

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**MODELAGEM MATEMÁTICA:  
ACERCA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA  
COM QUESTÕES DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)**

**JONATHAN VICENTE HOFFMANN**

Porto Alegre  
2018

**JONATHAN VICENTE HOFFMANN**

**MODELAGEM MATEMÁTICA:  
ACERCA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA  
COM QUESTÕES DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)**

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dr<sup>a</sup>. Marilaine de Fraga Sant`Ana

Porto Alegre  
2018

**MODELAGEM MATEMÁTICA:  
ACERCA DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA  
COM QUESTÕES DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)  
JONATHAN VICENTE HOFFMANN**

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Dr<sup>a</sup>. Marilaine de Fraga Sant`Ana

Banca Examinadora:

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Fernanda Wanderer (FACED – UFRGS)

---

Prof. Dr. Alvino Alves Sant`Ana (IME – UFRGS)

## **AGRADECIMENTOS**

Como primeiro agradecimento o faço à minha mãe, pois ela foi minha primeira Professora, de quem eu recebi o amor e o fascínio pelo conhecimento. Te agradeço muito mãe, pois eu sei que tu fizeste sempre o melhor que podias por mim e pela mana.

Agradeço à minha orientadora, a qual aceitou a tarefa de me guiar pelos caminhos dessa pesquisa e de sua posterior escrita.

Transmito os meus calorosos agradecimentos aos membros da banca que aceitaram o convite para ler e analisar esse Trabalho de Conclusão de Curso.

Deveria agradecer a muitas pessoas, pois existiram muitas delas que de alguma forma me ajudaram durante esse caminho, mas espero que se tu sentires que me auxiliou de alguma forma e não o(a) menciono aqui então saiba que foste lembrado(a) e te envio meus sinceros agradecimentos. Agradeço aos familiares e amigos que em algum momento me ajudaram ou me transmitiram uma palavra de conforto e de compreensão, pois foram muito os obstáculos que passei para chegar até aqui.

Não poderia deixar de agradecer aos Mestres que me permitiram chegar até aqui e à Divindade de Bondade e de Amor que aprendi a amar e a respeitar com os ensinamentos da minha genitora, pois esse é um conforto que tive.

Dedico esse Trabalho de Conclusão de Curso a todos e todas que tem algum sonho relacionado com o Conhecimento, esse conceito que os gregos antigos chamaram de Sophia, e desejo que a resiliência seja companheira fiel de vossa persistência, pois *alles beginnt mit einem Traum*, i.e., tudo começa com um sonho.

*Da ist das Problem, suche die Lösung. Du kannst sie durch reines Denken finden; denn in der Mathematik gibt es kein Ignorabimus!*

*(David Hilbert)*

## RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso analisa e descreve como aconteceu uma prática de pesquisa com alunos da Educação Básica, na qual a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica juntamente com a Resolução de Problemas serviram como meios para propiciar reflexões acerca da Ideologia da Certeza acerca da qual Borba & Skovsmose escreveram. Essa pesquisa surgiu do desejo do autor de trazer indagações e problematizações para estudantes da Educação Básica acerca das linguagens de poder que utilizam afirmações matemáticas como forma de validar seus argumentos. A coleta de dados foi realizada no ano letivo de 2018, com uma turma do ensino médio da rede pública de Porto Alegre, por meio de um projeto de pesquisa que foi integrado nas atividades de estágio final de curso do pesquisador. Os problemas propostos e analisados foram retirados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e questionários foram criados e aplicados com a intenção de auxiliar na pesquisa. O roteiro do GTERP, Grupo de Trabalho de Estudos de Resolução de Problemas, foi utilizado para auxiliar nas etapas da Modelagem Matemática. A análise da pesquisa realizou-se de forma qualitativa, e se baseia nos trabalhos de Garnica, Barbosa, Wanderer, Polya, Onuchic e outros autores, os quais pesquisam sobre Modelagem Matemática, Etnomatemática e Resolução de Problemas.

**Palavras-chave:** Ideologia da certeza. Modelagem matemática.  
Resolução de problemas.

## **ABSTRACT**

This Course Conclusion Paper analyzes and describes how a research practice with Basic Education students took place, in which Mathematical Modeling in the Socio-Critical Perspective together with Problem Solving served as a means to provide reflections about the Ideology of Certainty on which Borba & SKovsmose wrote. This research arose from the author's desire to bring questions and problematizations to students of Basic Education about the languages of power that use mathematical affirmations as a way of validating their arguments. The data collection was carried out in the academic year of 2018, with a high school class of the public network of Porto Alegre, through a research project that was integrated in the activities of the researcher's final stage of the course. The problems proposed and analyzed were taken from the National High School Examination (ENEM) and questionnaires were created and applied with the intention of assisting in the research. The GTERP roadmap, Working Group on Problem Solving Studies, was used to assist in the stages of Mathematical Modeling. The research was carried out in a qualitative way, and is based on the works of Garnica, Barbosa, Wanderer, Polya, Onuchic and other authors, who research on Mathematical Modeling, Ethnomathematics and Problem Solving.

**Keywords:** Certainty ideology. Mathematical modeling. Problem solving.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Acerca da Pesquisa e da Teoria .....</b>	<b>14</b>
2.1	<b>Sobre a Modelagem Matemática na Perspectiva     Sócio- Crítica e Sobre os Ambientes de Aprendizagem .....</b>	<b>17</b>
2.2	<b>Sobre a Ideologia da Certeza .....</b>	<b>18</b>
2.3	<b>Sobre o ENEM e a Resolução de Problemas .....</b>	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>Acerca da Metodologia da Pesquisa.....</b>	<b>23</b>
3.1	<b>A Escola e o Professor Estagiário .....</b>	<b>25</b>
3.2	<b>A Escola e a Pesquisa .....</b>	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>Acerca das Atividades e Encontros .....</b>	<b>30</b>
4.1	<b>Primeira Atividade; Encontro 1 e suas Reflexões .....</b>	<b>30</b>
4.2	<b>Segunda Atividade; Encontro 2 e suas Reflexões .....</b>	<b>36</b>
4.3	<b>Segunda Atividade; Encontro 3 e suas Reflexões .....</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>Considerações .....</b>	<b>43</b>
	<b>Referências .....</b>	<b>45</b>
	<b>Anexos .....</b>	<b>47</b>
	<b>Anexo 1 Carta de Aceite da Pesquisa .....</b>	<b>47</b>
	<b>Apêndices .....</b>	<b>48</b>
	<b>Apêndice 1 Termo de Consentimento .....</b>	<b>48</b>
	<b>Apêndice 2 Termo de Assentimento.....</b>	<b>49</b>
	<b>Apêndice 3 Atividade 1 com seu respectivo Questionário .....</b>	<b>50</b>
	<b>Apêndice 4 Atividade 2 com seus respectivos Questionários ...</b>	<b>52</b>

## 1 Introdução

Esse Trabalho de Conclusão de curso versa sobre um desejo de refletir sobre alguns dos conhecimentos adquiridos e de algumas aprendizagens vivenciadas durante o curso de Licenciatura em Matemática nos âmbitos da graduação, extensão e pesquisa. Com o intuito de sanar um pouco daquele desejo descrevo e reflito acerca de uma prática de pesquisa realizada com alunos do segundo ano do Ensino Médio da rede pública de ensino de uma escola estadual localizada na cidade de Porto Alegre, capital do estado do Rio Grande do Sul (RS).

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) me propiciou a participação numa variada gama de atividades, e por isso sou muito grato, mas antes de elencá-las irei rememorar um pouco do percurso que me trouxe até aqui.

Minha escolaridade no âmbito da Educação Básica foi realizada na cidade de São Leopoldo (RS), embora seja nato da cidade de Porto Alegre, e quando cheguei ao final do Ensino Médio no Instituto Estadual de Educação Professor Pedro Schneider já tinha a certeza de que desejava ser um estudante do Ensino Superior na UFRGS, dessa forma prestei o concurso vestibular para o curso de Engenharia Metalúrgica, fui aprovado e o frequentei por dois anos, mas ao longo desse tempo percebi que o curso no qual eu estava galgando aprovação não me satisfazia, por diversos motivos, e então me afastei da faculdade por quatro semestres, fui trabalhar, ajudar a família e refletir sobre o que eu realmente queria fazer profissionalmente.

Ao final dos quatro semestres eu retornei à faculdade, já com a convicção de querer cursar Licenciatura em Matemática e para isso solicitei que a universidade me permitisse realizar a transferência interna de curso, fui aprovado na seleção que houve para a transferência interna, minha jornada pelos caminhos da licenciatura se iniciou e fui apresentado aos mais diversos ramos dos conhecimentos matemáticos e pedagógicos que o currículo se dispunha a ofertar.

Particpei não apenas das disciplinas obrigatórias do meu currículo acadêmico, mas também fui agraciado com as aprendizagens de dois grupos de pesquisa na condição de Bolsista de Iniciação Científica; na primeira participação como bolsista fui membro do projeto de pesquisa “Pedagogias no e do trabalho associado: usos de si e circulação de valores e saberes de adultos”, no qual fui orientado pela Professora

Doutora Maria Clara Bueno Fischer, à qual é vinculada ao Departamento de Estudos Especializados da Faculdade de Educação da UFRGS e na segunda participação fui orientado no projeto de pesquisa “Modelagem Matemática no Ensino Superior” pela Professora Doutora Marilaine de Fraga Sant’Ana, à qual é vinculada ao Departamento de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS.

A participação em ambos os projetos me propiciou descobrir e vivenciar o mundo da pesquisa acadêmica com a intencionalidade pedagógica e como Bolsista de Iniciação Científica estive presente em diversos eventos nos quais eu expus alguns dos dados das pesquisas que realizei e aprendi com as pesquisas dos outros colegas e professores, e dessa forma por duas vezes (uma vez em cada projeto), recebi o prêmio de destaque na apresentação de trabalho no Salão de Iniciação Científica da UFRGS pela apresentação do trabalho de pesquisa que foi desenvolvido sob a orientação daquelas docentes supracitadas.

Tive a oportunidade de participar de diversas outras atividades que creio terem contribuído para minha formação docente, e dentre elas sou impelido a citar as seguintes;

i) fui Monitor nas ações de extensão “Pré-Cálculo 2016/02” e “Pré-Cálculo 2017/02”, e também atuei como Apoio Pedagógico na ação de extensão “Modelagem Matemática para Licenciando em Matemática”, ambas as três ações foram coordenadas pelo Professor Doutor Alvino Alves Sant’Ana,

ii) apresentei no Salão de Ensino UFRGS o trabalho “O Potencial Semiótico do software GrafEq e do software Winplot: questões matemáticas refletidas e analisadas com a Teoria de Registros de Representação Semiótica”, o qual foi realizado como parte das produções da disciplina obrigatória MAT01074 – Educação Matemática e Tecnologia e orientado pela docente da mesma na época, a Professora Doutora Leandra Anversa Fioreze,

iii) apresentei no Salão de Ensino UFRGS os trabalhos “História da Matemática: uma reflexão acerca do seu uso como ferramenta didática” e “História da Matemática na Educação Matemática visibilizada no periódico BOLEMA - Boletim de Educação Matemática e no periódico RBHM - Revista Brasileira de História da Matemática”,

ambos os quais foram orientados pela Professora Doutora Lucia Helena Marques Carrasco, e

iv) estudei por três anos a Língua Alemã no Núcleo de Ensino de Línguas em Extensão (NELE) do Departamento de Línguas Modernas do Instituto de Letras da UFRGS, núcleo aquele que possui coordenação geral da Professora Doutora Mônica Nariño Rodríguez.

Todas as experiências que tive na universidade me foram muito caras e por isso descrevi anteriormente algumas delas, pois dessa forma creio estar demonstrando o quão grato sou por todas as oportunidades que recebi e também de certa forma delinear um corpo que justifique todas as citações e/ou menções a diversas autoras e autores que estão presentes nesse texto, pois todas essas referências foram conhecidas e estudadas ao longo do percurso acadêmico pelo qual fui guiado.

Comentarei brevemente acerca de algumas das referências que se encontram nesse escrito ou que o inspiraram fortemente; como algumas das leituras de Paulo Freire, às quais me foram apresentadas no primeiro projeto de pesquisa no qual fui Bolsista de Iniciação Científica e que me guiam até hoje.

As referências da Resolução de Problemas da Professora Lourdes de la Rosa Onuchic e as referências da Modelagem Matemática do Professor Doutor Marcelo de Carvalho Borba e do Professor Doutor Jonei Cerqueira Barbosa na perspectiva Sócio-Crítica, foram discutidas e refletidas no segundo projeto de pesquisa no qual fui Bolsista de Iniciação Científica.

Naquele projeto tive a satisfação de perceber que a inspiração freiriana que eu trazia também fazia parte dos aportes teóricos aceitos e discutidos pelo grupo de pesquisa. No capítulo dois discuti acerca de alguns pontos iniciais da pesquisa e da teoria que usei para fundamentá-la e nele foram escritas algumas linhas sobre a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica, sobre os Ambientes de Aprendizagem trazidos por Barbosa em sua tese, sobre a Ideologia da Certeza e trago um pequeno relato acerca do ENEM e de como a metodologia da Resolução de Problemas foi utilizada nessa pesquisa.

A metodologia da pesquisa é discutida no terceiro capítulo e nele fiz algumas incursões pelos recantos da memória e pelas páginas do meu caderno da disciplina de

estágio final de curso para poder trazer informações da escola e das múltiplas relações que se fizeram presentes no estágio e com a pesquisa.

As atividades e as reflexões provenientes das reflexões sobre os fatos acontecidos nos encontros se encontram no quarto capítulo, e no quinto e último capítulo de texto escrevi algumas das considerações acerca de tudo o que experienciei no estágio e na pesquisa, após esse capítulo se encontram as referências bibliográficas e por último os anexos mencionados no corpo desse texto.

## 2 Acerca da Pesquisa e da Teoria

Esse trabalho possui como epígrafe a frase que foi proferida pelo matemático alemão David Hilbert em sua conferência no II Congresso Mundial de Matemáticos, o qual aconteceu na cidade de Paris, em 1900.

Entretanto, essa inspiração se relaciona com o fato de essa frase ter se tornado uma falácia matemática, quiçá a maior de todas as presentes na História da Matemática. Tomei conhecimento daquela frase e do contexto de seu significado quando estudei alguns conteúdos do supracitado ramo da Matemática e desde o início ela criou um sentimento de indagação, o qual foi crescendo ao longo das minhas experiências acadêmicas.

Quando num determinado momento surgia uma discussão acerca da Matemática e de suas certezas eu sempre me recordava da conferência proferida e do que significou para a Matemática como um todo quando o matemático austríaco Kurt Gödel provou matematicamente, com seu famoso Teorema da Incompletude que na Matemática há sim *Ignorabimus*, pois concordo com BATISTELA quando a mesma afirma que;

Um abalo ocorreu no projeto de Hilbert quando Gödel anunciou que havia mostrado a existência de uma sentença verdadeira da aritmética, mas não demonstrável no sistema formal da aritmética dos números naturais e, ainda, que esse sistema não podia provar a sua própria consistência.  
(BATISTELA, 2017, p.20)

Refleti algumas vezes acerca dos significados daquela sentença e de algumas das possíveis implicações da demonstração do Teorema da Incompletude para a Educação Matemática. O excerto da sentença se encontra abaixo, o qual foi traduzido pelo Professor Doutor Sérgio Nobre no editorial do volume 3, número 5 de abril de 2003 da Revista Brasileira de História da Matemática;

Esta convicção de que a solubilidade de um problema matemático nos dá um forte estímulo durante o trabalho, nós ouvimos um grito contínuo que vem de dentro: *Da ist das Problem, suche die Lösung. Du kannst sie durch reines Denken finden; denn in der Mathematik gibt es kein Ignorabimus! (aí está o problema, procura a solução. Você pode encontrá-la através do pensamento puro, pois na matemática não existe "ignoremos"!).*  
(HILBERT Apud NOBRE, 2003, pg. 11)

A certeza de que há alguma(s) incerteza(s) na Matemática se tornou algo muito importante dentre as descobertas que se fizeram ao longo do curso de licenciatura em Matemática, pois doravante eu estava de posse de um poderoso resultado matemático que se opunha ao consenso geral de que a disciplina da Matemática produz sempre resultados certos, absolutos e quase sem necessidades de justificativas.

Quando travei contato com a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica, uma tendência relativamente recente na Educação Matemática, percebi que havia encontrado um nicho de conhecimento(s) no qual minha compreensão de Matemática se adequava perfeitamente, pois compreendo aquela como nem sempre assertiva e que necessita sim de justificativas, principalmente quando usada para tomar decisões na sociedade.

Identifiquei-me com as leituras que fiz naquela teoria da Modelagem Matemática, pois aquelas me mostraram um ramo da Educação Matemática com o qual podem-se criar atividades matemáticas que explorem e reflitam os diversos usos da Matemática nos mais variados locais nos quais ela se encontra, tal como BARBOSA explica;

As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal. (BARBOSA, 2001, pg. 4)

Ao pensar sobre o Trabalho de Conclusão de Curso eu já tinha o desejo intrínseco de fazer uma pesquisa na qual eu pudesse de alguma forma propiciar uma reflexão sobre a Matemática na sociedade e seus usos por aqueles que detêm os meios de conduzir os fios da vida dos demais semelhantes, e sendo assim propus um trabalho qualitativo que pudesse mostrar minha inspiração e que pudesse abrir os horizontes de compreensão aos alunos participantes da mesma.

Aquela abertura de horizontes está relacionada com o sentido de que seriam colocados de frente à uma compreensão diferenciada da Matemática e dessa forma

seriam instigados a refletir sobre suas produções e possíveis diferentes resultados obtidos por colegas, quando colocados perante às mesmas questões.

A pergunta, à qual dá sustentação à essa pesquisa e cujos indícios procurei encontrar nas produções dos alunos participantes da pesquisa, surgiu após fazer a leitura de um texto de BORBA & SKOVSMOSE, no qual ambos afirmam o seguinte;

Dessa forma, a matemática é usada para dar suporte ao debate político. Mas não apenas isso. Ela se torna parte da linguagem com a qual sugestões políticas, tecnológicas e administrativas são apresentadas. A matemática torna-se parte da linguagem do poder. Neste artigo, apresentamos um aspecto que faz da matemática a palavra final em muitas discussões.  
(BORBA & SKOVSMOSE, 2001, pg. 127)

Essa afirmação se encontra no capítulo cinco do livro “Educação matemática crítica: A questão da democracia”, e cujo título daquele é “A Ideologia da Certeza em Educação Matemática”.

Tendo em mente aquela afirmação e sob a égide da minha orientadora criei a proposta de trabalho de conclusão de curso, na qual em linhas gerais, me propus a realizar uma prática de Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica (BARBOSA, 2001), associada com questões do ENEM (EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO) com alunos do Ensino Médio de uma escola de Porto Alegre, durante a minha atuação nas práticas da disciplina de Estágio em Educação Matemática.

Naquela prática salientei intencionar que os alunos desenvolvessem, ao menos indícios, de um Pensamento Crítico associado com os conhecimentos que permeiam a disciplina de Matemática, suas várias ramificações e usos na sociedade, assim como propiciar discussões acerca da ideologia da certeza da Matemática, sobre à qual Borba e Skovsmose versam.

E assim o foco principal desse Trabalho de Conclusão de Curso foi responder ou procurar indícios que auxiliassem nesse caminho, a seguinte indagação:

*“Como suscitar discussões críticas acerca da Matemática e de alguns de seus usos na sociedade a partir de questões daquela presentes no ENEM?”*

Aquela asserção não foi explicitamente entregue e/ou discutida com os estudantes por causa de um desejo de que sua reflexão surgisse naturalmente no



ínterim das atividades, de suas observações e diálogos relacionados, e sendo assim acredito que os resultados observados mostram que foi uma escolha prudente por parte do pesquisador, sendo que surgiram reflexões que relacionei com a asserção.

## **2.1 Sobre a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica e Sobre os Ambientes de Aprendizagem**

No prefácio do livro “Modelagem em Educação Matemática”, de autoria de João Frederico da Costa de A. Meyer, Ademir Donizeti Caldeira e de Ana Paula dos Santos Malheiros, encontramos a informação dada pela pesquisadora Lourdes Maria Werle de Almeida de que é nos finais da década de 1970 que podemos vislumbrar o início da história da Modelagem Matemática na Educação Matemática no Brasil e, portanto não é de se espantar que a perspectiva que está inserida nessa pesquisa seja tão recente.

Os autores do supracitado livro dissertam brevemente sobre algumas das perspectivas da Modelagem Matemática, seja sob a ótica da Educação Matemática ou da Matemática Aplicada, não obstante, me atenho à interpretação que eles trazem e que versa sobre a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica, à qual diz que:

Já Barbosa (2001) compreende a Modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a questionar e ou investigar situações com referências à realidade por meio da Matemática.  
(MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011, pg. 81)

Dessa forma faz-se necessário compreender um pouco sobre o que são esses Ambientes de Aprendizagem para Barbosa e, portanto trago um excerto do segundo capítulo da tese dele, no qual ele explicita essa compreensão, e segundo o qual;

Ambiente de aprendizagem é uma noção apresentada por Skovsmose (2000). Refere-se às condições sob as quais os alunos são incentivados a desenvolver determinadas atividades. A resolução de problemas, por exemplo, configura um ambiente de aprendizagem; a aula expositiva, outra; e assim por diante. As condições que definem a organização de um determinado trabalho escolar representam um ambiente de aprendizagem. Assim, Modelagem é um tipo de ambiente entre os vários possíveis. Ao meu ver, Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. Nada garante que os alunos se envolvam em tarefas desse cunho. Por razões diversas, os alunos podem ter outras prioridades; pode ser que os interesses dos alunos e os do professor não se encontrem, criando dificuldades, mas isso não dissipa o ambiente de aprendizagem de Modelagem.  
(BARBOSA, 2001, pg. 34)

Assim sendo, e parafraseando uma famosa asserção creditada ao matemático inglês Sir Isaac Newton, afirmo que procurei me alicerçar nos ombros de gigantes e de suas interpretações teóricas acerca das leituras que fiz, para dessa forma tecer os fios da trama que acolhem essa pesquisa.

## **2.2 Sobre a Ideologia da Certeza**

No começo do segundo capítulo delineei quais foram as raízes que me levaram a formular a pergunta foco dessa pesquisa e é naquela leitura crítica que trago subsídios para esclarecer o que é a Ideologia da certeza no contexto dessa pesquisa.

Borba e Skovsmose citam que;

Vemos a ideologia da certeza como uma estrutura geral e fundamental de interpretação para um número crescente de questões que transformam a matemática em uma “linguagem de poder”. Essa visão da matemática – como um sistema perfeito, como pura, como uma ferramenta infalível se bem usada – contribui para o controle político.

(BORBA & SKOVSMOSE, 2001, pg. 129)

Os autores continuam exemplificando aquela ideologia, à qual é uma visão da matemática como possuidora de uma estabilidade inata e que não deve ser questionada pois comumente os meios de informação trazem pérolas assertivas como por exemplo, “a verdade se encontra nos números” ou “os números falam por si mesmos”, e esses são exemplos trazidos das próprias palavras dos autores que se encontram no excerto abaixo.

Entretanto, é essa visão usada pelos programas de televisão sobre ciências, pelos jornais e pelas escolas e universidades. Nesses ambientes, a matemática é frequentemente retratada como instrumento/estrutura estável e inquestionável em um mundo muito instável. Frases como “foi provado matematicamente”, “os números expressam a verdade”, “os números falam por si mesmos”, “as equações mostram/asseguram que” são frequentemente usadas na mídia e nas escolas. Essas frases parecem expressar uma visão da matemática como uma referência “acima de tudo”, como um “juiz”, que está acima dos seres humanos, como um artifício não-humano que pudesse controlar a imperfeição humana.

(BORBA & SKOVSMOSE, 2001, pg. 129)

### 2.3 Sobre o ENEM e a Resolução de Problemas

No Trabalho de Conclusão de Curso de SILVA (2011) encontra-se um estudo detalhado sobre o histórico e desenvolvimento do ENEM, e para situá-lo nessa pesquisa escolhi algumas informações que a autora escreveu, sendo que a primeira se encontra no trecho abaixo;

Em 1998 é publicada a lei 9.394, Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional (LDB). A partir dessa lei começa a ser dada maior importância para o Ensino Médio, último estágio da educação básica. Em 1998 inicia a história do Exame Nacional do Ensino Médio ao ser instituído pelo então ministro da educação, Paulo Renato de Souza. O ENEM surge para, dentre outros motivos, cumprir o que está disposto no artigo 9º, inciso 6, da LDB. Tal artigo afirma que a União incumbir-se-á de assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino. (SILVA, 2011, pg. 10)

A autora traz na décima primeira página de seu trabalho supracitado a informação de que em 2009 ocorreram mudanças no ENEM, e que alguns de seus objetivos e sua própria estrutura sofreram alterações, pois a partir daquele ano o ENEM iniciou a acontecer em dois dias, passou a ser dividido em quatro provas que passaram a ser denominadas – Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Linguagens, Código e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Piegas, em seu Trabalho de Conclusão de Curso traz informações sobre a metodologia da Resolução de Problemas às quais concordo e transcrevo abaixo.

A resolução de problemas pode ajudar no processo de ensino de Matemática e na aprendizagem de Matemática desenvolvendo nos alunos o raciocínio matemático através de problemas diferenciados. Também segundo Dante (apud SOUZA, 2005) “é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela”. (Piegas, 2017, pg. 13)

Um dos grandes autores conhecidos que escreveram sobre a resolução de problemas foi Polya e cujo trabalho é citado por Piegas, no qual a autora sistematizou na décima terceira página de seu Trabalho de Conclusão de Curso os passos que foram criados por aquele autor e expostos num trabalho de 1945 ao pensar acerca da resolução de problemas.

Ao ler aquelas informações criei o quadro abaixo para melhor os visualizar e poder relacionar com os dados e reflexões da pesquisa que ocorreu.

### **Quadro 1 – Passos da Resolução de problemas segundo Polya (1945) sistematizados em Piegas 2017**

PASSOS	PERGUNTAS ASSOCIADAS AOS PASSOS
Passo 1 - Compreensão do problema: o primeiro passo é compreender o problema.	Qual é a incógnita?
	Quais são os dados?
	Qual é a condicionante?
	É possível satisfazer a condicionante?
	A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?
	Ou insuficiente?
	Ou redundante?
	Ou contraditória?
Passo 2 - Planejamento de estratégias: Encontrar a relação entre os dados e a incógnitas. Se não achar isso poderá ver problemas semelhantes para chegar a alguma resolução.	Já o viu antes?
	Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?...
	É possível reformular o problema?
	É possível reformulá-lo ainda de outra maneira?
	Volte às definições
Passo 3 - Execução das estratégias revendo todos os passos:	É possível verificar claramente que o passo está correto?
	É possível demonstrar que está correto?
Passo 4 - Verificação e interpretação dos resultados obtidos:	É possível verificar o resultado?
	É possível verificar o argumento?
	É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?
	É possível isso num relance?
	É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: Autor

Os passos de Polya me surgiram na pesquisa ao me indagar sobre as reescritas que os alunos faziam dos problemas originais do ENEM, mais de forma intuitiva do que de forma sistemática, pois eu já supunha que os alunos não seguiriam formas de reescrita que pudessem ser totalmente observadas e/ou classificadas de acordo com essa lista.

Não obstante, espero ainda analisar os dados de forma mais profunda e procurar por possíveis relações com a teoria e com o método que Polya apresentou ao mundo matemático, pois acredito que isso enriquecerá a pesquisa como um todo.

Acerca do Grupo de Trabalho de Estudos de Resolução de Problemas (GTERP) Piegas traz as seguintes informações;

Onuchic coordena um Grupo de Trabalho de Estudos de Resolução de Problemas (GTERP) em Rio Claro (UNESP). O grupo, que é formado por alunos e ex-alunos da Pós Graduação em Matemática, se reúne para aperfeiçoar seus conhecimentos. O GTERP desenvolve inúmeras atividades de investigações no campo da Resolução de Problemas e formação de professores.

(Piegas, 2017, pg. 14)

Ainda escrevendo sobre o trabalho desenvolvido pelo supracitado grupo de pesquisa Piegas descreve os passos do roteiro metodológico que foi criado pelo mesmo em 2004, e com base naquela descrição eu criei o quadro que se encontra na próxima página, numa tentativa de que facilite visualmente a compreensão dos passos.

**Quadro 2 – Passos da Resolução de Problemas do GTERP  
sistematizados em Piegas 2017**

<b>Passos</b>	<b>Roteiro relacionado aos passos</b>
1 - Preparação do problema:	O professor deve escolher um problema, chamado problema gerador, visando construir um novo conceito com o mesmo.
2 - Leitura individual:	Cada aluno deverá receber uma cópia do problema e fazer a leitura.
3 - Leitura em conjunto:	O professor pede para a turma se separar em grupos para fazer a leitura do problema em conjunto. Se houver dificuldades com a interpretação do problema, ou com palavras, o professor poderá ajudar na leitura e no melhor entendimento do problema.
4 - Resolução do problema:	No momento que os alunos entenderam o problema, eles começam em seus grupos, num trabalho colaborativo a buscar a sua resolução. Nesse cenário, sendo os alunos construtores da “nova matemática” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que ajudará os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor.
5 - Observar e incentivar:	Nesse passo, o professor observa o trabalho dos grupos, o comportamento de cada aluno e estimula o trabalho colaborativo. Também, incentiva os alunos a usarem os conhecimentos prévios de matemática.
6 - Registro das resoluções no quadro:	O professor pede que cada representante dos grupos escreva no quadro a sua resolução. Todos os tipos de repostas devem ser colocadas, para que o grande grupo possa discuti-las.
7 - Plenária:	Nesse momento, os alunos explicam suas ideias e discutem as dúvidas. O professor se coloca como mediador, incentivando a participação de todos.
8 - Busca do consenso:	Após serem discutidas e resolvidas todas as dúvidas, o professor convida a todos a chegarem num consenso para a resposta certa para o problema.
9 - Formalização do conteúdo:	No momento de formalização do conteúdo, o professor apresenta de forma organizada em linguagem matemática, os conceitos, princípios e procedimentos usados para a resolução do problema proposto.

Fonte: Autor.

Aquele roteiro será novamente alvo de discussões quando surgirem as análises das atividades que aconteceram na pesquisa e a forma, total ou parcial de seu uso será melhor explicado naquele capítulo

### 3 Acerca da Metodologia da Pesquisa

Esse é um trabalho que se apoia na vertente qualitativa do ato de pesquisar e concordo com Garnica quando o mesmo escreve sobre o fato de não haver nem uma normatização absoluta e nem modelos fixos em abordagens qualitativas de pesquisa. No excerto abaixo o autor supracitado pormenoriza aquelas abordagens, de forma que;

A pesquisa qualitativa, concordamos, é um meio fluido, vibrante, vivo e, portanto, impossível de prender-se por parâmetros fixos, similares à legislação, às normas, às ações formalmente pré-fixadas. Em abordagens qualitativas de pesquisa, não há modelos fixos, não há normatização absoluta, não há a segurança estática dos tratamentos numéricos, do suporte rigidamente exato. É investigação que interage e, interagindo, altera-se. É alteração que se aprofunda nas malhas do fazer e forma-se em ação. Sendo incessante construção e aprofundamento, há que se ressaltar, dentre os parâmetros que formam a fluida base do pesquisar qualitativo, o fator tempo. (Garnica, 2001, pg. 42)

Assim sendo me sinto contemplado pela compreensão de pesquisa qualitativa que o mesmo aponta, pois essa, na minha percepção, entra em diálogo direto com a proposta do projeto de pesquisa, quando me propus a realizar um trabalho que se preocupou em conversar com os alunos, em trazer suas vozes e dar visibilidade às mesmas.

E o autor ainda escreve sobre a pesquisa qualitativa ao pontuar sobre a questão da inclusão do pesquisador numa linha de pesquisa qualitativa da importância de que o mesmo se responsabilize pelos seus resultados, o que entendo como sendo em todas as fases da pesquisa.

Nesse texto percebi que Garnica advoga por uma percepção de pesquisa qualitativa viva e sem normas que retirem o oxigênio da mesma, sem esquecermos, entretanto de que como toda forma de pesquisa ela deve seguir parâmetros éticos e de compromisso com a verdade.

Ao ler com atenção o próximo excerto daquele autor fui levado a acreditar que o mesmo fez profundas reflexões acerca da inserção da Educação Matemática em pesquisas qualitativas e o trecho diz que;

Essa gama de diferentes fatores subsidiam e enriquecem a pesquisa realizada na vertente qualitativa, dado, principalmente, estar nas mãos do pesquisador e não de um método pré-definido – a responsabilidade pela apreensão dos conhecimentos que – se espera – possam ser compartilhados, tornados públicos. Incluir-se numa linha de pesquisa chamada “qualitativa” exige atenção a essa questão. Incluir-se consciente e comprometidamente numa linha de pesquisa, qualquer que seja ela, é abrir-se ao fato de que essa inclusão, ela própria, já é, por si, elemento essencial para essa maturação em ação. Exigir-se-á do pesquisador que defenda uma visão de mundo, que advogue por seus fundantes, que se responsabilize por seus “resultados”, que participe da construção – ou aceite, com conhecimento de causa –, seus paradigmas. (Garnica, 2001, pg. 42)

Assim sendo me sinto contemplado por aquela compreensão de pesquisa qualitativa que o mesmo aponta, pois na minha percepção, entra em diálogo direto com o projeto de pesquisa e o método como a pesquisa ocorreu na escola, o qual descrevo a seguir.

Subsidiado por duas Atividades, às quais ocorreram em três Encontros, com duração de 100min cada encontro, os alunos foram convidados a participar de uma pesquisa que envolveu a apresentação, discussão e resolução de duas questões do conteúdo de Matemática do ENEM.

Nesse primeiro momento, as resoluções seguiram o roteiro da Resolução de Problemas criado pelo GETERP, o qual já foi apresentado e após os alunos foram colocados perante a Modelagem Matemática dos problemas de forma que trouxessem aquelas situações problemáticas o mais próximo possível de suas realidades e dessa forma, em conjunto com questionários criados para incentivar a reflexão sobre o que estavam fazendo acreditamos que surgiu a Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica.

As folhas foram recolhidas, catalogadas numa pasta e a cada um dos alunos que participaram da pesquisa foi associada uma letra maiúscula do nosso alfabeto, iniciando pelo A e justaposta com um número inteiro iniciando em um (1), e como a escolha de ordem na pasta foi aleatória intencionei que nenhum dado ficasse fácil de ser associado a determinado(a) aluno(a) dessa forma.



### **3.1 A Escola e o Professor Estagiário**

A escola em que ocorreu a pesquisa se localiza num bairro considerado de classe média da cidade de Porto Alegre e, portanto eu creio que ao ser encaminhado para o estágio final do curso na mesma então seria colocado de frente a estudantes com poucas dificuldades financeiras e sendo assim supus que poderia contar com o fato de que poderia fazer uso de tecnologias e/ou outras metodologias de ensino que envolvessem o investimento por parte dos responsáveis dos alunos.

Foi uma surpresa descobrir que apesar da considerável boa localização da escola ela recebia em sua maioria alunos provenientes de bairros da periferia da capital gaúcha, segundo informações das representantes da direção com quem conversei, e assim tive de pensar em alternativas de ensino e aprendizagem que não onerassem os familiares dos alunos, pois seria muito difícil conseguir que todos contribuíssem financeiramente para a compra ou fabricação de materiais de auxílio nas aulas.

A escola possuía um sistema de seis períodos de aula no turno da manhã, turno em que realizei o estágio e a prática da pesquisa, sendo que cada período de aula tinha duração de 50min. A aula iniciava às 07h30min, com pausa de 15min para o recreio às 10h00min, posterior retorno às 10h15min e término do sexto período de aula às 12h45min.

Algo que me alegrou e me chamou muito a atenção foi o fato de que os alunos que precisassem almoçar na escola podiam deixar seus alimentos na geladeira da sala dos professores e podiam usar o forno de micro-ondas também localizado lá para esquentar sua refeição.

Aquela necessidade me ficou bastante clara ao conversar com alguns dos alunos trabalhadores na sala dos professores e que me relataram que se a escola não os permitisse de assim o fazer então eles teriam de abandonar os estudos, pois não haveria tempo hábil de chegar em casa, almoçar e depois chegar em tempo no serviço. Isso me fez perceber que a direção da escola era sensível à realidade da juventude brasileira que deseja completar seus estudos, mas que também precisa prover seu sustento, e talvez até de seus familiares.

A disciplina de estágio que realizei na escola exigia um mínimo de 14h de observação de aulas na turma e 30h de docência na turma que me foi autorizada a

mesma, e eu fui muito bem recebido, tanto pela Direção da escola quanto pela Professora Titular da turma, à qual estava em processo de finalização da sua defesa de dissertação em Educação Matemática e para cuja defesa eu fui convidado e pude fazer parte desse momento importante de um aprimoramento da qualificação profissional da professora da disciplina de Matemática da turma.

Abaixo se encontra uma fotografia que apresenta o pavilhão onde se localizava a turma em que eu realizei a prática do estágio e conseqüentemente essa pesquisa, sendo que sobre as portas foram colocadas tarjas pretas, pois algumas delas estavam entreabertas no momento em que as fotografias foram retiradas, com consentimento da escola e dessa forma evito que seja possível a maximização da imagem e possivelmente a respectiva identificação de algum estudante da escola.

**Figura 1 – Pavilhão com salas de aula**

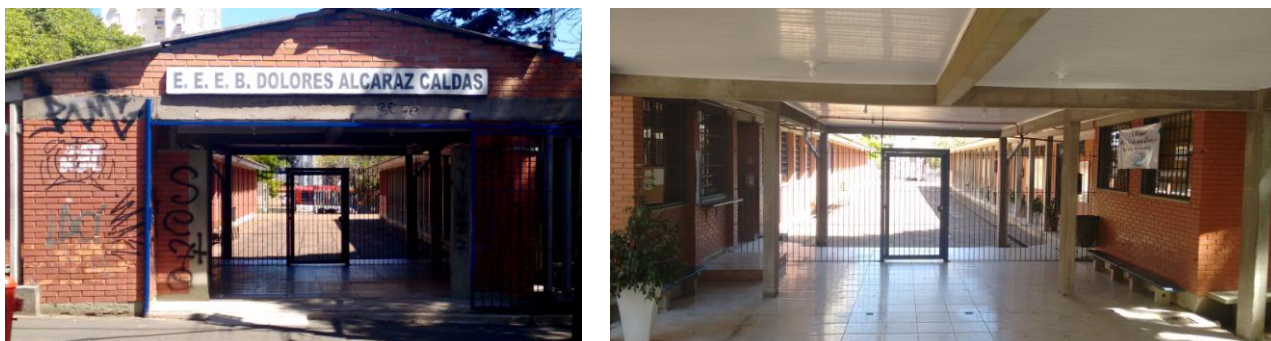


Fonte: Autor.

Embora a escola não dispusesse de grandes verbas para investimentos, a mesma possuía os ambientes limpos e arejados. Todas as salas nas quais eu estive presente se mostraram com classes em boas condições, com boa ventilação e iluminação, assim como possuindo o mínimo de estrutura física esperada para o ato de lecionar ocorrer, i.e.; lousa e canetas.

Abaixo se encontram duas fotografias da entrada da escola, às quais obtive autorização da direção para fazer e publicar em documentos e eventos relacionados à pesquisa que desenvolvi.

**Figura 2 – Fachada externa e corredor de entrada da escola**



Fonte: Autor.

Como professor estagiário da disciplina de Matemática eu tive a incumbência de lecionar quatro períodos semanais daquela na turma, sempre sob as orientações e supervisões da orientadora do meu estágio final de curso, a Professora Doutora Andreia Dalcin e da professora titular da turma.

Os planos de aula, aula por aula, foram sempre discutidos e analisados antes das aulas pelas mesmas, e assim eu apliquei apenas os planos que foram aprovados, com ou sem alterações.

Inserido no Plano de Curso da disciplina do meu estágio final de curso estava inclusa a possibilidade de que o discente realizasse até 10h da prática de docência como parte de um projeto de pesquisa, embasado em teorias da educação matemática e cuja pesquisa pudesse trazer reflexões pertinentes à disciplina, e foi dessa forma que essa pesquisa obteve autorização para sua realização na escola.

### 3.2 A Escola e a Pesquisa

Durante as semanas em que realizei as observações na turma em que estagiaria eu procurei conhecer e desenvolver uma relação profissional e de amizade com as pessoas que se encontravam na escola, e dessa forma trouxe a carta com o pedido de aceite da escola sobre a pesquisa e expliquei à Supervisora dos Estágios na escola sobre meu desejo de realizar aquela na mesma turma em que eu realizaria meu estágio e que a pesquisa serviria de suporte para a parte prática do meu Trabalho de Conclusão de Curso.

A Supervisora levou meu pedido à Direção da escola, à qual me concedeu a autorização por escrito para a realização da pesquisa, e o modelo exato da carta que levei para a escola se encontra nos anexos desse texto, sendo que a versão com a assinatura da diretora e o carimbo da escola não estão aqui por motivos éticos.

O projeto de pesquisa que eu almejava aplicar na turma já havia sido aprovado pelas instâncias éticas do Instituto de Matemática e Estatística, mas para estar de acordo com as regras daquelas instâncias eu deveria seguir determinadas etapas rígidas de pesquisa, às quais foram em linhas gerais;

i) primeiro entreguei o Termo de Consentimento da pesquisa para os alunos levarem para seus respectivos responsáveis lerem e se assim desejassem então permitir ou não a participação na pesquisa,

ii) entreguei, li e expliquei o Termo de Assentimento para os discentes, onde também salientei que a participação na pesquisa era voluntária, sem benefícios de qualquer outra natureza além da natureza educativa relacionada e que a participação ou não na mesma não afetaria sua nota na disciplina de Matemática e,

iii) recolhi ambos os termos dos alunos que participariam da pesquisa antes de iniciar as atividades que estavam previstas. Ambos os termos, conforme forem entregues aos alunos, se encontram nos anexos também.

Um fato que gerou uma tensão inesperada foi que a direção da escola precisou explicar para uma família de um(a) aluno(a) da turma que no Termo de Consentimento precisava constar sim o número do documento de identidade do(a) responsável pelo(a) menor para que o(a) mesmo(a) pudesse participar da pesquisa.

A direção foi ética e não me informou o nome do(a) aluno(a) envolvido(a) na situação, mas me disse que a família não compreendia o fato do pedido desse dado, e eu agradei e reiterei o fato de esse ser um pedido relacionado com as práticas éticas de pesquisa na universidade.

Abaixo elaborei um quadro em que informo exatamente quais alunos(as) estavam presentes durante as atividades da pesquisa, quais alunos estavam em aula, mas que não estavam participando da pesquisa e quantos alunos haviam faltado nos encontros.

### Quadro 3 – Alunos e a Pesquisa

		Alunos(as) que estiveram presentes em algum momento da pesquisa											T.A.P.Enc.	T.A.N.P.Enc.	T.A.F.Enc.
Atividades e Encontros		A1	B2	C3	D4	E5	F6	G7	H8	I9	J10	K11			
Atv.1	Enc.1	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	10	5	1
Atv.2	Enc.2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	11	3	2
	Enc.3	F	P	P	P	F	P	F	P	P	P	F	7	3	6

Fonte: Autor.

O quadro anterior possui a seguinte legenda, à qual por motivos de melhor compreensão apresento organizada em três colunas e três linhas no quadro abaixo:

### Quadro 4 – Legenda do Quadro 3

Atv.1; atividade 1	Atv.2; atividade 2	P; discente presente F; discente ausente
Enc.1; encontro 1	Enc.2; encontro 2	Enc.3; encontro 3
T.A.P.Enc.; total de alunos participantes da pesquisa no encontro	T.A.N.P.Enc.; total de alunos não participantes da pesquisa no encontro	T.A.F.Enc.; total de alunos que faltaram no encontro

Fonte: Autor.

## **4 Acerca das Atividades e Encontros**

Na pesquisa ocorreram duas Atividades, sendo que a primeira tomou vida em apenas um Encontro e a segunda Atividade necessitou de dois Encontros para que sua realização fosse efetivada. Abaixo descrevo e reflito de forma sucinta, acerca das Atividades, dos Encontros e das reflexões que creio que ocorreram nas mesmas.

### **4.1 Primeira Atividade; Encontro 1 e suas Reflexões**

Na primeira atividade estiveram presentes dez alunos(as) participantes da pesquisa, cinco alunos(as) que não participaram da pesquisa, os quais resolveram questões de uma lista de exercícios como forma de exercitar e melhorar seus conhecimentos e um(a) aluno(a) que faltou no dia desse encontro.

Essa atividade ocorreu em um único encontro cuja duração temporal foi de 100min e foi constituída pela entrega de duas folhas de ofício com os conteúdos constantes nas mesmas, sendo que cada aluno(a) participante da pesquisa recebeu as duas folhas sem nenhum custo.

Aos alunos que não quiseram ou que não obtiveram permissão dos responsáveis para participar da pesquisa foi entregue uma folha de ofício para cada um(a) na qual estavam os exercícios de revisão do conteúdo que havia estado presente na prova anterior, e da mesma forma esses alunos também receberam essas cópias de forma gratuita.

Após entregar todas as folhas aos alunos(as) então eu expliquei aos alunos que não participariam da pesquisa que durante os momentos em que os colegas participantes da pesquisa estivessem fazendo alguma atividade da pesquisa na qual eu não precisasse, ou não devesse interceder, então eu os ajudaria com explicações dos exercícios.

Entretanto, deixei bem claro que não poderia responder questão alguma da pesquisa aos alunos que não tinham me entregue os Termos de Consentimento assinados pelos respectivos responsáveis, pois caso o fizesse, isso poderia ser considerado como uma forma de participação do(a) aluno(a) na pesquisa, e após essa explicação eu me voltei aos alunos partícipes da pesquisa, pedi para que os mesmos

se dividissem em dois grupos de cinco alunos cada e lemos juntos a questão do ENEM que constava na primeira folha, à qual tinha uma denominação de ATIVIDADE 1.

A questão do ENEM com a qual iniciamos o primeiro encontro da pesquisa foi a questão número 159 da prova cinza da segunda aplicação do exame no ano de 2014, à qual retirei do banco de provas anteriores do sítio virtual do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o qual é responsável, não somente mas também, pelos trâmites relacionados à confecção e divulgação do exame que ficou popularmente conhecido como ENEM.

Abaixo e na próxima página se encontram duas imagens, isto é, a imagem daquela questão conforme a mesma se encontra no original e a imagem da questão que foi entregue aos estudantes, digitada e com um espaço maior para que eles pudessem ter espaço suficiente para apresentar a forma como a resolveram, e essa imagem se encontra na parte dos anexos desse texto, junto à folha da ATIVIDADE 1.

### Figura 3 – Questão com apresentação original do ENEM

#### QUESTÃO 159

Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,45, mais R\$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B, a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,60, mais R\$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.

Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

- A 0,75
- B 0,45
- C 0,38
- D 0,33
- E 0,13

#### Figura 4 – Questão com apresentação entregue aos discentes

##### ENEM 2014 (SEGUNDA APLICAÇÃO) - QUESTÃO 159 PROVA CINZA

Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,45, mais R\$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B, a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,60, mais R\$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.

Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

A 0,75

B 0,45

C 0,38

D 0,33

E 0,13

Fonte: Autor.

Essa questão trazia uma situação acerca de uma suposta corrida de taxi realizada em duas cidades distintas, como é possível ver nas imagens, ou no anexo em que se encontra e aquela foi escolhida após eu já ter lecionado algumas aulas para a turma, pois durante o período das observações das aulas na turma e durante as aulas anteriores à aplicação das atividades da pesquisa eu procurei, de uma forma geral, descobrir como eram os conhecimentos da turma e quais conteúdos seriam ou não mais difíceis para que eles realizassem as atividades.

Agora, refletindo acerca da prática que realizei, talvez até possa chamar de uma escolha metodológica da pesquisa, pois ela foi crucial para que a mesma ocorresse dentro de uma determinada constância de temporalidade que era esperada.

A resolução da questão foi de fato algo que não impediu a maioria dos estudantes de continuar participando da atividade, e na resolução dessa questão original do ENEM, assim como na outra, foi seguido o roteiro metodológico de resolução de problemas que foi criado pelo GETERP.

Nesse primeiro encontro os alunos se mostraram um pouco tímidos quando solicitei que fossem escolhidos representantes do grupo para levarem as ideias e resoluções do mesmo para a lousa, assim como também, no começo, se mostraram um



pouco reticentes quando solicitei que chegássemos num consenso e escolhêssemos, o que na percepção deles era a resposta certa.

Aquela timidez fez com que em vez de irem no quadro resolver as questões, os representantes me mostraram o que haviam produzido nos grupos e conversando com a turma é que fomos construindo as interpretações das respostas que eles consideravam como corretas, e essa mudança na forma como se deu a ATIVIDADE 1 pode ser então usada para se considerar que a metodologia da pesquisa se inspirou no supracitado roteiro do GETERP, mas que não o seguiu completamente.

Entretanto, creio que isso não invalida a pesquisa de forma alguma, pois essa é uma pesquisa qualitativa na explicação de Garnica, conforme foi explicado anteriormente, e a forma como compreendo a pesquisa qualitativa abarca a concepção de fluidez e de vitalidade da e na mesma e sendo assim, um traço de vida se apresentou na pesquisa quando fiz uma pequena modificação nela para que ela respeitasse o tempo de aceite dos alunos.

Creio que a resolução de ambas as questões do ENEM foi importante, pois propiciou um início de reflexão acerca das (in)certezas da matemática quando os alunos foram solicitados a reescrever e a modelar aquela questão de forma a que a mesma fizesse mais sentido nos seus cotidianos.

Essa reescrita da questão do ENEM constava na terceira pergunta contida no questionário que foi entregue conjuntamente aos estudantes, sendo que foi pensada para ser resolvida em grupo, mas os estudantes não conseguiam chegar num consenso de como a realizar em grupo e me pediram para modificar essa forma de resolução, e assim alguns responderam sozinhos e outros cujas compreensões mais se assemelhavam responderam em conjunto ou de formas muito parecidas.

Esse pedido deles pela modificação da forma de resposta da questão me fez repensar sobre os instrumentos de pesquisa, pois realmente compreendi que de fato o pedido deles era consistente e pertinente. Eles tinham experiências as mais variadas, seria mais enriquecedor para a pesquisa ter essa gama maior de dados do que apenas podar os pensamentos e lampejos de comunicação que advinham deles e foi perceptível que eles se focaram mais e com mais afinco na atividade após aquele aceite.

No sentido de que respeitei uma compreensão que veio dos alunos e que foi uma forma de valorizar a participação deles como seres humanos com desejos e vontades únicas então creio que aceitar aquele pedido foi uma forma de ação que dialoga com os ensinamentos de Paulo Freire quando ele escreveu que *“saber que devo respeito à autonomia , à dignidade e à identidade do educando e, na prática, procurar a coerência com esse saber, me leva inapelavelmente à criação de algumas virtudes ou qualidades sem as quais aquele saber vira inautêntico, palavreado vazio e inoperante,(FREIRE 1996, pg. 62)”*.

A questão do certo ou errado nas respostas deles quando reescreveram e modelaram o problema do ENEM surgiu e compreendi que eles fizeram uma reflexão sobre a diferença da questão original do ENEM com essa.

Aquela tinha uma única resposta à qual constava nas alternativas da mesma, entretanto na versão da questão que solicitava uma reescrita com dados mais próximos da realidade deles não haveria necessariamente uma única resposta correta, e nessa pergunta era exatamente isso que eu esperava que os alunos parassem e refletissem, pois aí encontrei o gérmen da discussão que se seguiu sobre algumas das (in)certezas da matemática quando falamos de problemas e situações do mundo do cotidiano deles.

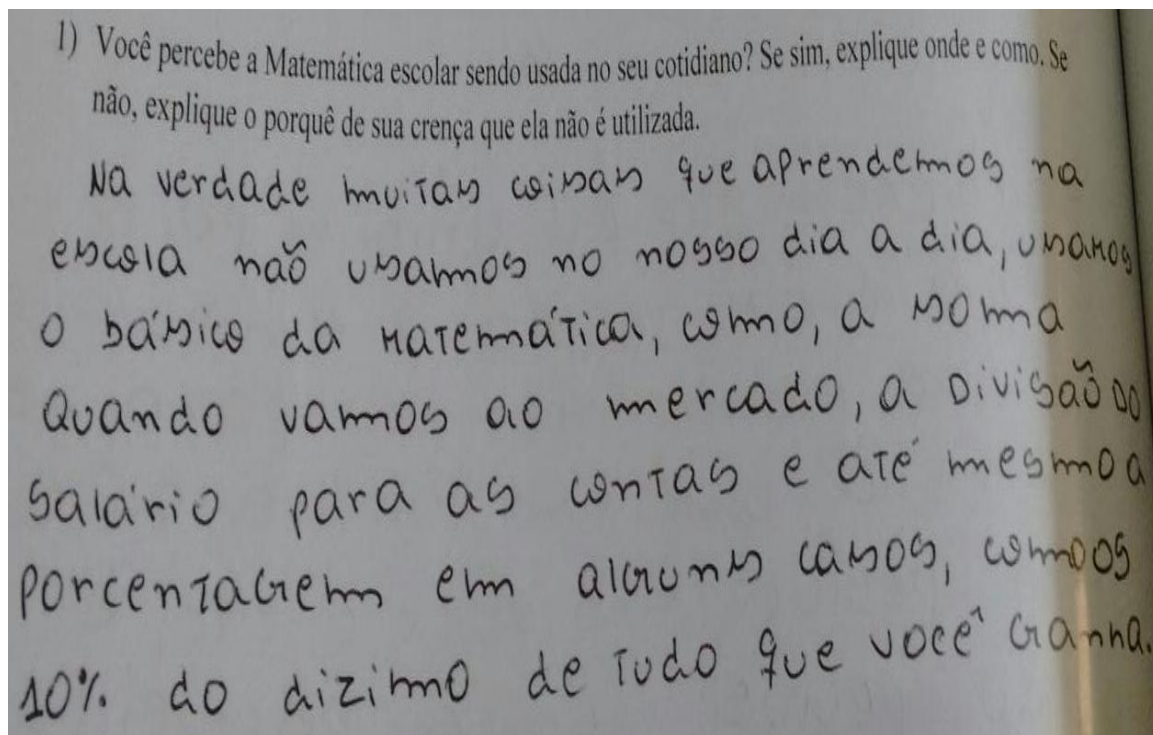
As perguntas um e dois do questionário da ATIVIDADE 1 foram pensadas para dar suporte e instigar possíveis observações e pensamentos dos alunos com relação à presença da matemática em suas vidas fora do ambiente escolar, assim como também para que os mesmos fossem chamados numa reflexão acerca de um uso primário da matemática na sociedade, o qual é servir como um meio de validação de fórmulas que resultam nos valores finais de produtos e serviços que necessitamos.

Ambas as perguntas geraram discussões interessantes, mas trago a resposta à primeira pergunta, do(a) aluno(a) que denominei A1 pois naquela resposta eu percebi o que chamarei de um proto-indício de percepção do uso da matemática nas relações de poder que permeiam a sociedade.

Naquela pergunta o(a) aluno(a) fez uma pequena menção ao dízimo que é pago na igreja de tudo o que (ele/ela) ganha.

A resposta foi dada em forma percentual, o que indica que A1 estava possivelmente pensando no uso de uma fórmula matemática para a resolução do problema de dar para a igreja 10% de seus ganhos, reais ou fictícios.

**Figura 5 - Imagem da resposta de A1 que salienta os 10% do dízimo**



Fonte: Autor.

O que me chamou a atenção na resposta de A1 foi essa possível conexão entre uma clara relação de poder na sociedade e de uma possível fórmula matemática que dita a forma como um membro da igreja pensada deve se relacionar economicamente com a mesma e essa era uma das possíveis discussões que eu queria que surgissem na turma participante da pesquisa e embora nesse primeiro encontro nenhuma clara reflexão sobre essas questões de poder e os usos da matemática tenha surgido de forma enérgica, mesmo assim senti que intuitivamente eles seriam capazes de trazer essa reflexão à tona.

## 4.2 Segunda Atividade; Encontro 2 e suas Reflexões

A segunda atividade aconteceu em dois encontros de 100min cada, sendo que nesse primeiro encontro estiveram presentes onze alunos(as) participantes da pesquisa, três alunos(as) que não participaram da pesquisa, os quais continuaram resolvendo a lista de exercícios que havia sido entregue no encontro anterior e dois alunos(as) faltaram no dia desse encontro.

No primeiro encontro dessa atividade foram entregues as folhas com o problema do ENEM que resolvemos, assim como as perguntas dos questionários.

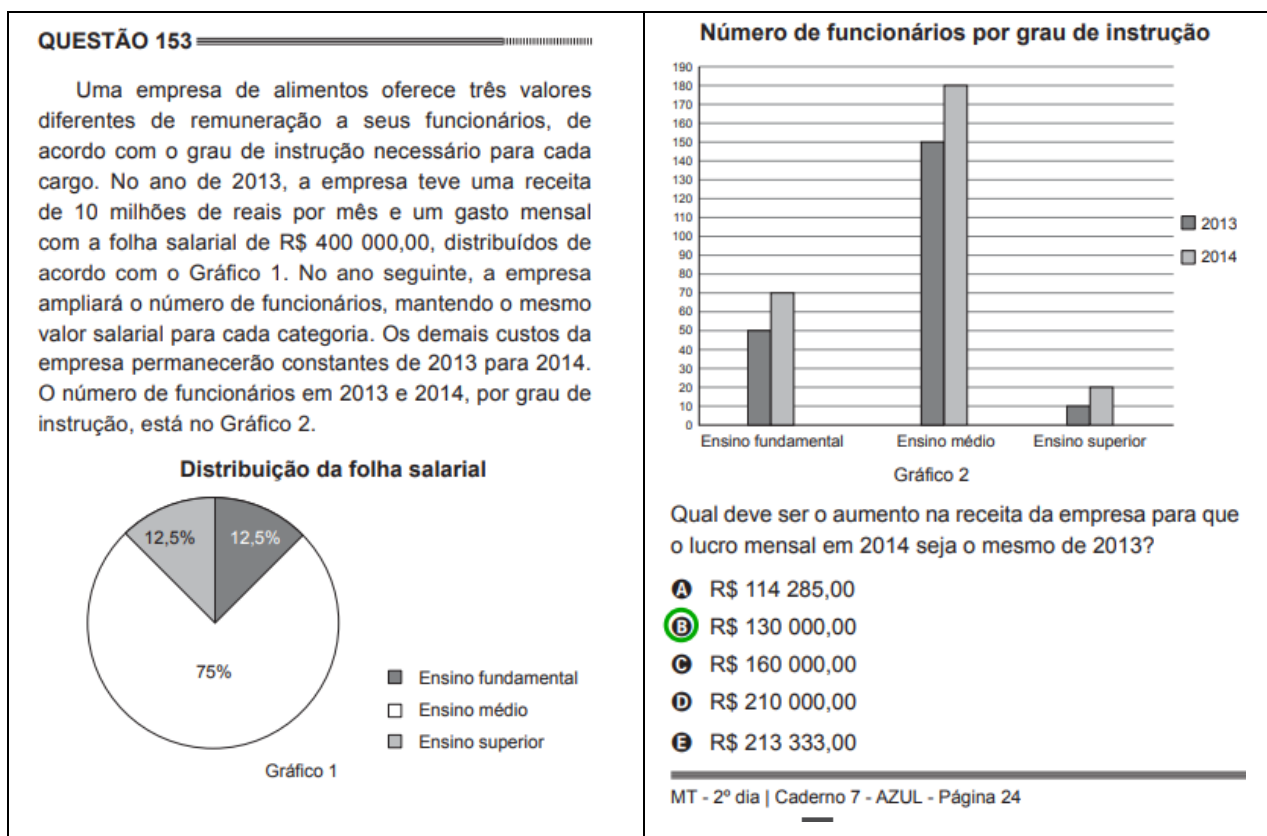
A palavra está no plural pois após uma reflexão inicial acerca da primeira atividade foi percebida a necessidade de mais perguntas que pudessem propiciar maiores reflexões nos alunos acerca da matemática e das suas relações/intersecções na sociedade fora dos ambientes escolares e a solução que foi encontrada foi aumentar o número de questionários e diluir suas perguntas em dois encontros.

A questão do ENEM que foi escolhida para ser parte do início dessa ATIVIDADE 2 foi a questão número 153 da prova azul, da primeira aplicação do ENEM do ano de 2014. Conforme pode-se ver pela imagem na próxima página, a questão versava sobre uma empresa fictícia e as relações envolvidas no pagamento da folha salarial dos funcionários, do lucro da empresa e das diferentes faixas salariais que existiam na empresa de acordo com a escolaridade que cada funcionário apresentava.

A resolução desse problema pelos alunos, me fez refletir e relacionar a pesquisa com a forma como o GTERP trabalha com a Resolução de Problemas, pois concordo com o seguinte excerto que a exemplifica;

Nós, no grupo GTERP, temos trabalhado em Resolução de Problemas com a “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. (ONUChic, 2012, pg. 12)

**Figura 6 – Questão 153 com apresentação do ENEM**



Fonte: Inep.

A resolução da questão do ENEM, de acordo com os passos metodológicos do roteiro de resolução de problemas do GETERP levou todo o tempo disponível desse primeiro encontro e abaixo está a imagem da resolução final obtida por cada um dos grupos para o problema.

A resolução do Grupo A foi apresentada pelo(a) aluno(a) H8 e buscou uma possível validação visual para o momento da explicação de como chegaram na resposta correta, segundo suas compreensões.

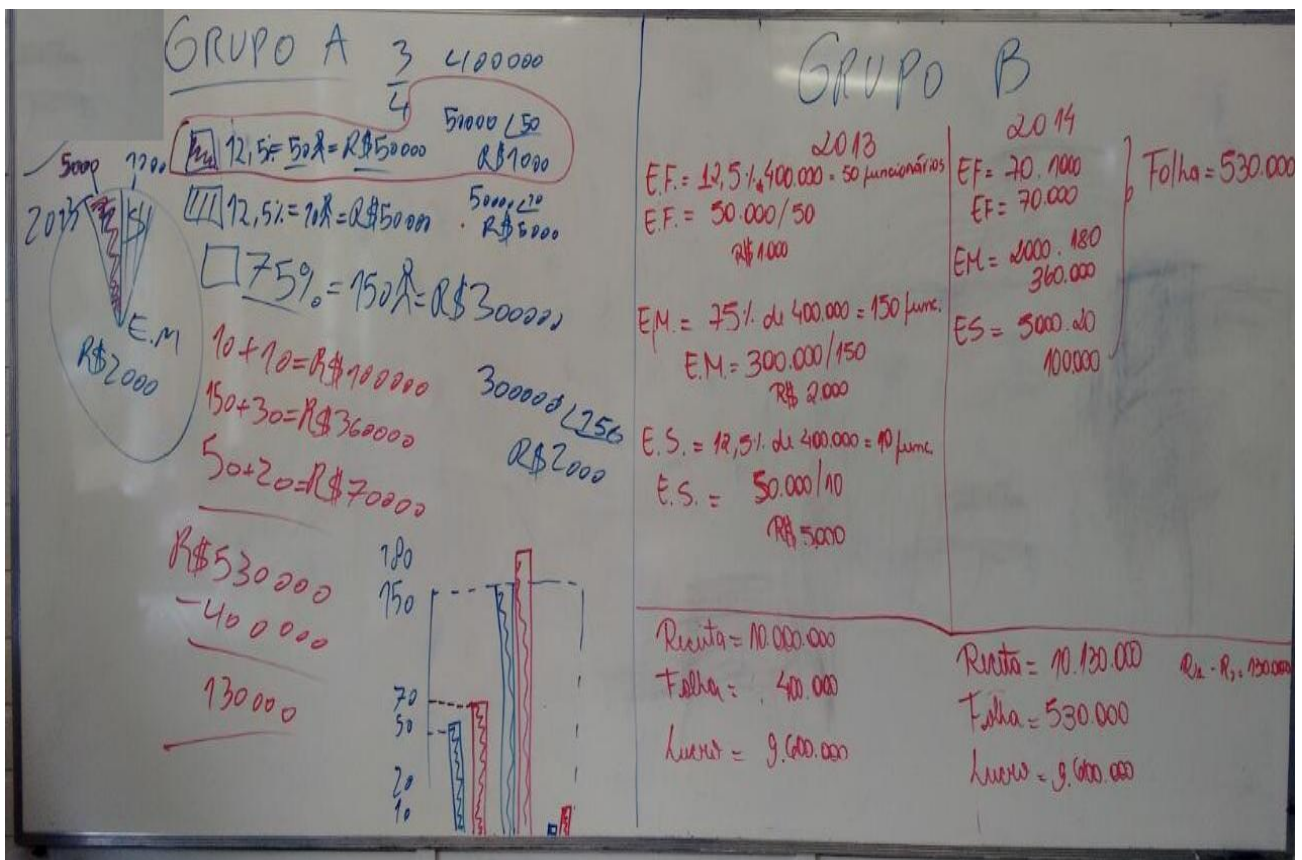
Já o Grupo B, o qual foi representado pelo(a) aluno(a) E5 se preocupou mais em explicar o passo-a-passo de como os membros do grupo haviam concordado com aquela resposta.

A presença daqueles(as) alunos(as) no quadro demonstrou uma segurança e desenvoltura muito boas e propiciou que dessa vez o roteiro metodológico fosse

seguido regamente, o que me gerou satisfação pois eu queria que conseguíssemos o vivenciar plenamente para que eu pudesse o perceber e avaliar seu uso ao menos uma vez antes de formado.

Essa imagem é representativa não somente do sexto passo do roteiro metodológico, mas também simboliza a Modelagem Matemática inicial que os alunos tiveram que fazer para chegar em suas soluções.

**Figura 7 - Resolução de Problemas e Modelagem Matemática**



Fonte: Autor.

### 4.3 Segunda Atividade; Encontro 3 e suas Reflexões

O último encontro nasceu e se desenvolveu num dia muito frio e chuvoso, e é devido ao fator climatológico que suponho terem havido tantas faltas nesse dia, pois apenas sete alunos(as) estiveram presentes e participaram do término da Atividade 2, sendo que três alunos(as) os quais não podiam participar daquela continuaram resolvendo os exercícios da lista que já mencionei anteriormente.

Apesar de que poucos dos alunos participantes da pesquisa tenham estado presentes nesse encontro, ainda assim creio que o mesmo atendeu ao seu intento, pois surgiram reflexões diretamente relacionadas com o enlace entre a Matemática e as Linguagens de Poder, segundo a minha opinião.

Nas imagens que posteriormente coloquei no texto se encontram trechos, os quais foram escritos por dois alunos diferentes quando responderam a mesma pergunta presente na Atividade 2, no primeiro questionário dela.

A pergunta respondida foi a de número quatro (4), à qual transcrevo abaixo com o intuito de facilitar a leitura desse material.

*“4) Suponha que exista apenas um(a) dono(a) da empresa e que o(a) mesmo(a) deva explicar aos funcionários o porquê do valor da folha de pagamento ter de permanecer fixo, então como aquele(a) provavelmente o faria?”*

Conforme já expliquei anteriormente, as atividades com seus respectivos questionários foram pensadas e criadas tomando-se o cuidado de não evidenciar claramente qual era o foco principal do escrutínio da pesquisa, i.e., encontrar indícios de um pensamento crítico e de reflexões acerca dos usos da Matemática pelos ambientes e/ou estruturas regem a convivência na sociedade em que os(as) alunos(as) se inserem.

Então, num momento inicial os participantes da pesquisa responderam à algumas das perguntas dos questionários e quando o sinal para o segundo período tocou eu os convidei para que dialogassem e dividissem com os colegas suas respostas.

Foi um momento de grandes descobertas, pois de alguma forma eles conseguiram vislumbrar críticas aos usos que são feitos dos conhecimentos matemáticos na sociedade, e no interím das leituras e análises de parte do material produzido na pesquisa é que surgiram algumas possíveis conversas teóricas com o capítulo de Wanderer, o qual foi publicado em “Observatório da educação I: tendências no ensino da matemática.”, e esse material foi organizado pelas pesquisadoras Angélica Vier Munhoz e Ieda Maria Giongo.

No texto interno ao livro supracitado e que foi denominado “Educação Matemática, Etnomatemática e Práticas Pedagógicas”, a Professora Fernanda Wanderer traz algumas reflexões que compreendo serem pertinentes ao âmbito dessa pesquisa, e o próximo trecho elucida essa assertiva.

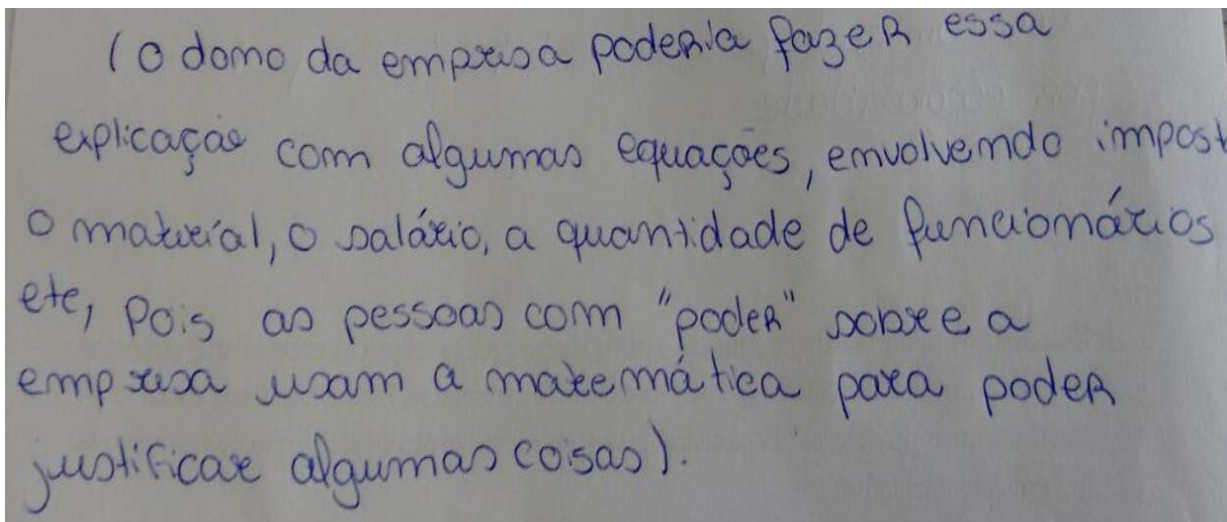
“A análise de Lizcano (2004) vincula-se à discussão empreendida por D’Ambrósio. Examinando um texto de Galileo que afirmava a natureza ser um livro escrito pela linguagem matemática, Lizcano (Ibidem, p. 133) expressa que tal texto é exemplar para se discutir a linguagem da matemática acadêmica. Para o autor, ao afirmar-se que a natureza pode ser escrita nessa linguagem, há a constiuição de um processo de legitimação do poder aspirado por uma minoria letrada – os únicos capazes de compreender a matemática e, por isso, a natureza – , ao mesmo tempo em que põe em ação um programa de exclusão – de homens e mulheres como não-produtores do saber, salvo se dominarem a linguagem matemática.”  
(Wanderer, 2014, pg. 11)

No seguinte excerto o(a) aluno(a) B2 trouxe como resposta uma percepção envolta por equações e por uma compreensão de que existem sim pessoas com determinadas formas de gerência na vida de outras, a transcrição da resposta dele(a) está abaixo e na próxima página se encontra fotografia de seu manuscrito:

*“O dono da empresa poderia fazer essa explicação com algumas equações, envolvendo imposto o material, o salário, a quantidade de funcionários etc, pois as pessoas com “poder” sobre a empresa usam a matemática para poder justificar algumas coisas).“*



**Figura 8 – Resposta de B2 evidenciando uso da matemática pela empresa**



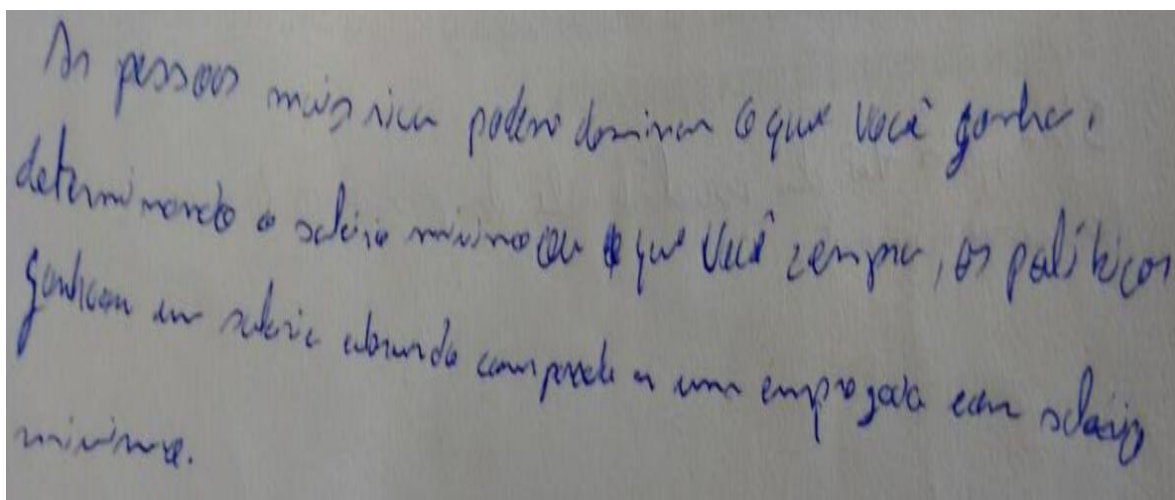
(O dono da empresa poderia fazer essa explicação com algumas equações, envolvendo imposto o material, o salário, a quantidade de funcionários etc, pois as pessoas com "poder" sobre a empresa usam a matemática para poder justificar algumas coisas).

Fonte: Autor.

Na imagem abaixo o(a) aluno(a) F6, creio eu, também mostrou estar trazendo indícios de compreensão da ideologia da certeza matemática usada na questão da decisão do valor salarial, pois a transcrição mostra que;

*"As pessoas mais ricas podem dominar o que você ganha, determinando o salário mínimo ou o que você compra, os políticos ganham um salário absurdo comparado a um empregado com salário mínimo."*

**Figura 9 – Resposta de F6 sobre pessoas ricas**



As pessoas mais ricas podem dominar o que você ganha, determinando o salário mínimo ou o que você compra, os políticos ganham um salário absurdo comparado a um empregado com salário mínimo.

Fonte: Autor.

Jorge Larrosa Bondía, mais conhecido como Larrosa, o qual tenho lido alguns de seus artigos, proferiu uma conferência cujo título foi “Notas sobre experiência e o saber de experiência”, no I Seminário Internacional de Educação de Campinas, cujo texto foi traduzido por João Wanderley Geraldi e publicado no ano de 2002, no número 19 da Revista Brasileira de Educação.

Naquela produção se encontra uma observação acerca de experiência como algo que vai além de apenas participar de algo novo, de algo diferente, pois é necessário, na minha compreensão das palavras de Larrosa, que o fato ocorrido propicie uma reflexão mais meticulosa e pormenorizada por parte daqueles que a experimentaram e concordo com o autor quando ele escreve que;

“A experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque , requer um gesto de interrupção, um gesto que é quase impossível nos tempos que correm: requer parar para pensar,parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes,...”  
(Larrosa, 2002, pg. 24)

Acredito que a pesquisa propiciou a todos os participantes da mesma, no mínimo alguns vislumbres, do que Larrosa fala sobre a experiência, pois ouvi dos alunos expressões que considero afirmarem tal suposição. Expressões que versavam sobre o fato de nunca antes terem participado de uma pesquisa que os fizesse pensar e dialogar, com um certo tempo e liberdade, acerca da Matemática e de suas concepções e percepções da mesma.

## 5 Considerações

Nesse Trabalho de Conclusão de Curso foi dissertado acerca de uma experiência que aconteceu no Ensino Médio numa escola estadual pública da rede de Porto Alegre e que se propôs como foco instigar discussões e reflexões acerca da Ideologia da Certeza Matemática com alunos daquela supracitada etapa da Educação Básica.

Ao rememorar o que aconteceu na pesquisa, e já citando indiretamente Larrosa, pensando no possível atravessamento que nos ocorreu então trago, pela última vez nesse texto a menção ao foco da pesquisa, o qual foi buscar prenúncios claros de que os participantes da supracitada investigação se confrontaram com alguns vislumbres críticos acerca da matemática e de seus usos na sociedade.

Aquele foco foi alcançado e essa afirmação pode ser encontrada nos excertos dos(as) alunos(as), os quais foram mencionados e ponderados no capítulo quatro. O estudo nos possibilitou vivenciarmos uma experiência assemelhada a de Larrosa, senão de toda reflexiva, mas ao menos indagativa/indagadora acerca das verdades, pois nós paramos em três momentos diferentes para pensar a respeito daquelas conexões entre os usos da Matemática que são feitos para manter o *status quo*.

Sem ônus financeiro, os alunos receberam materiais com questões do ENEM, participaram de sua resolução seguindo um roteiro elaborado por um grupo de pesquisadores que se dedica a descobrir formas melhores de como resolver problemas, depois foram solicitados a se indagar sobre aquelas questões e de uma outra forma as resolver, mas agora com dados e situações únicas, i.e, as suas.

Foi nesse momento do aceite da reescrita das questões que parte dos(as) alunos(as) esteve diante da Modelagem Matemática na Perspectiva Sócio-Crítica.

E aqueles dois momentos anteriores foram necessários para gerar o tempo que necessitávamos, para nos dar o tempo de pensar, o tempo de refletir com calma que Larrosa nos trouxe em suas palavras.

Concluo que aquele espaço temporal foi ímpar para que no último encontro surgissem respostas que literalmente mencionaram as interconexões entre as representatividades de poder e as formas como aqueles tomam os saberes matemáticos para si e assim facilitam o controle das pessoas que não possuem a sua

compreensão, tal como Wanderer exemplificou no excerto o qual trouxe e com o qual busquei refletir.

Sendo assim, percebo que os objetivos da pesquisa, os quais eram propiciar um ambiente investigativo, indagativo e reflexivo acerca dos conhecimentos matemáticos e suas (inter)relações com a sociedade foi efetuado, senão em todo, mas de forma o suficiente para que os(as) alunos(as) escrevessem um pouco sobre os mesmos e acerca da pergunta foco da pesquisa sua intencionalidade foi bem sucedida pois eu percebi que eles discutiram e tiveram vislumbres reflexivos acerca daquela, seja diretamente nos escritos de alguns(mas) alunos(as) ou no que anotei de suas falas.

Não obstante, saliento que algumas partes da pesquisa poderiam ter acontecido de uma forma melhor e/ou diferente, pois senti falta de maior tempo para reflexão com os alunos, pois nem todas as perguntas da Atividade 2 puderam ser completamente discutidas e/ou realizadas por todos os discentes participantes do estudo, e isso me gerou uma grande inquietação e preocupação.

Entretanto, após refletir concluí que, tal como exemplifiquei com a compreensão de Garnica, é natural que numa pesquisa qualitativa em Educação Matemática aconteçam esses fatos e que aquelas inquietações adentrem ao pesquisador, pois é importante aceitar que numa pesquisa viva e fluida acontecem acertos e erros, mas creio que todos os participantes da pesquisa experienciaram algo no sentido que Larossa nos traz e cujo excerto se encontra ao final do capítulo anterior.

Posso afirmar que, como futuro docente da/na disciplina de Matemática, ter passado por essa experiência de pesquisa e de reflexão acerca da mesma me tocou, me trouxe algo que lembrarei para sempre e que espero poder um dia melhorar a pesquisa - seus instrumentos, etc... - , e dessa forma tornar a reaplicar aquela e poder assim ter uma outra visão com a qual a poderei vislumbrar.

## Referências

BARBOSA, JONEI CERQUEIRA. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. São Paulo: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2001.

BATISTELA, ROSEMEIRE DE FATIMA. **O teorema da incompletude de Gödel em cursos de Licenciatura em Matemática**. 2017, 139f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2017.

BONDÍA, JORGE LARROSA. **Notes on experience and the knowledge of experience**. In; Revista Brasileira de Educação, s/v. , n.19, pp.20-28, 2002. Tradução de: João Wanderley Geraldí. Disponível: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n19/n19a02.pdf>> Acesso em: 05 mai. 2018.

BORBA, M. C; SKOVSMOSE, O. **A Ideologia da Certeza em Educação Matemática**. In: Educação matemática crítica: A questão da democracia / Ole Skovsmose. Campinas: Papirus, 2001. 160 p, Coleção perspectivas em Educação Matemática – SBEM.

BRASIL. **Exame Nacional do Ensino Médio (Enem): fundamentação teórico-metodológica**, vol 2, 121p. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), Brasília: O Instituto, 2005. Disponível em: <<http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/407>> Acesso em: 05 mai. 2018.

FREIRE, PAULO. **Pedagogia da Autonomia – Saberes Necessários à Prática Educativa**. Paz e Terra. Coleção Saberes. 1996, 36ª edição.

GARNICA, ANTONIO VICENTE MARAFIOTI. **Pesquisa Qualitativa e (Educação Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos**. In: Revista Mimesis. Bauru. v.22, n. 1, p.35-48, 2001. Disponível em: <[https://secure.usc.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis\\_v22\\_n1\\_2001\\_art\\_02.pdf](https://secure.usc.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis_v22_n1_2001_art_02.pdf)> Acesso em: 12 mar. 2018.

HILBERT, DAVID. **Problemas Matemáticos**. In: Revista Brasileira de História da Matemática. v.3 , n. 5, p.5-12, 2003. Tradução de: Sérgio Nobre. Disponível em: [http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.3,%20no5,%20abril%20\(2003\)/Discurso%20Hilbert%20-%20RBHM,%20Vol.%203,%20no%205,%20p.%205%20-%202012,%202003.pdf](http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.3,%20no5,%20abril%20(2003)/Discurso%20Hilbert%20-%20RBHM,%20Vol.%203,%20no%205,%20p.%205%20-%202012,%202003.pdf) Acesso em: 12 mai. 2018.

ONUChIC, Lourdes de la Rosa. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos?** In: Jornada Nacional de Educação Matemática, 4; Jornada Regional de Educação Matemática, 17., 2012, Passo fundo. Atas...Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo, 2012, p. 13.

PIEGAS, JANAÍNA ZORTÉA. **Resolução de Problemas: um caminho para o aprendizado de funções afim.** 2017, 57f. Trabalho de conclusão de graduação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e Estatística, Porto Alegre, 2017.


SILVA, PATRÍCIA LIMA DA. **ENEM versus aprendizagem em Matemática.** 2011, 120f. Trabalho de conclusão de graduação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Porto Alegre, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação.** Bolema – Boletim de educação matemática. Rio Claro (SP), n. 14, 2000. p. 66 – 91.


WANDERER, FERNANDA. **Educação Matemática, Etnomatemática e Práticas Pedagógicas.** In: Observatório da Educação I: tendências no ensino da matemática / Angélica Vier Munhoz, Ieda Maria Giongo (Org.). Lajeado: Evangraf, 2014. 263p.

## Anexos

### Anexo 1 – Carta de Aceite da Pesquisa



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA



Porto Alegre, 10 de Maio de 2018.

Prezada Professora \_\_\_\_\_  
Diretora da ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA DOLORES ALCARAZ CALDAS

O aluno Jonathan Vicente Hoffmann, atualmente é graduando regularmente matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.


Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o graduando está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores de Matemática. Neste sentido, torna-se extremamente importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisadora e professora responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pelo graduando, reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados. Para tanto, deixo à disposição os seguintes telefones de contato: (51) 3308 \_\_\_\_\_ e (51) 9! \_\_\_\_\_

Agradecemos a sua atenção.  
Cordialmente,



\_\_\_\_\_  
Marilaine de Fraga Sant'Ana  
Professora Doutora do Departamento de Matemática Pura e Aplicada





## Apêndices

### Apêndice 1 – Termo de Consentimento

 UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA 

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_, responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, da turma 201, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Modelagem Matemática: acerca do Ensino e Aprendizagem de Matemática com questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)**, desenvolvida pelo pesquisador **Jonathan Vicente Hoffmann**. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela **Professora Doutora Marilaine de Fraga Sant'Ana**, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (51) 3308 \_\_\_\_\_ ou e-mail [marilaine@mat.ufrgs.br](mailto:marilaine@mat.ufrgs.br). Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Propiciar uma reflexão sobre a possibilidade do uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática e,
- Instigar que os estudantes participantes da pesquisa reflitam sobre os usos da Matemática no cotidiano.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade. A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação. Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino e aprendizagem de alguns conteúdos da disciplina de Matemática com o auxílio da Modelagem Matemática, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado. Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o pesquisador responsável no telefone (51) 9: \_\_\_\_\_ e/ou no e-mail \_\_\_\_\_@ufrgs.br. Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com a Comissão de Graduação de Matemática (COMGRAD/MAT) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situada na Avenida Bento Gonçalves, 9500 Prédio 43-111. Bairro Agronomia, Porto Alegre/RS - Brasil – CEP: 91509-900. Fones: (51) 3308-6225 e (51) 3308-6189. E-mail: [matematica@mat.ufrgs.br](mailto:matematica@mat.ufrgs.br)

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, \_\_\_\_\_ de Maio de 2018.

Assinatura do Responsável: \_\_\_\_\_

Assinatura do Pesquisador: \_\_\_\_\_

Assinatura do Orientador da pesquisa: \_\_\_\_\_



## Apêndice 2 – Termo de Assentimento

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA



## TERMO DE ASSENTIMENTO



Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa **“Modelagem Matemática: acerca do Ensino e Aprendizagem de Matemática com questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)”**. Neste estudo pretendemos que você resolva questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e que consiga as relacionar com os usos da Matemática na sociedade e/ou no seu cotidiano.

Para este estudo adotaremos o(s) seguinte(s) procedimento(s):

Resolveremos algumas questões originais do ENEM, refletiremos sobre a presença da Matemática escolar nelas e/ou no seu cotidiano e posteriormente tentaremos reescrever aquelas questões do ENEM de forma a trazê-las mais perto de sua realidade, de tal forma que consigamos conversar acerca dos usos que são feitos da Matemática em nossa sociedade e quais são os possíveis benefícios ou malefícios dos mesmos.

Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, ler etc.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos.

Eu, \_\_\_\_\_ fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo.

Porto Alegre, \_\_\_\_\_ de Maio de 2018.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) estudante

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) pesquisador(a)

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar:

COMISSÃO DE GRADUAÇÃO DE MATEMÁTICA (COMGRAD/MAT)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL (UFRGS)

AVENIDA BENTO GONÇALVES, 9500. PRÉDIO 43-111. BAIRRO: AGRONOMIA, PORTO ALEGRE/RS – BRASIL. CEP:91509-900, FONES: (51) 3308-6225 E (51) 3308-6189.

E-MAIL: MATEMATICA@MAT.UFRGS.BR

PESQUISADOR(A) RESPONSÁVEL: JONATHAN VICENTE HOFFMANN

FONE: (51) 9 \_\_\_\_\_

/E-MAIL: \_\_\_\_\_

@UFRGS.BR

## Apêndice 3 – Atividade 1 com seu respectivo Questionário



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



### TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (ATIVIDADES PRÁTICAS REALIZADAS)

**LOCAL: ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA DOLORES ALCARAZ CALDAS**

**TURMA: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX**

ATIVIDADE 1

DATA: XXXXXXXXXXXXXXX

TURN: XXXXXXX

**PROFESSOR ESTAGIÁRIO: JONATHAN VICENTE HOFFMANN**

**PROFESSORA ORIENTADORA: DOUTORA MARILAINE DE FRAGA SANT'ANA**

**PROFESSORA TITULAR DA TURMA: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX**

**ALUNO(A):** \_\_\_\_\_

**Resolva a questão abaixo de forma a mostrar seu desenvolvimento e depois responda às perguntas do questionário que foi entregue conjuntamente. Utilize o verso dessa folha caso seja necessário.**

#### **ENEM 2014 (SEGUNDA APLICAÇÃO) - QUESTÃO 159 PROVA CINZA**

Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,45, mais R\$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B, a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,60, mais R\$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.

Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

A 0,75

B 0,45

C 0,38

D 0,33

E 0,13



## Apêndice 4 – Atividade 2 com seus respectivos Questionários



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



### TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (ATIVIDADES PRÁTICAS REALIZADAS)

LOCAL: ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA DOLORES ALCARAZ CALDAS  
TURMA: XX  
ATIVIDADE 2 DATA: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX TURNO: XXXXXX  
PROFESSOR ESTAGIÁRIO: JONATHAN VICENTE HOFFMANN  
PROFESSORA ORIENTADORA: DOUTORA MARILAINE DE FRAGA SANT'ANA  
PROFESSORA TITULAR DA TURMA: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

ALUNO(A): \_\_\_\_\_

Resolva a questão abaixo de forma a mostrar seu desenvolvimento e depois responda às perguntas do questionário que foi entregue conjuntamente. Utilize o verso dessa folha caso seja necessário.

#### ENEM 2014 (PRIMEIRA APLICAÇÃO) - QUESTÃO 153 PROVA AZUL

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

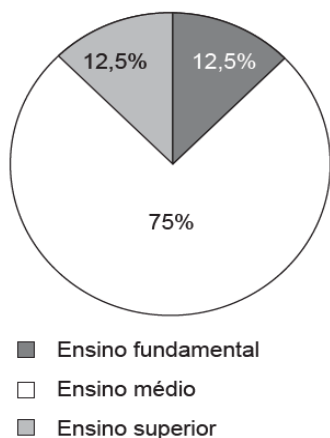


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

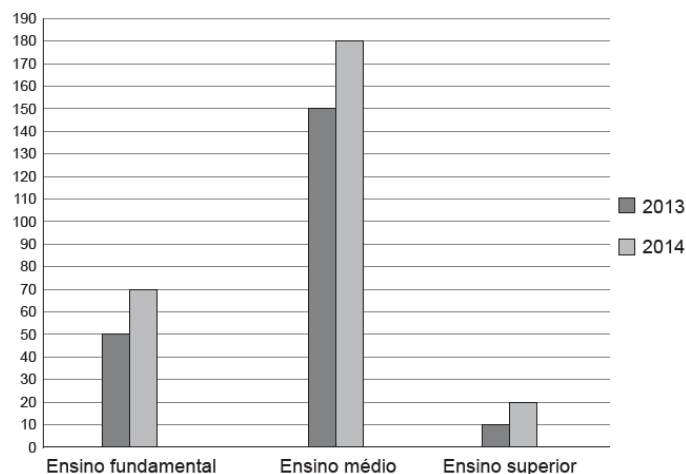


Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

- A) R\$ 114 285,00
- B) R\$ 130 000,00
- C) R\$ 160 000,00
- D) R\$ 210 000,00
- E) R\$ 213 333,00



**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (ATIVIDADES PRÁTICAS REALIZADAS)**

**LOCAL: ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA DOLORES ALCARAZ CALDAS**

**TURMA: XXX**

**ATIVIDADE 2 DATA: XXXXXXXX TURNO: XXXXXXXX**

**QUESTIONÁRIO (Folha 1)**

**PROFESSOR ESTAGIÁRIO: JONATHAN VICENTE HOFFMANN**

**PROFESSORA ORIENTADORA: DOUTORA MARILAINE DE FRAGA SANT'ANA**

**PROFESSORA TITULAR DA TURMA: XXXXXXXXXXXXXXX**

**ALUNO(A):** \_\_\_\_\_

4) Você concorda ou discorda com a distribuição salarial da forma como a empresa da questão a faz? Explique sua resposta de forma argumentativa.

5) Relacione os valores salariais, complete a tabela abaixo e reflita sobre o aumento salarial percentual obtido ao aumentar a escolaridade do(a) funcionário(a) na empresa. Esse aumento percentual se baseia em quais presunções? Você concorda com esse aumento percentual? Explique suas respostas de forma argumentativa.

Funcionário(a)	Salário com Ensino Fundamental	Salário com Ensino Médio	Salário com Ensino Superior
Senhor(a) X			

6) Quais são, em sua opinião, os principais custos envolvidos nas contas de uma empresa como a descrita na questão?

- 7) Suponha que exista apenas um(a) dono(a) dessa empresa e que o(a) mesmo(a) deva explicar aos funcionários o porquê do valor da folha de pagamento ter de permanecer fixo, então como aquele(a) provavelmente o faria?
- 8) Todas as informações apresentadas na explicação pelo(a) dono(a) da empresa estariam acessíveis para que todos os funcionários pudessem as verificar? Explique sua resposta de forma argumentativa.
- 9) Poderia acontecer que um ou mais funcionários não compreendesse a explicação dada? Explique sua resposta de forma argumentativa.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (ATIVIDADES PRÁTICAS REALIZADAS)**

**LOCAL: ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA DOLORES ALCARAZ CALDAS**  
**TURMA: XX**  
**ATIVIDADE 2**                      **DATAS: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX**                      **TURNO: XXXXX**  
**QUESTIONÁRIO (Folha 2)**

**PROFESSOR ESTAGIÁRIO: JONATHAN VICENTE HOFFMANN**  
**PROFESSORA ORIENTADORA: DOUTORA MARILAINE DE FRAGA SANT´ANA**  
**PROFESSORA TITULAR DA TURMA: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX**

**ALUNO(A):** \_\_\_\_\_

10) A folha de pagamento corresponde à qual percentual relativo da receita mensal da empresa?

11) Em grupo você irá reescrever a questão com dados os mais próximos de sua realidade.  
Primeiro complete a tabela abaixo;

Pessoa	Escolaridade	Salário real ou aproximado. Caso não trabalhe ou não saiba então aproxime de acordo com o salário mínimo local e obedeça as proporções da questão resolvida.
Você		
Responsável 1 (Não escreva o nome da pessoa)		
Responsável 2 (Não escreva o nome da pessoa)		

12) Agora em grupo junte seus dados com os dados dos outros membros e apresente os gráficos 1 e 2, de acordo com os dados obtidos. Caso seja necessário utilize média de valores. Mostre sua resolução o mais detalhadamente possível.

13) Mantendo as proporções da questão resolvida descubra qual deve ser o valor da receita mensal que a empresa formada por vocês e pelos responsáveis deve obter para que as proporções com a questão do ENEM sejam mantidas. Mostre sua resolução o mais detalhadamente possível.