

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

A INTERAÇÃO ENTRE PASTILHA E DISCO NA GERAÇÃO DE RUÍDO INDUZIDO
PELO ATRITO EM FREIOS AUTOMOTIVOS

por

Otávio Luiz Dibe Vescovi

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, Setembro de 2018

A INTERAÇÃO ENTRE PASTILHA E DISCO NA GERAÇÃO DE RUÍDO INDUZIDO
PELO ATRITO EM FREIOS AUTOMOTIVOS

por

Otávio Luiz Dibe Vescovi
Mestre em Engenharia Mecânica

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Processos de Fabricação

Orientador: Prof. Dr. Ney Francisco Ferreira

Aprovada por:

Prof. Dr. Júlio Apolinário Cordioli LVA / UFSC

Eng. Dr. Luciano Tedesco Matozo Fras-le S.A.

Prof. Dr. Patric Daniel Neis PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Alberto Tamagna PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Eduardo André Perondi
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 14 de Setembro de 2018

Dedico este trabalho à Clarice, à Gabriela, ao Guilherme e aos meus pais, Dena e
Ítalo Vescovi (*in memoriam*)

Die Stimme der Vernunft ist leise.

- S. Freud.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores e aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul pelo acolhimento e pelo apoio que sempre recebi ao longo dos anos, e que possibilitaram a elaboração deste trabalho. Gostaria de expressar o meu agradecimento em especial aos professores do PROMEC-UFRGS Ney Francisco Ferreira, Patric Daniel Neis, Alberto Tamagna e Ignácio Iturrioz, e aos colegas do laboratório de tribologia, Rafael Pains Pavlak, Jean Carlos Poletto, Liu Yesukai de Barros e Adriele Jacques Amaral.

Agradeço também ao professor Júlio Apolinário Cordioli da UFSC pela participação nas bancas de qualificação e de avaliação e pelas valiosas contribuições.

Meus agradecimentos à empresa Fras-le S. A., representada nas pessoas de Luciano Tedesco Matozo, Diego Masotti, Diego Severo Antunes e Gustavo Tonet, pela intensa colaboração e pela generosidade ao permitir o acesso aos equipamentos, à experiência e aos recursos de sua estrutura de pesquisa e desenvolvimento.

Finalmente, meus agradecimentos à minha esposa Clarice Maraschin, pelo constante incentivo, pela ajuda, pelo apoio para a elaboração deste trabalho e pela sua presença em tudo o que é importante em minha vida.

RESUMO

Esta tese estuda a emissão de ruído de alta frequência em freios automotivos, conhecida como *squeal*. Para tanto, uma série de ensaios foram executados em sistemas de freio em um dinamômetro inercial. Foram colocados acelerômetros na pastilha e no caliper em três direções ortogonais, e foram testados dois diferentes tipos de sistemas de freio comerciais. Os ensaios revelaram que, durante os períodos silenciosos, o movimento vibratório da pastilha acontece tanto na direção tangencial radial quanto na direção radial no plano definido pelo disco, além da direção axial. Estas vibrações ocorrem de modo independente, não mostrando acoplamento entre os movimentos. Durante os períodos de emissão sonora intensa, os valores de vibração aumentam significativamente e ocorre o acoplamento dos movimentos nas direções tangencial e radial, que passam a apresentar sincronismo de fase e de frequência. O movimento da pastilha na direção radial é explicado pelos modos de vibração do disco, e pastilha e disco são tratados como dois osciladores fracamente acoplados. Para o tratamento de osciladores, utiliza-se o modelo de Kuramoto. O sincronismo, neste modelo, ocorre devido ao acoplamento entre os osciladores e devido à proximidade das frequências naturais de pastilha e disco. A aplicação do modelo nos sistemas ensaiados mostrou boa aderência aos dados experimentais. Finalmente, é proposta a utilização de um coeficiente adimensional de maneira a incluir no estudo dinâmico do sistema variáveis puramente tribológicas.

Palavras-chave: Pastilha; Disco; Freio; Squeal; Sincronismo.

ABSTRACT

This paper studies friction induced high frequency noise in automotive brakes, known as squeal. Aiming this purpose, a series of experiments were performed using brake systems in an inertial dynamometer. Accelerometers were installed on pad and caliper, measuring in three orthogonal directions, in two different commercial brake systems. The tests showed that, during the silent runs, pad vibration happens in tangential and radial directions, besides the axial direction, considering the coordinate reference frame on the plane defined by the brake disc. These vibrations happen in an independent fashion, indicating no coupling between motions in different directions. During the squeal periods, however, vibration amplitudes increase sharply and phase and frequency synchronization between tangential and radial vibrations is observed, indicating vibration coupling. Pad movement in radial direction is caused by disc in-phase vibration mode. Pad and disc are treated as two harmonic oscillators according to Kuramoto model. In this model, synchronization is caused by weak coupling between pad and disc natural frequencies, due to frequency proximity. A numerical simulation of Kuramoto model was able to emulate the experimental data. Finally, a new non-dimensional coefficient is proposed in order to include in this dynamic model the influence of pure tribological effects.

Keywords: Break; Pad; Disc; Squeal; Synchronism.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização do Tema	2
1.2	Contribuição do Estudo	3
1.3	Objetivos.....	4
1.4	Organização do Trabalho.....	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1	O Estado da Arte.....	6
2.2	Considerações sobre as Investigações Experimentais	10
2.3	Variáveis Tribológicas e Ruído	13
2.4	Vibrações Autoexcitadas	16
2.5	Sincronismo e Acoplamento.....	17
2.6	Análise Modal e Ruído	18
2.7	Acoplamento Modal e Autovalores Complexos.....	19
2.8	Estudos da Dinâmica da Pastilha e do Movimento em Duas Direções	20
2.9	Modelos com Análise da Trajetória da Pastilha	21
2.10	O Modelo de Kinkaid	26
2.11	Síntese da Bibliografia Analisada.....	27
3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	31
3.1	Desenho do Experimento.....	31
3.2	Método de Análise Modal Experimental e Modelação Numérica.....	38
3.3	Medição da Pastilha Livre com Seis Acelerômetros	39
3.4	Resposta em Frequência do Sistema Montado com Aplicação de Pressão	41

4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1	Comportamento Dinâmico dos Sistemas.....	43
4.2	Formação da Órbita no Sistema A.....	53
4.3	Formação de Órbitas em Três Dimensões no Sistema B.....	56
4.4	Discussão sobre Figuras de Lissajous	61
4.5	Medição das Pastilhas Isoladamente com Seis Acelerômetros	64
4.6	Resposta em Frequência de Pastilha e Disco Montados no Caliper.....	66
4.7	Análise Modal Experimental e o Fator de Participação Modal.....	68
4.8	Sincronismo: Um Modelo Para o Comportamento do Squeal	75
4.8.1	Sincronismo de Osciladores	75
4.8.2	Aplicação do modelo nos valores experimentais	83
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	88
5.1	Conclusões.....	88
5.2	Recomendações para trabalhos futuros	90
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
	APÊNDICE A Formas Modais de Discos e Pastilhas	105
	APÊNDICE B Rotina em Matlab de Sincronismo de Osciladores	120
	APÊNDICE C Médias e Desvios Padrão das Frequências	122

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Artigos publicados em periódicos contendo as palavras chave “disc brake squeal” período 1988-2017. Base de dados: <i>Scholar Google</i>	2
Figura 2.1	Dispositivo (a) experimental e (b) modelo teórico [Pilipchuk et al., 2015].....	22
Figura 2.2	Trajetória da massa que representa a pastilha [Pilipchuk et al., 2015].	22
Figura 2.3	Modelo (a) teórico e (b) trajetórias da massa da pastilha [Schroth et al., 2004]....	23
Figura 2.4	Dispositivo de ensaios do tipo pino e disco [Butlin e Woodhouse, 2011].....	23
Figura 2.5	Movimento do pino no plano sobre o disco [Butlin e Woodhouse, 2011].	24
Figura 2.6	Modelo com 4 graus de liberdade [Kinkaid et al., 2005].....	26
Figura 2.7	Quadro resumo da revisão bibliográfica, parte I.....	28
Figura 2.8	Quadro resumo da revisão bibliográfica, parte II.....	29
Figura 3.1	Vista geral do dinamômetro e seu painel de controle (Fras-le).	31
Figura 3.2	Coordenadas de instalação do microfone da SAE J2521 e fotografia do sistema montado com os acelerômetros instalados. (Fontes: diagrama da SAE J2521 e foto do autor).	32
Figura 3.3	Variáveis dos ensaios de (a) frenagem, com torque (linha preta) constante, pressão variável (linha amarela) e de (b) arraste, com rotação constante (linha verde). Baseado em: [SAE Technical Report, 2013].....	33
Figura 3.4	Perfil de um teste da temperatura inicial do disco. Baseado em: [SAE Technical Report, 2013].	33
Figura 3.5	Pastilhas do sistema A (esquerda) e pastilha do sistema B (direita).	34
Figura 3.6	Teste 1 no sistema A: instalação dos acelerômetros nas direções tangencial e radial no (a) conjunto, no (b) caliper e na (c) pastilha.....	35
Figura 3.7	Teste 2, sistema B: detalhe da instalação dos 3 acelerômetros no caliper e 6 na pastilha, nas direções X, Y e Z.	35
Figura 3.8	Sistema A preparado para medição da resposta modal e o martelo de impacto.	38

Figura 3.9	Pastilha do sistema A com seis acelerômetros e as direções de medição no centro e na orelha de apoio.	40
Figura 3.10	Sinal de velocidade ao longo do tempo na direção tangencial medida na orelha da pastilha, mostrando os três impactos nas posições 1, 2 e 3.	40
Figura 3.11	Sistema B, (a) arame-mola de fixação da pastilha no caliper e (b) unidade hidráulica.	41
Figura 3.12	FRF no disco: (a) 0°, ponto ip, (b) 45° cruzada ip, (c) 45° cruzada oop.	42
Figura 3.13	Excitação na (a) pastilha externa, medição cruzada, (b) pastilha externa, medição no ponto do sensor, (c) pastilha interna, medição no ponto do sensor.	42
Figura 4.1	Testes 1 e 2 indicados sobre o perfil de temperatura inicial do disco (linha vermelha)	44
Figura 4.2	Testes: (a) teste 1, sistema A e (b) teste 2, sistema B, indicados sobre o perfil de temperatura inicial do disco (linha vermelha) com as ocorrências de <i>squeal</i> (triângulos).	44
Figura 4.3	Teste 1, sistema A, ocorrências de <i>squeal</i> agrupadas por frequência, conforme J2521 (Fras-le).	46
Figura 4.4	Teste 2, sistema B, ocorrências de <i>squeal</i> agrupadas por frequência, conforme J2521 (Fras-le).	47
Figura 4.5	Teste 1 frenagem #11, aceleração pelo tempo: direções (a) tangencial (b) e radial.	49
Figura 4.6	Espectro sonoro e frequências dos ensaios #22, sem <i>squeal</i> (azul) e #23, com <i>squeal</i> (vermelho), arraste.	49
Figura 4.7	Teste 1, espectro sonoro e frequências do ensaio de frenagem #11, sem <i>squeal</i> (azul) e com <i>squeal</i> (vermelho).	50
Figura 4.8	Teste 1, espectro sonoro dos ensaios das frenagens #13 e #15 e dos arrastes #21 e #29, sem ruído.	51
Figura 4.9	Teste 2, espectrograma sonoro de ensaio de arraste #80, com ruído.	51
Figura 4.10	Teste 2, (gráfico superior) espectrograma do acelerômetro tangencial, (gráfico inferior) espectrograma do sinal sonoro do ensaio de arraste #91, com ruído.	52

Figura 4.11	Formação das órbitas elípticas (teste 1 ensaio #14, frenagem):.....	53
Figura 4.12	Detalhe da formação das curvas de Lissajous obtidas para a pastilha de freio e para o caliper nos períodos de (a) silêncio e (b) <i>squeal</i> (teste 1 ensaio #14, frenagem).....	54
Figura 4.13	Formação de órbitas elípticas (Ensaio #19, arraste): (a) espectrograma de áudio, curvas de Lissajous produzidas durante os períodos de (b) silêncio e (c) <i>squeal</i>	55
Figura 4.14	Ensaio #74 em arraste, (a) orelha superior e (b) inferior da pastilha, sistema B, durante o <i>squeal</i>	57
Figura 4.15	Orelha superior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, sistema B, durante o <i>squeal</i> , vista tridimensional.....	57
Figura 4.16	Orelha superior da pastilha, ensaio #148, frenagem durante o <i>squeal</i> , (a) tangencial x radial, (b) tangencial x axial, (c) radial x axial	58
Figura 4.17	Caliper, ensaio #148 em frenagem, sistema B, durante o <i>squeal</i> , vista tridimensional.....	58
Figura 4.18	Orelha inferior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, durante o <i>squeal</i> , vista tridimensional.....	59
Figura 4.19	Orelha inferior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, durante o <i>squeal</i> , vistas (a) tangencial/radial, (b) tangencial/axial, (c) radial/axial.	59
Figura 4.20	Formação da órbita, pastilha, orelha inferior no ensaio #94, vista tridimensional.....	60
Figura 4.21	Formação da órbita, orelha inferior da pastilha, ensaio #74 plano tangencial/axial ao longo do tempo.....	60
Figura 4.22	Transição para o <i>squeal</i> , (a) pastilha superior, (b) pastilha inferior e (c) caliper, ensaio #94, plano tangencial/axial ao longo do tempo.....	61
Figura 4.23	Figuras de Lissajous elaboradas para 4 ângulos de fase (θ), a partir de sinais X and Y com as mesmas frequências ω e amplitudes A	62
Figura 4.24	Sinal no momento do impacto 1 (a) medido na direção tangencial/radial e (b) nas direções radial/axial, orelha superior da pastilha.	64

Figura 4.25 Sinal de velocidade próximo ao momento do impacto 3 (a) medido no centro da pastilha na direção radial/axial e (b) radial/axial, orelha superior da pastilha.....	65
Figura 4.26 FRF das medições tomadas nas pastilhas montadas.	66
Figura 4.27 FRF das medições tomadas no disco montado.	67
Figura 4.28 Sistema A - modelos do disco e da pastilha.....	68
Figura 4.29 Sistema A, frequência e amplitude dos eventos com ruído, frequências naturais experimentais, numéricas e modos de vibração.	70
Figura 4.30 Sistema B, frequência e amplitude dos eventos com ruído, frequências naturais experimentais, numéricas e modos de vibração.	71
Figura 4.31 Fatores de participação modal calculados para o disco do sistema A com aplicação da condição de contorno.....	74
Figura 4.32 Dois osciladores mecânicos no plano complexo.....	76
Figura 4.33 Dinâmica de osciladores não idênticos [Strogatz e Stewart, 1993].	78
Figura 4.34 Grau de sincronismo com $N=250$, com três fases iniciais e intensidades de acoplamento (a) $K=0,5$ e (b) $K=0,2$	79
Figura 4.35 Variação de r_2 com a variação de K para 2, 10, 50 e 500 osciladores.....	80
Figura 4.36 Grau de sincronismo e diferença de fase para o mesmo sistema com $N = 2$ e $K = 0,5$, (a) não sincroniza, (b) o sistema sincroniza.	81
Figura 4.37 Quantidade de dados experimentais de eventos ruidosos (preto) e distribuição normal (pontilhada) para (a) sistema A em 10.750 Hz e (b) sistema B em 7200 Hz.	83
Figura 4.38 Gráfico das (a) diferenças de fase, teste com dois mil ensaios, (b) percentagens das rodagens com sincronismo, cada triângulo é o resultado do teste de convergência para K , com $N = 2$ e $\sigma_Z = 1$,.....	84
Figura 4.39 Distribuição das frequências experimentais de disco, pastilha e eventos de <i>squeal</i> superpostas pela de faixa de sincronismos prevista pelo modelo para o sistema A.	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Identificação dos testes executados no dinamômetro.....	34
Tabela 3.2	Instrumentação utilizada nas medições.	36
Tabela 3.3	Matriz de teste em dinamômetro inercial para o sistema de freios A.....	36
Tabela 3.4	Matriz de teste em dinamômetro inercial para o sistema de freios B.....	37
Tabela 3.5	Formulação aproximada dos materiais de fricção das pastilhas.	37
Tabela 3.6	Propriedades dos materiais de fricção das pastilhas após ensaio.	38
Tabela 3.7	Propriedades utilizadas nos modelos numéricos.	39
Tabela 4.1	Quantidade de ensaios e análises.....	43
Tabela 4.2	Ensaio que apresentaram <i>squeal</i> no teste 1 com o sistema de freio A.....	45
Tabela 4.3	Ensaio que apresentaram <i>squeal</i> no teste 2 com o sistema de freio B.....	45
Tabela 4.4	Teste 1, vibração tangencial (X) e radial (Y), pastilha e caliper.	47
Tabela 4.5	Teste 2, vibração tangencial (X), radial (Y) e axial (Z), pastilha e caliper..	48
Tabela 4.6	Teste 2, médias da vibração tangencial, radial e axial, pastilha e caliper....	48
Tabela 4.7	Ângulo de fase ϕ das velocidades X e Y, sistema A, ensaios com <i>squeal</i> . .	63
Tabela 4.8	Frequências naturais de disco e pastilha do sistema A e do sistema B.....	69

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

GPF AI	Grupo de Projetos, Fabricação e Automação Industrial
PROME C	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
B&K	Bruel & Kjaer S. A.

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A, a	coordenadas da figura de Lissajous [adim]
F	força de atrito, [N]
$F_{f_{x,y}}$	força de atrito, componente na direção x ou y [N]
$g(\omega)$	função densidade de probabilidade de frequências [adim.]
k	rigidez da pastilha ou do disco, sub índice 1 ou 2 respectivamente [N/m]
K_c	grau de acoplamento crítico
$[K]$	matriz de rigidez [N/m]
m	massa da pastilha ou do disco, sub índice 1 ou 2 respectivamente [Kg]
$[M]$	matriz de massa [Kg]
N	força normal [N] ou número de osciladores [adim]
NPS	nível de pressão sonora [dB(A)]
r	grau de sincronismo de osciladores
v, V_r	velocidade linear relativa de deslizamento entre pastilha e disco [m/s]
\vec{V}_0	velocidade inicial do disco [m/s]
$\{X\}$	autovetor [adim.]
\ddot{x}	derivada segunda em relação ao tempo do deslocamento x [m/s ²]
\dot{x}	derivada em relação ao tempo do deslocamento x [m/s]

Símbolos Gregos

γ_t	coeficiente tribológico [adim.]
Γ_i	fator de participação modal para o modo i
Γ_{ij}	função de interação entre os osciladores i e j
θ_i	ângulo de fase i [rad]
λ	autovalor [adim.]
μ_a	coeficiente de atrito dinâmico [adim.]
μ_s	coeficiente de atrito estático [adim.]
$\overline{\mu_f}$	valor médio das frequências
σ	desvio padrão das frequências [adim.]
$\{\emptyset\}$	matriz de autovetores [adim.]
ω_i	frequência natural i [s ⁻¹]

1 INTRODUÇÃO

Muito já foi escrito sobre a relevância, sobre o impacto econômico e sobre as dificuldades do estudo de ruídos e vibrações em freios automotivos [Kinkaid et al., 2003]. Vibrações e ruídos são elementos importantes na qualidade percebida de um veículo, especialmente durante o evento de uma frenagem [Hochlenert et al., 2010]. Estes sintomas podem ser interpretados pelo usuário como indicações de falha ou de baixa qualidade de fabricação, independente do desempenho do veículo quanto a outros aspectos, tais como eficácia da frenagem, durabilidade e confiabilidade, entre outros.

Em paralelo, existem requisitos de conforto acústico que devem ser atendidos tanto no ambiente urbano quanto no interior da cabine do veículo. Estes requisitos podem ser violados pelo ruído causado durante a frenagem. Devido a este conjunto de fatores, muitos fabricantes de materiais para pastilhas de freios chegam a gastar cerca de 50% do orçamento de engenharia em assuntos relacionados ao ruído, à vibração e aos seus efeitos [Kinkaid et al., 2003].

Mesmo com mais de 80 anos de pesquisa e uma boa dose de progressos, os mecanismos fundamentais da geração de ruído ainda não estão completamente entendidos [Oberst e Lai, 2011b]. Devido à sua grande complexidade, uma compreensão abrangente do fenômeno ainda não foi atingida e nenhum método geral foi estabelecido para eliminar completamente a emissão de ruído na fase de desenvolvimento de produto [Guan, 2010]. A emissão de ruído que se manifesta acima de 1 kHz em freios automotivos continua sendo uma preocupação para a indústria automobilística. Um procedimento robusto para eliminar este tipo de ruído, denominado “*squeal*”, ainda na fase de projeto, continua sob investigação [Giannini et al., 2006].

O expressivo crescimento do número de publicações em inglês contendo as palavras chave “*disc brake squeal*” entre 1982 e 2011 [Oberst e Lai, 2012] contidos na base de dados *Web of Science* ilustra a atualidade e relevância do tema. Levantamento similar realizado para o presente estudo na base de dados do *Scholar Google* no período 1988-2017 apresenta um perfil de crescimento semelhante. A quantidade de publicações contendo estas palavras chaves no texto ou no corpo dos artigos é apresentada na Figura 1.1, e mostra que o esforço de pesquisa sobre o tema permanece intenso.

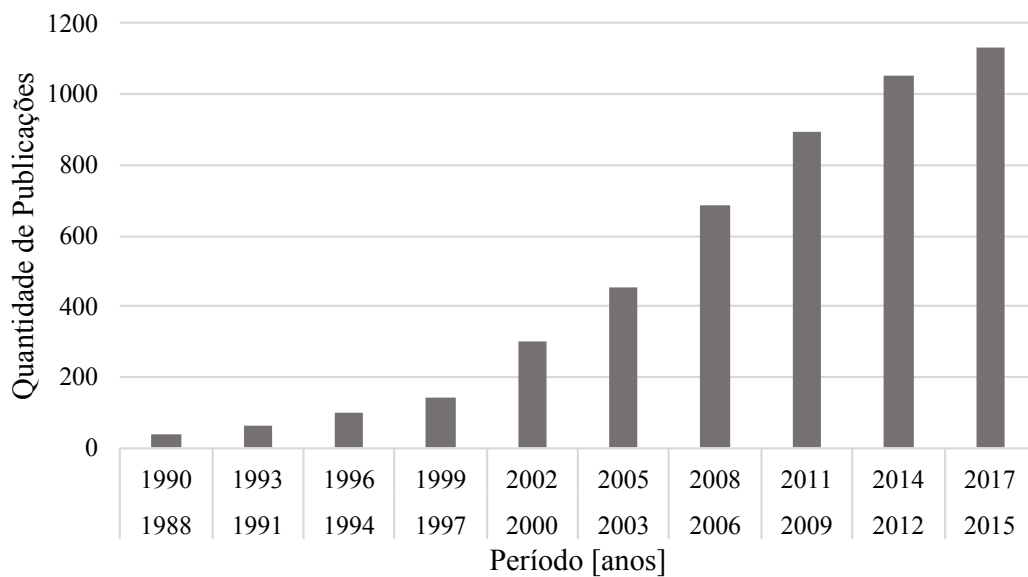


Figura 1.1 – Artigos publicados em periódicos contendo as palavras chave “disc brake squeal” período 1988-2017. Base de dados: *Scholar Google*.

Considerando todo este cenário fica claro, portanto, que avanços na compreensão do *squeal* podem não somente jogar mais luz sobre o entendimento físico do fenômeno, mas adicionalmente melhorar a experiência dos usuários de veículos e tornar mais eficazes as práticas industriais de projeto, testes e fabricação.

1.1 Contextualização do Tema

O sistema mecânico de freios a disco em veículos leves consiste em duas pastilhas de freio, um caliper que as suporta e um disco de freio contra o qual as pastilhas são pressionadas por um pistão hidráulico. Este sistema não possui uma excitação harmônica externa que explique a vibração da pastilha, sendo as vibrações induzidas pelo atrito do próprio sistema [Hultén, 1993]. As vibrações na pastilha, no caliper e no disco são autoexcitadas pela força de fricção \vec{F} que é gerada na interface de contato e que funciona como fonte de energia, enquanto as superfícies planas do disco de freio irradiam a maior parte do som [Oberst e Lai, 2008a]. Segundo outro autor [Park, 2015], o *squeal* em freios automotivos é causado por vibrações autoexcitadas associadas à ressonância ou ao acoplamento modal.

A lacuna de conhecimento sobre as causas básicas do ruído gerado pelo atrito em freios automotivos obriga a extensos procedimentos de ensaios e testes por parte dos fabricantes. Um procedimento de ensaio amplamente utilizado na indústria é definido pela norma americana

SAE J2521, “*Disc and drum brake dynamometer squeal noise test procedure*” [SAE Technical Report, 2013] para sistemas de freio em veículos leves. Este procedimento requer quase duas mil medições em diferentes condições de pressão de acionamento, rotação e temperatura para a caracterização de um material de atrito utilizado nas pastilhas, estendendo-se em média por até 48 horas [Matozo et al., 2012]. Existem dois critérios propostos para a avaliação dos resultados de ruído na SAE J2521. Um destes critérios considera o percentual de ocorrência de ruído com amplitude acima de 70 dB(A) nas frequências entre 2 kHz e 16 kHz. O outro critério pondera adicionalmente a quantidade destas ocorrências com alto ruído, agrupando-as por faixas de intensidade sonora [Oberst e Lai, 2011b]. A literatura propõe também outros métodos [Bergman et al., 2000; Eriksson e Jacobson, 2000; Matozo et al., 2012; Poletto et al., 2017] para o cálculo de índices que buscam quantificar o comportamento quanto ao *squeal*.

Existem outros tipos de ruído em freios além do *squeal*, sendo um dos mais relevantes o “*creep groan*”, ruído de baixa frequência associado ao “*stick-slip*” [Masotti et al., 2014; Neis et al., 2015, 2016]. O *stick-slip* também é citado [Park, 2015] como uma possível causa para o *squeal*, porém para alguns autores [Oberst e Lai, 2012] o *stick-slip* não é mais considerado como o mecanismo principal de ruído em freios a disco, dado que o limite de velocidade do veículo abaixo do qual ele tem possibilidade de se manifestar é muito próximo de zero.

1.2 Contribuição do Estudo

O foco do presente trabalho é o de avançar na compreensão do fenômeno da geração de ruído de alta frequência induzido pelo atrito, dentro do campo de aplicação em freios automotivos do tipo disco/pastilha, procurando responder como a dinâmica de pastilha e disco pode influenciar a geração de vibração e de ruído. A contribuição do estudo é a de ampliar a investigação experimental sobre o papel desempenhado pela pastilha no *squeal*, cobrindo algumas lacunas identificadas na bibliografia. Como exemplo destas lacunas pode-se citar a pouca atenção dada à descrição experimental da dinâmica da pastilha em freios reais, a falta de uma explicação consolidada para o acoplamento do movimento da pastilha no plano e a escassa aplicação das características de autoexcitação em modelos numéricos. Estes tópicos são desenvolvidos no capítulo de revisão bibliográfica.

1.3 Objetivos

O objetivo geral do presente estudo é compreender e descrever as causas básicas do fenômeno do *squeal*, de modo a tornar possível prever, ainda na fase de projetos, o comportamento do sistema de freios quanto à ocorrência ou não de ruído gerado pelo atrito. Para tanto é conveniente desdobrar o assunto em questões específicas:

- Que tipo de interação dinâmica existe entre pastilha e disco?
- Quais os principais fatores que interferem nesta dinâmica?
- Como podemos relacionar estes fatores com a emissão sonora?

Assim, a partir destas questões, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar experimentalmente o comportamento dinâmico da pastilha, assim como as características do ruído gerado, tendo como referência a validação experimental do modelo numérico de Kinkaid et al., 2005. Estes autores propõem que, durante a frenagem, a pastilha se move em duas direções, longitudinal (na direção da rotação do disco) e transversal (na direção radial do disco). Este movimento relativo entre pastilha e disco causa súbitas variações na direção da força de atrito. Estas variações seriam a causa do *squeal*;

- Propor um método para modelar o fenômeno da geração de ruído que seja coerente com os dados experimentais da dinâmica do sistema, coletados nesta investigação.

Para a coleta destes dados foi tomado como referência o ensaio realizado por Renaud et al., 2012, que utiliza a instalação de acelerômetros na pastilha em um sistema de freio instalado em dinamômetro, e que no presente trabalho foi expandido para incluir as três direções ortogonais.

1.4 Organização do Trabalho

No capítulo seguinte é feita a revisão bibliográfica, na qual se busca identificar quais são as diferentes linhas de pesquisa adotadas sobre o tema do ruído em freios automotivos. Procura-se também apontar os trabalhos e os autores que são mais relevantes para definir o estado da arte nestas linhas de pesquisa.

Em seguida, no capítulo sobre metodologia experimental, são descritos detalhadamente a instrumentação utilizada e os protocolos de teste.

No capítulo de resultados e discussões, os principais resultados são apresentados, levando-se em conta que dois sistemas de freios distintos foram utilizados nos experimentos. É dada ênfase na descrição das figuras de Lissajous, pelo fato delas indicarem sincronismo de frequências e de fases de vibração dos movimentos tangencial e radial da pastilha no plano do disco. Os diferentes valores de ruído e de frequência e modos de vibração, obtidos por diferentes métodos, são apresentados e discutidos. Ainda no capítulo de resultados e discussões, é proposto um modelo matemático para o comportamento dinâmico do sistema de freios e o modelo é testado ao simular os dados experimentais obtidos.

Finalmente, no capítulo de conclusões, os objetivos são retomados e comparados com os resultados obtidos e com as principais conclusões e propostas da investigação. No final do capítulo são apresentadas sugestões relativas aos aspectos experimentais e teóricos para a continuidade da pesquisa sobre ruídos em sistemas de freios automotivos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 O Estado da Arte

Uma das revisões mais recentes sobre o estado da arte do tema atrito [Woodhouse et al., 2015] discorre sobre o estudo da vibração estrutural causada pelo atrito superficial e suas diferentes aplicações (amortecimento por atrito, vibrações auto-excitadas, sismos, instrumentos musicais, freios automotivos). A principal questão levantada nas medições de força de atrito para freios automotivos remete à curva de variação da força de atrito com a velocidade em testes quase estáticos, e se esta relação ainda será válida em condições em que estejam presentes altas frequências de vibração. Os autores ainda sugerem que na aplicação de sistemas massa-mola para uma caracterização linearizada do *squeal*, são necessários dois graus de liberdade para caracterizar o movimento de modo completo, descrevendo-o em duas direções ortogonais. Neste artigo os autores sugerem que uma destas direções seja perpendicular ao plano do disco, e concluem que modelos mais sofisticados do que o modelo de Amontons-Coulomb podem ser necessários para modelar a vibração excitada pelo atrito.

A revisão do conceito de auto-oscilação [Jenkins, 2013] é relevante para o entendimento do comportamento do atrito quando considerado como fenômeno autoexcitado, além de discorrer sobre critérios para a estabilidade de sistemas dinâmicos e sobre a bifurcação de Hopf e o espaço de fase. Bifurcações são pontos críticos nos quais a estabilidade do sistema muda quando um parâmetro de controle é variado. Uma bifurcação de Hopf é aquela que ocorre quando um par de autovalores complexos conjugados cruza o eixo imaginário do plano complexo, levando a uma mudança na estabilidade do sistema. O espaço de fase é uma ferramenta auxiliar de análise de sistemas não-lineares. O movimento de um oscilador pode ser descrito completamente através da posição $x(t)$ e velocidade instantânea $\dot{x}(t)$, e a trajetória destas duas variáveis, representadas em um espaço definido pelas coordenadas x e \dot{x} , mostram a solução de um sistema não-linear de equações [Strogatz, 2015]. Este espaço é chamado de espaço de fase do sistema e descreve o movimento somente na dimensão x no espaço físico e não deve ser confundido com a representação de dois movimentos distintos, como pode ser feito nas figuras de Lissajous.

A revisão dos progressos da pesquisa no tema ruído em freios [Oberst e Lai, 2012] descreve as principais hipóteses de estudo do ruído produzido pelo atrito em freios. Esta descrição está apresentada sinteticamente na lista a seguir:

- *Stick-slip*: fase de agarramento intermitente, na qual passa a valer o coeficiente de atrito estático ao invés do coeficiente de atrito dinâmico, onde este último tem um valor comparativamente menor. Não é mais considerado um mecanismo principal, uma vez que ocorre somente em velocidades muito baixas [Gao et al., 1993];

- Coeficiente de atrito com gradiente negativo em relação à velocidade: pode dar origem a instabilidades devido ao amortecimento negativo, mas não é uma condição necessária para as instabilidades [Fosberry, 1952];

- “*Sprag-slip*”: instabilidade causada por condições geométricas ou cinemáticas, mesmo se o coeficiente de atrito é constante [Spurr, 1961];

- Acoplamento modal: quando dois modos se acoplam dinamicamente na mesma frequência, resultando em instabilidade [Flint e Hultén, 2002];

- Amortecimento: foi mostrado que o amortecimento nem sempre promove a estabilidade, em especial no caso de amortecimento de vibrações no plano [Ouyang et al., 1999]. Alto amortecimento modal reduz a resposta em um determinado modo, mas aumenta a região passível de acoplamento com modos vizinhos [Massi e Giannini, 2008];

- Efeito giroscópico: existe a tendência de aumentar a probabilidade de *squeal* com o aumento da rotação devido ao acoplamento modal causado pelo efeito giroscópico [Kang et al., 2009];

- Transientes laterais da pastilha: movimento instável da pastilha na direção radial no plano do disco, resultando em instabilidade [Kinkaid et al., 2005];

- Ondas de superfície (ondas de separação de *stick-slip*): ondas que se propagam a altas velocidades foram detectadas em estudos paramétricos em materiais isotrópicos como possível causa do *squeal* [Baillet et al., 2006];

- Cargas móveis e ressonâncias paramétricas: o caliper se moveria tangencialmente em relação ao disco e introduziria cargas móveis, o que pode excitar ressonâncias paramétricas, causando instabilidade [Mottershead et al., 1997];

- Análise de autovalores complexos (CEA, *complex eigenvalue analysis*): primeiramente aplicada por Liles, 1989 e refinada por Nack, 1999, é utilizada para prever a instabilidade linear através de modelos de elementos finitos do sistema de freio. A parte positiva real do autovalor complexo teoricamente indica um modo de vibração instável, mas que, na prática, não necessariamente leva ao *squeal*. A análise CEA leva à predição de um número excessivo de instabilidades e não traz informação sobre a amplitude sonora. A aplicação de pressão nas estruturas e a inclusão de não-linearidades geométricas podem ser levadas em conta, de modo a tornar a análise quase-não-linear;

- Análises complementares: métodos como o “*feed-in energy*” [Guan e Huang, 2003] para identificar componentes que são a origem de autoexcitação, outros métodos pra identificar componentes com acúmulo de energia elástica e o “*modal assurance criterion*” (MAC) [Papinniemi, Lai, et al., 2005], que correlaciona os modos dos componentes com os modos do sistema completo usando a participação modal. Outros autores também utilizam o fator de participação modal com o mesmo intuito [Kung et al., 2000].

- Outros métodos, como o método de elementos finitos no domínio do tempo e o método de elementos acústicos de contorno, são muito custosos em termos computacionais e tem sido escassamente utilizados;

O trabalho de revisão de Cantoni et al., 2009, discorre sobre formulações da lei de atrito com diferentes comportamentos quanto à velocidade. Uma série de modelos para sistemas de freio são elencados. São apresentados modelos discretos com massas concentradas, análise modal, autovalores complexos e elementos finitos. Os autores elencam também os supostos mecanismos do *squeal* (*stick-slip*, *sprag-slip*, acoplamento modal, bifurcação de Hopf, martelamento, acoplamento dos movimentos horizontais, caos e instabilidades termoelásticas) propostos em diversos estudos.

Uma revisão anterior feita em trabalho para um congresso internacional [Oberst e Lai, 2008a] divide as estratégias de estudo do *squeal* em freios nos seguintes tópicos: *stick-slip*, *sprag-slip*, acoplamento modal, martelamento [Rhee et al., 1989], práticas experimentais, análises numéricas (elementos finitos) para cálculo de acoplamento modal e de autovalores complexos. Análises não-lineares e análises do ponto de vista de acústica são técnicas consideradas pouco utilizadas para o problema de *squeal* em freios. Os autores se ressentem de um melhor detalhamento da composição e propriedades dos materiais das pastilhas. Eles ressaltam algumas limitações nas práticas comumente utilizadas, sendo uma delas que, apesar dos métodos numéricos serem populares, seu valor preditivo é baixo. Elas são utilizadas principalmente para modificar componentes após a constatação do *squeal* em dinamômetro. A outra se refere aos métodos numéricos que desconsideram análise dos transientes, assumindo que a frenagem ocorre em regime permanente. Baseado nestas limitações os autores indicam um desenvolvimento recente no tratamento dos transientes [Kinkaid et al., 2005] como “*um sistema simples de pastilha/disco com quatro graus de liberdade que mostra comportamentos dinâmicos interessantes*”.

Um dos mais extensos e mais citados trabalhos de revisão sobre o tema é o de Kinkaid et al., 2003. Neste trabalho aparece uma preocupação com o tratamento analítico dado aos

componentes do freio, em especial o disco. Ele ressalta que a pressão sonora de uma frenagem dissipa cerca de 0,25 W, enquanto que a potência total dissipada para um carro médio frenando de 110 Km/h até parar é cerca de 75 kW, ou seja, a energia sonora, ainda que seja um efeito importante, representa uma fração minúscula da energia total. É discutida a modelação do disco e como a presença das pastilhas, através do efeito de Poisson, acopla as deformações fora do plano e no plano do rotor, o que pode ser modelado por elementos finitos. Outra estratégia comumente utilizada é a da análise linear através de matrizes que incluem rigidez, amortecimento viscoso, efeito giroscópico e massa [Kinkaid et al., 2003]. Como mecanismo alternativo de *squeal*, o fenômeno do martelamento é citado, sendo explicado pelas deformações termo-elásticas do rotor, que causariam variações na força normal entre disco e pastilha (*juddering*). Nesta revisão, os autores também afirmam que medições e levantamentos experimentais levaram a algumas conclusões que parecem ser de consenso:

- Um sistema de freio pode emitir ruído na forma de *squeal* em diferentes frequências;
- As amplitudes das vibrações envolvidas são da ordem de poucos micrômetros;
- A vibração no disco durante o *squeal* pode apresentar uma onda estacionária ou não;
- O conhecimento dos modos de vibração do disco estacionário e dos componentes do freio não parece ser suficiente para determinar a propensão ao *squeal*;
- As frequências de *squeal* parecem ser sempre inferiores às frequências naturais do disco estacionário;
- Maior coeficiente de atrito dinâmico entre disco e pastilhas parece aumentar a propensão ao *squeal*;
- Não é possível precisar se existe um componente isolado do sistema de freio que mais contribua para a emissão de *squeal*;

Além disso, ressalta-se a definição presente em vários modelos da força de atrito, como uma força que depende dos deslocamentos do sistema, mas que não pode ser derivada da energia potencial associada a estes deslocamentos (“*follower force*”). Assume-se também que as vibrações induzidas pelo atrito são uma forma particular de vibrações auto-excitadas, onde a excitação é causada pelas forças de atrito. Uma vibração autoexcitada é aquela em que a força variável que sustenta o movimento é criada ou controlada pelo próprio movimento.

Uma outra revisão sobre o tema [Akay, 2002], extensa e genérica, preocupa-se em ilustrar as diversas formas de manifestação do som produzido pelo atrito, embora comente brevemente sobre o ruído em freios automotivos e faça um glossário de termos e definições

relacionados a esta aplicação. Traz uma consideração sobre as escalas de tempo e dimensionais dos vários aspectos que podem influenciar o comportamento das forças de vibração.

Uma revisão anterior, mais ampla e ainda relevante sobre o tema de vibração induzida pelo ruído é a de Ibrahim, partes I e II [Ibrahim, 1994a; b]. A parte I versa sobre os fundamentos do atrito e os múltiplos aspectos ambientais e fenomenológicos que os influenciam ou alteram. A parte II faz um apanhado dos mecanismos que levam a vibrações auto-excitadas e ao ruído em sistemas com atrito. Foram investigados analiticamente sistemas massa/mola/amortecedor em uma esteira quanto ao aparecimento de *stick-slip*, de movimentos harmônicos e comportamentos instáveis. O surgimento de *squeal* também é tratado, em especial quanto a influência da variação do coeficiente de atrito com velocidade relativa. O *squeal* em freios automotivos e as estratégias de análise são discutidas. Segundo o autor, as principais hipóteses de causas de *squeal* são: *stick-slip*, *sprag-slip*, gradiente negativo da curva de atrito em relação à velocidade e acoplamento modal.

A revisão analisada mais antiga [Crolla e Lang, 1991], discute a ideia de que o ruído decorre de instabilidades no sistema de freios. A instabilidade foi associada inicialmente ao decréscimo do coeficiente de atrito com a velocidade, mas modelos posteriores mostraram que ela pode ocorrer mesmo com coeficiente de atrito constante. É ressaltado que o modelo de massas concentradas de Murakami [Murakami et al., 1984] foi um dos primeiros a mostrar que as instabilidades podiam explicar resultados experimentais de ruído. Considera-se que equações de movimento, incluindo as forças de atrito e as restrições cinemáticas, podem levar à instabilidade do sistema. Quanto ao uso do método de elementos finitos, são comentadas as dificuldades para incluir as forças de atrito na região de contato. Estas forças normalmente são estudadas em sistemas de menos graus de liberdade desenvolvidos em paralelo. Como as forças de atrito são não-conservativas, isto implica em matrizes de rigidez não simétricas, e, portanto, a solução dos autovalores do sistema pode indicar modos instáveis que serão responsáveis pelo *squeal*.

2.2 Considerações sobre as Investigações Experimentais

Segundo Papinniemi et al., 2002, os métodos experimentais ainda desempenham um papel importante no futuro da investigação sobre o *squeal* em freios automotivos, por oferecerem ferramentas de análise mais efetivas do que métodos numéricos ou puramente teóricos, e porque a verificação das soluções desses métodos somente pode ser atingida através de meios experimentais. Outro autor [Moore et al., 2008] afirma que: “os métodos numéricos

existentes para a predição do squeal, tais como a análise de autovalores complexos (CEA – complex eigenvalue analysis) ou análises no domínio do tempo dos modelos de elementos finitos frequentemente falham em identificar precisamente as frequências de squeal do freio, e são ainda menos confiáveis ao determinar a possibilidade de ruído de squeal excessivo, dada a variabilidade de condições nas quais um sistema de freios opera. Confia-se, portanto, em testes físicos de sistemas de freios utilizando dinamômetros ou veículos como indicadores da performance do sistema em termos de ruído (...)”.

Por outro lado, a investigação experimental do *squeal* em freios é não-trivial pelas mesmas razões que o *squeal* em automóveis parece ocorrer de modo randômico. Além disso, como cada grupo de pesquisa utiliza suas próprias configurações experimentais, com modelos específicos de rotores, caliper e pastilhas, algumas vezes modificados para a instalação e acesso da instrumentação, torna-se difícil trocar e comparar resultados [Giannini et al., 2006].

Dinamômetros inerciais são comumente utilizados para determinar o coeficiente de atrito de sistemas de freio, pois são uma plataforma bem estabelecida e que permite testes sob condições controladas. Além disso, os dinamômetros exibem uma boa correlação com muitas situações encontradas nas condições reais de condução do veículo e são comparativamente mais econômicos e mais rápidos do que um teste em veículo completo [Perzborn et al., 2015].

A complexidade construtiva dos freios comerciais representa uma dificuldade na investigação do ruído nestes equipamentos. Vários subcomponentes do sistema possuem características dinâmicas que podem variar significativamente devido ao desgaste, montagem ou outras imprecisões. Isto cria dificuldades na repetibilidade dos experimentos e na modelagem. Devido a isto, muitos pesquisadores optam por dispositivos tais como os tribômetros [Neis et al., 2010], ou pelas bancadas tipo pino e disco e outros tipos de freios de laboratório, por serem mais simples construtiva e geometricamente, por permitirem a utilização de menores áreas de contato entre pastilha e disco, pela otimização da colocação dos sensores, pela possibilidade de repetibilidade de algumas causas do *squeal* e pela validação de pelo menos alguns modelos teóricos [Akay et al., 2009].

Um tribômetro é independente do sistema do veículo, e conseqüentemente mais adequado à determinação de parâmetros específicos como o coeficiente de atrito, e para obter um melhor entendimento do comportamento dos processos tribológicos. Como contraponto pode-se salientar que nos modelos de escala reduzida é difícil ou mesmo impossível reproduzir todas as variáveis que influenciam um sistema de freios veicular real [Perzborn et al., 2015].

Em investigação experimental do movimento da pastilha durante o *squeal* com o uso de acelerômetros [Renaud et al., 2012], os autores salientam que a literatura é escassa no que diz

respeito a trabalhos experimentais deste tipo, e que vários deles são feitos em dispositivos simplificados e em baixas rotações. Além disso, poucos se focam nas variações de formas modais durante a operação de sistemas reais de freios. Considerando-se que as frequências de *squeal* são muito dependentes das frequências naturais do rotor, é de fundamental importância determinar os modos de vibração do rotor [Papinniemi et al., 2002]. A existência de modos de vibração no plano, além dos modos fora do plano, torna o problema mais complexo, e existem evidências de que os modos no plano podem também ser a causa de alguns tipos de *squeal* tanto quanto os modos fora do plano [Papinniemi, Zhao, et al., 2005].

Quanto às medições, os acelerômetros são uma ferramenta efetiva para a determinação experimental dos modos de vibração, mas possuem a limitação de normalmente serem utilizados em peças estacionárias. Técnicas óticas tem sido também aplicadas, tais como a interferometria holográfica dual a laser pulsado (DPHI), na qual a diferença no comprimento do caminho ótico causada pela deformada da superfície que vibra cria um padrão de franjas de interferência em uma placa holográfica [Felske et al., 1978]. A forma modal pode então ser determinada a partir da interpretação das franjas [Connolly, 2005]. A principal vantagem desta técnica é a de que ela pode registrar as formas modais de um rotor em operação enquanto ele está em *squeal* [Papinniemi et al., 2002]. A interferometria a laser tem como limitações não trazer informações sobre a fase da vibração e necessitar de acesso visual aos componentes a serem medidos, o que restringe a sua aplicação.

Em outros estudos nos quais sistemas de freios foram instrumentados, tais como em Renaud et al., 2012 e em Triches et al., 2004, também foram utilizados aparatos de medição com acelerômetros. Nestes estudos, entretanto, o objetivo de utilizar os acelerômetros era diferente do pretendido no presente trabalho, pois os sensores foram instalados somente no caliper ou na pastilha para medir os modos de vibração e coeficientes de amortecimento.

Em outros experimentos [Crowther et al., 2007; Crowther e Singh, 2008] foram utilizados dois acelerômetros, um montado no caliper e outro no braço de suspensão do veículo, para estudo do ruído de baixa frequência de sistemas de freio denominado “*groan*”. Em outros trabalhos ainda [Gödecker et al., 2013; Gräbner et al., 2014; Schlagner e Wagner, 2009; Wagner et al., 2007] os valores obtidos por acelerômetros montados na pastilha de freio foram utilizados para determinar o trabalho executado pela força de atrito. Somente movimentos em uma direção (tangencial) foram medidas por aqueles autores.

Em trabalho executado em bancada laboratorial [Giannini et al., 2006], também se utilizam dois acelerômetros na pastilha, um na direção tangencial do plano do disco e outro

perpendicular a esta direção (axial, ou fora do plano), visando estudar o movimento daquele componente.

Conclui-se destas considerações que as práticas experimentais com o uso de acelerômetros para a descrição do movimento da pastilha em dinamômetro são apropriadas e relevantes, e que esta técnica de medição pode ser ampliada para movimentos nas três direções ortogonais.

2.3 Variáveis Tribológicas e Ruído

Dentre os autores que mais publicam especificamente sobre o tema *squeal* em freios automotivos, Eriksson e Jacobson, 2001 fazem uma série de medições em um sistema de freios real em um dinamômetro com instrumentação adicional. Procuram esclarecer o papel do coeficiente de atrito no *squeal*, variando a rotação e a força normal para quatro diferentes materiais. Entre as principais conclusões, destacam-se:

- Valores altos para o coeficiente de atrito parecem ter alguma relação com a frequência com que eventos de *squeal* ocorrem e com níveis mais altos de pressão sonora, apesar de haverem exceções (pastilhas com o mesmo coeficiente de atrito podem ter comportamentos quanto ao *squeal* completamente diferentes);

- Para coeficientes abaixo de 0,4 não foi observado *squeal*, e coeficientes de atrito crescentes podem iniciar abruptamente a geração de *squeal*, sugerindo uma característica de limite de instabilidade do mecanismo de excitação;

- O gradiente negativo de atrito em relação a velocidade não implica em maior tendência ao *squeal*. O mesmo pode ser dito para gradiente do coeficiente de atrito com a pressão aplicada à pastilha;

- Pelo menos duas pastilhas mostraram maiores coeficientes de atrito ao reduzir a pressão sobre elas do que ao ser aumentada a pressão (histerese do atrito), mas nenhuma correlação foi encontrada entre a histerese e a geração de *squeal*;

O autor conclui que não há correlação entre os valores do coeficiente de atrito e o *squeal*, para valores acima de 0,4. Porém, como sem dúvida o *squeal* é causado pelas forças de atrito, é necessário que algum outro fenômeno que possua a capacidade de se modificar rapidamente sob as mesmas condições nominais de rotação, temperatura e pressão esteja presente. As medições usuais de atrito são adquiridas pela média espacial e temporal determinadas pelo

tamanho da área de contato e pelas taxas de aquisição dos instrumentos. O autor propõe que a escala de tempo deva ser menor do que 1/10 ms (equivalente ao período de uma vibração de 10 kHz). Ele conclui finalmente que as características locais e superficiais das pastilhas e discos, alteradas pela formação de tribofilme, acúmulo de óxidos e resíduos e condições ambientais devem ser as responsáveis pelo *squeal*.

Coerentes com esta posição estão publicados vários outros artigos do mesmo autor e que tratam dos fenômenos superficiais em pastilhas de freio [Bergman et al., 1999, 2000; Eriksson, 2000; Eriksson et al., 1999, 2002; Eriksson, Lord, et al., 2001; Eriksson, Lundqvist, et al., 2001; Eriksson e Jacobson, 2000]. Nestes trabalhos basicamente são feitas observações e especulações sobre a formação de planos de contato (platôs constituídos basicamente de óxido de ferro, mesmo que a pastilha não possua ferro em sua composição) e sua dinâmica de modificação e crescimento em área e sua influência no *squeal*, no que ele chama de microatrito. Discos de vidro são utilizadas para a observação destes platôs formados pelo material de desgaste da própria pastilha e disco. Em um experimento [Bergman et al., 1999] um disco teve sua superfície jateada com areia para criação de rugosidades e seu comportamento foi estudado quando colocado em operação. Ele conclui que uma pastilha com muitos platôs pequenos tende a gerar mais *squeal* do que poucos platôs com áreas maiores, e que durante a fase sem *squeal* os platôs tendem a crescer rapidamente com o aumento da força normal aplicada, ao contrario do que ocorre com baixa força normal, quando os platôs tendem a crescer pouco sob o *squeal*. Esta característica foi considerada mais importante do que o tamanho em si dos platôs para o mecanismo de *squeal*. Variações de temperatura entre 100 °C e 200 °C não apresentaram influência significativa no tamanho dos platôs. Testes com variação de umidade relativa do ambiente não foram particularmente conclusivos.

Os estudos que se dedicam à análise da interface de contato [Bergman et al., 2000; Eriksson et al., 2002] mostram que se formam platôs característicos na superfície de contato de materiais compostos. Estes platôs frequentemente possuem uma forma elíptica e não somente linear na direção do movimento do disco, como seria de se esperar caso este fosse o único movimento em questão. Esta característica parece indicar que um importante componente do movimento da pastilha não tem sido mensurado. Em um dos estudos [Bergman et al., 2000] foram alteradas as áreas das pastilhas e conclui-se que o coeficiente de atrito permaneceu inalterado e que a geometria da pastilha afetou fortemente a geração de *squeal*, especialmente quando 50% material foi removido e especialmente nas direções determinadas pelo sentido de giro do disco.

Existem várias pesquisas na mesma linha de raciocínio, ou seja, de modificar a geometria da superfície de contato do material de atrito da pastilha com diferentes chanfros [Liu et al., 2008; Moore et al., 2008] e com diferentes rasgos [Liu et al., 2008; Oberst e Lai, 2011b; Wang et al., 2013, 2016, 2018; Wang, X. C. et al., 2015]. Um trabalho afirma, baseado em testes de pino e disco e modelação por elementos finitos, que o ruído produzido pelo atrito pode ser reduzido por modificações estruturais adequadas na superfície de contato [Wang et al., 2018]. Em um trabalho puramente experimental [Moore et al., 2008] são analisados diferentes geometrias, chanfros e rasgos em pastilhas de freio, mostrando alterações de comportamento sem mostrar nenhuma correlação significativa para o *squeal*. O trabalho de Liu et al., 2008, procura prever o comportamento experimental com um modelo de elementos finitos identificando os autovalores complexos com o uso do programa ABAQUS. Todos os trabalhos são basicamente fenomenológicos e descritivos, e não são comprovados mecanismos ou modelos para explicar como a forma da superfície se relaciona com o comportamento de *squeal*.

Em Oberst e Lai, 2011b investiga-se o *squeal* em freios automotivos como um fenômeno não linear, utilizando-se a correlação entre o *squeal* como medido em dinamômetros industriais com as variáveis obtidas conforme procedimento da SAE J2521, adotando como índice de quantificação de ruído a curva cumulativa de ocorrências de *squeal*. Uma pastilha padrão e três outras similares com rasgos em diferentes posições (um rasgo e dois rasgos verticais e dois rasgos na diagonal) foram testadas e avaliadas quanto ao desvio padrão, média e curtose, e foram feitos testes de significância para o atrito médio e nível de pressão sonora para verificar se as distribuições eram normais. O teste mostrou que a distribuição do coeficiente de atrito é log-normal. Correlações cruzadas de atrito e nível de pressão sonora não mostraram diferenças significativas entre as quatro pastilhas que apresentaram diferentes comportamentos do índice de *squeal*. O uso de técnicas de análise de não-linearidades indicou que alta não-linearidade pode estar relacionada com a propensão ao *squeal*. Esta conclusão sugere que modelos propostos para analisar o *squeal* “*devem modelar comportamentos não lineares e a análise de transientes seria benéfica*”, segundo o autor. Os mesmos autores [Oberst e Lai, 2011a] reforçam a tese de que o *squeal* “*é um fenômeno não-linear transiente e vários estudos que usam modelos analíticos e experimentais de sistemas de freios (isto é, pino sobre disco) indicam que ele poderia ser tratado como um fenômeno caótico*”. Publicações similares seguem a mesma linha de raciocínio [Oberst e Lai, 2008b, 2010, 2013, 2015a; b]. Outros trabalhos do mesmo grupo de estudos focam no estudo das propriedades da radiação acústica gerada pelo contato da pastilha com o disco [Oberst et al., 2013; Oberst e Lai, 2009, 2015c], uma vez que se argumenta que esta estratégia permitiria suprir a deficiência da análise de

autovalores complexos. O método de autovalores complexos permitiria identificar os modos de vibração instáveis, mas não garante se estes modos causarão o *squeal* ou não. Os resultados do modelo utilizado para radiação acústica indicam que os modos de vibração da pastilha no plano podem ser responsáveis por forte emissão acústica na direção do deslocamento da pastilha [Oberst e Lai, 2009].

2.4 Vibrações Autoexcitadas

Vibração autoexcitada é uma categoria de vibração em sistemas mecânicos na qual a resposta é uma amplitude crescente de vibração com um ciclo limite dado por não-linearidades do sistema. O suprimento de energia (ou a força) pode ser constante e as frequências de resposta esperadas são muito próximas às frequências naturais do sistema [Muszynska, 1997]. Outro autor [Jenkins, 2013] discorre em detalhe sobre o mecanismo de autoexcitação e cita outras denominações comuns do fenômeno, tais como vibração autoinduzida, auto-oscilação, vibração autônoma, vibração parasítica ou ainda “*hunting*”, e cita vários exemplos práticos. Este autor define autoexcitação como a geração e manutenção de um movimento periódico a partir de uma fonte de energia que não possui esta mesma periodicidade: a própria oscilação controla a fase com que a fonte de energia atua sobre ela. McMillan, 1997, lista outros exemplos de vibrações autoexcitadas além do atrito em freios, tais como a interação entre arco e corda de um violino e a vibração de uma taça de cristal quando atritada em sua borda. A autoexcitação no deslizamento entre dois corpos foi estudada de forma analítica por Adams, 1995a; b, 1997, 1998 considerando o coeficiente de atrito como constante.

Em seu trabalho Hultén, 1993, propõe um modelo autoexcitado de dois graus de liberdade no qual os movimentos em duas direções x e y estão vinculados (acoplados) e o desenvolve analiticamente. Neste modelo o *squeal* ocorre de modo independente da velocidade do disco, como uma instabilidade. O trabalho de Sinou et al., 2007 propõe um modelo autoexcitado similar ao de Hultén e estuda o efeito do amortecimento em sistemas com coeficiente de atrito constante e com acoplamento modal. Oberst e Lai, 2008b, afirmam que: “*de um ponto de vista analítico, o squeal em freios pode ser considerado como uma vibração autoexcitada do conjunto montado, com a interface de atrito provendo a fonte de energia (“input”) e as superfícies planas do rotor irradiando a maior parte do som (“output”) (...). Como sabido, o sistema entra em um modo de vibração instável e se ajusta em uma vibração limite (...)*”. O conhecimento do mecanismo das vibrações autoexcitadas são necessárias para o projeto de medidas mitigadoras [Kroger et al., 2008], pois o ruído causado pelo *squeal*

geralmente é associado às vibrações instáveis, que na realidade são caracterizadas por ciclos limite com maior amplitude de vibração [Giannini et al., 2006].

2.5 Sincronismo e Acoplamento

Quando dois ou mais osciladores inicialmente com diferentes frequências terminam oscilando em sincronismo, chama-se este comportamento de acoplamento modal (“*mode locking*”, “*phase locking*” ou ainda “*frequency locking*”). Ele foi primeiramente reportado por Huygens em 1665, observando o sincronismo espontâneo de relógios de pêndulo quando colocados sobre a mesma base [Jenkins, 2013].

Este comportamento autoexcitado em osciladores foi reproduzido em experimentos [Pantaleone, 2002] nos quais dois metrônimos são colocados sobre uma base comum e móvel. O experimento mostra que estes osciladores após algum tempo se sincronizam. Eles apresentam a tendência a se moverem com a mesma frequência, caso as diferenças entre as frequências iniciais sejam relativamente pequenas. Este tipo de comportamento é também observado em sistemas eletrônicos de supercondutores, em fenômenos eletroquímicos e em sistemas biológicos, e é atualmente um tópico popular de pesquisa [Komarov e Pikovsky, 2014]. Atualmente o fenômeno ainda é estudado matematicamente através do modelo proposto no trabalho de Kuramoto, 1975.

Um caso de comportamento relacionado a autoexcitação e sincronismo foi estudado por Strogatz et al., 2005, onde se relata a excitação da frequência natural de uma ponte. Os pedestres caminhando pela ponte iniciavam um balanço lateral da estrutura, e este balanço fazia com que os pedestres tentassem sincronizar suas passadas com o movimento da ponte, para se manterem em equilíbrio enquanto caminhavam. Este comportamento dos pedestres inadvertidamente amplificava ainda mais o movimento da ponte. O resultado observado foi uma multidão de pessoas caminhando em perfeito sincronismo sobre uma ponte com grande amplitude de vibração. O autor afirma que “*a vibração e o sincronismo são dois aspectos de um mesmo mecanismo de instabilidade...*”.

Em outros trabalhos [O’Keeffe et al., 2017; Strogatz, 2000] o mesmo autor Strogatz aprofunda o tratamento formal do fenômeno de sincronismo de osciladores que a partir do acoplamento dos movimentos sincronizam suas fases. Ele diz que: “*quando a separação das frequências naturais é grande comparada com a intensidade do acoplamento, o sistema se comporta de modo incoerente, com cada oscilador vibrando em sua frequência natural.*

Quando a separação diminui, a incoerência persiste até que certo limite seja atravessado – então um conjunto de osciladores se aglutina em sincronismo” [Strogatz, 2000].

2.6 Análise Modal e Ruído

Uma parte da literatura investiga o *squeal* através da análise modal. A análise modal expressa a resposta de um sistema de muitos graus de liberdade como a superposição de respostas modais determinadas a partir da análise experimental dinâmica ou de técnicas numéricas. Este método de análise modal consiste em transformar as coordenadas globais do sistema em coordenadas modais, de tal modo que um sistema de N graus de liberdade possa ser escrito como um sistema de N equações de um grau de liberdade, e estas análises dinâmicas somente precisam ser implementadas para aqueles modos que tem uma contribuição significativa para a resposta [Chopra, 1996].

Estudos iniciais sobre *squeal* utilizando modelos do tipo massa/mola mais sofisticados, [Earles e Badi, 1978; Jarvis e Mills, 1963; Millner, 1978] mostraram que mesmo quando o coeficiente de atrito é constante, o modelo ainda pode ser instável se a força de atrito acoplar a oscilação de dois graus de liberdade, e a esta instabilidade é atribuído o *squeal*. Análises de elementos finitos confirmam, para modelos mais complexos, que a instabilidade aparece quando dois modos de vibração coalescem sob a influência do atrito [Ouyang et al., 2005].

Alguns trabalhos em bancadas de teste de atrito do tipo pino sobre disco mostram que pode existir instabilidade quando uma das frequências naturais do pino se aproxima de uma das frequências naturais do disco [Tuchinda et al., 2000], devido ao aumento do coeficiente de atrito, reforçando de certo modo o consenso de que maiores coeficientes de atrito implicam em maior probabilidade de *squeal* [Kinkaid et al., 2003].

O trabalho experimental de Yang e Afaneh, 2004, por exemplo, procura demonstrar que muitas frequências de *squeal* em freios estão próximas das frequências naturais no plano do disco, mas não necessariamente com as frequências fora do plano.

Já em Park et al., 2012, os autores estudam o *squeal* em freios com acelerômetros tri-axiais instalados no próprio disco em um dinamômetro de pequeno porte. Eles propõem que a causa do *squeal* está relacionada com o acoplamento dos modos de vibração no plano e fora do plano somente do disco. No trabalho destes autores são medidas as respostas em frequência (FRF) com três diferentes valores de pressão das pastilhas e um modelo de elementos finitos do disco é construído. Como limitações daquele trabalho, são realizadas medições em um único

sistema de freios em baixa rotação (40 RPM) e em baixas temperaturas (70 ° C), por restrições da instrumentação. São feitas medições somente nas direções radial e axial.

O trabalho analítico de Yang et al., 2002 também propõe que o *squeal* esteja relacionado ao acoplamento de modos de vibração do disco no plano e fora do plano, e propõe uma variante da transformada de Hilbert para tratamento de sinal e identificação do acoplamento. Outros trabalhos seguem a mesma linha de raciocínio [Papinniemi, Zhao, et al., 2005], com foco no comportamento do disco.

2.7 Acoplamento Modal e Autovalores Complexos

O método de autovalores complexos lineariza a solução para o *squeal* supondo um estado de deslizamento contínuo. O procedimento é conhecido como análise de estabilidade linear, e é utilizado pela indústria. O atrito é incorporado no sistema como um acoplamento geométrico. Este acoplamento geométrico normalmente é representado como uma ou mais molas que unem pares de nós na superfície do rotor com a superfície da pastilha. Isto implica na não separação entre as superfícies de contato durante o deslizamento.

Dado um sistema com o atrito acoplando os movimentos de disco e pastilha, a equação do movimento para um sistema deste tipo pode ser escrita como:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{\dot{x}\} = 0 , \quad (2.1)$$

onde $[M]$ é a matriz de massas, $[K]$ é a matriz de rigidez e $\{x\}$ é o vetor de deslocamentos e rotações, enquanto os pontos indicam diferenciação no tempo.

Assumindo-se que a solução da Equação 2.1 tem a forma $\{x\} = \{X\} e^{\lambda t}$, onde $\{X\}$ é um autovetor complexo e λ é o autovalor complexo, a instabilidade pode ser estudada considerando-se a parte real de λ . A parte real dos autovalores resultantes ditam a estabilidade do sistema. Se esta parte real é positiva, o sistema se torna instável e a vibração cresce até os chamados ciclo-limites. A parte imaginária correspondente é considerada como uma possível frequência de *squeal* [Tuchinda et al., 2000]. A essência deste método é a matriz de rigidez assimétrica que é gerada a partir da rigidez do contato e do coeficiente de atrito na interface. A matriz de rigidez assimétrica leva a autovalores e autovetores complexos.

Uma limitação deste método é que a magnitude da parte real positiva de um autovalor instável descreve a taxa de crescimento da oscilação, mas não necessariamente indica maiores

níveis sonoros [Liles, 1989]. É frequentemente citado na literatura que a validação experimental deste método em termos de predição de *squeal* é dificultada pela falta de repetibilidade nos resultados. A não-repetibilidade é atribuída aos parâmetros fora do controle do pesquisador, em especial a dificuldade de caracterizar a interface de atrito [Butlin e Woodhouse, 2009], considerando pressões, temperaturas e desgaste. Além disso, o método de elementos finitos, utilizado para configurações com muitos graus de liberdade, é muito sensível aos parâmetros de entrada, tais como propriedades do material, rigidez de contato, condições de contorno, topografia da pastilha e distribuição de pressão [Renault et al., 2015; Tison et al., 2014]. A determinação experimental da rigidez de contato entre pastilha e disco é crucial, pois contribui para o mecanismo de acoplamento modal [Junior et al., 2004] e define o comportamento do modelo.

Quanto à influência da condição de contorno, pode-se citar o fato de que quando a pastilha esta montada no caliper, pressionada por molas e pela força exercida pelo pistão hidráulico de acionamento, os resultados se alteram. Como exemplo, no estudo de Yang e Afaneh, 2004 a FRF (função de resposta em frequência) foi utilizada para avaliar o efeito da aplicação de diferentes níveis de pressão na pastilha contra o disco de freio. A pressão foi variada entre 0 e 50 bar. O trabalho obteve alterações na frequência de cerca de 250 Hz fora do plano e de 80 Hz no plano do disco. A modificação das frequências se deu principalmente entre a condição de 0 bar e a condição de início de aplicação da pressão, alterando-se até 10 bar, sendo que pressões mais altas não modificaram significativamente os resultados.

2.8 Estudos da Dinâmica da Pastilha e do Movimento em Duas Direções

Nos trabalhos que investigam o papel desempenhado pela pastilha no fenômeno do ruído gerado pelo sistema de freios, o conceito de que o movimento da pastilha pode ocorrer não somente na direção tangencial (direção da rotação do disco de freio) aparece na literatura frequentemente associado ao fenômeno de vibração autoexcitada.

Um dos primeiros trabalhos a sugerir esta característica de movimento da pastilha em duas direções foi desenvolvido por Ichiba e Nagasawa, 1993. Neste trabalho uma investigação experimental é efetuada com a colocação de acelerômetros na parte traseira da pastilha e o disco é medido com holografia laser, identificando os modos de vibração do disco durante o *squeal*. O autor salienta que a holografia laser não mede as relações de fase. Ele sugere, a partir das equações de movimento harmônico, que a composição dos movimentos pode assumir uma forma elíptica no plano vertical e que a área coberta por esta elipse é proporcional à energia de

excitação do sistema. Afirma também que a diferença de fase entre os sinais é importante fator nos modos de vibração do *squeal*. Como limitações, pode-se destacar que este trabalho se ocupa apenas do movimento na direção vertical (axial) e longitudinal, e não chega a montar as elipses a partir das medições efetuadas. Além disso, não identifica corretamente as formas modais da pastilha, supondo movimento de corpo rígido para a mesma, e somente considera as formas modais do disco na direção fora do plano.

O trabalho de Park, 2015, investiga em um dinamômetro com um sistema real de freios (disco, pastilha e caliper) o papel da pastilha no *squeal* com o uso de sensores de força fixados às pastilhas na direção tangencial. Ele identifica o *squeal* como ocorrendo em uma frequência no plano do disco e que coincide com uma frequência natural da pastilha. Entretanto nesta investigação a pastilha é tratada como um corpo rígido em um modelo de um grau de liberdade, e a partir da coincidência da frequência deste modelo da pastilha mais a frequência um modo de vibração do suporte do freio é identificada a frequência de *squeal*. A rigidez do suporte da pastilha é alterada visando remover a condição de *squeal*.

Em Renaud et al., 2012, mede-se o movimento de uma pastilha em dinamômetro colocando seis acelerômetros tri-axiais na parte de trás da pastilha. A deflexão da pastilha é calculada por interpolação do sinal dos seis acelerômetros. O autor conclui que a pressão aplicada na pastilha modifica a frequência de *squeal* e que durante o *squeal* a pastilha apresentou uma deformação de flexão e de torsão. Como limitação, somente são apresentadas as medições na direção axial da pastilha. Além disso, o modelo de elementos finitos proposto pelo autor não foi capaz de reproduzir as deformações medidas.

2.9 Modelos com Análise da Trajetória da Pastilha

Uma das consequências do estudo da dinâmica do movimento da pastilha em pelo menos duas direções é a necessidade de discutir que tipo de trajetória ela descreve. Os trabalhos experimentais e numéricos que se propõem a estudar o problema utilizam diferentes estratégias. A seguir são apresentados alguns resultados obtidos por vários pesquisadores.

O modelo proposto por Pilipchuk et al., 2015, se baseia em um aparato laboratorial com dois graus de liberdade. Nele se procuram introduzir variações na força normal causadas pelo acoplamento do movimento tangencial de um corpo de massa m e o movimento vertical excitados pelo atrito com uma correia, em frenagens com desacelerações, como se vê na Figura 2.1.

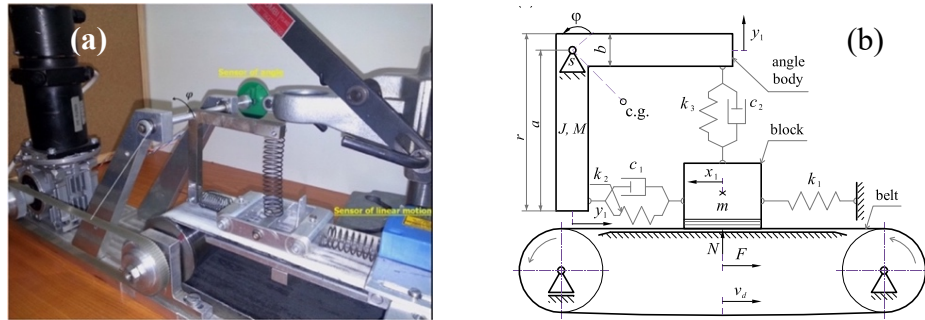


Figura 2.1 – Dispositivo (a) experimental e (b) modelo teórico [Pilipchuk et al., 2015].

Seus resultados mostraram comportamentos experimentais da trajetória da massa muito irregulares, tais como a da Figura 2.2. Esta figura mostra a composição do movimento tangencial e do movimento vertical da massa m .

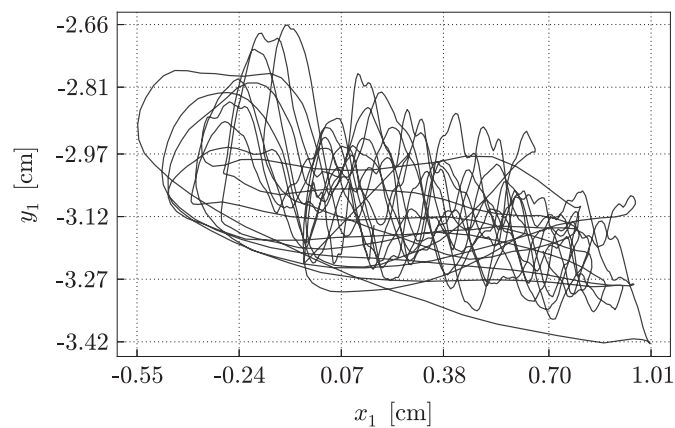


Figura 2.2 – Trajetória da massa que representa a pastilha [Pilipchuk et al., 2015].

O trabalho conclui afirmando ter demonstrado as vibrações transientes induzidas pelo atrito, e que estes transientes e o fenômeno de *stick-slip* podem ser a causa do *squeal*.

Schroth et al., 2004, utilizaram-se de um vibrômetro à laser de efeito Doppler para medir a deformação de um disco em um dispositivo de laboratório, do tipo pino e disco, durante o *squeal*. Eles afirmam que o modo em *squeal* é uma superposição de vibrações no plano e fora do plano do disco em 3,8 kHz. No mesmo trabalho é proposto um modelo numérico de 3 graus de liberdade com acoplamento entre as direções x e y . Obtém como resultado deste modelo trajetórias em espiral crescente ou erráticas. O modelo e o resultado de algumas órbitas são apresentados na Figura 2.3.

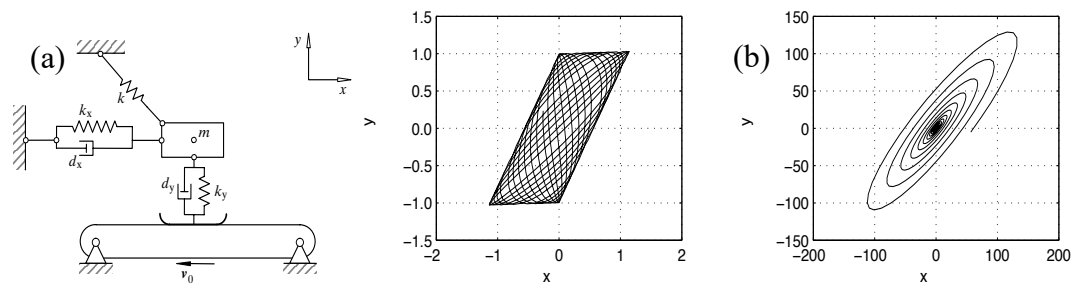


Figura 2.3 – Modelo (a) teórico e (b) trajetórias da massa da pastilha [Schroth et al., 2004].

Na Figura 2.3 (a) está representado o modelo teórico com acoplamento do movimento em duas direções, e em (b) e (c) duas das órbitas geradas pelo modelo. Como limitações, salienta-se que o trabalho não verifica experimentalmente a existência das trajetórias no pino ou no disco do dispositivo de laboratório nem faz medições em um sistema real de freios. Ele conclui propondo que o *squeal* seja causado por acoplamento modal baseado unicamente em um modelo de elementos finitos.

Butlin e Woodhouse, 2011, assim como no trabalho anterior, usam um equipamento tipo pino e disco. O aparato está mostrado na Figura 2.4.

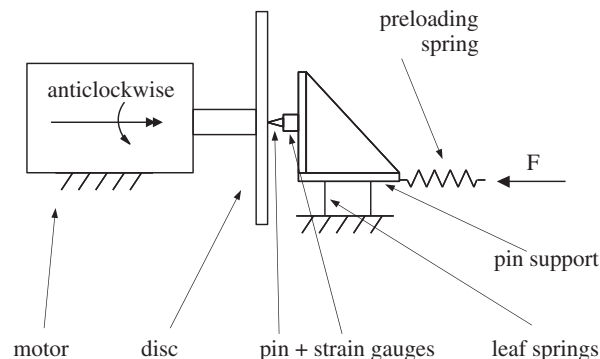


Figura 2.4 – Dispositivo de ensaios do tipo pino e disco [Butlin e Woodhouse, 2011].

Ao medirem a velocidade do pino nas direções tangencial e radial, tentando confirmar sua hipótese inicial de que somente existe vibração significativa do pino na direção tangencial, os autores se surpreendem ao constatar que existe uma componente radial importante durante o *squeal*, conforme a citação:

“o modelo de atrito assume que a força de atrito é sempre tangencial na direção do giro do disco. Isto somente é verdade se as velocidades de vibração radiais forem pequenas se comparadas com a velocidade de giro. Para verificação, seis medições de velocidade radial foram feitas no pino em contato com o disco em ambas as direções. O ângulo máximo da

velocidade relativa foi calculado. A força normal não foi alterada e squeal ocorreu em três dos testes. Durante o período silencioso, a variação de ângulo foi insignificante. De modo interessante, durante o squeal o ângulo medido foi de $40^\circ \dots$ ”.

Ao se colocar em um gráfico a trajetória do pino, onde o eixo x representa a velocidade de vibração tangencial e o y a velocidade de vibração radial, surge uma trajetória durante o *squeal*, que é apresentada na Figura 2.5.

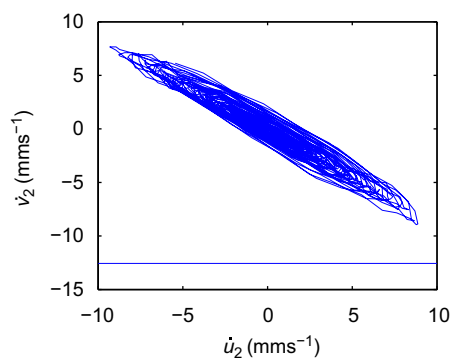


Figura 2.5 – Movimento do pino no plano sobre o disco [Butlin e Woodhouse, 2011].

Os autores, entretanto, não fazem nenhuma avaliação deste resultado inesperado e que contraria as premissas iniciais do seu trabalho, nem propõem alterações no modelo.

O trabalho analítico de Xia, 2003, procurando investigar o *stick-slip* e a possibilidade da variação da direção da força de atrito devido ao movimento nas duas direções ortogonais do plano do disco, propõe um modelo de oscilador de dois graus de liberdade, excitado por duas forças ortogonais. A investigação o leva a concluir que: “*no caso geral (...) a órbita da resposta do sistema não é um simples círculo ou uma elipse, mas uma curva particularmente complexa*”. Uma limitação importante que se pode levantar sobre este trabalho é que ele não explica a origem das forças externas que são aplicadas no modelo, não fala sobre se existe acoplamento entre elas e nem porque elas são consideradas harmônicas.

O mesmo pode ser dito sobre os trabalhos analíticos de Shin et al., 2002, de Chang Chang e Feng Hu, 2016, e de Lin et al., 2015, que utilizam o mesmo modelo de dois graus de liberdade submetido a forças externas, onde todo o tipo de trajetórias irregulares das massas são obtidas. Chang Chang e Feng Hu, 2016, concluem que o movimento resultante é caótico, mas que pode ser convertido em harmônico através de uma excitação externa.

Fadaee e Yu, 2016, apresentam um trabalho analítico bastante similar ao de Xia, 2003, com dois graus de liberdade, mas acrescentam medições em um dispositivo de laboratório com uma massa sustentada por 3 molas colocadas a 120 graus, de modo a acoplar os movimentos

nas duas direções ortogonais tratadas no estudo. Neste trabalho também não é explicada a origem das forças que excitam o sistema. A conclusão é que a resposta do sistema em termos de deslocamento são trajetórias em espiral que tendem ao aumento de amplitude contínuo ou trajetórias irregulares com ângulos agudos, “causadas por adesões”, segundo os autores.

O trabalho de Oh et al., 2005, desenvolve o mesmo modelo de dois graus de liberdade utilizado por Shin et al., 2002, e Chang Chang e Feng Hu, 2016, mas o modifica para estudar o movimento fora do plano do disco. São feitas medições do movimento da pastilha com um sensor ótico laser. A pastilha real atua contra um disco em um dispositivo experimental de laboratório, e não são informados maiores detalhes sobre o dispositivo e o sistema de medição. A investigação conclui sobre a possibilidade de órbitas circulares e de outras formas irregulares tanto da pastilha quanto do disco. Os resultados das medições apresentam um movimento complexo e não se parecem com os resultados da simulação. Pode-se questionar se o modo de fixação da pastilha, por ser diferente da fixação em um freio real e pelo fato de não haver informação detalhada sobre ela, poderia afetar os resultados.

O trabalho experimental de Giannini et al., 2006 afirma que a dinâmica da pastilha tem um papel chave na seleção em um modo de *squeal*. As medições realizadas em um aparato de laboratório mostram que o *squeal* coincide com uma frequência natural no plano do disco, e que existe uma diferença de fase constante de 90 graus entre as acelerações da pastilha no plano (tangencial) e fora do plano (axial). Esta diferença de fase pode levar a formação de uma órbita no ponto de contato entre a pastilha e o disco, na direção vertical. As frequências de *squeal* não são afetadas pela variação de velocidade de deslizamento relativa e não ocorreu o fenômeno de *stick-slip* durante o *squeal*. Como limitações, pode-se ressaltar que as medições foram efetuadas em um dispositivo que construtivamente é bastante diferente de um sistema de freios real, em especial no que diz respeito à suportação da pastilha. Outro ponto importante é que uma defasagem de 90 graus levaria a órbitas circulares, e não elípticas como afirma o autor. O autor também fala em frequências modais no plano (*in-plane*) da pastilha, que normalmente não se observam em sistemas reais de freio, pelo fato de se manifestarem em valores altos de frequência, fora da região de interesse de até 16 kHz.

Em Kang, 2012, se propõe um estudo puramente numérico baseado em elementos finitos de disco e pastilha, no qual o autor sugere que os modos no plano e fora do plano do disco são essenciais para a irradiação do som do *squeal*. Ele propõe que ocorra uma pequena área de *stick-slip* entre disco e pastilha e que um ponto nesta região apresenta uma trajetória elíptica entre as velocidades na direção vertical (axial) e longitudinal como ciclo limite. Como

limitação do trabalho, ele não faz nenhuma medição experimental para suportar seu modelo numérico e considera que a pastilha somente executa movimentos de corpo rígido.

2.10 O Modelo de Kinkaid

O trabalho puramente numérico de Kinkaid et al., 2005, incorpora a característica de autoexcitação e de movimento da pastilha no plano do disco em um modelo de massas concentradas com quatro graus de liberdade. Ele constrói um modelo analítico no qual os movimentos da pastilha nos dois sentidos ortogonais são independentes e o coeficiente de atrito μ_a é constante, não dependendo da velocidade do disco.

A Figura 2.6 mostra o modelo de quatro graus de liberdade no qual a pastilha m_1 pode se mover tanto na direção tangencial quanto radial sobre o disco m_2 .

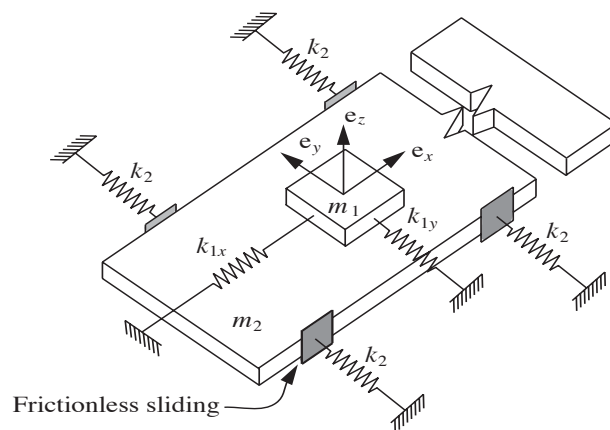


Figura 2.6 – Modelo com 4 graus de liberdade [Kinkaid et al., 2005].

A força de atrito \vec{F} neste modelo depende da velocidade relativa \vec{V}_r entre as superfícies do disco e das pastilhas. O autor utiliza o modelo de Amontons-Coulomb, no qual força de atrito seco \vec{F} pode ser entendida como uma força que se opõe ao movimento relativo entre as superfícies, como expresso em:

$$\vec{F} = -N\mu_a \frac{\vec{V}_r}{|\vec{V}_r|}, \quad (2.2)$$

onde N é a magnitude da força normal à área de contato \vec{N} , μ_k é o coeficiente de atrito dinâmico e \vec{V}_r é o vetor velocidade relativa [Kinkaid et al., 2005].

As equações de movimento do sistema são:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_{1x}x_1 - c_{1x}\dot{x}_1 + F_{fx} , \quad (2.3)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -k_{1y}y_1 - c_{1y}\dot{y}_1 + F_{fy} , \quad (2.4)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -F_{fx} , \quad (2.5)$$

$$m_1 \ddot{y}_2 = -k_{2y}y_2 - c_{2y}\dot{y}_2 - F_{fy} , \quad (2.6)$$

onde a direção x é a direção longitudinal e a direção y é radial. É proposto que devido ao movimento radial da pastilha (massa m_1), que surgiria quando a velocidade de deslizamento do disco (massa m_2), tende a zero, a força de atrito total sofreria alterações bruscas devido ao aparecimento da componente radial do movimento. Esta força causaria o *squeal*. A grandeza \vec{V}_0 , que representa a velocidade inicial do disco de freio antes da atuação da frenagem, é a única variável externa ao sistema.

Como condição de contorno para o “*stick*” é imposto que:

$$|\vec{F}_f| \leq \mu_s N , \quad (2.7)$$

$$\vec{V}_r = 0 , \quad (2.8)$$

onde μ_s é o coeficiente de atrito estático.

A partir daí, a dinâmica do sistema se desenvolve com características de autoexcitação, inclusive o comportamento de *stick-slip*. Uma limitação do modelo é de que os movimentos nas direções ortogonais são desacoplados, como se observa pelas equações 2.3 até 2.6. Outro ponto que merece ser destacado, além do fato de não haver nenhuma comprovação experimental, é que o trabalho conclui que as frequências de vibração da pastilha não correspondem as frequências naturais do sistema.

2.11 Síntese da Bibliografia Analisada

Baseado na revisão bibliográfica foi elaborado um quadro resumo que apresenta os autores principais e suas publicações. Os quadros da Figura 2.7 e da Figura 2.8 compilam as principais abordagens atualmente adotadas pelos pesquisadores na discussão do problema do ruído (analítica, numérica ou experimental), e os temas centrais de pesquisa do conjunto de seus artigos, conforme a bibliografia consultada.

Principais Autores	Metodologia	Temas
Adams, G. (1995, 1997, 1998, 2008)	- Analítico	- Vibrações auto-excitadas - Mecânica da adesão
Akay, A. (1994, 1999, 2002, 2006, 2009, 2012) e outros	- Experimental - Analítico	- Uso de acelerômetros, domínio do tempo e da frequência em diferentes tipos de dispositivos de medição em laboratório. - Trabalhos analíticos sobre <i>stick-slip</i> e sobre instabilidades em sistemas lineares com vários graus de liberdade com Bengisu, M.
Eriksson, M., Bergmann, F., Jacobson, S. (1999, 2000, 2001, 2002) Ostermeyer, G. (2001, 2003, 2005, 2008, 2009, 2011, 2013, 2014, 2015)	- Experimental	- Influência da topografia do disco - Formação de platôs - Mecanismo de desgaste e formação de tribofilme e influência do ambiente - Materiais e coeficiente de atrito
Ferreira, N., Neis, P. (2008, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017) e outros	- Experimental	- <i>Stick-slip</i> - Estudo do <i>creep-groan</i> - Caracterização de materiais quanto ao <i>squeal</i> - Utilização de tribômetro
Hoffmann, N. (2000, 2002, 2003, 2004, 2011, 2013, 2014, 2015) e outros	- Analítico - Numérico	- Acoplamento modal e elementos finitos - Bancadas tipo pino e disco - <i>Squeal</i> como fenômeno não-linear - Crítica usar parte real do autovalor como avaliação das condições de estabilidade (CEA) - Considera não-linearidades (folgas, juntas, amortecimento) - Estudo analítico e numérico do <i>stick-slip</i> - Modelos de 2 ou mais graus de liberdade com rigidez cruzada
Kang, J. (2008, 2009, 2012, 2014, 2015, 2017)	- Analítico	- Acoplamento modal - Análise modal - <i>Stick-slip</i>
Kinkaid, N. O'Reilly, O., Papadopoulos, P. (1994, 2003, 2005) e outros	- Analítico	- Modelos 4 graus de liberdade - Movimento transversal da pastilha - Análise no domínio do tempo de transientes - Força de atrito no plano e não somente na direção de deslocamento do disco - Revisão bibliográfica
Kung, S. (2000, 2008) e outros	- Numérico - Experimental	- CEA - Elementos finitos - Topografia da pastilha
Massi, F. (2006, 2007, 2008, 2009, 2015) e outros	- Numérico - Experimental	- Solução numérica transiente para dois cilindros (um deles deformável) com atrito - Medições em laboratório - Uso do CEA, elementos finitos - Análise do aspecto da superfície com e sem <i>squeal</i> , com o aparecimento de indícios de trincas e fadiga - Modificações geométricas e sua influência no <i>squeal</i> em laboratório e efeito do amortecimento
Mottershead, J., Cao, Q. (1994, 1995, 1998, 1999, 2000, 2001, 2003, 2004) e outros	- Analítico	- Cargas móveis - Coeficiente de atrito variável como indutor de instabilidades - Análise de autovalores

Figura 2.7 – Quadro resumo da revisão bibliográfica, parte I.

Principais Autores	Metodologia	Temas
Oberst, S. (2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2015), Lai, J. (2002, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015)	- Analítico - Experimental	- Crítica à análise linear de autovalores complexos (CEA) por ser pouco preditiva - Análise não-linear de transientes no domínio do tempo e estudo do comportamento caótico - Caos e análise não-linear - Modelos com elementos finitos - Análise de potência acústica
Ouyang, H. (1999, 2001, 2003, 2004, 2005, 2006, 2008, 2013, 2015, 2016, 2018) e outros	- Analítico	- Análise de autovalores complexos, apesar de criticar a imprecisão na previsão de <i>squeal</i> - Elementos finitos - Análise dinâmica de transientes - Modelo linear de 4 graus de liberdade com acoplamento cruzado na rigidez
Pappiniemi, A. (2002, 2005, 2008) e outros	- Experimental - Numérico	- CEA - Análise de elementos finitos
Shin, K. (2002, 2005) e outros	- Analítico	- Modelo de 2 graus de liberdade com amortecimento - Instabilidade no comportamento do modelo - Espaço de fase
Sinou, J. (2007, 2008, 2009, 2010, 2013, 2014, 2017) Soobbarayen, J. (2013, 2014) e outros	- Analítico - Numérico	- Emissão acústica com elementos de contorno e instabilidade - Análise no domínio do tempo e caos - Elementos finitos e CEA - Análise linear no domínio do tempo e instabilidade - Vibrações auto-excitadas com amortecimento - Acoplamento modal e efeito giroscópico
Tison, T., Massa F. (2014, 2015)	- Analítico - Numérico - Experimental	- Simulação numérica de um sistema de freios completo, CEA, e suas incertezas - Dados de teste em dinamômetro são utilizados - Caracterização da distribuição de pressão na área de contato - Medição holográfica do campo sonora
Wagner, U. (2007, 2009, 2013, 2014) e outros	- Analítico - Experimental	- Modelo linear de 2 graus de liberdade - Instabilidade no comportamento do modelo, não-linearidades, bifurcação e espaço de fase - Coeficiente de atrito dependente da velocidade - Uso de rigidez e amortecimento cruzados
Wang D. (2013, 2015, 2016, 2018) Zhou, Z. (2003, 2007, 2013, 2015, 2016, 2018) e outros	- Numérico - Experimental	- Influência da topografia da superfície da pastilha - Influência do tribofilme na emissão de ruído
Woodhouse, J. (1986, 2004, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2016) e outros	- Analítico - Experimental	- Comparação de modelo analítico com medições em bancada em laboratório (pino sobre disco) - Medição da força de atrito real em dispositivo especial com introdução de variação oscilante da velocidade de deslizamento (vibração) - Medições com <i>squeal</i> , variando carga, velocidade e massas - Estudos de instabilidade

Figura 2.8 – Quadro resumo da revisão bibliográfica, parte II.

Como síntese da bibliografia, pode-se dizer que a discussão sobre o movimento da pastilha não está consolidada, oferecendo várias conclusões divergentes. Mostra também que nem todos os modelos propostos incorporam características de autoexcitação e sincronismo, que são inerentes e importantes para a compreensão da dinâmica do atrito. Percebe-se que, atualmente, a análise de autovalores complexos e os modelos de elementos finitos são muito utilizados. Entretanto, tais métodos são trabalhosos e tem limitado poder preditivo em relação ao ruído. Isto faz com que as práticas experimentais baseadas em componentes reais ainda sejam necessárias.

3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Neste capítulo é apresentada a metodologia experimental utilizada, fundamentada nas investigações similares trazidas da bibliografia. O experimento é explicado em termos de seu desenho geral e são descritos os sistemas ensaiados. Finalmente, as especificações dos procedimentos, dos instrumentos e das medições são detalhadas. Neste capítulo de metodologia experimental, e também no restante do trabalho, adota-se a seguinte nomenclatura: chamam-se “testes” os procedimentos completos que seguem a norma SAE J2521. Estes testes preveem cerca de mil e novecentos “ensaios” realizados no dinamômetro inercial. Cada “ensaio” consta da atuação das pastilhas, pressionadas por um pistão hidráulico, contra o disco de freio, que roda na velocidade especificada para aquela etapa do ensaio. Estes ensaios podem ocorrer com velocidade constante do disco e pressão (torque) variável, quando são identificados como “arraste”, ou com pressão constante e velocidade variável, referidos como “frenagem”, na qual a velocidade inicial do disco é reduzida até zero.

3.1 Desenho do Experimento

No desenho da investigação experimental do presente trabalho, com a intenção de medir o comportamento dinâmico das pastilhas, decidiu-se pelo uso de sistemas de freio reais rodando em um dinamômetro inercial. Deste modo, procura-se reproduzir o melhor possível a dinâmica que o sistema completo de freios pode apresentar. Na Figura 3.1 vê-se a imagem de um dos dinamômetros utilizados com seu respectivo painel de controle.



Figura 3.1 – Vista geral do dinamômetro e seu painel de controle (Fras-le).

Cada teste no dinamômetro é constituído por frenagens, arraste com rotação constante, rodagens de acomodação e condicionamento. A instrumentação residente do dinamômetro foi

utilizada basicamente para registro, controle e automação da sequência prescrita de testes e para a identificação do *squeal*.

Todos os procedimentos descritos na norma “*Disc and Drum Dynamometer Squeal Noise Test Procedure*” - SAE J2521 [SAE Technical Report, 2013] foram atendidos durante os testes realizados para este estudo. Um dos requisitos mais importantes é o de assegurar que o fluxo de ar do sistema de arrefecimento não gere ruído que supere o limite de ruído de fundo de 60 dB(A) acima de 900 Hz. Além disso, conforme o procedimento da SAE, para que um evento seja considerado como *squeal*, o pico do sinal capturado pelo microfone deve estar na faixa entre 900 e 17000 Hz, e seu nível de pressão sonora (NPS) deve ser igual ou maior do que o limite de 70 dB(A). O microfone do dinamômetro identifica ruídos acima de 70 dB(A) e registra o sinal sonoro. Em paralelo, foi instalado um outro microfone conectado ao sistema externo de coleta de dados.

Na Figura 3.2 (a) indicam-se as coordenadas de instalação do microfone sugeridas pela norma SAE J2521 e mostra-se, em 3.2 (b), na parte superior da cabine isolada acusticamente, o posicionamento dos microfones.

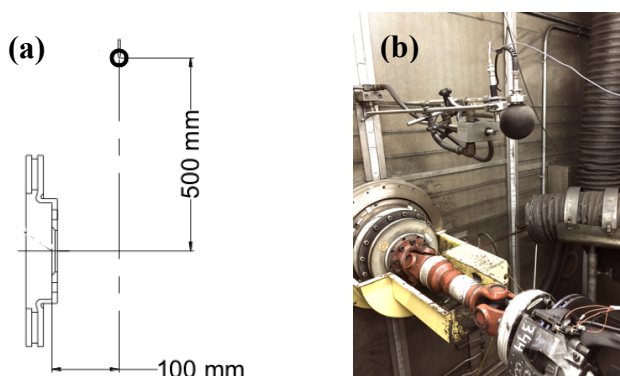


Figura 3.2 – Coordenadas de instalação do microfone da SAE J2521 e fotografia do sistema montado com os acelerômetros instalados. (Fontes: diagrama da SAE J2521 e foto do autor).

Na Figura 3.2 (b) vê-se também, na parte inferior o eixo cardan de acionamento e o sistema de freio que consta de caliper, pistão hidráulico, pastilhas e disco.

As principais variáveis registradas pelo programa de monitoramento proprietário do dinamômetro são: temperatura do disco, pressão aplicada no atuador das pastilhas, rotação e torque. Na Figura 3.3 estão representados os perfis do torque sobre o disco (em preto), da rotação do disco (em verde) e da pressão aplicada no pistão hidráulico (em amarelo) dos ensaios. Nos ensaios de frenagem o torque é constante, a velocidade cai até zero e a pressão

varia, e nos ensaios de arraste a velocidade é constante e o torque e a pressão variam, conforme mostrado no gráfico. Esta é uma representação simplificada dos ensaios padronizados conforme descritos na norma SAE J2521.

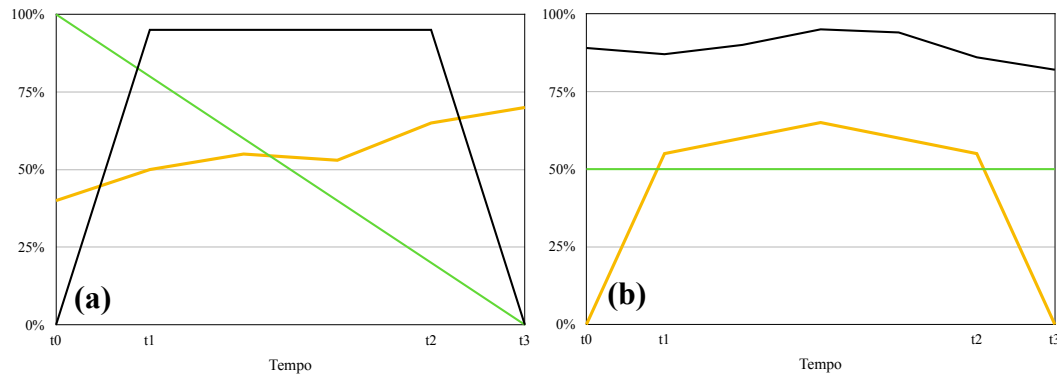


Figura 3.3 – Variáveis dos ensaios de (a) frenagem, com torque (linha preta) constante, pressão variável (linha amarela) e de (b) arraste, com rotação constante (linha verde). Baseado em: [SAE Technical Report, 2013].

Estes perfis das variáveis de ensaio caracterizam as frenagens e os arrastes. A outra variável controlada nestes ensaios é a temperatura inicial do disco. A Figura 3.4 detalha o perfil de temperatura inicial do disco da sequência completa de um teste padrão.

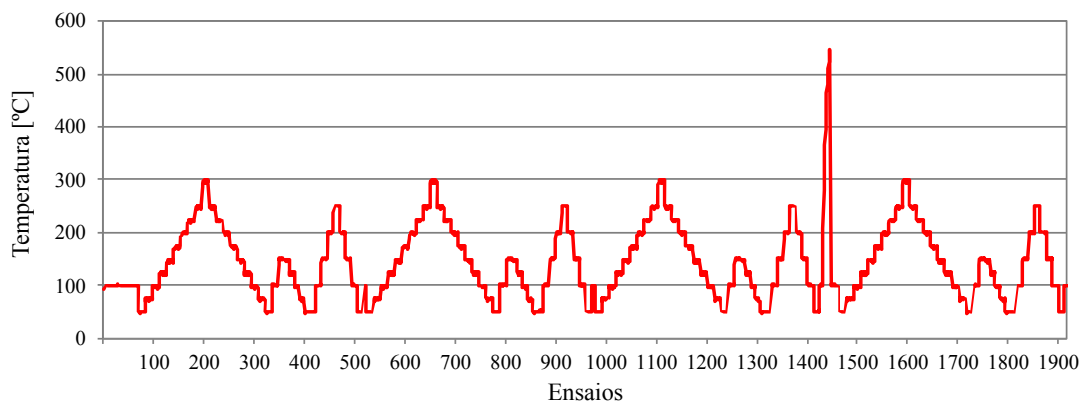


Figura 3.4 – Perfil de um teste da temperatura inicial do disco. Baseado em: [SAE Technical Report, 2013].

O maior valor de temperatura observado na Figura 3.4 é o do teste de *fade*, que é especificado com 550 ° C de temperatura inicial do disco. O *fade* é um ensaio do material de atrito em alta temperatura, normalmente acima de 300 ° C, no qual uma queda no coeficiente

de atrito pode ocorrer [Neis et al., 2011]. Os demais dados para análise desta pesquisa foram capturados pelo microfone adicional e pelos acelerômetros instalados no sistema de freio.

Nos testes, foram utilizados dois sistemas de freio a disco dianteiros de veículos leves em dois diferentes dinamômetros, visando aumentar a generalidade dos resultados. Os dois sistemas de freios foram assim especificados e identificados:

Sistema A – disco 236 x 20 mm, disco ventilado, diâmetro do pistão de acionamento de 48 mm;

Sistema B – disco 256 x 22 mm, disco ventilado, diâmetro do pistão de acionamento de 54 mm.

Cada sistema mecânico completo se constitui de um conjunto específico de disco, pistão, caliper e pastilhas. A Figura 3.5 apresenta a foto das pastilhas do sistema A (esquerda) e do sistema B (direita) utilizadas. Os furos nas orelhas de apoio da pastilha B foram feitos para a fixação dos acelerômetros.

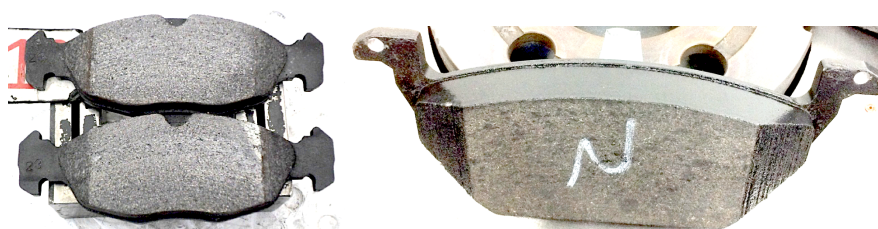


Figura 3.5 – Pastilhas do sistema A (esquerda) e pastilha do sistema B (direita).

Os testes executados, os modelos de dinamômetro e a quantidade de acelerômetros instalados no sistema de freio estão identificados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Identificação dos testes executados no dinamômetro.

Identificação do Teste	Sistema de Freio	Quantidade de Ensaios	Modelo do Dinamômetro	Quantidade de Acelerômetros
1	A	1917	Link 2318	4
2	B	1917	Link 4317	9
Total		3834		

Quanto ao posicionamento dos sensores, nas medições do teste 1 quatro acelerômetros foram utilizados para medir os movimentos tangenciais (X) e radiais (Y) da pastilha e do caliper durante os eventos de frenagem. Dois destes acelerômetros foram colocados no centro da

pastilha de freio e dois outros foram colocados no caliper. O esquema de montagem com a orientação e posição dos acelerômetros está ilustrado na Figura 3.6.

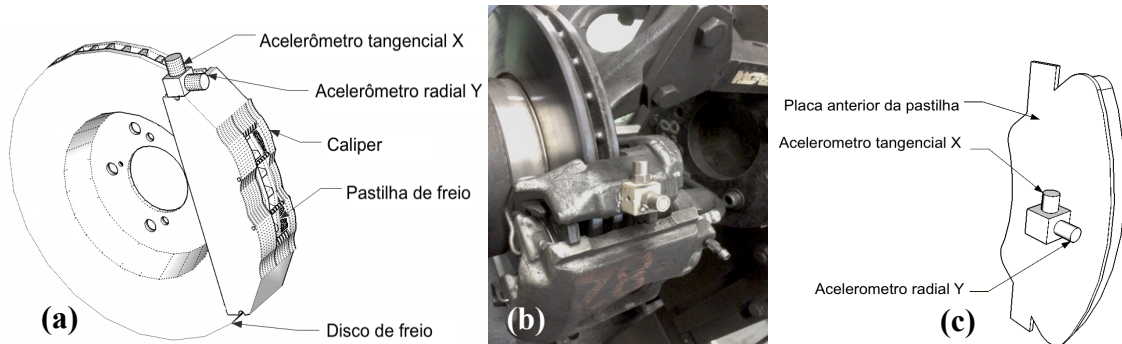


Figura 3.6 – Teste 1 no sistema A: instalação dos acelerômetros nas direções tangencial e radial no (a) conjunto, no (b) caliper e na (c) pastilha.

Há um espaço limitado disponível na placa anterior na pastilha para a colocação de acelerômetro, uma vez que ela é quase totalmente embutida dentro do caliper do freio. Nesta posição em que foi colocado, o acelerômetro fica a cerca de 10 mm distante da superfície de contato entre pastilha e disco. No teste 2 um método de medição mais abrangente foi utilizado, registrando a aceleração em três direções ortogonais. Este arranjo está mostrado na Figura 3.7.

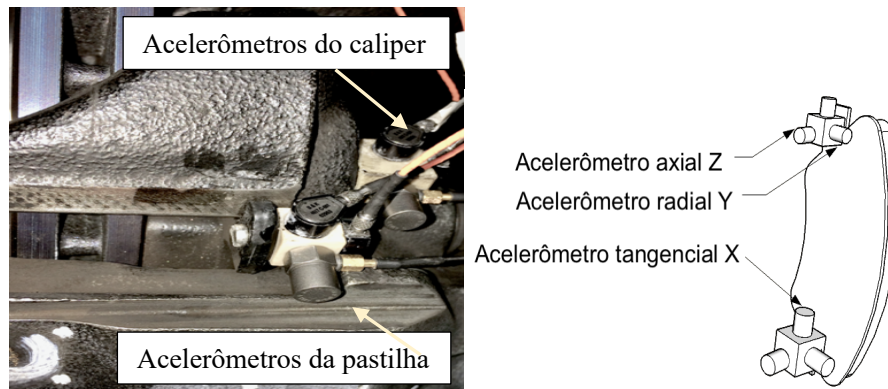


Figura 3.7 – Teste 2, sistema B: detalhe da instalação dos 3 acelerômetros no caliper e 6 na pastilha, nas direções X, Y e Z.

A medição tomada no corpo do caliper também adquiriu a aceleração em três direções. O objetivo deste arranjo com três acelerômetros é o de incluir na análise o movimento fora do plano do disco (direção axial), dado que muitos trabalhos na literatura o fazem.

Adicionalmente à instrumentação residente do dinamômetro inercial, os instrumentos que foram utilizados nos experimentos estão especificados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Instrumentação utilizada nas medições.

Instrumento	Informações	
Acelerômetro	Modelo	Bruel&Kjaer (B&K) tipo 4393
	Sensibilidade	0.316 pC /ms ⁻² ±2%
	Peso	2.4 gramas
	Frequência	0.1 a 16500 Hz
	Máx. sensibilidade transversal	<4%
Conversor de carga	Modelo	B&K 2647A
	Filtro	900 a 16000 Hz
Microfone	Modelo	B&K 4189-A-021
	Frequência	20 a 20000 Hz
	Posição	0.5 metros da borda do disco
Módulo de aquisição de dados	Modelo	B&K 3053-B-120
	Frequência	0 a 25600 Hz
	Resolução	6.25 Hz
Martelo de impacto	Modelo	B&K 8204
	Sensibilidade	22,5 mV/N
	Massa da cabeça	2 gramas

A matriz do Teste 1 com o sistema A está sumarizada na Tabela 3.3. Os valores apresentados são para os ensaios que apresentaram *squeal* e que foram analisados.

Tabela 3.3 – Matriz de teste em dinamômetro inercial para o sistema de freios A.

Seção	Ensaio Registrados	RPM [rot.min ⁻¹]	T _{initial} [°C] ±1	T _{final} [°C] ±1	P [MPa]±0,01
<i>Frenagens</i>	1 a 16	440 a zero	50	95	0,50 a 3,00
<i>Arraste 50 °C</i>	19 a 30	27,0±1 e 90,0±0,6	50	90	0,10 a 3,00
<i>Arraste 75 °C</i>	31 a 40	27,0±1 e 90,0±0,6	75	110	0,10 a 3,00

No modo de arraste, duas velocidades de deslizamento foram utilizadas nos testes: 234 mm/s e 780 mm/s (correspondendo a 27 e 90 rot.min⁻¹ no dinamômetro inercial, respectivamente). No modo de frenagem com desaceleração, esta velocidade variou entre 4800 mm/s até a parada total (correspondendo a 440 rot.min⁻¹ até 0 rot.min⁻¹). Uma taxa de aquisição de 83 Hz foi ajustada no dinamômetro para registrar os dados de atrito, torque frenante e

temperatura. Já para o sinal dos acelerômetros e do microfone, os respectivos módulos de aquisição de sinais utilizaram uma taxa de amostragem de 65536 Hz.

A Tabela 3.4 apresenta a matriz do Teste 2, sistema B, dos ensaios nos quais foram coletados dados dinâmicos durante o *squeal*.

Tabela 3.4 – Matriz de teste em dinamômetro inercial para o sistema de freios B.

Ensaio	RPM [rot.min ⁻¹]	T _{initial} [°C] ±1	T _{final} [°C] ±1	P _{médio} [MPa]±0,01
<i>Frenagens</i>	440 a zero	100 a 150	126 a 176	0,50 a 2,00
<i>Arraste</i>	27±1	75 a 150	78 a 180	0,50 a 1,50

Os discos de freio utilizados nos testes são constituídos de ferro fundido cinzento. Como material de fricção foram empregadas pastilhas comerciais constituídas de materiais de baixo conteúdo metálico, conhecidos como “*low-met*”. Sua composição aproximada já foi descritas em estudos prévios [Masotti et al., 2014], e é mostrada na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Formulação aproximada dos materiais de fricção das pastilhas.

Material de atrito de baixo conteúdo metálico (" <i>low-met</i> ")			
Categorias	Ingredientes	Conteúdo em peso [%]	
		Pastilha A	Pastilha B
Fibras de reforço	Lã de aço	23	20
	Fibra de cobre	5	-
	Fibras orgânicas	2	5
Aditivos orgânicos	Resina fenólica	5	5
	Pó de castanha	1	3
	Borracha	2	2
Lubrificantes e abrasivos	Grafita	22	24
	Sulfetos metálicos	20	6
	Óxido de cromo	7	4
Preenchimento	Barita	10	28
	Minerais de sílica	3	3

Fonte: [Masotti et al., 2014]

Para a caracterização das propriedades dos materiais de fricção utilizados, a Tabela 3.6 apresenta, para os sistemas A e B utilizados, a compressibilidade do material de fricção, o peso inicial da pastilha, o desgaste e o coeficiente de atrito médio após o ensaio completo da norma J2521.

Tabela 3.6 – Propriedades dos materiais de fricção das pastilhas após ensaio.

Pastilha	Compressibilidade (min/máx) [μm]	Peso [gf]	Desgaste no ensaio [gf]	Coefficiente de atrito médio μ_a [adim.]
Sistema A	175 (130/220)	314,0/311,7	6,9/6,4	0,45
Sistema B	141 (124/163)	356,5/354,6	8,2/8,7	0,32

A compressibilidade do material da pastilha é obtida através de ensaio conforme ISO 6310, procedimento B, de 2009, com pré-carga de 5 bar, carga de ensaio de 160 bar aplicada a uma taxa de 80 bar/s, com três aplicações.

3.2 Método de Análise Modal Experimental e Modelação Numérica

Com o intuito de investigar o comportamento dinâmico dos sistemas ensaiados, uma análise modal experimental foi executada para os discos e as pastilhas dos sistemas A e B utilizados nos testes em dinamômetro. Obteve-se a inertância do sistema, ou seja, a razão da resposta em aceleração sobre a força aplicada [Jordan, 2002]. Para os discos de freio adotou-se o seguinte procedimento: três acelerômetros foram colocados simultaneamente em locais distintos do disco, tomando-se 180 medições nas direções vertical (axial) e horizontal (radial) e excitando-se o disco sempre no mesmo ponto. Para a pastilha, 25 pontos foram excitados e um único acelerômetro foi colocado na direção axial (perpendicular ao plano da pastilha) para a coleta dos sinais. Discos e pastilhas foram colocados sobre uma base de espuma durante as medições. Para a excitação dos componentes foi utilizado um martelo instrumentado. A Figura 3.8 apresenta as fotos do disco e da pastilha do sistema A e o martelo de impacto durante a medição.

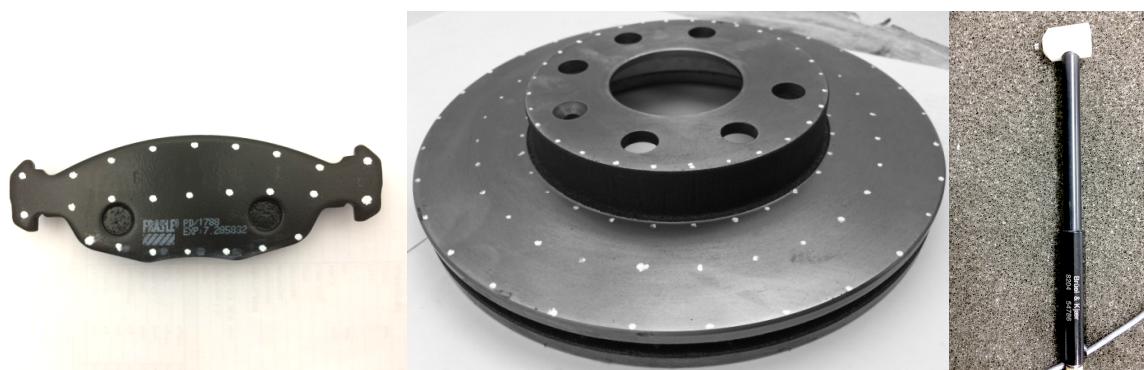


Figura 3.8 – Sistema A preparado para medição da resposta modal e o martelo de impacto.

A análise modal foi executada com o uso do programa B&K Pulse Labshop versão 17.1.0. Na sequência um modelo numérico dos discos e pastilhas foi elaborado no programa ANSYS versão 17.1. As propriedades dos materiais e o tipo e quantidade de elementos utilizados no modelo numérico estão listados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Propriedades utilizadas nos modelos numéricos.

Propriedades	Disco	Reforço metálico (pastilha)	Material de fricção
Densidade [Kg/m³]	7200	7850	2801
Módulo de Elasticidade [GPa]	131	200	10,46
Poisson [-]	0,28	0,30	0,36
Nós [-]	187757	22295	
Tipo de elementos	Solid 187, quadrático	Solid 186/7, quadrático	

Os modelos numéricos foram ajustados para que houvesse uma coerência aceitável entre os dados experimentais de frequência de cada modo de vibração e os valores gerados pelo modelo de elementos finitos, limitando o erro a 5%. Este ajuste entre modelo e experimento foi obtido através da modificação do módulo de elasticidade das partes metálicas dentro dos limites permissíveis para cada material. Para os materiais de fricção, alterou-se o módulo de Poisson. O material de fricção, embora seja um material composto, foi tratado como um material homogêneo com propriedades médias, para simplificar a modelação. As formas modais do disco foram modeladas também para a condição de contorno considerando o chapéu central fixado nos parafusos. As formas modais da pastilha foram geradas para a condição livre.

3.3 Medição da Pastilha Livre com Seis Acelerômetros

Foram feitas medições do movimento da pastilha do sistema A na condição livre sobre uma base de espuma com seis acelerômetros instalados do seguinte modo: três em uma orelha da pastilha, medindo nas direções tangencial, radial e axial e três no meio do corpo da pastilha, medindo também nestas três direções. Desse modo simulam-se todas as posições de medição utilizadas na pastilha. O objetivo desta medição foi o de levantar o campo de velocidades da pastilha livre para comparar com os resultados do campo de velocidades obtido durante a operação normal da mesma no dinamômetro.

A Figura 3.9 mostra o arranjo utilizado, com os acelerômetros instalados e as indicações de direção de cada acelerômetro.

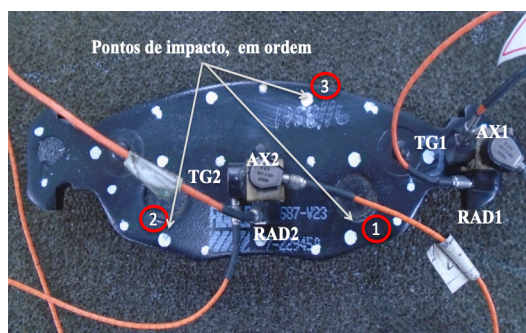


Figura 3.9 – Pastilha do sistema A com seis acelerômetros e as direções de medição no centro e na orelha de apoio.

O procedimento de medição consistiu em gerar um impacto em cada uma das três posições 1, 2 e 3 indicadas na Figura 3.9 e medir o sinal no tempo e em frequência para cada um dos seis acelerômetros e para dois materiais de atrito do tipo *low-met* em duas versões distintas identificadas como versão 23 e versão 25, com composição diferente. Adotaram-se duas condições de medição: três acelerômetros medindo direções ortogonais em uma orelha e mais três no centro da pastilha, conforme mostrado na Figura 3.9, e uma instalação alternativa com três acelerômetros em cada orelha da pastilha. Em cada configuração foram aplicados três impactos em pontos diferentes. Assim, a combinação de dois arranjos de medição (orelha/centro, orelha/orelha), dois materiais de atrito, três locais de excitação e seis acelerômetros geraram 72 leituras de diferentes sinais no total deste experimento. A Figura 3.10 mostra o sinal de velocidade ao longo do tempo na direção tangencial da orelha da pastilha em um evento de medição.

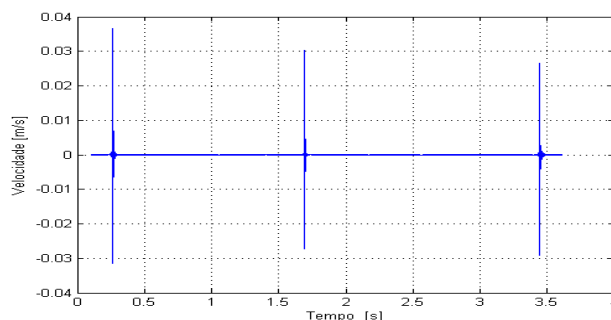


Figura 3.10 – Sinal de velocidade ao longo do tempo na direção tangencial medida na orelha da pastilha, mostrando os três impactos nas posições 1, 2 e 3.

Ficam aparentes os pulsos resultantes dos três impactos nas posições 1, 2 e 3. Para cada impacto foram tomados seis sinais de acelerômetros.

3.4 Resposta em Frequência do Sistema Montado com Aplicação de Pressão

Visando avaliar o efeito das condições de contorno no comportamento da frequência dos componentes, foi feito o levantamento da resposta em frequência (FRF) com a pastilha e o disco do sistema B montados no caliper e instalados no dinamômetro, na condição estática, com excitação do sistema através do martelo de impacto. A primeira medição foi com o sistema hidráulico ajustado, mas sem pressão aplicada além da pressão da mola. A segunda medição foi efetuada aplicando-se 3,0 MPa de pressão na pastilha, contra o disco, valor máximo utilizado normalmente nos ensaios do dinamômetro.

A pastilha montada no caliper é mantida fixa no lugar pelo arame-mola mesmo sem a atuação do hidráulico, conforme mostrado na Figura 3.11 (a). A Figura 3.11 (b) mostra a unidade hidráulica conectada no caliper com 0 bar.

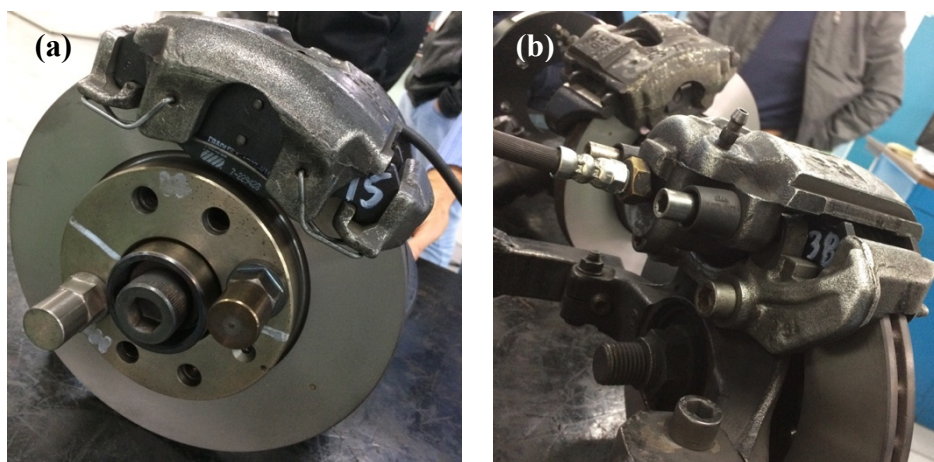


Figura 3.11 – Sistema B, (a) arame-mola de fixação da pastilha no caliper e (b) unidade hidráulica.

Parte do processo de medição utilizado no disco está mostrado na Figura 3.12. Em 3.12 (a) a excitação é no ponto próximo ao sensor no plano do disco e na posição 0° identificada com “ponto, ip”, (de “in-plane”, ou radial). Em 3.12 (b) a excitação é a 45° do sensor (chamada posição cruzada) também “ip”. Em 3.12 (c) a excitação é cruzada a 45° do sensor na direção axial, identificada como oop (“out-of plane” ou axial). Também foi medida a posição no ponto a 0° “oop” do disco. Estas quatro medições foram executadas com 0 e 3 MPa de pressão, totalizando 8 medições no disco.

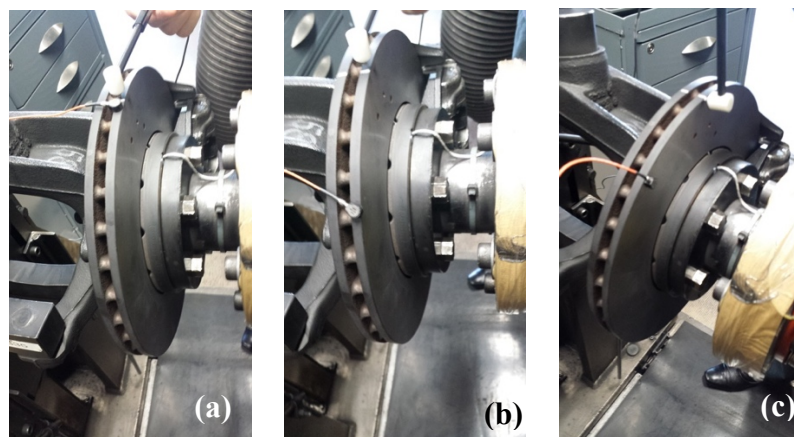


Figura 3.12 – FRF no disco: (a) 0°, ponto ip, (b) 45° cruzada ip, (c) 45° cruzada oop.

Já as pastilhas montadas foram medidas do seguinte modo: na pastilha externa foram feitas medições com excitação no ponto do sensor (próximo ao sensor) e cruzada, com excitação no extremo oposto da pastilha, em relação ao sensor. A pastilha interna foi medida somente com excitação no ponto próximo ao sensor, por dificuldades de acesso físico. Os acelerômetros foram colocados medindo na direção axial. As mesmas medições foram feitas tanto para 0 MPa quanto para 3 MPa, totalizando 6 medições nas pastilhas. A Figura 3.13 (a) mostra a excitação na pastilha externa, medição cruzada. Em 3.13 (b) a excitação na pastilha externa, medição no ponto do sensor, e em 3.13 (c) a excitação na pastilha interna, medição no ponto do sensor.

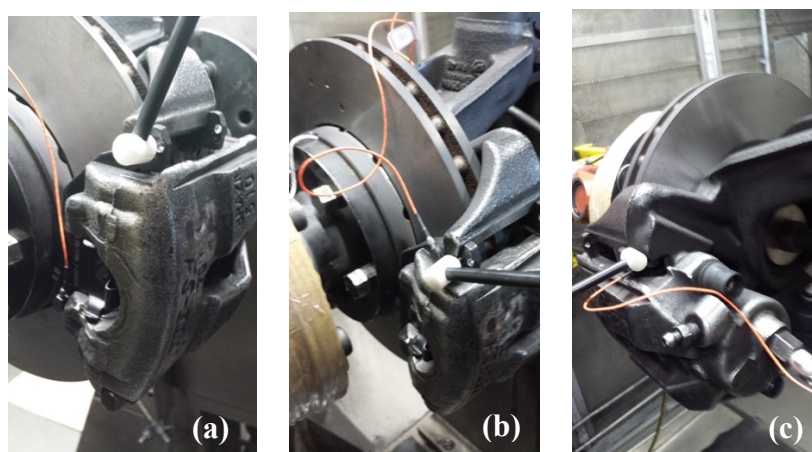


Figura 3.13 – Excitação na (a) pastilha externa, medição cruzada, (b) pastilha externa, medição no ponto do sensor, (c) pastilha interna, medição no ponto do sensor.

A análise dos resultados foi executada com o uso do programa B&K Pulse Labshop versão 17.1.0.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo os principais resultados medidos nos experimentos são apresentados e discutidos, abrangendo os comportamentos dinâmicos, a formação de órbitas, as figuras de Lissajous, as frequências e formas modais. No final é feita uma discussão sobre a relação da dinâmica da pastilha com o *squeal* e a modelagem do comportamento observado.

A sequência dos testes no dinamômetro é apresentada na Tabela 4.1. Foram executados 3834 ensaios, sendo que destes, 465 apresentaram ruído acima de 70 dB(A). Do total de ensaios, 273 foram capturados pelo sistema de análise de dados dos acelerômetros instalados no freio, e entre estes 26 apresentaram ruído classificado como *squeal*.

Tabela 4.1 – Quantidade de ensaios e análises.

Teste	Sistemas Testados	Ensaio Totais	Ensaio com Ruído	Ensaio Analisados	Ensaio Analisados com Ruído
1	A	1917	261	44	10
2	B	1917	204	229	16
Totais		3834	465	273	26

O teste 1 utilizou quatro acelerômetros, sendo dois na pastilha e dois no caliper, no sistema de freios A e teste 2 utilizou nove acelerômetros, sendo seis na pastilha e três no caliper, no sistema de freios B.

Nem todos os eventos de *squeal* foram capturados pelos acelerômetros instalados. Isto acontece devido ao grande número de eventos de teste, por sua longa duração, pelo fato de o acionamento da coleta de dados ser manual e pela impossibilidade de prever o momento em que o ruído se manifesta. Apesar de sua natureza imprevisível, porém, conseguiu-se capturar dados durante o *squeal* em cerca de 10% das análises feitas, proporção próxima dos 12% de ocorrências de *squeal* sobre o total de ensaios.

4.1 Comportamento Dinâmico dos Sistemas

Os testes 1 e 2 estão indicados superpostos na Figura 4.1, mostrando em que fase do procedimento descrito pela norma J2521 os dados dinâmicos foram capturados. No teste 1, com o sistema de freio A, um segmento foi adquirido após a fase de *fade* de alta temperatura. No teste 2, com o sistema de freio B, foram tomados dados no intervalo central do procedimento.

Para cada um dos sistemas de freio o teste foi executado completamente conforme determina a norma J2521, em ocasiões diferentes e em dinamômetros distintos.

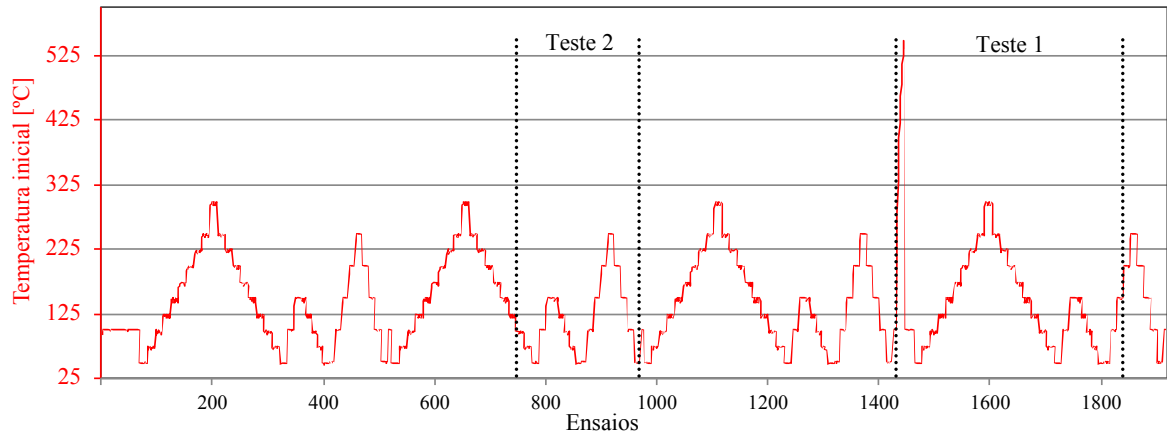


Figura 4.1 – Testes 1 e 2 indicados sobre o perfil de temperatura inicial do disco (linha vermelha)

Nas etapas de teste entre as linhas pontilhadas, todos os dados dinâmicos foram coletados com o sistema de instrumentos externos instalado. Para o restante do procedimento de teste, as informações foram coletadas pela instrumentação residente do dinamômetro, que inclui amplitude e frequência do sinal sonoro, além das rotações, torque, pressão, temperatura e variáveis ambientais.

Os eventos com ruído cujos dados dinâmicos foram adquiridos estão indicados como triângulos na Figura 4.2, com a frequência da emissão sonora indicada na escala da direita em Hertz.

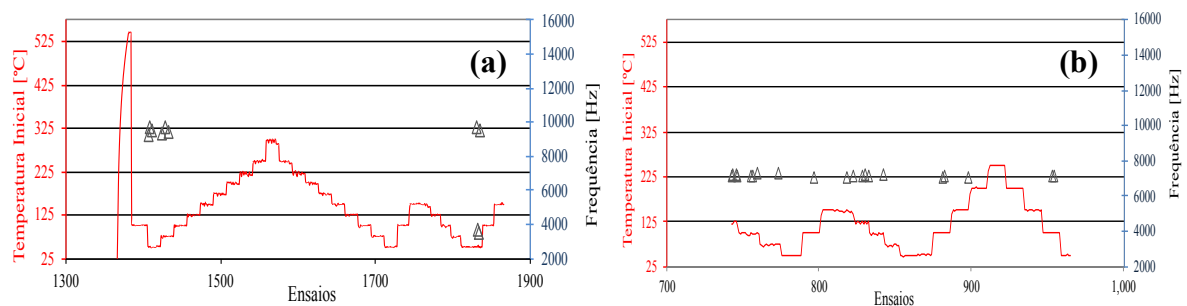


Figura 4.2 – Testes: (a) teste 1, sistema A e (b) teste 2, sistema B, indicados sobre o perfil de temperatura inicial do disco (linha vermelha) com as ocorrências de *squeal* (triângulos).

Na Figura 4.2 (a) veem-se as frequências das ocorrências de *squeal* analisadas do teste 1 e na Figura 4.2 (b) veem-se as ocorrências que foram analisadas no teste 2. A Tabela 4.2 lista os ensaios do teste 1 que apresentaram *squeal* e seus respectivos valores globais de pressão sonora (NPS) e as frequências dominantes, que são aquelas com a maior amplitude de pico identificadas na transformada de Fourier (FFT) do sinal de áudio. Estas mesmas frequências dominantes foram observadas nas medições com os acelerômetros.

Tabela 4.2 – Ensaios que apresentaram *squeal* no teste 1 com o sistema de freio A.

Seção	Ensaio	Squeal NPS [dBA] ± 2	Frequência Dominante [Hz] ± 6.25
<i>Frenagens</i>	10	82	9454
	11	80	3752
	12	68	3752
	14	68	9511
<i>Arraste 50 °C</i>	19	77	9550
	23	69	9494
	27	71	9424
<i>Arraste 75 °C</i>	31	71	9574
	35	78	9474
	37	72	9374

Dois eventos de *squeal* apresentaram 3752 Hz como a frequência dominante enquanto os outros ensaios mostraram as frequências variando entre os limites de 9374 HZ a 9550 Hz. A Tabela 4.3 identifica os dezesseis ensaios do teste 2 que apresentaram *squeal*, os valores de NPS e as frequências dominantes.

Tabela 4.3 – Ensaios que apresentaram *squeal* no teste 2 com o sistema de freio B.

Seção	Ensaio	Squeal NPS [dBA] ± 2	Frequência Dominante [Hz] ± 6.25
<i>Frenagem</i>	48	72	7125
	49	69	7125
	52	69	7150
	148	82	7125
	149	70	7150
	166	70	7100
	220	69	7150
	224	79	7200
	225	77	7175
<i>Arraste</i>	74	73	7125
	80	73	7200
	88	80	7150
	91	70	7225
	94	94	7200
	107	74	7250
	117	69	7150

No teste 2 as frequências ficaram mais concentradas em torno do valor 7200 Hz. Registraram-se em ambos os testes alternadamente tanto eventos silenciosos como eventos de *squeal*, confirmando a natureza aparentemente randômica do fenômeno, o que já foi amplamente reportado na literatura [Tison et al., 2014].

A Figura 4.3 mostra a distribuição da frequência dos eventos de *squeal* em dinamômetro e suas amplitudes em dB(A) para o teste 1. Esta figura inclui a sequência completa do teste J2521, e não somente os valores capturados pelos acelerômetros e microfones adicionais instalados.

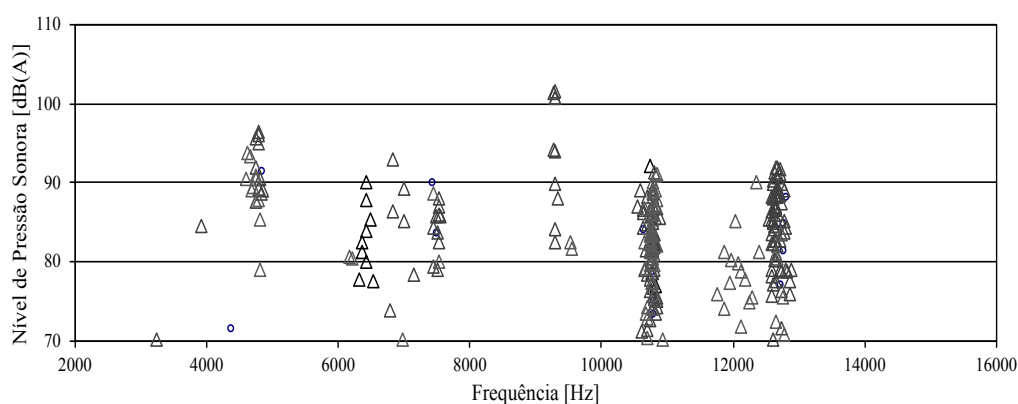


Figura 4.3 – Teste 1, sistema A, ocorrências de *squeal* agrupadas por frequência, conforme J2521 (Fras-le).

Os eventos de *squeal*, incluindo as etapas de frenagem e arraste se concentram em torno de um número limitado de faixas de frequência bem definidas. Os eventos com frequências no entorno de 9500 Hz atingiram os maiores níveis de pressão sonora (NPS), chegando a valores acima de 100 dB(A). As frequências mais baixas na qual o *squeal* foi detectado se situam em torno de 3720 Hz. A frequência mais alta observada foi de 12825 Hz.

No teste 2 do sistema B o *squeal* foi observado em 16 eventos de um total de 229 ensaios de frenagem cujos sinais de aceleração foram capturados e analisados. A Figura 4.4 reúne as ocorrências de *squeal* com NPS acima de 70 dB(A) e suas respectivas frequências para o sistema de freio B.

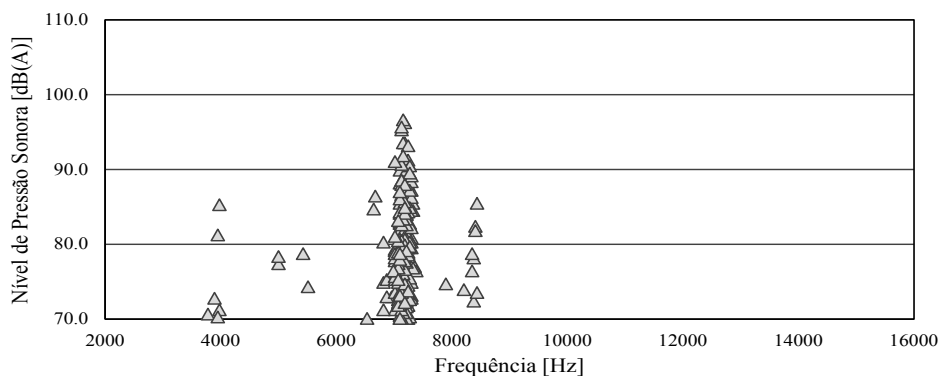


Figura 4.4 – Teste 2, sistema B, ocorrências de *squeal* agrupadas por frequência, conforme J2521 (Fras-le).

Neste caso, a grande maioria dos eventos de *squeal* ocorreu em frequências entre 6550 e 7400 Hz, com poucos eventos em 4000 Hz e 8400 Hz.

A média RMS no tempo dos valores de vibração para cada acelerômetro nos ensaios (que duram cerca de 10 segundos de acionamento da pastilha) que apresentaram *squeal* estão sumarizados na Tabela 4.4. Médias distintas foram feitas para os trechos com e sem *squeal* no mesmo ensaio.

Tabela 4.4 – Teste 1, vibração tangencial (X) e radial (Y), pastilha e caliper.

Seção	Ensaio	Amplitude de vibração média [mm/s RMS]							
		Trecho sem squeal				Trecho com squeal			
		Past. X	Past. Y	CaliperX	CaliperY	Past. X	Past. Y	Caliper X	Caliper Y
<i>Frenagens</i>	10	0,50	0,18	0,48	0,23	2,20	0,38	0,38	0,38
	11	0,36	0,18	0,36	0,19	3,33	2,17	2,28	2,70
	12	0,32	0,17	0,32	0,17	2,88	1,78	1,86	2,23
	14	0,50	0,18	0,43	0,22	4,92	0,95	1,07	0,81
<i>Arraste 50 °C</i>	19	0,59	0,20	0,81	0,24	19,88	4,75	2,56	2,15
	23	0,48	0,15	0,59	0,21	7,51	1,62	1,04	0,85
	27	0,49	0,15	0,50	0,19	4,71	0,91	0,71	0,59
<i>Arraste 75 °C</i>	31	0,44	0,14	0,49	0,17	10,89	2,24	1,00	0,91
	35	0,41	0,13	0,47	0,16	10,62	2,39	1,33	1,42
	37	0,55	0,20	0,60	0,23	7,65	1,35	0,79	0,82
<i>Média total</i>		0,46	0,17	0,50	0,20	7,46	1,85	1,30	1,29

Os valores de velocidade de vibração da pastilha e do caliper, obtidas pela integração do sinal de aceleração, mostram magnitudes distintas quando se comparam os momentos com e sem *squeal*. Usando a análise de variância (ANOVA) é possível dizer com um intervalo de confiança de 95% que durante o período silencioso (sem *squeal*) destes 10 ensaios, as médias de vibração em velocidade nas direções X e Y são aproximadamente as mesmas para pastilha

e caliper. Durante o período em que o *squeal* se desenvolve, a média de vibração em cada direção aumenta de um fator maior do que $10\times$ na pastilha. Os valores também aumentam no caliper, mas em proporção menor. Além disso, tanto no período silencioso como no período com *squeal*, a direção X (tangencial) normalmente tem uma magnitude maior quando comparada com a direção Y (radial).

As mesmas médias foram calculadas para o teste 2, e estão sumarizados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Teste 2, vibração tangencial (X), radial (Y) e axial (Z), pastilha e caliper.

Ensaio	Amplitude de vibração média [mm/s RMS]																	
	Trecho sem squeal									Trecho com squeal								
	P. 1 X	P. 1 Y	P. 1 Z	P. 2 X	P. 2 Y	P. 2 Z	Cal. X	Cal. Y	Cal. Z	P. 1 X	P. 1 Y	P. 1 Z	P. 2 X	P. 2 Y	P. 2 Z	Cal. X	Cal. Y	Cal. Z
48	0.17	0.15	0.14	0.17	0.18	0.14	0.13	0.11	0.08	0.20	0.20	0.46	0.25	0.25	0.44	0.14	0.13	0.09
49	0.15	0.14	0.13	0.15	0.17	0.13	0.12	0.11	0.08	0.21	0.25	0.82	0.38	0.42	0.89	0.13	0.14	0.11
52	0.21	0.20	0.17	0.21	0.23	0.18	0.15	0.14	0.11	0.24	0.25	0.22	0.37	0.47	1.30	0.18	0.18	0.14
74	0.20	0.19	0.14	0.17	0.12	0.09	0.13	0.18	0.11	0.40	0.67	3.00	0.45	0.44	0.38	0.20	0.27	0.23
80	0.34	0.32	0.24	0.28	0.20	0.14	0.22	0.29	0.21	0.56	0.91	3.80	1.20	0.85	2.10	0.26	0.30	0.36
88	0.16	0.15	0.09	0.15	0.10	0.08	0.11	0.14	0.07	1.10	2.20	10.20	1.10	1.30	1.20	0.23	0.44	0.33
91	0.49	0.45	0.30	0.41	0.28	0.17	0.32	0.42	0.27	0.49	0.50	0.45	0.92	1.00	2.70	0.35	0.42	0.33
94	0.28	0.27	0.16	0.24	0.18	0.10	0.19	0.25	0.14	1.30	2.10	10.10	2.90	2.90	5.20	0.34	0.63	0.79
107	0.20	0.19	0.13	0.17	0.13	0.09	0.13	0.17	0.11	0.39	0.74	2.70	0.82	0.66	1.10	0.22	0.31	0.19
117	0.18	0.13	0.17	0.14	0.12	0.14	0.13	0.11	0.12	0.23	0.16	0.36	0.19	0.19	0.34	0.17	0.11	0.19
148	0.20	0.21	0.22	0.23	0.24	0.20	0.14	0.12	0.10	0.55	0.94	3.80	1.40	1.40	0.26	0.26	0.51	0.66
149	0.17	0.17	0.16	0.18	0.20	0.15	0.13	0.12	0.09	0.24	0.37	1.60	0.60	0.61	1.00	0.17	0.23	0.24
166	0.21	0.22	0.19	0.23	0.27	0.23	0.16	0.14	0.12	0.48	0.75	0.76	1.40	2.30	6.10	0.32	0.28	0.44
220	0.17	0.11	0.13	0.18	0.14	0.10	0.13	0.07	0.06	0.24	0.56	1.60	0.31	0.68	0.32	0.13	0.17	0.17
224	0.19	0.18	0.18	0.20	0.18	0.13	0.12	0.11	0.09	0.64	2.80	9.60	1.00	4.30	1.30	0.47	0.55	1.20
225	0.28	0.28	0.48	0.41	0.30	0.28	0.17	0.14	0.13	0.61	2.80	10.00	1.00	4.50	1.50	0.45	0.52	1.10

Na Tabela 4.5 os acelerômetros instalados na orelha superior da pastilha são chamados de posição 1 (P. 1), os acelerômetros instalados na orelha inferior da pastilha são chamados de posição 2 (P. 2). Os acelerômetros instalados no caliper estão identificados como Cal. Como uma condensação desta série de medições, apresenta-se a Tabela 4.6, onde estão as médias das vibrações para cada componente.

Tabela 4.6 – Teste 2, médias da vibração tangencial, radial e axial, pastilha e caliper.

Médias [mm/s]	Sem Squeal			Com Squeal		
	Tangencial	Radial	Axial	Tangencial	Radial	Axial
Pastilha	0.23	0.20	0.16	0.69	1.20	2.68
Caliper	0.16	0.16	0.12	0.25	0.33	0.41

Observa-se aqui novamente que durante o *squeal* os valores médios de vibração são significativamente maiores, quando comparados com os instantes sem a emissão excessiva de ruído, afirmação que vale tanto para a pastilha quanto para o caliper. Confirma-se também que a pastilha apresenta valores de velocidade superiores aos do caliper, especialmente durante a

ocorrência do *squeal*. O aumento na amplitude do sinal capturado em acelerômetros e concomitante aumento no ruído captado por microfone durante ensaios de laboratório com *squeal* já foram relatados em outros experimentos [Giannini et al., 2006]. Em um estudo prévio [Neis et al., 2016], o aumento da amplitude de vibração foi observado durante a ocorrência de ruídos de baixa frequência em sistemas de freio (“creep groan”) através de acelerômetros instalados no caliper em um veículo. Uma medição típica obtida pelos acelerômetros instalados na pastilha do sistema A nas direções tangencial (X) e radial (Y) durante uma frenagem (com desaceleração) é mostrado na Figura 4.5 (teste 1, ensaio #11). Um aumento significativo da amplitude da vibração medida em aceleração pode ser observado quando a frenagem muda do estado silencioso para a condição de *squeal*.

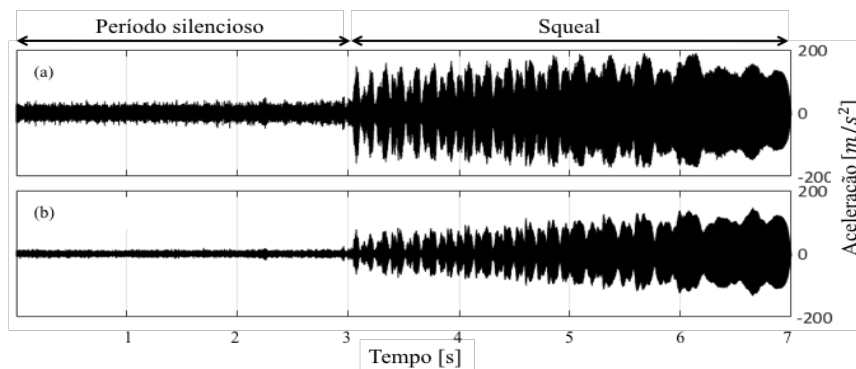


Figura 4.5 – Teste 1 frenagem #11, aceleração pelo tempo: direções (a) tangencial (b) e radial.

Na Figura 4.6, superpõem-se os espectros sonoros do teste 1 dos ensaios de arraste (com velocidade constante) #22 e #23, sem e com a manifestação de *squeal*, respectivamente.

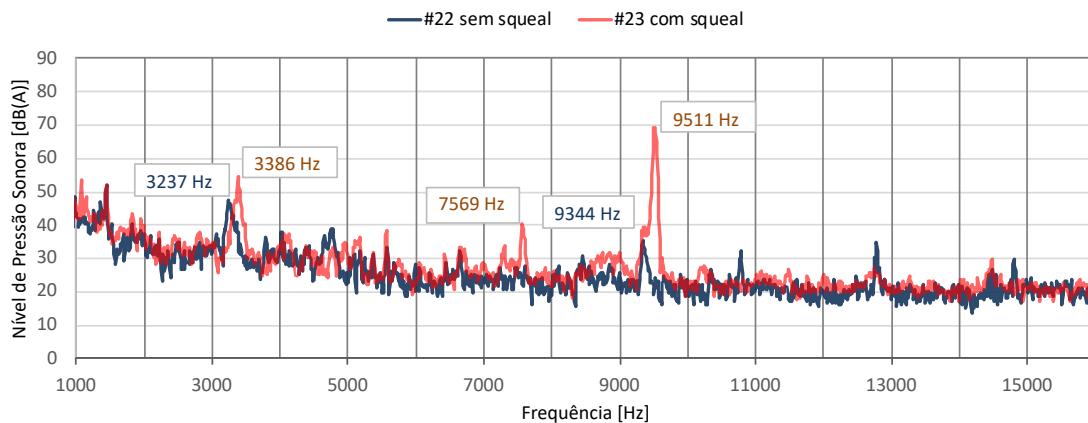


Figura 4.6 – Espectro sonoro e frequências dos ensaios #22, sem *squeal* (azul) e #23, com *squeal* (vermelho), arraste.

O pico dominante de 9511 Hz durante *squeal* tem uma diferença de cerca de 160 Hz para o pico de frequência mais próximo sem *squeal*, enquanto o pico secundário de 3386 Hz tem uma diferença de cerca de 150 Hz para o pico na frenagem sem *squeal*. Este comportamento no qual há um deslocamento dos picos de frequência quando ocorre o *squeal* se repete em todos os testes observados.

Este é um comportamento que se repete em todos os testes, ou seja, quando ocorre o *squeal* se observa um deslocamento nos picos de frequência, tanto nos ensaios de frenagem quanto nos ensaios de arraste. Esta observação é válida se comparamos dois momentos dentro do mesmo ensaio, antes e durante o *squeal*, ou se comparamos ensaios distintos. Como exemplo, a Figura 4.7 compara dois espectros de um mesmo ensaio de frenagem (ensaio com redução de velocidade do disco). Na figura estão representados dois momentos da frenagem #11 do teste 1, que apresentou ruído. Em um primeiro momento o ensaio ocorreu de forma silenciosa, e em determinado ponto o ruído se manifesta. Estão representados superpostos os espectros antes de iniciar o *squeal*, em azul, e durante o *squeal*, em vermelho, nesta mesma frenagem. Observa-se novamente que a frequência dominante se altera de 3792 para 3744 Hz, reduzindo-se cerca de 50 Hz.

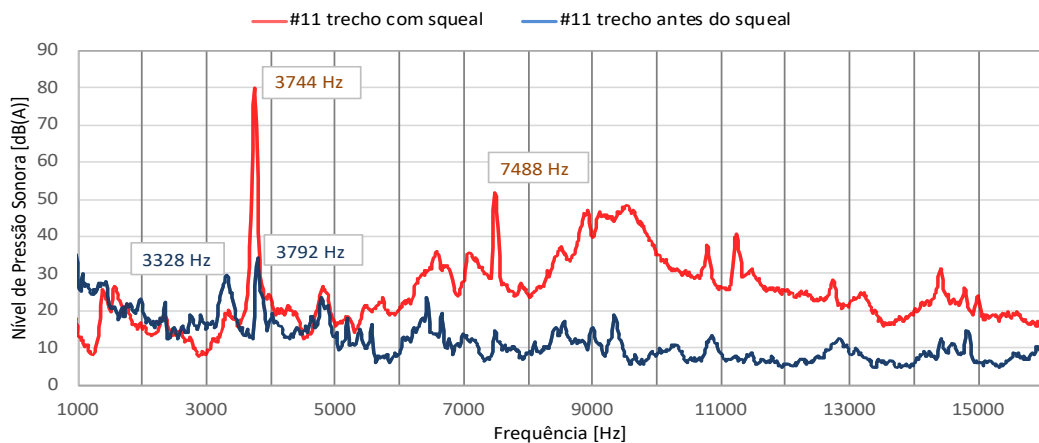


Figura 4.7 – Teste 1, espectro sonoro e frequências do ensaio de frenagem #11, sem *squeal* (azul) e com *squeal* (vermelho).

Na Figura 4.8 é apresentado o espectro das frenagens #13 e #15 e dos arrastes #21 e #29, que foram silenciosas. Percebe-se que os picos de frequência não são exatamente os mesmos na condição silenciosa dos ensaios anteriores mostrados nas figuras 4.7 e 4.6. Todos os ensaios do teste 1 foram executados no mesmo sistema e com a mesma pastilha, mas percebe-se que os valores das frequências apresentam uma flutuação de um ensaio para o outro.

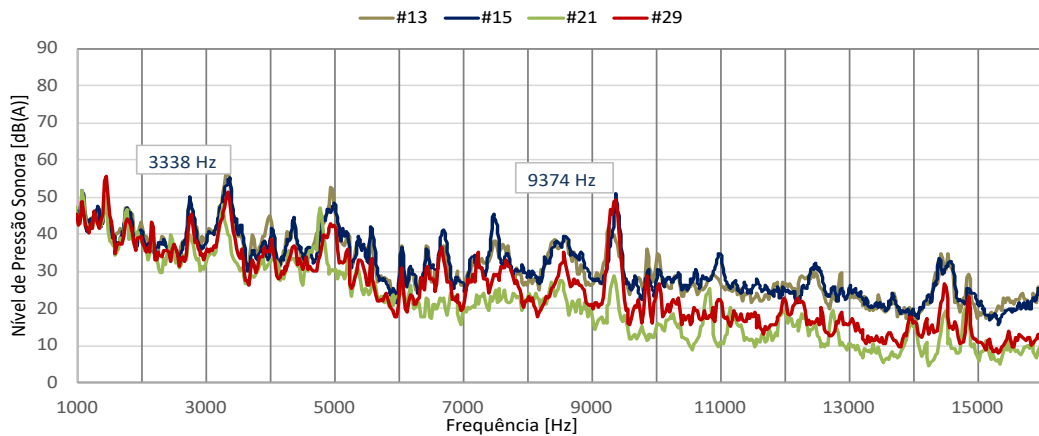


Figura 4.8 – Teste 1, espectro sonoro dos ensaios das frenagens #13 e #15 e dos arrastes #21 e #29, sem ruído.

Fazendo-se a mesma investigação para o teste 2, no ensaio de arraste #80, procura-se observar o que acontece ao longo do tempo em um ensaio de arraste.

No espectrograma da Figura 4.9 as frequências do sinal sonoro estão representadas na ordenada e o tempo na abcissa. A amplitude do sinal é representada pela cor mais clara, sendo o azul o ruído de fundo de baixa amplitude e o amarelo indica a maior amplitude. É possível ver que a frequência de 7200 Hz oscila até encontrar uma região em que o *squeal* se manifesta. Esta região está representada pela cor amarelo claro.

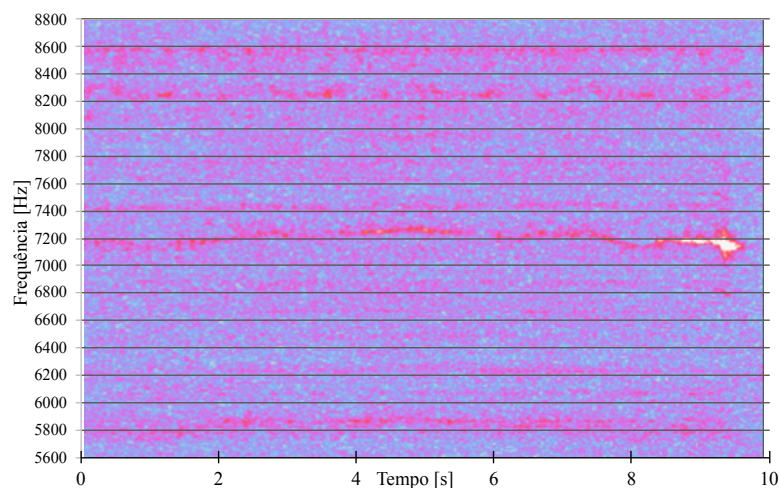


Figura 4.9 – Teste 2, espectrograma sonoro de ensaio de arraste #80, com ruído.

Nesta imagem da Figura 4.9 é possível ver que a frequência que eventualmente se torna responsável pelo *squeal* vai se modificando ao longo do tempo até que estabiliza com alta emissão de ruído.

No próximo espectrograma, apresentado na Figura 4.10, mostra-se o ensaio #91 de arraste do teste 2. Nesta figura está tem-se na parte superior o espectrograma do sinal do acelerômetro instalado na pastilha na direção tangencial. Na parte inferior, está o espectrograma do sinal sonoro obtido do microfone. Esta imagem permite concluir que o espectrograma do sinal de vibração, representado pelo sinal do acelerômetro, é quase idêntico ao espectrograma do sinal sonoro, ou seja, pode-se dizer que há equivalência entre o comportamento dinâmico da vibração da pastilha e do ruído. Esta equivalência se observou em todas as medições feitas nos ensaios.

Um outro ponto importante é que neste ensaio novamente a frequência responsável pelo *squeal* parece flutuar, aumentando de valor e diminuindo, até se estabilizar quando da emissão intensa de ruído, como se algum outro efeito se manifestasse naquele momento.

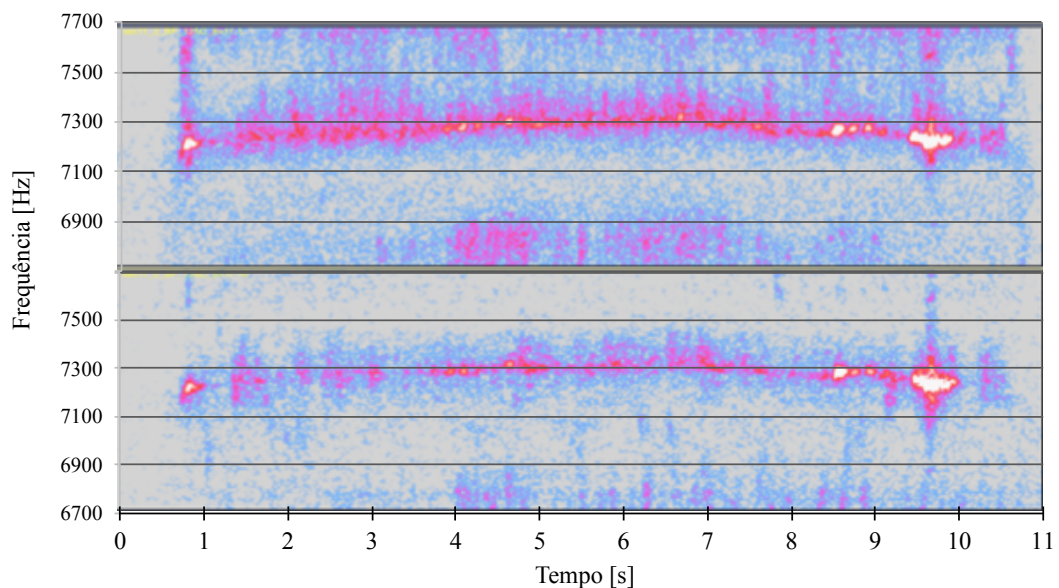


Figura 4.10 – Teste 2, (gráfico superior) espectrograma do acelerômetro tangencial, (gráfico inferior) espectrograma do sinal sonoro do ensaio de arraste #91, com ruído.

Podemos concluir dos resultados desta seção que os valores de vibração aumentam significativamente na pastilha durante a emissão de ruído e que a pastilha apresenta vibrações importantes nas direções tangencial, radial e axial. Os espectros de vibração e sonoros são semelhantes entre si. Conclui-se também que as frequências dos sinais de vibração não se mantêm exatamente constantes, alterando-se a cada ensaio e alterando-se significativamente entre os momentos silenciosos e os momentos com ruído dentro de um mesmo ensaio.

4.2 Formação da Órbita no Sistema A

Os sinais de velocidade $v(t)$ obtidos pela integração do sinal de aceleração foram colocados em eixos ortogonais, onde a abcissa e a ordenada representam as direções tangencial e radial de $v(t)$, respectivamente. As curvas formadas no gráfico montado deste modo são conhecidas como curvas de Lissajous, que podem ser vistas na Figura 4.11. O espectrograma do áudio é mostrado em Figura 4.11 (a), enquanto as curvas de velocidade para o período silencioso da frenagem e para o período com *squeal* estão apresentadas na Figura 4.11 (b) e Figura 4.11 (c), respectivamente. Estes gráficos correspondem à velocidade $v(t)$ medida na pastilha de freio (linha escura) e medida no caliper (linha vermelha) para um ensaio feito em modo de frenagem (teste 1 ensaio #14).

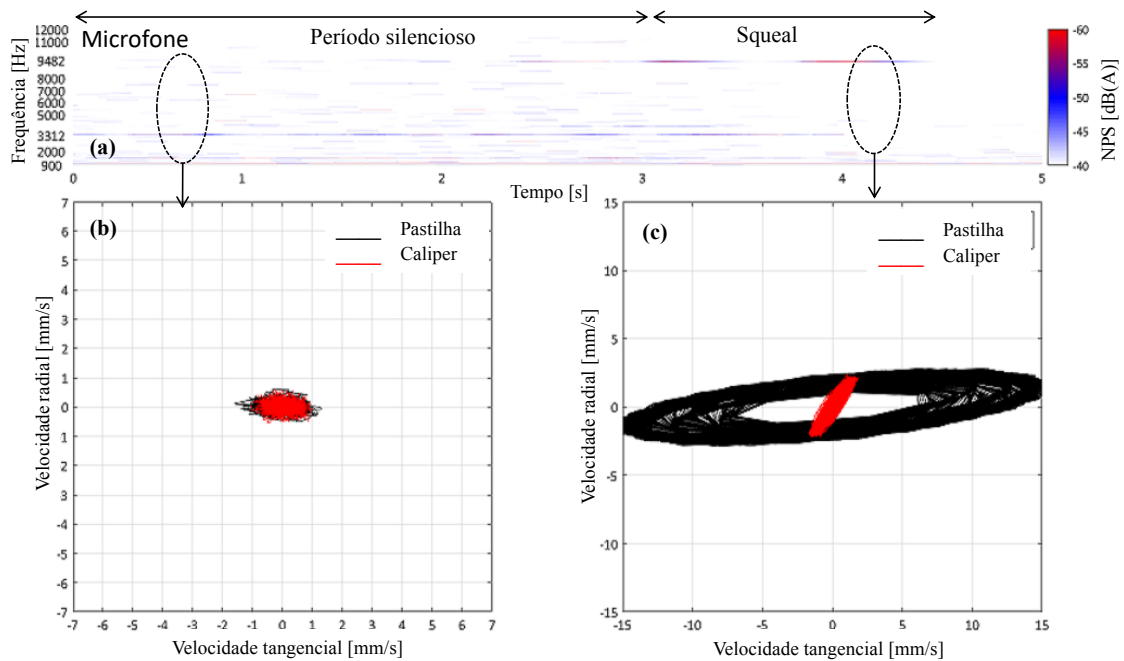


Figura 4.11 – Formação das órbitas elípticas (teste 1 ensaio #14, frenagem):

(a) espectrograma do áudio, curvas de Lissajous produzidas durante (b) período silencioso e (c) período com *squeal*.

O intervalo de tempo T utilizado para produzir os resultados da Figura 4.11 corresponde a 500 ciclos do sinal de frequência dominante de vibração. Nesta figura é possível perceber um comportamento ainda não totalmente explorado na literatura científica: durante o período de *squeal*, a pastilha (Figura 4.11 (c), linha escura) mostra uma curva de velocidade que forma uma órbita elíptica bem definida. As curvas de Lissajous obtidas a partir do caliper do freio

durante o período de *squeal* (Figura 4.11 (c) linha vermelha), entretanto, não apresentam uma elipse plena. De fato, esta figura mostra uma trajetória mais delgada. Este padrão de comportamento (ou seja, uma elipse completa e uma trajetória quase linear para a pastilha e para o caliper, respectivamente) se repetiu para todos os ensaios nos quais houve a ocorrência de *squeal*. Por outro lado, as curvas de velocidade ($v_x(t)$, $v_y(t)$) geradas nos períodos de silêncio visto na Figura 4.11 (b) mostram uma forma randômica e instável, tanto para a pastilha quanto para o caliper. Visando ilustrar o processo de formação da elipse nas curvas de Lissajous, o gráfico apresentado na Figura 4.12 registra somente cinco ciclos do sinal de vibração em velocidade.

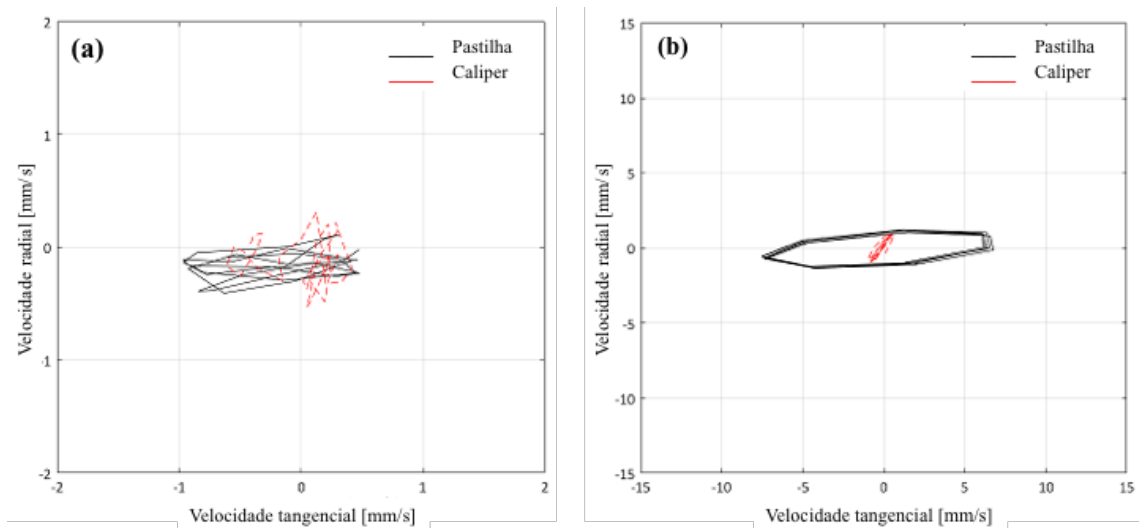


Figura 4.12 – Detalhe da formação das curvas de Lissajous obtidas para a pastilha de freio e para o caliper nos períodos de (a) silêncio e (b) *squeal* (teste 1 ensaio #14, frenagem).

Além disso, um zoom foi aplicado no gráfico correspondente à vibração da pastilha durante o período silencioso na Figura 4.12 (a), procurando melhorar a visualização, quando comparado com a escala usada na Figura 4.12 (b). Da Figura 4.12 (a) (período silencioso), é possível observar que as figuras de Lissajous obtidas para caliper e pastilha não apresentam uma elipse plena. Ao invés, suas respectivas curvas de velocidade ($v_x(t)$, $v_y(t)$) mostram formas randômicas e instáveis. Além disso, a amplitude medida de velocidade é relativamente pequena. Elas ficam no entorno de 1,0 mm/s e 0,5 mm/s pico-a-pico nas direções tangenciais e radiais, respectivamente. Por outro lado, a análise de período de *squeal*, na Figura 4.12 (b), mostra que apenas 5 ciclos foram suficientes para formar uma órbita elíptica bem definida (linha escura) e uma trajetória linear (linha vermelha) nas curvas de pastilha e caliper, respectivamente. Pode-

se observar também que a velocidade medida na pastilha (Figura 4.12 (b), linha escura) aumenta consideravelmente nas direções tangenciais e radiais durante o *squeal*. No caliper, esta amplitude se manteve aproximadamente a mesma quando comparada com o período de silêncio.

A Figura 4.13 apresenta as Figuras de Lissajous para o ensaio #19 do teste 1, o qual foi executado em arraste. Nesta figura, o espectrograma de áudio e mostrado na Figura 4.13 (a), enquanto as curvas de velocidade para os períodos de silêncio e de *squeal* são mostrados nas Figuras 4.13 (b) e Figura 4.13 (c), respectivamente. De modo similar à análise do ensaio #14 (frenagem), também foi observada uma forma instável e randômica na curva de Lissajous no período de silêncio na Figura 4.13 (b), enquanto uma bem definida órbita elíptica e uma trajetória de menor amplitude são observadas durante o *squeal* para pastilha e caliper, respectivamente, na Figura 4.13 (c).

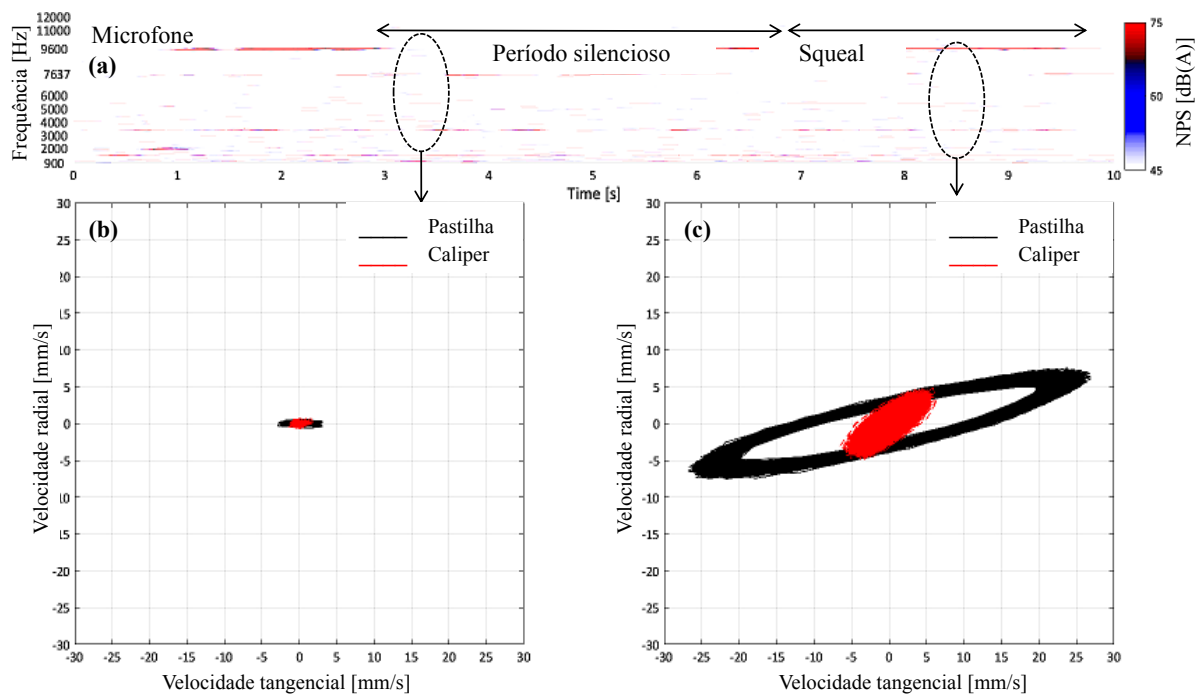


Figura 4.13 – Formação de órbitas elípticas (Ensaio #19, arraste): (a) espectrograma de áudio, curvas de Lissajous produzidas durante os períodos de (b) silêncio e (c) *squeal*.

Mais uma vez, a amplitude de velocidade medida no caliper (Figura 4.13 (c), linha vermelha) foi menor do que a da respectiva curva obtida na pastilha no momento do *squeal* (Figura 4.13 (c), linha escura). Adicionalmente, ambas as curvas se diferenciam em termos de forma. Tal diferença no movimento relativo entre pastilha e caliper é uma evidência de que o

caliper não está causando a vibração na pastilha. Dai resulta que a vibração na pastilha deve ser induzida pelo atrito e não pode ser considerada como um resultado do movimento da estrutura mecânica do dinamômetro.

Os comportamentos descritos acima com respeito às curvas de Lissajous se repetiram para todos os testes e ensaios. Isto significa que a órbita elíptica se forma na composição das velocidades da pastilha no plano durante o *squeal* independentemente se o teste foi executado em modo frenagem ou arraste. Em nenhuma das condições de teste a figura de Lissajous do caliper resultou em uma elipse completa e bem definida. Também se observa que o comportamento randômico e instável com baixas amplitudes de $v(t)$ foi apresentado por todas as figuras de Lissajous produzidas por pastilha ou caliper no período de silêncio (fora do *squeal*).

O fato de que as órbitas bem definidas das figuras de Lissajous se formam para as pastilhas tanto em frenagem quanto em arraste torna claro que o fenômeno do *squeal* nos freios automotivos não está diretamente relacionado com a velocidade de rotação do disco de freio. Causas mecânicas, tais como desbalanceamento do disco ou dano nos mancais dos eixos do dinamômetro, necessariamente causariam alterações nas frequências dominantes dos espectrogramas proporcionais à rotação dos componentes, de acordo com Kankar et al., 2012. No presente estudo, nos espectrogramas de aceleração obtidos durante as frenagens (desaceleração até a parada total do disco), percebe-se que as frequências dominantes não se alteram com a modificação da rotação. Isto significa que as vibrações medidas não foram originadas por defeitos mecânicos.

4.3 Formação de Órbitas em Três Dimensões no Sistema B

A montagem das órbitas se torna mais complexa com três sinais por ponto de medição. Para melhor visualização foram adotadas duas estratégias, uma representação colocando simultaneamente os sinais de velocidade tangencial, radial e axial no mesmo gráfico. A Figura 4.14 mostra a órbita para a pastilha, medida em 4.14 (a) na orelha superior e em 4.14 (b) na orelha inferior, durante o ensaio em arraste #74. As figuras foram obtidas em um intervalo de tempo do ensaio no qual o *squeal* estava se manifestando. Os gráficos (a) e (b) estão em escalas diferentes para permitir uma melhor visualização. A frequência que forma a órbita é a chamada frequência dominante, conforme listado nas tabelas 4.2 e 4.3.

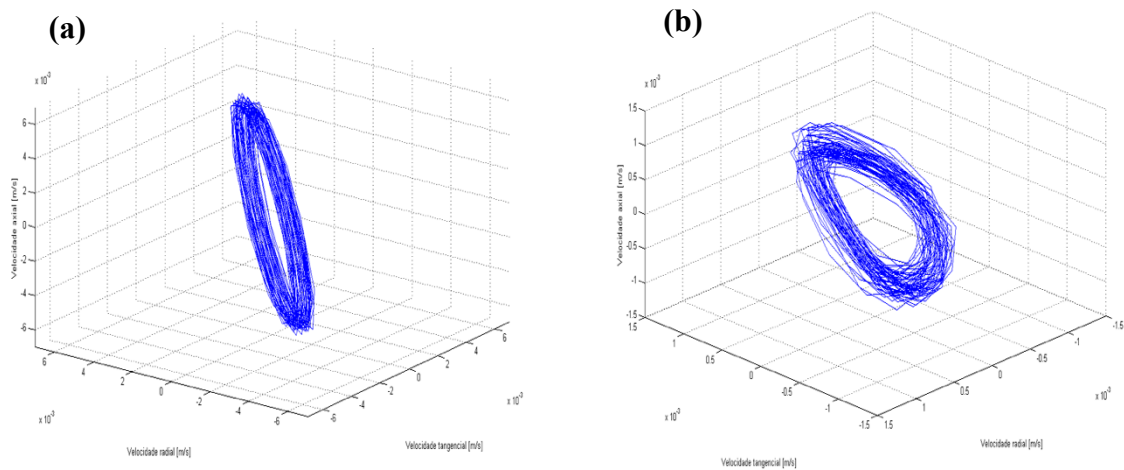


Figura 4.14 – Ensaio #74 em arraste, (a) orelha superior e (b) inferior da pastilha, sistema B, durante o *squeal*.

Percebe-se a formação de uma órbita bem definida em ambas as posições. A posição inferior mostra amplitudes de vibração menores, da ordem de 1 mm/s pico a pico, enquanto a posição superior chegava a cerca de 4 mm/s pico a pico. Pode-se observar também que a órbita se desenvolve preferencialmente no plano tangencial/radial, e a contribuição do sinal axial parece ser o de “inclin” a órbita em relação a este plano. O ponto de vista em relação aos eixos tangencial (X) e radial (Y) adotado entre as figuras varia para permitir uma melhor visualização da figura em três dimensões. A frenagem do ensaio #148 é apresentada na Figura 4.15. Ali se mostra a dinâmica em três eixos da orelha superior da pastilha durante o *squeal*.

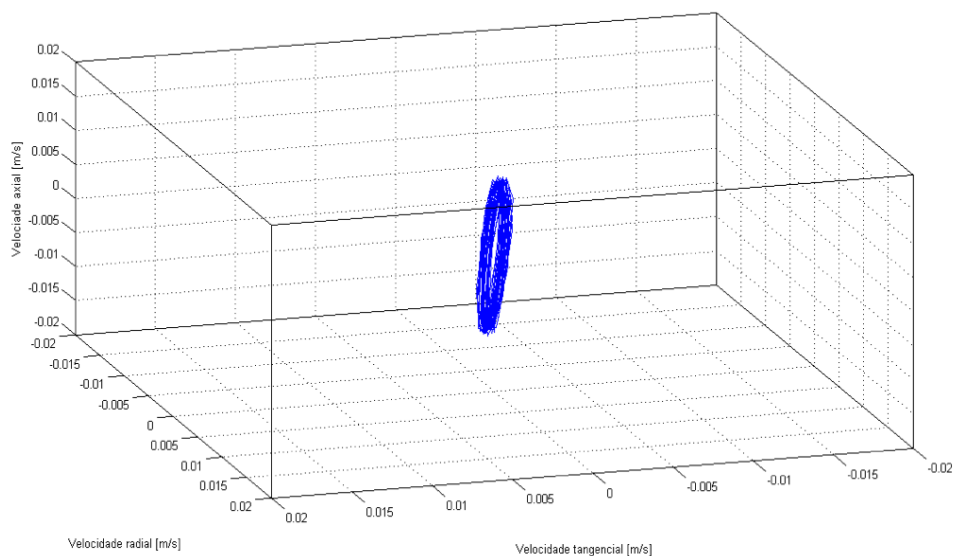


Figura 4.15 – Orelha superior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, sistema B, durante o *squeal*, vista tridimensional.

Observa-se que para as frenagens com redução de velocidade as órbitas também se formaram durante o *squeal*. Para maior facilidade de visualização, as projeções em cada plano ortogonal da órbita em três dimensões são mostradas na figura 4.16, mantendo-se a mesma escala dos eixos nos três gráficos. A Figura 4.16 mostra a projeção da órbita no plano (a) tangencial x radial, (b) tangencial x axial e (c) radial x axial da orelha superior da pastilha do ensaio em frenagem #148.

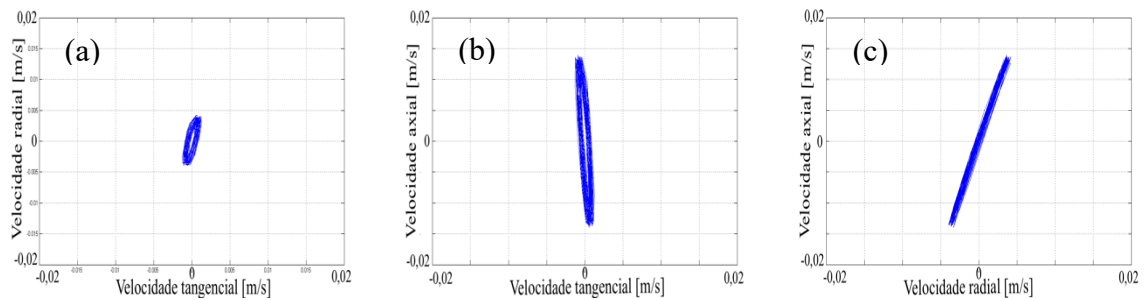


Figura 4.16 – Orelha superior da pastilha, ensaio #148, frenagem durante o *squeal*, (a) tangencial x radial, (b) tangencial x axial, (c) radial x axial

O caliper apresenta uma amplitude menor de velocidades mesmo no *squeal*, quando comparado com a pastilha. Assim, quando representado na mesma escala do gráfico anterior que mostra o campo de velocidades de maneira tridimensional para as orelhas da pastilha, esta diferença fica visível, conforme ilustrado na Figura 4.17.

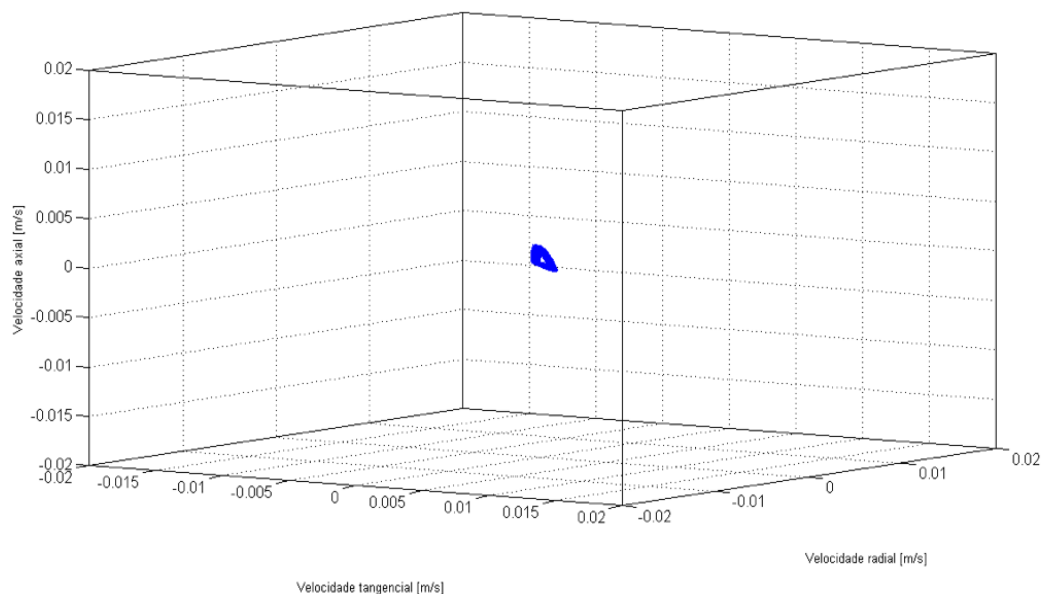


Figura 4.17 – Caliper, ensaio #148 em frenagem, sistema B, durante o *squeal*, vista tridimensional.

A orelha inferior da pastilha tem um comportamento similar a orelha superior, conforme se percebe pela Figura 4.18.

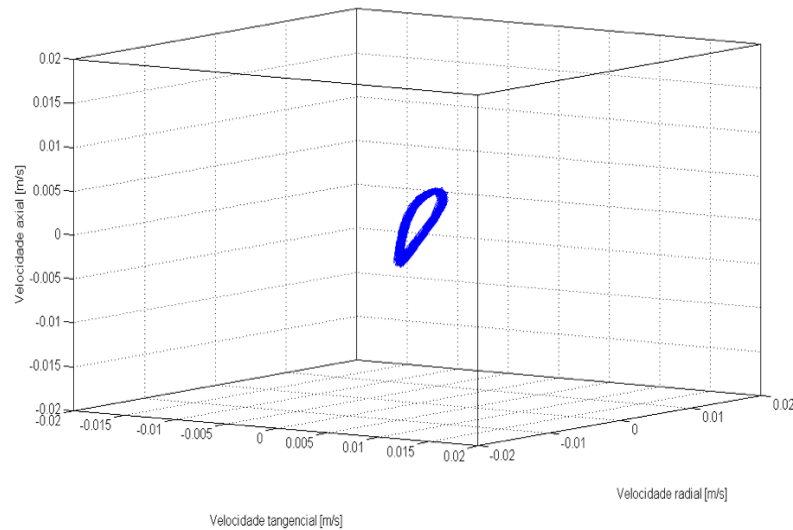


Figura 4.18 – Orelha inferior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, durante o *squeal*, vista tridimensional.

A Figura 4.19 apresenta as vistas da órbita tridimensional do ensaio #148 para a orelha inferior da pastilha nos três planos ortogonais, sendo (a) o plano tangencial/radial, (b) o plano tangencial/axial e (c) o plano radial/axial.

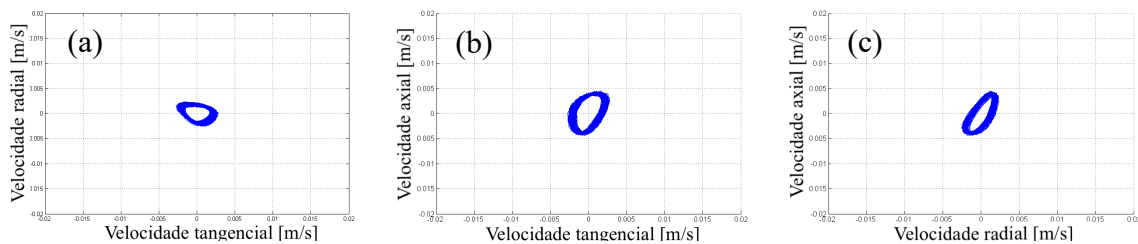


Figura 4.19 – Orelha inferior da pastilha, ensaio #148 em frenagem, durante o *squeal*, vistas (a) tangencial/radial, (b) tangencial/axial, (c) radial/axial.

É importante notar que as projeções no plano tangencial/radial das órbitas tridimensionais obtidas nestes ensaios com seis acelerômetros instalados na pastilha são equivalentes geométricas aos gráficos de órbitas obtidas no ensaio do sistema A com apenas 2 acelerômetros no meio da pastilha, que mediam apenas as direções tangenciais e radiais. A colocação de mais um acelerômetro permite a análise de dois planos adicionais.

Nem todas as órbitas são iguais, porém. O ensaio de arraste #94 apresenta uma forma interessante, onde a órbita parece assumir um aspecto mais tridimensional, torcendo-se

levemente, e não parecendo apenas como uma órbita plana que foi deslocada na direção axial, como mostra a Figura 4.20.

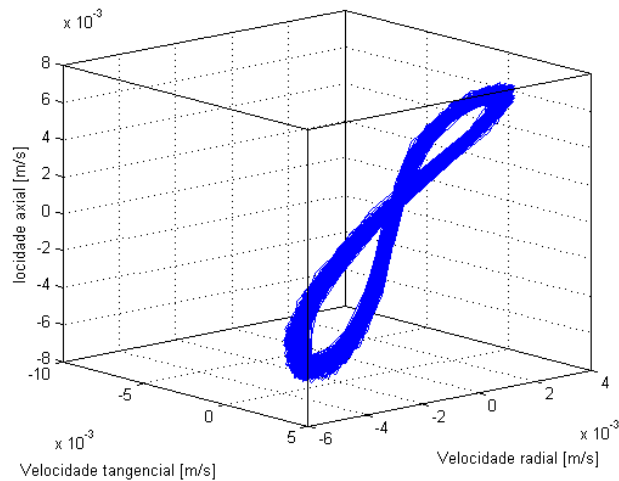


Figura 4.20 – Formação da órbita, pastilha, orelha inferior no ensaio #94, vista tridimensional.

Outro aspecto que merece ser ressaltado é a maneira pela qual a dinâmica da pastilha se modifica na transição da rodagem silenciosa para a rodagem com *squeal*. Um exemplo gráfico, tomado da orelha inferior da pastilha no ensaio em arraste #74 pode ser visto na Figura 4.21. Mostra-se ali o desenvolvimento ao longo do tempo da órbita projetada no plano tangencial/axial tomada na posição da orelha superior da pastilha do sistema B. Percebe-se que a mudança não é instantânea, e a órbita vai se estabelecendo ao longo do tempo antes de atingir sua forma plena final.

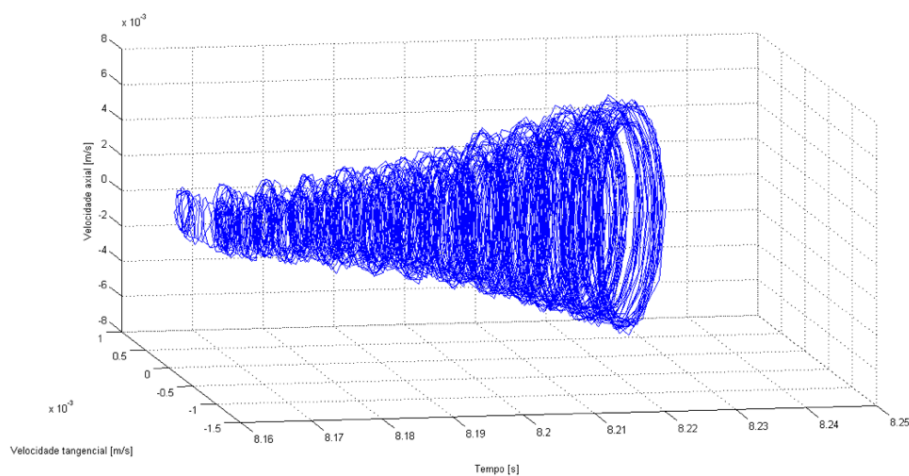


Figura 4.21 – Formação da órbita, orelha inferior da pastilha, ensaio #74 plano tangencial/axial ao longo do tempo.

Este comportamento também é típico e observável em todos os outros ensaios que foram registrados. Outro exemplo de transição pode ser visto no ensaio #94 com a evolução do plano tangencial/axial ao longo do tempo da medição na orelha superior, na medição na orelha inferior da pastilha e no caliper, no momento em que passa de uma rodagem silenciosa para a rodagem com *squeal*. Estas transições aparecem respectivamente nas Figuras 4.22 (a), (b) e (c).

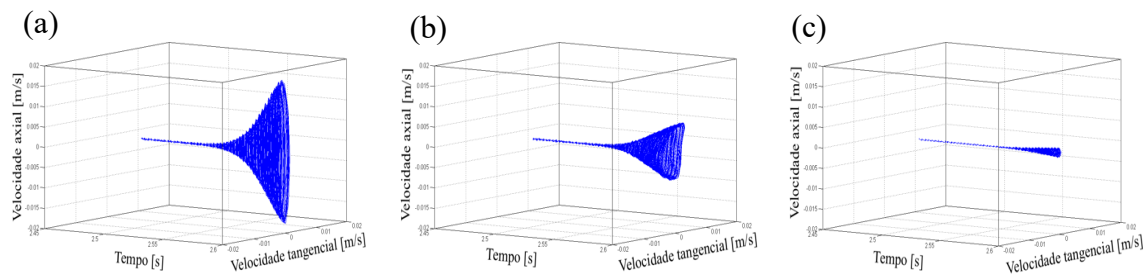


Figura 4.22 – Transição para o *squeal*, (a) pastilha superior, (b) pastilha inferior e (c) caliper, ensaio #94, plano tangencial/axial ao longo do tempo.

Estas três figuras foram elaboradas tomando o mesmo intervalo de tempo no mesmo momento de transição durante o ensaio. Manteve-se a mesma escala em termos de amplitude de vibração para facilitar a comparação entre a intensidade dos sinais nos diferentes pontos de medição. Pode-se também comparar a intensidade e a forma do sinal antes do estabelecimento do *squeal*, no início do intervalo de tempo do gráfico, e durante a transição para a plena formação do mesmo. No final do intervalo de tempo apresentado, o *squeal* já está plenamente estabelecido. A partir das observações sobre o campo de velocidades, torna-se interessante discutir sobre as figuras de Lissajous, o que é feito na próxima seção.

4.4 Discussão sobre Figuras de Lissajous

De acordo com Rossing e Fletcher, 2004, as curvas de Lissajous são construídas a partir de duas equações paramétricas (no caso analítico) ou de dois sinais (no caso de dados experimentais) que são representados no plano XY. A Figura 4.23 exemplifica a composição de duas equações paramétricas senoidais com as mesmas frequências e amplitudes que foram geradas em MatLab (MathWorks®) para quatro diferentes ângulos de fase ϕ definidos do seguinte modo: $\phi = 0, \pi/4, \pi/2$ e $3\pi/4$.

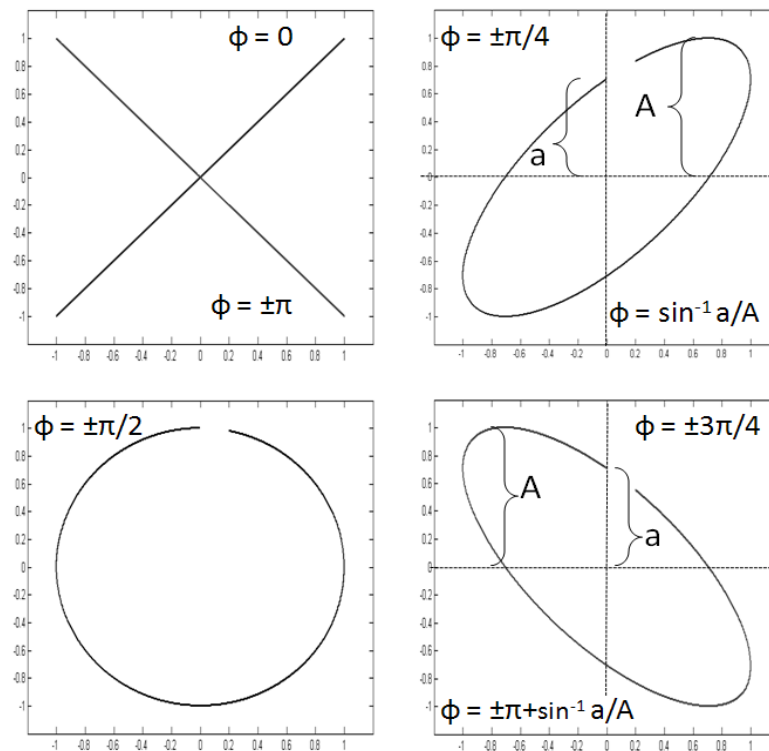


Figura 4.23 – Figuras de Lissajous elaboradas para 4 ângulos de fase (ϕ) a partir de sinais X e Y com as mesmas frequências ω e amplitudes A .

A informação das equações representada desta maneira descreve uma órbita elíptica devida a diferença de fase entre os dados do eixo X e do eixo Y. De acordo com a teoria de Lissajous, sinais X e Y com a mesma frequência e com diferença relativa de fase igual a 0 ou π produzem uma linha reta, enquanto sinais com uma diferença de fase igual a $\pi/2$ gera um círculo perfeito. Órbitas elípticas são produzidas para quaisquer outros valores de diferença relativa de fase entre os sinais de X e Y. As duas equações utilizadas para produzir as curvas de Lissajous mostradas na figura anterior estão descritas pelas seguintes equações:

$$X = A \sin(\omega t) , \quad (4.1)$$

$$Y = A \sin(\omega t + \phi) , \quad (4.2)$$

onde A é a amplitude [adim], ω é a frequência do sinal [rad/s] e ϕ é o ângulo de fase [rad]. Dos gráficos da Figura 4.23 é possível perceber a influencia do ângulo de fase na forma da figura de Lissajous.

O ângulo ϕ pode ser calculado a partir da forma da figura de Lissajous usando a relação dada pela equação:

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{a}{A} \right), \quad (4.3)$$

onde a corresponde à distância entre a origem (0,0) e o ponto onde a curva intercepta o eixo Y, e A é a máxima amplitude projetada no eixo Y da curva. Usando esta relação, os ângulos de fase entre os sinais de velocidade obtidos experimentalmente da pastilha para o sistema A foram determinados. Os resultados deste procedimento estão elencados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Ângulo de fase ϕ das velocidades X e Y, sistema A, ensaios com *squeal*.

Seção	Ensaio	Fase ϕ [°]
<i>Frenagens</i>	10	40
	11	140
	12	130
	14	46
<i>Arraste 50 °C</i>	19	37
	23	48
	27	32
<i>Arraste 75 °C</i>	31	32
	35	30
	37	51

A geometria das órbitas resultantes das velocidades medidas nos eixos X e Y em cada teste se manteve estável durante a ocorrência do *squeal*. Isto implica que a diferença de fase ϕ mostrada na Tabela 4.7 é estável ou constante. Por outro lado, os ângulos de fase medidos para algumas leituras no caliper do freio no teste A são aproximadamente nulos durante o período de *squeal* para todos os testes. Isto decorre das trajetórias quase lineares apresentadas pelas curvas de Lissajous nestes casos. Como já foi ressaltado, durante o período silencioso tanto em frenagem quanto em arraste, as curvas de Lissajous se mostraram instáveis e com uma forma randômica. O mesmo se observa nos ensaios totalmente sem *squeal*. Nestes casos, o ângulo de fase varia a cada instante e não pode ser definido para esta condição.

4.5 Medição das Pastilhas Isoladamente com Seis Acelerômetros

Dados os resultados obtidos nos itens anteriores, com a formação de órbita durante o *squeal*, surge o questionamento sobre qual seria o comportamento das medições do campo de velocidades da pastilha na condição estática e livre, quando submetida a uma excitação. São medidas, portanto, as órbitas das pastilhas livres para comparar as figuras formadas desta maneira com as figuras obtidas quando em operação, em interação com o disco. O objetivo desta etapa é verificar se a órbita pode se manifestar de modo espontâneo com a pastilha livre do mesmo modo como ocorre quando em contato com o disco durante a operação em *squeal*.

Na Figura 4.24 (a) mostra-se o detalhe do sinal de velocidade próximo ao momento do primeiro impacto medido na direção tangencial juntamente com o sinal medido na direção radial ao longo do tempo. Na Figura 4.24 (b) mostra-se o desenvolvimento desse mesmo sinal de velocidade de vibração ao longo do tempo nas direções radial e axial da orelha superior da pastilha.

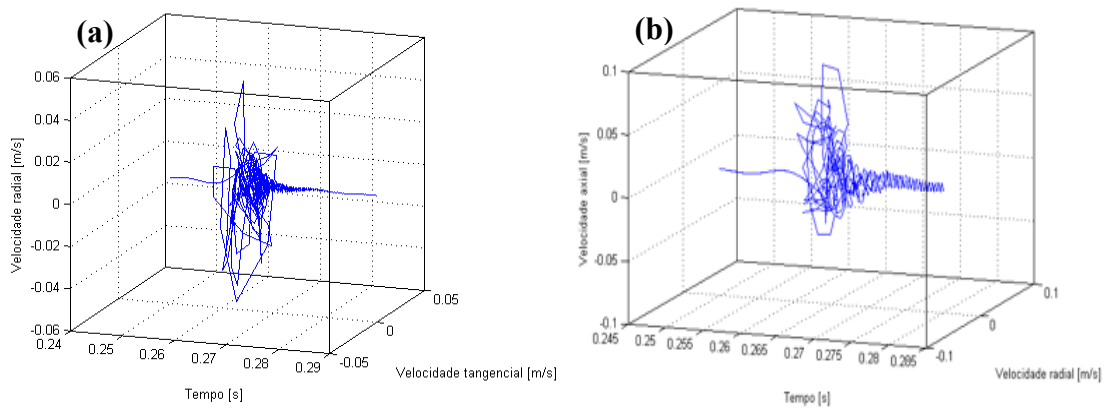


Figura 4.24 – Sinal no momento do impacto 1 (a) medido na direção tangencial/radial e (b) nas direções radial/axial, orelha superior da pastilha.

De um modo geral o que se observa é que, no momento do impacto, a figura formada pelas velocidades nos planos é aleatória. Após alguns instantes, a medida que o sinal é amortecido em sua amplitude, percebe-se a formação de figuras de Lissajous que indicam diferentes frequências dominantes entre as direções medidas e variação na fase, pois a forma de Lissajous vai se alterando ao longo do tempo. Todas as leituras tomadas neste ensaio com a pastilha na condição livre mostraram padrões semelhantes ao da Figura 4.24, tanto para medições tomadas nas orelhas quanto para as medições tomadas no centro da pastilha. Ainda que as amplitudes sofram variações pelo fato do impacto ser aplicado manualmente, o

comportamento caótico nos momentos próximos ao impacto é a regra, como se pode observar na Figura 4.25, tomada no terceiro impacto, medindo-se a resposta no (a) centro da pastilha e (b) na orelha superior da pastilha.

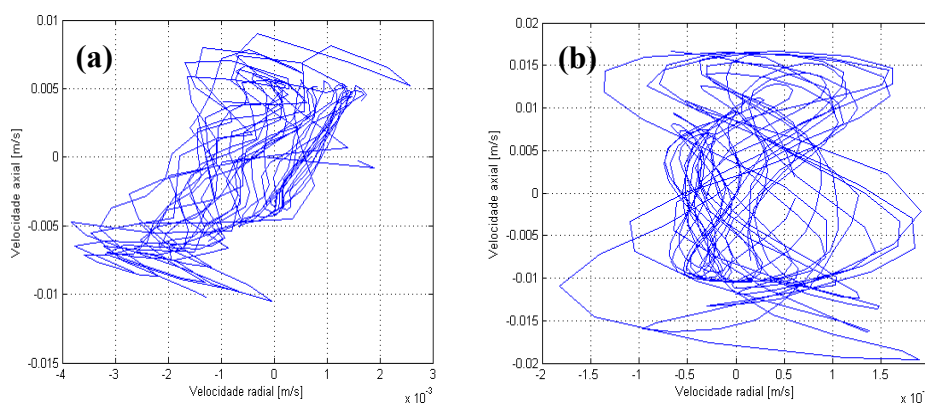


Figura 4.25 – Sinal de velocidade próximo ao momento do impacto 3 (a) medido no centro da pastilha na direção radial/axial e (b) radial/axial, orelha superior da pastilha.

As formas observadas são semelhantes às medições na condição sem *squeal* tomadas no dinamômetro. Poder-se-ia alternativamente executar este mesmo ensaio com a aplicação de uma excitação harmônica ao invés de impulsiva. Neste caso, entretanto, os resultados ficariam completamente subordinados à escolha arbitrária das frequências de excitação e de suas formas de aplicação, fazendo com que a medição não contemplasse a característica de autoexcitação do sistema.

É interessante lembrar que as figuras de Lissajous somente formam uma trajetória fechada se a proporção entre as frequências é um número racional, que figuras tipo “oito” ou lóbulos múltiplos se formam se as frequências são múltiplos maiores do que um, e que as figuras se alteram se as fases entre os sinais se alteram. Logo as figuras formadas pelas medições na pastilha livre com excitação impulsiva permitem a interpretação de que as frequências são diferentes entre os sinais ortogonais medidos e que a fase entre eles varia ao longo do tempo.

Estas medições indicam que a formação de órbita não é uma consequência inevitável das frequências naturais ou dos modos de vibrar das pastilhas ensaiadas, ou seja, a diferença de fase constante entre os sinais não ocorre espontaneamente. É necessária, portanto, uma explicação adicional sobre o fato das fases se manterem constantes ao longo do tempo em alguns momentos dos ensaios. No item seguinte faz-se a análise do comportamento da pastilha e também do disco em uma condição mais próxima da vinculação à qual ela está submetida

durante os ensaios no dinamômetro, ou seja, as pastilhas e discos serão montados na mesma condição em que são feitos os testes, no caliper e com a unidade hidráulica.

4.6 Resposta em Frequência de Pastilha e Disco Montados no Caliper

Conforme descrito no capítulo da Metodologia Experimental, foram medidas as respostas em frequência de disco e pastilha montados, de modo a verificar qual a influência nas frequências do sistema quando se coloca esta condição de contorno. Naquele capítulo estão identificadas as posições de excitação e de instalação dos acelerômetros através das imagens do processo de medição nas Figuras 3.12 e 3.13.

Os resultados das funções de resposta em frequência (FRF) para a pastilha, na forma de seis espectros superpostos, estão apresentados na Figura 4.26. Nesta figura as linhas cheias mostram a condição com 0 bar e as linhas pontilhadas mostram a condição de medição com 30 bar de pressão hidráulica, e os pontos de medição estão identificados por cores, conforme legenda. Chamou-se excitação no “ponto” quando o impacto é próximo ao acelerômetro e “cruzada” quando o impacto é a 45 graus do acelerômetro no disco, ou simplesmente afastada do acelerômetro, na pastilha.

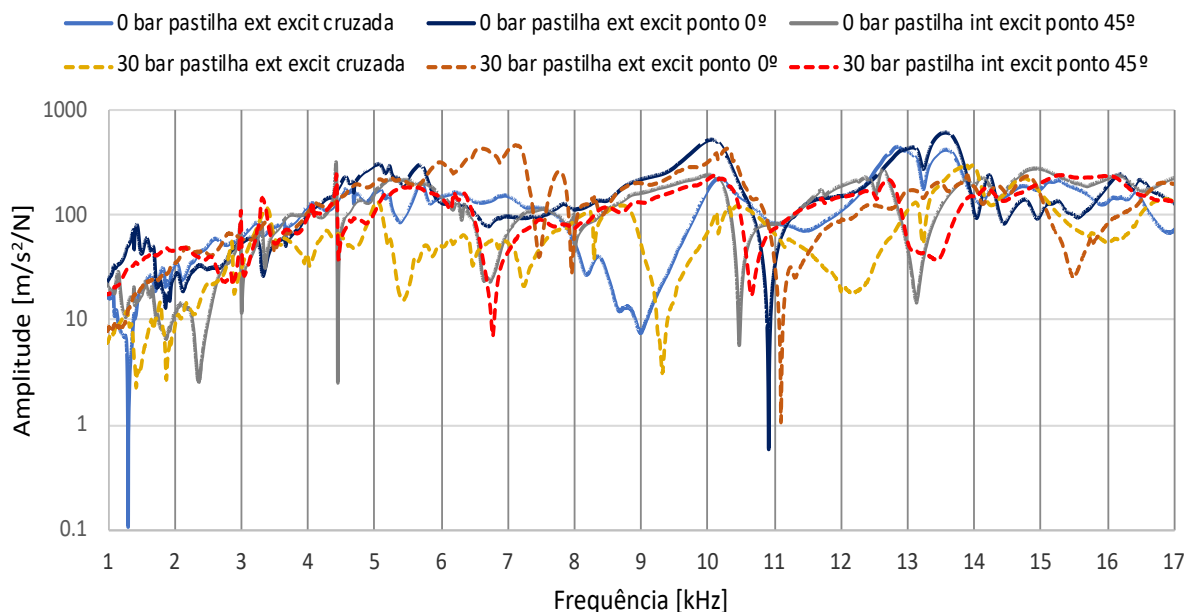


Figura 4.26 – FRF das medições tomadas nas pastilhas montadas.

Os resultados para o disco, na forma de oito espectros de frequência superpostos, estão apresentados na Figura 4.27, onde as linhas cheias mostram a condição a 0 bar e as linhas pontilhadas mostram a condição de medição com 30 bar de pressão hidráulica. A resolução das frequências em ambos os gráficos é de 3,13 Hz.

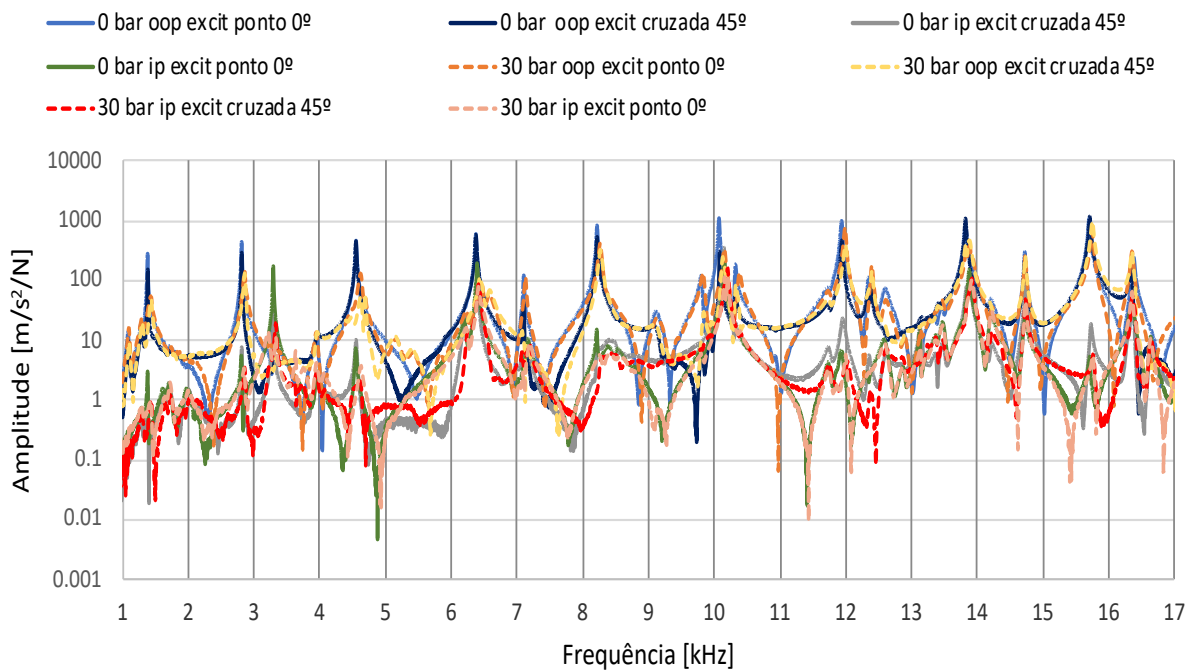


Figura 4.27 – FRF das medições tomadas no disco montado.

Os gráficos mostram que o disco altera muito pouco sua resposta em frequência com a variação da pressão exercida pela pastilha, possivelmente dada a sua firme fixação no chapéu central, o que já mantém sua condição de contorno bastante estável. Já a pastilha, por ter um suporte mais flexível e por ser deslocada durante o acionamento do freio, apresenta significativas variações da resposta em frequência. Variações da ordem de 1 kHz são possíveis, como observado na região de 5 kHz a 7 kHz, mesmo considerando que neste teste estático não são avaliadas possíveis variações devido ao desgaste de pastilha e de disco e as variações de temperatura.

Destas medições e das medições anteriores, conclui-se que não podemos falar de valores discretos de frequências naturais para disco e pastilhas, mas de uma distribuição de valores que vão se alterando conforme mudam as condições de contorno e conforme o número de frenagens as quais o sistema de freio vai sendo submetido.

4.7 Análise Modal Experimental e o Fator de Participação Modal

Nesta seção são apresentados os valores de frequência de disco e pastilha obtidos experimentalmente. Estes valores são comparados com as simulações numéricas e com os eventos ruidosos analisados. O objetivo desta comparação é o de estabelecer as relações entre estas variáveis, de maneira a explicar o surgimento das órbitas da pastilha.

Para entender a dinâmica do *squeal* e vincular os eventos sonoros com o comportamento dinâmico do disco e da pastilha, deve-se investigar o comportamento vibratório não apenas sob o aspecto de amplitudes e frequências, mas também sob o ponto de vista das formas modais. As formas modais estão relacionadas à emissão sonora das superfícies pois, como já foi observado nas medições com acelerômetro e com o microfone, existe uma equivalência entre as frequências de vibração e as frequências sonoras. Tendo isto em mente, a análise modal experimental dos discos e pastilhas foi executada para os sistemas A e B ensaiados, e a partir destas análises, modelos numéricos foram ajustados para replicar os comportamentos experimentais. A figura 4.28 mostra o modelo de disco e pastilha do sistema A com as respectivas malhas.

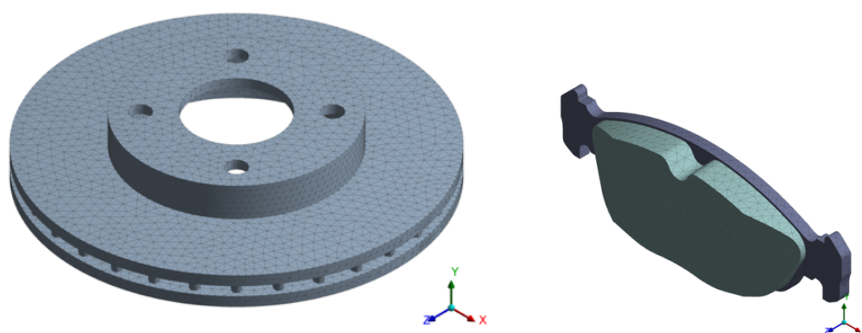


Figura 4.28 – Sistema A - modelos do disco e da pastilha.

Nos discos, após ajustar o modelo para o modo livre, foram simulados os modos e frequências considerando como condição de contorno o disco fixado em seu centro por parafusos. Esta é uma condição mais próxima de seu modo real de operação. O ajuste do modelo numérico foi obtido através da alteração dos módulos de elasticidade dentro dos valores admissíveis para cada material. Todos os modos e suas respectivas frequências estão apresentados em detalhes no Apêndice A. Na Tabela 4.8 estão as frequências naturais de disco e pastilhas para o sistema A e para o sistema B. As frequências estão alinhadas por proximidade de valor.

Tabela 4.8 – Frequências naturais de disco e pastilha do sistema A e do sistema B.

Disco A			Pastilha A		Disco B			Pastilha B	
Experimental	Elementos finitos		Experimental	Elementos finitos	Experimental	Elementos finitos		Experimental	Elementos finitos
FRF Disco Livre	Disco Livre	Disco com Condição de Contorno	FRF Pastilha Livre	Pastilha Livre	FRF Disco Livre	Disco Livre	Disco com Condição de Contorno	FRF Pastilha Livre	Pastilha Livre
3079	3039	2792			2736	2829	2852		
3166	3192	3210				2829	2852		
	3192	3211				2859			
3613	3615	3374				2861			
	3629	3374				2925	3205		
	3630				3017	2928	3205	3340	3208
3855	3723					4071	4351	3954	4034
4303	4388	4220				4582	4750		
5030	5112	4502	4475	4474	4637	4596	4751		
	5113	5064				4745			
	5226	5124				4746			
	5227	5310			5390	5492	5583		
	5970	5855	5831	5654		5512	5593	5783	5887
6366	6070	5856				6158	6239		
6976	7114					6161	6240		
7114	7118	7119			6304	6295			
	7199	7123			6500	6326			
	7199	7207		7232		6774	6812	6745	6557
	7286	7527				6813	6816		
	7551	7528	7650			6815	6873		
7649	7772	7808				7480	7882		
8973	9047	8454		8833		7484	7884		
	9048	9160			8374	8713	8750		
	9158	9167				8714	8751		8684
	9164	9244	9297			8952	8953		8908
	9487	9249			8937	8954	8955	9081	
	9489	9395		9483		8980			
	9749	9885				8989			
9989	9750	9930				9329			
	10327	9931		10143		9342			
	10336	10418				9774			
	11233	10420				9918	9967		
	11236	11233	11070			9920	9968		
	11253	11236			10253	10477	10329		10368
	11255	11341				10480	10415		
	11283	11374		11613		10513	10417		
	11873					10591	10694		
	11878					11126	10699		10913
	12213	12442				11128	11126		
	12218	12899				11142	11128		
	12677	12965				11622	11868	11426	
	12697	12969				11629	11883		
	13331	13296		13257		12462	12656		
	13333	13332				12526	12664		12772
	13549	13333				12527	12858		
	13552	13581					12886		
						12925	12897	12915	
						13006	13140		13186
						13242	13144		
						13242	13247		
						13320	13320		
						13323	13324		
						13823	13869		

A primeira coluna da Tabela 4.8 mostra as frequências obtidas na análise modal experimental, com o disco A solto. Nas duas colunas seguinte, estão os resultados da simulação

numérica para o disco livre e para o disco com a imposição da condição de contorno de fixação no chapéu central. Nas duas colunas seguintes, mostra-se para a pastilha A os resultados da análise modal experimental e da simulação numérica, ambas na condição livre. As mesmas informações são respectivamente apresentadas para o sistema B nas colunas seguintes.

Percebe-se que mesmo com o melhor ajuste obtido, há diferenças entre as frequências medidas experimentalmente e as frequências obtidas com um modelo de elementos finitos, tanto para a pastilha quanto para o disco. Estas variações dependem das condições de contorno e dos ajustes que são feitos no modelo. Considera-se que para o modelo numérico, variações de até 5% na frequência, em virtude da complexidade das medições experimentais e das dificuldades de representação dos modelos numéricos, são aceitáveis [Antunes, 2016]. Um relato cita variações de -10,3% a 6,8% para o disco e para as pastilhas -7,3 a 7% [Flint e Hultén, 2002] entre as frequências calculadas por simulação numérica e as frequências obtidas experimentalmente. Outros autores [Kung et al., 2000] relatam diferenças de -6% a 1% para o disco e de -4% a 4% para a pastilha. Com a condição de contorno imposta pela restrição de movimento no chapéu central do disco, devido aos parafusos de fixação, alguns modos de vibração associados ao movimento da parte central desaparecem (ver Apêndice A), enquanto outros modos de vibração do disco mantêm a sua forma, mas com frequências levemente alteradas. Para visualizar a relação entre as frequências e as ocorrências de *squeal*, apresenta-se a Figura 4.29.

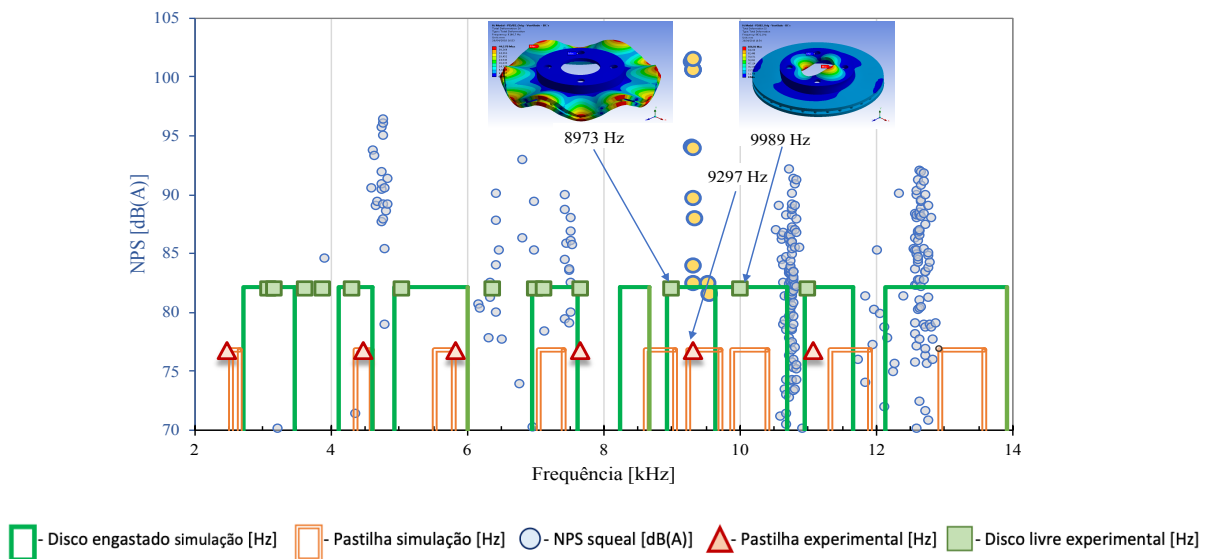


Figura 4.29 – Sistema A, frequência e amplitude dos eventos com ruído, frequências naturais experimentais, numéricas e modos de vibração.

Nesta figura tem-se os valores modelados e experimentais das frequências e os eventos de *squeal* registrados em dinamômetro, para o sistema A. A largura das barras verdes retangulares na Figura 4.29 representa a faixa de frequências naturais modeladas para o disco, as barras laranja são as frequências das pastilhas. Os círculos azuis são cada um dos eventos de *squeal*, com a sua ordenada representando a amplitude sonora em dB(A). Os círculos amarelos foram os pontos capturados nas medições. Os triângulos indicam as frequências experimentais medidas na pastilha e os quadrados as frequências experimentais medidas no disco. Superpostos estão os modos de vibração do disco para um evento de *squeal*. As barras das faixas de frequência numéricas atribuídas às pastilhas e aos discos sofreram no gráfico um alargamento de 2,5% em cada extremo, para incorporar a imprecisão do método numérico. Para o disco, faixas de frequência muito próximas entre si foram agrupadas na mesma barra verde, pelo mesmo motivo. O que se observa na Figura 4.29 é que o *squeal* se manifesta nas faixas em que há a sobreposição das frequências de pastilha e de disco. Esta parece ser uma condição necessária, mas não suficiente, pois nem sempre a sobreposição indicou a ocorrência de *squeal*.

A Figura 4.30 mostra o mesmo arranjo gráfico para o sistema B.

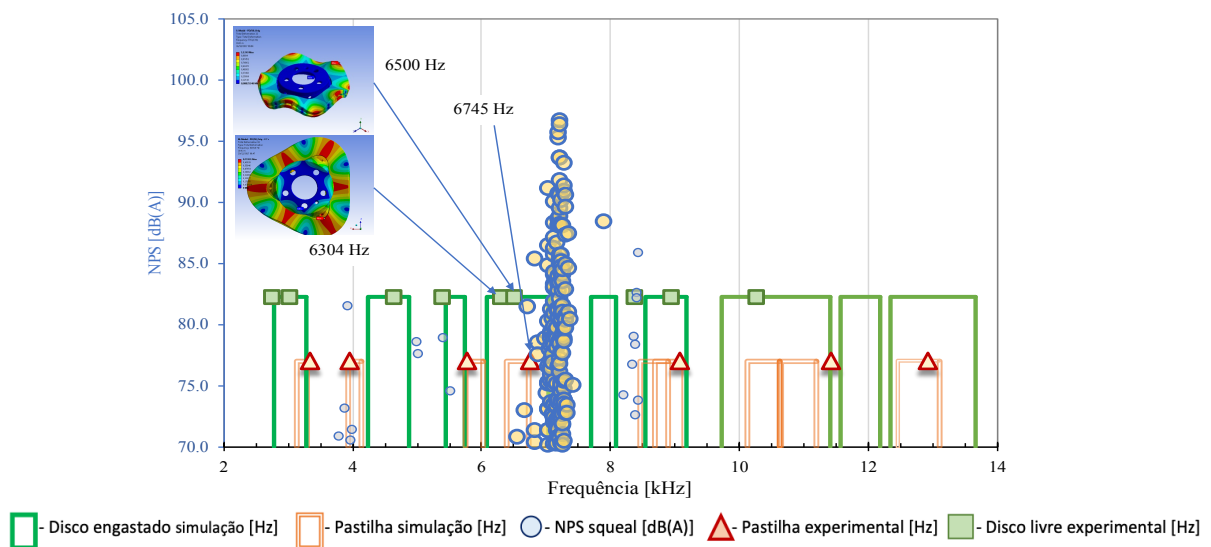


Figura 4.30 – Sistema B, frequência e amplitude dos eventos com ruído, frequências naturais experimentais, numéricas e modos de vibração.

Na Figura 4.30 vê-se novamente que os eventos de *squeal* ocorrem quando dois fatores convergem: a proximidade das frequências de disco e pastilha e a presença de modos de vibração no plano do disco.

Outra observação importante é que as respostas em frequência tomadas experimentalmente nas pastilhas parecem ser um indicador das frequências de *squeal* melhor do que os valores simulados numericamente para disco e pastilha. Uma limitação do levantamento da FRF é que os modos mais altos não aparecem nitidamente, como mostra a comparação dos valores experimentais com os valores da simulação numérica.

Os modos de vibração no plano do disco explicam a origem da força que move a pastilha radialmente, como observado nas medições com acelerômetros, enquanto o modo fora do plano explica o movimento da pastilha na direção axial. Estas componentes do movimento, em especial a componente radial do disco, são importantes para explicar a órbita executada pela pastilha.

Vários métodos existem para identificar quais componentes modais contribuem significativamente para a resposta do sistema [Schiavello e Sinkiewicz, 1983]. Entre estes métodos está o da massa modal efetiva, baseado no comportamento dinâmico global do componente [Barnett et al., 1994]. Estes fatores podem ser gerados pelo modelo numérico para cada frequência, conforme mostra o desenvolvimento a seguir. Considerando-se um sistema mecânico governado pela seguinte equação, [Irvine, 2015]:

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{x}} + [\mathbf{K}]\mathbf{x} = [\mathbf{F}] , \quad (4.4)$$

A solução da forma homogênea da Equação 4.4 pode ser descrita em termos de autovalores e autovetores, como em 4.5.

$$([\mathbf{K}] - \omega_i^2 [\mathbf{M}])\{\boldsymbol{\phi}_n\} = 0 , \quad (4.5)$$

onde $\ddot{\mathbf{x}}$ é o vetor de acelerações, \mathbf{x} é o vetor de deslocamentos, $[\mathbf{K}]$ é a matriz de rigidez, $[\mathbf{M}]$ é a matriz de massas, $[\mathbf{F}]$ é o vetor de forças e $\{\boldsymbol{\phi}\}$ é a matriz dos autovetores, sendo i o índice que identifica o modo de vibração.

Os autovalores são as raízes da seguinte equação:

$$\det([\mathbf{K}] - \omega_i^2 [\mathbf{M}]) = 0 . \quad (4.6)$$

A matriz diagonal de massa generalizada $[\mathbf{m}]$ associada com cada autovetor é definida como:

$$[m]_{ii} = \{\phi\}_i^T [\mathbf{M}] \{\phi\}_i . \quad (4.7)$$

Seja \vec{r} o vetor que representa os deslocamentos das massas resultantes da aplicação de uma unidade de deslocamento da base de apoio da estrutura. O vetor de influência induz um movimento de corpo rígido em todos os modos. Define-se o vetor de coeficientes \vec{L} como:

$$\vec{L} = \phi^T [\mathbf{M}] \vec{r} . \quad (4.8)$$

Para o modo i , a matriz fator de participação modal Γ_i é definida como:

$$\Gamma_i = \frac{\bar{L}_i}{[m]_{ii}} . \quad (4.9)$$

A massa modal efetiva m_{ef} será:

$$m_{ef,i} = \frac{\bar{L}_i^2}{[m]_{ii}} . \quad (4.10)$$

Note-se que $[m]_{ii} = 1$ para cada índice se os autovalores forem normalizados em relação à matriz de massa, e os termos fora da diagonal ($[m]_{ij}, i \neq j$) são zero, independente da normalização, mesmo se a matriz de massas físicas $[\mathbf{M}]$ tenha massas distribuídas. Isto ocorre devido à propriedade de ortogonalidade dos autovetores. Logo, a matriz de coeficientes \vec{L} será igual à matriz de participação modal Γ_i , pois a matriz de massa generalizada será uma matriz identidade.

A soma das massas efetivas $m_{ef,i}$ será igual a massa total do sistema. A massa efetiva de cada modo pode ser entendida como quanto se move o centro de gravidade quando aquele modo é excitado. A massa modal efetiva está diretamente relacionada a força de reação modal, indicando que parte da resposta à excitação será responsabilidade daquele modo [Sedaghati et al., 2003]. O deslocamento x do sistema pode ser expresso pela superposição das n contribuições modais:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) , \quad (4.11)$$

onde $q_n(t)$ são as respostas modais ao carregamento, funções de Γ_n .

A massa efetiva modal indica a participação de cada modo em cada um dos seis graus de liberdade do movimento: translação e rotação em x , y e z . Esta informação somente é útil com condições de contorno que restrinjam o movimento do corpo, ou seja, não permitem movimento de corpo rígido. Os valores de participação modal podem ser negativos, mas a massa modal é sempre positiva e está relacionada com o quadrado do fator de participação. A massa modal efetiva dividida pela massa total do corpo fornece um valor adimensional cuja soma é unitária para todos os modos, em cada grau de liberdade. Altos valores absolutos de participação modal em uma determinada direção indicam uma alta participação daquela direção.

A Figura 4.31 apresenta os fatores de participação modal calculados para o disco do sistema A com a condição de contorno de fixação pelos parafusos do chapéu central.

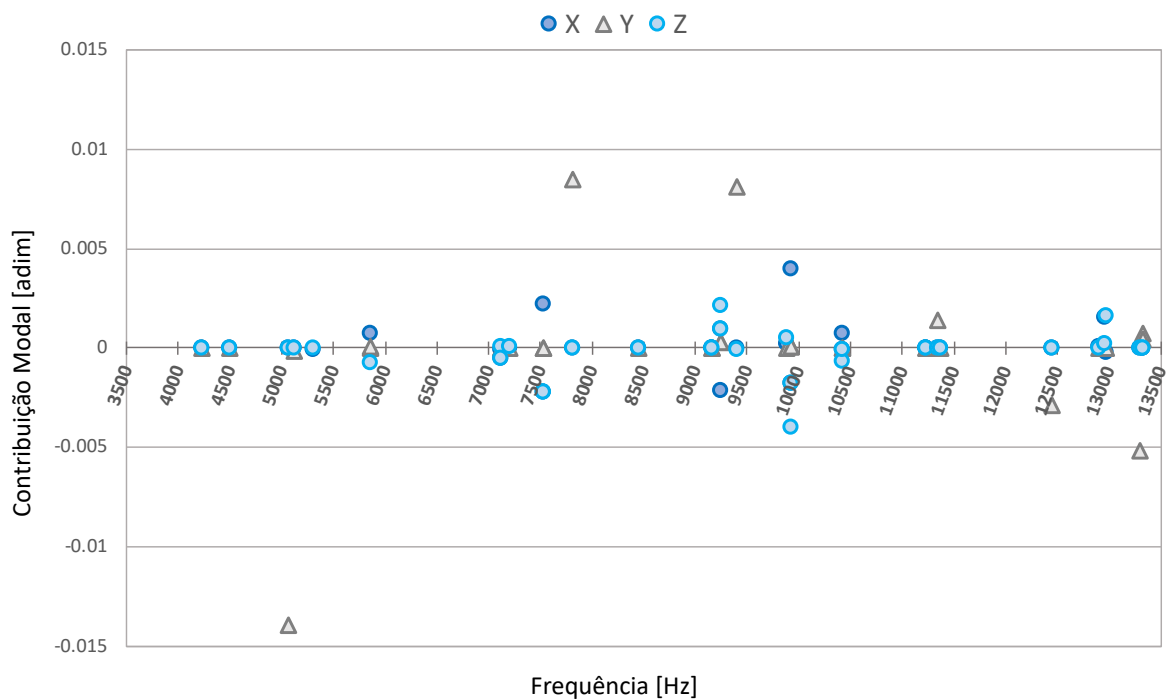


Figura 4.31 – Fatores de participação modal calculados para o disco do sistema A com aplicação da condição de contorno.

Os componentes na direção X e Z, no plano do disco, estão destacados em círculos azuis, e as componentes fora do plano na direção Y estão indicadas com triângulos na cor cinza. Pode-se verificar que algumas frequências apresentam fatores que se destacam dos demais. Não por acaso, as frequências que foram medidas experimentalmente foram as mesmas que tem fatores de participação modal elevados. Além disso, vemos que estas frequências têm componentes

principalmente nas direções X e Z, ou seja, no plano. O comportamento do sistema B é semelhante.

Conclui-se que estas componentes no plano são as responsáveis por causar, através da força de atrito, a componente radial do movimento da pastilha. Este movimento da pastilha nesta direção radial é necessário para formar as órbitas observadas.

O outro componente necessário para a formação das órbitas é o sincronismo de fases e de frequências, o que não pode ser explicado por este gráfico. Na contribuição modal não temos informação de fase e no gráfico 4.32 as frequências não são exatamente iguais às frequências medidas de *squeal*. A maneira pela qual estes dois outros componentes podem se relacionar será discutida na seção seguinte, onde se estuda o comportamento de sincronismo de osciladores.

4.8 Sincronismo: Um Modelo Para o Comportamento do *Squeal*

Esta seção propõe a aplicação de um modelo capaz de explicar o fenômeno elusivo do *squeal*, alinhado com os dados experimentais obtidos nas seções anteriores. Para tanto lança-se mão do estudo matemático do sincronismo de osciladores, que trabalha com as diferenças de fase entre eles. No presente trabalho, o sincronismo de fase foi comprovado experimentalmente pela vibração em órbitas elípticas estáveis das pastilhas de freio, medidas no plano tangencial/radial.

4.8.1 Sincronismo de Osciladores

O problema da sincronização coletiva de osciladores foi estudado matematicamente pela primeira vez por Wiener, 1958, mas sua estratégia analítica provou ser infrutífera. Winfree, 1967, estudou o problema da sincronização de ritmos biológicos e propôs um modelo para grandes populações de osciladores globalmente acoplados. O interesse no assunto porém convergiu para o modelo mais simplificado desenvolvido por Kuramoto, 1975. O autor propôs um tratamento analítico mais apropriado para o sincronismo e este ainda é, atualmente, o modelo mais renomado [Gallego et al., 2017]. O sincronismo de osciladores é um fenômeno recorrente na natureza e em diversos fenômenos físicos [O’Keeffe et al., 2017], tais como: oscilações em neutrinos, sincronismo de fase em junções de Joseph em supercondutores, na dinâmica de redes elétricas e no comportamento da ponte Millenium de Londres [Strogatz et al., 2005; Strogatz e Stewart, 1993]. Para o caso de oscilações mecânicas, é mais conveniente

representar o movimento vibratório dos osciladores como fasores, cada um com seu ângulo da fase θ_i radianos e sua frequência ω_i em radianos por segundo, conforme a Figura 4.32.

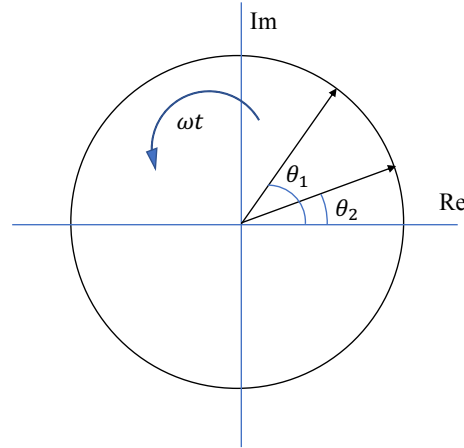


Figura 4.32 – Dois osciladores mecânicos no plano complexo.

Assim, pode-se escrever que:

$$\theta_i = \omega_i t, \quad (4.12)$$

onde ω_i é a frequência angular constante e t o tempo. Dai decorre que $\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i$.

No modelo de Kuramoto mostra-se que para osciladores similares fracamente acoplados, a dinâmica que governa a evolução de todos os osciladores é descrita por um sistema de N equações de fase com a forma geral [English, 2008] da equação:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \sum_{j=1}^N \Gamma_{ij} (\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (4.13)$$

onde ω_i são as frequências intrínsecas dos osciladores, que seguem uma distribuição de densidade de probabilidade $g(\omega)$. O modelo assume que esta distribuição é simétrica em torno de sua média Ω , ou seja, $g(\Omega + \omega) = g(\Omega - \omega)$, para todos os ω . Por conveniência pode-se escalar $g(\omega)$ como uma distribuição gaussiana com Ω igual a zero, sem perda de generalidade [Zheng et al., 1998]. A função Γ_{ij} representa a interação entre os osciladores e θ_i é a fase do i -ésimo oscilador. A função Γ_{ij} pode ter uma tipologia qualquer, o que torna a Equação 4.13 difícil de tratar analiticamente de forma geral. Os osciladores podem se conectar em anel, em rede ou randomicamente. Sabe-se que uma topologia do tipo campo médio permite um

tratamento matemático mais simples [Strogatz, 2000]. Nesta topologia todos os osciladores são influenciados por todos os demais com o mesmo peso, e com um acoplamento senoidal, resultando em:

$$\Gamma_{ij}(\theta_j - \theta_i) = \text{sen}(\theta_j - \theta_i), \quad (4.14)$$

onde $K \geq 0$ é uma constante que representa a intensidade do acoplamento entre as frequências. Percebe-se que o acoplamento entre as fases na forma senoidal atinge o efeito desejado de incentivar o agrupamento, ou seja, se o j -ésimo oscilador está à frente em fase do i -ésimo oscilador, então o primeiro é retardado e o i -ésimo acelerado pela interação. Logo, há uma tendência a convergir em fase [English, 2008].

Com esta função de interação, a expressão final do modelo assume a forma:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \text{sen}(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.15)$$

Uma medida conveniente do grau de sincronismo dos osciladores, chamada de r , é definida através de:

$$r e^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j(t)}, \quad (4.16)$$

onde $r(t)$ mede a coerência de fases e $\psi(t)$ é a média das fases.

A coerência r varia entre 0 (osciladores totalmente incoerentes) a 1 (todos os osciladores em fase). Alguns autores utilizam também r^2 [English, 2008]. Para colocar o modelo na sua forma mais usual, multiplicam-se ambos os lados da Equação 4.16 por $e^{-i\theta_i}$. Assim, pode-se escrever:

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \text{sen} \theta_j\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \text{cos} \theta_j\right)^2}, \quad (4.17)$$

$$\psi = \text{arctg} \left(\frac{\sum_{j=1}^N \text{sen} \theta_j}{\sum_{j=1}^N \text{cos} \theta_j} \right). \quad (4.18)$$

Expandindo e substituindo 4.17 em 4.15, temos:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + Kr \text{sen}(\psi - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.19)$$

Na Equação 4.19 fica aparente que cada oscilador interage com os demais através das quantidades médias r e ψ . A intensidade do acoplamento depende do produto Kr , ou seja, quanto maior a coerência entre os osciladores, maior a tendência a se sincronizarem, causando uma retroalimentação positiva entre o acoplamento e a coerência, típica dos comportamentos autoexcitados. Em outras palavras, cada fase θ_i é atraída para a fase média ψ pela força restauradora de intensidade Kr , através da alteração das frequências intrínsecas dos osciladores ω_i .

A Figura 4.33, onde cada ponto colorido indica a posição angular de um fasor, ilustra a dinâmica de osciladores com diferentes frequências. Osciladores não-identicos podem começar em fase com um valor de r próximo de 1, como em 4.33 (a), mas perdem a coerência quando os osciladores de frequência mais alta se adiantem em relação aos demais, em 4.33 (b).

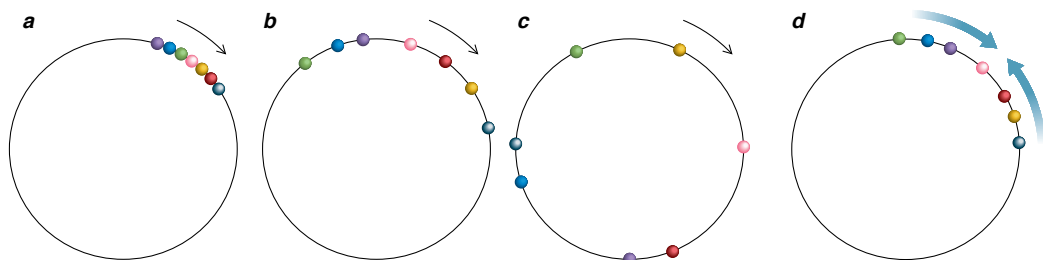


Figura 4.33 – Dinâmica de osciladores não idênticos [Strogatz e Stewart, 1993].

Em 4.33 (c) o valor de r tende a zero. O acoplamento entre os osciladores, entretanto, pode atrasar os osciladores mais rápidos e adiantar os mais lentos como em 4.33 (d), de modo a levá-los a ficar em sincronismo, aumentando a coerência r para valores mais próximos de 1.

Para evidenciar o efeito da fase inicial no comportamento de um sistema com muitos osciladores, elaborou-se uma rotina em Matlab®, apresentada no Apêndice B. Esta rotina utiliza as Equações 4.17, 4.18 e 4.19 para a geração dos valores calculados de grau de sincronismo. Na Figura 4.34 está apresentada a convergência destes valores de grau de sincronismo r para diferentes fases iniciais e com valores de acoplamento distintos, para um exemplo de um conjunto hipotético de $N=250$ osciladores [English, 2008].

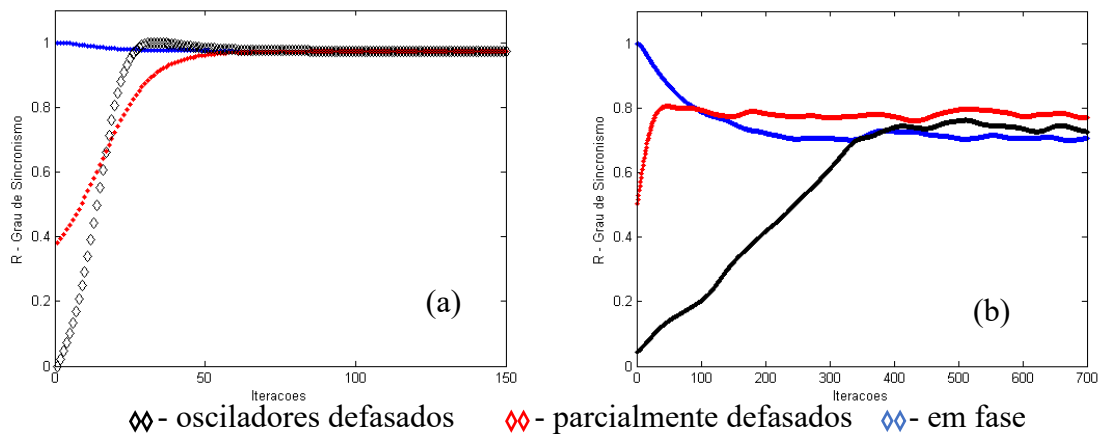


Figura 4.34 – Grau de sincronismo com $N=250$, com três fases iniciais e intensidades de acoplamento (a) $K=0,5$ e (b) $K=0,2$.

A Figura 4.34 (a) mostra que para um $K = 0,5$, o fator de sincronismo r para osciladores de frequências diferentes converge para o mesmo valor independente da fase inicial dos osciladores. Em 4.34 (b) mostra que com um K menor, igual a $0,2$, a convergência ainda ocorre, contudo mais lentamente, para um valor menor e sujeito a flutuações.

Parece ser intuitivo que o grau de acoplamento r entre os osciladores dependa linearmente da intensidade de acoplamento K . Este, porém, não é o caso. Se registrarmos o grau de sincronismo à medida que se aumenta K verifica-se que, abaixo de determinado valor de K , o sistema é incapaz de apresentar sincronismo, independente das condições iniciais. Acima deste valor, que podemos chamar de acoplamento crítico ou K_c , o sistema começa a se mostrar capaz de formar grupos de osciladores sincronizados que passam a vibrar juntos, enquanto outros permanecem dessincronizados. Pode-se demonstrar que para N tendendo ao infinito, existe um K_c crítico abaixo do qual r tende a zero [Gupta et al., 2012]. Para valores acima de K_c , r tende a crescer com K . A Equação 4.20 permite obter analiticamente o valor de K_c para $N \rightarrow \infty$, ou seja:

$$K_c = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sigma \quad (4.20)$$

onde σ é o desvio padrão da distribuição de frequências $g(\omega)$. A presença de fontes externas de vibração, entretanto, pode modificar este limite [Komarov e Pikovsky, 2013] e alterar o comportamento do sistema [Acebrón et al., 2005].

Para $g(\Omega) = 1$ e $\sigma = 0,1$, por exemplo, tem-se $K_c \cong 0,16$, conforme a Equação 4.20. Na Figura 4.35, a simulação do valor final de r^2 com a variação de K foi elaborada com 10 simulações independentes com 2000 iterações em cada simulação, utilizando-se a mesma rotina do Apêndice B, já mencionada. Tem-se em Figura 4.35 um sistema com 2, 10, 50 e 500 osciladores. Foi tomado para o valor de r^2 a média das 1000 últimas iterações de todas as simulações.

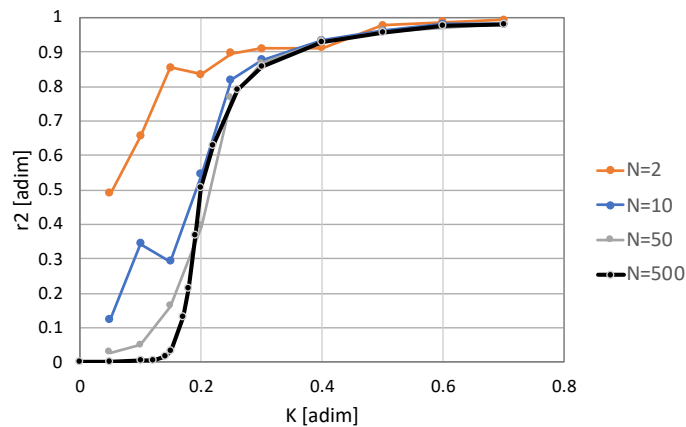


Figura 4.35 – Variação de r^2 com a variação de K para 2, 10, 50 e 500 osciladores.

Na Figura 4.35 percebe-se que o acoplamento crítico fica menos definido à medida que se reduz o número de osciladores. Com 500 osciladores, o ponto crítico aparece em $K=0,15$, suficientemente próximo do valor teórico, dada a discretização das variáveis. Deve-se ressaltar que um gráfico muito similar poderia ser obtido mantendo-se K constante e variando a dispersão σ das frequências dos osciladores. A mesma proporção $\frac{\sigma}{K}$ mantém o comportamento do sistema invariante [Sakaguchi e Kuramoto, 1986] quanto ao valor de r^2 .

O estudo analítico do comportamento do sistema próximo de K_c para N finito ainda permanece em aberto [Strogatz e Mirollo, 1991], entretanto Wang, C. et al., 2015 propõem que, para um número finito de osciladores, o sincronismo das frequências é estável para $|\theta_i - \theta_j| < \pi/2$. Também ainda não foi completamente estudado o problema da estabilidade global do sistema de osciladores [Strogatz, 2000], ou seja, nada garante que, uma vez obtido o sincronismo, ele não possa espontaneamente ser rompido.

A aplicação do modelo de sincronização para o estudo do *squeal* em freios com somente dois osciladores (pastilha e disco) implica em valores de N pequenos. Como não há uma solução analítica para este caso, pode-se utilizar novamente a rotina do Apêndice B. Na Figura 4.36

estão duas simulações do mesmo sistema de 2 osciladores com $K = 0,5$, mostrando os valores instantâneos do grau de sincronismo e da diferença de fase, não sincronizando em 4.36 (a) e sincronizando em 4.36 (b).

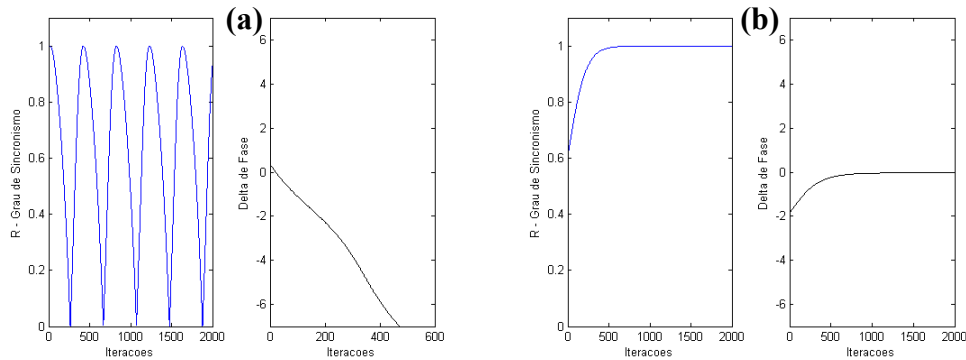


Figura 4.36 – Grau de sincronismo e diferença de fase para o mesmo sistema com $N = 2$ e $K = 0,5$, (a) não sincroniza, (b) o sistema sincroniza.

Percebe-se em 4.36 (a) que os osciladores não se sincronizam, com o valor de r variando continuamente entre 0 e 1 no gráfico à esquerda, e, à direita, a diferença de fase cresce continuamente. Em 4.36 (b), devido ao fato das frequências iniciais obtidas de $g(\omega)$ apresentarem valores mais próximos entre si, o sistema rapidamente converge para um sincronismo quase igual a 1 e a fase tende a zero. Os valores iniciais de ω causam a diferença de comportamento entre 4.36 (a) e (b). É importante notar que no caso 4.36 (b), mesmo com acoplamento baixo, o sincronismo pode ocorrer, eventualmente, se σ for suficientemente pequeno.

As características do modelo de sincronismo mostram aderência aos comportamentos experimentais observados nos ensaios de *squeal* do presente estudo. Uma característica importante do modelo é a de poder incorporar a influência das variações das frequências observadas no disco e na pastilha. Estas variações podem ser descritas através da distribuição de densidade de probabilidade $g(\omega)$ das frequências, cuja dispersão é σ . A partir de $g(\omega)$ se extraem os valores de ω que alimentam as Equações 4.21 e 4.22 a seguir. Estas equações foram ajustadas para o sistema disco/pastilha, e se usa o índice p para a pastilha, d para o disco e ψ para a fase média.

$$\dot{\theta}_p = \omega_p + Kr \text{sen}(\psi - \theta_p), \quad (4.21)$$

$$\dot{\theta}_d = \omega_d + Kr \text{sen}(\psi - \theta_d). \quad (4.22)$$

Os valores de frequência intrínsecas iniciais ω são alterados para $\dot{\theta}$ pelo segundo termo das Equações 4.21 e 4.22, através da interação entre θ_p e θ_a com a fase média ψ , que faz o papel de acoplar as equações. A intensidade desta interação é governada pelo fator K . Valores baixos de K levam ao movimento desordenado e sem sincronismo entre pastilha e disco, no qual nunca se observa *squeal*. Valores mais elevados de K permitem eventualmente o sincronismo, desde que haja um equilíbrio entre o valor de K e os valores de frequência de pastilha e de disco, tomados da distribuição de frequências $g(\omega)$. Como já foi dito, um mesmo valor de K pode ou não levar ao sincronismo entre pastilha e disco, dependendo das frequências iniciais de cada um dos componentes estarem suficiente próximas entre si.

Cabe agora discutir o significado físico da constante K . É claro que ω_i , θ_i , $g(\omega)$ e σ são grandezas associadas ao comportamento dinâmico do sistema. Ao contrário da análise dinâmica linear, que se presta ao tratamento analítico, os aspectos tribológicos parecem depender de um número muito grande de variáveis com relações ainda não totalmente definidas. Este tipo de comportamento pode ser melhor tratado por análise dimensional através do teorema Pi de Buckingham [Matozo et al., 2012]. Faz sentido, portanto, atribuir à constante adimensional K os aspectos puramente tribológicos do *squeal*. Estes fatores podem incluir, entre outros, o coeficiente de atrito, as características do material, o tribofilme, a formação de platôs na interface e a geometria da interface de contato. Sabe-se que estes fatores são importantes na ocorrência do *squeal* e, portanto, devem participar de alguma forma do equacionamento do problema. Kinkaid et al., 2003, afirmam que existem alguns consensos na literatura sobre o *squeal*, entre eles: que as frequências de *squeal* não são exatamente as frequências naturais do disco e que maiores valores do coeficiente de atrito μ_a aumentam a propensão ao *squeal*. Estas afirmações estão coerentes com a formulação proposta nas Equações 4.21 e 4.22, e reforçam o papel da constante K . Assim, parece conveniente considerar K como função de dois coeficientes tribológicos:

$$K = f(\mu_a, \gamma_t), \quad (4.23)$$

onde μ_a é medido nos testes padronizados em dinamômetro, e a constante γ_t é um parâmetro adimensional que pode agregar as demais variáveis tribológicas, como as propriedades relativas ao material de atrito e a geometria da interface, ou seja:

$$\gamma_t = f(\text{material}, \text{geometria}). \quad (4.24)$$

Como ilustração, pode-se ressaltar a influência da característica geométrica, por exemplo a topografia da pastilha [Ostermeyer e Wilkening, 2013; Wang et al., 2016, 2018; Wang, X. C. et al., 2015].

Uma vez que os princípios do modelo de sincronismo foram estabelecidos, cabe agora verificar coerência entre os resultados simulados pelo modelo e os valores experimentais coletados até o momento nesta investigação.

4.8.2 Aplicação do modelo nos valores experimentais

Pode-se comparar os resultados produzidos a partir do modelo de sincronismo com os dados experimentais apresentados nas seções anteriores. Com isto, verifica-se a capacidade desta técnica para simular o comportamento real dos sistemas testados, o que é um dos objetivos deste trabalho, sem a necessidade de uma simulação de elementos finitos do sistema.

O primeiro passo é verificar se a frequência de manifestação dos eventos segue uma distribuição normal. Para tanto, foram verificadas as ocorrências de *squeal* no modelo A e no modelo B nas frequências com maior número de eventos de *squeal*. A Figura 4.37 (a) mostra a distribuição de frequências do sistema A em 10750 Hz com 106 ocorrências de emissão de ruído, e em 4.37 (b) o sistema B em 7200 Hz, com 185 ocorrências. Estas frequências foram utilizadas devido ao tamanho da amostra.

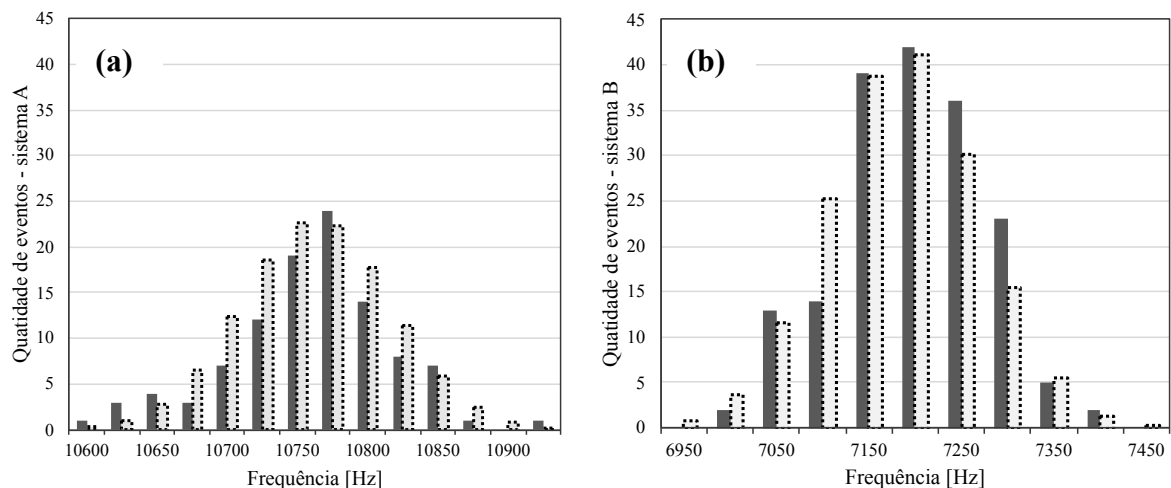


Figura 4.37 – Quantidade de dados experimentais de eventos ruidosos (preto) e distribuição normal (pontilhada) para (a) sistema A em 10.750 Hz e (b) sistema B em 7200 Hz.

Foram feitos os testes de normalidade D’Agostino-Pierson (qui-quadrado) e Ryan-Joyner (semelhante ao Shapiro-Wilke) para os dados apresentados na Figura 4.37 [Yap e Sim, 2011]. O primeiro teste aceitou a hipótese nula de que os dados seguem uma distribuição normal com grau de significância de 5%, e o segundo teste com 1%. Baseado nisto, considera-se que as frequências dos eventos de ruído seguem uma distribuição normal e podem ser tratados de forma paramétrica.

O próximo passo é obter o valor de K . Este valor deve ser de tal magnitude que faça as simulações apresentarem uma proporção do número total de eventos de sincronismo semelhante ao número de *squeals* verificados nos testes. Para isso foram feitas simulações numéricas para emular os testes em dinamômetro. Foram executadas vinte e duas simulações de teste com dois osciladores, e cada teste constou de 2000 ensaios em sequência, com 1000 passos de iteração de 0,1 s. Em cada teste utilizou-se um valor diferente de K . O valor do desvio padrão utilizado foi $\sigma_z = 1$, assumindo-se a utilização da curva normal no modo padrão. Como métrica do sincronismo dos ensaios, ao invés do valor r , mais adequado para grandes populações, utilizou-se o valor do quociente entre o número de sincronizações e o número total de simulações [Sakaguchi e Kuramoto, 1986]. Esta métrica é mais adequada para o pequeno número de osciladores. A convergência de fase entre os dois osciladores é testada nos 10% finais de cada ensaio. Caso a diferença de fase permaneça constante, considera-se o ensaio como sincronizado. Os resultados das simulações estão condensados na Figura 4.38.

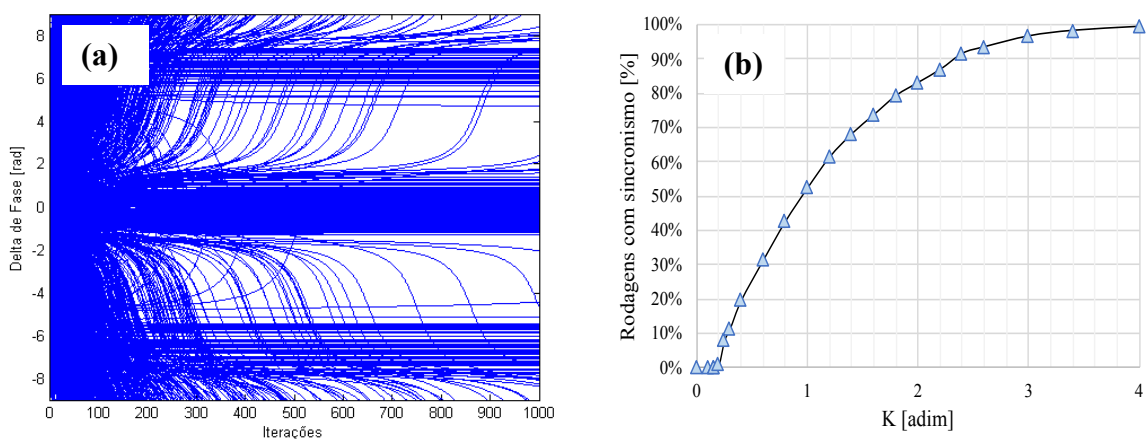


Figura 4.38 – Gráfico das (a) diferenças de fase, teste com dois mil ensaios, (b) percentagens das rodagens com sincronismo, cada triângulo é o resultado do teste de convergência para K , com $N = 2$ e $\sigma_z = 1$,

Na Figura 4.38 (a) tem-se convergência ou não da diferença de fase entre os dois osciladores para cada um dos 2000 ensaios. Linhas horizontais indicam o sincronismo de frequências. No gráfico 4.38 (a), por exemplo, 246 ensaios sincronizaram. Pode-se observar também que o sistema sincroniza com valores diferentes de fase, algumas próximas de 0 e outras em valores maiores. Em 4.38 (b) cada triângulo representa um teste, e sua ordenada indica a percentagem dos dois mil ensaios que convergiram para o sincronismo neste teste, para aquele valor de K . Vê-se que valor crítico K_c é baixo em sistemas com poucos osciladores.

Os resultados da simulação na Figura 4.38 apresentam o mesmo comportamento elusivo do *squeal*, evidenciado pelo fato de que o sincronismo ocorre eventualmente. Entende-se aqui sincronismo como sinônimo de órbita e, conseqüentemente, de *squeal*.

O procedimento de validação do modelo perante os dados experimentais deste trabalho segue as seguintes etapas: obtenção das médias e desvio padrão das frequências experimentais de discos e pastilhas, conversão destes valores para a curva normal padrão através da relação $Z = \frac{x - \bar{\mu}_f}{\sigma_x}$, estimativa do valor de K a partir da curva da Figura 4.38 (b) considerando a percentagem de *squeals* observada nos testes, obtenção da máxima diferença entre os valores ω_p e ω_d na qual há convergência a partir da simulação do sistema em Matlab para 2000 ensaios com o valor de K obtido no passo anterior, reconversão destes valores de frequência da curva padrão para as curvas normais de pastilhas e discos. Com este procedimento obtém-se a máxima diferença de frequências na qual se observaram sincronismos, ou seja, eventos de *squeal*. Verifica-se finalmente se esta faixa de frequências prevista pelo modelo realmente concentra as frequências de *squeal* observadas nos ensaios em dinamômetro.

Os valores de média de frequência $\bar{\mu}_f$ e desvio padrão σ são convertidos através de transformação linear para o modo padrão da curva normal $Z = \frac{x - \bar{\mu}_f}{\sigma_x}$, de maneira que $Z = 0$ e $\sigma_z = 1$ para os valores de frequência ω_i . Os valores experimentais de média e desvio padrão estão tabulados no Apêndice C. O sistema A apresentou nos experimentos em dinamômetro o total de 13,8% dos ensaios com *squeal*, e o sistema B, 10,6%. Com estes valores, a partir da interpolação da curva do gráfico da Figura 4.38 (b), cuja curva se aproxima de uma parábola com coeficiente de ajuste de $R^2 = 0.9965$, obtém-se $K_A = 0,24$ e $K_B = 0,20$. Os índices A ou B se referem aos testes.

Para o sistema A o valor máximo da diferença de fase nos sincronismos retornado pelo modelo foi 0,5367 radianos, o que equivale a 31 graus. As frequências adimensionais de cada oscilador resultantes do modelo são $\omega_{A1} = -0.1962$ e $\omega_{A2} = -0.4294$.

Utilizando-se estes valores na transformação inversa da curva normal para o sistema A através da relação $X = Z\sigma + \mu_f$, fazendo $Z = \omega$, e $\overline{\mu_{fAp}} = 9488$ Hz com $\sigma_{Ap} = 96$ Hz e $\overline{\mu_{fAd}} = 9067$ Hz e $\sigma_{Ad} = 94$ Hz, onde os índices p e d se referem à pastilha e ao disco. Foram testadas as combinações de ω_{A1} e ω_{A2} para disco e pastilha, procurando obter o maior valor. Assim, a maior diferença entre frequências de disco e pastilha que sincronizaram no modelo foi de 443 Hz. Repetiu-se o processo para a pastilha B, com os valores experimentais para pastilha e disco de $\overline{\mu_{fBP}} = 7420$ Hz com $\sigma_{BP} = 224$ Hz, $\overline{\mu_{fBD}} = 7126$ Hz e $\sigma_{BD} = 10$ Hz. Com os valores retornados pelo modelo de $\omega_{B1} = -0.7566$ e $\omega_{B2} = -0.9468$, obtém-se a maior diferença de sincronização igual a 134 Hz em B. A diferença de fase média foi de 0,55 radianos (32 graus) para este sistema.

A Figura 4.39 mostra os valores experimentais das distribuições normais de frequências intrínsecas do disco, em verde, da pastilha, em laranja, e das ocorrências de *squeal* em vermelho, para o sistema A.

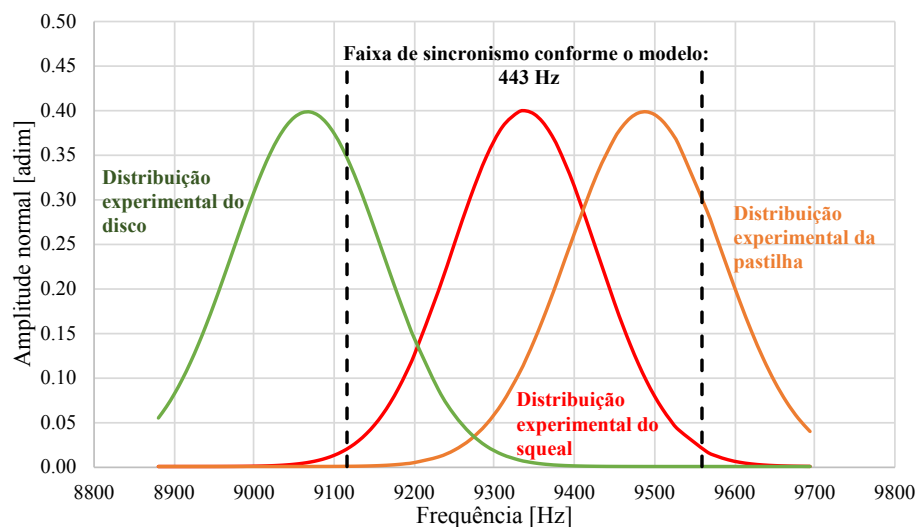


Figura 4.39 – Distribuição das frequências experimentais de disco, pastilha e eventos de *squeal* superpostas pela de faixa de sincronismos prevista pelo modelo para o sistema A.

Superposto ao gráfico está a faixa de frequências retornada pelo modelo e na qual o sincronismo foi observado para dois mil ensaios. Há uma boa concordância entre a simulação dos sincronismos e os eventos com ruído medidos.

Pode-se, utilizando a Equação 4.23, estimar os valores do coeficiente tribológico γ_t a partir dos valores de K . Para o sistema A, considerando que o coeficiente de atrito é $\mu_{aA} =$

0,45, e supondo que μ_a e γ_t apresentem uma relação linear do tipo $K = \mu_a \cdot \gamma_t$, tem-se $\gamma_{tA} = 0,53$. No sistema B, o coeficiente de atrito é $\mu_{aB} = 0,32$ e, portanto, o coeficiente tribológico será $\gamma_{tB} = 0,63$.

Sintetizando os resultados, pode-se dizer que os valores de fase médios para os ensaios que sincronizam no modelo teórico são compatíveis e próximos dos valores medidos experimentalmente, e resultariam em órbitas elípticas. As faixas de frequência máximas para os quais o modelo permite sincronização são determinados pelos desvios padrão das medições de frequências naturais de disco e pastilha. Quanto maior os valores de desvio padrão σ das frequências naturais de disco e pastilha, maiores serão as faixas nas quais pode ocorrer o *squeal*. Quanto maior o acoplamento K entre disco e pastilha, maior também será a faixa de frequências nas quais pode ocorrer o sincronismo.

As entradas de informações no modelo se materializam através da média e desvio padrão das frequências intrínsecas de vibração de disco e pastilha e através da constante K . Por isso quantidades apropriadas de variados ensaios em dinamômetro seriam necessárias para calibrar e ajustar este modelo de modo mais refinado quanto aos materiais e geometrias dos componentes do sistema de freio. Precisariam ser coletados dados sobre as frequências naturais de várias amostras de pastilhas e discos em várias situações de montagem, pressão e desgaste, de modo a obter uma amostra estatisticamente mais representativa de $g(\omega)$ e σ , que são fundamentais para modelar o comportamento do sistema.

Sumarizando, pode-se dizer que o modelo proposto não somente consegue reproduzir o comportamento instável do *squeal*, como também permite agregar variáveis dinâmicas e tribológicas de maneira que elas estejam alinhadas com os dados experimentais e com os entendimentos consolidados na literatura sobre o *squeal*. Esta estratégia de análise, através do modelo de sincronismo, pode representar um avanço na forma de estudar o fenômeno do *squeal* em freios automotivos.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 Conclusões

O estudo do ruído emitido pelo atrito em freios automotivos se justifica pela necessidade de entendimento das causas básicas deste fenômeno, uma vez que se trata de um efeito indesejado, com impactos negativos nas aplicações veiculares. Este conhecimento ainda não está consolidado e diferentes referenciais teóricos e sistemáticas de estudo competem para esclarecer suas causas.

A motivação inicial que orientou este trabalho foi testar experimentalmente a validade da hipótese proposta pelo modelo de Kinkaid et al., 2005, para o problema da geração de ruído. Segundo este modelo, a pastilha de freio apresentaria movimento autoexcitado na direção radial e não somente na direção tangencial, tomando-se como referência as direções ortogonais no plano definido pelo disco de freio. Este comportamento causaria súbitas variações de direção no movimento da pastilha e, conseqüentemente, da força de atrito. Estas variações da força de atrito estariam associadas à causa da emissão sonora de alta frequência, conhecida como “*squeal*”.

O objetivo geral do presente estudo, portanto, é o simular, ainda na fase de projetos, o comportamento do sistema de freios quanto à ocorrência ou não de ruído gerado pelo atrito. Na busca deste objetivo, instrumentou-se a pastilha e o caliper de dois sistemas de freios distintos com acelerômetros colocados nas direções ortogonais e executou-se uma extensa série de ensaios em dinamômetro inercial.

O procedimento experimental demonstrou que o movimento radial da pastilha de fato existe, porém ele é muito mais complexo do que o inicialmente previsto pelo modelo de Kinkaid. Constatou-se que a pastilha, durante os ensaios silenciosos, apresenta uma característica de total desacoplamento do movimento entre as componentes da direção tangencial e da direção radial, o que está compatível com aquele modelo. Por outro lado, durante a manifestação do ruído induzido pelo atrito, as amplitudes de vibração crescem e o espectro de frequências do sinal sonoro é semelhante ao espectro de vibração da pastilha, com uma frequência dominante. Os componentes tangenciais e radiais do movimento vibratório da pastilha se sincronizam em frequência e em fase, indicando que são movimentos acoplados. Este sincronismo é demonstrado experimentalmente pelas figuras de Lissajous com trajetórias elípticas. As elipses estáveis aparecem na representação dos sinais ortogonais de vibração da

pastilha no plano cartesiano durante os momentos de intensa emissão sonora. Nenhum destes comportamentos que se manifestam durante o *squeal* é suportado pelo modelo de Kinkaid.

Esta relação entre sincronismo e *squeal* foi observada quando existem frequências naturais da pastilha e do disco próximas entre si. As frequências naturais e seus respectivos modos de vibração de pastilha e disco foram obtidas experimentalmente e modeladas numericamente. A modelação numérica do disco mostrou que somente os modos de vibração com maiores valores do fator de participação modal estavam relacionados com o *squeal*, e estes são também os modos que mais se manifestam durante a análise modal experimental. Os componentes do fator de participação modal quantificam a vibração no plano do disco, e este modo de vibrar explica a causa de a pastilha apresentar uma componente do movimento na direção radial do disco.

Conclui-se que o sincronismo das frequências entre disco e pastilha, ocorrendo de modo espontâneo e através de um mecanismo de retroalimentação positiva autoexcitado de interação, é a causa fundamental do *squeal*. O acoplamento entre pastilha e disco se dá pela força de atrito na interface de contato. Este comportamento de autoexcitação é modelado pela teoria de sincronismo de osciladores, que também descreve vários outros fenômenos físicos, químicos e biológicos. Neste modelo, desenvolvido originalmente por Kuramoto [Kuramoto, 1975], o sincronismo pode ocorrer em sistemas de osciladores nos quais as frequências intrínsecas estão suficientemente próximas entre si, e cujos osciladores harmônicos são fracamente acoplados.

As simulações numéricas realizadas, modelando o acoplamento entre o movimento vibratório da pastilha e do disco como dois osciladores influenciados pela fase média do sistema, conseguem descrever qualitativa e quantitativamente os comportamentos de *squeal* que foram registrados experimentalmente. As informações necessárias para alimentar o modelo são a média e o desvio padrão da distribuição de frequências de cada oscilador e o grau de acoplamento entre eles. Quanto menor o grau de acoplamento K entre os osciladores, menor a faixa de frequências passível de sincronização. Quanto mais as frequências naturais de disco e pastilha se afastem desta faixa, menor será a probabilidade de *squeal*.

A análise do problema do *squeal* sob o ponto de vista do modelo de sincronismo de osciladores, além de permitir um estudo preditivo do problema do *squeal*, ainda tem a peculiaridade de agregar, no mesmo sistema de equações, fatores que interligam o comportamento dinâmico do sistema com as variáveis tribológicas, através da constante adimensional K , que representa acoplamento entre os osciladores. Propõe-se que esta constante seja uma função das constantes adimensionais coeficiente de atrito μ_a e coeficiente tribológico γ_t . Este último coeficiente γ_t pode, por sua vez, ser definida como uma função dos efeitos do

material de atrito e da geometria da superfície da pastilha, pois estes são dois outros fatores reconhecidamente importantes na geração de ruído.

Finalmente, consegue-se com este modelo uma descrição abrangente do fenômeno do *squeal*, com uma fundamentação sólida em dados experimentais e em um comportamento recorrente na natureza. O sincronismo do movimento da pastilha com o movimento do disco é o fundamento da geração de ruído pelo atrito nos freios automotivos. Espera-se que esta maneira de encarar o problema defina e oriente as novas pesquisas a serem desenvolvidas sobre este tema, através da união dos aspectos dinâmicos e tribológicos.

5.2 Recomendações para trabalhos futuros

Como lições aprendidas no processo experimental, fica clara a conveniência de otimizar a coleta de dados no dinamômetro. Boa parte da coleta e do processamento dos dados necessita intervenção manual constante, o que demanda o envolvimento de pessoal, longos tempos de ensaio e a perda de vários eventos de *squeal* por limitação do processo de aquisição. Uma alternativa a estes problemas seria adaptar um tribômetro de laboratório para fazer estes ensaios em escala reduzida. Dadas as conclusões desta pesquisa, entretanto, é recomendável que, para a utilização do tribômetro, se adaptem os suportes dos corpos de prova do material de atrito e a geometria do disco, de tal maneira que eles reproduzam o mesmo comportamento dinâmico observado no sistema de freios real, em termos de frequências naturais. Não é prudente estudar o *squeal* sem considerar o comportamento dinâmico dos componentes, dada a equivalência observada entre vibração e ruído.

Os valores obtidos para as frequências naturais dependem da condição de medição (componente livre, simplesmente montado ou com aplicação de diferentes valores de pressão) ou dos parâmetros da simulação numérica (modelo livre, ajustes de acordo com as medições, modelo com condições de contorno). A repetição das medições também fornece valores distintos, ainda que próximos entre si. Para acomodar esta distribuição de resultados, utiliza-se a média e o desvio padrão na vizinhança de cada frequência natural, uma vez que estes valores seguem uma distribuição normal. Assim, como sequência deste trabalho, seria produtivo refinar e expandir os métodos experimentais e os métodos numéricos, além de tratar um elenco maior de discos e pastilhas similares e com diferentes condições de contorno, de maneira a obter médias e desvios padrões baseados em amostras maiores.

Como orientação para futuros trabalhos, sugere-se investigar a forma mais apropriada de obter o valor da constante tribológica γ_t a partir da ponderação de cada componente do

material de atrito e a partir do estudo da conformidade das formas modais entre as superfícies de pastilha e disco. Outro tópico de interesse é o estudo das possíveis maneiras de manipular o fator de contribuição modal para reduzir as vibrações no plano do disco em determinadas faixas de frequência, reduzindo a probabilidade de *squeal*. Quanto ao valor do acoplamento, pode ser interessante para futuros trabalhos avaliar se alguns materiais de atrito apresentam diferentes valores para diferentes frequências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acebrón, J. A.; Bonilla, L. L.; Vicente, C. J. P.; Ritort, F.; Spigler, R. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena. **Reviews of Modern Physics**, vol. 77, n. 1, p. 137–185, 2005.

Adams, G. G. Self-Excited Oscillations of Two Elastic Half-Spaces Sliding With a Constant Coefficient of Friction. **Journal of Applied Mechanics**, vol. 62, n. 4, p. 867, 1995a.

Adams, G. G. Self-Excited Oscillations in Sliding with a Constant Coefficient of Friction - A Simple Model. {ASME} **Journal of Tribology**, vol. 118, n. October, p. 819–823, 1995b.

Adams, G. G. Dynamics Instabilites in the Sliding of Two Layered Elastic Half-Spaces. **ASME Journal of Tribology**, vol. 120, n. April, p. 289–295, 1997.

Adams, G. G. Steady Sliding of Two Elastic Half-Spaces With Friction Reduction due to Interface Stick-Slip. **Journal of Applied Mechanics**, vol. 65, n. 2, p. 470–475, 1998.

Akay, A. Acoustics of friction. **The Journal of the Acoustical Society of America**, vol. 111, n. 4, p. 1525–1548, 2002.

Akay, A.; Giannini, O.; Massi, F.; Sestieri, A. Disc brake squeal characterization through simplified test rigs. **Mechanical Systems and Signal Processing**, vol. 23, n. 8, p. 2590–2607, 2009.

Antunes, D. S. **Metodologia de avaliação de instabilidade dinâmica em freios a tambor utilizando o método de elementos finitos**. [s.l.] Dissertação de Metrado - UFRGS, 2016.

Baillet, L.; D’Errico, S.; Laulagnet, B. Understanding the occurrence of squealing noise using the temporal finite element method. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 292, n. 3–5, p. 443–460, 2006.

Barnett, A. R.; Ibrahim, O. M.; Sullivan, T. L.; Park, B.; Goodnight, T. W. **Transient Analysis Mode Participation for Modal Survey Target Mode Selection Using MSC/NASTRAN DMAP**. MSC World Users Conference. Anais...Florida, MI: 1994

Bergman, F.; Eriksson, M.; Jacobson, S. Influence of Disc Topography on Generation of Brake Squeal. **Wear**, vol. 225–229, n. Part 1, p. 621–628, 1999.

Bergman, F.; Eriksson, M.; Jacobson, S. The effect of reduced contact area on the occurrence of disc brake squeals for an automotive brake pad. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, vol. 214, n. 5, p. 561–568, 2000.

Butlin, T.; Woodhouse, J. Sensitivity studies of friction-induced vibration. **International Journal of Vehicle Design**, vol. 51, n. 1/2, p. 238, 2009.

Butlin, T.; Woodhouse, J. A systematic experimental study of squeal initiation. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 330, n. 21, p. 5077–5095, 2011.

Chang Chang, S.; Feng Hu, J. Nonlinear Dynamics and Control in an Automotive Brake System. **Advances in Automobile Engineering**, vol. 05, n. 01, p. 1–6, 2016.

Chopra, A. Modal analysis of linear dynamic systems: physical interpretation. **Journal of structural engineering**, n. May, p. 517–527, 1996.

Connolly, C. High-speed cameras and laser Doppler vibrometers. **Sensor Review**, vol. 25, n. 2, p. 100–104, 2005.

Crolla, D. A.; Lang, A. M. Brake Noise and Vibration - The State of the Art. **Tribology Series**, vol. 18, n. i, p. 165–174, 1991.

Crowther, A. R.; Singh, R. Identification and quantification of stick-slip induced brake groan events using experimental and analytical investigations. **Noise Control Eng. J. (USA)**, vol. 56, n. 4, p. 235–55, 2008.

Crowther, A. R.; Yoon, J.; Singh, R. An explanation for brake groan based on coupled brake-driveline system. **SAE Transactions Journal of Passenger Cars: Mechanical Systems**, vol. V116-6, 2007.

Earles, S. W. E.; Badi, M. N. M. On the interaction of a two-pin-disc system with reference to the generation of disc-brake squeal. **SAE Technical Papers**, vol. 780331, 1978.

English, L. Q. Synchronization of oscillators: An ideal introduction to phase transitions.

European Journal of Physics, vol. 29, n. 1, p. 143–153, 2008.

Eriksson, M. Friction and Contact Phenomena of Disc Brakes Related to Squeal. **Faculty of Science and Technology**, p. 1–47, 2000.

Eriksson, M.; Bergman, F.; Jacobson, S. Surface characterization of brake pads after running under silent and squealing conditions. **Wear**, vol. 232, n. 2, p. 163–167, 1999.

Eriksson, M.; Bergman, F.; Jacobson, S. On the nature of tribological contact in automotive brakes. **Wear**, vol. 252, n. 1–2, p. 26–36, 2002.

Eriksson, M.; Jacobson, S. Tribological surfaces of organic brake pads. **Tribology International**, vol. 33, p. 817–827, 2000.

Eriksson, M.; Jacobson, S. **Friction behaviour and squeal generation of disc brakes at low speeds**Journal of Automobile Engineering. **Anais...**2001

Eriksson, M.; Lord, J.; Jacobson, S. Wear and contact conditions of brake pads: Dynamical in situ studies of pads on glass. **Wear**, vol. 249, n. 3–4, p. 272–278, 2001.

Eriksson, M.; Lundqvist, A.; Jacobson, S. A study of the influence of humidity on the friction and squeal generation of automotive brake pads. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, vol. 215, n. 3, p. 329–342, 2001.

Fadaee, M.; Yu, S. Two-dimensional stick-slip motion of Coulomb friction oscillators. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, vol. 230, n. 14, p. 2438–2448, 2016.

Felske, A.; Hoppe, G.; Matthai, H. Oscillations in squealing disk brakes - Analysis of vibration modes by holographic Interferometry. **SAE Technical Papers**, n. 780333, 1978.

Flint, J.; Hultén, J. Lining-deformation-induced modal coupling as squeal generator in a distributed parameter disc brake model. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 254, n. 1, p. 1–21, 2002.

Fosberry, R. **An investigation of stresses in public service vehicle type wheels**Institution of Mechanical Engineers. **Anais...**1952

Gallego, R.; Montbrió, E.; Pazó, D. Synchronization scenarios in the Winfree model of coupled oscillators. **Physical Review E**, vol. 96, n. 4, p. 1–11, 2017.

Gao, C.; Kuhlmann-Wilsdorf, D.; Makel, D. D. Fundamentals of stick-slip. **Wear**, vol. 162–164, n. PART B, p. 1139–1149, 1993.

Giannini, O.; Akay, A.; Massi, F. Experimental analysis of brake squeal noise on a laboratory brake setup. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 292, n. 1–2, p. 1–20, 2006.

Gödecker, H.; Hochlenert, D.; Wagner, U. von; Kruse, S. Rapid Experimental Identification of Brake Squeal States. **Proceedings of the EuroBrake Conference**, 2013.

Gräbner, N.; Tiedemann, M.; Wagner, U. Von; Hoffmann, N. Nonlinearities in Friction Brake NVH - Experimental and Numerical Studies. **SAE Technical Papers**, vol. 01, n. 2511, 2014.

Guan, D. **Brake vibration and noise - a review and discussion** 20th International Congress on Acoustics ICA 2010. **Anais...**Sydney, Australia: 2010

Guan, D.; Huang, J. The method of feed-in energy on disc brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 261, n. 2, p. 297–307, 2003.

Gupta, S.; Campa, A.; Ruffo, S. Kuramoto model of synchronization: equilibrium and nonequilibrium aspects. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, vol. 08001, p. 1–12, 2012.

Hochlenert, D.; Spelsberg-Korspeter, G.; Hagedorn, P. A note on safety-relevant vibrations induced by brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 329, n. 19, p. 3867–3872, 2010.

Hultén, J. **Brake Squeal - A Self-Exciting Mechanism with Constant Friction**, International Truck and Bus Meeting and Exposition SAE Technical Papers. **Anais...**Detroit, Michigan, EUA: SAE Technical Papers, 1993

Ibrahim, R. A. Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos—Part I: Mechanics of Contact and Friction. **Applied Mechanics Reviews**, vol. 47, n. 7, p. 209–226, 1994a.

Ibrahim, R. A. Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos— part II: dynamics and modeling. **Applied Mechanics Reviews**, vol. 47, n. 7, p. 227–253, 1994b.

Ichiba, Y.; Nagasawa, Y. Experimental Study on Disc Brake Squeal. **SAE Technical Paper**, vol. 930802, 1993.

Irvine, T. Effective Modal Mass & Modal Participation Factors. <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/ModalMass.>, n. 1, p. 1–36, 2015.

Jarvis, R. P.; Mills, B. Vibrations induced by dry friction. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, vol. 178, n. 32, p. 847–857, 1963.

Jenkins, A. Self-oscillation. **Physics Reports**, vol. 525, n. 2, p. 167–122, 2013.

Jordan, R. **Análise modal Experimental**. Florianópolis, SC: [s.n.].

Junior, M. T.; Gerges, S. N. Y.; Cordioli, J. A. Analysis of Brake Squeal Noise using FEM Part I: Determination of Contact Stiffness between Rotor and Pads. **SAE Technical Paper**, vol. 2004-01-33, n. 2004-01-3330, p. 1–10, 2004.

Kang, J. Finite element modelling for the investigation of in-plane modes and damping shims in disc brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 331, n. 9, p. 2190–2202, 2012.

Kang, J.; Krousgrill, C. M.; Sadeghi, F. Comprehensive stability analysis of disc brake vibrations including gyroscopic, negative friction slope and mode-coupling mechanisms. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 324, n. 1–2, p. 387–407, 2009.

Kankar, P. K.; Sharma, S. C.; Harsha, S. P. Vibration based performance prediction of ball bearings caused by localized defects. **Nonlinear Dynamics**, p. 1–29, 2012.

Kinkaid, N. M.; O'Reilly, O. M.; Papadopoulos, P. Automotive disc brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 267, n. 1, p. 105–166, 2003.

Kinkaid, N. M.; O'Reilly, O. M.; Papadopoulos, P. On the transient dynamics of a multi-degree-of-freedom friction oscillator: a new mechanism for disc brake noise. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 287, p. 901–917, 2005.

Komarov, M.; Pikovsky, A. Multiplicity of singular synchronous states in the Kuramoto

model of coupled oscillators. **Physical Review Letters**, vol. 111, n. 20, p. 13–17, 2013.

Komarov, M.; Pikovsky, A. The Kuramoto model of coupled oscillators with a bi-harmonic coupling function. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, vol. 289, p. 18–31, 2014.

Kroger, M.; Neubauer, M.; Popp, K.; Kröger, M.; Neubauer, M.; *et al.* Experimental investigation on the avoidance of self-excited vibrations. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, vol. 366, n. 1866, p. 785–810, 2008.

Kung, S.; Dunlap, K. B.; Ballinger, R. S. Complex Eigenvalue Analysis for Reducing Low Frequency Brake Squeal. **SAE Technical Papers**, n. 724, 2000.

Kuramoto, Y. **Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators** International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics. **Anais...1975** Disponível em: <<http://www.springerlink.com/index/10.1007/BFb0013365>>

Liles, G. D. Analysis of Disc Brake Squeal Using Finite Element Methods. **SAE International**, 1989.

Lin, B. C.; Chang, S. C.; Hu, J. F.; Lue, Y. F. Controlling chaos for automotive disc brake squeal suppression. **Journal of Mechanical Science and Technology**, vol. 29, n. 6, p. 2313–2322, 2015.

Liu, E.; Kung, S.; Jenq, S.; Gau, C.; Tsai, H.; *et al.* **Effect of Chamfered Brake Pad Patterns on the Vibration Squeal Response of Disc Brake System.** International Symposium on Advanced Fluid/Solid Science and Technology in Experimental Mechanics. **Anais...Taiwan: 2008**

Masotti, D.; Ferreira, N. F.; Neis, P. D.; Menetrier, A.; Matozo, L. T.; *et al.* Evaluation of creep groan phenomena of brake pad materials using different abrasive particles. **SAE International**, p. 5–10, 2014.

Massi, F.; Giannini, O. Effect of damping on the propensity of squeal instability: an experimental investigation. **The Journal of the Acoustical Society of America**, vol. 123, n. 4, p. 2017–23, 2008.

Matozo, L. T.; Tamagna, A.; Menetrier, A. R.; Varante, P. E. Investigation of the Relation

Between Friction Material Abrasive Properties and the Squeal Noise Tendency in Automotive Disc Brake Systems. **International Journal of Acoustics and Vibration**, vol. 200, n. 4, p. 200–203, 2012.

McMillan, A. J. A Non-linear Friction Model for Self-excited Vibrations. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 205, n. 3, p. 323–335, 1997.

Millner, N. **An analysis of disc brake squeal**. SAE Technical Papers Congress and Exposition 1978. **Anais...**Detroit, EUA: SAE Technical Papers, 1978

Moore, S.; Lai, J. C. S.; Oberst, S.; Papinniemi, A.; Hamdi, Z.; *et al.* **Determining the effect of pad lining geometry on brake noise performance**. Internoise 2008 - 37th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering. **Anais...**2008

Mottershead, J. E.; Ouyang, H.; Cartmell, M. P.; Friswell, M. I. Parametric resonances in an annular disc, with a rotating system of distributed mass and elasticity; and the effects of friction and damping. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, vol. 453, n. 1956, p. 1–19, 1997.

Murakami, H.; Tsunada, N.; Kitamura, T. A Study Concerned with a Mechanism of Disc-Brake Squeal. **SAE International**, vol. 93, n. 5, p. 604–616, 1984.

Muszynska, A. Free, forced and self-excited vibrations. **Orbit**, p. 4–7, 1997.

Neis, P. D.; Baets, P. De; Ost, W.; Delgado, Y. P.; Loccufier, M.; *et al.* **Investigation of friction hysteresis using a laboratory-scale tribometer** Day of Research 2010 – February 10 – Labo Soete, Ghent University, Belgium. **Anais...**Elsevier B.V., 2010 Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.wear.2010.11.022>>

Neis, P. D.; Ferreira, N. F.; Lorini, F. J. Contribution to perform high temperature tests (fading) on a laboratory-scale tribometer. **Wear**, vol. 271, n. 9–10, p. 2660–2664, 2011.

Neis, P. D.; Ferreira, N. F.; Matozo, L. T.; Masotti, D.; Poletto, J. C. Definition of a suitable parameter for characterizing creep-groan propensity in brake pads. **SAE International**, p. 1–7, 2015.

Neis, P. D.; Ferreira, N. F.; Poletto, J. C.; Matozo, L. T.; Masotti, D. Quantification of brake creep groan in vehicle tests and its relation with stick–slip obtained in laboratory tests.

Journal of Sound and Vibration, p. 1–14, 2016.

O’Keeffe, K. P.; Hong, H.; Strogatz, S. H. Oscillators that sync and swarm. **Nature Communications**, vol. 8, n. 1, p. 1504, 2017.

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **A critical review of brake squeal and its treatment in practice** (I. 2008, Ed.) **Internoise 2008 - 37th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering**. **Anais...Shangai: 2008a**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **New Approaches for Understanding the Mechanisms of Brake Squeal** **Acoustics and Sustainability: How should acoustics adapt to meet future demands?** **Anais...Geelong, Victoria, Australia: 2008b**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **Numerical prediction of brake squeal propensity using acoustic power calculation** **Proceedings of Acoustics 2009**. **Anais...Adelaide, Australia: 2009**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **Uncertainty Modelling for Detecting Friction-induced Pad-mode Instabilities in Disc Brake Squeal** **International Congress on Acoustics**. **Anais...2010**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. Chaos in brake squeal noise. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 330, n. 12, p. 955–975, 2011a.

Oberst, S.; Lai, J. C. S. Statistical analysis of brake squeal noise. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 330, n. 12, p. 2978–2994, jun. 2011b.

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **Analysis of disc brake squeal: progress and challenges** **19th International Congress on Sound and Vibration**. **Anais...Vilnius, Lithuania: 2012**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. **Estimation of the True Lyapunov Spectrum for Instability Prediction of a Simple Numerical Model of a Brake System**. **11th International Conference on Vibration Problems**. **Anais...2013**

Oberst, S.; Lai, J. C. S. Nonlinear transient and chaotic interactions in disc brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 342, p. 272–289, 2015a.

Oberst, S.; Lai, J. C. S. A statistical approach to estimate the Lyapunov spectrum in disc brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 334, p. 120–135, 2015b.

Oberst, S.; Lai, J. C. S. Pad-mode-induced instantaneous mode instability for simple

models of brake systems. **Mechanical Systems and Signal Processing**, vol. 62, p. 490–505, 2015c.

Oberst, S.; Lai, J. C. S.; Marburg, S. Guidelines for numerical vibration and acoustic analysis of disc brake squeal using simple models of brake systems. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 332, n. 9, p. 2284–2299, 2013.

Oh, J.-E.; Joe, Y.-G.; Shin, K. Analysis of out-of-plane motion of a disc brake system using a two-degree-of-freedom model with contact stiffness. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, vol. 219, n. 7, p. 869–879, 2005.

Ostermeyer, G. P.; Wilkening, L. Experimental investigations of the topography dynamics in brake pads. **SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems**, vol. 6, n. 3, 2013.

Ouyang, H.; Mottershead, J. E.; Cartmell, M. P.; Brookfield, D. J. Friction-induced vibration of an elastic slider on a vibrating disc. **International Journal of Mechanical Sciences**, vol. 41, p. 325–336, 1999.

Ouyang, H.; Nack, W.; Yuan, Y.; Chen, F. Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review. **International Journal of Vehicle Noise and Vibration**, vol. 1, n. 3/4, p. 207–231, 2005.

Pantaleone, J. Synchronization of metronomes. **American Journal of Physics**, vol. 70, n. 10, p. 992–1000, 2002.

Papinniemi, A.; Lai, J. C. S.; Zhao, J.; Loader, L. Brake squeal: A literature review. **Applied Acoustics**, vol. 63, n. 4, p. 391–400, 2002.

Papinniemi, A.; Lai, J. C. S.; Zhao, J. Y. **Towards reducing brake squeal propensity** Internoise. **Anais...Rio de Janeiro, RJ: 2005**

Papinniemi, A.; Zhao, J.; Stanef, D.; Ding, J. An Investigation of in-plane vibration modes in disc brake squeal noise. **SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems Engineering**, n. 724, 2005.

Park, J. S. Squeal Noise Improvement in Terms of Investigating Pad Unstable Behavior

and Self-Excited Vibration. **SAE International**, n. October, 2015.

Park, J. S.; Lee, J. C.; Cho, S.; Yoon, K. Reduction of Brake Squeal Analyzed in Terms of Coupling Between In-Plane and Out-of-Plane Modes. **SAE International**, n. October 2012, 2012.

Perzborn, N.; Agudelo, C.; Ostermeyer, G. P. On Similarities and Differences of Measurements on Inertia Dynamometer and Scale Testing Tribometer for Friction Coefficient Evaluation. **SAE International Journal of Materials and Manufacturing**, vol. 8, n. 1, 2015.

Pilipchuk, V. N.; Olejnik, P.; Awrejcewicz, J. Transient friction-induced vibrations in a 2-DOF model of brakes. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 344, n. October 2017, p. 297–312, 2015.

Poletto, J. C.; Neis, P. D.; Ferreira, N. F.; Masotti, D.; Matozo, L. T. An experimental analysis of the methods for brake squeal quantification. **Applied Acoustics**, vol. 122, p. 107–112, 2017.

Renaud, F.; Chevallier, G.; Dion, J.-L.; Taudière, G. Motion capture of a pad measured with accelerometers during squeal noise in a real brake system. **Mechanical Systems and Signal Processing**, vol. 33, p. 155–166, 2012.

Renault, A.; Massa, F.; Lallemand, B.; Tison, T. Experimental investigations for uncertainty quantification in brake squeal analysis. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 367, p. 37–55, 2015.

Rhee, S. K.; Tsang, P. H. S.; Wang, Y. S. Friction-induced noise and vibration of disc brakes. **Wear**, vol. 133, n. 1, p. 39–45, 1989.

Rossing, T. D.; Fletcher, N. H. **Principles of vibration and sound**. Second Edi ed. New York, NY: Springer Science+Business Media, LLC, 2004.

SAE Technical Report. **SAE J2521 disc and drum brake dynamometer squeal noise test procedure**. [s.l: s.n.].

Sakaguchi, H.; Kuramoto, Y. A Soluble Active Rotator Model Showing Phase Transitions via Mutual Entrainment. **Progress of Theoretical Physics**, vol. 76, n. 3, p. 576–581, 1986.

Schiavello, D. V.; Sinkiewicz, J. E. **DMAP for Determining Modal Participation**MSC/NASTRAN Users' Conference. **Anais...**1983

Schlagner, S.; Wagner, U. von. Characterization of disk brake noise behavior via measurement of friction forces. **Pamm**, vol. 9, n. 1, p. 59–62, 2009.

Schroth, R.; Hoffmann, N.; Shift, R. **Mechanism of brake - from theory to experimentally measured mode coupling**XXII IMAC - Society for Experimental Mechanics. **Anais...**2004

Sedaghati, R.; Soucy, Y.; Etienne, N. Experimental estimation of effective mass for structural dynamics and vibration applications. **IMAC-XXI: Conference & Exposition on Structural Dynamics**, 2003.

Shin, K.; Brennan, M. J.; Oh, J.-E. E.; Harris, C. J. J. Analysis of Disc Brake Noise Using a Two-Degree-of-Freedom Model. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 254, n. 5, p. 837–848, 2002.

Sinou, J. J.; Fritz, G.; Jézéquel, L. The Role of Damping and Definition of the Robust Damping Factor for a Self-Exciting Mechanism With Constant Friction. **Journal of Vibration and Acoustics**, vol. 129, n. 3, p. 297, 2007.

Spurr, R. T. **A Theory of Brake Squeal**.Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering. **Anais...**1961

Strogatz, S. H. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, vol. 143, n. 1–4, p. 1–20, 2000.

Strogatz, S. H. **Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry, and engineering**. Second ed. Boulder, CO: Westview Press, a member of the Perseus Books Group, 2015.

Strogatz, S. H.; Abrams, D. M.; McRobie, A.; Eckhardt, B.; Ott, E. **Crowd synchrony on the Millennium Bridge**Nature, 2005.

Strogatz, S. H.; Mirollo, R. E. Stability of incoherence in a population of coupled oscillators. **Journal of Statistical Physics**, vol. 63, n. 3–4, p. 613–635, 1991.

Strogatz, S. H.; Stewart, I. Coupled Oscillators and Biological Synchronization. **Scientific American**, vol. 269, n. 6, p. 102–109, 1993.

Tison, T.; Heussaff, A.; Massa, F.; Turpin, I.; Nunes, R. F. Improvement in the predictivity of squeal simulations: Uncertainty and robustness. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 333, n. 15, p. 3394–3412, 2014.

Tuchinda, A.; Hoffmann, N.; Ewins, D. J.; Keipert, W. Mode Lock-in Characteristics and Instability of the Pin-On-Disc System Study. **Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers**, vol. 1, n. 4359, p. 71–77, 2000.

Wagner, U. von; Hochlenert, D.; Hagedorn, P. Minimal models for disk brake squeal. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 302, n. 3, p. 527–539, 2007.

Wang, C.; Rubido, N.; Grebogi, C.; Baptista, M. S. Approximate solution for frequency synchronization in a finite-size Kuramoto model. **Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics**, vol. 92, n. 6, p. 1–5, 2015.

Wang, D. W.; Mo, J. L.; Ge, X. H.; Ouyang, H.; Zhou, Z. R. Disc surface modifications for enhanced performance against friction noise. **Applied Surface Science**, vol. 382, p. 101–110, 2016.

Wang, D. W.; Mo, J. L.; Wang, Z. G.; Chen, G. X.; Ouyang, H.; *et al.* Numerical study of friction-induced vibration and noise on groove-textured surface. **Tribology International**, vol. 64, p. 1–7, 2013.

Wang, D. W.; Mo, J. L.; Zhu, Z. Y.; Ouyang, H.; Zhu, M. H.; *et al.* Debris trapping and space-varying contact via surface texturing for enhanced noise performance. **Wear**, vol. 396–397, n. January, p. 86–97, 2018.

Wang, X. C.; Mo, J. L.; Ouyang, H.; Wang, D. W.; Chen, G. X.; *et al.* Squeal Noise of Friction Material With Groove-Textured Surface: An Experimental and Numerical Analysis. **Journal of Tribology**, vol. 138, n. 2, p. 021401, 2015.

Wiener, N. *Nonlinear Problems in Random Theory*. **MIT Press**, 1958.

Winfree, A. T. Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators. **Journal of Theoretical Biology**, vol. 16, n. 1, p. 15–42, 1967.

Woodhouse, J.; Putelat, T.; McKay, A. Are there reliable constitutive laws for dynamic friction? **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, vol. 373, n. 2051, p. 20140401, 28 set. 2015.

Xia, F. Modelling of a two-dimensional Coulomb friction oscillator. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 265, n. 5, p. 1063–1074, 2003.

Yang, F.; Tan, C. A.; Chen, F. **Application of the Empirical Mode Decomposition Method to the Identification of Disc Brake Squeal** ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition. **Anais...**2002

Yang, M.; Afaneh, A. **Investigation of Mounted Disc Brake In-plane and Out-of-plane Modes in Brake Squeal Study** IMAC-XXII: Conference & Exposition on Structural Dynamics. **Anais...**Society of Experimental Mechanics, 2004Disponível em: <<https://sem.org/>>

Yap, B. W.; Sim, C. H. Comparisons of various types of normality tests. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, vol. 81, n. 12, p. 2141–2155, 2011.

Zheng, Z.; Hu, G.; Hu, B. Phase slips and phase synchronization of coupled oscillators. **Phys. Rev. Lett.**, vol. 81, n. 24, p. 3–6, 1998.

APÊNDICE A - Formas Modais de Discos e Pastilhas

Neste Apêndice A são apresentados quadros com as formas modais de disco e pastilhas do sistema de freio A e do sistema de freio B. As formas modais e as frequências foram obtidas experimentalmente através de análise modal experimental por impacto.

Em seguida, os mesmos valores foram obtidos numericamente, através de modelo gerado no programa ANSYS e ajustado nas propriedades dos materiais para tentar reproduzir com a melhor precisão possível os valores de frequência obtidos experimentalmente. Estes resultados são mostrados nos quadros a seguir, para discos e pastilhas. Estão apresentados as tabelas com os valores do fator de participação modal para os discos dos sistemas A e B com a condição de contorno de fixação do chapéu central.

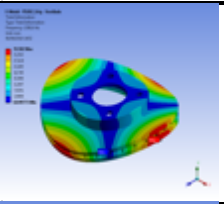
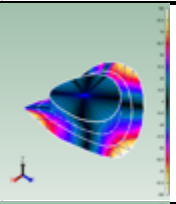
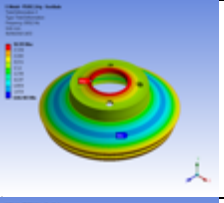
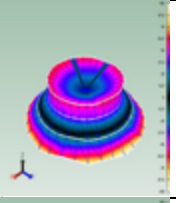
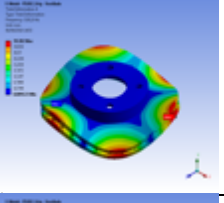
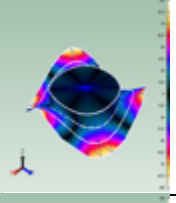
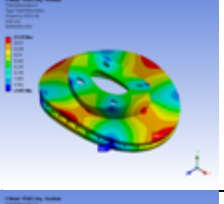
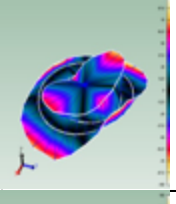
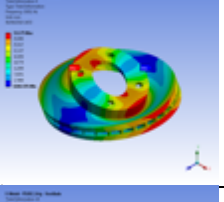
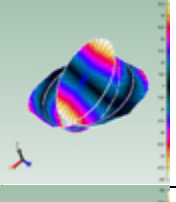
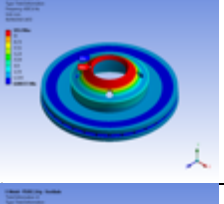
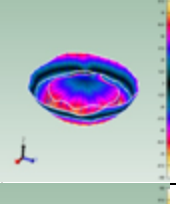
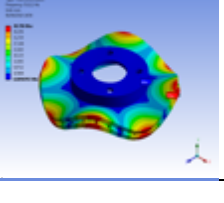
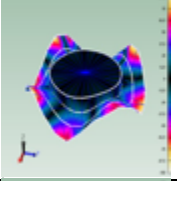
Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Erro [%]
1390.6			1391	0.03%
3039.3			3079	1.29%
3191.9			3166	-0.82%
3615.1			3613	-0.06%
3630			3855	5.84%
4387.6			4303	-1.97%
5113.2			5030	-1.65%

Figura A.1 – Sistema A, disco condição livre, numérico e experimental, parte I

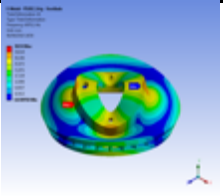
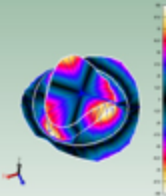
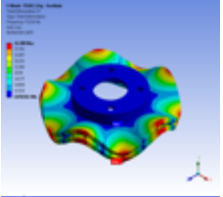
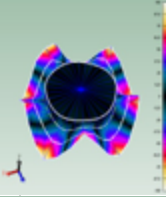
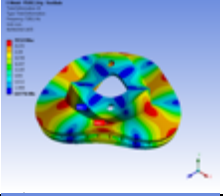
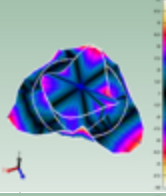
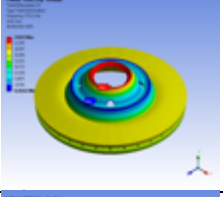
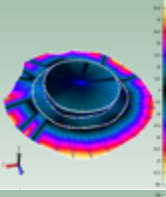
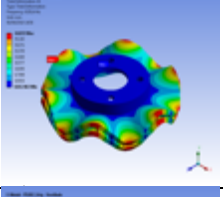
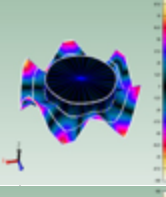
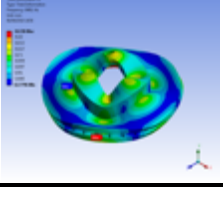
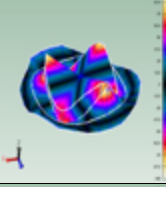
Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Erro [%]
6070			6366	4.65%
7113.6			6976	-1.97%
7199.1			7114	-1.20%
7772.3			7649	-1.61%
9158.4			8973	-2.07%
9489			9989	5.01%

Figura A.2 – Sistema A, disco condição livre, numérico e experimental, parte II

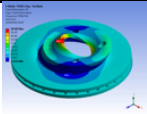
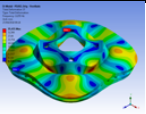
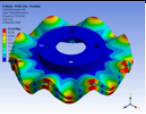
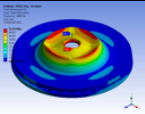
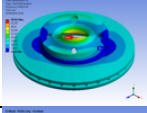
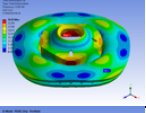
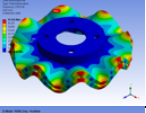
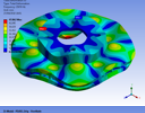
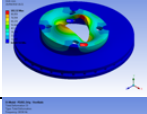
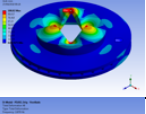
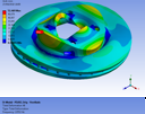
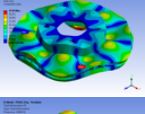
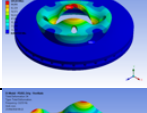
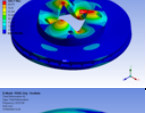
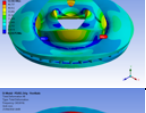
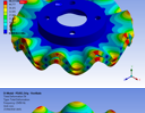
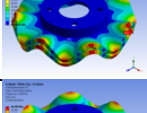
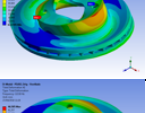
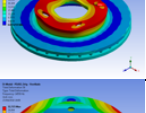
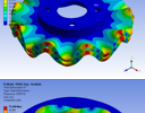
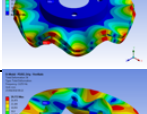
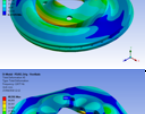
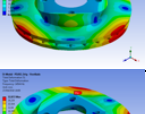
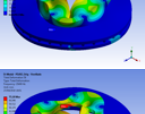
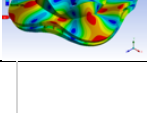
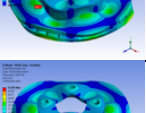
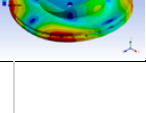
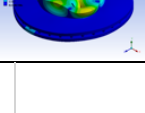
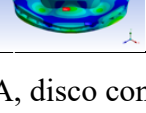
Frequência Numérica condição livre [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica condição livre [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica condição livre [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica condição livre [Hz]	Forma Modal
9748.9		11255		13331		14909	
9749.6		11283		13333		15076	
10327		11873		13549		15081	
10336		11878		13552		15449	
11233		12213		14114		15458	
11236		12218		14559		15595	
11253		12677		14564		15600	
		12697					

Figura A.3 – Sistema A, disco condição livre, numérico, continuação

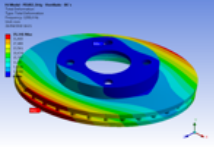
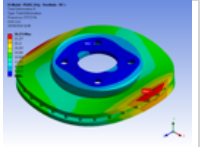
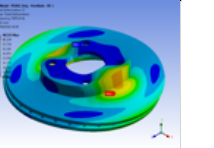
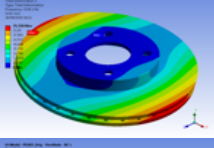
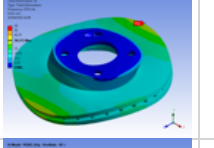
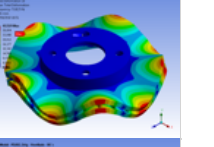
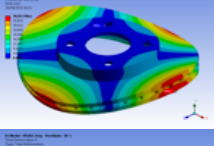
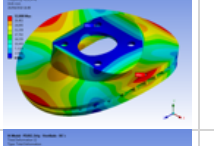
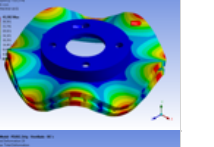
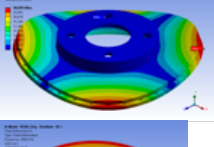
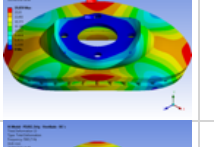
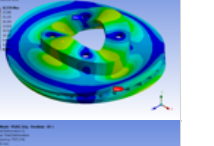
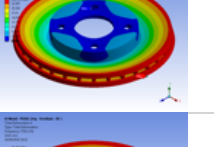
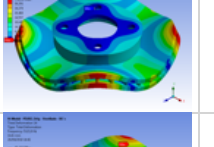
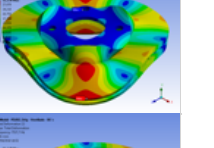
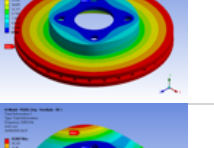
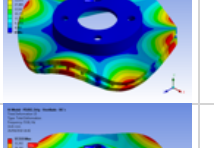
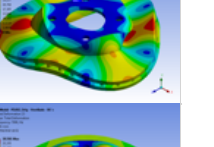
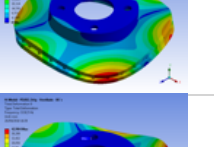
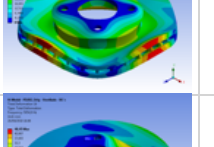
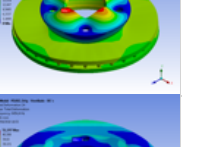
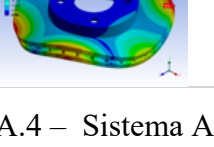
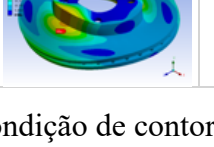
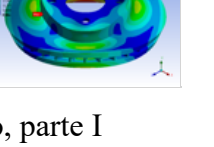
Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal
1209.6		3373.5		5855.8	
1210.1		3374		7118.5	
1497.8		4220.4		7123.3	
1700.4		4501.7		7206.8	
1808.8		5063.7		7527.2	
2792.2		5123.8		7527.7	
3209.9		5310		7808	
3210.5		5854.9		8454.4	

Figura A.4 – Sistema A, disco com condição de contorno, numérico, parte I

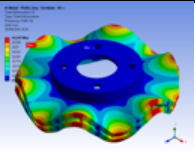
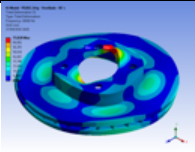
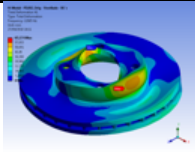
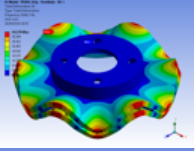
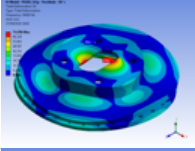
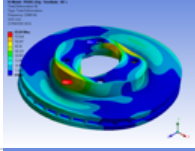
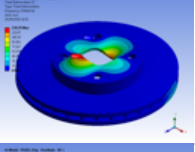
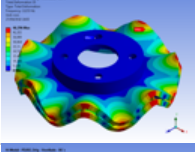
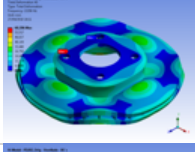
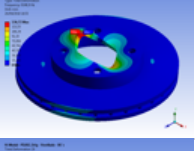
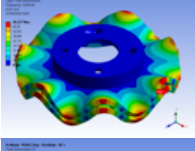
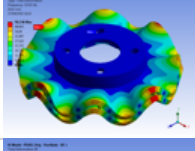
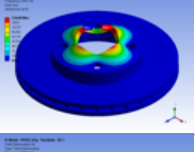
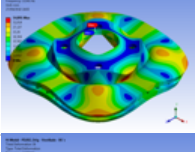
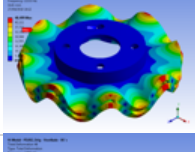
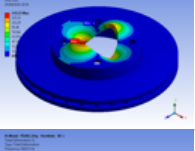
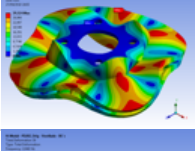
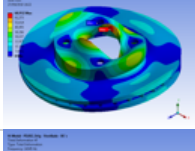
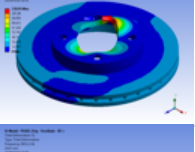
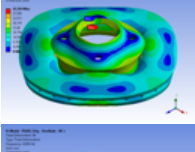
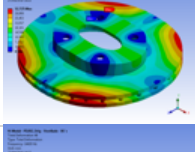
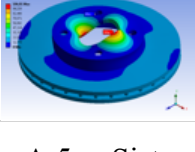
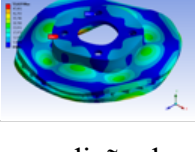
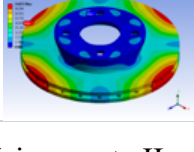
Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal
9160		10418		12965	
9166.7		10420		12969	
9244.4		11233		13296	
9248.9		11236		13332	
9395		11341		13333	
9884.7		11374		13581	
9929.5		12442		14345	
9931.1		12899		14428	

Figura A.5 – Sistema A, disco com condição de contorno, numérico, parte II

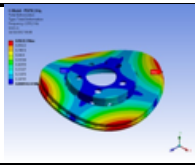
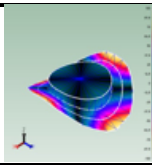
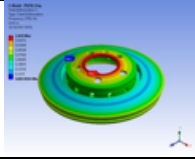
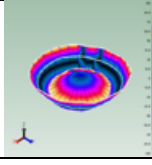
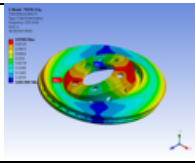
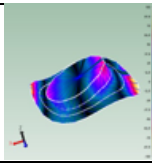
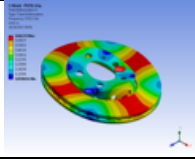
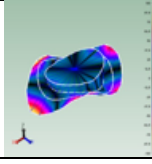
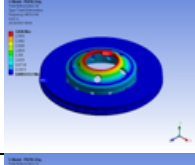
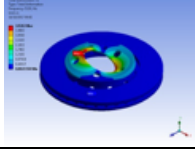
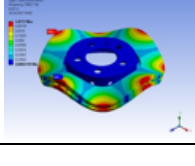
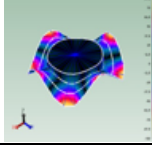
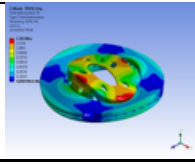
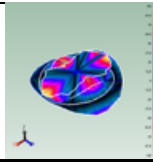
Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Erro [%]
1202.8			1201	-0.15%
1203.1				
2243.7			2303	2.57%
2828.7				
2828.9				
2859.4			2736	-4.51%
2861.4				
2925.2			3017	3.04%
2928				
4071.1				
4582.3				
4596.1				
4745.3			4637	-2.34%
5050.676923				
5334.004396			5390	-1.89%

Figura A.6 – Sistema B, disco condição livre, numérico e experimental, parte I

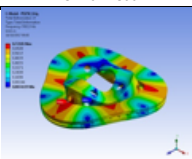
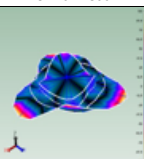
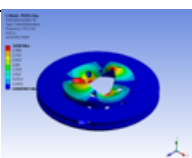
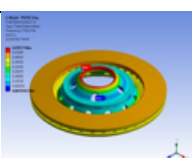
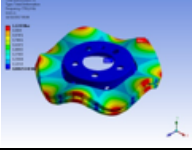
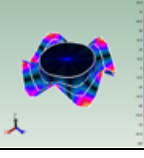
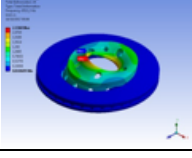
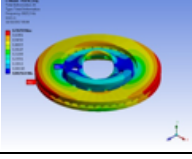
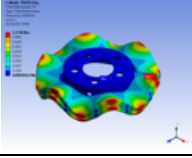
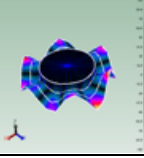
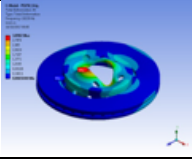
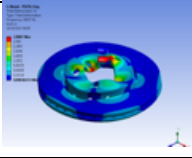
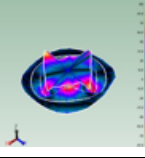
Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Erro [%]
6158.4			6304.0	2.31%
6163.6				
6424.9				
6686.2				
6947.5				
7208.7			6500.0	-4.82%
6815.0				
7480.2				
7484.0				
8712.9				
8713.9				
8952.3			8374.0	-6.91%
9014.5			8341.2	2.31%
9276.3			8533.4	
9538.2			8725.7	2.31%
9800.1			8918.0	

Figura A.7 – Sistema B, disco condição livre, numérico e experimental, parte II

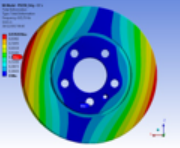
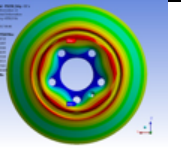
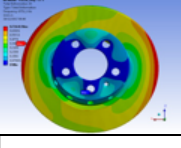
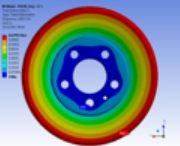
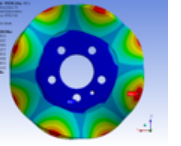
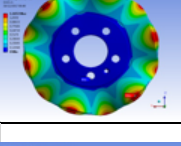
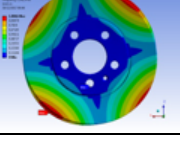
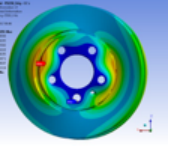
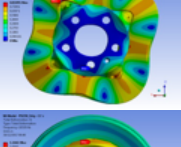
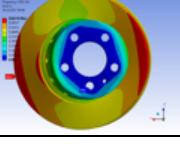
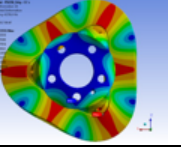
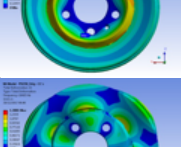
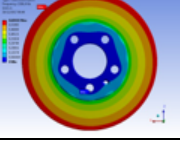
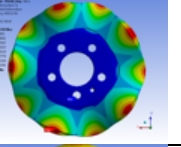
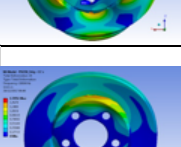
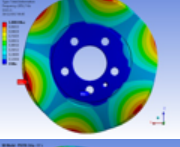
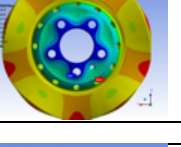
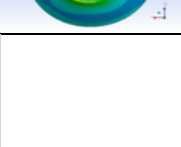
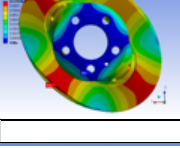
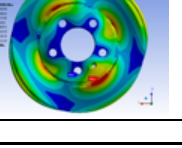

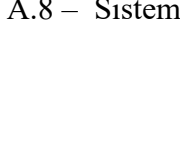
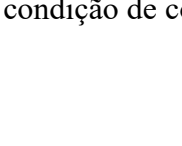
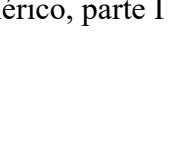








Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal
915.8		4350.8		8751.1	
917.1		4749.6		8952.6	
1203.3		4750.5		8954.7	
1342.4		5582.5		9966.6	
1342.8		5593.1		9967.6	
2102.0		6238.7		10329.0	
2106.2		6239.6		10415.0	
2186.4		6812.3		10417.0	
2851.5		6815.8		10694.0	
2851.7		6872.9		10699.0	
3204.7		7881.5		11126.0	
3205.4		7884.0			
		8750.0			

Figura A.8 – Sistema B, disco com condição de contorno, numérico, parte I

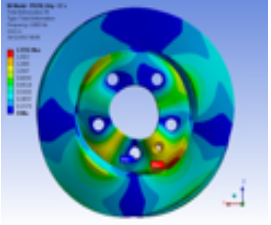
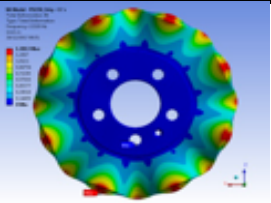
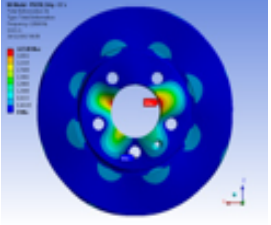
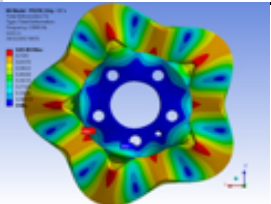
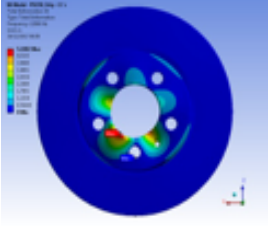
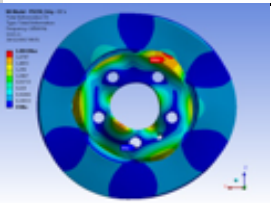
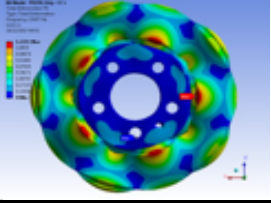
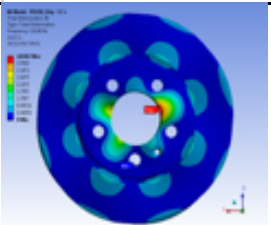
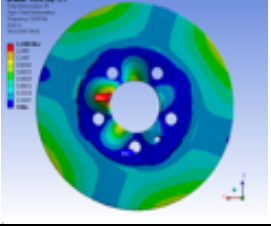
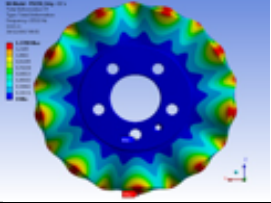
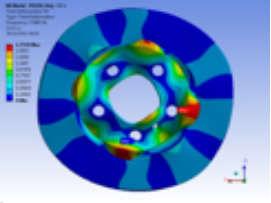
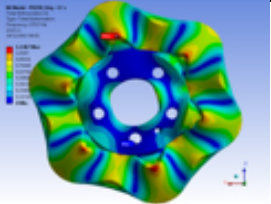
Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal	Frequência Numérica com condição de contorno [Hz]	Forma Modal
11128.0			
11868.0			
11883.0		13320.0	
12656.0		13324.0	
12664.0		13869.0	
12858.0		13886.0	
12886.0		14564.0	
12897.0		14571.0	
13140.0		15477.0	
13144.0		15500.0	
13247.0		15532.0	
13247.0		15537.0	
		17460.0	
		17465.0	
		17517.0	

Figura A.9 – Sistema B, disco com condição de contorno, numérico, parte II

Tabela A.1 – Fator de participação modal do disco A com condição de contorno

Fator de Participação Modal - Disco A com Condição de Contorno							
Modo	Frequência [Hz]	Orientação					
		X	Y	Z	Rx	Ry	Rz
1	1209.6	3.53080E-04	5.41240E-06	2.30440E-02	-3.35240E+00	3.16970E-04	5.07180E-02
2	1210.1	-2.30440E-02	3.05210E-05	3.48190E-04	-5.09190E-02	-5.17170E-04	-3.35250E+00
3	1497.8	1.17510E-05	-1.04910E-05	2.85060E-06	-1.28190E-03	7.49610E-06	1.46680E-03
4	1700.4	2.03310E-05	3.58360E-05	-3.05770E-06	1.07140E-03	6.00080E-04	9.05520E-04
5	1808.8	1.24740E-05	5.46740E-02	-5.75850E-06	8.88970E-05	1.11890E-04	1.35090E-03
6	2792.2	3.65960E-06	-1.19190E-06	6.15860E-06	3.59260E-04	5.64840E+00	-5.92480E-04
7	3209.9	3.67760E-03	4.19250E-06	1.57070E-02	5.92690E-01	-1.83690E-04	-1.39140E-01
8	3210.5	-1.56720E-02	5.61460E-07	3.72940E-03	1.40560E-01	2.17430E-04	5.92040E-01
9	3373.5	-4.75420E-02	6.90450E-06	-1.75600E-02	-5.73300E-01	6.28760E-04	1.55150E+00
10	3374	-1.75570E-02	-1.32610E-05	4.75260E-02	1.55110E+00	-6.71850E-04	5.72950E-01
11	4220.4	5.08980E-06	-8.78270E-06	2.75940E-06	-8.81980E-05	-1.22600E-04	-1.01080E-04
12	4501.7	-2.21430E-05	-1.42430E-05	-2.36320E-05	-7.19250E-04	2.16440E-04	6.22410E-04
13	5063.7	-1.78440E-05	-1.39490E-02	2.02800E-07	4.53310E-04	-5.90800E-04	8.63530E-04
14	5123.8	-4.30200E-06	-1.30310E-04	-4.90290E-07	-1.30250E-04	9.16440E-02	1.96100E-04
15	5310	-5.56500E-05	-2.52980E-02	-3.26580E-06	8.13990E-04	-1.20080E-04	4.08250E-03
16	5854.9	7.11260E-04	-4.10400E-05	-1.75820E-02	-1.54000E+00	-2.68870E-04	-6.24260E-02
17	5855.8	-1.75830E-02	7.82030E-05	-7.17650E-04	-6.29020E-02	5.07030E-04	1.53970E+00
18	7118.5	-5.57510E-04	-2.71540E-07	9.14150E-05	7.51260E-03	-1.18970E-04	4.53950E-02
19	7123.3	-8.80990E-05	1.82580E-06	-5.59320E-04	-4.56400E-02	-9.69740E-05	7.13610E-03
20	7206.8	7.87990E-06	6.45800E-07	2.56160E-05	2.18030E-03	3.17420E-04	-5.54680E-04
21	7527.2	-2.20050E-03	1.41670E-05	-2.22100E-03	-2.75220E-01	-3.22520E-05	2.72470E-01
22	7527.7	2.22640E-03	4.18600E-06	-2.19450E-03	-2.72190E-01	-2.14890E-04	-2.75770E-01
23	7808	-7.86810E-06	8.46030E-03	1.25070E-05	5.33020E-04	-2.16710E-05	7.35580E-04
24	8454.4	-9.86200E-06	-1.30840E-05	7.04860E-07	3.90490E-04	6.04110E-04	2.11300E-05
25	9160	4.30920E-06	-8.53490E-06	4.57540E-06	-4.43330E-04	-2.13540E-05	-9.37450E-06
26	9166.7	1.02550E-06	1.00060E-05	-8.82570E-06	-2.52210E-05	-1.23590E-04	-6.36810E-05
27	9244.4	9.58070E-04	3.06690E-04	2.13880E-03	-8.10580E-02	-1.16310E-04	3.60980E-02
28	9248.9	-2.11900E-03	2.76850E-04	9.36350E-04	-3.60460E-02	5.43140E-05	-8.16370E-02
29	9395	2.32760E-05	8.13090E-03	-6.57730E-05	5.97240E-03	6.17360E-05	1.52170E-03
30	9884.7	2.25510E-04	-4.50510E-05	4.68870E-04	1.94240E-02	3.87880E-05	-9.46430E-03
31	9929.5	-1.74650E-03	6.62830E-05	-3.97130E-03	-1.58290E-01	7.85020E-05	6.94000E-02
32	9931.1	4.00570E-03	6.08680E-05	-1.75400E-03	-7.04220E-02	-9.12460E-05	-1.59820E-01
33	10418	-5.49800E-05	1.48300E-05	-6.91950E-04	1.97570E-01	8.73690E-05	-2.22650E-02
34	10420	6.91210E-04	1.66280E-05	-9.35390E-05	2.10750E-02	2.59730E-04	1.97930E-01
35	11233	-1.21610E-05	-4.74660E-06	5.63870E-06	7.48410E-04	4.42810E-06	2.00350E-03
36	11236	-1.28840E-06	4.87010E-06	-1.54840E-05	-2.17190E-03	-4.32630E-05	2.99640E-04
37	11341	-1.46900E-06	1.35300E-03	-4.67850E-06	6.00910E-05	-7.56020E-05	-4.62350E-05
38	11374	-4.71580E-06	-4.47470E-06	-7.25400E-07	-6.66910E-05	-6.48510E-03	7.08900E-04
39	12442	3.91560E-06	-2.88500E-03	-6.66020E-06	-1.66140E-04	-5.47820E-05	1.51480E-04
40	12899	4.18870E-05	-4.41300E-06	2.50780E-06	3.73300E-04	2.22760E-02	3.39140E-03
41	12965	1.55950E-03	1.49490E-05	2.42550E-04	-1.98130E-02	-6.73670E-04	1.30950E-01
42	12969	-2.36320E-04	1.02500E-05	1.58200E-03	-1.30070E-01	1.08990E-04	-2.01490E-02
43	13296	4.36430E-06	-5.20690E-03	-3.34070E-06	-3.62890E-04	1.61330E-06	-2.90330E-04
44	13332	1.28750E-07	7.34840E-04	3.95700E-08	-5.16020E-06	3.48930E-04	1.13750E-06
45	13333	-1.84940E-06	3.95360E-04	-2.58510E-06	1.34760E-04	-3.44390E-04	-1.86710E-04
46	13581	-4.72700E-06	-3.92570E-05	-6.53840E-06	-6.18040E-04	-5.17590E-05	2.31310E-04
47	14345	-1.24150E-06	-9.22120E-07	-2.22520E-07	-2.93610E-06	-3.82690E-06	6.37940E-05
48	14428	-2.80580E-08	6.06470E-08	-7.08570E-07	1.83420E-05	-5.19500E-05	-2.58930E-05
49	15234	5.20520E-04	3.25310E-06	7.94560E-05	-3.84660E-03	-2.89780E-04	2.58050E-02
50	15240	7.70080E-05	9.81810E-06	-5.24880E-04	2.59060E-02	2.13140E-04	3.83230E-03
51	15449	-2.81770E-05	8.72760E-07	1.35590E-06	-1.58510E-04	7.39740E-06	5.84510E-04
52	15458	-1.04230E-06	-1.01580E-06	2.78020E-05	6.28330E-04	2.25270E-04	-2.94930E-05
53	15897	8.10560E-06	5.22770E-07	-1.72670E-05	-7.99250E-04	1.26980E-04	-9.87000E-04

Tabela A.2 – Fator de participação modal do disco B com condição de contorno

Fator de Participação Modal - Disco B com Condição de Contorno							
Modo	Frequência [Hz]	Orientação					
		X	Y	Z	Rx	Ry	Rz
1	915.8	3.95200E-01	-5.80600E-04	9.87230E-02	-3.69770E-02	-8.63380E-05	1.46100E-01
2	917.1	-9.99870E-02	3.14710E-03	3.90580E-01	-1.46200E-01	7.57580E-05	-3.69500E-02
3	1203.3	3.70520E-05	2.05730E+00	-1.96420E-04	1.79680E-04	1.77460E-06	1.06670E-04
4	1342.4	-7.02750E-04	3.01200E-03	7.82170E-05	-1.02870E-05	-1.81100E-04	-1.41830E-05
5	1342.8	5.47860E-04	1.73260E-03	5.64520E-05	-1.50340E-04	-1.74710E-04	1.08840E-04
6	2102.0	2.01910E+00	2.06080E-04	-3.91420E-01	-7.63050E-03	-7.40900E-03	-3.96350E-02
7	2106.2	3.91680E-01	2.10210E-04	2.02070E+00	3.93320E-02	3.54150E-03	-7.67540E-03
8	2186.4	5.95980E-02	-5.75690E-07	-4.41560E-02	-7.95750E-04	2.25600E-01	-1.06270E-03
9	2851.5	-1.50690E-03	1.73140E-04	-6.03720E-04	-8.51830E-06	1.32910E-04	8.83700E-06
10	2851.7	-2.49260E-06	-1.36270E-04	-5.33040E-04	-1.02270E-05	1.32440E-04	8.38310E-06
11	3204.7	3.86790E-04	6.16320E-04	-1.40390E-04	-4.57750E-06	-3.19770E-04	1.11770E-05
12	3205.4	-1.67130E-03	-2.08090E-03	-5.65080E-04	-5.12770E-05	1.70760E-04	1.39000E-05
13	4350.8	1.62790E-05	9.65080E-01	-2.85620E-03	-1.34430E-04	-2.67950E-06	3.70580E-05
14	4749.6	7.82290E-03	-4.21270E-04	-5.04170E-02	-2.23490E-03	-1.38000E-05	-3.37210E-04
15	4750.5	-5.02490E-02	-2.06680E-06	-7.53490E-03	-3.27020E-04	8.32600E-07	2.23110E-03
16	5582.5	1.27210E-01	-2.05590E-03	-6.74760E-01	-4.84470E-02	1.86020E-04	-9.21010E-03
17	5593.1	-6.76100E-01	-7.17550E-05	-1.28560E-01	-9.14990E-03	-1.71200E-04	4.85040E-02
18	6238.7	2.09010E-04	-4.47340E-04	-2.00670E-03	-1.46710E-04	-2.66630E-05	1.49390E-06
19	6239.6	9.76780E-04	1.13040E-04	4.62410E-04	9.61510E-06	7.79070E-06	-6.64880E-05
20	6812.3	-7.14050E-05	3.95820E-02	8.73550E-05	9.66370E-06	-3.58790E-05	3.45060E-06
21	6815.8	-2.92240E-04	9.24370E-03	1.51270E-04	8.18740E-06	1.94810E-04	1.64440E-05
22	6872.9	1.97690E-05	-2.02040E-01	-1.73370E-04	-2.01670E-05	2.78180E-06	-3.76950E-06
23	7881.5	-1.97460E-03	2.41580E-03	8.64200E-04	3.69650E-07	7.11030E-05	1.17450E-04
24	7884.0	-3.64040E-06	-2.40510E-03	-1.93690E-04	1.35710E-05	-9.53490E-05	1.66690E-06
25	8750.0	-2.87560E-02	2.73590E-04	-4.15730E-03	-6.73760E-04	-6.15050E-06	4.60000E-03
26	8751.1	4.31090E-03	1.46500E-04	-2.84560E-02	-4.60660E-03	1.88550E-06	-6.90860E-04
27	8952.6	6.27390E-04	3.70700E-05	-2.02620E-03	-2.15610E-04	-1.26800E-06	-6.49900E-05
28	8954.7	-4.04240E-03	2.36630E-05	-2.79250E-04	-3.06320E-05	2.20840E-06	4.09510E-04
29	9966.6	-1.82230E-02	5.31870E-04	1.60500E-02	8.13310E-04	-2.41420E-06	9.22360E-04
30	9967.6	-1.56380E-02	-5.76760E-04	-1.80350E-02	-9.27680E-04	-5.32320E-07	8.02880E-04
31	10329.0	5.75810E-04	1.08480E-01	1.51650E-03	-8.86060E-05	2.89660E-07	5.17110E-06
32	10415.0	-6.52590E-04	-1.60040E-03	8.16250E-04	6.45860E-05	4.44240E-05	5.30340E-06
33	10417.0	2.48390E-04	-3.39420E-03	2.91580E-05	4.88210E-05	1.17480E-05	-9.67100E-05
34	10694.0	-7.01870E-03	-1.47950E-03	6.02440E-02	-3.32230E-03	1.74640E-05	-3.92550E-04
35	10699.0	5.90410E-02	4.47920E-04	6.19890E-03	-3.51580E-04	-1.26840E-05	3.40730E-03
36	11126.0	2.48210E-06	-1.73970E-04	4.77220E-05	-2.67140E-07	6.79450E-06	4.33170E-07
37	11128.0	-2.58920E-05	-7.04030E-04	5.48610E-05	4.85830E-07	-1.95870E-06	1.58160E-07
38	11868.0	2.53540E-04	-2.89550E-03	-6.99550E-04	-2.24810E-05	-1.69810E-05	-1.49180E-05
39	11883.0	-1.62350E-04	-3.71950E-03	4.71840E-04	-9.23180E-05	-7.08290E-05	3.09170E-05
40	12656.0	4.37670E-03	2.25890E-03	2.71460E-02	-5.96930E-03	-1.03380E-05	7.99910E-04
41	12664.0	-2.70680E-02	-1.32200E-02	3.02200E-03	-8.36620E-04	-1.35720E-05	-5.89120E-03
42	12858.0	-8.70240E-04	3.57540E-01	4.67430E-05	-2.39010E-04	-3.59530E-06	-2.35990E-05
43	12886.0	2.10820E-03	-1.16390E-02	1.01110E-03	-9.43290E-05	-1.51770E-05	4.79150E-04
44	12897.0	5.72220E-04	8.74310E-02	-1.79000E-03	6.09120E-04	-1.73580E-05	8.41820E-05
45	13140.0	-5.95350E-03	1.25770E-03	-2.29780E-02	6.23470E-03	7.83130E-06	-1.60660E-03
46	13144.0	-2.37670E-02	6.95140E-03	5.91890E-03	-1.65180E-03	7.69790E-06	-6.25560E-03
47	13247.0	3.97310E-04	2.47860E-04	6.08150E-04	-1.20870E-04	2.25980E-06	7.44790E-05
48	13247.0	-8.87460E-04	1.42970E-03	6.57790E-04	-1.62910E-04	2.06270E-07	-2.00820E-04
49	13320.0	-4.62080E-05	-3.91890E-04	-3.44540E-04	2.22230E-04	-6.36980E-07	-3.88400E-05
50	13324.0	-3.91590E-04	2.16960E-04	1.79130E-04	-6.97300E-05	-2.84280E-06	-2.25560E-04
51	13869.0	-2.54850E-04	1.03420E-03	4.43750E-05	-3.47900E-07	1.37760E-04	7.47000E-07
52	13886.0	1.13390E-04	-5.04790E-02	1.64630E-04	-3.61370E-06	8.85380E-06	1.69860E-06
53	14564.0	1.44300E-03	1.63580E-03	1.17470E-04	2.10530E-05	8.59740E-06	-1.83010E-04
54	14571.0	-3.48980E-04	4.33280E-04	9.63310E-04	1.09640E-04	1.21070E-05	2.01460E-05
55	15477.0	-5.78750E-04	7.03670E-05	1.79980E-04	2.05760E-06	1.76760E-03	2.41630E-05
56	15500.0	3.78080E-04	4.43390E-02	6.69850E-04	2.97620E-05	5.66840E-06	-1.70750E-05
57	15532.0	-6.36070E-05	-5.82510E-04	-3.87470E-05	-4.58380E-07	-6.23930E-06	3.14640E-06
58	15537.0	-1.21000E-04	7.90960E-04	-2.87940E-05	-1.30160E-06	1.99470E-05	4.57310E-06

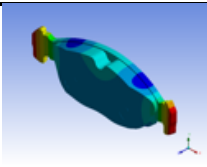
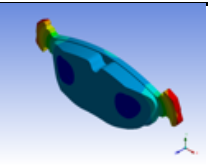
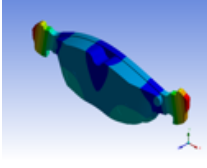
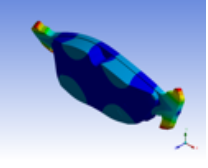
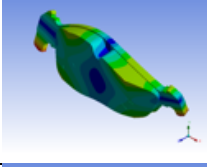
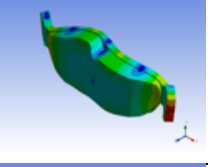
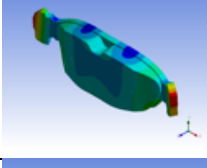
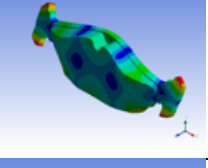
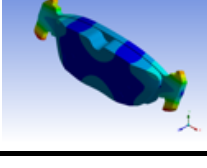
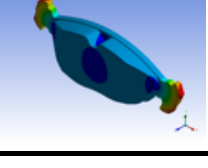
Modo	Frequência Experimental [Hz]	Forma Modal	Frequencia Numérica [Hz]	Erro Frequência EXP x NUM [%]	Modo	Frequência Experimental [Hz]	Forma Modal	Frequencia Numérica [Hz]	Erro Frequência EXP x NUM [%]
1	2593.6		2469	4.80%	6	9482.9			1.96%
2	4474.1		4475	0.02%	7	10143			100.00%
3	5653.6		5831	3.14%	8	11613			4.68%
4	7231.7		7650	5.78%	9	13257			100.00%
5	8832.7			100.00%	10	13976			100.00%

Figura A.10 – Sistema A, frequências da pastilha, numérica e experimental, parte I

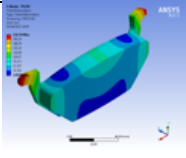
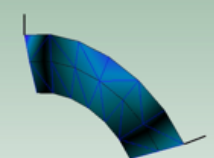
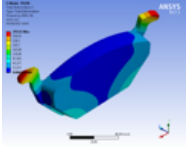
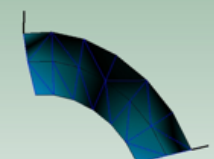
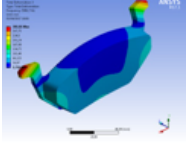
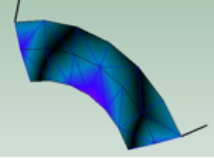
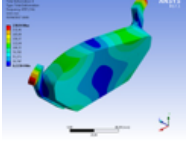
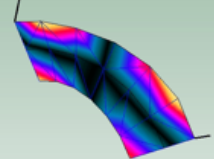
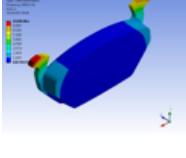
Modo	Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Amortecimento [%]	Forma Modal	Complexidade	Erro Frequency EXP x NUM
1	3207.8		3340.25452	1.32509		0.04457	4.13%
2	4034		3953.67263	1.24866		0.03339	1.99%
3	5886.7		5782.56505	1.0367		0.03858	1.77%
4	6557.2		6744.56256	1.90176		0.01427	2.86%
5	8683.5						

Figura A.11 – Sistema B, frequências da pastilha, numérica e experimental, parte I

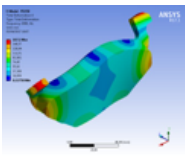
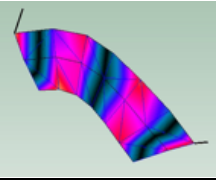
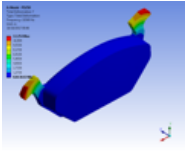
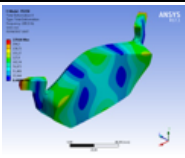
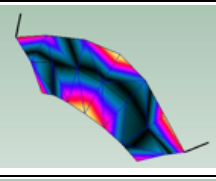
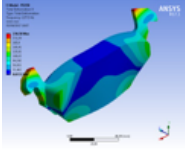
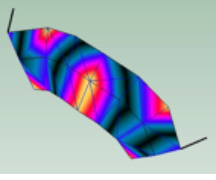
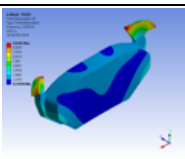
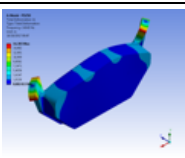
Modo	Frequência Numérica [Hz]	Forma Modal	Frequência Experimental [Hz]	Amortecimento [%]	Forma Modal	Complexidade	Erro Frequency EXP x NUM
6	8908		9080.51266	1.55134		0.04651	1.94%
7	10368						
8	10913		11425.87416	1.68654		0.05721	4.70%
9	12772		12915.10656	1.42602		0.07026	1.12%
10	13186						
11	14142						
12	15465						
13	15516						

Figura A.12 – Sistema B, frequências da pastilha, numérica e experimental, parte II

APÊNDICE B - Rotina em Matlab de Sincronismo de Osciladores

Neste Apêndice mostra-se a rotina em Matlab para a simulação de uma quantidade N de osciladores com diferentes valores de acoplamento.

```
=====
Apêndice B - Rotina em Matlab, baseada em [English, 2008]
```

```
=====
for M=1:1:100      % recursividade
K=0.44;           % grau de acoplamento
N=2;              % número de osciladores
dt=0.05;          % passo da iteração
tmax=1000;        % máximo de iterações
fi=rand(N,1)*2*pi; % fase inicial de cada oscilador
omega=randn(N,1)*0.1+1; % frequência de cada oscilador
op=zeros(N,1);    % salva R parâmetro de ordem
FF=zeros(tmax,N); % salva as fases de cada iteração
for t=1:1:tmax
    S=0;
    C=0;
    for i=1:1:N
        S=S+sin(fi(i));
        C=C+cos(fi(i));
    end
    r=((S^2+C^2)^(0.5))/N; % calcula parâmetro de ordem R
    op(t)=r;             % salva parâmetro de ordem
    psi=atan(S/C);
    if C<0
        psi=psi+pi;
    end
    for i=1:1:N
        fi(i)=fi(i)+(omega(i)+(K*r*sin(psi-fi(i))))*dt; % sistema de equações - proximo fi
```

```
        FF(t,i)=fi(i);           %salva fase
    end
end

                                     % Gráficos

subplot(1,2,1)
hold on
box on
plot(op,'- b')
ylim([0 1.1]);
xlabel('Iterações')
ylabel('R - Grau de Sincronismo');

subplot(1,2,2)
hold on
box on
plot (FF(:,1)-FF(:,2), '- k')
ylim([-7 7]);
xlabel('Iterações')
ylabel('Delta de Fase')
end
```


APÊNDICE C – Médias e Desvios Padrão das Frequências

Neste Apêndice C listam-se todos os valores obtidos de frequência relativas às pastilhas e aos discos dos sistemas de freio A e B ensaiados. São listadas também as frequências dos eventos ruidosos com valores acima de 70 dB(A). Baseados nestes valores, são calculados os desvios padrão e as médias das frequências.

Apêndice C.1 Frequências das Pastilhas Soltas sob Impacto

Para verificar o comportamento das pastilhas soltas e sua resposta em frequência quando excitadas por impacto, são mostrados os espectros em frequência de todos os acelerômetros instalados na pastilha (parte central e orelha de apoio) nas três direções ortogonais (tangencial, radial e axial) para o sistema A. O teste foi repetido para duas versões do mesmo material, chamadas de versão 23 e de versão 25 (V23 e V25). Estes materiais têm basicamente a mesma composição, com pequenas variações de fabricação. Foram feitos um total de 24 espectros, agrupados em quatro gráficos, conforme detalhado em cada figura a seguir.

Na Figura C.1 estão os autoespectros dos seis sinais dos acelerômetros, instalados três na orelha e três na parte central da pastilha, nas direções ortogonais tangencial, radial, axial, para os materiais versão 23 e 25.

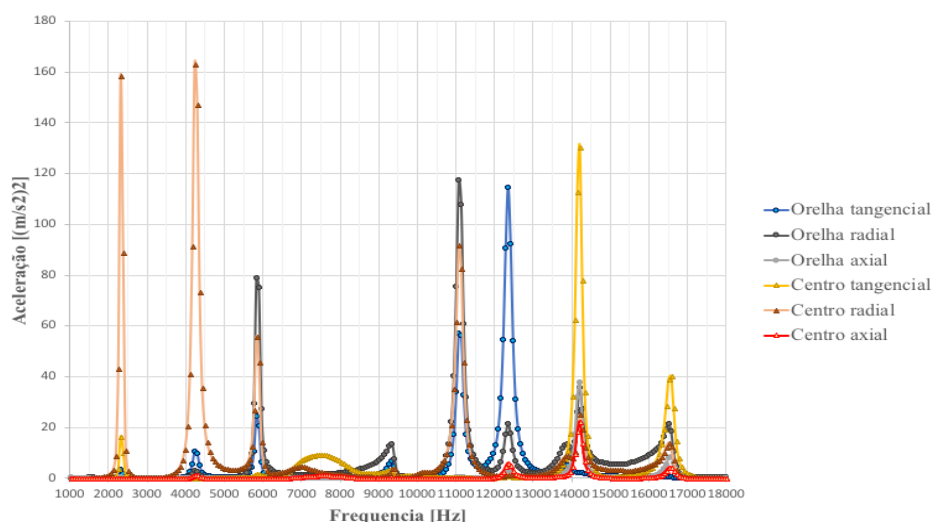


Figura C.1 – Autoespectro dos sinais de aceleração, três acelerômetros na orelha e três acelerômetros centro da pastilha do sistema A, material V23, direções tangencial, radial e axial

Na Figura C.2 estão os autoespectros dos seis sinais dos acelerômetros medindo nas duas orelhas de suportaço da pastilha para o material versão 23.

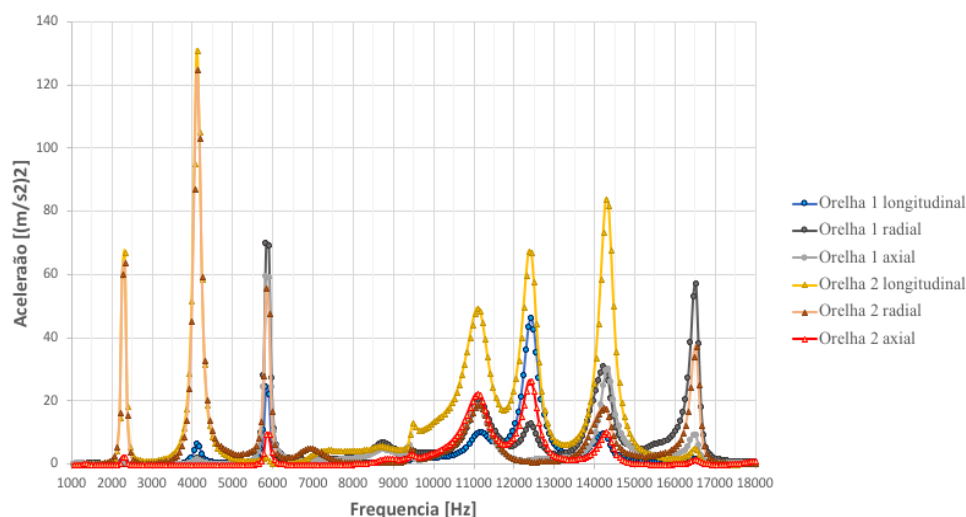


Figura C.2 – Autoespectro dos sinais de aceleração, orelhas da pastilha do sistema A, material V23, direções tangencial, radial e axial.

Na Figura C.3 estão os autoespectros dos seis sinais dos acelerômetros medindo na orelha de suportaço e no centro da pastilha, para o material versão 25.

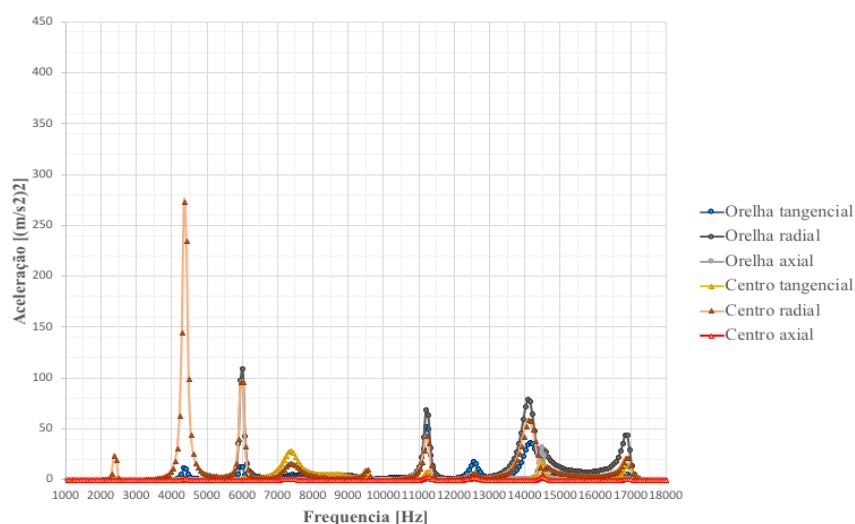


Figura C.3 – Autoespectro dos sinais de aceleração, na orelha e centro da pastilha do sistema A, material V25, direções tangencial, radial e axial.

Na Figura C.4 estão os autoespectros dos seis sinais dos acelerômetros medindo nas duas orelhas de suportação da pastilha para o material versão 25.

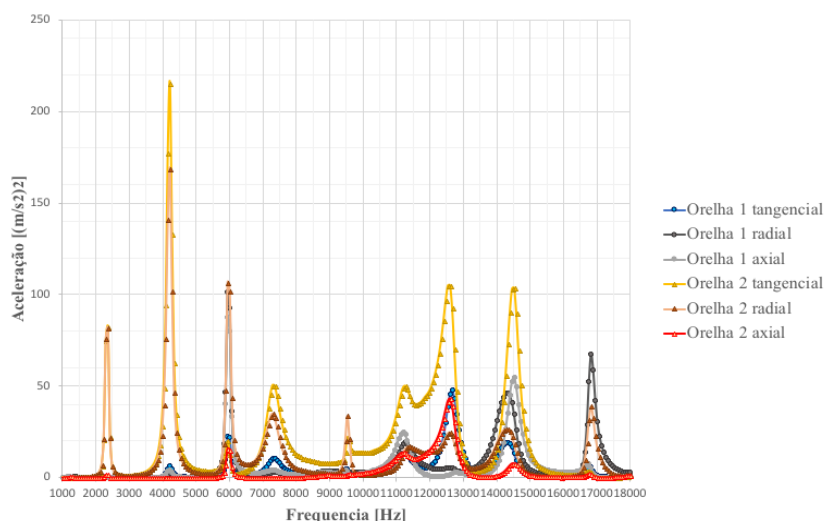


Figura C.4 – Autoespectro dos sinais de aceleração, orelhas da pastilha do sistema A, material V25, direções tangencial, radial e axial.

A Tabela C.1 resume as frequências dominantes ilustradas nos gráficos anteriores medidas de forma livre a partir dos acelerômetros instalados nas orelhas e no centro da pastilha para as duas versões do material de atrito *low-met* do sistema A.

Tabela C.1 – Frequências das pastilhas do sistema A em modo livre, posições OC – orelha/centro, posição OO - orelhas de suportação, materiais versão V23 e V25.

Sistema A - Frequências da Pastilha Livre					
Material V23		Material V25		Média [Hz]	Desvio Padrão [Hz]
Orelha-Centro [Hz]	Orelha-Orelha [Hz]	Orelha-Centro [Hz]	Orelha-Orelha [Hz]		
2304	2304	2368	2368	2336	37
4224	4096	4352	4224	4224	105
5824	5824	6016	5952	5904	96
7424	7040	7360	7296	7280	168
9344	9536	9536	9536	9488	96
11072	11072	11264	11200	11152	96
12352	12352	12608	12544	12464	132
14208	14272	14144	14464	14272	138
16576	16512	16832	16832	16688	168

As leituras da Tabela C.1 mostram que as versões diferentes do material de atrito utilizado nas pastilhas composição apresentam quase os mesmos valores das frequências naturais. O fato de as frequências múltiplas não serem múltiplos exatos permite explicar porque as órbitas obtidas deste modo não estabilizam e nem fecham uma forma geométrica.

Apêndice C.2 Valores Médios de Frequências de Squeal, do Disco e da Pastilha

A Tabela C.2 trás as estatísticas dos eventos de ruído observados no teste 1 completo, para cada faixa de frequência que mostrou uma concentração de eventos. Estão tabulados os valores médios de frequência, seu desvio padrão, a quantidade de eventos e a média da emissão sonora dos eventos.

Tabela C.2 – Valores relativos às frequências de squeal do Teste 1 completo, sistema A

Faixa de Frequências		Squeals Teste 1 Sistema A			
Inferior [Hz]	Superior [Hz]	Média [Hz]	Desvio Padrão [Hz]	Amostras	Média [dB(A)]
2000	4300	3575	350	2	77
4300	6000	4735	102	22	90
6000	8000	6988	501	32	83
8000	10000	9338	90	12	92
10000	11500	10757	64	106	82
11500	13000	12581	240	88	83

Estes mesmos valores são apresentados na Tabela C.3, para o teste 2 completo, com o sistema de freio B.

Tabela C.3 – Valores relativos às frequências de squeal do Teste 1 completo, sistema A

Faixa de Frequências		Squeals Teste 2 Sistema B			
Inferior [Hz]	Superior [Hz]	Média [Hz]	Desvio Padrão [Hz]	Amostras	Média [dB(A)]
2000	4000	3938	70	6	75
4000	6000	5244	234	4	77
6000	8000	7169	131	185	80
8000	10000	8389	66	9	78

A Tabela C.4 mostra as médias e desvios padrão das frequências de pastilha e disco do sistema B quando testado montado no caliper com duas condições de aplicação de pressão. Percebe-se que a pastilha apresenta uma grande variação nos valores de frequência, possivelmente pelo fato de sua condição de contorno permitir este comportamento.

Tabela C.4 – Valores relativos às frequências de *squeal* do sistema B montado no caliper

Pastilha e Disco Montados - SistemaB			
FRF Pastilha		FRF Disco	
Média [Hz]	Desvio Padrão [Hz]	Média [Hz]	Desvio Padrão [Hz]
		2833	33
3153	238	3336	55
4481	241	4597	66
5372	269	6395	33
6355	282		
7420	224	7126	20
8461	242	8243	40
		9836	39
10193	154	10220	128
11706	27	11959	35
12644	201	12514	166
13462	338	13853	49

Por outro lado, o disco tem pouca dispersão nos seus valores de frequência, uma vez que se encontra rigidamente fixado no suporte do eixo pela furação central.