

# Caracterização do processo de fratura utilizando o método dos elementos discretos e as técnicas de emissão acústica

Vicente Bergamini Puglia<sup>1</sup>, Ignacio Iturrioz<sup>2</sup>, Letícia Fleck Fadel Miguel<sup>3</sup>

## RESUMO

A aplicação de técnicas de Emissão Acústica está revolucionando a caracterização da ruptura em sólidos quase frágeis. Neste contexto a modelagem numérica deste tipo de problema pode ser de utilidade para facilitar a interpretação de ensaios. Para realizar estas simulações foi utilizada uma versão do método dos elementos discretos formados por barras, chamado aqui de Método dos Elementos Discretos (DEM), o qual consiste em discretizar o sólido em um arranjo de barras em que as massas estão localizadas nos nós e as barras tem rigidez equivalente ao contínuo que se deseja representar. É realizada primeiramente a comparação entre um ensaio apresentado na literatura e resultados numéricos obtidos com DEM. O mesmo modelo também é analisado submetido a outros tipos de sollicitação (tração e flexocorte).

Finalmente se comparam os resultados obtidos em termos de parâmetros comumente apresentados em análises de emissão acústica, ilustrando a potencialidade de utilizar este método para auxiliar na interpretação de ensaios de EA.

*Palavras-chave:* Emissão acústica, Método dos Elementos Discretos, valor  $b$ , carregamento uniaxial, mecânica da fratura.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Pampa, vicentepuglia@unipampa.edu.br, Campus Alegrete, Alegrete - RS, Brasil. (autor para correspondência) Av. Tiarajú, 810 – Bairro Ibirapuitã – Alegrete – RS. CEP: 97546-550

<sup>2</sup> Professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) e do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ignacio@mecanica.ufrgs.br. Pesquisador do Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp / UFRGS), Área de Mecânica dos Sólidos. Av. Sarmento Leite 425, 2º andar, Porto Alegre, RS, Brasil. CEP 90050-170.

<sup>3</sup> Professora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) e do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), letffm@ufrgs.br. Pesquisadora do Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp / UFRGS), Área de Mecânica dos Sólidos. Av. Sarmento Leite 425, 2º andar, Porto Alegre, RS, Brasil. CEP 90050-170.

# 1 Introdução

Compreender e prever o processo de dano em materiais heterogêneos é um problema aberto na fronteira atual do conhecimento. Devido à grande quantidade de estruturas que são construídas com este tipo de material o estudo do processo de dano apresenta enorme interesse prático.

Os fenômenos que ocorrem na micro e meso escala durante o processo de dano para materiais heterogêneos podem ser monitorados através de técnicas de emissão acústica, as quais revelam algumas características universais. Um parâmetro global que permite integrar a informação que provem de um estudo de emissão acústica está relacionada ao cálculo do chamado coeficiente  $b$ . A mudança de valores do coeficiente  $b$  caracteriza diferentes tamanhos das fissuras que ocorrem durante o processo de dano.

Para realizar as simulações foi utilizada uma versão do Método dos Elementos Discretos formados por barras (DEM). O DEM discretiza o sólido como um arranjo de barras que possui rigidez equivalente ao contínuo que se deseja representar e as massas são localizadas nos nós.

Os resultados de compressão simples simulados no DEM são comparados com ensaios apresentados por Carpinteri *et al.* 2009. Também são realizadas simulações de tração e flexocorte realizando a análise das emissões acústicas simuladas nestes casos.

## 2 Método dos elementos discretos

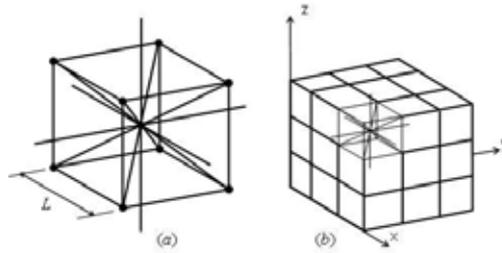
A versão do DEM utilizada neste trabalho consiste na discretização do contínuo em barras que formam uma treliça espacial regular. As massas equivalentes são concentradas nos nós e rigidez das barras são equivalentes ao contínuo que irão representar, Iturrioz *et al.*, 2013. Leis uniaxiais de dano permitem modelar fratura e dano anisotrópico com relativa facilidade.

A aplicação do DEM para o estudo de problemas de engenharia pode ser verificada nos seguintes trabalhos: Problemas dinâmicos de cascas sujeitos à carga impulsiva, Riera e Iturrioz, 1995 e 1998, estudo da fratura em fundações elásticas apoiadas sobre solos brandos Schnaid *et al.* 2004, simulação da geração e posterior propagação de sísmos, Dalguer *et al.*, 2001, estudo do efeito de escala em concreto e rochas, Rios e Riera, 2004, Miguel *et al.*, 2008 e Iturrioz *et al.*, 2009, medição de parâmetros fractomecânicos, Kostaski *et al.*, 2009, entre outros.

Entre os trabalhos relacionados diretamente com o estudo da microestrutura de materiais compostos é possível citar Batista, 2007, e Kostaski *et al.* 2012, que analisaram com DEM a microestrutura de ferro fundido nodular. E relacionados com técnicas de emissão acústica se podem citar Iturrioz 2013a,b.

O Método dos Elementos Discretos utilizado no presente trabalho é formado por módulos cúbicos, como se mostra na Figura 1. Um módulo cúbico básico contém 20 elementos e 9 nós. Cada nó tem três graus de liberdade correspondentes aos três componentes do vetor deslocamento num sistema de referência global.

Figura 1: Modelo cúbico do DEM: (a) modelo cúbico básico, (b) geração do corpo prismático.



No caso de um material elástico isotrópico, a área transversal  $A_l$  dos elementos longitudinais, e definida pela Equação (1).

$$A_l = \emptyset L^2 \quad (1)$$

Onde  $L$  é o comprimento do lado do módulo cúbico em consideração. Da mesma forma, a área dos elementos da diagonal é dada pela Equação (2).

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \emptyset L^2 \quad (2)$$

Note-se que há uma diferença de comprimento entre os elementos longitudinais e diagonais, uma vez que:

$$L = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right) L_d \quad (3)$$

No caso de sólidos isotrópicos os coeficientes  $\emptyset$  e  $\delta$  são definidos pelas Equações (4) e (5).

$$\emptyset = \frac{(9+8\delta)}{(18+24\delta)} \quad (4)$$

$$\delta = 9\nu(4 - 8\nu) \quad (5)$$

Onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. É importante ressaltar que existe uma equivalência completa entre o modelo discreto e um contínuo isotrópico para  $\nu = 0,25$ . Para  $\nu \neq 0,25$  discrepâncias aparecem nos termos de corte. Como resultado da discretização espacial realizada sobre o modelo dos elementos discretos é possível chegar a uma equação de movimento que se apresenta na Equação (6).

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + \vec{F}_r(t) - \vec{P}(t) = 0 \quad (6)$$

Onde  $\ddot{x}$  e  $\dot{x}$  representam o vetor de aceleração e de velocidade nodal, respectivamente,  $M$  é a matriz das massas nodais e  $C$  é uma matriz de amortecimento, ambas consideradas matrizes diagonais. A matriz de rigidez é substituída pelos vetores de forças  $\overline{F}_r(t) - \overline{P}(t)$ , os quais representam a diferença entre o vetor de força interna  $\overline{F}_r(t)$  e o vetor de força externa  $\overline{P}(t)$ , sendo que estas forças atuam sobre os nós do modelo.

Para cada nó  $i$  do modelo se verifica que:

$$\overline{F}_r^i = \sum_{b=1}^k \overline{F}_r^b \quad (7)$$

Sendo  $k$  o número de barras que concorrem no nó  $i$ . A força interna em cada barra,  $F_r^b$ , é obtida a partir de uma equação constitutiva elementar, que se pode expressar como segue na Equação (8).

$$F_r^b = \text{const}(\varepsilon_b, \dot{\varepsilon}_b) \quad (8)$$

Sendo que  $\varepsilon_b$  e  $\dot{\varepsilon}_b$  representam a deformação e a velocidade de deformação da barra  $b$  e  $\text{const}(\varepsilon_b, \dot{\varepsilon}_b)$  será uma função que dependerá do tipo de material a modelar. Considera-se a matriz de amortecimento também diagonal, portanto, a solução da equação de movimento (6) é desacoplada e por isso sua solução é facilitada, sendo possível integrá-la no tempo mediante um esquema explícito. Por isso se adota a hipótese simplificativa de considerar o amortecimento proporcional à massa  $M$ , Equação (9).

$$C = MD_f \quad (9)$$

Sendo  $D_f$  uma constante vinculada ao coeficiente de amortecimento crítico,  $f_n$ , Equação (10).

$$D_f = \xi_n 2\pi f_n \quad (10)$$

Onde  $f_n$  representa a frequência natural de vibração do modo  $n$  expressado em [Hz], o modo  $n$  representa o modo fundamental de vibração da estrutura. Se as matrizes  $M$  e  $C$  são diagonais, o sistema de Equações (6) não é acoplado e portanto facilmente integrado no domínio do tempo utilizando um método explícito de integração como o método das diferenças finitas centrais. É interessante notar que somente esforços axiais atuam nas barras e as coordenadas nodais são atualizadas a cada passo do tempo. Assim a consideração de grandes deslocamentos é realizada sem esforço adicional. A estabilidade do método de integração é assegurada por um intervalo de tempo  $\Delta t$  mínimo no processo de integração.

$$\Delta t \leq \frac{0,6L}{C_p} \quad (11)$$

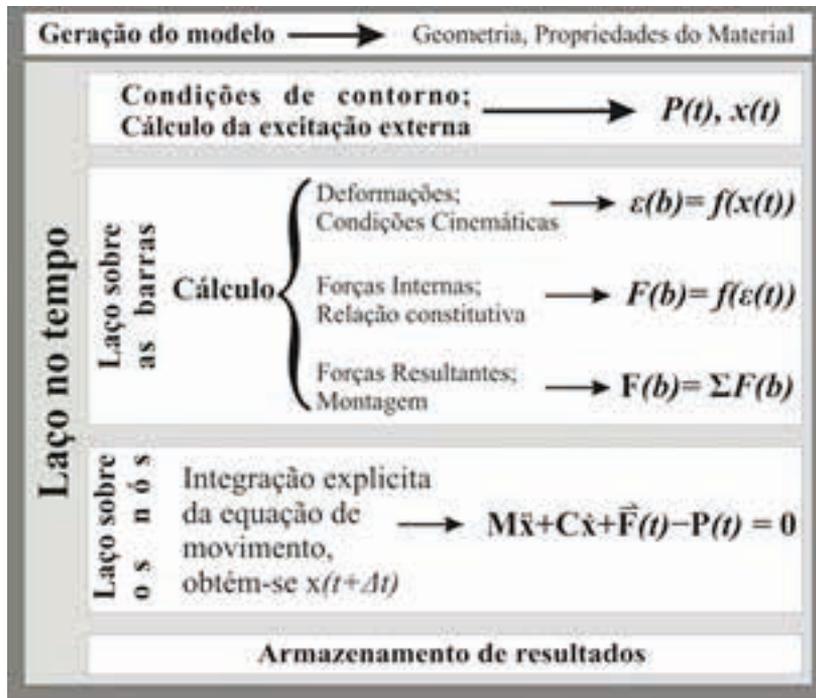
Onde  $C_p$  é a velocidade de propagação de ondas longitudinais dada pela Equação (12).

$$C_p = \sqrt{E/\rho} \quad (12)$$

Sendo que  $E$  representa o módulo de elasticidade longitudinal e  $\rho$  a densidade do material. A convergência de soluções utilizando o DEM em elasticidade linear e em problemas de instabilidade elástica foi verificada por Dalguer et al., 2001.

Na Figura 2 é apresentado um esquema de funcionamento do DEM.

Figura 2: Esquema de funcionamento do DEM.



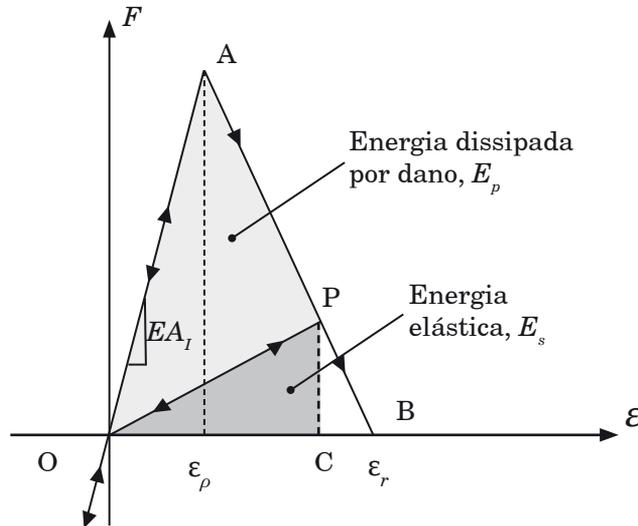
## 2.1 Modelo constitutivo não linear para materiais quase-frágeis

A lei bi-linear para materiais quase-frágeis utilizada neste trabalho foi proposta por Hilleborg (1971). Essa lei é usada para tratar o comportamento dos materiais quase-frágeis por meio de uma relação constitutiva elementar (RCE) aplicada nas barras do DEM, Figura 3, a qual permite a contabilização dos efeitos irreversíveis da nucleação e propagação da fissura.

A área sob a curva de força *vs.* deformação (área do triângulo OAB, Figura 3) está relacionada com a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Assim, para um ponto P da curva força *vs.* deformação, a área do triângulo OPC está relacionada com a densidade de energia elástica reversível armazenada no elemento. Enquanto que a área do triângulo OAP é proporcional à densidade de energia dissipada por danos.

Uma vez que a densidade da energia de dano é igual à energia de fratura, o elemento falha e perde a sua capacidade de carga. Em contrapartida, no caso de cargas de compressão o comportamento do material é assumido como linear elástico. Assim, a falha sob compressão é induzida por tração indireta.

Figura 3 - Lei constitutiva bi linear adotada para elementos uniaxiais.



Parâmetros constitutivos e os símbolos são mostrados na Figura 3, os quais serão definidos a seguir: O elemento de força axial  $F$  depende da deformação axial  $\varepsilon$ . A área associada a cada elemento é dada pela Equação (16) para elemento longitudinal e diagonal. A área equivalente da fratura  $A_i^*$  de cada elemento é definida de forma a satisfazer a condição de que as energias dissipadas por fratura do contínuo e sua representação discreta sejam equivalentes.

Com este propósito, é considerada a fratura de modelo cúbico de dimensões  $L \times L \times L$ . A energia dissipada pela fratura de uma amostra contínua de material devido a uma ruptura paralela a uma de suas faces é representada pela Equação (13).

$$\Gamma = G_f \Lambda = G_f L^2 \quad (13)$$

Onde  $\Gamma$  é a área de fratura. Por outro lado, a energia dissipada quando o módulo do DEM de dimensões  $L \times L \times L$  é dividido em duas partes leva em conta a contribuição de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com os eixos do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais. Assim, a energia dissipada pelo módulo do DEM pode ser escrita de acordo com a Equação (14), Kostaski *et al.*, 2010.

$$\Gamma_{DEM} = G_f \left( (4 \times 0,25 \times C_A) + C_A + 4 \times C_A \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad (14)$$

O primeiro termo entre parênteses representa os quatro elementos de borda, o segundo termo o elemento longitudinal interno, enquanto que o terceiro termo representa a contribuição dos quatro elementos da diagonal. O coeficiente  $\Gamma$  é um parâmetro de escala utilizado para fazer cumprir a equivalência entre  $\Gamma$  e  $\Gamma_{DEM}$ . Assim, as expressões (13) e (14) resultam na Equação (15).

$$G_f L^2 = G_f \left( \frac{22}{3} C_A \right) L^2 \quad (15)$$

Da qual resulta que  $C_A = 3/22$ . Finalmente, as áreas de fratura equivalentes dos elementos longitudinais e diagonais são definidas na Equação (16)

$$A_l^* = (3/22)L^2 \quad A_d^* = (4/22)L^2 \quad (16)$$

Estes valores aplicam-se, desde que haja uma única grande trinca no elemento. A Deformação crítica de falha  $\varepsilon_p$  é a deformação máxima atingida pelo elemento antes da iniciação do dano (ponto A na Figura 3). A relação entre  $R_f$  e a energia específica de fratura  $G_f$  é dada em termos da Mecânica de Fratura Elástica Linear representada pela Equação (17)

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E(1-\nu^2)}} \quad (17)$$

Onde  $R_f$  é chamado de fator de falha, o qual leva em conta a presença de um defeito intrínseco de tamanho  $a$ , expresso conforme apresentado na Equação (18).

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{a}} \quad (18)$$

O parâmetro adimensional  $Y$ , depende das dimensões do espécime e da trinca. O elemento perde a sua capacidade de carga, quando o limite de deformação é alcançado  $\square_r$  (ponto B na Figura 3). Este valor deve satisfazer a condição de que, em caso de falha do elemento, a densidade de energia dissipada é igual ao produto da área de fratura do elemento  $A_i^*$  vezes a energia específica de fratura  $G_f$  dividido pelo comprimento do elemento  $L_i$ , Equação (19).

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^*}{L_i} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_i}{2} \quad (19)$$

Onde os sub índices  $i$  podem ser substituídos por  $l$  ou  $d$ , de acordo com a orientação do elemento, longitudinal ou diagonal, respectivamente. O coeficiente  $K_r$  é uma função das propriedades do material e do comprimento do elemento,  $L_i$ , conforme é apresentado na Equação (20).

$$K_r = \left( \frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left( \frac{A_i^*}{A_i} \right) \left( \frac{2}{L_i} \right) \quad (20)$$

Para garantir a estabilidade do algoritmo deve-se cumprir a condição que  $K_r \geq 1$ . Neste sentido é interessante definir o comprimento de elemento crítico:

$$L_{cr} = 2 \left( \frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left( \frac{A_i^*}{A_i} \right) \quad (21)$$

$$(A_l^*/A_l) = (3/22)/\phi \quad (A_d^*/A_d) = (\sqrt{3}/11)/(\delta\phi) \quad (22)$$

Para um caso especial de um contínuo isotrópico com coeficiente de Poisson  $\nu = 0,25$ , as funções tomam o valor  $\delta = 1,125$  e  $\phi = 0,4$ , o que resulta em  $(A_l^*/A_l) \approx (A_d^*/A_d) \approx 0,34$ . Ou seja, para fins práticos, um único valor de comprimento crítico do elemento é utilizado nos elementos longitudinais e diagonais. Portanto, a condição de estabilidade antes apresentada pode ser expressa pela Equação (23) e o limite da deformação crítica é demonstrado pela Equação (24).

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \rightarrow L_i \leq L_{cr} \quad (23)$$

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad (24)$$

Poderia ser útil aqui definir os números de fragilidade da forma proposta por Carpinteri, 1984,

$$s = (G_f E)^{0,5} / \sigma_p D^{0,5} \quad (25)$$

Onde  $D$  é o tamanho característico da estrutura,  $\sigma_p$  é a tensão crítica. Em outros termos a tensão crítica pode ser definida pela Equação (26).

$$\sigma_p = E \varepsilon_p \quad (26)$$

Usando a Equação (19)

$$s = R_f^{-1} D^{0,5} \quad (27)$$

O valor da expressão  $s$  tem a propriedade de caracterizar a ductilidade do modelo. No contexto do DEM, para dois exemplos com diferentes valores e tamanhos  $D$ , isto é, diferentes propriedades do material, ( $G_p$ ,  $E$  e  $\epsilon_p$ ), porém ambos os exemplos com o mesmo número de fragilidade  $s$ , a resposta global de ambos será a mesma.

## 2.2 Distribuição aleatória dos parâmetros dos materiais no ambiente do DEM

Miguel *et al.* (2010) e Iturrioz *et al.* (2009) modelaram as propriedades aleatórias do material que definem a tenacidade ( $G_f$ ) como uma distribuição do campo aleatório de valores extremos do tipo III (Weibull), dada pela Equação (28).

$$F(G_f) = 1 - \exp[-(G_f/\beta)^\gamma] \quad (28)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são os parâmetros de escala e de forma, respectivamente. O valor médio ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $s_t$ ) do  $G_f$  são dadas pelas equações (29) e (30).

$$\mu = \beta[\Gamma(1 + 1/\gamma)] \quad (29)$$

$$s_t = \beta[\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)]^{1/2} \quad (30)$$

onde  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt$  representa a função de Gama. Para simular valores pseudo aleatórios de  $G_f$  é utilizada a seguinte expressão:

$$G_f = [-\ln(1 - u)]^{1/\gamma}/\beta \quad (33)$$

Onde  $u$  é um número aleatório com a distribuição de probabilidade uniforme no intervalo  $(0,1)$ . Nas aplicações anteriores do DEM, o tamanho dos elementos ( $L$ ) era igual ao comprimento da correlação ( $L_c$ ) do domínio da propriedade aleatória do material de interesse. Essa atribuição permitiu que os valores simulados não fossem correlacionados, simplificando assim o custo computacional. Isto é, contudo, uma limitação importante, inicialmente abordada por Rios e Riera (2004). Mais tarde, Miguel *et al.* (2008) adotou o método proposto por Shinozuka e Deodatis (1996) para simular um campo aleatório gaussiano 3D para modelar a propriedade do material de interesse. A técnica mais simples foi empregada por Puglia *et al.* (2010). Esta técnica foi usada aqui para simular o campo tridimensional de distribuição aleatória que descreve a tenacidade ( $G_f$ ) que é independente da discretização adotada no DEM. Na aplicação aqui ilustrada foi considerado que o comprimento de correlação é  $L_c = 2L$ .

## 2.3 Efeito das perturbações do arranjo cúbico no DEM

Na presente formulação do Método dos Elementos Discretos, os sólidos são representados por meio de um arranjo cúbico de elementos capazes de transportar apenas cargas axiais. Estes elementos são interligados através de massas nodais com três graus de liberdade. A rigidez elástica inicial dos elementos interligados é determinado por meio de um arranjo cúbico, em termos das propriedades elásticas locais de um sólido ortotrópico, que podem ser não-homogêneo, disponíveis por meio de um conjunto de equações.

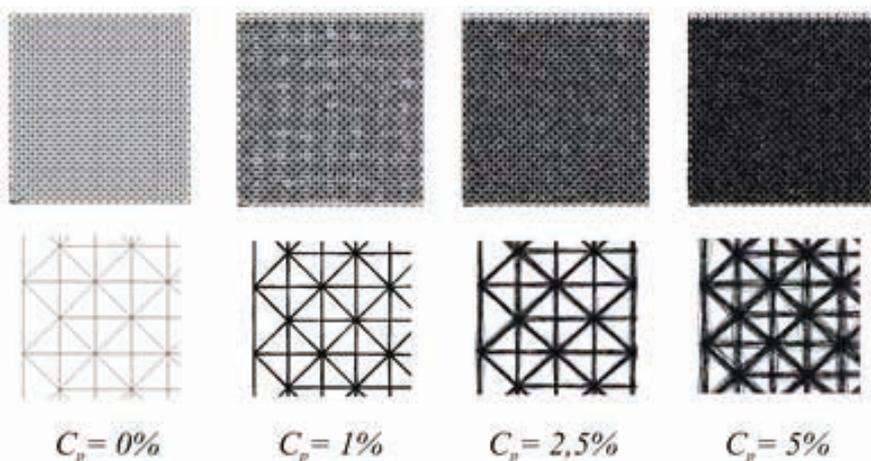
A introdução de pequenas perturbações do arranjo cúbico é gerada por pequenos deslocamentos iniciais de pontos nodais que podem resultar em pequenas mudanças na rigidez dos elementos. Assim, pretende-se assumir que os coeficientes de rigidez do modelo em DEM permanecem inalterados com pequenas perturbações da malha.

A resposta linear do modelo deve permanecer inalterada dentro do intervalo de interesse, cujo limite superior já foi estabelecido. Basicamente, é assumido que os nós do modelo perturbado são deslocados da sua posição inicial em relação ao arranjo cúbico perfeito, os quais são definidos pelas coordenadas nodais  $(x_n, y_n, z_n)$ , como indicado na Equação (34).

$$(x_n + r_x L; y_n + r_y L; z_n + r_z L) \quad (34)$$

Onde, as coordenadas nodais iniciais são definidas pelas variáveis  $x_n, y_n, z_n$ . Os parâmetros  $r_x, r_y$  e  $r_z$  são números aleatórios com uma distribuição normal com média zero e coeficiente de variação  $C_p$ . A dimensão  $L$  indica o comprimento dos elementos longitudinais na célula cúbica. A Figura 4 mostra uma comparação da malha para diferentes níveis de imperfeições.

Figura 4: Influência da perturbação da malha na discretização.



### 3 Técnicas de Emissão Acústica

A técnica de Emissão Acústica aplicada como ferramenta na detecção do dano em estruturas consiste em registrar as ondas que emanam das rupturas e/ou movimentos internos locais que ocorrem no material quando o mesmo é carregado. A partir destes registros é possível calcular parâmetros globais, que fornecem informação sobre a evolução do dano das estruturas estudadas. Detalhes sobre como se realizam estas medições e o tratamento de dados da informação capturada se encontram em Grosse e Ohtsu, 2008.

Os sinais gerados num ensaio de emissão acústica são distribuídos de acordo com a lei Gutenberg-Richter (GR), Equação (35), tradicionalmente utilizada em sismologia. Shiotani, 2003 e Carpinteri, 2008 têm utilizado este conceito em seus estudos.

$$N(\geq A) \propto A^{-b} \quad (35)$$

Onde  $N$  é o número de sinais de Emissão Acústica (EA) de magnitude maior ou igual a  $A$ . O expoente  $b$  que vincula estes dois parâmetros se altera com o avanço do processo de dano durante um ensaio de emissão acústica.

No início do processo de fratura existe um domínio de microfissuras as quais geram um grande número de sinais de EA de baixa amplitude. No final do processo há um domínio de macrofissuras que geram menos sinais, porém de maior amplitude. Isto implica uma diminuição progressiva do *valor*  $b$  quando o corpo de prova se aproxima da falha iminente, Carpinteri, 2008. Aplicando logaritmo em ambos os membros da Equação (36) é possível reescrever a equação da seguinte maneira.

$$\log N(\geq m) = a - bm \quad (36)$$

Onde

$$m = \log_{10} A \quad (37)$$

É  $b$  é o coeficiente angular da equação (35).

Uma proposta original de Aki (1965) foi utilizada por Carpinteri *et al.* (2009) para relacionar o coeficiente  $b$  citado com a dimensão do domínio fractal ( $D$ ) da fissuração que acontece durante o processo de ruptura estudado. Desta forma, no começo do processo de ruptura, se não existe uma concentração de tensão devido à geometria da estrutura avaliada ou devido às condições de contorno, acontecem pequenas rupturas locais de forma aleatória em todo o volume.

O domínio onde se produz a dissipação da energia é proporcional ao volume, ou seja, tem dimensão  $D = 3$ . A proposta original de Aki indica que o coeficiente  $b$  seria a metade desta dimensão  $D$ . À medida que o processo de dano avança as microfissuras isoladas começam a coalescer formando “clusters” de fissuras e posteriormente uma

macrotrinca. Desta forma a dissipação da energia deixa de acontecer somente no volume, sendo emitidas através de uma região que tende a ser uma superfície. Neste caso o valor de  $D$  se aproxima a 2, o que implicaria um valor do coeficiente  $b$  de aproximadamente 1. Esta interpretação física do *valor b* permite a possibilidade de determinar que durante o processo de dano estudado o *valor b* evidencia uma variação da dimensão  $D$  entre 3 e 2, ou seja,  $b$  adotaria valores compreendidos entre 1,5 e 1.

## 4 Aplicação: análise do processo de fratura em corpos prismáticos submetidos a estados de compressão, tração e flexocorte

### 4.1 Descrição do modelo

Neste trabalho é apresentada uma aplicação utilizando DEM e as técnicas de Emissão Acústica. Foi realizada uma simulação de um corpo prismático submetido à compressão uniaxial no DEM, onde os resultados obtidos são comparados e discutidos com resultados experimentais apresentados por Carpinteri *et al.*, 2009. O modelo simulado foi baseado nas características físicas e geométrica do modelo proposto por Carpinteri *et al.*, 2009, as quais são apresentadas na Tabela 1. Também foram simulados com o mesmo corpo de prova a solicitação de tração e flexocorte, comparando os resultados dos três casos analisados.

Ao realizar o estudo, além dos resultados em termos de tensão e deformação global, são simulados os eventos de emissão acústica capturando sinais de aceleração em diferentes pontos localizados na superfície dos modelos. Simulando assim os registros de um ensaio de emissão acústica.

### 4.2 Simulações numéricas

Foi construído um prisma em DEM com 160 x 160 x 500 mm. Com um módulo cúbico de 5,9 mm de lado ( $L_o$ ). As propriedades do corpo de prova simulado são apresentadas na Tabela 1. No ensaio realizado por Carpinteri *et al.*, 2009, foi aplicada uma pré carga estática que posteriormente foi retirada. Esta pré carga produziu um dano generalizado no corpo de prova, e assim provocando a redução do módulo de elasticidade inicial.

Após aplicação da pré carga o corpo de prova é descarregado e posteriormente é levado até a ruptura. Foram estudados três tipos diferentes de solicitação: Compressão Simples (CS), Tração Simples (TS) e Flexocorte (FLC). Em todos os casos foram aplicados deslocamentos prescritos.

Na simulação de CS realizada no DEM, os resultados obtidos foram comparados e discutidos com resultados experimentais apresentados por Carpinteri, *et al*, 2009. No estudo realizado as respostas das simulações são apresentadas em termos de curvas de tensão  $\times$  deformação e balanço global de energia, também é realizada uma representação numérica de emissão acústica. Na Figura 5 são apresentadas as condições de contorno identificadas nos três testes simulados.

Figura 5: Condições de contorno aplicados nos modelos simulados em DEM. a) COMPRESSÃO, b) TRAÇÃO e c) FLEXOCORTE.

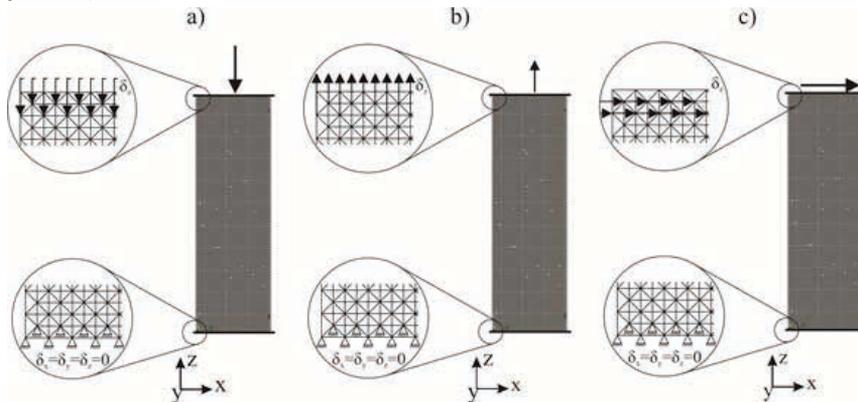
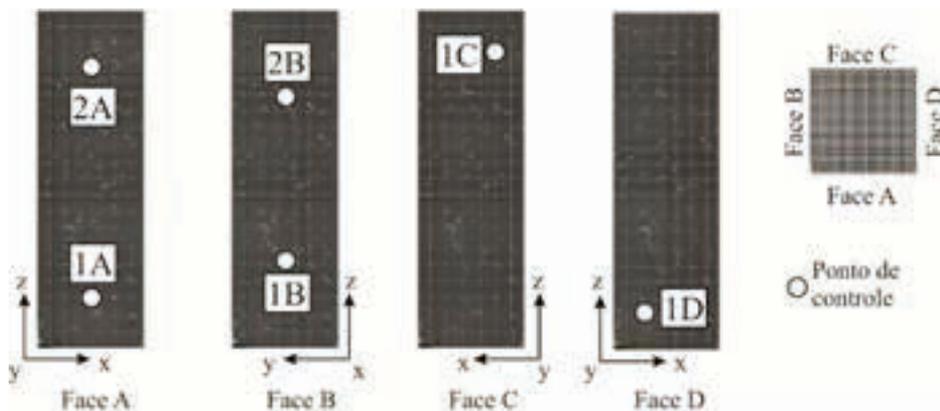


Tabela 1: Propriedades do corpo de prova simulado em DEM.

<i>Amortecimento</i>	500
<i>Densidade</i>	2400 kg/m <sup>3</sup>
<i>Módulo Elasticidade</i>	9,0x10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>
$G_f$	200
$Rfc$	1,5
$CV_{Gfr}$	50%
$CV_{imperf}$	2%
$L_o$	5,9x10 <sup>-3</sup> m
$I_{cx} = I_{cy} = I_{cz}$	2 $L_o$

No modelo numérico foram definidos seis pontos de controle para captar os sinais de emissão acústica. Na Figura 6, nota-se a posição dos sensores de emissão acústica.

Figura 6: Representação esquemática dos pontos de controle posicionados na superfície do prisma.

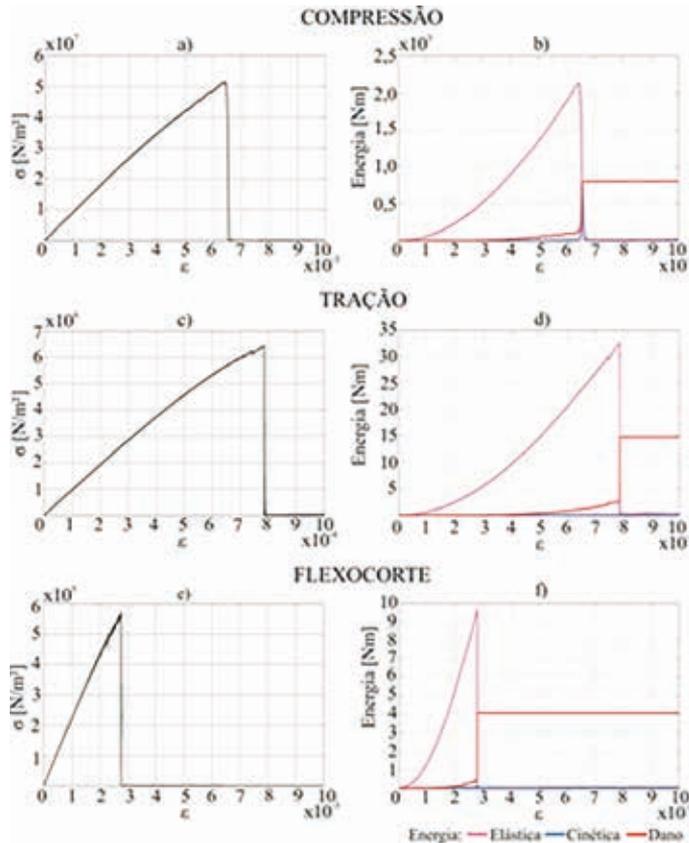


### 4.3 Discussão dos resultados

A Figura 7 mostra os gráficos da tensão  $x$  deformação e o balanço energético das simulações realizadas em DEM. A condição de carregamento quase estático pode ser verificada durante o processo de carga, onde a energia cinética se manteve em patamares muito inferiores aos das outras energias envolvidas (dano e elástica).

Observa-se que a relação de 0.13 entre a tensão máxima de tração obtida na simulação (TS) e a tensão máxima de compressão (CS) está dentro do esperado no caso de materiais quase frágeis. Isto demonstra que este modelo com uma formulação muito simples captura o comportamento do concreto para diferentes tipos de carregamento utilizando os mesmos parâmetros de entrada.

Figura 7: Representação esquemática dos pontos de controle posicionados na superfície do prisma.



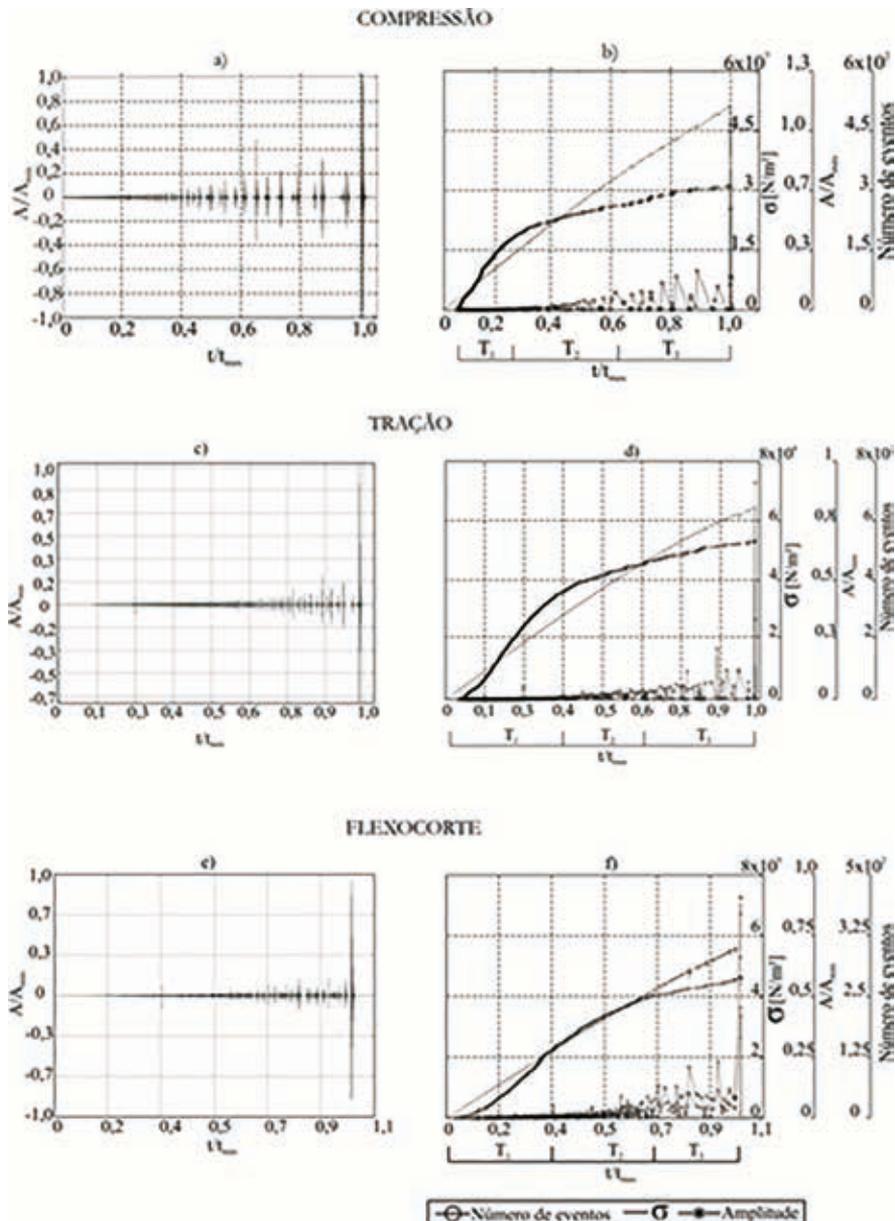
Nas Figuras 8 a), c) e e) é apresentado o sinal de emissão acústica simulado. O sinal foi capturado em um dos sensores do modelo. Nas Figuras 8 b), d) e f) é apresentada uma superposição do número de eventos acumulados, distribuição dos eventos instantâneos durante o processo de fratura e a curva que mostra evolução da tensão global do modelo durante a simulação. Estes dois tipos de gráficos são apresentados para as três simulações (CS, TS e FLC).

Ressalta-se que do início do intervalo até a metade do processo de fratura ocorre uma maior quantidade de eventos de pequena amplitude que podem ser pertinentes com a formação de microtrincas no interior do modelo. Da metade até o final do processo ocorreu a coalescência das microtrincas envolvidas anteriormente. Neste intervalo, as amplitudes dos eventos são maiores e o número de ocorrências é menor quando comparado com o estágio inicial da simulação.

Comparando o número de eventos acumulados com a amplitude máxima observada, no início do ensaio uma grande quantidade de ocorrências, o que resulta numa maior inclinação da linha referente ao número de eventos acumulados. Com o avanço do ensaio no domínio do tempo a tangente referente ao número de eventos acumulados

diminui devido a menor quantidade de microtrincas e simultaneamente a este efeito começam a surgir macrotrincas, que ocorrem em número menor porém em amplitudes maiores, as quais crescem até a ruptura final.

Figura 8: a, c, e) Histórico da aceleração de um dos pontos de controle. b, d, f) Sobreposição da tensão, número de eventos acumulado e sinal de EA do ponto de controle 1B indicado na Figura 7.

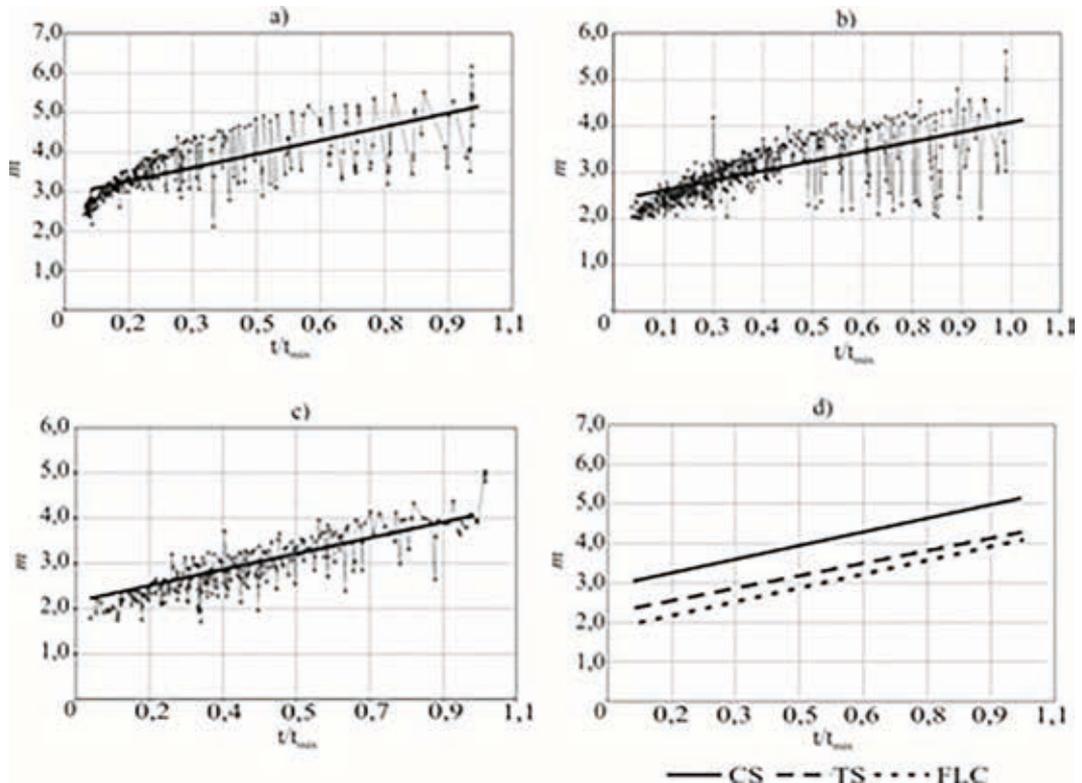


As distribuições dos eventos nas simulações CS, Figura 9a, TS, Figura 9b e FLC, Figura 9c, mostram as diferentes distribuições dos eventos nos três casos analisados. A magnitude  $m$  das ocorrências é semelhante nos três exemplos, sendo que no início do processo há uma maior ocorrência de eventos de menor amplitude e no final do processo existe uma menor ocorrência dos eventos de maior amplitude.

No gráfico de FLC, Figura 9c, a relação entre a magnitude  $m$  e o tempo no qual ela acontece durante o processo de dano apresenta uma clara tendência linear. Algo que não ocorre nos outros dois casos, nos quais há um sensível acréscimo da amplitude até a metade do processo de dano. Posteriormente, a magnitude dos eventos cresce mais lentamente. Neste caso também é possível observar uma clara localização do dano durante o processo de fratura.

A Figura 9d apresenta uma comparação das linhas de tendência médias das magnitudes  $m$  para os três tipos de ensaios estudados.

Figura 9: Mapa da distribuição dos eventos para os diferentes tipos de deslocamento imposto nos modelos ensaiados. a) COMPRESSÃO, b) TRAÇÃO SIMPLES e c) FLEXOCORTE.

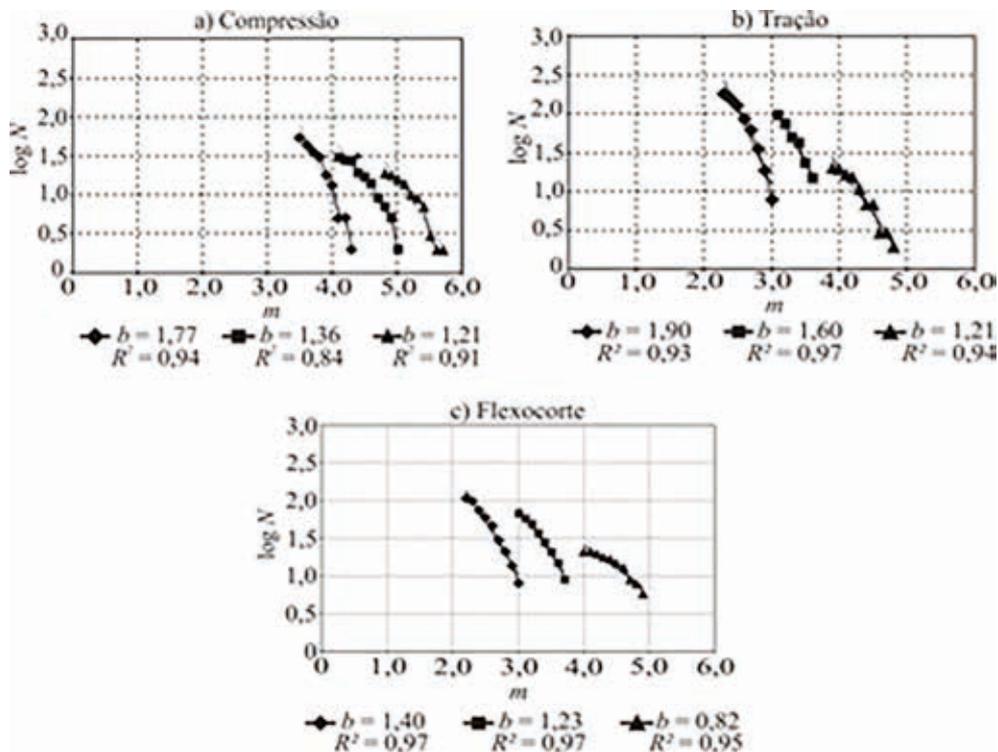


A Figura 10 apresenta o *valor b* obtido nas simulações realizadas de CS, TS e FLC. Destaca-se que em todos os casos estudados o *b* sofreu um decréscimo durante o processo de fratura. Também pode ser observado na Figura 10a que *b* máximo obtido no primeiro estágio do processo de fratura foi 1,77, no segundo estágio do processo de fratura o *valor b* é 1,36 e no terceiro estágio o *valor b* foi 1,21. O decréscimo do coeficiente angular *b* demonstra como a localização do dano progride com o avanço do processo de fratura, ou seja, quanto menor o *valor b* maior a progressão dos danos durante a simulação.

A Figura 10b mostra que na primeira etapa do processo de fratura o *valor b* verificado foi de 1,90, na segunda e terceira etapas o valor do coeficiente angular *b* foi de 1,60 e 1,21 respectivamente.

Na Figura 10c são apresentados os resultados do *valor b* para FLC. Sendo que neste caso foi de 1,40 na primeira fase, na segunda e terceira etapa o *valor b* foi de 1,23 e 0,82, respectivamente.

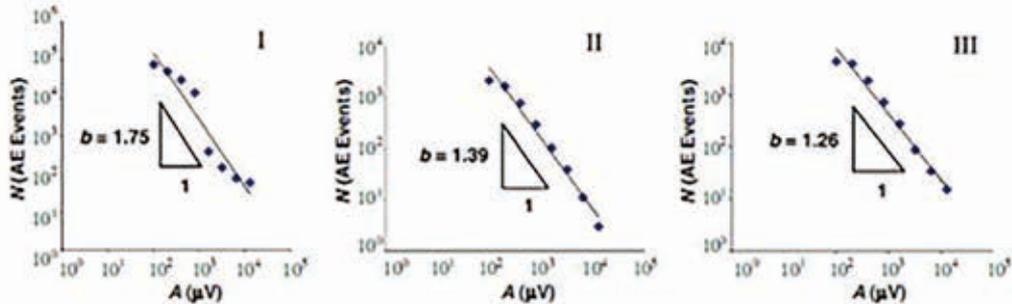
Figura 10: *valor b* para as diferentes simulações estudadas. a) COMPRESSÃO, b) TRAÇÃO SIMPLES e c) FLEXOCORTE.



Segundo Carpinteri *et al.*, 2009, o *valor b* obtido no ensaio de compressão uniaxial é mostrado na Figura 11. O ensaio foi separado em três estágios: O *valor b* calculado nos estágios iniciais do ensaio, onde o dano no corpo de prova é pequeno, foi de 1,75. O

coeficiente  $b$  calculado para os outros dois estágios foi 1,39 e 1,26, Figura 11. Isso significa que durante o processo de carregamento ocorre a progressão do dano na estrutura do corpo de prova e consequentemente, o valor  $b$  decresce para valores próximos de 1.

Figura 11: Valor  $b$  durante os três estágios de carregamento, Carpinteri *et al.*, 2009.



A configuração de ruptura do modelo simulado em DEM é mostrada na Figura 12, onde na Compressão Simples, Figuras 12a e 13a, a ruptura dos elementos ocorreu de forma homogênea no modelo, dando um aspecto do tipo taça cone, o qual é devido à condição de contorno aplicada (restrição dos deslocamentos na direção horizontal nos dois extremos). A configuração de ruptura obtida em DEM é semelhante a que foi encontrada por Carpinteri *et al.*, 2009, como é observado na Figura 12c. Na configuração de ruptura obtida por Carpinteri, *et al.*, 2009 é possível avaliar as projeções das fontes de emissão acústica e o modelo ensaiado fraturado, Figura 12b, c.

No exemplo de Tração Simples, Figura 13b, a falha principal é localizada numa determinada região, porém com a presença de pequenas rupturas distribuídas no modelo. No caso de Flexocorte, Figura 13c, o dano foi concentrado numa região inferior do modelo, não apresentando falhas em outras partes.

Figura 12: Comparação da configuração final do modelo simulado e modelo experimental. a) COMPRESSÃO SIMPLES, b), c) Configuração de ruptura do modelo ensaiado, Carpinteri, 2009.

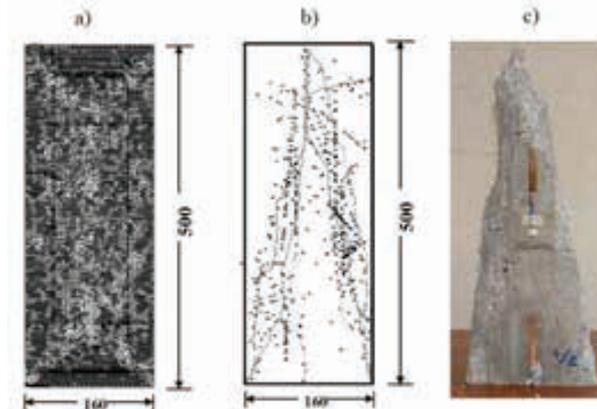
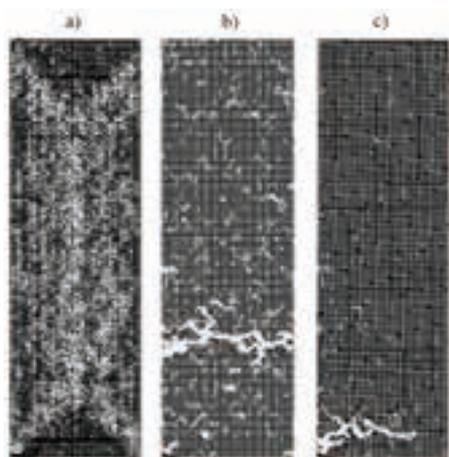


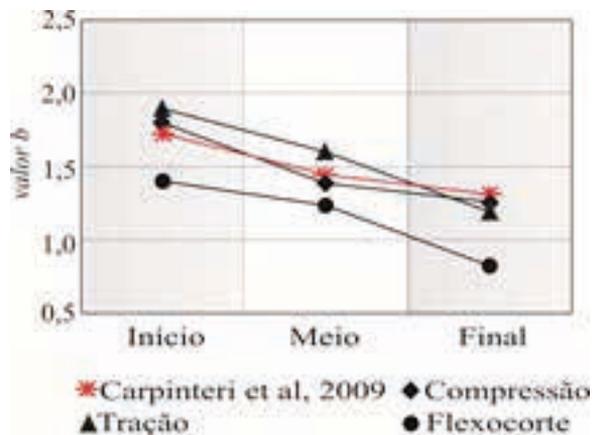
Figura 13: Comparação da configuração final dos modelos simulados. a) COMPRESSÃO SIMPLES, b) TRAÇÃO SIMPLES, c) FLEXOCORTE.



Na Figura 14 é apresentado o *valor b* para os diferentes casos estudados, e pode-se observar que em todas as simulações o *b* decresceu com o avanço do dano. Também pode ser feita uma comparação dos resultados do *valor b* de um ensaio de compressão simples obtido por Carpinteri *et al.*, 2009, com os resultados obtidos através das simulações desenvolvidas em DEM.

O *valor b* obtido na simulação de FLC ficou num patamar inferior em relação aos outros resultados encontrados, isso pode ser relacionado ao tipo de fratura encontrada e também pode ser associado à distribuição mais homogênea dos eventos relacionados ao dano no domínio do tempo, conforme observado na Figura 9d.

Figura 14: Valor do coeficiente angular *b* para os diferentes tipos de simulações realizadas.



## 5 Conclusões

O estudo do processo de fratura com a utilização das técnicas de emissão acústica foi realizado em conjunto com o DEM. Foram propostas três condições de carregamento para auxiliar o estudo do processo de fratura durante a simulação.

Para validar o modelo numérico desenvolvido, um dos resultados obtidos, o de Compressão, foi comparado com os resultados propostos por Carpinteri *et al.*, 2009. Outras duas aplicações também foram simuladas, porém, aplicando diferentes tipos de carregamentos: Tração e Flexocorte. Com base nos estudos realizados, foi possível obter as seguintes conclusões:

- os resultados do coeficiente angular  $b$  no exemplo de CS, quando comparado com os resultados do *valor b* obtidos na literatura, foram satisfatórios, pois o coeficiente  $b$  obtido em ambos os casos foram similares;
- o *valor b* referente aos modelos numéricos (CS, TS e FLC) desenvolvidos em DEM, diminuíram com o avanço do processo de fratura;
- as configurações de ruptura dos modelos numéricos CS, TS e FLC foram condizentes com o que é apresentado na literatura;
- o tipo de fratura e a distribuição dos eventos podem ser relacionados ao *valor b* obtido durante a simulação, conforme é observado na simulação de FLC.

## 6 Agradecimentos

Os autores agradecem a Capes e ao CNPq pelo suporte financeiro fornecido para realizar esta pesquisa.

## 7 Referências

- Aki, K., Maximum likelihood estimate of  $b$  in the formula  $\log(N) = a + bM$  and its confidence limits, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ., 43, 237-239, 1965.
- Bosia, F.; Nicola, P.; Lacidogna, G.; Carpinteri, A.; Mesoscopic modeling of Acoustic Emission through an energetic approach. International Journal of Solids and Structures. Elsevier, 2008.
- Carpinteri A., Lacidogna G., Niccolini G. Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading. Chaos, Solutions and Fractals, 42: 2047–2056, 2009.
- Carpinteri A, Lacidogna G, Niccolini G, Puzzi S. Critical defect size distributions in concrete structures detected by the acoustic emission technique. Meccanica 2008;43:349–63
- Dalguer A., Irikura K., Riera J. D. Generations of New Cracks Accompanied by Dynamic Shear Rupture Propagation of the 2000 Tottori (Japan), Earthquake. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 93, pp. 2236-2252, 2003.
- Dalguer L.A., Irikura K., Riera J.D. and Chiu H.C. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings. Bull. Seismic. Soc. Am., 91, 1112-1127, 2001.

- Grosse .C. U.; Ohtsu M. Acoustic Emission Testing. Springer, 2008.
- Hillerborg A., A Model for Fracture Analysis. Cod LUTVDG/TV BM-3005/18, 1978.
- Iturrioz, I. Miguel, L. F. F. and Riera, J. D, Introduction of Imperfections in the Cubic Mesh of the Truss – Like Discrete Element Method, 22nd Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT), San Francisco, California, USA - August 18-23, 2013
- Iturrioz, I., Miguel, L. F. F. and Riera, J. D, Dynamic fracture analysis of concrete or rock plates by means of the Discrete Element Method, Latin American Journal of Solids and Structures, Vol. 6, pp. 229-245, 2009.
- Kosteski L. E. Aplicação do método dos elementos discretos formados por barras no estudo do colapso de estruturas, Tese Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2012.
- Kosteski, L.; Barrios D’ambra, R.; Iturrioz, I. Fractomechanics parameter calculus using the Discrete Element Method. Latin American Journal of Solids and Structures; v. 6, p. 301-321, 2009.
- Miguel L.F.F., Iturrioz I. and Riera J.D, Size effects and mesh independence in dynamic fracture analysis of brittle materials, Computer Methods Modeling in Engineering & Sciences, Vol. 56, No. 1, pp.1-16, 2010.
- Miguel L.F.F., Riera J.D. and Iturrioz I, Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 32/15, pp. 1857 - 1881, DOI: 10.1002/nag.699, 2008.
- Miguel, L. F. F.; Fadel Miguel, L. F.; Kaminski, J. Jr.; Riera, J. D.; Menezes, R. C. R. Model uncertainty in the assessment of EPS wind loads in transmission line design. Proceedings of the International Seminar on Modeling and Identification of Structures Subjected to Dynamic Excitation - emphasis to Transmission Lines, Bento Gonçalves, Brasil, 2009.
- Miguel, L. F. F.; Riera, J. D.; Kaminski Jr., J.; Fadel Miguel, L. F.; Menezes, R. C. R. Model Uncertainty in the Definition of EPS Wind Loads in Transmission Line Design. ICWE 12 - Twelfth International Conference on Wind Engineering, Cairns, Austrália, v. 2.p. 1567-1574, 2007.
- Miguel, L.F.F. Critério constitutivo para o deslizamento com atrito ao longo da falha sísmica. Tese (Doutorado) PPGEC, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 2005.
- Ohtsu, M. Theoretical treatment of acoustic emission and source mechanisms in concrete. Mem. Fac. Eng. 27:1-21, 1982.
- Puglia, B.V., Iturrioz, I, Riera, J.D., Kosteski, L., “Random field generation of the material properties in the truss-like discrete element method”, *Mecánica Computacional, Cilamce-Mecom 2010*, Vol. XXIX, pp. 6793-6807, 2010.
- Rios R.D. and Riera J.D. Size effects in the analysis of reinforced concrete structures, Engineering Structures, Vol. 26, pp. 1115-1125, 2004.
- Shinozuka M., Deodatis G., Simulation of Multidimensional Gaussian Stochastic Fields by Spectral Representation, *Apl. Mech. Rev.*, Vol. 49, no 1, January 1996.
- Shiotani T, Fujii K, Aoki T, Amou K. Evaluation of progressive failure using AE sources and improved b-value on slope model tests. *Prog Acoust Emission VII 1994*;7:529–34.

# Characterisation of the fracture process using the discrete element method and acoustic emission techniques

## ABSTRACT

Applications of acoustic emission techniques are revolutionizing the characterization of quasi brittle materials. In this context, the numerical model can be useful to help the interpretation of the simulation. To perform these simulations was used a version of the discrete elements method (DEM). This numeric model is based on the representation of a solid by means of a cubic arrangement of elements able to carry only axial loads. The discrete elements representation of the orthotropic continuum was adopted to solve structural dynamics problems by means of explicit direct numerical integration of the equations of motion, assuming the mass lumped at the nodes. Each node has three degrees of freedom, corresponding to the nodal displacements in the three orthogonal coordinate directions. This study compares the paper presented in the literature and numerical results obtained with DEM. The same model is also analyzed with other request types (tensile and shear). Finally, the results obtained in terms of parameters usually presented in acoustic emission analysis are compared showing the potential to use this method to aid in the interpretation of AE tests.

**keywords:** *Acoustic Emission, Discrete Element Method, b value, Uniaxial Loading, Fracture Mechanics.*

## 1 Introduction

Understand and predict the process of damage in heterogeneous materials is an open problem on the current knowledge frontier. Due to the large number of structures that are built with this kind of material the study of damage process has huge practical relevance. The phenomenon that occurs in micro and meso scale during the process of damage in heterogeneous materials is managed using acoustic emission techniques, which illustrate some universal characteristics.

A global parameter that allows the interpretation of the information that comes from the study of acoustic emission is connected to the *b value*. The variation of the coefficient *b* characterizes the different cracks that occur during the damage size. To perform the simulation, a version of the discrete elements method called DEM was used. The DEM discretizes the solid as an array of the one-dimensional elements that have equivalent stiffness at the continuum where the masses are lumped at nodal points.

The results from compressive simulation in DEM are compared with the papers presented by Carpinteri *et al.*, 2009. The tensile simulations and shear were also compared with the results obtained from acoustic emission analysis.

## 2 Methodology

The Discrete Element Method employed in the present paper was based on the representation of a solid by means of a cubic arrangement of elements able to carry only axial loads. The discrete elements representation of the orthotropic continuum was adopted to solve structural dynamics problems by means of explicit direct numerical integration of the equations of motion, assuming the mass lumped at the nodes. Each node has three degrees of freedom, corresponding to the nodal displacements in the three orthogonal coordinate directions. In Figure 1 a layout shows an array of the one-dimensional elements used in this approach.

The equations that relate the elastic properties of the isotropic elements are shown in Equation (1).

$$\delta = \frac{9\nu}{4-8\nu}; \quad EA_n = EL^2 \frac{(9+8\delta)}{2(9+12\delta)}; \quad EA_d = \frac{2\sqrt{3}}{3}EA_n \quad (1)$$

In which  $E$  and  $\nu$  denote Young's modulus and Poisson's ratio, respectively, while  $A_n$  and  $A_d$  represent the areas of normal and diagonal elements. The resulting equations of motion may be written in the well-known form, Equation (2).

$$M\ddot{\bar{x}} + C\dot{\bar{x}} + \vec{F}_r(t) - \vec{P}(t) = 0 \quad (2)$$

In which  $\bar{x}$  represents the vector of generalized nodal displacements,  $M$  the diagonal mass matrix,  $C$  the damping matrix, also assumed diagonal,  $\vec{P}(t)$  the vector of internal forces acting on the nodal masses and  $\vec{P}(t)$  the vector of external forces. Obviously, if  $M$  and  $C$  are diagonal, Equation (2) is not coupled. Then the explicit scheme of finite central differences may be used to integrate Equation (2) in the time domain. Since that, the nodal coordinates are updated at every time step, where large displacements can be accounted for in a natural and efficient manner.

The softening law for quasi-fragile materials proposed by Hilleborg (1971) was adopted to handle the behavior of quasi-fragile materials by means of the elemental constitutive relationship (ECR) for the DEM bars presented in Figure 3, which allow accounting for the irreversible effects of crack nucleation and propagation.

The area under the force vs. strain curve (the area of the triangle OAB in Figure 3) represents the energy density necessary to fracture the area of influence of the element. Thus, for a given point P of the tension force versus the OPC area of the triangle is related to the density of elastic energy stored in the reversible element, while the area of the triangle OAP is proportional to the power density dissipated by the damage. Once the damage energy density equals the fracture energy, the element fails and loses its load carrying capacity. On the other hand, in the case of compressive loads the material behavior it is assumed as elastic linear. Thus, compressive rupture is induced by indirect tensile.

### 3 Results

In this paper the Acoustic Emission Techniques (AET) combined with the DEM were employed. The simulation of a uniaxial compression was conducted on DEM, in which the results from AET are compared and discussed with experimental results obtained by Carpinteri *et al.*, 2009. The simulation was based on the physical and geometrical characteristics proposed by Carpinteri *et al.*, 2009 which are presented in Table 1.

Also, the simulations of tensile and shear were developed in DEM and applied the acoustic emission techniques to characterize the fracture process. Figure 7 shows the graphics of tensile *vs.* strain and energy balance in the DEM simulations. Figure 8 shows the amplitudes in the time domain captured by control point. These amplitudes are from the advancement of cracks generated within the model during the numerical simulation.

Figure 9 shows the distribution of events in the simulations CS, TS, and FLC. The magnitude  $m$  of occurrences is similar in the three examples, on the beginning of the process there are many occurrences of events from lower amplitude, however, in the end of the process there are less occurrences of greater amplitude. Figure 10 shows the  $b$  value obtained on the Compression, Tensile and Shear simulations, and it is observed in all cases that the  $b$  value decreases during the fracture process.

The final configurations of the three models simulated in DEM are shown in Figure 13. The configuration of rupture obtained by DEM is similar to that found by Carpinteri, 2009, Figure 12c.

### 4 Conclusions

The study of the fracture process using acoustic emission techniques was performed along with the DEM, in which three numerical simulation were proposed to study the fracture process. Based on the studies, it was possible to obtain the following conclusions:

- the results of the  $b$  value on CS example were compared with the results obtained from the literature. In both cases the results were satisfactory because the  $b$  value obtained was similar;
- the  $b$  value from the numerical models (Compression, Tensile, Shear) developed on DEM decreased with the progress of the fracture process;
- the rupture configurations from numerical models are in agreement with that presented in the literature;
- the shape and distribution of the fracture events may be associated to the  $b$  value obtained during the simulation as it is observed in the shear simulation.