

Augusto Torres

**Desenho de Polígonos e Sequenciamento de
Blocos de Minério para Planejamento de Curto
Prazo Procurando Estacionarização dos Teores.**

Porto Alegre

2018

Augusto Torres

Desenho de Polígonos e Sequenciamento de Blocos de Minério para Planejamento de Curto Prazo Procurando Estacionarização dos Teores.

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelos Orientadores e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Coorientador: Prof. Dr. Diego Machado Marques

Porto Alegre

2018

Augusto Torres

Desenho de Polígonos e Sequenciamento de Blocos de Minério para Planejamento de Curto Prazo Procurando Estacionarização dos Teores./ Augusto Torres. – Porto Alegre, 2018-

102 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Tese (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais,
2018.

1. Planejamento de Curto prazo. 2. Sequenciamento de Blocos. 3. Função de distribuição provável. 4. Simulação geoestatística I. Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. III. Faculdade de Engenharia. IV. Desenho de Polígonos e Sequenciamento de Blocos de Minério Para Planejamento de Curto Prazo Procurando Estacionarização Dos Teores.

CDU 02:141:005.7

Augusto Torres

Desenho de Polígonos e Sequenciamento de Blocos de Minério para Planejamento de Curto Prazo Procurando Estacionarização dos Teores.

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelos Orientadores e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Trabalho aprovado. Porto Alegre, 11 de maio de 2018:

**Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite
Costa**
Orientador

Prof. Dr. Diego Machado Marques
Coorientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

Professor
Convidado 3

Porto Alegre
2018

Agradecimentos

Ao Professor João Felipe pela recepção no laboratório, além dos conhecimentos compartilhados e sua amizade, ao professor Diego pela colaboração técnica-teórica no estudo. Aos colegas do LPM pelo apoio e amizade. À minha querida família, pelo seu contínuo apoio.

A Coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior (CAPES) pela bolsa concedida, ao Laboratório de Pesquisa Mineral (LPM) pelas instalações usadas para esta dissertação.

*Se você quer um ano de prosperidade, cultive trigo.
Se você quer dez anos de prosperidade, cultive árvores.
Se você quer cem anos de prosperidade, cultive pessoas.*

Provérbio Chinês

Resumo

O planejamento de curto prazo em minas a céu aberto exige a definição de poligonais, que representam os sucessivos avanços de lavra. As poligonais, tradicionalmente, são desenhadas em um processo laborioso na tentativa de delinear como minério em qualidade e quantidade de acordo com os limites determinados. O minério delimitado deve apresentar a menor variabilidade em qualidade possível, com o objetivo de maximizar a recuperação na usina de processamento. Essa dissertação visa desenvolver um fluxo do trabalho para definir poligonais de curto prazo de forma automática, além disso, sequenciar todos os blocos de minério de cada polígono de modo a definir uma sequência interconectada lavrável de poligonais. O fluxo do trabalho foi aplicada à incerteza de teores, obtida através de simulações estocásticas.

Algoritmos genéticos foram desenvolvidos em linguagem de programação Python e implementados na forma de plug-in no software geoestatístico Ar2GeMS. Múltiplas iterações são criadas para cada avanço individual, gerando regiões (ou poligonais). Então, a região que apresenta menor variabilidade de teores é selecionada. A distribuição de probabilidade dos teores dos blocos em cada avanço é comparada com a distribuição global de teores, calculada a partir de todos os blocos do corpo de minério.

Os resultados mostraram que os teores dos blocos abrangidos pelas poligonais criadas dessa forma apresentam teores similares à distribuição de referência, permitindo o sequenciamento de lavra com distribuição de teores mais próximo possível da distribuição global. Modelos equiprováveis permitem avaliar a incerteza associada à solução proposta.

Palavras-chaves: Planejamento de Curto prazo, Sequenciamento de Blocos, Estocástico, Função de distribuição provável, Simulação geoestatística, Algoritmo genético.

Abstract

Open-pit short-term planning requires the definition of polygons identifying the successive mining advances. These polygons are drawn in a labour intensive task attempting to delineate ore with the quantity and quality within established ranges. The ore delineated by the polygons should have the least possible quality variability among them, helping in maximizing ore recovery at the processing plant. This thesis aims at developing a workflow for drawing short-term polygons automatically, sequencing all ore blocks within each polygon and leading to a mineable and connected sequence of polygons. This workflow is also tested under grade uncertainty obtained through multiple stochastic simulated models.

For this, genetic algorithms were developed in Python programming language and plugged in Ar2GeMS geostatistical software. Multiple iterations were generated for each of the individual advances, generating regions or polygons, and selecting the regions of lower grade variability. The blocks probability distribution within each advance were compared to the global distribution, including all blocks within the ore body.

Results show that the polygons generated are comprised by block grades similar to the ones from the reference distribution, leading to mining sequence as close as possible to the global maintaining a quasi-stationarity. Equally probable models provide the means to access the uncertainty in the solution provided.

Key-words: Short-term planning, Block sequencing, Stochastic, Probability distribution function, Geostatistical simulation, Genetic algorithm.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Esquema de sequenciamento dos polígonos.	25
Figura 2 – Comparativa de mapas entre estimativa (a) e simulação (b).	28
Figura 3 – Processo gráfico de transformação de uma distribuição acumulada dos dados originais z-valores em uma distribuição normal estandardizada de y-valores	32
Figura 4 – (a) Histogramas acumulados das simulações em vermelho, em preto dos dados imputados (b) Variogramas das simulações em verde, em vermelho dos dados imputados.	34
Figura 5 – Esquema de tiragem de um ponto, usando a simulação de Monte Carlo	36
Figura 6 – Método de construção de bandas rotativas em 2D (a) Rasgunho das linhas unidimensionais com suas projeções ortogonais no ponto X (b) representação da quinta realização e projeção das simulações no ponto X, os campos aleatórios gerados são representados pelas linhas pretas grossas	37
Figura 7 – Mapa simulado por o método de bandas rotativas (a) 10 bandas (b) 100 bandas (c) 1000 bandas	38
Figura 8 – Esquema geral da planificação a céu aberto	42
Figura 9 – Curva de cavas finais	43
Figura 10 – Sequência das fases	44
Figura 11 – Fases e bancadas em 2D	45
Figura 12 – Arco de Blocos	46
Figura 13 – Esquema geral de algoritmos genéticos	50
Figura 14 – Abas de seleção dos parâmetros do plugin para AR2GeMS	51
Figura 15 – Mapa de localização de amostras (a) vista planta (b) vista perfil no depósito	54
Figura 16 – Histogramas de ferro para domínio hematítico (a) dados originais (b) dados desagrupados	56
Figura 17 – Histogramas de ferro para domínio itabirítico (a) dados originais (b) dados desagrupados	57
Figura 18 – Histogramas da sílica para domínio hematítico (a) dados originais (b) dados desagrupados	58
Figura 19 – Histogramas da sílica para domínio itabirítico (a) dados originais (b) dados desagrupados	59
Figura 20 – Histogramas do ferro normalizado (a) Domínio hematítico (b) Domínio itabirítico	61

Figura 21 – Histogramas da sílica normalizado (a) Domínio hematítico (b) Domínio itabirítico	62
Figura 22 – Variogramas experimentais do ferro para domínio hematítico nas direções (a) máxima ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$), (b) intermediária ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial	63
Figura 23 – Variogramas experimentais do ferro para domínio itabirítico nas direções (a) máxima ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$), (b) intermediária ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial	64
Figura 24 – Variogramas experimentais da sílica para domínio hematítico na direção (a) máxima ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$), (b) intermediária ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial	65
Figura 25 – Variogramas experimentais da sílica para domínio itabirítico na direção (a) máxima ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) (b) intermediária ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial	66
Figura 26 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações do Ferro para domínio hematita(a) média das médias simuladas (b) Variâncias das médias simuladas	67
Figura 27 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações do Ferro para domínio itabirítico (a) Média das médias simuladas (b) variância das média simuladas	67
Figura 28 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações da sílica para domínio hematítico (a) média das médias simuladas (b) variância das médias simuladas	68
Figura 29 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações da sílica para domínio itabirítico (a) Média das médias simuladas (b) Média das Variâncias simuladas	68
Figura 30 – Histogramas acumulados dos modelos simulados e dos dados originais do Ferro os dados simulados em vermelho e dados originais em negro (a) domínio hematítico (b) domínio itabirito.	69
Figura 31 – Histogramas acumulados dos modelos simulados e dos dados originais da sílica os dados simulados em vermelho e dados originais em negro (a) domínio hematítico (b) domínio itabirito.	69
Figura 32 – Variografia dos dados simulados e dados originais do Ferro para domínio hematítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor . . .	70
Figura 33 – Variografia dos modelos simulados e dados originais do Ferro para domínio itabirítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor	71
Figura 34 – Variografia dos modelos simulados e dados originais da sílica para domínio hematítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor	72

Figura 35 – Variografia dos modelos simulados e dados originais da sílica para domínio itabirítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor	73
Figura 36 – Modelo E-type da sílica abaixo do 5%	75
Figura 37 – Localização dos pontos sementes (a) vista em planta (b) vista em perspectiva isométrica	76
Figura 38 – Mapa de modelos gerados a partir das duas sementes. Vista em planta (a) mapa do primeiro saque e histograma (b) mapa do segundo saque e histograma (c) mapa de terceiro saque e histograma (d) mapa do quarto saque e histograma, todos eles possuem 80 blocos	78
Figura 39 – Mapa de modelos sequenciados. Vista em planta (a) primeiro saque (b) segundo saque (c) terceiro saque (d) quarto saque. A cada novo corte adiciona 80 blocos ao anterior	79
Figura 40 – Qq-plot dos saques, onde o histograma global fica no eixo X e os histogramas dos saques ficam no eixo Y (a) saque 1 (b) saque 2 (c) saque 3 (d) saque 4	81
Figura 41 – Comparativo entre os histogramas acumulados dos saques (vermelho) e o histograma acumulado da distribuição global (preto) do modelo E-type	82
Figura 42 – Gráfico das médias dos modelos resultantes das simulações. Linha laranja (Média das médias) Linha azul (média dos modelos)	83
Figura 43 – Mapas dos teores do primeiro saque do modelo E-type com alguns modelos simulados para o nível 1320 (semente 1) e nível 1330 (semente 2)	84
Figura 44 – Mapas do sequenciamento de blocos do primeiro corte do modelo E-type com alguns modelos simulados no nível 1320 (semente 1) e nível 1330 (semente 2)	84
Figura 45 – Comparativo entre o primeiro saque dos modelos simulados com o E-type (a) comparativo das médias (b) comparativo das variâncias (c) comparativo do desvio padrão (d) comparativo dos valores máximos e mínimos	85
Figura 46 – Esquema dos primeiros cortes dos modelos simulados. Zona hachurada equivale aos blocos selecionados simultaneamente em todas as simulações	86
Figura 47 – Comparativo do histograma acumulado do primeiro saque dos 49 modelos simulados (vermelho) e histograma acumulado do primeiro corte do modelo E-type (azul)	87

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resume das estatísticas univariadas	60
Tabela 2 – Dados das sementes no modelo E-type	76
Tabela 3 – Parâmetros de entrada	77
Tabela 4 – Resumo das estatísticas no modelo E-type	82

Lista de abreviaturas e siglas

PDF	Probability Distribution Function
Ar2GeMS	Advances Risk and Resources Geological Modeling Software
cdf	Cumulative distribution function
ccdf	Conditional cumulative distribution function
RF	Random function
RV	Random variable
SGS	Sequential Gaussian Simulation
SMU	Selecting mining units
LOM	Life of Mine
VPL	Net Present Value
IP	Integer Programming
MIP	Mixed Integer Programming
LOM	Life of Mine
REM	Strip Ratio

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Meta da dissertação	24
1.2	Objetivos específicos da dissertação.	24
1.3	Metodologia	24
1.4	Organização da dissertação	25
2	SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE INCERTEZA	27
2.1	Variáveis Regionalizadas	28
2.2	Estacionaridade	29
2.3	Modelo de Incerteza	29
2.4	Medida de Incerteza	29
2.4.1	Variância Condicional	29
2.4.2	Coeficiente de Variação	30
2.4.3	Intervalo de probabilidade ou de confiança	30
2.4.4	Intervalo entre quartis	31
2.5	Função Aleatória Gaussiana	31
2.5.1	Transformação Gaussiana	31
2.6	Métodos da Simulação Estocástica	32
2.7	Simulação Sequencial	35
2.8	Simulação por Bandas Rotativas	36
2.9	Mudança de Suporte	38
2.10	Comentários Finais	39
3	PLANEJAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO	41
3.1	Otimização de Cava	42
3.2	Cava Final	43
3.3	Definição de Fases de Lavra ou <i>Pushback</i>	44
3.4	Sequenciamento de Lavra	44
3.4.1	Sequenciamento de blocos	46
3.5	Alcances de Modelos de Longo Prazo para Planejamento de Curto Prazo	47
3.6	Atualização de Modelos de Longo, Médio e Curto Prazo	47
3.7	Algoritmo Proposto Para Sequenciamento de Lavra de Curto Prazo em Função da distribuição de Teor	48
3.7.1	Algoritmo <i>Union – Find</i>	48
3.7.2	Resíduos Quadrados	48

3.7.3	Algoritmo Genético	49
3.8	Plug-in	50
3.9	Comentários Finais	51
4	INCERTEZA DOS TEORES NO DEPÓSITO	53
4.1	Introdução	53
4.1.1	Análise Exploratório dos Dados	53
4.1.1.1	Estatística Univariada e Desagrupamento dos Dados	55
4.1.2	Transformação Gaussiana	60
4.1.3	Continuidade Espacial	62
4.1.4	Geração dos Modelos Simulados	66
4.1.5	Validação das Simulações	68
4.2	Comentários Finais	73
5	SEQUENCIAMENTO DE BLOCOS POR ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES EM MODELOS SIMULADOS	75
5.1	Estudo de Caso	75
5.1.1	Modelos Gerados a partir do E-type	77
5.1.2	Validação	81
5.2	Descrição da Incerteza	83
5.3	Comentários Finais	87
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	89
6.1	Conclusões	89
6.2	Recomendações e Trabalhos Futuros	90
	REFERÊNCIAS	91
	APÊNDICES	95
	APÊNDICE A – ALGORITMO EM LINGUAGEM PYTHON QUE SELECIONA E SEQUENCIA BLOCOS PROCURANDO A ESTACIONARIDADE DOS TEORES EM FUNÇÃO DE SUA DISTRIBUIÇÃO (ALGORITHM IN PYTHON LANGUAGE THAT SELECT AND SEQUENCES BLOCKS SEARCHING THE STATIONARY OF GRADE IN FUNCTION OF THEIR DISTRIBUTION)	97

1 Introdução

A sequência de extração dos blocos, obtido pelo planejamento de lavra de longo prazo, realizado com estimativas baseadas apenas em furos de sondagem (procedimento de maior precisão e custo), pode ser insuficiente para obter resultados confiáveis em períodos de tempo e em escalas de produção pequenas (1 mês de produção por exemplo). Já no planejamento de curto prazo em mineração a céu aberto, geralmente, ocorre uma reavaliação dos teores dos blocos, estimados por métodos geoestatísticos, utilizando dados obtidos de malhas adensadas na etapa de quasi-produção, proveniente de métodos de amostragem como canaletas, trincheiras ou pó de perfuratriz de furos de desmonte de rocha.

Utilizando dessa informação de curto prazo, ao invés de utilizar um algoritmo de otimização de cava (VPL – Valor Presente Líquido), o comum é desenhar polígonos de minério exposto e liberado, em volumes que possam satisfazer as necessidades da planta de beneficiamento e as demandas de produção. Ainda, leva-se em conta os fatores restritivos associados à etapa de lavra, como os operacionais, tecnológicos, ambientais e ainda a incerteza geológica dos corpos minerais.

Como em muitas vezes não há o uso de algoritmos de otimização no planejamento curto prazo, sendo este feito de forma manual, o número de iterações para obter a meta de qualidade do minério (teor do minério e contaminantes dentro de limites estabelecidos) é limitado. Ao realizar planejamento de curto prazo de forma manual, o planejador pode se ver obrigado a não suprir de forma satisfatória a demanda de minério com as características tecnológicas demandadas pela planta de beneficiamento.

Um outro ponto a ser observado, é que mesmo satisfazendo o teor médio de determinado período (semana ou mês), é possível que ocorra grandes flutuações dos teores, levando a uma queda de rendimento da planta de beneficiamento. Normalmente, isso pode provocar problemas com a planta de beneficiamento, devido a alta variabilidade dos teores entre os avanços de lavra (polígonos) o que causa maiores custos nos processos de tratamento do minério.

Desta forma (RIBEIRO et al., 2007) sugeriam uma alternativa. Utilizar um algoritmo que use como referência a função de distribuição de probabilidades dos teores globais do minério, buscando reproduzir essa distribuição em cada polígono de avanço de lavra. Note que, os polígonos são subconjuntos do minério global. Contemplando também que modelos construídos pelas técnicas de estimativa não consideram a incerteza associada ao parâmetro de estudo, fornecendo um mapa que mascara a real variabilidade associada ao atributo, (GOOVAERTS, 1997; PERONI, 2002).

Neste contexto, além de abordar uma estratégia para entregar uma solução simples, operacional e rápida ao problema de variabilidade do teor no modelo estimado, desenvolveu-se um algoritmo que estacionariza a variabilidade na sequência nos blocos dos polígonos. Será utilizado a simulação geoestatística para analisar a incerteza geológica dos modelos simulados e sua influência na formação dos polígonos. A proposta é a sua utilização no planejamento de curto prazo de minas da céu abeto.

1.1 Meta da dissertação

A meta deste estudo é desenvolver um algoritmo para planejamento do curto prazo em mineração a céu aberto, que gere polígonos com blocos sequenciais que possuam a mínima variabilidade possível, que seja ágil e automática, respeitando parâmetros operacionais, e estudando o comportamento da incerteza geológica, através da simulação geoestatística, usando o algoritmo desenvolvido como uma função de transferência.

1.2 Objetivos específicos da dissertação.

Esta dissertação vai atingir seus objetivos específicos cumprindo os seguintes itens:

1. Desenvolver em linguagem de programação *Python* um algoritmo estocástico funcional no software geoestatístico *AR2GeMS*, através de um *plug-in*, que otimize os polígonos no planejamento de curto prazo, sequenciando a ordem de extração do material na frente de lavra.
2. Avaliar a simulação geoestatística, para obter a diferentes cenários e assim poder estudar a implicação da incerteza geológica no planejamento de curto prazo.

1.3 Metodologia

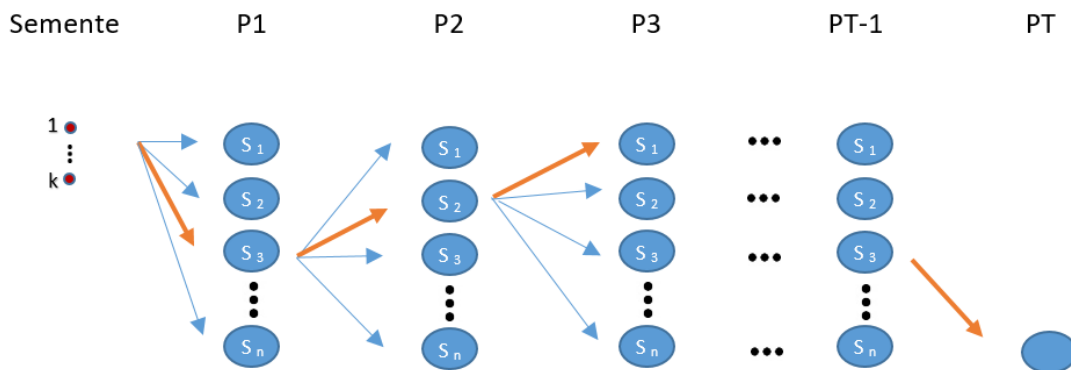
A partir de uma base de dados de um modelo de curto prazo de determinado período, e uma envoltória englobando esses dados (ou modelo casca), gera-se múltiplas realizações equiprováveis (simulações geoestatísticas) e calcula-se o E-type (média dos modelos gerados), para ser usado como referência. Utilizando o E-type como referência, procura-se garantir um controle de qualidade do material que alimenta a usina de beneficiamento (nesse caso, teor médio constante), que será lavrado, separando-se os blocos em minérios e estéril. Por fim, é realizada uma definição do ponto inicial de lavra (ou múltiplos pontos), de onde partirá uma sequência de lavra dos blocos de forma aleatória, respeitando parâmetros de lavra e tendo um número pré-determinado de blocos.

Um conjunto de cenários com o mesmo ponto de início, e mesmo número de elementos são gerados, seguindo caminhos aleatórios diferentes. Os cenários são submetidos a parâmetros de escolha (equações fitness), só escolhendo o cenário que melhor atenda as definições de qualidade do material proveniente da mina, e descartando os cenários restantes. Assim obtemos a população de blocos do primeiro polígono.

A população de blocos de minérios é atualizada realizando a primeira sequencia de lavra. Assim, é inicializado um novo grupo de cenários para a definição do segundo polígono, desde o último bloco lavrado do primeiro polígono, escolhendo o saque mais apto e descartando o resto dos cenários. Todo o processo é repetido até que se selecione todos os blocos minérios adjacentes, obtendo as sequencias representadas pelos melhores cenários.

Todos os modelos simulados com dados de curto prazo são submetidos ao mesmo processo (função de transferência), e os polígonos de cada modelo são estudados e comparados com o modelo referência (E-Type), mostrando assim a incerteza geológica. A [Figura 1](#), ilustra o processo de erosão, considerando os caminhos randômicos, onde as sementes estão simbolizadas por k valores. P1, P2, P3..., PT-1, PT representam os avanços ou saques. S1, S2, S3, ..., Sn representam os cenários gerados para cada avanço. Para o saque P1, foi selecionado o cenário S3 como o cenário ótimo. Continuando o processo em P2, e assim por diante. A linha laranja representa o melhor caminho procurado pelo algoritmo.

Figura 1 – Esquema de sequenciamento dos polígonos.



1.4 Organização da dissertação

Os capítulos seguintes dessa dissertação estão estruturados da seguinte maneira:

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica da simulação geoestatística, e a incerteza geológica do modelo de teores.

O capítulo 3 apresenta as técnicas para planejamento para céu aberto, cavas aninhadas e fases como o sequenciamento de blocos. Também apresenta o algoritmo

desenvolvido, os procedimentos para a geração dos polígonos, sequenciamento dos blocos e seleção dos polígonos em função da distribuição de probabilidade dos teores dos blocos contidos.

O capítulo 4 apresenta a incerteza dos teores no depósito.

O capítulo 5 apresenta os resultados do algoritmo como uma função de transferência no estudo de caso, com o propósito de estudar a influência da incerteza geológica usando como modelo padrão o modelo E-type. Este cenário E-type ou krigado usado na indústria é comparado com os cenários equi-prováveis (simulados).

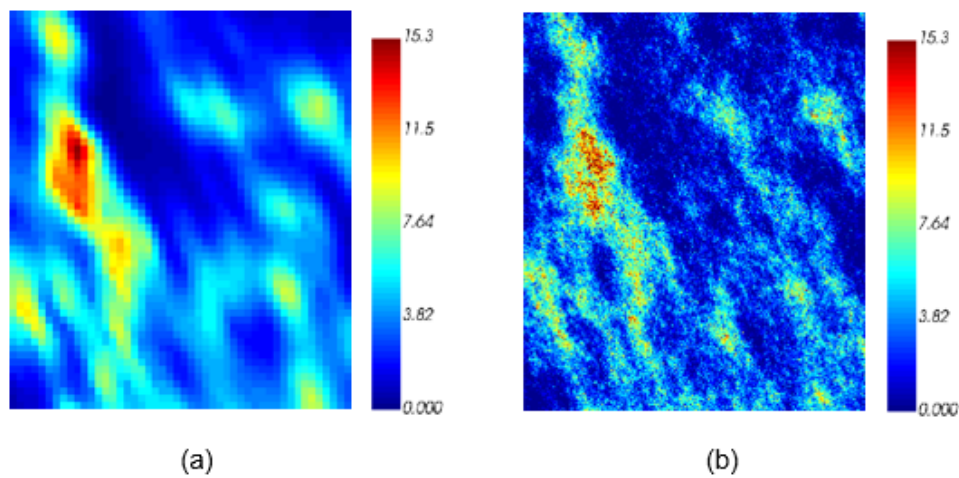
O capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas pelo estudo e recomendações.

2 SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE INCERTEZA

Um dos objetivos desta dissertação é apresentar as incertezas geológicas referentes aos teores de ferro e sílica na formação dos polígonos de minério de curto prazo. Para poder atingir a meta deste trabalho, é preciso acessar a incerteza local do modelo geológico. Modelos estimados não conseguem acessar a incerteza local (mesmo com métrica do tipo Variância de Krigagem), sendo o ideal utilizar metodologias de simulação. Segundo (DIMITRAKOPOULOS, 1997), modelos simulados fornecem a mesma informação que um modelo de blocos estimado, mas, além disso, também fornece um modelo de conjuntos de incerteza. Um modelo de recurso completo, não deverá incluir apenas uma estimativa do teor, ou mesmo uma estimativa da distribuição, mas também uma avaliação mais detalhada da incerteza e as consequências dessa incerteza.

Sabe-se que os algoritmos de estimativa por combinação linear como a krigagem ordinária também fornecem medidas de incerteza associada por meio da variância da krigagem. Em alguns casos, opta-se por gerar uma distribuição gaussiana centrada no valor estimado e com a variância igual a variância da krigagem como um modelo de incerteza, mas em (GOOVAERTS, 1997) indicam-se as deficiências dessa solução. Sendo que a variância de krigagem não leva em consideração a incerteza dos teores, apenas a disposição da malha amostral e o modelo variográfico. Por outra, parte algoritmos de interpolação tendem a suavizar os valores extremos, subestimando os valores altos e superestimando os valores baixos. O mapa estimado pela krigagem apresenta maior variabilidade em áreas com maior densidade amostral que as áreas com menor densidade amostral, assim mapas krigados podem apresentar estruturas artificiais (GOOVAERTS, 1997) Na Figura 2 compara-se um mapa estimado com um mapa simulado, notando as diferenças visuais entre ambas.

Figura 2 – Comparativa de mapas entre estimativa (a) e simulação (b).



As estimativas da incerteza local não representam a variabilidade de um local para outro. A ideia da simulação é avaliar a incerteza conjunta entre múltiplas realizações, que permitem uma representação mais completa da incerteza dos atributos associados aos blocos e a incerteza entre um conjunto de blocos (ROSSI; DEUTSCH, 2013).

O modelo de incerteza também fornece ferramentas para as análises de risco, quando se aplica a esses modelos alguma função de transferência. Neste trabalho, foi usada a função de transferência que mede a semelhança da distribuição de probabilidade, associando os blocos em polígonos com distribuição similar ao modelo de referência. A simulação geoestatística condicional tornou-se popular como ferramenta que fornecem modelos de incerteza em diferentes etapas de um projeto de mineração. Também, pode ser usada como ferramenta de controle de teor nas operações diárias para analisar o risco (ROSSI, 1999). Segundo (ROSSI; DEUTSCH, 2013), devido ao avanço da tecnologia, hoje é possível obter resultados dos modelos simulados em um prazo menor de tempo, em comparação a décadas passadas, sendo possível usar as aplicações para o planejamento de curto prazo, como é no caso desse estudo. A seguir são expostos vários conceitos relacionados à simulação geoestatística:

2.1 Variáveis Regionalizadas

Uma variável aleatória regionalizada é aquela que associa um conjunto de valores possíveis (espaço amostral) e um dado suporte (posicionamento e geometria) a um valor de probabilidade. A função de distribuição conjunta de todas as variáveis aleatórias regionalizadas dentro do domínio, forma a função aleatória do fenômeno. Esta pode ser decomposta em um valor de tendência e de resíduo.

2.2 Estacionaridade

As hipóteses de estacionaridade são fundamentais para o uso das técnicas geoestatísticas. A estacionaridade intrínseca, fundamental para o modelo, é reconhecida por invariância de translação, e determina que a esperança dos desvios das variáveis aleatórias regionalizadas depende unicamente do vetor de distâncias associadas a elas. A hipótese de estacionaridade de segunda ordem delimita que a média e a variância da função aleatória são constantes ao longo do domínio. Modificado de (ARMSTRONG, 1998).

2.3 Modelo de Incerteza

Segundo (ROSSI; DEUTSCH, 2013), as estimativas possuem um erro ou incerteza associada. As previsões sempre têm erros, devido a uma série de fatores como: espaçamento dos dados, variabilidade geológica, falta de conhecimento para a determinação de parâmetros da estimativa, aproximações feitas em processos de estimativa, e limitações dos modelos usados. O erro pode não ser conhecido ou eliminado (exceto nos locais onde os dados serão coletados no futuro), mas pode ser gerenciado e minimizado.

2.4 Medida de Incerteza

Os processos aleatórios achados por meio de realizações de variáveis randômicas (RV) são considerados modelos probabilísticos. As variáveis randômicas são variáveis cujos valores são gerados randomicamente através de algum mecanismo aleatório (ISAACS; SRIVASTAVA R, 1989). Precisa-se uma estatística para quantificação da incerteza associada a valores de uma distribuição de probabilidades que serão descritas no que segue:

2.4.1 Variância Condicional

A variância condicional $\sigma^2(u)$ mede o espalhamento dos valores de uma função de distribuição condicional (*cdf*) para valores de um atributo z em um local u . Por exemplo, a $\sigma^2(u)$ da condicional *cdf* mede o espalhamento em torno do valor médio dessa distribuição (GOOVAERTS, 1997).

$$\sigma^2(u) = \sum_{k=1}^{K+1} [\bar{z}_k - z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; z_k) - F(u; z_{k-1})] \quad (2.1)$$

Onde:

- $z_k, k = 1, \dots, k$, são K valores *threshold* discretizando o intervalo de variação dos z -valores;

- \bar{z}_k é a média da classe $(z_{k-1}, z_k]$ que no caso de estimativa linear intraclasse corresponde à: $\bar{z}_k = (z_{k-1} + z_k)/2$;
- $z_E^*(u)$ é o valor esperado da *cdf* aproximado por uma soma discreta:

$$z_E^*(u) = \sum_{k=1}^{K+1} \bar{z}_k \cdot [F(u; z_k) - F(u; z_{k-1})] \quad (2.2)$$

- $F(u; z)$ é uma função de valores de teores z para uma determinada localização u .

2.4.2 Coeficiente de Variação

O coeficiente de variação é o quociente da entre o desvio padrão da amostra, pela sua média aritmética.

$$CV(u) = \frac{\sqrt{\sigma^2(u)}}{z_E^*(u)} \quad (2.3)$$

Onde:

- $CV(u)$ é o coeficiente de variação para distribuição os z valores em um local u ;
- $\sigma^2(u)$ é a variância condicional para distribuição dos valores de z em um local u ;
- $z_E^*(u)$ é a média aritmética da distribuição para valores de z em um local u .

Mediante o uso do coeficiente de variação se pode verificar o grau de representatividade da média relativo ao conjunto de dados. Usa-se para comparar a variabilidade de grupos de dados com ordem de magnitude e com unidades de medidas distintas (DIEDRICH, 2012).

2.4.3 Intervalo de probabilidade ou de confiança

Proporciona a probabilidade do valor z , em um local u , estar em um certo intervalo $(a, b]$, definido como intervalo de probabilidade ou intervalo de confiança. Modificado de (GOOVAERTS, 1997), se calcula esse intervalo usando:

$$Prob\{z(u) \in (a, b] | (n)\} = F(u; b | (n)) - F(u; a | (n)) \quad (2.4)$$

Onde:

- $Prob\{z(u) \in (a, b] | (n)\}$ é a probabilidade de z estar entre $(a, b]$;
- $F(u; b | (n))$ é a probabilidade do valor z no local u ser menor ou igual a b ;
- $F(u; a | (n))$ é a probabilidade do valor z no local u ser menor ou igual a a .

2.4.4 Intervalo entre quartis

O intervalo entre quantil (IEQ) para a distribuição de valores de um atributo Z , em um local u , é definido pela diferença entre o quartil (q_i) superior e quartil inferior, sendo i o valor do quantil da distribuição. Segundo (ISAACS; SRIVASTAVA R, 1989), o IEQ é menos sensível aos valores extremos. A Equação 2.5 apresenta a relação matemática para obter IEQ.

$$IEQ_{(u)} = q_{(0.75)} - q_{(0.25)} = F^{-1}(u; 0.75) - F^{-1}(u; 0.25) \quad (2.5)$$

Onde:

- $IEQ_{(u)}$ é o intervalo de confiança em um local u ;
- $q_{(0.75)}$ é quantil superior (0.75);
- $q_{(0.25)}$ é quantil inferior (0.25).

2.5 Função Aleatória Gaussiana

Uma função aleatória estacionária é gaussiana se todas suas N-dimensionais distribuições são normais. Se $Y(u)$ é estritamente estacionária e ergódica gaussiana, então $Y(u)$ é exclusivamente definida pela sua média m e sua função de covariância $C(h)$. A ccdf de qualquer RV $Y(u_i)$ dado um conjunto de dados $y(u_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n$ é uma distribuição gaussiana com valor esperado, covariância e variância dada por:

$$E\{(u_i)\} = m = 0 \quad (2.6)$$

$$E\{(u_i)|Y(u_\alpha)\} - m^2 = C(u_\alpha, u_i) \quad (2.7)$$

$$Var\{Y(u_i)\} = \sigma^2 = 1 \quad (2.8)$$

O valor de m pode ser determinado pelo sistema de krigagem, simples, ver página 266 (GOOVAERTS, 1997).

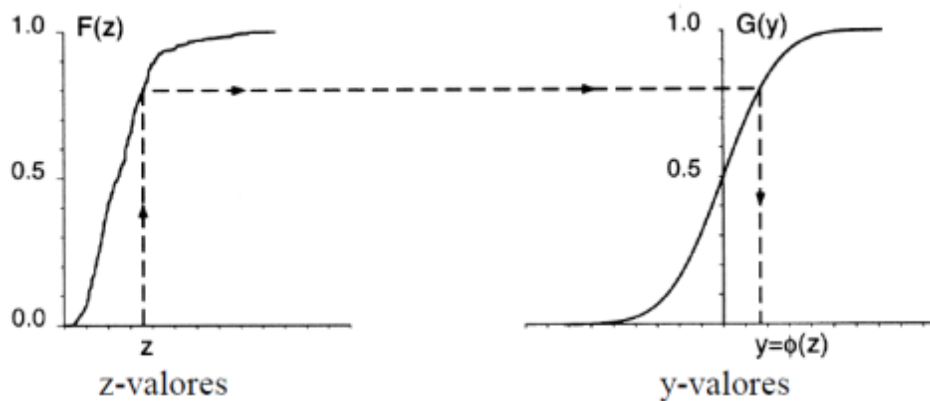
2.5.1 Transformação Gaussiana

Para poder usar os dados originais na simulação por bandas rotativas, é preciso antes transformá-los em uma distribuição normal padrão. O processo de normalização da distribuição amostral é realizado com um auxílio da uma transformação gerada a partir de uma função monotônica crescente, $\phi(\cdot)$, que pode ser derivada graficamente como mostra

a [Figura 3](#) e referida pela [Equação 2.9](#). Nessa figura, os valores que correspondem aos valores normais correspondentes de mesma probabilidade. Os dados originais, z-valores, são transformados em y-valores: $y(u_\alpha) = \phi[z(u_\alpha)]$, $\alpha = 1 \dots n$ ([GOOVAERTS, 1997](#))

O modelo precisa que os dados possuam uma distribuição Gaussiana, a maioria das variáveis nas ciências da terra possuem dados com distribuição assimétrica com valores extremos (assimetria positiva), é assim que se gera a necessidade de transformar os dados originais ao espaço normal. ([GOOVAERTS, 1997](#)).

Figura 3 – Processo gráfico de transformação de uma distribuição acumulada dos dados originais z-valores em uma distribuição normal estandardizada de y-valores



Fonte: Modificado de ([GOOVAERTS, 1997](#))

$$Y(u) = \phi(z(u)) = G^{-1}[F(z(u))] \quad (2.9)$$

Onde:

- $z(u)$ é a variável randômica que representa os z-valores;
- $Y(u)$ é a variável regionalizada que representa os y-valores;
- ϕ é a função de transformação;
- G^{-1} é a distribuição gaussiana inversa da função randômica $Y(u)$.

2.6 Métodos da Simulação Estocástica

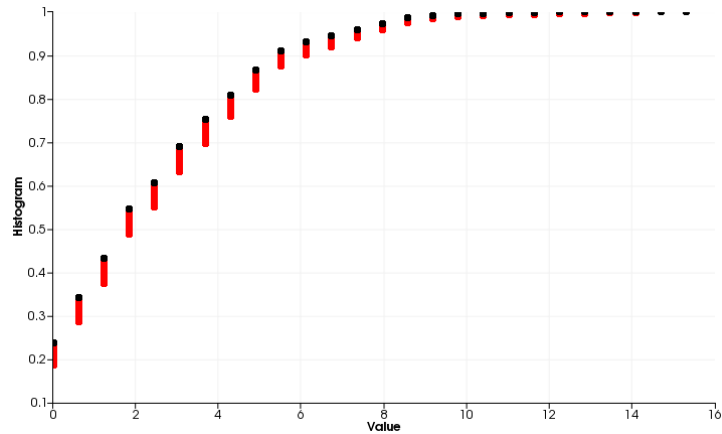
São procedimentos que envolvem a geração de números pseudoaleatórios, com as características do fenômeno a ser estudado, com o objetivo de explorar o espaço da incerteza de um fenômeno da variável de estudo.

Na engenharia de minas, podem ser usados em diferentes áreas, como cálculo de frota de caminhões, estabilidade de taludes, etc., simulando alguma realidade que seja inacessível. No entanto, é preciso ter em conta as restrições do modelo e dos parâmetros envolvidos no estudo.

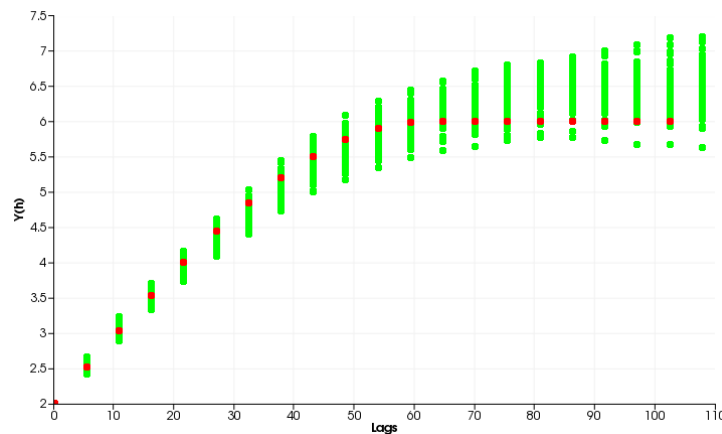
Com a simulação geoestatística pode-se gerar múltiplos cenários. Esses cenários podem ser utilizados para a análise da incerteza associada aos valores de uma função de transferência. Também pode-se acessar a incerteza local sobre os valores de um atributo. Isso significa que em um local específico não se tem um único valor, porque pode-se gerar várias realizações com diferentes valores. Ainda estes valores deverão preservar a continuidade espacial dos dados originais. Além disso, cada dado simulado tem relação com a distribuição da probabilidade original.

Os histogramas e variogramas de cada realização ou simulação não são idênticos ao histograma e variograma dos dados originais, mas apresentam as mesmas características. Flutuações são observadas para as funções de distribuição de probabilidade acumulada, e para os correspondentes semivariogramas. Tais discrepâncias entre as realizações e o modelo estatístico são referidas como flutuações ergódicas.(GOOVAERTS, 1997). O mesmo autor também expõe que quando os dados não são representativos da população pelo número insuficiente de amostras, ou por estarem agrupados, as flutuações ergódicas permitem que a incerteza a respeito da estatística dos dados originais seja considerada.

Figura 4 – (a) Histogramas acumulados das simulações em vermelho, em preto dos dados imputados (b) Variogramas das simulações em verde, em vermelho dos dados imputados.



(a)



(b)

Na [Figura 4](#) (a), apresenta-se os histogramas acumulados de dados simulados em pontos vermelhos e em pontos pretos o histograma dos dados originais, (b) em pontos verdes correspondem a variogramas dos modelos simulados e os pontos vermelhos apresentam a variograma dos dados originais, em ambas figuras pode-se observar as flutuações ergódicas.

As flutuações podem ser influenciadas pelo número de dados. No caso de haver maior quantidade de dados amostrais originais para realizar as simulações, as flutuações ergódicas seriam menores. Também, as flutuações possuem relação com os parâmetros do variograma como efeito pepita, alcance. Há também relação com tamanho da área a ser simulada ([KOPPE, 2009](#)). Um variograma com grande alcance em comparação ao tamanho do *grid* a ser simulado produz flutuações ergódicas significativas.

2.7 Simulação Sequencial

A simulação sequencial faz a simulação em cada local (u) condicionada aos valores dos dados originais para o atributo de interesse e aos valores simulados previamente em outros nós de um grid no entorno de u . Em um primeiro local a ser simulado, é construída uma distribuição de probabilidade acumulada para valores do atributo em estudo. Essa distribuição é condicionada aos valores dos dados originais. Sorteia-se então, um valor dessa distribuição, que corresponde ao valor simulado para esse primeiro local.

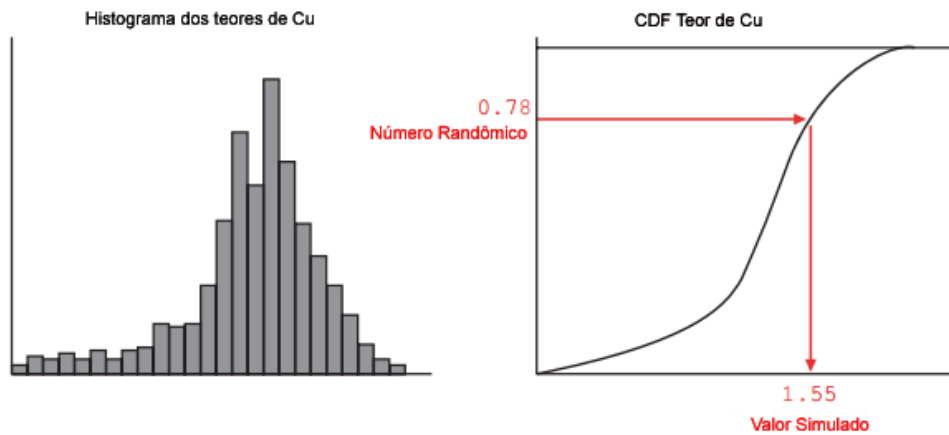
No segundo local a ser simulado, é construída novamente uma distribuição acumulada para valores do atributo. Essa distribuição é construída condicionada aos valores dos dados originais e ao valor simulado anteriormente. Sorteia-se então, um valor dessa distribuição, que corresponde ao valor simulado desse segundo local. A simulação dos próximos locais ocorre da mesma maneira, em cada local a ser simulado, uma distribuição acumulada é construída condicionada aos valores dos dados originais e os valores previamente simulados. Um valor é sorteado dessa distribuição, esse valor corresponde ao valor simulado para aquele local. (KOPPE, 2009). A distribuição acumulada condicional (*ccdf*), tem como valores as probabilidades acumuladas dos valores de um atributo z em um dado local, condicionadas aos dados originais e aos valores simulados.

(GOOVAERTS, 1997) expressa que os algoritmos da simulação sequencial garantem a reprodução do modelo de continuidade espacial, obtido dos dados originais, devido ao condicionamento de cada distribuição acumulada pelos dados previamente simulados, além do condicionamento dos dados originais.

A técnica de simulação de Monte Carlo é utilizada para obter valores simulados das estimativas da distribuição condicional para cada ponto. O número randômico entre 0 e 1 e o valor simulado é obtido a partir dos quantis associados na distribuição acumulada estimada.

A Figura 5 mostra o processo de tiragem aleatória de uma distribuição de probabilidade acumulada.

Figura 5 – Esquema de tiragem de um ponto, usando a simulação de Monte Carlo



Fonte: Modificado de (ROSSI; DEUTSCH, 2013)

2.8 Simulação por Bandas Rotativas

O uso de simulação por bandas rotativas focado na geoestatística foi idealizado por (MATHERON, 1973) e desenvolvido por (JOURNEL, 1974). Este método realiza simulações não condicionais ao contrário do SGS. O método permite gerar um grande número de simulações independentes através de linhas concêntricas varrendo o plano ou o espaço.

O método de bandas rotativas gera simulações 2D ou 3D através da sua simplificação em múltiplas simulações 1D independentes, realizadas ao longo de linhas que podem ser rotacionadas no espaço \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 . Este é o único caminho capaz de gerar simulações não condicionais tridimensionais (ROSSI; DEUTSCH, 2013)

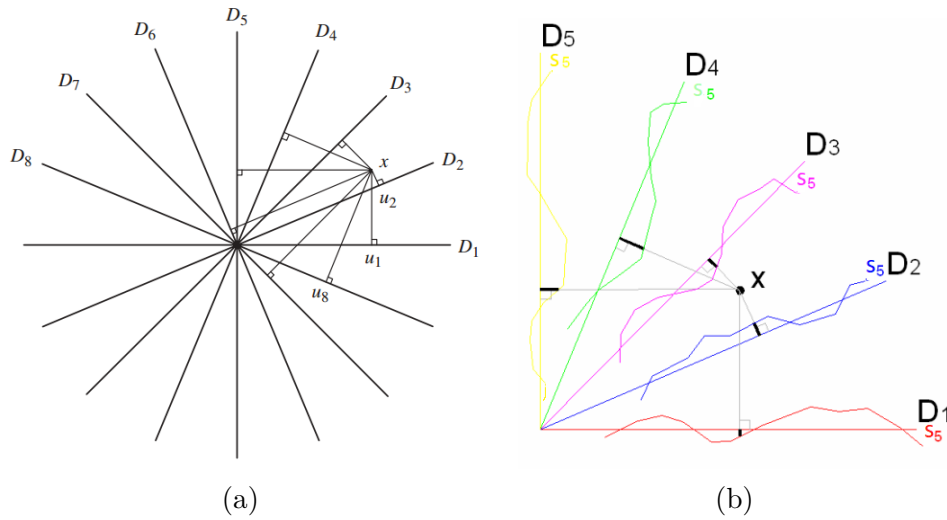
Primeiro é preciso transformar os dados originais para o espaço gaussiano (com variância um e média zero) o método tem dois procedimentos.

- Desenvolver simulações não condicionais em unidades gaussianas nos locais de interesse ou nós de grid, usando o histograma gaussiano e a covariância ou variograma dos dados transformados.
- Na segunda etapa, o modelo obtido por o método de bandas rotativas são é condicionado aos dados originais usando krigagem.

A Figura 6a mostra uma aproximação gráfica do método feito por (CHILES; DELFINER, 1999) que representa as linhas de varredura no plano, etapa que consiste na simulação dos diversos campos aleatórios independentes. O valor da simulação no ponto X do plano é a soma dos valores assumidos nas projeções de X nas diferentes linhas através

das simulações unidimensionais, para o caso 3D as linhas unidimensionais cujas orientações espaciais permeiam a uma esfera unitária em \mathbb{R}^3 .

Figura 6 – Método de construção de bandas rotativas em 2D (a) Rasgunho das linhas unidimensionais com suas projeções ortogonais no ponto X (b) representação da quinta realização e projeção das simulações no ponto X, os campos aleatórios gerados são representados pelas linhas pretas grossas



Fonte: (CHILES; DELFINER, 1999)

Fonte: (SOUZA, 2007)

Pode-se substituir a simulação de um campo aleatório de multidimensional de covariância C_y , pela simulação de um campo unidimensional de covariância C_x , determinando a covariância de C_x associada a uma covariância isotrópica C_y . (MATHERON, 1973; JOURNEL, 1974)

$$C_x(h) = \frac{1}{n_D} \sum_{\tau=1}^{n_D} C_y(\langle h, u_\tau \rangle) \quad (2.10)$$

Onde:

- $C_x(h)$ é a covariância para um par de valores separados por um vetor h , no 3D.
- $C_y(\langle h, u_\tau \rangle)$ é a covariância para um par de valores em 1D, separados pela projeção de um vetor h na τ -sima linha que divide o espaço.
- n_D é o número total de linhas que divide o espaço.

Para a realização de um campo simulado em um ponto x , a simulação sobre x está definida pela Equação 2.11

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{n_D}} \sum_{\tau=1}^{n_D} S_\tau(s_\tau) \quad (2.11)$$

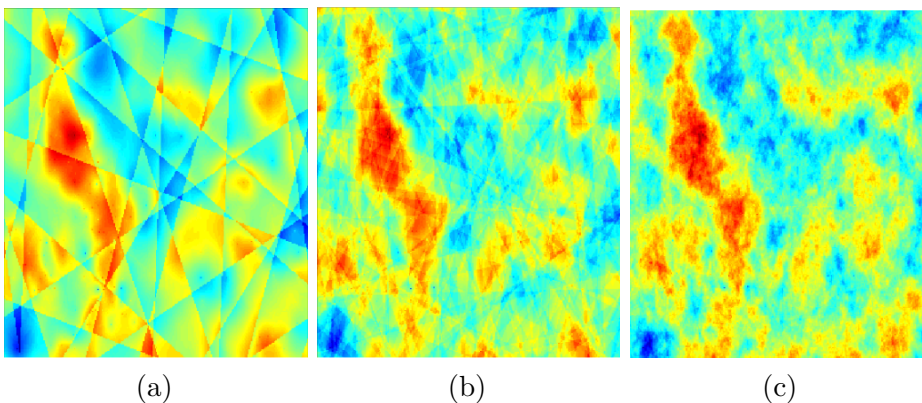
Onde:

- $S(x)$ é o ponto simulado S no local x (espaço 3D);
- $S_\tau(s_\tau)$ é o ponto simulado S_τ da projeção ortogonal s_τ na τ -ésima linha;
- n_D é o número total de linhas que dividem o espaço.

A próxima etapa será o condicionamento dos dados somando a estimativa de krigagem, condicionada aos dados, com o mapa residual obtido através de subtração de valores interpolados não condicionais com os valores estimados condicionados aos valores simulados não condicionais aos valores dados, e finalmente a retro-transformação dos dados normais para o espaço original.

Um dos parâmetros essenciais é o número de bandas o que garantirá a qualidade das simulações, como demonstra a [Figura 7](#).

Figura 7 – Mapa simulado por o método de bandas rotativas (a) 10 bandas (b) 100 bandas (c) 1000 bandas



2.9 Mudança de Suporte

A unidade seletiva de lavra (SMUs), são as dimensões utilizadas no planejamento de lavra ([JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978](#)). A dimensão dos SMUs está estreitamente ligada à dimensão dos equipamentos de lavra. A simulação geoestatística deve ser realizada em suporte pontual. Entretanto, para aplicar essas simulações ao planejamento de lavra, é necessário realizar uma mudança de suporte. Para cada realização, valor do bloco corresponde a média dos valores simulados nos pontos que subdividem o bloco correspondente.

A variância de dispersão dos valores dos blocos deve ser menor que a variância da distribuição dos pontos simulados ([JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978](#)) pode-se calcular a

variância da distribuição usando a [Equação 2.12](#)

$$\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right) = \sigma^2\left(\frac{B}{A}\right) + \sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right) \quad (2.12)$$

Onde:

- $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right)$ é a variância dos pontos (\cdot) em todo depósito (A);
- $\sigma^2\left(\frac{B}{A}\right)$ é a variância dos blocos (B) em todo depósito (A);
- $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right)$ é a variância dos pontos (\cdot) dentro de cada bloco (B).

Menciona-se que a variância dos pontos dentro do bloco $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right)$, aproximada pela variância dos dados amostrais, e a variância dos pontos dentro do bloco $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right)$ pode se conseguir considerando o modelo de continuidade espacial para os valores do atributo e número de pontos dentro de cada bloco (B). Assim, pode-se encontrar toda a variância do depósito $\sigma^2\left(\frac{B}{A}\right)$ ([JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978](#)).

É importante mencionar ([KOPPE, 2009](#)), a variância da distribuição dos blocos ao longo do depósito deve ser reproduzida nos cenários simulado. Assim, a média dos pontos simulados dentro do bloco é considerada representativa do valor do bloco e o número de nós simulados dentro de cada bloco é considerado suficiente.

2.10 Comentários Finais

Neste capítulo, foram apresentadas as teorias relacionadas à simulação geoestatística que serão utilizadas para a geração dos modelos simulados tendo objetivo de acessar a incerteza geológica do depósito. É importante mencionar que o algoritmo, usado pelo método de simulação por bandas rotativas, requer menor tempo computacional para gerar resultados, sendo esse o motivo de usar essa técnica para avaliar o depósito.

3 PLANEJAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO

A definição da palavra planificação, dentro de qualquer contexto, significa organizar uma empresa de acordo com um plano determinado. Dentro do mundo da mineração em geral, o conceito atinge maior complexidade devido aos fatores operativos, administrativos, estratégicos. A definição do corpo mineral e seus limites são atividades de maior complexidade. Atualmente, o método principal utilizado é a representação dos corpos geológicos por um modelo de blocos (KIM, 1978) que divide-o em pequenos blocos teóricos. Segundo (HALATCHEV, 2002), a programação de uma sequência otimizada de produção no processo de lavra depende das características geológicas do depósito, condições de lavra, tecnologias de processamento e parâmetros econômicos associados ao espaço e tempo. Tendo o modelo de blocos, surge a necessidade de decidir-se qual bloco será lavrado ou não. Se o bloco for lavrado, ainda resta uma série de decisões, como o destino final e a sequência de lavra.

A [Figura 8](#) apresenta um esquema geral de planificação a céu aberto

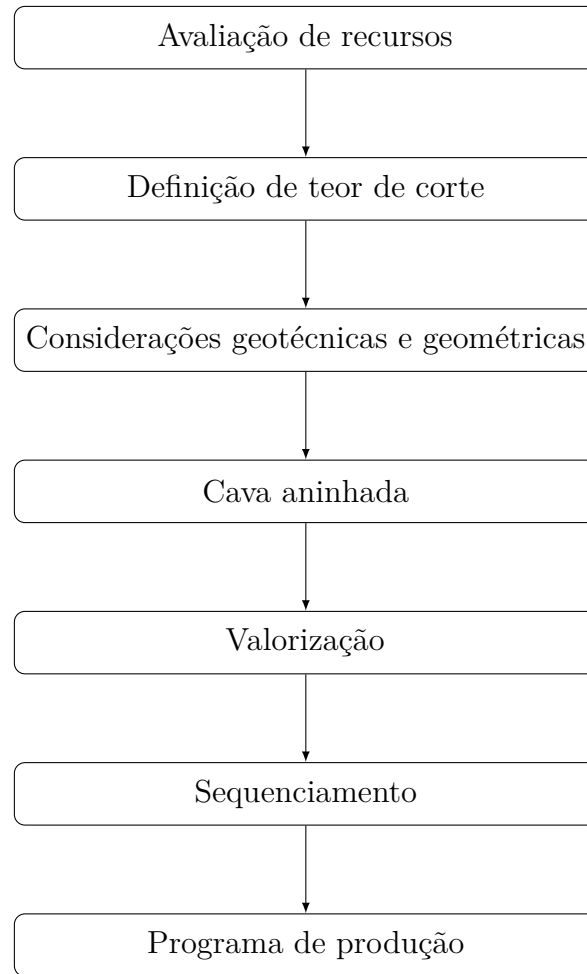


Figura 8 – Esquema geral da planificação a céu aberto

3.1 Otimização de Cava

A chamada otimização de cava procura a maximização do lucro, através do maior valor presente líquido (VPL) de forma matemática. Calculado como o valor acumulado de todo o material minério e estéril dentro dos limites da cava. (PERONI, 2002) define que o ótimo seria a configuração resultante de um algoritmo que apresentasse máxima lucratividade, maior valor presente líquido e maior aproveitamento dos recursos minerais.

Os algoritmos que estão dentro dessa concepção são a técnica dos cones flutuantes (CARLSON et al., 1966), algoritmo de Lerchs-Grossmann (LERCHS; GROSSMANN, 1965), algoritmo de Kim (KIM, 1978), entre os de maior difusão. O esboço da cava otimizada dependerá necessariamente de variáveis de decisão e restrições geométricas (ângulo de talude e espaço físico - limites de direitos minerários) que devem ser obedecidas para que haja a cava no processo de otimização matemática (DIEDRICH, 2012).

O procedimento mais difundido para produzir os limites da cava final é o algoritmo de Lerchs - Grossmann (LERCHS; GROSSMANN, 1965). Para achar as cavas aninhadas (*nested pit*) usa-se uma implementação do Lerchs - Grossmann desenvolvida por (WHIT-

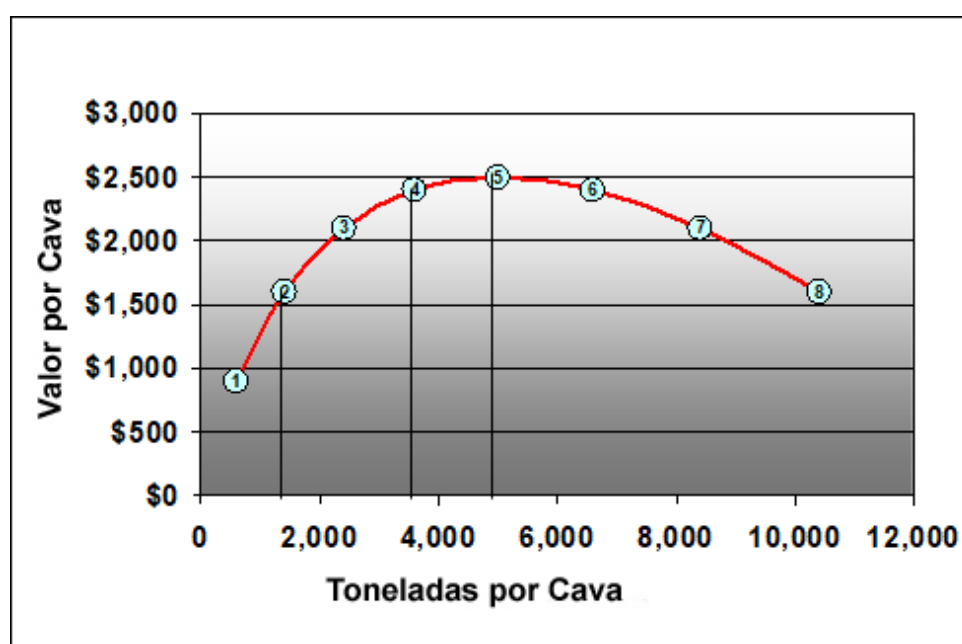
TLE, 1999) onde técnicas heurísticas são usadas para incorporar descontos e design de *pushback*. (ZHAO, 1992) desenvolveu um algoritmo em 3D baseado em aproximações do algoritmo de Lechs-Grossmann foi o primeiro a produzir uma cava final para uma mina de grande porte em um tempo de processamento razoável. Este método coloca a cava final em um contexto de teoria de grafos, onde cada nó representa um bloco dentro do modelo de blocos do corpo mineral (MEAGHER; DIMITRAKOPOULOS; AVIS, 2014).

3.2 Cava Final

Uma cava calculada com um conjunto de valores fixos se tornara obsoleta com o passar do tempo, quando os custos e commodities sofrerem mudanças. Para acomodar as mudanças nos valores dos blocos, a análise dos limites da cava é praticada. Nessa análise, os parâmetros econômicos são sistematicamente modificados, um de cada vez, e uma cava final é projetada após cada mudança. Tem-se então uma série de cavas onde cada uma possui seu próprio potencial de ser minerada, sob condições econômicas específicas. De fato, a análise de projetos de cava nada mais é do que uma parametrização respeitando os parâmetros econômicos. (WANG; SEVIM, 1995)

A Figura 9 representa as diferentes alternativas de cavas finais, em função de quantidade de toneladas e retorno econômico.

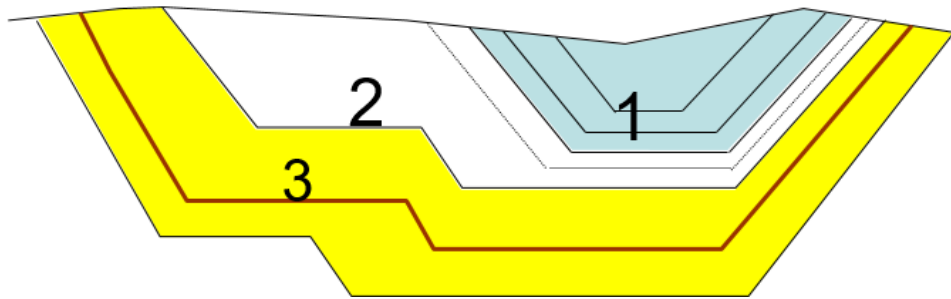
Figura 9 – Curva de cavas finais



3.3 Definição de Fases de Lavra ou *Pushback*

Fases são agrupamentos de blocos lavráveis. O design de pushback é usado como guia de sequência para a extração de um corpo mineral, desde um ponto inicial de lavra até um ponto final. Assim, as fases são importantes para a programação da vida mina (LOM), porque subdivide a cava em unidades de cavas individuais, com um próprio ritmo de extração, que quando extraídas, controlam a relação estéril e minério (REM). Assim, podem auxiliar os objetivos da produção, fornecendo uma largura mínima de lavra para garantir os acessos e mobilidade dos equipamentos, e assegurar um talude seguro. Modificado de (CONSUEGRA; DIMITRAKOPOULOS, 2010), a Figura 10 apresenta uma seção de um *pit* com o esboço das fases de uma cava final, cada número representa uma fase com características de lavra deferentes.

Figura 10 – Sequência das fases



As fases utilizadas, já foram otimizadas pelo valor presente líquido, deixando espaço para automatizar a sequência dos blocos de minério e agrupá-los em poligonais.

As metodologias tradicionais usadas para o planejamento estratégico separam os processos de programação de produção em dois passos: o primeiro conhecido como fases e o segundo chamado fases de banco, que são programados no tempo, definindo qual material deverá ser tratado como minério, qual como estéril e definir como o minério lavrado será processado (GOYCOOLEA et al., 2015). O estudo proposto neste trabalho focou nas fases de bancadas ou também conhecidas como poligonais.

3.4 Sequenciamento de Lavra

Após a geração dos *pushbacks*, é iniciada a etapa de sequenciamento de lavra, que para uma mina a céu aberto consiste em definir um ordem de extração de blocos ao longo da vida mina (LOM). Tem como objetivo otimizar e balancear a sequência da extração com a Relação Estéril-Minério (REM), estabelecido para cada período com o propósito de obter o máximo VPL, tendo em conta os parâmetros operacionais pré-estabelecidos.

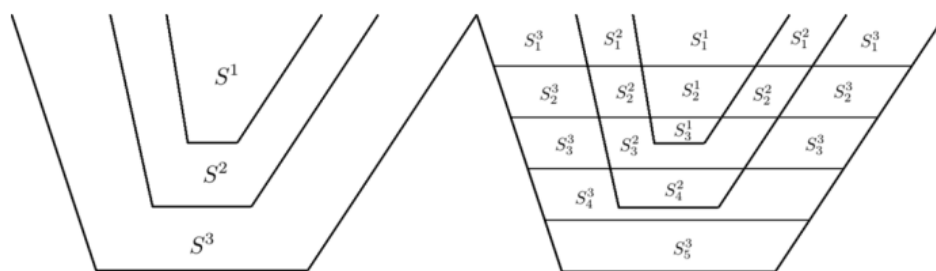
Técnicas convencionais de otimização são utilizadas normalmente para gerar programas de produção sob parâmetros pré-determinados e restrições técnicas, utilizando algoritmos de otimização matemática, que produz agrupamento de cavas correspondentes a vários teores de corte.

Os teores para um depósito mineral são comumente estimados via métodos de interpolação linear (krigagem), e normalmente na indústria da mineração ocorrem significativas diferenças com esses valores relacionados à realidade executada. É improvável que os programas de produção que desconsiderem a incerteza geológica, cumpram as metas consideradas dada a possibilidade dos riscos inerentes (DIEDRICH, 2012).

Entretanto, existem estudos como os de (DIMITRAKOPOULOS; RAMAZAN, 2004) que consideram o risco de não atingir os objetivos de produção causados pela incerteza de teores estimados que levam em conta a quantificação do risco, acessos e mobilidade de equipes, e outros fatores operacionais como *blending*, capacidade de planta, capacidade e produção de mina. Autores como (GODOY; DIMITRAKOPOULOS, 2004) desenvolveram trabalhos procurando a sequência de lavra mais lucrativa durante a LOM, baseando-se na programação do manejo eficiente do minério e estéril, utilizando o grau de incerteza presente.

A Figura 11 apresenta um esboço de três fases e seus correspondentes incrementos para cinco bancadas.

Figura 11 – Fases e bancadas em 2D



Fonte (GOYCOOLEA; MORENO; RIVERA, 2013)

Onde:

- S^1, S^2 e S^3 representa as fases;
- S_1, S_2, S_3, S_4 e S_5 apresentam as bancadas.

3.4.1 Sequenciamento de blocos

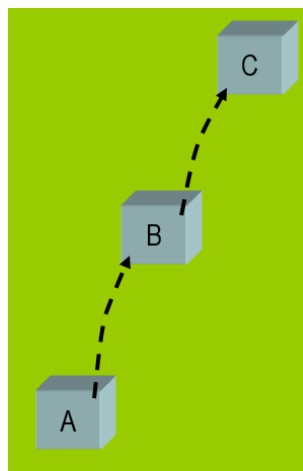
O primeiro esforço em formular um modelo de programação matemática para resolver problemas estratégicos de planejamento a céu aberto parte do trabalho de (JOHNSON, 1968), mas as limitações computacionais não permitiam o uso das técnicas em modelos reais de grande porte. Atualmente, o cenário é diferente e os avanços na área computacional tanto, como em *hardware* e *software*, permitem o desenvolvimento de técnicas para o sequenciamento de blocos.

Trabalhos como os de (GOYCOOLEA; MORENO; RIVERA, 2013) e (GUIMARÃES; MARINHO, 2014) usam a programação inteira (IP), programação inteira mista (MIP) e método híbrido composto por MIP e heurística para programar a sequência de lavra otimizada de um modelo de blocos. Estes algoritmos, são capazes de incluir restrições aditivas (horas de equipamento, distancias de transporte, produções, etc) assim como restrições de homogeneização.

Outros trabalhos como os de (RIBEIRO et al., 2007; TOLEDO; COSTA; MARQUES, 2017) desenvolveram técnicas de sequenciamento de blocos em função da provável distribuição do teor desejada e um sequenciamento operacional dos blocos.

Em função das restrições de erosão, podem-se usar grafos com complexas árvores de decisão, usando os blocos como nós, segundo as necessidades operacionais. É comum usar-se arcos de relação entre blocos. A Figura 12 mostra uma relação simples, um arco desde o bloco A até o bloco B, indica que se A é extraído então B também deve ser extraído. Caso seja o contrário, a relação perde sentido, se B é extraído A não poderia ser. Essas restrições são normalmente usadas para controle de taludes.

Figura 12 – Arco de Blocos



3.5 Alcances de Modelos de Longo Prazo para Planejamento de Curto Prazo

Segundo (ROSSI; DEUTSCH, 2013), quando um estudo de viabilidade é iniciado para um novo projeto de mineração, precisam-se contar com a programação de lavra para estimar futuros fluxos de caixa da lavra. LOM é baseada no modelo de reserva, que por sua vez, convertidos do modelo de recursos. Atualização dos dados do modelo de longo prazo é necessária para melhorar a acurácia para o médio e curto prazo, ainda baixar a incerteza do fluxo de caixa da lavra em curto prazo. Em muitos casos, os modelos de curto prazo são definidos como modelos de controle de teores ou processo diário da seleção de minério e estéril. Também, os modelos desenvolvidos para a seleção do estéril e minério diariamente e semanalmente são frequentemente conhecidos como modelos de controle de teor ou curto prazo.

O modelo de longo prazo é baseado em perfurações amplamente espaçadas, que gradualmente vão sendo preenchidas ao percorrer do avanço do projeto. Também, atualizam-se geralmente, cada ano com dados provenientes de novos furos de perfuratriz. Devido a dinamicidade das operações da mina, o modelo de longo prazo torna-se rapidamente desatualizado. Assim, os modelos de longo prazo são usados para ter-se estimativas globais com acurácia aceitável que são dadas para volumes anuais (1 a 5 anos).

3.6 Atualização de Modelos de Longo, Médio e Curto Prazo

Um dos aspectos mais difíceis nos modelos de curto prazo consiste em atualizar os modelos geológicos e a estimativa de domínios, usando dados da produção. Na prática, os dados de produção podem ser acessíveis, mas algumas vezes não são usados devido a sua baixa qualidade (baixa precisão e acuracidade das informações) e pouco tempo disponível entre a colecta e sua necessidade de uso. Entretanto os dados provenientes dos furos de sondagem possuem uma maior qualidade frente aos dados provenientes dos furos de produção. modificado de (ROSSI; DEUTSCH, 2013).

Para utilizar os dados dos furos de produção na atualização de modelos de médio e curto prazo em partes relevantes do depósito, deve-se garantir que os mesmos não tenham viés significativo comparado aos teores furos de longo prazo.

Existem técnicas que garante o menor impacto possível de dados na estimativa de curto prazo aplicando cokrigagem (incorpora a correlação espacial entre as variáveis por meio da função covariância cruzada) no caso de muitas variáveis, que fornece um estimador não tendencioso o qual minimiza a variância do erro, não sendo necessário que a informação secundária esteja amostrada de forma exaustiva. As amostradas devem ficar dentro de um mesmo domínio espacial e apresentam significativo grau de correlação.

Modificado de (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978).

3.7 Algoritmo Proposto Para Sequenciamento de Lavra de Curto Prazo em Função da distribuição de Teor

Nesta etapa do trabalho foi desenvolvido um algoritmo com a finalidade de sequenciar a lavra dos blocos de minério adjacentes nas bancadas expostas (modelos de curto prazo), gerando diferentes cenários randômicos de blocos de minério (cortes), selecionando o cenário com distribuição dos teores mais próxima à distribuição global (modelo casca). Agendando a produção segundo as necessidades do planejamento de lavra de curto prazo.

É possível escolher um bloco qualquer como ponto inicial de lavra, no mesmo ou diferente nível de lavra, também é possível escolher diferentes pontos iniciais ter um número ou mais pontos iniciais que representam as escavadeiras em operação.

O Algoritmo foi desenvolvido na linguagem de programação *Python* no software geoestatístico A2GeMS, na forma de um plug-in, o código desenvolvido é baseado no algoritmo *UnionFind* aplicado na geração das poligonais (cortes), bem como, em algoritmos genéticos para selecionar a melhor população.

3.7.1 Algoritmo *Union – Find*

(GALLER; FISHER, 1964) Foi quem idealizo que um conjunto disjunto é uma estrutura de dados que considera um conjunto de elementos particionados em vários subconjuntos disjuntos.

O algoritmo *Union – Find* realiza duas operações elementares nesta estrutura de dados formada por blocos de minério e representadas por arranjos de dados, para formar um ou mais subpopulações dentro das bancadas, onde cada subpopulação é inicializada em um ponto inicial semente (frente de lavra), onde será iniciada a sequência de extração dos blocos, com restrições de posicionamento e aderência ao ponto semente, a seleção evita incorporar blocos já selecionados.

- a parte *Find* determina a qual conjunto um determinado elemento pertence. Ainda é útil para determinar se dois elementos estão no mesmo conjunto;
- a parte *Union* agrupa dois conjuntos em um único conjunto.

3.7.2 Resíduos Quadrados

Para garantir que os parâmetros desejados de lavra estão sendo satisfeitos, é realizada uma comparação quantil/quantil usando a distribuição dos teores da população

de blocos de minério (modelo global) e as distribuições de teores dos cenários gerados (iterações) para cada polígono (ou conjunto de polígonos). Medem-se os resíduos quadráticos e escolhe-se a solução que produz o mínimo resíduo quadrático médio. Dessa forma, podemos garantir que a distribuição dos teores da sequência de lavra do curto prazo está mais próxima possível da distribuição dos teores globais do depósito, garantindo a estacionariedade da qualidade do material que alimentará a planta de beneficiamento.

3.7.3 Algoritmo Genético

São chamados assim, pois são inspirados na evolução biológica. Basicamente estes algoritmos codificam uma potencial solução em um simples cromossomo, como uma estrutura de dados e empregando-se operadores de recombinação aplicados de modo a preservar informação crítica. Os algoritmos genéticos são frequentemente considerados como otimizadores de funções, tem-se uma ampla gama de problemas onde os algoritmos genéticos podem ser aplicados (WHITLEY, 1994).

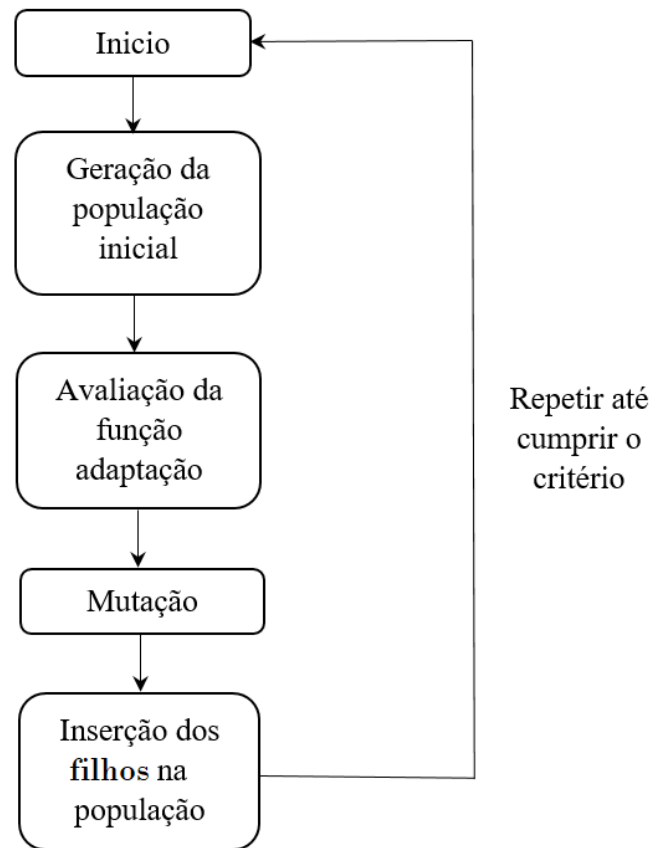
Então o algoritmo desenvolvido faz evoluir uma população aleatoriamente n vezes em condições parecidas que acontecem na biologia (mutações e recombinações genéticas). Onde existe um critério de seleção (distribuição dos teores) que decide a população mais apta sobreviver, e as demais são descartadas. Na engenharia, a população apta pode ser aquela que possua menor erro ou maior lucro dependendo do contexto.

Neste trabalho o algoritmo é adaptado aos requerimentos de planejamento de curto prazo. Selecionando blocos a ser lavrados em função da estacionariedade dos teores, os critérios de seleção dos blocos são:

- aderir blocos adjacentes aos pontos iniciais e selecionar o seguinte bloco de forma aleatória, mantendo o novo elemento aderido ao subconjunto inicializado pela semente;
- gerar n realizações aleatórias da primeira geração (primeiro corte) e selecionar a mais apta descartando as restantes.
- repetir o processo K vezes (número de cortes);
- n será igual para cada corte. Se for o caso, o último corte terá um número de blocos diferentes para atingir o número de blocos total definido.

A [Figura 13](#) apresenta um esquema geral de algoritmo genético, a parte de mutação não é utilizada no algoritmo devido que a função de avaliação mantém-se constante para poder cumprir a estacionarização do teor em função da população global.

Figura 13 – Esquema geral de algoritmos genéticos

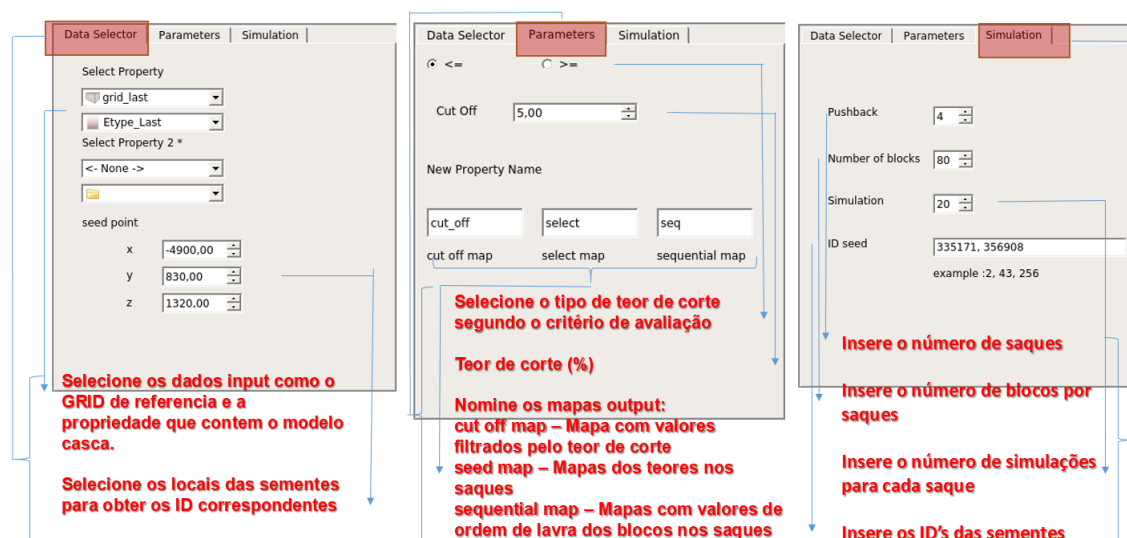


Os algoritmos se encontram no [Apêndice A](#)

3.8 Plug-in

Para controlar os parâmetros de entrada foi desenvolvido um plug-in funcional em Ar2GeMS, tornando a imputação de parâmetros mais agradável ao usuário.

Figura 14 – Abas de seleção dos parâmetros do plugin para AR2GeMS



3.9 Comentários Finais

No capítulo etapas do processo de mineração a céu aberto foram descritas, onde ficou estabelecido que a procura do lucro máximo é a principal causa de esforços na pesquisa de novos algoritmos para longo e médio prazo. Há, ainda, um amplo horizonte para incorporar pesquisas em função da qualidade dos teores especialmente para curto prazo. Assim, é descrito o algoritmo de sequenciamento de blocos procurando a estacionarização dos teores para curto prazo, sendo um dos focos desta pesquisa.

4 INCERTEZA DOS TEORES NO DEPÓSITO

Neste capítulo, utilizou-se o método de simulação por bandas rotativas aplicada ao depósito, O depósito acredita-se ser preferencialmente de origem supergênica e hipogênica, tem 4500 m de comprimento com profundidade máxima de 250 m.

O depósito esta formado por enriquecimento formação ferrífera bandeadada classificados como minérios de alto e baixo teor. O minério de alto teor (hematitas) têm um teor de ferro superior a 64% e índices muito baixos de contaminantes SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , etc. O minério de baixo teor (itabiritos), apresenta uma classificação entre 32% e 64% com diversos tipos de contaminantes. Para este trabalho foram consideradas referência de dados teores seleção de domínios geológicos e teores de corte, a serem listados posteriormente.

4.1 Introdução

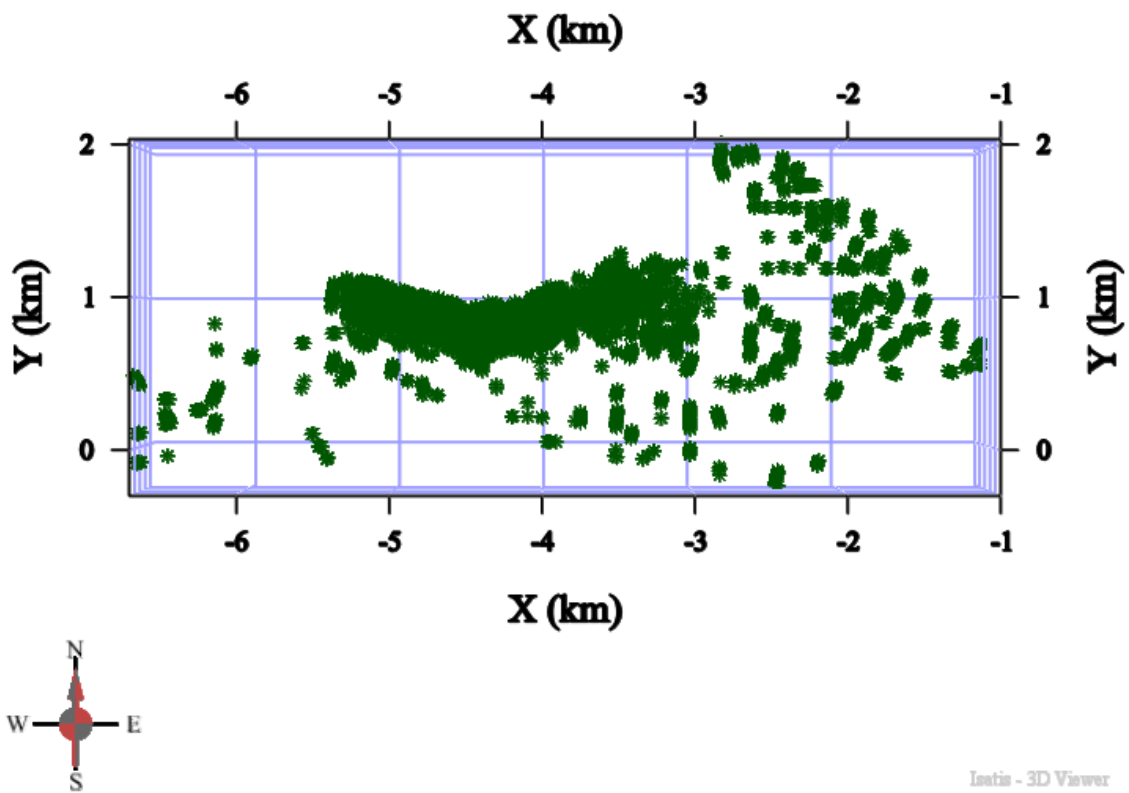
Os dados do depósito foram simulados pelo método de simulação por bandas rotativas por meio do uso do software AR2GeMs. No depósito, foram avaliadas duas variáveis, o ferro (Fe) como elemento principal e a sílica (SiO_2) como contaminante. Existem dados, também de outras variáveis (Al_2O_3 , CaO , etc) que não foram analisadas nesse estudo.

4.1.1 Análise Exploratório dos Dados

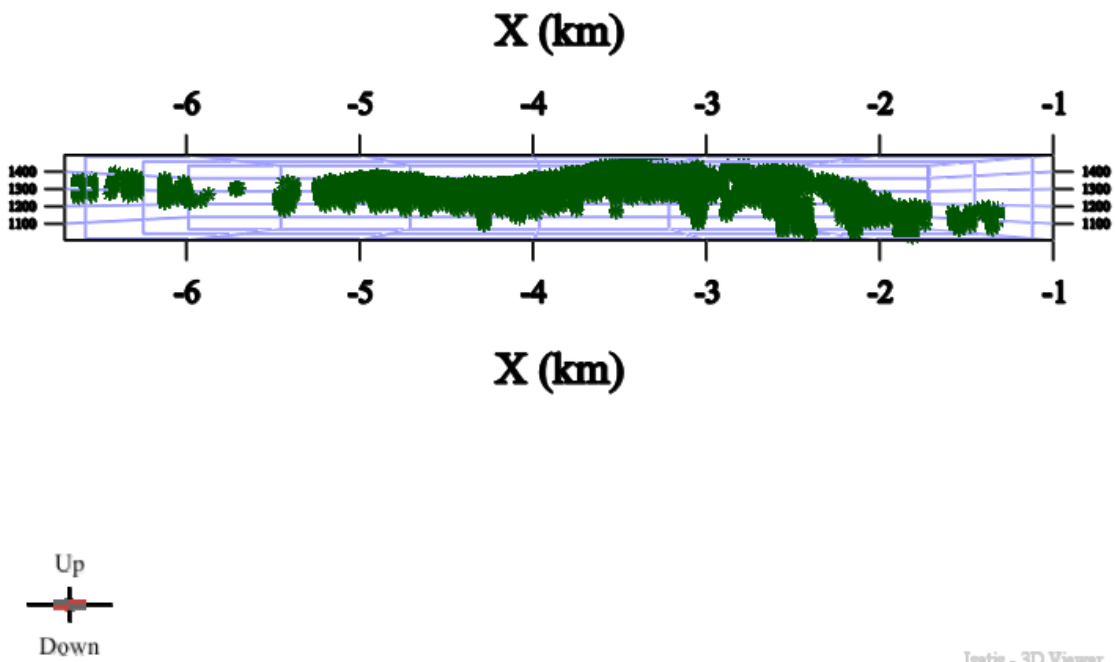
Foram realizadas simulações geoestatísticas para o minério Fe e o contaminante SiO_2 no depósito, os quais reproduzem o comportamento espacial dos teores envolvidos no estudo. Para tal, serão usados dois domínios geológicos: o hematítico que contem ferro de alto teor e o itabirítico que contém ferro de baixo teor.

A [Figura 15](#) amostra os locais das amostras usadas no estudo com vista superior no plano XY.

Figura 15 – Mapa de localização de amostras (a) vista planta (b) vista perfil no depósito



(a)



(b)

A amostragem não ocorreu de maneira uniforme em todo o depósito. Na [Figura 15](#), podemos ver que existem alguns agrupamentos em determinadas áreas, e é necessário levar em consideração essa característica da amostragem nas estatísticas.

4.1.1.1 Estatística Univariada e Desagrupamento dos Dados

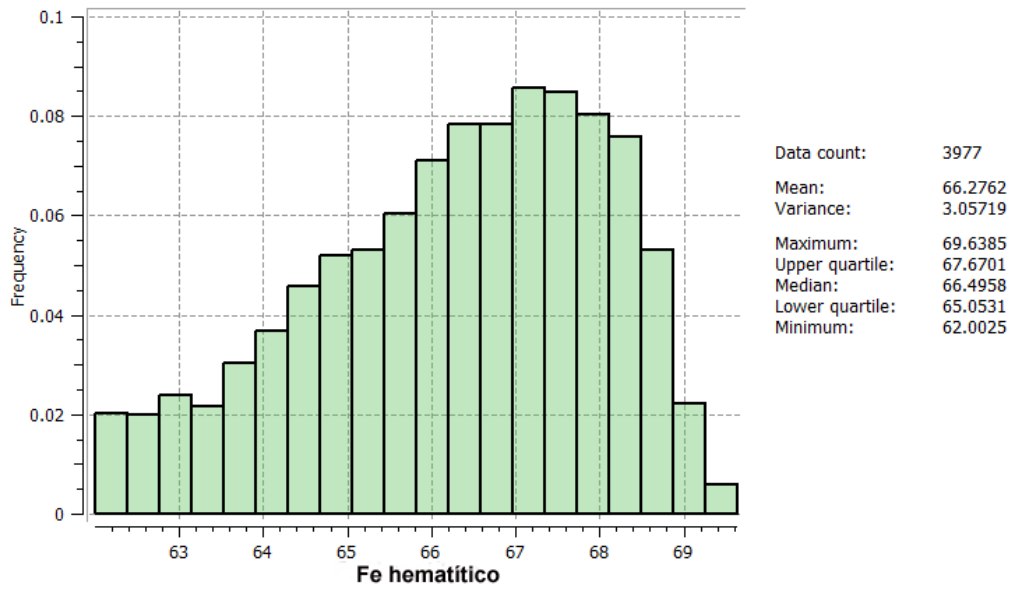
Para o processamento dos dados foi usado o Software geoestatístico AR2GeMS. Assim, foi realizada uma avaliação estatística do ferro em ambos domínios geológicos, da mesma forma, faz-se para a sílica.

Para a realização das estatísticas, foi utilizado blocos nos eixos cartesianos (x,y,z) de 10mx10mx10m, com a quantidade do número de células de (232, 126, 34) e origem no ponto (-5215, 245, 1205)

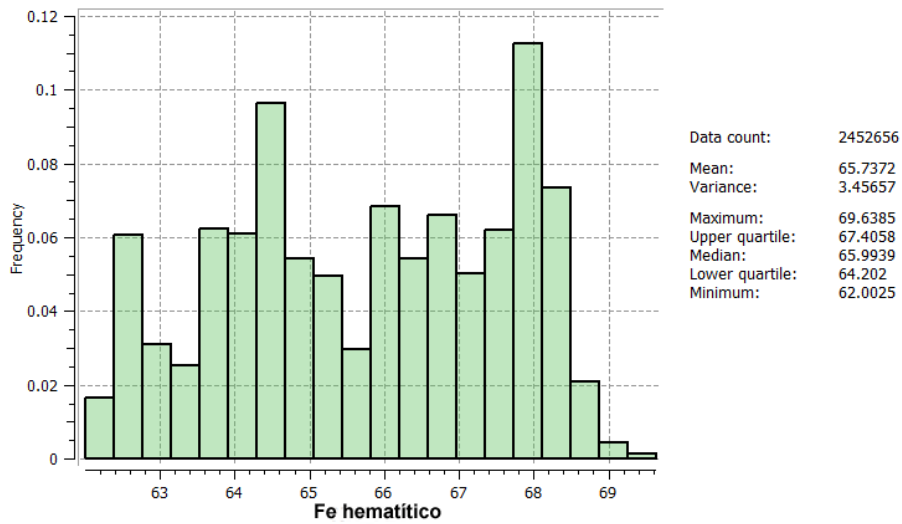
Assim, para o desagrupamento foi usado uma aproximação numérica do método do vizinho mais próximo, foram selecionados parâmetros de busca faixas (x,y,z) de (400 m, 400 m, 100 m) com azimute de $N0^\circ$ para ambos domínios geológicos (hematito e itabirito) e ambas variáveis (ferro e sílica).

Na [Figura 16](#) e [Figura 17](#), mostram-se os histogramas dos dados de ferro para cada domínio geológico (a) representa os dados globais originais e (b) representa os dados que foram desagrupados pelo método de vizinho mais próximo.

Figura 16 – Histogramas de ferro para domínio hematítico (a) dados originais (b) dados desagrupados

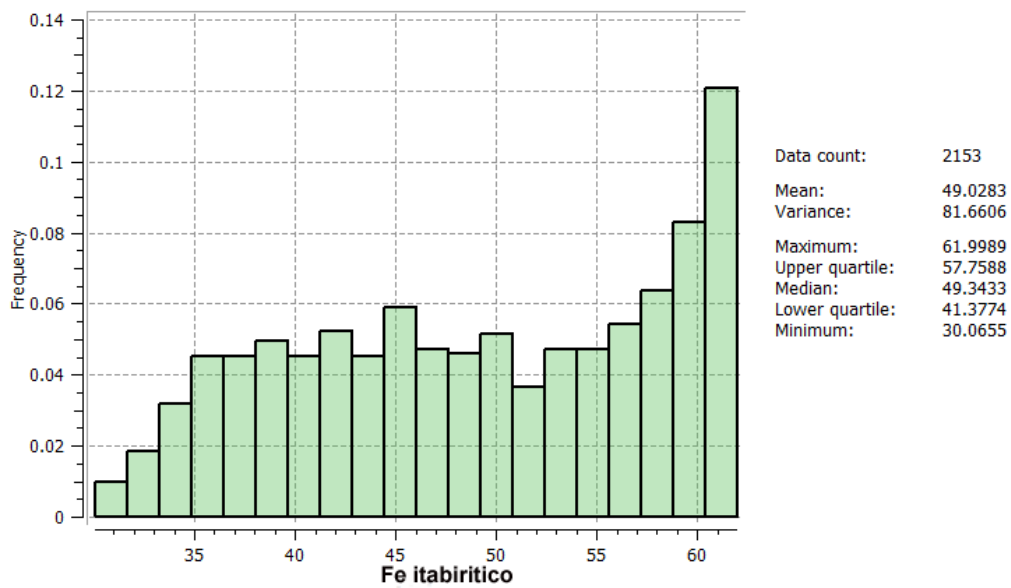


(a)

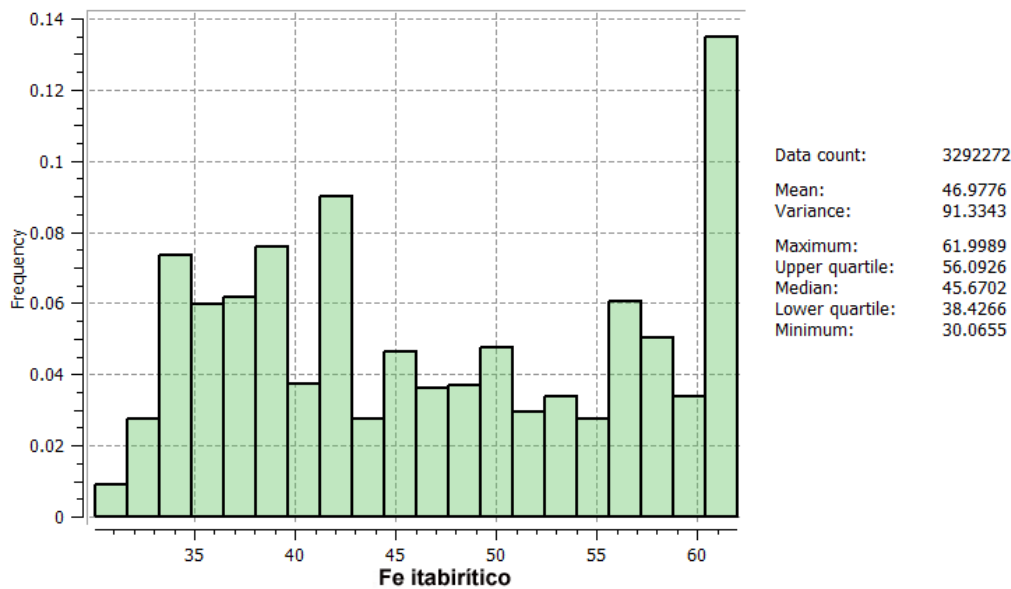


(b)

Figura 17 – Histogramas de ferro para domínio itabirítico (a) dados originais (b) dados desagrupados



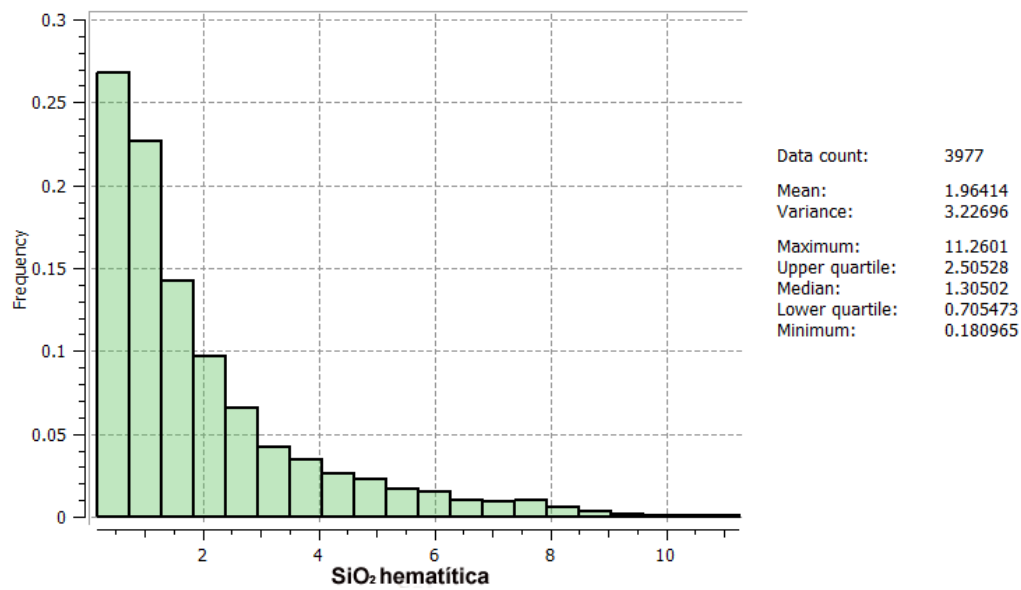
(a)



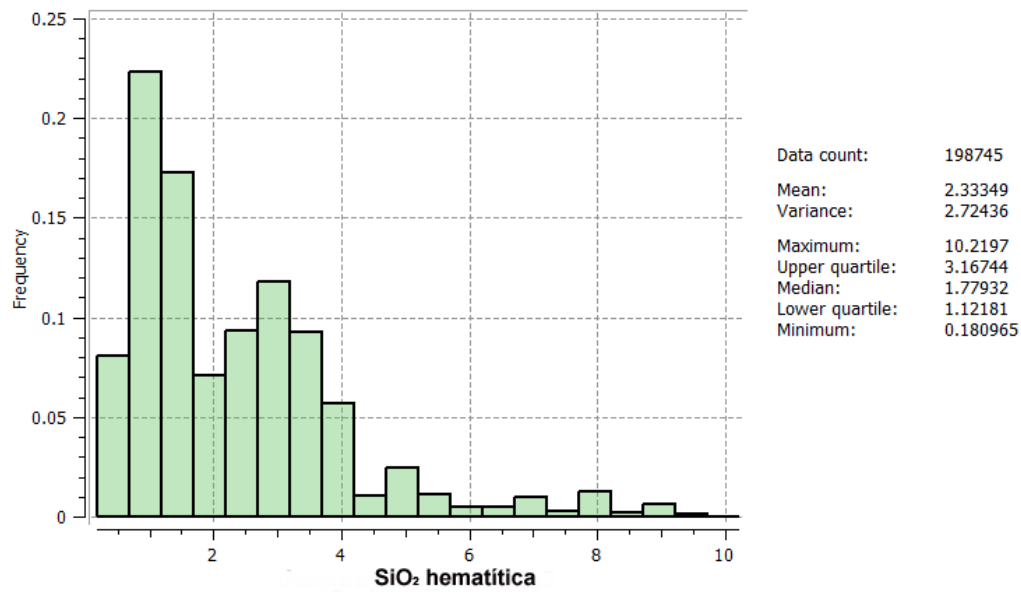
(b)

De igual modo, as [Figura 18](#) e [Figura 19](#) apresentam os histogramas dos dados da sílica para cada domínio geológico: (a) representa os dados globais originais e (b) representa os dados desagrupados pelo método polígonos de Voronoi.

Figura 18 – Histogramas da sílica para domínio hematítico (a) dados originais (b) dados desagrupados

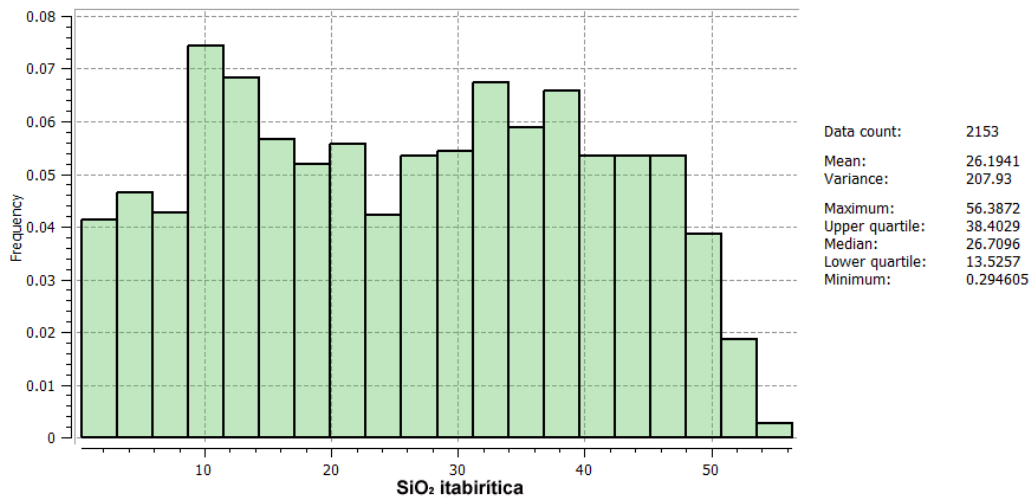


(a)

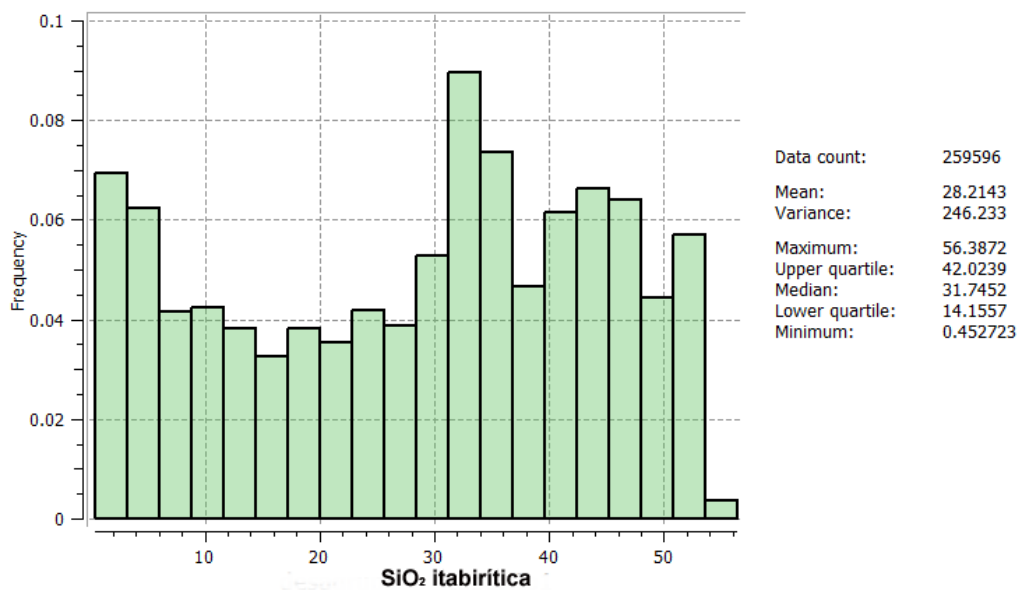


(b)

Figura 19 – Histogramas da sílica para domínio itabirítico (a) dados originais (b) dados desagrupados



(a)



(b)

Conseqüentemente são observados comportamentos dos dados originais e desagrupados. Alguns deles apresentam dados máximos e mínimos pouco diferentes, porque as dimensões do grid usado é menor que o depósito total. O nível topográfico utilizado corresponde a uma etapa posterior do início da lavra pelo que alguns dados amostrais ficam acima do nível topográfico.

A [Tabela 1](#) apresenta o resumo das estatísticas univariadas dos dados originais e desagrupados para os domínios geológicos hematítico e itabirítico.

Tabela 1 – Resume das estatísticas univariadas

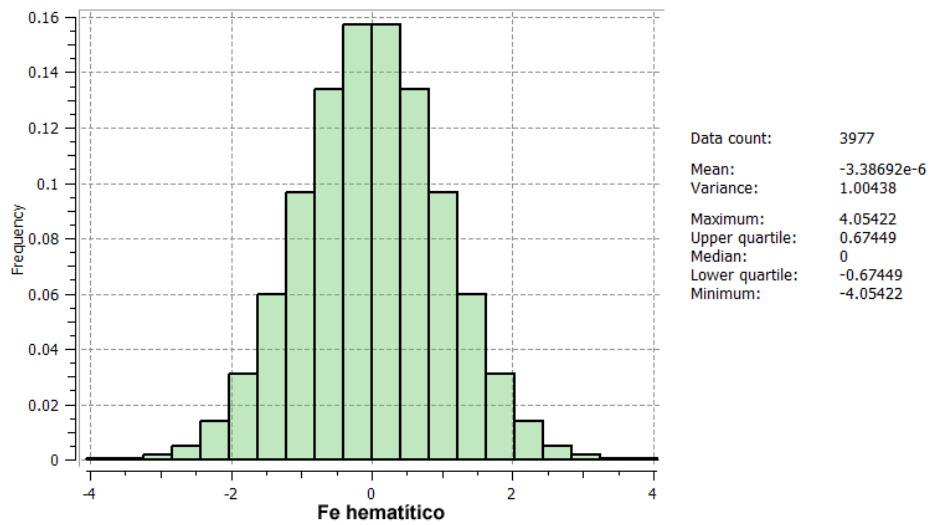
D. Geol.	Dados Originais				Dados Desagrupados			
	D. Hematítico		D. Itabirítico		D. Hematítico		D. Itabirítico	
Variável	<i>Fe</i>	<i>SiO₂</i>	<i>Fe</i>	<i>SiO₂</i>	<i>Fe</i>	<i>SiO₂</i>	<i>Fe</i>	<i>SiO₂</i>
Nº dados	3977	3977	2153	2153	2452656	198745	3292272	259596
Média %	66.27	1.96	49.03	26.19	65.63	2.33	46.98	28.21
Variância % ²	3.05	3.22	81.66	207.93	3.45	2.72	91.33	246.23
Máximo %	69.64	11.26	61.99	56.39	69.64	10.22	61.99	56.39
Mínimo %	62.00	0.18	30.07	0.30	62.00	1.18	30.07	0.45

4.1.2 Transformação Gaussiana

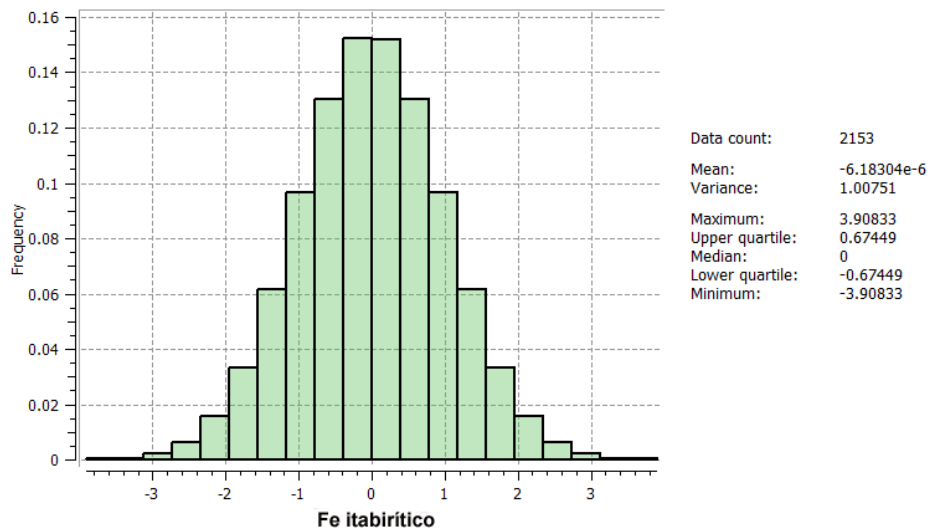
Na simulação por bandas rotativas, a intenção é derivar um valor de uma distribuição baseada na teoria associada às funções randômicas multigaussianas. Assim, na maioria dos casos uma transformação gaussiana precede as passos da simulação condicional.

A [Figura 20](#) apresenta os histogramas normalizados para os domínios hematítico e itabirítico do ferro. Note que a distribuição dos dados segue a distribuição normal com uma média igual a zero e uma variância igual a um.

Figura 20 – Histogramas do ferro normalizado (a) Domínio hematítico (b) Domínio itabirítico



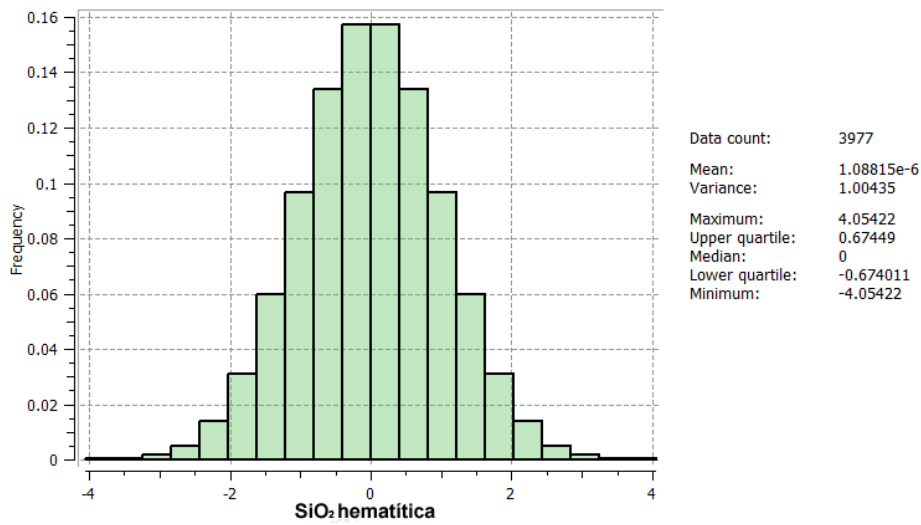
(a)



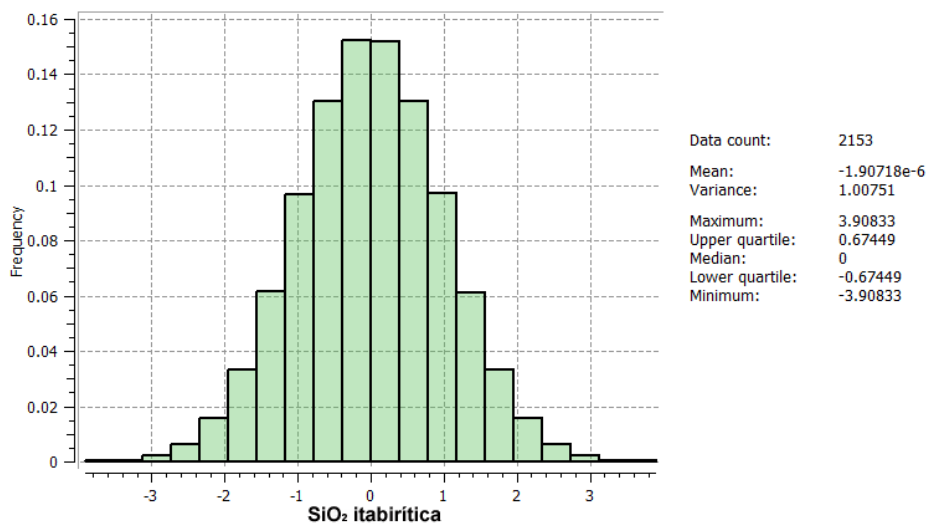
(b)

A Figura 21 apresenta os histogramas normalizados para os domínios hematíticos e itabiríticos da sílica. Note, também, como no caso anterior, que a distribuição dos dados segue a distribuição normal com uma média igual a zero e uma variância unitária.

Figura 21 – Histogramas da sílica normalizado (a) Domínio hematítico (b) Domínio itabirítico



(a)



(b)

Os dados normalizados foram empregados nas simulações, gerando valores simulados no espaço gaussiano. Após, foram retro-transformados para o espaço original.

4.1.3 Continuidade Espacial

Posteriormente à normalização dos dados, a próxima etapa consiste da análise da continuidade espacial. Usa-se o variograma para medir as médias das diferenças quadráticas de pares de valores separados certa distância (h) em alguma direção (MATHERON, 1963).

Assim, baseando-se na hipótese intrínseca da geoestatística (estacionaridade), pode-se descrever a continuidade espacial de uma variável através de um variograma experimental,

elaborado a partir dos valores amostrados (SOUZA, 2007)

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{\alpha=1}^{N(h)} [z(u_{\alpha}) - z(u_{\alpha} + h)]^2 \quad (4.1)$$

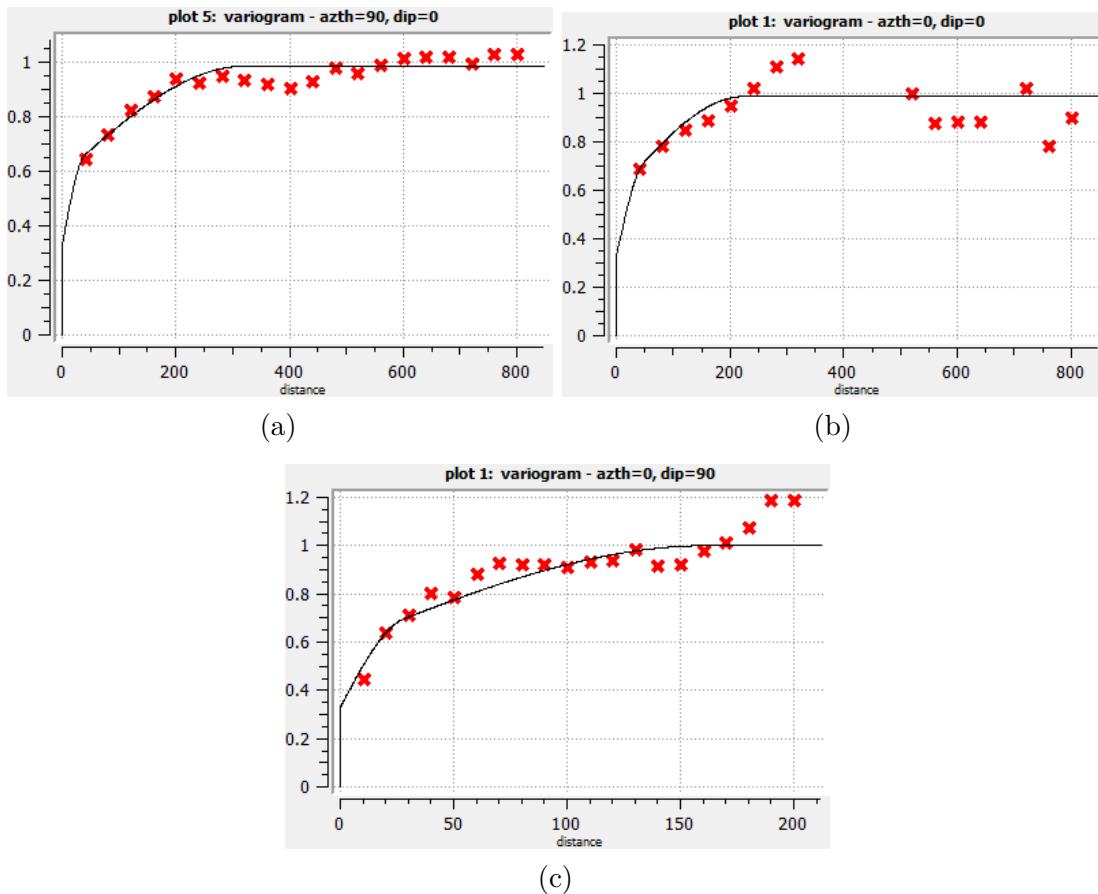
Onde:

- $\hat{\gamma}(h)$ é a função semi-variograma;
- $N(h)$ é o número de pares de valores $z(u_{\alpha})$, $z(u_{\alpha} + h)$ afastados por um vetor de separação h .

Os valores obtidos pelo Equação 4.1 são também sensíveis ao agrupamento dos dados e ao efeito proporcional. (GOOVAERTS, 1997)

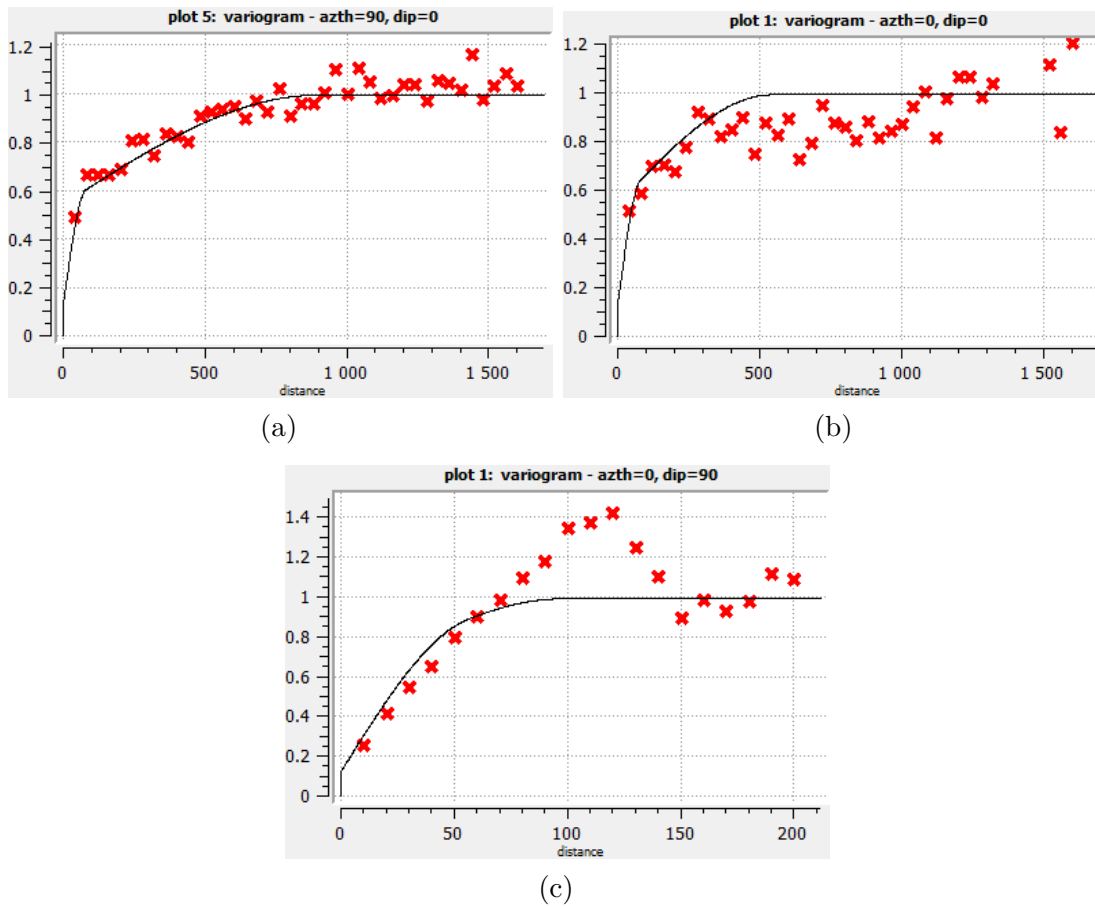
As Figuras 22 e 23 apresentam os variogramas experimentais em pontos vermelhos e os modelos em linha contínua do ferro para ambos domínios.

Figura 22 – Variogramas experimentais do ferro para domínio hematítico nas direções (a) máxima ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$), (b) intermediária ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial



$$\hat{\gamma}(h) = 0.33 + 0.26 \times sph\left(\frac{Az90^\circ}{40m} + \frac{Az0^\circ}{48m} + \frac{Dip90^\circ}{28m}\right) + 0.41 \times Exp\left(\frac{Az90^\circ}{320m} + \frac{Az0^\circ}{232m} + \frac{Dip90^\circ}{162m}\right) \quad (4.2)$$

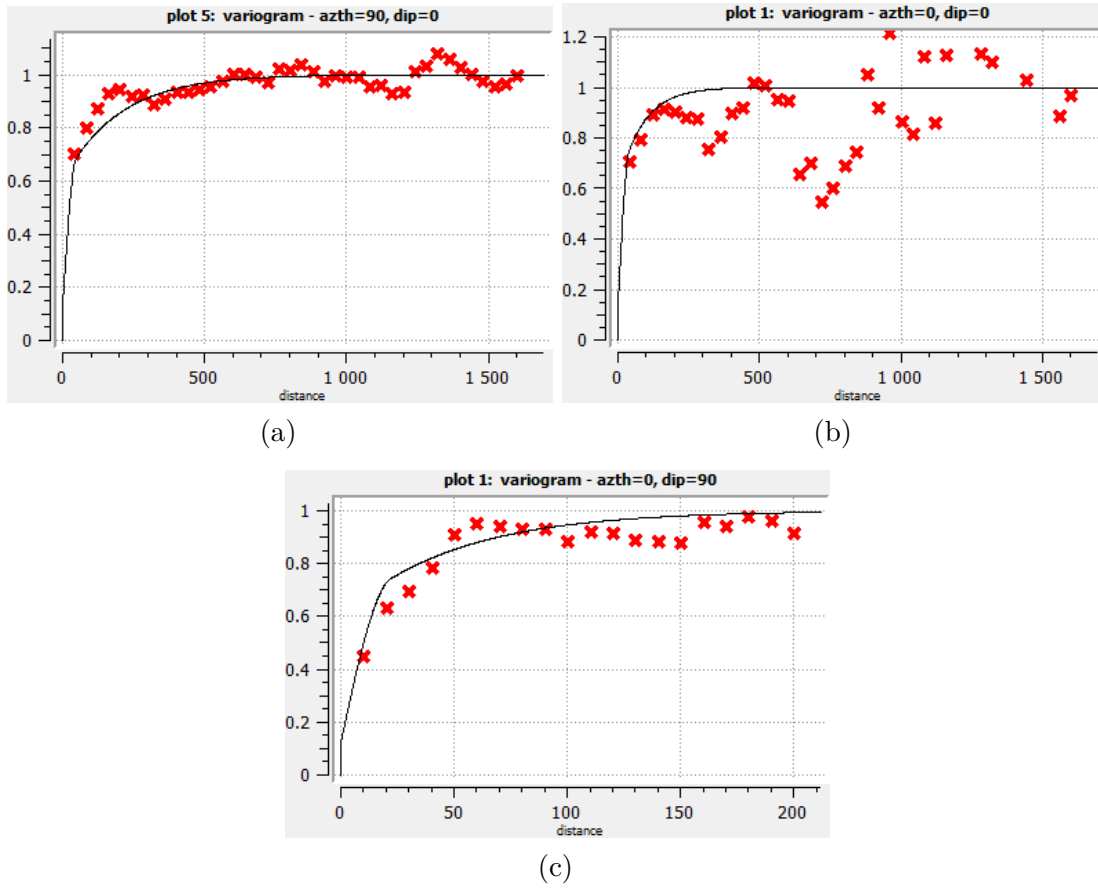
Figura 23 – Variogramas experimentais do ferro para domínio itabirítico nas direções (a) máxima ($N90^\circ Dip0^\circ$), (b) intermediária ($N0^\circ Dip0^\circ$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial



$$\hat{\gamma}(h) = 0.12 + 0.43 \times sph\left(\frac{Az90^\circ}{80m} + \frac{Az0^\circ}{80m} + \frac{Dip90^\circ}{56m}\right) + 0.45 \times Exp\left(\frac{Az90^\circ}{940m} + \frac{Az0^\circ}{545m} + \frac{Dip90^\circ}{98m}\right) \quad (4.3)$$

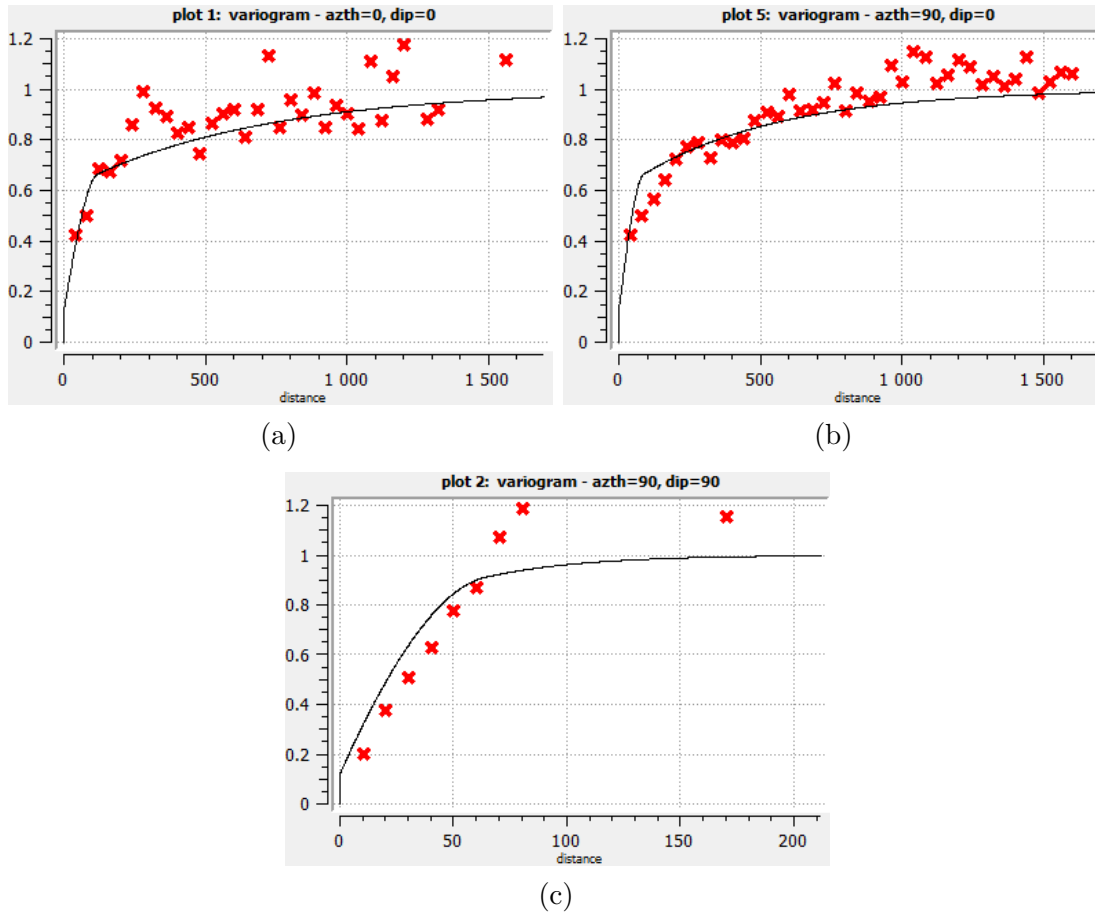
As Figuras 24 e 25 apresentam os variogramas experimentais em pontos vermelhos e o modelado em linha contínua da sílica usados nos dois domínios.

Figura 24 – Variogramas experimentais da sílica para domínio hematítico na direção (a) máxima ($N90^{\circ}Dip0^{\circ}$), (b) intermediária ($N0^{\circ}Dip0^{\circ}$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial



$$\hat{\gamma}(h) = 0.12 + 0.48 \times sph\left(\frac{Az90^{\circ}}{48m} + \frac{Az0^{\circ}}{40m} + \frac{Dip90^{\circ}}{22m}\right) + 0.40 \times Exp\left(\frac{Az90^{\circ}}{600m} + \frac{Az0^{\circ}}{256m} + \frac{Dip90^{\circ}}{150m}\right) \quad (4.4)$$

Figura 25 – Variogramas experimentais da sílica para domínio itabirítico na direção (a) máxima ($N0^\circ Dip0^\circ$) (b) intermediária ($N90^\circ Dip0^\circ$) e (c) mínima (vertical) continuidade espacial



$$\hat{\gamma}(h) = 0.12 + 0.48 \times sph\left(\frac{Az0^\circ}{120m} + \frac{Az90^\circ}{88m} + \frac{Dip90^\circ}{64m}\right) + 0.40 \times Exp\left(\frac{Az0^\circ}{2000m} + \frac{Az90^\circ}{1500m} + \frac{Dip90^\circ}{128m}\right) \quad (4.5)$$

4.1.4 Geração dos Modelos Simulados

A dimensão dos blocos minerados é considerada 10 m de comprimento, 10 m de largura e 10 m de altura por motivos operacionais. Para simular os dados, precisamos de blocos (suporte amostral) de menor dimensão. Para este estudo consideramos dividir os blocos originais em blocos de 5 m x 5 m x 3.33 m, e após mudar o suporte ao tamanho original.

Utilizou-se o software AR2GeMS para a geração das 49 simulações, aplicando o algoritmo de bandas rotativas. As simulações foram feitas em cada domínio (hematítico e itabirítico) para as variáveis Fe e SiO_2 (ferro e sílica). Foi utilizada a metodologia

proposta por (COSTA, 1997) para decidir o número suficiente de cenários, garantindo que a incerteza associada ao fenômeno seja devidamente mapeada. Analisou-se as flutuações na variância das médias e médias das médias das realizações. Sabe-se que estes parâmetros apresentam oscilações cada vez menores conforme aumenta-se o número de modelos até atingir um determinado patamar limite, sendo o número ideal aquele que garanta que esse patamar tenha sido atingido (SOUZA, 2007).

As Figuras 26 e 27 apresentam a média das médias e a variância das médias para os modelos simulados do ferro.

Figura 26 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações do Ferro para domínio hematita (a) média das médias simuladas (b) Variâncias das médias simuladas

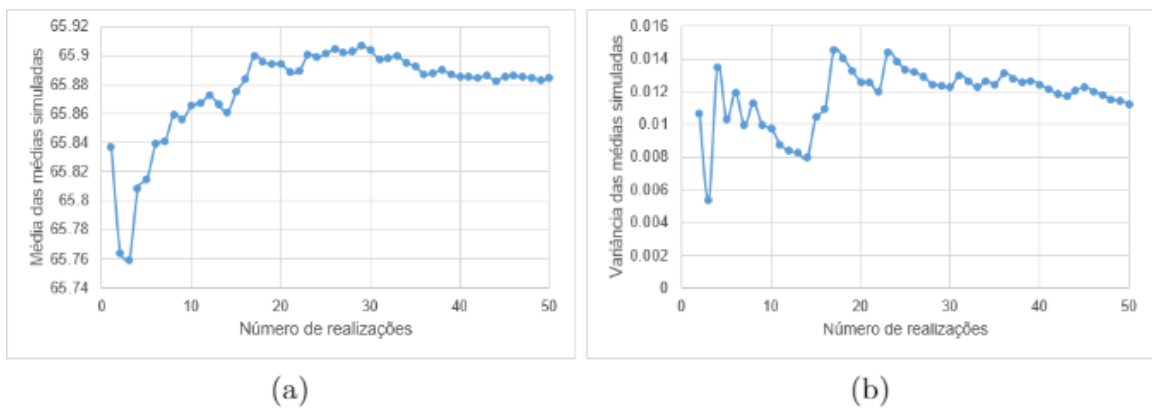
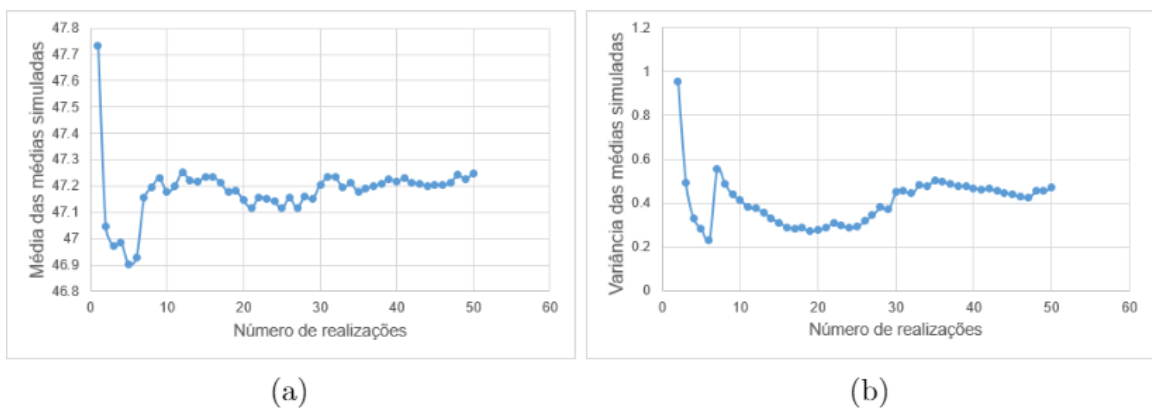


Figura 27 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações do Ferro para domínio itabirítico (a) Média das médias simuladas (b) variância das média simuladas



As Figuras 28 e 29 apresentam a média das médias e a variância das médias para os modelos simulados da sílica.

Figura 28 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações da sílica para domínio hematítico (a) média das médias simuladas (b) variância das médias simuladas

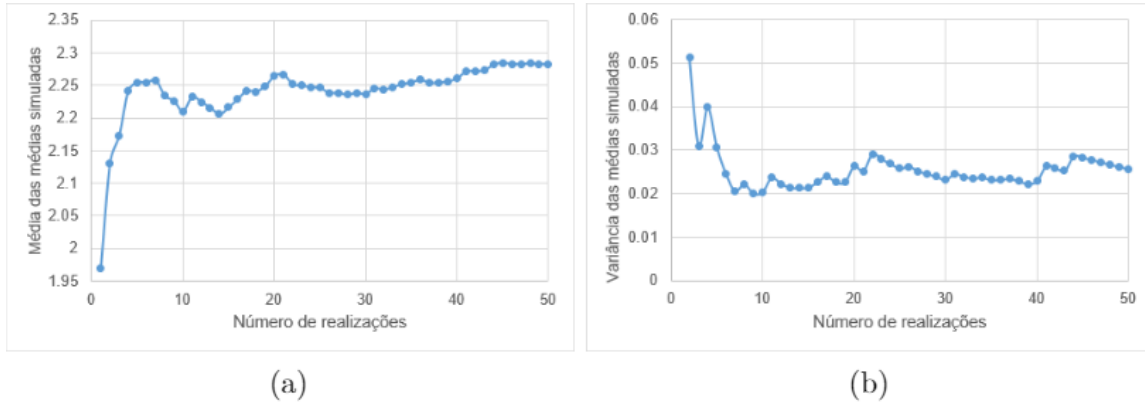
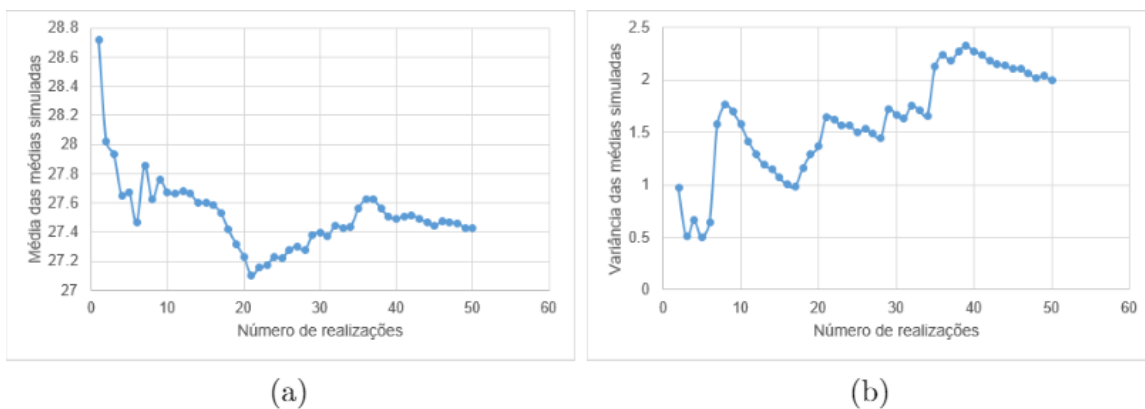


Figura 29 – Verificação gráfica das incertezas associadas às simulações da sílica para domínio itabirítico (a) Média das médias simuladas (b) Média das Variâncias simuladas



Pode-se notar que o espaço de incerteza ou variabilidade evidenciado pelas oscilações torna-se pouco relevante no caso do ferro no domínio hematítico e no caso do ferro no domínio itabirítico com 35 realizações. Para a sílica no domínio hematítico se torna pouco significativo com 25 simulações e para a sílica no domínio itabirítico com 40 simulações. Assim, tem-se a garantia de que com 49 realizações mapeia todo o espaço de incerteza associada aos atributos geológicos.

4.1.5 Validação das Simulações

A validação das simulações por bandas rotativas foi a partir da análise gráfica dos histogramas simulados, bem como dos modelos da continuidade espacial.

As Figuras 30 e 31 são gráficos comparativos entre os histogramas acumulados dos valores simulados e dos dados originais dos domínios geológicos do depósito Capitão Mato. Note que o histograma acumulado dos dados originais representado por pontos pretos, fica no meio dos histogramas acumulados das simulações representado por pontos vermelhos. Em todos os casos há uma boa reprodutibilidade das estatísticas pelos modelos.

Figura 30 – Histogramas acumulados dos modelos simulados e dos dados originais do Ferro os dados simulados em vermelho e dados originais em negro (a) domínio hematítico (b) domínio itabirito.

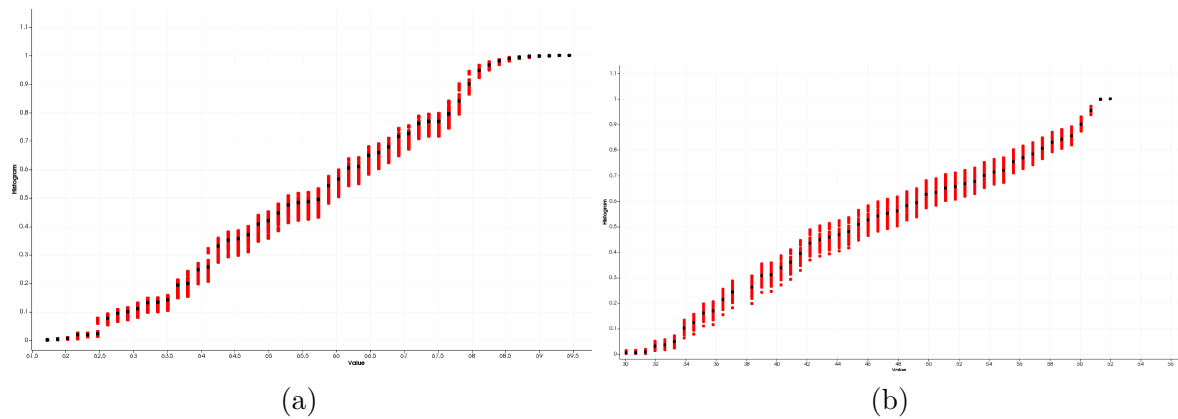
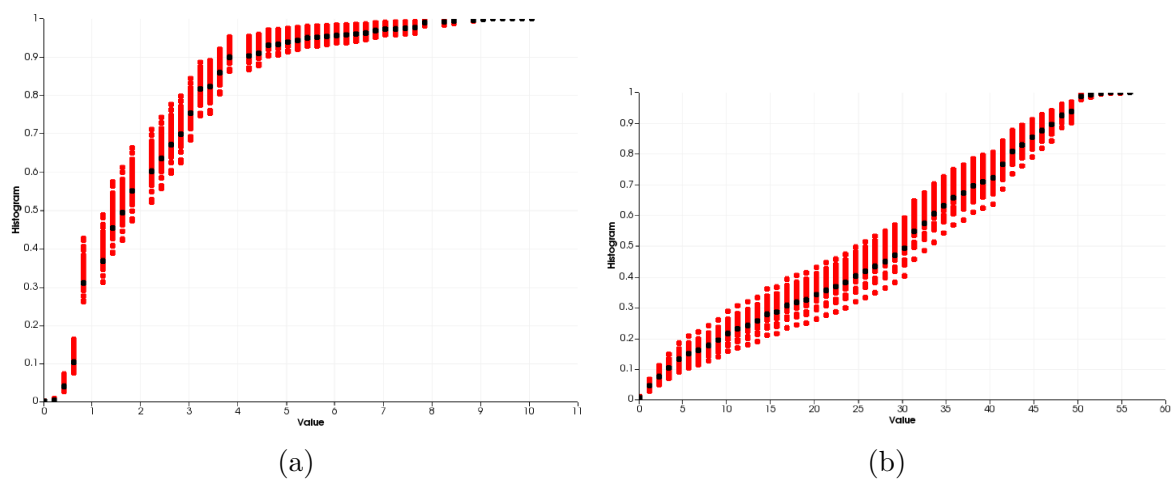


Figura 31 – Histogramas acumulados dos modelos simulados e dos dados originais da sílica os dados simulados em vermelho e dados originais em negro (a) domínio hematítico (b) domínio itabirito.



Para validar as variografias dos modelos simulados nos domínios geológicos (hematítico e itabirítico) para cada variável (Ferro e Sílica) foram usadas as variografias dos dados originais correspondentes. O processo de obtenção é descrito seguidamente:

- usar os modelos variográficos dos dados normalizados;
- substituir os patamares dos modelos normalizados pela variância dos dados desagrupados;
- respeitar as proporções das estruturas dos variogramas dos dados normalizados, mas substituindo-os com os valores que correspondam ao novo patamar (variância desagrupada).

Assim, foram comparados graficamente os variogramas simulados (pontos verdes) logrando-se um confronto visual com os variogramas dos dados originais (pontos vermelhos).

As Figuras 32 e 33 demonstram a validação da continuidade espacial dos modelos simulados para o ferro cotejando os variogramas das simulações (verde) com o variograma dos dados originais (vermelho) para o domínio itabirítico e hematítico.

Figura 32 – Variografia dos dados simulados e dados originais do Ferro para domínio hematítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor

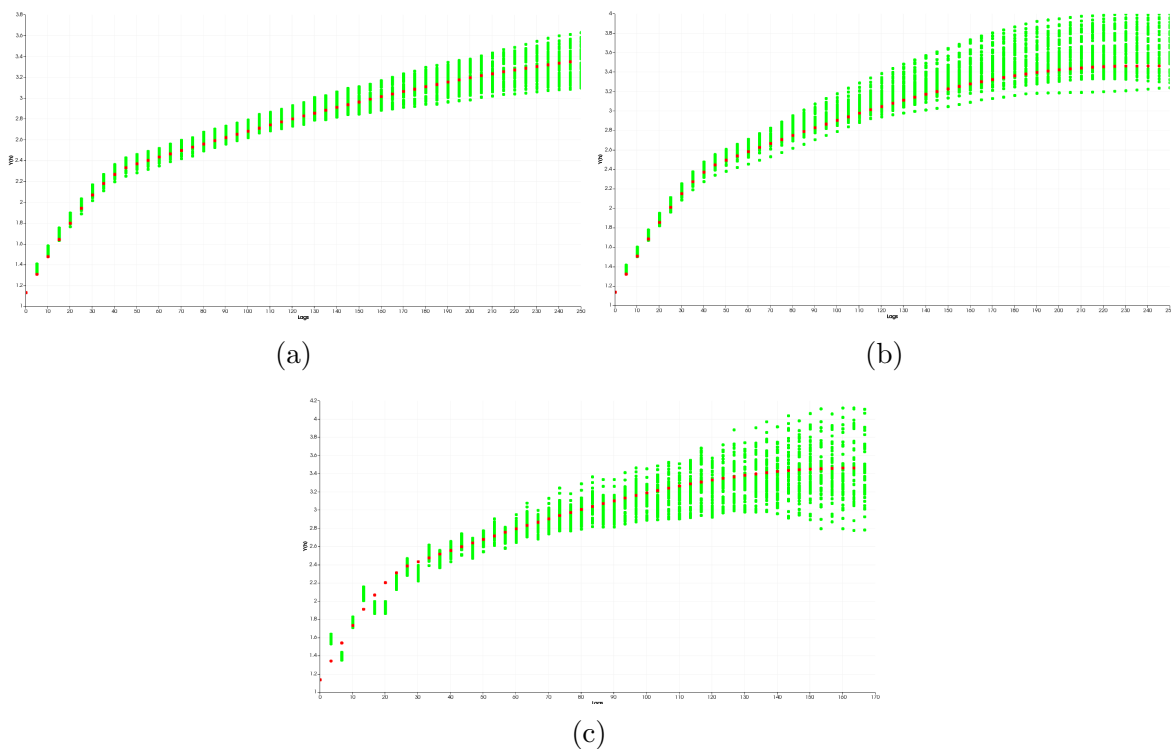
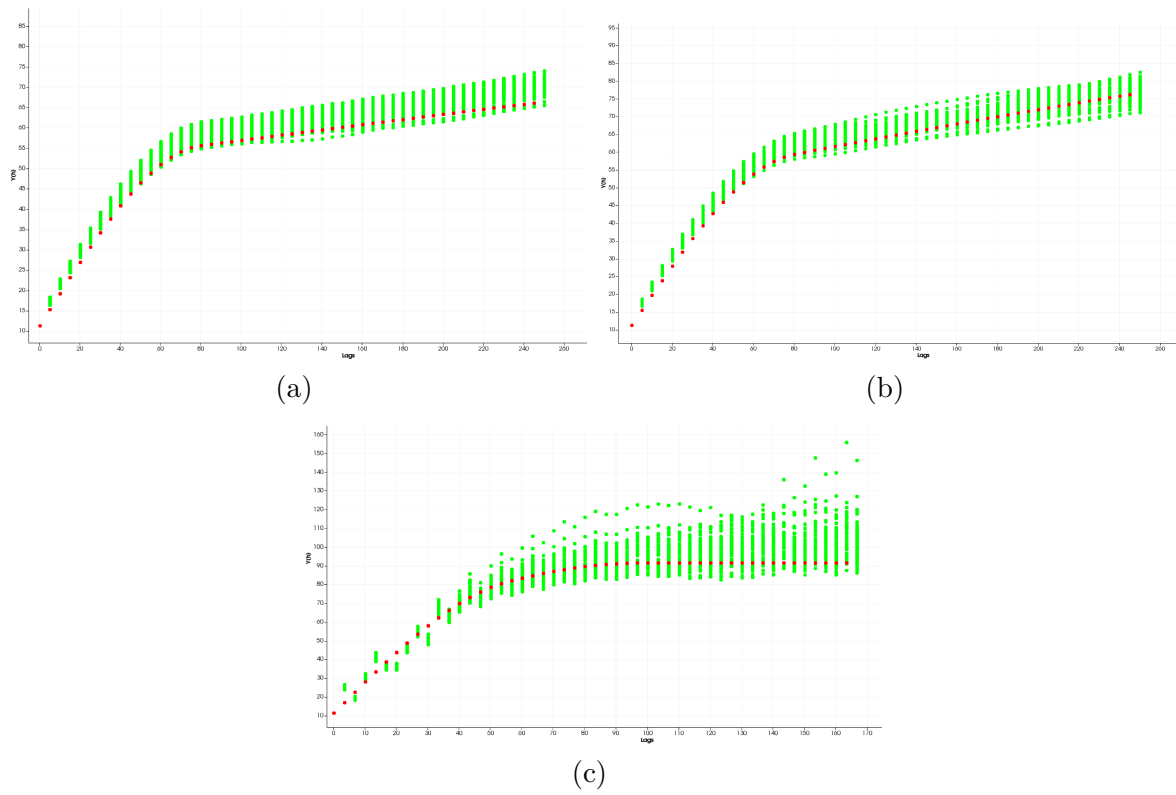


Figura 33 – Variografia dos modelos simulados e dados originais do Ferro para domínio itabirítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor



As Figuras 34 e 35 para a variografia da sílica em ambos domínios.

Figura 34 – Variografia dos modelos simulados e dados originais da sílica para domínio hematítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor

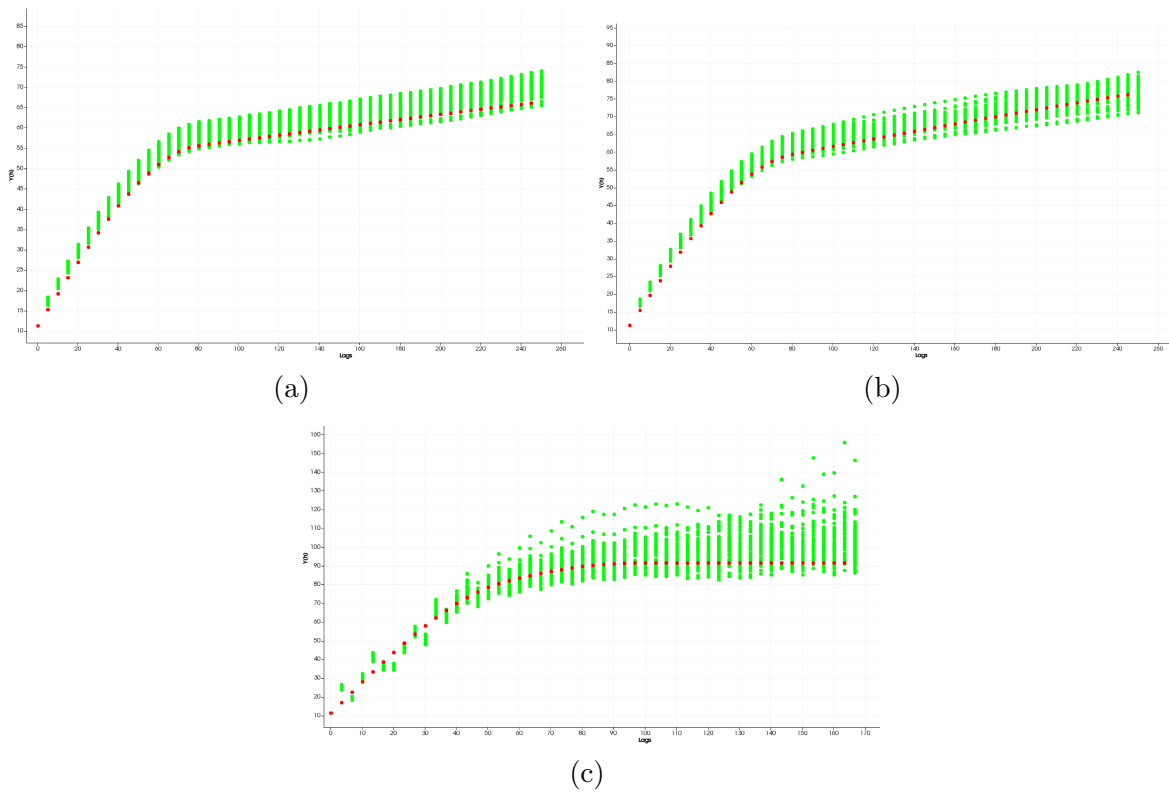
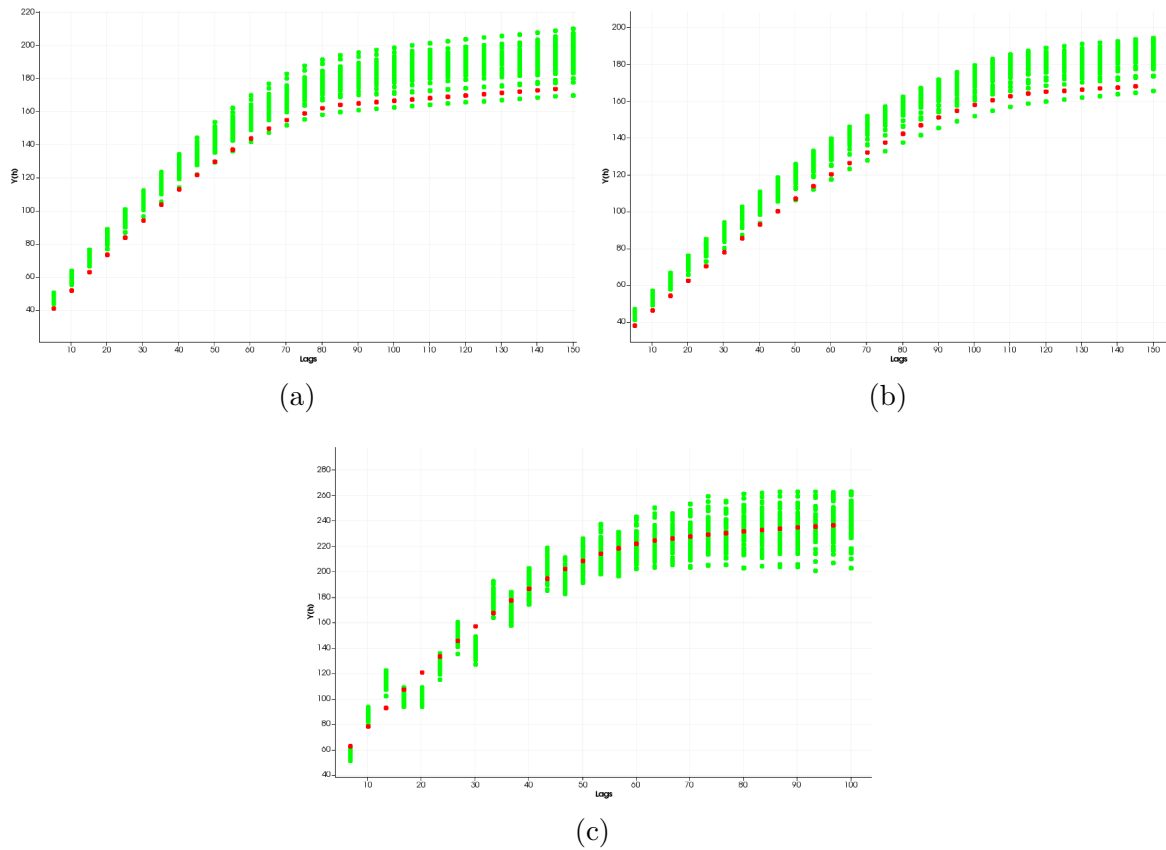


Figura 35 – Variografia dos modelos simulados e dados originais da sílica para domínio itabirítico (a) alcance maior (b) alcance médio (c) alcance menor



4.2 Comentários Finais

Neste capítulo, optou-se por realizar a simulação de bandas rotativas para o domínio geológico itabirítico e hematítico do depósito. Foram realizadas 49 simulações procurando atingir o espectro de variabilidade dos dados amostrados. Realizou-se a validação gráfica da continuidade espacial e da distribuição de probabilidades das simulações. Os resultados obtidos serão utilizados no algoritmo proposto neste trabalho.

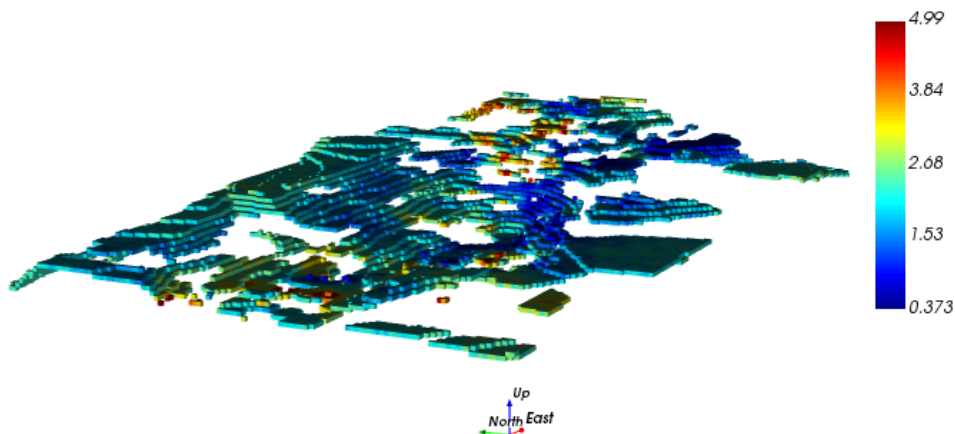
5 SEQUENCIAMENTO DE BLOCOS POR ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES EM MODELOS SIMULADOS

5.1 Estudo de Caso

Neste capítulo foram utilizadas as variáveis ferro e sílica para o processamento dos dados, o ferro com um teor acima de 56% para fixar os blocos de minério exposto e a sílica com um teor abaixo de 5% para o sequenciamento de lavra. A variável sílica foi escolhida para o sequenciamento por apresentar alta variabilidade, garantindo um melhor planejamento frente as necessidades do manter o mais homogêneo o minério destinado ao beneficiamento mineral.

A [Figura 36](#) apresenta uma vista isométrica do modelo E-type dos blocos superficiais (minério exposto), em função da variável sílica, com um teor de corte abaixo do 5%.

Figura 36 – Modelo E-type da sílica abaixo do 5%



O sequenciamento pode ser iniciado em qualquer bloco das bancadas e com o número de sementes desejadas. Na [Figura 36](#), qualquer bloco poderia ser escolhido como semente inicial.

O algoritmo permite que qualquer bloco superficial possa ser considerado uma semente para o início do processo de sequenciamento da bancada, e é preciso definir o número de cenários a serem avaliados, número de blocos a serem lavrados, número de saques das bancadas (poligonais) além dos pontos de início e seus locais.

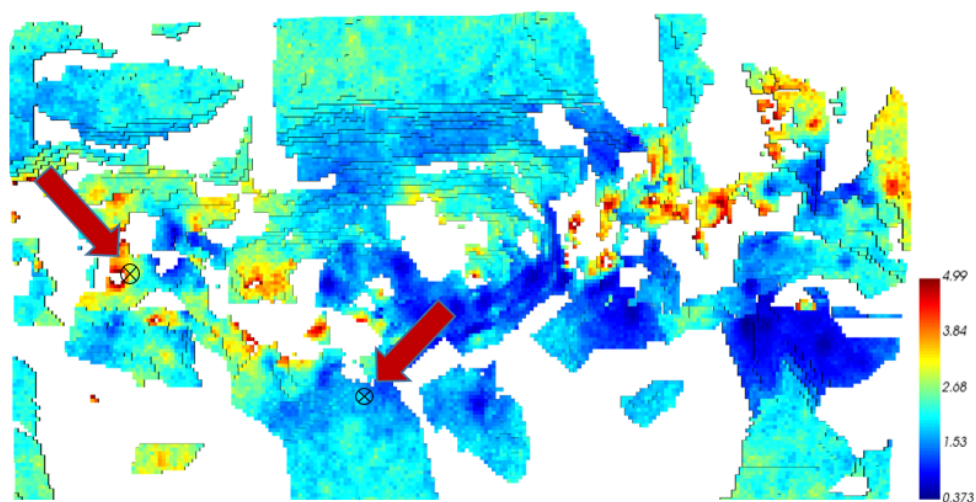
Para o estudo de caso será considerado um tempo de um mês, divididos em quatro semanas, uma produção de 80 blocos por semana e duas escavadeiras locadas em diferentes bancadas. A localização desses blocos sementes será a mesma para todos os 49 modelos simulados. A [Tabela 2](#) apresenta os dados da localização das sementes, código ID (único por cada bloco) e o teor das sementes no modelo E-type. O único atributo que varia nos 49 modelos simulados é o valor do teor.

Tabela 2 – Dados das sementes no modelo E-type

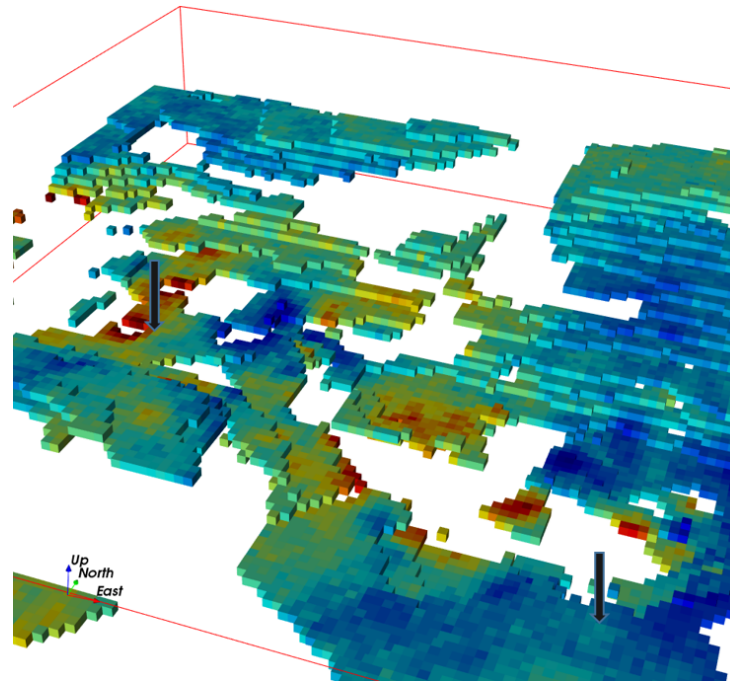
	X	Y	Z	ID	SiO ₂ %
Semente 1	-4900	830	1320	335171	3.046
Semente 2	-4290	510	1330	356908	1.841

Na [Figura 37](#), observa-se a localização espacial das sementes. Podemos verificar que uma semente encontra-se na região de alto teor (vermelho) e a outra na região de baixo teor (azul).

Figura 37 – Localização dos pontos sementes (a) vista em planta (b) vista em perspectiva isométrica



(a)



(b)

Os parâmetros usados para sequenciar os blocos do modelo E-type e nos 49 modelos simulados, são mostrados na [Tabela 3](#). Onde os saques também são conhecidos como fases de bancada, os dados podem variar segundo as necessidades dos usuários.

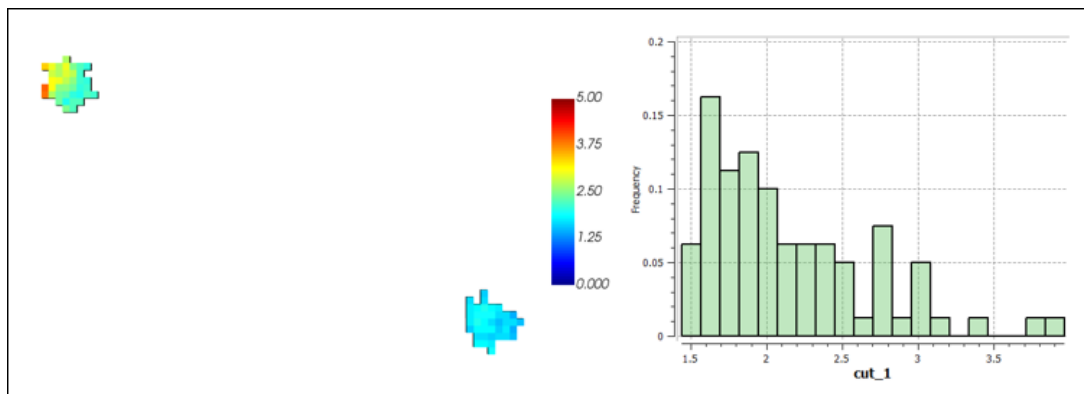
Tabela 3 – Parâmetros de entrada

DADOS DE ENTRADA	VALORES
Teor de corte $\leq (SiO_2)$	5%
Número de blocos por semana	80
Número de iterações	20
Número de saques (semanas)	4
Número de sementes	2
Localização das sementes (x,y,z)	(-4900, 830, 1320), (-4290, 510, 1330)

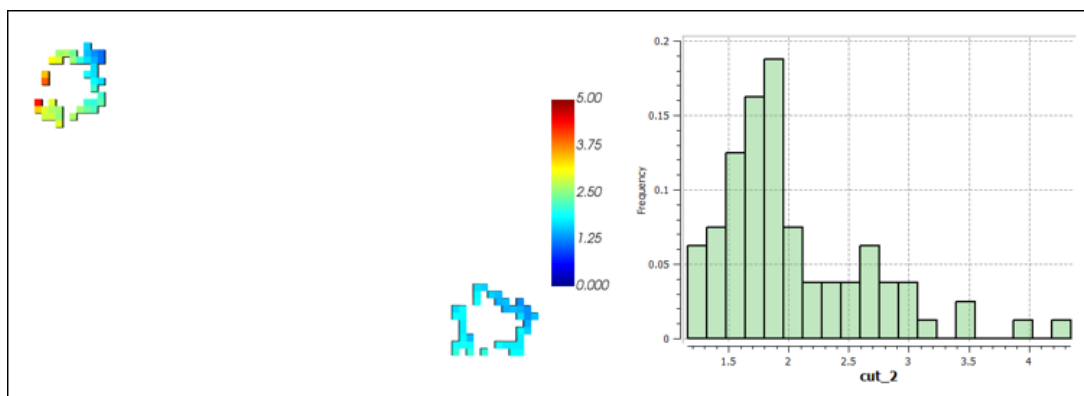
5.1.1 Modelos Gerados a partir do E-type

Devido ao grande número de simulações, optou-se por demonstrar apenas o sequenciamento do modelo E-type na [Figura 38](#) abaixo.

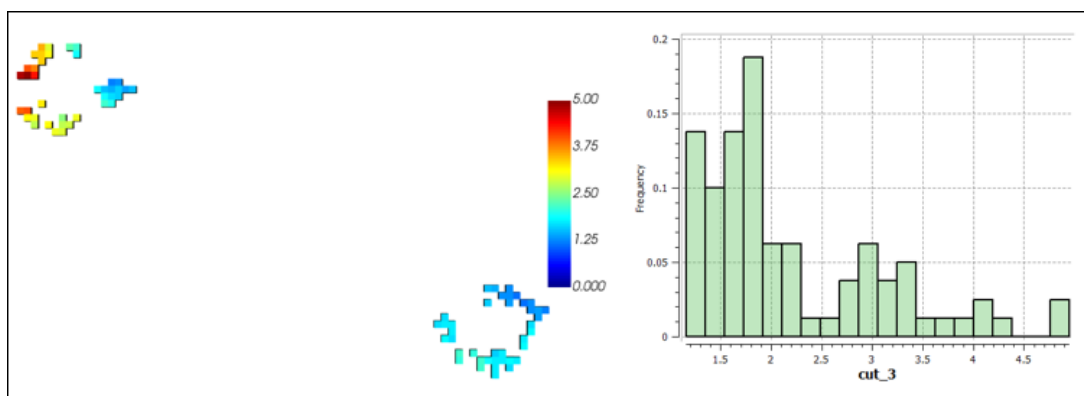
Figura 38 – Mapa de modelos gerados a partir das duas sementes. Vista em planta (a) mapa do primeiro saque e histograma (b) mapa do segundo saque e histograma (c) mapa de terceiro saque e histograma (d) mapa do quarto saque e histograma, todos eles possuem 80 blocos



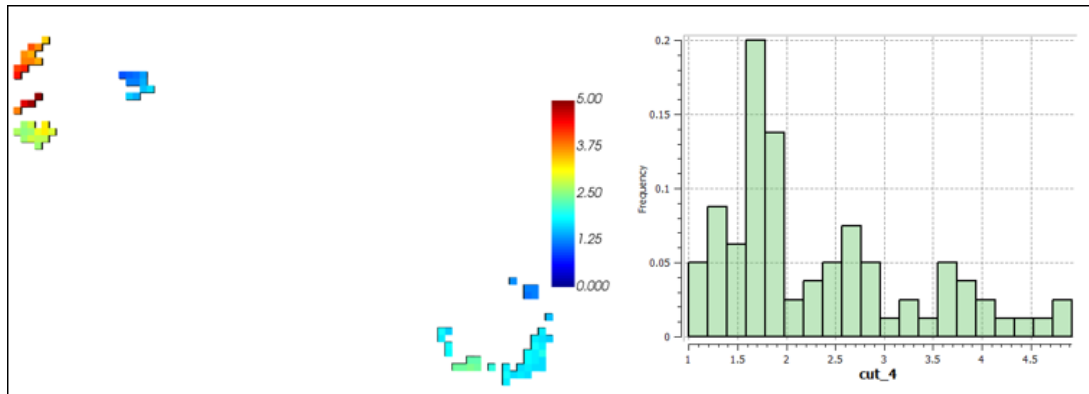
(a)



(b)



(c)



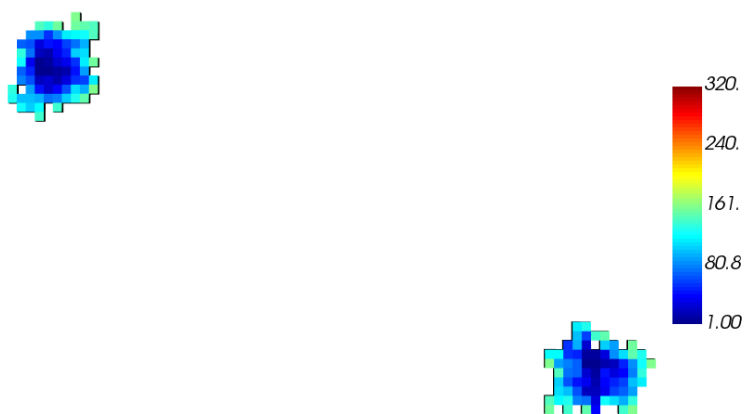
(d)

A Figura 39 apresenta o sequenciamento de extração dos blocos. Os blocos inicialmente erodidos foram representados com a cor azul escuro e os últimos blocos retirados representados pela cor vermelha, de acordo com a escala de cores. O sequenciamento inicia na semente 1, localizada no canto superior esquerdo continuando no canto inferior direito, e assim por diante até atingir todos o número de blocos solicitados.

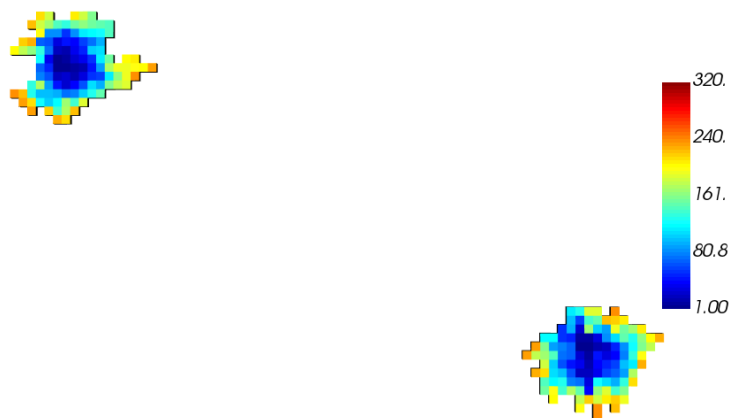
Figura 39 – Mapa de modelos sequenciados. Vista em planta (a) primeiro saque (b) segundo saque (c) terceiro saque (d) quarto saque. A cada novo corte adiciona 80 blocos ao anterior



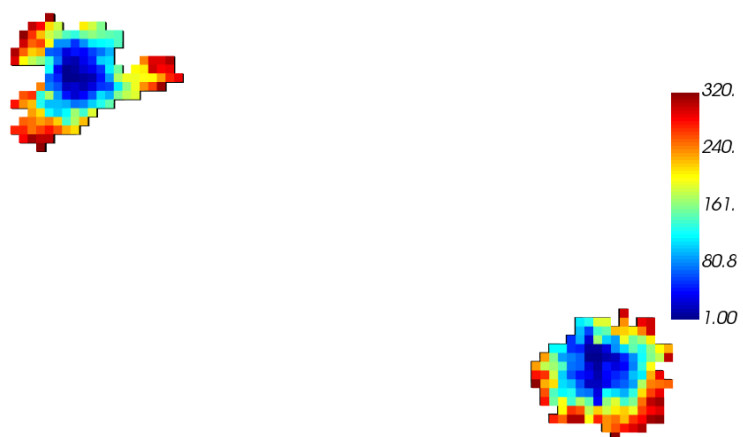
(a)



(b)



(c)



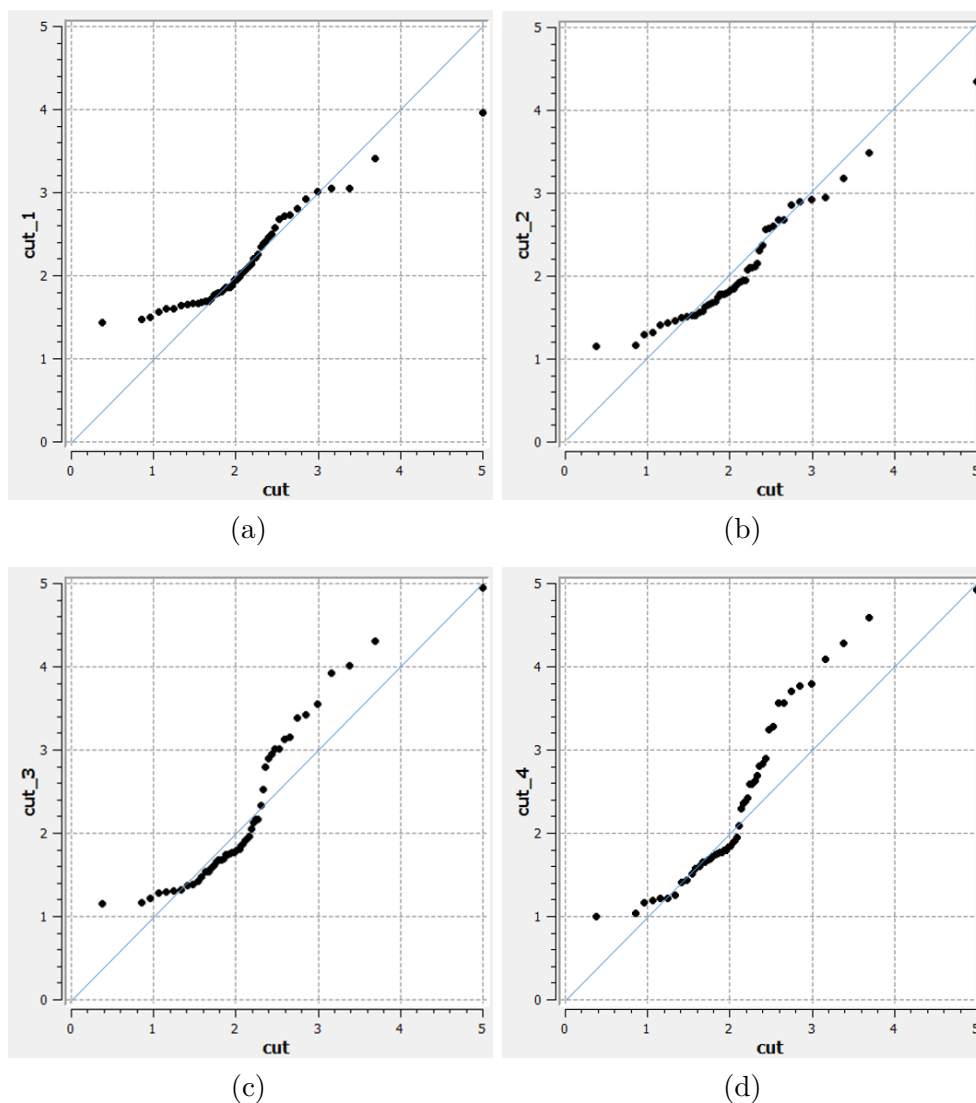
(d)

5.1.2 Validação

Para validar os resultados em função da estacionaridade dos teores previamente estipulada, foi utilizado o gráfico qq-plot entre o modelo E-type sobre os saques.

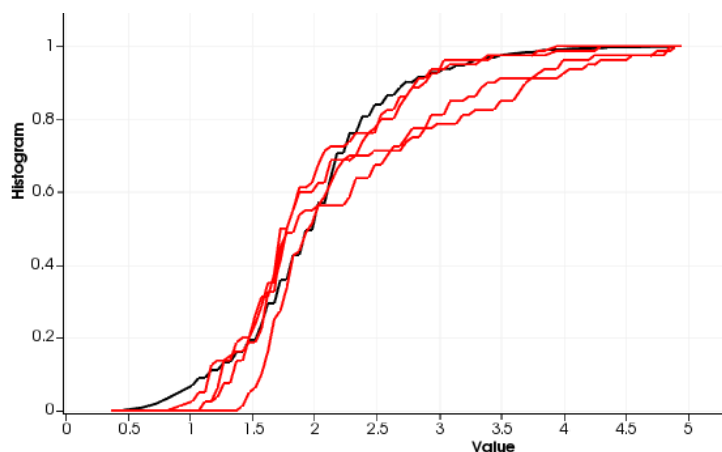
A Figura 40 mostra a relação entre as duas distribuições. Podemos notar que nos médios teores, o algoritmo seleciona blocos com maior aderência ao histograma global, nos altos e baixos teores a aderência diminui pelo escapeo numero de blocos nos saques. A linha azul representa uma comparação entre uma única distribuição.

Figura 40 – Qq-plot dos saques, onde o histograma global fica no eixo X e os histogramas dos saques ficam no eixo Y (a) saque 1 (b) saque 2 (c) saque 3 (d) saque 4



A Figura 41 mostra os histogramas acumulados dos saques comparados com o histograma acumulado do modelo global (modelo E-type). Para melhorar os resultados sugere-se usar maior número de pontos sementes e maior número de blocos em cada saque. Assim também, diminuir a quantidade de blocos do modelo global.

Figura 41 – Comparativo entre os histogramas acumulados dos saques (vermelho) e o histograma acumulado da distribuição global (preto) do modelo E-type



A Tabela 4 apresenta o resumo das estatísticas dos saques do modelo E-type. Os resultados apresentam discrepâncias pelo fato de que o número de blocos dos saques é muito menor do que o valor global. Assim, conseguir distribuições muito similares entre os saques e o valor global torna-se um desafio com um reduzido número de blocos de lavra por saque. É claro que, blocos do modelo global com blocos dos saques possuem o mesmo suporte (10m x 10m x 10m). As médias relativas e os desvios padrões relativos estão em função do modelo global.

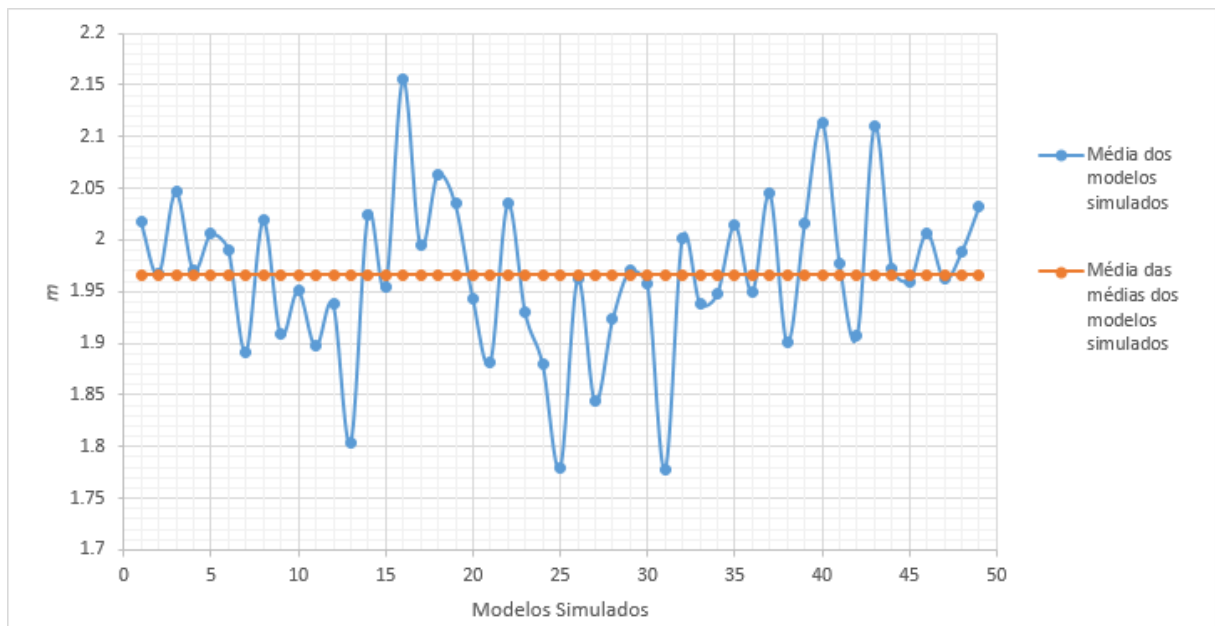
Tabela 4 – Resumo das estatísticas no modelo E-type

	Média	Média Rel.	Variância	Desvio Padrão	Desvio Padrão Rel.	Valor Max.	Valor Min.	Nº de Blocos
Global	2.04	1.00	0.41	0.64	1.00	4.99	0.37	17019
Cut 1	2.15	1.05	0.29	0.53	0.83	3.97	1.44	80
Cut 2	2.05	1.00	0.42	0.64	1.00	4.34	1.15	80
Cut 3	2.19	1.07	0.83	0.91	1.42	4.95	1.16	80
Cut 4	2.32	1.13	0.98	0.99	1.54	4.92	0.99	80

5.2 Descrição da Incerteza

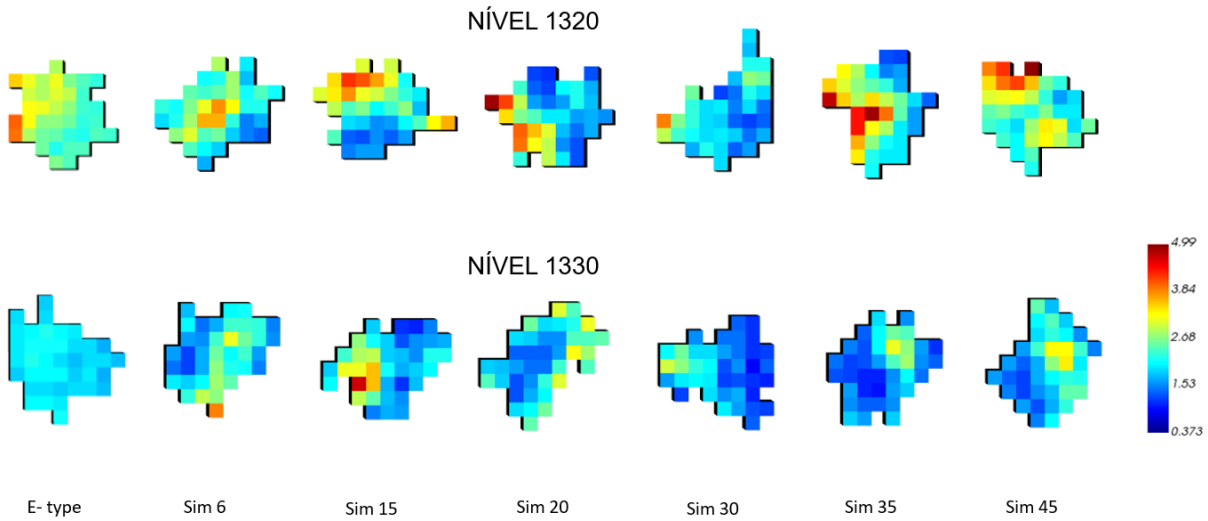
Foram gerados 49 modelos equiprováveis com os mesmos parâmetros de entrada usados no modelo E-type. A [Figura 42](#) mostra as flutuações ergódicas das médias dos modelos resultantes.

Figura 42 – Gráfico das médias dos modelos resultantes das simulações. Linha laranja (Média das médias) Linha azul (média dos modelos)



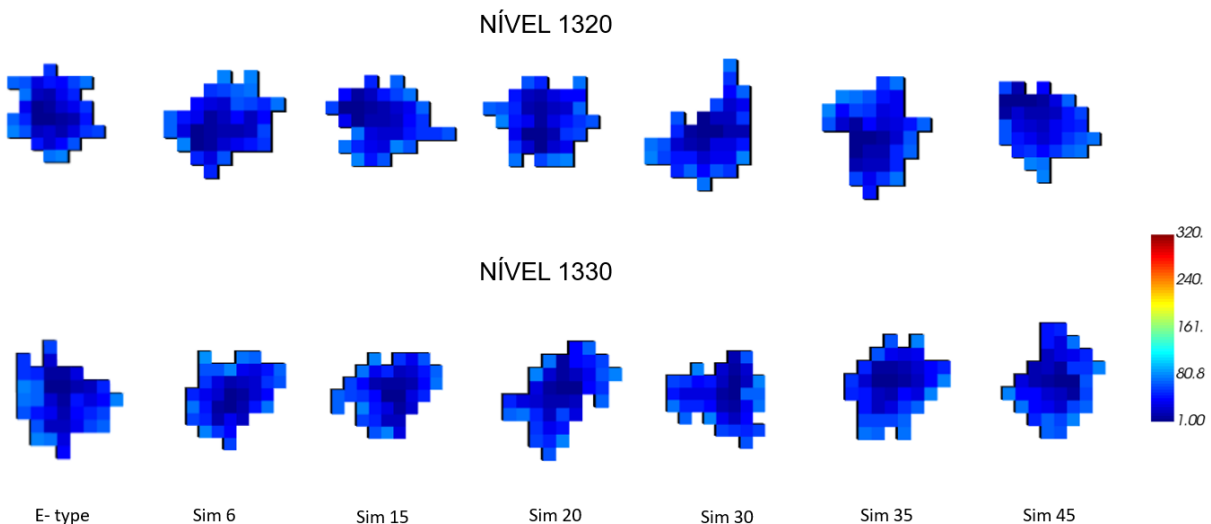
Para avaliar a incerteza do sequenciamento no curto prazo, optou-se por comparar apenas o primeiro saque do modelo E-type com o primeiro saque dos modelos simulados. A [Figura 43](#) apresenta os mapas gerados com a mesma semente do primeiro saque (80 blocos) do modelo E-type (esquerda) e os saques de algumas simulações.

Figura 43 – Mapas dos teores do primeiro saque do modelo E-type com alguns modelos simulados para o nível 1320 (semente 1) e nível 1330 (semente 2)



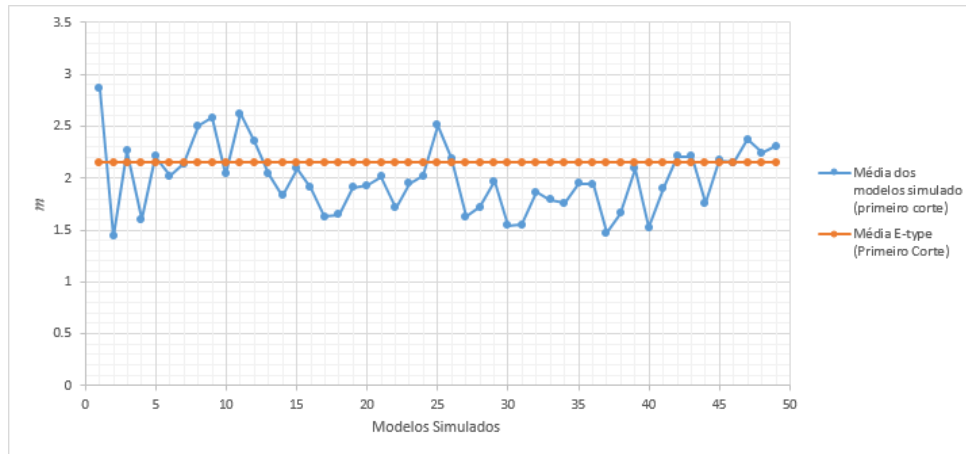
A Figura 44 apresenta os mesmos mapas da Figura 43, mas sequenciados para os primeiros 80 blocos requeridos semanalmente, a cor azul escura indica o início da erosão, que avança segundo a escala de cores.

Figura 44 – Mapas do sequenciamento de blocos do primeiro corte do modelo E-type com alguns modelos simulados no nível 1320 (semente 1) e nível 1330 (semente 2)

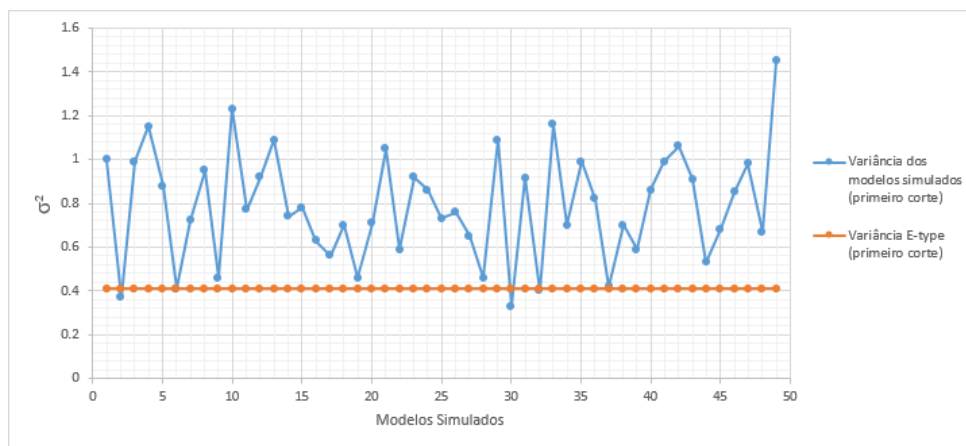


A Figura 45 apresenta o comparativo das estatísticas do primeiro saque no modelo E-type com o primeiro saque dos modelos simulados. Podemos verificar a flutuação ergódica no primeiro saque gerado pelo algoritmo nos modelos simulados.

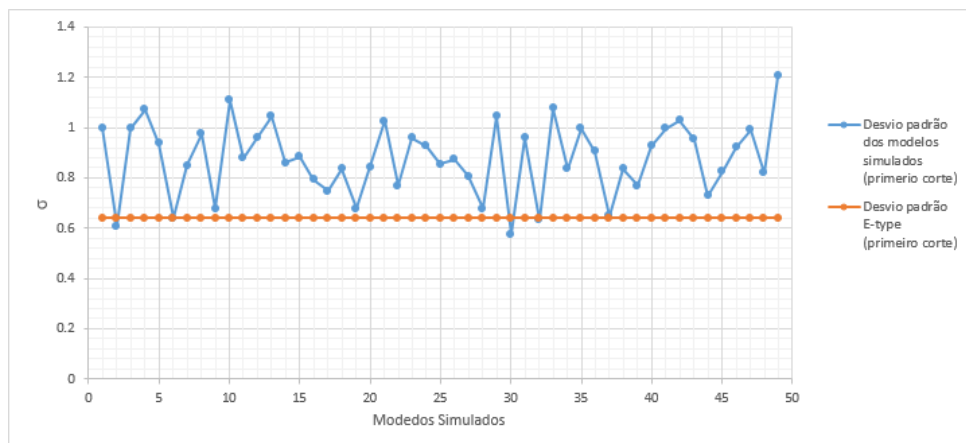
Figura 45 – Comparativo entre o primeiro saque dos modelos simulados com o E-type (a) comparativo das médias (b) comparativo das variâncias (c) comparativo do desvio padrão (d) comparativo dos valores máximos e mínimos



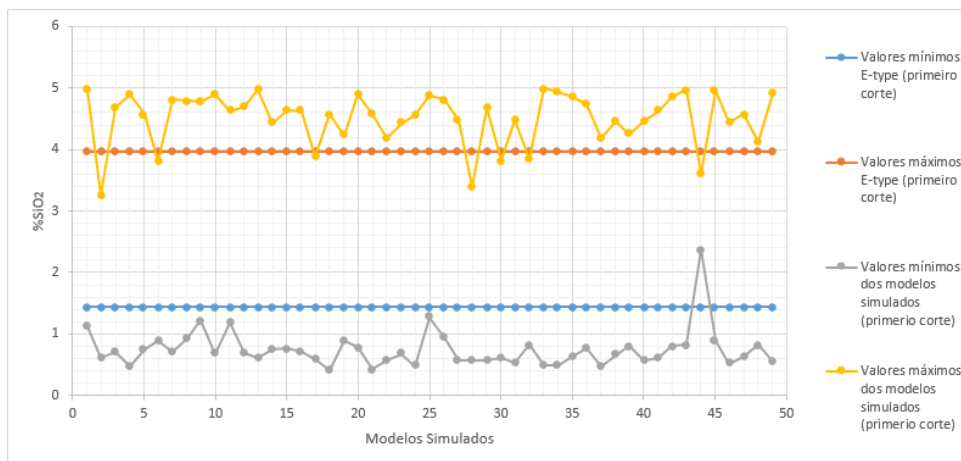
(a)



(b)



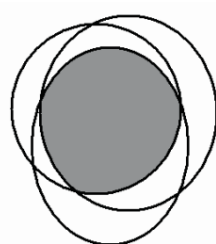
(c)



(d)

O estudo apresenta 49 *dig-lines* equiprováveis com diferentes formas de lavar e sequenciar o primeiro saque. Esses modelos podem ser usados para tomada de decisões, escolhendo os blocos com maior probabilidade de ocorrência sobre os modelos simulados. A Figura 46 retrata a incerteza dos teores representada pela região fora da intersecção (zona hachurada) dos conjuntos ou primeiro saque dos modelos simulados. A região de intersecção dos conjuntos é o local com 100 % de probabilidade dos blocos a serem lavrados.

Figura 46 – Esquema dos primeiros cortes dos modelos simulados. Zona hachurada equivale aos blocos selecionados simultaneamente em todas as simulações



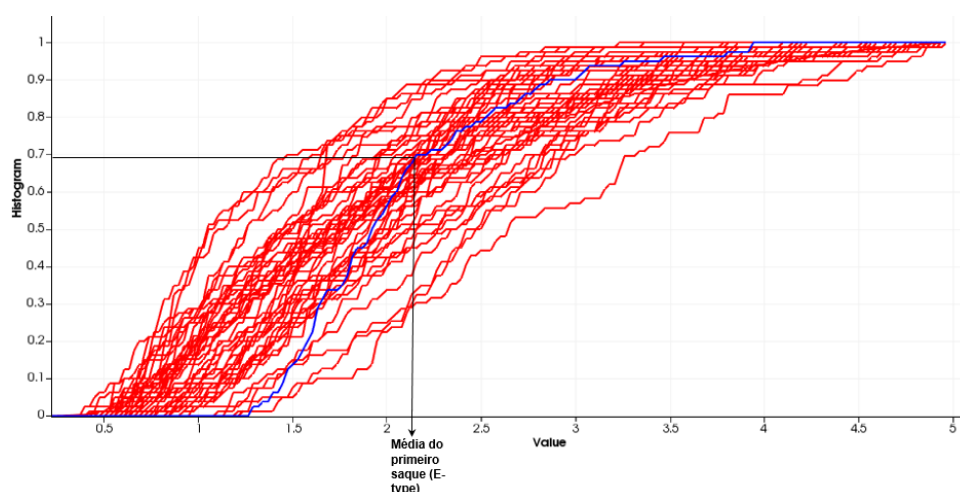
(a)

Fonte: (WHITTLE; BOZORGEBRAHIMI, 2004)

A Figura 47 mostra os histogramas acumulados do primeiro corte dos modelos simulados, comparados com o histograma acumulado do primeiro corte do modelo E-type. Note que, a distribuição acumulada do primeiro corte dos modelos simulados contém a distribuição acumulada do primeiro corte do modelo E-type. Assim, assumindo que o modelo E-type é usado pela indústria como referência, existe um intervalo de incerteza geológica na distribuição do primeiro saque dos modelos simulados dos teores.

Ao seleccionar o primeiro saque do modelo estimado (E-type) e ignorar o primeiro saque gerado sobre os 49 cenários equiprováveis, não é considerado as flutuações que acontecem no saque na realidade, mas usando os modelos gerados por simulação podemos advertir as flutuações do saque que será entregue à planta de beneficiamento.

Figura 47 – Comparativo do histograma acumulado do primeiro saque dos 49 modelos simulados (vermelho) e histograma acumulado do primeiro corte do modelo E-type (azul)



5.3 Comentários Finais

O capítulo 5 apresentou os resultados do algoritmo aplicado no depósito primeiro para o modelo E-type que representa o modelo clássico usado na indústria. Os saques gerados nas bancadas pelo algoritmo conseguem estacionarizar os teores e sequenciar os blocos em função da distribuição dos teores do modelo global (modelo E-type) de forma quase ótima. Além disso, apresentou-se o estudo da incerteza geológica dos teores para o primeiro saque (80 blocos por semana) sobre os modelos simulados, mostrando as diferenças entre o primeiro saque dos modelos simulados. Os dados gerados apresentam valores médios muito próximos, no entanto as distribuições de probabilidade apresentam discrepâncias devido ao número restrito de blocos e as limitações de continuidade geométricas (seleccionar blocos adjacentes ao polígono) procurada pelo algoritmo.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo dessa dissertação foi desenvolver uma metodologia de sequenciamento de blocos para o planejamento de curto prazo, que pudesse garantir a estacionarização dos teores dos avanços reproduzindo a distribuição global do modelo de referência. Desta forma seria possível garantir para fins de beneficiamento mineral uma alimentação mais constante, principalmente em variáveis como sílica que podem vir a causar perdas na recuperação do minério. Além de mostrar a incerteza geológica dos teores no curto prazo.

Durante o desenvolvimento desta dissertação foram realizadas as seguintes etapas, obtendo resultados satisfatórios:

- aplicar o método de simulação por bandas rotativas para acessar a incerteza dos teores no depósito estudado;
- obter o modelo casca E-type e dos modelos simulados;
- desenvolver um algoritmo que permita sequenciar e agrupar os blocos em função da distribuição de teores, além de poder selecionar o número de cortes desejados, garantindo que cada corte possua uma distribuição mais parecida possível ao global;
- usar a função de transferência desenvolvida em cada um dos modelos simulados comparando-os ao modelo E-type.

6.1 Conclusões

A utilização de algoritmos genéticos e dinâmicos de otimização de planejamento de lavra no curto prazo mostra que é possível automatizar rotinas de trabalhos até então realizadas de forma manual, mas com maior eficiência e garantia da qualidade do produto a ser entregue na planta de beneficiamento. Além disso, o método proposto permite uma maior combinação de parâmetros técnicos a ser analisados, como o número de escavadeiras e sua localização atualizadas da base de dados e a disponibilidade mecânica, respectivamente.

O controle do histograma (comparativo entre o global e os locais) é uma técnica que dificilmente poderia ser aplicado sem um método de otimização numérica. O que garante ao processo de planejamento uma metodologia menos laboriosa e mais eficiente, permitindo usar os modelos simulados para avaliar a incerteza geológica dos teores dos blocos lavrados e entregues na planta.

O uso do algoritmo como função de transferência nos modelos simulados permite acessar a incerteza geológica dos teores, podendo ser utilizado como ferramenta para

a otimização total do saque usando um ranking de probabilidades dos mapas gerados optando pelos blocos de maior probabilidade a serem lavrados.

6.2 Recomendações e Trabalhos Futuros

- É recomendável testar o algoritmo em outras variáveis minerais para analisar sua performance.
- mapear locais de incerteza entre minério e estéril;
- testar o algoritmo para sequenciar bancadas completas para avaliar o comparamento das fases nas bancadas e os limites de minério e estéril detetando zonas de baixo ou alto risco;
- investigar o uso do algoritmo para o médio prazo;
- usar técnicas de cokrigagem e cosimulação para analisar modelos multivariados. Além, de usar informação secundária para reduzir a incerteza geológica;
- criar um novo algoritmo que calcule o ranking das probabilidades dos mapas gerados pelo algoritmo, que escolha os blocos de maior probabilidade de ocorrência com a finalidade de otimizar em função da incerteza;
- reduzir o tempo de processamento parametrizando o algoritmo.

Referências

- ARMSTRONG, M. *Basic linear geostatistics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1998. Citado na página 29.
- CARLSON, T. R. et al. Computer techniques in mine planning. *Mining Engineering*, v. 18, n. 5, p. 53–56, 1966. Citado na página 42.
- CHILES, J.; DELFINER, P. *Modelling spatial uncertainty*. [S.l.]: John Wiley & sons, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- CONSUEGRA, F. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Algorithmic approach to pushback design based on stochastic programming: method, application and comparisons. *Mining Technology*, Taylor & Francis, v. 119, n. 2, p. 88–101, 2010. Citado na página 44.
- COSTA, J. F. C. L. Developments in recoverable reserves estimation and ore body modelling. 1997. Citado na página 67.
- DIEDRICH, C. Incorporação da variabilidade dos teores para análise de risco de recursos minerais e sequenciamento de lavra. 2012. Citado 3 vezes nas páginas 30, 42 e 45.
- DIMITRAKOPOULOS, R. Conditional simulations: Tools for modelling uncertainty in open pit optimisation. *Optimizing with Whittle, Perth, Whittle Programing Pty. Ltd*, p. 31–42, 1997. Citado na página 27.
- DIMITRAKOPOULOS, R.; RAMAZAN, S. Uncertainty based production scheduling in open pit mining. *SME transactions*, v. 316, 2004. Citado na página 45.
- GALLER, B. A.; FISHER, M. J. An improved equivalence algorithm. *Communications of the ACM*, ACM, v. 7, n. 5, p. 301–303, 1964. Citado na página 48.
- GODOY, M.; DIMITRAKOPOULOS, R. Managing risk and waste mining in long-term production scheduling of open-pit mines. *SME transactions*, v. 316, n. 3, 2004. Citado na página 45.
- GOOVAERTS, P. *Geostatistics for natural resources evaluation*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 1997. Citado 9 vezes nas páginas 23, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 35 e 63.
- GOYCOOLEA, M. et al. Comparing new and traditional methodologies for production scheduling in open pit mining. In: *Proceedings of APCOM*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 352–359. Citado na página 44.
- GOYCOOLEA, M.; MORENO, E.; RIVERA, O. Direct optimization of an open cut scheduling policy. *Proceedings of APCOM 2013*, p. 424–432, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- GUIMARÃES, O.; MARINHO, A. Sequenciamento direto de blocos. In: *8 th Brazilian Congress of Surface Mining, Belo Horizonte, Brasil*. [S.l.: s.n.], 2014. Citado na página 46.
- HALATCHEV, R. The time aspect of the optimum long-term open pit production sequencing. *APPLICATION OF COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRY*, v. 30, 2002. Citado na página 41.

- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA R, M. *Applied geostatistics*. [S.l.]: Oxford University Press, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.
- JOHNSON, T. B. *Optimum open pit mine production scheduling*. [S.l.], 1968. Citado na página 46.
- JOURNEL, A. G. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. *Economic Geology*, SecG, v. 69, n. 5, p. 673–687, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. *Mining geostatistics*. [S.l.]: Academic press, 1978. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 48.
- KIM, Y. Open pit limit analysis. *Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME*, p. 297–303, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- KOPPE, V. C. Metodologia para comparar a eficiência de alternativas para disposição de amostras. 2009. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 39.
- LERCHS, H.; GROSSMANN, I. Optimum design of open pit mines, canadian institute of mining bulletin, 58. 1965. Citado na página 42.
- MATHERON, G. Principles of geostatistics. *Economic geology*, SecG, v. 58, n. 8, p. 1246–1266, 1963. Citado na página 62.
- MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in applied probability*, Cambridge University Press, v. 5, n. 3, p. 439–468, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- MEAGHER, C.; DIMITRAKOPOULOS, R.; AVIS, D. Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem—a review. *Journal of Mining Science*, Springer, v. 50, n. 3, p. 508–526, 2014. Citado na página 43.
- PERONI, R. d. L. Análise da sensibilidade do seqüenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico. 2002. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 42.
- RIBEIRO, D. et al. Pdfseq: mine scheduling simulation based on block probability distribution function: an iron ore application. In: *Proceedings of the 33rd APCOM—international symposium on the application of computers and operations research in the mineral industry, Santiago*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 369–374. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 46.
- ROSSI, M. E. Optimizing grade control: a detailed case study. In: *Proceedings of the 101st annual meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy, and Petroleum (CIM), Calgary*. [S.l.: s.n.], 1999. p. 2–5. Citado na página 28.
- ROSSI, M. E.; DEUTSCH, C. V. *Mineral resource estimation*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 28, 29, 36 e 47.
- SOUZA, L. E. d. Proposição geoestatística para quantificação do erro em estimativas de tonelagens e teores. 2007. Citado 3 vezes nas páginas 37, 63 e 67.
- TOLEDO, A. T.; COSTA, J. F. C.; MARQUES, D. M. Desenho de poligonos e sequenciamento de blocos de minério para planejamento de curto prazo em função da distribuição dos teores para mineração a céu aberto. p. 411–420, 2017. Citado na página 46.

WANG, Q.; SEVIM, H. Alternative to parameterization in finding a series of maximum-metal pits for production planning. *Mining engineering*, v. 47, n. 2, p. 178–182, 1995. Citado na página 43.

WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. *Statistics and computing*, Springer, v. 4, n. 2, p. 65–85, 1994. Citado na página 49.

WHITTLE, D.; BOZORGEBRAHIMI, A. Hybrid pits—linking conditional simulation and lerchs-grossman through set theory. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, v. 14, p. 1–4, 2004. Citado na página 86.

WHITTLE, J. A decade of open pit mine planning and optimization—the craft of turning algorithms into packages. Colorado Sch. of Mines, 1999. Citado na página 43.

ZHAO, Y. A new optimal pit limit design algorithm. *Proc. of the 23rd APCOM*, p. 423–434, 1992. Citado na página 43.

Apêndices

APÊNDICE A – Algoritmo em linguagem python que seleciona e sequencia blocos procurando a estacionaridade dos teores em função de sua distribuição (*Algorithm in python language that select and sequences blocks searching the stationary of grade in function of their distribution*)

```

1. #
2. #-----
3. #
4. # Complement of pdfsequential12
5. # Have classes that complement pdfsequential12
6. # Autor: Augusto Andrés Torres Toledo
7. #-----
8. #
9. import numpy as np
10. import math
11. from pylab import plt
12. from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
13. from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter
14.
15. # Find and join diferent elements
16. class UnionFind:
17.     parent = None
18.     n_elements = None
19.     n_elements_tree = None
20.     n_components = None
21.     ordem = None
22.     n_processed_elements = None
23.
24.     def __init__(self, n_elements, old_uf = None):
25.         if old_uf is not None:
26.             self.n_elements = old_uf.n_elements
27.             self.parent = old_uf.parent
28.             self.n_elements_tree = old_uf.n_elements_tree
29.             self.n_components = old_uf.n_components
30.             self.ordem = old_uf.ordem
31.             self.n_processed_elements = old_uf.n_processed_elements
32.         else:
33.             self.n_elements = n_elements
34.             self.parent = np.arange(n_elements)
35.             self.n_elements_tree = np.ones(n_elements)
36.             self.n_components = n_elements
37.             self.ordem = np.zeros(n_elements)
38.             self.n_processed_elements = 0
39.
40.     def _update_ordem(self, u):
41.         self.n_processed_elements += 1
42.         self.ordem[u] = self.n_processed_elements
43.
44.     def get_ordem(self, u):
45.         return self.ordem[u]
46.
47.     def _find (self, u):
48.         if u != self.parent[u]:
49.             self.parent[u] = self._find(self.parent[u])
50.         return self.parent[u]
51.
52.     def _union (self, u, v):
53.         p_u, p_v = map(self._find, [u, v])
54.         if self.n_elements_tree[p_v] > 1:
55.             if p_u == p_v:
56.                 if self.n_elements_tree[p_u] < self.n_elements_tree[p_v]:
57.                     self.parent[p_u] = p_v
58.                     self.n_elements_tree[p_v] += self.n_elements_tree[p_u]
59.             else:
60.                 self.parent[p_v] = p_u
61.                 self.n_elements_tree[p_u] += self.n_elements_tree[p_v]
62.         self.n_components -= 1
63.         return True
64.
65. class Painter:
66.     EMPTY_CELL = -1

```

```

67. # moviment to possition X in 2d matrix
68. # . 1 .
69. # 2 x 3
70. # . 4 .
71.
72. move_row = [0, 0, 1, -1]
73. move_col = [-1, 1, 0, 0]
74.
75. # To work with 8-connected, use the following variables
76. # move_row = [-1, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 1]
77. # move_col = [-1, 0, 1, -1, 1, -
78. 1, 0, 1][..., levels[i - 1][..., levels[i - 1][..., levels[i - 1]]]]
79.
80. def __init__(self, seeds, grid, uf, K):
81.     self.seeds = seeds
82.     self.index_next_move = np.arange(len(self.move_row))
83.     self.grid = grid
84.     self.K = K
85.     self.n_rows, self.n_cols, self.n_levels = grid.shape
86.     self.uf = uf
87.     map(self.uf._update_ordem, [x for x in self.seeds[:self.K]])
88.     self.regions = [[x] for x in self.seeds[:self.K]]
89.
90. def is_within_bounds(self, position, limits):
91.     within = lambda a,x,b : a <= x < b
92.     #return [0] * len(position) <= position and position < limits
93.     return all(map(within, [0] * len(position), position, limits))
94.
95. def convert_number2coordinates(self, num, limits):
96.     n_rows, n_cols, n_levels = limits
97.     depth = num / (n_rows * n_cols)
98.     rem = num % (n_rows * n_cols)
99.     row, col = rem / n_cols, rem % n_cols
100.    return (row, col, depth)
101.
102.    def convert_coordinates2number(self, coordinates, limits):
103.        # coordinates = row, col, depth
104.        # limits = n_rows, n_cols, levels
105.        row, col, depth = coordinates
106.        n_rows, n_cols, n_levels = limits
107.        position = depth * n_rows * n_cols + row * n_cols + col
108.        return position
109.
110.    def test_converter(self):
111.        limits = (4,5,1)
112.        n = 4 * 5 * 1
113.        A = np.arange(n).reshape(limits)
114.        print A.reshape(4,5)
115.        print 'i : r c d A n'
116.        for i in xrange(n):
117.            r,c,d = self.convert_number2coordinates(i, limits)
118.            print i, ':', r, c, d, A[r,c,d], self.convert_coordinates2number([r,c,d], limits)
119.            assert(A[r, c, d] == i)
120.            assert(self.convert_coordinates2number([r,c,d], limits) == i)
121.        return True
122.
123.    def paint_Kregions (self, K, iter_label, max_steps = 250):
124.        np.random.shuffle(self.index_next_move)
125.        np.random.shuffle(self.seeds)
126.        ith_step = 0
127.        all_regions_found = False
128.        stop = False
129.        cannot_expand_more = 0
130.        limits = [self.n_rows, self.n_cols, self.n_levels]
131.        while not all_regions_found and ith_step < max_steps and cannot_expand_more < K:

```

```

132.         cannot_expand_more = 0
133.         for ith_region in xrange(K):
134.             if self.uf.n_components == K:
135.                 all_regions_found = True
136.                 break
137.             found_valid_move = False
138.             n_elements_current_region = len(self.regions[ith_region])
139.
140.             while not found_valid_move and n_elements_current_region > 0:
141.                 u = self.regions[ith_region][0]
142.                 row, col, depth = self.convert_number2coordinates(u, limits)
143.
144.                 for i_move in self.index_next_move:
145.                     nxt_row, nxt_col = row + self.move_row[i_move], col + self.move_col[i_move]
146.
147.                     if not self.is_within_bounds((nxt_row, nxt_col), limits[:2]) \
148.                        or math.isnan(self.grid[(nxt_row, nxt_col, depth)]):
149.                         continue
150.                     v = self.convert_coordinates2number((nxt_row, nxt_col, depth), limits)
151.                     if self.uf._union(u, v):
152.                         found_valid_move = True
153.                         self.uf._update_ordem(v)
154.                         break
155.                     if not found_valid_move:
156.                         self.regions[ith_region] = self.regions[ith_region][1:]
157.                         n_elements_current_region -= 1
158.                     else:
159.                         ith_step += 1
160.                         self.regions[ith_region].append(v)
161.                         np.random.shuffle(self.index_next_move)
162.                         np.random.shuffle(self.regions[ith_region])
163.                         if math.isnan(n_elements_current_region):
164.                             cannot_expand_more += 1
165.
166.         #
167.         if cannot_expand_more == K:
168.             print 'it was not possible to expand more due to connectivity issues'
169.         #
170.         #self.connected_map = np.array([self.uf._find(i) for i in xrange(self.uf.n_elements)]).res
171.         hape(limits)
172.         #self.connected_map_ordem = np.array([self.uf.get_ordem(i) for i in xrange(self.uf.n_eleme
173.         nts)]).reshape(limits)
174.         #self.connected_processed_map = self.connected_map_ordem > 0
175.         self.connected_map = np.empty(limits, int)
176.         self.connected_map_ordem = np.empty(limits, int)
177.         self.connected_processed_map = np.empty(limits, int)
178.         for i in xrange(self.uf.n_elements):
179.             coord = self.convert_number2coordinates(i, limits)
180.             self.connected_map[coord] = self.uf._find(i)
181.             self.connected_map_ordem[coord] = self.uf.get_ordem(i)
182.             self.connected_processed_map[coord] = self.uf.get_ordem(i) > 0
183.
184.     def test2D(self, showPlots = False):
185.         assert(self.test_converter())
186.         import hashlib
187.         # to test run the following command on a terminal:
188.         # python -
189.         c "from utils import *; guto = Painter([0], np.zeros([1,1,1]), UnionFind(1), 1); guto.test2D(showPlots=Tr
190.         ue);"
191.         # Creating variables to set up the Painter
192.         np.random.seed(1)
193.         n_rows, n_cols, n_levels = 20, 20, 1
194.         grid = np.random.randint(low = 0, high = 100, size = n_rows * n_cols * n_levels).reshape([
195.         n_rows, n_cols, n_levels])
196.         grid = grid * (grid > np.random.randint(low = 0, high = 30))
197.         K = 3
198.         seeds = np.random.randint(low = 0, high = n_rows * n_cols * n_levels, size = K)

```

```

192.         assert(all([grid[self.convert_number2coordinates(ith_seed, [n_rows, n_cols, n_levels])] >
    0 for ith_seed in seeds]))
193.         uf = UnionFind(n_rows * n_cols * n_levels)
194.         self.__init__(seeds, grid, uf, K)
195.         #
196.         def showGrid(grid_):
197.             if not showPlots:
198.                 return
199.                 plt.imshow(grid_[..., 0], interpolation='nearest')
200.                 plt.show()
201.                 # Show grid
202.                 showGrid(grid)
203.                 # Run the painter
204.                 self.paint_Kregions(K, iter_label=None, max_steps=100)
205.                 # Show results
206.                 showGrid(self.connected_map)
207.                 hash_obj = hashlib.md5(self.connected_map.reshape(-1))
208.                 assert(hash_obj.hexdigest() == "d6b6444b088f017e4a500a10a80761a8")
209.
210.
211.         class Map3D:
212.             def __init__(self, map_name = ''):
213.                 self.map_name = map_name
214.
215.             def setVectors(self, X, Y, Z, V):
216.                 self.X = X
217.                 self.Y = Y
218.                 self.Z = Z
219.                 self.V = V
220.
221.             def readFromFile(self, filename_path):
222.                 reader = open(filename_path, 'r')
223.                 self.map_name = reader.readline()
224.                 reader.readline()
225.                 reader.readline()
226.                 reader.readline()
227.                 reader.readline()
228.                 reader.readline()
229.                 self.X, self.Y, self.Z, self.V = [], [], [], []
230.                 for line in reader:
231.                     x, y, z, v = map(float, [t for t in line.replace('\t', ' ').split(' ') if len(t) > 0])
232.
233.                     self.X.append(int(x))
234.                     self.Y.append(int(y))
235.                     self.Z.append(int(z))
236.                     self.V.append(v)
237.                 reader.close()
238.
239.             def convertCoordinates(self):
240.                 realCoordinates = lambda fake_coordinates: dict([(val, idx) for idx, val in enumerate(sorted(set(fake_coordinates)))]])
241.                 mapCoordinates = lambda fake_coordinates, real_coordinates: map(real_coordinates.get, fake
_coordinates)
242.                 self.realX, self.realY, self.realZ = map(realCoordinates, [self.X, self.Y, self.Z])
243.                 self.nX, self.nY, self.nZ = map(mapCoordinates, [self.X, self.Y, self.Z], [self.realX, sel
f.realY, self.realZ])
244.                 self.n_cols, self.n_rows, self.n_depth = map(len, [self.realX, self.realY, self.realZ])
245.
246.             def toMatrix(self):
247.                 M = np.empty([self.n_rows, self.n_cols, self.n_depth], np.float)
248.                 for idx in xrange(len(self.V)):
249.                     M[self.nY[idx], self.nX[idx], self.nZ[idx]] = self.V[idx]
250.                 return M
251.
252.             def toList(self, M):

```

```
253.         L = [0] * len(self.V)
254.         for idx in xrange(len(self.V)):
255.             L[idx] = M[self.nY[idx], self.nX[idx], self.nZ[idx]]
256.         return L
257.
258.     def plotSurface(self, level, M):
259.         n_elts_per_levels = self.n_rows * self.n_cols
260.         fig = plt.figure()
261.         ax = fig.add_subplot(111, projection = '3d')
262.         xx, yy = np.meshgrid(range(self.n_cols), range(self.n_rows))
263.         surf = ax.plot_surface(xx, yy, M[... , level], cmap = 'terrain', cstride = 1, rstride = 1,
linewidth=0, antialiased=False)
264.
265.         #fig.colorbar(surf, shrink=0.5, aspect=5)
266.         plt.show()
267.
268.         #from utils import Map3D;
269.         #mapa = Map3D('./3dproob3.txt');
270.         #mapa.plotSurface(0, matrix)
```