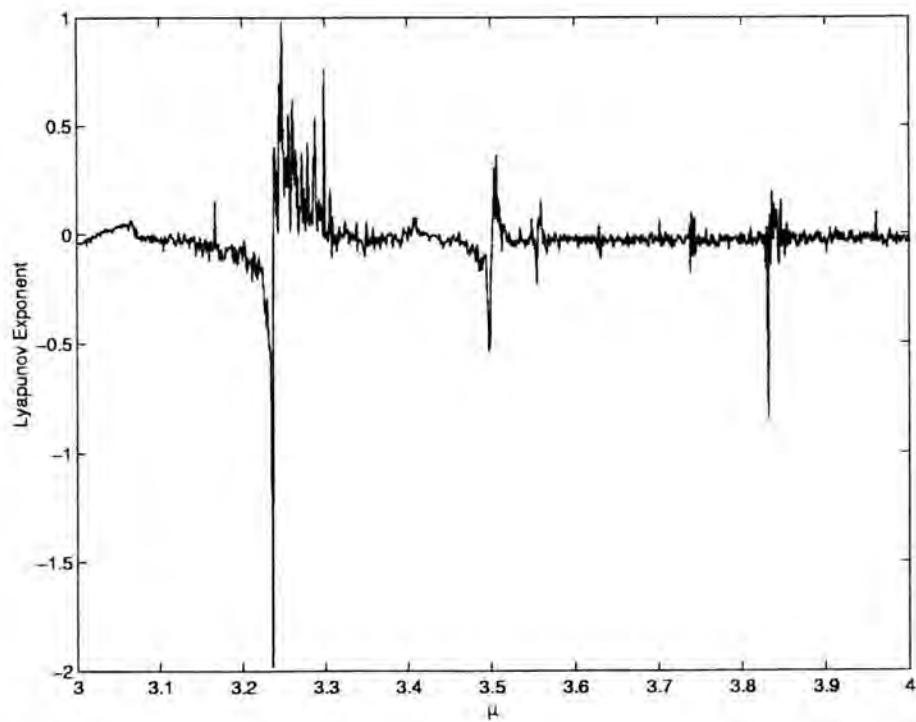


FIGURA 6.4 — Absolute error of the Lyapunov exponent estimations when compared with the Jacobian method:  $3.0 \leq \mu \leq 4.0$  and  $A = 0.1$ .

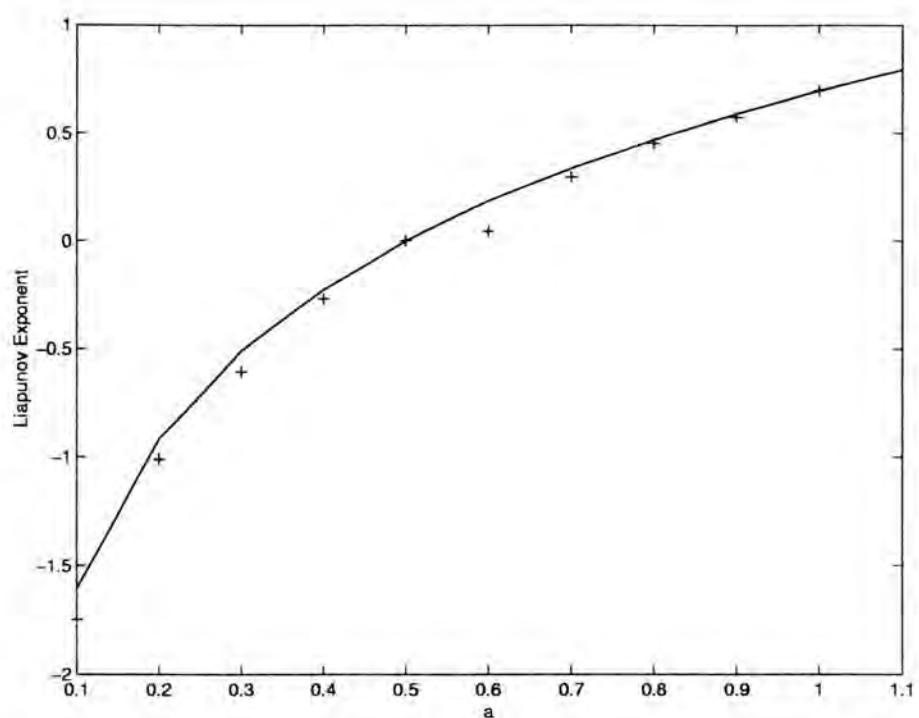


FIGURA 6.5 — Theoretical (solid line) and estimated Lyapunov exponents (crosses), obtained for  $0.1 \leq a \leq 1.1$ .

# 7 Lung Sounds

**Autores:** Ricardo F. Custódio, Waldir L. Roque e Luiz P. L. de Oliveira

**Veículo:**

**Situação:** A ser submetido

## 7.1 Abstract

This paper presents the current understanding of thorax and upper airways as an acoustic system, sensors used to sample lung sounds and the type of lung sounds with a classification. The traditional method by listening the lung sound by a stethoscope has, however, drawbacks. These include poor frequency response, lack of objectivity in diagnosis, and inability of the human ear to distinguish events occurring close to each other in the time or frequency domain. To overcome these limitations, the sounds need to be recorded with sensitive microphones, stored in digital form, visualized, and analyzed quantitatively and qualitatively. To overcome this, we discuss some digital processing techniques to lung sound analysis. We discuss traditional digital signal methods like energy, zero crossing and homomorphic analysis.

## 7.2 Introduction

The application of computer technology has provided new insights into acoustic mechanisms and new measurements of clinical relevance for lung sounds. The use of digital signal processing techniques to extract information on average sounds were major steps that have advanced the utility of lung sounds beyond the stethoscope. The following sections focus on the present state of knowledge about normal and adventitious lung sounds and a view on the likely areas of practical application for respiratory sound analysis.

### 7.2.1 The Stethoscopes

Stethoscopes are conduits for sound conduction between the body surface and the ears. They do not provide a frequency independent transmission of sounds, but they can selectively amplify or attenuate sounds within the spectrum of clinical interest. Auscultation of the lung could be coupled to computers. There are basically

two types of sensors for lung sound recording. The electret microphone coupled to the skin by a sealed chamber, but susceptible to external noise and contact accelerometers, more expensive, often fragile, and may exhibit internal resonance near the lung sound frequencies of interest. Many factors that influence auscultation, including the response in frequency of the stethoscope and psychoacoustic phenomena, have contributed to basic concepts that are now widely taught to students in the health care professions. First, there is relatively little bilateral asymmetry of sound amplitude and that asymmetry indicates disease. And second, sounds on the chest surface are modified versions of those detected over the trachea or neck. Although these and other concepts have proven useful in many clinical circumstances, recent acoustic investigations with high fidelity measurements and new techniques of digital signal processing indicates that considerably more information of clinical utility can be gathered from respiratory sounds. Digital sonography, for example, translates the acoustic information into graphic image, which allows the visual identification of different lung sounds even at low intensities.

Advances in computer technology and improved methods for acoustical pattern recognition are likely to give us lung sound analyzers for extended observations in clinical respiratory medicine. The respiratory tract consists of the vocal tract and the subglottal airways. It is the combined effect of these two components that gives rise to the highly unique properties of the overall tract. The pulmonary sounds possess two distinct features at low frequencies. First, the large airway walls vibrate in response to intraluminal sound. And second, the entire system behaves as a single nonrigid tube that is open at its distal end to the relatively large air volume in the numerous smaller airways and alveoli. At higher audible frequencies, the airway walls become effectively rigid because of their inherent mass, allowing more sound energy to remain within the airway lumen and potentially travel farther into the branching structure. This suggests that more regional information concerning lung structure can be obtained from low frequency acoustic measurements than had first been hypothesized.

We use cepstrum analysis to extract regional and global information concerning this lung structure. To measure the response of the thorax to sonic perturbations of known quality, a number of investigations have focused on the transmission of sound from introduction at the mouth to detection on the chest surface. In this manner, the static and even dynamic properties of the system can be measured and compared with model predictions and other hypotheses.

### 7.3 Respiratory Sounds

The breathing associated sound heard on the chest of a healthy person is called the normal lung sound. There are two phases in breathing: *inspiration* and *expiration*. During inspiration air moves into the airway, branches into progressively smaller and smaller airways as it moves to the alveoli.

The human lungs has around  $3 \times 10^8$  alveoli, which are little sacs, where the ventilation exchange between the oxygen and the blood occurs. The air flow into the lungs during inspiration/expiration routines are likely to have a complex dynamics caused by air wall flutter, vortex shedding, rupture of fluid films due

air wall vibrations and stress-relaxation and turbulence in general [LOU 91]. This implies that the lung sounds are of a fluid-dynamic nature and has its origin due to the conversion of the air-flow energy to sound energy as the air flow in and out of the lungs. Therefore, to some extent, non-linear dynamical processes must take place, which should be reflected in the auscultation procedure.

The normal breath sound is characterized by larger, louder sounds during inspiration than during expiration. The amplitude spectrum has two linear parts in the log-log plane, low and high frequency segments [KAM 97]. The ranges of slopes of the high frequency lines are -12.7 to -15.2 dB/oct during inspiration and -13.4 to -20.3 dB/oct during expiration. The mean slope of the line fitted to lower frequencies is approximately -5 dB/oct but varied substantially among pick-up points, subjects, and breathing phases. The low frequency is from 75 Hz to 160 Hz and high frequency is from 160 Hz to 496 Hz for inspiration and 803 Hz for expiration. Lung sound amplitude differs between persons, different locations on the chest surface and different diseases.

Beyond normal sound, we have abnormal or adventitious sounds that are usually classified in two categories: continuous and discontinuous. Continuous adventitious sounds are wheezes and snores. Wheezes are produced by obstructions located in the lungs. They sound like a whistle and can be composed of a single pitch (monophonic wheezes) or many harmonic tones (polyphonic wheezes). They can occur either on the expiration or the inspiration. They have many harmonics with fundamental frequency above 400 Hz, and the event is longer than 250 ms [PAS 97]. Snores are low frequency oscillation induced in the upper airways. They are mainly observed during the inspiration. Discontinuous adventitious sounds correspond to crackles. They are explained by two theories. The first intends to associate this sound to the sudden opening of bronchial alveoli. The second hypothesis is the bubbling of air through excessive secretions in the lung. These sounds are respectively called fine and coarse crackles. It is evident that these phenomena generate transient signals. Therefore, an approach based on wavelet analysis and nonlinear dynamic analysis seems to be well fitted.

Wheezes are musical adventitious lung sounds, also called continuous since their duration is much longer than that of discontinuous crackles. They may not necessarily extend more than 240 ms, they will typically be longer than 80 to 100 ms. Their frequency range extends from less than 100 Hz to more than 1 kHz [KRA 98]. The musical sound of wheezing is easily recognized by ear since it stands out from the noise of normal lung sounds. Wheeze of medium to loud intensity is also easy to notice as sharp peaks in the power spectrum of respiratory sounds. Computer based detection of wheeze is possible with algorithms that relate the amplitude of these spectral peaks to the average lung sound amplitude.

Crackles are explosions, heard much more often during inspiration than during expiration and are substantially a local phenomenon. Several investigators have attempted to identify waveform features that would serve to distinguish between fine and coarse crackles. Spectral analysis using the fast Fourier transform, which is widely used to study the noise like lung sounds, is poorly suited to short bursts of sound. Recently [ADE 98a, PES 98, ADE 98b] have proposed wavelet transform to analyze this characteristic.

The squawk is a short, inspiratory wheeze that occurs primarily in restrictive lung diseases. They have not been well studied, but squawks appear to always occur along with crackles and are often noted to begin with a crackle, suggesting that they are caused by oscillatory motion in a newly opened airway.

**Normal Sound** In normal breathing, air moves into the airway during inspiration.

Then, it branches into progressively smaller and smaller airways as it moves to the alveoli. Turbulence is created as air hits these branches of the airway and it is this turbulence that produces the sound. During expiration, the air is flowing from small airways too much larger ones. And while the air does contact some surfaces, it takes place in larger, less confining tubes. So, there is much less turbulence created therefore less sound. So, the normal breath sound is characterized by larger, louder sounds during inspiration than during expiration. We generally hear the sound throughout inspiration, but not throughout expiration. We can describe the normal sound as a smooth swishing sound, which is due to its location.

**Harsh Sound** It is much louder and can be a little longer, compared to the normal sound. Harsh sounds would occur, for example, in someone who has just completed vigorous exercise. Ventilation is rapid, producing rapid breaths that are longer and louder. Another example of harsh sound occurs with children. Their chest walls are thinner and more elastic, so the sound comes through louder and more readily than it would with an adult.

**Diminished** It is another variation of the normal sound. It is a softer, more distant sound, and it can occur in the chest of someone who doesn't move as much air. On the opposite end of the scale, diminished sound can occur in the obese patient, or in the very muscular patient. In these cases there is so much tissue mass that muffles the sound.

**Normal Bronchial** Bronchial breath sounds are coarse, harsh, loud sounds, in which expiration is the predominant phase. Another characteristic of the sound is a silent between inspiration and expiration. This gap can be very difficult to detect unless you are really listening for it. The reason for this gap is the location of the normal bronchial sound. It is heard over the lower portion of the trachea. The sound comes from the largest airway and the lung tissue does not muffle it. The result is the loud, coarse sound. However, at the end of inspiration, you will not hear the flow of air because it is passing through the peripheral part of the lung. Likewise, you hear nothing at the very beginning of expiration until the flow of air picks up again in the large airways.

**Crackles** Crackles are described as fine, popping, crackling, discontinuous, non-musical noises. They are heard mainly during inspiration, and are indicative of small airway disease. There are two theories about crackles. According to the first one, if alveoli are filled with fluid, they will tend to close on expiration. Then, with the next inspiration, the airflow has to force the alveoli open again, and, as it does so, a popping sound is heard, the crackle. According to the second theory, crackles may be due to air moving through that liquid, creating the popping sound. Crackles are really hard to identify.

TABELA 7.1 — Lung Sound Data Base

Base de Dados	Endereço na Internet
Estetoscópio Virtual	<a href="http://www.music.mcgill.ca/~katsia/the_lungs.html">http://www.music.mcgill.ca/~katsia/the_lungs.html</a>
HALE	<a href="http://www.RALE.ca">http://www.RALE.ca</a>
Manu	<a href="http://www.ief.u-psud.fr/%7emanu/sounds.html">http://www.ief.u-psud.fr/%7emanu/sounds.html</a>
PulSA	<a href="http://www.inf.ufsc.br/pulsa">http://www.inf.ufsc.br/pulsa</a>

**Wheezes** Wheezes are high-pitched, squeaking, musical, continuous noises that are heard mainly during expiration, although you may hear them throughout the breathing cycle. They are most distinctive, and are as close to music as you are going to hear in the chest. wheezes can be classified in mild (can be heard in a post-operative patient with some secretions), moderate (they fill up most of the expiratory phase), and severe (occurring throughout all of inspiration and expiration).

**Egophony** It is determined by having the patient say the letter "E", while you are listening through the stethoscope to a suspected area of involvement. It is when you are listening for an "E", and it comes through like "A". What is happening is that the pure sound has become louder and more nasal in quality.

**Bronchophony** The technique is to have the patient verbalize "99". As a vocal sound is transmitted from the larynx down through the trachea, the bronchi, the alveoli and then to the chest wall, the sound becomes less distinct and much softer than if you heard it externally. However, if bronchophony is present, the sound is very distinct, very clear and very loud. Bronchophony occurs over areas of the lung in which the alveoli are filled with fluid or replaced by solid tissue.

**Whispered Pectoriloquy** It is the same as bronchophony, but now the patient whispers "99". In the normal chest, it is going to be almost unintelligible, but in areas of the lung that are filled with fluid it comes through very distinctly. It is the same as bronchophony, but it is a much more sensitive indicator.

## 7.4 Databases

In this work we use four database of the lung sounds analysis. See Table 7.1 for location of these databases. We use the R.A.L.E. repository for analysis and the others to confirm our experiments.

## 7.5 Short-Time Energy

The short-time energy of the lung sounds provides a convenient representation that reflects its amplitude variations. In general, we can define the short-time energy as

$$E_n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [s(m)w(n-m)]^2 \quad (7.1)$$

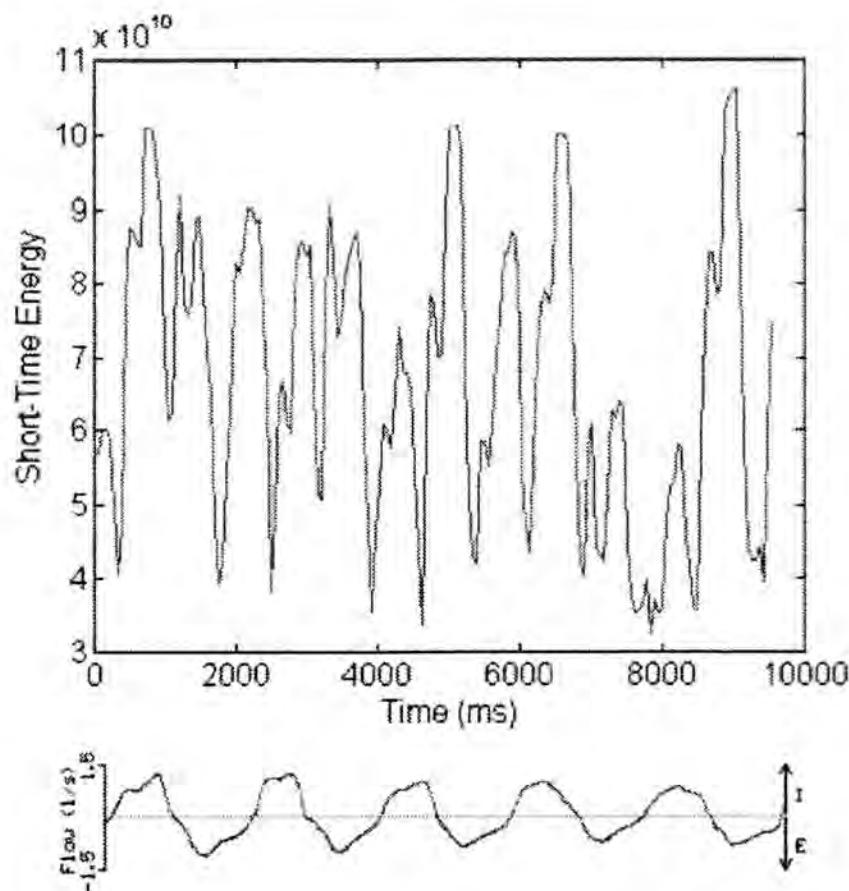


FIGURA 7.1 — Short-time energy for normal lung sound with  $N=1200$  and 90% of overlapping.

where  $s$  is a vector with samples of lung sound, and  $w$  é a window that separates  $n$  samples from signal to compute the energy. In this work we used the Hamming window  $h(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$  for  $0 \leq n \leq N-1$  and  $h(n) = 0$  for otherwise  $n$ . The Figure 7.1 shows the short-time energy for normal lung sound and the Figure 7.2 shows the short time energy for adventitious sound. As can be seen, the values of  $E_n$  for normal sound are distributed along the all signal than for adventitious sound.

## 7.6 Short-Time Autocorrelation Function

The autocorrelation function of a discrete time deterministic signal is defined as

$$R_n(k) = \sum_{m=0}^{N-1-k} s_n(m)s_n(m+k), \quad (7.2)$$

where  $s_n$  is a window  $n$  with  $N$  samples of a lung sound.

It can be view by Figure 7.5 that exists a period about 40 ms.

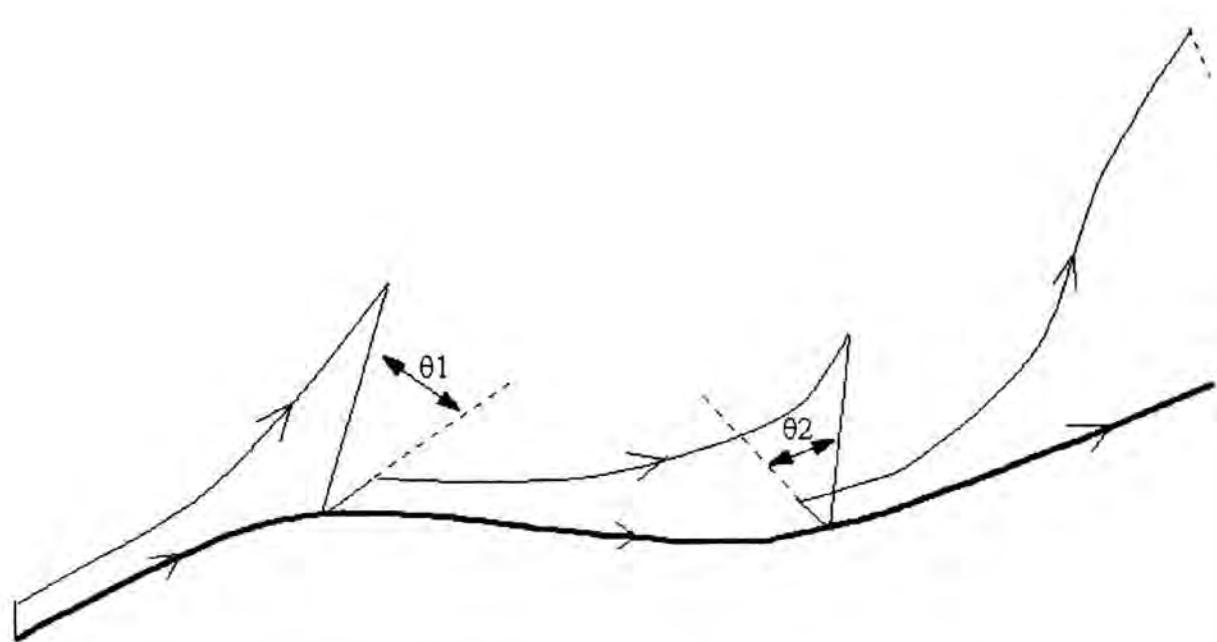


FIGURA 7.2 — Short-time energy for adventitious lung sound (velcro) with  $N=1200$  and 90% of overlapping.

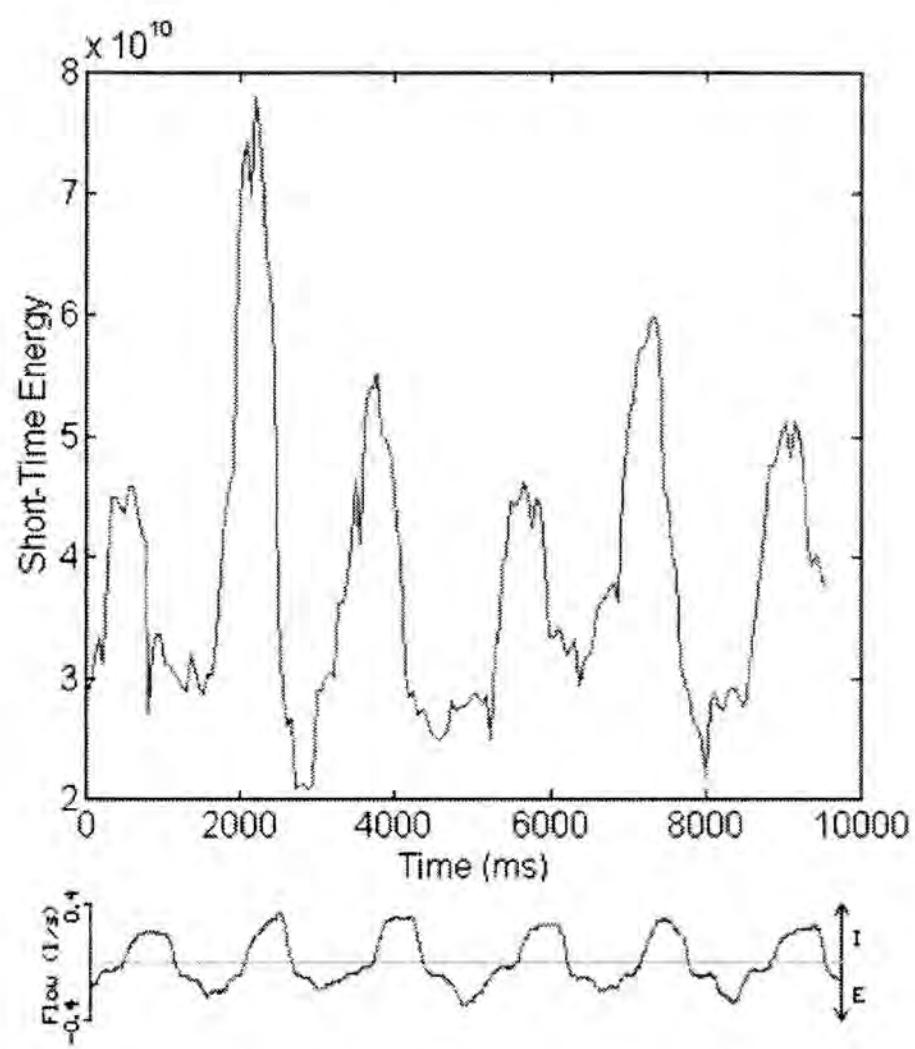


FIGURA 7.3 — Short-time energy for adventitious lung sound (crackle) with  $N=1200$  and 90% of overlapping.

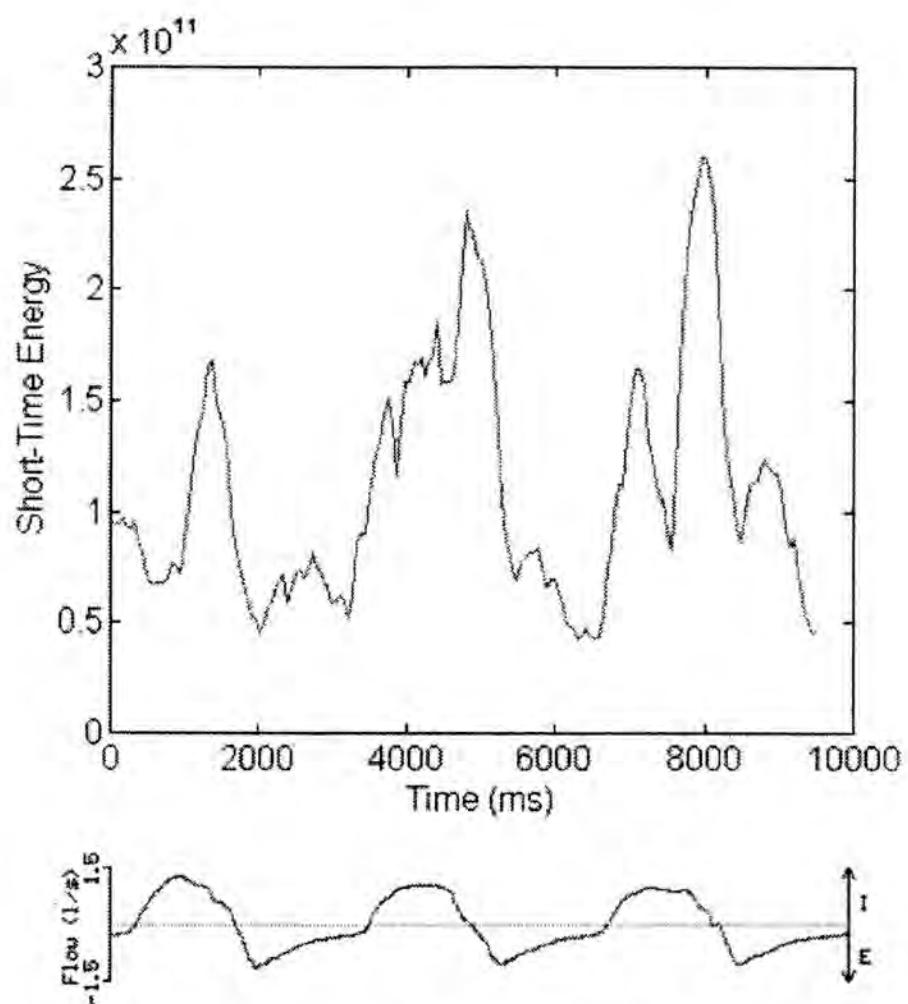


FIGURA 7.4 — Short-time energy for adventitious lung sound (breath) with  $N=1200$  and 90% of overlapping.

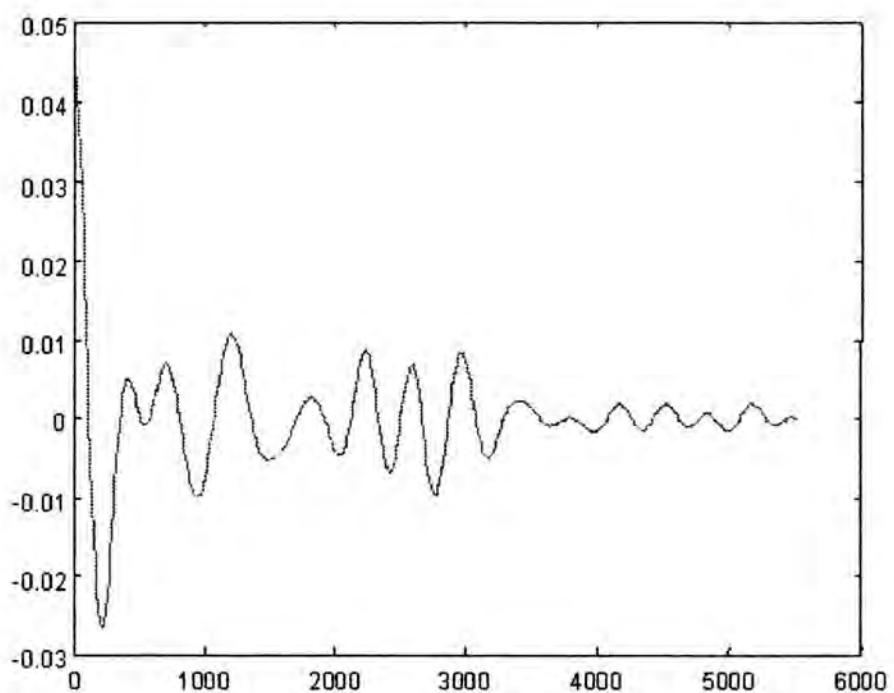


FIGURA 7.5 — Autocorrelation of a normal sound.

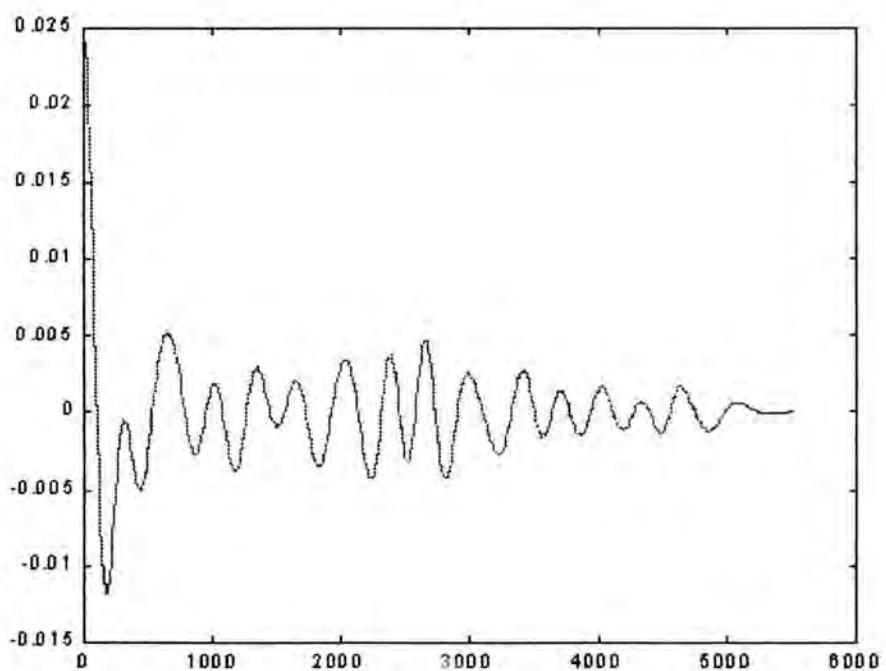


FIGURA 7.6 — Autocorrelation of a crackle sound.

## 7.7 Normalized Cepstrum Extraction

The sound signal was high-pass filtered at 7.5 Hz to remove DC offset (1st order Butterworth filter) and low-pass filtered at 2.5 kHz to avoid aliasing (8th order Butterworth filter). The sampling rate was 11,025 Hz. Analog-to-digital conversion was performed with 16-bits of quantization. After this we filter, by FFT, using window hamming with 8,192 samples, in 1,000 Hz and decimating the sound by 5, obtain a new signal at 2,025 Hz. The digitized lung sound is then scanned forward from the beginning of the recording interval and backward from the end to determine the beginning and end of the each respiratory cycle (inspiratory and expiratory). The endpoint detection is accomplished by means of an energy calculation. The following high pass emphasis filter if applied to the delimited lung sound, and a 500 ms Hamming window is applied to the emphasized lung sound every 45 ms. First to twelfth-order linear predictor coefficients are extracted from each frame by the autocorrelation method. The linear predictor coefficients are transformed into cepstrum coefficients, using the following recursive relationship [RAB 78]:

$$c_n = \frac{c_1 - a_1}{\sum_{k=1}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) a_k c_{n-k}} + a_n \quad (7.3)$$

where  $c_i$  and  $a_i$  are ith-order cepstrum coefficient and linear predictor coefficient, respectively.

## 7.8 Conclusion

Lung sounds have been valuable indicators of respiratory health and disease since ancient times. Computers have made digital respiratory sound analysis possible in ambulatory care and at the bedside. The next years will likely bring about an integration of respiratory sound analyzers with more established computer based spirometry. The most promising areas for respiratory acoustical measurements are in upper airway diagnosis and monitoring[PAS 97]. The automated recognition and rejection of artifacts as well as the separate processing of adventitious and basic respiratory sounds need to be refined. However, advances in digital signal processing have already translated into enhancements of the traditional stethoscope. Also, the teaching of chest auscultation to medical students has been enhanced by computer aided instruction. The sound repertoire of the lung may indeed be limited when heard through a stethoscope, but it clearly exhibits a much wider range of information content when digitally analyzed. Computer analysis is now reaching beyond the capabilities of the human ear. With the disappearance of auscultation as the standard to judge the clinical significance of acoustical findings, it becomes even more important to integrate lung sound analysis and traditional measurements of respiratory mechanics.

# 8 Ensaio Sobre o Tratamento Não-Linear de Séries Temporais

**Autores:** Ricardo F. Custódio, Waldir L. Roque, Luiz P. L. de Oliveira, e Dante A. C. Barone

**Situação:** Overview a ser publicado

## 8.1 Abstract

The fractal geometry has promoted a revolution in the application of non Euclidean geometric concepts. Self-similar structures, before considered extremely complex, have been target of the fractal dimension concept. Time series like *EEG*, speech, thermal noise, music and others have been characterized and modeled by this new concept. Periodic or quasiperiodic signals can be analyzed by traditional methods: Fourier transform and self correlation. Chaotic signals can be described from its dynamics by a differential equation system. Stochastic signals can be analyzed by probabilistic distribution. The distinction between stochastic and chaotic signals can be done by invariant measuring methods like: Lyapunov exponent, fractal dimension and Kolmogorov entropy. In this text, a study of some techniques to evaluated Lyapunov exponents, fractal dimension and Kolmogorov entropy in time series is presented. Besides this, is used a critical exponent method was used in lung sound analysis.

## 8.2 Resumo

Neste ensaio apresentamos várias técnicas que são empregadas atualmente para o tratamento de séries temporais, tais como as geradas a partir de *EEG*, voz, ruídos, musica e outras. Sinais periódicos ou quase-periódicos podem ser analisados por métodos tradicionais, como: transformada de Fourier e auto-correlação. A dinâmica de sinais caóticos pode ser descrita através das equações diferenciais do sistema. Os sinais estocásticos podem ser analisados através da distribuição de probabilidades. A distinção entre um sinal estocástico e um sinal caótico pode ser determinada através do cálculo de quantidades invariantes como: expoentes de Lyapunov, dimensão fractal e entropia de Kolmogorov-Sinai. Como ilustração da aplicação de algumas das técnicas apresentadas neste ensaio, fazemos uma análise de sons pulmonares.

### 8.3 Introdução

A geometria fractal tem revolucionado a aplicação de conceitos geométricos nas ciências naturais [MAN 88, FED 88]. Com efeito, as estruturas auto-similares freqüentemente associadas a fenômenos naturais, que são muito complexas para serem adequadamente caracterizadas pelas técnicas tradicionais da geometria euclidiana, tem encontrado na geometria fractal uma ferramenta de análise muito útil. Por exemplo, séries temporais oriundas da digitalização de sinais como os do eletroencefalograma, voz, ruído térmico, música e outras, têm sido caracterizada e modelada por este novo conceito [ABA 96]. Este artigo pretende dar uma breve visão dos principais métodos da dinâmica não linear.

De um ponto de vista qualitativo o sinal pode ser:

- Complexo, mas periódico
- Composição de sinais periódicos ou quase-periódicos
- Caos determinístico
- Processo estocástico

Os sinais periódicos ou quase-periódicos podem ser analisados através de métodos tradicionais de análise de sinais experimentais: espectro de freqüência, através da transformada de Fourier e função de autocorrelação, entre outras ferramentas. Tratando-se de caos determinístico pode-se descrever a dinâmica por meio de um sistema de equações diferenciais. E sinais estocásticos devem ser tratados através de distribuições de probabilidade, pois estão associados a um número muito grande de variáveis. A distinção entre processos estocásticos e determinísticos vem sendo realizada, com algum sucesso, por meio de técnicas ligadas aos conceitos de dimensão fractal e entropia de Kolmogorov-Sinai.

Neste trabalho apresentamos um estudo de algumas técnicas que permitem caracterizar as séries temporais que tem algum grau de caos determinístico. Procura-se discutir a utilização das propriedades fractais na caracterização de séries temporais. São apresentados alguns algoritmos que possibilitam estimar a dimensão fractal. Além disso, é apresentado o método do expoente crítico utilizado na estimativa da dimensão fractal dependente do tempo. Na seção 8.4 uma revisão das principais técnicas utilizadas na reconstrução da dinâmica de séries temporais experimentais com comportamento caótico é apresentada. Na seção 8.7 fazemos uma descrição do conceito de dimensão fractal e apresentamos alguns dos métodos que permitem estimar esta dimensão a partir de séries temporais. Na seção 8.8 fazemos uma discussão da entropia de Kolmogorov como uma das medidas invariantes que podem ser utilizadas na caracterização de séries temporais. Na seção 8.9 tratamos do expoente de Lyapunov, outra medida invariante, muito utilizada na caracterização do caos em séries temporais. Na seção 8.10 discutimos o problema relativo a redução do ruído não desejado em séries temporais caóticas. Na seção 8.11 consideramos um estudo de caso: a aplicação do método do expoente crítico em séries temporais obtidas a partir de sons pulmonares humanos. A seção 8.12 é dedicada à conclusão.

## 8.4 Transformadas de Fourier e Wavelets

As séries temporais podem se classificadas como estacionárias, quando suas propriedades estatísticas são invariantes no tempo, ou não estacionárias, quando suas propriedades estatísticas variam no tempo. Uma ferramenta adequada para o estudo de séries estacionárias é a transformada de Fourier, uma vez que as funções harmônicas (senos e cosenos) não possuem localização temporal. Através desta transformada, é possível decompor o sinal canonicamente em uma combinação linear de harmônicos. No caso das séries não estacionárias, informações acerca dos eventos no tempo são de fundamental importância visto que, devido às características não locais das funções harmônicas, não podem ser detectados pela transformada de Fourier. Uma das ferramentas mais adequada no estudo deste tipo de série é a transformada Wavelet. Trata-se de uma generalização da transformada de Fourier, onde o sinal é decomposto não mais em harmônicos mas em modos com alguma localização no tempo.

### 8.4.1 Transformada de Fourier

Seja uma série temporal de comprimento  $N$   $h_n \equiv h(t_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , resultado de uma seqüência de  $N$  medidas realizadas a intervalos de tempos regulares  $\Delta t$ , onde  $t_n \equiv n\Delta t$  e  $T = N\Delta t$ . Se esta série for estacionária, ela pode ser representada pela superposição de componentes harmônicas, ou seja, pode ser decomposta como uma combinação linear de funções harmônicas de freqüência  $\omega_n = n/(N\Delta t)$ ,  $\Phi_k(t) \equiv \frac{1}{N}e^{-i2\pi\omega_nt}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  que, na forma discreta assume da seguinte forma

$$h_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_k e^{-2\pi i k n / N}. \quad (8.1)$$

onde  $\omega = nk/N$  e

$$H_k \equiv \langle h_n, \Phi_k(t) \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{2\pi i k n / N}. \quad (8.2)$$

onde  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota o produto escalar ou interno canônico entre vetores. A função  $H_k$  é definida como a transformada de Fourier de  $h_n$  enquanto que  $h_n$  é referida como a transformada inversa de  $H_k$  e deve, em algum grau, reconstruir o sinal original. O Teorema de Shannon garante que todo sinal com banda de freqüência finita pode ser perfeitamente reconstruído desde que o critério de Nyquist seja satisfeito, isto é, desde que a freqüência de amostragem seja ao menos o dobro da maior freqüência do sinal [OPP 89].

A potência  $P(k_1 \dots k_2)$  do sinal entre as freqüências  $k_1$  e  $k_2$  é dada pela soma dos quadrados dos módulos das potências em cada um dos modos constituintes do sinal, entre as freqüências  $k_1$  e  $k_2$  é dada por,

$$P(k_1 \dots k_2) = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} |H_k|^2. \quad (8.3)$$

O gráfico da função  $P(k)$  versus  $k$  é referido como o espectro de densidade de potência de  $h_n$ . A potência total do sinal com banda de freqüência limitada

é calculada através de 8.3 para  $k_1 = k_{min}$  e  $k_2 = k_{max}$ , que são respectivamente a menor e a maior freqüência do sinal. É importante observar que, pelo teorema de Parseval,  $P_T$  coincide com quadrado do módulo da série temporal, isto é  $P_T \equiv P(k_{max} \dots k_{min})$ ,

Computacionalmente, o cálculo da transformada de Fourier através da equação 8.2 tem complexidade  $O(n^2)$ . O cálculo desta transformada pode ser feito com maior rapidez através do uso de algoritmos conhecidos como FFT (Fast Fourier Transform) [DUH 90]. Estes algoritmos são de complexidade  $O(n \log n)$ .

As séries temporais oriundas de medidas de um sistema físico real possuem diferentes espectros de potências. Um pico numa determinada freqüência indica que um sinal é periódico de período  $T$  correspondente à freqüência  $(1/T)$ . Em geral não se conhece este período  $T$ , e desta forma não se pode escolher o tempo total de medida como um múltiplo de  $T$  e com isso a resolução dos picos fica comprometida. Ao invés de um pico na freqüência, tem-se um pico mais largo seguido de picos secundários conhecidos como *side-lobes*. O espectro de potências de um sinal periódico de período  $T$  é portanto composto de um pico na freqüência  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , *side-lobes* e picos menores nos harmônicos, também seguidos de *side-lobes*. Se o sinal não é periódico, resultado da superposição de sinais periódicos de períodos incomensuráveis, tem-se que o espectro de potências será formado por picos nas freqüências

$$f_n = \sum_{j=1}^r \alpha_j \omega_j, \quad (8.4)$$

onde  $\alpha_j$  são inteiros arbitrários e são as freqüências associadas aos períodos de cada sinal independente. Um sinal com espectro de potência contínuo define um sinal caótico ou estocástico. Quando o sinal é composto por muitos sinais periódicos com um número grande de freqüências independentes, obtém-se, na prática, um espectro de potências que parece contínuo.

#### 8.4.2 Transformada Wavelet

A transformada de Fourier usa modos harmônicos para a decomposição de sinais, os quais, apesar de terem precisão total na freqüência, não têm precisão alguma no tempo por possuírem suporte global. Neste sentido, a análise de Fourier não se mostra adequada ao estudo de séries temporais não estacionárias. Uma alternativa para resolver esta deficiência é multiplicar-se o sinal por uma função janela, delimitando-o no tempo, e então aplicar-se a transformada de Fourier ao sinal janelado. Analisa-se o espectro de Fourier pela posição da janela no tempo. Este tipo de análise é conhecido por STFT (Short Time Fourier Transform). No caso particular da janela ser uma janela Gaussiana, tem-se a *transformada Gabor*.

Outra alternativa é a aplicação da transformada de Wavelets. O princípio fundamental desta transformada está em se definir uma família de funções, a partir de uma função básica,  $\Psi$ , denominada de *wavelet mãe*, com algum grau de localização no tempo. Com efeito, a partir de uma wavelet mãe, é construída uma família de funções

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (8.5)$$

Esta família de funções é denominada de família de wavelets com mãe  $\Psi$ . Observe que a família acima é obtida da wavelet mãe por translações e dilatações/contrações no tempo.

A idéia final é, analogamente ao que é feito na análise de Fourier, a decomposição de sinais nos modos  $\Psi_{a,b}$ . Desta forma, define-se a transformada wavelet como

$$H(a, b) = \langle h, \Psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int h(t) \overline{\Psi(\frac{t-b}{a})} dt, \quad (8.6)$$

onde  $h(t)$  é a função sinal sobre a qual se deseja fazer a decomposição. A existência de uma transformada inversa depende da escolha de  $\Psi$ . Mais precisamente, se  $\Psi$  é tal que:

$$C_\Psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\widehat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty, \quad (8.7)$$

então  $h(t)$  pode ser reconstruído através de

$$h(t) = C_\Psi^{-1} \int_0^{+\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} H(a, b) \Psi_{a,b}(t) db. \quad (8.8)$$

Existem muitos trabalhos na literatura que tratam de wavelets. Um texto em português sobre o assunto é [GOM 96]. Existem muitas técnicas que permitem fazer a decomposição atômica de sinais. O trabalho descrito em [CUS 97b], propõe que se utilize o paradigma de algoritmos genéticos para esta decomposição. Isto facilita a utilização de átomos que tenham algum significado físico de interesse.

### 8.4.3 Função de autocorrelação de um sinal

A função de autocorrelação  $\phi_m$  associada ao sinal  $x_i$  a média do produto dos valores do sinal  $x(t)$  nos instantes  $t$  e  $t + m\Delta t$ ,

$$\phi_m = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j x_{j+m}. \quad (8.9)$$

Essa função indica por quanto tempo o valor do sinal no instante  $t$  depende de seus valores prévios ou ainda o grau de auto-semelhança existente no sinal à medida que o tempo passa. Para  $x_j$  periódico com período  $N$ , tem-se  $\phi_m = \phi_{m+N}$ . Pode-se mostrar que

$$P(\omega) = |\widehat{x}_k|^2 = \sum_{m=1}^N \phi_m \cos\left(\frac{2\pi m k}{N}\right), \quad (8.10)$$

ou seja, o espectro de potências (veja seção 8.4.1) do sinal  $x(t)$  é proporcional à transformada de Fourier da função de autocorrelação dada pela equação Eq. 8.9.

A função de autocorrelação tem comportamentos diferentes para os diversos tipos de sinais, ou seja:

**Periódico ou quase periódico:** A função de autocorrelação permanece diferente de zero quando o tempo tende a infinito; é igualmente periódica.

**Multi-periódico** A função de autocorrelação se parece muito com a de um sinal caótico.

**Caótico:** Comportamento assintótico tendendo a zero.

**Estocástico:** Comportamento assintótico tendendo a zero.

Pode-se perceber, portanto, que a função de autocorrelação não é uma ferramenta adequada para se diferenciar as séries com complexidade como as caóticas e estocásticas.

## 8.5 Exemplos de Séries Caóticas e Estocásticas

Se a série temporal tem algum grau de caos determinístico, então pode-se obter um modelo capaz de descrever a dinâmica que deu origem a série temporal. Uma série estocástica, em geral associada à presença de ruído, só pode ser descrita por métodos probabilísticos. Um sinal completamente aleatório é conhecido como ruído branco. O espectro de potências do ruído branco forma um patamar onde as amplitudes são independentes das freqüências. Um caso particular muito importante e bastante estudado é o conhecido processo  $1/f$ , ou seja, sinais com espectro de potências inversamente proporcional à freqüência. Séries temporais oriundas da amostragem de um processo físico real freqüentemente tem um espectro com esse comportamento. Uma lista parcial de fenômenos naturais que exibem este comportamento, tirada de [WOR 96], inclui:

- Série temporal geográfica tais como a variação da temperatura e pluviosidade.
- medidas de correntes oceânicas.
- variação do nível de inundação do rio Nilo.
- oscilação do eixo terrestre.
- freqüência de variação da rotação da Terra e variações nas manchas solares.
- Série temporal econômica tal como a Média Industrial Dow Jones.
- Série temporal fisiológica tal como a taxa instantânea de batida do coração em pacientes cardíacos, e variações do eletroencefalograma (EEG) sob condições de estímulos.
- Série temporal biológica tal como a tensão elétrica nos nervos e membranas sintéticas.
- Flutuações eletromagnéticas tais como na radiação ruidosa galáctica, na intensidade de fontes de luz, e no fluxo de corrente em supercondutores.
- Ruído em dispositivos eletrônicos como o transistor bipolar e de efeito de campo, válvulas e diodos.
- Resistência elétrica de flutuação em filmes metálicos, filmes semicondutores e contatos, e termocélulas.
- Variação freqüencial em relógios com osciladores de cristal de quartzo, atômicos, e em resonadores com cavidade supercondutora.

- Fenômenos induzidos pelo homem incluindo variações no fluxo de trânsito e variação em amplitude e freqüência nas músicas *country* americana, africana, asiática e indiana, moderna e tradicional.
- Padrões de erros de transmissão em canais de comunicação.
- Variações na textura nos terrenos naturais, paisagens e formação de nuvens.

## 8.6 Reconstrução da dinâmica a partir de séries temporais.

Para que se possa analisar as propriedades de uma série temporal sob o ponto de vista de dinâmica não linear, é muitas vezes necessário reconstruir o espaço de fases. De fato, é de se esperar que, a partir de uma série unidimensional de um sistema, se possa reconstruir, em algum grau as outras variáveis do processo que deu origem à série bem como suas interdependências. Isto decorre do fato de que, devido ao acoplamento das variáveis do sistema, grande parte das informações dinâmicas estão registradas em cada uma das séries do sistema [ABA 96].

Um dos primeiros métodos de reconstrução dinâmica foi o proposto por [PAC 80]. Apesar de conceitualmente viável, esse método apresentava sérios problemas de estabilidade numérica, pois o cálculo das derivadas no qual se baseia amplificava os erros experimentais e o algoritmo tornava-se pouco prático, principalmente se o número de variáveis independentes envolvidas fosse grande. Esses problemas foram resolvidos, para o caso onde tem um conjunto atrator, através do procedimento proposto por Takens [TAK 81] que permite reconstruir certas propriedades topológicas do espaço de fases a partir da série temporal  $\{x_j\}$ . Segundo essa idéia, o conjunto de vetores

$$\vec{v}_i = \{x(t_i), x(t_i + p), \dots, x(t_i + (m - 1)p)\}, \quad (8.11)$$

representa o estado assintótico do sistema, isto é o atrator, que é reconstruído com um passo de reconstrução  $p$  e imergido em  $\mathbf{R}^m$ . Embora o atrator reconstruído não seja idêntico ao original, as propriedades topológicas são preservadas. A dimensão  $m$  do espaço de fase reconstruído não precisa ser necessariamente idêntica à dimensão  $D$  do espaço de fases real do sistema origem para que possam ser obtidas informações relevantes sobre sua dinâmica.

Takens demonstrou que para um número infinito de pontos e na ausência de ruído, a escolha do passo de reconstrução  $p$  é na grande maioria dos casos arbitrária. Entretanto, as séries temporais experimentais são finitas, usualmente contaminadas com ruído externo e obtidas com o uso de filtros. Nessa situação a reconstrução depende, e muito, da escolha correta do passo. Se o passo  $p$  for muito pequeno,  $x(t)$  e  $x(t + p)$  terão somente conteúdo de informação linear; não se terá uma quantidade de informação relevante sobre o acoplamento entre as variáveis, devidos à não linearidade. por outro lado, se  $p$  for muito grande, o sistema já terá entrado em regime de recorrência, e muita das informações dinâmicas já terão se perdido devido às limitações de qualidade dos dados. Um dos métodos mais simples de escolha de  $p$ , e talvez por isso muito difundido, sugere que se use um passo da ordem do tempo

de autocorrelação do sinal, que é definido por

$$\phi_\tau = \frac{1}{2} \phi_m, \quad (8.12)$$

para  $m = 0$ , onde  $\phi$  é a função de autocorrelação definida pela Eq. 8.9. O passo  $p$  é definido de modo que  $p \approx \tau$ . Esse critério garante que  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  sejam linearmente independentes, mas não completamente descorrelacionados.

No processo de reconstrução de Takens, o número total de vetores é dado por

$$S = \frac{1}{2}(N - (m - 1)p)(N - (m - 1)p - 1). \quad (8.13)$$

Em geral se tem  $m, p \ll N$ , donde  $S \approx \frac{1}{2}N^2$ . Por exemplo, para uma série temporal de 10.000 pontos, tem-se aproximadamente  $5 \times 10^7$  vetores. Em geral é necessário reconstruir-se o atrator em espaços de fase com dimensão suficientemente elevada, ou seja,  $m > 2D_0 + 1$ , onde  $D_0$  é a dimensão de Hausdorff do atrator [FED 88]. Na prática porém, na maioria dos casos, obtém-se bons resultados mesmo para  $m < 2D_0 + 1$ .

### 8.6.1 Escolha da Dimensão de Imersão $m$

Foi visto, através da equação 8.13, que o número total de vetores  $S$  de reconstrução de Takens diminui à medida que  $m$  e  $p$  crescem. Contudo, se o número de pontos for grande, conforme a equação 8.13, o número de vetores independe de  $m$  e  $p$ . Todavia, a maioria dos algoritmos exige uma eficiência computacional muito elevada para dimensões de imersão maiores que 2 ou 3 [FER 94]. Em alguns casos, como nos algoritmos para cálculo da dimensão de correlação ou da entropia de Kolmogorov, deve-se reconstruir o atrator sucessivamente em espaços com dimensões de imersão crescentes.

A comparação dos resultados obtidos em cada uma destas dimensões permitirá a análise dos valores finais das grandezas que se deseja obter. Em geral, as características dos dados experimentais devem permitir a reconstrução com estatística suficiente até espaços de imersão com dimensão da ordem de  $m > 2D_0 + 1$ . Infelizmente, tanto informações sobre o valor de  $D_0$ , como sobre o número de pontos na série temporal necessário a uma estatística suficiente só são possíveis depois de um razoável esforço computacional.

Para sistemas com baixa dimensionalidade, de uma ou duas dimensões, a inspeção visual continua sendo o método mais conveniente para a escolha da dimensão de imersão. No entanto, existem propostas de se formalizar métodos para estimar a dimensão de imersão mínima necessária à reconstrução de um atrator.

Os três métodos básicos que são usados para a estimativa são:

- Através da estimativa de alguma invariante associada ao atrator [GRA 83]. Na medida em que a dimensão de imersão é incrementada, o valor desta invariante tende a estabilizar-se. A dimensão de imersão seria a dimensão para o qual o valor da invariante não mais se modifica. O problema deste método é que exige o processamento de grande quantidade de dados, tem uma certa subjetividade

(a escolha do ponto onde o valor da invariante parou de trocar) e necessita de muito tempo de processamento.

- Através da decomposição por valor singular [BRO 86], também conhecida pelos nomes de processo de Kahunen-Loève, análise de fatores ou ainda análise da componente principal. O procedimento consiste em identificar as direções ortogonais no espaço de imersão as quais podem ser classificadas em função da magnitude da variância da projeção da trajetória sobre elas. Essa classificação é feita usando os valores singulares da imersão. A menor dimensão de imersão será dada pela quantidade das direções visitadas pela trajetória reconstruída a qual é indicada por grandes valores singulares.
- Através do número de falsos vizinhos [KEN 92, ABA 96]. O uso de uma dimensão de imersão insuficiente para reconstruir o espaço de fase resulta na obtenção de pontos vizinhos que na realidade não o são. A idéia consiste em reconstruir o espaço em dimensões cada vez maiores e medir a taxa de diminuição destes falsos vizinhos. A dimensão de imersão seria tomada como o valor na qual essa taxa seria inferior a um dado patamar. Recentemente [CAO 97], foi proposta uma modificação desta técnica com o objetivo de minimizar o efeito da subjetividade da determinação deste limiar inferior.

De uma forma geral, os seguintes cuidados devem ser tomados quando se procede ao estudo de uma série temporal experimental:

- A série temporal deve corresponder à amostragem de um estado estacionário do sistema físico real.
- Uma quantidade razoável de amostras, de forma que o atrator seja visitado várias vezes, ou seja, que haja pontos suficientes para representar estatisticamente o atrator.
- Que a série seja amostrada a uma freqüência tal que leve em consideração o teorema da amostragem [OPP 89].

O número total de amostras deve ser maior se o atrator não for homogêneo. Na prática só se tem informações sobre a homogeneidade do atrator após as reconstruções e cálculo das dimensões ou probabilidades. A inspeção visual do atrator feita através do diagrama de primeiro retorno é o único recurso disponível para se ter alguma idéia *a priori* do grau de uniformidade do possível atrator. O método é limitado uma vez que se analisam apenas reconstruções bidimensionais.

Em relação ao número de pontos na série experimental, já foram relatados, na literatura, resultados bastante bons obtidos a partir de cerca de 1.000 pontos. Contudo, é mais freqüente operar-se com cerca de 10.000 pontos na série temporal. Em geral, é possível mostrar-se que existe um limite máximo para a dimensão do atrator calculada a partir de um número finito de pontos. Eckmann e Ruelle [ECK 92] demonstraram que não se deve estimar dimensões maiores que:

$$d_{\max} = \frac{2 \log N}{\log 1/\rho}, \quad (8.14)$$

onde  $N$  é o número de pontos da série temporal,  $\rho = \frac{\epsilon}{D}$ ,  $D$  é o diâmetro do atrator e  $\epsilon$  a distância mínima entre os vetores reconstruídos pela técnica de Takens.

As restrições são ainda mais drásticas no caso do cálculo de expoentes de Lyapunov, onde torna-se necessário cerca do dobro de pontos em relação à estimativa da dimensão de correlação. A freqüência de amostragem deve ser suficientemente alta para que se registre toda a estrutura fina do sinal a ser analisado. Em geral, deve-se ter pelo menos 10 pontos num período de correlação ou pseudo-período do sinal. O intervalo de tempo entre duas medidas consecutivas deve ser escolhido de tal forma que a distância média entre pontos sucessivos da trajetória seja maior que a distância média entre pontos vizinhos sobre o atrator. De forma resumida temos que a freqüência de amostragem dependerá:

- Do número total de pontos.
- Da possível dimensão do atrator.
- Das características métricas do atrator.

## 8.7 Dimensão Fractal

Quando se fala em dimensão logo vem à mente o conceito de dimensão euclidiana. Todavia, existem na natureza estruturas geométricas complexas que tem dimensão não inteira, ou fracionária, ou ainda, mais conhecidas como fractais. Existem ainda conjuntos mais complexos que os fractais. Esses são conhecidos como multifractais. Um fractal pode ser caracterizado por uma única dimensão. Já um conjunto multifractal só pode ser caracterizado por um conjunto infinito de dimensões.

Seja um conjunto de pontos A. Define-se dimensão de Hausdorff-Besicovitch ou dimensão fractal como:

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln 1/\epsilon}, \quad (8.15)$$

onde  $N(\epsilon)$  é o número mínimo de caixas de lado  $\epsilon$  necessário para cobrir todo o conjunto de pontos A. Na prática, devido a limitação dos recursos computacionais, procura-se determinar o número de caixas com pelo menos um ponto do conjunto A. A dimensão calculada desta forma denomina-se *capacidade* e é uma boa aproximação para a dimensão fractal.

### 8.7.1 Cálculo da Dimensão Fractal

Existem diversos algoritmos para cálculo da dimensão de atratores associados a séries temporais. Quase todos eles têm como ponto de partida a reconstrução proposta por Takens. Alguns deles são:

#### 8.7.1.1 Algoritmos de Contagem de Caixas - ACC

Algoritmos de Contagem de Caixas [RAI 96, JUD 94, FER 94] são bastante populares e são adequados a cálculos com mapas e fluxos conhecidos, na medida em que necessitam de muitos pontos para conseguirem estimar as propriedades

TABELA 8.1 — Passos do Algoritmo de Contagem de Caixas

Passo 1	Divide-se o espaço de fase ocupado pelo conjunto de pontos A em caixas de tamanho $\epsilon$
Passo 2	$N(\epsilon)$ vai ser o número de caixas com pelo menos um ponto do conjunto A
Passo 3	Repetir os passos 1 e 2 para diversos valores de $\epsilon$
Passo 4	Determinação de $D_0$ como a inclinação do gráfico $\log N(\epsilon) \times \log \left( \frac{1}{\epsilon} \right)$

topológicas do possível atrator associado à série temporal. A tabela 8.1 mostra os passos do algoritmo. Observa-se que à medida em que  $\epsilon$  diminui  $N(\epsilon)$  aumenta significativamente, aumentando a quantidade de memória e de eficiência computacional necessária para execução do algoritmo.

#### 8.7.1.2 Método dos Vizinhos Próximos - MVP

Um método muito estudado é o dos vizinhos próximos [FER 94], o qual, aparentemente, é mais adequado ao estudo de atratores com dimensão alta. Este método consiste em cobrir-se o conjunto de pontos com caixas de modo que cada caixa tenha o mesmo número de pontos. A dimensão é obtida pelo estudo da variação do raio dos aglomerados ao longo do conjunto de pontos A.

#### 8.7.1.3 Método da Integral de Correlação - MIC

O método da Integral de Correlação é o mais popular dos métodos por ser de fácil implementação. Também é conhecido com algoritmo de Grassberger-Procaccia [GRA 83] ou dimensão de correlação. Seja a Integral de Correlação dada por:

$$C(\epsilon) = \frac{1}{N^2} \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{\substack{i, j = 1 \\ i \neq j}}^N H(\epsilon - |\vec{x}_i - \vec{x}_j|), \quad (8.16)$$

onde

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (8.17)$$

A dimensão é dada por:

$$D_2 \sim \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\epsilon)}{\ln \epsilon}. \quad (8.18)$$

O método funciona muito bem para séries temporais longas. Contudo, na prática há limitações experimentais fortes para a obtenção de séries longas restringindo a utilização do algoritmo de Grassberger-Procaccia no caso de conjuntos de alta dimensão. Na grande maioria das aplicações o algoritmo de Grassberger-Procaccia não permite estimar com segurança dimensões de correlação maiores que 4 ou 5, as quais correspondem a dimensões de imersão da ordem de 9 a 11.

#### 8.7.1.4 Método do Exponente Crítico - MEC

Este método [NAK 93] aproveita-se da característica de auto-afinidade que algumas séries temporais possuem, estimando a dimensão fractal a partir do momento associado ao espectro de potência do sinal, que é dado por:

$$I_\alpha = \int_1^U du P(u) u^\alpha \quad (-\infty < \alpha < +\infty), \quad (8.19)$$

onde  $U$  é o limite superior da integração e  $u$  é a freqüência normalizada cuja freqüência de corte inferior corresponde a 1. Aqui  $\alpha$  toma valores reais e geralmente varia sobre  $(-\infty < \alpha < +\infty)$ . Dentro do intervalo de integração,  $P(u)$  é assumido como seguindo a lei da potência:

$$P(u) \approx u^{-\beta}. \quad (8.20)$$

Isso é consequência da auto-afinidade da série temporal em consideração. Substituindo-se a equação Eq. 8.20 na equação Eq. 8.19 obtém-se a equação Eq. 8.21 para o momento.

$$\begin{aligned} I_\alpha &= \int_1^U du u^{\alpha-\beta} = \int_1^U du u^{X-1} \\ \frac{1}{X} (U^X - 1) &= \frac{2}{X} e^{\frac{\nu X}{2}} \sinh \left( \frac{\nu X}{2} \right), \end{aligned} \quad (8.21)$$

onde  $X$  e  $\nu$  são definidos como

$$X = \alpha - \beta + 1, \quad (8.22)$$

e

$$\nu = \log U. \quad (8.23)$$

Tomando-se a derivada terceira do logaritmo do momento  $I_\alpha$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d^3}{d\alpha^3} \log I_\alpha &= -2 \frac{1}{X^3} + \frac{1}{4} \nu^3 \operatorname{cosech}^3 \left( \frac{\nu X}{2} \right) \cosh \left( \frac{\nu X}{2} \right) = 0, \\ (X = 0), \end{aligned} \quad (8.24)$$

onde  $\alpha_C$  é o valor crítico que satisfaz a equação Eq. 8.24. Assim o expoente  $\beta$  na equação Eq. 8.20 é dado como:

$$\beta = \alpha_C + 1 = 2H + 1, \quad (8.25)$$

onde  $H$  é o expoente de Hurst [FED 88].

Finalmente, a dimensão fractal  $D$  pode ser dada como:

$$D = 2 - H = 2 - \frac{\alpha_C}{2}. \quad (8.26)$$

Levando-se em conta aspectos práticos, [NAK 93] propôs a seguinte fórmula para o cálculo da equação Eq. 8.24, dada a densidade espectral de potência  $P(u)$ :

$$\frac{d^3}{d\alpha^3} \log I_\alpha = \frac{I_\alpha''' I_\alpha^2 - 3 I_\alpha'' I_\alpha' I_\alpha + 2 (I_\alpha')^3}{I_\alpha^3}, \quad (8.27)$$

onde a  $n$ -ésima derivada de  $I_\alpha$ ,  $I_\alpha^{(n)}$  pode ser avaliada da seguinte equação:

$$I_\alpha^{(n)} = \frac{d^n}{d\alpha^n} \int_1^U du u^\alpha P(u) = \int_1^U du (\log u)^n u^\alpha P(u). \quad (8.28)$$

Uma aplicação deste método foi desenvolvida por Oliveira et al. em [OLI 99] para sons pulmonares.

### 8.7.2 Dimensões Generalizadas ou Multifractais

Define-se a dimensão fractal generalizada como:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} p_i^q}{\ln \epsilon} \right), \quad (8.29)$$

onde  $q \in \mathbb{R}$ ,  $q \neq 1$ ,

$$p_i = p_i(\epsilon) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{N_i}{N}, \quad (8.30)$$

onde  $N_i$  é o número de pontos na caixa  $i$  e  $N$  é o número total de pontos. A equação Eq. 8.31 define a Dimensão Fractal ou Capacidade. A equação Eq. 8.32 define a Dimensão de Informação e a equação Eq. 8.33 define a Dimensão de Correlação [FED 88, FER 94]. Estas são as dimensões mais conhecidas e estudadas.

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln(1/\epsilon)}, \quad (8.31)$$

$$D_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} p_i \ln p_i}{\ln(\epsilon)} \right), \quad (8.32)$$

$$D_2 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} p_i^2}{\ln \epsilon} \right). \quad (8.33)$$

### 8.7.3 Algoritmo de Grassberger-Procaccia para Dimensões Generalizadas

Da mesma forma como foi feito para as Dimensões Generalizadas, pode-se obter uma equação equivalente para a estimativa da integral de correlação utilizada na proposta de Grassberger-Procaccia [GRA 83]. Assim, o espectro de dimensões da série temporal pode ser obtido através de:

$$C_q(\epsilon) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H(\epsilon - |\vec{x}_i - \vec{x}_j|) \right\}^{q-1} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (8.34)$$

Desta forma tem-se:

$$D_q \sim \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C_q(\epsilon)}{\ln \epsilon}. \quad (8.35)$$

## 8.8 Entropia de Kolmogorov-Sinai

A entropia de Kolmogorov-Sinai [SCH 97] é outra importante quantidade que descreve o grau de caoticidade de uma série temporal. A entropia fornece a taxa média de informação perdida sobre a posição do ponto de fase no atrator. É sabido que:

- Se  $K = 0$  tem-se uma série periódica ou quase-periódica.
- Se  $K$  é infinito tem-se uma série aleatória.
- Se  $0 < K < +\infty$  tem-se uma série caótica determinística.

A entropia generalizada pode ser obtida da mesma forma que a dimensão generalizada [RAI 96], ou seja:

$$K_q = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N \Delta t} \frac{1}{q-1} \ln \sum_{i=1}^N p_i^q. \quad (8.36)$$

A abordagem mais adequada para se estimar a entropia de Kolmogorov-Sinai foi proposta por Grassberger e Procaccia, ou seja:

$$K_2 \approx \lim_{m \rightarrow +\infty} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} K_2^m(\epsilon), \quad (8.37)$$

onde

$$K_2^m(\epsilon) = \frac{1}{k \Delta t} \ln \frac{C^m(\epsilon)}{C^{m+k}(\epsilon)}, \quad (8.38)$$

e  $k$  é um número inteiro suficientemente pequeno.

## 8.9 Espectro de Expoentes de Lyapunov

Na prática, na maior parte das vezes, não são conhecidas as matrizes Jacobianas ou derivadas associadas à dinâmica do sistema físico de onde a série temporal foi obtida. Isso dificulta o cálculo do espectro de expoentes de Lyapunov.

Assim, faz-se a reconstrução de Takens, que dá acesso ao atrator e à sua medida invariante. Os diversos métodos propostos para a estimativa de expoentes de Lyapunov diferem exatamente na maneira de contornar este problema. Uma vez reconstruído o atrator, define-se uma trajetória fiducial ou de referência a partir da seqüência de vetores reconstruídos. Analisa-se o que ocorre com pontos na vizinhança dessa trajetória, buscando-se informações a respeito da taxa de divergência dos pontos próximos e, portanto, dos expoentes de Lyapunov.

Existem vários métodos para o cálculo do espectro de expoentes de Lyapunov. Eles diferem quanto ao número de expoentes calculados, e, principalmente, quanto ao modo de se aproximar a dinâmica em torno da trajetória fiducial. Em quase todos eles, a eficiência na obtenção dos expoentes de Lyapunov associados a uma

série temporal depende da quantidade de pontos disponíveis e da sua qualidade. Em particular, os expoentes de Lyapunov negativos são de difícil estimativa pois associam-se a direções onde há contração, e nessas o atrator reconstruído não contém informação com resolução suficiente para uma estimativa adequada e confiável. Os métodos mais conhecidos e utilizados são resumidos a seguir.

### 8.9.1 Método de Wolf

O método proposto por Wolf [WOL 85] permite a estimativa dos expoentes de Lyapunov não negativos de uma série experimental. Num primeiro momento calculase o maior expoente de Lyapunov positivo e depois, o segundo maior expoente positivo, e assim sucessivamente. A separação entre dois pontos próximos define um eixo principal e a reortonormalização é substituída pela procura de um novo ponto, próximo à trajetória fiducial, que preserve ao máximo a orientação desse eixo. A implementação do algoritmo de Wolf não apresenta maiores dificuldades. Nos apêndices do artigo original de Wolf são fornecidos códigos FORTRAN para tal fim. Diversos testes mostram que o método é robusto com relação a escolha dos parâmetros envolvidos.

### 8.9.2 Método de Eckmann e Ruelle

O método sugerido por Eckmann e Ruelle [ECK 85, ECK 86] permite determinar todo o espectro de expoentes de Lyapunov. Nele estimam-se as equações variacionais, isto é, as equações linearizadas do comportamento dinâmico do sistema, e portanto são obtidas as matrizes Jacobianas ao longo da trajetória fiducial. A partir daí obtém-se, pela definição, o espectro de Lyapunov.

### 8.9.3 Conjetura de Kaplan-York

A idéia em que existe uma forte conexão entre os valores dos expoentes de Lyapunov e a dimensão fractal foi primeiramente explorada por Kaplan e York [KAP 79] que introduziram o conceito de Dimensão de Lyapunov. Acredita-se que o valor desta dimensão é muito próximo, senão igual, aos valores obtidos para dimensão por outros métodos. Através desta conjectura é possível estimar-se a dimensão fractal através do espectro de Lyapunov. Esta dimensão é também conhecida como Dimensão de Kaplan-York. A dimensão de Lyapunov é o número máximo  $j$  de expoentes de Lyapunov que podem ser adicionados juntos antes da  $\sum_{i=1}^j \lambda_i$  tornar-se negativa. A dimensão de Lyapunov é definida como:

$$D_{KY} = j + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{|\lambda_{j+1}|}, \quad (8.39)$$

onde  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_d$  são os expoentes de Lyapunov ordenados de forma decrescente. Desta forma, a dimensão é obtida de um número finito de expoentes e não depende dos expoentes além de  $j + 1$ . Isso sugere que os primeiros  $j + 1$  expoentes devem, em algum sentido, ser fundamentalmente importantes para caracterizar o atrator. A Tabela 8.2 mostra alguns exemplos de dimensão obtida através

TABELA 8.2 — Comparação entre a Dimensão  $D_0$  e Kaplan-York

<i>Sistema</i>	$D_0$	$D_{KY}$
Mapa de Hénon ( $a = 1, 4; b = 0, 3$ )	$1,261 \pm 0,003$	$1,264 \pm 0,002$
Mapa de Hénon ( $a = 1, 2; b = 0, 3$ )	$1,202 \pm 0,003$	$1,200 \pm 0,003$
Mapa de Kaplan-York ( $\alpha = 0, 2$ )	$1,4316 \pm 0,0016$	$1,4306766$
Mapa de Zaslavskii ( $\Gamma = 3, 0; \epsilon = 0, 3; \nu = \frac{4}{3}102$ )	$1,380 \pm 0,007$	$1,387 \pm 0,001$

desta conjectura. Pode-se observar que os resultados obtidos são muito próximos dos obtidos para  $D_0$ .

## 8.10 Redução de Ruído

A utilização da reconstrução de Takens no cálculo da dimensão fractal e do expoente de Lyapunov pressupõe que a série temporal não esteja contaminada por ruído. Contudo, as séries temporais oriundas de medidas de sistemas reais, normalmente apresentam algum grau de contaminação por ruído. Basicamente existem duas classes de ruído, do qual se tem interesse, nesse tipo de série:

- Ruído localizado em freqüência.
- Ruído com comportamento caótico.

Para limpar a série contaminada com ruído localizado em freqüência basta filtrá-la na região do espectro onde localiza-se o ruído. Já as séries contaminadas com ruído que apresentam comportamento caótico podem ser limpas de duas formas diferentes [ABA 96, FER 94], as quais são descritas a seguir:

- Caso se conheça *a priori* a dinâmica do sinal sem ruído, a limpeza por ser feita das seguintes formas.

$$\text{Ruído} = \text{Sinal Medido em } (t+1) - \text{Dinâmica Aplicada ao Sinal Medido em } t$$

- Caso a dinâmica não seja conhecida, utilizam-se procedimentos conhecidos como sombreamento (shadowing). O sombreamento consiste em obter-se uma dinâmica para o sinal através da expansão em série em alguma base, do conjunto de mapas acoplados obtidos a partir da reconstrução de Takens. Essas aproximações podem ser feitas em locais específicos da série, como também de forma global. As expansões mais utilizadas são: séries de Taylor, razões entre polinômios funções de base radiais e redes neurais. Não significa, contudo, que esta dinâmica seja uma representação real do sistema. Busca-se apenas uma representação com plausibilidade física para este possível comportamento. Uma vez obtida a dinâmica, pode-se reduzir a quantidade de ruído e em muitos casos ainda, aumentar o número de amostras da série.

TABELA 8.3 — Dimensão Fractal para Som Pulmonar Normal

$\alpha_C$	-0,0700
Dimensão Fractal	2,0350
Janela Utilizada	Hanning <sup>1</sup>

## 8.11 Estudo de Caso

Como estudo de caso, procurou-se aplicar as técnicas descritas neste trabalho para analisar-se as propriedades fractais de algumas séries temporais amostradas de sons pulmonares humanos. Para tanto foi feita amostragem de sons pulmonares de alguns pacientes. O objetivo é demonstrar que é possível caracterizar estas séries a partir da dimensão fractal. É sabido que sons pulmonares tem um espectro de freqüência do tipo  $1/f$ . Assim, escolheu-se o método do expoente crítico para estimar-se a dimensão fractal da série. Foram medidas: a dimensão fractal global da série e a dimensão fractal dependente do tempo. Os resultados obtidos estão descritos a seguir.

### 8.11.1 Dimensão Fractal do Som Pulmonar

Para validar-se o método, foi testado o algoritmo exposto na equação 8.24 através das derivadas primeira, segunda e terceira do logaritmo do momento espectral. Foram usadas três séries temporais: primeira, um som pulmonar típico normal e as outras duas, sons adventícios (uma com sibilos e a outra com estertores). As séries foram amostradas à taxa de 6.000 Hz e quantizadas a 16 bits num total de 10 segundos de som. O resultado obtido é apresentado na tabela 8.3.

A Figura 8.1 mostra o momento espectral do som normal. O  $\alpha_C$  foi obtido dividindo-se o gráfico em três regiões: a primeira para  $-4.0 \leq \alpha \leq -\frac{4}{3}$ ; a segunda para  $-\frac{4}{3} \leq \alpha \leq \frac{4}{3}$ ; e a terceira para  $\frac{4}{3} \leq \alpha \leq 4.0$ . Foram ajustadas, pelo método dos mínimos quadrados [PRE 94], duas retas. Uma na primeira região e a outra na terceira região. O valor de  $\alpha_C$  é dado pela interseção destas duas retas.

A Figura 8.2 mostra a derivada primeira do momento espectral do Som Normal.

A Figura 8.3 mostra a derivada segunda do momento espectral.

A Figura Fig. 8.4 mostra a derivada terceira do momento espectral.

Verificou-se que os resultados obtidos são muito próximos aos apresentados na literatura [NAK 93]. Tanto o momento, quando todas as derivadas apresentadas podem ser utilizadas para se estimar o alfa crítico e por conseguinte a dimensão fractal. Todavia, diferente do proposto em [NAK 93], a obtenção a partir do momento é muito mais eficiente computacionalmente do que pelas derivadas.

### 8.11.2 Dimensão Fractal Dependente do Tempo

Para ilustrar uma aplicação de caracterização dinâmica de uma série temporal, aplicou-se o método acima às mesmas séries, porém, utilizou-se a mesma

<sup>1</sup> A janela de Hanning é assim definida:  $w_j = \frac{1}{2} [1 - \cos(\frac{2\pi j}{N})]$  conforme [PRE 94] p.554.

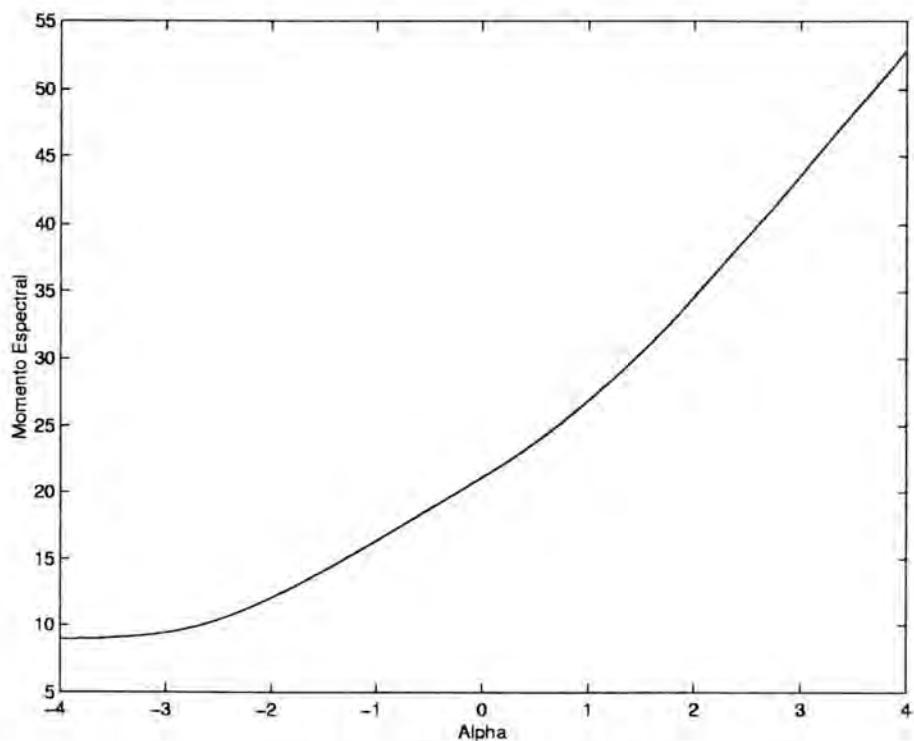


FIGURA 8.1 — Momento Espectral do Som Normal.

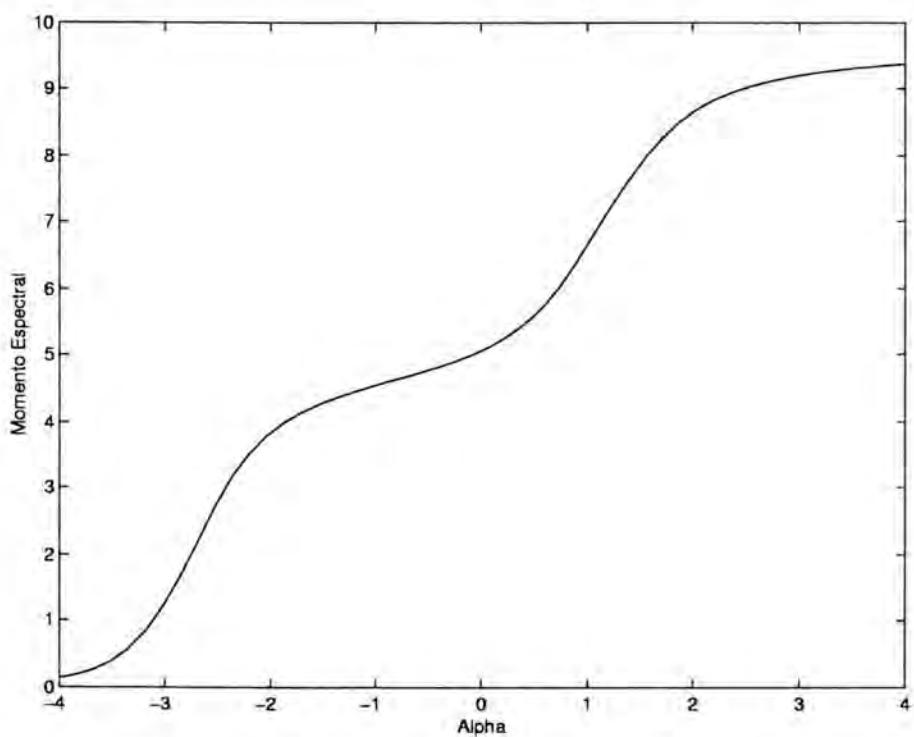


FIGURA 8.2 — Derivada Primeira do Momento Espectral Normal.

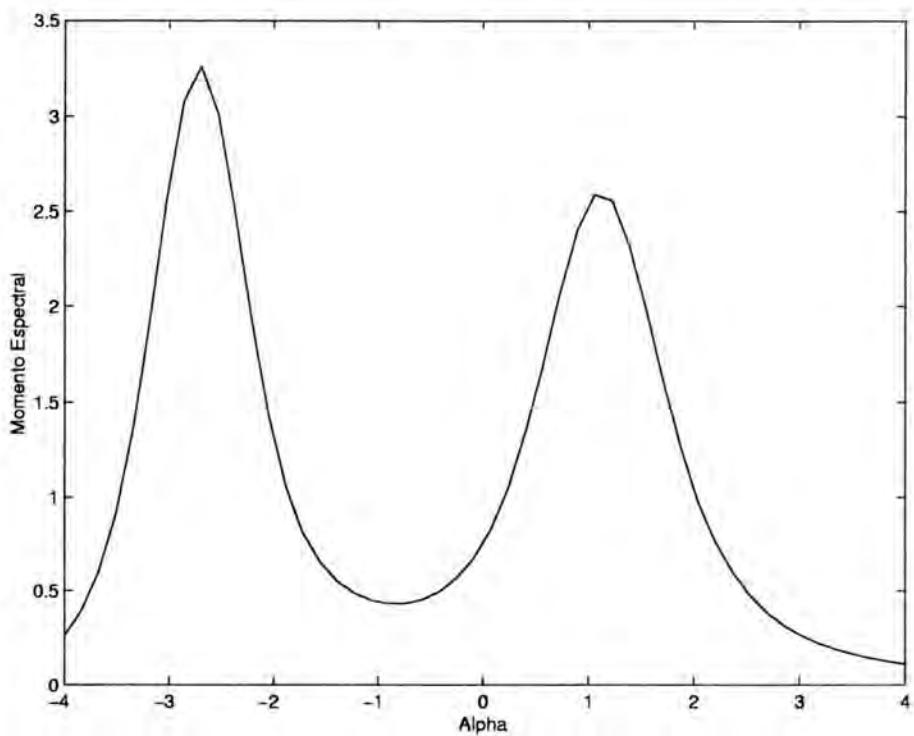


FIGURA 8.3 — Derivada Segunda do Momento Espectral do Som Normal.

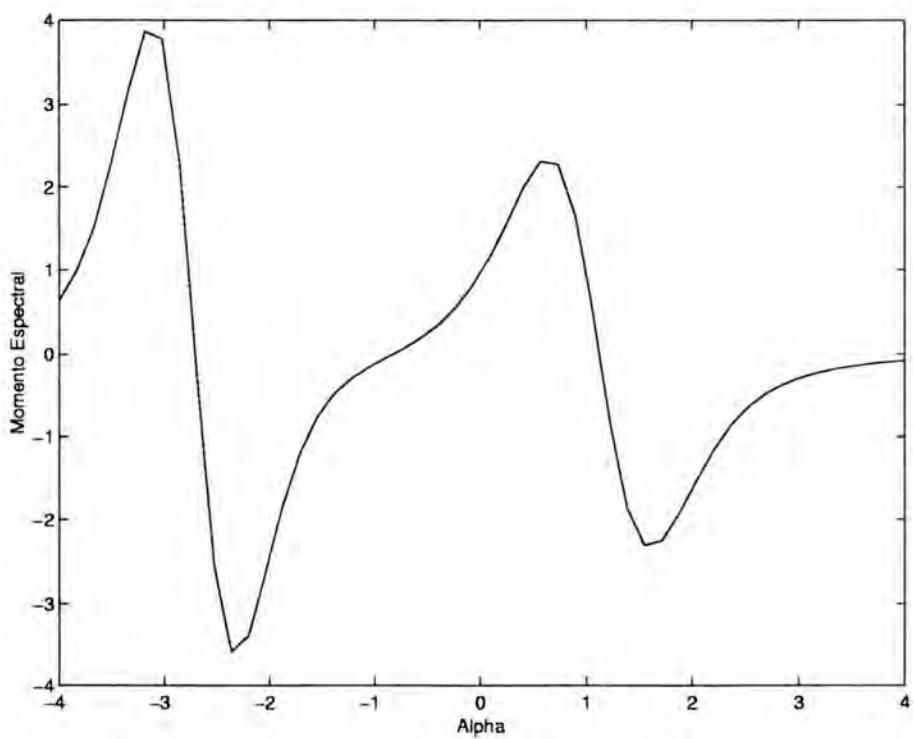


FIGURA 8.4 — Derivada Terceira do Momento Espectral do Som Normal.

TABELA 8.4 — Cálculo da DFDT

Tipo de Som	Normal	Sibilo	Estertor
Dimensão Fractal Média	1,6442	1,8624	1,5950
Desvio Padrão	0,0727	0,1642	0,2908
Janela [amostras]	1024	1024	1024
Sobreposição [amostras]	922	922	922

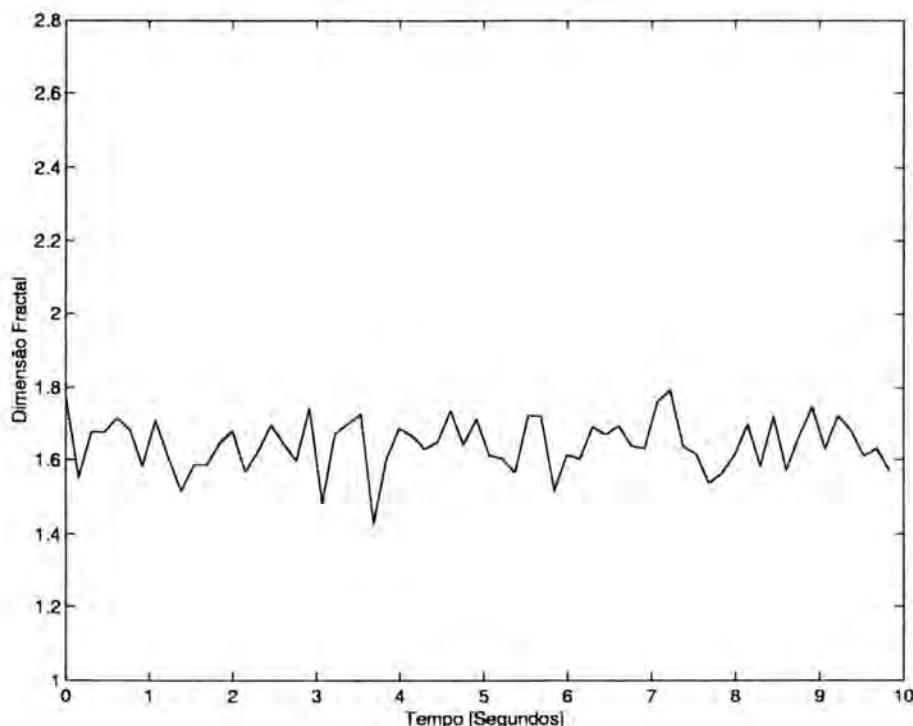


FIGURA 8.5 — Gráfico da DFDT para o Som Normal.

abordagem daquela adotada na transformada de Gabor (veja 1.8 e 8.4.2), ou seja, o sinal foi janelado e em cada janela estimou-se a dimensão fractal. Foi feita uma sobreposição de 90% entre as janelas. O resultado obtido está apresentado na tabela 8.4.

As figuras 8.5, 8.6 e 8.7 apresentam o gráfico da dimensão fractal dependente do tempo para os sons normal, sibilos e estertores.

Do observado nas figuras 8.5, 8.6 e 8.7, pode-se constatar que o som pulmonar normal tem uma menor variação de sua dimensão fractal em função do tempo.

## 8.12 Conclusão

Neste ensaio foram discutidas técnicas que nos permitem realizar a análise de séries temporais, e em particular, daquelas que tem comportamento caótico. Este tipo de série não pode ser analisado pelas técnicas tradicionais, a maioria das quais é baseada na análise espectral, pois possuem um espectro, que em princípio leva-nos a crer que são oriundos de processos estocásticos. Porém, e principalmente nesta última década, tem-se estudado o comportamento de sistemas deste tipo, conhecidos

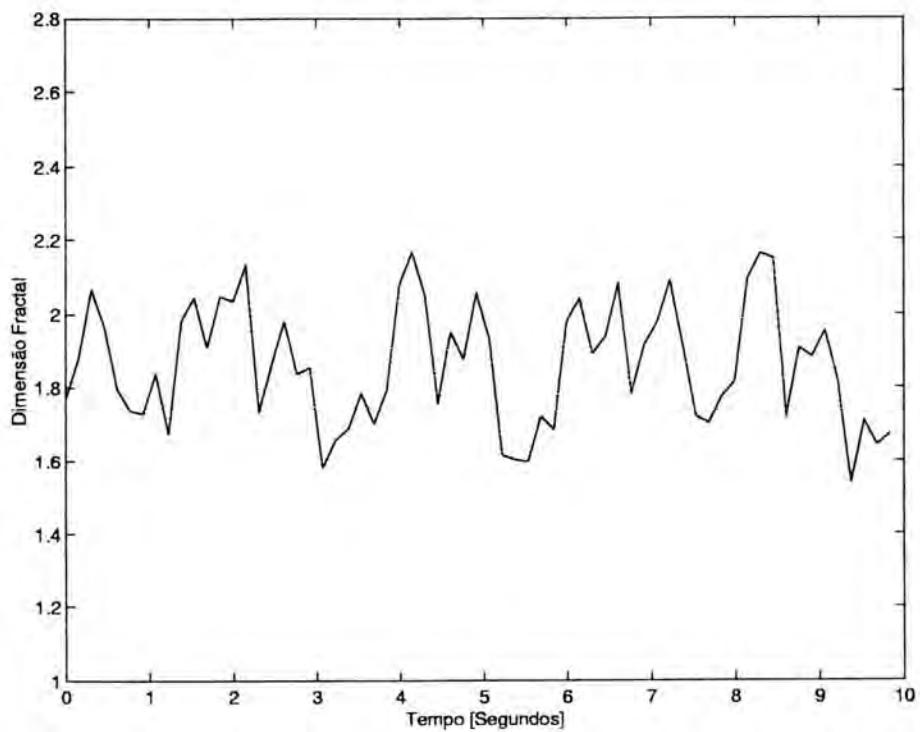


FIGURA 8.6 — Gráfico da DFDT para o Som Sibilo.

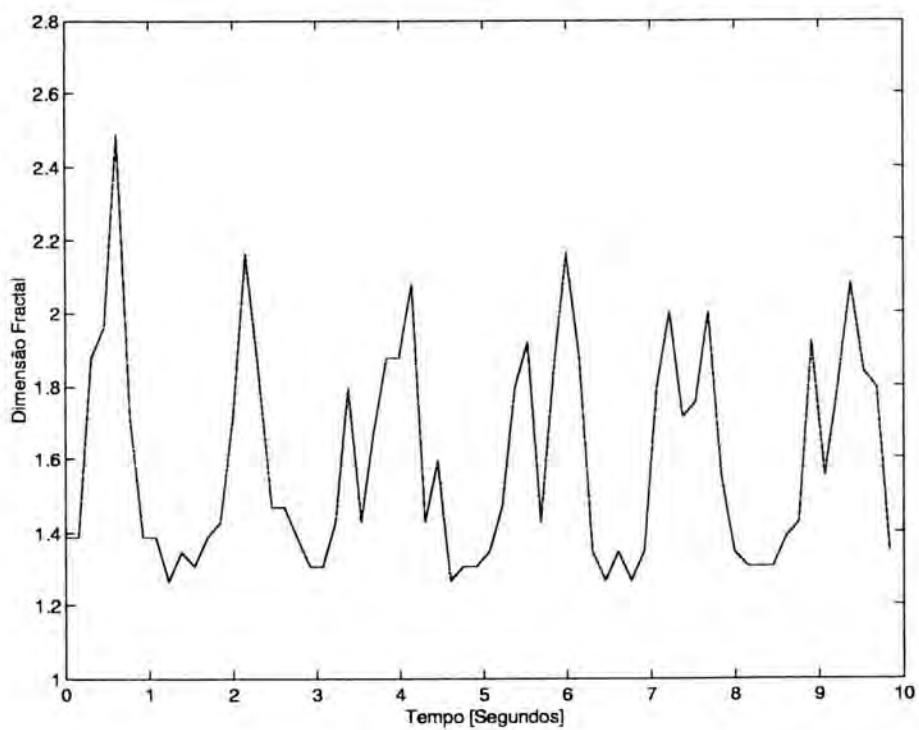


FIGURA 8.7 — Gráfico da DFDT para o Som Estertor.

como sistemas dinâmicos ou caóticos. Séries temporais com comportamento caótico podem ser caracterizadas por algumas medidas invariantes, tais como:

**Dimensão Fractal:** Dá uma idéia do número de graus de liberdade, ou de variáveis necessárias para modelar o sistema dinâmico associado à série.

**Expoente de Lyapunov:** Dá um indicativo do quanto caótica é uma série. Pode ser conceituado como a quantidade de informação gerada pelo sistema.

**Entropia de Kolmogorov-Sinai:** Permite avaliar o grau de caoticidade da série.

Desde o início da década de 80, tem surgido diversos trabalhos que tratam o assunto de reconstrução da dinâmica de um sistema a partir dos dados amostrados. Normalmente, devido a restrições de custo e/ou mesmo tecnológicas, os sistemas são amostrados em poucas variáveis. Contudo, Takens propôs uma técnica que permite que se realize a reconstrução, mesmo tendo-se somente uma variável sendo amostrada, de um sistema de vários graus de liberdade. A maior parte dos métodos expostos neste trabalho partem desta técnica para estimar as medidas invariantes supracitadas.

Uma classe especial, e muito importante de séries temporais, é aquela que tem um espectro de potência do tipo  $1/f$ . Este tipo de série tem a propriedade fractal conhecida como auto-afim. Aproveitando desta propriedade, foi proposto em [NAK 93] o método do expoente crítico que permite de forma muito eficiente a estimativa da dimensão fractal de uma série temporal caótica. Este método foi aplicado a séries amostradas de sons pulmonares humanos. Pode-se constatar que a dimensão fractal pode ser utilizada para a caracterização de séries temporais. Espera-se que essa nova forma de caracterizar um sinal possa ser utilizada conjuntamente com outras características, como uma alternativa para a melhoria de sistemas de reconhecimento automático de padrões sonoros como voz, sons pulmonares ou cardíacos; reconhecimento de imagens, dentre outras aplicações.

## 9 Conclusão

Esta tese consistiu de uma coletânea de artigos, resultados das pesquisas realizadas durante o doutorado. Com o objetivo de facilitar a leitura da tese como um todo, todos os artigos foram formatados num mesmo estilo. O cabeçalho de cada um destes capítulos contém um quadro com o nome dos autores do artigo, o veículo de publicação e sua situação. O primeiro capítulo descreve os objetivos geral e específicos da tese, situa o trabalho na área de análise não linear de padrões sonoros, com estudo de caso para sons pulmonares. Neste capítulo também é justificado cada um dos artigos, comentando sua importância no contexto do problema que a tese almejou estudar. Ainda neste capítulo descreveu-se como o som pulmonar é produzido, seu aspecto em termos de densidade espectral de potências, sua classificação e finalmente as bases de dados de sons pulmonares utilizadas no desenvolvimento da tese.

Esta tese apresenta novas técnicas de analisar sons pulmonares. A idéia consiste em, partindo do princípio de que o som pulmonar é não estacionário e apresenta fortes componentes não lineares dinâmicos, utilizar técnicas de reconstrução desta dinâmica. Uma vez tendo-se a dinâmica, seus parâmetros podem ser utilizados para a caracterização dos sistemas associados à produção do som propriamente dito. O primeiro problema resolvido na tese foi verificar se o som pulmonar é realmente caótico. Para isso estimou-se o maior expoente de Lyapunov. O valor obtido foi positivo significando que a série é caótica, ou pelo menos, possui um alto grau de caoticidade. A estimativa deste expoente não é uma tarefa fácil. Não havia um algoritmo confiável, robusto e eficaz o suficiente para estimar o expoente e sua variação no tempo. Assim foi proposto e desenvolvido um novo algoritmo, descrito em detalhes no Capítulo 4. Este novo método é muito mais estável e tem um melhor desempenho, quando comparado ao método anteriormente proposto [WOL 85]. Além disso, este novo método pode ser aplicado à identificação de séries temporais não caóticas e é muito mais tolerante à presença de ruído. Este trabalho evolui, culminando em um novo algoritmo, este mais geral, descrito no Capítulo 6.

No Capítulo 5 foi proposto o maior expoente de Lyapunov dependente do tempo como uma nova técnica para o reconhecimento de padrões aplicável a sons pulmonares normais e adventícios. Foi mostrado que os sons pulmonares tem expoentes de Lyapunov positivos, sugerindo a presença de comportamento caótico. Além disso, verificou-se que os sons adventícios tem expoentes positivos maiores que os sons normais. Os resultados obtidos apontam que os processos responsáveis pela produção do som pulmonar tem relevantes componentes não lineares e que o novo método pode ser uma ferramenta útil na análise de sons pulmonares.

Em seguida verificou-se a propriedade auto-similar em escala dos sons pulmonares. Para isso o sinal de som pulmonar foi decomposto através da transfor-

mada wavelet contínua. Isso permitiu, através do escalograma, verificar a auto-similaridade do sinal a várias escalas como uma função no tempo. Uma vez que o som pulmonar é auto-similar, justificou-se os resultados obtidos no artigo apresentado no Capítulo 3. Neste constatou-se que a dimensão fractal associada à propriedade auto similar permanece constante em torno de 1,49 para os sons normais a despeito das características físicas das pessoas e, ao contrário, não permanece constante para os sons adventícios. Também verificou-se que o som pulmonar apresenta regiões lineares no espectro de densidade de potência cuja taxa média de decaimento ou crescimento destas regiões pode ser associada a esta dimensão de auto similaridade.

É sabido que a dimensão fractal é uma propriedade invariante de uma série temporal caótica. Contudo o sistema responsável pela produção do som pulmonar é extremamente complexo e variável no tempo. É de esperar, portanto, que haja uma variação temporal da dimensão fractal. Porém, esta variação é de origem mecânica e portanto existe uma inércia associada a esta variação, o que garante, em termos práticos, um período de tempo onde poder-se-ia considerar a dimensão fractal invariante. Assim, nos artigos apresentados nos capítulos 3 e 8 mostrou-se, através da técnica de Dimensão Fractal Dependente do Tempo, a quantificação deste período de tempo. De uma forma geral, a dimensão fractal não varia numa duração menor que algumas centenas de milisegundos.

Uma das grandes dificuldades na análise de sons pulmonares, como foi demonstrado, é sua natureza dinâmica não linear. Uma forma de se analisar um sinal deste tipo é decompô-lo em sinais mais simples, facilitando seu entendimento. A ferramenta mais indicada para isso é a análise por Wavelets. O problema básico é encontrar uma função wavelet mãe, de algum significado, que pudesse ser usada. Como não há, desenvolve-se um novo método, descrito no Capítulo 2. Este método procede a decomposição atómica de funções através de algoritmos genéticos.

Já no Capítulo 7 apresentou-se o corrente entendimento do tórax e vias aéreas superiores como um sistema acústico, os sensores utilizados para adquirir os sons e uma classificação dos principais tipos de sons pulmonares. Também foram mostradas algumas técnicas de processamento digital de sinais que podem ser usadas para analisar sons pulmonares, tais como: energia e análise homomórfica (cepstrum).

Finalmente no Capítulo 8 apresentamos um ensaio das várias técnicas que podem ser empregadas no tratamento de séries temporais, tais como as geradas a partir de *EEG*, voz, ruídos, música e outras. Foi mostrado que sinais periódicos ou quase-periódicos podem ser adequadamente analisados por métodos tradicionais (transformada de Fourier e auto-correlação), que a dinâmica de sinais caóticos pode ser descrita através das equações diferenciais do sistema e que os sinais estocásticos podem ser analisados através da distribuição de probabilidades. Também foram apresentadas algumas técnicas de distinção entre um sinal estocástico e um sinal caótico.

Além dos artigos, foram publicados ou submetidos resumos dos trabalhos desenvolvidos. Estes foram formatado nos anexos. O Anexo 1 apresentou o uso da técnica de dimensão fractal dependente do tempo na caracterização de sons pulmonares. O Anexo 2 apresentou o sistema PulSA, que permite a aquisição e registro de sons pulmonares humanos. O Anexo 3 propôs um novo método para a estimativa de expoentes negativos de Lyapunov de séries temporais não caóticas. Finalmente

o Anexo 4 discutiu o uso dos expoentes de Lyapunov no reconhecimento de padrões sonoros em sons pulmonares humanos.

Alguns trabalhos estão em andamento. O primeiro deles é a análise por wavelets de sons pulmonares. Estamos estudando os diversos tipos de sons pulmonares, em particular, os adventícios com esta técnica. O segundo trabalho em andamento é a generalização do algoritmo de estimativa dos expoentes de Lyapunov. Estão sendo estudadas formas práticas de estimar eficientemente todo o espectro de expoentes. Uma possível forma é o que chamamos de "ouriço". Vamos estudar a evolução temporal, não somente em uma direção, mas em várias direções simultaneamente. Outro estudo que temos feito é como estabelecer os diversos parâmetros que devem ser ajustados nos algoritmos de reconstrução da dinâmica e em particular da estimativa da dimensão fractal e dos expoentes de Lyapunov. Também estamos estudando o comportamento dos nossos algoritmos na presença de ruído.

Como trabalhos futuro sugerimos estabelecer alguns modelos não lineares básicos dos sons pulmonares. Uma vez estabelecidos estes modelos, poderemos usar a técnica proposta no Capítulo 2, que se mostrou muito eficiente. Um segundo trabalho futuro é utilizar as redes neurais na classificação dos sons pulmonares. Sabe-se que as redes neurais têm a capacidade de representar não somente sinais lineares, mas também sinais caóticos. Um terceiro trabalho, tendo em vista que o interesse é, particularmente, investigar a potencialidade da DFDT como núcleo da análise de sinais sonoros, e utilizá-la em uma aplicação realista, a DFDT e LTDLE poderão eventualmente ser acopladas a outras técnicas que permitam o aprendizado automático à exposição de novos padrões. Um caminho que parece atrativo é o de redes neurais, o que faz imaginar a possibilidade de algo como factalnets, como redes geradas com base na técnica DFDT e LTDLE. Outro possível trabalho futuro é o desenvolvimento de um sistema de auxílio ao diagnóstico de doenças pulmonares. Neste poderiam ser implementadas as técnicas propostas nesta tese, e através de uma interface adequada auxiliar o médico na tarefa de diagnóstico através dos computadores. Isso permitiria inclusive, que médicos que possuem problemas auditivos seguissem a especialização de pneumologia.

## Anexo 1

# Time-Dependent Fractal Dimension of Lung Sounds

**Autores:** W. L. Roque, L. P. L. de Oliveira, R. F. Custódio e H. Valliatti

**Veículo:** The 23<sup>rd</sup> International Conference on Lung Sounds, Boston-MA, October 14-16, 1998

**Situação:** Publicado

### 1.1 Abstract

The lung sounds seem to be the result of a turbulent motion due to the flow of a compressive fluid through the human respiratory system. As such, they form a highly complex nonlinear system that can be better investigated with nonlinear signal processing techniques. With the associated time series we can use phase space reconstruction techniques and compute some important invariant dynamical characteristics, like the fractal dimension and Lyapunov exponents. As we have observed, the lung sound time series has a self-affine structure, therefore their time-dependent fractal dimensions (TDFD) can be evaluated according to the critical exponent method (CEM). Applying this method to a set of lung sound samples, the observed TDFD have shown to be constant with value 1.49 for normal samples, despite of the physical characteristics of the patients. In contrast, they have shown a nonconstant behavior for abnormal cases, when adventitious sounds are present. In addition, the Lyapunov exponents indicate the presence of chaos in adventitious sounds. These seem to suggest that TDFD may be useful as an acoustic pattern recognition parameter for lung sound classification.

## Anexo 2

# PulSA: A System to Support Lung Sound Analysis

**Autores** W. L. Roque, T. Heimfarth, T. Spengler, H. Valliatti, R. F. Custódio e L. P. L. de Oliveira

**Veículo:** The 23<sup>rd</sup> International Conference on Lung Sounds, Boston-MA, October 14-16, 1998

**Situação:** Publicado

### 2.1 DEMO Abstract

PULSA is a computer system under development with the purpose of supporting lung sound analysis. The system has been designed to easy lung sound manipulations. Currently the system presents the following features: it is able to digital record the lung sound captured with an electroscope plugged to a sound cardboard on a PC, display the lung sound waveform for nine different sites either simultaneously or individually, acoustically reproduce the lung sound entirely or just a selected part of it, edit the sound waveforms, create and maintain a lung sound data basis for the patients as well as their clinical records, display the lung sound of a patient recorded at different dates to perform a visual and/or acoustic comparison for evolution follow up, or alternatively display the sound of a patient and compare with a sound from a lung sound dictionary to observe deviations, transform the lung sound to the **wave** or **ascii** formats, print the patient data records and sound waveforms or send them to a floppy, compute the Fast Fourier Transform (FFT), display the power spectrum and compute its time-dependent fractal dimensions.

## Anexo 3

# Negative Lyapunov Exponent Estimations for Non Chaotic Data Time Series

**Autores:** Luiz P. L. de Oliveira, Ricardo F. Custódio e Waldir L. Roque

**Veículo:** Nonlinear Dynamics of Electronic Systems 1999,  
15-17 July 1999, Rønne, Island of Bornholm, Denmark

**Situação:** Aceito para publicação nos proceedings e apresentação oral

### 3.1 Abstract

The evaluation of the complexity associated to natural systems, by means of their collected data, is a fundamental questions in non-linear dynamic theory. One of the mechanisms by which a system can undergo to a complex dynamics is by chaotic regimes, which can be characterized mainly by the system's sensibility to initial conditions. In fact, the rate by which initially nearby orbits come apart from each other gives a measure of the rate of information produced or destroyed in time. In chaotic regimes information is produced, while in non chaotic regimes this is not the case. In this context, the establishment of some criteria to decide when the dynamics of a system have or not a chaotic component is of great importance.

Data based studies of sensibility to initial conditions in dynamical systems have been carried out mainly via Lyapunov exponent estimations, which can be performed by estimations of the original equations or by the direct Lyapunov exponent definition. Though the algorithms based in the first method tend to be more stable they are more complex. The most commonly used procedure is the Wolf's algorithm [WOL 85], which directly estimates the largest Lyapunov exponent associated to data series.

In practice, data are always collected with precision limitations, which implies that, in the reconstructed phase space of non chaotic systems, most of the reconstructed vectors become indistinguishable from each other. Moreover, noise

contamination gives to the reconstructed attractor a pseudo positive measure (volume) in phase space associated to contamination level, whose scale should not be taken into consideration. Both data lack of quality cause execution crashing in Wolf's algorithm.

For example, in some non chaotic series, one have a stable periodic orbit associated to the dynamics which shrinks its entire attractor basin, causing a collapse over the attractor. This would also cause an execution crashing in Wolf's algorithm which would preclude any Lyapunov exponent estimation. This is a serious limitation when dialing with experimental data series since. In general, one are dealing with outputs of complex systems that can be non chaotic or can be alternating between chaotic and non chaotic regimes.

Numerically, the negative Lyapunov exponents are better represented in an intermediate time scale, just between transient and asymptotic states. This causes the choice of global and local scales to be crucial. According to that, we propose a method for direct estimation of the smallest negative Lyapunov exponent associated to a data time series. Our method is in fact based on a recent algorithm developed by [CUS 99a] following the original ideas of [SHI 79] and [BEN 80] from which Wolf's algorithm was also inspired.

In our algorithm we use the parameters  $SCALMN$  and  $SCALMX$  to define appropriate local and global scales, respectively, in order to guarantee a significant number of vectors for the reconstructed attractor in both scales. The parameter  $SCALMN$  is taken larger than noise contamination level  $NOISE$  while  $SCALMN$  is taken such that a significant number of vectors whose distance to fiducial orbit is between  $SCALMN$  and  $SCALMX$  be achieved. Some examples are considered in order for illustrating the efficiency of the method.

## Anexo 4

# Identifying Lung Sound Patterns through Lyapunov Exponent Estimations

**Autores:** Waldir L. Roque, Luiz P. L. de Oliveira e R. F. Custódio

**Veículo:** Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC99, 1999

**Situação:** Aceito para apresentação

### 4.1 Abstract

The human lungs has around  $3 \times 10^8$  alveoli, which are little sacs, where the ventilation exchange between the oxygen and the blood occurs. The air flow into the lungs during inspiration/expiration routines are likely to have a complex dynamics caused by air wall flutter, vortex shedding, rupture of fluid films due air wall vibrations and stress-relaxation and turbulence in general [LOU 91]. This implies that the lung sounds are of a fluid-dynamic nature and has its origin due to the conversion of the air-flow energy to sound energy as the air flow in and out of the lungs. Therefore, to some extent, non-linear dynamical processes must take place, which should be reflected in the auscultation procedure.

Lung sound auscultations are mainly done by mechanical stethoscopes and are used by the physicians as a first approach to diagnose lung and upper airways malfunctions. In the literature the lung sounds are classified as normal and adventitious, being the latter usually associated to some respiratory disorder. The adventitious sounds are further divided into two classes: continuous and discontinuous. The former contains mainly *wheezes*, which are characterized by a relatively long sound duration of about 80 to 100 ms., while the latter contains mainly *crackles*, which have a shorter duration of about 20 ms. [PAS 97].

In recent years computational lung sound analysis have called much attention of the physicians and bio-engineers since the traditional diagnosis procedures, based simply on the stethoscope and human auditory system auscultations are subject to

drawbacks. Lung sound analysis have been addressed mainly by four computational methods, namely, i) time domain analysis [MUR 77], ii) frequency domain analysis [KAM 97], iii) digital filters based methods [CHA 96], iv) wavelet transforms [ADE 98a] and, more recently, fractal dimensions [OLI 99].

Non-linear dynamic theory has been applied as a successful tool for signal processing [ABA 96]. Under this approach, data sets are seen as physical systems outputs and the issue is to gain some information about their complexity. For doing so, some quantifiers have been established such as fractal dimensions, Lyapunov exponents and entropies. Roughly, the former is concerned with contractions in phase space, while Lyapunov exponents and entropies are concerned with information (complexity) production. In this sense, systems of similar nature can be compared in terms of these quantifiers in order to pattern identification and recognition. In fact, for example, it has been show in that adventitious lung sounds seems to have different time dependent fractal dimensions patterns when compared to normal sounds [OLI 99]. The issue of this work is to verify if Lyapunov exponents can also be user for pattern recognition tool in lung sounds.

The existence of a positive Lyapunov exponent associated to a dynamical system is an indication of its sensibility to initial conditions. In general a such system is said to have a chaotic dynamics in the sense that complexity is produced as it evolves. Because of the complex nature of the physical processes involved in lung sounds generation, the use of Lyapunov exponent estimations for lung sounds time series analysis seem to be appropriate.

The pattern recognition is carried out via a windowing estimation of the largest Lyapunov exponent, using an improved implementation of Wolf's et al. algorithm [CUS 99a]. A time dependent largest Lyapunov exponent (TDLLE) is so obtained. According to this analysis, the normal sounds is characterized by a constant-like TDLLE pattern, in opposition to the cases where adventitious sounds are present. Moreover, TDLLE function responds with great fidelity to the presence of adventitious sounds of wheeze and crackle types. In this regard, the TDLLE analysis seems to be a promising candidate technique for automatic identification of adventitious sounds presence and a helpful tool in the lung sound analysis.

## Anexo 5

# Análise de Sons Pulmonares via Dinâmica Caótica

**Autores:** Waldir L. Roque, Luiz P. L. de Oliveira e R. F. Custódio

**Veículo:** Congresso Soc. de Pneumologia e Tisiologia do RS

**Situação:** Aceito para Publicação

### 5.1 Resumo

Durante alguns anos o estudo de sons pulmonares foi essencialmente realizado com base em técnicas estatísticas e com transformadas rápidas de Fourier (FFT). Mais recentemente vem sendo empregado novas técnicas como *wavelets* e dimensões fractais. Em virtude dos processos envolvidos na produção dos sons pulmonares serem bastante complexos, em particular quando na presença de sons adventícios, o estudo destes com base na dinâmica não-linear parece apropriado. Neste trabalho investigamos a existência de regimes caóticos nos sons pulmonares e buscamos extrair informações que possam univocamente caracterizar os tipos de padrões dos sons auscultados.

Para a realização deste estudo um conjunto de 20 pacientes tiveram a ausculta pulmonar de 9 sítios gravada com a utilização de um estetoscópio eletrônico acoplado a uma placa de som em um microcomputador. Em seguida as séries temporais associadas aos vários sítios foram analisadas utilizando-se um algoritmo para estimativa dos expoentes positivos de Lyapunov, os quais indicam a presença de regimes caóticos. Os resultados do trabalho mostraram que para sons normais e adventícios, contendo sibilos e estertores, há regimes caóticos com expoentes de Lyapunov crescentes e com valores distintos. A análise no tempo dos expoentes de Lyapunov evidenciaram uma grande consistência com relação aos resultados obtidos com os espectrogramas dos sons correspondentes, o que nos dá uma boa confiabilidade para o estudo de reconhecimento de padrões com base na nova técnica.

## Bibliografia

- [ABA 93] ABARBANEL, H. D. I. et al. The analysis of observed chaotic data in physical systems. **Reviews of Modern Physics**, [S.l.], v.65, n.4, p.1331–1392, 1993.
- [ABA 96] ABARBANEL, H. D. I. **Analysis of observed chaotic data**. San Diego:Springer-Verlag, 1996. 272p.
- [ADE 94] ADEMOVIC, E. Segmentation of infant respiratory sounds with malvar's wavelets. In: IEEE IC EMBS WORKSHOP ON WAVELETS IN MEDICINE AND BIOLOGY, 1994. **Proceedings...** Baltimore (MD):[s.n.], 1994. v.1-2, p.20–21.
- [ADE 95a] ADEMOVIC, E.; CHARBONNEAU, G. Wheezing lung sounds analysis with adaptive local trigonometric transform. In: CORSA WP III SYMPOSIUM ON SIGNAL PROCESSING IN LUNG SOUND ANALYSIS, 1., 1995. **Proceedings...** Finland:[s.n.], 1995.
- [ADE 95b] ADEMOVIC, E. et al. Time-frequency classification of infantile laryngo-tracheal sounds. In: SYMPOSIUM ON APPLICATION OF TIME-FREQUENCY AND TIME-SCALE METHODS, 1995. **Proceedings...** Coventry (UK):[s.n.], 1995.
- [ADE 95c] ADEMOVIC, E. et al. Application of malvar's wavelets to laryngo-tracheal sounds analysis. In: EUROPEAN CONFERENCE ON ENGINNERING AND MEDICINE, 3., 1995. **Proceedings...** Florence, Italy:[s.n.], 1995.
- [ADE 96] ADEMOVIC, E.; PESQUET, J. C. Time-scale segmentation of respiratory sounds. In: CORSA WPIII SYMPOSIUM ON SIGNAL PROCESSING IN LUNG SOUND ANALYSIS, 2., 1996. **Proceedings...** Finland:[s.n.], 1996.
- [ADE 98a] ADEMOVIC, E.; PESQUET, J.-C. Time-scale segmentation of respiratory sounds. **Technology and Health Care**, [S.l.], v.6, n.1, p.53–63, June. 1998.
- [ADE 98b] ADEMOVIC, E.; PESQUET, J. Wheezing lung sounds analysis with adaptive local trigonometric transform. **Technology and Health Care**, [S.l.], v.6, n.1, p.41–51, June. 1998.

- [ARA 91] ARAKAWA, K. et al. Non-linear digital filters for extracting crackles from lung sounds. **Front. Med. Biol. Eng.**, [S.l.], v.4, n.3, p.245–257, 1991.
- [BEN 80] BENNETIN, G. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for hamiltonian systems: a method for computing all of them. **Meccanica**, [S.l.], v.15, p.21, 1980.
- [BLA 95a] BLANCO, S. et al. Using nonlinear dynamic metric tools for characterizing brain structures. **IEEE Engineering in Medicine and Biology**, New York, v.16, n.4, p.83–92, 1995.
- [BLA 95b] BLANCO, S. et al. Stationary of the EEG series. **IEEE Engineering in Medicine and Biology**, New York, v.14, n.4, p.395–399, 1995.
- [BRO 86] BROOMHEAD, D. S. Extracting qualitative dynamics from experimental data. **Physica D**, Amsterdam, v.20, p.217–236, 1986.
- [BRO 91] BROWN, R.; BRYANT, P. Computing the Lyapunov spectrum of a dynamical system from an observed time series. **Physical Review A**, [S.l.], v.43, n.6, p.2787–2806, Mar. 1991.
- [CAO 97] CAO, L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. **Physica D**, Amsterdam, v.110, p.43–50, 1997.
- [CHA 96] CHARLESTON, S. Reduced order kalman filtering for the enhancement of respiratory sounds. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v.43, n.4, p.421–424, Apr. 1996.
- [CHO 81] CHOWDHURY, S. K. Digital spectrum analysis of respiratory sound. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v.28, p.784–788, 1981.
- [CHU 92] CHUI, C. K. **An Introduction to Wavelets**. Boston, MA:Academic Press, 1992.
- [CUS 97a] CUSTÓDIO, R. F. **Caracterização de uma série temporal através da dimensão fractal**. Porto Alegre:CPGCC - UFRGS, 1997. TI-703.
- [CUS 97b] CUSTÓDIO, R. F. Atomic decomposition with genetic algorithm. In: NOLTA 1997, 1997. **Proceedings...** Honolulu, Havai:[s.n.], 1997. v.2, p.1285–1288.
- [CUS 99a] CUSTÓDIO, R. F. et al. Wolf's method for Lyapunov exponent estimation revisited. Submetido ao **Physica D**, 1999.
- [CUS 99b] CUSTÓDIO, R. F.; ROQUE, W. L. **Ensaio sobre o tratamento não-linear de séries temporais**. Porto Alegre:PPGC/UFRGS, 1999. Relatório técnico.

- [CUS 99c] CUSTÓDIO, R. F.; ROQUE, W. L. **Identifying crackles by genetic algorithm.** Porto Alegre:PPGC/UFRGS, 1999. Relatório técnico.
- [DAU 92] DAUBECHIES, I. **Ten Lectures on Wavelets.** Philadelphia, PA, USA:SIAM, 1992.
- [DAV 91] DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms.** New York:Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [DEV 89] DEVANEY, R. L. **An Introduction to Chaotic Dynamical Systems.** Redwood City, CA:Addison-Wesley, 1989.
- [DRA 94] DRAZIN, P. G. **Nonlinear systems.** Melborne:Cambridge, 1994. 317p.
- [DUH 90] DUHAMED, P. Fast fourier transform: A tutorial review and a state of the art. **Signal Processing**, [S.l.], v.19, p.259–299, Apr. 1990.
- [ECK 85] ECKMANN, J. P. Ergodic theory of chaos and strange attractors. **Rev. Mod. Phys.**, [S.l.], v.57, p.617, 1985.
- [ECK 86] ECKMANN, J. P. et al. Liapunov exponents from time series. **Physical Review A**, [S.l.], v.34, n.6, p.4971–4979, Dec. 1986.
- [ECK 92] ECKMANN, J. P. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems. **Physica D**, Amsterdam, v.56, p.185–187, 1992.
- [FED 88] FEDER, J. **Fractals.** New York:Plenum Press, 1988. 283p.
- [FER 94] FERRARA, N. F. **CAOS: Uma Introdução.** São Paulo:E. Blücher, 1994. 402p.
- [GAB 46] GABOR, D. Theory of communication. **Journal of the IEEE**, New York, v.93, p.429–457, 1946.
- [GAV 92] GAVRIELY, N. Parametric representation of normal breath sounds. **J. Appl. Physiol.**, [S.l.], v.73, n.5, p.1776–1784, 1992.
- [GAV 95] GAVRIELY, N. et al. Spectral characteristics of chest wall breath sounds in normal subjects. **Thorax**, [S.l.], v.50, p.1292–1300, 1995.
- [GOM 96] GOMES, J. **Wavelets: Teoria, Software e Aplicações.** Rio de Janeiro:IMPA/CNPq, 1996. 216p.
- [GRA 83] GRASSBERGER, P. Characterization of strange attractors. **Physics Review Letters**, [S.l.], v.50, p.346–349, 1983.
- [HAD 97] HADJILEONTIADIS, L. J. Separation of discontinuous adventitious sounds from vesicular sounds using a wavelet-based filter. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v.44, n.12, p.1269–1281, 1997.

- [HAD 98] HADJILENTIADIS, L. J. A wavelet-based reduction of heart sound noise from lung sounds. **International Journal of Medical Informatics**, [S.I.], v.52, p.183–190, 1998.
- [HOP 92] HOPPENSTEADT, F. C. **Mathematics in Medicine and the Life Sciences**. New York:Springer-Verlag, 1992. 252p.
- [JUD 92] JUDD, K. An improved estimator of dimension and some comments on providing confidence intervals. **Physica D**, Amsterdam, v.56, p.216–228, 1992.
- [JUD 94] JUDD, K. Estimating dimension from small samples. **Physica D**, Amsterdam, v.71, p.421–429, 1994.
- [KAM 97] KAMAL, A. A. K. Spectrum analysis of respiratory sound: Application to smokers and non-smokers. **Front. Med. Biol. Eng.**, [S.I.], v.8, n.3, p.165–177, 1997.
- [KAP 79] KAPLAN, J. L. **Chaotic Behavior of Multidimensional Difference Equations**, p.228–237. Springer, Berlin, 1979. Lectures Notes in Mathematics.
- [KEN 92] KENNEL, M. Determining minimum embedding dimension using a geometrical construction. **Phys. Rev. A**, [S.I.], v.45, p.3403–3411, 1992.
- [KOM 97] KOMPIS, M. Computer-based lung sound simulation. **Med. Biol. Eng. Computing**, [S.I.], v.35, p.231–238, 1997.
- [KRA 98] KRAMAN, S. S. et al. Effects of breathing pathways on tracheal sound spectral features. **Respir. Physiol.**, [S.I.], v.111, n.3, p.295–300, 1998.
- [LAN 96] LANKHORST, M. M. **Wavelet-based signal approximation with genetic algorithms**. Netherlands:University of Groningen, Dept. of Computing Science, 1996. Relatório técnico.
- [LON 84] LONDON, R. State of the art: Lung sounds. **Am. Rev. Respir. Dis.**, [S.I.], v.130, p.663–673, 1984.
- [LOR 63] LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. **J. Atmos. Sci.**, [S.I.], v.20, p.130–141, 1963.
- [LOU 91] LOUDON, R. G. **Lung Sounds**. [S.I.]:Raven Press, 1991. v.1, p.1011–1019.
- [MAL 89] MALLAT, S. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of  $L^2(R)$ . **Trans. Amer. Math. Soc.**, [S.I.], v.315, p.69–87, 1989.

- [MAL 93] MALLAT, S. G. **Matching pursuit with time-frequency dictionaries.** [S.l.]:Courant Institute of Mathematical Sciences, 1993. Relatório Técnico 619.
- [MAN 88] MANDELBROT, B. B. **Fractal Geometry of Nature.** San Francisco:Freeman, 1988. 468p.
- [MIC 92] MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs.** Berlin:Springer-Verlag, 1992.
- [MUR 77] MURPHY, R. L. H.; HOLFORD, S. K. Visual lung-sound characterization by time-expanded wave-form analysis. **New England J. Med.**, [S.l.], v.296, n.17, p.968–971, 1977.
- [MUS 92] MUSSEL, M. J. The need for standards in recording and analysing respiratory sounds. **Med. Biol. Eng. Comput.**, [S.l.], v.30, p.129–139, Mar., 1992.
- [NAK 93] NAKAGAWA, M. A critical exponent method to evaluate fractal dimension of self-affine data. **Journal of the Physical Society of Japan**, Japan, v.62, n.12, p.4233–4239, 1993.
- [OIW 98a] OIWA, N. N. The algorithm of moving boxes to estimate Lyapunov exponents and the singularity spectrum. **Physica A**, Amsterdam, v.257, p.460–464, 1998.
- [OIW 98b] OIWA, N. N. A fast algorithm for estimating Lyapunov exponents from time series. **Physics Letters A**, Amsterdam, v.246, n.1-2, p.117–121, 1998.
- [OLI 99] OLIVEIRA, L. P. L.; ROQUE, W. L. Lung sound analysis with time-dependent fractal dimensions. **Chaos, Solitons and Fractals**, Amsterdam, v.10, n.9, p.1419–1423, Feb. 1999.
- [OPP 89] OPPENHEIM, A. V. **Discrete-Time Signal Processing.** New York:Prentice Hall, 1989. 879p.
- [OSB 89] OSBORNE, A. R. Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra. **Physica D**, Amsterdam, v.35, p.357–381, 1989.
- [OTT 93] OTT, E. **Chaos in dynamical systems.** New York:Cambridge University Press, 1993. 385p.
- [PAC 80] PACKARD, N. H. Geometry from a time series. **Physical Reviews Letters**, [S.l.], v.45, p.712–16, 1980.
- [PAS 97] PASTERKAMP, H.; KRAMAN, S. S. Respiratory sounds - advances beyond the stethoscope. **Am. J. Respir. Crit. Care Med.**, [S.l.], v.156, p.974–987, 1997.

- [PES 95] PESU, L. et al. Wavelet packet based respiratory sound classification. In: IEEE SYMPOSIUM ON APPLICATION OF TIME-FREQUENCY AND TIME-SCALE METHODS (TFTS'96). **Proceedings...** Paris, France:[s.n.], 1995.
- [PES 98] PESU, L. et al. Classification of respiratory sounds based on wavelet packet decomposition and learning vector quantization. **Technology and Health Care**, [S.l.], v.6, n.1, p.65–74, June. 1998.
- [PRE 94] PRESS, W. H. et al. **Numerical Recipes in**. New York:Cambridge University Press, 1994. 994p.
- [RAB 78] RABINER, L. **Digital Processing of Speech Signals**. New Jersey:Prentice Hall, 1978. 512p.
- [RAI 96] RAIDL, A. Estimating the fractal dimension,  $k_2$ -entropy and predictability of the atmosphere. **Czechoslovak Journal of Physics**, [S.l.], v.46, p.293–328, 1996.
- [ROQ 98a] ROQUE, W. L. et al. PulSA: A system to support lung sound analysis. In: ILSA CONFERENCE, 1998. **Proceedings...** Boston:[s.n.], 1998.
- [ROQ 98b] ROQUE, W. L. et al. Time-dependent fractal dimensions of lung sounds. In: ILSA CONFERENCE, 1998. **Proceedings...** Boston:[s.n.], 1998.
- [SAB 95] SABANAL, S. A study of time-dependent fractal dimensions of vocal sounds. **Journal of the Physics Society of Japan**, Japan, v.64, n.9, p.3226–3238, 1995.
- [SAB 96] SABANAL, S. The fractal properties of vocal sounds and their application in the speech recognition model. **Chaos, Solitons and Fractals**, Amsterdam, v.7, n.11, p.1825–1843, 1996.
- [SAN 94] SANKUR, B. et al. Comparison of AR-based algorithm for respiratory sounds classification. **Comput. Biol. Med.**, [S.l.], v.24, p.67–76, 1994.
- [SCH 97] SCHITTENKOPF, C. Identification of deterministic chaos by an information-theoretic measure of the sensitive dependence on the initial conditions. **Physica D**, Amsterdam, v.110, p.173–181, 1997.
- [SHI 79] SHIMADA, I. A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems. **Progr. Theor. Phys.**, [S.l.], v.61, p.1605, 1979.
- [STR 96] STRANG, G. **Wavelets and Filter Banks**. Wellesley:Cambridge Press, 1996.

- [TAK 81] TAKENS, F. **Detecting strange attractors in turbulence: Dynamical Systems and Turbulence.** New York:Springer Verlag, 1981. 898p. Lecture Notes in Math.
- [TOR 91] TORRESANI, B. Wavelets associated with representations of affine wey-heisenberg group. **Journal of Mathematical Physics**, [S.l.], v.32, n.5, p.1273–1279, 1991.
- [WID 98] WIDMAN, G. et al. A fast general purpose algorithm for the computation of auto- and cross-correlation integrals from single channel data. **Physica D**, Amsterdam, v.121, p.65–74, 1998.
- [WIL 95] WILKINS, R. **Lung Sounds : A Practical Guide.** Mosby-Year Book, 1995.
- [WOL 85] WOLF, A. et al. Determining Lyapunov exponents from a time series. **Physica D**, Amsterdam, v.16, p.285–317, 1985.
- [WOR 96] WORNELL, G. W. **Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach.** New Jersey:Prentice Hall, 1996. 177p.

# Índice

- algoritmo de Grassberger-Procaccia, 88
- algoritmos genéticos, 24
- atrator, 11
- auscultar, 34
- autocorrelação
  - função de, 80
- capacidade, 88
- CEM, 35
- conjetura de Kaplan-York, 90
- crackles, 49
- decomposição atômica, 24
- DFDT, 94
- dimensão de correlação, 88
- dimensão de imersão, 83
- dimensão de informação, 88
- dimensão fractal, 85, 88
  - algoritmo de contagem de caixas, 86
  - cálculo da, 86
  - capacidade, 88
  - correlação, 88
  - dependente do tempo, 94
  - informação, 88
  - método da integral de correlação, 86
  - método do expoente crítico, 87
  - método dos vizinhos próximos, 86
- dimensão fractal dependente do tempo, 35
- dimensões generalizadas, 88
- dimensões generalizadas, 88
- dinâmica
  - reconstrução da, 82
- downsampling, 50
- Eckmann e Ruelle
  - método de, 90
- entropia de Kolmogorov-Sinai, 89
- entropia generalizada, 89
- escalograma, 17
- espectrograma, 17
- estetoscópio, 34, 48
- expiração, 34
- expoente de Lyapunov
  - maior expoente dependente do tempo, 48
  - expoente de Lyapunov, restrições, 85
  - expoentes de Lyapunov
    - espectro de, 89
  - expoentes de Lyapunov, 57
  - expoentes de Lyapunov negativos, 56
- Fourier
  - STFT, 79
  - transformada de, 16, 78
- fractais, 11
- fractalnets, 100
- Gabor
  - transformada, 17, 79
- geometria fractal, 76
- Grassberger-Procaccia, 88
- Hanning
  - janela de, 92
- ILSA, 15
- inspiração, 34
- Kaplan-York
  - conjectura de, 90
- LTDLE, 48
- método de
  - Wolf, 49
- método do expoente crítico, 35, 87
- mapa logístico, 58
- mapa triangular, 60

- matching pursuit algorithm, 26
- momento espectral, 87
  - derivada terceira do, 87
- multifractais, 88
- redes neurais, 100
- regimes caóticos, 56
- ruído, 91
- sensibilidade às condições iniciais, 57
- som pulmonar, 12
  - adventícios, 12, 48
  - análise do, 14
  - análise wavelet do, 35
  - auto afinidade do, 35, 87
  - auto similaridade do, 14, 16
  - base de dados, 12
  - dimensão fractal do, 14, 92
  - espectro de potência do, 35
  - estertores, 13
  - literatura de, 15
  - momento espectral do, 92
  - normal, 12, 13, 48
  - redução de ruído, 91
  - ronco sonoro, 13
  - síbilo, 13
- som pulmonar normal
  - derivada primeira, 92
  - derivada segunda, 92
  - derivada terceira, 94
- Takens
  - teorema de, 82
- TDFD, 35
- trabalhos em andamento, 100
- trabalhos futuros, 100
- trajetória fiducial, 57
- wavelet, 26
  - transformada, 17, 79
- wheezes, 48
- Wolf
  - método de, 90

**Informática**



**UFRGS**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO**

*"Análise Não-linear no Reconhecimento de Padrões Sonoros: Estudo de Caso para Sons Pulmonares"*  
por

Ricardo Felipe Custódio

Tese apresentada aos Senhores:

Prof. Dr. Luiz Paulo Luma de Oliveira (UNISINOS)

Prof. Dr. Altamiro Amadeu Susin (DELET/UFRGS)

Prof. Dr. Felipe Rizzato (Física/UFRGS)

Prof. Dr. Nelson Fiedler-Ferrara Jr. (USP/IF)

Vista e permitida a impressão.

Porto Alegre, 09/07/1999

Prof. Dr. Dante Augusto Couto Barone,  
Orientador.

Prof. Dr. Waldir Leite Roque (Matemática/UFRGS),  
Co-orientador.

Prof. Carla Maria Dal Sasso Freitas  
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação  
em Computação - PPGC  
Instituto de Informática - UFRGS