UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Anelise Pereira Baur

O ENSINO - APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Porto Alegre
2009

Anelise Pereira Baur

O ENSINO APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2009

Anelise Pereira Baur

O ENSINO APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Aprovado em

Banca examinadora:

Profa.: Marilaine de Fraga Sant'Ana

Instituto de Matemática da UFRGS

Prof. Luiz Davi Mazzei – UFRGS – Professor do

Colégio de Aplicação da UFRGS

Prof. Dr. Marcus Vinicius de A. Basso – Orientador – Professor do

Instituto de Matemática da UFRGS

RESUMO

Este trabalho teve como fonte de dados, uma oficina de matemática, que foi realizada, em caráter experimental, em uma escola estadual, situada no município de Porto Alegre, durante o primeiro semestre de 2009.

A análise dos dados obtidos, referentes às resoluções feitas pelos alunos durante a realização desta oficina, foi feita com base nas idéias de George Polya.

Neste trabalho, procurou-se investigar as possíveis contribuições de estratégias de resolução de problemas, no ensino - aprendizagem de matemática.

Palavras – chave: problemas – resolução - aprendizagem

ABSTRACT

This work have had fountain data, a math workshop, witch was realized, in experimental condition, in a public school, placed on Porto Alegre, during first semester at 2009. The data analysis, referring to problems resolutions was done by students, during the workshop, was done using the Polya's theory. In this work, we intend to investigate the possible contributions of problems resolutions strategy, in the math teaching- learning.

Keywords: problems, resolutions, learning.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Solucionar problemas é uma das tarefas talvez mais executadas pelo ser humano na sua vida cotidiana. Basta olharmos a nossa volta para percebermos que o homem contemporâneo passa grande parte do seu tempo resolvendo problemas e desafios, respondendo perguntas, indo em busca de soluções. E estes problemas podem ser dos tipos mais variados. Podem ser desde a solução para um problema envolvendo o valor do troco que se recebe no caixa de um supermercado, até problemas como qual a maneira ideal de distribuir os móveis em um cômodo de uma casa, para que o espaço seja melhor utilizado, entre outros.

No contexto escolar, os problemas constituem um caminho rico e interessante para o conhecimento, uma vez que grande parte do conhecimento escolar pode ser incluída em algum tipo de problema envolvendo a situação cotidiana e/ou concreta. No campo da matemática, isto também ocorre e, portanto é possível incluir uma parte significativa dos conhecimentos matemáticos obtidos na escola, em algum tipo de problema.

Em minha breve experiência como professora durante o período de graduação, durante as disciplinas de Laboratórios de ensino-aprendizagem e durante as disciplinas de estágio, pude constatar que a situação envolvendo um problema pode se constituir em um facilitador para a aprendizagem de conceito matemático pelo aluno. Acredito que, em geral, o aluno compreende melhor um conceito matemático quando este é contextualizado em um problema. Isto ocorre provavelmente devido ao fato de que o conceito é então incluído na realidade do aluno, e desta forma, o conceito passa a fazer sentido para o estudante, e assim o conceito pode ser de fato compreendido. Enquanto que um conceito trabalhado de forma totalmente abstrata pode se tornar algo tão distante da realidade do aluno, a ponto de não fazer nenhum sentido para o mesmo.

Considerando estas duas metodologias de ensino, é mais provável que o conceito então compreendido pelo aluno, possa ser melhor utilizado na construção de outros conceitos, fazendo assim com que os outros conceitos também possam fazer sentido para o aluno. Enquanto que o uso de conceitos mal compreendidos na construção de outros conceitos, pode desencadear uma não compreensão destes outros conceitos.

Além disso, durante a minha experiência docente, pude observar que os alunos apresentam uma motivação maior quando estão solucionando problemas, e atribuo isto novamente ao fato de que os estudantes compreendem melhor o conceito desenvolvido pelo problema e, portanto sentem - se desafiados e instigados com a situação proposta, o que os motiva a ir em busca de uma solução.

Esta minha experiência como professora, despertou um grande e particular interesse por esta diferenciada forma de abordar conceitos de matemática com os estudantes. Este meu interesse tem origem da minha concepção de que solucionar um problema é mais instigante e estimulante, do que simplesmente executar operações matemáticas mecanicamente. Sobre esse tema, Polya (1985) diz que a resolução de problemas relacionados a aspectos familiares ao aluno, pode servir como uma motivação para um estudo matemático formal, posteriormente. Segundo o autor, é mais fácil e estimulante para o aluno trabalhar com coisas concretas e familiares, do que com o abstrato. Esta minha concepção sobre a resolução de problemas, também tem origem nas minhas constatações quanto à aprendizagem dos alunos. Por exemplo, ao verificar que os alunos entendem melhor uma expressão, ou uma equação, se é associado à equação e às suas incógnitas, um problema concreto, por exemplo.

Um fator que contribuiu para a escolha deste tema foi a experiência de trabalho que vivenciei em um projeto realizado na Escola Estadual Porto Alegre, durante o primeiro semestre de 2009, com alunos de 5ª série desta escola, na qual foram desenvolvidas atividades baseadas na resolução de problemas e de desafios. A escolha da formulação desta oficina com este tipo de atividade, se deu devido aos relatos do professor de Matemática da escola, sobre a existência de dificuldades por parte dos alunos na interpretação de problemas e desafios matemáticos.

Através destas minhas experiências, pude perceber a importância da resolução de problemas como uma ferramenta para o ensino-aprendizagem de matemática, considerando que esta ferramenta pode se apresentar nas mais diferenciadas formas, nos mais diferenciados contextos. Uma vez que os problemas podem ser contextualizados de acordo com a realidade do aluno, a resolução de problemas pode se tornar um método interessante e diferenciado de aprendizagem para os alunos da escola básica. Além de se apresentar como um método que pode promover uma melhor compreensão dos conceitos então trabalhados.

Tendo como motivação o meu grande interesse pela metodologia de ensino através da resolução de problemas, a minha experiência docente, dentro e fora do projeto realizado na Escola Estadual Porto Alegre e o papel desempenhado pela resolução de problemas na aprendizagem, este trabalho tem como objetivo discutir e analisar o ensino - aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e através da resolução de desafios de lógica.

2. A PROPOSTA

O projeto foi desenvolvido na Escola Estadual Porto Alegre, com os alunos da quinta série, na forma de oficina de matemática semanal. As aulas da oficina eram ministradas no laboratório de informática da escola, e os assuntos trabalhados na oficina eram escolhidos de acordo com o que o professor da disciplina de Matemática da escola relatava quanto às dificuldades dos seus alunos. Desta forma, as atividades desenvolvidas com os alunos eram planejadas de forma a trabalhar as principais dificuldades dos alunos na disciplina de matemática.

Em cada aula, era proposta uma série de atividades que pudessem trabalhar estas dificuldades dos alunos, então relatadas pelo professor da escola.

Em um desses relatos do professor da escola, o docente relatou-me que dentre as principais dificuldades dos seus alunos, se encontrava a resolução e a interpretação de problemas matemáticos e de desafios de lógica.

Então, na grande parte das aulas ministradas na oficina, foram trabalhados aspectos relacionados a resolução de problemas e de desafios de lógica.

Durante as aulas, os alunos eram solicitados a registrarem as suas resoluções das atividades em uma folha de respostas, que era entregue aos estudantes a cada aula.

Como a oficina se desenvolveu no laboratório de informática da escola, algumas atividades foram realizadas com o auxílio dos recursos da informática.

Este trabalho tem como objetivo discutir os aspectos referentes à resolução de problemas e a desafios de lógica, então trabalhados na oficina de matemática realizada na Escola Estadual Porto Alegre, com os alunos da quinta série, e analisar o uso desta metodologia de ensino no ensino-aprendizagem de matemática na escola básica.

Tendo em vista as considerações até então feitas, enunciamos a questão norteadora deste trabalho**: "A resolução de problemas contribui para a aprendizagem de matemática? Quais são as estratégias que o professor pode utilizar para auxiliar os alunos na resolução de problemas?".**

Os dados analisados neste trabalho consistem nas resoluções dos problemas escritas pelos alunos e nas observações, por mim realizadas, feitas durante cada uma das aulas e registradas na forma de diário.

Como suporte teórico utilizamos as proposições de George Polya quanto aos aspectos relativos à resolução de problemas.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo as idéias de Polya, o ensino não pode ser caracterizado como uma ciência exata, pois o ato de ensinar depende das condições então pré-estabelecidas, tais como: condições locais, o momento em questão, e as pessoas envolvidas. Segundo o autor, a forma de ensinar deve ser pensada pelo professor, de modo a contemplar as necessidades da comunidade, ou seja, os temas a serem trabalhados e as metodologias a serem utilizadas, deverão ser escolhidos de forma que tenham alguma serventia efetiva para o aluno, no seu dia-a-dia.

Desta maneira, não é possível utilizar as técnicas de ensino da mesma maneira, em dois lugares diferentes, por exemplo. Portanto, seguindo esta linha de pensamento, é irrelevante falarmos sobre um possível método de ensino-aprendizagem desprovido de falhas. Segundo o autor, “O ensino mais uma arte do que uma ciência”, embora algumas teorias psicológicas possam ser utilizadas para estudar as diferentes formas de ensinar.

No ensino da matemática, é dada uma grande importância às demonstrações de teoremas e às construções de sistemas axiomáticos. Devido a este fato, aspectos como a identificação de um conceito matemático através de uma situação concreta, e a conjectura sobre os conceitos matemáticos na situação proposta, são deixados em segundo plano. Assim, na sala de aula, é dada uma grande importância aos temas ditos “formais” (demonstrações rigorosas), enquanto que os aspectos não formais, que poderiam ser trabalhados através de situações do cotidiano do aluno, através conjecturas e adivinhações sobre as situações propostas que, portanto fariam mais sentido para o estudante, acabam sendo deixados de lado. Segundo Polya:

> O ensino de matemática dará somente uma idéia unilateral... do pensamento matemático se suprimir atividades “não formais” como adivinhar e extrair conceitos matemáticos do mundo visível que nos rodeia; ele desprezará o que pode ser a parte mais interessante...(Polya - 1977).

No contexto do ensino de matemática, Huete e Bravo (2006) trazem a formulação de problemas como uma proposta de ensino-aprendizagem de matemática. Segundo estes autores, esta construção/reconstrução do problema pelos alunos pode proporcionar uma concordância com as relações psicossociais educativas e as relações cognitivas, necessárias para se enfrentar com sucesso a resolução de problemas matemáticos.

O objetivo central das idéias de Polya referentes ao ensino-aprendizagem de Matemática no ambiente escolar é fazer o aluno pensar. Para isso o autor faz uso do chamado "princípio da aprendizagem ativa", que é aquele em que o aluno é peça essencial na sua própria aprendizagem. Em outras palavras, para se aprender matemática, o aluno tem que efetuar, ele mesmo, a construção do seu conhecimento, fazendo as suas próprias conjecturas e formulando as suas próprias definições a respeito de conceitos matemáticos, e não simplesmente recebendo o conhecimento já pronto através do professor. Segundo o autor "A matemática não é esporte para espectadores: não pode ser apreciada nem aprendida sem a participação ativa" (Polya, 1985, p.13). Em outras palavras, o professor não deve simplesmente dizer a resposta de alguma atividade ao estudante, mas sim, fazer com que o mesmo consiga chegar ao seu objetivo de forma independente. Para que o aluno aprenda matemática de uma melhor forma, é necessário que isto ocorra com a maior parte do conteúdo trabalhado, quanto for possível.

Segundo Vianna (2002) uma aprendizagem que tenha por base a resolução de problemas, como uma prática docente, deve manter a coerência com a avaliação. Em outras palavras, não adianta o professor levar para a sala de aula a resolução de problemas como uma alternativa às práticas até então utilizadas, se a avaliação continua sendo baseada nestas práticas anteriores.

Situações matemáticas concretas são obviamente mais fáceis de assimilar do que as situações matemáticas abstratas, uma vez que é mais natural entendermos o que conhecemos e o que faz parte do nosso dia-a-dia, do que compreendermos algo que não faz parte da nossa realidade. Primeiramente o estudante deve se familiarizar com as situações reais, as situações relacionadas ao cotidiano, e através destas situações, o aluno poderá fazer conjecturas e previsões de forma mais generalizada. Em sala de aula, isto pode ser realizado através do trabalho com a resolução de problemas. De acordo com D'Ambrósio (1989), é através das experiências com problemas matemáticos de outros tipos, que o aluno consegue explicar o que acontece com um problema então proposto, e ao realizar este tipo de mecanismo, o aluno consegue fazer hipóteses e conjecturas sobre o que irá acontecer com a solução do problema. De acordo com as idéias de Zuffi & Onuchic (2007) os problemas então propostos em sala de aula devem ter o objetivo de relacionar diferentes conteúdos, articulando os princípios que os unificam. Para que isto ocorra, os problemas devem conter aspectos relacionados a diversos tipos de conteúdos, e não devem ficar restritos somente ao desenvolvimento de um conceito em particular. Segundo Zuffi & Onuchic (2007, p.83), “o problema não deve ser tratado como um caso isolado, mas como um passo para alcançar a natureza interna da matemática, assim como seus usos e aplicações”. Seguindo nesta mesma linha, onde existe uma conexão entre os assuntos desenvolvidos em um problema, é possível concluir que com um ensino através da resolução de problemas também é possível trabalhar aspectos relacionados a outras disciplinas que não somente a matemática.

De acordo com Sullivan, Mousley & Jorgensen (2009) os problemas e desafios propostos, podem despertar nos estudantes uma motivação para exploração da situação proposta, fazer com que os mesmo criem estratégias e tomem determinadas decisões para a resolução do problema. Também segundo estes autores, problemas se tornam mais acessíveis aos alunos do que outros tipos de atividades mais abstratas, uma vez que a situação proposta se torna mais próxima da realidade dos estudantes. Problemas bem direcionados pelo professor podem criar a oportunidade de os alunos conseguirem estender os seus conhecimentos matemáticos e explorar formas generalizadas de resolução.

De acordo com a concepção de Zuffi & Onuchic (2007), o problema é algo que não se sabe fazer, onde o objetivo é justamente conseguir fazer, ou seja, é um tipo de situação onde o pensamento é estimulado a ir em busca do que se deseja. Em outras palavras, poderíamos dizer que um problema é uma espécie de desafio para o pensamento, onde não é possível fazer um simples uso da memória, nem de esquemas mecânicos como recursos para a resolução.

Segundo Vianna (2002), o problema pode ser considerada a situação onde se tem a necessidade de responder algumas questões, ou seja, quando o sujeito se confronta com uma questão a qual ele não sabe a resposta, e onde este tal sujeito não possui um método de resolução pré-determinado.

Conforme a concepção de Huete & Bravo (2006), os problemas podem ser classificados em três tipos:

1. Os problemas cuja solução exige somente a aplicação correta de um determinado procedimento rotineiro.

2. Os problemas cuja solução requer a manipulação e a aplicação de métodos não muito rotineiros para a resolução.

3. Os problemas onde nenhum método rotineiro é capaz de solucionar o problema.

Segundo estes autores, quando nos deparamos com um problema, primeiramente devemos nos perguntar se este é um problema do tipo 1. Em caso positivo, devemos simplesmente aplicar a regra conhecida para a resolução. Caso contrário, é necessário que se continuemos aplicando e manipulando as métodos não tão conhecidos para a resolução, até se esgotarem. Se este esgotamento de fórmulas e regras conhecidas ocorrer, é porque estamos lidando com um problema do tipo 3, onde a resolução deve se basear na formulação de estratégias, que devem ter a sua validade verificada passo a passo da resolução.

Segundo Alsina, Fortuny & Pérez (1997), os problemas podem ser classificados como:

- Exercícios de estruturação: são aqueles que preparam o estudante para o aprendizado de um conceito. Podem ser compostos por materiais manipulativos.
- Exercícios de reconhecimento: são atividades que possuem a função de fazer o reconhecimento dos aspectos apresentados pelo professor.
- Exercícios algorítmicos: são atividades nas quais uma lei pronta pode ser aplicada.
- Problemas de aplicação: são problemas nas quais a resolução consiste na aplicação de um algoritmo conhecido.
- Problemas de anunciado aberto: São problemas nas quais a resolução não é necessariamente única, e onde a resolução depende do modo como o tal problema foi solucionado.
- Problemas tema: são problemas com o enunciado em aberto, nas quais podem ser feitas generalizações, e onde a situação proposta é nova.

Segundo George Polya, os problemas podem classificar-se em duas classes: os problemas rotineiros e os problemas não-rotineiros.

O segmento dos problemas rotineiros é composto pela classe dos problemas onde a resolução é baseada somente na aplicação direta de uma lei ou fórmula matemática já conhecida pelo aluno. Neste caso o estudante não precisa fazer nada de novo, não precisa pensar sobre a resolução, nem criar uma estratégia para encontrar a mesma. O único requisito necessário para solucionar este tipo de problema é conhecer os dados do problema, e saber como aplica-los na fórmula ou no princípio matemático já conhecido.

Por outro lado, os problemas não rotineiros são aqueles onde o aluno é induzido a “criar” uma resolução com o auxílio dos seus conhecimentos já adquiridos, porém agora fazendo uso também da sua criatividade e originalidade. Segundo o autor, a utilização deste tipo de problema no ensino-aprendizagem de matemática pode ser considerado mais eficiente do que a utilização de problemas rotineiros como metodologia de ensino.

Segundo Polya (1985), antes de solucionar um problema, o aluno deve ter o interesse em resolvê-lo. Este problema deve se apresentar de forma que faça sentido, e que tenha um propósito para o estudante. Para que isso ocorra, os aspectos do problema devem ser relacionados a significados familiares do aluno. Desta forma, o aluno encontra uma motivação própria para solucionar o problema, que não é somente a justificativa de que o problema poderá ser útil algum dia. Segundo D’Ambrosio (1989) a motivação da utilidade futura do que está sendo aprendido, é algo pouco convincente para os estudantes, ainda mais nas condições educacionais do nosso país, onde apenas uma pequena parcela dos ingressantes no meio escolar conclui o ensino fundamental. De acordo com as idéias de Silva (2008), os problemas propostos, devem se apresentar de forma desafiadora ao aluno, e devem estar no nível de conhecimento matemático dos estudantes. Conforme Vianna (2009), um problema se torna um problema de fato para o aluno, somente nas situações onde é despertado o interesse do aluno em solucionar este tal problema proposto.

A solução do problema deve ter início na mente do aluno e não da mente do professor. A idéia principal para a resolução deve ser formulada pelo aluno. O professor deverá desempenhar um papel de coadjuvante na resolução do problema. Explicando melhor, o professor deverá conduzir o aluno à uma resolução, porém sem explicitar a resposta diretamente ao aluno. Essa “condução à resposta”, pode ser feita através de perguntas que levem o aluno à resolução. Perguntas como “O que se quer no problema?", "Quais são os dados do problema?" e "De que forma posso obter o que se quer?" são exemplos de questões que podem ser feitas aos alunos, de forma que ao respondê-las, o aluno estará solucionando o problema proposto. Segundo Zuffi & Onuchic (2007), os passos seguidos para solucionar um problema, ou seja, compreender os dados, tomar decisões, criar estratégias e relacionar os resultados obtidos, são aspectos que devem ser contemplados em uma aprendizagem através da resolução de problemas, pois desta forma, o estudante tem a oportunidade de pensar sozinho, construir seus próprios conceitos, sem a intervenção docente direta.

O desenvolvimento de uma idéia para a resolução deve ter uma interferência mínima por parte do professor. Caso isso não seja possível, o professor pode começar com sugestões que conduzam o aluno a um raciocínio que o leve a resolução do problema. Segundo Polya (1985, p.15) "o professor deve evitar uma interferência excessiva no nascimento natural de uma idéia".

Através dos questionamentos feitos pelo professor, o aluno tem a oportunidade de começar a perceber o pensamento metódico por detrás das perguntas feitas pelo docente, e assim poderá começar a utilizar esta forma de pensar para solucionar outros tipos de problemas propostos. De acordo com Polya:

> Com o tempo o aluno poderá compreender o método e usar, ele mesmo, estas perguntas: aprenderá, assim, a dirigir sua atenção aos pontos essenciais, quando se encontrar perante um problema. Terá adquirido, deste modo, o hábito do pensamento metodológico... (Polya - 1977).

3.1. COMO RESOLVER UM PROBLEMA?

Um problema é posto quando procuramos obter meios para chegar a um objetivo. Desta maneira quando temos uma situação que não pode ser resolvida de maneira instantânea, temos que procurar caminhos para solucionarmos tal situação.

Conforme Huete & Bravo (2006, p. 195) ao solucionar um problema, o estudante deve considerar os seguintes aspectos para a resolução:

- Princípio do desvio: a possibilidade de deslocar a resolução do problema para a resolução de outro problema mais fácil.

- Método dos dois caminhos: consiste em expressar o problema mediante dois caminhos distintos, e por fim iguala-los.
- O método do cancelamento: É o arredondamento dos termos ou dos dados desprezíveis no problema.
- Redução do problema a casos mais simples: Consiste em considerar o grande problema proposto como pequenas porções de problemas mais simplificados.
- Organização: Esquematização do problema, utilizando como meios gráficos, figuras e diagramas.

Segundo Polya (1977), a resolução de um problema pode ser esquematizada da seguinte maneira:

- Compreensão do problema: Nesta etapa devem ser questionados os seguintes fatores: qual é a incógnita? Quais são os dados do problema? Qual é a condicionante?

- Estabelecimento do plano: Nesta etapa o questionamento deve ser direcionado para as seguintes questões:

1) Você já viu este problema antes? Ou já viu um outro problema semelhante a este, já solucionado, que poderia lhe ser útil para a resolução deste problema? Procure outros tipos de problemas, já conhecidos, que envolvem esta mesma incógnita.

2) Ao encontrar o outro problema semelhante e já resolvido, é preciso verificar se é possível utilizar o resultado do mesmo para a resolução do problema em questão. Se é possível utilizar o mesmo método adotado, ou se é possível introduzir algum outro fator auxiliar para tornar possível a sua utilização na resolução do problema proposto.

- Execução do plano

1) Ao executar o plano é preciso verificar a validade de todos os passos então propostos.

- Retrospecto

1) Nesta etapa é preciso verificar se o resultado obtido com a execução do plano está coerente com o propósito do problema. Também é possível questionar se o caminho adotado é único.

Esta seria a formulação básica para a resolução de qualquer tipo de problema proposto, segundo a proposta de Polya. Neste trabalho procuramos utilizar essa formulação aplicada à resolução de problemas matemáticos e desafios de lógica. Além disso, tais fundamentos serão utilizados na análise dos dados obtidos.

3.1.1 A FUNÇÃO DO PROFESSOR

Segundo Polya, uma das principais funções do professor é o de auxiliar o aluno nas atividades propostas. Este auxílio docente é fundamental para que o aluno consiga traçar um caminho para a resolução da sua atividade, de forma a não tomar um outro caminho errado para a resolução. Esta ajuda deve ser feita de forma natural, sem que o aluno perceba. O professor deve perceber o ponto de vista do estudante em relação à atividade, para assim conseguir auxiliar o mesmo através de indagações que indiquem o caminho para a solução. Porém esse auxílio deve ser feito de forma moderada, fazendo com que o aluno consiga realizar a atividade sozinho, ou seja, adquirir a experiência do trabalho independente.

As indagações feitas ao aluno pelo professor devem conter aspectos sobre qual é a incógnita envolvida no problema, ou seja, o que se quer efetivamente, e quais as condições impostas pelo problema, ou melhor, o que se tem. Além disso, o professor deve questionar quanto a resolução de problemas correlatos, porém mais simples do que o proposto, para que assim o aluno consiga fazer o estabelecimento de um plano para a resolução.

O principal objetivo do professor ao indagar o aluno quanto aos aspectos do problema é o de auxiliar o aluno na resolução, e também o de desenvolver no estudante a capacidade de solucionar problemas futuros, utilizando como meios de resolução as indagações então feitas pelo professor. De acordo com Polya:

> Não devemos, então, esquecer que as nossas indagações são genéricas, aplicáveis a muitos casos. Se a mesma indagação foi proveitosamente repetida, dificilmente o estudante deixará de notá-la e será induzido a formular, ele próprio, essa indagação em situação semelhante. (Polya - 1977).

O professor que tem o objetivo de desenvolver nos estudantes a capacidade de solucionar problemas deverá despertar o interesse pelo problema nos estudantes e proporcionar oportunidades para o aluno treinar a resolução de problemas, assim como um nadador treina para uma competição.

3.1.2 COMPREENSÃO DO PROBLEMA

Responder a uma pergunta a qual não foi bem entendida é algo muito difícil ou até impossível. Desta maneira, não é possível despertar nenhum tipo de interesse pelo problema quando isto acontece. Este tipo de situação também pode ocorrer no contexto escolar, e cabe ao professor, através de indagações, fazer com que seu aluno consiga compreender de fato qual é o problema proposto, propiciando ao seu aluno a oportunidade de criar um interesse em solucionar o problema proposto.

Ao resolver um problema é fundamental que o aluno compreenda qual a situação proposta pelo problema em questão. Para obter esta compreensão, é importante que o aluno seja capaz de identificar a incógnita do problema, os dados e as condições impostas.

3.1.3 ESTABELECIMENTO DE UM PLANO

Esta pode ser considerada a etapa mais difícil na resolução de um problema que pode ser descrita como a "idéia" do aluno, ou seja, a parte fundamental na construção da solução. A conclusão desta parte da resolução pode ser feita através de tentativas, que levarão o aluno ao grande "lampejo", ou seja à idéia do plano efetivamente.

O professor têm papel fundamental nesta etapa, pois através das indagações feitas ao aluno, é possível fazer com que o mesmo consiga ter a idéia para o problema. Porém, isto deve ser feito de forma sutil, para que assim o aluno tenha a sensação de que está solucionando o problema sozinho. Conforme cita Polya (1977): "A melhor coisa que um professor pode fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma idéia luminosa."

3.1.4 EXECUÇÃO DO PLANO

Esta pode ser considerada uma das partes mais simples do trabalho, uma vez que o estudante tem apenas que colocar o seu plano em prática, porém conferindo a veracidade de cada etapa do plano.

Segundo Polya, se o aluno conseguir efetuar a construção do plano de execução de forma independente, então o aluno encontrará facilidade em executar o seu plano Polya :

> Se o aluno houver realmente concebido um plano, o professor terá então um período de relativa tranqüilidade. O maior risco é o de que o estudante esqueça o seu plano...Mas se ele próprio houver preparado o plano, mesmo com alguma ajuda, e concebido com satisfação a idéia final, não perderá facilmente essa idéia.(Polya - 1977)

3.1.5 RETROSPECTO

Após a resolução do problema, é possível realizar uma revisão de todos os passos determinados pelo plano. Segundo o autor, se o aluno fizer este retrospecto dos passos seguidos na resolução, o estudante terá a oportunidade de consolidar o seu conhecimento obtido através da resolução do problema em questão. Além disso, após a passagem pelas etapas de compreensão do problema, elaboração e execução do plano é possível que se encontrem erros contidos nos passos determinados pelo plano de execução. Desta maneira, o retrospecto proporciona ao estudante uma maneira de corrigir possíveis erros que apareçam durante a execução do plano.

4.PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os dados utilizados neste trabalho, consistem nos problemas propostos aos alunos, em forma de atividades no decorrer da oficina de matemática, realizada na Escola Estadual Porto Alegre. Como fonte de dados, também foram utilizados os registros manuscritos de cada uma das atividades, feitos por cada aluno, em todas as aulas ministradas na oficina. Estas resoluções das atividades eram transcritas em uma folha de respostas, que continha espaço para a resolução de cada uma das atividades propostas durante a aula.

Outra fonte de dados utilizada foram os registros das observações feitas por mim, referentes aos fatos ocorridos durante as aulas. Os registros de observações foram feitos com base nos diálogos dos alunos referentes às resoluções dos problemas propostos.

Como as aulas se realizaram no laboratório de informática da escola, as atividades eram propostas em uma página virtual, que foi por mim construída, na qual todas as atividades eram postadas e atualizadas a cada aula. Em cada aula, a página era atualizada com as atividades que seriam trabalhadas pelos estudantes durante aquele dia. Nas atividades em que não era necessário o uso do computador, os alunos utilizavam a folha de repostas entregue, como meio para solucionar e registrar as atividades.

Nas atividades em que o computador era fundamental, os alunos primeiramente utilizavam os recursos da informática então disponíveis, na atividade trabalhada, para solucionar de fato o problema e/ou desafio proposto. Em seguida, cada aluno era convidado refletir sobre o meio utilizado para encontrar o resultado obtido. Após isso, era pedido a cada um dos estudantes, que transcrevessem para a folha de respostas, o seu método para encontrar a solução, ou seja, explicar como fez para obter a solução encontrada.

Os registro das observações, foram feitas de forma a contemplar os aspectos relativos a resolução de problemas, para posterior análise. Desta forma, durante as aulas foram observados os seguintes aspectos:

- De que forma o aluno enxergou o problema em questão;
- Quais as estratégias utilizadas pelo aluno na resolução do problema proposto;
- Qual o raciocínio matemático utilizado pelo aluno ao solucionar o problema;
- As dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução.

Desta maneira, de forma a conseguir observar estes aspectos enquanto os alunos realizavam as atividades propostas, utilizei o método de perguntas e questionamentos para obter algumas respostas referentes ao que os alunos estavam pensando. Assim, registrava os comentários feitos pelos estudantes, que considerei mais pertinentes a serem utilizados na análise dos dados deste trabalho.

4.1 OS PROBLEMAS PROPOSTOS

Neste trabalho foram analisados os seguintes problemas propostos durante a realização da oficina:

Atividade 1: Que número falta nesta seqüência? 1 3 9 __ 81 243 .

Atividade 2: Uma certa regra foi seguida nos quadrados numéricos abaixo. Descubra qual é e responda qual número deve ser colocado no lugar do ponto de interrogação. A regra aplica-se vertical e horizontalmente? Justifique a sua resolução na folha de respostas.

15	3	5
5	1	5
3	3	1

24	4	6
6	1	?
4	4	1

Figura 1: Interface da atividade 2

Atividade 3**:** esta atividade consistiu na resolução do desafio de lógica "Monges e Canibais", disponível no site: http://www.portalchapeco.com.br/jackson/canibais.htm , no qual é disponibilizado um aplicativo onde os alunos podem manipular os personagens do problema em questão, para assim encontrar a solução. O desafio consiste no seguinte:

Canibais x Monges: "Você tem que ajudar os 3 monges e os 3 canibais a chegar do outro lado do rio... mas tem um detalhe.. se em algum momento, houver mais canibais do que monges de algum lado, eles o comerão!!! hehehe mas comerão no sentido bíblico, ok?? Boa sorte!!!"

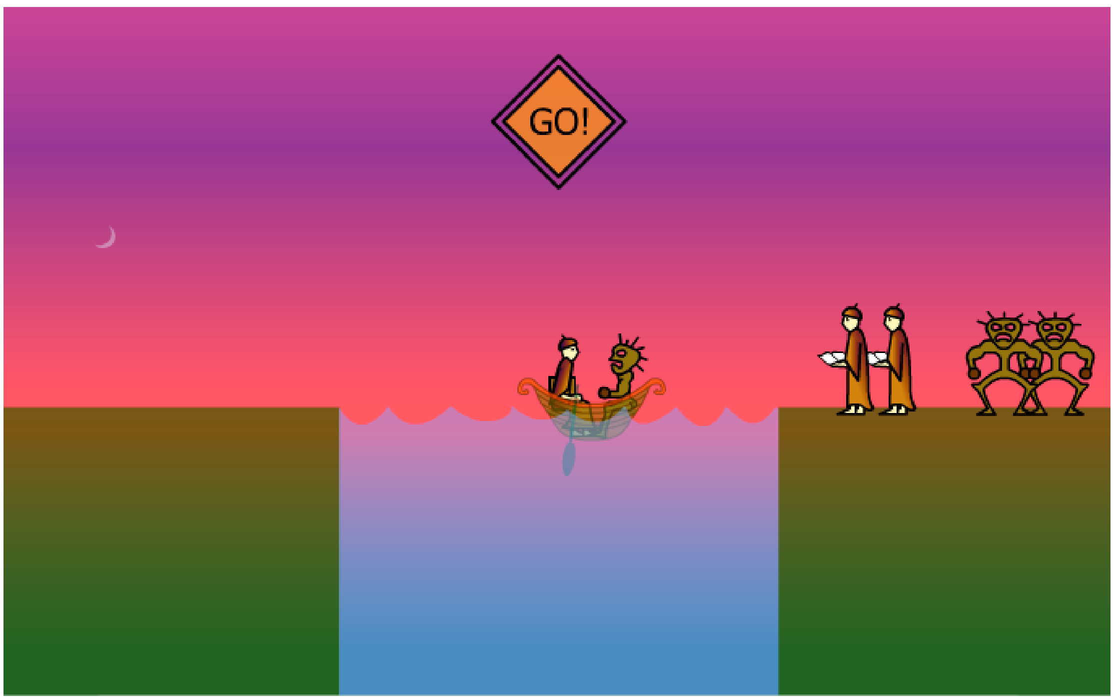

Figura 2: Interface do aplicativo Monges e Canibais
Fonte: http://www.portalchapeco.com.br/jackson/canibais.htm

Atividade 4: "A Travessia": Um homem que pesa 100 quilos, e seus 2 filhos, um pesando 40 quilos e o outro pesando 60, precisam atravessar o rio. O único barco disponível só pode carregar até 100 quilos de cada vez. Como eles poderão chegar até a outra margem?

Atividade 5: Um corredor ficou ao mesmo tempo como 13° melhor colocado e 13° pior colocado. Quantos participantes tinham a competição?

Atividade 6: esta atividade consistiu na resolução do desafio de lógica “Family crisis”, disponível no site: http://www.plastelina.net/game3.html , no qual é disponibilizado um aplicativo onde os alunos podem manipular os personagens do problema em questão, para assim encontrar a solução. O desafio consiste no seguinte:

“Ajude a família a atravessar o penhasco até o outro lado da ponte. Note que: É noite e, então eles devem ter usar uma lamparina. Cada pessoa atravessa a ponte com diferentes velocidades: 1 segundo, 3 segundos, 6 segundos, 8 segundos e 12 segundos. A ponte sustenta no máximo duas pessoas. A dupla deve caminhar junta na velocidade da pessoa mais lenta. A lamparina tem duração de 30 segundos apenas.”

Figura 3: Interface do aplicativo Family crisis
Fonte: http://www.plastelina.net/game3.html

5. ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, será apresentada uma análise para os dados obtidos durante o projeto realizado na Escola Estadual Porto Alegre, durante a oficina de matemática, referentes à resolução dos problemas e desafios propostos durante o decorrer desta oficina. O material analisado consiste nos registros das atividades feitos pelos alunos, e referentes às minhas observações durante as aulas. Como teoria embasadora, utilizarei a proposta formulada por Polya para a resolução de problemas.

Atividade 1: Que número falta nesta seqüência? 1 3 9 __ 81 243 .

Soluções dos alunos:

Aluno 1: “1,3,9,27,81,243 o numero que está faltado 27. 1º eu tentei fazer a conta mais não conseguir, e depois eu tentei e conseguir.”

Aluno 2: “Numero que faltou foi o 27 que multipliquei 3x9=27.”

Aluno 3: “1º eu fiz 1x3 depois eu fiz 3x3=9 Ai para mim achar o termo eu faço 3x9= que dá 27, e 27 é o 4º termo”

Aluno 4: “eu achei fazendo conta de vezes =9x3=27 vinte e sete era o número que estava faltando”

Aluno 5: “É 27, porque tu tenque fazer a conta cada número que aparece você tem que multiplicar pelo numero do lado”

Aluno 6: “Fazendo uma conta de multiplicação em cada termo”

Aluno 7: “1x3=3 e 3x9=27 foi assim que descubri”

Aluno 8: “E o numero 27 porque 1x3=3 3x3=9 9x3=27”

Nesta atividade, os alunos tentaram primeiramente somar os resultados, fazendo 1+3+9 =13 para o termo que estava faltando. Isto mostrou uma falta de compreensão sobre a formação da seqüência. Em seguida tentaram somar o número 2 aos termos, uma vez que 1+2=3. Isto mostra que os alunos não compreenderam o problema de forma plena.

Em seguida, expliquei que a seqüência é como se fosse uma transformação no termo anterior. E desta forma perceberam que se adotassem este tipo de estratégia (somar 2 ao termo anterior), obteriam 5 para o terceiro termo, uma vez que 3+2=5 (diferente de 9). Nesta etapa, pude notar que os alunos conseguiram compreender efetivamente qual a incógnita do problema, e como ela se relacionava com os outros termos da seqüência.

Ao analisar a solução do aluno 1, podemos perceber que houve uma tentativa de uma das outras estratégias adotadas (somar os resultados ou somar 2 ao termo anterior) : "*1º eu tentei fazer a conta mais não conseguir".* Podemos verificar aqui que as idéias de Polya estão de acordo com as estratégias utilizadas pelos estudantes, uma vez que os mesmos puderam estabelecer seus planos e estratégias, baseados em tentativas e erros, o que está de acordo com a etapa *estabelecimento do plano*, proposta pelo autor. Em seguida, os estudantes adotaram uma outra estratégia: a da multiplicação pelo fator 3 do termo anterior, e perceberam que esta funcionava, como é possível verificar nas respostas dos alunos 3 e 7. Este fato nos permite concluir que o aluno utilizou a seqüência, na qual se soma o fator 2 ao termo anterior para estabelecer outros tipos de estratégias, que funcionassem para o caso proposto, ou seja, os estudantes fizeram uso do funcionamento de um outro problema semelhante para solucionar o desafio em questão. Também é possível observar que os passos *execução do plano* e *retrospecto*, também presentes na formulação de Polya, foram realizados, uma vez que os estudantes fizeram a verificação dos resultados ao analisar que a multiplicação pelo fator 3 funcionava na resolução do problema.

Com base no que foi observado, concluo que os alunos tiveram a oportunidade de estabelecer, mesmo que de forma provisória, o conceito matemático de seqüência, utilizando de estratégias como meio da resolução do problema em questão. Também aqui, podemos verificar que este fato está de acordo com um das idéias de Polya (1985) para a aprendizagem, onde o próprio aluno deve abstrair o conceito matemático de uma situação (que pode ser concreta).

Durante o desenvolvimento do problema, interferi o mínimo possível nas resoluções dos alunos, pois a intervenção feita consistiu somente em mostrar que as estratégias escolhidas não funcionavam para a seqüência em questão. É possível aqui verificar que esta minha pouca intervenção, está de acordo com a idéia do autor, que defende que as estratégias para enfrentar o problema, devem sempre surgir da mente do aluno e o professor deve apenas conduzir o aluno à sua própria solução.

Atividade 2: Uma certa regra foi seguida nos quadrados numéricos abaixo. Descubra qual é e responda qual número deve ser colocado no lugar do ponto de interrogação. A regra aplica-se vertical e horizontalmente? Justifique a sua resolução na folha de respostas.

Soluções dos alunos:

Aluno 1: “E o numero 6 porque 1x6=6 foi o que eu pensei”

Aluno 2: “Porque o 6 está relacionado ao 6x1”

Aluno 3: “Está faltando o numero 6 porque 6:1=6”

Aluno 4: “É o 6. Porque na primeira linha e na segunda é de dividir então todas são de dividir”

Aluno 5: “o número é seis porque eu fiz conta de vezes quatro vezes um e quatro então um vezes seis é seis.”

Aluno 6: “O numero que está faltando o seis. Eu achei olhando as contas do 2º quadrado.”

Nesta atividade, em um primeiro momento, os alunos ficaram sem saber o que fazer. Alguns alunos acharam que a relação existente era com o quadrado de cima e assim o número procurado, estaria relacionado ao número 5. Os estudantes sabiam que tinham que completar o quadro, mas desconheciam a forma. Neste momento interferi na elaboração das estratégias realizadas pelos estudantes, chamando a atenção dos mesmos para olharem as linhas e/ou colunas do quadro. Desta forma os alunos logo perceberam a formulação do quadrado. Aqui também verificamos que as idéias de Polya estão de acordo com as estratégias utilizadas pelos estudantes, uma vez que é possível perceber que inicialmente os alunos não conseguiram entender o problema de fato, somente com a minha intervenção, foi possível passar pela fase de *compreensão do problema*, conforme a formulação proposta pelo autor.

Ao analisar a solução do aluno 5, podemos notar que o mesmo percebeu a relação através da estratégia de relacionar os números por linhas, através da multiplicação, onde o primeiro elemento de cada linha, é o resultado da multiplicação dos anteriores.

Já, ao analisar a solução do aluno quatro, podemos notar que o mesmo adotou a estratégia em linhas, porém utilizando o para isso a estratégia da divisão dos números da linha, onde o primeiro número da linha dividido pelo segundo, resulta no terceiro. Isto pode ilustrar a fase de *execução do plano*, onde as estratégias e as idéias para a resolução são colocadas em prática.

Nesta atividade, a minha única intervenção docente foi direcionar os alunos para a criação de estratégias para relacionar os números (em linhas ou colunas), o que está em concordância com as idéias do autor, que diz que o professor deve somente levar o aluno à solução do problema por si mesmo.

É provável que a solução da atividade 1 tenha auxiliado os alunos na resolução da desta atividade, uma vez que a atividade 2 também consiste em relacionar os números, não em seqüências como na atividade 1, mas o quadro apresenta uma uniformidade na distribuição dos números que é análoga a distribuição em seqüências. É possível observar o quadro em linhas, da direita para a esquerda, e encontrar a relação onde o terceiro termo (de cada linha da direita para a esquerda), é a multiplicação dos anteriores (direita para a esquerda). Desta forma, a facilidade que os alunos encontraram para solucionar este problema pode ser atribuída a criação de uma estratégia para solucionar problemas de seqüências, que foi desenvolvida na atividade 1. Verificamos aqui que as idéias de Polya estão em concordância com as estratégias usadas pelos alunos, uma vez que, segundo o autor, o aluno pode compreender as estratégias utilizadas em problemas já conhecidos para solucionar outros problemas, criando assim uma espécie de pensamento metódico para a resolução de problemas. Também aqui é possível perceber a presença da etapa *estabelecimento do plano*, proposta pelo autor, onde é realizada a busca por idéias para a resolução, através de problemas semelhantes já semelhantes.

Atividade 3: esta atividade consistiu na resolução do desafio de lógica "Monges e Canibais", disponível no site: http://www.portalchapeco.com.br/jackson/canibais.htm. Neste site é disponibilizado um aplicativo onde os alunos podem manipular os personagens do problema em questão, para assim encontrar a solução. O desafio consiste no seguinte:

Canibais x Monges: "Você tem que ajudar os 3 monges e os 3 canibais a chegar do outro lado do rio... mas tem um detalhe.. se em algum momento, houver mais canibais do que monges de algum lado, eles o comerão!!! hehehe mas comerão no sentido bíblico, ok?? Boa sorte!!!"

Para atravessar os personagens, o desafio utiliza como dificuldade, uma embarcação onde cabem somente duas pessoas.

Inicialmente, os alunos conseguiram solucionar o problema em questão através do método de tentativa e erro, uma vez que o aplicativo possibilita que os alunos adotem este tipo de estratégia. Também aqui é possível verificar que este tipo de estratégia utilizada pelos estudantes está de acordo com as idéias do autor, uma vez que podemos perceber a presença da etapa de *compreensão do problema*: embora os alunos tivessem sucesso na tentativa e erro, eles tinham claros os objetivos do problema, pois caso contrário, a resolução feita através deste tipo de estratégia provavelmente não teria sucesso na resolução do desafio.

Em um segundo momento, foi solicitado que os estudantes transcrevessem para o papel as suas resoluções para o desafio, para que assim pudessem de fato construir uma solução.

Foi sugerido aos alunos que escrevessem as suas resoluções utilizando para isso a letra C para canibal, e M para monge. Na resolução, os alunos deveriam descrever todos os movimentos feitos pela embarcação que levaria os personagens.

Soluções dos alunos:

Aluno 1:"Primeiro os dois C volta um C deixa o outro C volta um C. Ele fica e vai os dois M volta um C e um M e vai os dois M vai o C pega o outro C vai so um C e pega o outro."

O aluno a seguir esquematizou a solução na forma de movimentos feitos pelo barco, utilizando as letras sugeridas para denotar quais integrantes estavam na embarcação.

Aluno 2:

“1. CC

2. UM CANIBAL

3. CC

4.C

5.MM

6.MC

7. MM

8.C

9.CC

10.C

11.CC”

Aluno 3: “1º Canibal e monge 2º Monge 3ºCanibal e Canibal 4ºCanibal 5º Monge e Monge 6º Monge e canibal 7º Monge e monge 8º Canibal 9º canibal e canibal 10º canibal 11º canibal e canibal”

Com esta atividade, é possível perceber que a estratégia que utiliza primeiramente tentativa e erro como resolução, e em seguida um direcionamento da minha parte, orientando os alunos a pensarem na solução do problema, escrevendo-a, serviu para que os estudantes encontrassem diferentes algoritmos como solução do problema. Ao transcrever a solução para o papel, os alunos puderam realizar o *estabelecimento do plano* de estratégias para solucionar o desafio proposto, pois ao escrever os mesmos elaboraram estratégias para solucionar o problema. Ao utilizar os recursos do desafio disponíveis no computador, os estudantes puderam realizar a *execução do problema* e o seu *retrospecto*, uma vez que puderam executar as estratégias, e ao mesmo tempo verificar a validade do que estava sendo feito. Neste caso a minha interferência consistiu na organização das estratégias utilizadas pelos estudantes ao solucionarem o desafio por tentativas. Segundo este fato, Polya cita que o professor deve “auxiliar” os alunos começando primeiramente com sugestões de estratégias, pois a sugestão de organizar a solução através dos movimentos feitos pela embarcação, fez com que os alunos deixassem o método da tentativa e de fato partissem para a formulação do algoritmo de solução.

Após um tempo, alguns alunos já estavam conseguindo atravessar os monges e canibais várias vezes, é possível atribuir este entendimento do algoritmo ao fato da criação da estratégia para a solução do problema. Pois os alunos conseguiram entender o algoritmo porque eles mesmos o criaram através da escrita. Novamente aqui, percebemos que as idéias do autor estão em concordância com as estratégias utilizadas pelos alunos. O autor defende que a matemática não é "esporte para espectadores", ou seja, para se obter um conhecimento matemático, é necessário que o aluno desempenhe papel efetivo na aprendizagem dos conceitos, onde uma dessas formas efetivas é a formulação de uma solução para um problema.

Além disso, durante a atividade os alunos mostraram-se bastante motivados solucionarem o desafio, uma vez que foram citadas pelos estudantes frases como: "Sora, este foi o joguinho mais legal até agora!" e "Deveriam ter mais deste tipo na oficina!". Este fato mostra o quanto a vontade de solucionar o problema motivou os alunos a buscarem uma resolução para o mesmo.

Atividade 4: "A Travessia": Um homem que pesa 100 quilos, e seus 2 filhos, um pesando 40 quilos e o outro pesando 60, precisam atravessar o rio. O único barco disponível só pode carregar até 100 quilos de cada vez. Como eles poderão chegar até a outra margem?

Soluções dos alunos

Aluno 1: Vai o de 40 e o de 60 depois vouta o de 40 e o tio vai e depois o de 60 volta pra buscar o de 40.

Aluno 2: Primeiro vai um depois vai os outros porque se for os três o barco vai afundar.

Aluno3: Os dois filhos vão e um vouta e o tio vai.

Aluno 4: O irmão de 60 vai levar o irmão de 40 quilos e volta para buscar o pai e o de 60 fica e o de 100 vai e fica 40 e volta o irmão de 40 quilos para buscar o irmão de 60 quilos.

Aluno 5: Os dois filhos vão até a margem e o filho de 40 kg volta para buscar o pai e o pai vai o filho de 60 kg vem para buscar o de 40 kg.

Aluno 6: Vão os dois filhos. Um fica pá o outro volta com a canoa. Vai o pai sozinho fica. E depois volta o filho para buscar o irmão.

Aluno 7: Primeiro vai os dois filhos depois volta um filho o filho fica e vai o pai. O pai chega do outro lado e da o barco para o outro filho, o filho vai para pegar o outro filho e os três atravessam o rio.

Nesta atividade os alunos não apresentaram muitas dificuldades com relação ao entendimento do problema pelo aluno e quanto à sua resolução, uma vez que o problema fez sentido para os mesmos, ou seja, o problema apresentou um sentido e um propósito para os alunos, o que está de acordo com a teoria de Polya, sobre as características ideais de um problema. Isto pode ser visto ao analisarmos a resposta do aluno 2: "*Primeiro vai um depois vai os outros porque se for os três o barco vai afundar"*. Com esta resposta, é possível perceber a *compreensão do problema* pelo aluno, conforme a formulação trazida por Polya.

Durante a resolução, os alunos discutiram entre si de que forma o problema poderia ser solucionado, e com isso foi possível criar primeiramente uma estratégia conceitual (*estabelecimento do plano*), para em seguida *executá-la* de forma escrita, e após verificar a sua validade (*retrospecto*).

Conseqüentemente, na resolução desta questão houve pouca intervenção da minha parte, o que também está de acordo com as idéias do sobre a mínima intervenção docente na resolução do problema pelo aluno.

Analisando as respostas dos alunos, é possível notar que os alunos adotaram estratégias semelhantes: a de primeiramente mandar os filhos para a outra margem do rio, uma vez que se mandassem somente o pai, não iria fazer diferença na resolução do problema. Atribuo este rápido entendimento da situação proposta à formulação de um pensamento metódico pelos alunos em relação a outros problemas, conforme a formulação de Polya. Explicando melhor, através da resolução de outros problemas, os alunos conseguiram solucionar este através de um possível método generalizado de resolução de problemas.

Atividade 5: Um corredor ficou ao mesmo tempo como 13° melhor colocado e 13° pior colocado. Quantos participantes tinham a competição?

Soluções dos alunos:

Aluno 1: Tem au todo 25 participantes.

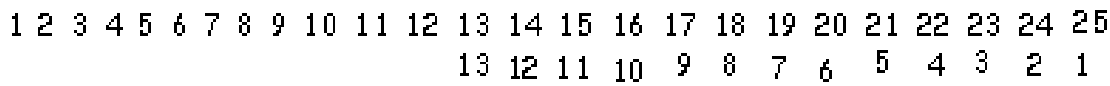

Figura 4: solução do aluno 1

Aluno 2:

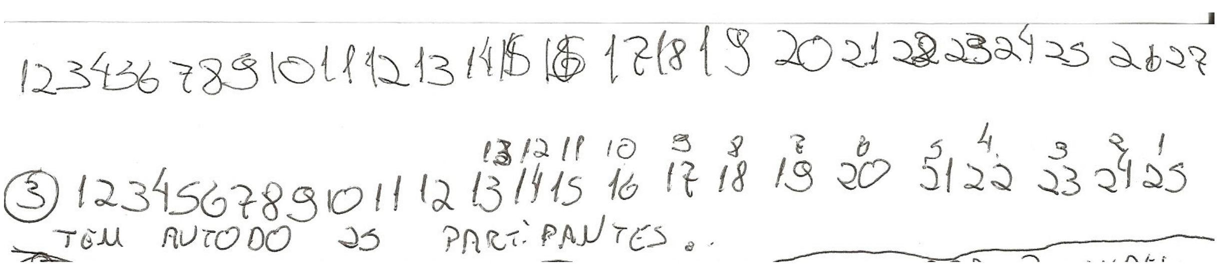

Figura 5: solução do aluno 2

Aluno 3: Tem 25 corredor porque do primeiro até o 13º.

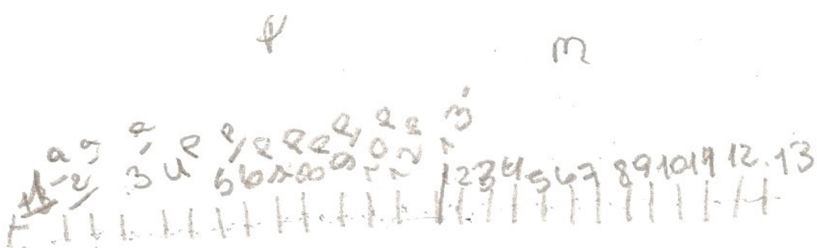

Figura 6: solução do aluno 3

Num primeiro momento, os alunos não compreenderam o problema, e alguns até disseram coisas do tipo “sôra, como é que eu vou saber quantos competidores tinham, se eu só sei isso?”. Isto mostra que num primeiro momento, os alunos não entenderam o significado de ser o pior colocado, o que ficou evidente depois, quando os questionei quanto ao significado de ser o 13º pior na classificação. Mostrei a eles casos com cinco participantes, e escrevi no papel como forma de seqüência ordenada. Para ilustrar que o 5º melhor era, neste caso, o 1º pior. Em minha opinião, isto foi o que tornou o problema um tanto difícil para os alunos.

Após a explicação, os alunos responderam que então eram 26 corredores, o que, particularmente, é natural em um primeiro momento, uma vez que provavelmente, realizaram o raciocínio 13+13=26. Com isso, questionei sobre qual seria a colocação do 13º melhor entre a classificação dos piores, neste caso. Sugeri que escrevessem os competidores em forma de seqüência, e depois verificassem a colocação do 13º melhor em relação aos piores. Alguns alunos duvidaram do que eu estava falando inicialmente, mas logo depois verificaram que este seria o 14º pior. Em uma tentativa rápida para corrigir a resposta, alguns disseram que então eram 27 participantes, o que mostra a confusão ao deslocar a colocação do 13º. Sugeri que contassem novamente, e então perceberam o erro.

É possível notar que a fase de *compreensão do problema* pelo aluno ocorreu após a minha explicação sobre o significado de ser o 13º pior colocado. Particularmente neste problema, as fases de *estabelecimento do plano* e *execução* foram realizadas concomitantemente, uma vez que os alunos estabeleceram o seu plano de estratégias com o auxílio das minhas sugestões, ao fazer a execução das mesmas. A fase de *retrospecto* foi realizada no momento em que os alunos faziam a verificação das suas respostas.

Este fato ilustra que a minha intervenção docente só ocorreu devido ao erro de raciocínio dos alunos e, portanto não interferiu no raciocínio dos estudantes em si, mas ajudou os mesmos a encontrarem o caminho correto para a solução por si mesmo, o que está de acordo com o que diz Polya: “A função do professor é conduzir o aluno à solução do problema por si mesmo”.

Com esta atividade, também foi possível desenvolver o conceito de seqüência com os alunos, que através das minhas sugestões, acabaram a utilizando este conceito como estratégia para solucionar o problema. Isto está de acordo com o que diz o autor sobre extrair conceitos matemáticos de situações problema.

Atividade 6: Esta atividade consistiu na resolução do desafio de lógica “Family crisis”, disponível no site: http://www.plastelina.net/game3.html , onde é disponibilizado um aplicativo onde os alunos podem manipular os personagens do problema em questão, para assim encontrar a solução. O desafio consiste no seguinte:

“Ajude a família a atravessar o penhasco até o outro lado da ponte. Note que: É noite e, então eles devem ter usar uma lamparina. Cada pessoa atravessa a ponte com diferentes velocidades: 1 segundo, 3 segundos, 6 segundos, 8 segundos e 12 segundos. A ponte sustenta no máximo duas pessoas. A dupla deve caminhar junta na velocidade da pessoa mais lenta. A lamparina tem duração de 30 segundos apenas.”

Soluções dos alunos:

Aluno 1: Os dois irmãos depois o mais rápididnho volta e vai o pai e o vovô e voulta segundo irmão e o irmão volta com a mãe e depois ele volta e vai os dois irmão juntos.

Aluno 2: Vai os irmãos volta um e vai com a mãe novamente volta 1 vai o pai e o avô e o gordinho e volta o de 3 vai os dois ganhei.

Aluno 3: Vai dois irmão volta o menino 1 para o outro lado volta com a mamãe volta o menino 1 fica o pai e o vô vão juntos volta o menino 3 e uma lanterna e vão os dois.

Aluno 4: Foi os irmãos depois foi o pai e os avós, depois foi a mãe e o filho.

Aluno 5: Primeiro vai os dois guri vouta um aquele que voutou fica vai o pai e o vô vouta o guri que ficou vouta o guri o primeiro com a mãe vouta o guri e depois vouta os dois irmão.

Aluno6: Dois irmãos vouta o de 1 vai a mãe e o de 1 vouta o de 1 vai o pai e o avô vouta o irmão de 3 e vai os dois.

Aluno 7:Primeiro os dois irmão depois o pai e o avô e depois o gordinho volta e vai a mãe e o magrinho depois o magrinho volta pra pegar o irmão gordo.

Aluno 8: Vai os dois irmão o irmão volta e vai o veio e o gordo o magrinho volta e pega a mãe e vai o irmão pega outro.

Aluno 9: Primeiro vai os dois irmão. O irmão mais rápido volta e fica e vai o veio e o gordo e vai o irmão de 3 segundos e vai a mulher e o filho mais rápido o filho rápido volta e vai os dois irmão.

Aluno 10: 1 vai os 2 irmão depois volta o nº1 buscar o nº3 e vai o nº 1 e 3. Depois volta o nº 1 e vai o nº 4 e 5 . Daí volta o nº 2 buscar o nº 1 ai fica todos de um lado.

Durante a realização desta atividade, percebi que os alunos se sentiram desafiados pelo problema do aplicativo, e por isso demonstraram motivação para o solucionar. Desta forma a resolução tornou-se divertida para os estudantes.

Este fato ilustra que a atividade proporcionou uma motivação aos alunos em solucionar a atividade, fazendo com que os mesmos pudessem se "encantar pelo problema". Referente a quais características o problema deve apresentar, o autor diz que: "Os alunos não devem ser desencantados por um ensino mal dirigido". Este "encantamento" mostra que os alunos realmente passaram pela fase de *compreensão do problema*, segundo a proposta de Polya, uma vez que este encantamento foi gerado pelo bom entendimento do desafio pelos estudantes.

Primeiramente, os estudantes adotaram o método de tentativa e erro. Porém, como os alunos notaram a complexibilidade do problema, então os mesmo perceberam que teriam que adotar outro tipo de método para encontrara a solução. Os alunos foram reconhecendo o método à medida que eu questionava sobre as possibilidades possíveis. Um exemplo: "se a mãe for primeiro, o que ocorre depois, e se for o pai depois?". Desta maneira eles foram percebendo que o problema teria que otimizar o tempo. Após estas orientações, percebi que os alunos conseguiram solucionar o desafio mais facilmente. Após, os alunos foram solicitados a escrever no papel a sua solução, para que assim eles pudessem, mais uma vez, perceber a sua estratégia adotada. Aqui também verificamos que as idéias do autor estão em concordância com os fatos, uma vez que, segundo Polya, o aluno deve descobrir a solução do problema por si só, e que o professor deve apenas conduzir o aluno à solução, porém interferindo o mínimo possível, uma vez que a principal função do professor é fazer o aluno pensar.

Semelhantemente à atividade 3, ao escrever a solução na folha de respostas, os alunos puderam estabelecer um *plano de estratégias*, pois ao escrever a resolução, os estudantes eram conduzidos a pensar no desafio e a elaborar estratégias para a solução. Analogamente com o uso do aplicativo do computador, os alunos realizaram a *execução do plano* e o *retrospecto*, utilizando para isto, os recursos do aplicativo disponível.

Analisando as respostas dos alunos podemos notar que as estratégias adotadas acabaram sendo parecidas, pois todas as resoluções iniciam com a travessia dos dois meninos. Isto mostra que os estudantes acabaram com soluções parecidas devido a um tipo de pensamento metódico provocado pela resolução dos outros problemas da oficina. Segundo Polya, o método para solucionar problemas é umas das coisas mais importantes para se tirar das aulas de matemática na escola, pois, segundo o autor é supérfluo introduzir assuntos que só têm interesse para futuros matemáticos.

6. CONCLUSÃO

Tendo como base o que foi observado durante as aulas da oficina de matemática na Escola Estadual Porto Alegre, concluo que os meus procedimentos docentes, utilizados durante as aulas, favoreceram a resolução dos problemas propostos. Pude perceber isso ao observar que, na maior parte dos problemas propostos em aula, e analisados nesse trabalho, os estudantes não sabiam como proceder com a resolução do problema, em um primeiro momento Porém, após realizar um questionamento envolvendo a incógnita, os estudantes passavam a entender o objetivo do problema de fato, e assim conseguiam construir uma estratégia para o problema. Nos casos em que os alunos encontraram dificuldades na elaboração da estratégia, procedi da mesma forma, questionando os estudantes sobre os aspectos envolvidos no problema, e assim conduzindo os mesmo à formulação de uma estratégia que funcionasse para o problema proposto.

Minhas intervenções pedagógicas encontraram respaldo na teoria de George Polya para a resolução de problemas, uma vez que o autor traz em sua formulação a importância do questionamento docente na condução do aluno à resolução do problema proposto. Além disso, pude identificar durante as aulas aspectos tais como pouca intervenção docente durante a resolução, e as etapas de resolução propostas pelo autor: compreensão do problema, estabelecimento do plano, execução e retrospecto. Em alguns dos problemas propostos, não identifiquei a etapa do retrospecto, uma vez que foram raras às vezes em que solicitei uma “correção” da estratégia formulada aos alunos.

Na resolução de problemas, podemos identificar dois modelos de objetivos de aprendizagem. Um deles consiste na definição do conceito matemático, em um primeiro momento, seguida da visualização de exemplos e exercícios envolvendo o tal conceito, e por fim a aplicação do conceito na resolução de problemas. Ou seja, neste modelo, o aluno aprende matemática para solucionar problemas (esquema 1 da figura 7). Já no outro modelo, que pode ser visualizado através do esquema 2 da figura 7, tem-se que a resolução de problemas é concebida e utilizada como meio para se explorar o conceito matemático, para em seguida, formalizar a definição. E todo este processo serve de base para a resolução de um outro problema, que desencadeará a descoberta de um outro conceito matemático, e assim sucessivamente.

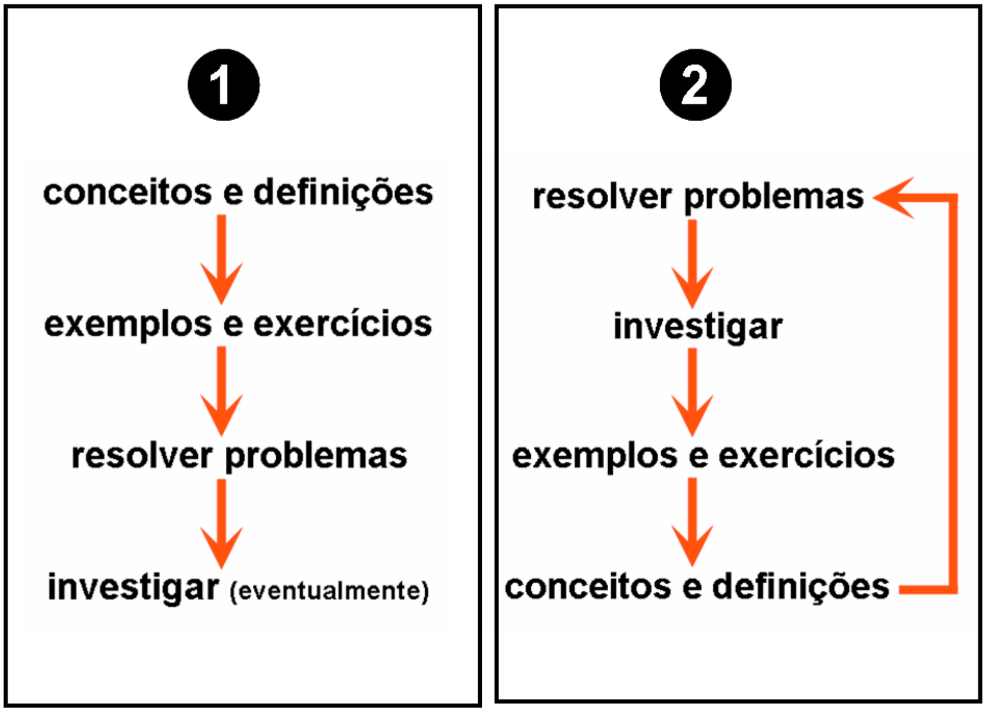

Figura 7: A utilização da resolução de problemas na aprendizagem

Grande parte dos problemas e desafios propostos durante a oficina teve como objetivo inicial, fazer com que os estudantes explorassem o problema proposto em um primeiro momento. Em um segundo momento, foram desenvolvidos alguns conceitos matemáticos, que foram introduzidos aos alunos através da situação proposta. Nesta segunda etapa, a introdução aos conceitos envolvidos no problema, foi feita através da "descoberta" de tais conceitos pelos alunos, através da situação problema. Estes conceitos "descobertos" pelos estudantes foram utilizados na elaboração de estratégias de resolução para outros problemas propostos durante a realização da oficina. Esta forma de utilização da resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática, pode ser visualizado através do esquema 2 da figura 7.

No meu entendimento, a resolução de problemas é uma ferramenta para o ensino-aprendizagem de matemática, que deve descrever a trajetória descrita pelo esquema 2 da figura 7, uma vez que para o aluno, através deste tipo de trabalho, a aprendizagem pode-se tornar mais interessante e estimulante, já que o estudante encontrará um motivo para aprender os conceitos e definições, ou seja o problema proposto em si. Seguir o esquema 1 da figura 7, pode fazer com que o aluno não compreenda o motivo pelo qual está aprendendo os conceitos, já que os mesmos não terão os seus significados relacionados ao mundo cotidiano. Desta maneira, a aprendizagem de tais conceitos pode se tornar algo mecânico e sem significado para o estudante.

REFERÊNCIAS

ALSINA, C., FORTUNY, J. M., PÉREZ, R. ¿Por qué geometria?: Propostas didáticas para la ESO. Madrid: Síntesis, 1997.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e debates . SBEM. Ano II. n. 2. Brasília. 1989. p.15-19. Disponível em: <http://www.maristas.org.br/enem/downloads/como_ensinar.pdf> Acesso em 27 de novembro de 2009.

HUETE, Juan Carlos Sanches; BRAVO, A. Fernández. O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas: tradução Ernani Rosa. – Porto Alegre: Artmed, 2006, p.193 – 232.

POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

__________________. O ensino por meio de problemas. In: Revista do Professor de Matemática, n. 7. São Paulo. 1985, p. 11-16.

SILVA, Maria J. de Castro. As relações entre a aprendizagem da matemática e a resolução de problemas, Anuário da produção acadêmica docente, vol. II, nº3. Unianhanguera, 2008. p.223-232. Disponível em: <http://sare.unianhanguera.edu.br/index.php/anudo/article/view/664/515> Acesso em 27 de novembro de 2009.

SULIVAN, Peter; MOUSLEY, Judith, JORGENSEN, Robin. Tasks and Pedagogies that Facilitate. Mathematical Problem Solving. Yearbook. Association of Mathematics Educators. Singapure. 2009, p. 17 - 42.

VIANNA, Carlos R., Resolução de problemas. Jornadas da Educação. Curitiba. 2002, p. 401-410.

ZUFFI, Edna Maura; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O ensino aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. In: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n. 11. São Paulo. 2007 p.79-97.