

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO  
SUL**

**Instituto de Matemática**

Milena Wollmann da Silva

**Uso de objetos digitais de aprendizagem na  
constituição de conceitos de geometria plana e na  
constituição da percepção espacial**

**Porto Alegre**

**2009**

**Milena Wollmann da Silva**

**Uso de objetos digitais de aprendizagem na  
constituição de conceitos de geometria plana e na  
constituição da percepção espacial**

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto ao  
Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade  
Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial a  
obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

**Porto Alegre**

**2009**

**Milena Wollmann da Silva**

**Uso de objetos digitais de aprendizagem na  
constituição de conceitos de geometria plana e na  
constituição da percepção espacial**

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto ao  
Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade  
Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial a  
obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

COMISSÃO EXAMINADORA

---

Prof<sup>a</sup>. Maria Alice Gravina

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof<sup>a</sup>. Maria Cristina Varriale

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Porto Alegre 19 de agosto de 2009**

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar o uso de objetos digitais de aprendizagem como apoio na aquisição de conceitos de geometria euclidiana plana e no desenvolvimento da representação e visualização espacial. Como fundamentos teóricos trabalhamos com Kurt Lovell, no que toca ao desenvolvimento cognitivo, com o modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico, como metodologia de ensino-aprendizagem, e o trabalho de David Wiley como norteador do uso e da escolha dos objetos digitais de aprendizagem.

A prática que originou este trabalho foi realizada no Colégio de Aplicação da UFRGS, no segundo semestre do ano de 2007, com um grupo de estudantes na faixa etária de 11 a 13 anos, sendo que o grupo era composto de forma mista por estudantes da 5<sup>a</sup> série e 6<sup>a</sup> série. Durante 19 encontros, foram desenvolvidos temas relativos a conceitos de simetria, ângulos, polígonos, relações entre ângulos e polígonos, dentre outros.

O estudo posterior a prática consistiu em uma análise detalhada da prática em si e do material produzido pelos alunos, com objetivo de identificar possíveis relações entre o objetos digitais de aprendizagem e os conceitos construídos pelos alunos.

## RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo estudiar el uso de objetos digitales para el aprendizaje, como apoyo en la adquisición de conceptos de geometría euclidiana plana y en el desarrollo de la representación y visualización espacial. Como fundamentos teóricos, trabajamos con Kurt Lovell, en lo que se refiere al desarrollo cognitivo, con el modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento geométrico, como metodología de enseñanza-aprendizaje, y el trabajo de David Wiley como orientador del uso y de la elección de los objetos digitales para el aprendizaje.

La práctica que originó este trabajo fue realizada en el Colegio de Aplicación de la UFRGS, en el segundo semestre del año 2007 con un grupo de estudiantes de entre 11 y 13 años, siendo que el grupo estaba compuesto de forma mixta por estudiantes de la 5<sup>a</sup> y 6<sup>a</sup> series. Durante 19 encuentros, se desarrollaron temas relativos a conceptos de simetría, ángulos, polígonos, relaciones entre ángulos y polígonos, entre otros.

El estudio posterior a la práctica consistió en un análisis detallado de la práctica en si y del material producido por los alumnos, con el objetivo de identificar posibles relaciones entre los objetos digitales para el aprendizaje y los conceptos construidos por los alumnos.

## SUMÁRIO

1.	Introdução.....	8
1.1.	Etapas de Investigação.....	10
1.2.	Sujeitos pesquisados e como foi feito.....	10
1.3.	A estrutura do Trabalho.....	11
2.	Fundamentos Teóricos.....	12
2.1.	Quando aos O.A.s .....	12
2.1.1.	O que são objetos digitais de aprendizagem? .....	13
2.2.	Quanto a Aprendizagem e a Construção dos Conceitos .....	14
2.3.	Construção das Práticas - O Método L.O.D.A.S.....	16
2.3.1.	Atividades Preliminares.....	16
2.3.2.	Análise e Síntese do Conteúdo. ....	17
2.3.3.	Prática do design e apresentação da informação.....	17
2.3.4.	Seleção ou design dos objetos de aprendizagem.....	18
2.4.	Metodologia de Ensino - Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico.....	18
2.4.1.	O modelo .....	18
2.4.2.	Os Níveis do Modelo .....	19
2.4.2.1.	Nível 0: Visualização .....	19
2.4.2.2.	Nível 1: Análise.....	19
2.4.2.3.	Nível 2: Dedução Informal.....	20
2.4.2.4.	Nível 3: Dedução.....	20
2.4.2.5.	Nível 4: Rigor .....	20
2.4.3.	Propriedades do Modelo.....	20
2.4.4.	Fases da Aprendizagem .....	21
3.	Confluência de Idéias.....	22

4.	A Prática Analisada .....	24
4.1.	Propósito da Assessoria de Interação Virtual.....	25
4.1.1.	Nossa proposta de ensino.....	26
4.2.	Concepção e Construção do Site.....	28
4.3.	A Construção das Práticas .....	30
4.4.	As Atividades.....	31
5.	Resultados e Objetivos Futuros .....	70
6.	Bibliografia .....	72
7.	Apêndices.....	73
7.1.	Tabelas.....	73

## 1. Introdução

Este trabalho originou-se de uma prática de ensino-aprendizagem realizada na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem em Matemática II, no segundo semestre do ano de 2007.

A prática realizou-se no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte constituinte de um projeto pedagógico diferenciado para as séries iniciais do ensino fundamental, o Projeto Amora. O projeto em questão trabalha a redefinição do papel do professor para as 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries, e também com a renovação do ensino nesses anos. A escola em que foi realizada a prática, em si, possui aspectos diferenciados devido a sua proximidade com a Universidade. Sobre esta questão o plano político pedagógico da escola afirma:

*“Cap é a Escola de Ensino Fundamental e Médio da UFRGS, com os compromissos sociais e acadêmicos da Universidade Pública a qual pertence.*

*A condição privilegiada junto à UFRGS possibilita o desenvolvimento do ensino, pesquisa e extensão voltados para propostas pedagógicas inovadoras e viáveis aos desafios contemporâneos de educação Fundamental e média.”*

Uma vez que as práticas realizadas foram documentadas por material digital e no relatório final da disciplina. Com o objetivo de contextualizar e compreender o significado de tais práticas para Escola e para o aluno, tomo como focos iniciais a perspectiva da escola, sobre um trabalho voltado a utilização de objetos de aprendizagem, e a perspectiva do aluno, sobre esse tipo de trabalho.

A perspectiva da escola representa: a formação do professor, a disponibilidade de recursos materiais, a possibilidade de contar com recursos digitais (quando menciono recursos digitais refiro-me não apenas aos objetos de aprendizagem em si, mas toda a estrutura necessária para o suporte de tal tipo de trabalho como, por exemplo,



computadores, internet e etc.) necessários para estruturação de tais práticas.

A perspectiva do aluno é a mais complexa e difícil de analisar. Para perceber a real influência do trabalho com objetos de aprendizagem sobre os alunos é necessário um estudo aprofundado das práticas que foram realizadas, dos recursos e dos objetos que foram utilizados e dos possíveis resultados que tais práticas possam ter gerado. Esclareço que entendo por resultados a possibilidade de compreensão do aluno sobre os conceitos estudados e a extensão dessa compreensão.

O foco deste trabalho é estudar o significado de tais práticas e, dentro desse processo de significação, a prática em si. Com base nas considerações acima, pretendo analisar e descrever práticas de ensino-aprendizagem em matemática realizadas, sendo analisadas apenas aquelas que utilizaram objetos digitais de ensino-aprendizagem, e, por meio da revisão dessas práticas e da análise da produção dos estudantes nesses momentos, inferir quais as relações entre o conceito e o objeto formadas pelos estudantes durante o processo de construção do conceito.

Com isso, pretende-se verificar e estudar as possibilidades do apoio digital para o desenvolvimento dos conceitos de geometria plana e percepção espacial e procurar estabelecer alguma relação entre a presença do O.A. e o conceito construído pelo estudante.

### *1.1. Etapas de Investigação*

Tomamos inicialmente o relatório da prática, a fim de revisitar as observações feitas, os conceitos trabalhados, as técnicas utilizadas e os O.A.s utilizados.

Na releitura desse documento, visamos identificar pontos não contemplados na análise feita, no momento em que foram escritos. Através da análise da produção dos alunos, o objetivo é descrever o processo de aprendizagem dos conceitos pretendidos.

Em um segundo momento, após cuidadosa consideração dos relatórios, produzimos uma análise crítica da proposta de ensino por eles descrita, bem como uma análise crítica dos O.A.s que compunham essa proposta.

No terceiro momento, vamos analisar os objetos digitais de aprendizagem propriamente ditos, buscando observar nas características de suas construção, nas possíveis discrepâncias conceituais que poderiam surgir de sua manipulação e semelhanças com as hipóteses formuladas pelos alunos.

Tomaram-se como técnicas para coleta de dados:

- Questionários;
- Testes;
- Produção dos alunos em sala de aula.

### *1.2. Sujeitos pesquisados e como foi feito.*

Essa tomada de dados foi realizada dentro de dois grupos composto por cerca de oito alunos - digo cerca de oito alunos, pois o número de alunos em aula é flutuante como o comum em sala de aula - grupos determinados pelos professores do CAp.

Os alunos envolvidos na prática eram alunos de 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> série do ensino fundamental regular, com idades variando entre 10 e 13 anos.

A coleta ocorreu em um período de quatro meses, de agosto de 2007 a dezembro de 2007, realizando-se sempre as segundas - feiras das 13 horas e 30 minutos às 16 horas e 30 minutos. Cada grupo de alunos tinha 1 hora e 30 minutos de atividade, sem que os grupos estivessem em sala juntos, ou seja, os grupos pesquisados naquele período eram observados em parcelas de oito alunos. As atividades foram desenvolvidas em maior parte no laboratório de informática do CAP, contudo também foram realizadas atividades sem o auxílio do meio digital a fim de observar se os alunos transpunham as informações e conceitos desenvolvidos no meio digital para o meio concreto ou mesmo em certos casos a observar mudanças nas formas de abordar perguntas e problemas semelhantes aos trabalhados no meio digital e no meio concreto.

Atente-se para o fato de que no âmbito desse trabalho define-se meio digital como sendo o uso de objetos digitais de aprendizagem, e informática; e como meio concreto o meio de aprendizagem em que não o uso de ferramentas digitais e informática.

### *1.3. A estrutura do Trabalho*

Este trabalho está estruturado em capítulos, o presente capítulo é introdutório e apresenta o trabalho em suas linhas gerais, bem como seus objetivos e a metodologia de pesquisa adotada.

O segundo capítulo diz respeito aos fundamentos teóricos que nortearam a prática, a pesquisa e análise que constam neste trabalho. Nesse capítulo há uma breve explanação sobre cada uma das teorias utilizadas.

O terceiro capítulo contém uma reflexão sobre as teorias utilizadas e suas ligações. O quarto capítulo contém a prática descrita e análise em detalhes segundo os fundamentos teóricos apontados.

O quinto e último capítulo apresenta as conclusões tomadas com base na análise e perspectivas para futuros estudos.

## 2. Fundamentos Teóricos

### 2.1. Quando aos O.A.s

Historicamente a idéia geradora dos objetos digitais de aprendizagem (O.A.s) surgiu da grande quantidade de simulações criadas por muitos acadêmicos que estavam disponíveis na web para uso de seus alunos. Apesar disso, essas simulações não estavam catalogadas ou organizadas, e assim com o objetivo de facilitar que essas simulações fossem encontradas foi criado o primeiro sistema de organização dos O.A.s, EOE (<http://www.eoe.org>). Esse sistema não fazia o armazenamento das simulações apenas indicava o endereço onde as mesmas estavam disponíveis.

Considerando que as grandes mudanças ocorridas na educação e na teoria pedagógica estão ligadas as transformações ocorridas nas formas de comunicação entre os indivíduos, educadores e instituições acadêmicas têm investido na pesquisa dos O.A.s, por que consideram que tal tecnologia oferece um futuro promissor para a educação (Schwarzelmüller & Ornellas,s.d.)”.

Com o surgimento das novas tecnologias, em especial os primeiro computadores, educadores buscam formas através das quais as inovações auxiliem no processo de ensino aprendizagem (Schwarzelmüller & Ornellas,s.d.).

Na corrida para a implementação do ensino através do e-learning e de outras formas de ensino a distância o termo objetos digitais de aprendizagem vem sendo empregado para definir toda. a gama de recursos utilizados nas práticas de ensino a distância, contudo como afirma Cesar Nunes:

*“O termo “objetos de aprendizagem” (learning objects) tem sido usado extensivamente nos últimos anos. O fato*

*conflitante de haver excesso de material disponível na Web e ao mesmo tempo haver falta de conteúdo educacional de alta qualidade contribuiu para o surgimento e disseminação do termo: buscas na Web resultam em números astronômicos de respostas sendo que destas apenas uma minoria satisfaz critérios mínimos de qualidade e viabilidade de uso para fins educacionais (Nunes, 2006)”.*

O problema apontado não implica necessariamente a criação de um vocabulário em si, mas sim a divulgação do já que existe e um estudo aprofundado da teoria que envolve não apenas o desenvolvimento desses objetos, mas também o seqüenciamento deles para construção de propostas pedagógicas. Com a finalidade de clarificar os conceitos com respeito aos objetos digitais de aprendizagem e assim possibilitar a dinamização do processo de busca, dando ao profissional um olhar crítico em relação ao material disponível na web.

Portanto, a fim de clarificar a discussão a respeito do tema, propomos a seguinte questão:

### **2.1.1. O que são objetos digitais de aprendizagem?**

*“Para alcançar seus objetivos a EAD precisa de tecnologias de aprendizagem especialmente desenvolvidas para facilitar e promover uma troca de conhecimentos eficaz, mesmo não ocorrendo de forma tradicional. Os objetos e ambientes de aprendizagem surgem com este papel, o de serem instrumentos para essa nova forma de educar, facilitando a disponibilidade e acessibilidade da informação no ciberespaço. (Schwarzelmüller & Ornellas, s.d., p2)”.*

As autoras ainda colocam que tais ambientes servem como mediadores da aprendizagem, armazenando conhecimentos e permitindo que o maior número de pessoas possível interaja com ele.

Uma vez que a criação de O.A.s é um processo de alto custo a fim de alcançar uma *economia de mercado* o reuso dos objetos de aprendizagem torna-se necessário, sobre esse ponto as autoras afirmam

*“(...)os objetos de aprendizagem também surgem para fomentar essa modalidade educacional e têm na sua principal característica o reuso, ou seja, sua reutilização para vários processos de aprendizagem” (Schwarzelmüller & Ornellas, s.d., p2)*

Portanto O.A.s se configuram por recursos digitais que trazem informações em diversos formatos como imagens, sons, gráficos, entre outros e que possuem objetivos educacionais. Porém esse conceito não é único para delimitar o que seriam objetos de aprendizagem:

*“Objetos de aprendizagem são elementos de um novo tipo de instrução baseada em computador apoiada no paradigma da orientação aos objetos da informática. A orientação a objetos valoriza a criação de componentes (chamados objetos) que podem ser reutilizados em múltiplos contextos. (Wiley, 2000, p3)”<sup>1</sup>*

Assim definimos O.A.s como sendo recursos digitais, pedaços de informação, de diversos tipos, com finalidades explicitamente educacionais que podem ser reutilizados em diversos contextos e que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem.

## ***2.2. Quanto a Aprendizagem e a Construção dos Conceitos***

Adotou-se de maneira geral, inicialmente, princípios construtivistas para a operacionalização das atividades. Durante o desenvolvimento das atividades tal perspectiva manteve-se, aprofundando-se gradativamente, e como apoio foram também unidas a esse fundamento Piagetiano algumas práticas desenvolvimentistas.

Quando tratamos ao longo desse trabalho sobre a construção dos conceitos por partes dos alunos, fundamentamos essa argumentação no trabalho de Kurt Lovell (Lovell, 1988).

---

<sup>1</sup> Tradução minha.

Segundo Lovell a construção de um conceito ocorre de acordo com a seqüência “*percepção-abstração-generalização*” (Lovell, 1988, p13).

A percepção é, segundo Lovell, a interpretação dos sinais que chegam a nossa consciência, após a filtragem dos estímulos vindos do mundo exterior pelo nosso aparato neurológico. E ainda a percepção depende de mais do que as simples sensações que tais sinais despertam, dependem do reforço dessas sensações pela experiência passada do indivíduo, idéias, atitudes, e expectativas. Portanto a aprendizagem do indivíduo compõe uma grande parte dessa interpretação dos sinais, ou seja, a percepção é diretamente afetada pela maneira de pensar, atitudes, estados emocionais, e interesses do indivíduo no momento.

Assumimos que diferentes indivíduos chegam a um mesmo conceito de diferentes formas, contudo, como aponta Lovell, a constituição desse conceito ocorre por um processo que apresenta semelhanças entre os indivíduos. Tomando um exemplo análogo ao do autor, quando ouvimos ou dizemos o vocábulo “felino”, não nos ocorre uma listagem de todas as espécies de felinos existentes no planeta, ao invés disso tomamos uma classe geral com as características dominantes correspondentes, quatro patas, rabo, em geral pelos, alguns domésticos, outros selvagens e estes predadores, e etc. Ou seja, felinos corresponde a um conceito, uma generalização, para uma classe de animais, que por suas propriedades diferencia os animais conhecidos e discrimina animais que atendem as propriedades estabelecidas e não as atendem, abstrai - “tira da listagem” - aqueles que não atendem e por fim generaliza conceituando a classe dos felinos.

Dessa forma

*Um conceito pode ser definido como uma generalização a respeito de dados relacionados; isso nos permite responder a, ou pensar sobre estímulos específicos, ou percepções, de um modo particular. Onde um conceito é exercido como um ato de*

*juízo. Os conceitos parecem surgir das percepções, do conhecimento real dos objetos e situações, e através de experiências e empenho em ações de diversas espécies. (Lovell, 1988, p13.)*

### **2.3. O Método L.O.D.A.S**

É evidente que não só a construção como o seqüenciamento de objetos de aprendizagem requerem uma metodologia que otimize não só o tempo demandado como dinamize o processo e de qualidade aos resultados obtidos. Wiley (2000) propõe metodologia de design e seqüenciamento de objetos de aprendizagem chamada LODAS – *Learning Object Design and Sequencing Theory*. Contudo como aqui fazemos uma aproximação voltada mais a montagem de uma proposta de ensino baseada no uso de O.A.s trataremos mais detalhadamente das etapas de metodologia que envolvem as atividades de construção da proposta e seqüenciamento dos objetos.

O método de Wiley(2000) propõe uma sequência de etapas, definidas pelo autor como categorias, e dentro dessas sub etapas, quem envolvem a construção da proposta de ensino e a construção/seleção dos objetos de aprendizagem a serem utilizados nessa proposta.

As etapas do modelo proposto por Willey(Willey, 2000) são na seguinte ordem propostas : atividades preliminares, análise e síntese do conteúdo, prática do design e apresentação da informação, seleção ou design dos objetos de aprendizagem, seqüenciamento, e revisão para a melhoria de qualidade.

#### **2.3.1. Atividades Preliminares**

Durante as atividades preliminares caberia ao especialista que desenvolve o O.A; não descartando, é claro, a possibilidade de a proposta ser totalmente realizada por um único profissional; realizar uma revisão bibliográfica sobre as teorias com respeito aos fundamentos teóricos para



a proposta de ensino pretendida. Esses fundamentos teóricos são no caso teorias referentes ao uso de O.A.s e de forma mais abrangente ao uso de informática, buscando identificar e compara metas, valores e condições definidas por cada teoria a fim de fundamentar seus próprios valores para o desenvolvimento da proposta.

### **2.3.2. Análise e Síntese do Conteúdo.**

Essa etapa visa dividir um bloco de conteúdo em pequenos fragmentos, isto é, decompor um habilidade complexa (Wiley, 2000) em pequenas habilidades simples que a compõe e ordenar essas habilidades dentro de modelos teóricos a fim de estabelecer um ordenamento dentro as habilidades e os modelos.

#### *2.3.2.1. Decomposição do Conteúdo*

Nessa etapa uma habilidade cognitiva complexa é desmembrada em suas habilidades primárias constituintes, por exemplo, para compreender a representação gráfica de um fração o aluno precisa compreender antes a idéia de divisão, logo a idéia de multiplicação, portanto precisa compreender o campo multiplicativo e ainda entender o conceito de conservação de quantidade.

### **2.3.3. Prática do design e apresentação da informação.**

Na terceira etapa, o desenvolvedor/especialista classificaria oos modelos de trabalho e as habilidades constituintes para identificar condições prévias para cada um dos modelos de trabalho. Finalizando a etapa ao identificar/catalogar s seguintes itens:

- habilidades periódicas;
- informação pré-requisitada;
- habilidades de não periódicas;

Na terceira etapa, os objetos são selecionados segundo os critérios anteriormente apresentados, na quarta etapa são ordenados segundo a proposta construída e na quinta ocorre a revisão da proposta.

#### **2.3.4. Seleção ou design dos objetos de aprendizagem**

Nessa etapa são conectados os modelos de trabalho aos tipos de objetos necessários para cada atividade, segundo as características anteriormente mencionadas.

#### **2.3.5. Sequenciamento**

Nessa etapa os modelos são dispostos na ordem em que serão executados com estudantes.

#### **2.3.6. Revisão para melhorias**

Nessa etapa o resultado obtido da experimentação dos objetos pelos estudantes e analisado e a partir desses resultados o O.A é avaliado, melhorado ou reformulado quando necessário.

### ***2.4. Metodologia de Ensino - Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico***

#### **2.4.1. O modelo**

O modelo de desenvolvimento Van Hiele para o pensamento geométrico é um modelo desenvolvimentista, ou seja, baseado em níveis de desenvolvimento.

Uma vez que o grupo envolvido na prática era formado por alunos de faixa etária uniforme, e como sabemos, estando a faixa etária diretamente ligada ao desenvolvimento cognitivo, não seria um fator discriminante no grupo. Assim optamos por - após discriminar habilidades e objetivos, segundo o método L.O.D.A.S – adotar o modelo de Van Hiele devido as suas características favoráveis tanto ao método L.O.D.A.S,

quanto a seqüência “*percepção-abstração-generalização*” (Lovell, 1988, p13). Além do fato de que, como coloca Crowley:

*“O modelo Van-Hiele para o pensamento geométrico pode ser usado tanto para orientar a formação, assim como para avaliar as habilidades do aluno.” (CROWLEY, 1994, p1).*

É evidente que mesmo baseando as características das atividades e práticas desenvolvidas em métodos utilizados também para desenvolvimento de O.A.s de níveis avançados, não pretendemos exceder a capacidade cognitiva dos alunos apresentando-lhes conteúdos além do que sua capacidades de compreensão característica de sua faixa etária.

#### **2.4.2. Os Níveis do Modelo**

O modelo de Van Hiele possui cinco níveis de compreensão da geometria, abaixo caracterizados.

##### **2.4.2.1. Nível 0: Visualização**

Nesse nível o aluno percebe o espaço apenas como algo que existe em torno dele, os conceitos de geometria são para o aluno entidades totais sem componentes ou atributos, as figuras são reconhecidas apenas por sua forma. O aluno deste nível é capaz de reproduzir figuras e desenvolver um vocabulário geométrico.

##### **2.4.2.2. Nível 1: Análise**

Nesse nível o aluno é capaz de analisar os conceitos geométricos percebendo as características e propriedades que distinguem cada classe de configuração. Reconhece que as figuras têm partes, e as figuras pelas partes; mas ainda não é capaz de explicar as relações entre as propriedades, e entre as figuras, não entende definições e nem é capaz de definir.

### **2.4.2.3. Nível 2: Dedução Informal**

Neste nível o aluno é capaz de estabelecer relações entre as propriedades e entre as figuras, deduzir as propriedades de uma figura, reconhecer classes de figuras, fazer a inclusão de classes, e significar definições. O aluno ainda é capaz de acompanhar e memorizar definições formais e de formular argumentos informais.

### **2.4.2.4. Nível 3: Dedução**

Neste nível o aluno compreende o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Percebe-se a relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações. O aluno torna-se capaz de construir demonstrações, e não apenas memorizá-las, enxergar a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma forma. Compreende a interação das condições necessárias e suficientes e, é capaz de fazer distinções entre uma afirmação e sua recíproca.

### **2.4.2.5. Nível 4: Rigor**

Neste nível o aluno é capaz de trabalhar com vários sistemas axiomáticos e, a geometria passa a ser vista no plano abstrato.

### **2.4.3. Propriedades do Modelo**

- Seqüencial;
- Avanço – só é possível se o aluno passou pelos níveis anteriores;
- Intrínseco e Extrínseco – Os objetos inerentes de um nível tornam-se o objeto de ensino do seguinte;

- Lingüística – “Cada nível tem seus próprios símbolos lingüísticos e seus sistemas de relações que ligam esses símbolos”. (P. van Hiele, 1984a, p.246 apud CROWLEY, 1994, p5).
- Combinação inadequada – aluno em nível superior em curso de nível inferior, ou vice e versa.

#### **2.4.4. Fases da Aprendizagem**

- Interregação/Informação: Nesta fase o professor e os alunos conversam, e realizam atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível, levantam-se questões, fazem-se observação e introduz-se o vocabulário específico do nível. Nesta fase o professor descobre quais os conhecimentos prévios dos alunos e se eles possuem algum, e os alunos “ficam sabendo em que direção os estudos avançaram”(CROWLEY, 1994, p6).
- Orientação Dirigida: Nesta fase são executadas tarefas que, cuidadosamente elaboradas pelo professor, levam à respostas específicas, revelando gradualmente as estruturas características do nível.
- Explicação: Nesta fase os alunos expressam suas idéias sobre as estruturas que foram observadas, baseando-se em suas experiências anteriores. Cabe ao professor neste ponto orientar os alunos no uso de uma linguagem precisa e adequada, seu papel é mínimo. Nesta fase torna-se evidente o sistema de relações entre os níveis.
- Orientação Livre: São apresentadas aos alunos tarefas mais complexa, compostas por diversos passos, com final aberto, e diversas formas de solução. E em geral exige que

o aluno justifique cada escolha que faz ao longo da realização da tarefa.

- **Integração:** Os alunos sumarizam o que aprenderam, compondo uma revisão do que foi estudado, com o objetivo de ter uma visão geral da “nova rede de objetos e relações”. É essencial que nada novo seja apresentado nesse processo. O professor auxilia nesta fase oferecendo apontamentos globais.

Supõe-se que ao final dessa quinta fase o aluno alcance um novo nível de pensamento.

### **3. Confluência de Idéias**

Lovell propõe que a construção de um conceito ocorre de acordo com a seqüência “percepção-abstração-generalização” (Lovell, 1988, p13), e dessa forma quando o indivíduo possuir um conceito formado ele será capaz de discriminar as propriedades relacionadas ao objeto do conceito, e generalizar suas constatações no que tange a qualquer característica comum que possa encontrar com o objeto de estudo.

Dado que início desse processo de construção ocorre com a percepção e ainda sabendo que a percepção é influenciada pela aprendizagem e pelas experiências passadas, quando nos propomos a construir com o grupo envolvido na pesquisa um determinado conceito, tornou-se fundamental determinar o que os alunos já haviam “percebido”, capturado sobre os objetos de estudo em questão, no caso a geometria plana. Para realizar essa sondagem uma fase inicial de interrogação tornou-se necessária, que visasse determinar quais os conhecimentos os alunos previamente possuíam, e ainda indicar as possíveis abordagens para a orientação dos alunos ao longo do trabalho.

Uma vez determinados os conhecimentos prévios dos alunos, pretendíamos também inferir quais as relações entre os entes geométricos e propriedades eram conhecidas pelos alunos. Segundo Lovell o conceito parcialmente definido representa uma hipótese em teste, que virá a ser testada por experimentação para novos objetos, sendo assim existe na formação de um conceito *"certa quantidade de ensaio e erro"* (LOVELL, 1988, p13) que determina se o novo objeto se ajusta ou não a hipótese, que pode também encaminhar para a necessidade de mudanças na hipótese e para um estudo mais aprofundado do objeto que gerou a hipótese. Quando tratamos de um conceito parcialmente definido e em teste, como hipótese, deparamo-nos com afirmações, "É um triângulo"; "É um quadrado" ou "Parece um quadrado", tais afirmações são como coloca Crowley características do nível zero do modelo Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Lovell sugere que os conceitos não se formam repentinamente em sua forma final, e sim gradativamente se alargam e se aprofundam através do tempo, sendo sempre testados para novos objetos, estendendo classes ou criando novos filtros para a discriminação das características da classe. Esse fato aponta para um aprofundamento das habilidades e aumento de ferramentas para a discriminação, ou seja, uma ampliação dos conhecimentos relativos as propriedades dos objetos do conceito em formação e dos objetos em teste.

Dessa forma os filtros da discriminação seriam as propriedades dos objetos, e o uso desses filtros possibilitaria uma gradual ampliação na generalização do conceito em desenvolvimento. Esse avanço gradual é dado pelo modelo Van Hiele em seus níveis do reconhecimento pela forma (conceito inicial - hipótese de teste), a constituição das propriedades (estabelecimento dos primeiros classificadores), constituição das relações entre as propriedades (estabelecimento dos filtros discriminadores), e a

constituição de inter-relações entre propriedades e figuras (constituição da classe e inclusão de classes).

Surge ainda nesse processo a necessidade uma especificidade lingüística. Ao longo da expansão do conceito e da determinação do conceito é necessário selecionar, esclarecer, ou possuir um quadro de referência de formas e maneiras para “explicar” os objetos estudados. Para isso são necessários símbolos da linguagem e da matemática que nos permitem comunicar o conceito em desenvolvimento e nossos pensamentos, segundo Lovell, embora a linguagem seja importante na formação e estabilização de um sistema de conceitos, ela por si só é insuficiente para desencadear o pensamento sistemático, pois a linguagem traduz apenas o que é compreendido.

Dessa forma a *“linguagem é essencialmente um ‘veículo’ simbólico para o pensamento”* (Lovell, 1988,p14).Tais capacidades lingüísticas também se refinam com o aprofundamento dos conceitos, portanto cada etapa desse aprofundamento torna necessária a aquisição de vocabulário ou definição precisa da função dos termos utilizados.

Logo temos que o modelo Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico alia-se a teoria de Lovell sobre a constituição dos conceitos mostrando complementaridade.

## **4.A Prática Analisada**

Desenvolvemos nossa prática docente em parceria com o projeto Amora, participando do que eles no regimento classificam como assessorias. Realizamos uma atividade complementar ao trabalho já desenvolvido na disciplina de matemática em sala de aula. Disciplina ministrada, na época, pelo Prof. Ítalo Modesto.

Nosso trabalho foi desenvolvido na chamada Assessoria de Interação Virtual.



A motivação desse trabalho foi a inclusão digital dos alunos, bem como auxiliar a compreensão da matemática através do uso de ferramentas digitais.

#### ***4.1. Propósito da Assessoria de Interação Virtual***

A assessoria de Interação Virtual visa através do uso de mídias digitais sanar algumas das dificuldades dos alunos, principalmente as que envolvem reflexão mental, reflexões estas que seriam difíceis de “montar” com materiais concretos. Também visa através da manipulação de objetos de aprendizagem que os alunos formulem os próprios conceitos e teorias podendo depois verificá-las com o uso dos objetos ou de material concreto.

Portanto trabalhando com mídias digitais, pode-se apresentar os principais aspectos do tema desenvolvido de forma a facilitar e desenvolver a reflexão mental, tornar a aprendizagem da Matemática um processo mais lúdico, e tornando o aluno ativo em seu processo de aprendizagem.

Sabe-se que na vivência cotidiana existe uma miríade de objetos e materiais capazes de auxiliar no desenvolvimento de conceitos e idéias matemáticas. Uma criança que, mesmo ainda sequer alfabetizada, ordena seu brinquedos por altura desenvolve um pensamento matemático de regularidade e padronização. Contudo mesmo com o processo da “matematizar” a realidade sendo espontâneo é notória a grande quantidade de problemas que se encontra no ensino de matemática – não somente no campo da geometria.

Dificuldade essa que não reside na existência física do material ou falta dela, mas na transição do objeto físico para o campo formal de pensamento.

Quando são trabalhados conceitos mais complexos faltam-nos objetos materiais que possam assim como os objetos (citados acima) serem manipulados para que os conceitos possam ser re-significados pelos alunos espontaneamente. Logo o empecilho que falamos seria a dificuldade na “concretização mental” dos conceitos.

Sabe-se porem que a história da matemática é marcada por quadros de obstáculos e superação desses. Logo no campo da Educação Matemática, o uso das mídias digitais no ensino surge para estender os limites do concreto e da “concretização mental”, ampliando o campo de ação do aluno e também os campos de compreensão no aluno da matemática.

Portando o meio digital sendo um meio dinâmico e interativo possibilita ao professor explorar com seus alunos uma gama maior de idéias abstratas. Concretizando-as através das ferramentas digitais tornando o aprendizado um processo intuitivo e espontâneo, viabilizando uma maior compreensão por parte do aluno.

Baseando nossa proposta de trabalho nesses fatores, sem descartar o uso de materiais físico-concretos desenvolvemos nossas atividades docentes deste período.

#### ***4.1.1. Nossa proposta de ensino***

O foco da prática proposta foi o ensino de geometria para os alunos de 5ª e 6ª séries. Dos conteúdos que foram abordados destaque aqui como principais, os conteúdos listados abaixo:

- Simetria
  - Reconhecimento de simetrias;
  - Identificação dos tipos de simetria;
  - Identificação dos eixos e centro de simetria;

- Criação de imagens simétricas.
- Ângulos
  - Conceituação de ângulos;
  - Identificação de ângulos;
  - Medidas de ângulos.
- Figuras Planas
  - Reconhecimento das figuras planas;
  - Identificação de suas propriedades;
  - Reconhecimento das figuras segundo suas propriedades.
- Construção dos conceitos de perímetro, área e volume, cálculo dos mesmos.
- Percepção espacial:
  - Coordenação Visual – Motora;
  - Percepção das figuras em campos;
  - Constância da percepção;
  - Percepção da posição no espaço;
  - Percepção de relações espaciais:
  - Discriminação visual;
  - Memória visual;

Uma vez estabelecidos estes objetivos desenvolvemos a cada aula uma combinação de atividades que envolvem a manipulação de objetos de aprendizagem digitais e materiais concretos. A cada aula os alunos desenvolveram um relatório norteado por uma seqüência de perguntas.

Vale ressaltar que tais objetivos foram dados de forma seqüencial e são retomados aula a aula com uma série de atividades finais de avaliação

como, por exemplo, a construção de um mapa conceitual, listas de exercícios, e a GeoGincana.

## **4.2. Concepção e Construção do Site**

Por trabalharmos com a assessoria de interação virtual, coube a nós a tarefa de elaborar um *website* que funcionasse não apenas como repositório virtual dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos, como também funcionasse como um ambiente virtual de interação digital com a matemática.

Na construção do *website* exploramos conceitos ligados à teoria a respeito de design de interação, dentre eles destacamos e ilustramos os mais significativos abaixo.

**Identificação visual** com o CAP e com a UFRGS através da utilização dos logos de ambos estabelecimentos. E da apropriação em forma de um agente comunicativo semelhante ao símbolo da escola, uma coruja.



Ilustração 1-Página de abertura do site.

**Apropriação do espaço**, uma vez que trabalhamos com dois grupos cada um com suas peculiaridades optamos por dentro do mesmo site criar espaços individualizados para cada grupo. Para que os alunos se apropriassem desse espaço utilizamos o seguinte procedimento: nas primeiras aulas a maioria dos menus do site não havia sido nomeado, e

por meio de sugestões e votação cada grupo escolheu os nomes que os menus de seu espaço.



Ilustração 2- Menu do Grupo A



Ilustração 3- Menu do Grupo B

**Interatividade facilitada** o *website* foi construído de forma a simplificar o acesso dos alunos as ferramentas necessárias para sua aprendizagem desde possibilidades de acesso a sites de pesquisa a *links* já indicados em uma seções especial para que eles realizassem leituras de acordo com seus interesses.

No site encontramos as seções listadas segundo as imagens dos menus das áreas na imagem acima:

- Aulas anteriores;
- Relatórios;
- Agenda;

- Jogos e Desafios;
- Curiosidades e Pesquisas.

Nos aspectos mais gerais do layout optamos por cores claras que não se tornassem maçantes após longos períodos de acesso, e optamos por destacar o palco das atividades para facilitar a atenção dos alunos e sua leitura.

### ***4.3. A Construção das Práticas***

As práticas foram construídas com base nos seguintes princípios:

- **O modelo de ensino-aprendizagem adotado.** Que implicou em um sequenciamento das atividades tornando-as encadeadas, e muitas vezes interdependentes, ou seja, os planejamentos foram elaborados de forma que as atividades desenvolvidas seguissem os padrões estabelecidos pelo modelo de Van Hiele para a construção do pensamento geométrico. Contudo é evidente que não foi pretendido desenvolver os quatro níveis de modelo com os alunos. Tendo em vista a capacidade cognitiva da faixa etária do grupo pesquisado foram desenvolvidas atividades de nível 0 a nível 2, e eventualmente ocorreram observações e respostas características de nível 3.
- **Existência de materiais relevantes para a prática.** Muitos dos objetos digitais utilizados eram em inglês, devido a falta de objetos de aprendizagem com a abordagem necessária para a construção dos conceitos abordados nas atividades em Língua Portuguesa. Essas dificuldades foram contornadas devido a situação diferenciada da escola, que possibilitou a muitos dos alunos conhecimentos da Língua Inglesa, e em casos que esse conhecimento não foi suficiente os professores prestaram auxílio direto aos alunos na “tradução” do objeto.

- **Disponibilidade de recursos materiais.** Muitas das práticas digitais foram realizadas em colaboração com praticas concretas, e vice-versa, chegando a serem em alguns casos realizadas simultaneamente. Dessa forma tornou-se necessária a elaboração de material concreto para o apoio do material digital, continuidade da construção do conceito, e transposição das “hipóteses digitais” para o meio concreto.

#### **4.4. As atividades**

Foram escolhidas atividades digitais que encaminhassem o aluno a um processo de questionamento que culminava no estabelecimento de hipóteses e verificação dessas hipóteses, e conceitos.

Na elaboração das atividades houve a busca de uma adaptação do método L.O.D.A.S, uma vez que não foram desenvolvidos objetos, mas sim utilizados objetos disponíveis aplicar uma variação do método para a construção das práticas.

Propomo-nos a observar os conceitos pretendidos e decompô-los em habilidades e pré-requisitos necessários e tentar contemplá-los no planejamento seja por meio do uso direto dos objetos de aprendizagem ou da realização de atividades complementares, fossem elas concretas ou digitais.

Cada aula foi elaborada tendo um tema disparador, esses temas e objetivos de ensino-aprendizagem foram estabelecidos com base no currículo e conteúdos previstos do Projeto Amora<sup>2</sup>.

#### **Aula Digital 1: Simetrias, definição, e tipos de simetrias**

Na aula inicial foi proposta aos alunos uma seqüência de atividades a respeito de simetria. A atividade inicial consistia em uma fase de interrogação, que visava a percepção da simetria.

---

<sup>2</sup> [http://mathematikos.lec.ufrgs.br/im/mat01070091/apresentacao\\_amora\\_arquivos/frame.html](http://mathematikos.lec.ufrgs.br/im/mat01070091/apresentacao_amora_arquivos/frame.html)

Os alunos deveriam observar no rosto dos colegas de possíveis simetrias, essa atividade de abertura encaminhou a visualização da simetria axial, sua identificação como todo, e a percepção da mesma. A segunda atividade onde os alunos deveriam utilizando o software Paint Brush e fotos digitais (preferencialmente suas) encontrar o eixo de simetria facial, tinha como objetivo em caminhar os alunos a concluir quais as características necessárias tanto para a foto, quanto para os eixos de simetria escolhidos.



**Ilustração 4 - Criação dos alunos.<sup>3</sup>**

Observou-se na ilustração acima que em ambas as imagens os alunos optaram por eixos de simetria verticais, tais como na atividade de exploração. Contudo observou-se que na imagem a direita houve o cuidado do aluno ao tirar a foto e selecionar a posição do eixo de simetria revelando mais do que uma capacidade de identificação visual da simetria, mas também a compreensão dos atributos necessários a foto para que apenas metade do rosto fosse refletida. Já na imagem a esquerda observou-se que o aluno apesar de utilizar um eixo vertical para fazer a

---

<sup>3</sup> A presente ilustração não está identificada segundo os autores, pois nas duas aulas iniciais os grupos não haviam sido definidos de maneira permanente, portanto muitos dos alunos presentes nessas aulas não tomaram parte na continuidade dos trabalhos, não havendo assim necessidade de comparar suas respostas a fim de identificar os objetivos da presente pesquisa.



simetria pedida na atividade não observou as características necessárias a foto tirada para que metade e seu rosto fosse refletida, revelando que o aluno apesar de reconhecer uma simetria ainda não era capaz de reconhecer suas propriedades.

A terceira atividade consistiu em uma pesquisa, na internet, orientada pelos professores, sobre simetrias, tipos de simetria, e usos da simetria.

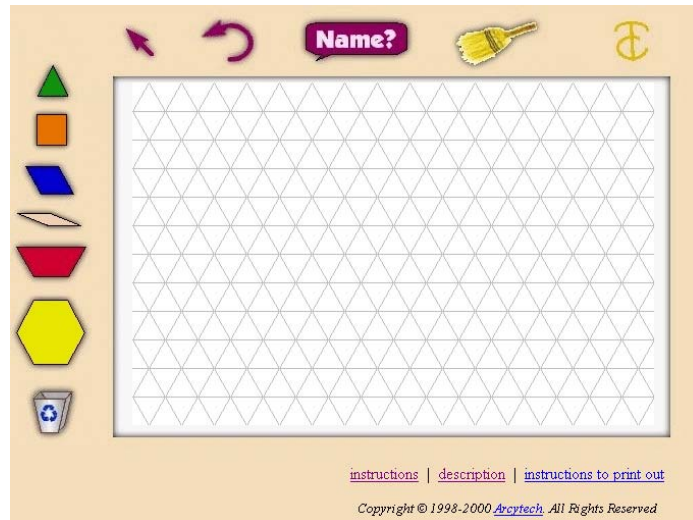
### **Aula Digital 2: Simetrias e ângulos**

A atividade inicial tinha como objetivo prático a construção três figuras uma com simetria axial, outra com simetria central, e finalmente uma figura com simetria central e axial. E o objetivo pedagógico foi a ampliação do conceito introduzido na aula anterior, estendendo a simetria axial construída nas imagens, como as da ilustração 4, para outras formas mais gerais de simetria. Nesta atividade foi utilizado o O.A. Patterns<sup>4</sup>.

Este objeto foi originalmente projeto para o estudo de frações a partir de formas geométricas, desenvolvendo conceitos básicos de frações como adição, subtração, equivalência. Contudo, como descrito nas especificações do objeto pela própria autora, Cynthia Lanius aponta que devido a forma como o objeto foi constituído ele pode ainda ser utilizado para abordar temas como as diferentes formas geométrica, sua relações e proporções; transformações geométricas e simetria.

---

<sup>4</sup> O endereço da página web onde esse objeto pode ser encontrado está disponível no apêndice deste trabalho na tabela 1, bem como todos os objetos utilizados na prática de ensino com base na qual o presente trabalho foi desenvolvido.

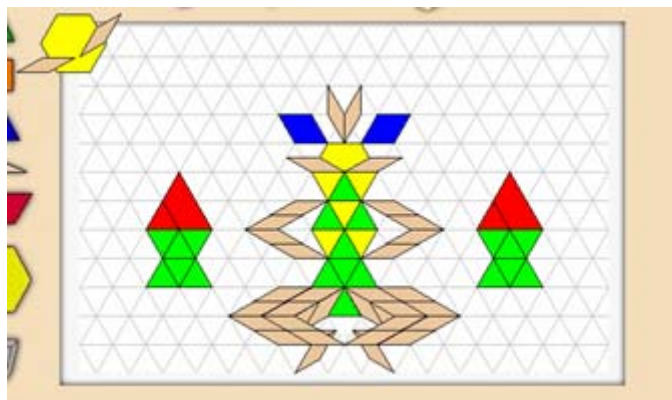


**Ilustração 5- Patterns**

Usamos esse objeto para que os alunos construíssem figuras que atendessem, ou apenas uma que atendesse os critérios de construção acima citados para suas figuras:

Destaco a seguir algumas produções dos alunos.

*“Esta figura é central porque cruza o meio da folha (figura)”<sup>5</sup>.*



**Ilustração 6 - Criação do aluno 10**

Observou-se que a ilustração acima o aluno (fora o sol decorativo) criou dentro dos limites do objeto, utilizado não apenas o eixo de simetria determinado pela atividade, mas também os eixos impostos para cada uma das figuras geométricas pelo O.A. Observou-se também que apesar de utilizar o conceito de simetria axial, não foi capaz de enunciá-la

---

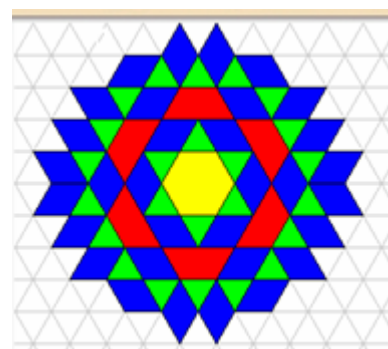
<sup>5</sup> Justificativa retirada do relatório da atividade feito pelo aluno.

verbalmente, contudo como aponta Lovell (LOVELL, 1988) uma criança pode ter desenvolvido um conceito adequado para seu funcionamento na vida cotidiana, ou um adulto para sua vida profissional, e ainda assim não ser capaz de definir esse conceito verbalmente, isso leva a crer que apesar de ser capaz de reconhecer e reproduzir uma simetria axial o aluno 10 ainda não possui as habilidades lingüísticas de seu nível.

*"O eixo da simetria do meu desenho esta no meio na vertical ou na horizontal.*

*A minha figura é uma simetria axial.*

*Essa simetria também é central".<sup>6</sup>*



**Ilustração 7-Criação do aluno 17.**

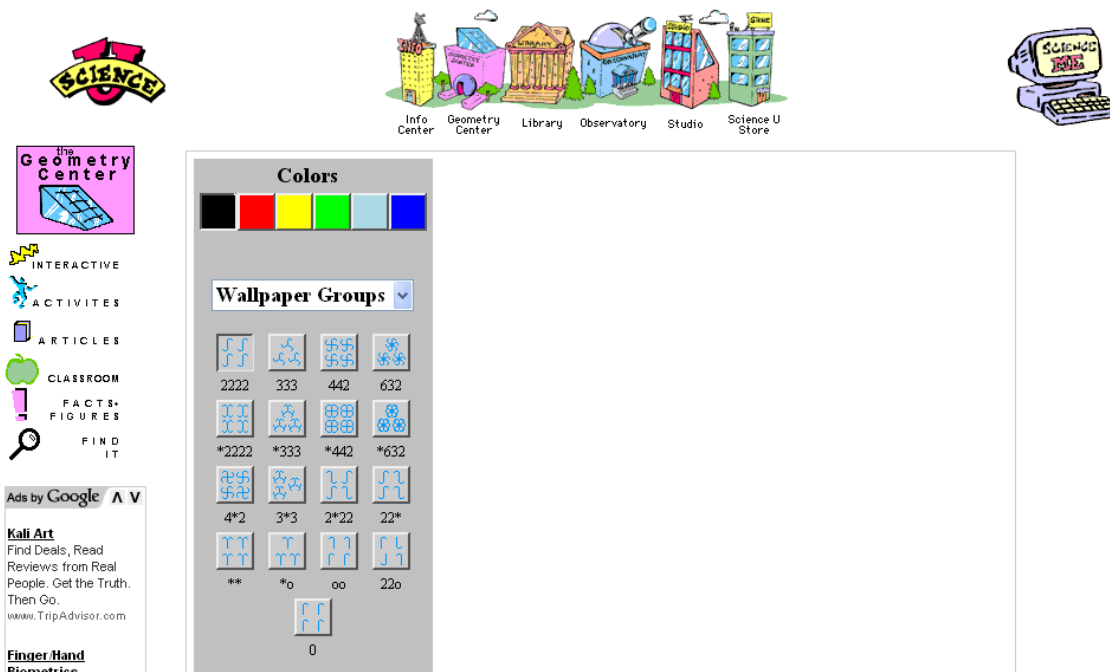
Observou-se que na ilustração acima o aluno 19 desenvolveu seu conceito de simetria mais generalizado, isto é, o aluno indicou que uma mesma figura poderia ter todos os tipos de simetria de indicados. Inclusive o aluno 19 alcançou o domínio línguístico de seu nível.

A segunda atividade consistia em uma exploração das possibilidades de criação de padrões através de simetrias mais livres, digo livres, pois podemos observar das ilustrações anteriores que o objeto Patterns criava simetrias com apenas um número limitado de objetos (polígonos disponíveis), fixos a uma grade e com rotações fixas. Já o segundo objeto Kali permitia ao aluno criações mais livres. O Objetivo dessa atividade era estender o conceito de simetria ampliando os filtros dos alunos para que estes tornassem-se capazes de identificar quais objetos poderiam ou não ser gerados a partir de simetrias.

---

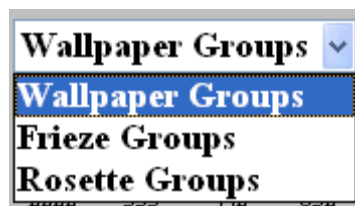
<sup>6</sup> Justificativa retirada do relatório da atividade feito pelo aluno.

O objetivo original desse objeto é a criação de “*divertidos wallpapers*” a partir de padrões simétricos, no repositório digital em que Kali encontra-se o autor/responsável não faz qualquer referência a outras possíveis formas de uso do objeto



**Ilustração 8 - Kali**

Como a ilustração 11 revela Kali possui uma variada série de formas para criação de simetrias artísticas, e ainda possui acesso a partir do objeto a várias áreas do repositório

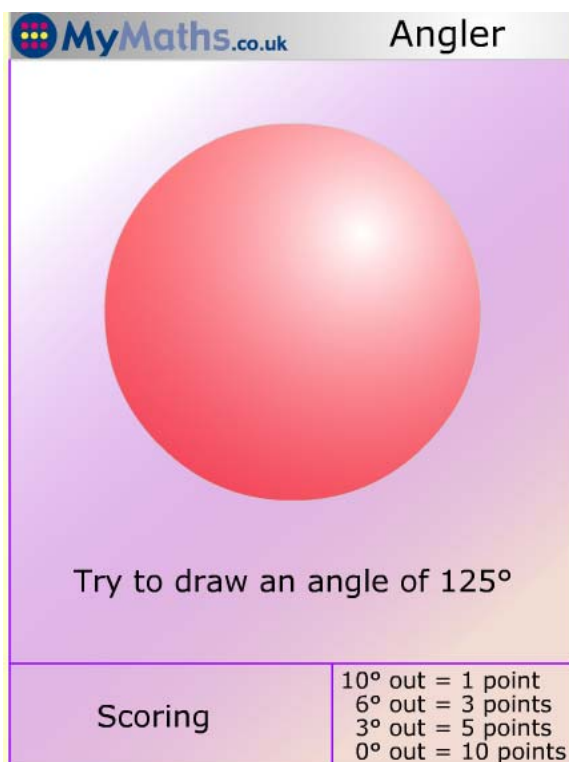


**Ilustração 9 - Possibilidades para formação de simetrias.**

A terceira atividade consistia na interrogação inicial e na percepção primeira a respeito de ângulos. Foi utilizado o objeto Angler.

Esse objeto foi tomado com a finalidade de trabalhar a estimativa de ângulos, contudo devido as condições de sua interatividade o trabalho

tornou-se um tanto difícil tanto para os professores quanto para os alunos.



**Ilustração 10 - Angler**

Observe que não há no objeto qualquer instrução de uso, a não ser uma frase em inglês que pede ao aluno que desenhe um ângulo determinado.

O objeto pontua a precisão do desenho sem instruir o usuário a como realizar esse desenho como revela a ilustração 10, tal como podemos observar pela ilustração 11 a forma como a circunferência foi "colorida" induz a uma idéia de tridimensionalidade, o que não é adequado visto o objeto trabalha com ângulos planos.



**Ilustração 11 - Vista ampliada Angler**

Para a finalizaçã das atividades, optamos por uma atividade que aplicasse os conceitos constituídos, pois tal como afirma Lovell:

*"(...) o pensamento surge das ações e os conceitos matemáticos surgem daquelas que as crianças executam com objetos e não dos próprios objetos". (LOVELL, 1986, p16)*

Dessa forma escolhemos o objeto chamado "Let it Flow", que visa trabalhar com transformações geométricas. O objeto inicia com um breve animação que apresenta uma legenda em inglês sem a possibilidade de tradução, que contextualiza o jogo, resumidamente informa ao jogador que a situação se passa em um vilarejo em alguma Savana Africana, onde travessas hienas ao cavar destruíram os encanamentos que levavam a água de consumo e irrigação para o vilarejo.

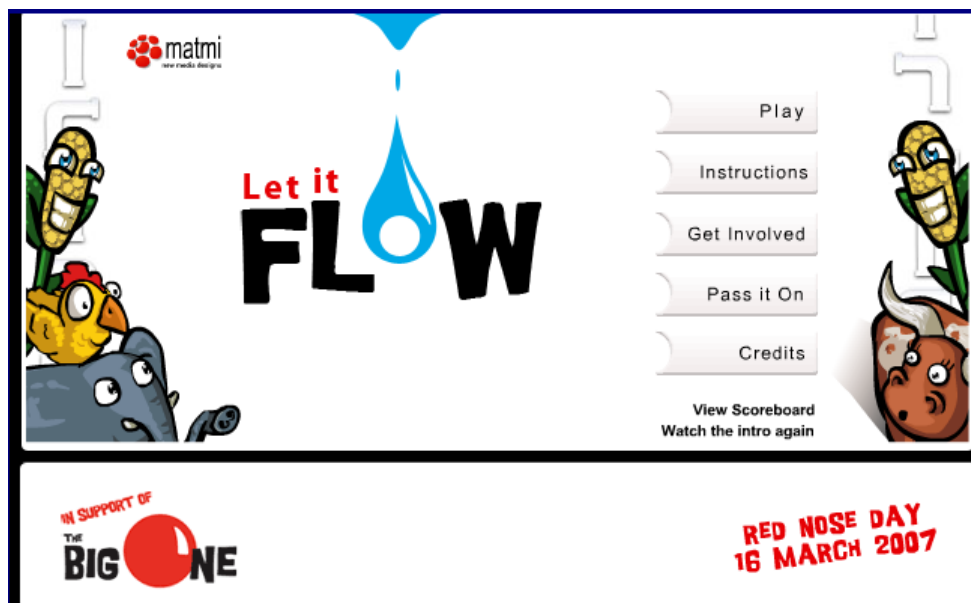


Ilustração 12 - Let it Flow

O objeto apesar de algumas falhas na contextualização com a realidade, foi utilizado com a finalidade de trabalhar transformações geométricas. No âmbito matemático de análise o objeto trabalha com alguns dos movimentos rígidos que compõe as transformações geométricas euclidianas.

O resultado dessas atividades foi expresso não somente em um relatório digital, dos quais alguns trechos foram exibidos acima como também por meio de um relatório concreto que consistia em uma lista de exercícios.

Alguns exemplos das respostas encontradas serão exibidos abaixo.

O que é simetria? Que tipos de simetria existem?  
Quando tem ~~ou~~ uma coisa que quando tu corta na meio o os dois lados são iguais e a Central a origem.

Ilustração 13-Resposta do aluno10

O que é simetria? Que tipos de simetria existem?

Simetria é uma figura que cortada ao meio sempre fica com os lados iguais.

#### Ilustração 14-Resposta do aluno 19

Observou-se nas ilustrações 13 e 14 que os dois alunos foram capazes de *explicar* o que é uma simetria por reflexão, contudo questionados sobre os possíveis tipos de simetria, (no caso do aluno 10) a resposta tratou sob os *tipos* de simetria de reflexão, o aluno apesar de ter lido e pesquisado sobre outras transformações geométricas que resultam em simetria, e tendo feito uso de algumas delas no O.A. Let it Flow. Esse aluno em questão não estabeleceu a conexão entre o *estudo teórico* e o O.A. com características de jogo, contudo estabeleceu a conexão entre a teoria o O.A. com características de simulação.

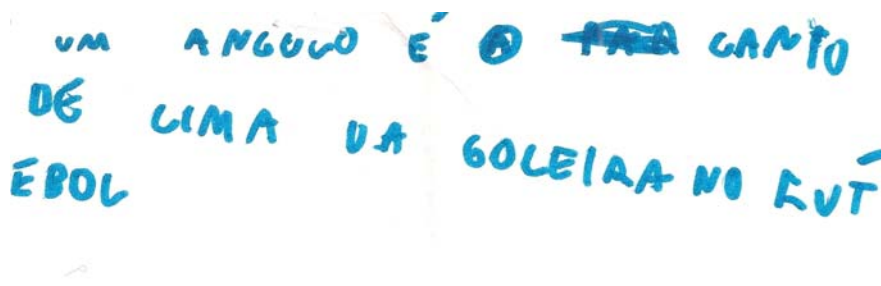
### Aula Digital 3: Ângulos

O terceiro encontro tinha por objetivo explorar as idéias dos alunos a respeito de ângulos, suas propriedades, suas medidas, e etc.

A atividade inicial de caráter exploratório consistiu no seguinte, os alunos foram divididos em grupos cada grupo recebeu dois metros de barbante, um transferidor, uma régua e uma folha previamente preparada. Os grupos construíram um ângulo e o investigaram e na folha escreveram uma definição de ângulo determinada pelo grupo. Em seguida as definições foram trocadas entre os grupos, e cada grupo teve de construir um ângulo segundo a definição que receberam. Em seguida o grupo responsável por formular a definição julgou se a construção feita estava adequada ou não e foi discutido o porquê da adequação ou inadequação e dessa discussão os grupos ajustaram suas definições para obterem uma definição geral de ângulo de forma a que qualquer pessoa

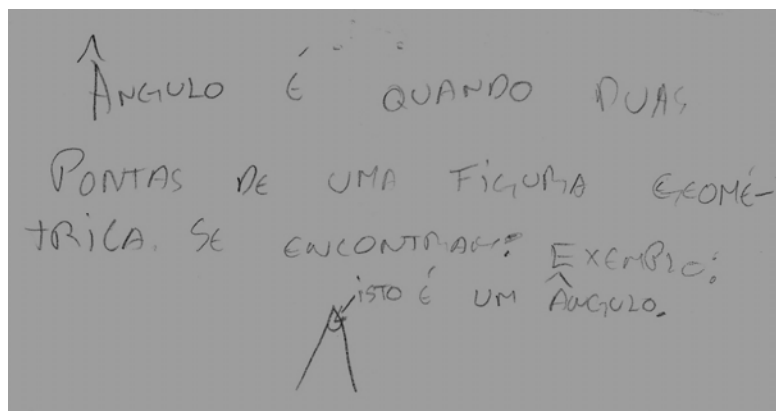


pudesse reproduzir exatamente o que eles entenderam por sendo um ângulo.



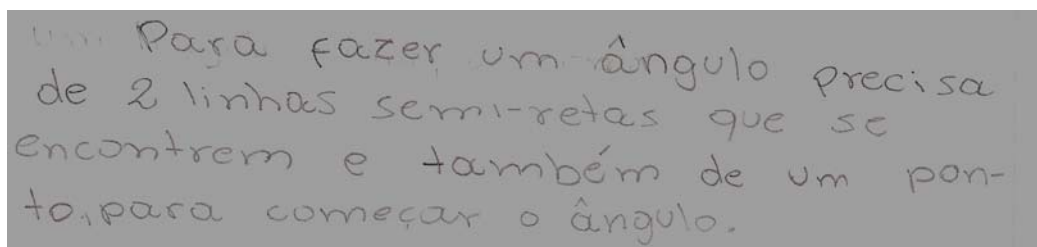
**Ilustração 15 - Definição do aluno 16**

Observou-se que a definição desse aluno é visual, ele reconhece o ângulo apenas por sua forma.



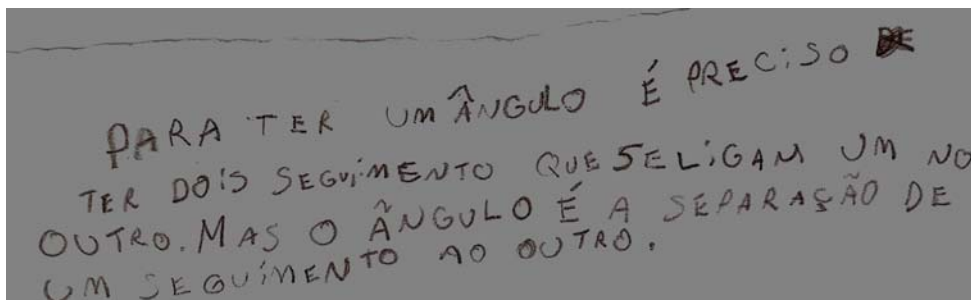
**Ilustração 16 - Definição dos alunos 17 e 20**

Essa definição revela que um ângulo precisa de certos elementos, portanto tem partes constituintes não sendo um todo, os alunos 17 e 20 reconhecem um ângulo por suas partes.



**Ilustração 17 - Definição dos alunos 5 e 7**

Os alunos 5 e 7 encontram-se no mesmo nível dos alunos 17 e 20, no caso em questão no nível 2.



**Ilustração 18 - Definição dos alunos 3, 4, e 10.**

Os alunos 3,4 e 10 mostram em sua definição um grau de generalização bastante elevado, reconhecem todos os elementos de um ângulo e são capazes de, usando os instrumentos lingüísticos disponíveis, descrever um ângulo.

Em seguida a esta atividade foi executada a segunda que tinha por objetivo aliar ângulo a idéia de um movimento de rotação e ainda dar a essa rotação um sentido, horário ou anti-horário, e ainda desenvolver de maneira intuitiva a idéia de adição de arcos. Nessa atividade foi utilizado o objeto chamado "Fruit Picker". Este objeto tem como objetivo desenvolver a idéia de movimento angular, e trabalhar com a idéias de movimentos horários e anti-horários.

O objetivo do O.A é apanhar todas as frutas que aparecem na tela, o usuário realiza movimentos angulares nos sentidos horário e anti horário, usando o número mínimo possível de movimentos. Já no menu inicial é esclarecido que o menor número de movimentos para todas as atividades são seis movimentos, mas que em alguns casos isso pode ser difícil.

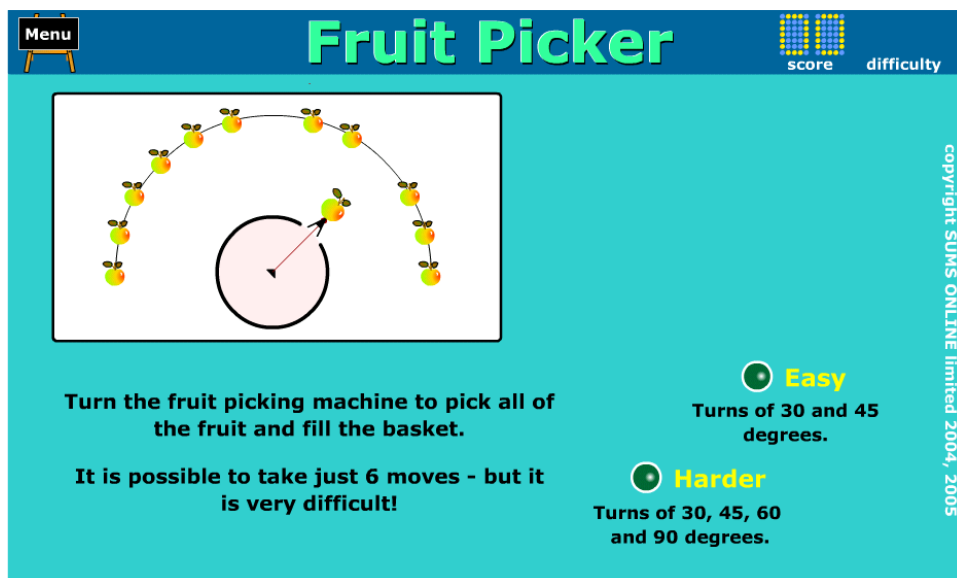


Ilustração 19 - Abertura do Fruit Picker

Como a ilustração revela o objeto possui dois níveis de dificuldade o nível fácil e o difícil, e os níveis, como já mencionado acima, diferem segundo as possíveis variações dos movimentos.

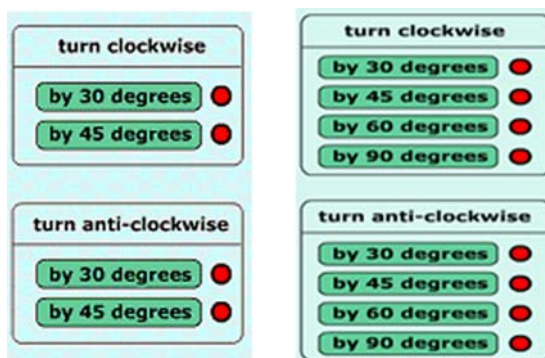
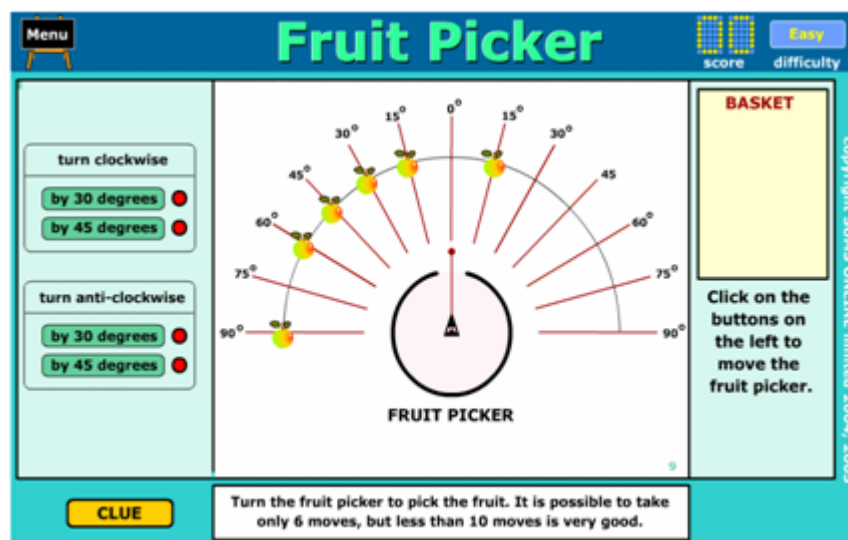


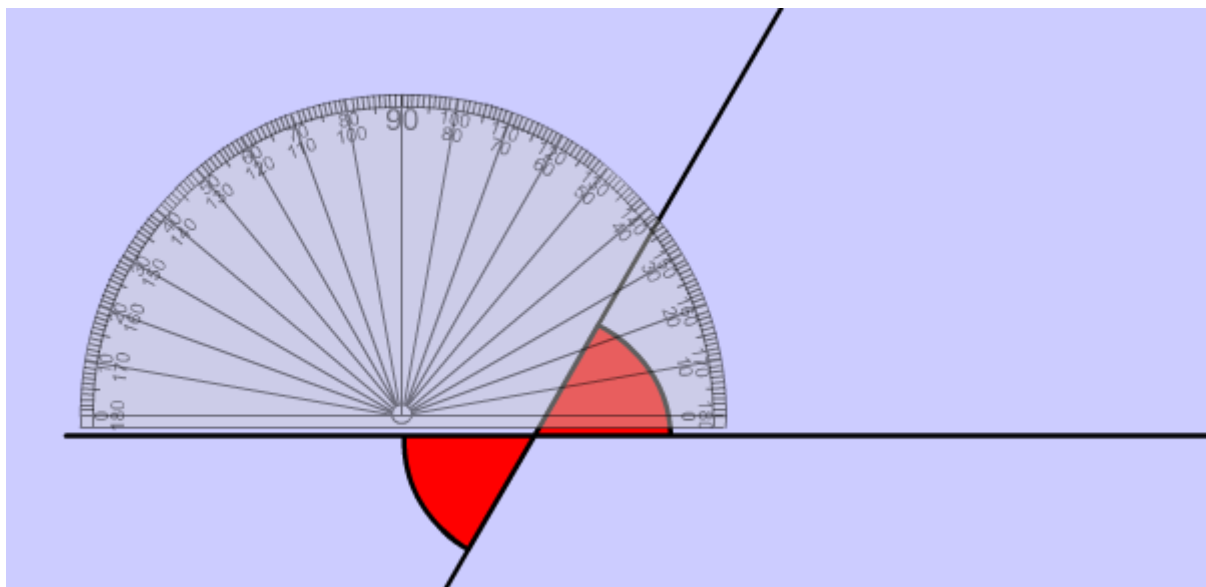
Ilustração 20 - Movimentos possíveis, a esquerda nível fácil, a direita nível difícil.

O Fruit Picker apresenta algumas peculiaridades como apresentar dicas para o usuário sobre os possíveis movimentos a serem realizados a partir do último, indica ao usuário quando o seu movimento é possível ou não, quantas frutas já foram pegadas, quantos movimentos já foram realizados, quantas tarefas já foram realizadas e os pontos marcados.



**Ilustração 21-Vista do Fruit Picker**

Em seguida foi realizada uma tarefa utilizando o objeto chamado "Angle Shapes" que tinha por objetivo através de sua manipulação treinar o uso do transferidor e também "descobrir" algumas propriedades importantes sobre ângulos, por meio de sucessivas constatações iniciadas pelas medidas dos ângulos.



**Ilustração 22-Atividade inicial do Angle Shapes.**

## Aula Digital 4: Ângulos e Introdução a figuras geométricas

Na atividade inicial desta aula os alunos foram apresentados ao objeto Clock7 que consiste em um relógio analógico construído no meio digital. Essa atividade tinha como objetivo associar as formar circulares a medida de  $360^\circ$  e ainda considerando o relógio, perceber as possíveis relações entre medidas de tempo e graus (Relação aplicada em atividade posterior para a localização sobre o planisfério). Durante a aula foi pedido aos alunos que determinassem qual a medida em graus equivalente ao período de uma hora, de um minuto e de um segundo.

*Relatório:*

Na aula de hoje fizemos uma atividade que era responder as perguntas que são:

*Quantas horas têm  $65^\circ 45' 20''$ ?*

*R:  $65^\circ 45' = 1:00$  horas e  $20'' = 05$  minutos*

*=1:05 hora*

*Quanto grau tem 7 h e 24 mim?*

*7 h e 24 mim =  $190^\circ$*

**Ilustração 23 - Parte do relatório dos alunos 5 e 7.**

Observou-se que os alunos 5 e 7, não executaram as atividades anteriores portanto não foram capazes de estimar a resposta da primeira pergunta e no caso da segunda pergunta percebeu-se que pela influência do O.A utilizado na aula anterior, Angler, o ângulo foi estimado pela provável posição do "ponteiro das horas", contudo o "ponteiro dos minutos" foi desconsiderado.

---

<sup>7</sup> Não há imagens desse objeto, pois o mesmo não se encontra mais disponível no sítio web onde originalmente encontrava-se.

No relatório impresso entregue em aula, associado ao relatório digital que foi entregue por e-mail, os alunos responderam uma série de questões com respeito a associação entre ângulos e circunferência temos o exemplo abaixo.

Escreva quantos graus correspondem num círculo a:

- a)  $\frac{1}{2}$  de volta: 180° e  
b)  $\frac{1}{4}$  de volta: 90° e  
c)  $\frac{3}{4}$  de volta: 270° e

#### Ilustração 24-Resposta do aluno 17

Observou-se que o aluno 17 estabeleceu a relação entre ângulo e circunferência.

A atividade seguinte tinha por objetivo desenvolver a capacidade de identificar ângulos agudos, retos, obtusos e rasos. Foi desenvolvida com o apoio do objeto Angle. Esse objeto apresenta uma série de perguntas onde o aluno deve responde-lás. Mais do que um objeto de aprendizagem Angles é um jogo, onde o aluno deve direcionar o robô e acertar a resposta certa.

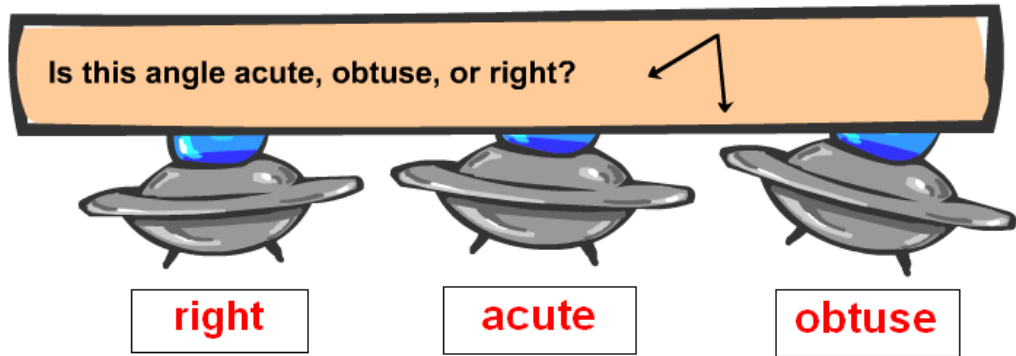


Ilustração 25 – Angle

Escreva **horários** nos quais os ponteiros de um relógio:

- a) formam um ângulo reto: 12 horas
- b) formam um ângulo maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$ : 8 horas

Ilustração 26-Resposta do aluno 17.

Observou-se que o aluno 17 associou as imagens e nomes da figura anterior em uma estrutura mais generalizada, visto que foi capaz de transpor esses conceitos e nomenclaturas trabalhados por meio de uma correspondência para responder a questão acima, contextualmente diferente do O.A.

A atividade seguinte, que utilizou o objeto Interactive Angles, tinha por objetivo reconhecer ângulos, classificá-los, e identificar igualdades e equivalências.

Number of Transversals:

Given: line q parallel to line r and angle a is  $76^\circ$ .

angle a:

angle h:

The two angles are:

**Ilustração 27- Interactive Angles**

*Quantos graus obteremos ao somar quaisquer dois ângulos adjacentes da atividade?*

*Para responder essa pergunta fizemos uma atividade do site:*

*<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Angles/>*

*Somando o resultado dos ângulos adjacentes é de  $180^\circ$*

*Porque os ângulos opostos pelo vértice são iguais?*

*Eles são iguais porque eles têm a vértice que juntam eles e por isso são iguais.*

*Porque os ângulos na mesma posição, mas em retas diferentes são iguais?*

*Porque as retas têm diferentes tipos e jeitos e é isso que faz ser iguais*

**Ilustração 28 – Continuação do relatório dos alunos 5 e 7**

Observou-se que os alunos 5 e 7 neste ponto do trabalho ainda não generalizam seus conceitos, e ainda percebem um ângulo como um todo e não segundo suas partes e propriedades, dada a resposta da segunda pergunta do trecho acima.



A atividade seguinte consistia em construir polígonos, a partir da medida do segmento lado e da medida do ângulo, fazendo assim com que intuitivamente os alunos percebessem a relação entre o número de lados de um polígono e a medida dos ângulos internos dele.

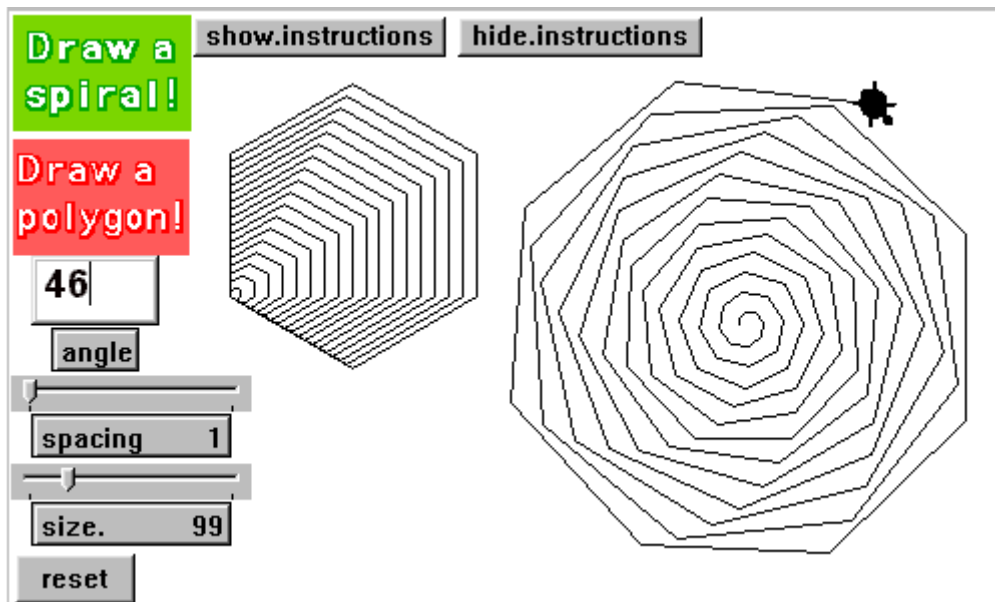


Ilustração 29 Polygon Maker

*Para ter um polígono de 12 lados os ângulos internos serão agudos, obtusos ou retos?*

*Os ângulos serão obtusos.*

Ilustração 30 - Parte final do relatório dos alunos 5 e 7

Uma das características distintivas do trabalho realizado foi o empenho e manter vivos os conceitos trabalhados, pois eles seriam utilizados novamente. Dessa forma foram realizadas atividades extra classe que retomavam os conceitos anteriores.

## Aula Digital 5: Ângulos e Introdução a figuras geométricas

A atividade inicial dessa aula visava retomar os temas abordados na aula anterior, e identificar os polígonos segundo o número de lados. O objeto Baseball foi utilizado nessa atividade, neste objeto que também possui algumas características de jogo, o aluno deve acertar a resposta para poder rebater.

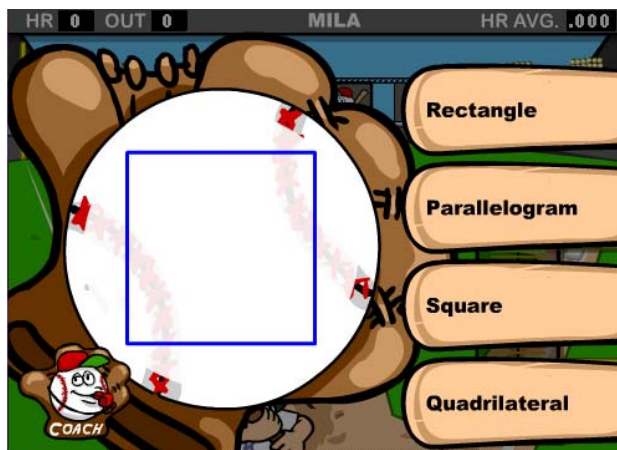


Ilustração 31 - Baseball

A atividade seguinte consistia em uma série de perguntas e respostas interativas, onde eram dadas as características do polígono, ou seja suas propriedades, e o aluno deveria determinar de que polígono se tratava, ou seja a classe que detém as propriedades especificadas.

**What type of polygon is it?**

A polygon with 9 sides is a

You have  correct and  incorrect. This is  percent correct.

[Return to Top](#)

**Ilustração 32-Geo318x1**

A atividade seguinte visava que os alunos percebessem que dada a medida de um lado de um polígono poderia haver uma relação entre as medidas de todos esses lados dada pela soma dessas medidas o perímetro da figura. Foi utilizado o objeto Perimeter Explorer.

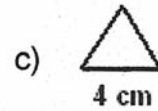
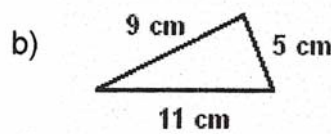
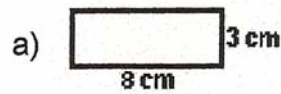
What is the shape's perimeter?  units

---

---

**Ilustração 33-Perimeter Explorer**

Calcule o perímetro das figuras abaixo:



A) 22 cm B) 25 cm C) 12 cm

Ilustração 34-Resposta do aluno19

Se o perímetro da figura ao lado tem 18 cm, quanto mede cada lado da figura?

3 cm

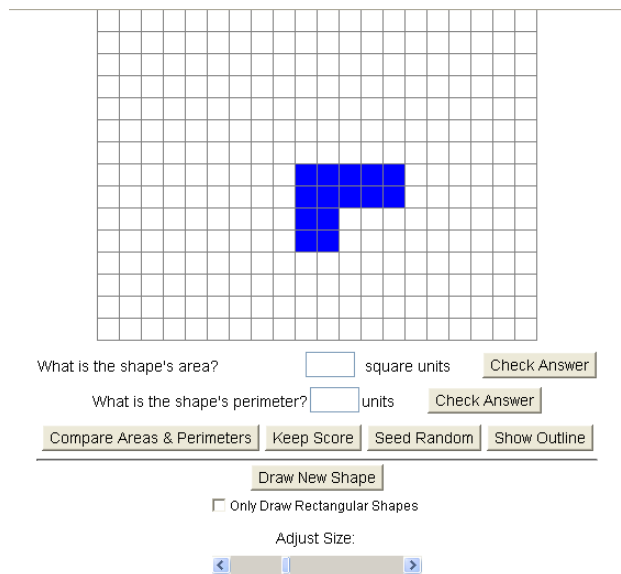


Ilustração 35-Resposta do aluno 19

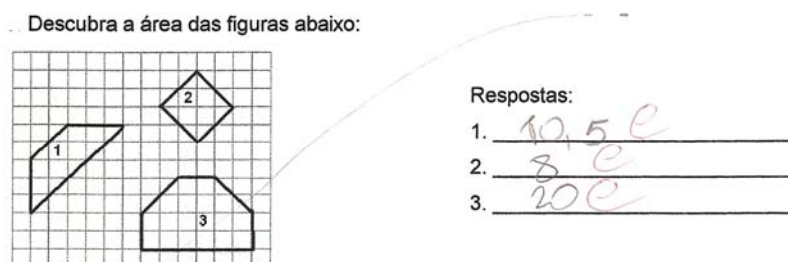
Observou-se que o aluno após interação com a simulação foi capaz de determinar corretamente não apenas perímetros de figuras, como também dado o perímetro de uma figura regular determinar a medida do lado, isso indica que o aluno não apenas é capaz de reconhecer a figura segunda uma de suas propriedades, neste caso o número de lados, como também que o aluno foi capaz de generalizar suficientemente para funcionamento o conceito pretendido.

### Aula Digital 6: Área

A atividade inicial de caráter interrogativo e exploratório fez uso do objeto Shape Explorer, e tinha por objetivo relacionar as dimensões da figura e sua áreas, estabelecer as diferenças entre perímetro e área.



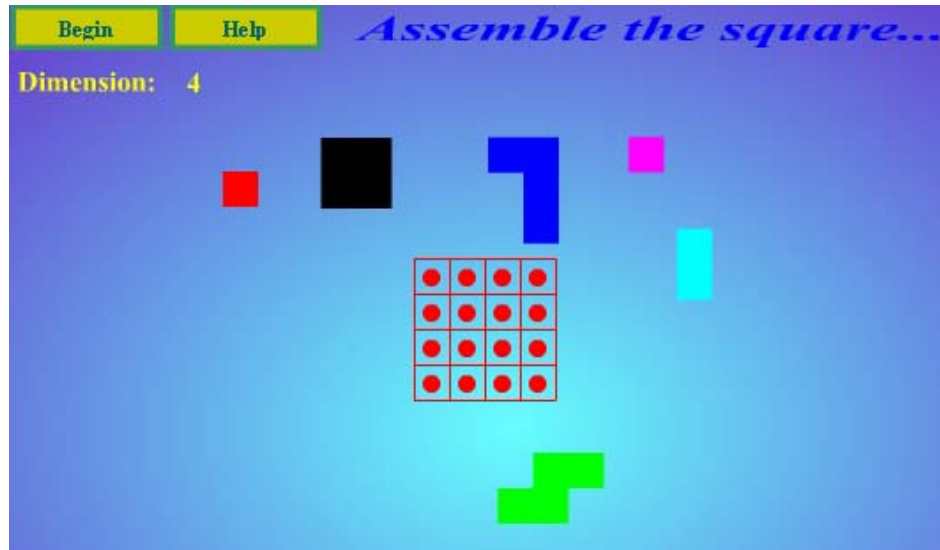
**Ilustração 36 – Shape Explorer**



**Ilustração 37 – Resposta aluno19.**

No trecho acima, do relatório do aluno 19, vê-se a determinação de um área de formas menos ajustadas a grade de medida, que exigiam que o aluno generaliza-se o procedimento do O.A, para incluir estimativas e arredondamentos o que o aluno após a interação com o O.A foi capaz de executar adequadamente.

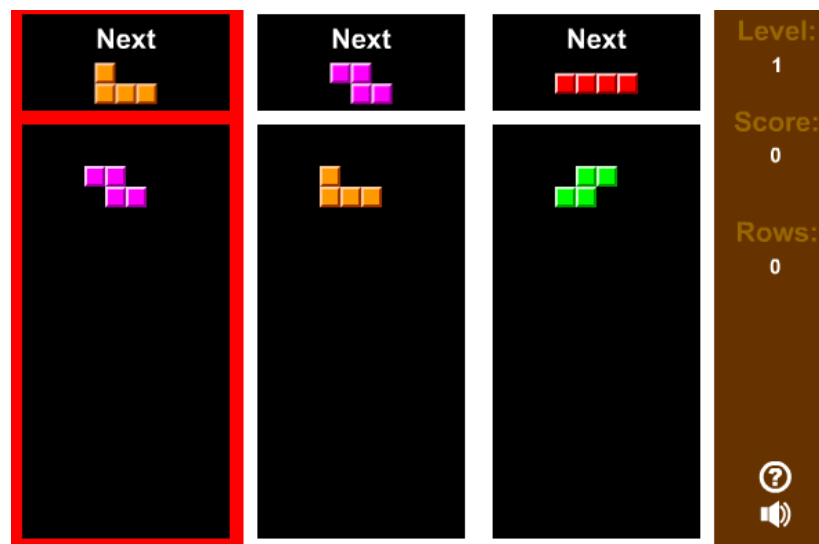
A atividade digital seguinte consistia em desenvolver a noção visual da relação de correspondência área-objeto, o objeto utilizado foi um comparador de áreas, que lembrava um jogo de Tangram.



**Ilustração 38 – Comparador de áreas.**

Neste objeto o aluno deveria apenas montar o quadrado, sendo as peças não executam rotações.

A atividade seguinte consistia em mais uma vez trabalhar com a relação área-objeto realizando o preenchimento de uma forma, neste caso era possível executar rotações nos objetos. Foi utilizado o objeto TriTetris.



**Ilustração 39 - TriTetris**

Sabendo que a área de um quadrado é  $36\text{cm}^2$ , qual é seu perímetro?  
(Dica: Desenhe o quadrado como se estivesse num geoplano.)

O perímetro é  $24\text{cm}$

Ilustração 40 – Resposta aluno 17.

Sabendo que a área de um quadrado é  $36\text{cm}^2$ , qual é seu perímetro?  
(Dica: Desenhe o quadrado como se estivesse num geoplano.)

$9 \times 24\text{cm}$



Ilustração 41 – Resposta aluno 19.

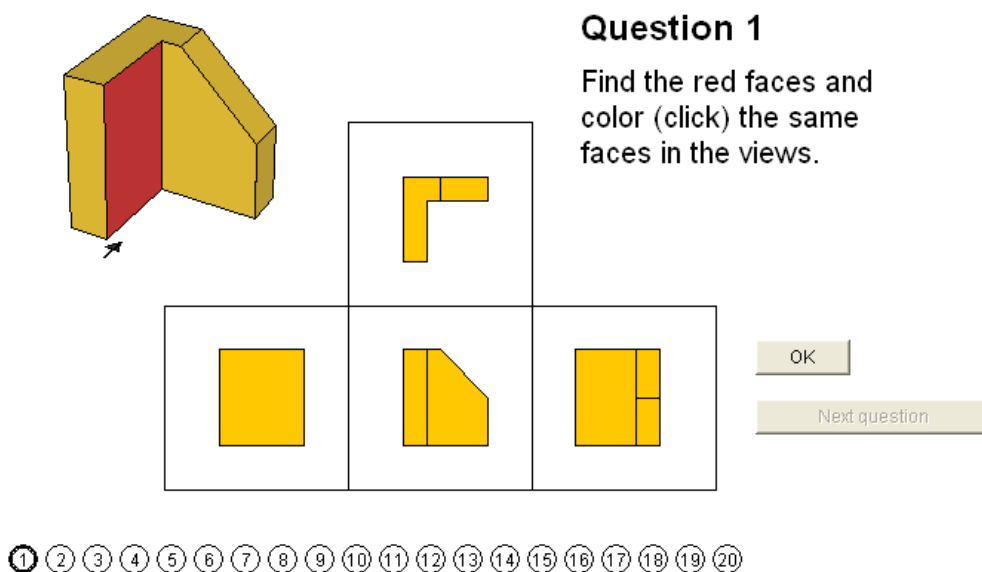
Observa-se na ilustração 40 que o o aluno 17 significou os conceitos de área e perímetro estabelecendo diferentes estruturas para cada um, e ainda foi capaz de desenvolver instrumentos de cálculo que lhe permitiram transitar entre os esquemas cognitivos que havia desenvolvido. Já na ilustração 41 observamos que não foi desenvolvido pelo aluno 19 uma ligação entre os conceitos de área e perímetro, ou seja, não havia ocorrido uma generalização de seus esquemas que permitisse uma percepção do elemento de ligação entre o esquemas ou o desenvolvimento de instrumentos de cálculo.

### **Aula Digital 7 : Visualização Geométrica – Solução de Problemas**

A atividade inicial desse encontro tinha como objetivo desenvolver a percepção visual e a constância da mesma, e ainda trabalhar a percepção de figuras em campos. Foi utilizado o objeto chamado Ilusão de Ótica, que consistem em um asérie de imagens e animações que manipulando a perspectiva, realizando homotetias, ou mesmo pelo simples movimento geram efeitos inesperados. A própria página web existe no formato de atividade e as respostas das perguntas propostas na página constuíam parte do relatório da atividade.

A atividade tinha por objetivo desenvolver a noção de planificação de um sólido. Foi utilizado o objeto Visualização, neste objeto ocorre o

mesmo caso do anterior a resposta para as questões propostas no próprio objeto tornaram-se parte integrante do relatório da atividade.



#### Ilustração 42 – Visualização

A atividade seguinte era composta por dois desafios.

O primeiro desafio tinha como objetivo que os alunos após três rolamentos sucessivos de um dado, em um mesmo sentido mostrados por uma imagem, informassem qual face houvera sido sorteada.

O segundo desafio consistia no mesmo processo para um cubo de faces pintadas.<sup>8</sup>

#### Aula Digital 8: Visualização

A atividade inicial tinha por objetivo desenvolver a capacidade de visualizar diferenças de volumes observadas certas características dos sólido. Foi utilizado o objeto Game 15, onde o aluno deveria clicar no jarro que apresentasse maior volume.

---

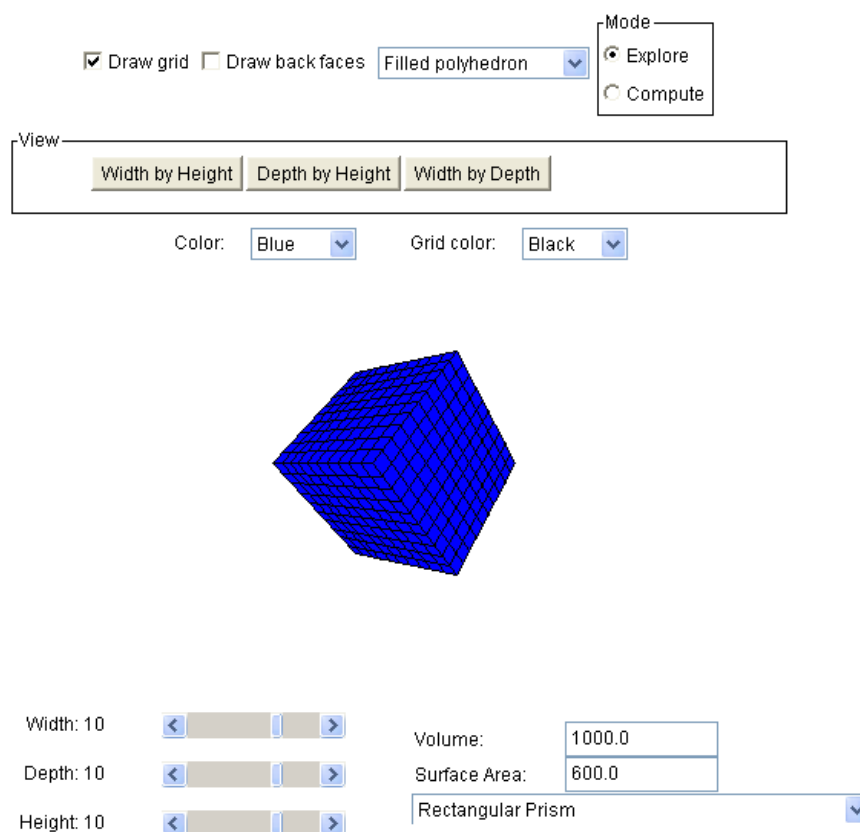
<sup>8</sup> O site citado nos apêndices não se encontra mais disponível na web.





**Ilustração 43 – Game 15**

A segunda atividade tinha por objetivo estabelecer a diferença entre área e volume, dessa forma explorava-se simultaneamente as medidas de área e volume de um cubo buscando possíveis relações.



**Ilustração 44 - Surface Area And Volume**

A terceira atividade consistia em, por meio de uma sequência de perguntas, utilizando o objeto anterior responde-las determinando o volume de alguns sólidos.

### Interação Virtual

a) Qual o volume de um sólido do tipo prisma retangular com profundidade de 3 u.m., altura 12 u.m. e largura 12 u.m.? o volume de um sólido é 432.0.

b) Como você calcularia o volume de um prisma triangular, cujas dimensões da base são profundidade 14u.m, largura 8u.m. e a altura do prisma é de 6u.m.?

Para calcular o volume precisa contar os quadrados da figura. O volume é 336.0

c) É possível construir um cubo com apenas 4 dos quadradinhos do programa?

Sim, é possível.

#### Ilustração 45 - Resposta alunos 5 e 11

Observou-se do trecho acima que os alunos 5 e 11 apesar de serem capazes de determinar volumes a partir de medidas dadas, o fizeram com apoio do O.A, e ainda não são capazes de identificar sólidos segundo suas propriedades, identificando-os apenas visualmente.

A atividade seguinte consistia em um transvazamento de volumes que tinha por objetivo testar o esquema de conceitos e relações estabelecidos nas atividades anteriores. Foi utilizado o objeto Transvazamento1, onde o aluno deveria formular uma estratégia para servir um litro de leite em um recipiente transvazando entre recipientes com cinco e três litros de capacidade.

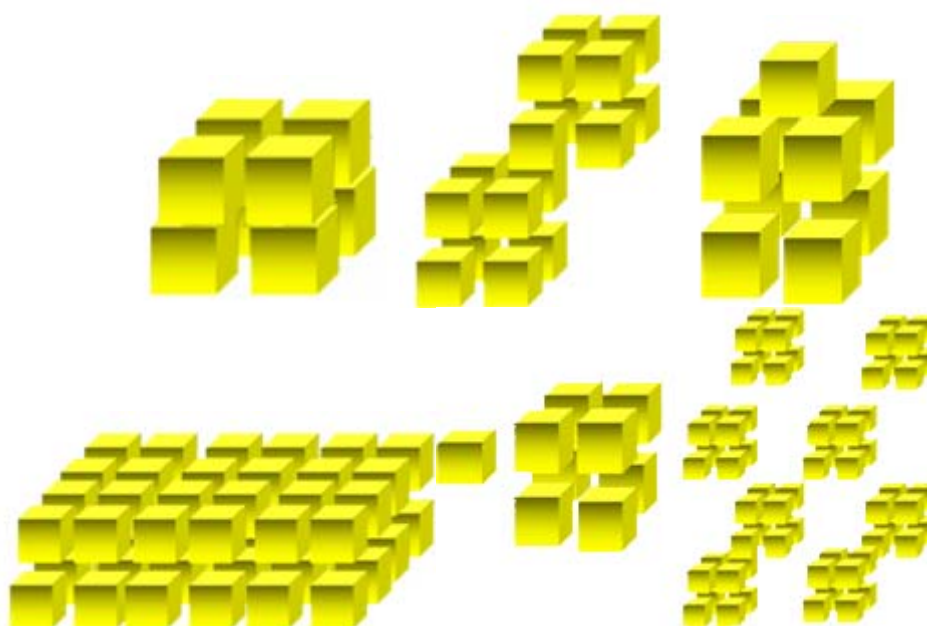
Primeiro enchemos a garrafa que tem 3l, e colocamos na garrafa de 5l, depois enchemos a garrafa de 3l e colocamos de novo na de 5l e na garrafa de 3l sobrou leite e o leite que sobrou colocamos na garrafa pequena.

#### Ilustração 46 – Resposta alunos 5 e 11.

Observou-se do trecho acima que os alunos 5 e 11 são capazes de significar o volume de um objeto expresso sob diferentes unidades de medidas e estabelecer estratégias para obter volumes específicos.

### **Aula Digital 9 : Visualizações de volume em perspectiva.**

A primeira atividade consistia em uma sequência de imagens nas quais o aluno deveria identificar quantos cubos poderiam ser vistos. Esta atividade explorava a habilidade dos alunos na visualização de perspectivas.



**Ilustração 47 – Imagens da atividade**

- Imagem A: Oito cubos
- Imagem B: 16 cubos
- Imagem C: 9 cubos
- Imagem D: 48 cubos
- Imagem E: 71 cubos

**Ilustração 48 – Resposta alunos 5 e 7**

Observou-se que os alunos 5 e 7, desconsiderando-se problemas de contagem foram capazes de visualizar as figuras tridimensionais ,

discrimina-las visualmente, e considerar suas posições no espaço para determinar quantos cubos haviam na figura.

A segunda atividade tinha como objetivo explorar a formação de imagens, por meio das transformações geométricas, nesta atividade os alunos deveriam identificar as transformações utilizadas para formar as imagens.



**Ilustração 49 – Imagens da Atividade**

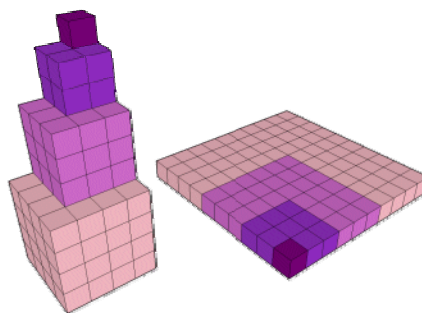
Figura A: É uma reflexão
Figura B: É uma rotação
Figura C: É uma translação.

**Ilustração 50 – Respostas alunos 5 e 7.**

Observou-se do trecho de relatório acima que houve uma ampliação das estruturas cognitivas, iniciada com o estudo da simetria por reflexão, e aprofundada por estudos e objetos posteriores, como por exemplo o O.A Let it Flow, e ocorreu a conexão entre o estudo teórico e os objetos

utilizados visto que houve as respostas apresentadas pelos alunos, não são as únicas possíveis, mas são adequadas a pergunta proposta.

A terceira atividade mais uma vez explorava a constância da percepção dos alunos, tinha o objetivo de que eles verificassem que apesar da mudança de forma a quantidade de cubos se mantinha.



**Ilustração 51 – Imagem da Atividade**

Nas duas partes da figura há o mesmo número de cubos? (Responda sem contar os cubos, a resposta deve estar no relatório, descreva também seu raciocínio pra chegar até ela).

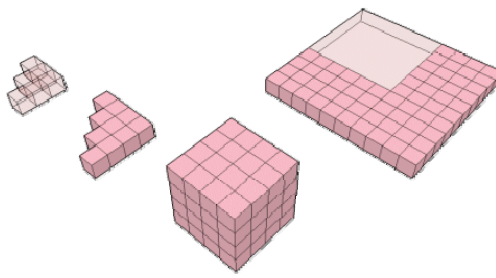
Acreditamos que as duas partes da figura não tem o mesmo número de cubos.

Fizemos esse raciocínio porque parece uma ter mais cubos que a outra.

**Ilustração 52 – Respostas dos alunos 5 e 7.**

Observou-se mais um exemplo onde os alunos chegam a uma conclusão, mas não são capazes de expressá-la verbalmente, contudo observou-se nesse caso que mesmo havendo um auxílio ao processo de raciocínio, representado pelas cores as quais os cubos são pintados, não houve uma constância na percepção dos alunos.

Na quarta atividade os alunos deveriam determinar quantos cubos e são necessários para preencher a lacuna da figura.



**Ilustração 53 – Imagem da Atividade**

Quantos cubos faltam para completar o espaço vazio da segunda parte da figura? Existem cubos suficientes na primeira parte para completar o vazio? Existem cubos a mais? Existem cubos a menos? Os cubos estão na quantidade exata para completar a figura? (Responda sem contar os cubos, a resposta deve estar no relatório, descreva também seu raciocínio pra chegar até ela).

Acreditamos que falta 30 cubos para completar a figura. Não existe cubos suficientes para completar a figura. Não tem cubos a menos. Os cubos não estão na contidade exata para completar a figura.

**Ilustração 54 – Resposta dos alunos 5 e 7.**

Observou-se no trecho acima uma contradição na resposta dos alunos (destaca por um sublinhado), para os alunos 5 e 7 não existem cubos suficientes para completar a figura, mas também não existem menos cubos do que o necessário e a quantidade de cubos existente não é exata para completar a figura. Novamente percebeu-se uma grande dificuldade na expressão verbal dos alunos, e também uma dificuldade de estimar a quantidade de cubos existentes sem contá-los um a um.

A quinta atividade consistia em um jogo dos sete erros, e tinha por objetivo não somente trabalhar a percepção visual como também a memória visual.

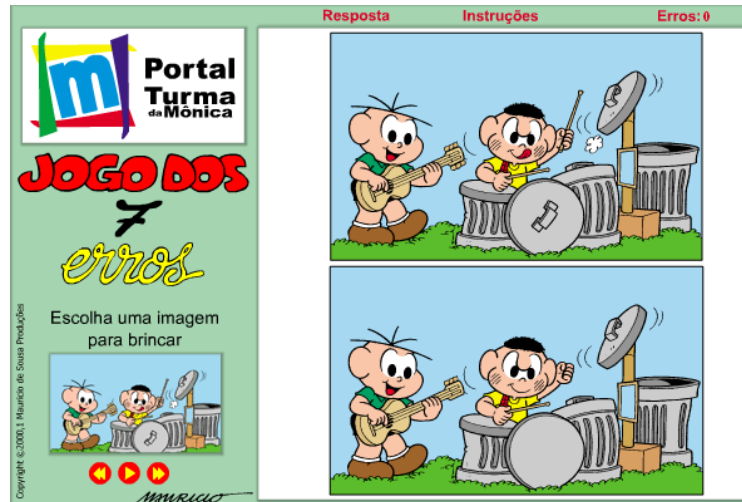


Ilustração 55 – Jogo dos 7 erros.

A sexta atividade foi desenvolvida em carácter de desafio aos alunos e posta no planeamento a pedido dos alunos, devido ao sucesso da atividade sobre transvazamento da aula anterior, os alunos deveriam responder a diversos de transvazamento um diferente do outro. Foi utilizado o objeto Transvazamento2.

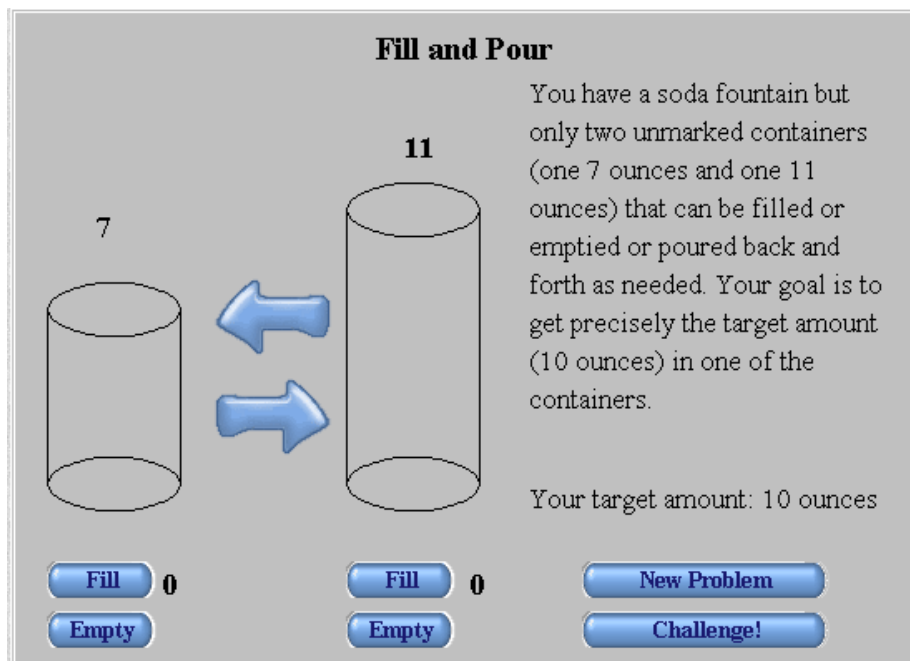


Ilustração 56 – Transvazamento 2

## Aula 10 :Planificação e Vistas de um Sólido.

A atividade inicial explorava mais uma vez as capacidades dos alunos em relacionar figuras no plano com estruturas tridimensionais e estabelecer as propriedades de um cubo.

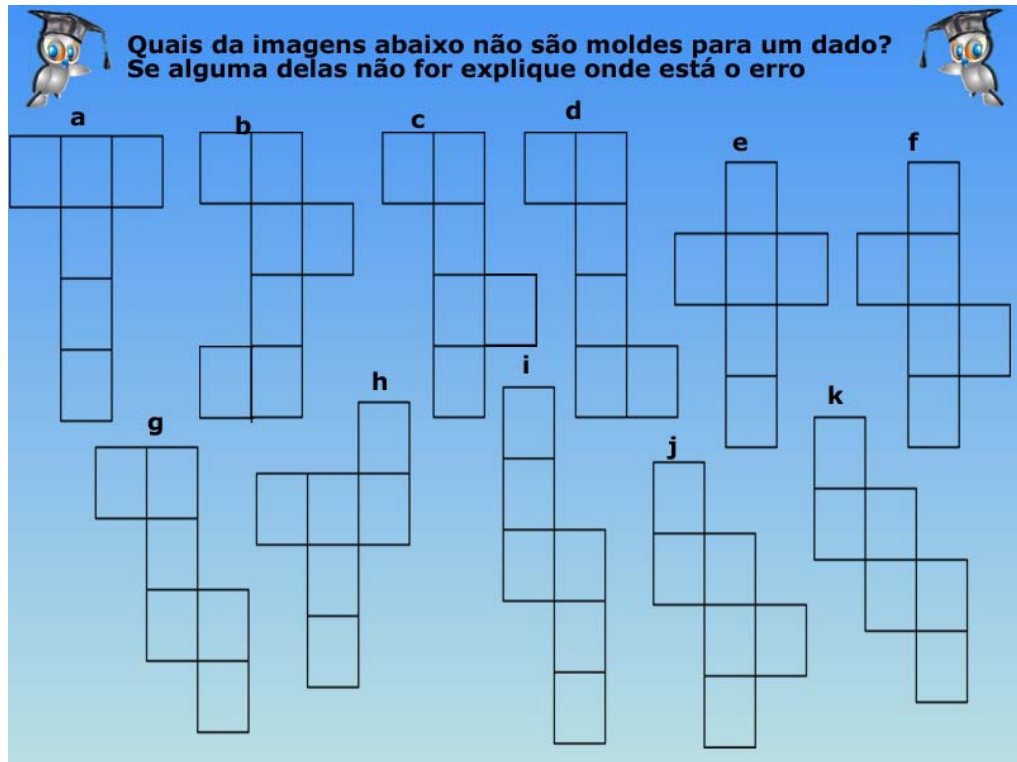


Ilustração 57 – Imagem da atividade.

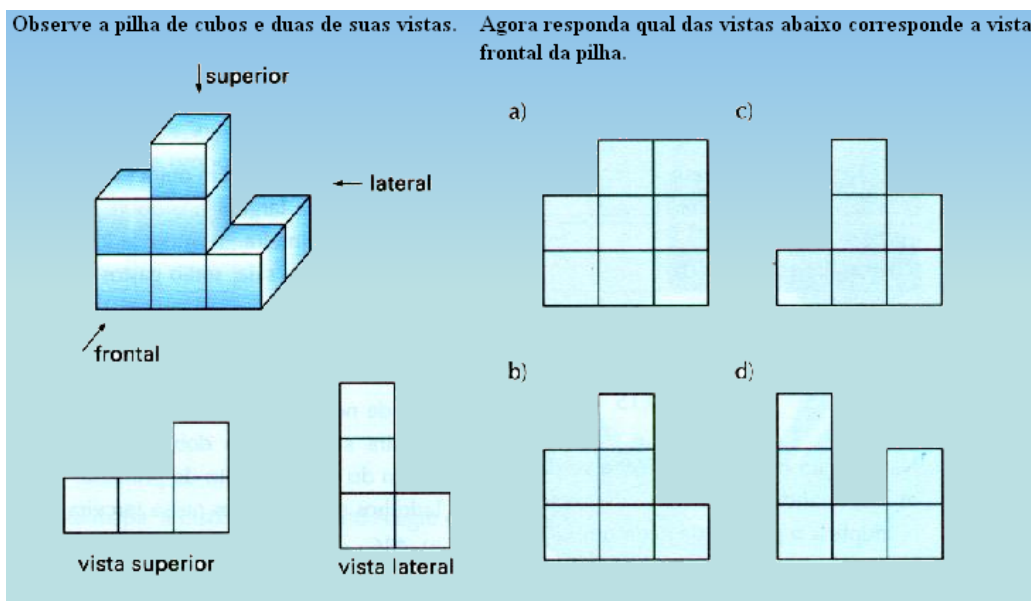
A figura que não serve como molde de dado é a figura de letra B. O erro é que todos os outros moldes tem 6 quadrinhos e o de figura B tem 7 quadrinho.

Ilustração 58 – Resposta aluno 5.

Observou-se que apesar de não utilizada a nomenclatura formal cubo e sim dado, o aluno foi capaz de reconhecer quantas faces eram necessárias para sua composição. Atenta-se para o fato de que o mesmo aluno, como parte integrante de uma dupla, na resposta presente na ilustração 45 não era ainda capaz de reconhecer um cubo segundo suas propriedades e aqui devido a uma mudança de qualidade linguística o faz.



A segunda atividade com objetivo semelhante a anterior explora a idéias de possíveis vistas de um sólido.



**Ilustração 59 – Imagem da Atividade.**

Foram propostas adicionalmente a pergunta presente na imagem a seguinte pergunta:

b) Quantos cubos formam a pilha?

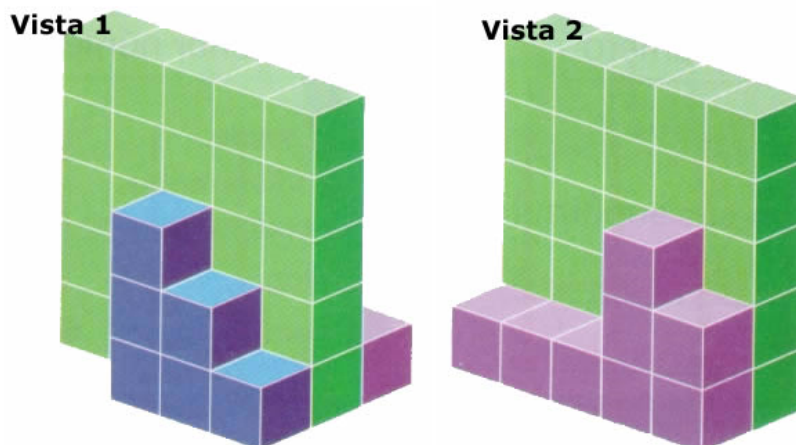
a) A figura que corresponde a parte frontal da figura é a letra B.  
 b) A pilha é formada por 7 cubos

**Ilustração 60 – Resposta aluno 5.**

Observou-se que neste caso diferente de casos anteriores que envolviam o mesmo aluno, houve constância na percepção, não ocorreram falhas na contagem, e o aluno foi capaz de projetar a imagem em dos três planos que compõe o espaço dadas outras duas projeções.

A terceira atividade visava identificar o número total de cubos que seriam necessários para compor a figura.

Observe na figura abaixo duas vistas distintas de uma mesma pilha de cubos e responda as perguntas que seguem .



- 1- Quantos cubos há na vista lateral da figura?
- 2- Quantos cubos existem na vista frontal da figura?
- 3- Quantos cubos existem na vista superior da figura?

**Ilustração 61 – Imagem da Atividade**

1- Ao todo tem 4 cubos na lateral.  
2- 31 cubos na vista frontal.  
3- 5 cubos na vista superior.

**Ilustração 62 – Resposta do aluno 5.**

Dada a ausência de outras projeções para auxiliá-lo o aluno não foi capaz de determinar projeções nos outros planos, Observou-se o seguinte o aluno presumiu que observando o objeto, dado pela ilustração 61, lateralmente veriam-se apenas os cubos azuis em destaque, portanto 4 cubos; superiormente seriam vistos apenas os cubos na cor verde, e na vista frontal seriam vistos todos os cubos da figura. Percebe-se então que o aluno não generalizou o “conceito de vistas”, mas aplicou o mesmo método para contagem dos cubos utilizado na atividade anterior, o que nos revela que o aluno buscava um método para obter as respostas. Dessa forma conclui-se que o aluno ainda não havia generalizado o conceito da projeção em vistas.

A quarta atividade consistia em um teste para a memória visual dos alunos, onde os alunos deveriam observar a imagem por 10 segundos e depois sem retornar a imagem responder as questões.



**Ilustração 63 – Imagem da Atividade**

- 1- O carro estava na terceira prateleira? Caso contrário em que prateleira estava?
- 2- O polvo era amarelo? Se não de que cor ele era?
- 3- O gato estava em qual prateleira?
- 4- Havia uma maçã na figura?
- 5- Que fruta havia?
- 6- De que cor era a vaca?
- 7- A vaca e a banana estavam na mesma prateleira? Em que prateleira estavam?
- 8- Qual era a letra na placa que a ave segurava?
- 9- Onde a ave estava sentada?

- 1- O carro estava na segunda prateleira.
- 2- Não era amarelo, eu acho que era azul.
- 3- O gato estava na segunda prateleira.
- 4- Não havia maçã na figura.
- 5- Havia uma banana.
- 6- A vaca era branca.
- 7- A vaca estava na primeira prateleira e a banana estava na segunda prateleira.
- 8- Era a letra C.
- 9- Estava sentada em uma sexta.

**Ilustração 64 – Resposta do aluno 5.**

Observou-se do trecho acima que o aluno 5 possuía uma aguçada memória visual.

A quinta atividade consistia em assistir uma animação onde um cubo tridimensional era construído a partir de oito pequenos cubos (representações da unidade) e em seguida foram propostas uma sequência de questões que exigiam raciocínio sobre proporcionalidade e tridimensionalização.

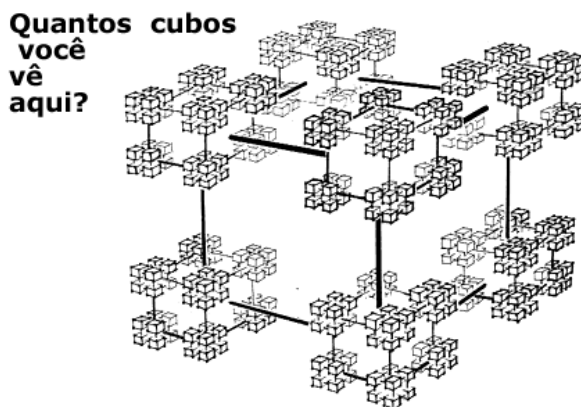
- 1- Uma pilha de 36 cubos pequenos "valeria" quantos cubos grandes?
- 2 - Uma pilha de 64 cubos pequenos "valeria" quantos cubos grandes?
- 3- Uma pilha de 4 cubos pequenos "valeria" quantos cubos pequenos?
- 4- Uma pilha de 16 cubos pequenos "valeria" quantos cubos grandes?
- 5 - Uma pilha de 3,5 cubos grandes "valeria" quantos cubos pequenos?

- 1- valeria 5 cubos grandes e uma metade desse cubo.
- 2- 9 cubos grandes
- 3- 4 cubos pequenos
- 4- 2 cubos grandes
- 5- 3 cubos pequenos e uma metade desse cubo.

**Ilustração 64- Resposta do aluno 5.**

Observou-se do trecho acima que o aluno 5 não aina não era de relacionar duas grandezas proporcionalmente.

A sexta atividade consistia em um desafio de visualização tridimensional.



**Ilustração 65 – Imagem da Atividade**

Existem 353 cubos na figura.

**Ilustração 66 – Resposta do aluno 5.**

Na pergunta aparece escrito quanto cubo você (VÊ) aqui?  
Então eu fiz a conta e deu 400.

**Ilustração 67 – Resposta do aluno 11**

Observou-se no trecho acima que os alunos não extrapolaram a imagem tridimensionalmente supondo a existência de 8 cubos em cada vértice dos cubos visíveis até o menor grau, e sim apenas contaram os cubos explícitos com divergências.

## 5. Resultados e Objetivos Futuros

Considerando as análises apresentados no capítulo anterior pode-se verificar a idéia proposta por Lovell (LOVELL 1988) de que a aprendizagem ocorre segundo a seqüência *“percepção-abstração-generalização”* é de fato verificável, e ainda sua interação com o modelo Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico pode de fato ser executada dada suas bases em comum na teoria de aprendizagem de Piaget.

O uso do método L.O.D.A.S (WILLEY 2000) para a decomposição das atividades em habilidades, retomando os argumentos apresentados no terceiro capítulo, vai de encontro as necessidades de planejamento quando usa-se a teoria de Lovell, pois é preciso um ponto de partida para a percepção do aluno; e quando usa-se o modelo de Van Hiele, pois é necessário determinar quais são as habilidades que comporão os níveis em cada caso.

Conseqüentemente a escolha dos O.A.s torna-se diretamente relacionado com as competências e habilidades estabelecidas como meta em cada planejamento. Esses O.A.s assumem, portanto, o papel de “estopim” do processo de percepção, de “laboratórios” para a verificação das hipóteses formuladas pelos alunos Os O.A.s são, na proposta ensino-aprendizagem analisada, não apenas um apoio no processo da construção de conceitos, mas uma parte integrante e fundamental do processo.

Dessa forma torna-se necessário um crivo rigoroso para a seleção dos O.A.s utilizados nas práticas, pois tais objetos quando não rigorosamente elaborados e apresentados podem levar a conclusões, generalizações e hipóteses inadequadas ou divergentes, por exemplo, os O.A.s mostrados nas ilustrações 59,60 e 65. Este crivo ainda precisa considerar outros aspectos, como por exemplo, o idioma, instruções para manipulação dentre outras. Tais aspectos são fundamentais para uma

interação efetiva do aluno com o objeto, pois sem essa interação efetiva perde-se e muito no processo da construção dos conceitos. Pode-se constatar no desenvolvimento desse trabalho que a situação em relação aos aspectos mencionados está mudando rapidamente, cada vez mais se encontram repositórios de O.A.s - ou até mesmo O.A.s disponíveis em páginas pessoais - em língua portuguesa, e devidamente documentados para uma melhor manipulação. Contudo, muitos desses materiais, tal como na época da elaboração da prática analisada, possuem erros de programação e erros conceituais graves ou gravíssimos.

Concluo assim afirmando que uma prática de ensino-aprendizagem em matemática como a realizada nesse trabalho é viável, quando tem-se os recursos à disposição, e que o uso dos objetos digitais de aprendizagem pode configurar um apoio e uma parte integrante em um processo de construção de conceitos centrado no aluno, tendo tal como apontado pelas diretrizes do Projeto Amora, o professor apenas como um facilitador e não como transmissor de informação, e ainda que tal processo de aprendizagem (utilizando O.A.s) em alguns casos específicos pode tornar-se muito mais atraente aos alunos devido ao constante processo de estabelecimento de hipóteses.

Em pesquisas futuras pretende-se aplicar o tipo de proposta usada no presente trabalho em grupos maiores e por um período mais longo tempo, explorando os conceitos de geometria estudados até esse momento com outros O.A.s e softwares para através desses conceitos iniciar o desenvolvimento dos conceitos de álgebra.

## 6. Bibliografia

ANDRÉ, C. e. (27 de maio de 2007). *A formação de professores em parceria apoiada por objetos digitais de aprendizagem*. Acesso em março de 2008, disponível em UNIVAP: [http://aveb.univap.br/.../opncms/sites/ve2007neo/pt-BR/imagens/27-06-07/Cognitivas/trabalho\\_106\\_claudio\\_anais.pdf](http://aveb.univap.br/.../opncms/sites/ve2007neo/pt-BR/imagens/27-06-07/Cognitivas/trabalho_106_claudio_anais.pdf)

CROWLEY, Mary L. O Modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Albert P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p 1-21

ISKANDAR, J. I. (2008). *Normas da ABNT Comentadas Para Trabalho Científicos* (3 ed.). Juruá, Curitiba, Brasil: Juruá.

LOVELL, Kurt. *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988. 134 p p.

NUNES, C. A. (2006). *Objetos de Aprendizagem em Ação*. Acesso em março de 2008, disponível em UFBA: <http://www.moodle.ufba.br/file.php/67/nunescapituloCesar.doc>

SCHWARZELMÜLLER, A. F., & ORNELLAS, B. (s.d.). *Objetos Digitais e Suas Utilizações no Processo de Ensino Aprendizagem*. Acesso em 2008 de abril, disponível em UFBA: <http://homes.dcc.ufba.br/~frieda/artigoequador.pdf>

WILLEY, D. A. (2000). *Connecting learning objects to instructional design theory: a definition, a metaphor, and a taxonomy*, In D.A. Wilwy (ed), *The instructional use of learning Objects*. Acesso em março de 2008, disponível em Reusability: <http://www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc>

WILLEY, D. A. (2002). *Learning Obejects: Difficulties and Opportunities*. Acesso em 15 de abril de 2008, disponível em Open Content: [http://www.opencontent.org/documents/lo\\_do.pdf](http://www.opencontent.org/documents/lo_do.pdf)



## 7. Apêndices

### 7.1. Tabelas

**Tabela 1- Totalidade dos Objetos de Aprendizagem utilizados na prática analisada.**

Objeto	Endereço
Aula1.html	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula1/index.htm">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula1/index.htm</a> <a href="http://www.seara.ufc.br/especiais/fisica/simetria/simetria1.htm">http://www.seara.ufc.br/especiais/fisica/simetria/simetria1.htm</a> <a href="http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap21s3.html">http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap21s3.html</a>
Pattern Blocks	<a href="http://ejad.best.vwh.net/java/patterns/patterns_jshtml">http://ejad.best.vwh.net/java/patterns/patterns_jshtml</a>
Kali	<a href="http://www.scienceu.com/geometry/handson/kali/">http://www.scienceu.com/geometry/handson/kali/</a>
Angler	<a href="http://www.mymaths.co.uk/lessonplans/angle/games.asp">http://www.mymaths.co.uk/lessonplans/angle/games.asp</a>
Let it flow	<a href="http://www.primarygames.com/puzzles/strategy/letitflow/index.htm">http://www.primarygames.com/puzzles/strategy/letitflow/index.htm</a>
Fruit Picker	<a href="http://www.sums.co.uk/playground/ss4/playground.htm">http://www.sums.co.uk/playground/ss4/playground.htm</a>
Angles Shapes	<a href="http://www.amblesideprimary.com/ambleweb/mentalmaths/angleshapes.html">http://www.amblesideprimary.com/ambleweb/mentalmaths/angleshapes.html</a>
Clock	<a href="http://www.aswis.net/100000/clock/clock1.swf">http://www.aswis.net/100000/clock/clock1.swf</a>
Angles	<a href="http://www.toonuniversity.com/6m_angle_d.html">http://www.toonuniversity.com/6m_angle_d.html</a>
Interactive Angles	<a href="http://www.shodor.org/interactivate/activities/Angles/">http://www.shodor.org/interactivate/activities/Angles/</a>
Polygon Maker	<a href="http://www.mathcats.com/microworlds/polygonmaker.html">http://www.mathcats.com/microworlds/polygonmaker.html</a>
Basebol	<a href="http://www.factmonster.com/math/knowledgebox/player.html?movie=sfw41556">http://www.factmonster.com/math/knowledgebox/player.html?movie=sfw41556</a>
Shape	<a href="http://mathematics.hellam.net/maths2000/shapes.html">http://mathematics.hellam.net/maths2000/shapes.html</a>
Geo 318	<a href="http://www.aaamath.com/B/geo318x1.htm">http://www.aaamath.com/B/geo318x1.htm</a>
Shape explorer	<a href="http://www.shodor.org/interactivate/activities/ShapeExplorer/">http://www.shodor.org/interactivate/activities/ShapeExplorer/</a>
Geoplanop digital	<a href="http://www.mathplayground.com/geoboard.html">http://www.mathplayground.com/geoboard.html</a>
Perimeter explorer	<a href="http://www.shodor.org/interactivate/activities/PerimeterExplorer/">http://www.shodor.org/interactivate/activities/PerimeterExplorer/</a>
Comparador de	<a href="http://www.apples4theteacher.com/square.html">http://www.apples4theteacher.com/square.html</a>

areas	
TriTetris	<a href="http://www.primarygames.com/arcade/tritris/index.htm">http://www.primarygames.com/arcade/tritris/index.htm</a>
Ilusões de ótica	<a href="http://www.mdig.com.br/index.php?itemid=435">http://www.mdig.com.br/index.php?itemid=435</a>
Visualização	<a href="http://www.mathsnet.net/geometry/solid/views1.html">http://www.mathsnet.net/geometry/solid/views1.html</a>
faces de um dado	<a href="http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=1">http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=1</a>
faces de um dado	<a href="http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=2">http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=2</a> ;
faces pintadas	<a href="http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=4">http://www.calculando.com.br/jogos/mostrar.asp?serie=6&amp;categoria=cubos%20e%20dados&amp;pagina=4</a> ;
Game 15	<a href="http://www.abc.net.au/countusin/games/game15.htm">http://www.abc.net.au/countusin/games/game15.htm</a>
Manipulação de sólidos	<a href="http://www.shodor.org/interactivate/activities/SurfaceAreaAndVolume/">http://www.shodor.org/interactivate/activities/SurfaceAreaAndVolume/</a>
Transvazamento 01	<a href="http://fabricavirtual.lec.ufrgs.br/claudio/leite.html">http://fabricavirtual.lec.ufrgs.br/claudio/leite.html</a>
Jogo dos Sete Erros	<a href="http://www.monica.com.br/diversao/games/7erros-flash/7erros.htm">http://www.monica.com.br/diversao/games/7erros-flash/7erros.htm</a>
Transvazamento 02	<a href="http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_273_g_4_t_4.html">http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_273_g_4_t_4.html</a>
Planificações	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Vistas e visualização total	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Vistas e total	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Memória Visual	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Proporcionalidade	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Desafio 1	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>
Pontes de Königsberg	<a href="http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html">http://matematicao.psico.ufrgs.br/assessorias/iv2_072/aulas/aula10/aula10/GRUPO-B.html</a>

