

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA
Tese de Doutorado

Fotoprodução de Mésons Vetoriais Pesados em Colisões Ultraperiferais e Periferais

Orientando: Sony Martins
Orientadora: Maria Beatriz de Leone Gay Ducati

Porto Alegre
2018

Agradecimentos

- À minha orientadora Dra. Maria Beatriz de Leone Gay Ducati pela orientação voltada ao desenvolvimento científico e profissional, fornecendo uma grande liberdade para o desenvolvimento deste trabalho. Seu incentivo à minha participação em eventos, bem como seu engajamento na criação de um ambiente mais científico na instituição, me motivaram ao longo deste doutorado.
- À Fábio Kopp, um amigo sempre disposto a dividir seus conhecimentos na área da computação, contribuindo para otimizar algumas etapas deste trabalho.
- Também agradeço à minha namorada Daiane Mendes pelos momentos de descontração e constante companheirismo em inúmeras atividades.
- Agradeço de modo geral ao instituto de física da UFRGS e a todos os professores que contribuíram para o meu desenvolvimento como físico, em particular, ao professor Magno Valério Trindade Machado.
- Agradeço ao CNPq pelo apoio financeiro durante este Doutorado.
- Acima de tudo, agradeço aos meus pais, Marta Helena Martins e Alessandro Lopes de Lima, que sempre se esforçaram ao máximo para que eu pudesse alcançar meus objetivos acadêmicos. Sem o apoio deles, essa jornada graduação-mestrado-doutorado seria bem mais difícil.

Resumo

Neste trabalho, investigamos a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em colisões periféricas e ultraperiféricas para as energias do Large Hadron Collider (LHC). Utilizando o método de Weizsäcker-Williams, a seção de choque hadrônica é descrita em função de duas componentes: o fluxo de fótons e a seção de choque de fotoprodução. O primeiro descreve a radiação eletromagnética emitida por um dos hádrons em colisão, enquanto o segundo caracteriza a interação da radiação (fótons) com o alvo hadrônico. Em nossos cálculos, descrevemos a seção de choque de fotoprodução a partir do formalismo de dipolos de cor, no qual já estão incluídos efeitos de supressão como o fenômeno de saturação partônica. No formalismo em questão, o fóton flutua em um par quark-antiquark que, por sua vez, interage com o alvo e, por fim, se recombina para formar o méson. Para descrever a interação do dipolo com o alvo, modelos de dipolo baseados na equação BK, a qual governa a dinâmica de evolução do dipolo, são utilizados. No regime UPC, calculamos a distribuição em rapidez e a seção de choque total dos mésons citados em colisões pp, p-Pb e Pb-Pb. Para pp e p-Pb, os modelos de dipolo CGC e BCGC apresentam melhor concordância com os dados de LHC. Por outro lado, os resultados para colisões Pb-Pb superestimam os dados (somente para J/ψ até o momento), nos levando a concluir que o formalismo de dipolos não está considerando todo o efeito de supressão. No regime periferal, as colaborações ALICE e STAR observaram um grande excesso na produção de J/ψ para pequeno p_T . Visto que a fotoprodução exclusiva atua nesta região cinemática, nós estendemos o formalismo de dipolos usado em UPC através da construção de três cenários baseados na geometria da colisão: (cenário 1) aplicação direta do fluxo de fótons usual, com dependência no parâmetro de impacto, e da seção de choque fotonuclear UPC sem qualquer outra modificação relevante; (cenário 2) aplicação de um fluxo de fótons efetivo, construído em função do fluxo de fótons usual, e da seção de choque fotonuclear UPC; (cenário 3) além do fluxo de fótons efetivo, também foi considerada uma seção de choque fotonuclear efetiva. Os resultados obtidos com os três diferentes cenários foram comparados com as medidas de ALICE, mostrando melhor acordo com os dados no cenário 3, principalmente nas regiões mais centrais (30%-50% and 50%-70%). Embora não seja possível afirmar que a fotoprodução exclusiva é a única responsável pelo excesso de J/ψ observado nos experimentos, existem indicações de que este mecanismo de produção é responsável por uma significativa parte deste efeito.

Abstract

In this work, the exclusive photoproduction for the heavy vector mesons $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ is investigated in peripheral and ultraperipheral collisions at LHC energies. Using the Weizsäcker-Williams method, the hadronic cross section was written in function of two components: the photon flux and the photoproduction cross section. The photon flux describes the electromagnetic radiation emitted for one of the incoming hadrons, while the photoproduction cross section characterizes the scattering of radiation (photons) on the hadronic target. In our calculations, the photoproduction cross section is described by colour dipole formalism, in which are already present suppression effects like the partonic saturation phenomenon. In this formalism, the incoming virtual photon fluctuates into a quark-antiquark pair, then the $q\bar{q}$ pair scatters elastically into the proton, and finally the $q\bar{q}$ pair recombines to form the meson. To describe the dipole-target interaction, dipole models based in the BK equation, which governs the dynamics of dipole evolution, was used. In the UPC regime, the rapidity distribution and the total cross section was calculated for the V mesons in pp, p-Pb and Pb-Pb collisions. For pp and p-Pb, the dipole models CGC and bCGC presented better agreement with the LHC data. Therefore, the results for Pb-Pb collisions overestimate the data (only for J/ψ so far) in the large rapidity range, possibly meaning that the dipole formalism is not considering all the suppression effects. In the peripheral regime, the ALICE and STAR collaborations observed an excess for J/ψ production at very small p_T . Since exclusive photoproduction operates in this kinematic region, the dipole formalism used in UPC was extended to peripheral regime considering three scenarios based in the geometry of the collision: (scenario 1) the direct application of the usual photon flux with b dependence and of the photonuclear cross section with no relevant change in relation to the UPC, (scenario 2) the application of an effective photon flux keeping the photonuclear cross section unchanged, and (scenario 3) also considering an effective photonuclear cross section. The results obtained with the three different scenarios were compared with the ALICE measurements, showing a better agreement with the data in the more complete approach (scenario 3), mainly in the more central regions (30%-50% and 50%-70%). Although it is not yet possible to confirm that the exclusive photoproduction is fully responsible for the J/ψ excess observed in ALICE, however there are good indications that it produces a considerable part of the effect.

Trabalhos Relacionados

Artigos

- *Heavy meson photoproduction in peripheral AA collisions*, M. B. Gay Ducati e S. Martins, Phys. Rev. D97 (2018) 116013;
- *J/ψ photoproduction in peripheral AA collisions*, M. B. Gay Ducati e S. Martins, Phys. Rev. D96 (2017) 056014;
- *Photoproduction of Upsilon states in ultraperipheral collisions at the CERN Large Hadron Collider within the color dipole approach*, M. B. Gay Ducati, F. Kopp, M. V. T. Machado e S. Martins, Phys. Rev. D94 (2016) 094023.

Proceedings

- *Exclusive Photoproduction J/ψ in Peripheral Pb-Pb*, M. B. Gay Ducati e S. Martins, 14th International Workshop on Hadron Physics (Hadron Physics 2018), arXiv:1806.03358;
- *Transverse Momentum Distribution in Ψ(1S, 2S) Photoproduction in PP and AA Collisions at the LHC*, M. B. Gay Ducati e S. Martins, 7th International Workshop on Astronomy and Relativistic Astrophysics (IWARA 2016), Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. 45 (2017) 1760058;
- *Transverse Momentum Distribution in Quarkonium Photoproduction in pp and AA Collisions at the LHC*, M. B. Gay Ducati, F. Kopp, M. V. T. Machado e S. Martins, 38th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2016), PoS ICHEP2016 (2016) 363.

Sumário

Introdução	8
1. Em Busca dos Graus de Liberdade Fundamentais	12
1.1 O Fóton	13
1.2 Os Mésons	15
1.3 As Antipartículas	16
1.4 Neutrinos	17
1.5 Partículas Estranhas	18
1.6 O Caminho do Octeto	22
1.7 O Modelo de Quarks	23
2. O Modelo Partônico e a Cromodinâmica Quântica	27
2.1 A Cromodinâmica Quântica	27
2.1.1 Liberdade Assintótica e Confinamento	30
2.2 Espalhamento Profundamente Inelástico - DIS	33
2.3 A Equação de Evolução DGLAP	41
2.3.1 Aproximação do Duplo Logaritmo	47
2.4 A Equação de Evolução BFKL	49
2.4.1 O Pomeron de Low-Nussinov	49
2.4.2 A Solução da Equação BFKL	54
2.4.3 Problemas da Equação BFKL	55
2.5 A Equação de Evolução BK	56
2.6 Resumo e Conclusão	58
3. Difração Hadrônica em Altas Energias	59
3.1 Introdução	59
3.2 Espalhamento Elástico de Dois Corpos	60
3.2.1 Espalhamento Inclusivo Simples	64

3.2.2	Difração Inclusiva Simples	66
3.2.3	Lacunas de Rapidez	67
3.3	O Método de Weizsäcker-Williams	70
3.4	Resumo e Conclusão	73
4.	O fluxo de fótons e o Formalismo de Dipolos de Cor	74
4.1	O espectro de fótons equivalentes	74
4.2	O Formalismo de Dipolos de Cor	78
4.2.1	DIS no Formalismo de Dipolos	78
4.2.2	Fatorização da Seção de Choque Fóton-Alvo	81
4.3	Funções de Onda	83
4.3.1	Função de Onda Frontal do Fóton	83
4.3.2	Função de Onda Frontal dos Mésons Vetoriais	84
4.4	Seções de Choque de Dipolo	91
4.4.1	Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW)	91
4.4.2	Bartels, Golec-Biernat e Kowalski (BGBK)	92
4.4.3	B-SAT	94
4.4.4	Iancu, Itakura e Munier (IIM)	95
4.4.5	Watt, Motyka and Kowalski - bCGC)	98
4.5	Resumo do Capítulo	98
5.	Fotoprodução Exclusiva de Mésons Vetoriais Pesados	100
5.1	Introdução	100
5.2	Fotoprodução Exclusiva em Colisões pp	101
5.2.1	O Fluxo de Fótons do Próton	102
5.2.2	A Seção de Choque Fóton-Próton	103
5.2.3	Resultados	104
5.3	Fotoprodução Exclusiva em UPC	107
5.3.1	Fotoprodução Exclusiva em Colisões p-Pb	109
5.3.2	Fotoprodução Exclusiva Coerente em Colisões Pb-Pb	114
5.4	Resumo do Capítulo	119
6.	Fotoprodução Exclusiva em Colisões Periféricas	121
6.1	Introdução	121
6.2	O Fluxo de Fótons com Dependência em b	121
6.3	A Distribuição de Rapidez Média	124
6.3.1	O Fluxo de Fótons Efetivo	125

6.3.2	A Seção de Choque Fotonuclear Efetiva	129
6.4	O Fator de Modificação Nuclear	131
6.5	Conclusão	135
7.	Conclusão Final e Perspectivas	136
	Apêndice	137
A.	Variáveis no Cone de Luz	138
B.	Parâmetros das Funções de Onda	139
B.1	Estados Fundamentais	141
B.2	Estados Excitados $\psi(2S)$ e $Y(2S)$	142
B.3	Estado Excitado $Y(3S)$	143

Introdução

Ao longo dos últimos anos, experimentos envolvendo colisões hadrônicas de altas energias vêm reafirmando a Cromodinâmica Quântica (QCD) como a principal teoria para a descrição das interações fortes. Nesta, os quarks e glúons são vistos como os graus de liberdade fundamentais da matéria hadrônica com ambos portando um novo número quântico denominado carga de cor. Enquanto os quarks atuam diretamente na composição dos hádrons (prótons, nêutrons, píons, káons, entre outros) e podem participar das interações eletromagnéticas devido a posse de carga elétrica, os glúons, que não possuem essa propriedade, atuam exclusivamente como bósons mediadores da interação forte. Duas características fundamentais diferenciam a QCD da Eletrodinâmica Quântica (QED): a liberdade assintótica e o confinamento. A liberdade assintótica é caracterizada por um regime de baixa interação entre os quarks (constante de acoplamento $\alpha_s \ll 1$), permitindo que a teoria de perturbação seja aplicada na QCD (pQCD). Esta propriedade pode ser verificada sondando o hádron com partículas (ex. fótons) altamente energéticas, capazes de atingir pequenas escalas de comprimento de onda, onde o fenômeno ocorre. Por outro lado, o confinamento é de característica não perturbativa e pode ser descrito como o aprisionamento dos quarks na formação dos hádrons, de modo que quarks isolados não podem ser detectados. Em geral, a investigação da estrutura hadrônica é realizada por meio de colisões no limite de altas energias. Este limite é importante, não só devido à viabilidade da QCD perturbativa, mas principalmente por causa da maior capacidade de resolução da sonda, o que permite investigar fenômenos importantes como a saturação partônica.

No limite ultrarelativístico, o método de Weizsäcker-Williams garante que a seção de choque para colisões entre hádrons carregados possa ser descrita pela convolução de um fluxo de fótons, produzido por um dos hádrons, com a seção de choque de interação fóton-alvo. O fluxo de fótons, de maneira mais geral, pode ser descrito em função do parâmetro de impacto da colisão e do fator de forma eletromagnético do hadron emissor, responsável por modular a distribuição de carga elétrica no hádron. Por outro lado, a seção de choque fóton-alvo (seção de choque de fotoprodução) pode ser descrita pelo formalismo de dipolos de cor, onde o dipolo é um objeto formado a partir da flutuação de um fóton em um par $q\bar{q}$. Esta

descrição da interação hadrônica via interação eletromagnética é muito útil no regime das colisões ultraperiféricas (UPC), onde podemos negligenciar os efeitos da interação forte, de modo que os mecanismos de fotoprodução dominam a interação hadrônica através da troca de fótons. Além disso, a fotoprodução atua como uma fonte de informações mais limpa em comparação aos mecanismos de hadroprodução, na qual diversos efeitos nucleares, não muito esclarecidos, estão presentes.

Entre os mecanismos de fotoprodução, estamos interessados na difração exclusiva de mésons vetoriais pesados ($\gamma + A \rightarrow V + A$), na qual um fóton γ de baixa virtualidade $Q^2 \sim 0$ se transforma em um méson V após interagir com um hádron A , sem ocorrer a dissociação do hádron. De maneira geral, reações difrativas são caracterizadas pela troca dos números quânticos do vácuo entre as partículas em colisão, mas podem ser identificadas experimentalmente pela presença de lacunas de rapidez no estado final. Outro processo possível, mas que não será abordado neste trabalho, é a fotoprodução inclusiva ($\gamma + A \rightarrow V + X$), caracterizado por um fóton de maior virtualidade, suficiente para dissociar o hádron A em um conjunto de novos estados representado por X . A produção de mésons vetoriais pesados, cujas massas superam os 3 GeV, permite que a massa destas partículas atue como escala perturbativa para o problema. Por outro lado, em processos tipicamente não-perturbativos como a fotoprodução de mésons leves, onde a massa não pode mais atuar como escala perturbativa, o processo ainda pode ser calculado através da pQCD utilizando modelos de saturação. Neste caso, a chamada *escala de saturação* $Q_s(x)$, a qual representa a escala inicial para o surgimento de processos não lineares como a recombinação de glúons, passa a atuar como escala perturbativa.

Experimentalmente, o Large Hadron Collider (LHC), no primeiro período de operações (run I), investigou a fotoprodução de mésons leves e pesados no regime das colisões ultraperiféricas de íons pesados (UPC). A fotoprodução exclusiva de estados de charmônio - J/ψ e $\psi(2S)$ - foi medida em colisões próton-próton ($\sqrt{s} = 7$ TeV), próton-núcleo ($\sqrt{s} = 5.02$ TeV) e núcleo-núcleo ($\sqrt{s} = 2.76$ TeV). Também foram apresentadas medidas para a fotoprodução exclusiva de botomônio - $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$ - nas energias $\sqrt{s} = 7$ e 8 TeV em colisões próton-próton. Nestes limites de energia, a distribuição de glúons proveniente das emissões radiativas de quarks ($q \rightarrow q+g$) e, principalmente, de outros glúons ($g \rightarrow g+g$), domina a função de estrutura do hádron permitindo negligenciar a distribuição dos quarks. Assim, a comparação com os dados experimentais nos permite restringir e modelar a distribuição de glúons para diferentes processos sobre uma grande região cinemática. Além das medidas em UPC, um grande excesso na produção de J/ψ foi observado pela colaboração ALICE (LHC) na região de pequeno momento transversal ($p_T < 0.3$ GeV/c) para colisões

periferais Pb-Pb. O mesmo fenômeno foi observado pela colaboração STAR no Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) para colisões Au-Au e U-U em energias mais baixas. Visto que a fotoprodução exclusiva atua na região de pequeno p_T , este mecanismo de produção foi utilizado neste trabalho para investigar o excesso de J/ψ observado nos experimentos.

Este trabalho é dividido em seis capítulos:

Capítulo 1 - partindo do modelo atômico de Thomson e finalizando com o conceito de quarks introduzido por Gell-Mann e Zweig, fornecemos uma breve descrição histórica sobre as principais descobertas que levaram, gradualmente, à redefinição sobre os componentes fundamentais da matéria.

Capítulo 2 - apresentamos os aspectos básicos que fundamentam a teoria das interações fortes (QCD), desde o modelo de pártons aplicado ao espalhamento profundamente inelástico (DIS) até as equações de evolução lineares (DGLAP e BFKL). Equações não lineares são apresentadas (GLR, AGL, CGC e BK), mas apenas a equação de evolução BK é descrita com mais profundidade.

Capítulo 3 - descrevemos aspectos importantes da difração hadrônica em altas energias, conceituando o espalhamento elástico, a difração inclusiva simples e a difração inclusiva dupla. Apresentamos a cinemática para o processo de espalhamento elástico de dois corpos e adaptamos sua cinemática para o espalhamento inclusivo simples. Este último, servirá de base para o desenvolvimento da cinemática relacionada à difração inclusiva simples. Mostramos que processos difrativos são caracterizados por grandes lacunas de rapidez no estado final e finalizamos o capítulo com a descrição do método de Weizsäcker-Williams mencionado anteriormente.

Capítulo 4 - as equações para o fluxo de fótons de uma carga pontual e para a seção de choque de fotoprodução (γp) são apresentadas. Em particular, a seção de choque γp depende fenomenologicamente da função de onda do méson vetorial e da seção de choque de dipolo. Para a função de onda do méson, a parametrização Boosted Gaussian é analisada com maior profundidade e seus parâmetros livres são recalculados para todos os mésons de interesse. Em relação à seção de choque de dipolo, apresentamos diversos modelos descritos na literatura, a partir dos quais selecionamos três (GBW, CGC e b-CGC) em nossos cálculos.

Capítulo 5 - utilizando boa parte do formalismo teórico apresentado no capítulo 4, calculamos a distribuição em rapidez e a seção de choque total para fotoprodução exclusiva dos

mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em colisões próton-próton, e colisões ultraperiféricas próton-núcleo e núcleo-núcleo. Em nossos cálculos, consideramos a parametrização Boosted Gaussian para descrever a função de onda dos mésons e os modelos GBW, CGC e b-CGC para quantificar a seção de choque dipolo-alvo.

Capítulo 6 - em nosso último capítulo, estendemos os cálculos de UPC sobre o regime das colisões periferais a fim de testar a robustez do formalismo de dipolos e fornecer uma possível explicação para o excesso de J/ψ observado em ALICE na região de pequeno p_T , onde contribuições da fotoprodução podem ser relevantes. Calculamos a distribuição média de rapidez e o fator de modificação nuclear (R_{AA}) com ênfase na produção de J/ψ . Na transição UPC \rightarrow periferal, três abordagens foram consideradas: (cenário 1) aplicação direta do fluxo de fótons usual, com dependência em b , e da seção de choque fotonuclear UPC sem qualquer outra modificação relevante, (cenário 2) aplicação de um fluxo de fótons efetivo, construído em função do fluxo de fótons usual, e da seção de choque fotonuclear UPC e (cenário 3) onde, além do fluxo efetivo, também foi considerada uma seção de choque fotonuclear efetiva.

Capítulo 1

Em Busca dos Graus de Liberdade Fundamentais

No fim do século XIX, experimentos envolvendo raios catódicos demonstraram que estes eram formados por feixes de partículas de carga negativa e, portanto, estariam sujeitos a deflexão por campos elétricos e magnéticos. Fazendo uso deste efeito, J. J. Thomson, em 1897, elaborou um experimento onde um feixe de raios catódicos atravessava os campos elétrico e magnético, enquanto estes eram ajustados até não haver mais deflexão. Seguindo esta metodologia, foi encontrada a razão¹ carga/massa $\sim 0.7 \times 10^{11} C/Kg$, sugerindo a existência ou de uma carga muito elevada ou de uma massa extramamente pequena. A partir de evidências indiretas, Thomson chegou na segunda conclusão, inferindo que a massa de cada partícula, a qual ele chamou de corpúsculo, representava $\sim 1/2000$ da massa do átomo de hidrogênio. Mais tarde, Thomson notou a presença destes corpúsculos no efeito termiônico e no efeito fotoelétrico, sempre com a mesma razão carga/massa, e os identificou como sendo o elétron, a unidade elementar de carga que havia sido proposta, anos antes, pelo alemão Hermann von Helmholtz e pelo irlandês George Johnstone Stoney. Por fim, Thomson supôs, corretamente, que os elétrons eram constituintes dos átomos e, dessa forma, elaborou um modelo atômico em que os elétrons estariam suspensos em uma pasta carregada positivamente, semelhante (segundo ele) a um "pudim de ameixas" [1].

O modelo de Thomson foi superado após os experimentos de Ernest Rutherford, nos quais um feixe de partículas- α (núcleos de hélio) incidia sobre uma fina folha de ouro de 30 a 50 milionésimos de centímetro. De acordo com o modelo de Thomson, as partículas- α deveriam atravessar a folha de ouro sem sofrer grandes desvios, visto que os elétrons, por serem muito leves, não afetariam a passagem do feixe. No entanto, Rutherford observou que uma pequena parte das partículas incidentes sofria grandes deflexões (superiores à 90°),

¹ O valor reconhecido atualmente é de $\sim 1.76 \times 10^{11} C/Kg$. Essa diferença decorre do fato de que Thomson não levou em consideração o efeito do campo magnético terrestre.

o que permitiu concluir que a maior parte da massa do átomo estava concentrada em uma pequena região no centro do átomo, constituindo um núcleo de carga positiva. Rutherford, então, propôs um modelo onde os elétrons deveriam girar ao redor do núcleo atômico, de maneira similar ao comportamento dos planetas ao redor do sol [2].

Embora o modelo atômico de Rutherford explicasse de maneira mais realista a constituição e a distribuição das partículas no átomo, a ideia de um elétron orbitando o núcleo em uma órbita estável violava a teoria eletromagnética clássica de Maxwell, na qual uma partícula carregada em movimento acelerado deveria perder energia através da emissão de radiação eletromagnética. Em outras palavras, o elétron deveria perder energia via emissão de radiação e, por consequência, exibir uma órbita em espiral até colidir com o núcleo. Dois anos mais tarde, este problema foi superado por Niels Bohr que postulou a quantização do momento angular do elétron, de maneira que a radiação emitida pelos elétrons ao transitar entre duas órbitas de energia E_n e E_m seria dada em função da constante de Planck $h\nu = E_n - E_m$. Com este novo conceito, Bohr conseguiu explicar o espectro de radiação do átomo de hidrogênio, permitindo idealizar que átomos mais pesados eram formados por um núcleo composto por dois ou mais prótons, ligados entre si, e um correspondente número de elétrons orbitando o núcleo [3]. No entanto, o segundo átomo mais pesado (Hélio) era quatro vezes mais pesado que o Hidrogênio e continha dois elétrons, enquanto o terceiro átomo mais pesado (Lítio) era sete vezes mais pesado que o Hidrogênio e continha três elétrons. A estrutura de átomos mais pesados só foi explicada em 1932 quando Chadwick descobriu o nêutron [4]. Com a inclusão do nêutron, o núcleo de Hélio seria composto por dois prótons e dois nêutrons, enquanto o núcleo do Lítio seria composto por três prótons e quatro nêutrons.

Com as descobertas do elétron, do próton e do nêutron, um passo relevante foi dado em direção a uma descrição mais realista da estrutura da matéria. No que segue, vamos apresentar um resumo histórico sobre o desenvolvimento da física de partículas, iniciando pela discretização do fóton, passando pelas antipartículas, neutrinos e partículas estranhas, e finalizando com a formulação do modelo de quarks que, por sua vez, permitiu organizar o enorme conjunto de partículas existentes.

1.1 O Fóton

A primeira contribuição para a descrição do fóton como o conhecemos hoje foi realizada por Planck, em 1900, quando o mesmo investigava a radiação eletromagnética emitida por um objeto quente (radiação de corpo negro). De acordo com a mecânica estatística, aplicada com sucesso na descrição de outros processos termais, a potência total irradiada deveria

ser infinita. Esta anomalia passou a ser conhecido como “catástrofe do ultravioleta”. Na tentativa de contornar o problema, Planck assumiu que a energia associada a um conjunto de ondas eletromagnéticas estacionárias, oscilando de forma senoidal no tempo no interior do corpo negro, deveria ser quantizada seguindo a relação $E = h\nu$, onde ν é a frequência da radiação e $h = 6.626 \times 10^{-27}$ erg·s a constante de Planck [5]. Embora este novo mecanismo de emissão tenha funcionado muito bem na descrição da radiação de corpo negro, Planck não sabia explicar porque a radiação eletromagnética era quantizada, limitando-se a declarar que a quantização era um efeito do processo de emissão. Ao contrário desta afirmativa, Einstein, em 1905, argumentou que a quantização era uma característica do próprio campo eletromagnético e utilizou a ideia de Planck para explicar o efeito fotoelétrico. Este efeito consiste na extração de elétrons da superfície de um metal quando o mesmo é exposto à radiação eletromagnética com níveis específicos de energia. Neste processo, a radiação, formada por pacotes de luz (fótons), ao interagir com o elétron, transfere para o mesmo uma quantidade de energia $h\nu$, produzindo um elétron livre com energia

$$E \leq h\nu - W, \quad (1.1)$$

onde W é um valor de energia característico do metal que representa o trabalho necessário para extração do elétron.

Embora a equação (1.1) tenha sido testada com sucesso nos experimentos realizados por Millikan, foi somente com os estudos conduzidos por A. H. Compton, em 1923, que a ideia da quantização da radiação eletromagnética passou a ser aceita de maneira mais ampla. Em seus experimentos envolvendo o espalhamento de fótons sobre um alvo de massa m , Compton descobriu que o comprimento de onda da luz ao ser espalhada sobre a partícula em repouso sofria um deslocamento de acordo com a equação

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos(\theta)), \quad (1.2)$$

onde λ é o comprimento de onda incidente, λ' o comprimento de onda espalhado, θ o ângulo de espalhamento e $\lambda_c = h/mc$ é o comprimento de onda Compton do alvo. Do ponto de vista da mecânica clássica, a equação (1.2) pode ser obtida a partir da conservação de energia e momento relativísticos. Considerando o espalhamento do fóton sobre um elétron em repouso e utilizando a cinemática descrita pela Figura 1.1, teríamos, por conservação de energia,

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + \sqrt{\mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad (1.3)$$

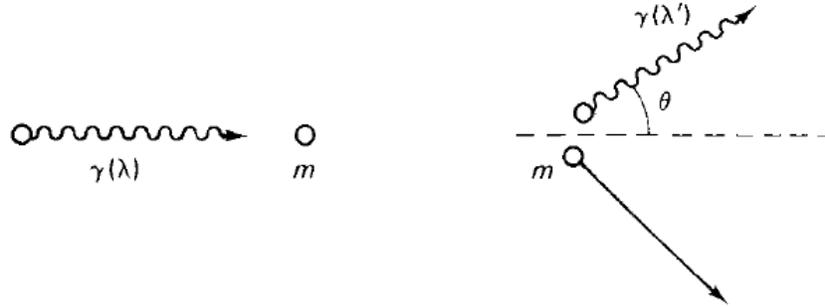


Fig. 1.1: Ilustração do espalhamento Compton, no qual um fóton com comprimento de onda λ ao incidir sobre uma partícula em repouso, de massa m , é espalhado portando um novo comprimento de onda λ' .

onde \mathbf{p} e m representam o momento tridimensional e a massa do elétron, respectivamente. Por outro lado, por conservação do momento $\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{p}'_\gamma + \mathbf{p}_e$, chega-se em

$$\mathbf{p}_e^2 = (\mathbf{p}_\gamma)^2 + (\mathbf{p}'_\gamma)^2 - 2|\mathbf{p}_\gamma||\mathbf{p}'_\gamma|\cos\theta \quad (1.4)$$

$$= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\theta \quad (1.5)$$

Substituindo esta última equação em (1.3), é obtida a relação

$$\nu mc^2 = \nu' mc^2 + h\nu\nu'(1 - \cos\theta) \quad (1.6)$$

que, após a substituição $\nu = c/\lambda$, pode ser reescrita como

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos(\theta)) \quad (1.7)$$

A dependência de (1.7) com λ_c e, portanto, com h , revela o comportamento corpuscular da radiação eletromagnética, reafirmando a validade da Eq. (1.1).

1.2 Os Mésons

Pouco tempo após a descoberta do nêutron, ainda não estava claro o que mantinha o núcleo atômico estável, uma vez que os prótons presentes no núcleo deveriam se repelir mutuamente. Deveria haver alguma força ainda mais intensa do que a repulsão elétrica a fim de sustentar a ligação entre prótons (e nêutrons). A primeira teoria relevante sobre a força

nuclear forte foi proposta por Yukawa em 1934 [6], o qual assumiu que prótons e nêutrons deveriam estar ligados por algum tipo de campo, quantizado, cuja partícula intermediadora, a fim de garantir o curto alcance da força nuclear forte, deveria possuir uma massa consideravelmente alta ~ 6 vezes a massa do próton. Alguns anos depois, com o avanço no estudo dos raios cósmicos, Powell, Occhialini e Lattes identificaram duas partículas de peso mediano que poderiam se encaixar na teoria de Yukawa: o π (píon) e o μ (múon) [7, 8]. A primeira, que era produzida no limite superior da atmosfera e se desintegrava rapidamente antes de atingir o solo, era, de fato, o méson de Yukawa responsável, no nível hadrônico², pela interação nuclear forte. A segunda, produzida a partir do decaimento do π , possuía um maior tempo de vida e pertencia à família dos léptons, sendo uma versão mais pesada do elétron.

1.3 As Antipartículas

Embora o desenvolvimento da mecânica quântica não-relativística tenha ocorrido em um período relativamente curto, sua extensão para o cenário relativístico se mostrou uma difícil tarefa. Em 1927, Dirac formulou uma equação que descrevia elétrons livres relativísticos com energia dada por $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$. Contudo, para cada solução com energia positiva $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$, havia uma correspondente solução com energia negativa $E = -\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ [5]. No intuito de dar sentido às soluções com energia negativa, Dirac postulou que os estados com essa energia estavam todos ocupados constituindo um mar infinito de elétrons com $E < 0$. Desta forma, partindo do princípio de exclusão de Pauli (dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado quântico), os elétrons que nós observamos seriam justamente aqueles com energia positiva. Além disso, caso um dos elétrons do mar recebesse energia suficiente para se tornar um elétron com energia positiva, o buraco deixado no mar seria interpretado como um elétron de carga positiva com $E > 0$. Posteriormente, em 1931, Anderson descobriu o pósitron [9], uma partícula com carga positiva muito semelhante ao elétron.

Ainda que a formulação de Dirac tenha previsto com precisão a existência de antipartículas, a idéia de uma mar infinito de elétrons invisíveis não foi bem aceita pela comunidade científica da época. Anos mais tarde, Stueckelberg [10] e Feynman [11] forneceram uma interpretação mais simples para os estados com energia negativa, na qual as soluções com $E < 0$ poderiam ser reescritas como estados de energia positiva de uma diferente partícula

² Nível hadrônico é o nível de interação entre prótons e nêutrons, por exemplo. No nível partônico (sub-nuclear), a força nuclear forte é caracterizada pela interação entre quarks e glúons.

(o pósitron). De maneira geral, a união entre relatividade especial e mecânica quântica levou a esse dualismo presente na equação de Dirac, o qual é uma característica universal da teoria quântica de campos: para cada partícula, existe uma correspondente antipartícula de mesma massa, mas com carga elétrica oposta.

1.4 Neutrinos

No estudo do decaimento nuclear β , uma questão fundamental envolvendo uma possível violação na conservação de energia levou à formulação do neutrino, uma partícula eletricamente neutra que interage muito fracamente com a matéria. Na época (1930), o decaimento nuclear β era caracterizado pela transformação³ de um núcleo radioativo A em um núcleo ligeiramente mais leve B (com uma unidade de carga positiva a mais em relação à A), através da emissão de um elétron:

$$A \rightarrow B + e^- . \quad (1.8)$$

Caso o processo (1.8) estivesse correto, a energia do elétron no sistema de centro de massa, com A em repouso, poderia ser calculada a partir da conservação de energia e momento, conforme

$$m_A c^2 = \sqrt{\mathbf{p}_B^2 + m_B^2 c^4} + E_e \quad (1.9)$$

$$= \sqrt{\mathbf{p}_e^2 + m_B^2 c^4} + E_e, \quad \mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_e, \quad (1.10)$$

que, após manipulações algébricas, resulta em [5]

$$E_e = \frac{(m_A^2 - m_B^2 + m_e^2) c^2}{2m_A}. \quad (1.11)$$

Contudo, quando os experimentos foram realizados, foi observado um amplo espectro de energias para o elétron, de maneira que a Eq. (1.11) era capaz de determinar somente a energia máxima do elétron, para um caso particular do decaimento β . A fim de salvar a conservação de energia, Pauli sugeriu que outra partícula, eletricamente neutra e possivelmente sem massa, estava sendo emitida junto com o elétron. Pouco tempo depois, Fermi apresentou uma teoria mais consistente do decaimento β envolvendo o decaimento do nêutron, a qual incluía a partícula de Pauli, mostrando que a sua sugestão deveria ser

³ Hoje sabemos que A e B correspondem ao nêutron e próton, respectivamente. Mas naquele tempo, o nêutron ainda não havia sido descoberto.

levado em consideração. Fermi chamou a partícula de neutrino (ν), de modo que o processo foi definido, na época, por

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \nu. \quad (1.12)$$

Hoje, sabemos que o processo correto é dado pela reação

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (1.13)$$

onde o neutrino ν foi substituído pelo antineutrino do elétron ($\bar{\nu}_e$) por razões de conservação do número leptônico que ficarão mais claras na próxima seção. Embora, nos anos seguintes, evidências indiretas de caráter mais teórico tenham conseguido sustentar a ideia da existência dos neutrinos, até 1950 ainda não havia qualquer verificação experimental direta destas partículas. Elas não deixavam traços e nem decaíam, de modo que qualquer verificação experimental se tornava uma tarefa difícil. O neutrino só foi detectado em meados dos anos 50 no reator nuclear de Savannah River [12], quando Cowan e Reines utilizaram um grande tanque de água para detectar a reação inversa do decaimento beta

$$\bar{\nu} + p^+ \rightarrow n + e^+. \quad (1.14)$$

Atualmente, são conhecidos três diferentes tipos de neutrinos (e antineutrinos), cada um com um sabor leptônico específico: (anti)neutrino do elétron ($\bar{\nu}_e$) ν_e , (anti)neutrino do múon ($\bar{\nu}_\mu$) ν_μ e (anti)neutrino do táu ($\bar{\nu}_\tau$) ν_τ . Estudos atuais revelam que neutrinos de um sabor leptônico específico podem se transformar uns nos outros através de um fenômeno chamado oscilação de neutrinos [13]. A existência deste fenômeno é de grande interesse teórico, pois implica na massa não-nula para o neutrino, ao contrário do que era previsto inicialmente.

1.5 Partículas Estranhas

De maneira geral, todos os processos observados até hoje obedecem as leis de conservação fundamentais:

- Conservação de massa (obedecendo a relação massa-energia);
- Conservação de momento (linear e angular);
- Conservação de carga elétrica.

No entanto, quando a física de partículas ainda estava em sua fase inicial, alguns processos que também obedeciam estes princípios fundamentais e que, portanto, deveriam ocorrer,

não eram observados. A fim de explicar a ausência destas reações, foram desenvolvidas ao longo do tempo novas leis de conservação, baseadas nas características de cada grupo de partículas. Uma das reações de grande interesse era aquela que envolvia a estabilidade do próton e que, até 1938, não possuía nenhuma explicação razoável para o não decaimento do mesmo. Em termos de processo, a reação, por exemplo, $p^+ \rightarrow e^+ + \gamma$, que obedecia todas as leis de conservação fundamentais, não era observada (de fato, se o fosse, todos os núcleos se desintegrariam e não estaríamos aqui para observar nada de qualquer forma.). A fim de fornecer uma explicação, foi proposto por Stückelberg um novo princípio de conservação, denominado lei de conservação do número bariônico [5]. Para todos os bárions⁴ conhecidos (apenas prótons e nêutrons naquele momento) foi atribuído um número bariônico $A = +1$, enquanto para os antibárions (\bar{p} e \bar{n}) foi atribuído o valor $A = -1$. Para qualquer outra partícula, como elétrons e múons, o número bariônico seria nulo. Este novo princípio foi capaz de explicar porquê o processo de decaimento beta $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ era permitido ($A = 1$ antes e depois da reação), enquanto o processo de decaimento do próton (conjuntamente com o princípio de conservação de energia momento), $p^+ \rightarrow e^+ + \gamma$, seria proibido ($A = 1$ antes e $A = 0$ depois). No entanto, reações como, por exemplo, $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e$, não eram observadas, mesmo obedecendo a todas as leis de conservação, incluindo a do número bariônico. Foi necessário, então, criar um novo princípio de conservação direcionado ao setor leptônico (elétron, múon e tau). Este trabalho foi realizado por Konopinski e Mahmoud que, em 1953, propuseram o princípio da conservação do número leptônico, de maneira que em qualquer processo físico a soma do número leptônico antes da reação deveria ser igual à soma do número leptônico dos produtos finais. De maneira similar aos bárions, para cada lépton, e seu respectivo neutrino, foi atribuído um número leptônico conforme descrito na Tabela 1.1. Na tabela, os números à esquerda são para as partículas, enquanto os números à direita são para as antipartículas. Para qualquer outra partícula fora do setor leptônico, foi atribuído um valor nulo.

⁴ Naquele tempo, o conceito de bárions estava muito mais ligado à massa das partículas do que à sua estrutura. Atualmente, o conceito de bárions se refere a partículas compostas por três quarks.

A família dos léptons			
	L_e	L_μ	L_τ
e^- / e^+	+1 / -1	0 / 0	0 / 0
$\nu_e / \bar{\nu}_e$	+1 / -1	0 / 0	0 / 0
μ^- / μ^+	0 / 0	+1 / -1	0 / 0
$\nu_\mu / \bar{\nu}_\mu$	0 / 0	+1 / -1	0 / 0
τ^- / τ^+	0 / 0	0 / 0	+1 / -1
$\nu_\tau / \bar{\nu}_\tau$	0 / 0	0 / 0	+1 / -1

Tab. 1.1: Número leptônico para todos os léptons conhecidos. Resultados à esquerda são para partículas. Resultados à direita se referem às antipartículas.

Desta forma, reações como o decaimento nuclear β , $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$, poderiam ocorrer, visto que

$$n(L_e = 0) \rightarrow p^+(L_e = 0) + e^-(L_e = 1) + \bar{\nu}_e(L_e = -1) \quad \text{conserva } L_e \quad (1.15)$$

$$n(L_\mu = 0) \rightarrow p^+(L_\mu = 0) + e^-(L_\mu = 0) + \bar{\nu}_e(L_\mu = 0) \quad \text{conserva } L_\mu \quad (1.16)$$

$$n(L_\tau = 0) \rightarrow p^+(L_\tau = 0) + e^-(L_\tau = 0) + \bar{\nu}_e(L_\tau = 0) \quad \text{conserva } L_\tau \quad (1.17)$$

Isto explica o motivo da substituição do neutrino pelo antineutrino na reação proposta por Fermi para a radiação nuclear beta. Por outro lado, a reação citada anteriormente, $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e$, viola o número leptônico do elétron e do múon, conforme podemos ver em

$$\mu^-(L_e = 0) \rightarrow e^-(L_e = 1) + \nu_e(L_e = 1) \quad (1.18)$$

$$\mu^-(L_\mu = 1) \rightarrow e^-(L_\mu = 0) + \nu_e(L_\mu = 0) \quad (1.19)$$

$$\mu^-(L_\tau = 0) \rightarrow e^-(L_\tau = 0) + \nu_e(L_\tau = 0) \quad (1.20)$$

Voltando ao domínio dos bárions, em 1950 uma nova partícula foi descoberta a partir do produto do seu decaimento na reação

$$\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^- \quad (1.21)$$

Esta nova partícula, denominada lambda, era substancialmente mais pesada do que o próton e deveria pertencer à família dos bárions a fim de garantir a conservação do número bariônico. Posteriormente, muitos outros bárions pesados foram descobertos: sigmas (Σ 's), partículas cascata (Ξ 's), deltas (Δ 's) e outros. Estas novas partículas eram produzidas de

maneira excessiva e apresentavam uma característica peculiar: eram produzidas em uma escala muito pequena de tempo ($\sim 10^{-23}$ seg) e decaíam em um tempo relativamente grande ($\sim 10^{-10}$ seg). Poucos anos antes, estas mesmas características haviam sido observadas na detecção de mésons pesados como o kaon neutro

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (1.22)$$

e o kaon carregado

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ \pi^-. \quad (1.23)$$

Esta diferença na escala de tempo levou Pais e outros a sugerirem que o mecanismo de produção destas novas partículas era diferente daquele que governava a desintegração. Na linguagem atual, estas novas partículas (denominadas *estranhas*) eram produzidas pela força nuclear forte e decaíam via força nuclear fraca. Para definir quais reações envolvendo as partículas estranhas seriam permitidas, Gell-Mann e Nishijima atribuíram a cada partícula uma nova propriedade: a estranheza. Em termos de lei de conservação, esta nova propriedade deveria ser conservada em qualquer processo de interação forte, mas (diferente do número bariônico e leptônico) não era conservada em uma interação fraca. Assim, em uma colisão pión-próton, por exemplo, duas partículas estranhas poderiam ser produzidas, conforme

$$\pi^- + p^+ \rightarrow K^+ + \Sigma^- \quad (1.24)$$

$$\rightarrow K^0 + \Sigma^0 \quad (1.25)$$

$$\rightarrow K^0 + \Lambda \quad (1.26)$$

onde o valor de estranheza de alguns mésons e bárions é apresentado na Tabela 1.2. Por outro lado, no processo de decaimento a estranheza não é conservada, conforme pode ser observado nos processos

$$\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^- \quad (1.27)$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p^+ + \pi^0 \quad (1.28)$$

$$\rightarrow n + \pi^+. \quad (1.29)$$

	Bárions	Mésons
$S = 1$		K^0, K^+
$S = 0$	$n, p, \Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$	$\pi^-, \pi^0, \pi^+, \eta, \eta'$
$S = -1$	$\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Sigma^0$	K^-, \bar{K}^0
$S = -2$	Ξ^-, Ξ^0	
$S = -3$	Ω^-	

Tab. 1.2: Número de estranheza para bárions e mésons.

Com o crescimento acentuado do número de partículas, surgiu a necessidade em se obter uma organização mais consistente na família dos bárions e mésons. A primeira proposta bem sucedida foi o chamado *caminho do octeto*.

1.6 O Caminho do Octeto

O caminho do octeto foi um esquema geométrico criado por Gell-Mann com a finalidade de organizar a família dos bárions e mésons de acordo com sua carga elétrica e número de estranheza. Na Figura 1.2, apresentamos o octeto bariônico (esquerda) e o octeto mesônico (direita), onde as linhas horizontais correspondem aos valores de estranheza, enquanto as linhas diagonais estão ligados à carga elétrica.

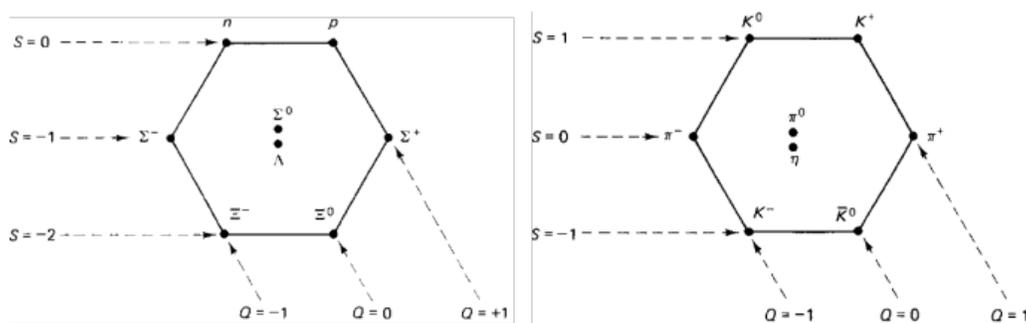


Fig. 1.2: Octeto bariônico (esquerda) e octeto mesônico (direita). Figura extraída de [5].

Exágonos não são os únicos arranjos possíveis. Um dos triunfos do caminho do octeto ocorreu na construção do chamado decuplete bariônico (Figura 1.3) quando Gell-Mann, baseado em seu esquema, previu a existência de uma nova partícula com carga -1 e $S=-3$: o Ω^- . Gell-Mann não apenas calculou a massa da nova partícula e o seu tempo de vida, como também informou aos experimentais como produzi-la, de modo que a partícula foi descoberta pouco tempo depois, em 1964.

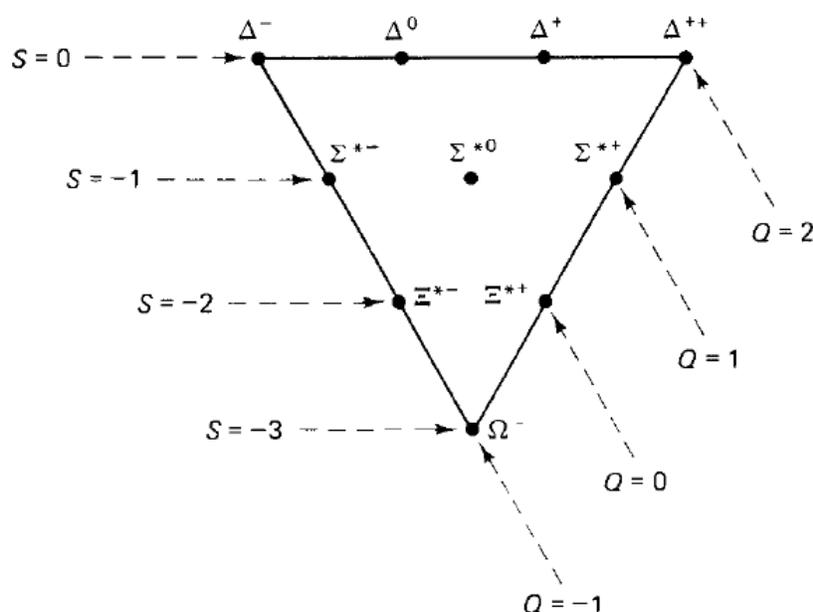


Fig. 1.3: *Decuplo bariônico. Figura extraída de [5].*

O caminho do octeto foi a primeira ideia, bem sucedida, a fornecer um meio de organizar o grande número de partículas existentes na época. No entanto, este mecanismo não era capaz de explicar porque os hádrons se organizavam desta forma. A explicação só veio com o modelo de quarks.

1.7 O Modelo de Quarks

O modelo de quarks, formulado independentemente por Gell-Mann e Zweig, estabelece que os bárions e mésons podem ser organizados em função de partículas elementares denominadas quarks [14]. Os bárions e antibárions seriam formados por quarks e antiquarks, respectivamente, enquanto os mésons seriam formados pelo par quark-antiquark. De maneira similar ao caminho do octeto, os quarks (na época, três: up(u), down(d) e strange(s)), bem como seus respectivos antiquarks, podiam ser organizados geometricamente conforme descrito na Figura 1.4.

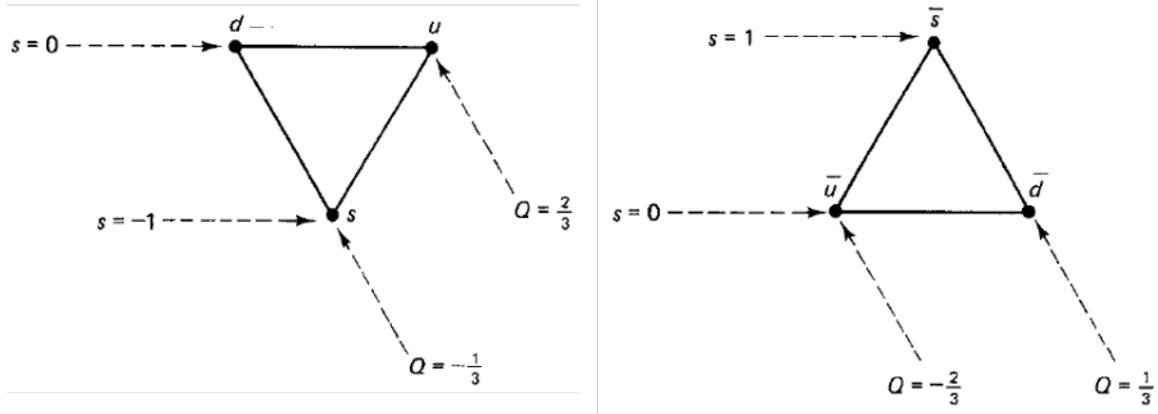


Fig. 1.4: Arranjo triangular para quarks (esquerda) e antiquarks (direita), ordenados pela carga elétrica e número de estranheza. Figura extraída de [5]

Seguindo esta abordagem, foi possível reconstruir os hádrons, em especial, o decuplete bariônico e o noneto mesônico, em função dos quarks u , d e s , conforme ilustrado na Tabela 1.3.

Decuplete Bariônico				Noneto Mesônico			
qqq	Q	S	Barion	$q\bar{q}$	Q	S	Meson
uuu	2	0	Δ^{++}	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	0	0	π^0
uud	1	0	Δ^+	$u\bar{d}$	1	0	π^+
udd	0	0	Δ^0	$d\bar{u}$	-1	0	π^-
ddd	-1	0	Δ^-	$\frac{u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s}}{\sqrt{6}}$	0	0	η
uus	1	-1	Σ^{*+}	$u\bar{s}$	1	1	K^+
uds	0	-1	Σ^{*0}	$d\bar{s}$	0	1	K^0
dds	-1	-1	Σ^{*-}	$s\bar{u}$	-1	-1	K^-
uss	0	-2	Ξ^{*0}	$s\bar{d}$	0	-1	\bar{K}^0
dss	-1	-2	Ξ^{*-}	$\frac{u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}}{\sqrt{3}}$	0	0	η'
sss	-1	-3	Ω^-				

Tab. 1.3: Subestrutura de bárions e mésons em função dos quarks.

Embora o modelo de quarks tenha fornecido uma forma mais clara e conceitualmente mais consistente para a organização dos hádrons, o modelo apresentava duas características problemáticas. Primeiro, quarks nunca haviam sido (e nunca foram) detectados isoladamente, mesmo possuindo propriedades favoráveis para a detecção como, por exemplo, a carga elétrica. O segundo problema, de origem mais teórica, era a explícita violação do

princípio da exclusão de Pauli, o qual, após ser estendido pela teoria de campos, estabelece que partículas de spin semi-inteiro, como os quarks, não podem ocupar o mesmo estado quântico. Claramente, o estado $\Delta^{++} = uuu$ (assim como Δ^- e Ω^-) violava o princípio da exclusão, uma vez que, no mínimo, um estado estaria repetido. Este problema foi contornado por O. W. Greenberg, o qual sugeriu a existência de um novo número quântico denominado cor. Seguindo a ideia de Greenberg, cada quark seria classificado pelo seu sabor (up, down ou strange) e também pela sua cor, onde esta última poderia variar entre red, green e blue. Com este novo número quântico, quarks de mesmo sabor e cargas de cor diferentes poderiam formar bárions sem violar o princípio de exclusão de Pauli. Embora a terminologia cor nada tenha haver com o significado de cor utilizado no cotidiano, ela foi adotada a fim de refletir uma propriedade da ótica: a combinação de três cores primárias produz um feixe de luz branca (neutra). No caso dos hádrons, isto significa que a combinação de quarks (para bárions) ou quark-antiquark (para mésons) deve produzir um hádron de cor neutra, conforme observado na natureza. Embora os experimentos envolvendo o espalhamento inelásticos de elétrons altamente energéticos sobre prótons ($ep \rightarrow eX$) realizados no Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) tenham revelado a existência de três estruturas altamente densas, denominadas de pártons por Feynman, dentro dos prótons, ainda não era possível aceitar a ideia de que os pártons eram, de fato, os quarks de Gell-Mann.

Q/\bar{Q}		Carga		Nº Bariônico		Estranheza	
u	\bar{u}	+2/3	-2/3	1/3	-1/3	0	0
d	\bar{d}	-1/3	+1/3	1/3	-1/3	0	0
c	\bar{c}	+2/3	-2/3	1/3	-1/3	0	0
s	\bar{s}	-1/3	+1/3	1/3	-1/3	-1	1
t	\bar{t}	+2/3	-2/3	1/3	-1/3	0	0
b	\bar{b}	-1/3	+1/3	1/3	-1/3	0	0

Tab. 1.4: *Propriedades da família dos quarks.*

Foi somente em 1974, com a descoberta do méson J/ψ , uma partícula eletricamente neutra e com massa três vezes maior que a do próton, que o modelo de quarks foi revitalizado. A característica peculiar de J/ψ era o seu longo tempo de vida antes da sua desintegração ($\sim 10^{-20}$ segundos). Para hádrons na escala de massa em questão, esperava-se um tempo de decaimento da ordem de 10^{-23} segundos, ou seja, três ordens de grandeza abaixo do observado. Após alguns meses de debate, a explicação mais consistente foi fornecida pelo modelo de quarks, no qual J/ψ foi encarado como um estado ligado de um novo quark denominado charm, tal que, $J/\psi = c\bar{c}$. Posteriormente, bárions ($\Lambda_c^+ = udc$ e $\Sigma_c^{++} = uuc$) e

mésons ($D^0 = c\bar{u}$ e $D^+ = c\bar{d}$) portando charm foram descobertos reafirmando a consistência do modelo de quarks. Pouco tempo depois, em 1977, um novo méson pesado foi descoberto, o $Y = b\bar{b}$ (Upsilon) [15], introduzindo um novo quark ao modelo de quarks, o bottom (b). Por fim, com a descoberta do último quark, o top (t), a família dos quarks foi finalizada, Tabela 1.4.

No próximo capítulo, vamos dar sequência ao estudo dos quarks no contexto da física de altas energias, em especial, o espalhamento profundamente inelástico lépton-próton, a qual servirá de base para o desenvolvimento da Cromodinâmica Quântica (QCD).

Capítulo 2

O Modelo Partônico e a Cromodinâmica Quântica

2.1 A Cromodinâmica Quântica

A teoria das interações fortes recebeu o nome de Cromodinâmica Quântica (dinâmica das cores), na qual as interações fortes são descritas por uma teoria de gauge local não-abeliana [16], onde o grupo de simetria $SU(3)$ representa o grupo de gauge e os glúons são os bósons de gauge que intermediam a interação forte entre os quarks. Cada quark carrega uma carga de cor (vermelha, verde ou azul), de maneira que nos hádrons a soma das cores sempre resulta na cor branca (neutra). Quando um quark emite um glúon, sua cor pode modificar-se permitindo nove formas de acoplamento do glúon entre o quark inicial e o final. Entre os nove glúons da teoria, oito formam o octeto de cor de $SU(3)$

$$g_1 = R\bar{G} \quad g_2 = R\bar{B} \quad g_3 = G\bar{R} \quad (2.1)$$

$$g_4 = G\bar{B} \quad g_5 = B\bar{R} \quad g_6 = B\bar{G} \quad (2.2)$$

$$g_7 = \frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - G\bar{G}) \quad (2.3)$$

$$g_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B}) \quad (2.4)$$

enquanto o remanescente, simétrico e não interagente, forma o singlete de $SU(3)$

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B}) \quad (2.5)$$

A lagrangeana da QCD, de acordo com a teoria de campos, pode ser escrita como [17]

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{\text{clássico}} + \mathcal{L}_{\text{gauge-fixado}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}} \quad (2.6)$$

onde o termo $\mathcal{L}_{\text{clássico}}$, responsável pela interação entre os campos físicos, é expresso por

$$\mathcal{L}_{\text{clássico}} = \sum_{\text{sabores}} -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{jk} - g_s \gamma^\mu (t_{jk}^a \mathcal{A}_\mu^a) - M_j \delta_{jk}) \psi_k \quad (2.7)$$

O espinor $\psi_j(x)$ descreve o campo do quark, enquanto M_j é a massa do quark. Os índices a, j, k referem-se às cores através dos valores $a = 1, \dots, 8$ sendo $j, k = 1, 2, 3$. Os termos $\mathcal{L}_{\text{gauge-fixado}}$ e $\mathcal{L}_{\text{fantasma}}$ são introduzidos para fixar a arbitrariedade dos campos de glúons e eliminar problemas matemáticos resultantes da teoria não-abeliana, respectivamente. Pode-se separar o termo clássico em duas partes, uma representando a interação quark-glúon

$$\mathcal{L}_{qg} = \sum_{\text{sabores}} \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{jk} - g_s \gamma^\mu (t_{jk}^a \mathcal{A}_\mu^a) - M_j \delta_{jk}) \psi_k \quad (2.8)$$

e outra representando a interação glúon-glúon

$$\mathcal{L}_{gg} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad (2.9)$$

O campo tensorial gluônico $F_{\mu\nu}^a$ é dado por

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu^a - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu^a - g_s f^{abc} \mathcal{A}_\mu^b \mathcal{A}_\nu^c \quad (2.10)$$

onde \mathcal{A}_μ é o campo dos glúons na representação adjunta do grupo SU(3) enquanto g_s é a constante de acoplamento forte. O tensor antissimétrico f^{abc} representa as constantes de estrutura da QCD, calculadas através de

$$f^{abc} = -2i \text{tr} ([t^a, t^b] t^c) \quad (2.11)$$

onde

$$\begin{aligned} t^1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^4 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ t^5 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & t^6 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & t^7 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & t^8 &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

são os geradores do grupo SU(3), proporcionais às matrizes de Gell-Mann. Na representação

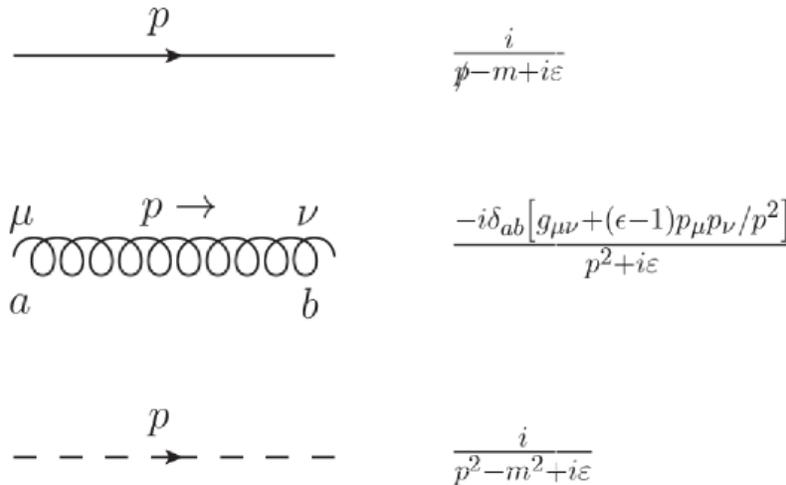
fundamental, estes geradores obedecem à relação

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c \quad (2.12)$$

enquanto na representação adjunta, fundamental para glúons, temos

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c \quad (T^a)_{bc} = -if^{abc} \quad (2.13)$$

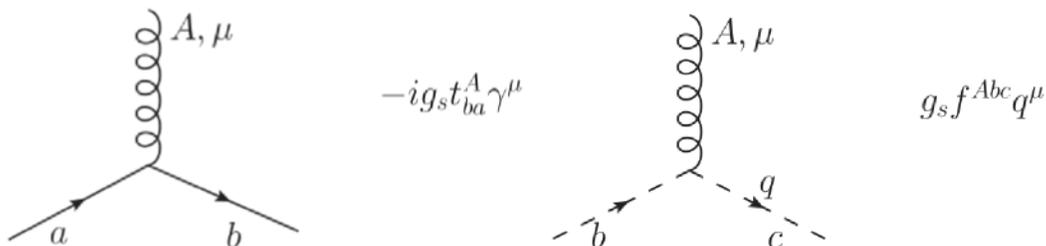
Definindo diagramaticamente os propagadores dos férmions, glúons e partículas fantasmas, respectivamente, por [18]



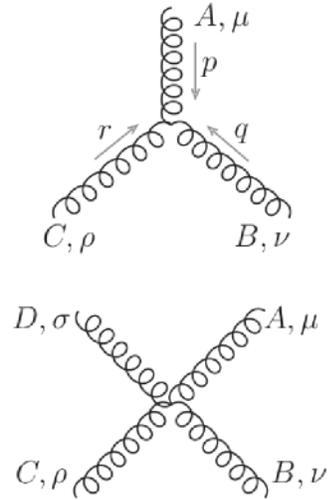
onde,

$$\epsilon = \begin{cases} 1, & \text{gauge de Feynman} \\ 0, & \text{gauge de Landau} \\ \infty, & \text{gauge unitário para bósons massivos} \end{cases}$$

podemos representar os vértices da interação quark-glúon e fantasma-glúon, obtidos através da lagrangeana (2.6), como



Devido à natureza não abeliana da teoria, surgem vértices de auto-interação glúon-glúon, os quais, diagramaticamente, são definidos conforme



$$\begin{aligned}
 & -g_s f^{ABC} [(p - q)^\rho g^{\mu\nu} \\
 & \quad + (q - r)^\mu g^{\nu\rho} \\
 & \quad + (r - p)^\nu g^{\rho\mu}] \\
 & \text{onde } p + q + r = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -i g_s^2 [f^{CDX} f^{ABX} (g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}) \\
 & \quad + f^{CAX} f^{DBX} (g^{\mu\rho} g^{\sigma\nu} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}) \\
 & \quad + f^{CBX} f^{DAX} (g^{\mu\rho} g^{\sigma\nu} - g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu})]
 \end{aligned}$$

Estas sete representações diagramáticas de propagadores e vértices são conhecidas como *regras de Feynman da QCD*. Embora não exista uma regra estabelecida, normalmente os diagramas são lidos da esquerda para a direita. Neste caso, a esquerda representa a natureza da partícula antes da interação, enquanto o lado direito representa a natureza da partícula após a interação. Desse modo, as setas que estão apontadas para a direita representam partículas viajando para frente no tempo, enquanto que as setas que apontam para a esquerda, são consideradas antipartículas viajando para frente no tempo. O análogo destas representações também existe na Eletrodinâmica Quântica (QED), porém sem as auto-interações bosônicas. Deve-se salientar que os diagramas representam as interações de partículas e não o caminho percorrido por elas no espaço-tempo.

2.1.1 Liberdade Assintótica e Confinamento

Na QCD as auto-interações dos glúons provocam dois fenômenos ausentes na QED: Liberdade Assintótica e Confinamento. Conforme a energia do hádron cresce, a interação entre os quarks que o compõem, intermediada pelos glúons, torna-se mais forte impedindo a fuga dos quarks e, portanto, mantendo a estrutura do hádron. O potencial de confinamento é tão intenso que ao passo em que aumentamos a energia do hádron, é mais fácil ocorrer a produção de um par quark-antiquark do que a ruptura de ligação entre os quarks, Figura 2.1. Experimentalmente, nunca se detectou um quark isolado, apenas mésons ou bárions que são singletos de cor, ou seja, quarks e glúons estão sempre confinados dentro de hádrons. Mesmo

dispondo deste conhecimento, ainda não há uma teoria fechada da QCD não-perturbativa que, a partir de primeiros princípios, reproduza a propriedade do confinamento. Por outro lado, conforme diminuimos a energia do hádron, a interação entre os quarks se torna fraca o bastante para que possamos considerar os quarks livres com um mínimo de interação. Uma possível explicação provém das auto-interações gluônicas, em que se supõem que a curtas distâncias a carga de cor dos glúons se espalha aos arredores, no vácuo, provocando a blindagem da interação entre os quarks. Um possível potencial que descreve a interação

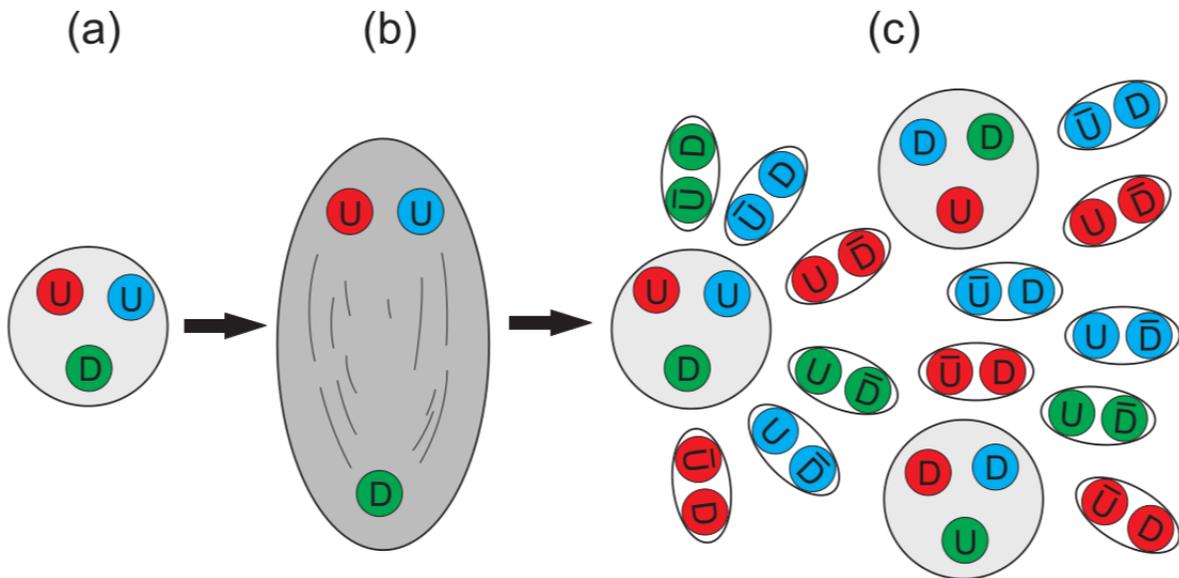


Fig. 2.1: Ilustração do que ocorre conforme adicionamos energia ao sistema hadrônico. (a) Um bárion flutuando no vácuo, neste caso, um próton. (b) Com adição de energia, começa a ocorrer uma excitação no vácuo e os quarks tentam romper o confinamento. (c) A excitação no vácuo produz inúmeros mésons e bárions

quark-antiquark no vácuo é dado por

$$V(r) = -\frac{k_1}{r} + k_2 r, \quad (2.14)$$

onde o primeiro termo está relacionado com a força de atração coulombiana dos quarks, enquanto o segundo termo representa a força de atração de cor. Na QCD perturbativa, uma quantidade usualmente utilizada que descreve a força das interações é a constante de

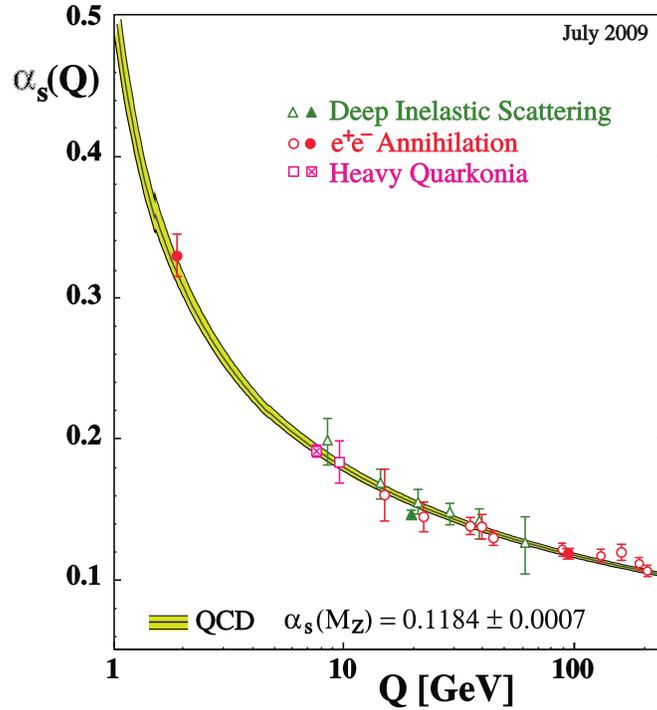


Fig. 2.2: Resumo da variação das medidas de α_s com relação à escala de energia Q . Figura extraída de [19].

acoplamento forte, definida em primeira ordem por

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\ln(Q^2/\Lambda^2)}, \quad (2.15)$$

onde n_f representa o número de quarks ativos que contribuem na produção de pares, e Q^2 é interpretado como a resolução com a qual o sistema está sendo sondado. O fator $\Lambda \approx 0.2$ GeV é um parâmetro característico da QCD determinado experimentalmente. Quando o comprimento de onda da partícula que está sondando o sistema está em torno do raio de um próton (baixa resolução), a constante de acoplamento adquire um valor ao redor de 1. Nesta região não se pode usar esta constante como um parâmetro na expansão perturbativa. Para descrever a força da interação forte entre nucleons utiliza-se, por exemplo, teorias efetivas de troca de píons (modelo de Yukawa). Entretanto, para sondar a estrutura do próton, um fóton com energia ao redor de 1 TeV faz com que a constante de acoplamento se aproxime do valor $\alpha \approx 0.1$. Isto representa uma baixa interação entre os constituintes do próton, caracterizando a liberdade assintótica. Na Figura 2.2, extraída de [19], o comportamento da constante de acoplamento α_s da QCD é ilustrado. Para valores um pouco acima de 1 GeV ou maiores, podemos usar α_s como um parâmetro perturbativo e, desta forma, o

cálculo dos processos em termos dos graus de liberdade fundamentais, quarks e glúons, faz sentido.

2.2 Espalhamento Profundamente Inelástico - DIS

Em 1964, Murray Gell-Mann e George Zweig postularam de forma independente a existência de partículas fundamentais denominadas *Quarks*. Tais partículas seriam responsáveis pela composição de outras partículas mais pesadas como prótons, neutrons e os demais hádrons. Somente em 1968 os experimentos envolvendo espalhamentos profundamente inelásticos (DIS) [20], realizados no Stanford Linear Accelerator Center (SLAC), puderam confirmar a existência de uma estrutura interna nos prótons e neutrons. Os experimentos, inicialmente envolvendo um feixe de elétrons e posteriormente múons e neutrinos, mostraram que nos bárions havia três pontos de deflexão (3 quarks) enquanto que nos mésons havia dois pontos de deflexão (2 quarks) [21, 22]. O primeiro modelo desenvolvido para explicar tais constituintes foi o Modelo Partônico, idealizado por Feynman em 1969 com o objetivo de analisar colisões de altas energias e, posteriormente, formalizado por Bjorken e Paschos (1969). Neste modelo, a estrutura dos hádrons é descrita como uma distribuição de partículas, denominadas *Pártons*, onde cada um porta uma fração de momento x_a de seus respectivos hádrons. No caso de um espalhamento, a partícula incidente interage com o parton ao invés do hádron, podendo ser absorvida ou espalhada.

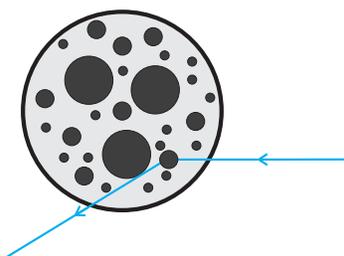


Fig. 2.3: *Espalhamento sobre um parton de valência.*

Posteriormente, através de dados experimentais, estes partons foram reconhecidos como sendo os quarks e glúons. Os quarks, em especial, são divididos em duas categorias: aqueles que carregam os números quânticos do hádron, denominados *quarks de valência*, e aqueles provenientes da irradiação de glúons em processos do tipo $g \rightarrow q\bar{q}$, denominados *quarks de mar*. Na Figura 2.3 ilustramos um espalhamento sobre um quark de valência.

Uma condição necessária ao modelo partônico é a de que durante a colisão o tempo de

alteração do número e das frações de momento dos pártons deve ser superior ao tempo de interação. Isso pode ser satisfeito facilmente através da escolha de um sistema de momento infinito, uma válida aproximação em altas energias, onde tanto o feixe como o alvo se movem relativisticamente.

Nesta seção nosso objetivo é abordar as idéias básicas contidas no modelo partônico que servirão como base para o desenvolvimento da Cromodinâmica Quântica (QCD). Utilizaremos como exemplo o espalhamento profundamente inelástico (DIS) de um lépton sobre um nucleon, Fig.(2.4). Temos como objetivo encontrar as funções de estrutura do nucleon (prótons ou neutrons) que, por sua vez, caracterizam a constituição dos hádrons e estão ligadas diretamente à distribuição de pártons. Portanto, consideremos a reação inclusiva¹

$$l_{inicial} + N_{inicial} \rightarrow l'_{final} + X \quad (2.16)$$

onde N é um nucleon e X representa qualquer outra partícula produzida no estado final. No sistema do laboratório, podemos definir os quadrimomentos das partículas envolvidas (negligenciando a massa do lépton) como

$$\begin{aligned} l^\mu &= (E, 0, 0, E) \\ l'^\mu &= (E', E' \sin\theta, 0, E' \cos\theta) \\ P^\mu &= (M, 0, 0, 0) \end{aligned}$$

onde θ é o ângulo de espalhamento do lépton.

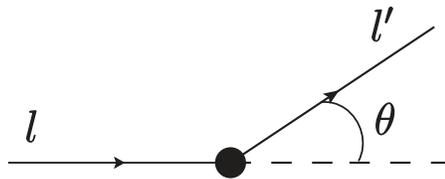


Fig. 2.4: Espalhamento profundamente inelástico entre um lépton e um nucleon.

¹ Reações inclusivas são caracterizadas pela destruição do alvo durante a colisão. Neste caso, o símbolo X do processo arbitrário $A + B \rightarrow C + X$, representa todas as possíveis partículas provenientes da aniquilação do alvo.

A partir destes quadrimomentos, encontramos as relações

$$\begin{aligned} s &= (l + P)^2 \\ Q^2 &= -q^2 = -(l - l')^2 = 2EE' (1 - \cos\theta) = 4EE' \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \nu &= \frac{q \cdot P}{M} = E - E' \end{aligned}$$

onde s é um dos invariantes de Mandelstan, q é o quadrimomento do fóton e ν é a energia do fóton.

Por outro lado, o quadrado da amplitude invariante, tomando a média sobre os spins iniciais e somando sobre os spins finais, pode ser escrito como o produto do tensor leptônico com o tensor hadrônico,

$$\overline{|M|^2} = \frac{e^4}{(q^2)^2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$$

O tensor leptônico é calculado com o auxílio das regras de Feynman da QED, o que resulta em

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} e^2 \left[\bar{v}^{s'}(k') \gamma^\mu u^s(k) \right] \left[\bar{v}^{s'}(k') \gamma^\nu u^s(k) \right]^* \\ &= 2 \left[l'_\mu l_\nu + l'_\nu l_\mu - l \cdot l' g^{\mu\nu} \right] \end{aligned}$$

Como não temos informações sobre o vértice hadrônico, pode-se escrever o tensor $W_{\mu\nu}$ na forma geral

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} &= V_1 g_{\mu\nu} + V_2 P_\mu P_\nu + V_3 (P_\mu q_\nu + P_\nu q_\mu) \\ &= +V_4 (P_\mu q_\nu - P_\nu q_\mu) + V_5 q_\mu q_\nu + V_6 \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P^\alpha q^\beta \end{aligned}$$

que contém uma série de termos de interação entre o fóton virtual e o nucleon. Levando-se em consideração a simetria de $L_{\mu\nu}$ sob a troca de índices μ e ν , percebe-se que apenas os termos simétricos de $W_{\mu\nu}$ contribuirão com a amplitude de espalhamento. Portanto, descartando os termos antisimétricos de V_4 e V_6 , juntamente com a aplicação da conservação de corrente

$$q^\mu W_{\mu\nu} = 0 = q^\nu W_{\mu\nu}$$

chega-se em

$$V_1 q_\nu + V_2 (q \cdot P) P_\nu + V_3 (q \cdot P q_\nu + q^2 P_\nu) + V_5 q^2 q_\nu = 0$$

Resolvendo o sistema

$$V_1 + V_3 q \cdot P + V_5 q^2 = 0$$

$$V_2 (q \cdot P) + V_3 q^2 = 0$$

obtem-se a expressão do tensor hadrônico,

$$W_{\mu\nu} = V_1 \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + V_2 \left[P_\mu - \frac{(q \cdot P) q_\mu}{q^2} \right] \left[P_\nu - \frac{(q \cdot P) q_\nu}{q^2} \right]$$

que, por conveniência, pode ser reescrito na forma

$$W_{\mu\nu} = -W_1 \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left[P_\mu - \frac{(q \cdot P) q_\mu}{q^2} \right] \left[P_\nu - \frac{(q \cdot P) q_\nu}{q^2} \right]$$

Dentro das funções $W_{1,2}$ estão contidas as informações sobre a estrutura interna do nucleon. Agora, lembrando que a massa do lépton foi desprezada, pode-se deduzir as relações

$$l \cdot l' = q \cdot l' = -q \cdot l = \frac{Q^2}{2}$$

tal que, no sistema do laboratório, obtém-se

$$L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4EE' \left[2W_1(\nu, Q^2) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \text{cos}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]$$

Dessa forma, substituindo na seção de choque diferencial fóton virtual - nucleon, encontramos

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega'} &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{E'}{E} |M|^2 \\ &= \frac{(4\pi\alpha)^2}{16\pi^2 Q^4} \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \\ &= \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left[2W_1(\nu, Q^2) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \text{cos}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

que pode ser reescrita em termos dos invariantes ν e Q^2 como

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} &= \frac{\pi}{EE'} \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega'} \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} \left[2W_1(\nu, Q^2) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2(\nu, Q^2) \operatorname{cos}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Esta é a seção de choque diferencial para o processo $l_{inicial} + N_{inicial} \rightarrow l'_{final} + X$, onde estão contidas as funções de estrutura $W_{1,2}$ do hádron N , a princípio, desconhecidas. Estas funções de estrutura estão relacionadas com a seção de choque total fóton virtual - nucleon caracterizando a interação do nucleon com o fóton. A partir delas, são então definidas as funções de estrutura comumente usadas $\mathcal{F}_i(x, Q^2)$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1(x, Q^2) &= MW_1(x, Q^2) \\ \mathcal{F}_2(x, Q^2) &= \nu W_2(x, Q^2) \end{aligned}$$

onde

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (2.18)$$

é definido como o x de Bjorken, obtido através do limite de Bjorken $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$. Para relacionar as funções de estrutura com as seções de choque longitudinais e transversais de foto-absorção virtual, devemos primeiramente lembrar que a seção de choque de absorção de um fóton virtual com helicidade λ pode ser escrita na forma [23]

$$\sigma_\lambda(\gamma^* N) = \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) \sigma_{\mu\nu}(\gamma^* N), \quad (2.19)$$

onde

$$\sigma_{\mu\nu}(\gamma^* N) = \frac{4\pi^2\alpha}{q_{lab}} W_{\mu\nu}$$

O quadrivetor de polarização $\epsilon_\mu(\lambda)$ do fóton virtual com helicidade $\lambda = \pm 1$ (para fótons transversais) e $\lambda = 0$ (para fótons longitudinais), normalmente é definido como

$$\epsilon_\mu(\lambda = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix} \quad \epsilon_\mu(\lambda = 0) = \frac{1}{Q} \begin{pmatrix} \sqrt{\nu^2 + Q^2} \\ 0 \\ 0 \\ \nu \end{pmatrix}$$

Para um fóton se propagando ao longo do eixo-z no sistema do laboratório, podemos definir o seu quadrimomento como

$$q_\mu = \begin{pmatrix} q_0 \\ 0 \\ 0 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{\nu^2 + Q^2} \end{pmatrix}$$

tal que o módulo do trimomento será dado por $q_{lab} = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$. Logo, somando sobre todos os estados de polarização do fóton virtual e utilizando a identidade

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) \rightarrow -g_{\mu\nu}$$

obtemos a seção de choque de absorção total,

$$\begin{aligned} \sigma_\Sigma(\gamma^*N) &= -\frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} g_{\mu\nu} W_{\mu\nu} \\ &= 2\sigma_T(\gamma^*N) - \sigma_L(\gamma^*N) \\ &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \left\{ 3W_1 - \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 \right\}, \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} \sigma_T(\gamma^*N) &= \frac{1}{2} [\sigma_{\lambda=1}(\gamma^*N) + \sigma_{\lambda=-1}(\gamma^*N)] \\ &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} W_1 \\ \sigma_L(\gamma^*N) &= \frac{4\pi^2\alpha}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \left\{ -W_1 + \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 \right\} \end{aligned} \tag{2.20}$$

são as respectivas seções de choque de foto absorção virtual transversal e longitudinal.

Por estarmos tratando de colisões profundamente inelásticas, onde há uma grande transferência de momento, a aplicação do limite de Bjorken $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ juntamente com a relação (2.18), levam às seguintes aproximações:

$$1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \xrightarrow[Q^2 \rightarrow \infty]{x \text{ fixo}} \frac{\nu}{2Mx}$$

e

$$M\sqrt{\nu^2 + Q^2} \underset{\substack{Q^2 \rightarrow \infty \\ x \text{ fixo}}}{\implies} \frac{Q^2}{2x}$$

Podemos expressar a seção de choque total fóton virtual - nucleon $\sigma_{\Sigma}(\gamma^*N)$ em termos da seção de choque total fóton virtual - parton $\hat{\sigma}_{\Sigma}(\gamma^*p)$, mostrado na Fig.2.5. Primeiramente, podemos decompor a função de estrutura $\mathcal{F}(x, Q^2)$ na forma

$$\mathcal{F}(x, Q^2) dx = G_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) dy \hat{\mathcal{F}}(z, Q^2) dz \quad (2.21)$$

onde $G_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) dy$ é a probabilidade de encontrar um quark com quadrimomento

$$p = yP,$$

e $\hat{\mathcal{F}}(z, Q^2)$ é a função de estrutura correspondente a seção de choque total fóton virtual - parton. A variável z é análoga ao x de Bjorken para o espalhamento γ^* - parton, tal que

$$z = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{x}{y}$$

Em particular, de acordo com [23], temos

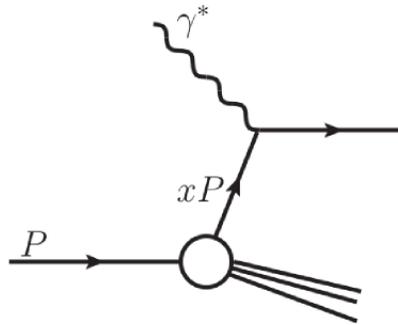


Fig. 2.5: Ilustração da interação entre um fóton virtual emitido por um lépton, com um parton do hádron.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_\Sigma(x, Q^2) &= 6\mathcal{F}_1(x, Q^2) - \frac{1}{x}\mathcal{F}_2(x, Q^2) \\
 &= \int_x^1 \frac{dy}{y} G_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \hat{\mathcal{F}}_\Sigma(z, Q^2) \\
 &= \int_x^1 \frac{dy}{y} G_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \left(\frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha z} \right) \hat{\sigma}_\Sigma(\gamma^* q)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

enquanto

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_L(x, Q^2) &= \mathcal{F}_2(x, Q^2) - 2x\mathcal{F}_1(x, Q^2) \\
 &= \int_x^1 \frac{dy}{y} G_{p \rightarrow q}^{(0)}(y) \frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha} 2\hat{\sigma}_L(\gamma^* q)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

onde o fator 2 na frente de $\hat{\sigma}_L$ é devido ao fato de que em (2.20) definiu-se $\hat{\sigma}_L$ através da média entre as duas helicidades. Do ponto de vista do modelo partônico, considerando apenas o processo $\gamma^* q \rightarrow q$, o cálculo da seção de choque total fóton virtual - parton resulta em [23]

$$\hat{\sigma}_\Sigma(\gamma^* q \rightarrow q) = \left(\frac{8\pi^2 \alpha e_q^2 z}{Q^2} \right) \delta(1-z) \tag{2.24}$$

enquanto, para a seção de choque longitudinal, temos

$$\hat{\sigma}_L(\gamma^* q \rightarrow q) = \left(\frac{4z^2}{Q^2} \right) p_\mu p_\nu \hat{\sigma}_{\mu\nu}(\gamma^* q \rightarrow q) = 0 \tag{2.25}$$

na qual foi desprezada a massa do quark. Logo, substituindo em (2.22) e (2.23), obtemos

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_\Sigma(x, Q^2) &= 2e_q^2 G_{p \rightarrow q}^{(0)}(x) \\
 \mathcal{F}_L(x, Q^2) &= 0
 \end{aligned}$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_2(x, Q^2) &= \mathcal{F}_2(x) = x e_q^2 G_{p \rightarrow q}^{(0)}(x) \\
 \mathcal{F}_1(x, Q^2) &= \mathcal{F}_1(x) = \frac{1}{2} e_q^2 G_{p \rightarrow q}^{(0)}(x)
 \end{aligned}$$

Portanto, ao aplicarmos o limite de Bjorken, as funções de estrutura se tornam independentes de Q^2 , dependendo unicamente da variável x de Bjorken. Este efeito, conhecido como escalonamento de Bjorken, foi de fato identificado no DIS elétron-próton no SLAC [24]. A escala de Bjorken implica que o fóton virtual, ao penetrar o próton, é espalhado por

constituíntes pontuais. Do contrário, conforme o valor Q^2 fosse aumentando, as funções de estrutura dependeriam da razão $\frac{Q}{Q_0}$, com $\frac{1}{Q_0}$ sendo uma escala de comprimento característica dos constituíntes. Deve-se levar em consideração que no modelo de pártons, adota-se um sistema de referência, tal que as partículas em colisão são rápidas o suficiente para que seja possível desprezar o momento transversal delas. No entanto, na QCD os efeitos de estado inicial como a emissão de glúons faz com que o quark adquira uma grande quantidade de momento transversal k_T . Isto leva a quebra da escala de Bjorken devido ao surgimento de logaritmos de Q^2 . Veremos mais detalhes na próxima seção, onde aplicamos as correções necessárias ao modelo partônico devido aos efeitos da QCD e obtemos as equações de evolução partônicas DGLAP.

2.3 A Equação de Evolução DGLAP

Como vimos na seção anterior, as funções de estrutura do próton são independentes da escala Q^2 no limite de Bjorken, tal que,

$$\mathcal{F}_{1,2}(x, Q^2) = \mathcal{F}_{1,2}(x)$$

No entanto, a QCD prevê a emissão de glúons antes da interação, de maneira que os pártons adquirem uma grande quantidade de momento transversal k_T . Juntamente com a produção de pares quark-antiquark a partir do desdobramento $g \rightarrow q\bar{q}$. Esta nova configuração leva à quebra do escalonamento de Bjorken e novamente a função de estrutura passa a depender de Q^2 . A inclusão destes novos efeitos de estado inicial ao processo γ^*p levou ao desenvolvimento das equações de evolução partônicas DGLAP - Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi [25, 26, 27]. Os diagramas de correção ao modelo partônico decorrentes do desdobramento dos quarks são ilustrados na Figura 2.6, onde o primeiro corresponde à emissão de um glúon real enquanto o segundo descreve as correções virtuais.

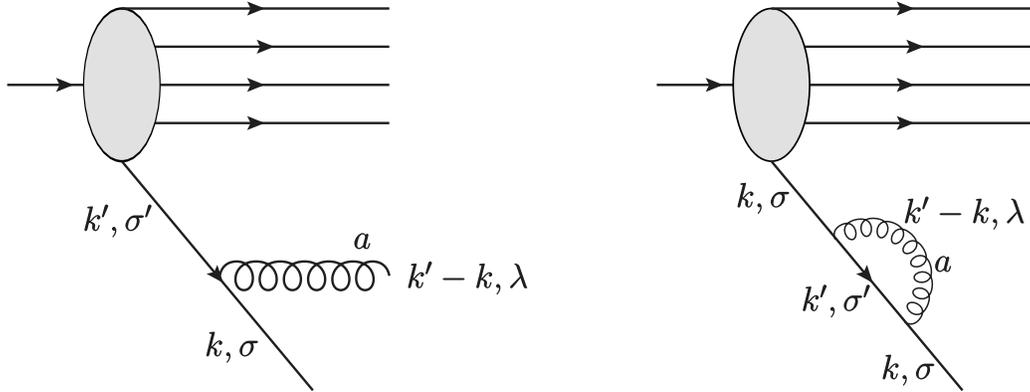


Fig. 2.6: Correções da QCD em ordem mais baixa para a distribuição de quarks.

Considerando o ordenamento no momento transverso

$$Q^2 \gg k_T^2 \gg k_T'^2 \gg k_{n-1,T}^2 \gg \dots \gg k_{1,T}^2 \sim \Lambda_{QCD}^2 \quad (2.26)$$

a contribuição do diagrama A para a função de distribuição do quark será dada por

$$q_A^f(x, Q^2) = \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int^{Q^2} \frac{dk_T'^2}{k_T'^2} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, k_T'^2\right). \quad (2.27)$$

onde $z = k^+/k'^+$ representa a fração de momento no cone de luz do quark original portada pelo quark final, enquanto x é a fração de momento do próton carregada pelo quark original. A partir da Eq. (2.27), nota-se que a integração em $k_T'^2$ produz uma distribuição de quarks proporcional a $\alpha_s \ln Q^2/\Lambda_{QCD}^2$. No limite de grande Q^2 , o parâmetro α_s se torna muito pequeno (liberdade assintótica), mas é compensado pelo grande valor de $\ln Q^2/\Lambda_{QCD}^2$, de modo que a contribuição dominante será aquela com parâmetro $\alpha_s \ln Q^2/\Lambda_{QCD}^2 \sim 1$. Os diagramas B e C da Figura 2.6 também produzem uma distribuição de quarks proporcional a $\alpha_s \ln Q^2/\Lambda_{QCD}^2$. Derivando a Eq. (2.27) em relação a Q^2 , obtemos

$$Q^2 \frac{\partial q_A^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \quad (2.28)$$

De maneira similar, o cálculo dos diagramas virtuais B e C resulta na seguinte contribuição para a distribuição de quarks:

$$q_{B+C}^f(x, Q^2) = -\frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int^{Q^2} \frac{dk_T'^2}{k_T'^2} \int_x^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, k_T'^2\right). \quad (2.29)$$

Derivando em relação a Q^2 e combinando com a Eq. (2.28), obtém-se a equação integro-diferencial para a distribuição de quarks

$$\begin{aligned} Q^2 \frac{\partial q^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} &= \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \left[\int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) - \int_x^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} q^f(x, Q^2) \right] \\ &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde definimos a função de desdobramento quark-quark

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right],$$

a qual segue a prescrição

$$\int_x^1 dz \frac{1}{(1-z)_+} f(z) = \int_x^1 dz \frac{1}{1-z} [f(z) - f(1)] + f(1) \ln(1-x) \quad (2.31)$$

para um função arbitrária $f(z)$ definida no intervalo $0 \leq x \leq 1$. Fisicamente, a função $P_{qq}(z)$ está relacionada à probabilidade de encontrar um quark-filho carregando uma fração de momento z de um quark-pai, o qual perde momento por meio da emissão de um glúon, Figura 2.7.

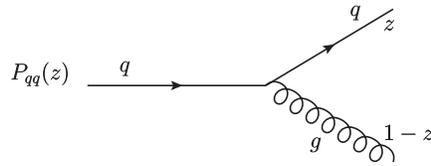


Fig. 2.7

A condição inicial da Eq. (2.30) é dada pela distribuição de quarks $q^f(x, Q_0^2)$ em alguma escala inicial Q_0^2 . Em baixo Q_0^2 (grande α_s), efeitos não perturbativos podem estar presentes, de modo que a distribuição inicial de quarks é normalmente calculada fitando uma parametrização inicial de $q^f(x, Q_0^2)$ com dados de vários processos, o que é conhecido por análise global. Uma vez determinada a condição inicial, a Eq. (2.30) permite calcular a distribuição de quarks em uma escala $Q^2 > Q_0^2$. Portanto, a Eq. (2.30) evolui a distribuição de quarks em Q^2 a partir de valor inicial Q_0^2 até um valor Q^2 (Figura 2.8), caracterizando a terminologia *equação de evolução*.

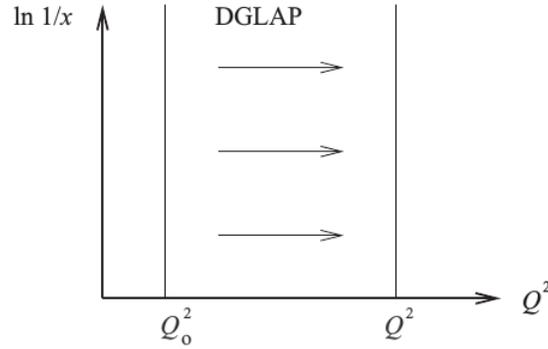


Fig. 2.8: A evolução DGLAP no plano $(\ln 1/x, Q^2)$. Figura extraída de [30].

Para completar a Eq. (2.30), precisamos considerar a distribuição de glúons $G(x, Q^2)$, pois estes, através do desdobramento $g \rightarrow q\bar{q}$, também influenciam na distribuição de quarks. De maneira inversa, a distribuição de glúons é formada pelas contribuições provenientes do desdobramento $g \rightarrow gg$ e pela emissão de glúons a partir dos quarks, conforme pode ser observado na Figura (2.9). . Antes de apresentarmos os resultados para a distribuição de

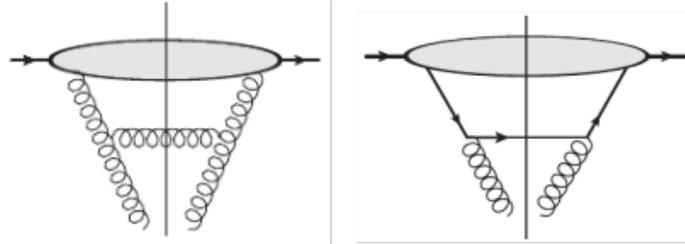


Fig. 2.9: Diagramas que contribuem para a distribuição de glúons.

glúons, é comum definir a distribuição não-singleta

$$\Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2) = q^f(x, Q^2) - q^{\bar{f}}(x, Q^2) \quad (2.32)$$

na qual \bar{f} representa um antiquark de sabor f . Como quark e antiquark são produzidos aos pares a partir do desdobramento dos glúons, estes novos (anti)quarks (denominados quarks de mar) não contribuem para a distribuição $\Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2)$. Logo, a evolução de $\Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2)$ é governada somente pela evolução dos quarks a partir da Eq. (2.30), ou seja,

$$Q^2 \frac{\partial \Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \quad (2.33)$$

Além da distribuição não singleta, define-se a distribuição singleta de sabor conforme

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_f \left[q^f(x, Q^2) + q^{\bar{f}}(x, Q^2) \right]. \quad (2.34)$$

Desta forma, as equações de evolução para $\Sigma(x, Q^2)$ e $G(x, Q^2)$ podem ser escritas como

$$Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ G(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \begin{pmatrix} P_{qq}(z) & P_{qG}(z) \\ P_{Gq}(z) & P_{GG}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(x/z, Q^2) \\ G(x/z, Q^2) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

O conjunto de equações de evolução (2.35) é conhecido por DGLAP e foi desenvolvido primeiramente no contexto da QED por Gribov e Lipatov [25] e, posteriormente, no contexto da QCD por Altarelli e Parisi [26], e Dokshitzer [27]. As funções de desdobramento são dadas por

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right] \quad (2.36)$$

$$P_{Gq}(z) = C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}, \quad (2.37)$$

$$P_{qG}(z) = N_f [z^2 + (1-z)^2], \quad (2.38)$$

$$P_{GG}(z) = 2N_c \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{11N_c - 2N_f}{6} \delta(1-z). \quad (2.39)$$

e são representadas diagramaticamente na Figura 2.10.

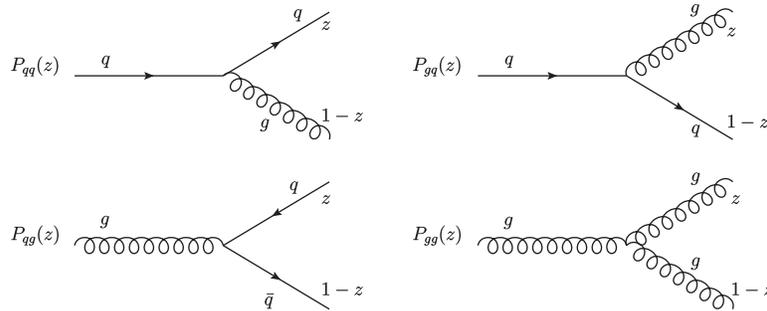


Fig. 2.10: As funções de desdobramento DGLAP.

Para resolver as equações (2.33) e (2.35), reescreve-se as equações DGLAP no espaço dos momentos de Mellin por meio da transformada de Mellin

$$f_\omega(Q^2) \equiv \int_0^1 dx x^\omega f(x, Q^2) \quad (2.40)$$

onde $f = \Delta^{f\bar{f}}$ ou Σ para a distribuição de quarks não singleta e singleta, respectivamente, enquanto $f = G$ para a distribuição de glúons. O desenvolvimento das equações DGLAP no espaço de Mellin foi originalmente realizado por Georgi e Politzer [28], e por Gross e Wilczek [29], resultando em

$$\Delta_{\omega}^{f\bar{f}}(Q^2) = \exp \left\{ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} \frac{\alpha_s(Q'^2)}{2\pi} \gamma_{qq}(\omega) \right\} \Delta_{\omega}^{f\bar{f}}(Q_0^2), \quad (2.41)$$

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{\omega}(Q^2) \\ G_{\omega}(Q^2) \end{pmatrix} = \exp \left\{ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} \frac{\alpha_s(Q'^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} \gamma_{qq}(\omega) & \gamma_{qG}(\omega) \\ \gamma_{Gq}(\omega) & \gamma_{GG}(\omega) \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \Sigma_{\omega}(Q_0^2) \\ G_{\omega}(Q_0^2) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

onde a chamada *dimensão anômala* $\gamma_{ij}(\omega)$ é definida em função das funções de desdobramento $P_{ij}(z)$ pela transformação

$$\gamma_{ij}(\omega) = \int_0^1 dz z^{\omega} P_{ij}(z). \quad (2.43)$$

De maneira bastante resumida, a resolução das equações DGLAP ocorre em três etapas: (1) parametrização da distribuição inicial em alguma escala inicial Q_0^2 , (2) transformação dessa distribuição inicial para o espaço de Mellin utilizando a Eq. (2.40), (3) aplicação dos momentos $f_{\omega}(Q_0^2)$ em (2.41) ou (2.42) e, por último, aplica-se a transformada inversa de Mellin em $f_{\omega}(Q_0^2)$ a fim de obter distribuição no espaço x .

Para tornar mais clara a ideia da evolução, apresentamos na Figura 2.11, extraída de [30], uma interpretação mais física da evolução em Q^2 . Sabe-se que a distância transversa dos partons observados pela sonda está conectada à virtualidade da sonda por $\Delta x_T = 1/Q$, de maneira que a evolução a partir de uma escala menor Q_0^2 para uma escala maior Q^2 proporciona maior capacidade de resolução da sonda sobre o regime de curta distância transversa. Como consequência, a sonda é capaz de observar os desdobramentos dos quarks e glúons, conforme predito pelas equações DGLAP.

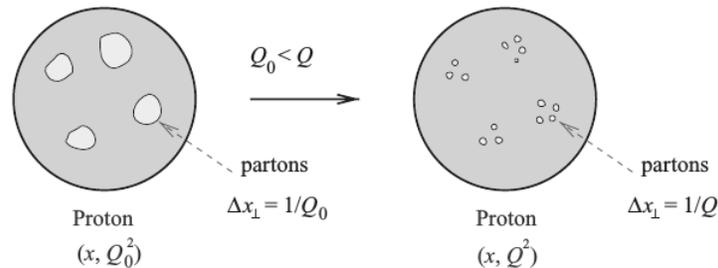


Fig. 2.11: A evolução DGLAP no plano $(\ln 1/x, Q^2)$. Figura extraída de [30]

2.3.1 Aproximação do Duplo Logaritmo

No limite de pequeno x de Bjorken (altas energias), a fração de momento z tende a se tornar muito pequena, de modo que as funções de desdobramento que envolvem a emissão de glúons crescem consideravelmente, conforme

$$P_{Gq}(z)|_{z \ll 1} \approx \frac{2C_F}{z}, \quad P_{GG}(z)|_{z \ll 1} \approx \frac{2N_c}{z}. \quad (2.44)$$

Portanto, no limite de altas energias, podemos desprezar a evolução da distribuição de quarks em relação à distribuição de glúons. Além disso, a contribuição dos quarks para a evolução dos glúons, a qual está relacionada ao desdobramento $P_{Gq}(z)$, também pode ser desprezada devido a falta de crescimento da própria evolução dos quarks $\Sigma(x, Q^2)$. Logo, a distribuição de glúons pode ser aproximada por

$$Q^2 \frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{2N_c}{z} G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \quad (2.45)$$

Redefinindo z como x/x' , a Eq. (2.45) pode ser reescrita na forma

$$Q^2 \frac{\partial xG(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)N_c}{\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} x' G(x', Q^2) \quad (2.46)$$

que, derivando em relação a $\ln(1/x)$, resulta em

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q^2/Q_0^2)} = \frac{\alpha_s(Q^2)N_c}{\pi} xG(x, Q^2). \quad (2.47)$$

Considerando $\alpha_s(Q^2) = \alpha_s$ por simplicidade, constata-se que a solução de (2.47) está relacionada ao duplo logaritmo $\ln(1/x)\ln(Q^2/Q_0^2)$. Assim, o pequeno valor do acoplamento α_s é compensado pelos \ln 's, produzindo um importante termo que deve ser ressomado. A ressona de uma série de potências de (2.47) é chamada *aproximação do duplo logaritmo* (DLA). Adotando o espaço de Mellin para a resolução, obtêm-se

$$xG(x, Q^2) = \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\omega}{d\pi i} \exp \left\{ \omega \ln \frac{1}{x} + \frac{N_c}{\pi \beta_2 \omega} \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda_{QCD}^2)} \right\} G_\omega(Q_0^2) \quad (2.48)$$

A integral (2.48) não pode ser calculada diretamente sem explicitar a condição inicial $G_\omega(Q_0^2)$. Contudo, podemos estimar o comportamento de $xG(x, Q^2)$ utilizando a aproximação no ponto de sela. Considerando apenas o fator mais importante, a solução de

$xG(x, Q^2)$ será dada por

$$xG(x, Q^2) \sim \exp \left\{ 2 \sqrt{\frac{N_c}{\pi\beta_2} \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda_{QCD}^2)} \ln \frac{1}{x}} \right\} \quad (2.49)$$

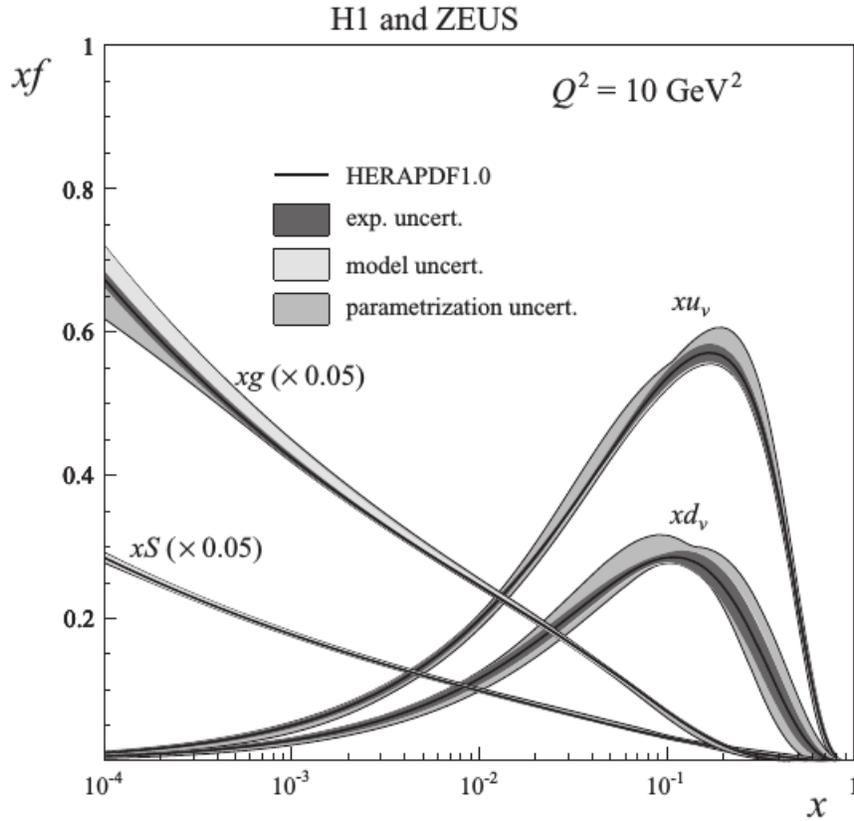


Fig. 2.12: Distribuição de quarks de mar, quarks de valência e glúons em função de x para o valor fixo $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. As distribuições de quarks de mar e glúons foram multiplicadas pelo fator 0.05. Figura extraída de [30].

Portanto, vemos que a distribuição de glúons aumenta rapidamente com o decréscimo de x , com taxa de crescimento superior a qualquer potência de $\ln(1/x)$, mas inferior a $1/x$. O crescimento na distribuição de glúons também contribui para um pequeno crescimento da distribuição de quarks, de modo que ambos levam ao crescimento da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em pequeno x . O comportamento da distribuição de quarks e glúons é apresentado na Figura 2.12, na qual xu_v e xd_v representam os quarks de valência, xS os quarks de mar provenientes da flutuação dos glúons e xg se refere à distribuição de glúons. Como pode ser observado, na escala $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ as distribuições de glúons e de mar é superior à distribuição dos quarks de valência por um fator ~ 20 na região de pequeno x .

2.4 A Equação de Evolução BFKL

A distribuição de glúons obtida na aproximação do ponto de sela, Eq. (2.49), foi calculada considerando a contribuição de termos com duplo logaritmo em pequeno x e grande Q^2 . Agora, estamos interessados no limite das altas energias - grande s , onde o valor de Q^2 (não necessariamente grande) garante $x \ll 1$. Assim, o pequeno valor de α_s é compensado pelo grande valor de $\ln \frac{1}{x}$ levando a $\alpha_s \ln \frac{1}{x} \sim 1$. Dessa forma, podemos desconsiderar $\ln \frac{Q^2}{Q_0^2}$, de modo que a contribuição dominante a ser ressomada se torna

$$\alpha_s \ln \frac{1}{x}. \quad (2.50)$$

Conforme vimos na seção anterior, a evolução da distribuição de glúons na variável Q está conectada à evolução da dimensão transversa dos objetos partônicos (Figura 2.11). Nesta seção, veremos que a evolução em x estará ligada à evolução longitudinal dos pártons, sem grande alteração no tamanho transverso dos mesmos, o que leva a regiões de alta densidade partônica onde efeitos importantes como a saturação partônica estão presentes.

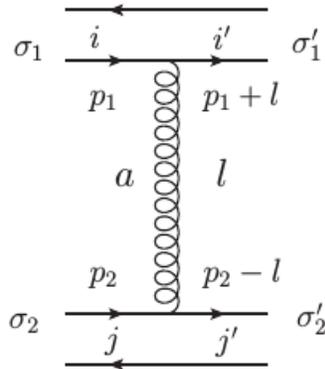


Fig. 2.13

2.4.1 O Pomeron de Low-Nussinov

Considerando o espalhamento de dois estados ligados quark-antiquark (ôniun)², conforme ilustrado na Figura 2.13 é possível mostrar via QCD perturbativa que a seção de choque para a troca de dois glúons no canal- t é dada por

$$\sigma_{qq \rightarrow qq}^0 = \frac{2\alpha_s^2 C_F}{N_c} \int \frac{d^2 l_T}{(l_T^2)^2}. \quad (2.51)$$

² Assume-se que o estado $q\bar{q}$ ou é formado por quarks de grande massa ou é proveniente da flutuação de um fóton com grande virtualidade, permitindo que métodos perturbativos sejam aplicáveis.

Essa falta de sensibilidade da seção de choque com a energia foi observada por Low [31] e Nussinov [32], os quais descreveram pela primeira vez a seção de choque hadrônica através da QCD perturbativa. No entanto, a teoria de Regge [33, 34], a qual governou a física de altas energias na era pré-QCD, fornecia uma seção de choque crescente com a energia $\sigma_{tot}^{pp} \sim s^{0.08}$, o que estava de acordo com o experimentos. Como veremos a seguir, as correções perturbativas da seção de choque (2.51) irão gerar uma pequena contribuição positiva na potência de s , de modo que a seção de choque (2.51) passará a crescer com s .

Levando em consideração todas as possíveis conexões de glúons entre quarks e antiquarks, a seção de choque de espalhamento $q\bar{q} - q\bar{q}$, em ordem mais baixa em α_s (nível de Born), é dada por

$$\sigma_{total}^{q\bar{q}+q\bar{q}} = \int d^2x_{1T} d^2x_{2T} \int_0^1 dz_1 dz_2 |\Psi(\vec{x}_{1T}, z_1)|^2 |\Psi(\vec{x}_{2T}, z_2)|^2 \hat{\sigma}_{total}^{q\bar{q}+q\bar{q}} \quad (2.52)$$

onde

$$\hat{\sigma}_{total}^{q\bar{q}+q\bar{q}} = \frac{2\alpha_s^2 C_F}{N_c} \int \frac{d^2l_T}{(l_T^2)^2} \left(2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} \right) \left(2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{2T}} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{2T}} \right) \quad (2.53)$$

A função $|\Psi(\vec{x}_{1T}, z_1)|$ representa a função de onda do onium no cone de luz com quarks carregando a fração de momento z . A Eq. (2.53) corresponde à contribuição em ordem mais baixa (nível de Born). No que segue, vamos descrever brevemente as correções que irão levar à formulação da equação BFKL.

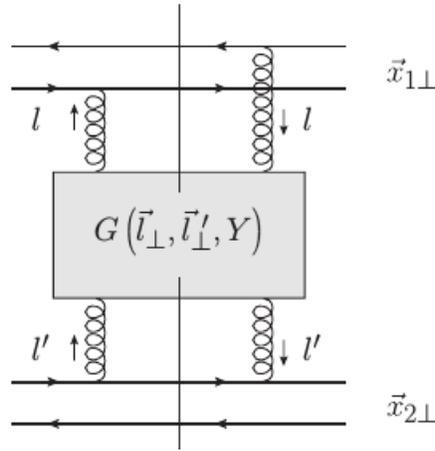


Fig. 2.14

Seguindo o procedimento apresentado em [30], a soma de todas as correções sobre o nível

de Born para o espalhamento ôniun-ôniun pode ser representada pelo retângulo da Figura 2.14. Assim, generalizando a seção de choque (2.53), podemos escrever

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\text{total}}^{q\bar{q}+q\bar{q}} &= \frac{2\alpha_s^2 C_F}{N_c} \int \frac{d^2 l_T}{(l_T^2)^2} \left(2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} \right) \left(2 - e^{-i\vec{l}'_T \cdot \vec{x}_{2T}} - e^{i\vec{l}'_T \cdot \vec{x}_{2T}} \right) \\ &\times G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde l e l' representam os momentos dos glúons superior e inferior, ilustrados na Figura 2.14, enquanto a variável Y , denominada rapidez, está relacionado com a energia s por $Y \sim \ln s$. Pode-se ver que a Eq. (2.53) pode ser recuperada utilizando a condição

$$G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y = 0) = G_0(\vec{l}_T, \vec{l}'_T) = \delta^2(\vec{l}_T - \vec{l}'_T) \quad (2.55)$$

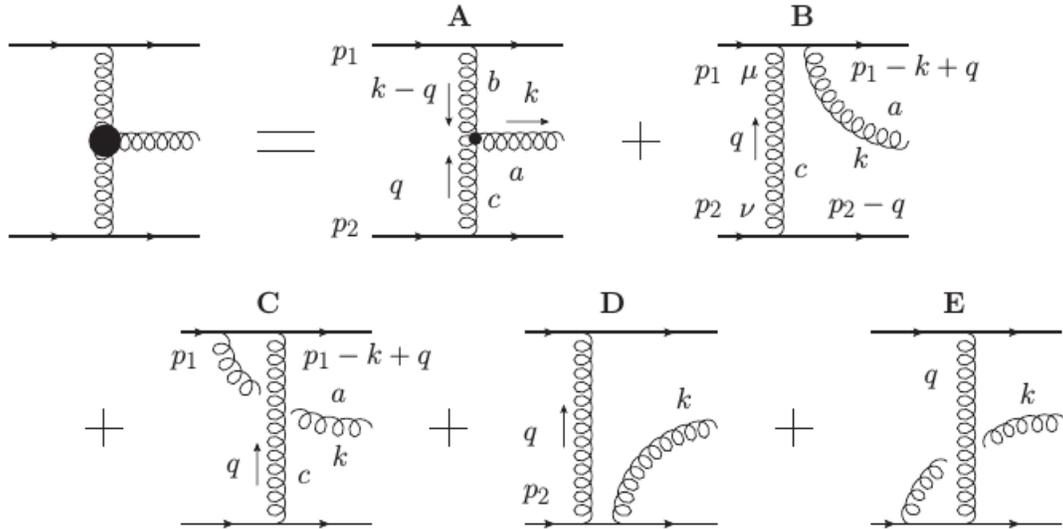


Fig. 2.15

De maneira similar ao cálculo das contribuições em nível de Born, a seção de choque ôniun-ôniun pode ser calculada a partir da combinação da amplitude de espalhamento quark-quark com os fatores de impacto $2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}}$. O primeiro conjunto de correções que será considerado é aquele relacionado à emissão de um único glúon real. Neste caso, todos os diagramas de correção são ilustrados na Figura 2.15. O cálculo dos diagramas pode ser realizado no gauge de Feynman conforme realizado por Fadin, Kuraev e Lipatov [35] ou no gauge do cone de luz [30]. Considerando o gauge no cone de luz, o cálculo é simplificado e

a amplitude do processo, considerando todos os diagramas, resulta em

$$M_{qq \rightarrow qqG} = 2ig^2 (t^b)_{i'i} (t^c)_{j'j} \delta_{\sigma_1 \sigma'_1} \delta_{\sigma_2 \sigma'_2} \frac{s}{q_T^2 (\vec{k}_T - \vec{q}_T)^2} \vec{\epsilon}_T^{\lambda*} \cdot \vec{\Gamma}_T^{abc} \quad (2.56)$$

onde $\vec{\epsilon}_T^{\lambda*}$ representa o vetor de polarização do glúon real e $\vec{\Gamma}_T^{abc}$, denominado vértice de Lipatov, é definido por

$$\vec{\Gamma}_T^{abc} = 2gf^{abc} \left[\vec{k}_T - \vec{q}_T - \frac{(\vec{k}_T - \vec{q}_T)}{k_T^2} \vec{k}_T \right]. \quad (2.57)$$

O vértice de Lipatov é ilustrado no lado esquerdo da Figura 2.15 e equivale a dizer que todos os diagramas A-E do lado direito podem ser vistos como um único diagrama com vértice efetivo $\vec{\Gamma}_T^{abc}$. Tomando o quadrado da amplitude (2.56), a seção de choque correspondente resulta em

$$\sigma_{qq \rightarrow qqG} = \frac{2\alpha_s^2 C_F}{\pi^2} \int \frac{d^2 k_T d^2 q_T}{k_T^2 q_T^2 (\vec{k}_T - \vec{q}_T)^2} \int_0^Y dy \quad (2.58)$$

onde $Y = \ln s/k_T^2$ é o intervalo de rapidez total entre os quarks em colisão. Para estender o resultado para o espalhamento ôniun-ôniun, soma sobre todas as interações de quarks e antiquarks e inclui os fatores de impacto que irão regular as divergências $\vec{q}_T = 0$ e $\vec{q}_T = \vec{k}_T$ de (2.58). Este procedimento resulta em

$$\hat{\sigma}_{\text{total}}^{q\bar{q}+q\bar{q}} = \frac{2\alpha_s^2 C_F}{N_c} \int \frac{d^2 l_T d^2 l'_T}{l_T^2 l_T'^2} \left(2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_{1T}} \right) \left(2 - e^{-i\vec{l}'_T \cdot \vec{x}_{2T}} - e^{i\vec{l}'_T \cdot \vec{x}_{2T}} \right) G_1^{\text{real}}(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) \quad (2.59)$$

onde

$$G_1^{\text{real}}(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} Y \frac{1}{(\vec{l}_T - \vec{l}'_T)^2} \quad (2.60)$$

Para completar o cálculo das correções sobre o nível de Born para o espalhamento $q\bar{q} - q\bar{q}$, deve-se incluir as correções virtuais, ou seja, os diagramas onde o glúon extra não está presente no estado final. Os principais diagramas de correção virtual para o espalhamento quark-quark são apresentados na Figura 2.16. As correções virtuais contribuem com

$$G_1^{\text{virtual}}(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) = G_0(\vec{l}_T, \vec{l}'_T) 2\omega_G(l_T) Y \quad (2.61)$$

onde $\omega_G(l_T)$ é definido como a trajetória de Regge do glúon e é dado por

$$\omega_G(l_T) = -\frac{\alpha_s N_c}{4\pi^2} \int d^2 q_T \frac{l_T^2}{q_T^2 (\vec{q}_T - \vec{l}_T)^2} \quad (2.62)$$

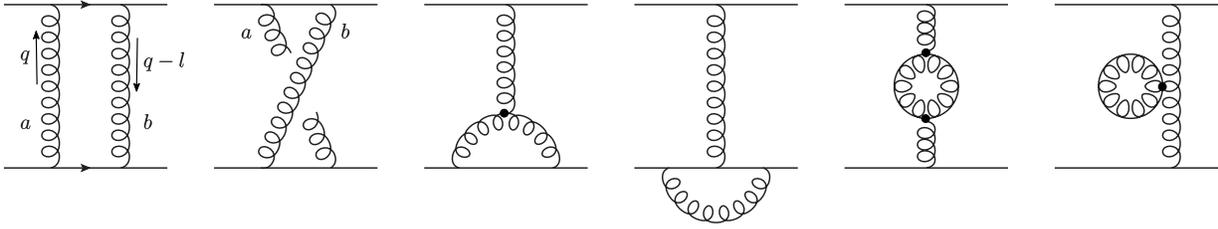


Fig. 2.16: Correções de ordem α_s para o espalhamento $q\bar{q} - q\bar{q}$.

Reescrevendo (2.60) e (2.61) em função de G_0 (definido em (2.55)), as correções real e virtual de ordem- α_s podem ser incluídos em $G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y)$ conforme

$$\begin{aligned} G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) &= G_0(\vec{l}_T, \vec{l}'_T) + \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \int_0^Y dy \int \frac{d^2 q_T}{(\vec{l}_T - \vec{q}_T)^2} \\ &\times \left[G_0(\vec{q}_T, \vec{l}'_T) - \frac{l_T^2}{2q_T^2} G_0(\vec{l}_T, \vec{l}'_T) \right] + O(\alpha_s^2). \end{aligned} \quad (2.63)$$

A Eq. (2.63) corresponde ao termo de ordem- α_s da solução geral

$$G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) = \sum_{m=0}^{\infty} G_m(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) \quad (2.64)$$

onde cada G_m é da ordem α_s^m . A Eq. (2.63) representa a primeira iteração para a solução da equação

$$\frac{\partial G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y)}{\partial Y} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \int \frac{d^2 q_T}{(\vec{l}_T - \vec{q}_T)^2} \left[G(\vec{q}_T, \vec{l}'_T, Y) - \frac{l_T^2}{2q_T^2} G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) \right], \quad (2.65)$$

denominada equação de evolução BFKL. De fato, foi mostrado por Fadin, Kuraev e Lipatov [36], e por Balitsky e Lipatov [37] que a Eq. (2.65) ressona corretamente todas as correções de ordem dominante $\ln(1/x)$ para a amplitude de espalhamento ôniun-ôniun em nível de Born. O objeto fundamental da equação BFKL é a função de Green $G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y)$, responsável por descrever a propagação de dois glúons no canal- t sobre o intervalo de rapidez Y .

2.4.2 A Solução da Equação BFKL

A solução geral da equação BFKL é dada por [30]

$$G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi^2} \exp \left\{ \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \chi(n, \nu) Y \right\} l_T^{-1+2i\nu} l_T'^{-1-2i\nu} e^{in(\phi-\phi')} \quad (2.66)$$

onde ν é a componente imaginária de um número complexo arbitrário e

$$\chi(n, \nu) = 2\psi(1) - \psi\left(\frac{1+|n|}{2} + i\nu\right) - \psi\left(\frac{1+|n|}{2} - i\nu\right) \quad (2.67)$$

com

$$\psi(z) = \frac{d}{dz} \ln \Gamma(z) = \int_0^1 dt \frac{t^{z-1} - 1}{t-1} + \psi(1), \quad \text{Re } z > 0 \quad (2.68)$$

A integral em (2.66) não pode ser resolvida analiticamente. Neste caso, pode-se optar pela construção de uma solução aproximada utilizando a aproximação difusa, na qual, considera-se $l_T \sim l'_T$, de modo que a integral em (2.66) pode ser avaliada a partir do método do ponto de sela. Seguindo esta abordagem, obtêm-se

$$G(\vec{l}_T, \vec{l}'_T, Y) \approx \frac{1}{2\pi^2 l_T l'_T} \sqrt{\frac{\pi}{14\zeta(3)\bar{\alpha}_s Y}} \exp \left\{ \frac{4\alpha_s N_c}{\pi} \ln(2) Y - \frac{\ln^2(l_T/l'_T)}{14\zeta(3)\bar{\alpha}_s Y} \right\} \quad (2.69)$$

onde $\zeta(z)$ é a função zeta de Riemann e $\bar{\alpha}_s \equiv \frac{\alpha_s N_c}{\pi}$. A partir da solução (2.69), vemos que a seção de choque BFKL cresce com a energia conforme

$$\sigma \sim s^{\frac{4\alpha_s N_c}{\pi} \ln 2} \quad (2.70)$$

Assim, para $\alpha_s = 0.3$, obtêm-se o valor $\sigma \sim s^{0.79}$, o qual é muito maior do que o valor observado 0.08, e prevê um rápido crescimento da seção de choque com a energia.

Para tornar comparável com a equação DGLAP, a evolução BFKL também pode ser interpretada como uma propriedade da função de onda hadrônica. Fundamentalmente, pode-se absorver o retângulo da Figura 2.14 para dentro da função de onda do ôniun. Assim, constrói-se a chamada distribuição de glúons não integrada do ôniun

$$\begin{aligned} \phi(x, k_T^2) &= \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \int d^2 x_T \int_0^1 dz |\Psi(\vec{x}_T, z)|^2 \\ &\times \int \frac{d^2 l_T}{l_T^2} \left(2 - e^{-i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_T} - e^{i\vec{l}_T \cdot \vec{x}_T} \right) G(\vec{k}_T, \vec{l}_T, y = \ln 1/x) \end{aligned} \quad (2.71)$$

a qual, está relacionada com a distribuição de glúons usual por

$$\phi(x, k_T^2) = \frac{\partial_x G(x, Q^2)}{\partial Q^2} \quad (2.72)$$

Em analogia com (2.69), a solução geral pode ser escrita como

$$\phi(x, k_T^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} C_\nu \exp \left\{ \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \chi(0, \nu) \ln \frac{1}{x} \right\} k_T^{-1+2i\nu} \Lambda^{-1-2i\nu} \quad (2.73)$$

onde Λ representa uma escala de momento transverso característica do ôniun, enquanto C_ν é uma função desconhecida determinada a partir das condições iniciais em $x = x_0$. Novamente, adotando a aproximação difusa (com $k_T \sim \Lambda$), a integral em (2.73) torna-se viável produzindo a distribuição

$$\phi(x, k_T^2) \approx \frac{C_0}{2\pi} \frac{1}{k_T \Lambda} \sqrt{\frac{\pi}{14\zeta(3)\bar{\alpha}_s \ln(1/x)}} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{4\alpha_s N_c}{\pi} \ln 2} \exp \left\{ -\frac{\ln^2(k_T/\Lambda)}{14\zeta(3)\bar{\alpha}_s \ln(1/x)} \right\} \quad (2.74)$$

Neste caso, vemos que a distribuição de glúons não integrada cresce com a potência de $1/x$, em pequeno x , conforme

$$\phi(x, k_T^2) \sim \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{4\alpha_s N_c}{\pi} \ln 2} \quad (2.75)$$

2.4.3 Problemas da Equação BFKL

De acordo com Froissart [38] e Martin [39], a seção de choque total na QCD não pode crescer mais rápido que o quadrado do logaritmo da energia

$$\sigma_{total} \lesssim \frac{\pi \Delta^2}{2m_\pi^2} \ln^2 s \quad (2.76)$$

Contudo, como vimos na Eq. (2.70), a equação BFKL na aproximação difusa produz uma seção de choque total que cresce com a potência da energia

$$\sigma_{total}^{BFKL} \sim s^{\frac{4\alpha_s N_c}{\pi} \ln 2}, \quad (2.77)$$

violando o limite de Froissart-Martin. Além da BFKL, a equação de evolução DGLAP, embora cresça mais lentamente no limite de pequeno x , também viola a condição de unitariedade (2.76).

Em face dos problemas de unitariedade enfrentados pelas equações de evolução DGLAP

e BFKL, equações de evolução não lineares foram desenvolvidas gradativamente sob as nomenclaturas GLR [40], AGL [41, 42, 43], BK [44, 45] e JIMWLK [46, 47, 48, 49, 50], as quais contam com suas respectivas aproximações, fundamentos e regiões de validade. Entre as equações citadas, este trabalho está diretamente ligado à equação de evolução BK e, portanto, vamos descrever brevemente suas principais características a seguir.

2.5 A Equação de Evolução BK

Nas equações de evolução DGLAP e BFKL, a evolução partônica ocorre nas variáveis Q^2 e x , respectivamente. Na equação BK, adota-se o formalismo de dipolos introduzido por Mueller [51, 52], no qual, no limite de grande N_c , um glúon macio de coordenada transversal z emitido por um dos pártons de um dipolo original ($q\bar{q}$) pode ser interpretado como um par quark-antiquark no ponto z , Figura 2.17 Se uma transformação de Lorentz (boost) é realizada no dipolo, aumentando sua rapidez de Y para $Y + \delta Y$, esse dipolo evolui para dois dipolos com coordenada transversa (x, z) e (z, y) que também passam a interagir com o alvo, aumentando a amplitude de interação do dipolo inicial $x - y$. Este mecanismo de evolução leva à chamada hierarquia das equações de Balitsky

$$\partial_Y \langle T(x, y) \rangle = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2 z \mathcal{M}(x, y, z) [\langle T(x, z) \rangle + \langle T(z, y) \rangle - \langle T(x, y) \rangle] \quad (2.78)$$

$$- \langle T(x, z) T(z, y) \rangle] \quad (2.79)$$

onde $\langle T(x, y) \rangle$ é a média da amplitude $T(x, y)$ (sobre todas as realizações do alvo). Os termos $\langle T(x, z) \rangle$ e $\langle T(z, y) \rangle$ representam a criação dos novos dipolos $x - z$ e $z - y$. O termo $\langle T(x, y) \rangle$ desconta a interação do dipolo inicial no caso de criação dos novos dipolos e, por último, o termo não linear $\langle T(x, z) T(z, y) \rangle$ desconta a interação simultânea dos dois dipolos. A Eq. (2.79) representa a primeira de uma hierarquia infinita, de modo que a segunda equação da hierarquia, levando em conta a dependência de $\langle T(x, y) \rangle$ com $\langle T(x, z) T(z, y) \rangle$ em (2.79), resulta em

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T(x_1, y_1) T(x_2, y_2) \rangle &= \langle T(x_2, y_2) \partial_Y T(x_1, y_1) \rangle + \langle T(x_1, y_1) \partial_Y T(x_2, y_2) \rangle \\ &\times \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2 z \mathcal{M}(x_1, y_1, z) [\langle T(z, y_1) T(x_2, y_2) \rangle \\ &+ \langle T(x_1, z) T(x_2, y_2) \rangle - \langle T(x_1, y_1) T(x_2, y_2) \rangle \\ &- \langle T(x_1, z) T(z, y_1) T(x_2, y_2) \rangle] + (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (2.80)$$

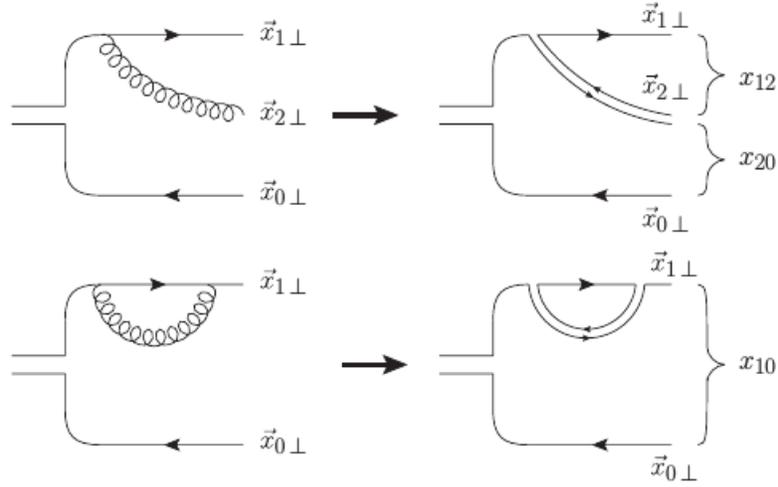


Fig. 2.17

Considerando-se a aproximação de campo médio da hierarquia das equações de Balisty,

$$\langle T(x, z)T(z, y) \rangle = \langle T(x, z) \rangle \langle T(z, y) \rangle, \quad (2.81)$$

obtem-se a equação BK

$$\begin{aligned} \partial_Y \langle T(x, z) \rangle &= \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2z \mathcal{M}(x, y, z) [\langle T(x, z) \rangle + \langle T(z, y) \rangle - \langle T(x, y) \rangle \\ &\quad - \langle T(x, z) \rangle \langle T(z, y) \rangle] \end{aligned} \quad (2.82)$$

A evolução BK tem o seguinte significado físico: em uma dada rapidez, um dipolo sem cor de tamanho transversal $x - y$ decai em dois dipolos de tamanho $x - z$ e $z - y$. A partir dos novos dipolos, ou um deles irá evoluir e interagir com o alvo enquanto o outro atua como espectador da interação ou ambos dipolos evoluem e interagem com o alvo. O sinal negativo em frente ao termo não linear garante que não ocorra uma espécie de dupla contagem decorrente da interação simultânea dos dois dipolos com o alvo.

Até o momento, não existe solução analítica para a equação de evolução BK. Contudo, muitas soluções aproximadas podem ser encontradas [30], as quais permitem extrair as principais propriedades da amplitude, tais como, a transparência de cor e a saturação. A primeira implica que no limite de pequeno tamanho do dipolo a interação dipolo-alvo se torna muito pequena. Por outro lado, a saturação afeta dipolos com separação transversal muito grande, garantindo que a amplitude pare de crescer com a rapidez e sature em $T = 1$. No decorrer dos anos, modelos fenomenológicos para a amplitude de dipolo foram construídos com base

nestas duas características e no capítulo 4 vamos descrever alguns deles.

2.6 Resumo e Conclusão

Neste capítulo apresentamos elementos fundamentais para uma boa compreensão dos mecanismos que contribuem para a descrição da física em altas energias. Iniciamos com uma breve apresentação da Cromodinâmica Quântica, a teoria das interações fortes, onde apresentamos os diagramas de Feynman para a QCD. Também estudamos em detalhe o processo do espalhamento profundamente inelástico (DIS) e a sua descrição pelo modelo de pártons, o qual é generalizado através das equações de evolução da QCD que, por sua vez, buscam caracterizar o comportamento evolutivo das funções de distribuição partônicas. No próximo capítulo, vamos focar na difração hadrônica em altas energias, a qual está diretamente ligada à fotoprodução exclusiva, tema deste trabalho.

Capítulo 3

Difração Hadrônica em Altas Energias

3.1 Introdução

Nas primeiras investigações sobre as reações hadrônicas difrativas em altas energias, o processo foi classificado como sendo um fenômeno de origem *suave* devido a existência de uma única escala de energia, não-perturbativa, da ordem do tamanho do hádron ($R \sim 1$ fm). O processo foi descrito, em grande parte, dentro da teoria de Regge [33, 34], na qual a reação difrativa é dominada pela troca de um objeto portador dos números quânticos do vácuo denominado Pomeron. Muitos anos depois, com a nova escala de energia imposta pelo colisor HERA, as colaborações ZEUS [53] e H1 [54] observaram, pela primeira vez, eventos profundamente inelásticos caracterizados por grandes lacunas de rapidez com ausência de atividade hadrônica entre o próton remanescente da colisão e o produto da hadronização do fóton. Experimentalmente, essas lacunas de rapidez podem ser identificadas como assinaturas de eventos difrativos, de modo que essa descoberta gerou uma renovação do interesse neste tipo de processo, desta vez em um regime de energia onde, além da escala suave, existe ao menos uma escala *dura* que permite, em parte, investigar a reação a partir da QCD perturbativa. Os espalhamentos profundamente inelásticos difrativos (DDIS), como passaram a ser conhecidas as reações difrativas com escala perturbativa, constituem uma importante fração dos eventos DIS. Entre outras vantagens, sua análise pode fornecer informações sobre as Funções de Distribuição Partônicas difrativas (dPDFs), as quais descrevem não só a densidade de pártons no próton, mas também a correlação entre elas [55].

Em geral, processos difrativos hadrônicos são definidos como uma reação na qual, no limite de altas energias, nenhum número quântico é trocado entre as partículas em colisão. Esta simples definição abrange todos os casos de interesse:

- *Espalhamento Elástico* - quando as partículas incidentes saem ilesas da colisão (Figura

3.1a)

$$1 + 2 \rightarrow 1' + 2'; \quad (3.1)$$

- *Difração Única* - quando uma das partículas incidentes sai ilesa da colisão enquanto a outra se dissocia em um conjunto de partículas (ou ressonâncias) no estado final com os mesmos números quânticos da partícula original (Figura 3.1b)

$$1 + 2 \rightarrow 1' + X_2; \quad (3.2)$$

- *Difração Dupla* - quando ambas partículas se dissociam, dando origem, cada uma, a um conjunto de partículas no estado final com os mesmos números quânticos das partículas incidentes (Figura 3.1c)

$$1 + 2 \rightarrow X_1 + X_2. \quad (3.3)$$

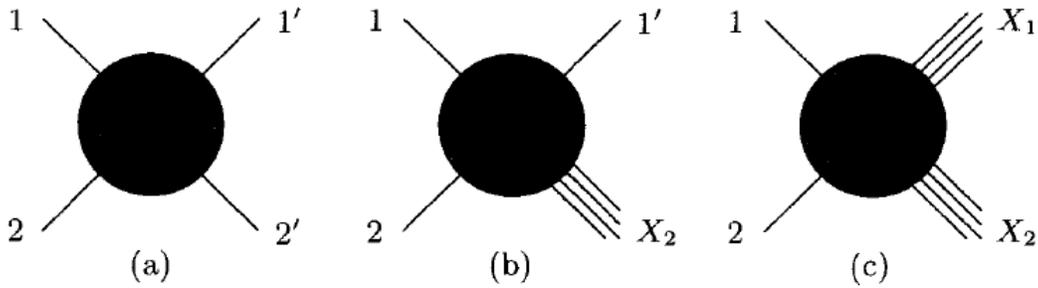


Fig. 3.1: (a) *Espalhamento elástico.* (b) *Difração única.* (c) *Difração dupla.*

Neste capítulo, definiremos a cinemática dos processos difrativos hadrônicos, iniciando pelo estudo do espalhamento elástico de dois corpos no sistema de centro de massa, cuja cinemática servirá de base para os demais processos que envolvem a dissociação hadrônica.

3.2 Espalhamento Elástico de Dois Corpos

No processo de espalhamento elástico de dois corpos ($1+2 \rightarrow 3+4$), os momentos tridimensionais \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 , no sistema de centro de massa (CMS), estão relacionados pela condição

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0. \quad (3.4)$$

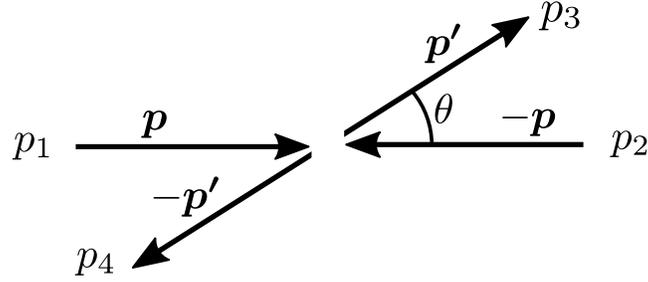


Fig. 3.2: Ilustração da colisão no sistema do centro de massa.

Assumindo que as partículas 1 e 2 viajam ao longo do eixo- z , os quadrimomentos das partículas, no canal- s , podem ser definidos por

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z), \quad (3.5)$$

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z), \quad (3.6)$$

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_T, p'_z), \quad (3.7)$$

$$p_4 = (E_4, -\mathbf{p}') = (E_4, -\mathbf{p}_T, -p'_z), \quad (3.8)$$

onde a Eq. (3.4) e a conservação do momento $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4$ foram usadas.

Em um processo envolvendo a produção de N partículas ($1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + N$), o número de variáveis independentes (e invariantes de Lorentz) é dada por $3N - 10$. Assim, para a produção de duas partículas, somente duas variáveis do conjunto de Eqs. (3.5-3.8) serão independentes. Seguindo [56], escolhemos como variáveis independentes o momento $|\mathbf{p}| = p_z$ e o ângulo de espalhamento θ (ver Figura 3.2) definido no canal- s por

$$p'_z = |\mathbf{p}'| \cos \theta \quad (3.9)$$

$$|\mathbf{p}_T| = |\mathbf{p}'| \sin \theta \quad (3.10)$$

Para tornar as variáveis $|\mathbf{p}|$ e θ invariantes de Lorentz, devemos escrevê-las em função das invariantes de Mandelstam - s, t, u . Primeiramente, partindo da definição $s = (p_1 + p_2)^2$ e usando a relação energia-momento $E_{1,2}^2 = m_{1,2}^2 + p_z^2$, a energia E_1 pode ser escrita em função

de s , conforme

$$\sqrt{s} = E_1 + E_2 \quad (3.11)$$

$$= E_1 + \sqrt{E_1^2 - m_1^2 - m_2^2}, \quad (3.12)$$

que nos leva à

$$\sqrt{s} - E_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2 - m_2^2}, \quad (3.13)$$

resultando em

$$E_1 = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s + m_1^2 - m_2^2]. \quad (3.14)$$

Seguindo o mesmo procedimento para o restante das energias, teremos

$$E_2 = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s + m_2^2 - m_1^2] \quad (3.15)$$

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s + m_3^2 - m_4^2] \quad (3.16)$$

$$E_4 = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s + m_4^2 - m_3^2]. \quad (3.17)$$

Agora, usando $\mathbf{p}^2 = E^2 - m^2$ e a Eq. (3.14), o momento \mathbf{p}^2 , o qual se refere às partículas 1 e 2, pode ser escrito em função de s conforme

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^2 = p_z^2 &= E_1^2 - m_1^2 \\ &= \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{4s} - m_1^2 \\ &= \frac{[s + (m_1 + m_2)(m_1 - m_2)]^2 - 4sm_1^2}{4s} \\ &= \frac{s^2 + 2s(m_1 + m_2)(m_1 - m_2) + (m_1 + m_2)^2(m_1 - m_2)^2 - 4sm_1^2}{4s} \\ &= \frac{s^2 - s(m_1 - m_2)^2 - s(m_1 + m_2)^2 + (m_1 + m_2)^2(m_1 - m_2)^2}{4s} \\ &= \frac{[s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]}{4s} \\ &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_1^2, m_2^2), \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde a função triangular $\lambda(x, y, z)$ é definida por

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz. \quad (3.19)$$

De maneira similar, para o momento \mathbf{p}' , chega-se em

$$\begin{aligned} \mathbf{p}'^2 &= \mathbf{p}_T^2 + p_z^2 = E_3^2 - m_3^2 \\ &= \frac{[s - (m_3 + m_4)^2][s - (m_3 - m_4)^2]}{4s} \\ &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_3^2, m_4^2). \end{aligned} \quad (3.20)$$

A cinemática que nos interessa é aquela decorrente do limite de altas energias ($s \rightarrow \infty$), na qual a massa das partículas pode ser desprezada. Neste caso, o conjunto de Eqs. (3.14-3.17), bem como as expressões (3.18) e (3.20), se resumem a

$$E_1, E_2, E_3, E_4 \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (3.21)$$

$$|\mathbf{p}|, |\mathbf{p}'| \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (3.22)$$

Resta definir a variável θ em função dos invariantes de Mandelstam. Partindo da definição $t = (p_1 - p_3)^2$ e usando o conjunto de Eqs. (3.5-3.8), ficamos com

$$t = (p_1 - p_3)^2 \quad (3.23)$$

$$= m_1^2 + m_3^2 - 2E_1 E_3 + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'| \cos \theta \quad (3.24)$$

Novamente, aplicando o limite de altas energias e utilizando as aproximações (3.21) e (3.22), chega-se na relação desejada

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s}. \quad (3.25)$$

A relação entre o momento transversal das partículas emitidas e o invariante t pode ser obtida

combinando a Eq. (3.25) com a Eq. (3.10). Neste caso, teremos

$$|\mathbf{p}_T|^2 = |\mathbf{p}'|^2 \sin^2 \theta \quad (3.26)$$

$$= \frac{s}{4} [1 - \cos^2 \theta] \quad (3.27)$$

$$= \frac{s}{4} \left[1 - \left(1 + \frac{2t}{s} \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

$$= - \left[t - \frac{t^2}{s} \right] \quad (3.29)$$

de modo que, no limite $s \rightarrow \infty$, obtemos

$$t \simeq -|\mathbf{p}_T|^2 \quad (3.30)$$

Com esta última equação, finalizamos nossa breve análise sobre a cinemática dos processos de espalhamento elástico de dois corpos no limite de altas energias. No que segue, apresentaremos uma breve descrição sobre o espalhamento inclusivo $1 + 2 \rightarrow 3 + X$, dentro do qual a difração inclusiva com a dissociação de uma única partícula é um caso especial.

3.2.1 Espalhamento Inclusivo Simples

De maneira geral, um espalhamento inclusivo com dissociação de uma única partícula é caracterizado por uma reação onde uma das partículas incidentes sai ileso da colisão enquanto a outra se dissocia, formando um conjunto de partículas (ou ressonâncias) X que não pode ser determinado pelo detector. Assumindo que a partícula 3 sai ileso da colisão, o processo é definido por

$$1 + 2 \rightarrow 3 + X, \quad (3.31)$$

onde X representa um estado com massa invariante $M^2 = (p_1 + p_2 - p_3)^2$ e os quadrimomentos das partículas 1, 2 e 3 podem ser definidos, no sistema de centro de massa, por

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z) \quad (3.32)$$

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z) \quad (3.33)$$

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_T, p'_z). \quad (3.34)$$

Aplicando o limite de altas energias, podemos considerar $m_1 = m_2 = m_3 \simeq 0$ no restante dos cálculos. Porém, ao contrário do que fizemos na seção anterior, a massa invariante M^2

(a qual, assume o lugar de m^4) deve ser mantida, pois está conectada à transferência de momento na colisão e, portanto, pode ser relativamente grande em relação às outras massas. Para as partículas incidentes, o momento $|\mathbf{p}|$ e as energias E_1 e E_2 são calculados de maneira similar ao caso do espalhamento elástico, uma vez que as expressões envolvidas (Eqs. (3.14), (3.15) e (3.18)) são escritas somente em função das massas m_1 e m_2 . Portanto, teremos

$$|\mathbf{p}| = p_z \simeq \frac{\sqrt{s}}{2} \quad \text{e} \quad E_1, E_2 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (3.35)$$

Por outro lado, para o momento $|\mathbf{p}'|$ e energia E_3 da partícula 3, apenas a massa m_3 poderá ser desprezada, de maneira que a Eq. (3.20), neste caso, se reduz a

$$|\mathbf{p}'| \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}} \quad \text{e} \quad E_3 \simeq \frac{s - M^2}{s\sqrt{s}}. \quad (3.36)$$

Para espalhamentos hadrônicos em altas energias, o momento transversal da partícula produzida é, geralmente, muito menor que a sua componente na direção z ($|\mathbf{p}'_T| \ll |\mathbf{p}'_z|$), de modo que podemos tomar a aproximação

$$|\mathbf{p}'_z| \simeq |\mathbf{p}'| \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.37)$$

Além disso, no limite $s, M^2 \gg m_1^2, m_3^2$, a substituição das Eqs. (3.35) e (3.36) em (3.24), resulta em

$$\cos \theta \simeq 1 + \frac{2t}{s - M^2}, \quad (3.38)$$

onde θ é o ângulo de espalhamento da partícula 3 em relação ao eixo- z . Por fim, a relação entre o momento transversal da partícula 3 e o invariante t será dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_T^2 &= \mathbf{p}'^2 \sin^2 \theta \\ &= \frac{(s - M^2)^2}{4s} \left[1 - \left(1 + \frac{4t}{s - M^2} + \frac{4t^2}{(s - M^2)^2} \right) \right] \\ &= -\frac{(s - M^2)t}{s} - \frac{t^2}{s} \\ &\simeq -t \left[1 - \frac{M^2}{s} \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

Assim, vemos que a presença de um estado com massa invariante M^2 relativamente grande em relação a s produz correções sobre a maioria das grandezas cinemáticas analisadas na

seção anterior. No que segue, vamos considerar uma subclasse do processo inclusivo: a *difração inclusiva* envolvendo a dissociação de uma única partícula.

3.2.2 Difração Inclusiva Simples

De acordo com Good e Walker [57], os quais foram os primeiros a fornecer uma descrição moderna da difração hadrônica, o fenômeno em questão é definido por uma condição de coerência entre ondas incidentes e ondas espalhadas, conforme

$$|\Delta p_z| \lesssim \frac{1}{R} \quad (3.40)$$

onde R é o raio do alvo e $\Delta p_z = p'_z - p_z$, seguindo as mesmas orientações de momento da seção anterior.

Utilizando as Eqs. (3.37) e (3.35), a variação $|\Delta p_z|$ resulta em

$$|\Delta p_z| = \left| \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}} \right| \quad (3.41)$$

$$= \frac{M^2}{2\sqrt{s}}. \quad (3.42)$$

Comparando com a condição (3.40), obtemos a restrição

$$\frac{M^2}{s} \lesssim \frac{2}{R\sqrt{s}}, \quad (3.43)$$

na qual está implícita a condição $M^2/s \ll 1$. Aplicando esta condição nas equações desenvolvidas na seção anterior, obtemos os mesmos resultados apresentados no caso do espalhamento elástico. Portanto, podemos considerar, em termos cinemáticos, que a difração inclusiva na aproximação $m_1 = m_2 = m_3 \simeq 0$ é um tipo de espalhamento elástico onde a massa invariante M^2 pode ser desprezada em relação a s .

A fim de tornar mais claro o regime cinemático da difração inclusiva, é útil definir a variável x_F (conhecida por x de Feynman)

$$x_F \equiv \frac{|p'_z|}{p_z}. \quad (3.44)$$

Aplicando a condição $M^2/s \ll 1$ em (3.37), teremos $p'_z \simeq p_z$ e, portanto,

$$x_F \simeq 1. \quad (3.45)$$

A condição (3.45) cobre a região cinemática denominada *região de fragmentação*, onde os eventos difrativos ocorrem.

Nosso trabalho está relacionado com a dissociação difrativa com fótons virtuais ($\gamma^* + p \rightarrow p + X$), onde o papel de m_2^2 é realizado pela virtualidade do fóton q^2 . Dependendo do processo analisado, q^2 pode ter um valor relevante em relação a s , de modo que a virtualidade do fóton, bem como a massa invariante M^2 , não pode ser desprezada. Logo, usando as Eqs. (3.14) e (3.18), a energia E_1 e a componente p_z das partículas 1 e 2, no centro de massa, resultam em

$$E_1 \simeq \frac{s - m_2^2}{2\sqrt{s}} \quad \text{e} \quad p_z \simeq \frac{s - m_2^2}{2\sqrt{s}}. \quad (3.46)$$

Combinando este último resultado com a Eq. (3.37), obtém-se

$$x_F \simeq \frac{s - M^2}{s + Q^2}, \quad (3.47)$$

onde usamos $q^2 = -Q^2$. Lembrando que a reação difrativa é caracterizada por $x_F \simeq 1$, entraremos no regime das difrações hadrônicas somente quando a massa M^2 do sistema produzido X não for muito diferente da escala Q^2 .

3.2.3 Lacunas de Rapidez

Na prática, com exceção dos espalhamentos elásticos, é difícil reconstruir completamente o estado final em processos que envolvem a dissociação do hádron. Em consequência, torna-se inviável a identificação de processos difrativos por meio da comparação dos números quânticos do estado final com os números quânticos do estado inicial. O problema foi contornado com o trabalho de Bjorken [58] que redefiniu a reação difrativa como sendo um processo caracterizado por uma grande lacuna de rapidez no estado final¹. Veremos como isto ocorre tomando como exemplo o processo inclusivo apresentado na seção 3.2.1.

Para uma partícula com energia E e momento p_z na direção z , podemos definir uma variável

¹ Existem processos que exibem uma lacuna de rapidez no estado final, mas não possuem origem difrativa. No entanto, tais processos são suprimidos exponencialmente no limite de altas energias.

chamada *rapidez*

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (3.48)$$

a qual, no limite não relativístico, $v \ll 1$, onde $E = \gamma m \simeq m$ e $p_z = \gamma m v_z \simeq m v_z$, se reduz à velocidade da partícula conforme

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \frac{1}{2} [\ln(1 + v) - \ln(1 - v)] \xrightarrow{\text{Taylor}} \simeq v. \quad (3.49)$$

Definindo a massa transversa $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$ e adotando a relação energia-momento $E = \sqrt{m_T^2 + p_z^2}$, podemos manipular a Eq. (3.48) a fim de obter a energia E e o momento p_z em função da rapidez. Neste caso, teremos

$$y = \ln \frac{E + p_z}{m_T} \quad \rightarrow \quad e^y = \frac{E + p_z}{m_T} \quad (3.50)$$

$$-y = \ln \frac{E - p_z}{m_T} \quad \rightarrow \quad e^y = \frac{E - p_z}{m_T} \quad (3.51)$$

resultando em

$$p_z = m_T \sinh y \quad (3.52)$$

$$E = m_T \cosh y \quad (3.53)$$

A vantagem em definir as componentes E e p_z em função da rapidez é que ao aplicarmos uma transformação de Lorentz ao longo do eixo- z ,

$$E \rightarrow \gamma(E + \beta p_z) \quad p_T \rightarrow p_T \quad (3.54)$$

$$p_z \rightarrow \gamma(p_z + \beta E), \quad (3.55)$$

a rapidez se transformará aditivamente conforme

$$y \xrightarrow{\text{boost}} y + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right). \quad (3.56)$$

Em outras palavras, a Eq. (3.56) revela que qualquer diferença de rapidez, Δy , é invariante sob transformações de Lorentz, permanecendo a mesma em todos os referenciais inerciais colineares. Além da rapidez, é útil considerar uma outra variável denominada *pseudorapidez* (η), a qual pode ser definida a partir da rapidez no limite de altas energias ($m \simeq 0$). Neste

caso, utilizando a aproximação $E \simeq |p|$, teremos

$$\eta \equiv y|_{m=0} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|p| + |p| \cos \theta}{|p| - |p| \cos \theta} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = -\ln \tan \frac{\theta}{2} \quad (3.57)$$

Portanto, para uma partícula sem massa ou no limite $|p_T| \gg m$, rapidez e pseudorapidez coincidem.

Voltando ao caso do processo inclusivo, se considerarmos partículas muito rápidas no estado final ($p_z \rightarrow \infty$), a rapidez da partícula 3 será

$$y_3 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p'_z}{E - p'_z} \right) \simeq \ln \frac{2p'_z}{m_T}. \quad (3.58)$$

Utilizando a Eq. (3.37) e assumindo a condição imposta pela difração hadrônica ($M^2/s \ll 1$), a rapidez y_3 pode ser reescrita como

$$y_3 \simeq \ln \frac{\sqrt{s}}{m_T} \quad (3.59)$$

onde podemos notar que o valor máximo de y_3 é alcançado quando $p_T = 0$, ou seja,

$$(y_3)_{\text{máx}} = \ln \frac{\sqrt{s}}{m} \quad (3.60)$$

Por outro lado, para o sistema X , o qual possui uma distribuição na rapidez devido a sua composição, um valor médio de rapidez pode ser estimado considerando um momento $(p_X)_z \simeq -\sqrt{s}/2$ e uma massa transversa $(m_X)_T \simeq M$. Assim, a partir da Eq. (3.58), podemos definir o valor médio

$$\langle y_X \rangle \simeq -\ln \frac{\sqrt{s}}{M} \quad (3.61)$$

A rapidez máxima do sistema X , em módulo, é obtida para uma partícula com momento $\sim \sqrt{s}/2$ e massa transversa $\sim m$, conforme

$$|y_X|_{\text{max}} \simeq \ln \frac{\sqrt{s}}{m} \quad (3.62)$$

Por outro lado, o valor mínimo de rapidez é obtido para uma partícula com momento

$\sim (m/M) \sqrt{s}/2$ e massa transversa $\sim M$

$$|y_X|_{\min} \simeq \ln \frac{m\sqrt{s}}{M^2} \quad (3.63)$$

Portanto, a lacuna de rapidez no estado final entre a partícula 3 e a distribuição em rapidez do sistema X pode ser estimada por

$$\Delta y \simeq \ln \frac{\sqrt{s}}{m} + \ln \frac{m\sqrt{s}}{M^2} \simeq \ln \frac{s}{M^2} \quad (3.64)$$

Lembrando que no limite de altas energias a rapidez e a pseudorapidez coincidem, pode-se assumir

$$\Delta \eta \simeq \ln \frac{s}{M^2} \quad (3.65)$$

Por último, aplicando o limite característico da difração hadrônica ($M^2/s \ll 1$), a Eq. (3.65) fornece uma grande largura de rapidez (ou pseudo), caracterizando o processo. A distribuição em rapidez do estado final é descrita na Figura 3.3



Fig. 3.3: Distribuição em rapidez no estado final. Figura extraída de [56].

Com a Eq. (3.65), finalizamos nossa discussão à respeito da cinemática envolvida no processo de difração hadrônica. No que segue, vamos apresentar um método de fundamental importância no estudo de colisões envolvendo partículas carregadas relativísticas.

3.3 O Método de Weizsäcker-Williams

O método de Weizsäcker-Williams [59, 60] consiste em reinterpretar a interação entre dois hádrons relativísticos como a interação de um fluxo de fótons virtuais, emitido por um dos hádrons, com a seção de choque de fotoprodução característica do processo fóton-hádron. A fim de apresentar as idéias iniciais que sustentam este método, consideremos dois sistemas inerciais S e S' cuja velocidade relativa está na direção x_1 . Neste cenário, os campos

elétrico e magnético estarão relacionados, entre os diferentes referenciais, por meio de uma transformação de Lorentz na direção x_1 , conforme

$$\begin{aligned} E_1 &= E'_1 & B_1 &= B'_1 \\ E_2 &= \gamma(E'_2 + \beta B'_3) & B_2 &= \gamma(B'_2 - \beta E'_3) \\ E_3 &= \gamma(E'_3 - \beta B'_2) & B_3 &= \gamma(B'_3 + \beta E'_2) \end{aligned} \quad (3.66)$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ e $\beta = \frac{v}{c}$, com v definindo a velocidade relativa entre os dois referenciais.

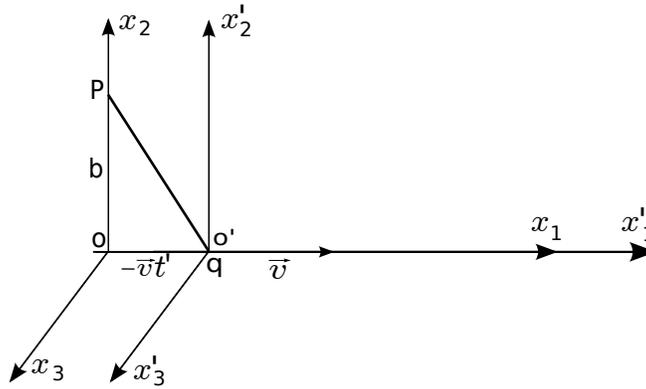


Fig. 3.4: Em S' : carga em repouso. Em S : carga se move com velocidade v na direção x_1 .

Agora, consideremos uma partícula carregada que se move com velocidade constante v na direção x_1 em S , como mostra a Figura 3.4. Nesta configuração, para um observador localizado em P nas coordenadas $r' = (-vt', b, 0)$ no sistema S' , os campos elétrico e magnético terão as respectivas intensidades

$$\begin{aligned} E'_1 &= -\frac{qvt'}{r'^3} \\ E'_2 &= \frac{qb}{r'^3} & B'_1 &= B'_2 = B'_3 = 0 \\ E'_3 &= 0 \end{aligned}$$

onde b é a separação transversa entre a carga e o observador.

Por outro lado, aplicando uma transformação de Lorentz para relacionar o tempo entre os

dois referenciais, encontramos

$$t' = \gamma \left[t - \frac{\beta}{c} x_1 \right] = \gamma t, \quad \text{pois } x_1 = 0 \text{ no ponto P em S} \quad (3.67)$$

Assim, podemos reescrever o campo elétrico (o magnético é nulo) em termos das coordenadas de S, conforme

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (3.68)$$

$$E'_2 = -\frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (3.69)$$

$$E'_3 = 0. \quad (3.70)$$

Finalmente, substituindo os resultados no conjunto de equações (3.66) e apresentando apenas os campos não nulos, encontramos a intensidade com que um observador em P, no sistema S, sente o campo eletromagnético criado por uma partícula carregada que se move com velocidade constante em relação a ele:

$$E_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (3.71)$$

$$E_2 = \frac{\gamma qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (3.72)$$

$$B_3 = \beta E_2. \quad (3.73)$$

O comportamento que nos interessa no conjunto de equações (3.72) ocorre no limite ultra-relativístico ($\beta \sim 1$), a partir do qual vemos que o valor do campo magnético na direção x_3 tende a ser o mesmo do campo elétrico na direção x_2 , Figura 3.5. Esta simetria entre campo elétrico e campo magnético é uma característica das ondas eletromagnéticas e, portanto, um observador em P não pode identificar se o campo eletromagnético é proveniente de uma partícula carregada se movimentando com velocidade relativística ou se corresponde simplesmente a um pulso de radiação que se propaga na mesma direção da partícula. Em outras palavras, o método de Weizsäcker-Williams consiste em substituir a partícula que incide sobre um alvo por um pulso de radiação equivalente interpretado como um fluxo de fótons virtuais. Desta forma, a seção de choque para a produção de um estado X em uma colisão hadrônica (ex: próton-próton) pode ser obtida através da convolução entre um fluxo

de fótons equivalentes, emitido pelo feixe, e a seção de choque fóton-alvo [61]

$$\sigma_X = \int d\omega \frac{dN(\omega)}{d\omega} \sigma_X^\gamma(\omega) \quad (3.74)$$

onde ω é a energia do fóton.

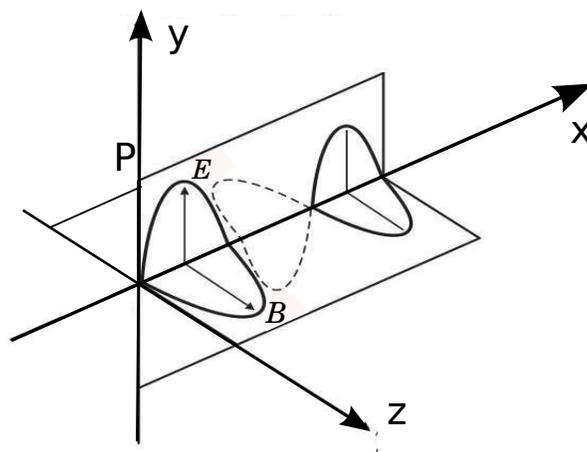


Fig. 3.5: Representação da radiação equivalente produzida por uma partícula carregada se movendo com velocidade relativística.

No regime ultraperiferal, caracterizado por uma colisão com parâmetro de impacto maior do que a soma dos raios dos hádrons interagentes ($b > R_A + R_B$), a Eq. (3.74) pode ser usada como uma excelente aproximação da seção de choque total hádron-hádron. De fato, no limite de grande b , os mecanismos de hadroprodução (curto alcance) podem ser desprezados, ao passo que os mecanismos de fotoprodução passam a dominar a interação através da troca de fótons.

3.4 Resumo e Conclusão

Neste capítulo, apresentamos a cinemática relevante para o estudo da difração hadrônica em altas energias, esclarecendo a origem das lacunas de rapidez características do processo. Também descrevemos o método de Weizsäcker-Williams, o qual permite escrever a seção de choque total para o espalhamento de dois hádrons em função de dois fatores: o fluxo de fótons e a seção de choque do subprocesso γ^* -hádron. No próximo capítulo, descreveremos com mais detalhes a estrutura destas duas componentes.

Capítulo 4

O fluxo de fótons e o Formalismo de Dipolos de Cor

Conforme descrito no final do capítulo anterior, a seção de choque total para a produção de um estado qualquer X em uma colisão hadrônica relativística pode ser descrita pela convolução de um fluxo de fótons virtuais com a seção de choque de fotoprodução fóton-alvo. Apresentamos neste capítulo os cálculos necessários para a construção do fluxo de fótons de uma carga pontual (ex. elétron), destacando a importância relativa entre o espectro transversal e longitudinal do fluxo de fótons. Para calcular a seção de choque de fotoprodução, adotamos o formalismo de dipolos de cor, visto que este inclui efeitos importantes na física de altas energias e possui uma fenomenologia de fácil comparação com dados experimentais.

4.1 O espectro de fótons equivalentes

Considerando dois referenciais inerciais, S e S' , com velocidade relativa na direção x_1 , os campos $E_2(t)$ (Eq. (3.72)) e $B_3(t)$ (Eq. (3.73)), produzidos por uma carga pontual relativística se deslocando em S na direção x_1 , podem ser interpretados por um observador em $P(0, b, 0)$ como um pulso eletromagnético P_1 se deslocando na direção x_1 . As Figuras 3.4 e 4.1 (lado esquerdo) ilustram a configuração do problema. O campo remanescente, $E_1(t)$ (Eq. (3.71)), não possui um campo magnético correspondente para a construção de um novo pulso de radiação. Neste caso, é comum considerar uma nova configuração, onde a carga pontual não possui movimento relativístico em S . Isto permite aplicar o campo magnético necessário para a criação de um pulso P_2 sem alterar a física do problema, pois o alvo localizado em S responde somente às forças elétricas. A direção dos pulsos P_1 e P_2 é ilustrada no lado direito da Figura 4.1.

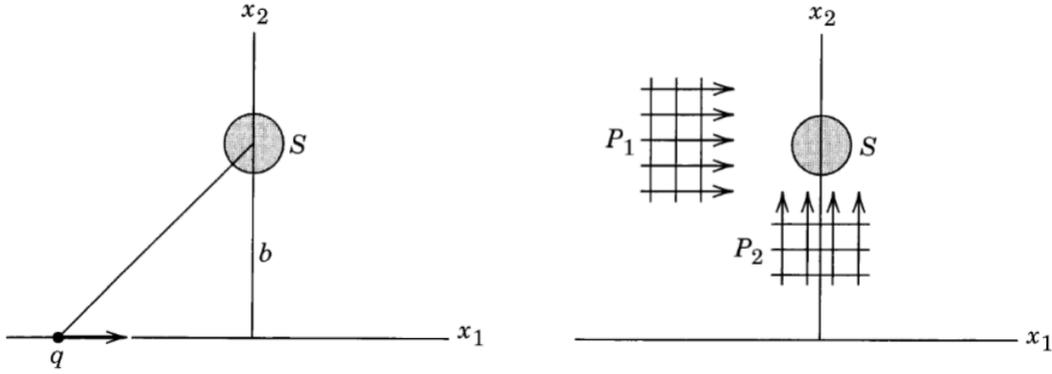


Fig. 4.1: Representação dos pulsos de radiação P_1 e P_2 produzidos a partir de uma carga que se desloca com velocidade relativística na direção x_1 a uma distância transversa b de um observador em S .

De maneira geral, o espectro de frequências do fluxo de fótons (distribuição de energia por unidade de área e por intervalo unitário de frequência) é definido na eletrodinâmica clássica por [62]

$$\frac{d^3 I(\omega, b)}{d\omega d^2 b} = \frac{c}{2\pi} |E(\omega)|^2 \quad (4.1)$$

onde b é o parâmetro de impacto da colisão e $E(\omega)$ é a transformada de Fourier do campo elétrico $E(t)$, definida por

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (4.2)$$

Os valores de $E_1(\omega)$ e $E_2(\omega)$ podem ser calculados diretamente a partir das Eqs. (3.71) e (3.72), resultando em

$$\begin{aligned} E_1(\omega) &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} e^{i\omega t} dt \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{\gamma vb} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta \exp[i\omega b \zeta / \gamma v]}{(1 + \zeta^2)^{3/2}} d\zeta \quad \text{com } \zeta = \frac{\gamma vt}{b} \\ &= -2(i) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{\gamma vb} \int_0^{\infty} \frac{\zeta \text{sen} \left(\frac{\omega b \zeta}{\gamma v} \right)}{(1 + \zeta^2)^{3/2}} d\zeta \\ &= -\frac{iq}{\gamma bv} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{\omega b}{\gamma v} K_0 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
 E_2(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q\gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} e^{i\omega t} dt \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{vb} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i\omega b\zeta/\gamma v]}{(1 + \zeta^2)^{3/2}} d\zeta \\
 &= 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{vb} \int_0^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\omega b\zeta}{\gamma v}\right)}{(1 + \zeta^2)^{3/2}} d\zeta \\
 &= \frac{q}{bv} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{\omega b}{\gamma v} K_1\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

onde utilizamos a fórmula para a função de Bessel modificada [63]

$$K_\nu(az) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2z}{a}\right)^\nu \Gamma\left(\frac{1}{2} + \nu\right) \int_0^\infty (t^2 + z^2)^{-\nu-1/2} \cos(at) dt. \tag{4.5}$$

Substituindo $E_1(\omega)$ e $E_2(\omega)$ em (4.1), obtemos os espectros de radiação correspondentes, respectivamente, aos pulsos P_1 e P_2 ,

$$\frac{d^3 I_1(\omega, b)}{d\omega d^2 b} = \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)^2 K_1^2\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) \right] \tag{4.6}$$

$$\frac{d^3 I_2(\omega, b)}{d\omega d^2 b} = \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)^2 K_0^2\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) \right] \tag{4.7}$$

Utilizando a identidade

$$\int z K_\nu^2(az) dz = \frac{1}{2} z^2 [K_\nu^2(az) - K_{\nu-1}(az)K_{\nu+1}(az)], \tag{4.8}$$

e a relação de recorrência $K_\nu(az) = K_{\nu-2}(az) + \frac{2(\nu-1)}{az} K_{\nu-1}(az)$, a integração das Eqs. (4.6) e (4.7) no parâmetro de impacto, a partir de $b_{\min} = R_A$ até infinito, resulta em [64]

$$\frac{dI_1(\omega)}{d\omega} = \frac{2q^2}{\pi} \left[\zeta_{\min} K_0(\zeta_{\min}) K_1(\zeta_{\min}) - \frac{1}{2} \zeta_{\min}^2 [K_1^2(\zeta_{\min}) - K_0^2(\zeta_{\min})] \right] \tag{4.9}$$

$$\frac{dI_2(\omega)}{d\omega} = \frac{2q^2}{\pi} \left[\frac{1}{2\gamma^2} \zeta_{\min}^2 [K_1^2(\zeta_{\min}) - K_0^2(\zeta_{\min})] \right], \tag{4.10}$$

onde foi definida a variável $\zeta_{\min} = \omega R_A/\gamma$ e adotada a aproximação $v \approx c = 1$. O limite inferior b_{\min} é uma necessidade imposta pela mecânica quântica. Sabe-se que a cada partícula está associado um pacote de onda de largura $\Delta x \gtrsim \hbar/p_{\max}$, onde p_{\max} é o momento máximo transferido na colisão. Por outro lado, só faz sentido falar de um parâmetro de impacto se $b > \Delta x$. Logo, deve existir um parâmetro de impacto dado por $b_{\min} \sim \hbar/p_{\max}$ que

assegure a aplicação do método de W.W. acima deste limite inferior. No caso das colisões ultraperiféricas envolvendo hádrons com raios R_A e R_B , temos que $b_{\text{mín}} = R_A + R_B$, tal que, $\zeta_{\text{mín}} = 2\omega (R_A + R_B) / \gamma v$.

Na Figura 4.2, nós comparamos os espectros (4.9) e (4.10) em função de ω usando $b_{\text{mín}} = R_{Pb} = 1.2 A^{1/3} \sim 36 \text{ GeV}^{-1}$, com a intenção de evidenciar a importância de cada pulso de radiação conforme $\beta \rightarrow 1$. Embora o pulso P_2 possa ter alguma relevância em baixas velocidades, fica evidente que ao avançarmos em direção ao limite ultrarelativístico $\beta = 0.99$, o espectro de frequências da radiação é dominado pelo espectro transversal $I_1(\omega, b)$, correspondente ao pulso P_1 , em especial pela forte contribuição de fótons virtuais de baixa frequência, com energia $\omega \lesssim 1 \text{ GeV}$. Como estamos interessados em trabalhar com energias

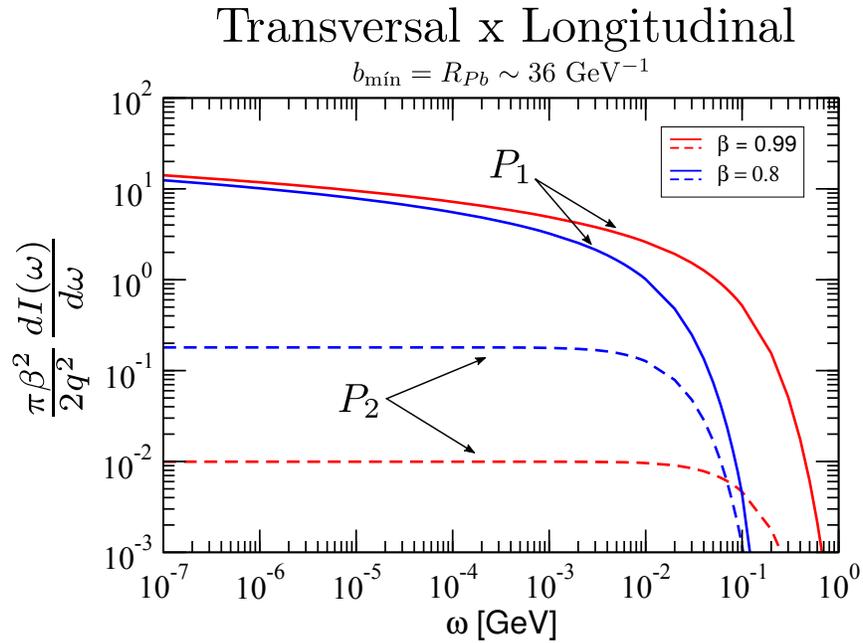


Fig. 4.2: Comparação entre o espectros I_1 (linha sólida) e I_2 (linha tracejada) para diferentes valores de β .

de LHC, onde a energia de centro de massa por nucleon mais baixa, $\sqrt{s} = 2.76 \text{ TeV}$, corresponde a $\beta \simeq 1$, podemos desprezar o espectro I_2 . Assim, definindo o fluxo de fótons em termos do espectro de frequências por

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega} = \frac{1}{\omega} \frac{dI_1(\omega)}{d\omega}, \quad (4.11)$$

obtemos o fluxo de fótons gerado por uma carga elétrica pontual em movimento rela-

tivístico[64]

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega} = \frac{2q^2}{\pi\omega} \left[\zeta_{\text{mín}} K_0(\zeta_{\text{mín}}) K_1(\zeta_{\text{mín}}) - \frac{\beta^2}{2} \zeta_{\text{mín}}^2 [K_1^2(\zeta_{\text{mín}}) - K_0^2(\zeta_{\text{mín}})] \right] \quad (4.12)$$

Em colisões hadrônicas envolvendo grande parâmetro de impacto, a Eq. (4.12) fornece uma boa aproximação para o fluxo de fótons. Entretanto, conforme diminuimos a separação transversa b , a distribuição eletromagnética nuclear se torna cada vez mais relevante, sendo necessário, portanto, incluir um fator de forma que modele a distribuição de carga do hádron. No capítulo 5, veremos com mais detalhes o fluxo de fótons em função do fator de forma no âmbito das colisões pp, p-A e AA.

4.2 O Formalismo de Dipolos de Cor

Além do fluxo de fótons $dN(\omega)/d\omega$, precisamos determinar a expressão para a seção de choque de fotoprodução $\sigma_X^\gamma(\omega)$. Esta última pode ser calculada através do formalismo de dipolos de cor [66, 67, 68], no qual a amplitude de espalhamento fóton-alvo pode ser fatorizada em três partes: (1) a flutuação de um fóton virtual em um par $q\bar{q}$ (dipolo), (2) a interação do dipolo com o alvo e (3) a recombinação do par $q\bar{q}$ no méson vetorial, Figura 4.3. No decorrer desta seção abordaremos com mais detalhes cada um destes estágios. Primeiramente, vamos descrever o espalhamento profundamente inelástico no formalismo de dipolos.

4.2.1 DIS no Formalismo de Dipolos

No espalhamento profundamente inelástico (DIS), o momento do fóton, no referencial de repouso do alvo, é definido por

$$q = \left(\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2} \right) \quad (4.13)$$

onde ν é a energia do fóton e $q^2 = -Q^2$. Todavia, fazendo uso das coordenadas do cone de luz (Apêndice A), encontramos a relação

$$q^2 = -Q^2 = (q^0)^2 - (q^3)^2 \quad (4.14)$$

$$= (q^0 + q^3)(q^0 - q^3) \quad (4.15)$$

$$= 2q^+q^- \quad (4.16)$$

Isto nos permite reescrever o momento do fóton nas coordenadas do cone de luz [69], $q = (q^+, q^-, q^T)$, conforme

$$q = \left(q^+, \frac{-Q^2}{2q^+}, \vec{0} \right) \quad (4.17)$$

onde $q^+ \simeq \sqrt{2}\nu$ no limite de Bjorken.

Por outro lado, definindo por $k(k')$ os respectivos momentos do quark(antiquark) que formam o dipolo e tomando $k^2 \sim k'^2 \sim 0$, encontram-se as relações

$$k^- = \frac{k_T^2}{2k^+} \quad (4.18)$$

$$k'^- = \frac{k_T^2}{2k'^+} \quad (4.19)$$

com $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$, onde z e $(1-z)$ são as respectivas frações de momento do fóton portadas pelo quark e antiquark, Figura 4.3.

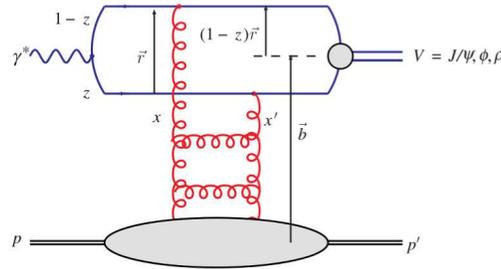


Fig. 4.3: Produção de mésons vetoriais.

Logo, nas coordenadas do cone de luz, os quadrimomentos k e k' podem ser reescritos conforme

$$k = \left(zq^+, \frac{\vec{k}^2}{2zq^+}, \vec{k} \right) \quad (4.20)$$

$$k' = \left((1-z)q^+, \frac{\vec{k}^2}{2(1-z)q^+}, -\vec{k} \right) \quad (4.21)$$

A energia associada a este par será, portanto,

$$E_{par} = k^0 + k'^0 \quad (4.22)$$

$$= \frac{[k^+ + k^- + k'^+ + k'^-]}{\sqrt{2}} \quad (4.23)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[zq^+ + \frac{k_T^2}{2zq^+} + (1-z)q^+ + \frac{k_T^2}{2(1-z)q^+} \right] \quad (4.24)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[q^+ + \frac{k_T^2}{2q^+} \left[\frac{1}{z} + \frac{1}{1-z} \right] \right] \quad (4.25)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q^+ + \frac{k_T^2}{2z(1-z)q^+} \right) \quad (4.26)$$

De maneira análoga, a energia do fóton resulta em

$$E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right) \quad (4.27)$$

A diferença de energia entre o par $q\bar{q}$ e o fóton virtual estará relacionada, por meio do princípio da incerteza, ao tempo de formação do dipolo. O cálculo desta diferença nos leva a

$$\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*} \quad (4.28)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} \left[Q^2 + \frac{k_T^2}{z(1-z)} \right] \quad (4.29)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} [Q^2 + M^2] \quad (4.30)$$

A massa invariante do par, M^2 , é facilmente determinada, resultando em

$$M^2 = (k + k')^2 \quad (4.31)$$

$$= 2kk' \quad (4.32)$$

$$= 2k^+k'^- + 2k^-k'^+ - 2\vec{k}_T \cdot \vec{k}'_T \quad (4.33)$$

$$= \frac{k_T^2}{z(1-z)} \quad (4.34)$$

Substituindo o resultado na equação (4.30) e aplicando o limite $Q^2 \gg M^2$, chega-se em

$$\Delta E = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} Q^2 \left[1 + \frac{M^2}{Q^2} \right] \quad (4.35)$$

$$\sim \frac{Q^2}{2\sqrt{2}q^+} \quad (4.36)$$

Agora, utilizando a relação $x = Q^2/2m_N\nu$, onde m_N é a massa do nucleon, e lembrando que no limite de Bjorken $q^+ \simeq \sqrt{2}\nu$, tem-se

$$\Delta E \simeq m_N x \quad (4.37)$$

Logo, pelo princípio da incerteza, encontramos a relação desejada entre o tempo de formação do par $q\bar{q}$ e o x de Bjorken

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x} \quad (4.38)$$

Percebe-se claramente que, no limite de pequeno- x , o tempo de formação do par $q\bar{q}$ será muito superior ao tempo de interação, $\tau_{int} \sim 1/R_p$, do dipolo com o próton de raio R_p . O par viajará uma longa distância $l \sim 1/m_N x$ de forma que a dimensão transversa do par permanecerá aparentemente congelada durante a interação, permitindo que consideremos o DIS em pequeno- x como um espalhamento de um dipolo de cor $q\bar{q}$, de tamanho fixo, com o alvo.

4.2.2 Fatorização da Seção de Choque Fóton-Alvo

O formalismo de dipolos, quando aplicado na região de pequeno- x de Bjorken, nos fornece a possibilidade de expressar o espalhamento profundamente inelástico por meio da fatorização em três diferentes subprocessos: (i) a flutuação do fóton em um par quark-antiquark (o dipolo), ii) a interação do dipolo com o alvo, iii) e a recombinação do par $q\bar{q}$ no estado final (fóton ou méson vetorial). Assim, a amplitude para o processo elástico $\gamma^* p \rightarrow V p$ é simplesmente o produto das amplitudes correspondentes a estes três subprocessos, integrados nas variáveis do dipolo r e z [70],

$$A^{\gamma^* p}(x, Q, \Delta) = \sum_{h, \bar{h}} \int d^2 r \int \frac{dz}{4\pi} \Psi_{h, \bar{h}}^{\gamma^*}(r, z, Q) A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) \Psi_{h, \bar{h}}^V(r, z, Q) \quad (4.39)$$

A amplitude do fóton virtual (com polarização $\lambda = +, -, 0$) que flutua no par $q\bar{q}$ (com helicidades $h, \bar{h} = \pm 1/2$) é dada pela função de onda do fóton no cone de luz $\Psi_{h, \bar{h}}^{\gamma^*}$ [70].

A variável z denota a fração de momento longitudinal do fóton portada pelo quark e \vec{r} é o tamanho transversal do par $q\bar{q}$. Similarmente, a amplitude para o par $q\bar{q}$ se recombinar e formar um estado final V é definida por $\Psi_{h,\bar{h}}^V$. Por último, a amplitude $A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)$ está relacionada com a seção de choque dipolo-alvo e na literatura é definida por diversas parametrizações [70].

De forma geral, a amplitude elástica elementar $A_{q\bar{q}}$ é definida de maneira que a seção de choque diferencial elástica para o espalhamento do dipolo sobre o próton seja:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)|^2 \quad \text{onde } t = -\Delta^2 \quad (4.40)$$

Aplicando a transformação de Fourier, relacionamos a amplitude $A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)$ com o elemento de matriz-S, $S(x, r, b)$, correspondente ao espalhamento do dipolo em um dado parâmetro de impacto b ,

$$A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) = \int d^2b e^{-ib \cdot \Delta} A_{q\bar{q}}(x, r, b) \quad (4.41)$$

$$= i \int d^2b e^{-ib \cdot \Delta} 2[1 - S(x, r, b)] \quad (4.42)$$

Substituindo em (4.39), a amplitude de produção de um estado final exclusivo V (exemplo, $V =$ mésons vetoriais) fica

$$A^{\gamma^* p \rightarrow V p}(x, Q, \Delta) = \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} (\Psi_V^* \Psi)_{T,L} A_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) \quad (4.43)$$

$$= i \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2b (\Psi_V^* \Psi)_{T,L} e^{-ib \cdot \Delta} 2[1 - S(x, r, b)] \quad (4.44)$$

onde a sobreposição das funções de onda do fóton com o méson é definida por

$$(\Psi_V^* \Psi)_T = \frac{1}{2} \sum_{h,\bar{h}} \left[\psi_{h\bar{h},\lambda=+1}^* \psi_{h\bar{h},\lambda=+1} + \psi_{h\bar{h},\lambda=-1}^* \psi_{h\bar{h},\lambda=-1} \right] \quad (4.45)$$

$$(\Psi_V^* \Psi)_L = \sum_{h,\bar{h}} \psi_{h\bar{h},\lambda=0}^* \psi_{h\bar{h},\lambda=0} \quad (4.46)$$

Assumindo que $S(x, r, b)$ é praticamente real, pode-se escrever (4.44) como

$$A_{T,L}^{\gamma^* p \rightarrow V p}(x, Q, \Delta) = i \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2b (\Psi_V^* \Psi)_{T,L} e^{-i[b-(1-z)r] \cdot \Delta} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} \quad (4.47)$$

onde $\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b}$ é a seção de choque de dipolo que, conforme veremos nas próximas seções, é

frequentemente parametrizada por diversos modelos na literatura. Por fim, de maneira similar à equação (4.40), a seção de choque diferencial elástica resulta em [70]

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| A_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep} \right|^2 \quad (4.48)$$

$$= \frac{1}{16\pi} \left| \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2b (\Psi_V^* \Psi)_{T,L} e^{-i[b-(1-z)r] \cdot \Delta} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} \right|^2 \quad (4.49)$$

que é a equação básica para a análise de processos exclusivos.

No caso de interesse, fotoprodução ($Q \sim 0$), de maneira que a seção de choque para fotoprodução fica

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Vp}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2b (\Psi_V^* \Psi)_{T,L} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} \right|^2 \quad (4.50)$$

Muitas vezes é comum assumir uma parametrização exponencial para o comportamento da amplitude em pequeno $|t|$, $d\sigma/dt \propto \exp(-B_V|t|)$, onde B_V é o tamanho da área da região de interação. Desta forma, a integração em t da seção de choque (4.50) resulta em

$$\sigma(\gamma p \rightarrow Vp) = \frac{[\text{Im } A(s, t=0)]^2}{16\pi B_V} \quad (4.51)$$

Esta é a equação que utilizaremos para o cálculo da fotoprodução de mésons vetoriais pesados em colisões próton-próton, sendo pouco modificada quando tratarmos de colisões núcleo-núcleo. Precisamos, agora, apresentar explicitamente as expressões para as sobreposições das funções de onda do fóton com o méson e para seções de choque de dipolo.

4.3 Funções de Onda

4.3.1 Função de Onda Frontal do Fóton

Na amplitude de espalhamento (4.39), a função de onda frontal do fóton pode ser calculada via QCD perturbativa [71, 72], fornecendo as seguintes contribuições para a polarização

longitudinal ($\lambda = 0$) e transversal ($\lambda = \pm 1$) do fóton [73] conforme

$$\Psi_{h\bar{h},\lambda=0}(r, z, Q) = e_f e \sqrt{N_c} \delta_{h,-\bar{h}} 2Qz(1-z) \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{h\bar{h},\lambda=\pm 1}(r, z, Q) = & \pm e_f e \sqrt{2N_c} \times \\ & \times \left\{ i e^{\pm i\theta_r} \left[z \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\mp} - (1-z) \delta_{h,\mp} \delta_{\bar{h},\pm} \right] \partial_r + m_f \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\pm} \right\} \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi} \end{aligned} \quad (4.53)$$

Nas equações (4.52) e (4.53), os índices h e \bar{h} representam as helicidades do quark e do antiquark, respectivamente, θ_r é o ângulo azimutal entre o vetor \vec{r} e o eixo- x no plano transversal, e K_0 é a função de Bessel modificada de segundo tipo, sendo válida a relação $\partial K_0(\varepsilon r) = -\varepsilon K_1(\varepsilon r)$. A variável ε é obtida a partir da relação $\varepsilon^2 \equiv z(1-z)Q^2 + m_f^2$, onde m_f é a massa do (anti)quark do dipolo, $e = \sqrt{4\pi\alpha_{em}}$, $N_c = 3$ é o número de cores e e_f é a carga do (anti)quark.

Para o processo de espalhamento Compton profundamente virtual (DVCS), $\gamma^* p \rightarrow \gamma p$, a contribuição longitudinal, proporcional a Q , pode ser desprezada uma vez que neste tipo de processo são produzidos fótons reais ($Q = 0$). Logo, levando em consideração somente a contribuição transversal (Eq. (4.53)), a superposição das funções de onda dos fótons envolvidos, após realizar a soma sobre as helicidades dos quarks para um dado sabor f , resulta em

$$(\Psi_\gamma^* \Psi)_T^f = \frac{2N_c}{\pi} \alpha_{em} e_f^2 \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon K_1(\varepsilon r) m_f K_1(m_f r) + m_f^2 K_0(\varepsilon r) K_0(m_f r) \right\} \quad (4.54)$$

Visto que os fótons produzidos no processo DVCS são reais, eles podem ser diretamente observados nos detectores, fornecendo uma fonte complementar de informações sobre a densidade de glúons em pequeno- x . Este trabalho é voltado à produção de mésons vetoriais pesados e a Eq. (4.54) não é aplicada diretamente em nossos cálculos. Contudo, como será visto a seguir, o procedimento para a obtenção da função de superposição fóton-méson (equivalente à (4.54)) será bastante similar ao caso DVCS, bastando definir a forma da função de onda frontal dos mésons vetoriais.

4.3.2 Função de Onda Frontal dos Mésons Vetoriais

Seguindo a prescrição desenvolvida por Forshaw, Sandapen e Shaw (FSS) [73], a função de onda frontal do méson vetorial pode ser construída assumindo que o mesmo é um estado formado predominantemente pelo par quark-antiquark, com as mesmas estruturas de spin e polarização adotadas no caso do fóton. Dessa forma, adaptando as equações correspondentes

à função de onda do fóton ((4.52) e (4.53)) por meio da substituição

$$e_f e z (1 - z) \frac{K_0(\varepsilon r)}{2\pi} \rightarrow \phi_{T,L}(r, z), \quad (4.55)$$

e da relação $2Q \rightarrow M_V$, necessária para a polarização longitudinal, as respectivas funções longitudinal e transversal do méson vetorial serão dadas por [70]

$$\Psi_{h\bar{h},\lambda=0}(r, z) = \sqrt{N_c} \delta_{h,-\bar{h}} \left[M_V + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z (1 - z)} \right] \phi_L(r, z) \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{h\bar{h},\lambda=\pm 1}^V(r, z) &= \pm \sqrt{2N_c} \frac{1}{z(1-z)} \times \\ &\times \left\{ i e^{\pm i\theta_r} \left[z \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\mp} - (1-z) \delta_{h,\mp} \delta_{\bar{h},\pm} \right] \partial_r + m_f \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\pm} \right\} \phi_T(r, z) \end{aligned} \quad (4.57)$$

Devido ao acoplamento não local dos quarks ao méson [74, 75], a função de onda longitudinal do méson é ligeiramente mais complicada do que no caso do fóton. Em relação à substituição (4.55), a função $\phi_{T,L}(r, z)$ é denominada *parte escalar* da função de onda e comumente é construída fenomenologicamente em função de parâmetros livres que são determinados a partir de um conjunto de restrições que comentaremos a seguir.

Para encontrar a função de superposição fóton-méson, o cálculo é similar ao caso DVCS e resulta nas seguintes contribuições transversal e longitudinal

$$(\Psi_V^* \Psi)_T = \hat{e}_f e \frac{N_c}{\pi z (1 - z)} \left\{ m_f^2 K_0(\varepsilon r) \phi_T(r, z) - [z^2 + (1 - z)^2] \varepsilon K_1(\varepsilon r) \partial_r \phi_T(r, z) \right\} \quad (4.58)$$

$$(\Psi_V^* \Psi)_L = \hat{e}_f e \frac{N_c}{\pi} 2Q z (1 - z) K_0(\varepsilon r) \left[m_V \phi_L(r, z) + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z (1 - z)} \phi_L(r, z) \right], \quad (4.59)$$

onde a carga efetiva é de $\hat{e}_f = 2/3$ para ψ' s e $\hat{e}_f = -1/3$ para Y' s.

A fim de completar as funções de onda do méson vetorial, as funções $\phi_{T,L}(r, z)$ devem ser definidas. No caso do fóton, essa função é representada pelas funções de Bessel modificadas. Por outro lado, para os mésons vetoriais, diversos modelos de quarks sugerem que um hádron em repouso pode ser modelado por flutuações Gaussianas na separação transversa, ou seja, $\phi_{T,L}(r, z) \propto \exp(-r^2)$. A própria função de onda do próton possui uma forma Gaussiana na distribuição em t conforme pode ser constatado das observações em HERA [76, 77, 78]. Uma vez definido o comportamento gaussiano, a liberdade do modelo se reduz à escolha das variáveis que irão flutuar. A hipótese mais simples, proposta por Dosch, Gousset, Kulzinger e Pirner (DGKP) [71], impõe que a fração de momento longitudinal z flutua independentemente do momento transversal do quark \vec{k} , onde \vec{k} é a variável de Fourier

conjugada ao vetor de dipolo \vec{r} . Neste modelo, também se considera $\delta = 0$ nas funções de onda longitudinais do méson vetorial. O modelo DGKP foi simplificado por Kowalski e Teaney [79], os quais aplicaram uma dependência em z na função de onda longitudinal através do limite de curta distância $z(1-z)$ [80]. Para o méson polarizado transversalmente, foi definido $\phi_T(r, z) \propto [z(1-z)]^2$ a fim de suprimir a contribuição nos limites $z \rightarrow 0, 1$. Isto levou à formulação da função de onda denominada *Gaus-LC*, cujas contribuições transversa e longitudinal foram construídas na forma [79]

$$\phi_T(r, z) = N_T [z(1-z)]^2 e^{-r^2/2R_T^2} \quad (4.60)$$

$$\phi_L(r, z) = N_L z(1-z) e^{-r^2/2R_L^2} \quad (4.61)$$

Uma segunda abordagem para a construção da função de onda escalar foi apresentada no trabalho [81], onde se observou que a flutuação do trimomento relativo \vec{p} do quark, no sistema de repouso do méson, poderia ser descrita de uma forma invariante por boost. No sistema de repouso do méson, o momento \vec{p} está conectado à massa invariante do par $q\bar{q}$ através da relação $M^2 = 4(p^2 + m_f^2)$. Nas coordenadas do cone de luz, a massa invariante do par $q\bar{q}$ é dada por $M^2 = (k^2 + m_f^2) / [z(1-z)]$. Isto leva a [70]

$$p^2 = \frac{k^2 + m_f^2}{4z(1-z)} - m_f^2 \quad (4.62)$$

permitindo que um simples ansatz para a função de onda escalar no espaço dos momentos seja dado por

$$\tilde{\phi}_{T,L}(k, z) \propto \exp \left[-\frac{R^2}{8} \left(\frac{k^2 + m_f^2}{z(1-z)} - 4m_f^2 \right) \right] \quad (4.63)$$

Esta é a base para a função de onda *Boosted Gaussian* de [73], primeiramente proposta por NNPZ [74, 75]. No espaço de configuração estas funções de onda são dadas pela transformação de Fourier de (4.63), o que resulta em

$$\phi_{T,L}(r, z) = N_{T,L} z(1-z) \exp \left(-\frac{m_f^2 R^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{R^2} + \frac{m_f^2 R^2}{2} \right) \quad (4.64)$$

Para encontrar a expressão dos estados excitados de $\phi_{T,L}(r, z)$, pode-se utilizar a relação [82],

$$\phi_{nS}(r, z) = \left[\sum_{k=0}^{n-1} \alpha_{nS,k} R_{nS}^{2k} \hat{D}^{2k}(r, z) \right] G_{nS}(r, z) \quad (4.65)$$

com $\alpha_{nS,0} = 1$. O operador $\hat{D}^2(r, z)$ é definido por

$$\hat{D}^2(r, z) = \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{4z(1-z)} - m_f^2 \quad (4.66)$$

com $\nabla_r^2 = \frac{1}{r}\partial_r + \partial_r^2$, e atua sobre a função Gaussiana

$$G_{nS}(r, z) = N_{nS}z(1-z)\exp\left(-\frac{m_f^2 R_{nS}^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{R_{nS}^2} + \frac{m_f^2 R_{nS}^2}{2}\right) \quad (4.67)$$

Desta forma, é possível obter sistematicamente tanto a equação (4.64), quanto a função escalar dos estados excitados,

$$\phi_{2S}(r, z) = G_{2S}(r, z) [1 + \alpha_{2S,1}g_{2S}(r, z)] \quad (4.68)$$

$$\phi_{3S}(r, z) = G_{3S}(r, z) \left\{ 1 + \alpha_{3S,1}g_{3S}(r, z) + \alpha_{3S,2} \left[g_{3S}^2(r, z) + 4 \left(1 - \frac{4z(1-z)r^2}{R_{3S}^2} \right) \right] \right\}, \quad (4.69)$$

onde

$$g_{nS}(r, z) = 2 - m_f^2 R_{nS}^2 + \frac{m_f^2 R_{nS}^2}{4z(1-z)} - \frac{4z(1-z)r^2}{R_{nS}^2}. \quad (4.70)$$

Ambos os parâmetros livres dos modelos Gaus-LC e Boosted Gaussian são obtidos a partir de um conjunto de restrições independentes que envolvem condições de normalização, ortogonalidade e largura de decaimento do méson [83]. Para a condição de normalização, a função de onda deve satisfazer a condição

$$1 = \sum_{h, \bar{h}} \int d^2r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \left| \Psi_{h\bar{h}, \lambda}^V(r, z) \right|^2 \quad (4.71)$$

Em termos da parte escalar das funções de onda, $\phi_{nS}^{T,L}$, as condições de normalização e ortogonalidade resultam em

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2r \left\{ m_f^2 (\phi_{nS}^T)^2 + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_{nS}^T)^2 \right\} = 1 \quad (4.72)$$

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 dz \int d^2r \left[M_V \phi_{nS}^L + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \phi_{nS}^L \right]^2 = 1 \quad (4.73)$$

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2r \left\{ m_f^2 (\phi_{nS}^T \phi_{mS}^T) + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_{nS}^T \partial_r \phi_{mS}^T) \right\} = 0 \quad (4.74)$$

com $n \neq m$ em (4.74).

A última restrição é obtida a partir da condição de igualdade entre o valor experimental da largura de decaimento do méson, $V \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+e^-$, e a largura de decaimento teórica obtida a partir da relação

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 f_V^2}{3M_V}. \quad (4.75)$$

onde f_V caracteriza o acoplamento do méson à corrente eletromagnética e está relacionado com as larguras de decaimento transversal e longitudinal $f_V^{T,L}$. Estas últimas, podem ser descritas de maneira fatorizada assumindo que o méson vetorial contribui principalmente através de suas propriedades na origem ($r = 0$), [79, 70]

$$f_{V,T} = \hat{e}_f \frac{N_c}{2\pi M_V} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \{m_f^2 - [z^2 + (1-z)^2] \nabla_r^2\} \phi_{nS}^T(r, z)|_{r=0} \quad (4.76)$$

$$f_{V,L} = \hat{e}_f \frac{N_c}{\pi} \int_0^1 dz \left[M_V + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \right] \phi_{nS}^L|_{r=0}. \quad (4.77)$$

Por não existirem dados individuais sobre a largura de decaimento leptônico para as diferentes polarizações (transversal e longitudinal), existe certa liberdade na forma com que os larguras de decaimento obtidos a partir de (4.75) se relacionarão com a largura de decaimento experimental. Em [70], os parâmetros de Gaus-LC e Boosted Gaussian foram investigados partindo de diferentes hipóteses. Na parametrização Gaus-LC foi imposta a condição $f_V^L = f_V^T = f_V$ mantendo o restante dos parâmetros, $N_{T,L}$ e $R_{T,L}^2$, livres para serem calculados usando as condições de normalização. Sob esta hipótese, foram obtidos os valores apresentados na Tabela 4.1, onde também estão presentes os resultados para os mésons leves ϕ e ρ .

Meson	M_V (GeV)	f_V	m_f (GeV)	N_T	R_T^2 (GeV ⁻²)	N_L	R_L^2 (GeV ⁻²)
J/ψ	3.097	0.274	1.4	1.23	6.5	0.83	3.0
ϕ	1.019	0.076	0.14	4.75	16.0	1.41	9.7
ρ	0.776	0,156	0.14	4.47	21.9	1.79	10.4

Tab. 4.1: Resultados obtidos por Kowalski, Motyka e Watt [70] para a função de onda escalar dos mésons J/ψ , ϕ e ρ usando a parametrização Gaus-LC.

Para a parametrização Boosted Gaussian foi aplicada a condição $f_V^L = f_V$, sendo R^2 o parâmetro escolhido para reproduzir a largura de decaimento experimental do méson vetorial

para o caso longitudinalmente polarizado. Uma vez estimado o valor de R^2 e N_T , o valor de f_V^T foi calculado utilizando a expressão (4.76). Os resultados para a função de onda Boosted Gaussian, bem como os resultados teóricos de f_V^T , são apresentados na Tabela 4.2.

Meson	M_V (GeV)	f_V	m_f (GeV)	N_T	N_L	R^2 (GeV ⁻²)	$f_{V,T}$
J/ψ	3.097	0.274	1.4	0.578	0.575	2.3	0.307
ϕ	1.019	0.076	0.14	0.919	0.825	11.2	0.075
ρ	0.776	0.156	0.14	0.911	0.853	12.9	0.182

Tab. 4.2: Resultados obtidos por Kowalski, Motyka e Watt [70] para a função de onda escalar dos mésons J/ψ , ϕ e ρ usando a parametrização Boosted Gaussian.

Analisando separadamente os resultados obtidos pelos dois modelos, nota-se que na parametrização Gaus-LC existe uma grande diferença entre os parâmetros R_T^2 e R_L^2 , indicando - conforme apontado em [70] - a necessidade de grandes correções dinâmicas em pelo menos um dos estados de polarização do méson. Por outro lado, na parametrização Boosted Gaussian, os resultados das constantes de normalização foram similares ($N_T \sim N_L$), além de serem obtidos valores mais próximos para f_V e $f_{V,T}$, principalmente para o méson ϕ . Devido aos resultados mais consistentes dos parâmetros do modelo Boosted Gaussian, bem como a boa descrição dos dados de HERA [84, 85, 79] em eventos difrativos exclusivos envolvendo este modelo, nós optamos pela aplicação desta parametrização em todos os nossos cálculos onde a função de onda seja necessária.

O nosso objetivo é calcular a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em diversos cenários. Sendo assim, é necessário obter os parâmetros das funções de onda para os estados excitados $\psi(2S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$. No primeiro caso, os parâmetros podem ser encontrados na referência [83], na qual os autores assumem que o valor experimental da largura de decaimento do méson vetorial é a média entre os resultados obtidos para a polarização transversal e longitudinal, ou seja, $\Gamma_{e^+e^-}^{exp} = (\Gamma_{e^+e^-}^L + \Gamma_{e^+e^-}^T)/2$. Para o segundo caso, os parâmetros dos estados Y são apresentados na Tabela 1 de [82], porém as hipóteses utilizadas na obtenção destes parâmetros não são apresentadas de maneira clara. A fim de atualizar os resultados utilizando os parâmetros mais recentes (PDG 2018) e garantir que os parâmetros das funções de onda dos estados ψ e Y sejam obtidos a partir do mesmo conjunto de hipóteses, nós recalculamos os parâmetros para todos os mésons V citados e os resultados são apresentados na Tabela 4.3. Nesta abordagem, privilegiamos o parâmetro R^2 e trabalhamos com as equações de restrição a fim de escrever os demais parâmetros em função desta variável. Além disso, foi adotada

a mesma hipótese sobre a largura de decaimento utilizada em [83]. O cálculo explícito é detalhado no Apêndice B.

Meson	m_f (GeV)	N_T	N_L	R^2 (GeV $^{-2}$)	$\alpha_{2S,1}$	$\alpha_{2S,2}$	M_V (GeV)	$\Gamma_{e^+e^-}^{\text{teórico}}$ (keV)	$\Gamma_{e^+e^-}^{\text{exp}}$ (keV)
J/ψ	1.28	0.596	0.592	2.422	0	0	3.096	5.55	$5.55 \pm 0.14 \pm 0.02$
$\psi(2S)$	1.28	0.773	0.753	3.256	-0.563	0	3.686	2.289	2.29 ± 0.06
$Y(1S)$	4.18	0.483	0.481	0.566	0	0	9.46	1.34	1.34 ± 0.018
$Y(2S)$	4.18	0.625	0.621	0.815	-0.557	0	10.023	0.612	0.612 ± 0.011
$Y(3S)$	4.18	0.673	0.666	1.000	-1.219	0.217	10.355	0.443	0.443 ± 0.008

Tab. 4.3: Parâmetros para as funções de onda Boosted Gaussian para os mésons J/ψ , $\psi(2S)$, $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$.

Na Tabela 4.3, os resultados obtidos para os estados J/ψ e $\psi(2S)$ estão de acordo com aqueles produzidos em [83]. Em relação aos estados $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$, a comparação com [82] demonstra que nossos resultados estão consistentes.

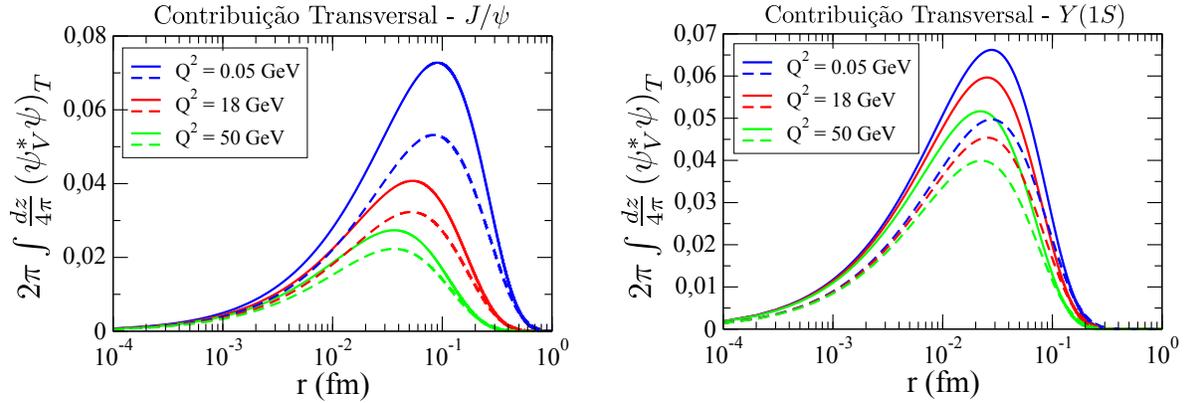


Fig. 4.4: Superposição transversal da função de onda do fóton com as funções de onda dos mésons vetoriais J/ψ (Esquerda) e $Y(1S)$ (Direita) usando os modelos Boosted Gaussian (linha sólida) e Gaus-LC (linha tracejada).

Considerando as parametrizações Gaus-LC e Boosted Gaussian, nós calculamos a superposição transversal para os estados fundamentais J/ψ e $Y(1S)$ em diferentes escalas, Figura 4.4. Como pode ser observado, para J/ψ o pico em ambas parametrizações se aproxima de $r = 0.1$ fm conforme $Q \rightarrow 0$. Em outras palavras, para a fotoprodução exclusiva ($Q \sim 0$) de J/ψ , a contribuição proveniente da função de onda é maior para dipolos com separação transversal $r \sim 0.1$ fm. Para $Y(1S)$ o mesmo efeito é observado, porém, no limite $r \sim 0.03$ fm. Para o mesmo estado, também se observa que não ocorre grande variação para as diferentes escalas.

4.4 Seções de Choque de Dipolo

No formalismo de dipolos, a amplitude de espalhamento dipolo-alvo é governada pela equação de evolução BK [44, 45, 95]. Idealmente, de maneira similar ao procedimento realizado na equação de evolução DGLAP, poderíamos inferir uma parametrização inicial para a equação BK, fitar seus parâmetros livres com os dados experimentais DIS, resolver a equação e, por fim, obter uma amplitude de dipolo que poderia ser usada no cálculo de outros observáveis. Contudo, conforme argumentado em [67], a análise de eventos difrativos necessita do conhecimento sobre a dependência da amplitude do dipolo com relação ao parâmetro de impacto. Ao incluir essa dependência dentro da equação de evolução BK, obtém-se um crescimento não físico para o tamanho do próton quando se avança na evolução [87]. Para contornar o problema, foram construídas parametrizações para seção de choque dipolo, entre as quais destacamos alguns modelos.

4.4.1 Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW)

Uma das primeiras parametrizações a obter sucesso na descrição tanto da seção de choque DIS difrativa, quanto da inclusiva, foi o modelo de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [88, 89]. No ansatz proposto pelos autores, a seção de choque de dipolo é definida por

$$\sigma_{q\bar{q}}^{GBW}(x, r) = \sigma_0 \left(1 - e^{-r^2 Q_s^2(x)/4} \right), \quad (4.78)$$

onde σ_0 é uma constante e $Q_s^2(x) = (x_0/x)^{\lambda_{GBW}} \text{ GeV}^2$ define a escala de saturação, a partir da qual, os efeitos de saturação tornam-se relevantes. Na Eq. (4.78), dois efeitos devem ser destacados. O primeiro, denominado *transparência de cor*, ocorre no limite de pequeno r , no qual, após expandir o exponencial em (4.78), obtém-se uma seção de choque proporcional a r^2 que tende a 0 quadraticamente conforme $r \rightarrow 0$. O segundo efeito, denominado por *fenômeno de saturação*, ocorre no limite de grande r , quando o comprimento de onda do fóton $1/Q$ atinge o tamanho do alvo, forçando a seção de choque de dipolo a se aproximar do valor constante σ_0 . De acordo com [88], este último efeito também pode ser observado no contexto da física de pequeno- x , na qual os pártons no alvo formam um sistema denso (majoritariamente formado por glúons) onde as interações mútuas e as consequentes recombinações partônicas levam à saturação da seção de choque total. Na Figura 4.5, extraída de [88], o resultado da equação (4.78), levando em consideração a massa dos quarks (linha sólida), demonstra claramente o fenômeno de saturação no limite $Q \rightarrow 0$. Sobretudo, pode ser observado que os dados de ZEUS (menor Q^2) são melhor explicados quando o fenômeno de saturação é considerado.

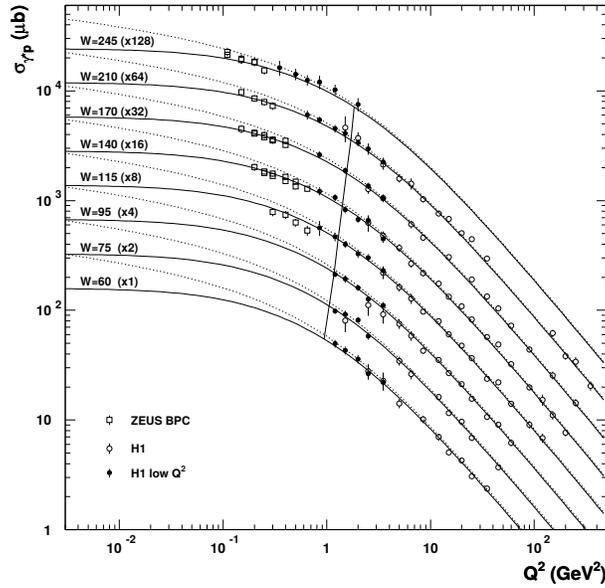


Fig. 4.5: A seção de choque γ^*p para várias energias. A linha sólida mostra o resultado do fit com a massa de 140 MeV para quarks leves. As linhas pontilhadas mostram a seção de choque com os mesmos parâmetros, porém, com a massa dos quarks nula. A linha que cruza as curvas indica a posição da linha crítica a partir da qual, os efeitos de saturação entram em ação conforme $Q^2 \rightarrow 0$. Figura extraída de [88].

Em relação aos parâmetros livres do modelo, os valores mais recentes que conhecemos foram determinados a partir do fit com dados de ZEUS para a função de estrutura F_2 [90]. Os resultados são apresentados na Tabela 4.4.

Q^2 (GeV ²)	$m_{u,d,s}$ (GeV ²)	σ_0 (mb)	x_0 (10 ⁻⁴)	λ	$\chi^2/\text{d.o.f}$
[0.045, 50]	0.14	22.17	4.11	0.285	1.74

Tab. 4.4: Parâmetros do modelo GBW determinados a partir do fit com dados de F_2 [91, 92]. Tabela extraída de [90]

Embora o modelo GBW apresente bons resultados, ele não se alinha com a evolução DGLAP no limite de grande Q^2 . Veremos a seguir um modelo que tenta corrigir este problema.

4.4.2 Bartels, Golec-Biernat e Kowalski (BGBK)

Apesar do sucesso na descrição dos dados DIS em HERA, em particular na transição da região perturbativa para a região de fotoprodução não perturbativa, o modelo GBW não

inclui violações de escala logarítmica, de maneira que, para grandes valores de Q^2 , o modelo não coincide com a evolução DGLAP. Esta deficiência levou à formulação do modelo BGBK [93], no qual, propõe-se uma modificação no ansatz original, substituindo a escala de saturação $Q_s^2(x)$ por uma densidade de glúons com evolução explícita DGLAP. Dessa forma, a seção de choque de dipolo foi definida como

$$\sigma_{q\bar{q}}^{BGBK}(x, r) = \sigma_0 \left\{ 1 - e^{[-\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2) / (3\sigma_0)]} \right\}, \quad (4.79)$$

onde a escala μ^2 é assumida ter a forma $\mu^2 = C/r^2 + \mu_0^2$ com os parâmetros C e μ_0^2 determinados a partir do fit com os dados DIS. Em primeira aproximação, a função $g(x, \mu^2)$, que corresponde apenas a densidade de glúons (dominante em pequeno x), evolui de acordo com a equação DGLAP em Leading Order (LO), onde a parametrização inicial na escala $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ é definida por

$$xg(x, \mu_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (4.80)$$

Os parâmetros A_g e λ_g são determinados a partir do fit com os dados. De acordo com [93], ao variar a massa dos quarks de 0.14 GeV para 0 GeV, foram encontradas duas soluções possíveis, ambas apresentando uma boa descrição dos dados de HERA. Na Tabela 4.5, os primeiros resultados são obtidos a partir das condições iniciais $m_{u,d,s} = 0.14 \text{ GeV}$ e $\sigma_0 = 23 \text{ mb}$ (esta última induzida pelos bons resultados no GBW original que possui $\sigma_0 = 23 \text{ mb}$). O segundo conjunto de resultados foi obtido impondo $m_{u,d,s} = 0 \text{ GeV}$ e $\mu_0^2 = 1.0$.

	$m_q \text{ (MeV)}$	$\sigma_0 \text{ (mb)}$	A_g	λ_g	C	μ_0^2	χ^2/N_{df}
Fit 1	140	23.0	1.20	0.28	0.26	0.52	1.17
Fit 2	0	23.8	13.71	-0.41	11.10	1.00	0.97

Tab. 4.5: *Parâmetros dos fits usando dados de ZEUS, H1 e E665 na região cinemática $x < 0.01$ (333 pontos). Os dados de H1 foram reescalados por um fator de 1.05. Os números em negrito foram fixados durante os fits. Tabela extraída a partir de [93]*

Em relação a grandes valores de Q^2 , o modelo BGBK leva a uma significativa melhora no fit dos dados de HERA em relação ao modelo GBW, Figura 4.6.

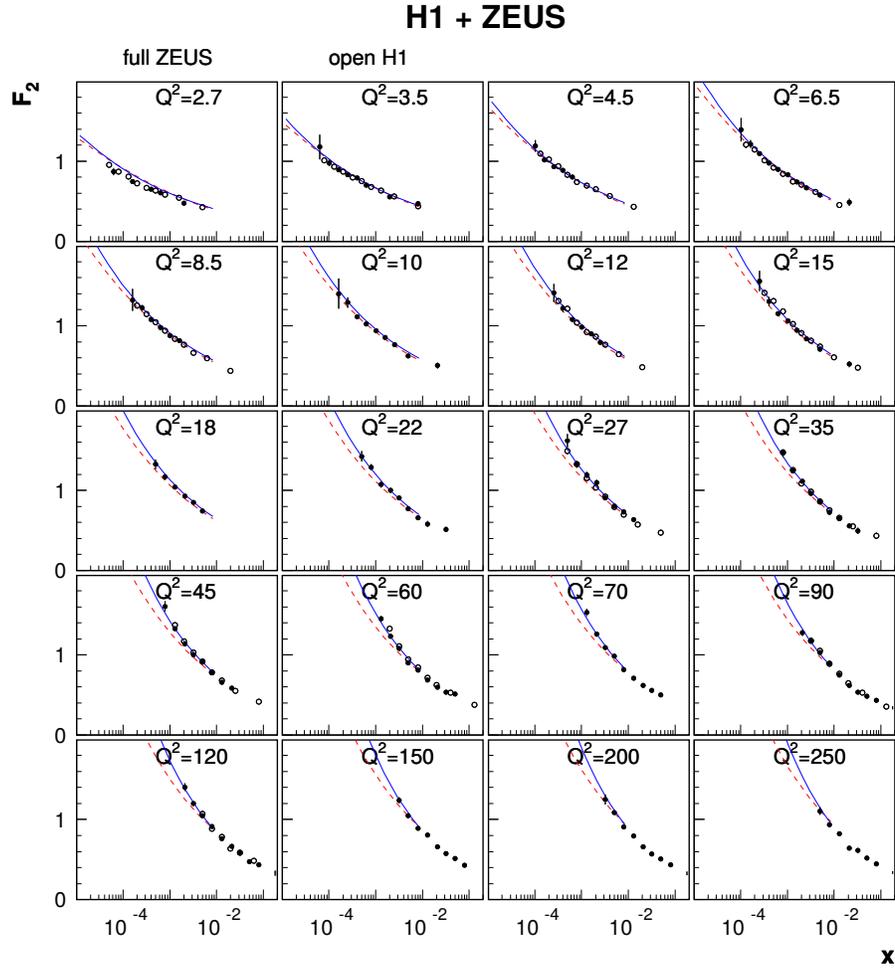


Fig. 4.6: Dados de H1 e ZEUS sobre F_2 como uma função de x para valores fixos de $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ e as curvas dos modelos de saturação. Linha sólida: o modelo com a evolução DGLAP (Fit 1). Linha pontilhada: o modelo de saturação GBW [88, 89]. Figura extraída de [93].

4.4.3 B-SAT

Nos modelos anteriores, GBW e BGBK, não há qualquer dependência da seção de choque com o parâmetro de impacto da colisão fóton-alvo. Esta dependência foi introduzida primeiramente por Kowalski e Teaney [79], onde os autores se baseiam na fórmula de Glauber-Mueller [94] para a construção da seção de choque de dipolo. Nessa formulação, a seção de choque de dipolo em um dado parâmetro de impacto, foi definida como

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} = 2 \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2) T(b) \right) \right] \quad (4.81)$$

onde a escala μ^2 está relacionada ao tamanho do dipolo r por $\mu^2 = \frac{4}{r^2} + \mu_0^2$ e a densidade de glúons, $xg(x, \mu^2)$ evolui da escala μ_0^2 até μ^2 usando a equação de evolução DGLAP em LO sem quarks. A parametrização inicial para a distribuição de glúons é a mesma definida no modelo BGBK, Eq. (4.80), e os parâmetros μ_0^2 , λ_g e A_g são determinados a partir do fit com os dados de ZEUS [91, 92]. A principal diferença em relação aos modelos anteriores foi a introdução da dependência em b através da inclusão da função perfil nuclear, $T_A(b)$, a qual, em [79], foi definida pela forma Gaussiana

$$T_G(b) = \frac{1}{2\pi B_G} \exp \left[-\frac{b^2}{2B_G} \right]. \quad (4.82)$$

onde o parâmetro $B_G = 4 \text{ GeV}^{-2}$ é determinado a partir do fit da seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ para a produção de mésons vetoriais exclusivos. Na Figura 4.7, extraída de [70], os resultados da distribuição- t para os mésons vetoriais J/ψ e ϕ são comparados com os dados de HERA em diferentes escalas de Q^2 .

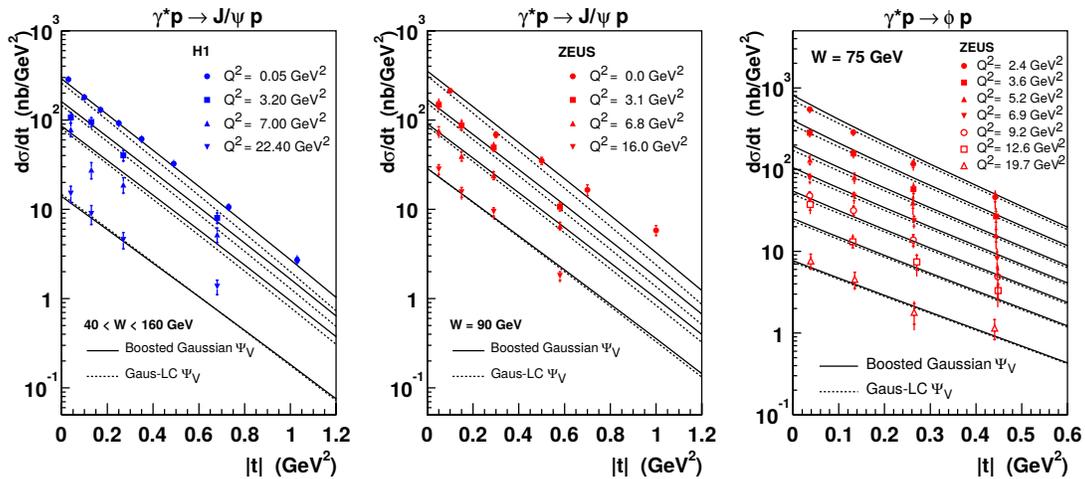


Fig. 4.7: Seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ em função de $|t|$ para os méson vetoriais J/ψ e ϕ usando o modelo B-SAT. Dados extraídos a partir de [76, 77, 78]. Figura extraída de [70].

4.4.4 Iancu, Itakura e Munier (IIM)

A equação de evolução DGLAP, geralmente utilizada na análise dos dados de HERA, pode não ser tão apropriada próximo à região de saturação no limite de pequeno x . Neste regime cinemático é, teoricamente, mais indicado o uso da equação de evolução BFKL que, por sua vez, após incluir os efeitos de saturação, é válida no intervalo $Q_s^2(x) < Q^2 < Q_s^4(x)/\Lambda_{\text{QCD}}^2$.

Assim, considerando a região cinemática $x \leq 10^{-2}$ e $Q^2 < 50 \text{ GeV}^2$, os autores Iancu, Itakura e Munier (IIM)¹ formularam um novo modelo no qual os efeitos de saturação de glúons são incorporados via uma solução aproximada da equação Balitsky-Kovchegov (versão não linear da BFKL) [44, 45, 95], resultando em uma seção de choque de dipolo dada por

$$\sigma_{q\bar{q}}^{IIM}(x, r) = 2\pi R^2 \times \begin{cases} N_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2(\gamma_s + (1/\kappa\lambda Y)\ln(2/rQ_s))} & : rQ_s \leq 2 \\ 1 - e^{-A\ln^2(BrQ_s)} & : rQ_s > 2 \end{cases} \quad (4.83)$$

onde $Y = \ln(1/x)$, $\gamma_s = 0.63$, $\kappa = 9.9$, e $Q_s \equiv Q_s(x) = (x_0/x)^{\lambda/2}$. Os parâmetros livres σ_0 , N_0 , λ , e x_0 foram determinados a partir do fit de F_2 com os dados de ZEUS na região $x \ll 10^{-2}$ e $0.045 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 45 \text{ GeV}^2$. Fixando a massa dos quarks em $m_q = 140 \text{ MeV}$ e variando o parâmetro N_0 entre 0.5 e 0.9, foram obtidos os resultados da Tabela 4.6, extraída de [96], onde também estão presentes os resultados do modelo GBW para o mesmo conjunto de dados.

N_0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	GBW
χ^2	146.43	129.88	123.63	125.61	133.73	243.87
$\chi^2/d.o.f$	0.96	0.85	0.81	0.82	0.87	1.59
$x_0 (\times 10^{-4})$	0.669	0.435	0.267	0.171	0.108	4.45
λ	0.252	0.254	0.253	0.252	0.250	0.286
$R \text{ (fm)}$	0.662	0.660	0.641	0.627	0.618	0.585

Tab. 4.6: *Fits do modelo IIM para diferentes valores de N_0 e 3 sabores de quarks com massa $m_q = 140 \text{ MeV}$, comparados com o fit obtido usando o modelo GBW. Tabela extraída de [96]*

Os coeficientes A e B são determinados impondo a condição de que a seção de choque $\sigma_{q\bar{q}}^{IIM}(x, r)$ e suas derivadas com respeito a rQ_s devem ser contínuas em $rQ_s = 2$. Isto resulta em

$$A = -\frac{N_0^2 \gamma_0^2}{(1 - N_0)^2 \ln(1 - N_0)} \quad B = \frac{1}{2} (1 - N_0)^{-(1-N_0)/(N_0\gamma_s)} \quad (4.84)$$

¹ Em alguns trabalhos, incluindo este, o modelo IIM é rotulado por CGC.

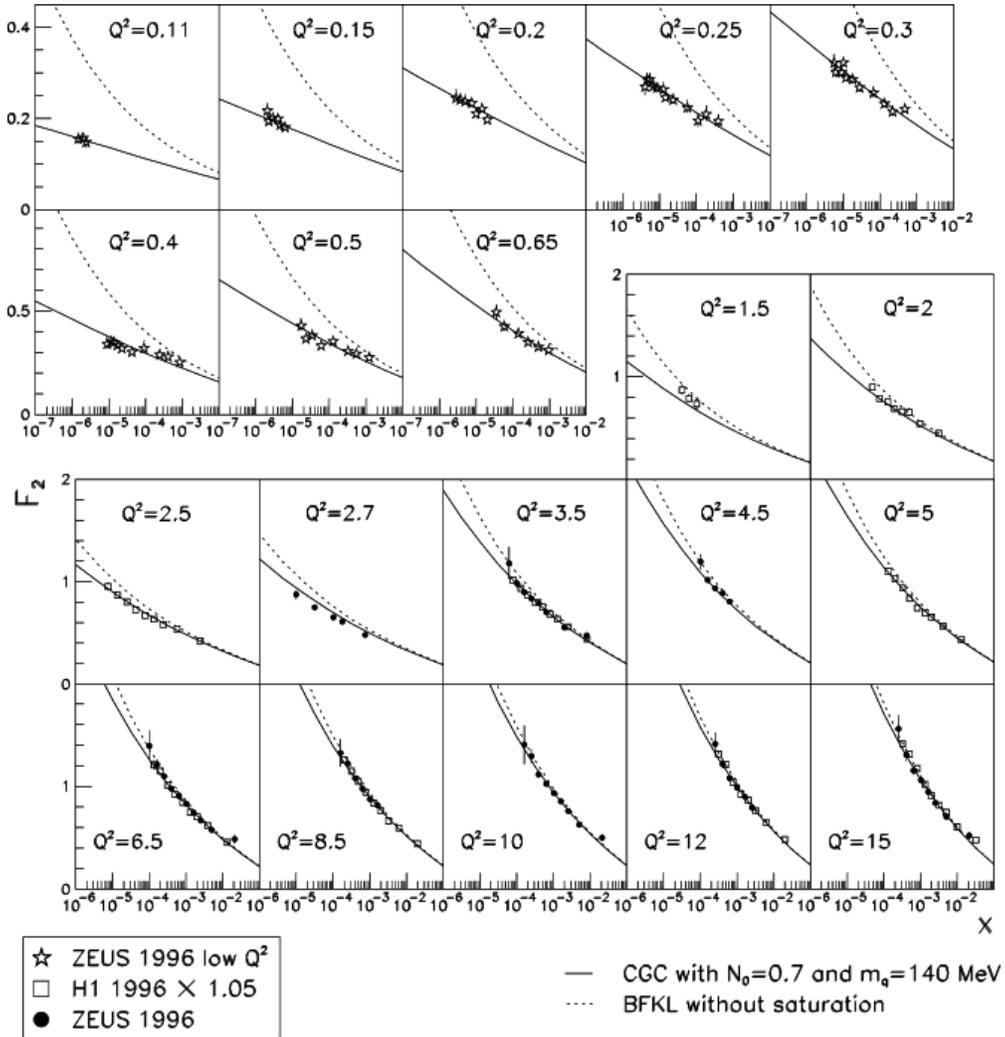


Fig. 4.8: A função de estrutura F_2 para pequenos (parte superior) e moderados (parte inferior) valores de Q^2 , comparada com dados de H1 e ZEUS. A linha cheia representa os resultados da parametrização CGC usando $N_0 = 0.7$. A linha tracejada mostra as previsões da BFKL sem saturação. Figura extraída de [96].

Utilizando $N_0 = 0.7$ com $m_q = 140$ MeV, os autores de [96] calcularam a função de estrutura F_2 como função de x para diversos valores de Q^2 , Figura 4.8. No regime de pequeno Q^2 , onde atuam mecanismos de fotoprodução, a inclusão dos efeitos de saturação é necessária a fim de justificar os dados. Em nossos cálculos, utilizamos um novo conjunto de parâmetros calculados em [85], onde foi assumido $m_c = 1.27$ e $m_q \simeq 100$ MeV. Os resultados são apresentados na Tabela 4.7.

Q^2 (GeV ²)	γ_s	σ_0 (mb)	x_0 (10 ⁻⁵)	λ	$\chi^2/\text{d.o.f}$
[0.25, 45]	0.762	21.85	6.22	0.2319	1.18

Tab. 4.7: *Parâmetros do modelo CGC determinados a partir do fit com dados de F_2 [97, 98, 99] considerando $x < 0.01$. Tabela extraída de [85].*

4.4.5 Watt, Motyka and Kowalski - bCGC)

Para incluir a dependência em b no modelo IIM, Watt, Motyka and Kowalski [70] modificaram a Eq. (4.83) obtendo o modelo bCGC:

$$\sigma_{q\bar{q}}^{bCGC}(x, r) = 2\pi R^2 \times \begin{cases} N_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2(\gamma_s + (1/\kappa\lambda Y)\ln(2/rQ_s))} & : rQ_s \leq 2 \\ 1 - e^{-A\ln^2(BrQ_s)} & : rQ_s > 2 \end{cases} \quad (4.85)$$

onde, agora, a escala de saturação, Q_s , é definida em função do parâmetro de impacto conforme

$$Q_s \equiv Q_s(x, b) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\lambda/2} \left[\exp\left(-\frac{b^2}{2B_{cgc}}\right)\right]^{1/2\gamma_s} \quad (4.86)$$

Os parâmetros A e B são definidos pela Eq. (4.84) e o parâmetro $\sigma_0 = 2 \int d^2b$, presente no modelo IIM, é substituído pelo parâmetro livre B_{cgc} , o qual é determinado a partir do fit com dados de HERA. Em nossos cálculos, utilizamos o conjunto de parâmetros determinados por [85], onde foram usados dados na região $x \lesssim 0.01$ e $0.75 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 650 \text{ GeV}^2$. Os resultados são apresentados na Tabela 4.8.

B_{cgc} GeV ⁻²	m_c GeV	γ_s	N_0 (mb)	x_0 (10 ⁻⁵)	λ	$\chi^2/\text{d.o.f}$
5.5	1.27	0.6599	0.3358	0.00105	0.2063	1.24

Tab. 4.8: *Parâmetros do modelo bCGC determinados a partir do fit com dados de F_2 [97, 98, 99] considerando $x < 0.01$, $0.75 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 650 \text{ GeV}^2$ e $m_q \simeq 100 \text{ MeV}$. Tabela extraída de [85].*

4.5 Resumo do Capítulo

Neste capítulo, descrevemos explicitamente a expressão para o fluxo de fótons produzido por uma carga pontual ultrarelativística bem como as principais equações do formalismo de dipolos de cor utilizado no cálculo da seção de choque de fotoprodução $\sigma_{\gamma p}$. Em relação ao

fluxo de fótons, vimos que o pulso de radiação transversal (P_1) domina a interação no regime ultrarelativístico, de maneira que o pulso longitudinal (P_2) pode ser desprezado. Quanto ao modelo de dipolos, vimos que a amplitude de espalhamento é dividida em: funções de onda e seção de choque de dipolo. Para descrever a função de onda do méson, adotamos a parametrização Boosted Gaussian, visto que esta se estende facilmente para a descrição dos estados excitados. Em relação à seção de choque de dipolo, apresentamos diversos modelos descritos na literatura, entre os quais, os modelos GBW, CGC e bCGC que serão utilizados em nossos cálculos no próximo capítulo.

Capítulo 5

Fotoprodução Exclusiva de Mésons Vetoriais Pesados

5.1 Introdução

A fotoprodução exclusiva (ou elástica) de mésons vetoriais pesados em colisões hadrônicas é um tipo de processo difrativo caracterizado pela escala $Q^2 \sim 0$, onde a grande massa dos mésons pode atuar como escala dura, permitindo que o processo possa ser calculado via QCD perturbativa (pQCD). As primeiras medidas obtidas por HERA sobre a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais leves (ρ , ω e ϕ) e pesados (J/ψ) [78, 76], em colisões ep , revelaram um comportamento do tipo lei de potência $\sigma_{\gamma p} \propto W_{\gamma p}^\delta$ entre a seção de choque $\sigma_{\gamma p}$ e a energia de centro de massa fóton-próton, $W_{\gamma p}$. Para os mésons vetoriais leves, cujo processo é de origem não-perturbativa, foi encontrada uma fraca dependência na lei de potência ($\delta \sim 0.2$), a qual pode ser explicada pela fenomenologia de Regge [101], onde o processo difrativo é descrito pela troca no canal- t de um objeto portador dos números quânticos do vácuo, o Pomeron suave (Figura 5.1a). Por outro lado, para a fotoprodução exclusiva de J/ψ , foi observada uma dependência mais intensa ($\delta \sim 0.8$), a qual pode ser explicada razoavelmente pela pQCD considerando que a interação γp seja descrita, em primeira ordem, pela troca de um estado singleto de cor de dois glúons, denominado Pomeron duro (Figura 5.1b). Como consequência, no limite de pequeno x existe um forte crescimento da densidade de glúons em direção ao regime de saturação [102, 103], onde processos físicos de recombinação partônica, ex. $gg \rightarrow g$, tornam-se relevantes. Desta forma, a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados se torna uma importante ferramenta para testar a QCD perturbativa, contribuindo na restrição da distribuição de glúons nesse regime cinemático. Em particular, nas energias de LHC, a variável x alcança valores de ordem $(M_V/\sqrt{s})e^y \sim 10^{-6}$, de modo que modelos que incluam efeitos de saturação como, por exemplo, o formalismo de dipolos de cor, tornam-se necessários.

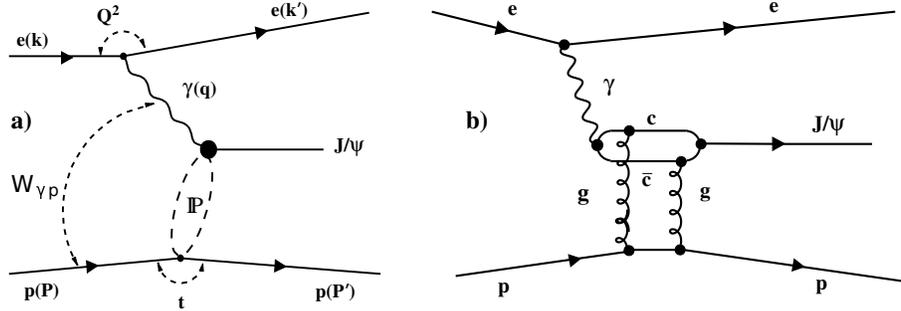


Fig. 5.1: Produção Elástica de J/ψ , a) em uma abordagem baseada na troca do Pomeron (IP) e b) no formalismos da $pQCD$ via troca de dois glúons.

Em nossos cálculos, a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ é investigada a partir do formalismo de Dipolos de Cor, considerando a função de onda Boosted Gaussian e os modelos de dipolo GBW, CGC e bCGC descritos no capítulo anterior. Primeiramente, calculamos a distribuição em rapidez e a seção de choque total difrativa, e apresentamos nossos resultados para colisões próton-próton (pp) em $\sqrt{s} = 7$ TeV e $\sqrt{s} = 13$ TeV. Posteriormente, considerando os mesmos observáveis, repetimos os cálculos para colisões próton-núcleo (pA) ($\sqrt{s} = 5.02$ TeV e $\sqrt{s} = 8.2$ TeV) e núcleo-núcleo (AA) ($\sqrt{s} = 2.76$ TeV e $\sqrt{s} = 5.5$ TeV) no regime ultraperiferal. Para cada processo, comparamos nossas estimativas com os dados disponíveis das colaborações LHCb, ALICE e CMS.

5.2 Fotoprodução Exclusiva em Colisões pp

Conforme descrito no Capítulo 3, a seção de choque para a fotoprodução exclusiva de um méson vetorial V em uma colisão hadrônica relativística pode ser descrita pela convolução de um fluxo de fótons, $N_\gamma^H(\omega)$, com a seção de choque de fotoprodução, $\sigma_V^{\gamma H}(\omega)$, conforme

$$\sigma_V(\omega) = \int d\omega N_\gamma^H(\omega) \sigma_V^{\gamma H}(\omega) \quad \text{com} \quad H \equiv p, A, \quad (5.1)$$

Por outro lado, a rapidez y de um méson V está relacionada com a energia do fóton, ω , por meio da equação

$$y = \ln \left(\frac{2\omega}{M_V} \right). \quad (5.2)$$

Assim, combinando (5.1) e (5.2), a distribuição em rapidez correspondente à interação do fluxo de fótons, produzido por um hádron do feixe, com o hádron-alvo será dada por

$$\frac{d\sigma_V(\omega)}{dy} = \frac{d\sigma_V(\omega)}{d\omega} \frac{d\omega}{dy} = \omega N_\gamma^H(\omega) \sigma_V^{\gamma H}(\omega). \quad (5.3)$$

Os dois hádrons da colisão podem atuar tanto como fontes do fluxo de fótons quanto como alvo. Assim, no caso de colisões pp, é necessário considerar a distribuição em rapidez conforme

$$\frac{d\sigma(y)}{dy} = \omega(y) N_\gamma^p(\omega(y)) \sigma_V^{\gamma p}(\omega(y)) + \omega(-y) N_\gamma^p(\omega(-y)) \sigma_V^{\gamma p}(\omega(-y)), \quad (5.4)$$

onde os dois termos no lado direito de (5.4) indicam que os hádrons em colisão ora são vistos como fonte de fótons, ora se comportam como alvo. Assim, para a produção de um méson vetorial V com rapidez y , levam-se em consideração as contribuições dos fótons com baixa energia $\omega = (M_V/2)e^{-y}$ e dos fótons com alta energia $\omega = (M_V/2)e^y$.

No que segue, temos que definir as expressões gerais para o fluxo de fótons do próton, $N_\gamma^p(\omega)$, e a seção de choque fóton-próton, $\sigma_V^{\gamma p}(\omega)$.

5.2.1 O Fluxo de Fótons do Próton

No caso de cargas pontuais, o fluxo de fótons integrado em b pode ser descrito pela Eq. (4.9). Contudo, para objetos extensos que possuem uma estrutura eletromagnética mais complexa, tais como prótons ou núcleos, deve-se considerar um fator de forma que represente a distribuição eletromagnética do hádron.

Para prótons altamente energéticos, a adoção do fator de forma de dipolo

$$F_E(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/0.71 \text{ GeV}^2)^2}, \quad (5.5)$$

produz um fluxo de fótons mais realístico [104]

$$N_\gamma^p(\omega) = \frac{\alpha_{em}}{2\pi\omega} \left[1 + \left(1 - \frac{2\omega}{\sqrt{s}} \right)^2 \right] \left[\ln \Omega - \frac{11}{6} + \frac{3}{\Omega} - \frac{3}{2\Omega^2} + \frac{1}{3\Omega^3} \right], \quad (5.6)$$

onde $\Omega = 1 + 0.71 \text{ GeV}^2/Q_{\min}^2$ e $Q_{\min}^2 \approx (\omega/\gamma_L)^2$.

5.2.2 A Seção de Choque Fóton-Próton

Os dados experimentais para a produção difrativa de mésons vetoriais são usualmente parametrizados em função da seção de choque frontal difrativa $d\sigma/dt|_{t=0}$ e do parâmetro de inclinação B_V , conforme

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{t=0} e^{-B_V \cdot t}. \quad (5.7)$$

A seção de choque diferencial $d\sigma/dt|_{t=0}$ foi definida no capítulo 3 em termos da amplitude frontal de espalhamento $Im \mathcal{A}(s, t=0)$ (Eq. (4.50)). O parâmetro B_V para J/ψ e $\psi(2S)$ pode ser estimado a partir da expressão de Regge [101]

$$B_{\psi(nS)}(W_{\gamma p}) = b_{el}^V + 2\alpha' \log \left(\frac{W_{\gamma p}}{W_0} \right)^2, \quad (5.8)$$

onde $\alpha' = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ e $W_0 = 95 \text{ GeV}$. Considerando os resultados experimentais de B_V em $W_{\gamma p} = 90 \text{ GeV}$, são obtidos os valores $b_{el}^{J/\psi} = 4.99 \text{ GeV}^{-2}$ e $b_{el}^{\psi(2S)} = 4.31 \text{ GeV}^{-2}$. Para os estados $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$, as medidas experimentais da distribuição em t , que permitiriam um cálculo mais preciso do parâmetro de inclinação B_Y , ainda são muito escassas. Para contornar o problema, nós calculamos B_Y a partir da parametrização sugerida em [82]

$$B_{Y(nS)} = N \left[\frac{14}{(M_{Y(nS)}/\text{GeV})^{0.4}} + 1 \right], \quad (5.9)$$

onde $N = 0.55 \text{ GeV}^{-2}$.

Por fim, integrando a Eq. (5.7) em t , obtemos a seguinte expressão para a seção de choque de fotoprodução exclusiva:

$$\sigma_{\gamma p}(\omega) = \frac{|Im \mathcal{A}(s, t=0)|^2}{16\pi B_V} \quad (5.10)$$

A amplitude de espalhamento em (5.10) é puramente imaginária, mas podemos recuperar sua parte real multiplicando a seção de choque diferencial $\sigma_{\gamma p}(\omega)$ pelo fator $(1 + \beta^2)$, onde β é a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude \mathcal{A} . Em termos de um parâmetro λ , a variável β pode ser calculada conforme [70]

$$\beta = \tan \left(\frac{\pi \lambda_{eff}}{2} \right), \text{ onde } \lambda_{eff} = \frac{\partial \ln [Im \mathcal{A}(s, t=0)]}{\partial \ln \left(\frac{1}{x} \right)}. \quad (5.11)$$

Utilizando a definição de λ_{eff} , nós fitamos seus valores com os resultados da amplitude \mathcal{A} em cada processo usando a parametrização

$$\mathcal{A}(s, t = 0) \propto \left(\frac{1}{x}\right)^{\lambda_{eff}} \quad (5.12)$$

Além do parâmetro β , nós também incluímos na Eq. (5.10) o fator R_g^2 , o qual quantifica o efeito de assimetria decorrente do fato de que os glúons trocados na interação dipolo-próton podem carregar diferentes frações de momento x e x' do próton. Este efeito atua de maneira mais intensa na produção de mésons vetoriais de grande massa, onde a assimetria alcança o limite $x' \ll x$. Seguindo [105], o fator R_g é definido por

$$R_g(\lambda_{eff}) = \frac{2^{2\lambda_{eff}+3} \Gamma(\lambda_{eff} + \frac{5}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda_{eff} + 4)} \quad (5.13)$$

onde o parâmetro λ_{eff} é o mesmo calculado em (5.12).

Agora que as principais expressões e parâmetros gerais para o cálculo da distribuição em rapidez foram definidos, estamos prontos para dar sequência ao cálculo da fotoprodução exclusiva em colisões próton-próton.

5.2.3 Resultados

Nesta seção, apresentamos nossos resultados para a distribuição em rapidez e para a seção de choque total difrativa correspondentes à fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$, produzidos em colisões próton-próton ($p + p \rightarrow p + V + p$) nas energias $\sqrt{s} = 7$ TeV e $\sqrt{s} = 13$ TeV. Utilizando o símbolo \otimes para representar a presença das lacunas de rapidez no processo difrativo, a distribuição em rapidez para a fotoprodução dos estados V em colisões pp será dado pela equação (5.4), que reescrevemos aqui na forma

$$\frac{d\sigma}{dy}(pp \rightarrow p \otimes V \otimes p) = S_{gap}^2 [\omega N_\gamma^p(\omega) \sigma(\gamma p \rightarrow V + p) + (y \rightarrow -y)]. \quad (5.14)$$

O fator de correção S_{gap}^2 leva em consideração o efeito da interação entre os espectadores da interação γp que, devido as múltiplas trocas de glúons com o próton, destroem as lacunas de rapidez no estado final, impossibilitando a identificação do evento difrativo. Para quantificar o fator de absorção S_{gap}^2 , nós tomamos a média entre os resultados obtidos em [106], onde $S_{gap}^2(y = 0) = 0.85$ e $S_{gap}^2(y = 3) = 0.75$ para colisões pp. No restante dos cálculos, usamos a parametrização Boosted Gaussian para descrever a função de onda dos mésons aplicando

os parâmetros da Tabela 4.3 e calculamos a seção de choque de dipolo considerando os modelos GBW [88, 89], CGC e b-CGC [70], com os parâmetros mais atuais descritos nas respectivas seções de cada modelo (Capítulo 4).

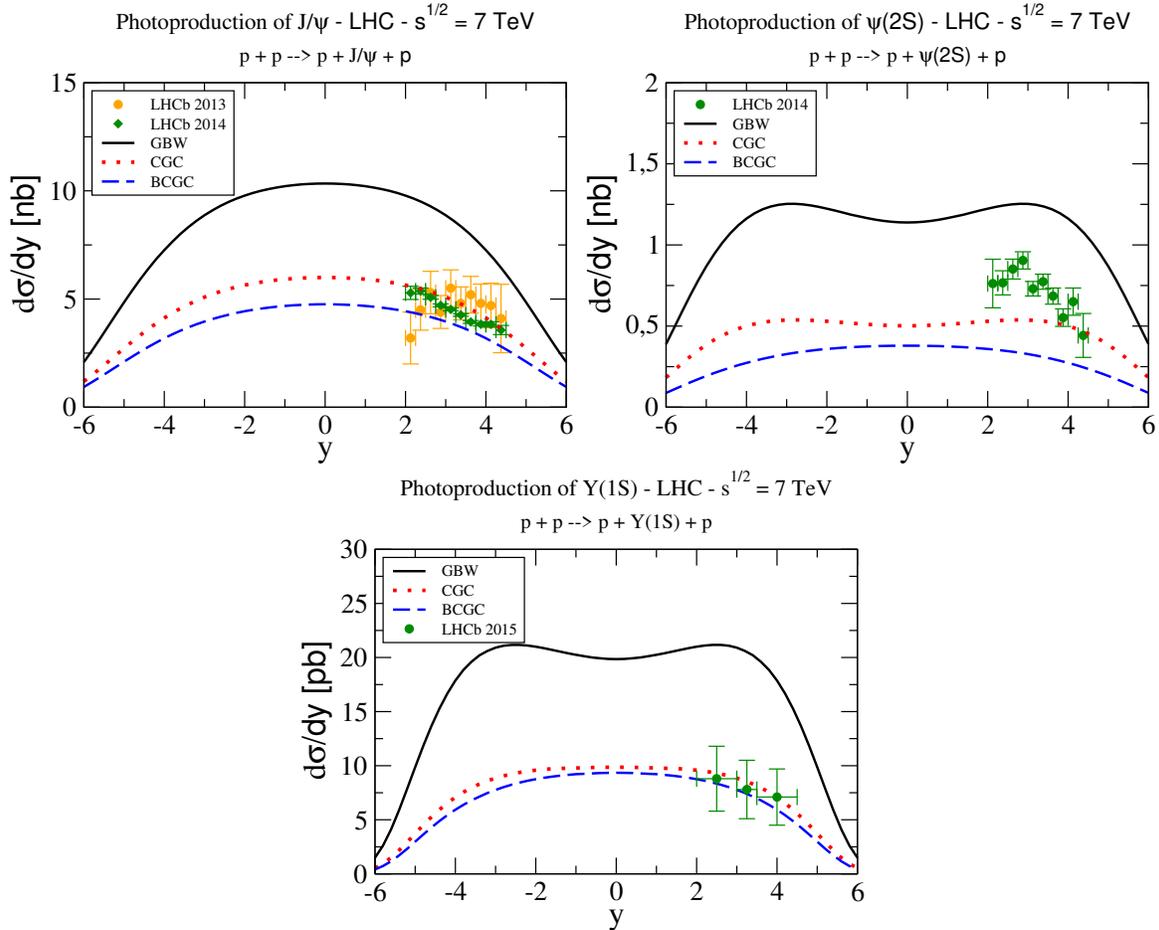


Fig. 5.2: Distribuição em rapidez para os estados J/ψ , $\psi(2S)$ e $Y(1S)$ em colisões próton-próton com energia $\sqrt{s} = 7$ TeV. Os resultados produzidos por diferentes modelos de dipolo - GBW, CGC e bCGC - são comparados com os dados disponíveis da colaboração LHCb [107, 108, 109]

Na Figura 5.2, apresentamos nossas estimativas para a distribuição em rapidez para J/ψ , $\psi(2S)$ e $Y(1S)$ na energia de centro de massa $\sqrt{s} = 7$ TeV. Como pode ser observado, para os estados fundamentais J/ψ e $Y(1S)$, o modelo CGC, sem dependência no parâmetro de impacto, concorda muito bem com os dados da colaboração LHCb [107, 108, 109]. Embora o modelo bCGC se proponha a ser mais robusto que o modelo CGC devido a dependência do parâmetro de impacto, o desvio dos dados para a produção de J/ψ , por exemplo, podem ser explicados como uma consequência dos parâmetros usados no modelo. Na obtenção

de tais parâmetros, os autores de [85] levaram em consideração medidas em grande Q^2 , onde modelos baseados na equação BFKL (CGC e b-CGC) não são adequados. A maior divergência ocorre com o modelo GBW, o qual superestima significativamente os dados de LHCb. Vale salientar que em nossos estudos iniciais sobre a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados, obtemos uma razoável concordância com os dados de J/ψ e $Y(1S)$ utilizando os parâmetros originais do modelo GBW. Essa grande discrepância gerada pelos novos parâmetros, os quais foram fitados somente com os dados de ZEUS na região cinemática $x \ll 10^{-2}$ e $0.045 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 50 \text{ GeV}^2$ [90], ainda precisa ser reavaliada. Para o estado $\psi(2S)$, somente o modelo CGC é capaz de explicar uma pequena parte dos dados, de maneira que novas correções sobre a função de onda dos estados excitados são necessárias. Adicionalmente, nós apresentamos nossas estimativas para os estados $Y(2S)$ e $Y(3S)$, os quais não possuem dados para a distribuição em rapidez. O que pode ser observado é um comportamento cada vez mais similar para os modelos de dipolo CGC e bCGC na transição $Y(1S) \rightarrow Y(2S) \rightarrow Y(3S)$.

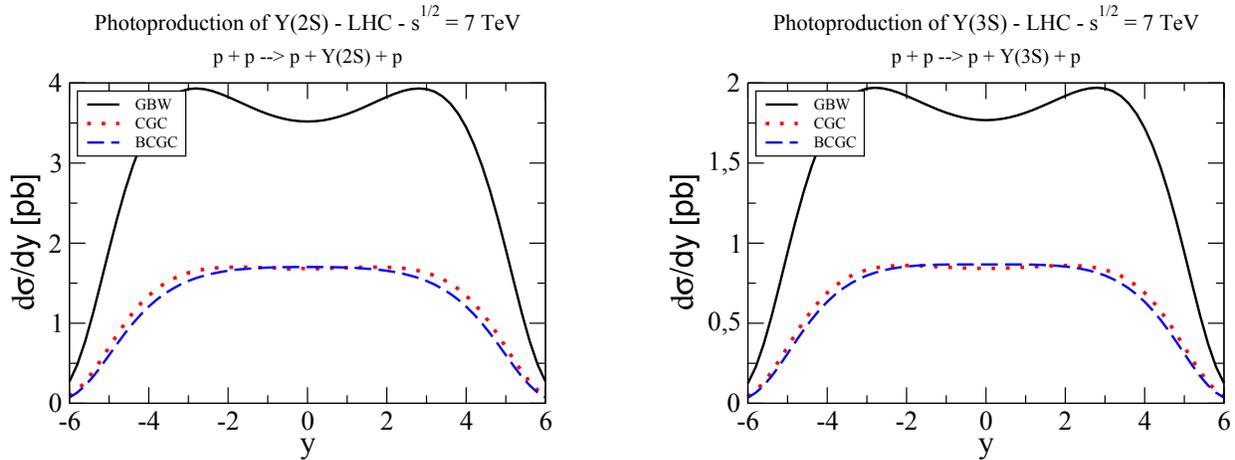


Fig. 5.3: Resultados da distribuição em rapidez para os estados excitados $Y(2S)$ e $Y(3S)$ em colisões próton-próton com energia $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$.

Como último conjunto de resultados para colisões pp, nós calculamos a seção de choque total difrativa dos mésons V nas energias $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ e $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$, considerando os modelos GBW, CGC e bCGC. Para obter os resultados da Tabela 5.1, nós integramos as seções de choque diferenciais $d\sigma/dy$ no intervalo de rapidez $2.0 < y < 4.5$ e multiplicamos os resultados pelos fatores de aceitação e fração de decaimento $BR(V \rightarrow \mu^+\mu^-)$, a fim de comparar com os dados de LHCb [108, 109]. Especificamente, para J/ψ e $\psi(2S)$, nós consideramos a variação da aceitação com a rapidez adotando os valores da Tabela 3 de [108], onde a aceitação varia com a rapidez em sub-intervalos de tamanho $\Delta y = 0.25$ de

$y = 2.0$ até $y = 4.5$. Quanto a fração de decaimento de J/ψ e $\psi(2S)$ em múons, utilizamos $BR_{J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-} = 0.0596$ e $BR_{\psi(2S) \rightarrow \mu^+\mu^-} = 0.008$ de acordo com o PDG2018. Para os mésons $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$, o resultado da integral sobre $d\sigma/dy$ é corrigido pelo fator 0.45 [109], o qual corresponde à eficiência de um candidato a Y ser produzido no intervalo $2.0 < y < 4.5$ e decair em múons dentro da aceitação do detector $2.0 < \eta_{\mu^+\mu^-} < 4.5$.

Comparando nossos resultados com os dados de LHCb (já somados em quadratura), nota-se que o modelo GBW superestima os valores centrais a partir de 66% para $\psi(2S)$ até 90% para J/ψ . Para os estados $Y(1S)$ e $Y(2S)$, onde a estatística é bastante limitada, os resultados de GBW superestimam em mais de 100%, concordando apenas com o limite superior de $Y(3S)$ cujo valor não foi definido. Considerando os modelos CGC e bCGC, os resultados estão dentro da barra de erro para os estados $Y(2S)$ e $Y(3S)$ onde a incerteza é relativamente grande, mas divergem dos dados de J/ψ e $\psi(2S)$, onde a precisão é maior. Para $Y(3S)$, os dois modelos concordam com o limite superior.

$\sqrt{s} = 7$ TeV	GBW	CGC	b-CGC	LHCb
J/ψ [pb]	553.87	316.82	246.29	291 ± 20 pb
$\psi(2S)$ [pb]	10.80	4.64	2.76	6.5 ± 1.0 pb
$Y(1S)$ [pb]	22.05	9.25	8.05	9.0 ± 2.7 pb
$Y(2S)$ [pb]	4.16	1.71	1.59	1.3 ± 0.85 pb
$Y(3S)$ [pb]	2.07	0.87	0.83	< 3.4 pb

Tab. 5.1: Seção de choque total difrativa em pb corrigida pela aceitação e $BR_{V \rightarrow \mu^+\mu^-}$ para os mésons V descritos no texto na energia de centro de massa $\sqrt{s} = 7$ TeV. Os dados extraídos de [108, 109] foram somados em quadratura.

Por último, na Tabela 5.2 nós apresentamos os resultados puros da integração sobre $d\sigma/dy$ no intervalo $2.0 < y < 4.5$, sem qualquer correção na aceitação ou na fração de decaimento $BR(V \rightarrow \mu^+\mu^-)$. Aguardamos dados para futuras comparações.

5.3 Fotoprodução Exclusiva em UPC

Colisões ultraperiféricas (UPC) são geralmente caracterizadas por apresentarem um parâmetro de impacto superior à soma dos raios dos hádrons em colisão. Neste regime geométrico, o qual está muito além do alcance da força nuclear forte, mecanismos de fotoprodução dominam a interação, fornecendo uma oportunidade única para o estudo de características

$\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$	GBW	CGC	b-CGC
J/ψ [nb]	28.30	16.31	12.79
$\psi(2S)$ [nb]	4.40	1.94	1.13
$Y(1S)$ [pb]	85.03	34.18	29.06
$Y(2S)$ [pb]	16.39	6.43	5.85
$Y(3S)$ [pb]	8.27	3.30	3.06

Tab. 5.2: Seção de choque total difrativa para os estados ψ 's [nb] e Y 's [pb] na energia de centro de massa $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$, considerando os modelos de dipolos GBW, CGC e bCGC.

fundamentais da QED e QCD via interações fóton-hádron. Experimentalmente, colisões ultraperiféricas vem sendo investigadas no LHC através de dois processos: (1) a fotoprodução de mésons vetoriais em colisões próton-núcleo (pA), na qual o méson vetorial é reconstruído a partir dos produtos do seu decaimento (ex. $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$), e (2) o decaimento de dois fótons em um par de léptons ($\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$), onde $l = e, \mu$. Na Figura 5.4, extraída de [110], um candidato à J/ψ é representado por dois traços no estado final, produzidos em colisões Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2.76 \text{ TeV}$ no detector CMS.

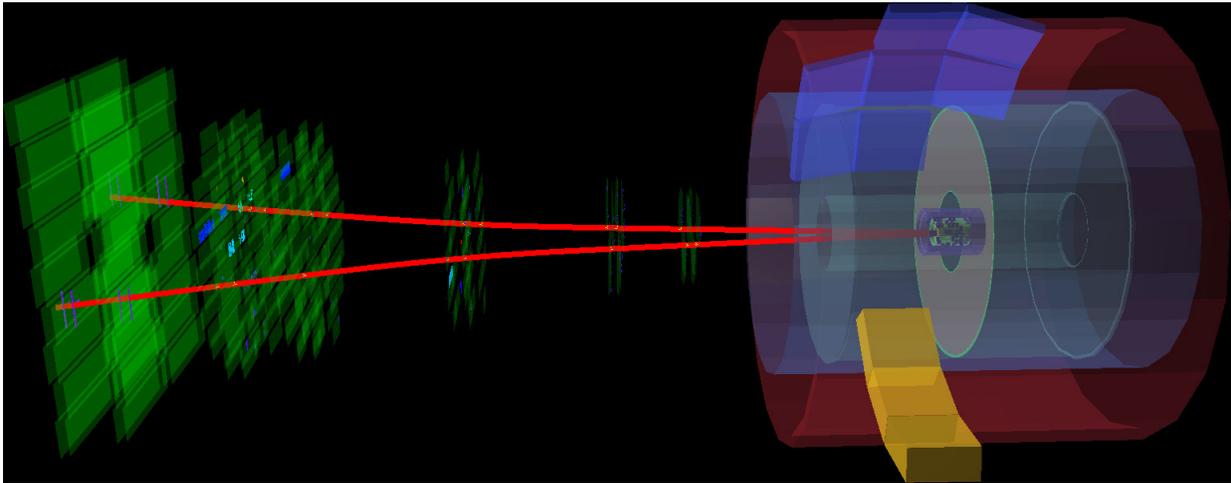


Fig. 5.4: Ilustração de um candidato à J/ψ produzido em uma colisão UPC Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2.76 \text{ TeV}$ no CMS. Figura extraída de [110].

Considerando o regime UPC, nós calculamos a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais V em colisões p-Pb e Pb-Pb utilizando o formalismo de dipolos de cor, onde o efeito de saturação partônica é incluído em nossos cálculos através dos modelos de dipolo GBW, CGC e bCGC.

5.3.1 Fotoprodução Exclusiva em Colisões p-Pb

Para colisões assimétricas p-Pb, a distribuição em rapidez (5.4) é adaptada na forma

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dy}(pPb \rightarrow p \otimes V \otimes Pb) = & \omega(y)N_\gamma^p(\omega(y))\sigma_V^{\gamma Pb}(\omega(y))+ \\ & + \omega(-y)N_\gamma^{Pb}(\omega(-y))\sigma_V^{\gamma p}(\omega(-y)), \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde o primeiro termo do lado direito considera o próton como fonte do fluxo de fótons, com o núcleo atuando como alvo, enquanto no segundo termo temos o fluxo de fótons nuclear interagindo com o próton. De maneira similar ao caso pp, precisamos definir a expressão para o fluxo de fótons do núcleo.

Adaptando o formalismo apresentado em [111], onde um fluxo de fótons mais geral é construído para colisões Au-Au, o fluxo em colisões UPC p-Pb pode ser modulado por uma função $P_{NH}(b)$ que represente a probabilidade de não ocorrência de interação hadrônica. Neste caso, assumindo que o número de colisões nucleon-nucleon na interação p-Pb siga uma distribuição de Poisson com média $T_A(b)\sigma_{NN}$, onde $T_A(b)$ é a função perfil nuclear e σ_{NN} é a seção de choque total nucleon-nucleon, a expressão de $P_{NH}(b)$ pode ser definida como

$$P_{NH}(b) = e^{-T_A(b)\sigma_{NN}}. \quad (5.16)$$

A função $T_A(\vec{r})$ é descrita em função da densidade nuclear conforme

$$T_A(\vec{r}) = \int dz \rho_A \left(\sqrt{|\vec{r}|^2 + z^2} \right), \quad (5.17)$$

onde, para núcleos pesados como ouro ou chumbo, a densidade nuclear é melhor definida pela distribuição de Woods-Saxon

$$\rho(b) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((b - r_A)/z_0)}, \quad (5.18)$$

com $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$, $r_A = 6.624 \text{ fm}$ e $z_0 = 0.549 \text{ fm}$ para o Pb.

Portanto, usando (5.16), o fluxo de fótons nuclear em colisões p-Pb pode ser descrito de maneira mais geral por

$$N(\omega) = \int_0^\infty db 2\pi b P_{NH}(b) N(\omega, b), \quad (5.19)$$

onde o fluxo de fótons com dependência em b , $N(\omega, b)$ pode ser definido pela fórmula genérica [112]

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{QED}}{\pi^2 \omega} \left| \int_0^\infty dk_\perp k_\perp^2 \frac{F(k^2)}{k^2} J_1(b_1 k_\perp) \right|^2. \quad (5.20)$$

Embora a Eq. (5.19) forneça uma descrição mais precisa para o fluxo de fótons, no regime ultraperiferal é possível realizar algumas aproximações que permitem a resolução analítica da Eq. (5.19). Primeiro, considerando a aproximação da esfera dura para a descrição da densidade nuclear, a probabilidade $P_{NH}(b)$ irá se resumir à função degrau $\Theta(b - |R_p + R_{pb}|)$, onde R_p é o raio do próton. Assim, a Eq. (5.19) se reduz a

$$N(\omega) = \int_{R_p + R_{pb}}^\infty db 2\pi b N(\omega, b). \quad (5.21)$$

Segundo, considerando um fator de forma eletromagnético do tipo *point-like*, $F(k^2) = 1$, a integral na Eq. (5.19) pode ser resolvida analiticamente, de modo que o fluxo de fótons nuclear (5.21) resulta na expressão

$$N(\omega) = \frac{2Z^2 \alpha}{\pi \omega} \left[\zeta_{\min} K_0(\zeta_{\min}) K_1(\zeta_{\min}) - \frac{1}{2} \zeta_{\min}^2 [K_1^2(\zeta_{\min}) - K_0^2(\zeta_{\min})] \right] \quad (5.22)$$

onde $\zeta_{\min} = (R_p + R_{pb})\omega/\gamma$.

Como pode ser observado em (5.22), o fluxo de fótons nuclear é proporcional ao quadrado da carga elétrica do núcleo, $(Ze)^2$. Consequentemente, para o chumbo, o fluxo é superior em aproximadamente quatro ordens de magnitude comparado ao fluxo de fótons do próton. Assim, o segundo termo de (5.15) fornece a maior contribuição para o processo conforme pode ser observado na Figura 5.5, na qual adotamos o modelo de dipolo CGC e a função de onda Boosted Gaussian no cálculo da distribuição em rapidez para J/ψ em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV.

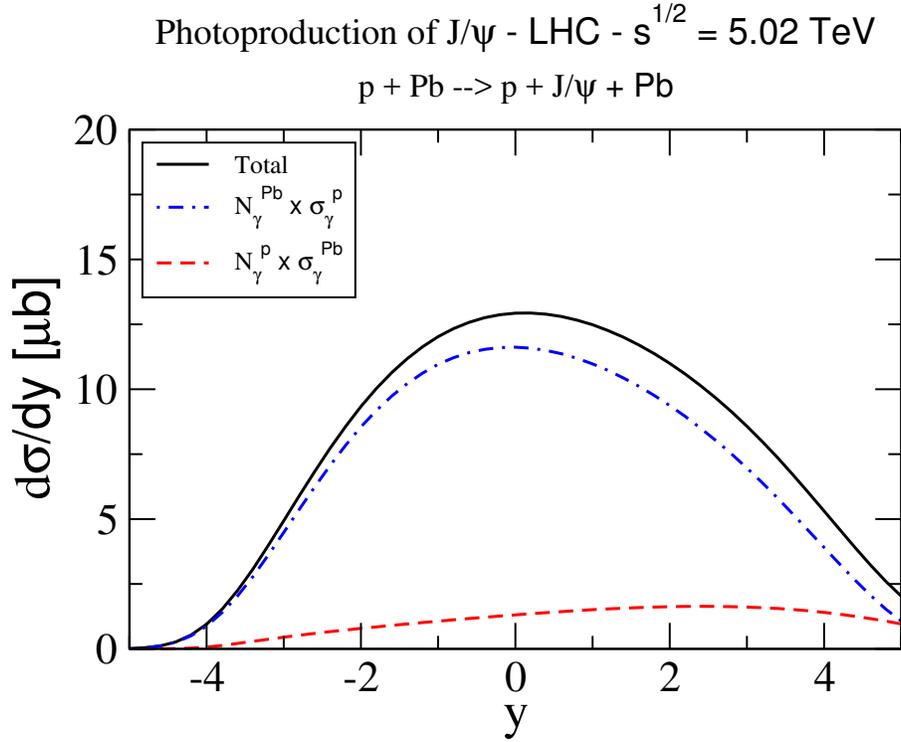


Fig. 5.5: Contribuição de cada termo de (5.15) para a fotoprodução exclusiva de J/ψ em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV

Experimentalmente, a fotoprodução em colisões ultraperiferais p-Pb é investigada através da interação γp , a qual pode ser dividida em duas classes de eventos:

- Produção exclusiva - ($\gamma + p \rightarrow V + p$): neste caso, o fóton interage com o próton sem quebrá-lo (Fig 5.6a) e o processo é caracterizado pela produção de um sistema (ex. mésons vetoriais) com momento transversal da ordem ~ 300 MeV/c.
- Produção semi-inclusiva - ($\gamma + p \rightarrow V + X$): neste caso, o próton é excitado pela interação e se dissocia em um estado X formado por um conjunto de partículas que não podem ser definidas pelo detector, Fig 5.6b. O momento transversal do sistema produzido se estende bem acima de 1 GeV/c.

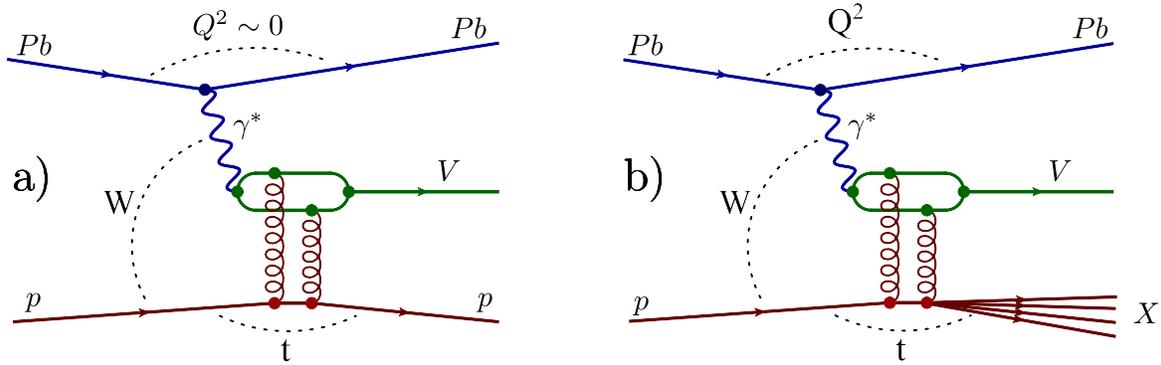


Fig. 5.6: Diagramas para a fotoprodução exclusiva (Fig a) e para a fotoprodução semi-inclusiva (Fig b) de um méson vetorial V em colisões p -Pb.

Considerando somente o termo dominante da Eq. (5.15), nós calculamos a distribuição em rapidez para a fotoprodução exclusiva de J/ψ em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV e comparamos nossos resultados com os dados da colaboração ALICE [113], Figura 5.7. De forma similar às colisões pp , o modelo GBW superestima os dados produzindo um valor máximo de $\sim 20 \mu b$ em $y \sim -0.2$. Entretanto, o modelo CGC concorda muito bem com os dados, principalmente na região $2.5 < y < 4.0$. O modelo bCGC subestima levemente as medidas de ALICE na região de rapidez frontal, mas está dentro da barra de erro na região $-3.6 < y < -2.6$.

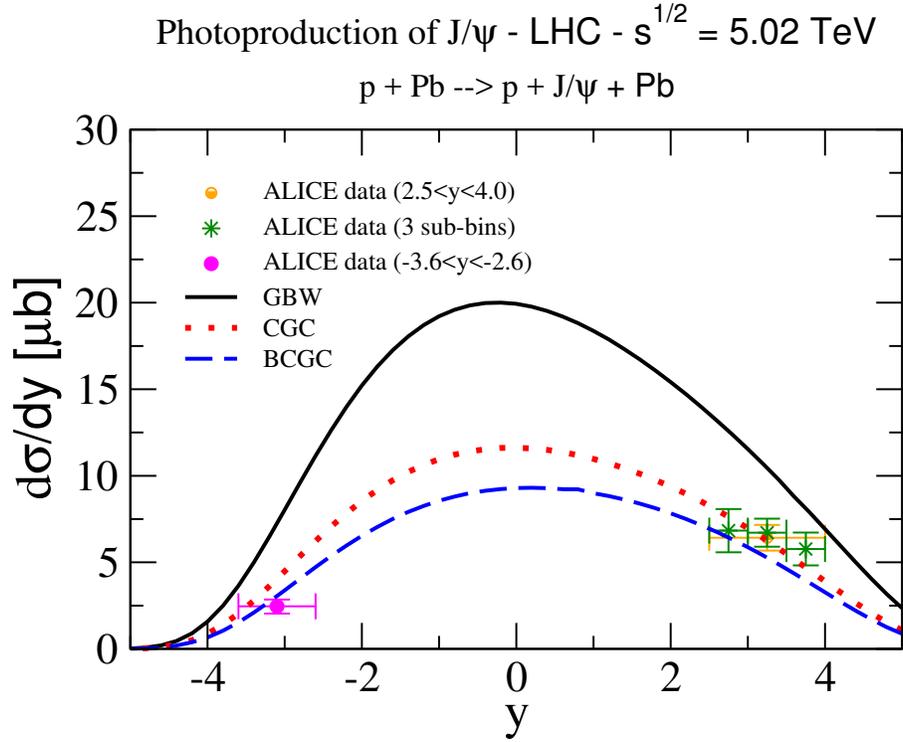


Fig. 5.7: Distribuição em rapidez para a fotoprodução de J/ψ em colisões periféricas pA no regime de energia $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. Os resultados produzidos pelos modelos GBW, CGC e bCGC são comparados com os dados de ALICE [113].

Para os demais mésons, para os quais não há dados disponíveis, nós também calculamos a distribuição em rapidez e apresentamos nossos resultados na Figura 5.8. Além dos resultados relativamente elevados para GBW, observa-se que a fotoprodução exclusiva de Y 's em colisões p - Pb não pode ser usada como um bom discriminante dos modelos CGC e bCGC, visto que apresentam resultados muito similares.

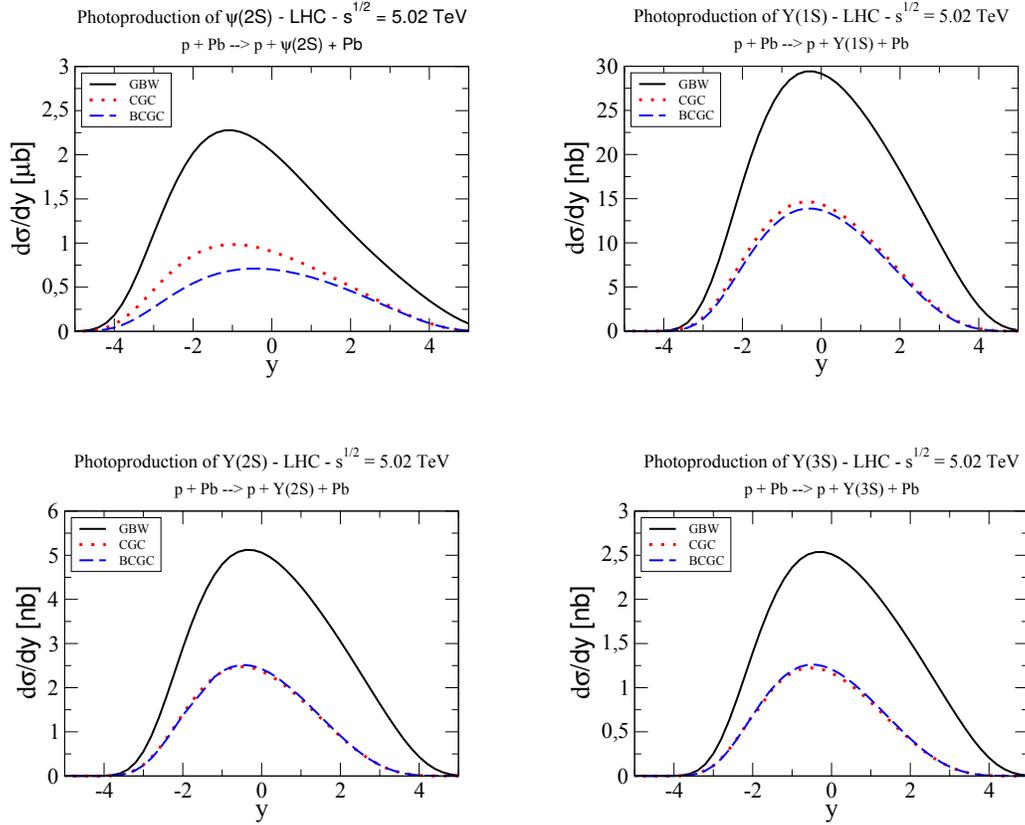


Fig. 5.8: Distribuição em rapidez para a fotoprodução dos estados $\psi(2S)$, $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$, em colisões ultraperiféricas pA no regime de energia $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. Somente o termo dominante de (5.15) foi levado em consideração

5.3.2 Fotoprodução Exclusiva Coerente em Colisões Pb-Pb

Em colisões ultrarelativísticas núcleo-núcleo (AA), a interação fotonuclear γA pode ser classificada em:

- Produção Coerente ($\gamma + A \rightarrow V + A$): o fóton interage coerentemente com o núcleo inteiro sem quebrá-lo. O processo é caracterizado pela produção de um estado com momento transversal de ordem $1/2R_A$ que, para o núcleo de chumbo, corresponde a $p_T \sim 60$ MeV/c.
- Produção Coerente com Dissociação Nuclear ($A+A \rightarrow A^*+V+A^*$): além da interação fotonuclear coerente $\gamma + A \rightarrow V + A$, o intenso campo eletromagnético produzido pelo núcleo do feixe pode provocar interações eletromagnéticas adicionais entre os núcleos. Estas interações levam à excitação dos núcleos que, por sua vez, podem

decair emitindo um ou mais neutrons na direção longitudinal, com aproximadamente o mesmo momento dos feixes.

- **Produção Incoerente:** neste caso, o fóton não interage com o núcleo inteiro, mas apenas com um único núcleon. Existem duas diferenças em relação ao caso coerente: (1) devido ao raio do nucleon ser bem menor que o raio do núcleo, o momento transversal do sistema produzido aumenta para $p_T \sim 300 \text{ MeV}/c$ no caso do Pb. (2) no caso incoerente, a interação provoca a ruptura do núcleo produzindo nêutrons e fragmentos nucleares na direção frontal.

Para a fotoprodução coerente de mésons vetoriais em colisões Pb-Pb, a distribuição em rapidez é dada por

$$\frac{d\sigma}{dy}(PbPb \rightarrow Pb \otimes V \otimes Pb) = \omega(y) N_\gamma^{Pb}(\omega(y), b) \sigma(\gamma Pb \rightarrow V + Pb) + (y \rightarrow -y). \quad (5.23)$$

De maneira similar às colisões ultraperiféricas p-Pb, o fluxo de fótons para colisões UPC Pb-Pb pode ser modulado pela função de probabilidade $P_{NH}(b)$ em termos da função de superposição nuclear $T_{AA}(b)$ e da seção de choque total nucleon-nucleon σ_{NN} , conforme

$$P_{NH}(b) = e^{-T_{AA}(b)\sigma_{NN}}. \quad (5.24)$$

A função $T_{AA}(b)$ é determinada, via geometria de Glauber, por

$$T_{AA}(b) = \int d^2r T_A(\vec{r}) T_A(\vec{r} - \vec{b}) \quad (5.25)$$

onde $T_A(\vec{r})$ é a função perfil nuclear definida em (5.17). Assim, usando (5.24), o fluxo de fótons nuclear para colisões Pb-Pb pode ser expresso pela equação [111]

$$N(\omega) = \int_0^\infty db 2\pi b P_{NH}(b) \int_0^{R_A} \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\phi}{\pi R_A^2} N(\omega, b_1) \quad (5.26)$$

onde $b_1^2 = b^2 + r^2 + 2br \cos(\phi)$ e o fluxo de fótons com dependência em b , $N(\omega, b_1)$, é o mesmo apresentado em (5.20). Na construção de (5.26), as integrais em r e ϕ mapeiam a contribuição do fluxo de fótons $N(\omega, b_1)$ sobre toda a região geométrica do alvo nuclear. Posteriormente, a divisão por πR_A^2 define um valor médio para o fluxo de fótons que, por sua vez, é corrigido pela função $P_{NH}(b)$. A geometria da colisão é esboçada na Figura 5.9.

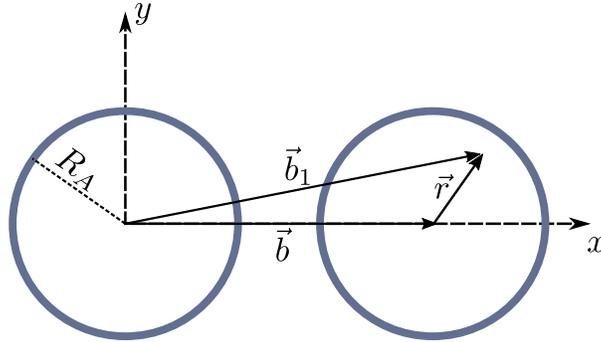


Fig. 5.9: Esquema geométrico utilizado na construção do fluxo de fótons nuclear $N(\omega)$.

Seguindo os mesmos passos realizados no caso p-Pb, podemos aplicar um conjunto de aproximações razoáveis que irão simplificar profundamente a Eq. (5.26). Primeiro, assumindo que o fluxo de fótons não varia consideravelmente para grandes valores de b , ou seja, $N(\omega, |\vec{b} + \vec{r}|) \simeq N(\omega, |\vec{b}|)$, as integrais em r e ϕ se tornam irrelevantes. Segundo, considerando a aproximação da esfera dura para a descrição da densidade nuclear, a probabilidade $P_{NH}(b)$ irá se resumir à função degrau $\Theta(b - 2R_{Pb})$. Assim, a Eq. (5.26) se reduz a

$$N(\omega) = \int_{2R_{Pb}}^{\infty} db 2\pi b N(\omega, b). \quad (5.27)$$

Por último, considerando o fator de forma eletromagnético *point-like*, $F(k^2) = 1$, a integração em b pode ser resolvida analiticamente, resultando em um fluxo muito similar aquele encontrado no caso p-Pb,

$$N(\omega) = \frac{2Z^2\alpha}{\pi\omega} \left[\zeta_{\min} K_0(\zeta_{\min}) K_1(\zeta_{\min}) - \frac{1}{2} \zeta_{\min}^2 [K_1^2(\zeta_{\min}) - K_0^2(\zeta_{\min})] \right] \quad (5.28)$$

onde, agora, $\zeta_{\min} = 2R_A\omega/\gamma$. De fato, foi mostrado em [111] que as duas equações, (5.26) e (5.28), produzem resultados equivalentes para fótons com energia $\omega < 200$ GeV.

Em relação à seção de choque fotonuclear, $\sigma_{\gamma Pb \rightarrow V+Pb}(\omega)$, esta é definida de maneira similar à equação (5.10)

$$\sigma_{\gamma Pb \rightarrow V+Pb}(\omega) = \frac{|\text{Im} A(s, t=0)|^2}{16\pi} (1 + \beta^2) R_g^2 \int_{t_{\min}}^{\infty} |F(t)|^2 dt. \quad (5.29)$$

onde $t_{\min} = (M_V^2/2\omega\gamma)^2$ e os fatores β e R_g são calculados de maneira similar ao caso pp. A integral em (5.29) caracteriza o comportamento da seção de choque diferencial em t , sendo definida em função do fator de forma eletromagnético $F(t)$ que, por sua vez, é obtido a

partir da densidade nuclear através da transformação de Fourier-Bessel

$$F(q = \sqrt{|t|}) = \frac{4\pi}{qA} \int \rho(b) \sin(qb) b db. \quad (5.30)$$

Para núcleos pesados como o Pb, a distribuição de Fermi com dois parâmetros (algumas vezes referida como Woods-Saxon) é mais adequada. Porém, visto que não é possível obter um resultado analítico da equação (5.30) usando essa distribuição, nós adotamos a aproximação descrita em [114, 111], onde a distribuição de Fermi é reescrita como uma esfera dura, com raio R_{Pb} , convoluída com o potencial de Yukawa com alcance $a = 7$ fm. A transformada de Fourier desta convolução é o produto de duas transformações individuais, resultando em

$$F(q = \sqrt{|t|}) = \frac{4\pi\rho_0}{Aq^3} [\sin(qR_{Pb}) - qR_{Pb}\cos(qR_{Pb})] \left[\frac{1}{1 + a^2q^2} \right], \quad (5.31)$$

onde $\rho_0 = 0.138 \text{ fm}^{-3}$.

A amplitude de espalhamento fóton-núcleo, $|\text{Im} A(s, t = 0)|$, é construída de acordo com o formalismo de dipolos e, portanto, possui uma estrutura similar à amplitude fóton-próton,

$$|\text{Im} A(s, t = 0)| = \int \frac{d^2r dz}{4\pi} (\Psi_V^* \Psi)_T \sigma_{q\bar{q}}^{\text{nuc}}(\omega) \quad (5.32)$$

onde a seção de choque $\sigma_{q\bar{q}}^{\text{nuc}}(\omega)$ representa a interação do dipolo com o alvo nuclear. Seguindo o procedimento proposto em [115], o qual estende o modelo de saturação para o caso nuclear via formalismo de Glauber-Gribov [116, 117], a seção de choque $\sigma_{q\bar{q}}^{\text{nuc}}(\omega)$ pode ser calculada por

$$\sigma_{q\bar{q}}^{\text{nuc}}(\omega) = 2 \int d^2b \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} T_A(b) \sigma_{q\bar{q}}^{\text{proton}}(\omega) \right] \right\}, \quad (5.33)$$

onde $\sigma_{q\bar{q}}^{\text{proton}}(\omega)$ é descrito pelos modelos de dipolo GBW, CGC e bCGC, enquanto $T_A(b)$ é a função de perfil nuclear.

Na Figura 5.10, nossas estimativas para a distribuição em rapidez, considerando a fotoprodução coerente de J/ψ em UPC, são comparadas com os dados de ALICE e CMS na energia $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Embora os modelos CGC e bCGC se aproximam razoavelmente bem dos dados em valores mais extremos de rapidez, os resultados superestimam as medidas em um fator $\gtrsim 2.0$ na região de rapidez central. Devido a ausência de dados nesta região para colisões p-p e p-Pb, não é possível afirmar que esta discrepância seja um efeito exclusivo das colisões nucleares Pb-Pb. Contudo, deve-se notar que nos casos anteriores

(p-p e p-Pb), a interação ocorre apenas entre o fluxo de fótons e os prótons¹ e, portanto, efeitos nucleares não são relevantes. Por outro lado, em colisões Pb-Pb, os fótons sondam a estrutura nuclear do alvo, no qual a densidade de glúons em pequeno x é conhecida ser suprimida em relação à densidade de glúons no nucleon livre. Em trabalhos anteriores do grupo GFPAE [118], o efeito de supressão nuclear é levado em consideração por meio da substituição $\sigma_{q\bar{q}}(\omega, r) \rightarrow R_G(x, Q^2, b)\sigma_{q\bar{q}}(\omega, r)$ na Eq. (5.33), sendo $R_G(x, Q^2, b)$ um fator de supressão definido pela razão entre a densidade de glúons no nucleon, preso ao núcleo, e a densidade de glúons no nucleon livre: $R_G(x, Q^2, b) = [g_A(x, Q^2, t)/(Ag_n(x, Q^2))]^2$. Utilizando o modelo FGS [119] para quantificar $R_G(x, Q^2, b)$, os autores de [118] obtiveram uma melhora significativa dos resultados na região de rapidez central. No entanto, existe uma discussão sobre a validade deste procedimento: No formalismo de dipolos, efeitos de saturação como o sombreamento nuclear já foram incluídos, de maneira que a utilização de um novo fator de supressão, $R_G(x, Q^2, b)$, pode tornar-se redundante. Portanto, não incluímos este novo fator de supressão em nossos cálculos, embora a Figura 5.10 possa indicar que o formalismo de dipolos não está levando em consideração todo o efeito de supressão.

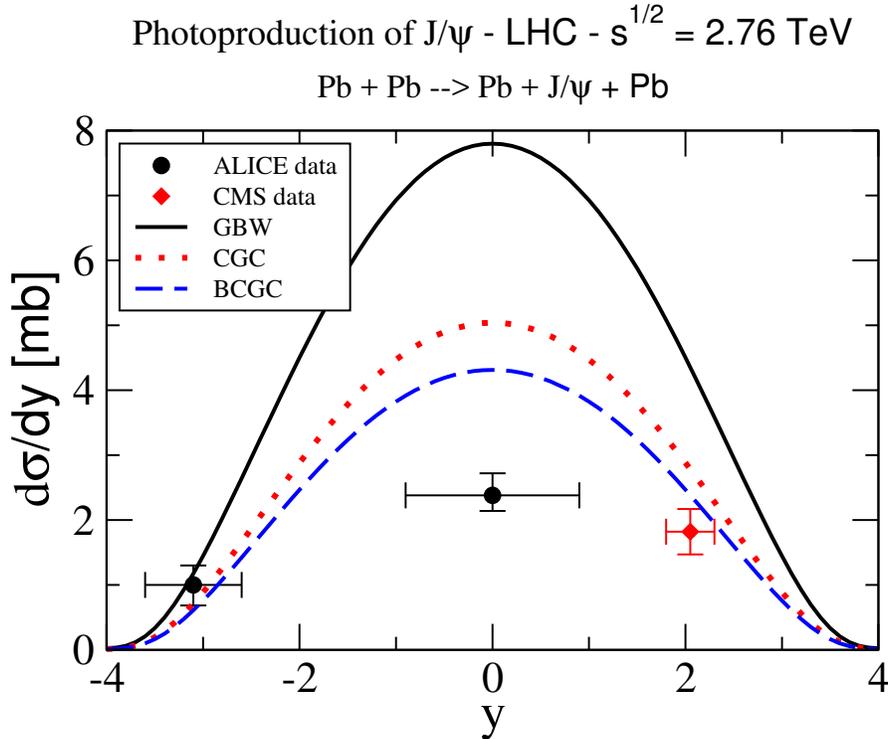


Fig. 5.10: Distribuição em rapidez para a fotoprodução de J/ψ em colisões ultraperiféricas Pb-Pb no regime de energia $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Dados extraídos de [120, 121, 122].

¹ Nas medidas de ALICE para p-Pb, apenas o termo $N_\gamma^{Pb} \cdot \sigma_{\gamma p}(\omega)$ foi levado em consideração, visto que é o termo dominante.

Além da distribuição em rapidez para J/ψ , também estimamos a mesma distribuição para os demais mésons sob análise. Os resultados são apresentados na Figura 5.11, onde podemos ver algumas características similares aos resultados anteriores como, por exemplo, a similaridade entre os modelos CGC e bCGC para os estados de maior massa $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$. Para estes mesmos estados, nota-se também uma variação mais intensa da distribuição com o módulo da rapidez comparado aos estados ψ' s, limitando os resultados não nulos ao intervalo $|y| \lesssim 2.6$.

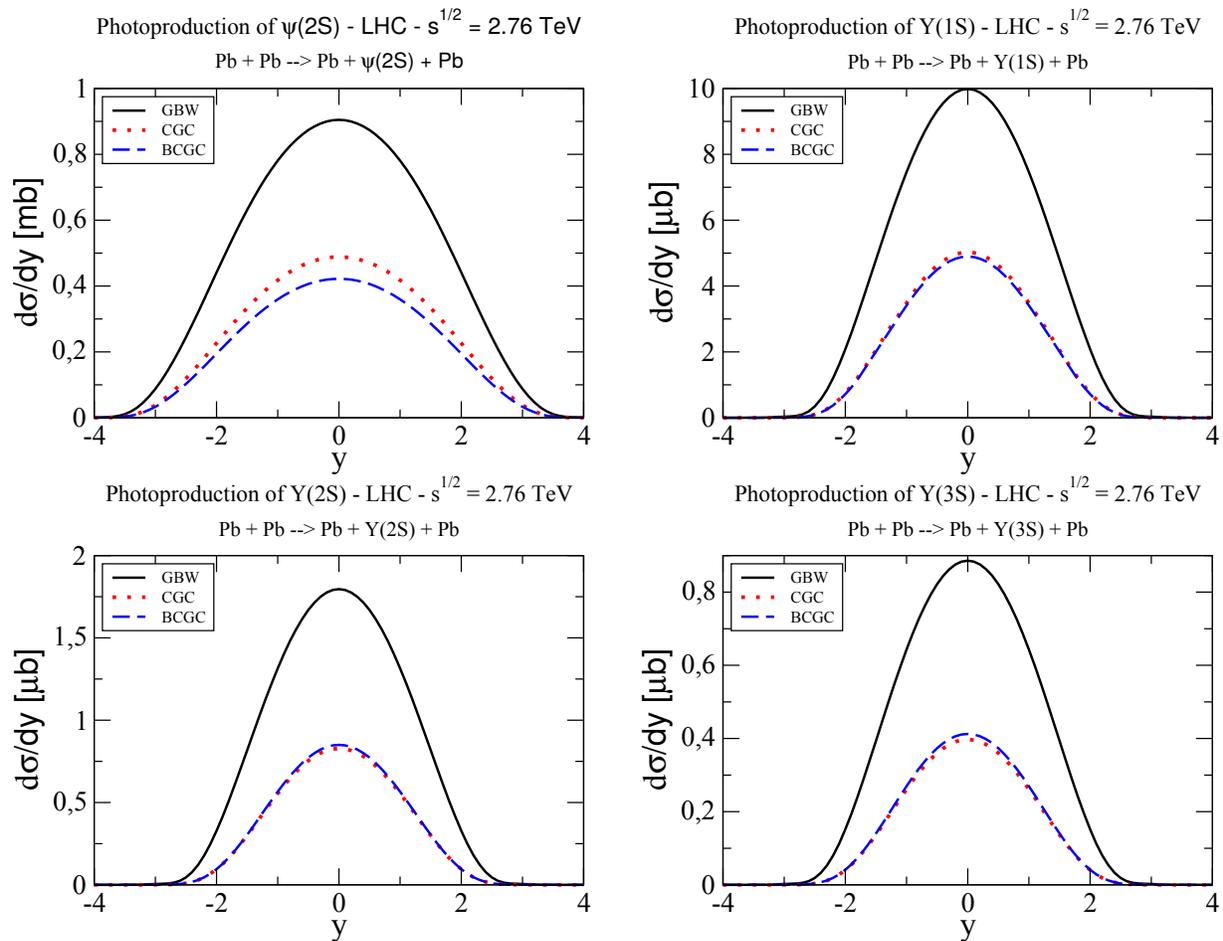


Fig. 5.11: Distribuição em rapidez para a fotoprodução de $\psi(2S)$, $Y(1S)$, $Y(2S)$ e $Y(3S)$ em colisões ultraperiféricas AA no regime de energia $\sqrt{s} = 2.76$ TeV.

5.4 Resumo do Capítulo

Ao longo deste capítulo, foram apresentados os principais conceitos, aproximações e fatores fenomenológicos que adotamos no cálculo da distribuição em rapidez para a fotoprodução

exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em colisões pp, p-Pb e Pb-Pb. Nas colisões pp, para as quais também calculamos a seção de choque total difrativa, os dados para os estados fundamentais J/ψ e $Y(1S)$ foram bem descritos pelo modelo CGC. Em contrapartida, as medidas de $\psi(2S)$ não só superestimaram os resultados baseados no mesmo modelo, como também apresentaram um comportamento diferente dos modelos em consideração. Embora a estatística dos dados seja bastante limitada, nos parece razoável considerar novas correções ao modelo Boosted Gaussian, em particular para os estados excitados. Nos processos nucleares p-Pb e Pb-Pb, o regime ultraperiferal foi considerado a fim de garantir o domínio dos mecanismos de fotoprodução. Nas colisões p-Pb, o modelo CGC apresentou um bom acordo com as medidas de ALICE para J/ψ . Para as colisões Pb-Pb, vimos que todos os modelos considerados aqui superestimam os dados na região central de rapidez, deixando claro que os efeitos nucleares de supressão ainda não são levados em consideração de maneira totalmente satisfatória no formalismo adotado. No próximo capítulo, extrapolaremos o modelo de dipolos do regime UPC para o regime periferal a fim de testar sua robustez em diferentes abordagens geométricas da interação Pb-Pb.

Capítulo 6

Fotoprodução Exclusiva em Colisões Periféricas

6.1 Introdução

A fim de testar os limites do formalismo de dipolos, nós calculamos a distribuição em rapidez e o fator de modificação nuclear (R_{AA}) considerando a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em três classes de centralidade: 30%-50%, 50%-70% and 70%-90%. O trabalho é motivado pelas medidas das colaborações ALICE e STAR que mediram um excesso na produção de J/ψ em pequeno p_T [123, 124], sugerindo que este efeito poderia ser um produto da fotoprodução exclusiva. Existem poucos estudos sobre este mecanismo de produção no regime das colisões periferais [125, 126, 127, 128, 129]. Em nossa abordagem, a transição do regime ultraperiferal para o periferal é realizada considerando uma descrição mais realística do fluxo de fótons e a da seção de choque fotonuclear, levando em conta a área de interação efetiva entre os núcleos. Três cenários foram analisados: (cenário 1) aplicação direta do fluxo de fótons usual, com dependência em b , e da seção de choque fotonuclear UPC sem qualquer outra modificação relevante, (cenário 2) aplicação de um fluxo de fótons efetivo, construído em função do fluxo de fótons usual, e da seção de choque fotonuclear UPC e (cenário 3) onde, além do fluxo efetivo, também foi considerada uma seção de choque fotonuclear efetiva. Os resultados obtidos pelos três cenários são comparados com os dados de ALICE que possui medidas somente para J/ψ até o momento.

6.2 O Fluxo de Fótons com Dependência em b

No capítulo 3, descrevemos o fluxo de fótons integrado em b para uma carga pontual relativística. Contudo, para objetos extensos como prótons e núcleos, deve-se levar em consi-

deração um fluxo com dependência no fator de forma eletromagnético nuclear $F(k^2)$. Neste caso, utilizando a expressão geral dada em [112], teremos

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{QED}}{\pi^2 \omega} \left| \int_0^\infty dk_\perp k_\perp^2 \frac{F(k^2)}{k^2} J_1(bk_\perp) \right|^2, \quad (6.1)$$

onde Z é a carga nuclear, $k^2 = (\omega/\gamma)^2 + k_\perp^2$, $\gamma = \sqrt{s_{NN}}/(2m_{\text{proton}})$ é o fator de Lorentz e k_\perp é o momento transverso do fótons. Para uma distribuição de carga $\rho(r)$, o fator de forma é definido pela integral

$$F(q^2) = \frac{1}{Ze} \int e^{-iq \cdot r} \rho(r) dV \quad (6.2)$$

Visto que o espectro do fluxo de fótons, $N(\omega, b)$, está profundamente ligado ao fator de forma, nós analisamos o comportamento do fluxo em relação a três fatores de forma. São eles:

- Fator de Forma Point-Like - este foi utilizado na obtenção do fluxo de fótons em colisões UPC (p-Pb e PbPb) e pode ser obtido a partir da distribuição nuclear

$$\rho(r) = \frac{\delta(r)eZ}{4\pi} \quad (6.3)$$

resultando em

$$F_{\text{pt}}(k^2) = 1 \quad (6.4)$$

- Fator de Forma de Dipolo [130] - este fator de forma é calculado usando a partir da distribuição de carga

$$\rho(r) = \frac{\Lambda^2 \exp(-\Lambda r)}{4\pi r}, \quad (6.5)$$

o que resulta em

$$F_{\text{dip}}(k^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + k^2} \quad (6.6)$$

onde $\Lambda = 88$ MeV para o Pb.

- Fator de Forma Esfera Dura com Potencial de Yukawa [111, 114] - considerando a distribuição de Fermi como uma esfera dura, com raio R_{Pb} , convoluída com o potencial de

Yukawa com alcance $a = 7$ fm, este fator de forma é mais adequado para núcleos pesados e é expresso por

$$F_{WSY}(q = \sqrt{|t|}) = \frac{4\pi\rho_0}{Aq^3} [\sin(qR_{Pb}) - qR_{Pb}\cos(qR_{Pb})] \left[\frac{1}{1 + a^2q^2} \right], \quad (6.7)$$

onde $\rho_0 = 0.138 \text{ fm}^{-3}$.

Considerando os três fatores de forma descritos acima, nós calculamos o fluxo de fótons $N(\omega, b)$ (integrado em ω) e apresentamos os resultados na Figura 6.1. Pode ser observado que para grande parâmetro de impacto $b \gtrsim 10$ fm, o fluxo de fótons não varia com a escolha do fator de forma. Assim, para colisões UPC Pb-Pb ($b \gtrsim 14$), o uso do fator de forma *point like* adotado no regime UPC é justificado. Para colisões UPC p-Pb ($b \gtrsim 8$), a variação entre os resultados das parametrizações $F_{pt}(k^2)$ e $F_{WSY}(k^2)$, após integração em b , produz uma diferença inferior à 2%. Portanto, $F_{pt}(k^2) = 1$ também pode ser adotado no regime das colisões periféricas. Para a região $b \lesssim 7$ fm, os resultados tendem a se tornar cada vez mais divergentes, principalmente em relação ao fator *point-like*. Para entender como estes diferentes fatores de forma podem afetar as três classes de centralidade investigadas (30%-50%, 50%-70% and 70%-90%), nós adotamos a relação geométrica $c = b^2/4R_A^2$, sugerida em [131], a qual parametriza muito bem os resultados para a centralidade c produzidos a partir da geometria de Glauber. Aplicando $b = R_{Pb} \sim 7.1$ fm, obtemos a centralidade de 25%. Portanto, visto que nossa análise inicia em 30%, o uso do fator de forma $F_{pt}(k^2)$, em relação ao fator de forma mais realista $F_{WSY}(k^2)$, não irá afetar consideravelmente os resultados para o fluxo de fótons nuclear.

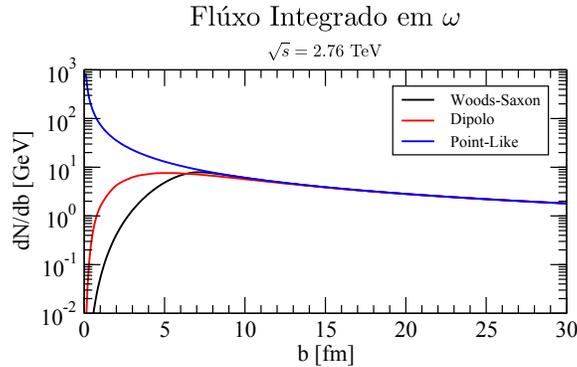


Fig. 6.1: Fluxo de fótons com dependência em b , integrado em ω , para diferentes fatores de forma.

6.3 A Distribuição de Rapidez Média

Um dos resultados experimentais de ALICE [123] para a fotoprodução exclusiva no regime periferal é a distribuição de rapidez média no intervalo $2.5 < y < 4.0$, a qual pode ser definida como

$$\left. \frac{d\sigma_{J/\psi}^{\gamma}}{dy} \right|_{2.5 < y < 4.0} = \frac{\int \frac{d\sigma_{J/\psi}^{\gamma}}{dy}}{\Delta y}. \quad (6.8)$$

Em nossa primeira abordagem (cenário 1), a seção de choque para a fotoprodução nuclear exclusiva de um méson vetorial V é escrita em termos do fluxo de fótons usual, com dependência em b , conforme [126]

$$\frac{d\sigma}{dy}(PbPb \rightarrow Pb \otimes V \otimes Pb) = \int 2\pi b db [\omega N(\omega, b) \sigma_{\gamma Pb \rightarrow V+Pb}(\omega) + (y \rightarrow -y)], \quad (6.9)$$

onde a seção de choque $\sigma_{\gamma Pb \rightarrow V+Pb}(\omega)$ é a mesma definida no regime UPC (Eq. (5.29)). Utilizando o fator de forma *point like* discutido anteriormente, a Eq. (6.1) pode ser resolvida analiticamente, resultando em

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{QED} \chi^2}{\pi^2 \omega} \frac{\chi^2}{b^2} [K_1(\chi)]^2, \quad (6.10)$$

com $\chi = \omega b / \gamma$. A integração em b da Eq. (6.10) no regime de colisões UPC p-Pb e Pb-Pb resulta nos fluxos (5.22) e (5.28), respectivamente. Por outro lado, no regime periferal, integramos (6.10) em intervalos específicos de b que caracterizam cada faixa de centralidade.

Considerando a região cinemática $2.5 < y < 4.0$, nós combinamos o fluxo de fótons usual (Eq. (6.10)) com a seção de choque de fotoprodução (Eq. (5.29)) para calcular a distribuição média de rapidez. Para as classes de centralidade 30%-50%, 50%-70% e 70%-90%, os resultados obtidos para a produção de J/ψ são apresentados na Tabela 6.1, na qual também estão presentes os dados de ALICE. Apenas os modelos GBW e CGC foram considerados, visto que estes modelos apresentaram comportamento bastante distinto entre si no regime UPC. Observa-se um acordo razoável na região mais periferal usando o modelo CGC. Por outro lado, conforme exploramos regiões mais centrais, as estimativas no cenário 1 superestimam por um fator $\gtrsim 2$ os dados centrais de ALICE, principalmente na região 30%-50%. Na tentativa de explicar os dados de ALICE, na próxima seção nós adotamos um fluxo de fótons nuclear efetivo.

$d\sigma/dy$ [μb]	30%-50%	50%-70%	70%-90%
Distribuição Média de Rapidez - Cenário 1			
GBW	353.57	173.49	105.76
CGC	220.37	108.02	65.77
ALICE data	$73 \pm 44^{+26}_{-27} \pm 10$	$58 \pm 16^{+8}_{-10} \pm 8$	$59 \pm 11^{+7}_{-10} \pm 8$

Tab. 6.1: Comparação de nossos resultados com os dados de ALICE para J/ψ [123], usando os modelos GBW e CGC.

6.3.1 O Flúxo de Fótons Efetivo

Para refinar nossa abordagem, o flúxo de fótons nuclear foi modificado seguindo um procedimento similar ao realizado em [126], onde um flúxo de fótons efetivo é construído em função do flúxo de fótons usual sub duas condições: (1) somente os fótons que atingirem a região geométrica do alvo serão considerados no cálculo e (2) os fótons que atingirem a região de superposição nuclear serão descartados. A geometria da colisão é mostrada na Figura 6.2, onde o parâmetro de impacto \vec{b}_1 mapeia somente a região permitida do núcleo alvo. Diferente de [126], nós não dividimos pela área fixa πR_A^2 . Visto que nós estamos interessados em colisões com centralidades que se estendem de 30% até 90%, nós dividimos pela área mapeada, $A_{eff}(b)$, a qual varia com b . Assim, obtemos

$$N^{eff}(\omega, b) = \frac{1}{A_{eff}(b)} \int d^2b_1 N(\omega, b_1) \theta(R_A - b_2) \theta(b_1 - R_A) \quad (6.11)$$

onde

$$A_{eff}(b) = R_A^2 \left[\pi - 2\cos^{-1} \left(\frac{b}{2R_A} \right) \right] + \frac{b}{2} \sqrt{4R_A^2 - b^2}.$$

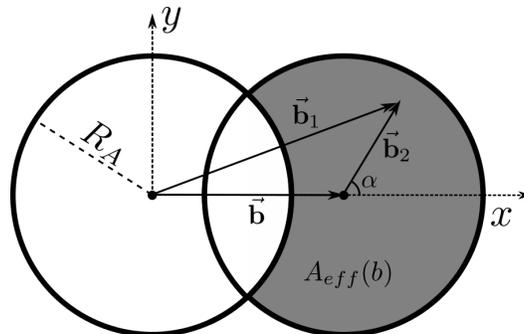


Fig. 6.2: Ilustração do esquema usado na construção do flúxo de fótons efetivo.

A função $\theta(R_A - b_2)$ corresponde a primeira condição e garante que o fluxo de fótons efetivo será formado apenas por fótons que atingirem a região geométrica do alvo. Assim, a equação (6.11) pode ser reescrita como

$$N^{eff}(\omega, b) = \frac{1}{A_{eff}(b)} \int b_2 db_2 d\alpha N(\omega, b_1) \theta(b_1 - R_A), \quad (6.12)$$

onde nós expressamos o fluxo em termos das novas variáveis (b_2, α) que se relacionam com b_1 através da equação $b_1^2 = b^2 + b_2^2 + 2bb_2 \cos(\alpha)$. A função $\theta(b_1 - R_A)$ corresponde à segunda condição e, portanto, descarta a contribuição de fótons que atingirem a região de superposição nuclear, onde efeitos nucleares estão presentes. Com esta última condição, a equação (6.12) pode ser separada em duas componentes,

$$N^{eff}(\omega, b) = \frac{1}{A_{eff}(b)} \left[N_{full}^{eff}(\omega, b) - N_{overlap}^{eff}(\omega, b) \right]. \quad (6.13)$$

O primeiro termo, $N_{full}^{eff}(\omega, b)$, mapeia toda a região nuclear, incluindo a região de superposição nuclear,

$$N_{full}^{eff}(\omega, b) = \int b_2 db_2 d\alpha N(\omega, b_1).$$

O segundo termo, $N_{overlap}^{eff}$, mapeia somente a região de superposição e sua contribuição é definida no sistema de coordenadas cartesianas conforme

$$N_{overlap}^{eff}(\omega, b) = 2 \int_0^{b_{ymax}} db_y \int_{b_{xmin}}^{b_{xmax}} db_x N(\omega, b_1), \quad (6.14)$$

onde $b_1^2 = b_x^2 + b_y^2$, e os limites de integração são

$$\begin{aligned} b_{xmin} &= -\sqrt{R_A^2 - b_y^2} + b & b_{ymax} &= \sqrt{R_A^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}, \\ b_{xmax} &= \sqrt{R_A^2 - b_y^2}. \end{aligned}$$

Para fins de cálculo numérico, é mais eficiente desvincular a dependência de b_{xmin} e b_{xmax} com b_y . Isto é alcançado com a mudança de variáveis $b_y = g_1(b) b'_y$ e $b_x = g_2(b, b_y) b'_x + b/2$,

onde as funções Jacobianas $g_{1,2}$ são dadas por

$$\begin{aligned} g_1(b) &= \sqrt{R_A^2 - (b/2)^2}, \\ g_2(b, b_y) &= \left(\sqrt{R_A^2 - b_y^2} - b/2 \right), \end{aligned}$$

Em termos das novas variáveis, a Eq. (6.14) pode ser reescrita como

$$N_{overlap}^{eff}(\omega, b) = 2 \int_0^1 \int_{-1}^1 db'_y db'_x g_1(b) g_2(b, b_y) N(\omega, b_1) \quad (6.15)$$

Adotando um fator de forma mais realista (Eq. (6.7)), nós comparamos o fluxo de fótons usual (Eq. (6.10)) com o fluxo de fótons efetivo (Eq. (6.13)) para as energias $\omega = 0.01$ GeV e $\omega = 1$ GeV. Estes valores de energia foram escolhidos, pois na classe de centralidade 30%-90%, o fluxo de fótons é formado principalmente por fótons com energia $\omega < 200$ MeV. Na região $b \lesssim 4$ fm (centralidade $\lesssim 8\%$), o fluxo de fótons usual diverge consideravelmente do fluxo de fótons efetivo, tendendo a 0 conforme $b \rightarrow 0$. Por outro lado, na região $4 \text{ fm} \lesssim b \lesssim 11$ fm ($8\% \lesssim$ centralidade $\lesssim 60\%$), o fluxo de fótons usual é maior do que o fluxo de fótons efetivo, principalmente no limiar $b \sim R_A \sim 7$ fm. Por último, na região $b > 11$ fm, os dois modelos se aproximam cada vez mais um do outro conforme entramos no regime ultraperiferal ($b > 2R_A$).

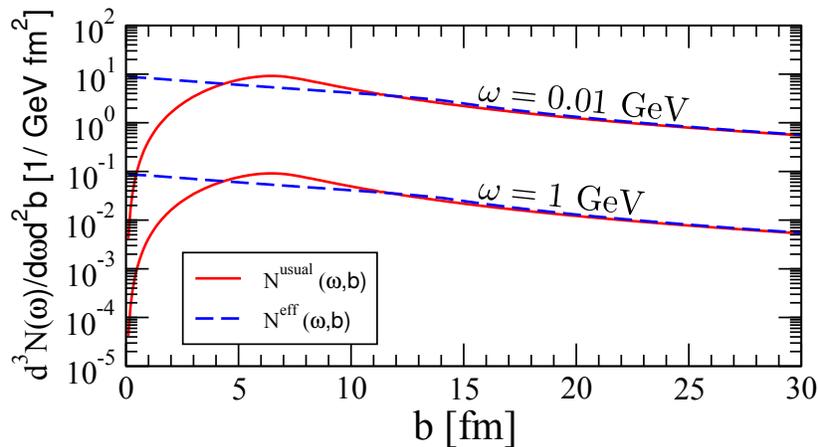


Fig. 6.3: Comparação entre o fluxo de fótons usual (linha sólida) e o fluxo de fótons efetivo (linha tracejada) para os valores de energia do fóton $\omega = 0.01$ GeV e $\omega = 1$ GeV.

Como primeiro conjunto de resultados trabalhando com o fluxo de fótons efetivo, nós calculamos a distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear de J/ψ em colisões Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV e $\sqrt{s} = 5.5$ TeV. Na Figura 6.4, nossas estimativas são dadas para

a classe de centralidade 30%-50%, 50%-70% e 70%-90% com $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, usando os modelos de dipolo GBW e CGC. Analisando a razão GBW/CGC para cada classe de centralidade, observa-se uma diferença relativa de aproximadamente $\sim 56\%$ entre os modelos para a distribuição integrada na região de rapidez central $|y| < 2.0$. Este mesmo valor se mantém para $\sqrt{s} = 5.5$ TeV, Figura 6.5. Por outro lado, comparando os resultados produzidos pelos modelos GBW e CGC na região $|y| < 2.0$, foi observado que a diferença relativa (30%-50%)/(50%-70%) fica em torno de $\sim 20\%$, enquanto (50%-70%)/(70%-90%) encontramos $\sim 15\%$. Resultados muito semelhantes são obtidos para $\sqrt{s} = 5.5$ TeV, com 20% e 14% para as respectivas razões (30%-50%)/(50%-70%) e (50%-70%)/(70%-90%). De maneira geral, nota-se que a variação relativa entre os modelos GBW e CGC, bem como entre as classes de centralidade, é pouco sensível com o crescimento da energia na região de rapidez central.

Nós também analisamos a relação $\frac{d\sigma^{5.5}}{dy} / \frac{d\sigma^{2.76}}{dy}$, a partir da qual se observou um crescimento de aproximadamente 35% na região de rapidez central $|y| < 2.0$ para as três classes de centralidade investigadas considerando os dois modelos. Esta mesma razão é de, aproximadamente, 60% para a mesma região de rapidez em UPC. Assim, podemos dizer que neste formalismo o fluxo de fótons efetivo parece ser menos sensível com a variação de energia em comparação com o fluxo de fótons usual.

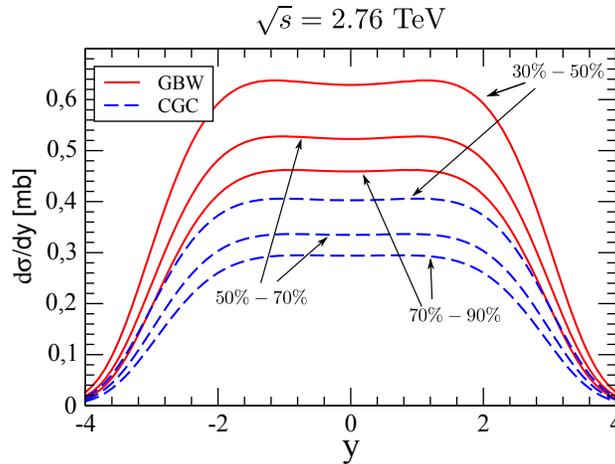


Fig. 6.4: Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear de J/ψ em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV para diferentes classes de centralidade, considerando os modelos de dipolo GBW e CGC.

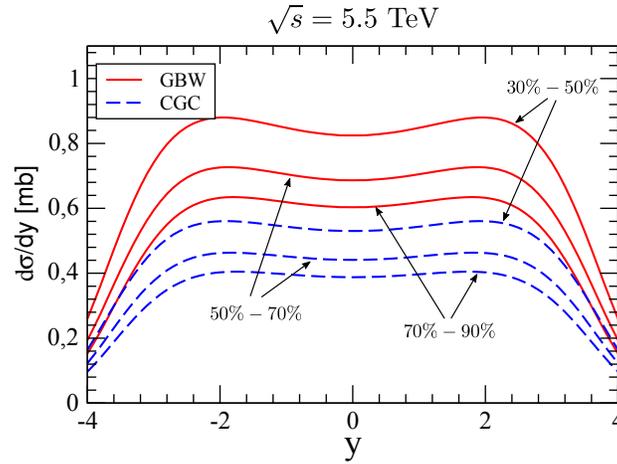


Fig. 6.5: Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear de J/ψ em $\sqrt{s} = 5.5$ TeV para diferentes classes de centralidade, considerando os modelos de dipolo GBW e CGC.

Para comparar com as medidas de ALICE, nós calculamos a distribuição média de rapidez no intervalo $2.5 < y < 4.0$ usando o fluxo de fótons efetivo sem alterar a seção de choque fotonuclear. Os resultados dessa abordagem, denominada cenário 2, são apresentados na Tabela 6.2. Em relação ao cenário 1, foi observado um melhor acordo com os dados para a faixa de colisões mais centrais. Em especial, o uso do modelo CGC produz melhores resultados do que aqueles do modelo GBW.

$d\sigma/dy$ [μb]	30%-50%	50%-70%	70%-90%
Distribuição Média de Rapidez - Cenário 2			
GBW	236.5	181.8	147.7
CGC	148.71	114.33	92.82
ALICE data	$73 \pm 44^{+26}_{-27} \pm 10$	$58 \pm 16^{+8}_{-10} \pm 8$	$59 \pm 11^{+7}_{-10} \pm 8$

Tab. 6.2: Comparação de nossos resultados com os dados de ALICE para J/ψ [123], usando os modelos GBW e CGC.

6.3.2 A Seção de Choque Fotonuclear Efetiva

No cenário 2, a transição do regime ultraperiferal para o regime periferal foi realizada modificando somente o fluxo de fótons. Desse modo, lembrando que o fluxo de fótons efetivo foi construído desconsiderando a região de superposição nuclear, faz-se necessário, por consistência, aplicar a mesma restrição geométrica sobre a seção de choque fotonuclear. Em nossa abordagem, isto é realizado através da aplicação da função $\Theta(b_1 - R_A)$ na Eq.

(5.33), de maneira que a mesma pode ser reescrita como

$$\sigma_{\text{dip}}^{\text{nucleus}}(x, r) = 2 \int d^2b_2 \Theta(b_1 - R_A) \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} T_A(b) \sigma_{\text{dip}}^{\text{proton}}(x, r) \right] \right\}, \quad (6.16)$$

onde, $b_1^2 = b^2 + b_2^2 + 2bb_2 \cos(\alpha)$. Combinando o fluxo de fótons efetivo com a seção de choque fotonuclear efetiva (cenário 3), obtemos os resultados apresentados na Tabela 6.3. Comparando com os dados centrais de ALICE, obtemos melhor concordância para as colisões menos periféricas, embora estas apresentem uma incerteza experimental relativamente grande, principalmente na classe 30%-50%.

$d\sigma/dy$ [μb]	30%-50%	50%-70%	70%-90%
Distribuição Média de Rapidez - Cenário 3			
GBW	134.91	145.28	138.43
CGC	85.02	91.63	87.1
ALICE data	$73 \pm 44_{-27}^{+26} \pm 10$	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$

Tab. 6.3: Comparação de nossos resultados com os dados de ALICE para J/ψ [123], usando os modelos GBW e CGC.

Além do estado J/ψ , nós também estimamos a distribuição média de rapidez para os demais mésons em consideração na energia $\sqrt{s} = 5.5$ TeV. Os resultados são resumidos na Tabela 6.4, onde cada par de valores corresponde aos modelos GBW (esquerda) e CGC (direita). Pode-se observar que os estados $Y(2S)$ e $Y(3S)$ não são bons discriminadores, visto que eles produzem resultados similares para os modelos de dipolo considerados nos três cenários. Pode ser observado que a variação relativa entre os cenários não depende do modelo de dipolos (ex. $(S_1/S_2)^{gbw} \sim (S_1/S_2)^{cgc}$) em cada classe de centralidade.

GBW/CGC	30%-50%	50%-70%	70%-90%
J/ψ [μb]	S1: 923.75/585.61	S1: 509.82/323.14	S1: 343.08/217.42
	S2: 612.73/388.41	S2: 486.28/308.23	S2: 407.51/258.30
	S3: 349.63/222.14	S3: 387.92/246.78	S3: 381.38/242.21
$\psi(2S)$ [μb]	S1: 146.32/77.31	S1: 76.98/40.60	S1: 49.86/26.25
	S2: 94.96/50.13	S2: 74.40/39.26	S2: 61.55/32.45
	S3: 54.39/28.82	S3: 59.73/31.71	S3: 57.81/30.59
$\Upsilon(1S)$ [nb]	S1: 1034.66/510.45	S1: 416.83/203.95	S1: 221.51/107.17
	S2: 619.27/304.48	S2: 460.52/225.90	S2: 361.11/176.67
	S3: 360.19/175.44	S3: 375.12/183.04	S3: 340.93/166.96
$\Upsilon(2S)$ [nb]	S1: 197.28/95.07	S1: 77.08/36.75	S1: 39.96/18.77
	S2: 117.28/56.28	S2: 86.77/41.52	S2: 67.67/32.27
	S3: 67.66/32.49	S3: 70.56/33.80	S3: 64.02/30.54
$\Upsilon(3S)$ [nb]	S1: 95.60/46.46	S1: 36.81/17.67	S1: 18.86/8.90
	S2: 56.67/27.41	S2: 41.84/20.17	S2: 32.55/15.63
	S3: 32.71/15.83	S3: 34.05/16.43	S3: 30.80/14.80

Tab. 6.4: Distribuição média de rapidez na região $2.5 < y < 4.0$ para os mésons $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ considerando os modelos GBW (esquerda) e CGC (direita) para os cenários 1, 2 e 3, rotulados por S1, S2 e S3, respectivamente.

6.4 O Fator de Modificação Nuclear

Analisando o comportamento do fator de modificação nuclear (R_{AA}) na região $p_T \lesssim 0.3$ GeV/c, as colaborações ALICE e STAR identificaram um excesso na hadroprodução de J/ψ em colisões periferais AA. Na análise de ALICE [123], R_{AA} foi avaliado em função do número médio de participantes, $\langle N_{\text{part}} \rangle$, dentro do intervalo de rapidez frontal ($2.5 < y < 4.0$), considerando as classes de centralidade 30%-50%, 50%-70% e 70%-90%, com $\sqrt{s} = 2.76$ TeV (Fig. 6.6). De forma complementar, a colaboração STAR [124] avaliou R_{AA} em função de

p_T para as classes de centralidade 20%-40%, 40%-60% e 60%-80%, considerando $\sqrt{s} = 200$ GeV (Au-Au) e $\sqrt{s} = 193$ GeV (U-U). Como este trabalho foi direcionado sobre o estudo da distribuição em rapidez, nossos resultados são comparados somente com os dados de ALICE.

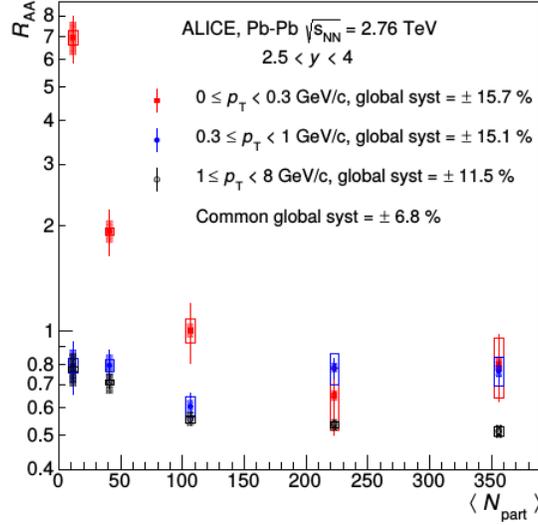


Fig. 6.6: R_{AA} para a produção de J/ψ como função do número médio de nucleons participantes $\langle N_{part} \rangle$. Figura extraída de [123].

Para o cálculo de R_{AA} de J/ψ , nós utilizamos a expressão [132],

$$R_{AA}^{hJ/\psi} = \frac{N_{AA}^{J/\psi}}{BR_{J/\psi \rightarrow l^+l^-} \cdot N_{events} \cdot (A \times \varepsilon)_{AA}^{J/\psi} \cdot \langle T_{AA} \rangle \cdot \sigma_{pp}^{hJ/\psi}}, \quad (6.17)$$

onde, $N_{AA}^{J/\psi}$ representa o número de eventos J/ψ . Na Eq. (6.17), este número é corrigido pelo fator de aceitação x eficiência, $(\mathcal{A} \times \varepsilon)_{AA}^{J/\psi} \sim 11.31\%$ e pelo razão branching, $BR_{J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-} = 5.96\%$. Em seguida, o resultado é normalizado pelo número de eventos equivalentes Minimum Bias, $N_{events} \simeq 10.6 \times 10^7$ (calculado a partir de [132]) e pela função de superposição nuclear média, $\langle T_{AA} \rangle$, calculada a partir da Tabela I de [133]. Para as classes de centralidade (30%-50%), (50%-70%) e (70%-90%), a função $\langle T_{AA} \rangle$ resulta em 3.84 mb^{-1} , 0.954 mb^{-1} e 0.17 mb^{-1} , respectivamente. Por último, o resultado é normalizado pela seção de choque de produção inclusiva, $(\sigma_{pp}^{hJ/\psi})$, a qual pode ser calculada adotando a parametrização sugerida em [123], onde

$$\frac{d^2\sigma_{pp}^{hJ/\psi}}{dp_T dy} = \frac{c \cdot \sigma_{J/\psi} \cdot p_T}{1.5 \cdot \langle p_T \rangle^2} \left(1 + a^2 \left(\frac{p_T}{\langle p_T \rangle} \right)^2 \right)^{-n} \quad (6.18)$$

com

$$a = \frac{\Gamma(3/2)\Gamma(n-3/2)}{\Gamma(n-1)} \quad c = 2a^2(n-1).$$

Os parâmetros livres $\sigma_{J/\psi}$, $\langle p_T \rangle$ e n são obtidos a partir do fit da Eq. (6.18) com os dados de ALICE em grande p_T [134]. Realizando este procedimento, obtemos $\sigma_{J/\psi} = 3.31$, $\langle p_T \rangle = 2.369$ e $n = 4.76$. Substituindo os valores em (6.18) e tomando a integral nas regiões cinemáticas de interesse, $p_T < 0.3$ GeV e $2.0 < y < 4.5$, obtemos $\sigma_{pp}^{hJ/\psi} = 0.0514$ μb .

Nas medidas de ALICE, ambos mecanismos de produção (hadro e photo) são considerados, visto que não é possível realizar separadamente a medida de cada um. Portanto, o número de eventos J/ψ foi dividido em dois termos

$$N_{AA}^{J/\psi} = \underbrace{N_{AA}^{hJ/\psi}}_{\text{hadro}} + \underbrace{N_{AA}^{\gamma J/\psi}}_{\text{photo}}. \quad (6.19)$$

Em nossa abordagem, a hadroprodução de J/ψ não foi calculada diretamente, mas, sim, estimada a partir dos dados de ALICE apresentados na Figura 6.6. Considerando a classe de centralidade 70%-90%, por exemplo, o valor medido para R_{AA} na região $p_T < 0.3$ GeV é de 7, ao passo que no intervalo $1.0 < p_T < 8.0$, onde o R_{AA} fornece uma boa aproximação para a hadroprodução de J/ψ , o valor é ~ 0.8 . Assim, se assumirmos que essa contribuição se mantém a mesma na região $p_T < 0.3$, é possível calcular a proporção entre as contribuições hadro e foto. Embora as medidas experimentais de $R_{AA}^{hJ/\psi}$ tenham sido obtidas a partir de uma parametrização do tipo Woods-Saxon, com uma dependência mais realista em p_T [123], as aproximações $R_{AA}^{hJ/\psi}(p_T < 0.3 \text{ GeV}/c) = R_{AA}^{hJ/\psi}(1 < p_T < 8 \text{ GeV}/c)$ e $R_{AA}^{hJ/\psi}(p_T < 0.3 \text{ GeV}/c) = 1$, também discutidas em [123], reafirmam a presença do excesso de J/ψ , em concordância com os resultados reportados no artigo experimental. Portanto, a hipótese de que a contribuição da hadroprodução em maiores valores de p_T se mantém a mesma na transição para p_T muito pequeno pode ser adotada como uma válida aproximação. Nessa abordagem, a razão $0.8/7$ produz 0.11 para 70%-90%. Repetindo o mesmo procedimento para as outras classes de centralidade em consideração, obtemos

$$\begin{aligned} \left(R_{AA}^{hJ/\psi}\right)^{30-50} &\sim 0.56 \left(R_{AA}^{\gamma J/\psi}\right)^{30-50} \\ \left(R_{AA}^{hJ/\psi}\right)^{50-70} &\sim 0.36 \left(R_{AA}^{\gamma J/\psi}\right)^{50-70} \\ \left(R_{AA}^{hJ/\psi}\right)^{70-90} &\sim 0.11 \left(R_{AA}^{\gamma J/\psi}\right)^{70-90}, \end{aligned}$$

de modo que

$$N_{AA}^{J/\psi} = \begin{cases} 2.27N_{AA}^{\gamma J/\psi} & \text{for } 30\% - 50\% \\ 1.56N_{AA}^{\gamma J/\psi} & \text{for } 50\% - 70\% \\ 1.12N_{AA}^{\gamma J/\psi} & \text{for } 70\% - 90\% \end{cases}$$

Agora, comparando os valores centrais para o excesso de J/ψ com a distribuição média de rapidez, ambos presentes na Tabela I de [123], nós podemos inferir a relação $N_{AA}^{J/\psi} \sim 0.86 \cdot 10^6 \frac{d\sigma_{J/\psi}^{\gamma}}{dy}$, a qual é válida para as três classes de centralidade investigadas. Assim, os resultados de $N_{AA}^{J/\psi}$ estão diretamente ligados aos resultados da distribuição média de rapidez, obtidos na seção anterior.

Considerando os resultados do modelo CGC para a distribuição média de rapidez nos três cenários, calculamos o R_{AA} de J/ψ para as três classes de centralidade em análise e chegamos nos resultados apresentados na Fig. 6.7, onde também foram incluídos os dados de ALICE. Como pode ser observado, o cenário 1 concorda bem com os dados somente na região mais periférica onde a incerteza é maior. Contudo, neste cenário nenhuma modificação relevante foi realizada em relação ao regime ultraperiferal. Por outro lado, para os cenários 2 e 3, onde foi aplicada uma profunda dependência com b , melhores resultados foram obtidos para as classes de centralidade mais centrais, onde a incerteza é menor.

Deve-se considerar que as medidas de ALICE, as quais dependem da centralidade da colisão, foram tomadas seguindo os critérios desenvolvidos em [133], onde o regime ultraperiferal inicia quando a probabilidade de interação hadrônica é nula. Em nossos cálculos, o regime ultraperiferal inicia em $b \sim 2R_A$, o qual é um critério adotado comumente na literatura. Consequentemente, o intervalo em b correspondente a 70%-90%, por exemplo, não é exatamente o mesmo obtido a partir da relação $c = b^2/4R_A$, empregada neste trabalho, e que está mais próxima do modelo de Glauber. Esta correção se faz necessária para que seja realizada uma melhor comparação com os dados, principalmente na região 70%-90%, embora as principais conclusões não devam ser afetadas.

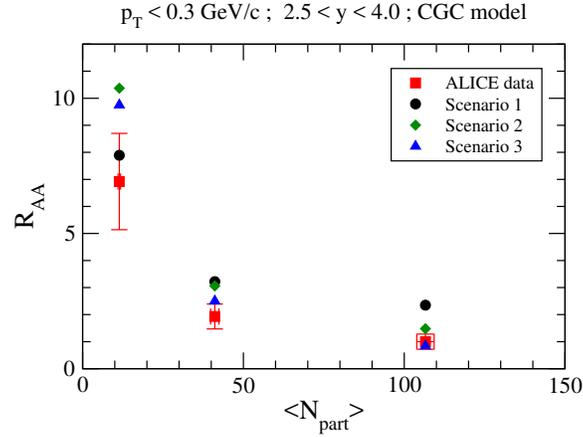


Fig. 6.7: Comparação dos resultados de R_{AA} com os dados de ALICE para as classes de centralidade 30%-50%, 50%-70% e 70%-90% [123].

6.5 Conclusão

Neste capítulo, testamos a robustez do formalismo de dipolos de cor no regime de colisões periferais considerando três classes de centralidade: 30%-50%, 50%-70% and 70%-90%. Em nossa abordagem, calculamos a distribuição média de rapidez, bem como o fator de modificação nuclear R_{AA} , e comparamos nossos resultados com as medidas de ALICE (apenas J/ψ até o momento). De maneira geral, para as colisões menos periféricas, observamos uma significativa melhora nos resultados ao adotar um fluxo de fótons efetivo (Cenário 2 e 3). Embora ainda não seja possível confirmar que a fotoprodução exclusiva é a única responsável pelo excesso de J/ψ observado em ALICE, existem fortes indicações de que este mecanismo de produção é responsável por uma significativa parte deste efeito.

Capítulo 7

Conclusão Final e Perspectivas

Neste trabalho, estudamos a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados $V(J/\psi, \psi(2S), Y(1S), Y(2S), Y(3S))$ em colisões ultraperiféricas (capítulo 5) e estendemos o formalismo adotado sobre o regime das colisões periféricas (capítulo 6). Para o regime UPC, o formalismo de dipolos produziu bons resultados em colisões pp e p-Pb, e com maior estatística a seleção dos modelos de dipolo poderá ser realizada de maneira mais conclusiva. Nas colisões Pb-Pb, a discordância com as medidas de J/ψ deixam clara a necessidade em se investigar com mais profundidade os efeitos de saturação partônica nuclear, seja pela descrição de outras formulações não lineares ainda não exploradas fenomenologicamente, seja pela consideração de outros efeitos nucleares. Ao estender o formalismo adotado em UPC para o regime das colisões periféricas, buscamos não apenas testar a robustez do formalismo, mas também investigar o excesso de J/ψ na região cinemática de pequeno p_T , observado pelas colaborações ALICE e STAR. Utilizando diferentes construções geométricas, observamos melhor acordo com os dados de ALICE considerando um fluxo de fótons efetivo combinado com uma seção de choque fotonuclear efetiva, na qual desconsideramos a interação do fóton com a região de superposição nuclear. No novo período de operações do LHC, as medidas da fotoprodução de J/ψ em UPC Pb-Pb poderão fornecer medidas mais precisas do que aquelas geradas em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Isto nos permitiria entender melhor o desacordo com os dados de ALICE em Pb-Pb, fornecendo meios de restringir a supressão do sombreamento nuclear de maneira mais consistente. No regime das colisões periféricas, nossas estimativas foram comparadas somente com os dados de ALICE, visto que neste trabalho demos ênfase à distribuição em rapidez. Contudo, em trabalhos futuros, resultados voltados à distribuição em p_T poderão ser comparados com as medidas de STAR garantindo um estudo mais completo da fotoprodução exclusiva nas colisões periféricas. Além disso, no regime periférico, onde a hadroprodução está presente, outros efeitos nucleares, tais como a formação do plasma de quarks e glúons (QGP), bem como a recombinação de quarks charm, podem afetar significativamente a produção de J/ψ . Portanto, estes efeitos de origem hadrônica também poderiam ser considerados conjuntamente com a fotoprodução nuclear exclusiva.

Apêndices

Apêndice A

Variáveis no Cone de Luz

Dado o tensor métrico

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1), \quad (\text{A.1})$$

um quadrivetor genérico contravariante A^μ é escrito em coordenadas cartesianas por

$$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3) = (A^0, \mathbf{A}_T, A^3) = (A^0, \mathbf{A}). \quad (\text{A.2})$$

Definindo as componentes de A^μ no cone de luz como

$$A^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^0 \pm A^3), \quad (\text{A.3})$$

o quadrivetor pode ser reescrito como

$$A^\mu = (A^+, A^-, \mathbf{A}_T). \quad (\text{A.4})$$

Neste caso, o quadrado de A^μ será dado por

$$A^2 = (A^0)^2 - \mathbf{A}^2 = 2A^+A^- - \mathbf{A}_T^2 \quad (\text{A.5})$$

enquanto o produto escalar resulta em

$$A \cdot B = A^0B^0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^+B^- + A^-B^+ - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}. \quad (\text{A.6})$$

Apêndice B

Parâmetros das Funções de Onda

A parte escalar das funções de onda longitudinal e transversal dos mésons vetoriais, $\phi_{nS}^{T,L}$, deve obedecer ao seguinte conjunto de equações

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2r \left\{ m_f^2 (\phi_{nS}^T)^2 + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_{nS}^T)^2 \right\} = 1; \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 dz \int d^2r \left[M_V \phi_{nS}^L + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \phi_{nS}^L \right]^2 = 1; \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2r \left\{ m_f^2 (\phi_{nS}^T \phi_{mS}^T) + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_{nS}^T \partial_r \phi_{mS}^T) \right\} = 0; \quad (\text{B.3})$$

$$\hat{e}_f \frac{N_c}{2\pi M_V} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \left\{ m_f^2 - [z^2 + (1-z)^2] \nabla_r^2 \right\} \phi_{nS}^T(r, z)|_{r=0} = f_V^T; \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{e}_f \frac{N_c}{\pi} \int_0^1 dz \left[M_V + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \right] \phi_{nS}^L|_{r=0} = f_V^L; \quad (\text{B.5})$$

entre as quais, o par (B.1-B.2) corresponde à condição de normalização, (B.3) à condição de ortogonalidade e (B.4-B.5) definem as variáveis de acoplamento f_V^T e f_V^L . Em nossos cálculos, foi assumida a hipótese de que a largura de decaimento experimental $\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^{\text{exp}}$ equivale a média das larguras de decaimento teórica longitudinal e transversal, calculadas individualmente a partir da relação

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^{T,L} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 (f_V^{T,L})^2}{3M_V}. \quad (\text{B.6})$$

Na parametrização Boosted Gaussian, as funções $\phi_{1S}^{T,L}$, $\phi_{2S}^{T,L}$ e $\phi_{3S}^{T,L}$ são definidas por

$$\phi_{1S}^{T,L} = N_{1S}^{T,L} \tilde{z} \exp \left[-\frac{m_f^2 R_{1S}^2}{8\tilde{z}} - \frac{2\tilde{z}r^2}{R_{1S}^2} + \frac{m_f^2 R_{1S}^2}{2} \right] \quad (\text{B.7})$$

$$\phi_{2S}^{T,L} = N_{2S}^{T,L} \tilde{z} \exp \left[-\frac{m_f^2 R_{2S}^2}{8\tilde{z}} - \frac{2\tilde{z}r^2}{R_{2S}^2} + \frac{m_f^2 R_{2S}^2}{2} \right] \times [1 + \alpha_{2S,1} g_{2S}] \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} \phi_{3S}^{T,L} &= N_{3S}^{T,L} \tilde{z} \exp \left[-\frac{m_f^2 R_{3S}^2}{8\tilde{z}} - \frac{2\tilde{z}r^2}{R_{3S}^2} + \frac{m_f^2 R_{3S}^2}{2} \right] \\ &\times \left[1 + \alpha_{3S,1} g_{3S} + \alpha_{3S,2} \left[g_{3S}^2 + 4 \left(1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{3S}^2} \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

onde $\tilde{z} = z(1-z)$.

No conjunto de restrições (B.1-B.5), são aplicadas tanto as funções ϕ_{nS} quanto suas respectivas derivadas. Logo, a aplicação direta das equações (B.7-B.9) tornariam a notação muito pesada. Para tornar mais claro o desenvolvimento dos cálculos, nós definimos as seguintes funções auxiliares

$$G_{nS} = N_{nS} \tilde{z} \exp \left[-\frac{m_f^2 R_{nS}^2}{8\tilde{z}} - \frac{2\tilde{z}r^2}{R_{nS}^2} + \frac{m_f^2 R_{nS}^2}{2} \right] \quad (\text{B.10})$$

$$G'_{nS} = -\frac{4\tilde{z}r}{R_{nS}^2} G_{nS} \quad \text{e} \quad G''_{nS} = -\frac{4\tilde{z}}{R_{nS}^2} \left[1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{nS}^2} \right] G_{nS} \quad (\text{B.11})$$

$$g_{nS} = 2 - m_f^2 R_{nS}^2 + \frac{m_f^2 R_{nS}^2}{4\tilde{z}} - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{nS}^2} \quad (\text{B.12})$$

$$g'_{nS} = -\frac{8\tilde{z}r}{R_{nS}^2} \quad \text{e} \quad g''_{nS} = -\frac{8\tilde{z}}{R_{nS}^2} \quad (\text{B.13})$$

$$H_{nS} = 1 + \alpha_{nS,1} g_{nS} + \alpha_{nS,2} \left[g_{nS}^2 + 4 \left(1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{nS}^2} \right) \right] \quad (\text{B.14})$$

$$H'_{nS} = \alpha_{nS,1} g'_{nS} + \alpha_{nS,2} \left[2g_{nS} g'_{nS} - \frac{32\tilde{z}r}{R_{nS}^2} \right] \quad (\text{B.15})$$

$$H''_{nS} = \alpha_{nS,1} g''_{nS} + \alpha_{nS,2} \left[2 \left(g'_{nS} \right)^2 + 2g_{nS} g''_{nS} - \frac{32\tilde{z}}{R_{nS}^2} \right]. \quad (\text{B.16})$$

Assim, as equações (B.7-B.9) juntamente com suas respectivas derivadas podem ser escritas genericamente por

$$\phi_{nS} = G_{nS} H_{nS} \quad (\text{B.17})$$

$$\phi'_{nS} = G'_{nS} H_{nS} + G_{nS} H'_{nS} \quad (\text{B.18})$$

$$\phi''_{nS} = G''_{nS} H_{nS} + 2G'_{nS} H'_{nS} + G_{nS} H''_{nS} \quad (\text{B.19})$$

levando em consideração que $\alpha_{1S,1} = \alpha_{1S,2} = \alpha_{2S,2} = 0$. O *superscript* "T,L" foi omitido, visto que a estrutura das equações é a mesma para o caso longitudinal e transversal.

B.1 Estados Fundamentais

Para os estados fundamentais, J/ψ e $Y(1S)$, a condição de ortogonalidade não é necessária. Neste caso, partindo das condições de normalização e isolando $N_{1S}^{T,L}$, teremos

$$N_{1S}^T = \left\{ \frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2r \left\{ m_f^2 (\phi_{1S}^T)^2 + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_{1S}^T)^2 \right\} \right\}^{-1/2} \quad (\text{B.20})$$

$$N_{1S}^L = \left\{ \frac{N_c}{2\pi} \int_0^1 dz \int d^2r \left[M_V \phi_{1S}^L + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \phi_{1S}^L \right]^2 \right\}^{-1/2} \quad (\text{B.21})$$

onde $\delta = 1$ e $\nabla_r^2 = (1/r)\partial_r + \partial_r^2$.

O cálculo é realizado numericamente entrando com um valor de R_{1S}^2 e impondo $N_{1S}^{T,L} = 1$ ¹ em (B.10) na construção das funções $\phi_{1S}^{T,L}$ e suas derivadas. Em seguida, utilizando o mesmo valor de R_{1S}^2 e os resultados encontrados para N_{1S}^T e N_{1S}^L , são calculadas as constantes de acoplamento $f_V^{T,L}$ a partir das equações (B.4) e (B.5). Por fim, calcula-se o valor teórico das larguras de decaimento transversal e longitudinal usando a relação (B.6). Este procedimento é realizado variando R_{1S}^2 de 1×10^{-2} até 10, em busca do valor que irá minimizar o erro obtido na comparação

$$\left| \Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^{\text{exp}} - \frac{\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^T + \Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^L}{2} \right| \dots \quad (\text{B.22})$$

Esta metodologia resulta em

$$\begin{aligned} R_{1S}^2 &= 2.422 \text{ GeV}^{-2}, \quad N_{1S}^T = 0.596 \text{ e } N_{1S}^L = 0.592 \quad \text{para } J/\psi \\ R_{1S}^2 &= 0.566 \text{ GeV}^{-2}, \quad N_{1S}^T = 0.583 \text{ e } N_{1S}^L = 0.581 \quad \text{para } Y(1S) \end{aligned}$$

¹ Definir $N_{1S}^{T,L} = 1$ é um artifício de caráter numérico, uma vez que $N_{1S}^{T,L}$ é analiticamente fatorado para a frente das integrais (B.1) e (B.2), mas numericamente ainda está presente na função (B.10) sendo necessário, portanto, aplicar $N_{1S}^{T,L} = 1$ dentro da função.

B.2 Estados Excitados $\psi(2S)$ e $Y(2S)$

Para os estados excitados $\psi(2S)$ e $Y(2S)$, iniciamos o cálculo a partir da condição de ortogonalidade

$$\int \frac{dzd^2r}{\bar{z}^2} \{m_f^2 (\phi_{1S}^T \phi_{2S}^T) + \underline{z} (\partial_r \phi_{1S}^T) (\partial_r \phi_{2S}^T)\} = 0 \quad (\text{B.23})$$

onde definimos $\underline{z} = z^2 + (1 - z)^2$.

Utilizando as equações (B.17) e (B.18), a condição (B.23) pode ser reescrita como

$$\int \frac{dzd^2r}{\bar{z}^2} \left\{ m_f^2 G_{1S} G_{2S} (1 + \alpha_{2S,1} g_{2S}) + \underline{z} G'_{1S} \left[G'_{2S} (1 + \alpha_{2S,1} g_{2S}) + G_{2S} \alpha_{2S,1} g'_{2S} \right] \right\} = 0. \quad (\text{B.24})$$

Reorganizando os termos e isolando $\alpha_{2S,1}$, teremos

$$\alpha_{2S,1} = - \frac{\int \frac{dzd^2r}{\bar{z}^2} [m_f^2 G_{1S} G_{2S} + \underline{z} G'_{1S} G'_{2S}]}{\int \frac{dzd^2r}{\bar{z}^2} [m_f^2 G_{1S} G_{2S} g_{2S} + \underline{z} G'_{1S} (G'_{2S} g_{2S} + G_{2S} g'_{2S})]}. \quad (\text{B.25})$$

Na equação acima, as funções G_{1S} e G'_{1S} são calculadas usando os parâmetros R_{1S}^2 e N_{1S}^T encontrados na seção anterior. Por outro lado, para G_{2S} e G'_{2S} , o parâmetro N_{2S}^T , cujo valor ainda não foi encontrado, é cancelado na fração (B.25). Dessa forma, entrando com um valor de R_{2S}^2 e inferindo inicialmente um valor de entrada $N_{2S}^T = 1$, para fins de cálculo numérico, o parâmetro $\alpha_{2S,1}$ pode ser calculado diretamente a partir de (B.25).

Para o cálculo dos demais parâmetros, segue-se o mesmo procedimento realizado na seção anterior. Primeiro, utilizando os valores de R_{2S}^2 e $\alpha_{2S,1}$, os parâmetros $N_{2S}^{T,L}$ são calculados a partir das equações (B.20) e (B.21). Em seguida, calculam-se as constantes de acoplamento $f_V^{T,L}$ e as respectivas larguras de decaimento do méson $\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}^{T,L}$. O processo é repetido de $R_{2S}^2 = 1 \times 10^{-2}$ até $R_{2S}^2 = 10$. O valor de R_{2S}^2 escolhido é aquele que minimiza a diferença (B.22). Em nossos cálculos, obtemos

$$\begin{aligned} R_{2S}^2 = 3.256 \text{ GeV}^{-2}, N_{2S}^T = 0.773, N_{2S}^L = 0.753 \text{ e } \alpha_{2S,1} = -0.563 \quad \text{para } \psi(2S) \\ R_{2S}^2 = 0.815 \text{ GeV}^{-2}, N_{2S}^T = 0.625, N_{2S}^L = 0.621 \text{ e } \alpha_{2S,1} = -0.557 \quad \text{para } Y(2S) \end{aligned}$$

B.3 Estado Excitado $Y(3S)$

Para o estado $Y(3S)$, as condições de ortogonalidade $(1S) \perp (3S)$ e $(2S) \perp (3S)$ devem ser verificadas. No primeiro caso, partimos da relação

$$\int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} [m_f^2 \phi_{1S}^T \phi_{3S}^T + \underline{z} (\partial_r \phi_{1S}^T) (\partial_r \phi_{3S}^T)] = 0. \quad (\text{B.26})$$

Trabalhando com as equações (B.17) e (B.18), e omitindo o *superscript* T, teremos

$$\begin{aligned} \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left\{ m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} \left[1 + \alpha_{3S,1} g_{3S} + \alpha_{3S,2} \left[g_{3S}^2 + 4 \left(1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{3S}^2} \right) \right] \right] + \right. \\ \left. + \underline{z} \phi'_{1S} G'_{3S} \left[1 + \alpha_{3S,1} g_{3S} + \alpha_{3S,2} \left[g_{3S}^2 + 4 \left(1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{3S}^2} \right) \right] \right] + \right. \\ \left. + \underline{z} \phi'_{1S} G_{3S} \left[\alpha_{3S,1} g'_{3S} + \alpha_{3S,2} \left[2g_{3S} g'_{3S} - \frac{32\tilde{z}r}{R_{3S}^2} \right] \right] \right\} = 0. \quad (\text{B.27}) \end{aligned}$$

Definindo

$$C = g_{3S}^2 + 4 \left(1 - \frac{4\tilde{z}r^2}{R_{3S}^2} \right) \quad (\text{B.28})$$

$$D = 2g_{3S} g'_{3S} - \frac{32\tilde{z}r}{R_{3S}^2}, \quad (\text{B.29})$$

a Eq. (B.27) pode ser reescrita conforme

$$\begin{aligned} \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left\{ m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} [1 + \alpha_{3S,1} g_{3S} + \alpha_{3S,2} C] + \right. \\ \left. + \underline{z} \phi'_{1S} G'_{3S} [1 + \alpha_{3S,1} g_{3S} + \alpha_{3S,2} C] + \underline{z} \phi'_{1S} G_{3S} [\alpha_{3S,1} g'_{3S} + \alpha_{3S,2} D] \right\} = 0. \quad (\text{B.30}) \end{aligned}$$

Reorganizando os termos e fatorando os parâmetros $\alpha_{3S,1}$ e $\alpha_{3S,2}$, obtemos

$$\begin{aligned} \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left\{ \alpha_{3S,1} \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} g_{3S} + \underline{z} \phi'_{1S} \left[G'_{3S} g_{3S} + G_{3S} g'_{3S} \right] \right] + \right. \\ \alpha_{3S,2} \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} C + \underline{z} \phi'_{1S} \left[G'_{3S} C + G_{3S} D \right] \right] + \\ \left. \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} + \underline{z} \phi'_{1S} G'_{3S} \right] \right\} = 0. \quad (\text{B.31}) \end{aligned}$$

Agora, definindo

$$\begin{aligned} K &= \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} g_{3S} + \underline{z} \phi'_{1S} \left[G'_{3S} g_{3S} + G_{3S} g'_{3S} \right] \right] \\ M &= \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} C + \underline{z} \phi'_{1S} \left[G'_{3S} C + G_{3S} D \right] \right] \\ P &= \int \frac{dzd^2r}{\tilde{z}^2} \left[m_f^2 \phi_{1S} G_{3S} + \underline{z} \phi'_{1S} G'_{3S} \right] \end{aligned}$$

chegamos na relação

$$\alpha_{3S,1} K + \alpha_{3S,2} M + P = 0. \quad (\text{B.32})$$

Para $(2S) \perp (3S)$ o cálculo é bastante similar, bastando substituir ϕ_{1S} e ϕ'_{1S} por ϕ_{2S} e ϕ'_{2S} , respectivamente. Isto resulta em

$$\alpha_{3S,1} K' + \alpha_{3S,2} M' + P' = 0. \quad (\text{B.33})$$

onde M' , K' e P' possuem a mesma estrutura que M , K e P . Por fim, combinando (B.32) e (B.33), obtêm-se

$$\alpha_{3S,1} = \frac{P' M - M' P}{M' K - K' M} \quad \alpha_{3S,2} = \frac{P' K - K' P}{K' M - M' K} \quad (\text{B.34})$$

As integrais M , K e P (M' , K' e P') são calculadas entrando com um valor de R_{3S}^2 e assumindo inicialmente $N_{3S}^T = 1$. Uma vez definidas as variáveis α_{3S} , os demais parâmetros são obtidos seguindo os mesmos passos realizados na primeira seção. Primeiro, calculam-se os parâmetros $N_{3S}^{T,L}$ usando as condições de normalização e, logo em seguida, são calculados os acoplamentos $f_V^{T,L}$. O processo é repetido diversas vezes, variando-se o parâmetro R_{3S}^2 no mesmo intervalo das seções anteriores, até que se obtenha um valor que minimize a diferença (B.22).

Para $Y(3S)$, obtemos

$$R_{3S}^2 = 1.0 \text{ GeV}^{-2} \quad (\text{B.35})$$

$$N_{3S}^T = 0.673 \text{ e } N_{3S}^L = 0.666 \quad (\text{B.36})$$

$$\alpha_{3S,1} = -1.219 \text{ e } \alpha_{3S,2} = 0.217 \quad (\text{B.37})$$

Referências Bibliográficas

- [1] I. C. Moreira *Rev. Bras. Ens. Fis.* **19**, (1997) 299
- [2] O. A. P. Tavares *CBPF-CS-002/11*
- [3] F. A. G. Parente, A. C. F. dos Santos e A. C. Tort *Rev. Bras. Ens. Fis.* **35**, (2013) 4301
- [4] J. Chadwick *Proc. Roy. Soc. A* **136**, (1932) 692
- [5] David Griffiths *Introduction to Elementary Particle* Editora: Wiley, (1987)
- [6] H. Yukawa *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* **17**, (1935) 48
- [7] C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G. P. S. Occhialini e C. F. Powell *Nature* **159**, (1947) 694
- [8] C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini e C. F. Powell *Nature* **160**, (1947) 453
- [9] C. D. Anderson *Science* **76**, (1932) 238
- [10] E. C. G. Stueckelberg *Helv. Phys. Acta* **14**, (1941) 322
- [11] R. P. Feynman *Rev. of Mod. Phys.* **20**, (1948) 367
- [12] F. Reines e C. L. Cowan junior *Nature* **178**, (1956) 446
- [13] Y. Fukuda *et al. Phys. Rev. Lett.* **81**, (1998) 1562
- [14] O. W. Greenberg *Am. J Phys.* **50**, (1982) 1074
- [15] S. W. Herb *et al. Phys. Rev. Lett.* **39**, (1977) 252
- [16] F. Caruso, M. Anselmino, J. R. P. Mahon e V. Oguri *Introdução à QCD Perturbativa*. Editora: LTC. 2013

-
- [17] R. Ellis, W. J. Stirling, B. R. Webber *QCD and Collider Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996
- [18] V. D. Barger e R. J. N. Phillips *Collider Physics*. Reading: Addison-Wesley, 1997
- [19] S. Bethke *Eur. Phys. Jour. C* **64**, (2009) 689
- [20] C. A. Garcia Canal, M. B. Gay Ducati e J. A. Martins Simões. *Notes on inelastic scattering, Série de Cours et Conférences sur la physique des hautes énergies*. N° 15, Centre de Recherches Nucléaires, Strasbourg (1979)
- [21] E. D. Bloom *et al. Phys. Rev. Lett.* **23**, (1969) 930
- [22] M. Breidenbach *et al. Phys. Rev. Lett.* **23**, (1969) 935
- [23] R. D. Field *Applications of Perturbative QCD*. Reading: Addison-Wesley, 1995
- [24] J. I. Friedman e H. W. Kendall *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **22**, (1972) 203
- [25] V. N. Gribov and L. N. Lipatov *Sov. J. Nucl. Phys.* **15**, (1972) 438
- [26] G. Altarelli e G. Parisi *Nucl. Phys. B* **126**, (1977) 298
- [27] Y. L. Dokshitzer *Sov. Phys. JETP* **46**, (1977) 641
- [28] H. Georgi e H. D. Politzer *Phys. Rev. D* **9**, (1974) 416
- [29] D. J. Gross e F. Wilczek *Phys. Rev. D* **9**, (1974) 980
- [30] Yuri V. Kovchegov e Eugene Levin *Quantum Chromodynamics at High Energy* Editora: Cambridge University Press, (2012)
- [31] F. E. Low *Phys. Rev. D* **12**, (1975) 163
- [32] S. Nussinov *Phys. Rev. D* **14**, (1976) 246
- [33] T. Regge *Nuovo Cimento* **14**, (1959) 951
- [34] T. Regge *Nuovo Cimento* **18**, (1960) 947
- [35] V. S. Fadin, E. A. Kuraev e L. N. Lipatov *Phys. Lett. B* **60**, (1975) 50
- [36] V. S. Fadin, E. A. Kuraev e L. N. Lipatov *Sov. Phys. JETP* **45**, (1977) 199
- [37] I. I. Balitsky e L. N. Lipatov *Sov. Phys. JETP* **28**, (1978) 822

-
- [38] M. Froissart *Phys. Rev.* **123**, (1961) 1053
- [39] A. Martin *Scattering Theory: Unitarity, Analyticity and Crossing* Editora: Springer-Verlag, (1969)
- [40] L. V. Gribov, E. M. Levin e M. G Ryskin *Phys. Rept.* **100**, (1983) 1
- [41] A. L. Ayala; M. B. Gay Ducati e E. M. Levin *Nucl. Phys. B* **493**, (1997) 305
- [42] A. L. Ayala; M. B. Gay Ducati e E. M. Levin *Nucl. Phys. B* **511**, (1998) 355
- [43] A. L. Ayala Filho. *Formalismo de Glauber para interações partônicas*. 1998. 106 f. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.
- [44] I. Balitsky *Nucl. Phys. B* **463**, (1996) 99
- [45] Y. V. Kovchegov *Phys. Rev.* **60**, (1996) 034008
- [46] E. Iancu, A. Leonidov e L. McLerran *Nucl. Phys. A* **692**, (2001) 583
- [47] E. Ferreira *et al.* *Nucl. Phys. A* **703**, (2002) 489
- [48] J. Jalilian-Marian *et al.* *Nucl. Phys. B* **504**, (1997) 415
- [49] J. Jalilian-Marian *et al.* *Phys. Rev. D* **59**, (1998) 014014
- [50] E. Iancu, A. Leonidov e L. McLerran *Phys. Lett. B* **510**, (2001) 133
- [51] A. H. Mueller *Nucl. Phys. B* **415**, (1994) 373
- [52] A. H. Mueller *Nucl. Phys. B* **437**, (1995) 107
- [53] M. Derrick *et al.* *Phys. Lett. B* **315**, (1993) 481
- [54] T. Ahmed *et al.* *Nucl. Phys. B* **429**, (1994) 477
- [55] M. Diehl *Phys. Rept.* **388**, (2003) 41
- [56] V. Barone and E. Predazzi *High-Energy Particle Diffraction* Editora: SPRINGER, (2002)
- [57] M. L. Good and W. D. Walker *Phys. Rev.* **120**, (1960) 1857
- [58] J. D. Bjorken *Phys. Rev. D* **47**, (1993) 101

-
- [59] CF. Weizsäcker *Z. Physik* **88**, (1934) 612
- [60] CF. Williams *Phys. Rev.* **45**, (1934) 729
- [61] C. A. Bertulani, S. R. Klein and J. Nystrand *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci* **55**, (2005) 271
- [62] J.D. Jackson *Classical Electrodynamics - Third Edition* Editora: JOHN WILEY, (1998)
- [63] W. Magnus, F. Oberhettinger & R.P. Soni *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics* New York: Springer-Verlag, (1966)
- [64] F. Caruso *Sobre o Método de Weizsacker-Williams e suas Primeiras Aplicações* CBPF-MO-001/09
- [65] M. B. Gay Ducati, F. Kopp, M. V. T. Machado e S. Martins *et al. Phys. Rev. D* **94**, (2016) 094023
- [66] V. P. Gonçalves e M. V. T. Machado *Eur. Phys. J. C* **38**, (2004) 319
- [67] T. Lappi e H. Mantysaari *Phys. Rev. C* **87**, (2013) 032201
- [68] V. P. Gonçalves, B. D. Moreira e F. S. Navarra *Phys. Rev. C* **90**, (2014) 015203
- [69] J. H. Sales, A. T. Suzuki e L. A. Soriano *Revista Brasileira de Ensino de Física* **37** (2015) 3
- [70] H. Kowalski, L. Motyka e G. Watt *Phys. Rev. D* **74**, (2006) 074016
- [71] H. G. Dosch, *et. al. Phys. Rev. D* **55**, (1997) 2602
- [72] G. P. Lepage, S. J. Brodsky *Phys. Rev. D* **22**, (1980) 2157
- [73] J. R. Forshaw, R. Sandapen e G. Shaw *Phys. Rev. D* **69**, (2004) 094013
- [74] J. Nemchik, N. N. Nikolaev e B.G. Zakharov *Phys. Lett. B* **341**, (1994) 228
- [75] J. Nemchik, *et. al. Z. Phys. C* **75**, (1997) 71
- [76] S. Chekanov *et al. Eur. Phys. J. C* **24**, (2002) 345
- [77] S. Chekanov *et al. Nucl. Phys. B* **695**, (2004) 3
- [78] A. Aktas *et al. Eur. Phys. J. C* **46**, (2006) 585

-
- [79] H. Kowalski e D. Teaney *Phys. Rev. D* **68**, (2003) 114005
- [80] L. Frankfurt, W. Koepf e M. Strikman *Phys. Rev. D* **57**, (1998) 512
- [81] S. J. Brodsky, T. Huang e G. P. Lepage *SLAC Report No.* SLAC-PUB-2540, (1980)
- [82] B. E. Cox, J. R. Forshaw e R. Sandapen *JHEP* **06**, (2009) 034
- [83] N. Armesto e A. H. Rezaeian *Phys. Rev. D* **90**, (2014) 054003
- [84] A. H. Rezaeian *et al.* *Phys. Rev. D* **87**, (2013) 034002
- [85] A. H. Rezaeian and I. Schmidt *Phys. Rev. D* **88**, (2013) 074016
- [86] Yu. Kovchegov *Phys. Rev. D* **61**, (2000) 074018
- [87] K. J. Golec-Biernat e A. Stasto *Nucl. Phys. B* **668**, (2003) 345
- [88] K.J. Golec-Biernat, M. Wusthoff *Phys. Rev. D* **59**, (1998) 014017
- [89] K.J. Golec-Biernat, M. Wusthoff *Phys. Rev. D* **60**, (1999) 114023
- [90] M. Kozlov, A. Shoshi and W. Xiang *JHEP* **0710**, (2007) 020
- [91] J. Breitweg *et al.* *Phys. Lett. B* **487**, (2000) 53
- [92] S. Chekanov *et al.* *Eur. Phys. J. C* **21**, (2001) 443
- [93] J. Bartels, K.J. Golec-Biernat e H. Kowalski *Phys. Rev. D* **66**, (2002) 014001
- [94] A. H. Mueller *Nucl. Phys. B* **335**, (1990) 115
- [95] Y.V. Kovchegov *Phys. Rev. D* **61**, (2000) 074018
- [96] E. Iancu, K. Itakura e S. Munier *Phys. Lett. B* **590**, (2004) 199
- [97] F. Aaron *et al.* *JHEP* **1001**, (2010) 109
- [98] M. R. Adams *et al.* *Phys. Rev. D* **54**, (1996) 3006
- [99] M. Arneodo *et al.* *Nucl. Phys. B* **483**, (1997) 3
- [100] F. Krauss, M. Greiner and G. Soff *Prog. Part. Nucl. Phys* **39**, (1997) 503
- [101] P. D. B. Collins, *An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics*, Cambridge University Press, 1977.

-
- [102] L. Motyka and G. Watt *Phys. Rev. D* **78**, (2008) 014023
- [103] M. B. Gay Ducati, M. T. Griep e M. V. T. Machado *Phys. Rev. D* **88**, (2013) 017504
- [104] M. Dress e D. Zeppenfeld *Phys. Rev. D* **39**, (1989) 2536
- [105] A. G. Shuvaev *et al.* *Phys. Rev. D* **60**, (1999) 014015
- [106] W. Schafer e A. Szczurek *Phys. Rev. D* **76**, (2007) 094014
- [107] R. Aaij *et al.* *Jour. Phys. G* **40**, (2013) 045001
- [108] R. Aaij *et al.* *Jour. Phys. G* **41**, (2014) 055002
- [109] R. Aaij *et al.* *J. High Energy Phys.* **09**, (2015) 084
- [110] J. G. Contreras *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, (2015) 1542012
- [111] S. Klein and J. Nystrand *Phys. Rev. C* **60**, (1999) 014903
- [112] F. Krauss, M. Greiner and G. Soff *Prog. Part. Nucl. Phys* **39**, (1997) 503
- [113] B. B. Abelev *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **113**, (2014) 232504
- [114] K. T. R. Davies and J. R. Nix *Phys. Rev. C* **14**, (1976) 1977
- [115] N. Armesto *Eur. Phys. J. C* **26**, (2002) 35
- [116] V. N. Gribov *JETP* **29**, (1969) 483
- [117] V. N. Gribov *Sov. Phys. JETP* **30**, (1970) 709
- [118] M. B. Gay Ducati, M. T. Griep and M. V. T. Machado *Phys. Rev. C* **88**, (2013) 014910
- [119] L. Frankfurt, V. Guzey e M. Strikman *Phys. Rept.* **512**, (2012) 255
- [120] B. Abelev *et al.* *Phys. Lett. B* **718**, (2013) 1273
- [121] E. Abbas *et al.* *Eur. Phys. J. C* **73**, (2013) 2617
- [122] V. Khachatryan *et al.* *Phys. Lett. B* **772**, (2017) 489
- [123] ALICE Collaboration, J. Adam *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **116**, (2016) 222301
- [124] W. Zha *J. Phys.: Conf. Series* **779**, (2017) 012039

- [125] M. B. Gay Ducati and S. Martins *Phys. Rev. D* **96**, (2017) 056014
- [126] M. K. Gawenda and A. Szczurek *Phys. Rev. C* **93**, (2016) 044912
- [127] W. Zha *et al.* *Phys. Rev. C* **97**, (2018) 044910
- [128] J. G. Contreras *Phys. Rev. C* **96**, (2017) 015203
- [129] M. B. Gay Ducati and S. Martins *Phys. Rev. D* **97**, (2018) 116013
- [130] K. Hencken, D. Trautmann and G. Baur *Phys. Rev. A* **49**, (1994) 1584
- [131] W. Broniowski and W. Florkowski *Phys. Rev. C* **65**, (2002) 024905
- [132] ALICE Collaboration, B. Abelev *et al.* *Phys. Lett. B* **734**, (2014) 314
- [133] ALICE Collaboration, B. Abelev *et al.* *Phys. Rev. C* **88**, (2013) 044909
- [134] ALICE Collaboration, B. Abelev *et al.* *Phys. Lett. B* **718**, (2012) 295