

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE MODAL DO POLIOXIMETILENO E SUA APLICAÇÃO EM EIXOS DE  
TRANSMISSÃO VEICULARES

por

Guilherme Ferreira Cabral

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, 25 de junho de 2018

ANÁLISE MODAL DO POLIOXIMETILENO E SUA APLICAÇÃO EM EIXOS DE  
TRANSMISSÃO VEICULARES

por

Guilherme Ferreira Cabral

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Letícia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof. Dr. Edson Hikaro Aseka

Prof. Dr. Rodrigo Rossi

Porto Alegre, 25 de junho de 2018

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Cristiane Ferreira Cabral e Telmo Pelisoli Cabral: pelo carinho dado a mim desde sempre; por me ensinarem valores que levarei comigo por toda a vida; pela incessante disposição a me ouvir e me auxiliar; pelos fundamentais conselhos em importantes decisões da minha vida, dados com muita sensatez e tranquilidade, visando meu bem-estar e minha prosperidade; por me motivarem a sempre dar o melhor de mim e; por nunca duvidarem da minha capacidade.

Expresso, também, muita gratidão aos meus avós e aos meus tios: pelo constante apoio e; pelos bons momentos compartilhados.

Aos caros colegas que conheci nesses anos de graduação, gostaria de dizer que vossa amizade e companheirismo foram fundamentais para a criação de um ambiente muito mais leve e divertido na universidade e, assim, tornar as horas de aulas e estudos extraclasse bem mais agradáveis.

A minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Leticia Fleck Fadel Miguel, agradeço pela disponibilidade, atenção e ajuda para a elaboração desse trabalho.

CABRAL, G. F. **Análise modal do polioximetileno e sua aplicação em eixos de transmissão veiculares**. 2018. 19p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## **RESUMO**

Os polímeros contribuem com uma alta gama de aplicações no campo da engenharia, visto que podem combinar ótimas propriedades mecânicas, baixo peso, baixo custo de produção, entre outras características que vão ao encontro do desejo de aumento de produtividade com qualidade a baixo custo, buscado pelas empresas. O polioximetileno (POM) é um termoplástico de engenharia que possui ótimas propriedades mecânicas tais como rigidez à torção, ótima resistência à tração, à fadiga, à fluência e ao desgaste, indicando a possibilidade de utilização desse material em aplicações sujeitas a vários tipos de excitações, como em um automóvel. O POM já tem sido utilizado em engrenagens de transmissão de veículos leves e promoveu o aumento de performance de componentes e redução do peso destes, incentivando pesquisas para utilização desse material em componentes de transmissão maiores. O presente texto busca sugerir a utilização do POM em componentes veiculares. Para isso, realiza-se a análise modal de uma viga engastada de POM por meio de métodos analítico, numérico e experimental. Dessa forma, pode-se obter um módulo de elasticidade confiável, para que se possa dimensionar um eixo de POM para seu emprego em uma caixa de engrenagem de redução dupla e avalie-se se esse material é capaz de manter a capacidade estrutural do componente sem aumento de seu peso. Com esse estudo, conclui-se que o uso de polímeros para a construção de eixos de transmissão é uma alternativa viável para a crescente demanda de componentes de alta performance, além de superar a desconfiança quanto a capacidade desses materiais de suportarem as condições severas associadas às aplicações de transmissão.

**PALAVRAS-CHAVE:** Polímeros, polioximetileno, análise modal, transmissão.

CABRAL, G. F. **Modal analysis of polyoxymethylene and its application in vehicular transmission shafts**. 2018. 19p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## **ABSTRACT**

Polymers contribute to a wide range of applications in the field of engineering, since they can combine excellent mechanical properties, low weight, low production cost, among other characteristics that meet the desire to increase productivity with quality and low cost, aimed by companies. Polyoxymethylene (POM) is an engineering thermoplastic that has excellent mechanical properties such as torsional stiffness, excellent tensile, fatigue, creep and, wear strength, indicating the possibility of using this material in applications subject to many kinds of excitation, as in a vehicle. POM has already been used in light vehicle transmission gears and has promoted increased component performance and reduced weight, encouraging research into the use of this material in larger transmission components. The present text aims to suggest the use of POM in vehicle components. For this, the modal analysis of a cantilever POM beam is performed by means of analytical, numerical and experimental methods. In this way, a reliable modulus of elasticity can be obtained, so that a POM shaft can be sized for use in a double reduction gearbox and it is evaluated if this material is able to maintain the structural capacity of the component without increase in weight. This study concludes that the use of polymers for the construction of transmission shafts is a viable alternative for the increasing demand of high performance components, in addition to overcoming the prejudice that these materials are not able to withstand severe conditions associated with the vehicular transmission applications.

**KEYWORDS:** Polymers, polyoxymethylene, modal analysis, transmission.

## ÍNDICE:

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>2</b>
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>2</b>
3.1 Análise modal .....	2
3.1.1 Via teoria de sistemas contínuos .....	2
3.1.2 Via <i>software</i> ANSYS™ .....	2
3.2 Dimensionamento de eixos.....	3
3.2.1 Seleção de material .....	3
3.2.2 Disposição geométrica.....	3
3.2.3 Limite de fadiga, tensão e resistência .....	4
3.2.4 Concentrações de tensão .....	5
3.2.5 Considerações da deflexão.....	6
<b>4. METODOLOGIA</b> .....	<b>7</b>
4.1 Análise modal .....	7
4.1.1 Método analítico .....	7
4.1.2 Método numérico .....	7
4.1.3 Método experimental .....	8
4.2 Dimensionamento de eixo de transmissão .....	8
4.2.1 Análise do ponto I .....	9
4.2.2 Análise da extremidade da ranhura de chaveta, à direita do ponto I .....	9
4.2.3 Análise do sulco no ponto K.....	9
4.2.4 Análise do ponto M .....	10
4.2.5 Considerações de deflexão.....	10
4.2.6 Comparação com aço AISI 1050 .....	10
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>10</b>
5.1 Análise modal .....	10
5.1.1 Método analítico .....	10
5.1.2 Método numérico .....	11
5.1.3 Método experimental .....	11
5.2 Dimensionamento de eixo de transmissão .....	12
5.2.1 Análise do ponto I .....	12
5.2.2 Análise da extremidade da ranhura de chaveta, à direita do ponto I .....	12
5.2.3 Análise do sulco no ponto K.....	13
5.2.4 Análise do ponto M .....	13
5.2.5 Dimensionamento das seções .....	13
5.2.6 Considerações de deflexão.....	13
5.2.7 Comparação com aço AISI 1050 .....	14
<b>6. CONCLUSÕES</b> .....	<b>14</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>14</b>
<b>ANEXO A</b> .....	<b>16</b>
<b>ANEXO B</b> .....	<b>17</b>
<b>ANEXO C</b> .....	<b>18</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Para não perderem mercado, as empresas buscam aumentar sua produtividade com qualidade, ao mesmo tempo em que procuram racionalizar os custos e um dos caminhos para se atingir essas metas está na substituição de peças metálicas por outras, construídas com plásticos de engenharia [Wiebeck e Harada, 2005]. Segundo Pogačnik e Kalin, 2012, o baixo custo para altos volumes de produção, peso reduzido, facilidade no processo de manufatura, e inclusive, presença de propriedades lubrificantes, justificam o crescimento da utilização destes polímeros como substitutos para ligas metálicas em diversas aplicações. Em automóveis, por exemplo, estima-se que ocorra redução média de 7% de combustível a cada 10% de redução em massa [Gutierrez et al., 2014].

Os polímeros contribuem com uma alta gama de aplicações no campo da engenharia e são definidos como a repetição de átomos unidos por forças covalentes, formando uma molécula de cadeia longa. Uma característica importante dos polímeros é o fato de sua resposta mecânica combinar efeitos elásticos e viscosos e, por isto, recebem a classificação de materiais viscoelásticos. Eles podem ser classificados quanto a sua resposta ao calor, sendo termoplásticos ou termorrígidos. O polímero em estudo, polioximetileno (POM), é um dos termoplásticos de engenharia mais utilizados por possuir ótimas propriedades mecânicas tais como resistência à tração, rigidez à torção, ótima resistência à fadiga, à temperatura, à fluência e ao desgaste, possuindo uma forte estabilidade dimensional e alta resistência química. A grande maioria dos POM's disponíveis no mercado possui equivalência aos náilons tanto à resistência à fadiga, à fluência, quanto à dureza e ao desgaste com trabalho com água, porém os náilons são superiores quanto à resistência ao impacto e à resistência à abrasão [Loon, 2005].

Na área da Engenharia, há muitas aplicações de vibrações, tais como o projeto de máquinas, fundações, estruturas, motores, turbinas, sistemas de controle, etc. Um dos principais motivos do estudo de vibrações é aprender como projetar corretamente máquinas de forma a reduzir suas vibrações. Quando a frequência natural de vibração de um sistema coincide com a frequência da excitação externa, ocorre o fenômeno conhecido como ressonância, o que conduz à falha [Miguel, 2006]. Um sistema mecânico real, ainda que complexo, pode ser transformado em um sistema padrão equivalente. Neste sistema, um perfil é análogo a uma mola e pode ter sua rigidez calculada através de uma fórmula retirada de tabelas. Esta propriedade depende apenas do material e das dimensões do perfil. Entretanto, um material viscoelástico, como o POM, depende do tempo e da temperatura, assim como promove a coexistência de dissipação de energia (viscosa) com capacidade de recuperar a forma, trazendo à tona uma análise profunda desse tipo de material para aplicações sujeitas a uma vasta gama de excitações, como em um automóvel.

De acordo com a análise de Moore, 2015, acredita-se que o uso de fibra de carbono e compósitos de matrizes poliméricas promoverão uma redução de 25% a 70% no peso dos carros, indo ao encontro: da estimativa de redução, proposta pela IHS Automotive, de 30% do peso dos carros até 2025 e; do requerimento de adoção em larga escala de tecnologias avançadas para motores e transmissões veiculares.

Tendo isso em vista, o presente trabalho propõe a realização de três métodos de análise modal do POM com o objetivo de se obter um módulo de elasticidade (E) confiável para o material e, ademais, promove-se o estudo da viabilidade de utilização do POM em substituição a materiais metálicos, consagradamente utilizados para a construção de componentes automotivos, através do dimensionamento de um eixo de POM para seu emprego em uma caixa de engrenagem de redução dupla e, assim, avaliar se é possível utilizar esse material, mantendo a capacidade estrutural desse componente sem aumento de seu peso.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A BPG Werks criou um modo inovador de transporte pessoal, em 2010, chamado *Shredder*, que usou engrenagens poliméricas em seu eixo de transmissão em substituição ao latão, obtendo, assim, maior durabilidade e menor desgaste, atendendo aos requisitos de desempenho confiável a velocidades do motor acima de 5000 rpm e níveis de torque de até 20 N.m durante a vida útil do veículo.

Outro exemplo de polímero aplicado a um sistema de transmissão vem da Bradley University nos EUA, que produziu, em 2010, um veículo urbano leve, que usa engrenagens de transmissão feitas de POM, especificadas para suportar o torque produzido por seu motor de 25 hp e, obter-se uma redução de peso. Consoante Cunningham, 2014, o uso bem-sucedido de POM para engrenagens ajudou a desafiar o preconceito de que os polímeros não são capazes de suportar as condições severas associadas às aplicações de transmissão e, embora seja mais incomum sua utilização em engrenagens maiores e peças de transmissão, existem exemplos de engrenagens e peças de transmissão cada vez maiores sendo feitas para alto desempenho.

## 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 Análise modal

#### 3.1.1 Via teoria de sistemas contínuos

##### *Vibrações transversais de vigas*

Na teoria clássica de Euler-Bernoulli ou de flexão pura, consideram-se vigas prismáticas uniformes (de seção transversal constante) com comprimento longitudinal como dimensão predominante. A Eq. (3.1) descreve o movimento de uma viga que segue o modelo de Euler-Bernoulli.

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad (3.1)$$

na qual:  $w(x,t)$  é o deslocamento da linha média da seção  $x$  no instante  $t$  e;  $c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ , sendo:  $E$ , o módulo de elasticidade;  $I$ , o momento de inércia da seção;  $\rho$ , a densidade do material e;  $A$ , a área da seção transversal. O produto  $EI$  é definido como a rigidez à flexão da viga.

A Eq. (3.1) requer quatro condições de contorno para ser resolvida. Já a presença da derivada temporal de segunda ordem, exige duas condições iniciais. A solução da equação diferencial no espaço pode ser expressa por:

$$X(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (3.2)$$

As frequências naturais da viga são calculadas por:

$$\omega_n = \beta^2 c = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad (3.3)$$

Para uma viga fixa-livre, os primeiros quatro valores de  $\beta_n L$  são  $\beta_1 L = 1,875104$ ,  $\beta_2 L = 4,694091$ ,  $\beta_3 L = 7,854757$  e  $\beta_4 L = 10,995541$ .

#### 3.1.2 Via **software ANSYS™**

O ANSYS™ é um *software* de elementos finitos que pode ser utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia [ANSYS, 1998]. O *software* é capaz de realizar a análise modal a partir de diferentes métodos de extração de modos. Uma análise modal no ANSYS™ é sempre uma análise linear. Quaisquer não-linearidades, como plasticidades e elementos de contato, são ignoradas até mesmo se tiverem sido definidas [Bathe, 1982]. Consoante Martha, 2010, o procedimento para a realização de uma análise modal consiste de quatro principais passos:



1. Construção do modelo – define-se o tipo de elemento (viga, placa, tubo, etc.), as constantes reais, propriedades dos materiais (módulo de elasticidade, densidade, coeficiente de *Poisson*, etc.), a geometria do modelo (área, momento de inércia, altura, largura diâmetro, espessura, etc.) e disposição dos elementos estruturais (coordenadas nodais). As condições de contorno podem ser definidas ainda nesta fase.
2. Solução – neste passo, define-se o tipo de análise para a solução em elementos finitos das frequências naturais. Determina-se a extração e expansão dos modos de vibração para revisão.
3. Extração e expansão dos modos – controla-se o número de modos a serem extraídos e expandidos, através da especificação de uma faixa de frequência, são obtidos e ampliados os modos dentro daquela faixa.
4. Revisão dos resultados – após o programa resolver o modelo, deve-se proceder à apresentação dos resultados desejados (listagem das frequências correspondentes aos modos expandidos, “plotagem” da deformada de cada modo de vibração, animação do comportamento da estrutura nos vários modos de vibração).

### 3.2 Dimensionamento de eixos

O eixo é um membro rotativo, usualmente de seção transversal circular, usado para transmitir potência ou movimento. Ele provê o eixo de rotação, ou oscilação, de elementos tais como engrenagens, polias, volantes, manivelas, rodas dentadas e similares, e controla a geometria dos seus movimentos. O eixo fixo é um membro não rotativo que não transmite torque e é usado para suportar rodas girantes, polias e similares, além disso, pode ser analisado como uma viga estática. O eixo automotivo está sujeito a carregamento de fadiga, portanto, não é um eixo fixo verdadeiro; o termo é subsistente da era de cavalo e charrete, quando as rodas giravam em membros não rotativos. Os procedimentos para dimensionamento de um eixo, sugeridos por Budynas e Nisbett, 2011, serão apresentados nas seções subsequentes.

#### 3.2.1 Seleção de material

A deflexão não é afetada pela resistência, mas, ao contrário, pela rigidez, como está representado pelo módulo de elasticidade, tendo esta propriedade um papel importante durante a seleção do material. No caso dos plásticos, deve-se levar em conta que o módulo de elasticidade é muito mais suscetível a variações de temperatura do que se está acostumado com metais.

A resistência necessária para resistir às tensões de carregamento afeta a escolha de materiais e seus tratamentos. Em polímeros, essa propriedade também é altamente dependente da temperatura, assim como da velocidade de carregamento e fatores ambientais, como a umidade.

A resistência à fadiga de plásticos é um assunto de grande complexidade. Além da dependência óbvia da composição química do polímero e da temperatura, a frequência do carregamento e a amplitude das tensões e deformações também influem consideravelmente, pois estas variáveis podem favorecer uma manifestação maior dos fenômenos viscoelásticos [Marczak, 2017].

#### 3.2.2 Disposição geométrica

A disposição geral de um eixo para acomodar os elementos de eixo, por exemplo, engrenagens, mancais e polias, deve ser especificada cedo no processo de desenho a fim de realizar uma análise de forças de corpo livre e obter os diagramas de cisalhamento e momento. A geometria de um eixo é geralmente aquela de um cilindro escalonado. O uso de ressalto de eixo é um meio excelente de localizar axialmente os elementos de eixo e para transmitir quaisquer cargas axiais.

O posicionamento axial de componentes é frequentemente ditado pela disposição do compartimento e por outros componentes engrenantes. Em geral, é melhor suportar componentes condutores de carga entre mancais. Somente dois mancais devem ser usados na maioria dos casos. Eixos devem ser mantidos curtos para minimizar momentos flexores e deflexões. Componentes de suporte de carga devem ser colocados próximos a mancais, novamente para minimizar o momento flexor nas posições que provavelmente terão concentrações de tensão e para minimizar a deflexão nos componentes condutores de carga.

A maioria dos eixos serve para transmitir torque de uma engrenagem de entrada ou polia, através do eixo, para uma engrenagem de saída ou polia; por isso, o eixo deve ser dimensionado para suportar a tensão de torção e a deflexão de torção. Também é necessário prover um meio de transmitir o torque entre o eixo e as engrenagens, utilizando elementos como chavetas, estrias, parafusos de fixação, pinos, ajustes de pressão e contração e, ajustes cônicos. Além de transmitir torque, muitos desses dispositivos são desenhados para falhar caso o torque exceda limites operacionais aceitáveis, protegendo componentes mais caros.

### 3.2.3 Limite de fadiga, tensão e resistência

O limite de fadiga ( $S_e$ ) é obtido por um ensaio de viga rotativa. No caso dos polímeros, esse parâmetro varia fortemente com a temperatura. A Figura 1 a) mostra a variação de  $S_e$  do POM com a temperatura.

Não é necessário avaliar as tensões de um eixo em cada ponto; uns poucos locais potencialmente críticos são suficientes. Um diagrama de corpo livre do eixo permitirá que o torque em qualquer seção seja determinado. O torque, com frequência, é relativamente constante na operação de estado estável. A tensão de cisalhamento devido à torção será máxima nas superfícies externas. Os momentos flexores em um eixo podem ser determinados pelos diagramas de cisalhamento e momento fletor. Visto que a maioria dos problemas de eixo incorpora engrenagens e polias que introduzem forças em dois planos, os diagramas de cisalhamento e momento fletor geralmente serão necessários em dois planos.

Flexão, torção e tensões axiais podem estar presentes em ambas as componentes média e alternante. Assumindo um eixo sólido com seção transversal circular, as tensões flutuantes devido à flexão e torção são dadas pelas Eqs. (3.4) e (3.5), respectivamente.

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d^3}; \sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad (3.4)$$

$$\tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3}; \tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (3.5)$$

Onde  $M_m$  e  $M_a$  são, respectivamente, os momentos fletores médio e alternante,  $K_f$  é o fator de concentração de tensão de fadiga para flexão,  $T_m$  e  $T_a$  são, respectivamente, os torques médio e alternante e  $K_{fs}$  é o fator de concentração de tensão de fadiga para torção.

Combinando essas tensões, conforme a teoria de falha da energia de distorção, as tensões de von Mises para eixos rotativos circulares sólidos, desprezando as cargas axiais, são dadas por:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}; \sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \quad (3.6)$$

Essas tensões equivalentes, alternante e média, podem ser avaliadas usando uma curva de falha apropriada do diagrama de Goodman modificado. O critério de falha por fadiga para essa curva é dado por:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \quad (3.7)$$

em que  $n$  é o coeficiente de segurança adotado;  $S_e$  é o limite de fadiga e  $S_{ut}$  é a resistência à tração.

O diâmetro que deve ser dimensionado para o eixo analisado é dado por:

$$d = \left( \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.8)$$

A Eq. (3.8) é chamada de teoria de falha DE-Goodman e indica que as tensões empregadas para falha por fadiga são combinadas usando a energia de distorção (DE) e o critério de Goodman.

Para um eixo rodando com torção e flexão constantes, a tensão de flexão é completamente reversa e a torção é estável. Nesse caso, a Eq. (3.8) pode ser simplificada colocando-se  $M_m$  e  $T_a$  igual a 0, que elimina alguns dos termos.

O critério de Goodman modificado não se resguarda contra o escoamento, requerendo uma verificação separada para tal. Assim, calcula-se a tensão máxima de von Mises por:

$$\sigma'_{max} = [(\sigma_m + \sigma_a)^2 + 3(\tau_m + \tau_a)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

Para verificar o escoamento, esta tensão máxima de von Mises é comparada à resistência de escoamento ( $S_y$ ), de acordo com:

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{max}} \quad (3.10)$$

Para uma verificação rápida e conservadora, uma estimativa para  $\sigma'_{max}$  pode ser obtida simplesmente adicionando  $\sigma'_a$  e  $\sigma'_m$ . ( $\sigma'_a + \sigma'_m$ ), que sempre será maior que ou igual a  $\sigma'_{max}$ , e, por isso, será conservadora.

Os resultados de um ensaio de tração de um material polimérico variam muito com a temperatura em que o material é ensaiado. Na Figura 1 b) tem-se a curva  $\sigma \times \epsilon$  do POM.

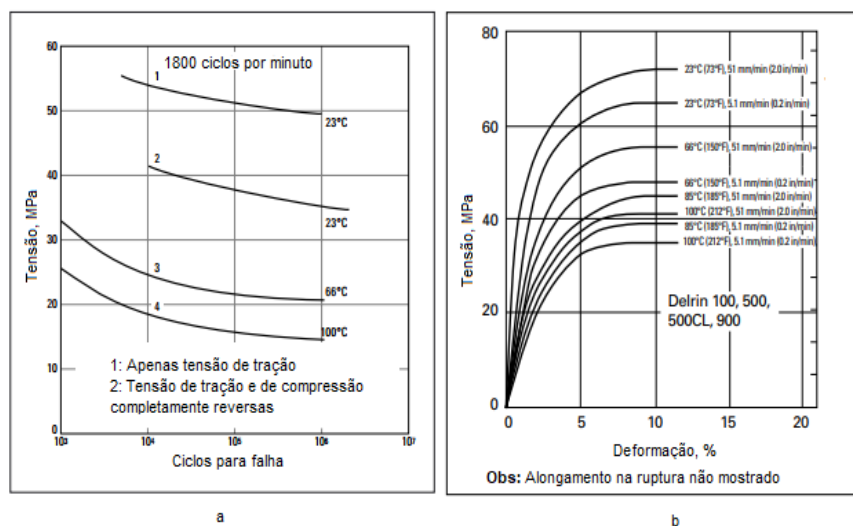


Figura 1 – a) variação de  $S_e$  do POM com a temperatura; b) curva  $\sigma \times \epsilon$  do POM

### 3.2.4 Concentrações de tensão

O processo de análise de tensão por fadiga é altamente dependente das concentrações de tensão. Concentrações de tensão por ressaltos e ranhuras de chavetas são dependentes das especificações de tamanho que não são conhecidas no início do processo. Felizmente, visto que esses elementos costumam ser de proporções padronizadas, é possível estimar os fatores de concentração de tensão para o desenho inicial do eixo. Essas concentrações de tensão são ajustadas em iterações sucessivas, à medida que os detalhes vão sendo conhecidos.

Ressaltos para suporte de mancal e engrenagem devem equiparar as recomendações de catálogo para o mancal específico ou engrenagem. Um olhar pelos catálogos de mancal mostra que um mancal típico requer a razão de  $D/d$  esteja entre 1,2 e 1,5. Para uma primeira aproximação, o pior caso de 1,5 pode ser assumido. Similarmente, o raio de filete no ressalto necessita ser dimensionado para evitar interferência com o raio de filete do componente acoplado. Uma ranhura de chaveta produzirá uma concentração de tensão próxima a um ponto crítico onde o componente transmissor de carga estiver localizado.

A Tabela 1 resume alguns fatores típicos de concentração de tensão,  $K_t$ , para a primeira iteração no desenho de um eixo.

Tabela 1 - Estimativas da primeira interação para fator de concentração de tensão

	Flexional	Torcional	Axial
Filete de ressalto - pontudo ( $r/d = 0,02$ )	2,7	2,2	3,0
Filete de ressalto – bem arredondado ( $r/d = 0,1$ )	1,7	1,5	1,9
Assento de chaveta de extremidade fresada ( $r/d = 0,02$ )	2,14	3,0	-
Assento de chaveta formato corredor de trenó	1,7	-	-
Sulco de anel retentor	5,0	3,0	5,0

O fator  $K_f$  é comumente chamado de fator de concentração de tensão de fadiga, sendo um fator de concentração de tensão reduzido de  $K_t$  por causa da reduzida sensibilidade a entalhes.

A sensibilidade de entalhe,  $q$ , é definida a seguir e está usualmente entre zero e a unidade.

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} ; q_{\text{cisalhamento}} = q_s = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1} \quad (3.11)$$

A Eq. (3.11) mostra que se  $q = 0$ , então  $K_f = 1$ , e o material não tem sensibilidade a entalhes em absoluto. Por outro lado, se  $q = 1$ ,  $K_f = K_t$ , e o material tem sensibilidade completa a entalhe. Em projeto, encontra-se  $K_t$  primeiro, a partir da geometria da peça, depois, especifica-se o material, encontra-se  $q$  e, resolve-se  $K_f$  pela manipulação da Eq. (3.11).

Como o POM é um material com resistência à abrasão muito alta, ele pode ser considerado insensível ao entalhe. Assim, as cartas de fatores de concentração de tensão utilizadas, retiradas de Budynas e Nisbett, 2011, são apresentadas na Figura 2.

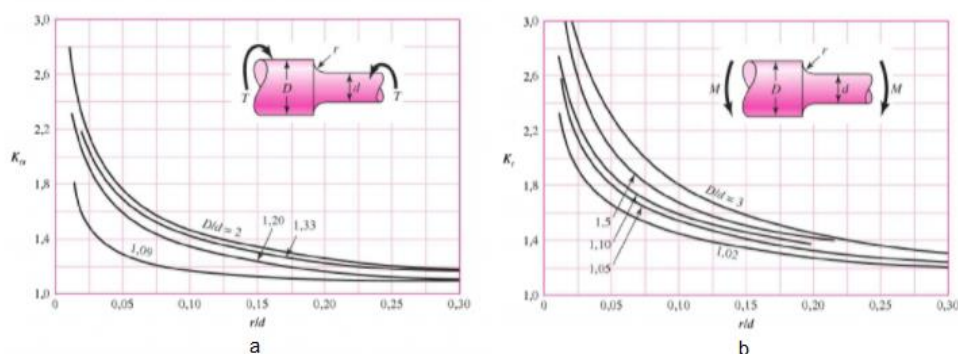


Figura 2 - Cartas de fatores de concentração de tensão de eixo redondo com filetagem do ressalto: a) em torção e; b) em flexão.

### 3.2.5 Considerações da deflexão

A análise da deflexão mesmo em um único ponto de interesse requer informações completas de geometria para o eixo inteiro. Por essa razão, é desejável desenhar as dimensões nos locais críticos para controlar as tensões e introduzir estimativas razoáveis para todas as outras dimensões, antes de realizar uma análise de deflexão. A deflexão do eixo, ambas linear e angular, deve ser verificada nas engrenagens e mancais. As deflexões permissíveis para esses componentes dependerão de muitos fatores. Como um esboço, intervalos típicos para inclinações máximas e deflexões transversais da linha de centro de eixo podem ser vistos na Tabela 2. As deflexões transversais permissíveis para engrenagens retas são dependentes do tamanho dos dentes, como representado pelo passo diametral  $P = \text{número de dentes/diâmetro de passo}$ .

Tabela 2 - Intervalos máximos, típicos para inclinações e deflexões transversais

Inclinações		Deflexões transversais	
Rolo cônico	0,0005-0,0012		
Rolo cilíndrico	0,0008-0,0012	Engrenagens retas com $P < 4$	0,25 mm
Esfera de sulco profundo	0,001-0,003 rad	Engrenagens retas com $5 < P < 8$	0,125
Esfera	0,026-0,052 rad	Engrenagens retas com $9 < P < 20$	0,075
Esfera autoalinhante	0,026-0,052 rad		
Engrenagem reta sem	$< 0,00050$ rad		

Para eixos, em que as deflexões podem ser solicitadas em um número de pontos diferentes, a integração usando ou funções de singularidade ou a integração numérica é prática. Em um eixo escalonado, as propriedades da seção transversal mudam ao longo do eixo em cada passo, aumentando a complexidade da integração, visto que ambos  $M$  e  $I$  variam. Felizmente, apenas as dimensões geométricas brutas precisam ser incluídas, pois os fatores locais como filetes, sulcos e ranhuras de chaveta não têm muito impacto na deflexão.

Uma análise de deflexão é direta, mas é longa e tediosa ao se executar manualmente, em particular para múltiplos pontos de interesse. Assim, quase toda a análise de deflexão de eixo será avaliada com o auxílio de um programa computacional. Qualquer programa de propósito geral de elementos finitos pode prontamente manipular um problema de eixo.

## 4. METODOLOGIA

### 4.1 Análise modal

O primeiro objetivo do trabalho é realizar a análise modal, que foi feita através de três métodos: analítico, numérico e experimental. Para o emprego desses métodos, analisou-se uma viga em balanço, como mostra a Figura 3, sendo:  $L = 400$  mm;  $a = 10$  mm e  $b = 6$  mm.

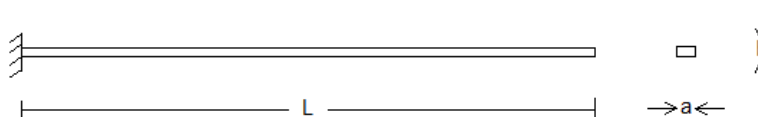


Figura 3 - Viga em balanço

O POM utilizado foi fornecido pela empresa NITAPLAST © e as especificações técnicas desse material podem ser consultadas no Anexo A. O Módulo de Young à flexão ( $E$ ) desse POM é igual a 2,1 GPa e sua densidade ( $\rho$ ) é igual a 1420 kg/m<sup>3</sup>.

A comparação da análise experimental com as demais permite estimar a importância da consideração do efeito viscoso do material na análise modal, assim como avaliar a qualidade das informações catalogadas pelo fabricante do material.

O segundo objetivo do trabalho é dimensionar um componente automotivo com o material proposto, testar sua viabilidade espacial e econômica e analisar a viabilidade do emprego desse material como composição total ou parcial de um componente automotivo.

#### 4.1.1 Método analítico

O método analítico para análise modal está calcado no procedimento de cálculo apresentado na Seção 3.1.1 deste trabalho. As condições de contorno são deslocamento e giro iguais a zero em  $X=0$  e momento fletor e cortante iguais a zero em  $x=L$ .

#### 4.1.2 Método numérico

O método numérico utilizado, realizado no ANSYS/Workbench, é baseado nos quatro passos apresentados na Seção 3.1.2 deste trabalho.

Para a realização do primeiro passo: definiu-se o tipo de análise como Modal; definiu-se um elemento do tipo Viga; especificaram-se as propriedades do material, que são, módulo de elasticidade à flexão ( $E$ ) igual a 2,1 GPa, densidade do material ( $\rho$ ) igual a 1420 kg/m<sup>3</sup> e; coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,35; criou-se a geometria, desenhando-se a seção transversal e extrudando-a de maneira que se criasse uma viga, e gerou-se uma malha com *Relevance Center* do tipo *Fine*, visto que, como a geometria utilizada é simples, não exige muito do processador.

Para a realização do segundo passo: aplicaram-se as condições de apoio, que são, restrição de deslocamento e rotação do nó 1 e ordenou-se ao *software* a obtenção de uma solução.

Para a realização do terceiro passo: optou-se por extrair os primeiros quatro modos de vibração do sistema e gerar gráficos que mostrassem o deslocamento total da estrutura em cada um dos quatro modos de vibração;

Para a realização do quarto passo: revisaram-se os resultados, comparando as frequências naturais e os modos de vibração obtidos numericamente com os obtidos analiticamente.

#### 4.1.3 Método experimental

O método experimental é baseado no experimento proposto por Miguel, 2006, para a determinação das frequências naturais e modos de vibração de uma viga de aço em balanço e se deu com a utilização de três corpos de prova com dimensões conforme especificadas na Figura 3. Realizaram-se três experimentos (um com cada corpo de prova) para que se garantisse repetitividade e se pudesse utilizar a média dos dados colhidos nos experimentos.

Cada experimento consistiu na montagem do corpo de prova sobre um *shaker*, como mostrado na Figura 4. Essa montagem buscou representar as mesmas condições utilizadas para os métodos analítico e numérico.



Figura 4 - *Shaker*

Com a montagem concluída, fez-se uma varredura de frequências de excitação e identificou-se visualmente para quais valores de frequências impostas a viga entrou em ressonância, sendo estes, portanto, os valores representativos das frequências naturais da viga.

#### 4.2 Dimensionamento de eixo de transmissão

Conforme Wei e Xu, 2015, mesmo um carro na velocidade de 300 km/h, a temperatura máxima na transmissão não ultrapassa 100 °C. Portanto, para o problema proposto, admite-se, de forma conservadora, já que se considera o pior caso apresentado na Figura 1, que o valor de  $S_e$  poderá ser considerado como 15 MPa.

A curva que apresenta valores mais baixos de tensão na Figura 1 diz respeito ao material ensaiado a 100 °C, que seria a maior temperatura a que esse eixo chegaria, assim, pode-se dizer, de forma conservativa, que a tensão de escoamento,  $S_y$ , é igual a 30 MPa.

Consoante dados do fabricante apresentados no Anexo A, a resistência última de tração,  $S_{ut}$ , do POM é igual a 65 MPa.

O modelo utilizado para o estudo da aplicação de POM é o da caixa de engrenagem de redução dupla apresentado no Exemplo 7-2 de Budynas e Nisbett, 2011. Este problema é apresentado no Anexo C. As forças tangenciais e radiais transmitidas através das engrenagens são as mesmas do problema original, assim como, por consequência, as forças de reação nos mancais e os diagramas de forças cortantes e momentos. Não é necessário realizar a análise das tensões em toda a extensão do eixo, mas apenas em alguns pontos críticos, apontados nas subseções seguintes. A partir da consideração da utilização do POM, passa a se utilizar o procedimento adotado a seguir.

#### 4.2.1 Análise do ponto I

O primeiro ponto a se analisar é o ponto I, onde se tem um alto momento fletor, presença de torque e, o ressalto que é um concentrador de tensão. Nesse ponto,  $M_a = 468$  N.m,  $T_m = 360$  N.m e,  $M_m = T_a = 0$ . Assume-se um raio generoso de filete para a engrenagem em I, destarte, pela Tabela 2, tem-se que  $K_t = K_f = 1,7$  e  $K_{ts} = K_{fs} = 1,5$ . Para a primeira estimativa do diâmetro menor ( $d_I$ ) no ressalto no ponto I, utiliza-se o critério DE-Goodman, apresentado na Eq. (3.8), por ser um critério conservador.

Uma razão típica  $D/d$  para suporte em um ressalto é igual a 1,2. Assim, encontra-se o valor do diâmetro maior ( $D_I$ ) no ressalto no ponto I apenas multiplicando a razão supracitada. Ambos os diâmetros calculados são ajustados para que sejam diâmetros já disponíveis comercialmente. Assume-se ainda que o raio de filete é igual a décima parte de  $d_I$ .

Com essas informações, pode-se utilizar a Figura 2 para se obter os fatores de concentração de tensão. A seguir, utilizam-se as Eqs (3.4) e (3.5) para encontrar o torque médio e o momento fletor alternante a que o ponto está submetido. Depois, avaliam-se as tensões encontradas a partir do diagrama de Goodman modificado, apresentado na Eq. (3.7).

Como esse critério de falha não está resguardado da tensão de escoamento, utiliza-se a Eq. (3.10) para avaliar a intensidade da tensão de escoamento a que o ponto é submetido.

#### 4.2.2 Análise da extremidade da ranhura de chaveta, à direita do ponto I

Do diagrama de momento, estima-se  $M$  na extremidade da ranhura de chaveta como  $M = 443$  N.m. Assume-se que o raio no fundo da ranhura de chaveta será o padronizado ( $r/d = 0,02$ ), para que, a partir daí, proceda-se como na Seção 4.2.1, empregando-se os valores fornecidos pela Tabela 2 para a obtenção dos fatores de concentração de tensão e, por conseguinte, encontrar e avaliar o torque médio e o momento fletor alternante no ponto avaliado.

#### 4.2.3 Análise do sulco no ponto K

A análise desse ponto é importante, pois os fatores de concentração de tensão para sulcos de fundo plano são frequentemente muito altos. Do diagrama de torque, nota-se que não há torque presente no sulco. Do diagrama de momento,  $M_a = 283$  N.m,  $M_m = T_a = T_m = 0$ . Pela Tabela 1, pode-se estimar  $K_f = 5$  para verificar se essa localidade é potencialmente crítica, prosseguindo-se, a seguir, conforme as duas seções anteriores. Caso a localidade seja crítica, considera-se a utilização de um anel retentor específico para obter o fator de concentração de tensão mais acuradamente.

#### 4.2.4 Análise do ponto M

Nesse ponto, somente a flexão está presente, e o momento é pequeno, mas o diâmetro é pequeno e a concentração de tensão é alta para um filete pontudo requerido para um mancal. Do diagrama de momento,  $M_a = 113 \text{ N.m}$  e  $M_m = T_a = T_m = 0$ . Assim, pode-se estimar: o fator de concentração pela Tabela 1; diâmetro igual a 60% do diâmetro utilizado para o ponto analisado na Seção 4.2.2 e; raio de filete para caber em um mancal típico, também conforme orientação da Tabela 1.

#### 4.2.5 Considerações de deflexão

Utilizando-se os eixos conforme mostrado na Figura C.2 do Anexo C, verifica-se se as deflexões e inclinações nas engrenagens e mancais são aceitáveis, através do *software* MASTAN2 (v3.5.4), um programa simples de análise planar de vigas.

Ao modelar o eixo duas vezes, com cargas de dois planos ortogonais e combinando os resultados, as deflexões de eixo podem prontamente ser obtidas. Para ambos os planos, seleciona-se o POM como material com módulo de elasticidade obtido conforme será mostrado na Seção 5.1.3, os comprimentos e diâmetros estão incluídos e as localizações de mancal estão especificadas. Detalhes locais como sulcos e ranhuras de chaveta são ignorados, visto que terão efeito insignificante nas deflexões. As forças tangenciais de engrenagem são incluídas no plano horizontal xz do modelo, e as forças radiais de engrenagem são incluídas no plano vertical xy do modelo. O programa pode calcular as forças de reação de mancal e integrar numericamente para gerar gráficos de cisalhamento, momento, inclinação e deflexão.

#### 4.2.6 Comparação com aço AISI 1050

Concluído o dimensionamento, compara-se quanto à massa: o eixo dimensionado de aço AISI 1050 estirado a frio com  $S_{ut}$  igual a 690 MPa utilizado no Exemplo 7-2 de Budynas e Nisbett, 2011 com; o eixo de POM dimensionado neste trabalho.

A massa é calculada multiplicando-se a massa específica ( $\rho$ ) do material com o volume (V) do eixo. Conforme encontrado na página [www.matweb.com](http://www.matweb.com), o aço utilizado tem  $\rho$  igual a  $7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , enquanto o POM tem  $\rho$  igual a  $1420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , consoante especificações técnicas disponíveis no Anexo A.

O volume do eixo é calculado pela Eq. (4.1), sendo: l, o comprimento da seção; D, o diâmetro da seção e; os números, entre 1 e 7, os números característicos de cada seção, conforme apresentado na Figura C.1.

$$V = 0,25 * \pi * \sum_{i=1}^7 D_i^2 * l_i \quad (4.1)$$

### 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 5.1 Análise modal

##### 5.1.1 Método analítico

Pelo método analítico, encontraram-se os seguintes valores para as primeiras quatro frequências naturais da viga:  $f_1 = 7,37 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 46,17 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 129,27 \text{ Hz}$  e  $f_4 = 253,31 \text{ Hz}$ . A Figura 5 mostra os modos de vibração referentes à  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  e  $f_4$ , respectivamente.



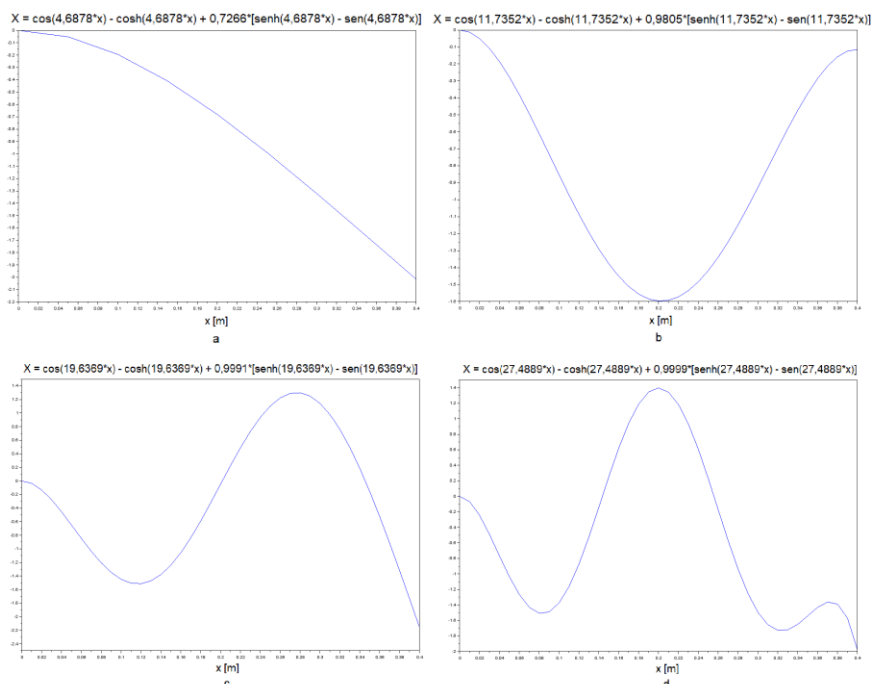


Figura 5 - Modos de vibração (analítico): a)  $f_1$ , b)  $f_2$ , c)  $f_3$  e d)  $f_4$

### 5.1.2 Método numérico

Pelo método numérico, encontraram-se os seguintes valores para as primeiras quatro frequências naturais da viga:  $f_1 = 7,38$  Hz,  $f_2 = 46,21$  Hz,  $f_3 = 129,18$  Hz e  $f_4 = 252,52$  Hz. A Figura 6 mostra os modos de vibração referentes à  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  e  $f_4$ , respectivamente.

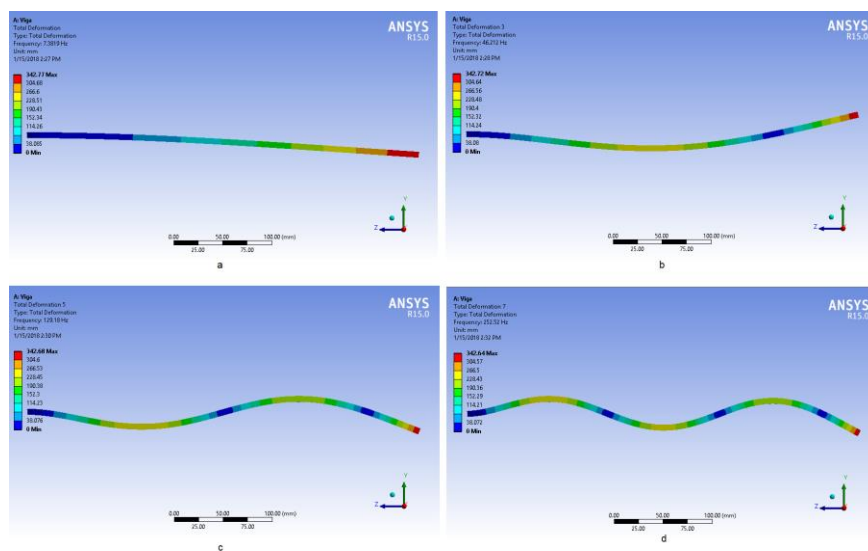


Figura 6 - Modos de vibração (numérico): a)  $f_1$ , b)  $f_2$ , c)  $f_3$  e d)  $f_4$

### 5.1.3 Método experimental

A Tabela 3 apresenta os valores encontrados para as primeiras quatro frequências naturais de cada um dos três corpos de prova assim como a média dos valores obtidos pelo método experimental.

Tabela 3 - Frequências naturais pelo método experimental

	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_4$ [Hz]
Corpo de prova 1	9,0	55,1	156	309
Corpo de prova 2	8,9	55,3	154	310
Corpo de prova 3	8,8	55,4	155	309
Média	8,9	55,3	155	309

Nota-se que as frequências naturais encontradas pelo método experimental são consideravelmente maiores do que as encontradas pelos métodos analítico e numérico. Isso indica que o módulo de elasticidade à flexão fornecido pelo fabricante é na verdade menor do que aquele que o material realmente tem. Para comprovar isso, isola-se o módulo de elasticidade na Eq. (3.3) para se obter o verdadeiro módulo de elasticidade do material,  $E_v$ :

$$E_v = \frac{\rho AL^4}{I} \left[ \frac{2\pi f_n}{(\beta L)^2} \right]^2 \quad (5.1)$$

Assim, pode-se calcular o  $E_v$  para cada uma das quatro frequências naturais de vibração obtidas e apresentar um valor representativo do módulo de elasticidade à flexão do material a partir da média desses valores, como mostrado na Tabela 4.

Tabela 4 - Módulo de elasticidade à flexão experimental

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	Média
$E_v$ [GPa]	3,0651	3,0131	3,0192	3,1260	3,0558

O valor de módulo de elasticidade à flexão obtido experimentalmente é 45,51% maior do que aquele fornecido pelo fabricante. Isso certamente se deve a um artifício utilizado pelo fabricante para se proteger de falhas em projetos baseados em propriedades de materiais fornecidos por ele. Essa margem é então utilizada para compensar a falta de confiança no método utilizado para obtenção de uma propriedade mecânica assim como possibilitar a venda de um volume maior de material para compensar a resistência que o material supostamente deixa de ter.

## 5.2 Dimensionamento de eixo de transmissão

### 5.2.1 Análise do ponto I

Obtém-se, via critério DE-Goodman, um diâmetro igual a 0,0973 m. Utiliza-se, portanto, o primeiro diâmetro comercial maior que o calculado, que é igual a 100 mm. Aplicando-se a razão D/d igual a 1,2, típica para suporte em um ressalto, encontra-se, para o diâmetro da seção transversal central do eixo um valor de 120 mm.

Pela Figura 2, tem-se que  $K_f = 1,7$  e  $K_{fs} = 1,35$ . Pela Eq. (3.5), encontra-se um momento fletor alternante ( $\sigma_a$ ) igual a 8,10 MPa e um momento fletor médio ( $\sigma_m$ ) igual a 4,29 MPa.

Por fim, pela Eq. (3.7), tem-se que o coeficiente de segurança por fadiga ( $n_f$ ) é igual a 1,65 e, pela Eq. (3.10), tem-se que o coeficiente de segurança por escoamento ( $n_y$ ) é igual a 2,42. Destarte, esta seção está bem dimensionada quanto as falhas por fadiga e por escoamento do material.

### 5.2.2 Análise da extremidade da ranhura de chaveta, à direita do ponto I

Pelo mesmo procedimento utilizado na seção anterior, utilizando-se d igual a 100 mm, obtém-se:  $K_f = 2,14$ ;  $K_{fs} = 3,00$ ;  $\sigma_a = 9,66$  MPa;  $\sigma_m = 11,72$  MPa;  $n_f = 1,21$  e;  $n_y = 1,40$ . Apesar dos valores de coeficiente de segurança estarem abaixo de 1,5, estes valores serão considerados suficientes, visto que o critério de Goodman é conservador.

### 5.2.3 Análise do sulco no ponto K

Repetindo-se o procedimento com  $d$  igual a 100 mm, obtém-se:  $\sigma_a = 10,83$  MPa;  $n_f = 1,39$  e;  $n_y = 2,77$ . Pela mesma razão da seção anterior e pelo fato de o  $K_f$  escolhido também ser conservador, considera-se aceitável o valor de coeficiente de segurança à falha por fadiga.

### 5.2.4 Análise do ponto M

Repetindo-se o procedimento com  $d$  igual a 60 mm, obtém-se:  $\sigma_a = 9,06$  MPa;  $n_f = 1,66$  e;  $n_y = 3,31$ . Assim, tanto  $n_f$  quanto  $n_y$  neste ponto estão mais que suficientes para a aplicação.

### 5.2.5 Dimensionamento das seções

Em posse, das análises realizadas nas quatro seções anteriores, pode-se dimensionar os diâmetros das seções, que são numerados conforme Figura C.1 do Anexo C, levando-se em conta alturas típicas de ressalto para suporte de mancal e engrenagem.

Tem-se, portanto:  $D_1 = D_7 = 60$  mm;  $D_2 = D_6 = 80$  mm;  $D_3 = D_5 = 100$  mm e  $D_4 = 120$  mm;

Os momentos fletores são muito menores na extremidade esquerda do eixo, assim  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  podem ser menores. Pode-se, portanto, como medida tomada para a redução de peso, uma remoção de material nessas seções. No entanto, isso não será feito, para que se mantenham as alturas típicas de ressalto citadas anteriormente.

### 5.2.6 Considerações de deflexão

Os gráficos da inclinação e da deflexão nos planos xy e xz são apresentados na Figura 7.

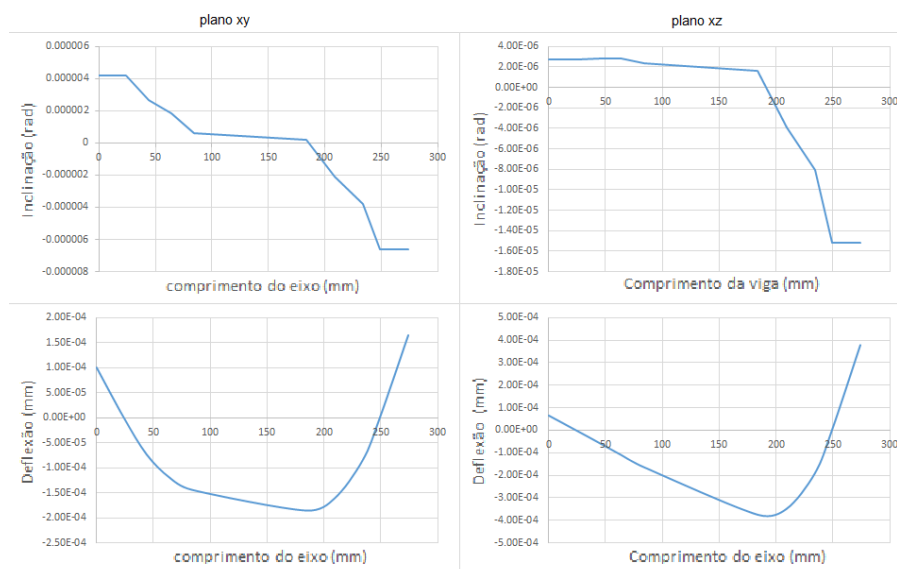


Figura 7 - Gráficos de deflexão e inclinação

As deflexões e inclinações nos pontos de interesse são obtidas pelos gráficos e combinadas com adição de vetores ortogonais, que é  $\delta = \sqrt{\delta_{xy}^2 + \delta_{xz}^2}$ . Os resultados são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5 - Valores de inclinação e deflexão nos locais de chaveta

Ponto de interesse	Plano xy	Plano xz	Total
Inclinação do mancal esquerdo (rad)	4,18E-6	2,73E-6	4,99E-6
Inclinação do mancal direito (rad)	6,59E-6	1,51E-5	1,65E-5
Inclinação da engrenagem esquerda (rad)	2,66E-6	2,79E-6	3,85E-6
Inclinação da engrenagem direita (rad)	3,78E-6	8,07E-6	8,97E-6
Deflexão da engrenagem esquerda (mm)	1,44E-4	1,65E-4	2,19E-4
Deflexão da engrenagem direita (mm)	1,85E-4	3,75E-4	4,18E-4

Tomando-se a Tabela 2 como referência, as inclinações de engrenagem e as deflexões mais que satisfazem os limites recomendados.

### 5.2.7 Comparação com aço AISI 1050

O eixo de aço AISI 1050 dimensionado no Exemplo 7-2 de Budynas e Nisbett, 2011, tem massa igual a 2,97 kg, enquanto o eixo de POM dimensionado neste trabalho tem massa igual a 3,06 kg.

Essa diferença de menos de 100 g é ínfima, levando-se em conta as hipóteses conservadoras consideradas neste trabalho. Por exemplo, uma diminuição de 10 mm em  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$ , que são as seções submetidas a momentos fletores muito menores, promoveria uma redução de mais de 150 g na massa do eixo.

Além das considerações conservadoras de projeto, deve-se considerar também a vantagem econômica trazida pela introdução desse material no ramo automobilístico. O baixo custo desse material seria algo notável para altos volumes de produção. Eixos automobilísticos, que são comumente usinados, teriam um custo muito menor de fabricação, se feitos de POM, visto que o desgaste das ferramentas de corte, por exemplo, seria muito menor do que o observado na fabricação de um eixo de aço AISI 1050.

## 6. CONCLUSÕES

Com o experimento realizado no *shaker*, concluiu-se que o módulo de elasticidade à flexão fornecido pelo fabricante é, na verdade, mais de 30% menor do que o valor real. Os fabricantes costumam fazer isso quando seu sistema de medição não tem alta confiabilidade, usando esse artifício, portanto, como uma forma de se proteger de eventuais perdas de controle na produção, fazendo o material produzido ter propriedades diferentes das fornecidas. Outrossim, o fabricante pode obter uma vantagem comercial dessa forma, visto que pode vender um volume maior de material para compensar a resistência que o material supostamente deixa de ter.

Dimensionando-se o eixo de POM para uma caixa de engrenagem de redução dupla, comparando-se com o eixo dimensionado pelo Exemplo 7-2 de Budynas e Nisbett, 2011, mostrou-se que a capacidade estrutural do componente é mantida promovendo-se, até mesmo, a redução do seu peso.

Findadas as análises, conclui-se que o POM é uma alternativa viável para a crescente demanda de componentes de alta performance e, que se deve superar o preconceito de que materiais poliméricos não são capazes de suportar as condições severas associadas às aplicações de transmissão.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATHE, K. J. Finite Element Procedures in Finite Element Analysis. Prentice-Hall, 1982.

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. Elementos de Máquinas de Shigley – Projeto de Engenharia Mecânica. AMGH Editora Ltda. 8ª edição, 2011.

CUNNINGHAM, J. Polymers find use in engine transmissions. Materials for engineering, 2014.

GRAMA, B. et al. ANSYS Conference proceedings: simulating real life, software with no boundaries. Houston, 1998.

GUTIERREZ, J. C. et al. Usinabilidade de materiais compósitos poliméricos para aplicações automotivas. Polímeros, v.24, n.6, p.711-719, 2014.

LOON, L.K. Morphological, mechanical and thermal properties of amorphous copolyester/polyoxymethylen blends. 2005, 114p. Dissertação (Master of Science) – Universiti Sains Malaysia.

MARCZAK, R. Polímeros como Materiais de Engenharia. Brasil, v.2.3, 2017.

MARTHA, L. F. Análise de estruturas – Conceitos e Métodos Básicos. Campus-Elsevier, Brasil, 1ª edição, 2010.

MIGUEL, L. F. Introdução ao Estudo de Vibrações. Brasil, 1ª edição, 2006.

MISCHKE, C. R. Prediction of Stochastic Endurance Strenght, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, v. 109, n.1, 1987.

MOORE, S. Plastics use in vehicles to grow 75% by 2020, says industry watcher. Plastics Today, 2015.

NOLL, C. J., LIPSON, C. Allowable Working Stresses, vol. 3, n.2, 1946.

POGAČNIK, A.; KALIN, M.; Parameters influencing the running-in and long-term tribological behaviour of polyamide (PA) against polyacetal (POM) and steel. Wear, v. 290-291, p. 140-148, 2012.

WEI, L. H., XU, H. H. Analysis of Temperature Field of High Speed Gear Box Based on ANSYS Workbench. North China University of Technology, 2015.

WIEBECK, H.; HARADA, J. Plásticos de engenharia – Tecnologia e aplicações. Brasil: Artliber Editora, 1ª edição, 2005.

## ANEXO A

A Figura A.1 apresenta as propriedades do polioximetileno adquirido da empresa NITAPLAST ©.


ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS		
PROPRIEDADES		
FÍSICAS	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	D53479 1,42
	Calor específico (cal <sup>o</sup> /C <sup>o</sup> *g)	D53417 0,35
	Absorção de água (%)	D53715 0,3
MECÂNICAS	Resistência à Tração (Mpa)	D53455 65
	Alongamento na Ruptura (%)	D53457 40
	Módulo de Elasticidade em Tração (Mpa)	D53455 3100
	Módulo de Elasticidade em Flexão (Mpa)	D53455 2100
	Resistência ao Impacto IZOD (J/m)	D256 30
	Dureza Rockwell	D785 R120
	Coef. De Atrito de Deslize $\mu = 0,05\text{N/mm}^2$ $v = 0,6\text{m/s}$ Contra aço, temp. e retif.	- 0,32
TÉRMICAS	Ponto de Fusão (°C)	- 165
	Condutividade Térmica (W/m.K)	D52612 0,31
	Expansão Térmica Linear (10 <sup>-5</sup> /K)	D52328 2-3
	Temperatura de Uso Contínuo (°C)	- -30 à 100
	Relação de Inflamabilidade	UL 94 HB
ELÉTRICAS	Rigidez Dielétrica (KV/mm)	D53481 > 50
	Constante Dielétrica até 1KHz	D53483 3,7
	Fator de Dissipação até 1KHz	D53483 0,003
	Resistividade Volumétrica (Ohm/cm A 22,8°C 50% RH (ohm/cm)	D53482 10 <sup>15</sup>
QUÍMICAS	Resistência a ácidos fracos	D543 Resiste a alguns
	Resistência a ácidos fortes	D543 Atacado em altas concentrações
	Resistência a bases fracas	D543 Boa
	Resistência a bases fortes	D543 Boa
	Resistência a solventes orgânicos	D543 Resiste à vários solventes a temper. Menor que 80°C

Figura A.1 - Especificações técnicas

## ANEXO B

A Figura B.1 apresenta a curva normal padrão.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.000000	0.003989	0.007978	0.011967	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856
0.1	0.039828	0.043795	0.047758	0.051717	0.055670	0.059618	0.063559	0.067495	0.071424	0.075345
0.2	0.079260	0.083166	0.087064	0.090954	0.094835	0.098706	0.102568	0.106420	0.110261	0.114092
0.3	0.117911	0.121719	0.125516	0.129300	0.133072	0.136831	0.140576	0.144309	0.148027	0.151732
0.4	0.155422	0.159097	0.162757	0.166402	0.170031	0.173645	0.177242	0.180822	0.184386	0.187933
0.5	0.191462	0.194974	0.198468	0.201944	0.205402	0.208840	0.212260	0.215661	0.219043	0.222405
0.6	0.225747	0.229069	0.232371	0.235653	0.238914	0.242154	0.245373	0.248571	0.251748	0.254903
0.7	0.258036	0.261148	0.264238	0.267305	0.270350	0.273373	0.276373	0.279350	0.282305	0.285236
0.8	0.288145	0.291030	0.293892	0.296731	0.299546	0.302338	0.305106	0.307850	0.310570	0.313267
0.9	0.315940	0.318589	0.321214	0.323814	0.326391	0.328944	0.331472	0.333977	0.336457	0.338913
1.0	0.341345	0.343752	0.346136	0.348495	0.350830	0.353141	0.355428	0.357690	0.359929	0.362143
1.1	0.364334	0.366500	0.368643	0.370762	0.372857	0.374928	0.376976	0.378999	0.381000	0.382977
1.2	0.384930	0.386860	0.388767	0.390651	0.392512	0.394350	0.396165	0.397958	0.399727	0.401475
1.3	0.403199	0.404902	0.406582	0.408241	0.409877	0.411492	0.413085	0.414656	0.416207	0.417736
1.4	0.419243	0.420730	0.422196	0.423641	0.425066	0.426471	0.427855	0.429219	0.430563	0.431888
1.5	0.433193	0.434478	0.435744	0.436992	0.438220	0.439429	0.440620	0.441792	0.442947	0.444083
1.6	0.445201	0.446301	0.447384	0.448449	0.449497	0.450529	0.451543	0.452540	0.453521	0.454486
1.7	0.455435	0.456367	0.457284	0.458185	0.459071	0.459941	0.460796	0.461636	0.462462	0.463273
1.8	0.464070	0.464852	0.465621	0.466375	0.467116	0.467843	0.468557	0.469258	0.469946	0.470621
1.9	0.471284	0.471933	0.472571	0.473197	0.473810	0.474412	0.475002	0.475581	0.476148	0.476705
2.0	0.477250	0.477784	0.478308	0.478822	0.479325	0.479818	0.480301	0.480774	0.481237	0.481691
2.1	0.482136	0.482571	0.482997	0.483414	0.483823	0.484222	0.484614	0.484997	0.485371	0.485738
2.2	0.486097	0.486447	0.486791	0.487126	0.487455	0.487776	0.488089	0.488396	0.488696	0.488989
2.3	0.489276	0.489556	0.489830	0.490097	0.490358	0.490613	0.490863	0.491106	0.491344	0.491576
2.4	0.491802	0.492024	0.492240	0.492451	0.492656	0.492857	0.493053	0.493244	0.493431	0.493613
2.5	0.493790	0.493963	0.494132	0.494297	0.494457	0.494614	0.494766	0.494915	0.495060	0.495201
2.6	0.495339	0.495473	0.495603	0.495731	0.495855	0.495975	0.496093	0.496207	0.496319	0.496427
2.7	0.496533	0.496636	0.496736	0.496833	0.496928	0.497020	0.497110	0.497197	0.497282	0.497365
2.8	0.497445	0.497523	0.497599	0.497673	0.497744	0.497814	0.497882	0.497948	0.498012	0.498074
2.9	0.498134	0.498193	0.498250	0.498305	0.498359	0.498411	0.498462	0.498511	0.498559	0.498605
3.0	0.498650	0.498694	0.498736	0.498777	0.498817	0.498856	0.498893	0.498930	0.498965	0.498999
3.1	0.499032	0.499064	0.499096	0.499126	0.499155	0.499184	0.499211	0.499238	0.499264	0.499289
3.2	0.499313	0.499336	0.499359	0.499381	0.499402	0.499423	0.499443	0.499462	0.499481	0.499499
3.3	0.499517	0.499533	0.499550	0.499566	0.499581	0.499596	0.499610	0.499624	0.499638	0.499650
3.4	0.499663	0.499675	0.499687	0.499698	0.499709	0.499720	0.499730	0.499740	0.499749	0.499758
3.5	0.499767	0.499776	0.499784	0.499792	0.499800	0.499807	0.499815	0.499821	0.499828	0.499835
3.6	0.499841	0.499847	0.499853	0.499858	0.499864	0.499869	0.499874	0.499879	0.499883	0.499888
3.7	0.499892	0.499896	0.499900	0.499904	0.499908	0.499912	0.499915	0.499918	0.499922	0.499925
3.8	0.499928	0.499930	0.499933	0.499936	0.499938	0.499941	0.499943	0.499946	0.499948	0.499950
3.9	0.499952	0.499954	0.499956	0.499958	0.499959	0.499961	0.499963	0.499964	0.499966	0.499967
4.0	0.499968	0.499970	0.499971	0.499972	0.499973	0.499974	0.499975	0.499976	0.499977	0.499978
4.1	0.499979	0.499980	0.499981	0.499982	0.499983	0.499983	0.499984	0.499985	0.499985	0.499986
4.2	0.499987	0.499987	0.499988	0.499988	0.499989	0.499989	0.499990	0.499990	0.499991	0.499991
4.3	0.499991	0.499992	0.499992	0.499993	0.499993	0.499993	0.499993	0.499994	0.499994	0.499994
4.4	0.499995	0.499995	0.499995	0.499995	0.499995	0.499996	0.499996	0.499996	0.499996	0.499996
4.5	0.499997	0.499997	0.499997	0.499997	0.499997	0.499997	0.499997	0.499998	0.499998	0.499998
4.6	0.499998	0.499998	0.499998	0.499998	0.499998	0.499998	0.499998	0.499998	0.499999	0.499999
4.7	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999
4.8	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999	0.499999

Figura B.1 - Curva normal padrão



## ANEXO C

A Figura C.1 apresenta o modelo utilizado para dimensionamento do eixo de poliacetal e a Figura C.2 apresenta as forças de reação nos mancais e os diagramas de forças cortantes e momentos.

## EXEMPLO 7-2

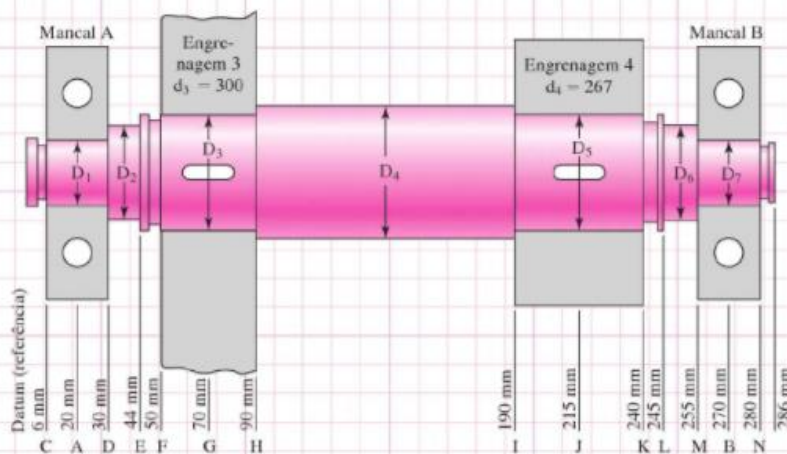
Este problema de exemplo é parte de um estudo de caso maior. Veja o Capítulo 18 para o contexto completo.

Um desenho de caixa de engrenagem de redução dupla foi desenvolvido para que tivesse a disposição geral e as dimensões axiais do eixo intermediário carregando as duas engrenagens de corte reto propostas, como mostra a Figura 7-10. As engrenagens e mancais estão localizados e suportados por ressaltos e mantidas no lugar por anéis de retenção. As engrenagens transmitem torque por chavetas. As engrenagens foram especificadas para permitir que as forças tangenciais e radiais transmitidas através delas ao eixo sejam determinadas como se segue

$$\begin{aligned} W'_{23} &= 2400 \text{ N} & W'_{54} &= -10800 \text{ N} \\ W'_{23} &= -870 \text{ N} & W'_{54} &= -3900 \text{ N} \end{aligned}$$

em que os sobrescritos  $t$  e  $r$  representam as direções tangencial e radial, respectivamente; e os subscritos 23 e 54 representam as forças exercidas pelas engrenagens 2 e 5 (não mostradas) nas engrenagens 3 e 4, respectivamente.

De início à próxima fase do desenho, na qual um material apropriado é selecionado e diâmetros apropriados para cada seção do eixo são estimados a fim de prover suficiente capacidade de fadiga e de tensão estática para vida infinita do eixo, com fatores mínimos de segurança de 1,5.



**Figura 7-10**

Disposição do eixo para o Exemplo 7-2. Dimensões em milímetros.

Figura C.1 - Problema utilizado para dimensionamento de eixo



**Solução**

Efetue a análise do diagrama de corpo livre para obter as forças de reação nos mancais.

$$R_{Az} = 422 \text{ N}$$

$$R_{Ay} = 1439 \text{ N}$$

$$R_{Bz} = 8822 \text{ N}$$

$$R_{By} = 3331 \text{ N}$$

De  $\Sigma M_x$ , encontre o torque no eixo entre as engrenagens  $T = W'_{23} (d_3/2) = 2400 (0,3/2) = 360 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

Gere os diagramas de forças cortantes, momentos para dois planos.

Combine os planos ortogonais como vetores para obter os momentos totais, por exemplo, em  $J$   
 $\sqrt{485^2 + 183^2} = 518 \text{ N}\cdot\text{m}$

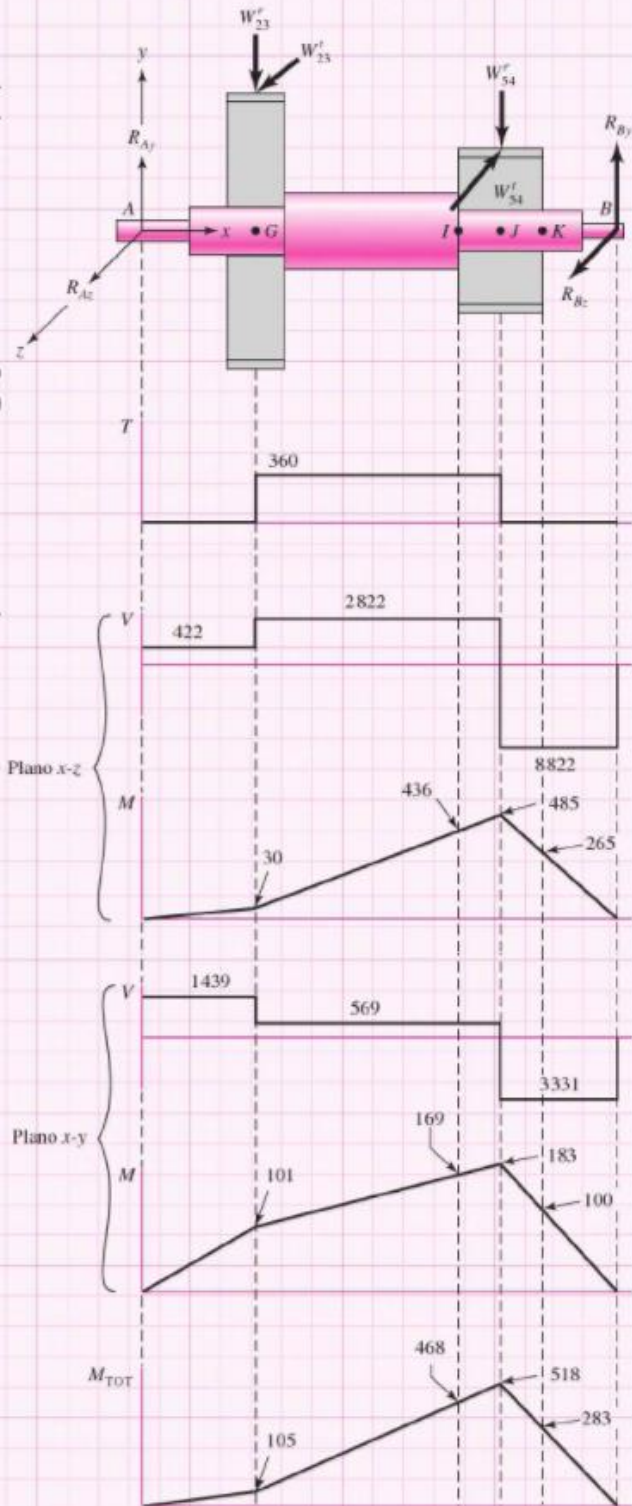


Figura C.2 - Reação, cortantes e momentos